UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

INSTITUTO DE FÍSICA

SBI-IFUSP

305M810T0599

G

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DO ESPALHAMENTO ELÁSTICO

DO SISTEMA $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$

Antonio Carlos Camargo Villari

Tese apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo, para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Orientadora:

Prof. Dr. Alinka Lépine-Szily

SÃO PAULO

1982

Agradeço:

- à Dra. ALINKA LÉPINE, pela orientação amiga e decidida e pela oportunidade de realizar este trabalho.
- ao Dr. WOLFGANG MITTIG, pela minha iniciação científica e pela idéia inicial deste trabalho.
- à Claudete Villela Acquadro, pelo apoio no início deste trabalho.
- aos colegas de grupo: Rubens, Otávio e Carlos, pela co laboração nos períodos de máquina.
- a todos os amigos, pelo auxílio e incentivo.
- a todos aqueles que mesmo indiretamente, contribuíram para que este trabalho fosse realizado.

ANTONIO CARLOS CAMARGO VILLARI

novembro, 1982

RESUMO:

Foram medidas quatro distribuições angulares do sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$ em quatro energias de bombardeio, 19 MeV, 21 MeV, 23 MeV e 25 MeV. Utilizamos em uma primeira experiência um detector sensível à posição e na segunda, onde foram medidos ângulos traseiros, um sistema de telescópios E- Δ E em anti-coincidência.

Os dados foram abordados de três maneiras diferentes. Uma primeira análise, utilizando-se o Modelo Óptico e introduzindo-se perturbações em potenciais do tipo Woods-Saxon, uma segunda análise pelo método de defasagens e uma terceira; que na realidade não foi uma análise, mas sim uma sugestão, invertendo-se o problema de espalhamento.

As três análises, juntamente com os dados experimentais e algumas sugestões de trabalhos interessantes que poderiam ser feitos, partindo-se dos resultados aqui obtidos, são apresentadas.

ABSTRACT:

Angular distributions of the elastic scattering on $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$ have been measured at 19, 21, 23 and 25 MeV incident energy in $20^\circ < \theta_{\text{C.M.}} < 160^\circ$ angular region for 25 MeV and in $20^\circ < \theta_{\text{C.M.}} < 130^\circ$ angular region for 19, 21 and 23 MeV.

The data was analysed in different ways.

First utilising Optical Model and introducing squared windows in the potential. Second utilising the phase-shift method and finally suggesting an approach to solve the inverse problem for potential scattering.

All the analysis with experimental data and some suggestions of some interesting works are presented.

ÍNDICE

0. Câmara de Troca de Carga com Reciclagem de Potássio para Fontes de Íons Negativos	01
I. Introdução	06
II. Aparato Experimental	09
II.a. Fonte de Íons	09
II.b. O Acelerador Pelletron	10
II.c. Câmara de Espalhamento	14
II.d. Alvos	14
II.e. Montagem da Câmara para a 1a. Experiência ...	16
II.f. Montagem da Câmara para a 2a. Experiência ...	16
II.g. Eletrônica para a 1a. Experiência	18
II.h. Eletrônica para a 2a. Experiência	20
II.i. Armazenamento de Dados	21
II.j. Cálculo da Secção de Choque Experimental	27
II.k. Programa de Análise de Espectros	28
III. Desenvolvimento Teórico	34
III.a. O Modelo Óptico	34
III.b. Método de Análise por Defasagens	41
III.c. Proposta de Inversão do Problema de Espalhamento	44
IV. O Programa GISELLE	49
V. Análise	56
V.a. Análise por Modelo Óptico	56
V.a.1. Análise com Potenciais do Tipo Woods-Saxon	56
V.a.2. Dependência em Raio de Modificações Introduzidas em Potenciais Ópticos do Tipo Woods-Saxon	66
V.b. Análise por Método de defasagens	78
V.c. Análise utilizando o Programa GISELLE	84
VI. Comentários e Conclusões	94
Referências	99

CAPÍTULO 0. CÂMARA DE TROCA DE CARGA COM RECICLAGEM DE POTÁSSIO PARA FONTES DE ÍONS NEGATIVOS

Fontes de íons com troca de carga em vapores de metais alcalinos para injeção de feixes negativos (Do67) em aceleradores do tipo tandem são largamente utilizadas. No acelerador Pelletron da USP, uma fonte de troca de carga utilizando o vapor de potássio foi construída (To77) e utilizada principalmente na extração de feixes de He^- e C^- . Como está descrito na referência To77, a fonte apresentava um consumo de 0,16 g/h quando utilizada na temperatura ideal para a extração de feixe de He^- , o que limitava o funcionamento da fonte em aproximadamente quatro dias, com um consumo de 15g de potássio, após os quais se fazia necessária a limpeza geral da fonte e a subsequente recarga do reservatório de K. Decidimos, então, construir uma câmara com reciclagem de potássio com o objetivo de diminuir a frequência das aberturas e limpezas gerais da fonte.

Inicialmente, fizemos tentativas utilizando a técnica de transporte através de tubos aquecidos, onde o vapor condensado sobre uma tela de aço inox retornaria ao interior do forno por capilaridade (Ba74, Gr77). Porém, o funcionamento contínuo se mostrou significativamente problemático, uma vez que frequentemente os tubos, mantidos entre $\sim 80-90^\circ\text{C}$, ficavam bloqueados por gotas de potássio que se formavam logo após o início do aquecimento provocadas por uma má limpeza da tela de aço inox. Quando este problema foi resolvido utilizando-se técnicas de ataque químico da tela, que essencialmente aumentava a rugosidade de sua superfície, o mesmo problema aparecia após alguns dias de funcionamento devido ao acúmulo de impurezas nos tubos de condensação. Por outro lado, um sistema utilizando gravitação (Sa71), para reciclar o potássio condensado, foi testado e aprovado, mostrando-se um sistema confiável e vantajoso quando comparado com o sistema de telas.

O desenho final da câmara de troca de carga é mostrado na figura 0.1. A conexão entre os tubos de condensação e o suporte do forno, mantido sempre à temperatura ambiente, foi desenhado de forma a manter a temperatura ligeiramente acima do ponto de fusão do potássio ($63,2^{\circ}\text{C}$), para a temperatura de trabalho do forno, sem outra refrigeração ou aquecimento. Desta forma, não são necessários qualquer outro sistema de controle de temperatura. Os tubos de condensação são desmontáveis do conjunto câmara-forno para facilitar a limpeza e são fixos com a intermediação de uma guarnição de alumínio para assegurar o perfeito ajuste das superfícies. Os diafragmas dos tubos têm uma abertura na parte inferior para permitir que o potássio flua de volta à região do forno. O consumo elétrico à temperatura de 150°C é de 20W.

Um esquema geral da fonte é mostrado na figura II.a.1. Resultados para vários feixes juntamente com a temperatura dos tubos de condensação em função da temperatura da câmara é mostrada na figura 0.2. As temperaturas foram medidas utilizando-se termistores semicondutores. O feixe foi medido na saída da fonte após um ímã defletor de 30° .

O consumo de potássio na temperatura de trabalho para produção de feixe de He^{-} é de 22mg/h o que proporciona uma autonomia de 30 dias para a carga de 15g de K. Uma estimativa simples pode ser feita envolvendo a pressão de potássio na temperatura de trabalho, o consumo da câmara sem reciclagem e a hipótese de que a taxa de perda de potássio é proporcional ao produto da pressão parcial de potássio, a área evaporadora e o ângulo sólido geométrico de escape. Esta estimativa mostra que aproximadamente a mesma quantidade de potássio é perdida tanto pela evaporação direta dos tubos de condensação quanto pela parcela que escapa diretamente da câmara sem tocar os diafragmas do tubo.

Este consumo é muito menor do que obter-se-ia em um sistema utilizando telas de aço inox com o mesmo ângulo sólido de entrada do feixe positivo convergente e de saída do feixe negativo divergente. A área emissora de potássio da re

gião aquecida da câmara no sistema de telas é dada pela área dos tubos de condensação (tipicamente $\sim 1\text{cm}^2$ (Ba74, Gr77)), por outro lado, para o sistema da figura 0.1, esta é dada pela área do orifício central no diafragma do forno. Uma abertura de 3-4mm se mostrou suficiente para que a perda de feixe seja desprezível. Portanto, um sistema com telas deve ter um escape de potássio da região da câmara $(10/4)^2$ vezes maior, resultando num consumo total 4 vezes maior, levando-se em conta que a taxa de evaporação dos tubos de condensação é a mesma. Estas considerações são qualitativamente confirmadas comparando-se nosso consumo com o apresentado na referência (Gr77) e corrigindo-se a massa atômica e a dependência em temperatura da taxa de escape. Quanto maior o ângulo sólido de entrada, maior será o consumo do sistema de telas comparado com o sistema desenvolvido aqui. Um ângulo de entrada grande é importante para se obter um feixe final com baixa emitância (Ty78).

O sistema descrito acima já se encontra acoplado à fonte de troca de carga do laboratório Pelletron, tendo se mostrado um sistema totalmente confiável e estável.

Figura 0.1 - À esquerda: Vista lateral do forno de potássio e respectiva fixação. O potássio(1) no reservatório (2) é aquecido por uma resistência enrolada ao redor de (2). O potássio evaporado flue à região de troca de carga (3). O vapor que escapa de (3), pode colidir com os tubos de condensação (4) que são mantidos, por condução térmica a uma temperatura intermediária entre (3) e (5). A fixação (5) é mantida à temperatura ambiente por um circuito de freon(6). O potássio condensado em(4) volta à região do forno graças à inclinação dos tubos de condensação. Os diafragmas possuem a berturas em ângulos alternados que propiciam a passagem do potássio líquido.

À direita: Vista frontal da fixação.

Figura 0.2 - Feixe medido na saída da fonte como função da temperatura da câmara(parte(3) da figura 0.1). A pressão de vapor foi tomada na referência (Sa68).

CAPÍTULO I. INTRODUÇÃO

A importância de um estudo do espalhamento elástico entre núcleos, está no fato que por ser um processo simples, o entendimento de qualquer outra reação necessita de um prévio estudo do canal elástico.

O canal elástico foi extensivamente estudado e inclusive existem conferências recentes sobre o assunto. (Ref. ---)

As distribuições angulares do espalhamento elástico entre núcleos pesados leves ($A < 40$) com estrutura α , em regiões de energia incidente bem acima da barreira Coulombiana apresentam oscilações pronunciadas em ângulos $\theta_{CM} > 90^\circ$, havendo inclusive uma subida da secção de choque σ/σ_R em 180° (ex: $^{28}\text{Si} + ^{16}\text{O}$) (Mu77). Em energias próximas à barreira Coulombiana, as distribuições angulares não apresentavam oscilações, mas a maioria dos dados só iam até $\theta_{CM} \sim 80^\circ$.

Experiências recentes feitas no laboratório Pelletron, medindo a distribuição angular do espalhamento elástico de $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ (Ko82) até ângulos $\theta_{CM} = 140^\circ$, em energias próximas à barreira Coulombiana, apresentaram oscilações que não puderam ser ajustadas usando potenciais ópticos convencionais. Os potenciais que pareceram reproduzir melhor os dados experimentais foram aqueles menos absorventes e portanto transparentes na superfície. Porém, o que se observou, foi que as tentativas feitas com potenciais do tipo Woods-Saxon não parecem conseguir obter o período certo das oscilações em toda a região angular.

Com o objetivo de estudar sistemas de massa nessa região, medimos as distribuições angulares do sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$ em quatro energias de bombardeio: 19 MeV, 21 MeV, 23 MeV e 25 MeV.

Os dados foram colhidos no laboratório Pelletron e as experiências foram subdivididas em duas fases. Uma primeira fase, onde foram tirados os dados experimentais em ângulos dianteiros e intermediários, utilizando-se um detetor sensível -

vel à posição e uma segunda fase, onde utilizamos sistemas de telescópios E- Δ E em anti-coincidência para medir as distribuições angulares em ângulos traseiros.

Os espectros foram analisados com o auxílio de um programa desenvolvido por membros do grupo de pesquisa, devido à grande quantidade de dados colhidos.

As distribuições angulares obtidas apresentaram oscilações em ângulos intermediários e traseiros, como já era esperado, tornando interessante o estudo do comportamento da secção de choque elástica através de diferentes abordagens.

Trabalhos recentes, utilizando um método relativamente novo de ajuste das distribuições angulares através de uma análise de defasagens (Me δ 1, Ch δ 1), mostraram que este método consegue reproduzir de maneira quase perfeita a secção de choque de espalhamento elástico. Porém, apesar da excelente reprodutividade dos dados experimentais, a informação a respeito da função de onda do sistema estudado fica perdida, uma vez que neste tipo de descrição não se discutem as propriedades do potencial de interação.

Sendo assim, a proposta deste trabalho foi estudar mais detalhadamente o potencial de interação nuclear, utilizando para isso três caminhos diferentes.

O primeiro caminho consistiu em se fazer uma análise detalhada dos diversos tipos de potencial do tipo Woods-Saxon existentes discutindo as propriedades que diversos parâmetros de modelo óptico produzem na distribuição angular calculada. A partir desta análise, fizemos um estudo do efeito que perturbações somadas a esses potenciais produzem na secção de choque, concentrando-nos em uma dependência radial dessas perturbações e mesmo encontrando uma região mais sensível onde efeitos oscilatórios são provocados nas distribuições angulares.

Em um segundo passo, fizemos cálculos utilizando uma análise de defasagens onde encontramos matrizes S_ℓ , que re produzem muito bem os dados experimentais. A partir destas matrizes, fizemos uma análise qualitativa na tentativa de com

preender os processos físicos causadores das oscilações na distribuição angular em ângulos intermediários e traseiros.

Finalmente, sugerimos um método de análise que seria a junção de uma análise de modelo óptico com uma análise de defasagens. Esse método seria um caminho possível no sentido de se inverter o problema de espalhamento, determinando-se o potencial de interação diretamente das defasagens ou da secção de choque experimental. O método apresentou uma série de problemas, que ainda não foram resolvidos, mas o objetivo do trabalho não foi o de resolver o problema de espalhamento, mas simplesmente indicar caminhos que possibilitem sua melhor compreensão.

II. APARATO EXPERIMENTAL

II.a. Fonte de Íons

O feixe de C^- foi produzido por uma fonte do tipo troca de carga (To77) localizada no 8º andar do Edifício Pelletron no Instituto de Física da USP.

Este tipo de fonte de íons se presta para a obtenção de vários feixes, tais como: O^- , H^- , He^- , C^- , N^- . Porém, sua utilização está concentrada na produção de feixes de He^- e C^- . Esta fonte produz, inicialmente, um feixe positivo do elemento desejado e posteriormente troca sua carga ao passá-lo por uma região com vapor de potássio.

O feixe positivo é produzido por uma fonte duoplasmatron de fabricação ORTEC. Para a obtenção do feixe de C^+ , introduz-se na câmara da duoplasmatron 600mT de gás H_2 e 100mT de gás CO_2 . Esta mistura de gases é ionizada, formando um plasma que se concentra em uma pastilha de cobre com um orifício de 0.5mm. Na saída da duoplasmatron existe um eletrodo extrator, mantido a -14kV, cuja função é extrair os íons positivos formados no interior da duoplasmatron. O feixe extraído passa então por uma primeira lente eletrostática do tipo Einzel, que o focaliza no interior da câmara de troca de carga (V481), também mantida a -14kV. Esta câmara contém vapor de potássio a 150°C. O feixe positivo, ao passar por esta região, troca sua carga e dobra sua energia, sendo ejetado para fora da câmara. O rendimento do processo de troca de carga para este íon é de aproximadamente 5%.

Posteriormente o feixe passa por uma segunda lente Einzel que o focaliza no interior de um ímã defletor. Este ímã deflete o feixe de 30° e seleciona a massa de interesse.

Feita esta análise, variam-se os parâmetros de focalização da fonte com o objetivo de maximizar o feixe produzido. Um valor típico de intensidade do feixe, obtido na saída da fonte, é 2.5µA.

Um desenho esquemático desta fonte é mostrado na figura (II.a.1). Os parâmetros de produção e focalização do feixe se encontram na tabela (II.a.1).

II.b. O Acelerador Pelletron (He72)

Ao sair da fonte de íons, o feixe passa por um tubo pré-acelerador onde ganha uma energia de 65,0keV e é introduzido no ÍMÃ ME-20. Este eletroímã tem por objetivo fazer uma seleção mais fina do feixe produzido, além de defletar o feixe de 90° , pois o acelerador é vertical e o feixe foi inicialmente produzido na direção horizontal.

Depois de passar por um sistema de focalização com quadrupolos magnéticos, o feixe é injetado no acelerador.

O Acelerador Pelletron é do tipo TANDEM, foi fabricado pela NATIONAL ELECTROSTATICS CORPORATION (NEC) e foi instalado no Laboratório de Física Nuclear da USP em 1975.

Este tipo de acelerador é muito usado pois elimina o problema de se manter a fonte de íons na tensão do terminal, como nos velhos Van-de-Graaff.

O feixe injetado no Pelletron é acelerado na direção do terminal (mantido a $\sim 5MV$). No interior do terminal existem folhas finas de C, da ordem de $15\mu g/cm^2$ de espessura, que se incumbem de arrancar elétrons dos íons do feixe. Desta forma o feixe troca de carga e é reacelerado na direção da saída do Pelletron. A energia de um íon com estado de carga Z na saída do acelerador é dada por:

$$E = eV_{inj} + (Z+1) e V_{term} \quad (II.b.1)$$

onde: V_{inj} é a soma do potencial de extração do feixe no interior da fonte de íons com a tensão aplicada no tubo pré-acelerador.

e é a carga eletrônica

V_{term} é a tensão no terminal.

Figura II.a.1 - Esquema da fonte de íons.

Feixe	$I_{fil} (A)$	$I_{ARCO} (A)$	$I_{IMA_{dp}} (A)$	$V_{ext} (KV)$	$V_{1^{o}foco} (KV)$	$I_{forno} (A)$	$T_{forno} (°C)$	$V_{2^{o}foco} (KV)$	$I_{IMA_{cél}} (A)$	$I_{feixe} (\mu A)$
C^{-}	15,0	1,0	0,3	-14,0	-1,6	1,1	160	-10,0	4,0	3,0

Tabela II.a.1 - Parâmetros da fonte para extração de feixe de C^{-} .

✓
Ao sair do acelerador, o feixe sofre nova focalização por mais dois quadrupolos magnéticos e é novamente defletado, desta vez pelo eletroímã ME-200.

O objetivo principal deste ímã é o de selecionar a energia correta do feixe. Isto é feito através da medida do campo magnético no interior da câmara do ME-200, por uma sonda de ressonância magnética nuclear (NMR). A relação entre a energia do feixe e a frequência da ressonância de NMR é dada por:

$$E = Mc^2 \left[(1 + Z^2 f^2 c^2 k / (Mc^2)^2)^{1/2} - 1 \right] \text{MeV} \quad (\text{Ro78}) \quad (\text{II.b.2})$$

onde: M. é a massa do íon analisado

c é a velocidade da luz

Z é o estado de carga do íon

f é a frequência de ressonância de NMR

k é um parâmetro que envolve a calibração do ímã (Ro76)

Ao medir a energia do feixe, o ME-200 exerce um controle fino na tensão do terminal e em todos os parâmetros de focalização do feixe no acelerador. Para isto, existe um sistema de fendas, colocado na saída do ME-200 e uma agulha de corona, localizada na altura do terminal, que estão acoplados a um triodo como mostra a figura (II.b.1).

Qualquer desvio do feixe com relação às fendas de controle, alterará a tensão na grade do triodo, diminuindo ou aumentando a corrente na agulha de corona e provocando uma variação na tensão do terminal que corrigirá a energia do feixe.

Finalmente o feixe passa por um ímã seletor que desvia o feixe para a canalização onde será realizada a experiência.

Figura II.b.1 - Esquema do sistema de controle de tensão do acelerador Pelletron

II.c. Câmara de Espalhamento

O arranjo experimental foi montado no interior da câmara 30° B localizada na sala de experiência do Edifício Pelletron. Suas dimensões são: raio = 1m, altura = 30cm. No interior da câmara existe um prato giratório onde se pode montar vários detetores espaçados de no mínimo 15°. No centro da câmara, localiza-se uma torre de alvos que permite a fixação de quatro diferentes alvos. Esta torre se movimenta de forma a se poder trocar de alvo sem a necessidade de quebrar o vácuo no sistema.

A 15° em relação à direção do feixe, pode ser instalado mais um detetor fixo, que serve para monitorar a experiência. O feixe é coletado por um copo de Faraday localizado a 2m da entrada da câmara. Este copo está diretamente ligado a um integrador que fornece a carga total incidente no alvo.

II.d. Alvos

Os alvos de ^{28}Si foram feitos evaporando-se SiO_2 enriquecido a 99,8% em ^{28}Si sobre uma folha fina de carbono. A folha de carbono ($\sim 15\mu\text{g}/\text{cm}^2$) serviu como suporte do alvo, uma vez que a fabricação de alvos finos auto-sustentáveis de silício é muito difícil. Além do elemento de interesse, foi evaporado sobre o alvo uma pequena quantidade de Ta ($\sim 5\mu\text{g}/\text{cm}^2$) ou Au ($\sim 5\mu\text{g}/\text{cm}^2$). Nas duas experiências, foram utilizados 2 alvos diferentes.

Na primeira experiência, foi utilizado um alvo de $20\mu\text{g}/\text{cm}^2$ de SiO_2 suportado por uma folha de $15\mu\text{g}/\text{cm}^2$ de C e com $5\mu\text{g}/\text{cm}^2$ de Ta.

Na segunda experiência, foi utilizado um alvo de $25\mu\text{g}/\text{cm}^2$ de SiO_2 suportado por uma folha de $5\mu\text{g}/\text{cm}^2$ de C e com $3\mu\text{g}/\text{cm}^2$ de Au.

Os elementos pesados evaporados sobre os alvos

1 a 5 - detetores e respectivos colimadores, 6 - guia para leitura do ângulo, 7 - luneta.

Figura II.c.1a - Câmara de espalhamento. Vista superior.

1E e 1S - fendas de definição da direção do feixe incidente, 2E e 2S - fendas de "anti-espalhamento" do colimador de entrada do feixe, 3 - suporte dos detetores, 4 - "torra" do alvo, 5 - fenda de definição do colimador do detetor, 6 - fendas de "anti-espalhamento" do colimador do detetor, 7 - prato graduado, 8 - saída dos cabos coaxiais provenientes dos detetores, 9 - sistema que define a posição do alvo, 10 - coletor de feixe, 11 - suportes elétricos do copo de Faraday, 12 - detetores.

Figura II.c.1b - Câmara de espalhamento. Vista lateral.

servem como normalização da carga incidente, uma vez que nas energias de trabalho o espalhamento do feixe sobre estes elementos é puramente Rutherford.

II.e. Montagem da Câmara para a 1a. Experiência

A montagem neste caso foi bem simples.

Foi montado no suporte central do prato giratório, a uma distância de 18cm do alvo, um detetor de barreira de superfície sensível à posição de 500 μ de espessura. As dimensões da janela de definição colocada na frente do detetor foi 40mm $\times$ 1mm.

Com esta montagem o detetor abrangeu um intervalo angular de 12,0°. Movemos a posição central do detetor de 7,5cm 7.5grau de 20 a 95 graus, ângulo de laboratório. Obtivemos, desta forma, distribuições angulares detalhadas de $25^\circ \leq \theta_{cm} \leq 120^\circ$, com $\Delta\theta_{cm} < 1^\circ$.

Nas energias de 19, 21 e 23MeV, a totalidade dos dados obtidos foram utilizados na análise. Porém, na energia de 25 MeV encontramos maiores dificuldades para analisar os espectros correspondentes aos ângulos mais traseiros ($(\theta_{cm} > 95^\circ)$), devido à pouca transparência do detetor utilizado às partículas α produzidas por outras reações. Por exemplo: $^{16}\text{O}(^{12}\text{C}, \alpha)^{24}\text{Mg}$, $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, \alpha)^{20}\text{Ne}$. Para obtermos dados nessa região mais traseira, foi necessária uma nova montagem experimental, como está descrito no item a seguir.

II.f. Montagem da Câmara para a 2a. Experiência

O objetivo desta montagem é o de "limpar" os espectros obtidos pelos detetores, uma vez que o fundo de partículas α provenientes de outras reações, impedem a análise do canal elástico do sistema de interesse.

A melhor maneira de superar este problema, é esco

lher detetores cuja espessura permita a passagem de partículas com Z pequeno ($Z \leq 4$), próximo da energia de interesse, mas que sejam suficientemente grossos para pararem as partículas de ^{12}C espalhadas elasticamente.

Calculamos a espessura ideal para três detetores, que cobriram três diferentes intervalos angulares, de tal forma que os espectros obtidos ficassem sempre limpos do fundo de partículas α , até uma região distante de 3MeV da energia do pico elástico da reação $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$.

Os três detetores utilizados foram montados separados de 15 graus.

O 1º detetor, de 45μ , cobriu a faixa angular de 75 a 90 graus no laboratório.

O 2º detetor, de 40μ , cobriu a faixa angular de 90 a 105 graus.

O 3º detetor, de 10μ , varreu a faixa de 105 a 120 graus no laboratório.

Devido à pequena espessura do 3º detetor (10μ), utilizamos um artifício eletrônico na tomada de dados.

Na realidade, o 3º detetor era formado de um telescópio E- Δ E colocado em anti-coincidência, de forma a limpar o espectro Δ E das partículas de ^{12}C espalhadas elasticamente pelo ^{197}Au . Devido à pequena espessura do 3º detetor, necessária para a tomada de dados em ângulos traseiros, as partículas de ^{12}C mais energéticas, espalhadas pelo ^{197}Au , passavam pelo 1º detetor perdendo apenas parte de sua energia e sujando o espectro deste. Para resolver este problema, foi colocado um outro detetor E de 100μ atrás do detetor número 3, de forma que as partículas que passavam pelo detetor Δ E eram detetadas por este detetor mais grosso e eliminadas do espectro Δ E. Este segundo detetor, serviu também para calcularmos o número de partículas espalhadas pelo ^{197}Au do alvo.

A eletrônica, bastante simples, desta montagem é mostrada no item II.h.

II.g. Eletrônica da 1a. Montagem

Nesta montagem, foi utilizado um detetor sensível à posição de 500μ , de fabricação ORTEC, na tomada de dados experimentais. Este detetor gera dois pulsos. O primeiro pulso é proporcional à energia da partícula incidente (E) e o segundo pulso é proporcional à posição e à energia da partícula (xE).

O sistema de aquisição de dados experimentais (SADE), do laboratório Pelletron, oferece dois modos possíveis de aquisição. O primeiro é chamado de modo multicanal. Este sistema, simula na memória do Honeywell (interface entre os ADC's e o computador IBM/360) vários multicanais que devem ocupar uma memória de até 4 k bytes. O segundo, é chamado de modo fila. Este sistema armazena todas as informações geradas pelos detetores em grupos de 2 (biparamétrico) ou 3 (triparamétrico) até o preenchimento da memória do Honeywell, quando as informações são transferidas ao IBM/360 e posteriormente a uma fita magnética. Neste tipo de aquisição, todos os eventos são armazenados e posteriormente analisados.

Devido às dificuldades de análise dos espectros obtidos em modo fila, optamos pela aquisição em modo multicanal. Para isto, utilizamos uma eletrônica diferente da usual para este tipo de experimento. O esquema da eletrônica está apresentado na figura II.g.1.

A divisão dos pulsos xE por E foi feita analógicamente, e os sinais x e E foram armazenados nos ADC1 e ADC2. Um artifício na matriz de fiação subdividiu a memória do Honeywell em uma matriz 16 espectros $\times$ 256 canais. Desta maneira, medimos simultaneamente a secção de choque de espalhamento elástico em 16 ângulos diferentes.

Figura II.g.1 - Esquema da eletrônica para a

primeira montagem.

II.h. Eletrônica da 2a. Montagem

A eletrônica para o 1º e 2º detetor foi bastante simples. Os sinais gerados pelos detetores de barreira de superfície foram amplificados por um pré e por um amplificador e injetados nos conversores analógico-digitais 1 e 2.

A eletrônica para o 3º telescópio foi um pouco mais complexa. O sinal gerado pelo detetor $\Delta E-3$ foi amplificado e injetado no ADC-3. Já o sinal gerado pelo detetor $E-3$ após a amplificação, serviu de entrada para um Timing-Single-Channel-Analyser que por sua vez foi acoplado a um Gate and

Delay Generator, que gerou um sinal de 3V e 5 μ s para a entrada de coincidência do ADC-3. A chave Coinc-Anti-Coinc foi mantida em anti-coincidência, de maneira que só foram aceitos sinais do detetor Δ E-3 quando não haviam simultaneamente sinais no detetor E-3. Além disto, uma saída direta após a amplificação do detetor E-3 foi acoplada no ADC-4.

II.i. Armazenamento de Dados

Os dados foram armazenados em modo multicanal na memória do Honeywell e posteriormente transferidos para um disco do IBM/360, tanto na primeira quanto na segunda experiência. Os dados foram finalmente arquivados na fita WM003.

Espectros típicos obtidos em ambas as experiências estão mostrados nas figuras (II.i.1) e (II.i.2). A título de comparação, mostramos o espectro obtido na 1a. experiência em um ângulo traseiro, utilizando o detetor sensível à posição de 500 μ e um espectro obtido na 2a. experiência no mesmo ângulo de laboratório; figuras (II.i.2) e (II.i.3). Podemos observar claramente que no 1º caso, a identificação do pico elástico do canal $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$ é muito difícil, devido à grande quantidade de picos resultantes de outras reações diretas envolvendo os elementos do alvo, enquanto que no 2º caso, o espectro é bastante limpo.

A análise dos dados obtidos na 1a. experiência foi feita utilizando-se um programa especialmente desenvolvido pelo grupo para este propósito.

Na primeira experiência, foi obtido um total de 800 espectros (em média 200 espectros por energia), o que é um número significativamente alto para se incorrer a uma análise manual.

Na segunda experiência, foi necessária apenas a obtenção de 80 espectros. Estes espectros foram analisados manualmente, pois o programa não estava apto a analisar o tipo de espectro obtido neste caso e uma modificação do programa tomaria mais tempo do que uma simples análise manual.

Figura II.i.1 - Espectro típico da primeira experiência.

Figura II.i.2 - Espectro típico em ângulo tra -
seiro($\theta_{lab}=98^\circ$) medido na segunda experiência.

Figura II.i.3 - Espectro típico em ângulo tra -
seiro ($\theta_{\text{lab}} = 92,8^\circ$) medido na primeira experiência.

Figura II.i.6 - Distribuição angular a 23 MeV.

Figura II.i.7 - Distribuição angular a 25 MeV.

Figura II.i.4 - Distribuição angular a 19 MeV.

Figura II.i.5 - Distribuição angular a 21 MeV.

As distribuições angulares obtidas a 19, 21, 23 e 25 MeV estão mostradas nas figuras (II.i.4), (II.i.5), (II.i.6) e (II.i.7).

II.j. Cálculo da Secção de Choque Experimental

A informação obtida na análise de um espectro de espalhamento nos fornece o número de contagens de uma determinada partícula com uma certa energia em um ângulo de laboratório fixo.

Este número de contagens pode ser escrito como:

$$N = \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \xi \cdot \Delta\omega \cdot \frac{1}{J} \cdot N_i \quad (\text{II.j.1})$$

onde: N é o número de contagens

$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ é a secção de choque no centro de massa

ξ é a espessura do alvo

$\Delta\omega$ é o ângulo sólido do detetor

J é o fator de conversão do sistema laboratório para o sistema de centro de massa

N_i é o número de partículas incidentes.

Como já dissemos anteriormente, utilizamos em nosso alvo uma pequena quantidade de ^{181}Ta ou de ^{197}Au com a finalidade de normalizar os resultados obtidos. Veremos a seguir o significado da palavra "normalizar" utilizada.

Utilizando a relação (II.j.1) podemos escrever o número de contagens esperadas para os picos de ^{28}Si e ^{181}Ta ou ^{197}Au .

OBS.: VAMOS FAZER OS CÁLCULOS APENAS PARA O CONTAMINANTE Au.

$$N_{\text{Si}} = \frac{d\sigma_{\text{Si}}}{d\Omega} \cdot \xi_{\text{Si}} \cdot \Delta\omega \cdot \frac{1}{J_{\text{Si}}} \cdot N_i \quad (\text{II.j.2})$$

$$N_{Au} = \frac{d\sigma_{Au}}{d\Omega} \cdot \xi_{Au} \cdot \Delta\omega \cdot \frac{1}{J_{Au}} \cdot N_i \quad (II.j.3)$$

Dividindo as relações (II.j.2) e (II.j.3):

$$\frac{N_{Si}}{N_{Au}} = \frac{\frac{d\sigma_{Si}}{d\Omega}}{\frac{d\sigma_{Au}}{d\Omega}} \cdot \frac{\xi_{Si}}{\xi_{Au}} \cdot \frac{J_{Au}}{J_{Si}} \quad (II.j.4)$$

Onde já cancelamos os termos N_i e $\Delta\omega$ que são os mesmos nas duas relações.

Podemos, agora, extrair a secção de choque do Si:

$$\frac{d\sigma_{Si}}{d\Omega} = \frac{N_{Si}}{N_{Au}} \cdot \frac{d\sigma_{Au}}{d\Omega} \cdot \frac{\xi_{Au}}{\xi_{Si}} \cdot \frac{J_{Si}}{J_{Au}} \quad (II.j.5)$$

Observamos que a relação independe do ângulo sólido do detector e do número de partículas incidentes, portanto, através do conhecimento de N_{Au} já normalizamos nossa secção de choque com respeito a estas duas quantidades.

O fato de utilizarmos um elemento pesado no alvo facilita sobremaneira nossos cálculos, pois na energia estudada o espalhamento elástico $^{12}\text{C} + ^{181}\text{Ta}$ ou $^{12}\text{C} + ^{197}\text{Au}$ é puramente Rutherford, o que significa dizer que

$\frac{d\sigma_{Au}}{d\Omega}$ é conhecido.

II.k. Programa de Análise de Espectros

A função deste programa consiste em localizar os picos correspondentes às partículas de ^{12}C espalhadas elasticamente pelo ^{28}Si , ^{181}Ta , ^{16}O , ^{12}C e outras impurezas, obter o número de contagens destes picos e calcular as secções de choque destes sistemas.

Este programa foi construído para facilitar a análise

lise dos espectros obtidos na 1ª. experiência, uma vez que o grande número de dados obtidos impossibilitava uma simples análise manual.

O programa descrito abaixo foi inicialmente elaborado por C.V. Acquadro e W. Mittag (Ac&2) para a análise do sistema $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ elástico. A partir deste programa, fizemos as modificações necessárias para adaptá-lo de forma a servir aos nossos interesses.

Esquema do programa:

1. Selecionar a série de medidas a ser analisada. Os espectros de uma determinada série de medidas são transferidos do disco em que estão armazenados para a memória do computador. O ângulo de laboratório do centro do detector sensível à posição é lido num cartão de dados.
2. Selecionar o espectro a ser analisado. Cada série de medidas está subdividida em 16 espectros, cada um em um ângulo de laboratório diferente. O programa seleciona o espectro a ser analisado e calcula o ângulo de laboratório correspondente através da seguinte relação:

$$\theta_{\text{Lab}} = (\theta_{\text{c.d.}} - \theta_{1/2}) + n\Delta\theta + \theta_{\text{corr}}(n) \quad (\text{II.k.1})$$

onde: θ_{Lab} é o ângulo no laboratório de cada espectro estudado

$\theta_{\text{c.d.}}$ é o ângulo no laboratório do centro do detector

$\theta_{1/2}$ é o ângulo correspondente à metade da região angular abrangida pelo detector.

n é o número do espectro em estudo contado sempre a partir do lado do detector mais próximo de zero grau.

$\Delta\theta$ é o espaçamento em ângulo entre cada espectro.

$\theta_{\text{corr}}(n)$ é a correção angular correspondente à posição de cada espectro n .

No nosso caso, o detetor foi colocado a uma distância de 18 cm do alvo, portanto:

$$\theta_{1/2} = 6^\circ$$

$$\Delta\theta = 0.75^\circ$$

A não linearidade em posição do detetor utilizado forçou-nos a somar uma correção angular $\theta_{\text{corr}}(n)$ ao cálculo do ângulo θ_{Lab} . Uma explicação mais detalhada dos efeitos desta correção e do cálculo da mesma será dada adiante.

3. Procura o pico de ^{181}Ta . Dentro do espectro selecionado, o programa procura o primeiro pico mais pronunciado (acima de 200 contagens) à direita do espectro. A procura inicia-se na região de energias mais altas dirigindo-se para a região de energia mais baixa. O primeiro pico encontrado é, então, definido como o pico resultante do espalhamento elástico do ^{12}C sobre o ^{181}Ta .
4. Constroi a reta de calibração. Utilizando o canal encontrado como pico de ^{181}Ta e um ponto definido internamente no programa como origem, é construída uma reta energia $\times$ canal do espectro em estudo. O ponto de origem foi encontrado através da construção manual de retas de calibração de vários espectros, utilizando pontos conhecidos como: $^{12}\text{C} + ^{181}\text{Ta}$, $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$, $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ e $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$.
5. Faz cálculos de cinemática. O programa utiliza uma subrotina para fazer cálculos de cinemática afim de calcular as energias e os $\theta_{\text{c.m.}}$ do ^{12}C espalhado por vários elementos. Elementos calculados: ^{181}Ta , ^{28}Si , ^{24}Mg , ^{16}O e ^{12}C .
6. Estima a posição dos picos de interesse. Utilizando a energia calculada pela cinemática e a reta de calibração construída no item 4, o programa estima os canais em que se encontra cada pico que se deseja estudar.

7. Encontra o pico de ^{28}Si . Ao redor da posição estimada para o pico de ^{28}Si , o programa procura o máximo de contagens correspondentes à posição verdadeira deste e calcula a distância em canais entre o canal verdadeiro e o estimado anteriormente.
8. Corrige a posição das impurezas. Utilizando o valor da distância encontrado no item anterior, corrige-se a posição das demais impurezas.
9. Estima o fundo. A estimativa do fundo leva em consideração o fato deste ser pequeno nos espectros estudados. O programa faz uma estimativa linear para o fundo, construindo uma reta através de dois pontos considerados como importantes. A altura do primeiro ponto é encontrada tomando-se a média de contagens em dez canais localizados no início do espectro estudado e o segundo ponto, é o mínimo entre os picos de ^{28}Si e ^{181}Ta . Utilizando estes dois pontos, o programa traça uma reta no espectro e define como fundo tudo o que estiver sob a reta encontrada.
10. Calcula as áreas dos picos de ^{28}Si e ^{181}Ta . O programa soma o número de contagens dos canais ao redor do canal encontrado como pico de ^{28}Si e ^{181}Ta . O número de canais considerados na soma é pré-fixado no programa. Este número variou entre cinco e sete canais conforme a região angular em que o detetor se encontrava. No cálculo das áreas, o programa subtrai o fundo, utilizando a reta encontrada no item anterior e subtrai, também o número de contagens correspondente às impurezas que porventura estiverem sob o pico de interesse. A estimativa do número de contagens destas impurezas é feita através do conhecimento prévio da espessura destas impurezas no alvo e as formas destes picos são tomadas como sendo iguais à do pico de ^{181}Ta . O programa estima um número de contagens correspondentes a um espalhamento puramente Rutherford, portanto, esta estimativa só é válida para ângulos dianteiros. Para ângulos

los intermediários e traseiros a estimativa de conta - gens fica superestimada, porém isto não representa problemas uma vez que nesta região angular não há mais sobreposição de picos.

11. Calcula a secção de choque. O programa calcula a secção de choque $d\sigma/d\Omega$ do espalhamento elástico do ^{12}C sobre o ^{28}Si , utilizando as áreas calculadas no item anterior e a relação (II.j.5).
12. Calcula σ/σ_R . O programa calcular $d\sigma/d\Omega$ Ruth do espalhamento estudado e calcula

$$\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} / \frac{d\sigma_{Ruth}}{d\Omega} .$$

13. Traça a distribuição angular. O programa faz um gráfico da secção de choque $\times \theta_{c.m.}$
14. Seleciona o próximo espectro. O programa passa a analisar o próximo dos 16 espectros armazenados voltando para o item 2. Findos os 16 espectros o programa seleciona uma nova série de medidas até o término das mesmas, quando pára.

OBSERVAÇÃO: Devido à não linearidade em posição do detector utilizado, se mostrou necessária a introdução de uma correção $\theta_{corr}(\eta)$ na relação (II.k.1). Esta correção foi calculada através da análise do sistema $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$. A idéia foi utilizar o fato de que o espalhamento elástico de $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ é simétrico em relação a 90° no centro de massa e corrigir a posição angular de cada segmento do detector de maneira a colocar o mínimo da distribuição angular do sistema $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ em $\theta_{c.m.} = 90^\circ$. Para isto foram utilizados os dados obtidos por C.V. Acquadro (Ac82), que utilizou o mesmo detector no estudo do sistema $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$. A correção calculada está mostrada na figura (II.k.1).

Figura II.k.1 - Correção em ângulo do detector sen-
sível à posição. Cada intervalo corresponde a uma dada posi-
ção x no PSD.

III. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

III.a. O Modelo Óptico

Potenciais complexos ou de modelo óptico, têm sido largamente utilizados na análise de espalhamento entre íons pesados. Estes potenciais apresentam uma parte imaginária que provoca uma atenuação do fluxo incidente no canal de entrada, da mesma forma que a absorção da luz é representada pela parte imaginária no índice de refração. No caso nuclear, a introdução da parte imaginária tem como função simular a perda de fluxo do canal elástico para outros canais de reação como fusão, transferência, inelástico, etc.

A forma de Woods-Saxon (Wo54) tem se mostrado a mais útil e a mais eficaz na explicação dos fenômenos encontrados no espalhamento elástico; apesar das ambigüidades existentes quando da utilização destes potenciais (Fr81), faremos agora, uma rápida resolução do problema de espalhamento utilizando este modelo, porém, sem entrar em maiores detalhes de cálculo.

O potencial total de interação entre a partícula incidente e a partícula alvo é escrita da seguinte forma:

$$U(r) = V_C(r) + U_N(r) \quad (\text{III.a.1})$$

onde:

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2R_C} \left(3 - \frac{r^2}{R_C^2}\right) & r \leq R_C \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} & r > R_C \end{cases} \quad (\text{III.a.2})$$

é a parte coulombiana em que $R_C = r_{0C} A_2^{1/3}$ e onde

$$U_N(r) = V(r) + iW(r) \quad (\text{III.a.3})$$

sendo: Z_1 e Z_2 n° atômico das partículas incidente e alvo
 e carga elementar
 R_C raio do potencial coulombiano
 A_2 massa atômica da partícula alvo
 $V(r)$ parte real do potencial nuclear
 $W(r)$ parte imaginária do potencial nuclear

A forma analítica do potencial nuclear de Woods-Saxon é dada por:

$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_R}{a_R}\right)} \quad \text{e} \quad W(r) = \frac{-W_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_i}{a_i}\right)} \quad (\text{III.a.4})$$

$$\text{sendo } R_R = r_R(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \text{ e } R_i = r_i(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \quad (\text{III.a.5})$$

onde: V_0 e W_0 profundidades real e imaginária

R_R e R_i raios dos potenciais real e imaginário

a_R e a_i respectivas difusidades

A_1 e A_2 massa atômica da partícula incidente e alvo.

Uma vez obtido o potencial, parte-se para a resolução da equação de Schrödinger independente do tempo, pois buscamos soluções estacionárias. Equação de Schrödinger:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r)\right)\psi(r) = E\psi(r) \quad (\text{III.a.6})$$

onde E é a energia da partícula com valor:

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{mv^2}{2} \quad (\text{III.a.7})$$

1. Solução da parte nuclear da equação:

Assumimos que o potencial $U_N(r)$ tende a zero mais rapidamente que $1/r$ para $r \rightarrow \infty$. Desta forma, escrevemos uma solução particular assintótica da equação (III.a.6):

$$\psi_R^{(+)}(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} A(\exp(ik \cdot r) + f(\theta, \phi) \frac{\exp(ikr)}{r}) \quad (\text{III.a.8})$$

A interpretação de $\psi_R^+(r)$ é bastante simples. Ela é, para grandes distâncias, a superposição de uma onda plana de número de onda lk , com a onda emergente esférica com amplitude dependente de θ e ϕ . Esta solução existe e é única.

Expandindo $\psi_R^+(r)$ em ondas parciais, podemos escrever:

$$\psi_R^+(r) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} C_{\ell m}(k) R_{\ell}(k, r) Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (\text{III.a.9})$$

Reescrevemos a equação de Schrödinger radial:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \frac{d}{dr}) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] R_{\ell}(k, r) + U_N(r) R_{\ell}(k, r) = E R_{\ell}(k, r) \quad (\text{III.a.10})$$

efetuamos, também, a mudança de variável usual e introduzimos o potencial reduzido $V(r)$:

$$u_{\ell}(k, r) = r R_{\ell}(k, r) \quad (\text{III.a.11})$$

$$V(r) = \frac{2m}{\hbar^2} U(r) \quad (\text{III.a.12})$$

Equação radial:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - V(r) \right] u_{\ell}(k, r) = 0 \quad (\text{III.a.13})$$

Para o caso em que $V(r) = 0$, a equação se transforma em uma equação diferencial de Bessel esférica cujas soluções são as funções esféricas de Bessel $j_{\ell}(kr)$.

$$u_{\ell}(k, r) = a_{\ell}(k) j_{\ell}(kr) \quad (\text{III.a.14})$$

que tendem assintoticamente à forma:

$$u_l(k, r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{a_l(k)}{kr} \sin(kr - \frac{1}{2}l\pi) \quad (\text{III.a.15})$$

Para o caso em que $V(r) \neq 0$, resolvemos a equação apenas para a região onde o potencial pode ser desprezado, i. é: para $r \gg a$ onde a = alcance do potencial. Neste caso, a solução é igual à anterior, apenas diferenciada por uma fase $\delta_l(k)$, que aparece devido à existência de um potencial na região próxima à origem do sistema de coordenadas.

Solução da equação:

$$u_l(k, r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} a_l(k) \sin\left[kr - \frac{1}{2}l\pi + \delta_l(k)\right] \quad (\text{III.a.16})$$

Denominamos a quantidade $\delta_l(k)$ como defasagem nuclear.

Definimos a quantidade $S_l(k)$ como:

$$S_l(k) = \exp(2i\delta_l) \quad (\text{III.a.17})$$

2. Solução da parte coulombiana:

A solução da equação de Schrödinger assume a forma assintótica:

$$\psi_R(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \psi_{k_i}(r) + f_c(\theta) \psi_{k_e}(r) \quad (\text{III.a.18})$$

onde:

$$\psi_{k_i}(r) = \left(1 - \frac{n^2}{ik(r-z)}\right) \exp\left[ikz + in \ln k(r-z)\right] \hat{r} \quad (\text{III.a.19})$$

e

$$\psi_{k_e}(r) = \frac{1}{r} \exp\left[ikr - in \ln 2kr\right] \hat{r} \quad (\text{III.a.20})$$

e onde $n = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar k}$ é o parâmetro de Sommerfeld.

A amplitude de espalhamento coulombiana $f_c(\theta)$ é escrita como:

$$f_c(\theta) = \frac{-n}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} \exp i \left[n \ln(\sin^2 \frac{\theta}{2}) + 2\sigma_0 \right] \quad (\text{III.a.21})$$

3. Secção de choque de espalhamento elástico:

A quantidade $S_\ell(k)$ (III.a.17) dá-se o nome de matriz "S" de espalhamento. Esta quantidade é de suma importância para o cálculo da amplitude de espalhamento, uma vez que esta é calculada a partir de seus elementos.

Amplitude total de espalhamento elástico:

$$f(\theta) = f_c(\theta) + \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell+1) (S_{\ell}(k) - 1) e^{2i\sigma_{\ell}(k)} P_{\ell}(\cos\theta) \quad (\text{III.a.22})$$

OBS.: AQUI JÁ CONSIDERAMOS O FATO DA AMPLITUDE DE ESPALHAMENTO NÃO DEPENDER DA COORDENADA ϕ

$f_c(\theta)$ amplitude coulombiana de espalhamento

$\sigma_{\ell}(k)$ fases coulombianas.

A secção de choque diferencial de espalhamento elástico é finalmente escrita por:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \quad (\text{III.a.23})$$

A forma da matriz "S" é que vai definir, portanto, a forma final da secção de choque elástica.

Para a maioria dos sistemas já estudados entre íons pesados, o módulo da matriz "S" sempre apresenta características que chamaremos de "absorção forte", i.e., valores pequenos ou mesmo próximos de zero para ondas parciais baixas, seguido de rápido crescimento ao redor do valor de ℓ rasante

(l_g) até assumir o valor unitário. Fig. (III.a.1). l_g é definido como sendo:

Figura III.a.1

$$|S_{l_g}| = 0.5$$

Matrizes "S" com essas características conseguem reproduzir os efeitos de difração de Fresnel (F75), caracterizando oscilações em ângulos dianteiros, e rápida queda da seção de choque de espalhamento elástico para ângulos traseiros observada no espalhamento entre íons pesados.

Potenciais do tipo Woods-Saxon com 6 parâmetros conseguem reproduzir esta forma da matriz "S" e conseqüentemente a seção de choque experimental elástica, porém, o que se observa, é que estes potenciais apresentam alguma ambigüidade (Ig59) como por exemplo:

$$V e^{R_r/a_R} = \text{Cte.} \quad \text{e} \quad W e^{R_i/a_i} = \text{Cte.}$$

se as difusidades a_R e a_i são mantidas fixas.

Estas ambigüidades, que aparecem quando se utiliza estes potenciais, são provocadas pelo fato dos sistemas fortemente absorventes serem apenas sensíveis à região superficial (Sa78) do potencial nuclear, não importando as características no interior da região de interação. Mas, mesmo assim, estes potenciais são largamente utilizados por serem o único caminho mais ou menos simples de se reproduzir teoricamente os fenômenos ligados ao espalhamento elástico.

Mais recentemente, utilizando-se o modelo óptico no estudo de íons pesados leves (p.ex.: $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$, $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$), observou-se que as oscilações que apareciam nas distribuições angulares em ângulos intermediários e traseiros, só eram razoavelmente reproduzidos por potenciais pouco absorventes, ou seja, por potenciais transparentes na superfície. Estes potenciais são caracterizados por terem a parte imaginária, recuada em relação à parte real. Isto é: o valor do raio imaginário r_i é inferior ao valor do raio real r_R (Os81) ou a difusidade a_i é significativamente inferior ao valor de a_R ou mesmo o valor da profundidade da parte real V_0 é muito grande (da ordem de 500 MeV) (Ko80). Todos estes fatores têm como objetivo tornar o potencial nuclear transparente na superfície, ou seja, traduzindo em uma linguagem matemática, fazer o valor W/V na superfície muito pequeno. ($W/V \ll 1$, para $r \sim R$, onde R é a dimensão do sistema). Consequentemente, a utilização destes potenciais demonstra que estes sistemas mais leves podem também ser sensíveis à região mais interna do potencial.

Porém, o que se observa é que com potenciais do tipo Woods-Saxon com 6 parâmetros, não se consegue reproduzir o período correto das oscilações na distribuição angular (Ko80). Veremos adiante, que se conseguimos reproduzir o período correto das oscilações em ângulos traseiros, não obtemos ajuste em ângulos dianteiros e vice-versa.

Algumas tentativas têm sido feitas utilizando-se potenciais dependentes da energia, de l e da paridade, principalmente para o sistema $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$, com resultados considera-

dos satisfatórios tanto na descrição das distribuições angulares, quanto da função de excitação.

III.b. Método de Análise por Defasagens

Nos últimos anos, tentativas utilizando modelo óptico, alguns modelos semi-clássicos e parametrização da matriz "S" através de polos de Regge, têm sido feitas com o objetivo de reproduzir as anomalias das distribuições angulares elásticas em ângulos intermediários e traseiros de sistemas de íons pesados-leves ($12 \leq A \leq 40$).

Estes métodos não têm obtido sucesso no que diz respeito à reprodução dos dados experimentais. Assim, por exemplo, alguns trabalhos utilizando polos de Regge na matriz "S" mostraram que o método apesar de conseguir reproduzir a contento os dados experimentais das distribuições angulares em ângulos traseiros, não consegue obter um bom ajuste em ângulos intermediários (Ge78, Mu77), além de não descreverem a contento as funções de excitação. Por outro lado, alguns modelos ainda estão sendo desenvolvidos com o objetivo de calcular a contribuição da reação direta de ida e volta de uma partícula α no espalhamento elástico. Cálculos completos para a reação $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ a 40 MeV, já foram feitos pelo nosso grupo no laboratório Pelletron (Li81, Li82), obtendo resultados excelentes para ângulos intermediários. Os ângulos traseiros também foram estudados admitindo a possibilidade da transferência de (Hu82) um grupo de partículas, como por exemplo a transferência de um ^{12}C do alvo para o projétil. Finalmente, as análises utilizando-se modelo óptico já foram discutidas no item anterior.

A observação de estruturas finas nas funções de excitação dos sistemas então estudados (principalmente no sistema $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$ em 180°), indicaram a possibilidade de que flutuações estatísticas poderiam desempenhar um papel importante no canal de espalhamento elástico (Me81).

A partir desta idéia, desenvolveu-se um método de análise que trata o espalhamento elástico através da "construção" pura e simples de cada elemento da matriz "S", introduzindo uma componente estatística em sua descrição.

Existem variações na literatura, quanto à maneira de se parametrizar a matriz "S" e sua componente "flutuante". Descreveremos a seguir o método utilizado em nossas análises.

A amplitude de espalhamento elástica é escrita na forma usual (III.a.22):

$$f(\theta) = f_c(\theta) + \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell+1) (S_{\ell}(k) - 1) e^{2i\sigma_{\ell}(k)} P_{\ell}(\cos\theta) \quad (\text{III.b.1})$$

A idéia do método consiste em se adotar a matriz $S_{\ell}(k)$ de espalhamento como contendo um termo não perturbado $\bar{S}_{\ell}(k)$ que seria obtido através de uma análise fenomenológica usual utilizando-se o modelo óptico e outro termo $\delta S_{\ell}(k)$ que seria a parte perturbada da matriz, responsável pelas oscilações encontradas na distribuição angular.

Assim, escrevemos a matriz $S_{\ell}(k)$:

$$S_{\ell}(k) = \bar{S}_{\ell}(k) + \delta S_{\ell}(k) \quad (\text{III.b.2})$$

Os valores de $\delta S_{\ell}(k)$ são calculados independentemente através de um método de ajuste que procura o mínimo do χ^2 escrito em termos das secções de choque de espalhamento elástico experimental e teórica.

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_{\text{exp}}^i - \sigma_{\text{teor}}^i}{\Delta \sigma_{\text{exp}}^i} \right)^2 \quad (\text{III.b.3})$$

onde: N = n° de graus de liberdade

n = n° de pontos experimentais

σ_{exp}^i = secção de choque experimental

σ_{teor}^i = secção de choque teórica

$\Delta\sigma_{\text{exp}}^i$ = erro da secção de choque experimental.

Os ajustes obtidos utilizando-se este método são considerados excelentes. Todas as estruturas que aparecem nas distribuições angulares são fielmente reproduzidas.

Utilizando dados experimentais minuciosos tais como de $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$ (Ba77) e $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ (Me81), não se têm observado grandes ambigüidades no método. Isto é: aparentemente não existe mais do que uma única matriz "S" que reproduz exatamente a secção de choque de espalhamento elástico.

Quanto a este problema de ambigüidade, não é difícil demonstrar que se obtivermos uma distribuição angular experimental completa com $4\ell_{\text{max}} + 3$ pontos experimentais, a matriz "S" é determinada de maneira única (Ch81). ℓ_{max} é a máxima onda parcial que se utiliza no cálculo da secção de choque teórica. (ℓ_{max} é determinado semi-classicamente).

Logicamente, o teorema citado acima é válido para dados experimentais "exatos", isto é: dados sem incertezas, mas este problema, é contornável, uma vez que se pode calcular o erro envolvido em cada elemento da matriz "S" calculado por este método.

Resultados obtidos recentemente, mostram que são necessárias pequenas variações em $S_{\ell}(k)$ para se obter as oscilações das distribuições angulares (Me81, Me81b). Aparentemente o termo $\delta S_{\ell}(k)$ assume valores considerados grandes para energias baixas, i.é., próximas à barreira coulombiana.

A informação mais importante obtida utilizando-se esta análise é proveniente do fato de que vários termos $\delta S_{\ell}(k)$ assumem valores diferentes de zero. Isto significa que para os sistemas já estudados utilizando-se este método ($^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$, $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$, $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$), as oscilações nas distribuições angulares não são provocadas por uma "ressonância" isolada com um ℓ bem definido, mas sim por anormalidades existentes em várias componentes da expansão em ondas parciais.

III.c. Proposta de Inversão do Problema de Espalhamento

A sugestão que apresentamos a seguir, têm por objetivo juntar as vantagens dos dois métodos de análise apresentados nos itens anteriores. A vantagem de se utilizar o modelo óptico em análise de espalhamento elástico, está no fato que a partir do potencial obtido é possível se calcular a função de onda do sistema em estudo. Por outro lado, ao se utilizar uma análise de defasagens, conseguimos obter um ajuste quase exato dos dados experimentais, o que nos dá uma boa confiança da matriz S_ℓ calculada.

A idéia seria relacionar pequenas variações da matriz S_ℓ com modificações no potencial óptico, utilizando uma relação sugerida inicialmente por R.S. Mackintosh (Ma79). Desta forma, obteríamos diretamente o potencial de interação nuclear através de uma análise de defasagens e conseguiríamos calcular a função de onda do sistema estudado.

Consideramos importante deixar bem claro, que com esta sugestão, não pretendemos resolver definitivamente o problema de espalhamento, mas sugerir um método que procura encontrar um potencial que reproduza satisfatoriamente os dados experimentais de espalhamento elástico.

O método:

1. A partir dos dados experimentais, obtemos a secção de choque diferencial elástica, que representamos como:

$$\frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega} \quad (\text{III.c.1})$$

2. Obtemos um ajuste aproximado dos dados experimentais através de um cálculo de Modelo Óptico, utilizando potenciais do tipo Woods-Saxon. Calculamos, a partir destes potenciais, uma matriz de espalhamento S_ℓ e as funções de onda $u_\ell(r)$.

$$\frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega} \rightarrow V_{\text{M.O.}} \rightarrow u_\ell(r) \rightarrow S_\ell \quad (\text{III.c.2})$$

3. Calculamos a secção de choque teórica a partir da matriz S_ℓ , como já foi demonstrado anteriormente:

$$\frac{d\sigma_{\text{teor}}}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} \left[f_c(\theta) + \sum_{\ell} e^{2i\sigma_\ell} (2\ell+1) (1-S_\ell) P_\ell(\cos\theta) \right]^2 \quad (\text{III.c.3})$$

4. Fazemos uma estimativa da qualidade deste ajuste através de um cálculo de χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^n \left[\frac{\frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega}(\theta_i) - \frac{d\sigma_{\text{teor}}}{d\Omega}(\theta_i)}{\Delta \frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega}(\theta_i)} \right]^2 \quad (\text{III.c.4})$$

onde n é o número de dados experimentais e $\Delta \frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega}(\theta_i)$ é o erro associado a $\frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega}(\theta_i)$.

5. Escrevemos o potencial óptico como a soma de dois termos:

$$V(r) = \overset{\circ}{V}(r) + \delta V(r) \quad (\text{III.c.5})$$

O primeiro termo $\overset{\circ}{V}(r)$ é o descrito por um típico potencial de Woods-Saxon, citado no item 2 acima. O segundo termo $\delta V(r)$, seria uma pequena variação do potencial óptico, que por sua vez, seria o responsável pelas oscilações na distribuição angular. Este termo, $\delta V(r)$, daria origem a uma variação δS_ℓ na matriz inicial $\overset{\circ}{S}_\ell$, de forma que a nova matriz S_ℓ seria escrita como:

$$S_\ell = \overset{\circ}{S}_\ell + \delta S_\ell \quad (\text{III.c.6})$$

A relação entre δS_ℓ e $\delta V(r)$ é conhecida como relação radial de Gell-Mann-Goldberger:

$$\delta S_\ell = -i \frac{4\mu}{\hbar^2 k} \int_0^\infty dr g_\ell(r) \delta V(r) u_\ell(r) \quad (\text{III.c.7})$$

A aproximação proposta, que no fundo é uma aproximação DWBA, considera a variação $\delta V(r)$ suficientemente pequena para não provocar uma grande diferença entre $\overset{o}{u}_\ell(r)$ e $u_\ell(r)$; de tal maneira que, em primeira ordem, poder-se-ia confundir estas duas quantidades.

$$\overset{o}{u}_\ell(r) \sim u_\ell(r) \quad (\text{III.c.8})$$

Desta forma, reescrevemos a relação (III.c.7) como:

$$\delta S_\ell = -i \frac{4\mu}{\hbar^2 k} \int_0^\infty u_\ell^2(r) \delta V(r) dr \quad (\text{III.c.9})$$

O objetivo, agora, é o de calcular a perturbação $\delta V(r)$ do potencial óptico inicial que está relacionada com variações δS_ℓ da matriz S_ℓ .

Expandimos a quantidade $\delta V(r)$ em uma série de funções $x_\nu(r)$:

$$\delta V(r) = \sum_\nu a_\nu x_\nu(r) \quad (\text{III.c.10})$$

Reescrevemos (III.c.9):

$$\delta S_\ell = -i \frac{4\mu}{\hbar^2 k} \sum_\nu a_\nu \int_0^\infty u_\ell^2(r) x_\nu(r) dr \quad (\text{III.c.11})$$

Nosso problema se concentra, agora, em determinar os coeficientes a_ν da expansão de $\delta V(r)$.

Para isso, utilizamos um método numérico de mínimos quadrados, que procura o mínimo do χ^2 de ajuste entre as secções de choque experimental e a teórica calculada pela relação (III.c.3). Este método numérico procura de forma sistemática o gradiente da função $\chi^2(a_\nu)$ e varia os parâmetros a_ν no sentido de conduzir-nos a seu mínimo. O método numérico, bem como uma descrição detalhada do programa GISELLE desenvolvido para este fim, estão apresentados no capítulo IV.

Determinados os coeficientes a_ν da expansão

(III.c.10); recalculamos um novo potencial $V(r)$ utilizando a relação (III.c.5). Uma vez recalculado, utilizamos este novo potencial num cálculo usual de modelo óptico e retornamos ao item 3 deste método.

Assim, por um método iterativo, vamos ajustando o potencial óptico ao calcular em cada passo pequenas correções em sua forma.

A expansão utilizada na relação III.c.11 é o ponto mais importante do método proposto.

A função $\chi_v(r)$ deve ser tal, que não seja necessária uma soma muito grande de termos v , pois, em caso contrário, teríamos muitas variáveis a_v a serem determinadas. Inicialmente, tentamos descrever as funções $\chi_v(r)$ como formas de Woods-Saxon, aproveitando a propriedade destas de cair em amplitude rapidamente com o raio; porém, notamos que necessitávamos de muitas variáveis a_v para conseguir uma descrição razoável das distribuições angulares.

Das primeiras tentativas, utilizando essa expansão, aprendemos que para obtermos as oscilações procuradas nas distribuições angulares, as modificações na parte real do potencial óptico inicial se concentravam mais no seu interior, sendo que a sua superfície não se modificava significativamente. Observamos, também, que aparecia um comportamento oscilatório em ambas componentes na região próxima ao "ombro"(*) do potencial. Quanto à parte imaginária do potencial, esta apresentava uma leve tendência a diminuir a difusividade e de apresentar uma parte positiva (criação de partículas) de amplitude bastante reduzida (da ordem de $W = 0,5$ MeV), na região de $r \sim 7,5$ fm.

Uma vez que estas correções produziam um potencial não liso, isto é: as modificações introduzidas geravam pontos de singularidades no potencial (veremos no capítulo V.c

(*) Região intermediária do potencial, onde este começa a variar rapidamente com o raio.

este efeito com maiores detalhes), decidimos expandir a variação $\delta V(r)$ em termos de funções de Bessel esféricas $j_0(r)$, como havia sido a sugestão inicial proposta na referência (Ma79).

A função $x_v(r)$ fica então:

$$x_v(r) = j_0\left(\frac{\sqrt{v}\pi}{R_r}r\right) + i j_0\left(\frac{\sqrt{v}\pi}{R_i}r\right) \quad (\text{III.c.12})$$

onde R_r e R_i foram escolhidos de forma que $x_v(r) \rightarrow 0$ para $r \gg R_{r,i}$.

A fim de não introduzirmos novas variáveis em nossa expansão adotamos R_r e R_i como sendo iguais aos parâmetros de raio utilizados no potencial de Woods-Saxon inicial $\bar{V}(r)$.

CAPÍTULO IV. O PROGRAMA GISELLE

Este programa foi criado com o objetivo de colocar em prática a proposta de inversão do problema de espalhamento descrito no item III.c.. O programa em si, está subdividido em 3 partes principais, que na realidade são 3 sub-programas que se alternam executando as diversas fases do cálculo proposto.

Em uma primeira fase (MO), montamos em uma área em disco, um potencial do tipo Woods-Saxon com seis parâmetros. Armazenamos nesta fase as quantidades $V(r)$ e $W(r)$ em intervalos de 0,05 fm, que é o passo de integração utilizado na fase seguinte, onde calculamos as funções de onda e as defasagens do sistema estudado.

Na segunda fase (DW), utilizamos o segundo sub-programa desenvolvido. Este sub-programa é uma modificação do programa DWUCK-4 utilizado em cálculos DWBA, originalmente para íons leves. Adaptamos o programa, de forma a utilizar apenas as subrotinas necessárias para o cálculo das funções de onda distorcidas $u_\ell(r)$ e os elementos de matriz $S_{\ell DW}$. Tanto as funções de onda calculadas em intervalos de 0.05 fm, quanto os elementos de matriz $S_{\ell DW}$ são armazenados em arquivos em disco para posterior utilização na fase 3 do cálculo.

A terceira fase do programa (CD) é na realidade o cálculo de inversão propriamente dito. Neste sub-programa relacionamos uma pequena variação $\delta V(r)$ no potencial óptico inicial, armazenado em uma área de disco na fase de número 1; com uma pequena correção δS_ℓ na matriz S_ℓ calculada na fase 2. Para isto, utilizamos a relação III.c.11:

$$\delta S_\ell = -i \frac{4\mu}{\hbar^2 k} \sum_{\nu=1}^{\nu_{\max}} a_\nu I_{\ell\nu} \quad (\text{IV.1})$$

onde:

$$I_{\ell\nu} = \int_0^\infty u_\ell^2(r) x_\nu(r) dr \quad (\text{IV.2})$$

e onde:

$$x_v(r) = j_0\left(\frac{v\pi r}{R_r}\right) + ij_0\left(\frac{v\pi r}{R_i}\right) \quad (IV.3)$$

O terceiro sub-programa inicia executando um cálculo da secção de choque teórica utilizando a matriz S_ℓ calculada pelo sub-programa DW. Para isto, utilizamos uma sub-rotina simples que utiliza o método de soma de ondas parciais escrevendo a secção de choque diferencial elástica através da relação:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} \left[f_c(\theta) + \sum_{\ell} e^{2i\sigma_{\ell}} (2\ell+1) (1-S_{\ell}) P_{\ell}(\cos\theta) \right]^2 \quad (IV.4)$$

OBSERVAÇÃO:

A matriz S_ℓ que entra neste cálculo de secção de choque é diferente da matriz $S_{\ell DW}$ calculada no sub programa anterior. A relação entre essas duas quantidades é apresentada a seguir:

$$\text{Re}(S_{\ell}) = 1 - 2\text{Im}(S_{\ell DW}) \quad (IV.5)$$

$$\text{Im}(S_{\ell}) = 2\text{Re}(S_{\ell DW})$$

Calculada a secção de choque teórica, calculamos o valor de χ^2 de ajuste entre esta secção de choque e a experimental, cujos valores foram lidos anteriormente sob a forma de cartões.

$$\chi^2 = \sum_i \frac{\frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega}(\theta_i) - \frac{d\sigma_{\text{teor}}}{d\Omega}(\theta_i)}{\Delta \frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega}(\theta_i)} \quad (IV.6)$$

A seguir o programa entra na sub-rotina CURFIT, que é o verdadeiro coração de todo o programa. Esta sub-rotina varia os parâmetros a_v da relação (IV.1) com o objetivo de minimizar o valor de χ^2 de ajuste descrito na relação (IV.6). O método de mínimos quadrados utilizado calcula basicamente o

gradiente da função $\chi^2(a_v)$ para obter a direção de máxima variação do valor de χ^2 .

Esta sub-rotina está descrita no livro de Bevington (Be69) e é basicamente, com algumas modificações, a rotina utilizada em nosso programa.

Fazemos a seguir uma breve demonstração do método utilizado neste cálculo.

A secção de choque diferencial de espalhamento e lástico teórica pode ser escrita como função do ângulo no centro de massa θ e do parâmetro a_v da expansão em funções de Bessel de ordem 0 (zero).

Adotaremos a seguinte convenção:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_i, a_v) = \sigma(\theta_i, a_v) = \sigma(\theta_i) \quad (\text{IV.7})$$

Expandimos a função $\sigma(\theta, a)$ na primeira ordem da série de Taylor como função do parâmetro a :

$$\sigma(\theta_i) = \sigma_o(\theta_i) + \sum_{v=1}^{v_{\max}} \frac{\partial \sigma_o(\theta_i)}{\partial a_v} \delta a_v \quad (\text{IV.8})$$

onde $\sigma_o(\theta_i) = \sigma(\theta_i, 0)$

A expansão é uma função linear em δa_v , que é o incremento ao parâmetro a_v inicial. Desta forma podemos escrever χ^2 como função do parâmetro δa_v :

$$\chi^2 = \sum_i \left\{ \frac{1}{\Delta \sigma_i^2} \left[\sigma_{\text{exp}_i} - \sigma_o(\theta) - \sum_{v=1}^{v_{\max}} \left(\frac{\partial \sigma_o(\theta_i)}{\partial a_v} \right) \delta a_v \right]^2 \right\} \quad (\text{IV.9})$$

onde as derivadas são calculadas numericamente na sub-rotina FDERIV através da relação:

$$\frac{\partial \sigma_o(\theta_i, a_v)}{\partial a_v} = \frac{\sigma_o(\theta_i, a_v + \Delta a_v) - \sigma_o(\theta_i, a_v - \Delta a_v)}{2\Delta a_v} \quad (\text{IV.10})$$

Seguindo o método de mínimos quadrados, procuramos o mínimo da função $\chi^2(\delta a_v)$ derivando-a em função dos parâ

metros a_v e igualando-a a zero.

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \delta a_k} = -2 \sum_i \left\{ \frac{1}{\Delta \sigma_i^2} (\sigma_{\text{exp}_i} - \sigma_o(\theta_i)) - \sum_{v=1}^{v_{\text{max}}} \left(\frac{\partial \sigma_o(\theta_i)}{\partial a_v} \delta a_v \right) \frac{\partial \sigma_o(\theta_i)}{\partial a_k} \right\} = 0$$

Reagrupando temos:

(IV.11)

$$\sum_i \left\{ \left| \frac{1}{\Delta \sigma_i^2} (\sigma_{\text{exp}_i} - \sigma_o(\theta_i)) \frac{\partial \sigma_o(\theta_i)}{\partial a_k} \right| - \sum_{v=1}^{v_{\text{max}}} \left(\frac{1}{\Delta \sigma_i^2} \frac{\partial \sigma_o(\theta_i)}{\partial a_v} \frac{\partial \sigma_o(\theta_i)}{\partial a_k} \right) \delta a_v \right\} = 0$$

(IV.12)

ou seja:

$$\beta_k - \sum_{v=1}^{v_{\text{max}}} \alpha_{vk} \delta a_v = 0$$

(IV.13)

onde:

$$\beta_k = \sum_i \left| \frac{1}{\Delta \sigma_i^2} (\sigma_i - \sigma_o(\theta_i)) \frac{\partial \sigma_o(\theta_i)}{\partial a_k} \right| = - \frac{1}{2} \frac{\partial \chi^2}{\partial a_k}$$

(IV.13)

$$\alpha_{vk} = \sum_i \frac{1}{\Delta \sigma_i^2} \frac{\partial \sigma_o(\theta_i)}{\partial a_v} \frac{\partial \sigma_o(\theta_i)}{\partial a_k} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_v \partial a_k}$$

(IV.14)

Um algoritmo conveniente (Ma63) que combina o método de linearização da função a ser ajustada com o método de procura automática através do cálculo do gradiente, pode ser obtido somando-se aos termos diagonais da matriz de curvatura α_{vk} o fator λ que controla a interpolação do algoritmo entre os dois extremos.

Reescrevemos a equação matricial (IV.13) como:

$$\beta = \delta a \alpha'$$

(IV.15)

onde:

$$\alpha'_{vk} = \begin{cases} \alpha_{vk}(1+\lambda) & \text{para } v = k \\ \alpha_{vk} & \text{para } v \neq k \end{cases} \quad (IV.16)$$

Se λ for grande, os termos da diagonal da matriz se tornam dominantes e a equação se reduz a n equações separáveis a seguir:

$$\beta_v \approx \lambda \delta a_v \alpha_{vv} \quad (\text{IV.17})$$

que produzem incrementos δa_v na mesma direção do gradiente β_v (IV.13), mas escalonados pelos valores de α_{vv} e reduzidos por um fator λ .

A solução da equação IV.17 é finalmente escrita:

$$\delta a_v = \sum_{k=1}^{v_{\max}} (\beta_k \epsilon'_{vk}) \quad (\text{IV.18})$$

onde:

$$\epsilon'_{vk} = (\alpha'_{vk})^{-1}$$

Desta forma, recalculamos o valor de a_v :

$$a'_v = a_v + \delta a_v \quad (\text{IV.19})$$

É sempre possível encontrar um valor de λ tal que $\chi^2(a + \delta a) < \chi^2(a)$.

A receita dada por Marquardt (Ma63) é a seguinte:

1. Calcular o valor inicial de $\chi^2(a)$. No nosso caso iniciamos adotando a correção $\delta V(r) = 0$, isto é: $a_v = 0$.
2. Iniciar com $\lambda = 0.001$.
3. Calcular δa e $\chi^2(a + \delta a)$ com esta escolha de λ .
4. Se $\chi^2(a + \delta a) > \chi^2(a)$, incrementar um fator 10 ao valor de λ e repetir o passo 3.
5. Se $\chi^2(a + \delta a) < \chi^2(a)$, diminuir de um fator 10 o valor de λ , considerar $a' = a + \delta a$ como sendo o novo ponto de partida e retornar ao passo 3 substituindo a por a' .
6. Repetir os passos 3, 4 e 5 até que se tenha atingido uma convergência aceitável ao valor de χ^2 .

O critério de parada adotado foi:

$$\chi^2(a+\delta a) - \chi^2(a) \leq 0.1 \quad (\text{IV.20})$$

Terminada esta iteração, calculamos o potencial corrigido $V_{\text{corr}}(r)$ utilizando os novos a'_v encontrados.

$$V_{\text{corr}}(r) = V(r) + \delta V(r) \quad (\text{IV.21})$$

onde $\delta V(r)$ é calculado pela relação IV.1,

Recalculado o potencial, reescrevemo-lo na área de disco em que foi montado anteriormente e o reintroduzimos no segundo sub-programa (DW).

Desta forma, por um processo iterativo, vamos refinando o potencial $V_{\text{corr}}(r)$ de forma a obter a cada passo um ajuste melhor entre a secção de choque teórica e a experimental.

A cada iteração, obtemos um potencial $V_{\text{corr}}(r)$ melhor, de maneira que a aproximação adotada III.c.8 é cada vez mais real.

O critério de parada do método deveria ser o seguinte:

$$\chi^2(V_{\text{corr}}(r)) - \chi^2(V(r)) \sim 0 \quad (\text{IV.22})$$

Em realidade, este critério não chegou a ser utilizado, uma vez que tivemos problemas de convergência no método, como veremos a seguir.

Apresentamos na figura IV.1 um esquema do programa indicando os módulos de memória utilizados, os dados de entrada e a saída final.

A saída final inclui cálculos da secção de choque utilizando as fases e o potencial obtidos no término de cada interação além de uma saída dos valores das próprias fases e do potencial calculado.

Figura IV.1 - Esquema do programa GISELLE.

Os passos 1, 2, 3 são os subprogramas que montam o potencial óptico, calculam as matrizes S_L e as funções de onda $u_L(r)$ e executam o cálculo de defasagens, respectivamente.

CAPÍTULO V. ANÁLISE

V.a. Análise com Modelo Óptico

Dividiremos este sub-item em duas partes. Na primeira parte, descrevemos nossos estudos do sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$ onde concentramo-nos na obtenção dos seis parâmetros de um potencial óptico do tipo Woods-Saxon, que reproduzisse de maneira satisfatória as distribuições angulares experimentais deste sistema. Faremos, ainda, nesta seção uma análise dos resultados obtidos e uma breve discussão da quantidade W/V dos diversos potenciais encontrados.

Na segunda parte, abordaremos um estudo da dependência em raio de modificações introduzidas em potenciais ópticos do tipo Woods-Saxon. A idéia deste estudo é apenas tentar localizar no sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$, a região radial mais sensível a essas modificações e não fazer uma análise quantitativa mais detalhada comparando as distribuições angulares obtidas a partir destes potenciais modificados com os dados experimentais. Apresentamos finalmente uma sugestão de como estes estudos poderiam se mostrar como um método interessante para se estudar mais qualitativamente potenciais ópticos.

V.a.1. Análise com Potenciais do Tipo Woods-Saxon

Iniciamos esta fase de estudos, procurando na literatura, parâmetros de potenciais ópticos do tipo Woods-Saxon, que reproduzissem satisfatoriamente as distribuições angulares do sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$, ou mesmo de potenciais que reproduzissem sistemas de massa próxima, com as mesmas características oscilatórias em ângulos intermediários e traseiros na distribuição angular ($^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$, $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$, $^{12}\text{C} + ^{40}\text{Ca}$).

Com base nestes parâmetros iniciais, utilizamos os programas OPTIC e ECIS para variar os parâmetros dos potenciais encontrados na tentativa de reproduzir de maneira mais satisfatória os nossos dados experimentais.

OBSERVAÇÃO:

A utilização do programa ECIS nestes cálculos simples de modelo óptico, pode parecer um tanto exagerada à primeira vista, uma vez que este programa foi desenvolvido para executar cálculos de canais acoplados muito mais complicados. Porém, este programa foi mesmo assim utilizado, por que os outros programas, que executam procura automática de parâmetros de modelo óptico (MAGALI ou MODOPT), não estavam implantados no computador IBM/360 do Departamento de Física Nuclear, enquanto que o programa ECIS está implantado e funcionando. Uma vez que este programa era suficiente para suprir nossas necessidades, nós o utilizamos nos cálculos.

Analisaremos também em todos os itens deste capítulo, a distribuição angular do espalhamento elástico do sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$ a 29 MeV obtida por Ost e colaboradores (0481). Desta maneira, as energias analisadas serão 19, 21, 23, 25 e 29 MeV de bombardeio.

Apresentamos na tabela V.a.1, parâmetros de quatro potenciais ópticos selecionados dentre os que encontramos na literatura. Estes 4 potenciais foram selecionados por apresentarem características diferentes entre si e por reproduzirem de maneira satisfatória os dados experimentais nas cinco energias estudadas.

A partir destes parâmetros, utilizamos o programa ECIS para variar os parâmetros de alguns desses potenciais procurando um ajuste melhor com os dados experimentais, porém, tomando o cuidado de não modificar as características de cada um. Obtivemos, desta forma, mais dois potenciais que são derivados dos potenciais A.3 e A.4 e, mais um potencial com características totalmente diferentes dos 4 potenciais anteriores. Os parâmetros desses três novos potenciais estão apresentados na tabela V.a.2.

Apresentamos nas figuras V.a.1, 2, 3, 4 e 5, apenas as distribuições angulares obtidas utilizando os quatro potenciais que proporcionaram os melhores ajustes com os dados experimentais.

NOME	V	W	r_v	r_w	a_v	a_w	SISTEMA ORIGINAL	
A.1	26,96	7,95	1,318	1,211	0,457	0,19	$^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$	(Ch76)
A.2	10,0	23,4	1,35	1,23	0,618	0,552	$^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$	(Br77)
A.3	10,0	7,0	1,32	1,0	0,5	0,38	$^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$	(Os79)
A.4	130,0	4,79	1,23	1,33	0,46	0,33	$^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$	(Ko82)

Tabela V.a.1 - Parâmetros de modelo óptico encontrados na literatura.

NOME	V	W	r_v	r_w	a_v	a_w	ORIGINAL
B.1	25,18	26,25	1,312	1,175	0,47	0,217	A.1
B.2	80,0	4,79	1,202	1,306	0,46	0,33	A.4
B.3	10,0	11,348	1,372	0,977	0,458	0,786	—

Tabela V.a.2 - Parâmetros de modelo óptico recalculados utilizando o programa ECIS.

Figura V.a.1 - Ajuste da distribuição angular a 19 MeV utilizando os 4 potenciais indicados.

Figura V.a.2 - Ajuste da distribuição angular a 21 MeV utilizando os 4 potenciais indicados.

Figura V.a.3 - Ajuste da distribuição angular a 23 MeV utilizando os 4 potenciais indicados.

Figura V.a.4 - Ajuste da distribuição angular a 29 MeV utilizando os 4 potenciais indicados.

Figura V.a.5 - Ajuste da distribuição angular a 25 MeV utilizando os 4 potenciais indicados.

Estes potenciais são: A.1, A.3, B.2 e B.3.

Estes quatro potenciais apresentam características diferentes e conseqüentemente distribuições angulares diferentes.

O potencial A.3 é um potencial que tem uma profundidade da parte imaginária um pouco menor do que a profundidade da parte real, mas tem um raio imaginário muito inferior ao raio real ($r_w = 1,0$, $r_v = 1,32$). Este tipo de potencial, que apresenta uma componente imaginária recuada em relação à componente real, proporciona grandes oscilações na distribuição angular elástica, como mostram as figuras V.a.1, 2, 3, 4 e 5. Porém, o que observamos, é que este potencial somente reproduz a região bem traseira da distribuição angular, enquanto que os ângulos intermediários e dianteiros ficam muito mal reproduzidos. Na verdade, aparentemente este potencial consegue reproduzir o período das oscilações nos ângulos intermediários, mas superestima a amplitude das mesmas (ver energias de 25 e 29 MeV). Logicamente, as energias mais baixas não são reproduzidas por não apresentarem medidas em ângulos traseiros.

O potencial B.2 é um potencial com características bastante diferentes do anterior. Neste caso, o raio imaginário é maior do que o raio real, porém, a profundidade real é quase um fator 16 vezes a profundidade da parte imaginária ($V = 80,0$, $W = 4,79$). Este potencial também apresenta a sua parte imaginária recuada com relação à parte real e o resultado deste recuo é provocar oscilações na distribuição angular em ângulos intermediários e traseiros. Observamos, neste caso, que as oscilações em 25 e 29 MeV não são corretamente reproduzidas. Na verdade, este potencial consegue apenas reproduzir a amplitude das oscilações nos ângulos intermediários, sem conseguir obter o período certo das oscilações. Quanto aos ângulos traseiros, estes não são reproduzidos.

O potencial B.3, se apresenta da seguinte forma: a sua profundidade imaginária é ligeiramente superior à real, enquanto que o raio imaginário é significativamente inferior

ao raio real ($r_w = 0,977$ e $r_v = 1,372$). Porém, o mais importante neste caso, é o fato da difusividade imaginária ser maior do que o dobro da difusividade real ($a_w = 0,786$ e $a_v = 0,33$). Todos estes fatores juntos fazem com que a parte imaginária do potencial B.3 esteja apenas ligeiramente recuada em relação à parte real, mas não o suficiente para produzir oscilações na distribuição angular.

Finalmente, o potencial A.1, apresenta uma difusividade imaginária muito inferior à real ($a_v = 0,457$ e $a_w = 0,19$), além de ter a profundidade e o raio imaginário menores que as componentes reais. Porém, apesar destas características, podemos observar nas figuras V.a.1, 2, 3, 4 e 5, que a distribuição angular obtida a partir deste potencial não oscila e conseqüentemente, não reproduz os dados experimentais.

Estes potenciais que apresentam a componente imaginária recuada com relação à real, são chamados de transparentes na superfície. Potenciais do tipo transparente na superfície são largamente utilizados pois conseguem reproduzir o efeito de oscilação e subida para $\theta_{CM} = 180^\circ$ da seção de choque de espalhamento elástico em energias acima da barreira Coulombiana. A propriedade deste tipo de potencial é provocar uma reflexão das ondas de λ pequeno, que ao interferirem com a onda incidente, promovem oscilações e subida da seção de choque.

Algumas maneira de se simular essa transparência na superfície são apresentadas a seguir:

- a) fazer a difusividade imaginária pequena. As difusividades neste caso são da ordem de $a_w \sim 0,2$ fm.
- b) Recuar a parte imaginária, tornando r_w pequeno. O valor neste caso é da ordem de $r_w \sim 1,0$ fm.
- c) Aumentar significativamente a profundidade da parte real. O valor neste caso é da ordem de $V \sim 100,0$ MeV.
- d) Outra maneira de tornar o potencial transparente consiste em somar dois tempos na parte imaginária do potencial. Na prática isto poderia ser feito incluindo

tanto um termo de volume quanto um termo superficial (derivada de Woods-Saxon) na descrição da parte imaginária. Esta idéia já foi utilizada por Kahana e Baltz no estudo de reações de transferência e espalhamento elástico (Ka77).

Apresentamos a seguir a figura V.a.6, onde estão calculadas as quantidades $\frac{W}{V}(r)$ para os quatro potenciais indicados anteriormente. Observamos quatro comportamentos substancialmente diferentes desta quantidade.

Primeiramente, abordaremos o comportamento do potencial B.3. Este apresenta uma curva que cai até aproximadamente $\frac{W}{V} = 0,14$ na região de $r = 7,5$ fm e depois sobe rapidamente atingindo valores maiores do que $\frac{W}{V} = 1$ na região de $r = 10,0$ fm, pois sua componente absorvedora é predominante para raios grandes.

Por outro lado, os potenciais A.1, A.3 e B.2, apresentam características de transparência pois apresentam uma curva $\frac{W}{V}(r)$, que se mantém abaixo de 1.0 durante toda a região interna e cai rapidamente com o raio r . Estes três potenciais são caracterizados por serem transparentes na superfície, porém apenas dois deles (A.3 e B.2), produzem oscilações na distribuição angular calculada nas energias estudadas. Isto vem demonstrar que o fato do potencial óptico ser transparente na superfície NÃO é suficiente para promover oscilações na secção de choque de espalhamento elástico, em energias próximas à barreira Coulombiana. Na verdade, provocar oscilações na distribuição angular elástica nesta região de energia não é trivial, e necessitamos de um estudo mais apurado, quanto à região nuclear responsável por essas oscilações. Este é o objetivo principal do item a seguir. Tentamos encontrar a região do potencial óptico mais sensível a perturbações que provocam oscilações nas distribuições angulares.

Figura V.a.6 - Gráfico da função $\frac{W}{V}(r)$ para os 4 potenciais indicados. O ponto R_c é o raio Coulombiano.

$$R_c = r_c (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$$

V.a.2. Dependência em Raio de Modificações Introdu-
zidas em Potenciais Ópticos do Tipo Woods -
Saxon

Fazemos, neste sub-item, uma breve análise dos efeitos provocados pela adição de potenciais quadrados à potenciais do tipo Woods-Saxon, com o objetivo de localizar a região mais sensível deste potencial, no que diz respeito ao aparecimento de oscilações na distribuição angular em ângulos intermediários e traseiros.

Utilizamos, para isso, o programa OPTIC com uma ligeira modificação na subrotina POT. Esta modificação, consiste na soma de dois potenciais quadrados ao potencial usual de forma Woods-Saxon, um negativo à parte real e outro positivo à parte imaginária. Os parâmetros que definem este potencial são simplesmente $r_{\max}$, $r_{\min}$ e V , onde:

$r_{\max}$ é o raio máximo da janela

$r_{\min}$ é o raio mínimo da janela

ΔV é a profundidade da janela.

Inicialmente somamos apenas um potencial quadrado $-\Delta V$ à parte real do potencial óptico. De partida, variamos apenas a posição do potencial quadrado ΔV , mantendo a sua profundidade fixa e observando o efeito provocado por essa perturbação na distribuição angular do sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$ a 25 MeV. Utilizamos como ponto de partida o potencial óptico A.1 descrito neste capítulo. Este potencial óptico gera uma distribuição angular característica de absorção forte, caindo para ângulos traseiros e não oscilando, ao menos nesta energia. As distribuições angulares calculadas são apresentadas na figura V.a.7.

A profundidade do potencial quadrado utilizado foi propositadamente enorme ($\Delta V = 750$ MeV), para que qualquer efeito provocado por esta perturbação se destacasse grandemente da distribuição angular inicial.

Figura V.a.7 - Distribuições angulares calculadas utilizando o potencial A.1 somado a janelas quadradas de profundidade $\Delta V = 750$ MeV na parte real localizadas nas regiões radiais indicadas na figura.

A primeira informação que a figura V.a.7 nos fornece, diz respeito ao raio mínimo onde este tipo de perturbação provoca algum efeito. Este raio é $r = 4,0$ fm. As distribuições angulares fornecidas pelo potencial A.1 e pela soma deste com uma janela quadrada de $r_{\min} = 0$ fm até $r_{\max} = 4$ fm com $\Delta V = 750$ MeV são quase idênticas.

Concluimos também, da figura V.a.7, que quanto maior a posição de $r_{\max}$, maior será o crescimento da secção de choque em ângulos traseiros e que, ao menos qualitativamente, o valor de $r_{\min}$ não é muito importante (ver por exemplo as distribuições angulares obtidas com janela entre 7 e 8 fm e entre 5 e 9 fm). Esta conclusão a respeito de $r_{\min}$, nos leva a acreditar que apenas a região externa do potencial nuclear se apresenta como relevante no cálculo da secção de choque, tornando absolutamente invisível a forma do potencial na região interna, mesmo que esta esteja em 6.0 fm (como é o caso da perturbação entre 5 e 9 fm). Este efeito se deve, em parte, ao fato de termos colocado uma perturbação com uma profundidade muito grande ($\Delta V = 750$ MeV), porém, veremos a seguir, que os efeitos interessantes só aparecem quando a perturbação tem profundidades dessa ordem de grandeza.

O fato mais interessante da figura, porém, está na região de 6,5 fm. Esta é a região mais crítica do potencial e a adição de um poço quadrado com $r_{\max} = 6,5$ fm promove oscilações na distribuição angular. Novamente observamos que o valor de $r_{\min}$ quase não é relevante (as distribuições angulares com janela entre 0 e 6,5 fm e entre 5,5 e 6,5 fm são muito parecidas), como dissemos anteriormente. Observando o gráfico do potencial A.1 na figura V.c.1, vemos que o ponto $r = 6,5$ fm não está na superfície do potencial A.1 como poderia se esperar mas, na parte interna em relação ao cotovelo, numa região em que a profundidade já é quase constante com o raio. A sensibilidade a um ponto tão interno do potencial óptico em energias incidentes próximas à barreira Coulombiana é bastante surpreendente.

Os cálculos das secções de choque elásticas nesse

sentido estão apresentados na figura V.a.8.

Vemos, novamente, que a adição de potenciais quadrados com $r_{\max}$ menores que 6 fm e maiores que 7 fm não produz nenhum efeito oscilatório. Observamos que as perturbações com $r_{\max}$ na região compreendida entre 6,1 fm e 6,5 fm produzem um efeito no sentido de mudar a amplitude e a fase das oscilações, mas não de mudar o período, que se mantém constante.

Sendo assim, nosso segundo estudo se concentrará nos efeitos que a variação da profundidade do potencial quadrado provoca na distribuição angular, mantendo-se $r_{\max} = 6,5$ fm.

A fim de não introduzirmos outro parâmetro nesta descrição, adotaremos em todos os cálculos $r_{\min} = 0$ fm, lembrando que o valor de $r_{\min}$ não influi significativamente na distribuição angular em uma análise apenas qualitativa.

A figura V.a.9 apresenta um estudo da variação da profundidade do potencial quadrado, mantendo-se constantes $r_{\min} = 0$ fm e $r_{\max} = 6,5$ fm.

O primeiro aspecto aparente, analisando-se a figura V.a.9, é a dependência do valor da secção de choque nos ângulos traseiros. Quanto mais profundo o potencial quadrado perturbativo, maior o valor da secção de choque média na região intermediária e traseira.

Aparentemente, apenas a partir de uma profundidade de $\Delta V = 40$ MeV, começam a surgir efeitos oscilatórios na distribuição angular, enquanto que abaixo deste valor o efeito mais pronunciado é apenas o do crescimento do valor médio da secção de choque, estando as oscilações com uma amplitude muito pequena.

Finalmente, a última informação que podemos obter desta figura, diz respeito ao período e à fase das oscilações. Podemos observar que o período das oscilações não muda com a variação da profundidade do poço e que a principal mudança está na fase e na amplitude das oscilações da distribuição angular.

Iniciamos, agora, a descrição da análise das distribuições angulares, adicionando-se um potencial quadrado po

Figura V.a.8 - Distribuições angulares calculadas utilizando o potencial A.1 somado a janelas quadradas de profundidade $\Delta V=750$ MeV na parte real, localizadas nas regiões indicadas na figura.

Figura V.a.9 - Estudo da variação da profundidade das janelas quadradas somada ao potencial A.1.

sitivo na parte imaginária do potencial inicial.

Para comparar o efeito do poço quadrado negativo em V com o efeito do poço quadrado positivo em W , impusemos inicialmente que a janela positiva em W deve ser tal que a razão $\frac{W}{V}(r)$ acrescentando o poço somente em W deve ser igual ao $\frac{W}{V}(r)$, quando o poço só era somado ao V . Como as geometrias de $W(r)$ e $V(r)$ são diferentes ($r_r \neq r_w$ e $a_r \neq a_w$) a forma das janelas também é diferente, para satisfazer a condição acima. Um poço somado ao V , de profundidade constante $\Delta V = 750$ MeV corresponde a um poço ΔW de profundidade proporcional ao valor de W :

$$\frac{W}{V-750\text{MeV}} = \frac{W-0.973W}{V}$$

onde V e W são quantidades negativas.

Apresentamos na figura V.a.10, um estudo sistemático da introdução de janelas quadradas de 0,5 fm de largura na parte imaginária do potencial nuclear. Esta figura resume muito bem nossas observações dos efeitos provocados por essas janelas do potencial imaginário na distribuição angular de espalhamento elástico. Observamos claramente que existe uma alternância de comportamento da secção de choque em ângulos intermediários e traseiros em função da localização radial da janela. Desta maneira, o efeito provocado localizando a janela entre 4,5 e 5,0 fm é o de aumentar o valor da secção de choque em ângulos traseiros, enquanto que o efeito provocado pela janela em 5,0 e 5,5 é o de diminuir, entre 5,5 e 6,0 fm é o de aumentar, entre 6,0 e 6,5 de diminuir novamente, de 6,5 a 7,0 aumentar um pouco e entre 7,0 - 8,0 não faz efeito nenhum.

A tabela na legenda da figura V.a.10 mostra este comportamento da secção de choque.

Apresentamos na figura V.a.11, distribuições angulares calculadas, mantendo-se fixo o valor de $r_{\min}$ em 5,0 fm e variando-se o valor de $r_{\max}$ de 5,5 a 7,0 fm. Podemos ob

Figura V.a.10 - Distribuição angular a 25 MeV estudando-se a variação da janela com largura de 0,5 fm na parte imaginária do potencial óptico. Amplitude da janela:

$$\Delta W = 0,97 \cdot W$$

Localização da janela

4,5 - 5,0 fm
5,0 - 5,5 fm
5,5 - 6,0 fm
6,0 - 6,5 fm
6,5 - 7,0 fm
7,0 - 8,0 fm

Efeito sobre a distribuição angular

sobe em ângulos traseiros
desce em ângulos traseiros
sobe em ângulos traseiros
desce em ângulos traseiros
sobe em ângulos traseiros
não muda a secção de choque

Figura V.a.11 - Distribuição angular elástica a $^{(H)}_{C.M.}$ 25 MeV somando-se à parte imaginária do potencial janelas com $\Delta W = 0,97$. W de profundidade nos intervalos indicados.

servar que um pequeno efeito oscilatório aparece na distribuição angular calculada com perturbação entre 5,0 e 5,5 fm e que este efeito cresce em amplitude à medida que aumentamos a largura da janela em W.

O efeito observado na figura V.a.10, isto é, uma alternância de comportamento da secção de choque no que diz respeito ao crescimento ou decréscimo em ângulos traseiros, também é observada na figura V.a.11. Assim, por exemplo, na região entre 5,0 e 5,5 fm o efeito é o de provocar uma diminuição no valor da secção de choque em ângulos traseiros. Já colocando-se uma janela entre 5,0 e 6,0 fm, os efeitos de decréscimo e aumento, se compensam gerando uma secção de choque que oscila ao redor da curva inicial do potencial A.1. Novamente, localizando-se a janela entre 5,0 e 6,5 fm, os efeitos se somam, pois a inclusão da faixa de 6,0 a 6,5 fm tem o efeito de diminuir fortemente a secção de choque em ângulos traseiros. Quando a janela está entre 4,5 e 6,0 fm, o efeito é aumentar a secção de choque devido à inclusão da região de 4,5 a 5,0 fm.

Portanto, o efeito de somar janelas ao potencial óptico imaginário (isto é, de reduzir a profundidade de W para 3% do seu valor) em diferentes regiões radiais adjacentes simultaneamente, é de se ter a soma dos efeitos de cada região.

Finalmente, apresentamos a figura V.a.12 onde são apresentadas as distribuições angulares calculadas com a inclusão de janelas positivas em W com $r_{\min} = 5,5$ fm e $r_{\max}$ variando de 6,0 fm até 8,0 fm.

Surpreendentemente as distribuições angulares são todas bastante semelhantes mesmo modificando de forma significativa a parte imaginária do potencial óptico na região superficial.

Nenhuma das distribuições angulares apresentadas oscila, mostrando que a inclusão da região entre 5,0 fm e 5,5 fm é essencial para o aparecimento de oscilações.

A distribuição angular obtida com janela entre

Figura V.a.12 - Distribuição angular elástica a 25 MeV somando-se à parte imaginária do potencial janelas com $\Delta W = 0,97 \cdot W$ de profundidade nos intervalos indicados.

4,0 e 5,0 fm também prova isto. Podemos concluir que pode-se obter oscilações na distribuição angular, tornando W pequeno na região entre 5,0 e 5,5 fm e a amplitude das oscilações cresce quando aumentamos a largura da região.

Também variamos o valor de ΔW entre 0,4 W e 0,97 W e verificamos que reduzindo o valor de ΔW decresce a amplitude das oscilações.

Observando o gráfico do potencial óptico A.1, na figura V.c.1, verificamos que a região entre 5,0 e 5,5 fm corresponde, também, ao cotovelo do potencial W .

As oscilações aparecem quando numa região interna do potencial, próximo ao cotovelo, tornamos W pequeno, indicando que a secção de choque é muito sensível a uma região interna do potencial óptico. Esta foi a conclusão obtida também quando adicionamos poços negativos ao potencial óptico real, aumentando sua profundidade. A região sensível estava em torno de 6,5 fm, isto é, diferente da região sensível em W . O que as duas regiões têm em comum é que ambas estão na parte interna do cotovelo, pois $r_r > r_w$.

As modificações em V na região da superfície têm o efeito de aumentar bastante a secção de choque nos ângulos traseiros e as modificações em W têm um estranho efeito alterando subidas e descidas na secção de choque.

V.b. Análise por Método de Defasagens

Neste item, descreveremos as análises das distribuições angulares experimentais feitas em algumas energias, utilizando o método de análise por defasagens descrito no item III.b. Na realidade, apenas nas energias de 25 MeV e 29 MeV de bombardeio de ^{12}C , este tipo de análise foi possível, devido à falta de reprodutibilidade apresentada pelos resultados obtidos nas outras energias. Deve-se entender esta falta de reprodutibilidade como uma relativa ambigüidade e uma consequente falta de credibilidade nas matrizes S_ℓ obtidas. Problemas deste tipo já eram esperados em baixas energias, pois as correções δS_ℓ necessárias em outros sistemas estudados por este método se mostravam muito grandes (Me81, Me81b). Além do problema da baixa energia, devemos acrescentar a falta de dados nas energias de 19, 21 e 23 MeV em ângulos mais traseiros (as distribuições angulares obtidas só chegam até $\theta_{\text{CM}} = 125^\circ$), o que provoca uma ambigüidade considerável na matriz S_ℓ obtida, uma vez que obtemos vários conjuntos diferentes de parâmetros que reproduzem satisfatoriamente a distribuição angular em ângulos dianteiros. Desta forma, apresentaremos aqui, os resultados das análises nas duas energias em que confiamos nos valores obtidos.

V.b.1. Escolha dos Parâmetros Iniciais

Para inicializar um cálculo deste tipo, precisamos escolher um conjunto inicial S_ℓ^0 para, a partir deste, calcular correções δS_ℓ tal que a nova matriz S_ℓ possa ser escrita como:

$$S_\ell = S_\ell^0 + \delta S_\ell \quad (\text{V.b.1})$$

Em ambas as energias analisadas, escolhemos três conjuntos iniciais de parâmetros. Estes parâmetros iniciais, são na realidade valores da matriz S_ℓ introduzidos no programa de análise ponto a ponto. O programa exige como parâmetros de entrada os valores $\text{Re}[S_\ell]$ e $\text{Im}[S_\ell]$ dados nesta ordem e em

ordem crescente de ℓ .

Os valores de S_ℓ^0 de entrada foram obtidos através de um cálculo de modelo óptico comum utilizando-se os potenciais anteriormente escolhidos no item V.a. Os três potenciais que forneceram os parâmetros iniciais para este cálculo foram: A.1, A.3 e B.3.

O método do programa de análise é bastante conhecido. Ele utiliza a mesma subrotina CURFIT descrita anteriormente (item IV) para procurar correções δS_ℓ que se devem somar aos valores da matriz S_ℓ^0 inicial afim de reproduzir os dados experimentais, introduzidos como valores de entrada, com o melhor χ^2 possível. Esta procura de correções é automática.

Apresentaremos, nesta exposição, cálculos executados a 25 MeV de bombardeio inicializando as iterações com os potenciais A.1 e B.3, apenas a título de comparação. Na energia de 29 MeV, apresentaremos os resultados obtidos inicializando os cálculos com o potencial A.3.

V.b.2: Análise Propriamente Dita

Uma vez escolhida a matriz S_ℓ^0 inicial, introduzimos estes valores no program e obtemos na saída a secção de choque final calculada com os valores de S_ℓ (relação V.b.1) que apresentamos na figura V.b.1. A figura V.b.1, apresenta a distribuição angular experimental a 25 MeV comparadas com as secções de choque finais obtidas pelo método de defasagens inicializando os cálculos com os potenciais A.1 e B.3.

A figura V.b.2, por sua vez, apresenta os dados experimentais a 29 MeV comparados com a secção de choque final obtida utilizando-se o potencial A.3 como parâmetro inicial. Os diagramas comparativos entre as matrizes S_ℓ^0 iniciais e finais estão apresentados nas figuras V.b.3, 4 e 5.

Os ajustes obtidos são surpreendentes. Como é de praxe em uma análise deste tipo, os ajustes teórico e experimental são perfeitos em ambas as energias. Observamos, também, que não são necessárias grandes variações da matriz S_ℓ

Figura V.b.1 - Cálculos com método de defasagens utilizando como parâmetros iniciais os potenciais A.1 e B.3. Os valores de χ^2 estão indicados abaixo.

$$\chi_{A.1}^2 = 30.2 \quad \chi_{\text{final}}^2 = 6.5$$

$$\chi_{A.1}^2 = 23.4 \quad \chi_{\text{final}}^2 = 6.4$$

Figura V.b.2 - Distribuição angular a 29 MeV comparada com ajuste por método de defasagens inicializando os cálculos com o potencial A.3.

$$\chi^2_{\text{A.3}} = 36,7 \quad \chi^2_{\text{final}} = 18,7$$

Figura V.b.3 - Matriz S_l inicial calculada utilizando o potencial B.3 comparada com a matriz S_l final obtida depois do cálculo de defasagens.

Figura V.b.4 - Matriz S_l inicial utilizando o potencial A.1 comparada com a matriz S_l final obtida depois do cálculo de defasagens.

Figura V.b.5 - Matriz S_l inicial utilizando o potencial A.3 comparada com a matriz S_l final obtida depois do cálculo de defasagens.

inicial para se obter um ótimo ajuste experimental.- As perturbações δS_l que devem ser somadas à matriz S_l são pequenas e NÃO ESTÃO LOCALIZADAS em uma região do espaço dos momentos, mas sim distribuídas por todo ele, indicando que este efeito de oscilação não é provocado por uma ressonância isolada com um l específico.

Os ajustes finais a 25 MeV iniciando-se com o potencial A.1 ou B.3 são idênticos, tanto é, que as duas curvas estão sobrepostas na figura V.b.1. Os valores de χ^2 de ajuste final são quase iguais (ver figura V.b.1).

V.c. Análise Utilizando o Programa GISELLE

Analizamos com o auxílio do GISELLE as distribuições angulares nas energias de 25 e 29 MeV do sistema $^{12}\text{C}+^{28}\text{Si}$, na tentativa de encontrar o potencial de interação nuclear capaz de reproduzir as seções de choque experimentais.

Em uma primeira fase de análise expandimos o potencial perturbador $\delta V(r)$ em uma série de funções do tipo Woods-Saxon. Este tipo de expansão se mostrava interessante pois já utilizávamos a propriedade desta funções caírem rapidamente como o raio, como era nosso desejo.

Utilizando esta expansão, as relações deduzidas no capítulo III.c se tornam ligeiramente diferentes. Faremos aqui, uma rápida dedução da relação utilizada para que nossas explicações fiquem mais claras.

Partiremos da relação III.c.9 e expandiremos a correção $\delta V(r)$ de uma maneira diferente:

$$\delta S_l = -i \frac{4\mu}{\hbar^2 k} \int_0^\infty u_l^2(r) \delta V(r) dr \quad (\text{V.c.1})$$

e

$$\delta V(r) = F(r)W(r) \quad (\text{V.c.2})$$

Desta maneira, a relação V.c.1 assume a forma:

$$\delta S_\ell = -i \frac{4\mu}{\hbar^2 k} \int_0^\infty F(r) W(r) u_\ell^2(r) dr \quad (\text{V.c.3})$$

Podemos expandir esta integral em uma soma de integrais num intervalo ΔR e supor que neste intervalo $F(r)$ não varia muito, i.é: $F[(i+1)\Delta R] = F(i\Delta R) = F_i$

$$\delta S_\ell = -i \frac{4\mu}{\hbar^2 k} \sum_{i=0}^{i_{\max}} F_i \int_{i\Delta R}^{(i+1)\Delta R} u_\ell^2(r) W(r) dr \quad (\text{V.c.4})$$

onde já limitamos a soma a um número máximo de termos $i_{\max}$ relevante.

A escolha de $i_{\max}$ foi simples. Limitamo-nos a admitir que qualquer efeito provocado pelo potencial perturbador nunca deveria ultrapassar o raio de $r = 10.0$ fm, sendo assim, nosso valor de $i_{\max}$ estava única e exclusivamente relacionado com a escolha do intervalo ΔR da integral.

Os valores escolhidos foram:

$$R = 0,25 \text{ fm} \quad (\text{V.c.5})$$

$$i_{\max} = 40$$

Admitimos, também, que o potencial na região anterior a $r = 4$ fm não provoca nenhum efeito na distribuição angular e conseqüentemente na matriz S_ℓ , portanto, colocamos um limite inferior na nossa integral ($i_{\min}$) de tal forma que:

$$i_{\max} - i_{\min} = 24 \quad (\text{V.c.6})$$

Nestas condições, fizemos os cálculos com o GISELLE para a energia de 25 MeV.

Utilizamos como ponto de partida o potencial A.1 (capítulo IV, tabela IV.a.1). No final da 1a. iteração, i.é: no final da 1a. passagem pelo sub-programa CD, o potencial obtido tinha a forma apresentada na figura V.c.1. A distribuição angular obtida utilizando-se este potencial no sub-programa DW tinha a forma apresentada na figura V.c.2. Aparente

Figura V.c.1 - Potencial obtido no final da primeira iteração do programa GISELLE, utilizando-se a expansão da perturbação $\Delta V(r)$ na forma da relação V.c.2 (Woods-Saxon).

Figura V.c.2 - Distribuições angulares calculadas no final de cada iteração do GISELLE comparadas com os dados experimentais a 25 MeV. A distribuição angular calculada utilizando o potencial da figura V.c.1 é o graficado com linha cheia.

mente, apesar da estranha forma do potencial, o método parecia provocar no potencial óptico, estruturas que faziam a secção de choque oscilar em ângulos traseiros. Porém, o que se observou, é que o método não apresentava convergência, pois, no final da segunda iteração, o potencial obtido não reproduzia a distribuição angular com um valor de χ^2 inferior ao anterior, mas sim superior. Dando continuidade nos cálculos, este problema se agravava e não conseguíamos reproduzir a distribuição angular pretendida. O andamento do valor de χ^2 está apresentado na tabela V.c.1.

Devido a estes problemas, decidimos mudar a expansão de $\delta V(r)$ para funções de Bessel esféricas de ordem zero (como descrevemos no capítulo III.c), principalmente, por que com este tipo de expansão, obteríamos um potencial final liso e não "recortado", como o do caso apresentado, pois a expansão no segundo caso, soma funções lisas multiplicadas apenas por um coeficiente a_v .

A idéia de se utilizar expansões em j_0 , iria inclusive, de acordo com as características do potencial final, que apresentava oscilações em toda a região radial.

Colocamos em prática esta idéia e utilizamos a relação (III.c.12) para a função $\chi_v(r)$. Sendo assim, a correção $\delta V(r)$ assume a forma:

$$\delta V(r) = \sum_{v=1}^{v_{\max}} a_v \chi_v(r) \quad (\text{V.c.7})$$

$$\text{onde } \chi_v(r) = j_0\left(\frac{v\pi}{R_r}r\right) + i j_0\left(\frac{v\pi}{R_i}r\right).$$

É importante lembrar que as quantidades a_v são complexas e, que portanto, a cada valor de v correspondem dois valores de a_v :

$$a_v = a_{vre} + a_{vim} \quad (\text{V.c.8})$$

Portanto ao colocarmos os parâmetros a_v para variar (procura automática descrita no capítulo IV), estamos

ITERAÇÃO	χ^2
POTENCIAL A.1	48,3
1	55,5
2	101,7
3	204,8

Tabela V.c.1 - Andamento do valor de χ^2 em função da iteração. O valor de χ^2 é calculado utilizando-se a seguinte relação:

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_i \left[\frac{\frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega}(\theta_i) - \frac{d\sigma_{\text{teor}}}{d\Omega}(\theta_i)}{\Delta \frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega}(\theta_i)} \right]^2$$

onde: N é o número de graus de liberdade
i se refere ao ponto experimental

$\frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega}(\theta_i)$ é a secção de choque experimental

$\frac{d\sigma_{\text{teor}}}{d\Omega}(\theta_i)$ é a secção de choque calculada

$\Delta \frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega}(\theta_i)$ é o erro da secção de choque experimental

sempre colocando 2v parâmetros em "search". Em princípio, a expansão poderia ter infinitos valores a_v e $x_v(r)$, porém os problemas numéricos encontrados para um valor de v muito grande são imensos, por este motivo, expandimos nossa relação V.c.7 em 10 termos, i.e.:

$v_{\max} = 10$, o que significa que colocamos 20 parâmetros em procura automática.

Apesar de todas essas tentativas, nosso problema de convergência não foi resolvido. Apresentamos na figura V.c.3 as distribuições angulares obtidas em cada estágio de um cálculo feito com 4 iterações. Os valores de χ^2 associados a cada distribuição angular estão indicados na figura, bem como o número da iteração correspondente. O potencial obtido no final da 2a. iteração, que por sua vez gerou a 3a. distribuição angular está apresentado na figura V.c.4.

Neste caso, também não nos preocupamos com o potencial na região interior a $r = 4$ fm, pois essa região não provoca nenhuma modificação na distribuição angular calculada. Quanto à região $10 \text{ fm} < r < 20 \text{ fm}$, esta se mostrou importante, uma vez que cortando as oscilações que tanto a parte real quanto a parte imaginária apresentam, o efeito oscilatório na distribuição angular é modificado.

Infelizmente, ainda não conseguimos resolver todos os problemas que envolvem este tipo de análise e a maior evidência disto é o fato do método divergir em ambas as expansões utilizadas. Algumas explicações dos possíveis motivos que gerariam esta divergência juntamente com algumas sugestões para a solução do problema são dadas no capítulo das conclusões.

Apesar disso, ainda podemos fazer algumas observações a respeito do potencial de interação nuclear, comparando as figuras V.c.1 e V.c.4:

1. A região da superfície do potencial inicial foi pouco modificada, indicando que as oscilações na distribuição angular não são provocadas por esta região.

Figura V.c.3 - Distribuição angular calculada pelo GISELLE em diversas etapas do cálculo comparadas com os dados experimentais.

Figura V.c.4 - Potencial obtido no final da segunda iteração do programa GISELLE que gerou a distribuição angular de $\chi^2 = 36,6$ da figura V.c.3.

2. As modificações que promoveram o aparecimento de oscilações na região intermediária e traseira das distribuições angulares foram mais internas, i.é: na região onde $V(r)$ e $W(r)$ do potencial inicial A.1 variam pouco. Este resultado concorda com o observado no item V.a, onde as modificações no potencial se concentraram na região entre 5 e 6,5 fm.

CAPÍTULO VI. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Com o objetivo de estudar os fenômenos ligados ao espalhamento elástico entre íons pesados-leves com massas múltiplas de 4 (partículas α), medimos 4 distribuições angulares do sistema $^{12}\text{C} + ^{28}\text{Si}$ nas energias de 19, 21, 23 e 25 MeV. Primeiro, utilizamos um detetor sensível à posição, onde obtemos os espectros de espalhamento em 16 ângulos simultaneamente. Os espectros foram obtidos em modo multicanal, através de uma divisão analógica dos pulsos E e xE gerados pelo detetor e utilizando-se um artifício na matriz de fiação do sistema de aquisição. A secção de choque de espalhamento elástico em ângulos traseiros na energia de 25 MeV foi medida utilizando-se telescópios E- ΔE em anti-coincidência com o objetivo de filtrar dos espectros o fundo produzido pelas partículas leves (α, d, p) proveniente da fusão $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ e $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$. Este sistema se mostrou bastante útil para a medida de ângulos traseiros e inclusive está sendo utilizado em outras experiências onde o mesmo problema de fundo aparece.

A análise teórica das distribuições angulares foi feita de quatro maneiras diferentes.

Na primeira fase de análise, procuramos encontrar parâmetros de potenciais ópticos do tipo Woods-Saxon que reproduzissem satisfatoriamente os dados experimentais obtidos nas energias estudadas.

Para isto, selecionamos 7 conjuntos de parâmetros com características diferentes e comentamos os efeitos destas características sobre a distribuição angular. Fizemos, também, uma comparação da quantidade $\frac{W(r)}{V(r)}$ para alguns dos potenciais estudados e utilizamos esta quantidade para esclarecer o significado da expressão "potencial transparente".

Na segunda fase da análise, estudamos os efeitos de perturbações quadradas adicionadas à parte real e depois à parte imaginária do potencial óptico, com o objetivo de loca-

lizar a região responsável pelas oscilações na distribuição angular de espalhamento elástico em energias próximas à barreira Coulombiana.

Deste estudo inicial, podemos enumerar algumas conclusões:

1. Não é trivial se produzir oscilações na distribuição angular de espalhamento elástico em energias próximas à barreira Coulombiana. Potenciais ópticos apenas transparentes na superfície não conseguem reproduzir essas oscilações.
2. Pode-se também obter oscilações na distribuição angular de espalhamento elástico fazendo-se modificações na região superficial interna (r entre o cotovelo e R) no sentido de tornar o potencial óptico mais transparente nesta região, i.e., tornar o valor de $\frac{W}{V}(r)$ pequeno. As modificações que promoveram a diminuição deste valor, geraram oscilações na secção de choque de espalhamento elástico em ângulos intermediários e traseiros.

Na terceira fase, analisamos os dados experimentais a 25 MeV e a 29 MeV (obtido por Ost e colaboradores (0481)),

utilizando um programa de análise por defasagens desenvolvido por membros do grupo e modificado por nós. Os dados em energias mais baixas não foram analisados por não apresentarem medidas em ângulos mais traseiros e conseqüentemente por não fornecerem matrizes S_L confiáveis. Da análise por defasagens podemos enumerar algumas conclusões:

3. Este tipo de análise consegue reproduzir muito bem os dados experimentais, fornecendo uma matriz S_L final com pouca ambigüidade, desde que os dados experimentais sejam minuciosos e precisos.
4. As oscilações encontradas nas distribuições angulares analisadas, NÃO são provocadas por um efeito ressonante com um valor de momento angular (l) específico, mas um grande número de ondas parciais são responsáveis por essas oscilações.

Finalmente, analisamos os dados experimentais utilizando o programa GISELLE desenvolvido por nós. O método de inversão proposto, tentou utilizar o fato de uma análise por defasagens apresentar um excelente ajuste com os dados experimentais, para calcular, a partir dessas, o potencial de interação nuclear. Infelizmente, não resolvemos todos os problemas que um método de inversão apresenta, uma vez que o potencial calculado divergiu passadas algumas iterações. Porém, podemos enumerar algumas conclusões a respeito do potencial nuclear, uma vez que obtivemos oscilações na distribuição angular calculada no final de cada etapa do cálculo.

- 5) O potencial obtido, apresenta as maiores modificações na região mais interna, com janelas próximas ao cotovelo sendo que a superfície não sofreu grandes modificações, mantendo-se igual ao potencial de partida. Isto mostra que modificações perto do cotovelo podem também causar oscilações na distribuição angular.

6. Aparentemente, a introdução de uma componente criada de partículas ($W(r) > 0$) na região próxima a 7 fm (fato observado em ambas as expansões utilizadas) é importante. Uma evidência disto pode ser vista no trabalho de Lipperheide (Li79) onde ele estuda o sistema $^{16}\text{O} + ^{28}\text{Si}$ através da inversão do problema de espalhamento (Li78), calculando a correção do potencial óptico devido à introdução de um polo de Regge na matriz S_ℓ . O potencial final apresenta algumas características semelhantes aos potenciais calculados pelo GISELLE, inclusive esta componente positiva na parte imaginária do potencial.

Faremos, finalmente, a seguir duas sugestões de trabalhos interessantes, que pretendemos colocar em andamento brevemente.

SUGESTÕES

1. O primeiro trabalho é inspirado no item V.a. onde calculamos o efeito de perturbações quadradas adicionadas a potenciais do tipo Woods-Saxon. Um trabalho interessante e que tornaria mais quantitativo este estudo seria descrever o potencial de interação como a soma de duas componentes. Uma componente volumétrica (Woods-Saxon) e outra componente superficial (derivada de Woods-Saxon). Este tipo de potencial já foi utilizado por Baltz e Kahana (Ka77) no estudo de reações de transferência para núcleos mais pesados apenas descrevendo o potencial imaginário sob esta forma, e não se preocupando na descrição do fenômeno de oscilação na distribuição angular de espalhamento elástico. Esta análise é perfeitamente possível e e

xistem programas prontos capazes de executá-la (ECIS, MODOPT, MAGALI), comparando diretamente as distribuições angulares calculadas com os dados experimentais.

2. A segunda sugestão, seria a de se dar continuidade ao trabalho de inversão do problema de espalhamento. Uma tentativa não muito complicada, uma vez que o programa GISELLE está em pleno funcionamento, seria a de incluir um termo de segunda ordem na aproximação sugerida no item III.c (III.c.8). Este termo transformaria a relação III.c.9 da seguinte maneira:

$$\delta S_{\ell} = -i \frac{4\mu}{\hbar^2 k} \left[\int (\bar{u}_{\ell}^0(r))^2 \delta V(r) dr + \int (\bar{u}_{\ell}^0(r)) (\delta \bar{u}_{\ell}^0(r)) \delta V(r) dr \right]$$

Quanto à expansão da perturbação $\delta V(r)$, ela poderia continuar a ser descrita na mesma maneira com que é descrita atualmente, isto é, sob a forma de funções de Bessel esféricas. Talvez a inclusão deste segundo termo, corrigiria o problema de divergência de método.

Referências:

- Ac 82 - C.V. Acquadro, comunicação particular.
- Ba 74 - M. Bacal et al, Nucl. Instr. and Meth. 114(1974)407
- Be 69 - P. Bevington, Data reduction and error analysis for the physical sciences. Mc-Graw-Hill Book company (1969)
- Br 77 - P. Braun-Munzinger et al, Phys. rev. Lett. 38(1977)944
- Ch 81 - P. Charles, tese Orsay 2378(1981)
- Ch 79 - C. M. Cheng et al, Phys. Rev. C 20(1979)1042
- Cr 76 - J. G. Cramer et al, Phys. Rev. C 14(1976)2158
- Fr 71 - W. E. Frahn, Phys. Rev. Lett. 26(1971)568
- Fr 75 - W. E. Frahn, Heavy Ion, high spin states and Nuclear structure IAEA (1975)157
- Ge 78 - J. J. L. Greenway, University of Oxford, Internal report 85/77
- He 72 - R. G. Herb, Rev. Bras. Física 2(1972)17
- Hu 82 - M. S. Hussein et al, Phys. Rev. C 25(1982)1895
- Ig 58 - G. Igo, Phys. Rev. Lett. 1(1958)72
- Ko 82 - Y. Kono, comunicação particular
- Li 78 - R. Lipperheide et al, Z. Physik A286 (1978)45
- Li 79 - R. Lipperheide et al, Phys. Lett. 82B(1979)39

- Li 81 - R. Lichtenthler F, tese de mestrado
- Li 82 - R. Lichtenthler F et al, submetido  Phys. Rev. C
- Me 81 - M. C. Mermaz et al, Phys. Rev. C 24(1981)1512
- Me 81b - M. C. Mermaz et al, comunicao Particular
- Me 81c - M. C. Mermaz, Phys. Rev. C 23(1981)755
- Ma 79 - R. S. Mackintosh, J. Phys. G 5(1979)1587
- Os 79 - R. Ost - R. Ost et al, Phys Rev. C 19(1979)740
- Ro 78 - V. Rotberg, tese de doutoramento
- Sa 68 - Handbook of Physicochemical Properties of the Elements ed. G. V. Samsonov (1968)
- Sa 71 - J. Sanada et al, Proc. Symp. Ion Sources and Formation of Ion beams, BNL (1971)269
- To 77 - A. Szanto de Toledo et al, Rev. Bras. Física. 7(1977)1
- Ty 78 - P. Tykesson, Synposium Oak Ridge (1978)
- Wo 54 - R. D. Woods et al, Phys. Rev. 95(1954)577
- Vi 81 - A. C. C. Villari et al, Nucl. Instr. and Meth. 179(1981)195