UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

Agostinho
de
Paulo
por
André

27

DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS DE DENSIDADE
DE NÍVEIS PARA NÚCLEOS NA CAMADA s-d

SBI-IFUSP

305M810T0638

NELSON CARLIN FILHO

Tese submetida ao Instituto de
Física da Universidade de São
Paulo para obtenção do título
de Mestre em Ciências.

Orientador:

Prof.Dr. ALEJANDRO SZANTO DE TOLEDO

SÃO PAULO
1983

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pela Biblioteca do
Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Carlin Filho, Nelson

Determinação de parâmetros de densidade de níveis para núcleos na camada s-d.
São Paulo, 1983.

Tese (Mestrado) - Universidade de São Paulo. Instituto de Física. Departamento de Física Nuclear.

Area de concentração: Física Nuclear.

Unitermos: 1. Reações nucleares com íons pesados.

USP/IF-B08/83

A meus pais

AGRADECIMENTOS

Ao Prof.Dr. Alejandro Szanto de Toledo, desejo expressar minha sincera gratidão pela orientação segura e amiga, bem como pelo apoio e estímulo constantes durante todo o decorrer deste trabalho.

Ao Prof.Dr. Oscar Sala, pelo esforço realizado no aperfeiçoamento do laboratório e por ter colocado à minha disposição todos os equipamentos necessários.

Ao Prof.Dr. Juan Carlos Acquadro, pela extrema dedicação no trabalho de manutenção do acelerador e também pela amizade e valiosa ajuda na tomada dos dados.

À Melayne, devo muito deste trabalho, pela inestimável ajuda, incentivo e paciência demonstradas durante todas as fases.

Ao Raphael Liguori, Edilson e Messias, desejo agradecer pela amizade, incentivo e valiosa colaboração na tomada dos dados.

Desejo agradecer ao Hêlio Takai, pelas discussões, incentivo constante e pela amizade.

Agradeço ao Adilson Teles, Mário Ferraretto, Paulo César e Wagner, pela dedicação no desenvolvimento dos programas e pela colaboração, paciência e amizade demonstradas.

A todos os operadores do computador, minha sincera gratidão pela boa vontade sempre demonstrada e pela amizade.

Ao Gelson, pela inestimável ajuda na implantação dos programas no IPEN, pela inesgotável boa vontade demonstrada e pela amizade e apoio que sempre recebi.

Ao Hêlio Dias, pela implantação do programa LILITA no CTA e pela colaboração na execução dos cálculos.

Ao pessoal técnico das oficinas mecânica, eletrônica e Van de Graaff e ao pessoal responsável pela manutenção do acelerador e fontes de íons, meus sinceros agradecimentos.

Finalmente,devo agradecer ao Carlos Eduardo, pelos desenhos feitos com cuidado e dedicação e à Gina, pela cuidadosa datilografia e amizade.

RESUMO

Através do estudo do contínuo de espectros de partículas leves evaporadas por um núcleo composto, determinamos parâmetros de densidade de níveis para núcleos pertencentes à camada s-d.

Foram medidas distribuições angulares para os sistemas $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ (48.8 e 54.2 MeV), $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$ (46.0 MeV) e $^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$ (41.3 MeV), com $5^\circ \leq \theta_{\text{LAB}} \leq 80^\circ$, obtendo-se espectros referentes aos canais de saída p, d, t e α . Telescópios do tipo barreira de superfície foram utilizados na detecção das partículas carregadas.

A análise foi efetuada em base ao modelo estatístico de Hauser-Feshbach onde o conhecimento da densidade de níveis dos núcleos residuais e, particularmente do parâmetro de densidade de níveis, é fundamental.

A restrição do estudo a regiões de energia de excitação onde predomina a contribuição do primeiro decaimento do núcleo composto, permitiu eliminar a ambigüidade dos resultados.

As vantagens e inconvenientes do método aplicado são discutidos.

ABSTRACT

Level density parameters for s-d nuclei were obtained through the study of the continuum of light particles evaporation spectra, from heavy ion compound reactions.

Angular distributions were measured for the $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ (48.8 and 54.2 MeV), $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$ (46.0 MeV) and $^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$ (41.3 MeV) systems in the angular interval $5^\circ \leq \theta_{\text{LAB}} \leq 80^\circ$. Energy spectra of the p, d, t and α exit channels were obtained. Solid state telescopes were used for the charged particles identification.

The analysis of the data has been performed within the framework of the Hauser-Feshbach theory. The importance of the level density parameter has been investigated.

The comparison of the experimental data to the theoretical prediction has been done in an excitation energy region in which sequential decay is negligible.

The accuracy of the method is discussed.

Í N D I C E

I. INTRODUÇÃO	1
II. A EXPERIÊNCIA	6
II.1. Arranjo Experimental	6
II.1.1. O ACELERADOR PELLETRON E O TRANSPORTE DE FEIXE	6
II.1.2. CÂMARA DE ESPALHAMENTO	10
II.1.3. ELETRÔNICA PARA AQUISIÇÃO	15
II.2. Aquisição dos Dados	17
II.2.1. MÉTODO DE AQUISIÇÃO	17
II.2.2. MEDIDAS REALIZADAS	18
III. II.3. Redução dos Dados	19
II.3.1. PROGRAMAS DE REDUÇÃO	19
II.3.2. CALIBRAÇÃO DOS ESPECTROS	25
II.3.3. CÁLCULO DA SECÇÃO DE CHOQUE ABSOLUTA.	27
II.3.4. DISTRIBUIÇÕES ANGULARES E ESPECTROS INTEGRADOS EM ÂNGULO	31
III. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	35
III.1. Reações via Núcleo Composto	35
III.1.1. HIPÓTESE DE <i>BOHR</i>	35
III.1.2. MODELO ESTATÍSTICO DE <i>HAUSER-FESH -</i> <i>BACH</i>	40
III.1.3. LINHA DE <i>YRAST</i>	51
III.2. Densidade de Níveis	53
III.2.1. CARACTERÍSTICAS EXPERIMENTAIS	53
III.2.2. TRATAMENTO TEÓRICO - MODELOS	55
III.2.3. PARÂMETRO DE DENSIDADE DE NÍVEIS ..	71

III.3. Decaimento Seqüencial	77
III.4. Flutuações Estatísticas	81
III.5. Efeitos do Parâmetro de Densidade de Níveis e do Momento Angular na Secção de Choque ...	83
IV. ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS	88
IV.1. O Programa <i>STATIS</i>	88
IV.2. Determinação dos Parâmetros de Densidade de Níveis	97
V. CONSIDERAÇÕES FINAIS	117
REFERÊNCIAS	125

I. INTRODUÇÃO

Com o crescente desenvolvimento de aceleradores, as reações induzidas por íons pesados vêm despertando um grande interesse nos últimos anos, pois a grande quantidade de energia e momento angular envolvidos, permite a formação de sistemas nucleares longe da linha de estabilidade, altamente excitados e com elevado momento angular. As características cinemáticas das colisões entre íons pesados, possibilitam também a ocorrência de vários processos claramente distintos^{1,2)}. Em termos semi-clássicos, dependendo do parâmetro de impacto no canal de entrada, é possível favorecer por exemplo, no caso deste ser grande, colisões rasantes (usualmente denominadas de *reações diretas*). Neste caso, onde somente a superfície nuclear tem papel importante, ocorre a transferência de poucos nucleons com pouca dissipação de energia cinética. Os processos muito inelásticos, nos quais grande quantidade de energia é dissipada e que apresentam características de pré-equilíbrio, assim como os processos com as características mais inelásticas possíveis (fusão completa), onde ocorre a formação de um núcleo composto em equilíbrio térmico, ocorrem quando temos parâmetros de impacto intermediários e pequenos.

No caso de colisões entre íons pesados-leves ($A \lesssim 30$), a fusão completa dá conta de praticamente toda seção de choque de reação, até energias de bombardeio da ordem de duas vezes a da barreira Coulombiana³⁾. Este tipo de reação constitui-se, então, num dos principais processos que podem ser investigados no laboratório *Pelletron* do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, em virtude das características do acelerador.

O interesse atual no estudo da fusão concentra-se essencialmente: no estudo da dinâmica das colisões, no senti-

do de entender a limitação do canal de entrada e núcleo composto; na tentativa de identificação dos estágios intermediários que o sistema composto experimenta até a formação do núcleo composto ou decaimento em pré-equilíbrio e no estudo da estrutura dos núcleos através da espectroscopia de estados de elevado momento angular⁴⁻⁹).

A secção de choque de fusão, por ser uma grandeza de natureza *inclusiva*, representando portanto o efeito integrado de todos os canais finais, vai auxiliar de forma limitada esses estudos.

Sob o ponto de vista experimental, tornam-se então fundamentais, investigações sistemáticas das distribuições de massa e carga dos resíduos de evaporação (que refletem as etapas do decaimento seqüencial do núcleo composto), e das características das partículas leves emitidas, que através das distribuições angulares, correlações angulares e funções de excitação, permitem a obtenção de maiores detalhes sobre os diversos canais finais envolvidos no processo.

Na fusão de íons pesados, pelo fato dos núcleos compostos serem, geralmente, populados em altas energias de excitação, onde a superposição de níveis é considerável, torna-se necessário descrever o decaimento dos mesmos em base a modelos estatísticos. Atualmente, a teoria mais elaborada neste sentido, é a desenvolvida por *Hauser-Feshbach*^{10,11}, que será utilizada neste trabalho. Entretanto, a confiabilidade da análise dos dados nesse caso, depende fortemente do conhecimento exato de alguns parâmetros fundamentais, tais como o momento angular crítico (J_{crit}), que é o máximo momento angular que o núcleo composto pode suportar antes da fissão, e o parâmetro de densidade de níveis. Outros parâmetros também importantes na descrição do processo são o momento de inércia e deformação dos núcleos, que afetam a forma das distribuições angulares e dos espectros, e a penetrabilidade das barreiras

que atua também sobre os valores das secções de choque.

O momento angular crítico é determinado através da secção de choque de fusão (σ_F), que usualmente é medida através da detecção de resíduos pesados de evaporação¹²⁾. Entretanto, para sistemas não muito pesados, a contribuição de reações diretas, embora reduzida na região de energia de nosso interesse, pode acarretar incertezas.

Uma maneira alternativa para a determinação de J_{crit} , através da teoria de *Hauser-Feshbach*¹³⁾, utiliza comparações entre distribuições angulares de estados de baixo e elevado momento angular, no caso populados seletivamente, destacando-se sobre o contínuo. Contudo, no estudo de reações que não apresentam seletividade, este método se mostra inviável. Deste modo, uma outra alternativa é o uso da região do contínuo, através do estudo da magnitude e forma dos espectros¹⁴⁾.

A probabilidade de produção de certos resíduos, associada à competição entre a evaporação dos diversos tipos de partículas, depende, essencialmente, do número de canais abertos, ou em outras palavras, da densidade de níveis dos núcleos residuais.

Sendo assim, neste trabalho, nos propomos a determinar parâmetros de densidade de níveis para vários núcleos s-d através do estudo dos espectros de evaporação de partículas leves, por um núcleo composto altamente excitado. Essa determinação é fundamental para se poder utilizar com maior confiabilidade, os modelos estatísticos na interpretação dos resultados experimentais.

Em particular, para a região de massa de nosso interesse, existe pouca informação sobre parâmetros de densidade de níveis, sendo os poucos conhecidos determinados por espalhamento de nêutrons lentos e reações induzidas por prótons

de baixa energia¹⁵). Além disto, nesta região, por serem poucos os núcleons, os efeitos de estrutura são marcantes na densidade de níveis.

Devido às características das reações via núcleo composto, utilizamos as regiões de energias de excitação mais elevadas, que por sua vez, são mais apropriadas para o uso dos vários modelos que descrevem a densidade de níveis nucleares. Por outro lado, para obtenção de resultados com menor grau de ambigüidade, limitamos o estudo a regiões correspondentes ao primeiro decaimento do núcleo composto.

Foram medidas, então, distribuições angulares de talhadas das partículas leves carregadas (p, d, t, α), para os sistemas $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$, $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$ e $^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$ em energias de bombardeio acima da barreira.

No capítulo II, são descritos o aparato experimental, a redução dos dados experimentais e justificados os métodos utilizados.

No capítulo III, é feita uma breve discussão dos modelos estatísticos de *Weisskopf e Hauser-Feshbach*, que descrevem o decaimento de um núcleo composto. Discutimos brevemente alguns modelos para descrição da densidade de níveis (baseados essencialmente na caracterização do núcleo como um sistema de férmions independentes), observando a região de validade dos mesmos. A contribuição do decaimento sequencial nos espectros e o surgimento das flutuações estatísticas, bem como a maneira de eliminá-las são também brevemente discutidas. Mostramos, também, o efeito do parâmetro de densidade de níveis (a) e do momento angular, na forma e magnitude das distribuições angulares e espectros.

O capítulo IV trata da análise dos dados e apresentação dos resultados. Para o ajuste dos parâmetros de densidade de níveis, utilizamos regiões dos espectros, onde exis-

te somente contribuição do primeiro decaimento do núcleo composto e levamos em conta a forma e magnitude dos espectros.

Finalmente, no capítulo V, apresentamos uma discussão dos resultados obtidos, da contribuição do trabalho e algumas sugestões para a continuidade do mesmo.

II. A EXPERIÊNCIA

II.1. Arranjo Experimental

II.1.1. O ACELERADOR PELLETRON E O TRANSPORTE DE FEIXE

Para a realização das medidas, foi utilizado o acelerador Pelletron 8UD da Universidade de São Paulo¹⁶⁾. A fonte de íons utilizada foi uma do tipo duoplasmatron¹⁷⁾, própria para a extração de feixes de H^- , O^- , NH^- , etc.

A fonte duoplasmatron (fig. II.1) consiste de um filamento de níquel recoberto por uma camada de óxido de bário (catodo), que quando aquecido emite elétrons. Este filamento se encontra a um potencial negativo em relação ao anodo.

Quando se introduz o gás na região do filamento, ocorre a formação de íons positivos. Íons negativos também podem ser formados através da captura de um elétron por um átomo neutro do gás, dando origem a um plasma que vai se concentrar na região do anodo, devido à presença de um forte campo magnético, de onde se extrai os íons negativos. A partir daí, o feixe é previamente acelerado por um potencial $V_e = -80$ KV.

Finalmente um quadrupolo eletrostático garante ao feixe as condições óticas ideais para a injeção no acelerador.

Antes de ser injetado no acelerador (fig. II.2), o feixe é inicialmente defletido de 90° por um eletroímã, cujo máximo valor de ME/Z^2 é 20 (ME-20). Ao atingir o terminal de cargas do acelerador, as partículas do feixe atravessam uma folha fina de carbono (*stripper*), perdendo vários elétrons e, portanto, adquirindo carga positiva com uma distribuição percentual que depende da natureza e energia dos íons (fig. II.3).

O CATODO É CONSTITUÍDO DE UMA MALHA DE NÍQUEL REVESTIDA COM ÓXIDO DE BÁRIO E CÁLCIO.

Figura II.1 - Esquema da fonte de íons duoplasmatron.

Figura II.2 - Sistema do acelerador Pelletron.

Figura II.3 - Fração dos íons do feixe com carga i , a pós a passagem por um material, em função da energia, para nitrogênio e oxigênio (estas distribuições são essencialmente independentes do material)¹⁸.

Os íons positivos são então, em um segundo estágio, novamente acelerados pelo potencial (V_T) do terminal, possuindo na saída do tubo acelerador, a energia $E = |V_e| + (Z+1)V_T$ em MeV.

Na saída do acelerador, o feixe é novamente defletido de 90° pela ação de um outro eletroímã (ME-200), cuja finalidade é separar as partículas componentes do feixe em função da relação entre massa (M), carga (Z) e energia (E) previamente determinada. O controle de energia é feito automaticamente por um sistema composto por duas fendas situadas no ponto imagem do ímã ME-200 e um triodo, cujo catodo está em terra. A placa do mesmo está ligada a uma agulha de corona colocada junto ao terminal. Se ocorre uma variação no potencial do terminal (V_T), vai haver uma variação na energia do feixe e também no raio de curvatura da trajetória no interior do ímã, fazendo com que o feixe passe a incidir em uma das fendas de controle. O sinal das fendas é transformado numa correção na tensão da grade do triodo, ocasionando um aumento ou diminuição da corrente de corona para restabelecer o potencial correto.

Finalmente, o feixe é novamente defletido por outro eletroímã (*switching magnet*), que o dirige a uma das seis canalizações existentes.

II.1.2. CÂMARA DE ESPALHAMENTO

A câmara utilizada para as medidas, tem 100 cm de diâmetro e está situada no extremo da canalização $30^\circ B$ (fig. II.4).

No centro está montado um sistema de porta-alvos, que permite a troca dos mesmos, sem a quebra do vácuo.

No porta-alvos, foram colocados alvos de carbono natural, preparados pelo método de bombardeamento eletrônico¹⁹),

Figura II.4 - Corte vertical da câmara de espalhamento

- 1 e 2) 1E e 2E, 1S e 2S = fendas de entrada e saída para definição do feixe
- 3) suporte dos detetores
- 4) porta-alvos
- 5 e 6) colimadores dos detetores
- 7) escala graduada para leitura do ângulo de observação (θ_{LAB})
- 8) conetores BNC para conexão com os detetores
- 9) leitura do ângulo definido pela direção do feixe e do alvo
- 10) coletor de feixe
- 11) supressão eletrônica
- 12) montagem dos detetores de barreira de superfície

com espessura aproximada de $30 \mu\text{g}/\text{cm}^2$.

A câmara possui também um prato giratório com ranhuras espaçadas de 15° que pode se mover livre e continuamente, em torno do alvo.

A leitura dos ângulos é efetuada através de lunetas instaladas na tampa da câmara e permite a precisão de um minuto de grau.

Antes de atingir o alvo, o feixe tem sua geometria definida por dois conjuntos de colimadores constituídos cada um por duas fendas circulares de tântalo (definição e *anti-scattering*) espaçados de 1 m. As fendas de definição, de 0.5 mm de espessura, têm um diâmetro $\phi \sim 1.5 \text{ mm}$ e as de *antisattering*, $\phi \sim 2.0 \text{ mm}$.

Foram montados na câmara, dois telescópios $E-\Delta E^{20}$) cada um composto por dois detetores do tipo barreira de superfície²¹⁾, sendo que o primeiro tem por finalidade, medir a perda de energia ΔE da partícula que o atravessa e, o segundo, deve absorver totalmente a partícula, medindo assim, a energia restante E , sendo a energia total dada por $E_T = E + \Delta E$.

Para obtermos uma maior região de energia onde a identificação das partículas é possível, utilizamos detetores ΔE finos, de espessura 20 e 40 μm e detetores E de 2000 e 1000 μm em ângulos traseiros. Na tabela II.1, mostramos valores de perda de energia para prótons e alfas atravessando detetores de 20 e 40 μm de espessura. Apresentamos, também, para prótons, dêuterons, tritons e alfas os valores máximos de energia (E_{max}) para os quais essas partículas ainda são totalmente freadas nos detetores de 1000 e 2000 μm .

20 μm				40 μm			
E_{Proton} (MeV)	ΔE (MeV)	E_{Alfa} (MeV)	ΔE (MeV)	E_{Proton} (MeV)	ΔE (MeV)	E_{Alfa} (MeV)	ΔE (MeV)
1.0	1.0	5.0	3.754	1.0	1.0	5.0	5.0
5.0	0.204	10.0	1.982	5.0	0.582	10.0	4.361
10.0	0.158	20.0	1.154	10.0	0.339	20.0	2.361
20.0	0.102	30.0	0.845	20.0	0.208	30.0	1.710
30.0	0.078	40.0	0.679	30.0	0.166	40.0	1.367
40.0	0.065	50.0	0.573	40.0	0.130	50.0	1.151
1000 μm				2000 μm			
Partícula	E_{max} (MeV)	Partícula	E_{max} (MeV)	Partícula	E_{max} (MeV)	Partícula	E_{max} (MeV)
p	12.0	d	16.0	p	18.0	d	24.0
α	48.0	t	19.0	α	70.0	t	29.0

Tabela II.1²²⁾

Entre o alvo e detectores, foram colocadas folhas absorvedoras de níquel ($\sim 13.8 \text{ mg/cm}^2$), com a finalidade de evitar que partículas pesadas, provenientes do espalhamento elástico e os resíduos de fusão que não são de interesse atinjam o detector, ocasionando uma alta taxa de contagem e consequentemente um tempo morto apreciável. Na tabela II.2, mostramos a perda de energia (ΔE) de p, α , ^{16}O e ^{14}N nessas folhas. Utilizou-se, também, em um ângulo fixo de 15° , um detector barreira de superfície com a finalidade de verificar eventuais variações na espessura do alvo nas várias irradiações (monitor).

p		α		^{14}N		^{16}O	
E (MeV)	ΔE ($\frac{\text{MeV}}{\text{mg/cm}^2}$)	E (MeV)	ΔE ($\frac{\text{MeV}}{\text{mg/cm}^2}$)	E (MeV)	ΔE ($\frac{\text{MeV}}{\text{mg/cm}^2}$)	E (MeV)	ΔE ($\frac{\text{MeV}}{\text{mg/cm}^2}$)
1.0	0.124	5.0	0.436	7.0	4.104	8.0	4.931
2.0	0.084	10.0	0.294	14.0	4.023	16.0	4.935
4.0	0.054	20.0	0.187	22.0	3.704	26.0	4.562
6.0	0.041	24.0	0.164	28.0	3.468	32.0	4.286
8.0	0.034	32.0	0.134	35.0	3.194	40.0	3.969
10.0	0.029	40.0	0.114	56.0	2.533	52.0	3.570

Tabela II.2³⁾

Em frente a cada telescópio foram colocadas fendas retangulares verticais de dimensões 2×8 mm com a finalidade de definir o ângulo sólido e minimizar o alargamento cinemático. Valores típicos de alargamento cinemático estão na tabela II.3. Os telescópios foram montados a 10 cm do alvo, o que acarreta um ângulo sólido $\Delta\Omega \sim 1.6$ msr.

A fim de determinar os valores da secção de choque absoluta, existe na saída da câmara um copo de Faraday, onde o feixe é coletado. Uma maior precisão na leitura de corrente do feixe é garantida por uma supressão geométrica.

α_0 ($E^* = 0.0$ MeV)		α_2 ($E^* = 4.12$ MeV)	
$\theta_{LAB}(\theta_{CM})$	$\Delta E/\Delta\theta$ (keV/grau)	$\theta_{LAB}(\theta_{CM})$	$\Delta E/\Delta\theta$ (keV/grau)
10 (14)	160	10 (14.5)	150
20 (28)	240	20 (29)	240
40 (55)	400	40 (57)	390
60 (81)	450	60 (83)	430
80 (104)	390	80 (106)	360

Tabela II.3. Valores de alargamento cinemático para as alfas correspondentes ao estado fundamental e segundo estado excitado do ^{24}Mg provenientes da reação $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, \alpha)^{24}\text{Mg}$ na energia de bombardeio de 54.2 MeV.

II.1.3. ELETRÔNICA DE AQUISIÇÃO

O dispositivo eletrônico utilizado consiste essencialmente de dois circuitos de coincidência (fig. II.5) sendo que os pulsos E e ΔE após serem pré-amplificados e amplificados são enviados a analisadores monocanal (TSCA). Os sinais dos TSCA em coincidência, são utilizados para garantir o sincronismo entre os sinais ΔE e E.

Neste trabalho, onde foram utilizados dois telescópios, pulsos de identificação dos telescópios (routing) foram também necessários.

Os sinais E e ΔE juntamente com os sinais de coincidência, são enviados a conversores analógico-digitais (ADC).

Figura II.5 - Dispositivo eletrônico utilizado

PRE = Pré-amplificador
 AMP = Amplificador
 TIMING SCA = Analisador monocanal
 COINC = Coincidência
 DELAY AMP = Amplificador de atraso
 GATE DG = Gerador de porta e atraso
 ΣE e $\Sigma \Delta E$ = Amplificador de soma

II.2. Aquisição dos Dados

II.2.1. MÉTODO DE AQUISIÇÃO

As informações de energia contidas nos sinais E e ΔE depois de digitalizadas, são enviadas evento por evento a determinadas posições na memória de um mini-computador *DDP-516 Honeywell*, através de uma matriz lógica de fiação. O ganho de conversão utilizado foi de 1024 canais. Este método de aquisição é denominado *modo fila*.

Da memória do *DDP-516*, os dados são enviados a um disco de trabalho de um computador *IBM 360/44* e daí armazenados em fitas magnéticas que serão utilizadas na redução dos dados, que é feita fora de linha.

Antes do início da experiência, pode-se, através de uma matriz de exibição, observar os espectros biparamétricos para efetuar os ajustes necessários. Durante a experiência a monitoração é feita por intermédio das projeções dos espectros biparamétricos nos eixos X e Y , que são exibidas na tela em linha.

Os espectros das projeções e do monitor são montados na memória do *DDP-516* e, posteriormente, são transferidos para um disco no *IBM 360* e daí para fita magnética, podendo-se, também, obter uma listagem. Estes espectros são adquiridos em modo multicanal.

O programa de aquisição é denominado *SADE III*²⁴⁾ e permite, também, através de um painel de funções, que se efetue várias operações em linha sobre os espectros multicanais exibidos, como por exemplo, expansão de certas regiões, determinação de coordenadas e contagens de picos, integração de regiões, calibração de espectros, etc. Podemos também graficar os espectros em escala linear ou logarítmica, usando um graficador

CALCOMP.

II.2.2. MEDIDAS REALIZADAS

Foram medidas distribuições angulares de partículas leves (α , p, d e t) para os sistemas $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$, $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ e $^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$ nas energias de bombardeio e intervalos angulares descritos na tabela II.4.

Sistema	$E_{\text{Bomb.}}(\text{MeV})$	Int.Angular	Canais de Saída
$^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$	46.0	$5^{\circ} \leq \theta_{\text{LAB}} < 75^{\circ}$ $\Delta\theta \sim 5^{\circ}$	p + ^{25}Mg d + $^{24}\text{Mg}^{\#}$ t + ^{23}Mg α + ^{22}Na
$^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$	48.8 54.2	$5^{\circ} \leq \theta_{\text{LAB}} < 80^{\circ}$ $\Delta\theta \sim 5^{\circ}$	p + $^{27}\text{Al}^*$ d + ^{26}Al t + ^{25}Al α + $^{24}\text{Mg}^{\#}$
$^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$	41.3	$5^{\circ} \leq \theta_{\text{LAB}} < 55^{\circ}$ $\Delta\theta \sim 5^{\circ}$	p + ^{29}Al d + ^{28}Al t + $^{27}\text{Al}^*$ α + ^{26}Mg

Tabela II.4

Os núcleos residuais assinalados com * e # na tabela II.4, foram populados por canais de saída diferentes, sendo possível, dessa forma, verificar a consistência dos resultados.

Medidas de espalhamento elástico para o sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ também foram realizadas na energia de bombardeio de 18 MeV e intervalo angular $5^\circ < \theta_{\text{LAB}} < 30^\circ$ para efeito de normalização.

II.3. Redução dos Dados

II.3.1. PROGRAMAS DE REDUÇÃO

Vários programas foram utilizados para se obter, a partir dos dados brutos biparamétricos armazenados em fita magnética, os espectros de energia referentes aos vários canais de interesse. Um diagrama de blocos é apresentado na figura II.6.

Uma pequena descrição, bem como resultados obtidos com os mesmos, será apresentada.

II.3.1.1. Programa *COMPAC2*

Os dados adquiridos em modo fila, por serem armazenados evento por evento, ocupam uma grande quantidade de fitas. Para se diminuir o número de fitas utilizadas e ao mesmo tempo dispor de uma maneira mais conveniente os dados nas mesmas, utilizou-se o programa *COMPAC2*²⁵⁾, que atua sobre os dados brutos através de programas de *SORT* e *MERGE* efetuando uma ordenação ao colocar o evento e a respectiva frequência, juntos e ordenados por linha e coluna. Os dados já compactados, estão dispostos em fita, organizados em blocos de 3200 *bytes* (fig. II. 7), cada bloco consistindo de 400 conjuntos de 8 *bytes*, sen

Figura II.6 - Diagrama de blocos mostrando o conjunto de programas utilizados na redução dos dados.

Figura II.7 - Disposição dos dados biparamétricos após a compactação.

do que, 2 *bytes* são reservados para cada parâmetro e 4 *bytes*, para o número de ocorrências. Nos 2 *bytes* reservados para cada parâmetro, 4 *bits* contêm a informação do número do *ADC*, que processa a informação e os restantes contêm o canal referente ao mesmo.

II.3.1.2. Obtenção de Espectros Biparamétricos

Partindo dos dados compactados, podemos obter espectros biparamétricos por dois procedimentos:

- a) saída em impressora através do programa *SIMLVERS*²⁵⁾, que permite seleccionar o intervalo de interesse em ambos os eixos;
- b) uso dos programas *MONTAD3*²⁵⁾, que monta os espectros em disco e *PLOTA*²⁵⁾, que armazena os espectros em fita, ambos no formato conveniente para um graficador eletrostático *VERSATEC* (fig. II.8).

A característica típica dos espectros $\Delta E \times E$, deve-se ao fato de que a perda de energia de uma partícula carregada com energia E , massa M e carga Z é proporcional a $\frac{1}{E}$, ou seja,

$$\frac{\Delta E}{\Delta X} \propto \frac{MZ^2}{E} \quad (26)$$

II.3.1.3. Programa *ROUT*

Pode-se notar na definição dos picos isolados identificados por ilhas na figura II.8a, uma pequena inclinação. Quando é efetuada a projeção no eixo de energia, a resolução (*FWHM*) do espectro, fica prejudicada. Isto se deve ao fato de que o espectro biparamétrico corresponde às variáveis $(\Delta E, E)$ e não

Figura II.8 - Espectros biparamétricos para os sistemas $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$, $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$ e $^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$. Observando a) e b), notamos a eliminação da inclinação nas transições individuais, quando, ao invés de E , temos $E + k\Delta E$. As faixas, de cima para baixo, correspondem às partículas alfa, ^3He , trítio, deuteron e próton, respectivamente. Os cortes abruptos observados, por exemplo, no canal de prótons, têm origem no fato de que estes atravessam o detector E a partir da energia de corte (ver tabela II. 1).

$(\Delta E, E_T)$, onde $E_T = \Delta E + E$, representa a energia total da partícula detetada. Como a perda de energia ΔE é atribuída a um processo estatístico cujo valor pode flutuar em torno de um valor médio e é inversamente proporcional à energia, uma partícula com ΔE maior, vai depositar no segundo detetor uma energia menor e vice-versa, ocasionando então, a inclinação observada.

Podemos eliminar esta inclinação e, por conseguinte, melhorar a resolução, se no eixo de energia, passarmos a ter a energia total E_T das partículas ao invés da residual E .

Para este fim, foi utilizado o programa *ROUT*²⁵⁾, que atua sobre os dados compactados modificando a disposição inicial que continha $(E, \Delta E, n^\circ \text{ de ocorrências})$, para $(E + k\Delta E, \Delta E, n^\circ \text{ de ocorrências})$. Deve-se incluir o fator k para levar em conta a diferença de ganho nos amplificadores para os parâmetros E e ΔE , pois os pulsos ΔE são bem menores que os pulsos E e, por isso, o ganho em ΔE é maior para que possamos separar os diferentes tipos de partículas. Este fator é determinado a partir de espectros preliminares, utilizando transições conhecidas.

O programa também leva em conta o fato de os espectros terem sido adquiridos em modo *routing*, e retira o *bit* de endereçamento dinâmico adicional, de modo que ambos os espectros adquiridos simultaneamente, passam a ter os canais numerados de 1 a 1024. Na figura II.8b, apresenta-se o mesmo espectro da figura II.8a, onde já foi efetuada a modificação, podendo-se notar a ausência de inclinação nas transições discretas, acarretando uma melhora na resolução.

II.3.1.4. Programa *POLIGOM*²⁵⁾

A partir dos espectros biparamétricos já devidamente corrigidos, é possível obter-se projeções em ambos os eixos, de

regiões definidas por uma poligonal. Este procedimento nos permite conseguir espectros em energia para um tipo único de partícula (fig. II.9). A resolução nos espectros já corrigidos, é da ordem de 100 keV.

II.3.2. CALIBRAÇÃO DOS ESPECTROS

Na calibração dos espectros, foram utilizadas transições bem conhecidas para estados discretos do núcleo residual, a partir das quais foi possível determinar as retas de calibração, isto é, a relação entre a energia cinética das partículas e o canal correspondente. Os valores das energias cinéticas consideradas, para a construção das retas, foram devidamente corrigidos, descontando-se a perda de energia das partículas nas folhas de níquel que foram colocadas entre o alvo e os detectores. A energia já corrigida corresponde à energia real detectada pelos telescópios.

Para o sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$, a calibração foi feita usando-se os estados discretos do ^{24}Mg através da reação $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, \alpha)^{24}\text{Mg}$, que apresenta elevado grau de seletividade^{27,28)}. Em particular, as transições para os estados $E^* = 0.0, 1.36, 4.123, 8.12, 9.28, 13.21, 14.14, 15.15$ e 16.85 MeV, que se destacam sobre o contínuo, foram utilizadas na calibração (fig. II.9). Para $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$, usamos também os estados do ^{24}Mg , por intermédio da reação $^{12}\text{C}(^{14}\text{N}, d)^{24}\text{Mg}$ e para $^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$, os estados do ^{26}Mg , provenientes da reação $^{12}\text{C}(^{18}\text{O}, \alpha)^{26}\text{Mg}$.

O espalhamento elástico de H (contaminante do alvo) com o projétil, apresenta um pico discreto e intenso em ângulos dianteiros. Este ponto também foi utilizado na calibração.

Para cada um dos sistemas, as retas de calibração são idênticas para todos os canais observados, pois estes foram adquiridos simultaneamente.

Figura II.9 - Espectro típico para a reação $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, \alpha)^{24}\text{Mg}$. As várias transições que se destacam sobre o contínuo foram utilizadas para calibração. A linha pontilhada corresponde a um ajuste polinomial para o fundo.

$$d^2\sigma/d\Omega dE^* (\text{arb/sr.MeV})$$

II.3.3. CÁLCULO DA SECÇÃO DE CHOQUE ABSOLUTA

A secção de choque diferencial experimental, relativa a um sistema de referência fixo no laboratório é dada por:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{LAB}} = \frac{Y}{N_F N_A \Delta\Omega} \quad (\text{II. 1})$$

onde: Y = número de eventos observados.

N_F = número de partículas no feixe incidente durante a exposição, que pode ser escrito como $N_F = \frac{Q}{\bar{Z}pe}$, sendo Q a carga total integrada (vide figura II. 4) durante a exposição e $\bar{Z}_p$, o estado de carga médio do feixe, que pode ser determinado (vide fig. II. 3) por $\bar{Z} = \sum_i Z_i P_i$ para cada energia de bombardeio, sendo Z_i cada estado de carga possível e P_i a probabilidade para cada estado.

N_A = número de partículas presentes no alvo por unidade de área dado por $N_A = \frac{dN_0}{A}$, sendo d a espessura do alvo em g/cm², N_0 o número de Avogadro e A a massa molar expressa em gramas.

$\Delta\Omega$ = ângulo sólido subentendido pelo detetor.

Uma vez que os cálculos teóricos das secções de choque são, geralmente, relativos a um referencial fixo no centro de massa, devemos introduzir um fator de conversão (G), que pode ser determinado levando-se em conta que o número de partículas por unidade de tempo incidindo em um elemento de ângulo sólido $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$, deve ser o mesmo em ambos os sistemas.

Desta forma, sendo f o fluxo de partículas, ou seja, o número de partículas incidentes por unidade de área e por

unidade de tempo, temos:

$$f\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{LAB} \sin\theta_{LAB} d\theta_{LAB} = f\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM} \sin\theta_{CM} d\theta_{CM} \quad (II. 2)$$

ou seja:

$$G = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{LAB}} = \frac{\sin\theta_{LAB} d\theta_{LAB}}{\sin\theta_{CM} d\theta_{CM}} \quad (II. 3)$$

Tendo em vista a possibilidade de variações na espessura do alvo durante as várias irradiações tomou-se o cuidado de medir para cada uma, a razão Y_M/Q sendo Y_M o número de partículas detetadas no monitor fixo em $\theta_{LAB} = 15^\circ$. Esta razão deve permanecer constante no caso de não existir variações na espessura do alvo nem na posição do centro da reação. Caso ocorram variações significativas na razão Y_M/Q , podemos efetuar a correção necessária para cada irradiação, determinando constantes $K_M(\theta)$ dadas por $K_M(\theta) = \frac{\overline{(Y_M/Q)}}{(Y_M/Q)}$ sendo $\overline{(Y_M/Q)}$ o valor médio desta razão calculado a partir de todas as irradiações.

A fim de minimizar as incertezas na determinação dos ângulos sólidos e da espessura do alvo, decidiu-se, alternativamente, determinar o valor do produto $N_A \Delta\Omega$ através de medidas de espalhamento elástico.

Se o espalhamento é puramente Coulombiano (denominado espalhamento *Rutherford*), a secção de choque diferencial no referencial do centro de massa pode ser calculada exatamente, sendo dada por:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{Ruth} = \frac{(Z_p Z_A e^2)^2}{16E_{CM}^2 \sin^4(\theta_{CM}/2)} \quad (II. 4)$$

onde Z_p e Z_A são os números atômicos do projétil e do alvo, respectivamente, e E_{CM} a energia no referencial do centro de massa dada por

$$E_{CM} = \frac{M_A}{M_A + M_p} E_{LAB}, \quad (II. 5)$$

sendo M_p e M_A as massas do projétil e do alvo.

Assim, para um dado ângulo, podemos escrever:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM}^{Ruth} = \frac{Y_{EL.} G \bar{Z}_p e}{Q N_{A\Delta\Omega}} \quad (II. 6)$$

ou seja,

$$N_{A\Delta\Omega} = \frac{Y_{EL.} G \bar{Z}_p e}{Q} \frac{1}{\left(d\sigma/d\Omega\right)_{CM}^{Ruth}} \quad (II. 7)$$

Utilizamos, para a determinação de $N_{A\Delta\Omega}$ o espalhamento elástico de ^{16}O em ^{12}C na energia de bombardeio de 18 MeV no laboratório (7.7 MeV no centro de massa), que está abaixo da barreira Coulombiana, que é da ordem de 10 MeV no centro de massa. Garantimos, assim, que o espalhamento seja Coulombiano até $\sim 80^\circ$ (CM^{29}), que corresponde aproximadamente a 33° no laboratório (fig. II.10).

Foram feitas medidas em vários ângulos obedecendo ao requisito $\theta_{LAB} < 33^\circ$. Obtivemos, então, um valor de $N_{A\Delta\Omega}$ para cada ângulo medido e em seguida uma média dos valores encontrados, resultando num valor final $\langle N_{A\Delta\Omega} \rangle$. Durante as medidas não houve variação significativa na espessura do alvo.

Em sua forma final, a secção de choque diferencial ex

Figura II.10 - Distribuições angulares ($d\sigma_{el}/d\sigma_{Ruth}$), para o sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ em várias energias de bombardeio no centro de massa²⁹⁾.

perimental absoluta fica assim escrita:

$$\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}\right)_{CM} = \frac{Y G \bar{Z}_p e k_M(\theta)}{Q \langle N_{A\Delta\Omega} \rangle} \quad (II. 8)$$

Devemos lembrar que, como foram usados dois telescópios para as medidas de interesse, temos um valor de $N_{A\Delta\Omega}$ para cada telescópio. Os valores relativos de $\langle N_{A\Delta\Omega} \rangle$, podem ser obtidos se fizermos medidas em um mesmo ângulo para ambos os telescópios.

Com a finalidade de não repetir as medidas de espalhamento elástico para cada período de tomada de dados, reproduzia-se em cada novo período, alguns pontos já existentes no período anterior para efeito de normalização.

A incerteza dos valores experimentais de secção de choque pode ser calculada através da propagação dos erros devidos à determinação do valor de $N_{A\Delta\Omega}$, à constante $k_M(\theta)$ e ao erro estatístico.

II.3.4. DISTRIBUIÇÕES ANGULARES E ESPECTROS INTEGRADOS EM ÂNGULO

Sendo que nosso interesse reside na determinação da densidade de níveis e, conseqüentemente, na região do contínuo do espectro, podemos, a partir da equação das retas de calibração e com o auxílio de um programa que efetua cálculos de cinemática de reação (*Hee-Wee*), dividir os espectros em faixas de largura ΔE^* bem definidas em energia de excitação. Em nosso trabalho, escolhemos intervalos $\Delta E^* = 1.0$ MeV. Uma estimativa da região correspondente ao início do contínuo foi feita. Po-

demos dizer que começamos a observar superposição de níveis, quando a separação média D_{E^*} dos mesmos for da ordem da resolução experimental (R) ou da largura natural dos níveis Γ_{E^*} (isto é, $D_{E^*} \sim R, \Gamma_{E^*}$). Este ponto será discutido em detalhes no capítulo seguinte. Entretanto, podemos adiantar que a separação média pode ser expressa como $D \sim 1/\rho(E^*)$, sendo $\rho(E^*)$ a densidade de níveis do núcleo residual na energia de excitação E^* expressa em MeV^{-1} . Utilizando um parâmetro de densidade de níveis aproximado ($a = A/8$) e, sabendo que a resolução experimental é da ordem de 100 keV, e $\Gamma_{E^*} \approx 14.6 \exp - 4.69\sqrt{A/E^*}^{30}$ ~ 50 keV na maioria dos casos, conclui-se que a região do contínuo, em média, inicia-se em $E^* \sim 9$ MeV. A divisão do contínuo foi feita para cada espectro até a máxima energia de excitação atingida pelo núcleo residual calculada por $E_{\text{max}}^* = E_{\text{CM}} + Q_R - V_C$ sendo E_{CM} a energia no centro de massa, Q_R o valor do Q da reação e V_C a barreira Coulombiana na saída.

Calculando a integral das contagens contidas em cada faixa, calculamos com (II. 8) a secção de choque diferencial experimental para as mesmas e, seguindo o mesmo procedimento para os espectros nos vários ângulos, podemos calcular as distribuições angulares ($d^2\sigma(\theta_{\text{CM}})/d\Omega dE^* \times \theta_{\text{CM}}$) no centro de massa para cada faixa em energia de excitação. Os erros experimentais variaram de $\sim 10\%$ para alfas até $\sim 25\%$ para alguns pontos referentes aos tritons. As principais fontes de erro vêm da estatística (~ 5 a 10%) e do desvio padrão na determinação da espessura do alvo $\langle N_A \Delta \Omega \rangle$ (~ 10 a 15%). (ver figs. IV.3 a IV.9).

A partir das distribuições angulares podemos calcular também os espectros integrados em ângulo ($d\sigma/dE^* \times E^*$), bastando, para tal, tomar as distribuições angulares e integrá-las em ângulo sólido obtendo então, a secção de choque total para cada energia de excitação. Este valor foi determinado a partir de ajustes das distribuições angulares por polinômios

de Legendre da forma:

$$\frac{d^2\sigma(\theta_{CM})}{d\Omega dE^*} = \sum_{\ell} A_{\ell} P_{\ell}(\cos \theta_{CM}) \quad (II. 9)$$

para os valores pares de ℓ .

Sendo assim, finalmente obtemos a secção de choque total como:

$$\frac{d\sigma}{dE^*} = \int \frac{d^2\sigma(\theta_{CM})}{d\Omega dE^*} d\Omega \quad (II. 10)$$

Substituindo (II. 9) em (II. 10), resulta:

$$\frac{d\sigma}{dE^*} = 4\pi A_0, \quad (II. 11)$$

sendo A_0 o coeficiente de $P_0(\cos \theta_{CM})$. Tanto o valor de A_0 como o erro a ele associado são obtidos do ajuste efetuado e variaram entre 5 e 7%.

Um valor aproximado de $d\sigma/dE^*$ pode ser obtido a partir de um ajuste da distribuição angular pela expressão:

$$\frac{d^2\sigma(\theta_{CM})}{d\Omega dE^*} \sim \frac{A}{\sin \theta_{CM}} \quad (II. 12)$$

De acordo com (II.10) temos:

$$\frac{d\sigma}{dE^*} = 2\pi A \int \frac{\sin \theta_{CM} d\theta_{CM}}{\sin \theta_{CM}} = 2\pi^2 A \quad (\text{II. 13})$$

onde o valor de A é igual à secção de choque para $\theta_{CM} = 90^\circ$.

III. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

III.1. Reações Via Núcleo Composto

III.1.1. HIPÓTESE DE BOHR

Atualmente existe uma ampla categoria de experimentos que comprovam a formação de um núcleo composto^{31,32}). As primeiras evidências experimentais quanto à formação de núcleos compostos datam de aproximadamente quarenta anos atrás, quando da tentativa de explicar a variação da secção de choque de espalhamento elástico de nêutrons com a energia de bombardeio.

O primeiro modelo que tentava explicar essa variação, era o modelo de camadas de partícula única, em que se supunha que o neutron incidente movia-se brevemente no poço de potencial do núcleo-alvo. Assim, se fossem observadas ressonâncias, tanto no espalhamento como na absorção, estas estariam associadas aos níveis de partícula única, apresentando, portanto, uma separação da ordem de MeV e uma largura de aproximadamente 1 MeV, dado o pequeno intervalo de tempo em que o nêutron permanece no poço de potencial. Este tempo, típico de processos rápidos, é da ordem de magnitude do diâmetro do núcleo dividido pela velocidade da partícula incidente. Sendo o diâmetro nuclear da ordem de 10^{-12} cm, em média, este tempo de trânsito de uma partícula no núcleo é de aproximadamente 10^{-21} s e, de acordo com o princípio da incerteza, este intervalo de tempo forneceria a largura mencionada.

Entretanto, verificou-se experimentalmente, que no bombardeio de elementos pesados por nêutrons de baixa energia, a secção de choque apresentava ressonâncias estreitas

(largura variando de 0.03 a 1 eV) e muito próximas (espaçamento variando de 1 a 10 eV), correspondendo a vidas médias $\tau = \Gamma/\hbar$, onde Γ é a largura observada, da ordem de 10^{-16} a 10^{-14} s³³). Sendo assim, estas ressonâncias não poderiam corresponder apenas aos estados de partícula independente do nêutron no poço de potencial do núcleo-alvo.

Com a finalidade de explicar estas observações, *Niels Bohr* em 1936 introduziu o conceito de núcleo composto.

Dentro deste contexto é possível dividir uma reação nuclear em dois estágios:

- ii) formação de um núcleo composto C excitado, através da colisão de uma partícula incidente q com um núcleo-alvo X ;
- ii) desintegração do núcleo composto resultando os produtos de reação b e y . Esquematizando, o processo seria então: $q + X \rightarrow C^* \rightarrow b + y$ em contraste com os processos de um único estágio:

Os dois estágios i) e ii) são tratados como processos independentes no sentido de que o modo de desintegração do núcleo composto depende somente de sua energia, momento angular e paridade (ou seja, das grandezas que devem ser conservadas) e, não da maneira pela qual este foi formado.

Estas afirmações constituem a hipótese de *Bohr*, que se baseia numa caracterização do núcleo como um sistema de partículas fortemente interagentes através de forças de curto alcance. Se uma partícula incidente penetra no campo de ação dessas forças, sua energia é rapidamente distribuída entre todos os outros nucleons pois, o livre caminho médio de um nucleon na matéria nuclear é menor que o raio nuclear, se

a energia incidente não é muito alta ($E \sim 50 \text{ MeV}$)³⁴⁾. Uma vez que ocorre esta distribuição de energia, vai haver um grande número de colisões. Conseqüentemente um longo tempo será dispendido até que se atinja o equilíbrio e se acumule energia suficiente em um ou mais nucleons para ocorrer a emissão. A energia necessária para emissão é da ordem ou superior à energia de separação de um nucleon do núcleo composto C. O grande número de colisões vai fazer com que o estado do núcleo composto C antes da emissão não apresente traços da maneira pela qual a energia de excitação lhe foi fornecida. (normalmente refere-se a este fato como a *perda de memória do núcleo composto*).

Portanto, as ressonâncias observadas correspondem não só aos estados de partícula independente, mas também aos estados de excitação simultânea de muitas partículas. Estes estados por serem numerosos em um núcleo pesado, justificam o espaçamento observado. O longo tempo decorrido para que se acumule energia suficiente para emissão de um nucleon justifica a longa vida média (τ) desses estados, ou seja, a pequena largura observada (Γ).

É importante para a validade da hipótese de Bohr, que o núcleo composto esteja equilibrado quando da emissão de uma partícula. A condição para a existência de um núcleo composto bem definido é que o período de movimento da partícula incidente dentro do poço de potencial do núcleo-alvo seja muito menor que a vida média τ do estado. Esse período de movimento é dado por³⁴⁾

$$P = \frac{2\pi\hbar}{D} \quad (\text{III. 1})$$

sendo D o espaçamento entre os níveis, suposto constante. Portanto a condição a ser satisfeita é:

$$\frac{1}{\tau} \ll \frac{D}{2\pi\hbar} \quad (\text{III. 2})$$

e desde que $\Gamma\tau \sim \hbar$, temos que

$$\Gamma \ll \frac{D}{2\pi} \quad (\text{III. 3})$$

ou seja, a largura dos níveis deve ser bem menor que o espaçamento entre os mesmos.

Entretanto, à medida que se aumenta a energia de excitação do núcleo composto, cresce o número de canais abertos para decaimento e aumenta a largura média dos níveis³⁰⁾, o que equivale a uma vida média menor. Por outro lado, a densidade de níveis aumenta e, conseqüentemente o espaçamento médio diminui, de modo que os níveis começam então a se superpor. Desta maneira, atingimos uma região de energia E^* na qual $\Gamma_{E^*} \gtrsim D_{E^*}$, o que a princípio não permitiria um equilíbrio no núcleo composto. Porém, devido a esta superposição, ocorre interferência entre os diferentes estados, o que causa rápidas flutuações em energia na seção de choque^{35,36)}. Entretanto, se é efetuada uma média em energia da seção de choque em um intervalo maior que a largura média dos níveis do núcleo composto, os efeitos de interferência se cancelam e a seção de choque passa a ser novamente uma função lisa da energia, podendo-se dizer que o estágio de decaimento é ainda independente do modo de formação.

Experimentalmente foram feitas algumas tentativas para constatar a existência de núcleos compostos equilibrados. Na figura III. 1, apresenta-se o clássico resultado obtido por *Goshal*³⁷⁾ baseado no estudo de funções de excitação para os produtos de decaimento do ^{64}Zn formado na mesma energia de excitação por partículas α incidentes em ^{60}Ni e pró

Figura III.1 - Secções de choque para reações (p,n) , $(p,2n)$, (p,pn) e (α,n) , $(\alpha,2n)$ e (α,pn) , em função da energia dos prótons e alfas incidentes sobre ^{63}Cu e ^{60}Ni , respectivamente. Pode-se dizer que estes dados comprovam a hipótese de independência de Bohr³⁷⁾.

tons incidentes em ^{63}Cu .

O decaimento de um núcleo composto deveria ser independente do canal de entrada que o formou. Entretanto, principalmente no caso de reações com íons pesados, devemos lembrar que, além da mesma energia de excitação devemos ter a mesma distribuição de momentos angulares no canal de entrada contribuindo para o decaimento ³⁸⁾, o que na prática não é fácil de se conseguir. Mesmo assim, dentro das incertezas experimentais, pode-se dizer que os resultados obtidos por *Goshal* comprovam a hipótese de *Bohr*.

III.1.2. MODELO ESTATÍSTICO DE HAUSER-FESHBACH

Os processos envolvendo a formação de um núcleo composto, podem ser classificados de acordo com o número de estados excitados pela reação ³⁹⁾. Isto vai depender da incerteza em energia ΔE do feixe incidente, da largura Γ dos níveis e do espaçamento D entre eles.

Se $\Delta E < \Gamma < D$, os níveis estão bem separados, e as correspondentes ressonâncias podem ser analisadas através do formalismo de *Breit-Wigner* ⁴⁰⁾. Quando $\Gamma > D$, de modo que os níveis já se superpõem e $\Delta E < \Gamma$, ocorrem as flutuações na função de excitação que dificultam a identificação das ressonâncias que contribuem no processo ³¹⁾. A análise destas flutuações está descrita brevemente mais adiante. Finalmente, se $\Gamma > D$ e $\Delta E > \Gamma$, muitos estados continuam sendo excitados simultaneamente, entretanto é feita uma média sobre as flutuações. Esta média em energia da secção de choque pode, então, ser analisada em termos de modelos estatísticos ³²⁾.

O primeiro modelo estatístico de evaporação foi proposto por *Weisskopf* ^{34, 41)} que, baseado na hipótese de in-

dependência de *Bohr* nos permite escrever a secção de choque de uma reação nuclear $A(a,b)B$ na forma:

$$\sigma(a,b) = \sigma_c(a) \sigma_c(b) \quad (\text{III. 4})$$

onde $\sigma_c(a)$ é a secção de choque para a formação de um núcleo composto C pela partícula a incidindo sobre o núcleo alvo A e $\sigma_c(b)$ é a probabilidade de que o núcleo composto C , uma vez formado, decaia por emissão de uma partícula b. Convém lembrar que $\sum_b \sigma_c(b) = 1$, se a soma é estendida sobre todas as partículas b que C pode emitir, incluindo o decaimento γ .

Considerando uma secção de choque $\sigma(\alpha,\beta)$ referente a canais de entrada e saída α e β específicos e, explicitando os estados quânticos de todos os componentes, pode-se escrever:

$$\sigma(\alpha,\beta) = \sigma_c(\alpha) \frac{\sigma_c(\beta)}{g} \quad (\text{III. 5})$$

sendo $\sigma_c(\beta)/g$ a probabilidade para decaimento do núcleo composto através do canal particular β e $g = \sum_{\beta'} \sigma_c(\beta')$ é a soma das larguras parciais $\sigma_c(\beta')$ para todos os canais abertos para o decaimento do núcleo composto. Ressaltamos que a teoria de *Weisskopf* ignora a dependência das propriedades do núcleo composto com o momento angular e paridade.

No que se refere ao cálculo de g , à medida que aumenta a energia de excitação, o número de canais abertos cresce rapidamente não sendo possível, a partir de certo ponto, tratá-los individualmente. Neste sentido torna-se necessário introduzir o conceito estatístico de densidade de níveis para estas regiões de alta energia de excitação.

A expressão para $\sigma(\alpha,\beta)$ fica:

$$\sigma(\alpha, \beta) = \sigma_c(\alpha) \frac{k_\beta^2 \sigma_c(\beta)}{\sum_b \int_0^{E_b^{\max}} k_\beta \rho(E_b^*) \sigma_c(\beta') dE_b} \quad (\text{III. 6})$$

onde $\rho(E_b^*)$ é a densidade de níveis a uma certa energia de excitação E_b^* , que será tratada com mais detalhes na seção III.2 e k_β é o número de onda relativo.

A seção de choque para formação do núcleo composto C, $\sigma_c(\alpha)$ é escrita como:

$$\sigma_c(\alpha) = \pi R_\alpha^2 \left(1 - \frac{E_\alpha}{V_\alpha}\right) \quad (\text{III. 7})$$

sendo E_α a energia incidente no canal de entrada, V_α a barreira Coulombiana e R_α o raio da barreira no canal de entrada.

$E_b^{\max}$ é a máxima energia cinética atingida pela partícula emitida dada por $E_b^{\max} = E_\alpha^{\text{CM}} + Q_R$ onde Q_R é o valor do "Q" da reação e E_α^{CM} a energia do canal de entrada no centro de massa.

O espectro de emissão depende das propriedades estatísticas do sistema tais como energia média de emissão e temperatura, apresentando a forma característica de uma distribuição de *Maxwell* ³⁴). Podemos associar o conceito de temperatura termodinâmica à energia de excitação ou energia interna do núcleo, sendo a energia restante associada ao movimento coletivo rotacional. Neste contexto a temperatura é expressa em unidade de energia (MeV), sendo então na verdade, o produto da constante de *Boltzmann* pela temperatura termodinâmica usual. É interessante ressaltar que, em geral, a temperatura dos núcleos

são baixas em comparação com a energia de excitação (poucos MeV), o que vem comprovar a divisão da energia entre muitos graus de liberdade.

A teoria de *Weisskopf* é usada extensivamente e com sucesso no estudo de reações via núcleo composto induzidas por partículas leves. O fato de não se levar em conta as conservações de momento angular e paridade, não acarreta, neste caso, maiores problemas, pois somente pequenas quantidades de momento angular são envolvidas na formação e decaimento do núcleo composto.

No caso de sistemas mais pesados, essas informações devem ser consideradas cuidadosamente.

Outro modelo existente é o proposto por *Ericson e Strutinsky*^{42, 43}, que incorpora um tratamento semiclássico (limite para elevados momentos angulares) de momentos angulares à teoria de *Weisskopf*.

O modelo mais recente que descreve a evaporação de um núcleo composto, levando em conta explicitamente a conservação de momento angular e paridade, introduzindo ao mesmo tempo secções de choque de absorção baseadas no modelo óptico, foi elaborado segundo as mesmas linhas do modelo de *Weisskopf*, por *Hauser e Feshbach*^{10, 11}).

As secções de choque ainda são expressas na forma (III.5), incluindo-se agora os números quânticos referentes ao momento angular orbital e *spin* para os canais de entrada e saída. Define-se

$$\vec{J} = \vec{\ell}_1 + \vec{S}_1 = \vec{\ell}_2 + \vec{S}_2$$

onde $\vec{\ell}_1$ e $\vec{\ell}_2$ são os momentos angulares orbitais na entrada e saída e $\vec{S}_1$ e $\vec{S}_2$ os *spins* dos canais de entrada e saída dados por:

$$\vec{S}_1 = \vec{I}_a + \vec{I}_A \quad \text{e} \quad \vec{S}_2 = \vec{I}_b + \vec{I}_B$$

A secção de choque para formação de um núcleo composto com momento angular J é descrita da forma ⁴⁴⁾:

$$\sigma_{\text{NC}}^{J\Pi} = \frac{\pi \chi_1^2 (2J+1)}{(2I_A+1)(2I_a+1)} \begin{array}{c} I_A+I_a \\ \hline \text{---} \\ \hline S_1 = |I_A - I_a| \end{array} \begin{array}{c} J+S_1 \\ \hline \text{---} \\ \hline \ell_1 = |J - S_1| \end{array} T_{\ell_1}(E_a) \quad (\text{III. 8})$$

A probabilidade de decaimento de um núcleo composto de momento angular J para um estado no núcleo residual com energia de excitação E_B^* e spin I_B é dada por:

$$\frac{G(E_B^*, I_B, J)}{g(J)} \quad (\text{III. 9})$$

As quantidades $G(E_B^*, I_B, J)$ e $g(J)$ são comumente chamadas de largura parcial e total para decaimento, escritas da seguinte maneira ⁴⁴⁾:

$$G(E_B^*, I_B, J) = \begin{array}{c} I_B+I_b \\ \hline \text{---} \\ \hline S_2 = |I_B - I_b| \end{array} \begin{array}{c} J+S_2 \\ \hline \text{---} \\ \hline \ell_2 = |J - S_2| \end{array} T_{\ell_2}(E_B^*) \quad (\text{III. 10})$$

$$\begin{aligned}
g(J) = & \sum_{b'} \sum_{\ell_2^1} \left\{ \begin{array}{c} \ell_2^1 + J \\ S_2^1 = |\ell_2^1 - J| \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} S_2^1 + I_{b'} \\ I_{B'} = |S_2^1 - I_{b'}| \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} E_C \\ E_{B'}^* = 0 \end{array} \right\} T_{\ell_2^1} + \\
& + \left\{ \begin{array}{c} E_{B'}^{*max} \\ E_{B'}^* = E_C \end{array} \right\} T_{\ell_2^1} \rho(E_{B'}^*, I_{B'}) dE_{B'}^* \quad (III. 11)
\end{aligned}$$

A dependência de largura total em função do momento angular J do núcleo composto é mostrada na figura III. 2 para um caso típico.

O índice π na equação (III. 8) corresponde à paridade do canal, expressa pelo produto $(-1)^{\ell} \pi_T$, onde ℓ é o momento angular orbital e π_T , o produto das paridades intrínsecas. Pela conservação da paridade devemos ter:

$$(-1)^{\ell_{ent}} \pi_T^{ent} = \pi_{NC} = (-1)^{\ell_{saída}} \pi_T^{saída} \quad (III. 12)$$

As quantidades T_{ℓ} correspondem aos coeficientes de transmissão, que podem ser obtidos a partir do modelo óptico. A forma geral utilizada para o potencial óptico no cálculo de T_{ℓ} é ⁴⁵⁾

Figura III.2 - Valores do denominador de Hauser-Feshbach $g(J)$ em função do momento angular total J do núcleo composto ^{28}Si , para os canais de saída mais significativos.

$$V(r) = V_C(r) + V_N(r) + V_S(r) \vec{L} \cdot \vec{S}$$

onde

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_p Z_T e^2}{r} & r \geq r_c \\ \frac{Z_p Z_T e^2}{2r_c} \left[3 - \frac{r^2}{r_c^2} \right] & r \leq r_c \end{cases}$$

com $r_c = R_c A^{1/3}$, sendo R_c o raio Coulombiano.

$$V_N(r) = -V_0 f(r, r_0, a_0) - i \left[W_V f(r, r_V, a_V) + W_S g(r, r_S, a_S) \right]$$

com os índices V e S referindo-se à absorção de volume e superfície, sendo as funções f e g, da forma:

$$f(r, r_x, a_x) = \left[1 + \exp\left(\frac{r - r_x A^{1/3}}{a_x}\right) \right]^{-1}$$

$$g(r, r_y, a_y) = 4a_y \frac{d}{dr} f(r, r_y, a_y)$$

$$V_S(r) = V_{S0} \left(\frac{\hbar}{m\pi c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r, r_{S0}^R, a_{S0}^R) + iW_{S0} \left(\frac{\hbar}{m\pi c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r, r_{S0}^I, a_{S0}^I)$$

Convém notar que em III.11 a soma sobre os coeficientes de transmissão usada somente para os níveis discretos, foi substituída por uma integração sobre as densidades de níveis $\rho(E_B^*, I_B)$ a partir da energia E_c referente ao início da região do contínuo. O limite superior da integral E_B^{*max} refere-se à máxima energia de excitação atingida por um núcleo residual dada por:

$$E_B^{*max} = E_{CM}^{ent} + Q_R - V_c^{saída} \quad (III. 13)$$

sendo E_{CM}^{ent} a energia do canal de entrada no centro de massa, Q_R o valor do Q da reação e $V_c^{saída}$ a barreira Coulombiana na saída calculada por

$$V_c^{saída} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_c} \quad (III. 14)$$

com Z_1 e Z_2 os números atômicos dos componentes do canal de saída e R_c o raio Coulombiano calculado por

$$R_c = R_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$$

As secções de choque diferencial e total para ex-

citação de um estado com energia de excitação E_B^* e spin I_B podem ser então escritas como ⁴⁴⁾

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\lambda_1^2}{(2I_A+1)(2I_a+1)} \sum_{\substack{\ell_1 \ell_2 J \\ LS_1 S_2}}^{J_{\max}} (-1)^{S_1-S_2} P_L(\cos \theta) \frac{T_{\ell_1} T_{\ell_2}}{4g(J)} .$$

$$\cdot Z(\ell_1 J \ell_1 J | S_1 L) Z(\ell_2 J \ell_2 J | S_2 L) \quad (\text{III. 15})$$

onde $L = \vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2$, $P_L(\cos \theta)$ são polinômios de *Legendre* e os coeficientes Z contêm coeficientes de *Clebsch-Gordan* e *Racah*, e

$$\sigma(E^*, I_B) = \sum_{J=0}^{J_{\max}} \sigma_{NC}^{J \Pi} G(E_B^*, I_B, J) / g(J) \quad (\text{III. 16})$$

A princípio as somas em III.15 e III.16 deveriam se estender até um valor infinito de J . Porém análises de funções de excitação para a secção de choque de fusão demonstram que em baixas energias praticamente toda secção de choque de reação é devida à fusão^{3,12)}. Com o aumento da energia, a secção de choque de fusão torna-se menor que a secção de choque de reação, em virtude da competição de outros processos. Pode-se justificar este fato assumindo que nem todas as ondas parciais contribuem para a fusão. Realmente, grande parte dos modelos de fusão introduzem um truncamento nas ondas parciais que contribuem para o processo ⁴⁾. Portanto, a grandeza

$J_{\max}$ representa o máximo valor de momento angular total que contribui para a formação de um núcleo composto.

De acordo com as equações III.8 a III.16, a secção de choque diferencial por intervalo de energia de excitação dE_B^* é:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_B^*} = \sum_{I_B=0}^{I_B^{\max}} \frac{d\sigma}{d\Omega}(E_B^*, I_B, \theta) \rho(E_B^*, I_B) dE_B^* \quad (\text{III. 17})$$

e a secção de choque total para o mesmo intervalo é:

$$\frac{d\sigma}{dE_B^*} = \sum_{I_B=0}^{I_B^{\max}} \sigma(E_B^*; I_B) \rho(E_B^*, I_B) dE_B^* \quad (\text{III. 18})$$

O limite superior $I_B^{\max}$ refere-se ao maior *spin* do núcleo residual presente no intervalo de energia de excitação dE_B^* . Este valor máximo é definido pela linha de *Yrast* do núcleo residual.

III.1.3. LINHA DE *YRAST*

A linha de *Yrast* (fig. III. 3) define em um plano (E^*, I), os estados de maior momento angular de um núcleo, para uma certa energia de excitação ou, por outro lado, define a partir de que energia de excitação um certo momento angular é permitido. Estes estados são denominados estados de *Yrast* e podem ser relacionados aos estados nucleares para os quais toda energia de excitação é devida à rotação, ou seja, à excitação dos graus de liberdade coletivos. Neste caso não existe a excitação dos graus de liberdade intrínsecos, sendo nula portanto a temperatura nuclear.

As linhas de *Yrast* são usualmente calculadas considerando-se o núcleo um rotor rígido. Assim:

$$E_Y = \frac{\hbar^2}{2\theta} [I(I+1) - K^2] \quad (\text{III. 19})$$

onde θ é o momento de inércia do núcleo esférico de massa mA e raio $R = r_y A^{1/3}$, dado por $\theta = 2/5 m r_y^2 A^{5/3}$ sendo m a massa de um nucleon e K é o *spin* do estado fundamental.

Os demais estados de um núcleo encontram-se na região à esquerda da linha de *Yrast*. Sendo $E^*(I)$ a energia de excitação, os estados (E^*, I) possuirão uma energia interna dada por:

$$E_{\text{int}} = E^*(I) - E_Y(I) \quad (\text{III. 20})$$

onde $E_Y(I)$ é a energia de *Yrast* para um dado *spin* I .

Figura III.3 - Representação dos estados de Yrast do ^{24}Mg .

III.2. Densidade de Níveis

III.2.1. CARACTERÍSTICAS EXPERIMENTAIS

Sabe-se que o espaçamento típico entre os primeiros estados excitados dos núcleos é da ordem de MeV e quando a energia de excitação é aumentada, a complexidade dos espectros nucleares torna-se grande e o espaçamento entre os níveis fica consideravelmente diminuído em relação a estados próximos ao fundamental⁴³).

Estudos realizados com elementos não muito pesados, onde os estados individuais podem ainda ser resolvidos num intervalo de energia apreciável, mostram que a diminuição no espaçamento tem uma característica essencialmente exponencial. Estes fatos são verificados pelo espaçamento de ressonâncias de nêutrons, (fig. III. 4) embora nem todos os estados sejam observados devido às regras de seleção de momento angular e paridade.

Uma comparação entre o espaçamento de níveis nucleares em ressonâncias de nêutrons em uma mesma energia de excitação, revela que a densidade de níveis é influenciada pela estrutura de camadas dos núcleos. A densidade de ressonâncias para núcleos mágicos ou próximos, chega a ser algumas ordens de grandeza menor em comparação a outros núcleos para uma mesma energia de excitação¹⁵). Isto pode resultar em parte do fato de que o espaçamento médio entre os níveis de partícula única é relativamente maior próximo a camadas fechadas.

Deve-se requerer que qualquer descrição teórica satisfatória para a densidade de níveis nucleares, explique e reproduza as características observadas.

Além dessas características, alguma informação sobre a distribuição dos momentos angulares dos núcleos excita-

Figura III.4 - Número total de estados $N(E^*)$ até uma energia de excitação E^* , em função de E^* para o ^{33}S . Podemos notar o aumento do número de estados com E^* e a diminuição do espaçamento entre os mesmos 43 .

dos também é necessária.

III.2.2. TRATAMENTO TEÓRICO - MODELOS

O rápido crescimento da densidade de níveis com a energia nos leva a concluir que não é possível descrever os níveis altamente excitados como níveis de partícula única, onde o espaçamento permaneceria essencialmente constante⁴³). O comportamento observado é característico de uma excitação simultânea de vários nucleons e, portanto, a energia de excitação não está concentrada em um único nucleon. A grande complexidade apresentada pelo espectro resultante é então associada às diferentes formas pelas quais uma dada energia de excitação pode ser distribuída entre os vários nucleons excitados. Podemos constatar este fato, analisando um modelo simples que apresenta solução exata, mas que mesmo assim fornece um rápido crescimento do número de níveis com a energia.

Consideremos um conjunto de férmions independentes distribuídos em níveis de partícula única igualmente espaçados por uma distância d . Os estados excitados deste sistema aparecerão como múltiplos de d e, serão em geral, degenerados.

Para uma energia de excitação nula teremos somente um estado. Na energia d teremos um só estado produzido pela excitação da partícula no mais alto nível, na energia $2d$, teremos dois estados, um produzido pela excitação de dois passos da partícula no mais alto nível e outro pela excitação da partícula imediatamente abaixo também de dois passos e assim por diante (fig. III. 5). Na verdade nem sempre os estados são degenerados como neste simples modelo. As interações residuais devidas à parte da Hamiltoniana não descrita por um potencial de modelo de camadas usual, removem a degenerescência

Figura III.5 - Configuração típica para um sistema de férmions com um único tipo de partículas e níveis equidistantes com espaçamento d . Neste caso, duas partículas são excitadas; a energia de excitação é $7d^{43}$.

e levam à ocorrência de funções de onda com forte mistura de configurações. Desta forma, não é apropriado falar-se em um único estado excitado e, sim raciocinar em termos de propriedades médias da densidade de níveis, tais como o número de estados por unidade de energia e distribuição de *spins*.

De acordo com essas considerações, o problema do cálculo da densidade de níveis está essencialmente ligado à mecânica estatística, sendo inclusive, a maior parte dos termos utilizados, tirados da termodinâmica.

Contudo, deve-se lembrar que os resultados usuais da mecânica estatística se aplicam a grandes sistemas, onde o número de partículas excitadas é grande, fato que nem sempre ocorre para sistemas nucleares que, geralmente, em energias de excitação abaixo de 10 a 15 MeV, apresentam um pequeno número de partículas excitadas. Mesmo assim, a analogia com a termodinâmica é extremamente útil, se usada de forma adequada.

Como a variação da densidade de níveis com a energia é característica de sistemas com grande número de graus de liberdade, a maioria dos modelos desenvolvidos para sua descrição, considera o núcleo como um gás de férmions. Neste caso, utiliza-se a distribuição grande canônica de probabilidades da qual pode-se obter a grande função de partição relacionada à probabilidade de um sistema possuir um certo número de partículas e se encontrar em um certo estado. A partir daí pode-se determinar o número médio de partículas em um certo estado de energia ϵ , que é dado por:

$$f(\epsilon) = \frac{1}{1 + e^{\beta(\epsilon - \mu)}} \quad (\text{III. 21})$$

onde $\beta = 1/t$, sendo t a temperatura termodinâmica e μ é o potencial químico.

A relação III.21, representa a conhecida distribuição de *Fermi-Dirac* e satisfaz a condição $0 \leq f(\epsilon) \leq 1$ devido ao princípio de exclusão de *Pauli*.

Se considerarmos que o sistema é constituído por um único tipo de partículas, por exemplo nêutrons, o número de férmions N e a energia total E serão dados por:

$$N = \int_0^{\infty} f(\epsilon) g(\epsilon) d\epsilon$$

(III. 22)

$$E = \int_0^{\infty} \epsilon f(\epsilon) g(\epsilon) d\epsilon$$

onde $g(\epsilon)$ é a densidade de estados, que depende do modelo utilizado para descrever a interação entre os férmions.

Em particular, para o caso de temperatura nula, temos:

$$f(\epsilon) = \begin{cases} 1 & \text{para } \epsilon \leq \mu \\ 0 & \text{para } \epsilon > \mu \end{cases}$$

(III. 23)

Neste caso, costuma-se definir $\mu = \epsilon_F$ que é a chamada energia de *Fermi* do sistema. Desta forma

$$N_0 = \int_0^{\epsilon_F} g(\epsilon) d\epsilon$$

(III. 24)

$$E_0 = \int_0^{\epsilon_F} \epsilon g(\epsilon) d\epsilon$$

são o número de partículas e a energia do sistema para temperatura $t = 0$.

Para o caso mais geral de temperaturas diferentes de zero, é conveniente tomar-se o limite para baixas temperaturas ($t \sim 0$) sendo possível então, efetuar uma expansão em série de *Taylor* para N e E descritos por III.22, em torno de $t = 0$.

Feito isto chegamos a

$$N = N_0 + \frac{\pi^2}{6} g'(\epsilon_F) t^2 \quad (\text{III. 25})$$

$$E = E_0 + \frac{\pi^2}{6} [g(\epsilon_F) + \mu g'(\epsilon_F)] t^2$$

Definindo a energia de excitação do sistema como $E^* = E - E_0$, temos finalmente:

$$E^* = \frac{\pi^2}{6} [g(\epsilon_F) + \mu g'(\epsilon_F)] t^2 \quad (\text{III. 26})$$

Sendo os estados nucleares caracterizados pelo número de partículas N e pela energia $E_i(N)$, a grande função de partição pode ser escrita como

$$Z(\beta, \alpha) = \sum_{i, \nu} \exp[\alpha N - \beta E_i(\nu)] \quad (\text{III. 27})$$

É mais freqüente o uso do logarítmo natural da função de partição. Para o caso da estatística de *Fermi-Di-rac*, temos:

$$\ln Z(\beta, \alpha) = \sum_i \ln(1 + e^{\alpha - \beta \epsilon_i}) = \int_0^\infty g(\epsilon) \ln(1 + e^{\alpha - \beta \epsilon}) d\epsilon \quad (\text{III. 28})$$

A densidade de níveis $\bar{\rho}$ é representada pela transformada de *Laplace* da função de partição, ou seja:

$$\rho(E, N) = \frac{1}{(2\pi i)^2} \int_{-i\infty}^{i\infty} \int_{-i\infty}^{i\infty} Z(\beta, \alpha) e^{\beta E - \alpha N} d\beta d\alpha \quad (\text{III. 29})$$

Pela aplicação do método *steepest descent*⁴⁶⁾ à integral acima, obtemos uma expressão aproximada para a densidade de níveis⁴⁷⁾

$$\rho(E, N) = \frac{\exp[\ln Z(\beta_0, \alpha_0) + \beta_0 E - \alpha_0 N]}{2\pi(-\det A)^{1/2}} \quad (\text{III. 30})$$

onde β_0 e α_0 definem o ponto de sela:

$$E + \frac{\partial}{\partial \beta_0} \ln Z(\beta_0, \alpha_0) = 0 \quad (\text{III. 31})$$

$$N - \frac{\partial}{\partial \alpha_0} \ln Z(\beta_0, \alpha_0) = 0$$

e

$$\det A = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \ln Z(\beta_0, \alpha_0)}{\partial^2 \beta_0} & \frac{\partial^2 \ln Z(\beta_0, \alpha_0)}{\partial \beta_0 \partial \alpha_0} \\ \frac{\partial^2 \ln Z(\beta_0, \alpha_0)}{\partial \alpha_0 \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 \ln Z(\beta_0, \alpha_0)}{\partial^2 \alpha_0} \end{vmatrix} \quad (\text{III. 32})$$

Os modelos que descrevem a densidade de níveis essencialmente, utilizam estes resultados e diferem somente na escolha da densidade $g(\epsilon)$, com a finalidade de obter uma relação para a densidade de níveis que reproduza satisfatoriamente as observações experimentais.

Alguns modelos pouco mais sofisticados, para se aproximar da realidade, chegam a considerar nos cálculos os dois tipos de partículas, prótons e nêutrons. Sendo assim, um estado com uma mistura de nêutrons com níveis ϵ_i^n e prótons com níveis ϵ_i^p é definido pelos correspondentes números médios de ocupação n_i^n e n_i^p .

Em vista das considerações acima, apresentamos aqui uma breve discussão de alguns modelos utilizados para a descrição da densidade de níveis.

a) Modelo do Espaçamento Equidistante

Neste modelo, desenvolvido por *Bethe*⁴⁸⁾ em 1936, utiliza-se somente um tipo de partícula, e os níveis de partícula única são todos equidistantes com espaçamento d . Para a avaliação da densidade de níveis, é usada a seguinte aproximação para $g(\epsilon)$

$$g(\epsilon) = g_0 = d^{-1} \quad (\text{III. 33})$$

Com isto, os cálculos são extremamente simplificados e chega-se ao seguinte resultado:

$$E^* = \frac{\pi^2}{6} g_0 t^2$$

$$\rho(E^*) = \frac{\exp\left[2\left(\frac{\pi^2}{6} g_0 E^*\right)^{1/2}\right]}{\sqrt{48} E^*} \quad (\text{III. 34})$$

Usualmente, refere-se à quantidade $a = \frac{\pi^2}{6} g_0$ como o parâmetro de densidade de níveis.

Além da condição de baixas temperaturas, outra su posição utilizada para se derivar as expressões III.34, é que a densidade $g(\epsilon)$ seja uma função suave, no sentido de que um intervalo $1/\beta$ seja grande comparado ao espaçamento entre os níveis de partícula única⁴⁷).

Essa condição fica expressa da seguinte maneira:

$$\beta^{-1} g(\epsilon_F) \gg 1 \quad (\text{III. 35})$$

ou fazendo uso de III.34:

$$g(\epsilon_F) E^* \gg 1 \quad (\text{III. 36})$$

O resultado obtido simplesmente reflete o fato de que a densidade de níveis não é definida até que se tenha energias de excitação grandes comparadas à energia do primeiro estado excitado $g^{-1} = d$.

Quando se considera dois tipos de partículas (prtons e nêutrons), o problema pode ser resolvido analogamente com a seguinte consideração:

$$g_o = g_n + g_p = d_n^{-1} + d_p^{-1} \quad (\text{III. 37})$$

Deste modo chega-se a

$$E^* = \frac{\pi^2}{6} g_o t^2 \quad (\text{III. 38})$$

$$\rho(E^*) = g_o \left(\frac{g_o^2}{4g_n g_p} \right)^{1/2} \frac{6^{1/4}}{12} \frac{\exp \left[2 \left(\frac{\pi^2}{6} g_o E^* \right)^{1/2} \right]}{g_o^{5/4} (E^*)^{5/4}}$$

Se a quantidade $g_o^2/4g_n g_p$ é igualada à unidade (caso exato quando $g_n = g_p$) e, sabendo que $a = \frac{\pi^2}{6} g_o$, podemos reescrever $\rho(E^*)$ da equação III.38 como

$$\rho(E^*) = \frac{\sqrt{\pi}}{12a^{1/4}} \frac{\exp[2\sqrt{aE^*}]}{(E^*)^{5/4}} \quad (\text{III. 39})$$

Um cálculo baseado neste mesmo modelo, considerando também dois tipos de partículas, foi efetuado por *Lang e Le Couteur*⁴⁹⁾ fornecendo o seguinte resultado:

$$\rho(E^*) = \frac{\sqrt{\pi}}{12a^{1/4}} \frac{\exp[2\sqrt{aE^*}]}{(E^*+t)^{5/4}} \quad (\text{III. 40})$$

$$E^* = \frac{\pi^2}{6} g_o t^2 - t = at^2 - t$$

A condição expressa por III.36, é também válida para as equações III.39 e III.40.

b) Densidade de Níveis Dependente do Momento Angular e Paridade

Pode-se efetuar cálculos relativamente mais elaborados, com a finalidade de obter densidades de níveis dependentes do momento angular total I dos estados e da paridade Π .

Esses cálculos seguem a mesma linha já descrita, somente com a diferença de apresentar um parâmetro a mais na função de partição (momento angular)⁴⁷⁾.

A inclusão de paridade é relativamente simples, pois, geralmente, se considera uma igual probabilidade para paridade positiva e negativa, de modo que

$$\rho(E^*, I) = 2\rho(E^*, I, \Pi) \quad (\text{III. 41})$$

Para um sistema composto por nêutrons e prótons, os cálculos incluindo momento angular, de acordo com o modelo de *Bethe*, fornecem⁴⁷⁾

$$\rho(E^*, I, \Pi) = \frac{\sqrt{a} (\hbar^2 / 2\theta)^{3/2}}{24} \frac{(2I+1) \exp\{2[a(E^* - E_{\text{ROT}}^I)^{1/2}]\}}{(E^* - E_{\text{ROT}}^I)^2} \quad (\text{III. 42})$$

sendo θ o momento de inércia do sistema suposto o de um corpo rígido esférico, descrito na sub-seção III.1.3 e

$$E_{\text{ROT}}^I = \frac{\hbar^2}{2\theta} [I(I+1) - K^2] \quad (\text{III. 43})$$

também descrito na sub-seção III.1.3.

Em particular, para energias $E^* \gg E_{ROT}^I$, podemos expandir a raiz quadrada na exponencial e desprezar E_{ROT}^I no denominador, chegando a ⁵⁰⁾

$$\rho(E^*, I, \Pi) = \frac{\sqrt{a}}{24} \left(\frac{\hbar^2}{2\theta}\right)^{3/2} \frac{\exp[2\sqrt{aE^*}]}{(E^*)^2} (2I+1) \exp\left[-\frac{I(I+1)}{2\sigma^2}\right] \quad (\text{III. 44})$$

onde introduzimos a grandeza σ^2 denominada parâmetro de *corte de spin* (*spin cutoff parameter*), que fornece a largura da distribuição de momentos angulares, sendo descrita por

$$\sigma^2 = \left(\frac{E^*}{a}\right)^{1/2} \left(\frac{\hbar^2}{\theta}\right) = \frac{\theta t}{h^2} \quad (\text{III. 45})$$

Através de III.45, a equação III.44 pode ser reescrita como

$$\rho(E^*, I, \Pi) = \frac{\exp[2\sqrt{aE^*}]}{24a^{1/4} (E^*)^{5/4} (2\sigma^2)^{3/2}} (2I+1) \exp\left[-\frac{I(I+1)}{2\sigma^2}\right] \quad (\text{III. 46})$$

A soma da equação III.46 sobre I e Π , leva aproximadamente à densidade de níveis total dada por III.39.

De acordo com a relação de *Lang e Le Couteur* (III.40), podemos também escrever

$$\rho(E^*, I, \Pi) = \frac{\exp[2\sqrt{a}E^*]}{24a^{1/4}(E^*+t)^{5/4}(2\sigma^2)^{3/2}}(2I+1)\exp\left[-\frac{I(I+1)}{2\sigma^2}\right]$$

(III. 47)

Convém frisar que $\rho(E^*, I, \Pi)$ denota a densidade de níveis sem levar em conta a degenerescência $(2I+1)$ dos níveis com momento angular I . Assim, $\rho(E^*) = \sum_{I, \Pi} \rho(E^*, I, \Pi)$ descreve a chamada densidade de níveis observável, que não deve ser confundida com a densidade de níveis total

$$\rho_T(E^*) = \sum_{I, \Pi} (2I+1)\rho(E^*, I, \Pi)$$

Em geral, se faz referência somente à densidade de níveis observável na ausência de campos externos. Portanto, é importante lembrar que o fator $(2I+1)$ em III.42 não se refere à degenerescência, tendo origem nas aproximações feitas para se chegar a esta relação.

Devido à aproximação $E^* \gg E_{ROT}^I$, as equações III.46 e III.47 têm sua validade restrita a valores não muito elevados de I .

É interessante observar também, que na densidade de níveis, somente a energia de excitação intrínseca $E^* - E_{ROT}^I$ contribui, conforme pode-se notar em III.42. Este fato não fica tão claro quando se trata das equações III.46 e III.47, que são as mais freqüentemente utilizadas.

c) Introdução da Energia de Emparelhamento

Quando se tentou utilizar certos modelos de densidade de níveis para reproduzir as ressonâncias de nêutrons observadas, notou-se diferenças sistemáticas entre os núcleos par-par, ímpar-ímpar e A ímpar vizinhos⁵¹). Verificou-se, então, que estas discrepâncias poderiam ser eliminadas pela introdução de uma energia de emparelhamento, que seria subtraída da energia de excitação para se obter uma energia de excitação efetiva

$$U = E^* - P(N) - P(Z) \quad (\text{III. 48})$$

onde $P(N)$ e $P(Z)$ representam as energias de emparelhamento para nêutrons e prótons.

Alguns valores para $P(N)$ e $P(Z)$ são tabelados na referência 51, que utiliza uma fórmula semi-empírica descrita na referência 52.

A equação III. 48, implica que deve ser dispendida uma quantidade de energia $\Delta = P(N) + P(Z)$ para quebrar os pares de nucleons e assim se poder tratar os prótons e nêutrons como partículas independentes.

d) Correção para o Efeito de Camadas

Considerando-se o núcleo como um gás de *Fermi* composto por prótons e nêutrons livres, confinados ao volume nuclear, o parâmetro de densidade de níveis $a = \frac{\pi^2}{6} g(\epsilon_F)$ fica escrito como⁴³)

$$a = \frac{\pi^2}{6} \frac{3}{2} \frac{A}{\epsilon_F} = \frac{A}{c} \quad (\text{III. 49})$$

sendo c uma constante.

Como já foi citado na sub-seção III.2.1, os modelos apresentam falhas ao tentar reproduzir ressonâncias de nêutrons em regiões próximas às camadas fechadas. Associa-se este fato a uma dependência do parâmetro de densidade de níveis $\underline{a}$ com a estrutura de camadas dos núcleos⁵¹⁾.

Introduz-se, então, uma correção empírica

$$S = S(N) + S(Z) \quad (\text{III. 50})$$

a partir da qual se escreve para núcleos não deformados

$$\frac{\underline{a}}{A} = 0.00917 S + 0.142 \quad (\text{III. 51})$$

e para núcleos deformados

$$\frac{\underline{a}}{A} = 0.00917 S + 0.120 \quad (\text{III. 52})$$

Alguns valores para S encontram-se tabelados na referência 51.

e) Fórmula Composta para a Densidade de Níveis (Temperatura constante e Gás de Férmions)

Em 1965, Gilbert e Cameron⁵¹⁾ propuseram um modelo em que a densidade de níveis $\rho_2(E^*)$ se comportava como III.39 (já com as correções de emparelhamento e camada), em altas energias de excitação, e em baixas energias de excitação se apresentava na forma

$$\rho_1(E^*) = \frac{1}{T} \exp[(E^* - E_0)/T] \quad (\text{III. 53})$$

sendo T a temperatura nuclear, considerada constante para esta região, ao contrário do que acontece com a temperatura nuclear na região de altas energias de excitação, que pode ser obtida lembrando-se que na termodinâmica

$$\frac{dS}{dE} = \frac{1}{t} \quad (\text{III. 54})$$

sendo S a entropia do sistema e que, pela distribuição canônica de probabilidades⁴³⁾

$$\rho(E^*) = \frac{e^S}{(-2\pi \frac{dE^*}{d\beta})^{1/2}} \quad (\text{III. 55})$$

Assim, podemos definir a temperatura nuclear como

$$\frac{d}{dE^*} \ln \rho(E^*) = \frac{1}{\tau} \quad (\text{III. 56})$$

que se torna igual à temperatura termodinâmica t , se o termo no denominador em III.55 é desprezado.

Usando-se III.56 em III.39, já com as correções de emparelhamento e camada, a temperatura nuclear τ fica aproximadamente dada por

$$\frac{1}{\tau} = \sqrt{\frac{a}{U}} - \frac{3}{2U} \quad (\text{III. 57})$$

Se a densidade de nveis apresenta dois comportamentos, deve-se determinar onde feita a transio entre as duas relaes utilizadas. Para isto se assume que a densidade de nveis e sua primeira derivada so contnuas, o que implica que a temperatura nuclear ser contnua. Portanto, as duas curvas podem ser ajustadas tangencialmente, e no ponto de tangncia teremos

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \rho_2 \\ T &= \tau \end{aligned} \quad (\text{III. 58})$$

O ponto de tangncia o definido por uma energia E_X^* dada por

$$E_X^* = U_X + P(Z) + P(N) \quad (\text{III. 59})$$

$$U_X = 2.5 + 150/A \quad (\text{MeV})$$

Os parmetros T e E_0 so determinados ajustando ρ_1 e ρ_2 no ponto de tangncia E_X^* , ou seja:

$$T = \tau(U_X) \quad (\text{III. 60})$$

$$\rho_1(E_X^*) = \rho_2(U_X)$$

Logo

$$E_0 = E_X^* - T \ln T \rho_2(U_X) \quad (\text{III. 61})$$

Além dos modelos descritos, existem outros que seguem essencialmente a mesma linha⁵³⁻⁵⁵).

Na análise dos dados, como será explicado a seguir, a relação adotada para o cálculo da densidade de níveis, foi a descrita pela equação III.47, mesmo embora a equação III.46 seja equivalente.

Conforme se viu, a validade da equação III.47 se restringe a energias de excitação relativamente altas e momentos angulares não muito elevados. Contudo, à medida que aumenta a energia de excitação, o *spin* mais provável aumenta (fig. III. 6).

Desta forma, a parte dependente do momento angular, faz com que a densidade de níveis descrita por III.47 seja mais realista em uma faixa de energias de excitação intermediárias, que é justamente a nossa região de interesse, pois na região de altas energias de excitação, existe a contribuição de partículas provenientes do decaimento sequencial.

Na figura III. 7, mostramos a dependência de $\rho(U, I)$ expresso por III.47, com a energia de excitação e momento angular, para o núcleo ^{24}Mg .

III.2.3. Parâmetro de Densidade de Níveis

Embora a teoria estatística forneça o parâmetro a (ver por exemplo a equação III.49), este é freqüentemente tratado como um parâmetro livre na fórmula de densidade de níveis, sendo obtido através de experimentos. Em particular, a análise de ressonâncias nucleares excitadas por nêutrons e prótons

Figura III.6 - Dependência da distribuição de probabilidade

$$P(E^*, I) = \frac{\sigma(E_B^*, I_B) \rho(E_B^*, I_B)}{\sum_{I_B=0}^{I_B^{\max}} \sigma(E_B^*, I_B) \rho(E_B^*, I_B)}$$

em função do momento angular I do estado final, para algumas energias de excitação na região do contínuo dos núcleos ^{24}Mg e ^{27}Al . O máximo valor para cada energia de excitação corresponde ao momento angular mais provável.

Figura III.7 - Gráfico em três dimensões mostrando o comportamento da densidade de níveis $\rho(U, I)$, em função da energia de excitação E^* e do momento angular I do ^{24}Mg . O parâmetro de densidade de níveis utilizado foi $a = 4.03 \text{ MeV}^{-1}$. A curva tracejada descreve a linha de Yrast de um rotor rígido com $A=24$ e $r_Y=1.25 \text{ fm}$ e a curva mista, representa sua intersecção com a distribuição de densidade de níveis.

de baixa energia, fornece condições para o estudo da densidade de níveis e também para a determinação do parâmetro de densidade de níveis^{15,56}). Essas ressonâncias são conhecidas para um grande número de núcleos com certo grau de precisão.

Nas reações com nêutrons, por exemplo, são observadas ressonâncias separadas e bem definidas correspondendo a níveis de um núcleo composto.

O espaçamento médio D_{OBS} entre essas ressonâncias pode fornecer diretamente o espaçamento entre os níveis do núcleo composto a uma dada energia de excitação E^* , para determinados valores do *spin* J . Podemos dizer que todos os níveis possíveis, de acordo com as regras de conservação de momento angular e paridade são excitados, e que D_{OBS}^{-1} representa a densidade de níveis do núcleo composto na energia E^* para um dado valor de *spin* J .

Se estamos observando ressonâncias de nêutrons $S(l=0)$, em um alvo com *spin* do estado fundamental I e paridade Π , os únicos estados do núcleo composto que serão observados são aqueles com *spin* $I + 1/2$ e $I - 1/2$. A densidade de níveis observada neste caso será

$$\rho_{OBS} = D_{OBS}^{-1} = \frac{1}{2} \sum_{J=I-1/2}^{I+1/2} \rho(U, J) \quad (III. 62)$$

Desde que o estado inicial tem uma paridade bem definida, os níveis observados possuem somente uma das duas paridades possíveis. Supondo que as duas paridades têm a mesma probabilidade, introduzimos, então, o fator $1/2$ em III.62.

A densidade de níveis $\rho(U, J)$ é escolhida entre os vários modelos existentes, sendo que as relações mais utilizadas são as dadas pelas equações III.46 e III.47.

Uma maneira utilizada para a determinação de $\rho_{OBS}^{57)}$ consiste em construir um gráfico de $N(E^*)$, o número de níveis observados até a energia de excitação E^* , em função de E^* . $N(E^*)$ é, na verdade, uma função composta por *degraus*, entretanto, podemos aproximá-la por uma curva suave.

Se o gráfico é feito em escala logarítmica, $N(E^*) \times E^*$ pode ser ajustada por uma reta se o intervalo de energia dos nêutrons incidentes não é muito grande (fig. III. 4)⁵⁷⁾. Assim obtemos

$$\frac{\rho_{OBS}(E^*)}{N(E^*)} = \frac{d}{dE^*} \log N(E^*) \quad (III. 63)$$

a partir do coeficiente angular da reta ajustada.

Na figura III. 8, é mostrado um gráfico $a \times A$ obtido a partir de ressonância de nêutrons e reações (p, γ) , exibindo aproximadamente o esperado crescimento linear de a à medida que se aumenta A . Pode-se notar os mencionados mínimos para núcleos com camadas fechadas.

A linha reta corresponde a um ajuste que fornece um valor $a = A/8$ para todos os núcleos, e que é usualmente utilizado em muitos cálculos. Entretanto, como veremos adiante, os resultados obtidos neste trabalho mostram que o uso de uma relação do tipo $a = A/c$, sendo c uma constante, não é o mais apropriado.

Figura III.8 - Parâmetro de densidade de níveis g em função de A . Os pontos são determinações experimentais e a linha reta representa um ajuste de $g=A/8$ ⁵⁸).

III.3. Decaimento Seqüencial

As reações induzidas por íons pesados, geralmente, levam à formação de um núcleo composto em alta energia de excitação. Assim, um núcleo residual proveniente de uma primeira evaporação de partícula leve, ainda possuirá uma energia de excitação alta, podendo emitir portanto uma nova partícula, deixando um novo núcleo residual. Este processo cessa quando não há mais energia de excitação suficiente para emissão de uma partícula, sendo a desexcitação completada por emissão gama (figs. III. 9 a III. 11). Como limiar para emissão de partículas costuma-se considerar uma energia de excitação da ordem da energia de separação de um nêutron do núcleo em questão.

Após cada passo de evaporação, a energia média das partículas vai decrescendo, de modo que no espectro, a contribuição de partículas não provenientes de um primeiro decaimento se concentra na região de altas energias de excitação.

Neste trabalho, como veremos adiante, a análise efetuada para a obtenção dos parâmetros de densidade de níveis, concentrou-se na região dos espectros onde se tinha somente contribuição do primeiro decaimento, por se tratar de um caso muito mais simples, onde o número de parâmetros a ser utilizado é bem menor, o que reduz a ambigüidade dos resultados.

A maneira pela qual foram delimitadas as regiões de energia de excitação de interesse, encontra-se descrita na análise dos dados.

Figura III.9 - Principais canais abertos ao segundo de caimento para o sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ ($E_{\text{LAB}} = 54.2 \text{ MeV}$).

Figura III.10 - Principais canais abertos ao segundo decaimento para o sistema $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$ ($E_{\text{LAB}} = 46.0 \text{ MeV}$).

Figura III.11 - Principais canais abertos ao segundo decaimento para o sistema $^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$ ($E_{\text{LAB}} = 41.3 \text{ MeV}$).

III.4. Flutuações Estatísticas

Nos processos que envolvem a formação de um núcleo composto, a captura da partícula incidente pelo núcleo alvo ocorre se a energia relativa no centro de massa, mais a diferença de massa entre o sistema alvo + projétil e o núcleo composto, corresponde a um dos estados excitados do mesmo. Em baixas energias de excitação, os níveis do núcleo composto são estreitos e espaçados ($\Gamma \ll D$), de modo que, quando se varia a energia incidente, a seção de choque é dominada por um nível de cada vez.

Quando a energia incidente permite que se atinja energias de excitação mais altas, onde os níveis do núcleo composto estão mais largos e próximos e, portanto, chegam a se superpor ($\Gamma \gg D$), a seção de choque não vai mais ser dominada por um único nível por vez, e sim pelos vários níveis excitados simultaneamente. As flutuações estatísticas são basicamente um fenômeno de interferência de natureza altamente aleatória entre esses níveis.

A teoria de flutuações estatísticas, foi desenvolvida, inicialmente, por *Ericson* ³⁶⁾, que enunciou as razões físicas para a existência de flutuações nas seções de choque, baseando-se na principal afirmação da teoria estatística de reações nucleares, que é a independência entre os modos de formação e decaimento de um núcleo composto. Em termos do tempo de interação, isto implica que o pacote de onda incidente deve ter cessado de interagir com o núcleo quando da emissão de um novo pacote de onda. Considerando um núcleo sem dimensões, o tempo de interação é

$$\tau = \frac{\Delta x}{v} \quad (III. 64)$$

onde Δx é o tamanho linear do pacote e v , a sua velocidade de grupo.

Os processos de formação e decaimento são independentes quando

$$\tau \gg T \quad (\text{III. 65})$$

sendo τ a vida média do núcleo composto.

Através do princípio de incerteza, uma indeterminação em energia ΔE é associada ao tempo de interação T , e uma largura Γ é associada à vida média τ . De acordo com estas considerações, a equação III.65 pode ser reescrita como

$$\Gamma \ll \Delta E \quad (\text{III. 66})$$

Quando se verifica esta condição, os processos de formação e decaimento são independentes, e as flutuações são eliminadas. Quando $\Delta E < \Gamma$, os efeitos de interferência estarão presentes.

A teoria estatística, que não leva em conta as flutuações, pode ser aplicada quando a equação III.66 é satisfeita, ou seja, quando é efetuada uma média na secção de choque em intervalos de energia $\Delta E \gg \Gamma$.

Como a observação das flutuações não consta dos objetivos deste trabalho, e uma vez que se vai utilizar a teoria estatística, deve-se de alguma maneira eliminar ao máximo o efeito das mesmas. Através do uso de um alvo relativamente grosso, mesmo com boa resolução na energia do feixe, e da análise do contínuo em faixas de largura 1.0 MeV em energia de excitação, conseguimos satisfatoriamente eliminar o efeito das flutuações, evitando assim uma análise mais elaborada.

III.5. Efeitos do Parâmetro de Densidade de Níveis e do Momento Angular na Secção de Choque

Considerando as equações III.17, III.18 e III.47, notamos que a densidade de níveis $\rho(U,I)$ deve influenciar fortemente a magnitude das secções de choque e, conseqüentemente, dos espectros calculados.

Além da magnitude, a forma do espectro também é alterada com uma variação de a . Um aumento da densidade de níveis acarreta um aumento na inclinação do espectro (figura III.12). Estas características podem, então, ser exploradas na determinação de parâmetros de densidade de níveis.

Os momentos angulares envolvidos na reação também exercem uma influência sobre o comportamento das secções de choque. Podemos entender estes efeitos observando, em particular, o comportamento das distribuições angulares que, de acordo com a equação III.15, têm a propriedade de serem simétricas em torno de 90° .

A teoria semi-clássica desenvolvida por *Ericson*⁵⁹⁾, para o estudo das distribuições angulares de partículas emitidas em processos envolvendo a formação de um núcleo composto, apesar de considerar o projétil, alvo e partícula emitida, sem *spin*, fornece, mesmo assim, importantes informações sobre as características das distribuições angulares.

Desde que nesse caso, o momento angular total do núcleo composto é de origem orbital, cada vetor $\vec{J}$ vai ser perpendicular a um plano contendo a direção do feixe incidente, sendo o processo de emissão isotrópico em cada plano, devido à independência dos processos de formação e decaimento. Portanto, se o momento angular da partícula emitida ($\vec{k}$) está alinhado com o momento angular do núcleo composto ($\vec{J}$), e uma in-

Figura III.12 - Dependência da inclinação dos espectros com o parâmetro de densidade de níveis a . As linhas cheias e pontilhadas correspondem aos parâmetros $a = a_i \times 1.2$ e $a_i \times 0.8$, respectivamente. Os parâmetros a do canal i encontram-se na tabela IV.5

tegração em todas as direções possíveis de $\vec{J}$ (direção ϕ) é feita, a probabilidade de emissão em uma direção θ é dada por

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right) 2\pi \sin \theta \quad (\text{III. 67})$$

Desta maneira, a distribuição angular toma a forma

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{K}{\sin \theta} \quad (\text{III. 68})$$

que é simétrica em torno de 90° e apresenta grande anisotropia.

Todavia, o caso de total alinhamento não é o mais geral, principalmente no caso de reações com íons pesados, e a distribuição angular da forma $1/\sin \theta$ não é geralmente observada.

No caso mais geral, de acordo com a teoria de *Ericson*, se a partícula emitida deixa o núcleo residual num estado de *spin* definido $\vec{I}$, a conservação do momento angular ($\vec{J} = \vec{\ell} + \vec{I}$), implica que $\vec{\ell}$ deve se limitar a valores que tangenciam uma esfera de raio I ao redor de $\vec{J}$ (fig.III.13a). Assim, pode existir um desacoplamento entre $\vec{J}$ e $\vec{\ell}$, que atinge um ângulo máximo definido por

$$\sin \nu_0 = \frac{I}{J} \quad (\text{III. 69})$$

Devido ao desacoplamento, a distribuição angular, para direções longe da do feixe incidente, é praticamente inalterada, tendo portanto a forma $1/\sin \theta$. Próximo à direção

a)

b)

Figura III.13 - a) Acoplamento dos vetores momento angular no caso de um alvo de spin zero, um núcleo residual de momento angular $\vec{I}$, uma partícula emitida com momento angular orbital $\vec{l}$ e um núcleo composto de momento angular $\vec{J}$. O ângulo ν_0 corresponde ao máximo desacoplamento neste caso.

b) Previsão clássica⁵⁹⁾ para a distribuição angular das partículas emitidas. Neste caso, o máximo ângulo de desacoplamento entre $\vec{l}$ e $\vec{J}$ é 30° , pois $\frac{I}{J} = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$.

do feixe, haverá um desvio da forma $1/\sin \theta$ dentro de um intervalo angular da ordem do ângulo de desacoplamento (figura III.13b).

IV. ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS

IV.1. O Programa *STATIS*

O programa *STATIS*⁶⁰⁾ utilizado na análise dos dados, é baseado no modelo estatístico de *Hauser-Feshbach*.

Secções de choque diferencial e total para uma reação do tipo $a + A \rightarrow C^* \rightarrow b + B$, podem ser calculadas levando em consideração o acoplamento dos momentos angulares e paridades dos núcleos envolvidos.

Além de secções de choque para transições individuais do núcleo residual, com uma energia de excitação E^* e *spin* I , o programa também efetua o cálculo de secções de choque integradas sobre a densidade de níveis para uma dada energia de excitação.

Além do canal de entrada, seis canais de saída podem ser considerados simultaneamente. Os coeficientes de transmissão podem ser calculados pelo programa *STATIS*, através de uma parametrização pela fórmula de *Hill-Wheeler*¹⁾

$$T_{\ell} = \{1 + [\exp(E_{B\ell} - E)/(\text{del} * E_{B\ell})]\}^{-1}$$

$$E_{B\ell} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_c} + \frac{h^2}{2\mu R_c^2}(\ell + 1/2)^2 + E_c \quad (\text{IV. 1})$$

$$R_c = r_c(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$$

onde Z_1 , Z_2 , A_1 e A_2 são as cargas e massas do alvo e projétil, del é um parâmetro que permite ajustar a difusividade e E_c permite ajustar a altura da barreira. Os valores de T_{ℓ} po

dem também ser lidos de um arquivo externo, podendo ser calculados através de um programa de modelo óptico. Em nosso caso, foi utilizado o programa *MODOPT*⁴⁵⁾.

O canal de entrada é de grande importância para os cálculos, no sentido de que ele determina a secção de choque de fusão (σ_F).

Os valores de secção de choque de fusão para os três sistemas foram retirados da referência 12 (fig.IV. 1).

O valor teórico de σ_F , poderia ser ajustado ao experimental, variando-se o limite $J_{\max}$ na equação III. 15.

Entretanto, pelo fato de $J_{\max}$ ser um número inteiro, não necessariamente conseguiremos reproduzir o valor experimental de σ_F . O método alternativo utilizado, foi o uso da parametrização interna do programa *STATIS*, onde ajustamos os coeficientes $\tilde{T}_\ell$ de modo que

$$\frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \tilde{T}_\ell = \sigma_F \quad (\text{IV. 2})$$

sendo $\tilde{T}_\ell = T_\ell P_\ell$, onde T_ℓ é a probabilidade de penetração da barreira e P_ℓ é a probabilidade de que uma vez penetrada a barreira, haja fusão.

A secção de choque de fusão, na aproximação de corte abrupto⁴⁾ pode ser escrita

$$\sigma_F = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\ell_c} (2\ell+1) = \frac{\pi}{k^2} (\ell_c+1)^2 \quad (\text{IV. 3})$$

se

Figura IV.1 - Funções de excitação para a secção de choque de fusão para os sistemas $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$, $^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$ e $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$ (12).

$$\left\{ \begin{array}{ll} T_{\ell} = 1 & \ell < \ell_{\text{rasante}} \\ T_{\ell} = 0 & \ell > \ell_{\text{rasante}} \end{array} \right. \quad \text{e} \quad \left\{ \begin{array}{ll} P_{\ell} = 1 & \ell < \ell_c \\ P_{\ell} = 0 & \ell > \ell_c \end{array} \right.$$

Não havendo razões fortes para o uso da aproximação do corte abrupto, utilizamos em nosso caso a expressão IV.2 com $\tilde{T}_{\ell}$ dado por IV.1, e cuja difusividade $\tilde{e}$ comparável $\tilde{a}$ da penetrabilidade do canal de entrada obtida a partir do modelo óptico.

Na tabela IV.1, apresentamos os valores da secção de choque de fusão, e dos parâmetros utilizados no cálculo das penetrabilidade no canal de entrada para os três sistemas.

	$^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ (48.8 MeV)	$^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ (54.2 MeV)	$^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$ (41.3 MeV)	$^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$ (46.0 MeV)
d_{el}	0.05	0.05	0.06	0.06
E_c	-0.662	1.042	-2.827	0.100
r_c	1.50	1.50	1.50	1.50
$\sigma_F(\text{mb})$	958	908	1056	949

Tabela IV.1 - Grandezas utilizadas na parametrização do canal de entrada.

Na escolha dos canais de saída, é muito importante considerar os mais significativos, ou seja, os que possuem a maior secção de choque.

Os canais de saída correspondentes $\tilde{a}$ emissão de par

partículas pesadas, tais como ${}^7\text{Li}$ e ${}^8\text{Be}$, embora carreguem uma quantidade maior de momento angular, comparados às partículas mais leves (n , p , d , t , α), possuem, normalmente, secções de choque baixas. Este fato é devido essencialmente ao baixo valor do Q da reação e às altas barreiras Coulombianas (figura IV. 2), que não permitem que se atinja uma alta energia de excitação no núcleo residual, sendo este, portanto, populado em uma região onde existem poucos níveis. Por outro lado, na emissão de partículas leves, o núcleo residual pode ser populado em altas energias de excitação, onde a densidade de níveis é grande. Consequentemente, são os produtos leves de reação que dão a mais importante contribuição no cálculo da largura total de decaimento $g(J)$ (eq.III.11), influenciando significativamente no valor absoluto da secção de choque para os vários canais.

De acordo com as considerações acima, os canais de saída utilizados em todos os cálculos, além do elástico (*compound elastic*), foram os correspondentes à emissão de nêutrons, prótons, dêuterons, trítios e alfas.

Nas tabelas de IV.2 a IV.4, apresentamos para os três sistemas estudados, os parâmetros de modelo óptico usados na determinação dos coeficientes de transmissão para os canais de saída, e alguns parâmetros utilizados no cálculo das secções de choque do modelo estatístico.

Figura IV.2 - Esquema de momento angular rasante ⁴⁴⁾ para os canais de saída da reação $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C} \rightarrow x + y$, com $E_{\text{LAB}} = 52 \text{ MeV}$. As linhas cheias verticais representam o momento angular rasante no canal de entrada e as parábolas, o momento angular rasante no canal de saída como função da energia de excitação E^* do núcleo residual. As curvas tracejadas correspondem às linhas de Yrast dos núcleos residuais. Este esquema reflete qualitativamente a importância relativa dos vários canais de saída.

	$^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$	$n + ^{27}\text{Si}$	$p + ^{27}\text{Al}$	$d + ^{26}\text{Al}$	$t + ^{25}\text{Al}$	$\alpha + ^{24}\text{Mg}$
V_0	$7.5 + 0.4E_{\text{CM}}^{\text{a)}}$	$56.3 - 0.32E_{\text{CM}} - 24(N-Z)/A^{\text{b)}}$	$49.9 - 0.22E_{\text{CM}} + 26.4(N-Z)/A + 0.4Z/A^{1/3}^{\text{b)}}$	$91.13 + 2.2Z/A^{1/3}$	$151.9 - 0.17E_{\text{CM}} + 50(N-Z)/A^{\text{b)}}$	$125.3^{\text{b)}}$
r_0	1.35	1.17	1.16	1.05	1.20	1.55
a_0	0.45	0.75	0.75	0.86	0.72	0.54
W_V	$0.4 + 0.125E_{\text{CM}}^{\text{a)}}$	$0.22E_{\text{CM}} - 1.56^{\text{b)}}$	$1.2 + 0.09E_{\text{CM}}^{\text{b)}}$	-	$41.7 - 0.33E_{\text{CM}} + 44(N-Z)/A^{\text{b)}}$	$30.7^{\text{b)}}$
r_V	1.35	1.26	1.37	-	1.40	1.59
a_V	0.45	0.58	$0.74 - 0.008E_{\text{CM}} + (N-Z)/A$	-	0.88	0.39
W_S	-	$13.0 - 0.25E_{\text{CM}} - 12(N-Z)/A^{\text{b)}}$	$4.2 + 0.05E_{\text{CM}} + 15.5(N-Z)/A^{\text{b)}}$	$218/A^{2/3}$	-	-
r_S	-	1.26	1.37	1.43	-	-
a_S	-	0.58	$0.74 - 0.008E_{\text{CM}} + (N-Z)/A$	$0.5 + 0.013/A^{2/3}$	-	-
R_c	1.35	-	1.25	1.30	1.30	1.30
Δ	$5.0^{\text{c)}}$	$2.67^{\text{c)}}$	$2.46^{\text{c)}}$	$5.13^{\text{c)}}$	$2.46^{\text{c)}}$	$0.0^{\text{c)}}$
r_Y	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40
$Q_0(\text{MeV})$	0.0	-0.42	5.17	-5.67	-10.77	6.77

Tabela IV.2 - Parâmetros de modelo óptico (ver sub-seção III. 1.2) e do modelo estatístico para o sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$. Os valores de Δ e r_Y são usados na eq. III. 18 e sub-seção III. 1.3.

	$^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$	$n + ^{25}\text{Al}$	$p + ^{25}\text{Mg}$	$d + ^{24}\text{Mg}$	$t + ^{23}\text{Mg}$	$\alpha + ^{22}\text{Na}$
v_o	$7.5 + 0.4E_{\text{CM}}^{\text{a)}}$	$56.3 - 0.32E_{\text{CM}} - 24(N-Z)/A^{\text{b)}}$	$49.9 - 0.22E_{\text{CM}} + 26.4(N-Z)/A + 0.4Z/A^{1/3}^{\text{b)}}$	$91.13 + 2.2Z/A^{1/3}$	$151.9 - 0.17E_{\text{CM}} + 50(N-Z)/A^{\text{b)}}$	$125.3^{\text{b)}}$
r_o	1.35	1.17	1.16	1.05	1.20	1.55
a_o	0.45	0.75	0.75	0.86	0.72	0.54
w_v	$0.4 + 0.125E_{\text{CM}}^{\text{a)}}$	$0.22E_{\text{CM}} - 1.56^{\text{b)}}$	$1.2 + 0.09E_{\text{CM}}^{\text{b)}}$	-	$41.7 - 0.33E_{\text{CM}} + 44(N-Z)/A^{\text{b)}}$	$30.7^{\text{b)}}$
r_v	1.35	1.26	1.37	-	1.40	1.59
a_v	0.45	0.58	$0.74 - 0.008E_{\text{CM}} + (N-Z)/A$	-	0.88	0.39
w_s	-	$13.0 - 0.25E_{\text{CM}} - 12(N-Z)/A^{\text{b)}}$	$4.2 + 0.05E_{\text{CM}} + 15.5(N-Z)/A^{\text{b)}}$	$218/A^{2/3}$	-	-
r_s	-	1.26	1.37	1.43	-	-
a_s	-	0.58	$0.74 - 0.008E_{\text{CM}} + (N-Z)/A$	$0.5 + 0.013/A^{2/3}$	-	-
R_c	1.35	-	1.25	1.30	1.30	1.30
Δ	$5.0^{\text{c)}}$	$2.09^{\text{c)}}$	$1.80^{\text{c)}}$	$0.0^{\text{c)}}$	$2.67^{\text{c)}}$	$5.13^{\text{c)}}$
r_Y	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40
Q_o (MeV)	0.0	3.71	8.77	3.66	-6.62	5.62

Tabela IV.3 - Parâmetros de modelo óptico (ver sub-seção III. 1.2) e do modelo estatístico para o sistema $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$. Os valores de Δ e r_Y são usados na eq. III. 48 e sub-seção III. 1.3.

	$^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$	$n + ^{29}\text{Si}$	$p + ^{29}\text{Al}$	$d + ^{28}\text{Al}$	$t + ^{27}\text{Al}$	$\alpha + ^{26}\text{Mg}$
V_0	17.0	$47.01 - 0.26E_{\text{CM}}$	$56.09 - 0.55E_{\text{CM}}$	$81.0 - 0.22E_{\text{CM}}$	147.1	99.9
r_0	1.35	1.34	1.25	1.15	1.40	1.5
a_0	0.57	0.66	0.65	0.81	0.61	0.60
W_V	7.19	-	-	-	54.1	11.3
r_V	1.35	-	-	-	1.40	1.50
a_V	0.57	-	-	-	0.61	0.60
W_S	-	$9.52 - 0.053E_{\text{CM}}$	13.5	$14.4 + 0.24E_{\text{CM}}$	-	-
r_S	-	1.28	1.25	1.34	-	-
a_S	-	0.48	0.47	0.68	-	-
R_C	1.35	-	1.25	1.15	1.4	1.5
Δ	$5.0^{\text{a})}$	$2.09^{\text{a})}$	$1.67^{\text{a})}$	$0.0^{\text{a})}$	$1.80^{\text{a})}$	$4.26^{\text{a})}$
r_Y	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40
$Q_0(\text{MeV})$	0.0	13.039	10.141	2.93	1.46	13.008

Tabela IV.4 - Parâmetros de modelo óptico⁶³⁾ (ver sub-seção III.1.2) e do modelo estatístico para o sistema $^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$. Os valores Δ e r_Y são usados nas eq. III. 48 e sub-seção III. 1.3 .

IV.2. Determinação dos Parâmetros de Densidade de Níveis

Na determinação dos parâmetros de densidade de níveis, foram utilizadas as distribuições angulares (figs. IV.3 a IV. 9) das várias faixas em energia de excitação em que foi dividido o contínuo dos espectros (ver sub-seção II.3.4). A partir das secções de choque ($d^2\sigma/d\Omega dE^*$) foram construídos os espectros integrados em ângulo ($\frac{d\sigma}{dE^*} \times E^*$), integrando-se as distribuições angulares para cada energia de excitação (ver eqs. II. 9 a II.11).

Em particular, para a reação $^{12}\text{C}(^{16}\text{O},\alpha)^{24}\text{Mg}$, que apresenta elevado grau de seletividade, foi necessário efetuar uma estimativa para o contínuo nos espectros para cada ângulo, sem considerar estados discretos, populados seletivamente e que correspondem a estados de elevado momento angular, próximos à linha de *Yrast* (ver o contínuo da figura II. 9).

A razão para este procedimento se deve ao fato do programa *STATIS*, no cálculo dos espectros, não reproduzir os estados que se destacam no contínuo, que são característicos da estrutura do núcleo residual (estes estados por serem puramente rotacionais e, portanto apresentarem energia de excitação nula, não são reproduzidos pela fórmula de densidade de níveis usada, devido ao seu domínio de validade).

Devido ao interesse na região de energias de excitação do contínuo, onde somente exista contribuição do primeiro decaimento, foi necessário delimitar essas regiões nos espectros integrados em ângulo para todos os canais. Essa delimitação foi feita em base aos dados mostrados nas figuras III.9 a III. 11. Para cada canal, consideramos significante, a contribuição de um segundo decaimento a partir de uma energia de excitação no primeiro núcleo residual, que corresponda ao início da região do contínuo no segundo núcleo residual (estima-

Figura IV.3 - Distribuições angulares para algumas faixas em energia de excitação no contínuo relativas aos canais de saída $p + {}^{25}\text{Mg}$ e $\alpha + {}^{22}\text{Na}$, referentes ao sistema ${}^{14}\text{N} + {}^{12}\text{C}$ ($E_{\text{LAB}} = 46.0$ MeV). As linhas cheias correspondem a ajustes efetuados com o programa STATIS, na região na qual a contribuição de um segundo decaimento é desprezível. As curvas tracejadas correspondentes à região que possui contribuição do segundo decaimento, foi renormalizada.

Figura IV.4 - Idem à figura IV.3 para os canais de saída $d + {}^{24}\text{Mg}$ e $t + {}^{23}\text{Mg}$, referentes ao sistema ${}^{14}\text{N} + {}^{12}\text{C}$ ($E_{LAB} = 46.0$ MeV).

Figura IV.5 - Idem à figura IV.3 para os canais de saída $p + {}^{29}\text{Al}$ e $\alpha + {}^{26}\text{Mg}$, referentes ao sistema ${}^{180} + {}^{12}\text{C}$ ($E_{\text{LAB}} = 41.3 \text{ MeV}$).

Figura IV.6 - Idem à figura IV.3 para os canais de saída $d + {}^{28}\text{Al}$ e $t + {}^{27}\text{Al}$, referentes ao sistema ${}^{18}\text{O} + {}^{12}\text{C}$ ($E_{LAB} = 41.3$ MeV).

Figura IV.7 - Idem à figura IV.3 para os canais de saída $p + {}^{27}\text{Al}$ e $\alpha + {}^{24}\text{Mg}$, referentes ao sistema ${}^{16}\text{O} + {}^{12}\text{C}$ ($E_{LAB} = 54.2 \text{ MeV}$).

Figura IV.8 - Idem à figura IV.3 para os canais de saída $d + {}^{26}\text{Al}$ e $t + {}^{25}\text{Al}$, referentes ao sistema ${}^{16}\text{O} + {}^{12}\text{C}$ ($E_{LAB} = 54.2$ MeV).

Figura IV.9 - Idem à figura IV.3 para os canais de saída $p + {}^{27}\text{Al}$, $d + {}^{26}\text{Al}$, $t + {}^{25}\text{Al}$ e $\alpha + {}^{24}\text{Mg}$, referentes ao sistema ${}^{16}\text{O} + {}^{12}\text{C}$ ($E_{\text{LAB}} = 48.8 \text{ MeV}$)

da em ~ 9 MeV), onde a densidade de nveis comea a ser grande. Nas figuras IV. 10 a IV. 13 apresentamos, para cada sistema, as regies (ΔE^*) utilizadas em cada canal de decaimento.

Desde que, geralmente, os parmetros de densidade de nveis so descritos da forma $a=A/c$, sendo c uma constante (fig. III. 8), o primeiro passo para uma determinao aproximada de a , foi uma tentativa de se obter para cada sistema, a partir de uma comparao entre os valores experimentais da seco de choque total ($\sigma_{\Delta E^*}$) para o intervalo ΔE^* e os valores tericos calculados para vrios valores da constante c , um valor da mesma que conseguisse ajustar simultaneamente a seco de choque para todos os canais.

Os valores experimentais de $\sigma_{\Delta E^*}$ foram calculados a partir dos espectros integrados em ngulo, atravs de uma integrao pelo mtodo dos trapzios. Neste caso, o mtodo no acarreta incertezas significativas, pelo fato de os espectros apresentarem um comportamento praticamente linear na regio de interesse.

Desde que os pontos experimentais esto espaados de 1 MeV, este foi o passo de integrao escolhido. Desta maneira, a seco de choque para um intervalo ΔE^* com n pontos,

$$\sigma_{\Delta E^*} = \left(\frac{d\sigma(E_1^*)}{dE^*} + \frac{d\sigma(E_n^*)}{dE^*} \right) / 2 + \frac{d\sigma(E_2^*)}{dE^*} + \frac{d\sigma(E_3^*)}{dE^*} + \dots + \frac{d\sigma(E_{n-1}^*)}{dE^*} \quad (\text{IV. 4})$$

As incertezas associadas aos valores $\sigma_{\Delta E^*}$ foram obtidas pela propagao dos erros referentes a cada valor $\frac{d\sigma(E_n^*)}{dE^*}$, e variaram entre 3 e 5%.

Figura IV.10 - Principais canais abertos para o primeiro decaimento do núcleo composto para o sistema $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$ ($E_{\text{LAB}} = 46 \text{ MeV}$). As regiões delimitadas representam os intervalos ΔE^* em energia de excitação no contínuo, utilizados na análise, onde a contribuição de um segundo decaimento é ainda desprezível.

Figura IV.11 - Idem à figura IV.10 para o sistema $^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$ ($E_{\text{LAB}} = 41.3\text{ MeV}$).

Figura IV.12 - Idem à figura IV.10 para o sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ ($E_{\text{LAB}} = 48.8 \text{ MeV}$).

Figura IV.13 - Idem à figura IV.10 para o sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ ($E_{\text{LAB}} = 54.2\text{ MeV}$).

Os valores teóricos para cada canal, foram obtidos através da relação

$$\sigma_{\Delta E^*} = \sum_{J=0}^{J_{\max}} \sigma_{Nc}^J \frac{g_{\Delta E^*}^{\beta}}{g(J)} \quad (\text{IV. 5})$$

onde $g_{\Delta E^*}^{\beta}$ corresponde à fração do denominador total $g(J)$, referente a um determinado canal β , com os limites da integral na eq. III. 11, substituídos pelo intervalo ΔE^* desejado.

Efetuando-se os cálculos, não se conseguiu um ajuste simultâneo para nenhum dos três sistemas, de onde concluímos que o uso da relação $a = A/c$ não é suficientemente preciso.

Na figura IV. 14 apresentamos o resultado desses cálculos para o sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ na energia $E_{\text{LAB}} = 54.2 \text{ MeV}$.

Desde que um valor $a = A/c$ não é conveniente, devemos efetuar o ajuste para cada sistema, variando-se independentemente o valor de a para cada canal.

Num primeiro estágio, variou-se também o parâmetro r_Y que sendo ligado ao momento de inércia dos núcleos (sub-seção III.1.3), afeta a anisotropia das distribuições angulares e, conseqüentemente, a forma dos espectros (ver fig. III. 7).

Neste ajuste preliminar, nos preocupamos com a magnitude das secções de choque $\sigma_{\Delta E^*}$ e com a forma das distribuições angulares. Assim, determinamos o valor 1.40 para r_Y , que melhor reproduziu a forma das distribuições angulares e está de acordo com os valores usualmente encontrados na literatura. O conjunto de parâmetros ajustados neste caso, serviu como ponto de partida para um ajuste mais elaborado.

Mesmo conseguindo um ajuste satisfatório da magnitu

Figura IV.14 - Secções de choque totais $\sigma_{\Delta E^*}$ para cada um dos principais canais de saída referentes ao sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ ($E_{\text{LAB}} = 54.2 \text{ MeV}$), em função do parâmetro de densidade de níveis a/A . As regiões hachuradas correspondem aos valores experimentais de $\sigma_{\Delta E^*}$, associados às suas incertezas. Podemos notar que nenhum valor de a/A consegue ajustar simultaneamente $\sigma_{\Delta E^*}$, o que vem mostrar que o uso de $A/a = \text{constante}$, nem sempre é apropriado.

de $\sigma_{\Delta E^*}$ para cada canal, não necessariamente o conjunto de parâmetros de densidade de níveis encontrado será o correto. É possível, para vários conjuntos de $\underline{a}$, que reproduzem o mesmo valor de $\sigma_{\Delta E^*}$, obter várias inclinações nos espectros dos núcleos residuais. Deste modo, partindo dos valores preliminares de $\underline{a}$, efetuamos o ajuste da inclinação dos espectros, juntamente com a magnitude.

Este ajuste foi feito em base ao fato de que uma variação no parâmetro de densidade de níveis para um dado canal, afeta a magnitude e inclinação do espectro referente a este canal e, praticamente, não afeta a inclinação dos espectros referentes aos outros canais, influenciando somente na magnitude.

Inicialmente, nos concentramos no ajuste dos canais de saída mais significativos entre os utilizados (p e α), pois estes contribuem com uma maior fração no denominador $g(J)$. Os outros canais, (d e t), que populam os núcleos residuais em baixas energias de excitação devido ao baixo valor do Q da reação (vide fig. IV. 2), contribuem de forma pouco significativa na secção de choque de decaimento do núcleo composto. Desta forma, uma variação razoável nos parâmetros para os canais menos significativos, afeta somente a secção de choque para estes canais e, praticamente, não afeta o denominador, não afetando portanto, as secções de choque para os outros canais.

Na figura IV.15 apresentamos os espectros experimentais integrados em ângulo, juntamente com os cálculos referentes aos valores finais de $\underline{a}$. Os ajustes de magnitude de $\sigma_{\Delta E^*}$ para os três sistemas estão na figura IV. 16.

Nas figuras IV.3 a IV.9 as linhas cheias correspondem aos ajustes de magnitude com os parâmetros finais na região ΔE^* , e as linhas pontilhadas, ao ajuste normalizado, também com os valores finais de $\underline{a}$, para a região de altas energias de excitação, onde existe a contribuição de decaimentos sequenciais.

Figura IV.15 - Ajustes finais para os três sistemas estudados, dos espectros integrados em ângulo. Os espectros teóricos foram calculados pelo programa STATIS. A linha cheia, corresponde à região ΔE^* e a parte tracejada à esquerda, à região onde a contribuição do decaimento sequencial é significativa. Notamos claramente nesta região o desvio em relação ao espectro experimental. Os conjuntos de parâmetros de densidade de níveis que forneceram estes ajustes estão na tabela IV.5.

Figura IV.16 - Ajustes de magnitude para $\sigma_{\Delta E^*}$ referentes aos três sistemas estudados. Os conjuntos de parâmetros de densidade de níveis que forneceram estes ajustes estão na tabela IV.5. Os pontos representam os valores experimentais e as barras verticais os resultados dos cálculos.

Os resultados obtidos estão na tabela IV. 5, juntamente com valores encontrados na literatura.

Núcleo	$a(\text{MeV}^{-1})^*$	$A/a(\text{MeV})$	$a(\text{MeV}^{-1})^+$
^{22}Na	4.11 ± 0.08	5.35	3.13 ^{a)}
^{23}Mg	4.37 ± 0.07	5.26	-
^{24}Mg	4.03 ± 0.04	5.96	3.32 ^{a)} , 3.48 ^{c)}
^{25}Mg	4.13 ± 0.06	6.05	3.85 ^{a)} , 3.70 ^{c)}
^{26}Mg	4.37 ± 0.07	5.95	4.08 ^{a)}
^{25}Al	4.63 ± 0.09	5.40	3.54 ^{b)}
^{26}Al	3.51 ± 0.03	7.41	3.65 ^{a)}
^{27}Al	3.92 ± 0.08	6.89	3.45 ^{a)} , 4.90 ^{c)}
^{28}Al	4.00 ± 0.04	7.00	-
^{29}Al	4.26 ± 0.06	6.81	4.08 ^{a)}

Tabela IV.5 - Parâmetros de densidade de níveis

* Este trabalho

+ Resultados encontrados na literatura

a) Ref. 51

b) Ref. 15

c) Ref. 56

Para os núcleos populados por canais de entrada diferentes, tentamos ajustar o mesmo parâmetro $\underline{a}$. No caso dos canais $d + ^{24}\text{Mg}$ do sistema $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$ e $\alpha + ^{24}\text{Mg}$, do sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$, o acordo foi bom, mas para $t + ^{27}\text{Al}$ e $p + ^{27}\text{Al}$ dos sistemas $^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$ e $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$, isto não aconteceu.

As incertezas associadas aos valores obtidos de $\underline{a}$, foram estimadas, fazendo-se uma variação do parâmetro $\underline{a}$ para

cada canal, mantendo-se fixos os parâmetros dos outros canais. Construímos, então, curvas $\sigma_{\Delta E^*} \times a$ para cada canal, que apresentam comportamento aproximadamente exponencial, permitindo-nos determinar o coeficiente angular $\Delta\sigma/\Delta a = K$. A partir das incertezas em $\sigma_{\Delta E^*}$, pudemos, então, determinar Δa , sendo as incertezas em $\underline{a}$ dadas por $\pm \Delta a/2$.

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A característica dos espectros de emissão de partículas leves, a partir de um núcleo composto equilibrado, é devida em grande parte ao decaimento seqüencial. A fim de verificar a possível presença de outros mecanismos nas reações in-vestigadas, foram realizados cálculos com o programa *LILITA*⁶⁴), com a finalidade de verificar o acordo entre os dados experimentais e o modelo estatístico. O programa *LILITA*, descreve o decaimento dos produtos primários de uma reação induzida por íons pesados, fornecendo, principalmente, os espectros de energia e distribuições angulares dos resíduos de evaporação e partículas leves (n , p e α). O decaimento dos produtos de reação é calculado através da teoria de *Hauser-Feshbach* em conjunto com o método *Monte Carlo*.

O método *Monte Carlo* para a avaliação da competição entre as várias trajetórias de decaimento possíveis é necessã-rio, devido ao enorme número de canais abertos para esses sistemas. Desta forma é possível obter por intermédio de um cálculo completo de *Hauser-Feshbach* a distribuição de carga e massa dos resíduos de evaporação após a fusão completa de íons pesados⁶⁵).

Os resultados são fornecidos no sistema de laboratório.

Nas figuras V.1 e V.2, apresentamos os resultados dos cálculos para os três sistemas investigados neste trabalho. Em virtude dos conjuntos de parâmetros de densidade de níveis utilizados pelo programa (A/8 ou da referência 51) serem diferentes dos parâmetros finais obtidos em nosso trabalho para os núcleos finais específicos, foi necessária uma pequena re-normalização (ver escalas das figs. V.1 e V.2).

Observamos que as previsões do modelo estatístico apresentam um bom acordo com os espectros experimentais, mostnan-

Figura V.1.- Previsão teórica para o sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ dos espectros $d^2\sigma(\theta)/d\Omega dE_{LAB} \times E_{LAB}$ no referencial de laboratório, obtidos com o programa LILITA, em comparação aos valores experimentais. As energias E_{LAB} correspondem à energia cinética das partículas emitidas. (Teórico = $\square$ Experimental = $\bullet$)

Figura V.2 - Idem à figura V.1 para os sistemas $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$ e $^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$.

do também que o decaimento seqüencial contribui em grande parte nos espectros de emissão de partículas leves.

Cálculos realizados com o programa *STATIS*, que calcula estritamente a secção de choque para a primeira emissão do núcleo composto com o mesmo conjunto de parâmetros de densidade de níveis do programa *LILITA*, mostraram através da comparação dos espectros, que a escolha das regiões ΔE^* , onde somente o primeiro decaimento é significativo, foi correta.

A incerteza nos resultados, proveniente da escolha de ΔE_b^* (para o canal de saída b), viria essencialmente do limite superior dessa região, onde já poderia haver contribuição mais significativa dos outros decaimentos (ver figs. IV.10 a IV.13). Entretanto, no limite superior escolhido, o número de níveis no segundo núcleo residual é ainda pequeno, sendo desprezível portanto, nesta energia de excitação, a contribuição para o espectro do primeiro núcleo residual.

Como já se mencionou, alguns núcleos residuais foram populados através de dois sistemas diferentes, isto é, o núcleo ^{27}Al , por intermédio dos sistemas $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ e $^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$, e o ^{24}Mg , por intermédio dos sistemas $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$ e $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$. Espera-se obter resultados satisfatórios ao utilizar o mesmo parâmetro de densidade de níveis para estes núcleos nos ajustes independentes para cada sistema (ver fig. IV.15).

No caso do núcleo final ^{24}Mg , conseguimos um bom ajuste ao passo que, para o ^{27}Al , o ajuste foi bom para o canal de prótons ($^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$), o mesmo não acontecendo para o fraco canal de tritons ($^{18}\text{O} + ^{12}\text{C}$). Uma possível causa para esta discrepância é a possibilidade de um erro sistemático no cálculo da secção de choque $\sigma_{\Delta E^*}^{(t)}$ experimental, para o espectro de tritons. Esse espectro, integrado em ângulo, foi obtido a partir das distribuições angulares experimentais, que apresentavam incertezas da ordem de 25% devido à estatística. 0

fato da distribuição angular e do espectro dos tritons serem definidos por poucos pontos, pode ter introduzido um erro sistemático no ajuste.(ver fig. II.8).

Além deste fato, existe também a possibilidade de não termos eliminado totalmente as flutuações de *Ericson*. Sabemos que o canal de tritons, devido ao seu baixo valor de Q é, geralmente, muito seletivo na população de estados discretos (ver fig. IV.2) ,o que diminui o amortecimento das flutuações.

Para o sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ onde tínhamos duas energias de bombardeio, houve dificuldades no ajuste dos espectros com o mesmo conjunto de parâmetros. Com os valores obtidos, o canal de prótons para a energia de 48.8 MeV não apresentou bom acordo.

Observando a função de excitação da secção de choque de fusão para o sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$, notamos várias oscilações (fig. IV. 1).

As energias de bombardeio utilizadas neste trabalho, no caso 48.8 e 54.2 MeV (20.91 e 23.23 MeV no centro de massa), correspondem a um máximo e um mínimo bem pronunciados.

Ao analisar as contribuições de cada resíduo, notou-se que as oscilações são refletidas, essencialmente, no canal de emissão α . Cálculos de secção de choque de reação para o sistema $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$ a partir do espalhamento elástico, mostram estruturas similares às observadas na secção de choque de fusão quando os potenciais apresentam absorção fraca na superfície nuclear. Entretanto, ainda não se têm muito claras as possíveis explicações para estas observações.

Seria, portanto, interessante estender o estudo do sistema $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ numa faixa maior de energia para poder entender melhor, tanto a origem das oscilações como seu efeito na dinâmica da reação.

Uma provável explicação, seria associar as oscilações a ressonâncias moleculares, sendo que desta maneira, o modelo estatístico não conseguiria reproduzi-las devido à contribuição de poucos valores de momento angular, ao contrário da distribuição característica da fusão. Desta forma, para a energia de 48.8 MeV, que corresponde a um máximo na função de excitação, não seria apropriado o uso do modelo estatístico.

O canal de nêutrons corresponde a um dos mais significativos.

Quando da realização dos ajustes dos parâmetros a para cada sistema, pelo fato de não dispormos de dados para o canal de nêutrons, este ficou livre. O procedimento seguido, foi efetuar o ajuste dos outros canais, eventualmente variando o parâmetro a do canal de nêutrons para conseguir um melhor ajuste, tomando o cuidado de verificar se a magnitude da seção de choque estava dentro dos valores esperados.

Entretanto, mesmo que tenhamos uma magnitude razoável, não temos informação sobre as inclinações dos espectros, o que traria uma certa ambigüidade.

Espectros para a reação $^{12}\text{C}(^{16}\text{O},n)^{27}\text{Si}$ ($E_{\text{LAB}} = 48.8 \text{ MeV}$) comparados com os por nós obtidos mostraram boa concordância em magnitude e inclinação⁶⁶. Sendo assim, podemos dizer que o procedimento utilizado é fundamentado.

Apresentamos na tabela V.1 os parâmetros de densidade de níveis obtidos para os canais de nêutrons dos três sistemas, juntamente com dados obtidos na literatura.

Núcleo	$a(\text{MeV}^{-1})^*$	$A/a \text{ (MeV)}$	$a(\text{MeV}^{-1})^+$
^{25}Al	4.63	5.40	$3.54^b)$
^{27}Si	4.46	6.05	-
^{29}Si	3.54	8.19	$3.57^a)$

Tabela V.1 - Parâmetros de densidade de níveis para os canais de decaimento por nêutrons.

* Este trabalho

+ Resultados da literatura

a) Ref. 51

b) Ref. 15

Uma observação da tabela IV. 5 mostra que os valores encontrados estão ligeiramente maiores que os listados na literatura.

Os parâmetros determinados experimentalmente através de reações com nêutrons e prótons de baixa energia, populam o núcleo composto em baixas energias de excitação. As fórmulas utilizadas para o cálculo do parâmetro a (vide subseção III.2.2), em geral válidas para energias de excitação mais elevadas, trariam, neste caso, uma incerteza quanto aos resultados. Sendo assim, os resultados obtidos neste trabalho são de grande importância, dada a pequena quantidade de informações disponíveis sobre os parâmetros de densidade de níveis na região de massa estudada. Além disso, o conhecimento mais preciso desses parâmetros, nos permite usar com maior credibilidade o modelo estatístico no estudo das reações entre íons pesados. Por conseguinte, podemos nos dedicar com mais confiança ao entendimento da limitação da fusão e dos processos intermediários por que passa o sistema composto, além de obter informações sobre a estrutura nuclear, através da espectroscó

pia de estados de elevado momento angular.

Os modelos de densidade de níveis aqui discutidos, são praticamente equivalentes, no sentido de que a densidade de níveis de partícula única é suposta constante, além do termo exponencial dominar, sendo portanto o denominador não muito significativo.

Outros modelos mais elaborados^{53,54,55}, com a finalidade de principalmente reproduzir as variações observadas para núcleos mágicos, fazem uso de aproximações mais cuidadosas para descrever a densidade de níveis de partícula única, e de cálculos microscópicos. Uma sugestão, seria dar uma continuidade ao trabalho, efetuando cálculos com estes modelos, pois é possível que, para a região de massa estudada, o efeito da estrutura nuclear seja mais importante, pelo fato do número de nucleons não ser muito elevado.

No que se refere ao estudo da fusão, a medida sistemática de secções de choque, que representam grandezas inclusivas, não fornece informações suficientes para, por exemplo, elucidar o problema da limitação da fusão (canal de entrada ou núcleo composto. Outras questões, ainda em aberto, dizem respeito à evolução temporal do sistema composto até que se atinja o equilíbrio (núcleo composto), ou ocorra o decaimento em pré-equilíbrio e aos efeitos da estrutura nuclear.

Neste contexto, o estudo das partículas leves emitidas através de correlações angulares, multiplicidade, etc, é fundamental para o complemento das medidas de fusão. Sendo assim, o uso de modelos com parâmetros confiáveis é fundamental.

Nesse sentido, acreditamos que este trabalho tenha atingido seus objetivos.

REFERENCIAS

1. R. Bock - Heavy Ions Collisions, vol. 1 e 2 (1979), North Holland Publ. Co.
2. W. Nöremberg e H.A. Weindenmüller - Introduction to the Theory of Heavy Ion Collisions, Lecture Notes in Physics 51 (1980), Springer-Verlag.
3. J.R. Birkelund, L.E. Tubbs, J.R. Huizenga, J.N. De e D. Sperber - Phys. Rep. 56 (1979) 107.
4. D. Glas e U. Mosel - Phys. Rev. C10 (1974) 2620.
5. D. Glas e U. Mosel - Nucl. Phys. A237 (1975) 429.
6. R. Vandenbosh e A.J. Lazzarini - Phys. Rev. C23 (1981) 1074.
7. H. Feshbach, A. Kerman e S. Koonin - Ann. Phys. 125 (1980) 429.
M.E. Ortiz et al. - Phys. Rev. C22 (1980) 1104.
8. A. Szanto de Toledo, M. Schrader, E.M. Szanto, G. Rosner e H.V. Klapdor - Nucl. Phys. A315 (1979) 500.
9. E.M. Szanto, A. Szanto de Toledo, H.V. Klapdor, G. Rosner e M. Schrader - Phys. Rev. Letters 42 (1979) 622 e Preprint IFUSP/P-352 (a ser publicado).
10. E. Vogt - Adv. in Nucl. Phys. 1 (1968).
11. T.D. Thomas - Ann. Rev. Nucl. Sci. 18 (1968) 343.
12. D.G. Kovar et al. - Phys. Rev. C20 (1979) 1305.
13. A. Szanto de Toledo - Tese de Livre-Docência, São Paulo, 1979.
14. M.M. Coimbra - Dissertação de Mestrado, São Paulo, 1983.
15. U. Facchini e E. Saetta-Menichella - En. Nucl. 15 (1968) 54.
16. O. Sala e G. Spalek - Nucl. Instr. and Meth. 122 (1974) 213.

17. G.P. Lawrence, R.K. Beauchamp e J.L. McKibben - Nucl.Instr. and Meth. 32 (1965) 357.
18. J.B. Marion e F.C. Young - Nuclear Reactions Analysis, Graphs and Tables (1968) 34, North Holland Publ. Co.
19. C.R. Appoloni - Preparação de Alvos Nucleares, Publicação do IFUSP, Depto.de Física Nuclear (1974).
20. F.S. Goulding et al. - Nucl. Instr. and Meth. 57 (1964)61.
21. G. Bertolini e A. Coche, Editors - Semiconductor Detectors American Elsevier Publishing Co., Inc. (1968).
Heavy Ion Spectroscopy with Silicon Surface Barrier Detectors - EG&G Ortec Application Note An-40.
F.S. Goulding e R.H. Pehl - Semiconductor Detectors, Section IIIA in Nuclear Spectroscopy and Reactions, J. Cerny Ed. Academic Press (1974).
22. Manual de uso de Detetores de Silício da ORTEC 3077.05K. 03979.
23. L.C. Northcliffe e R.F. Schilling - Nucl. Data Tables A7 (1970) 254.
24. M.D. Ferraretto e A.P. Teles - Departamento de Física Nuclear do IFUSP, Rel. Anual (1977) 68 e Proc. of V Nuclear Physics Workshop, Buenos Aires (1982) 393.
25. A.P. Teles, M.D. Ferraretto, P.C.M. Freitas, W.R. de Martino e G.T. Otani - Comunicação Particular.
26. W.E. Meyerhof - Elements of Nuclear Physics, McGraw-Hill Book Co. (1967).
27. H.V. Klapdor, H. Reiss, G. Rosner e M. Schrader - Nucl. Phys. A244 (1975) 157.
28. A. Szanto de Toledo, M. Schrader, E.M. Szanto, G. Rosner e H.V. Klapdor - Nucl. Phys. A315 (1979) 500.

29. Y. Eyal et al. - Proc. of the Symposium on Heavy Ion Elastic Scattering, University of Rochester (1977) 512.
30. D. Shapira, R.G. Stokstad e D.A. Bromley - Phys. Rev. C10 (1974) 1063.
31. M.L. Halbert, F.E. Durham, C.D. Moak e A. Zucker - Phys. Rev. 162 (1967) 914.
32. B.W. Allardyce et al. - Nucl. Phys. 85 (1965) 193.
33. M.A. Preston - Physics of the Nucleus (1962) - Addison-Wesley Publishing Co., Inc.
34. J.M. Blatt e V.F. Weisskopf - Theoretical Nuclear Physics (1952), John Wiley & Sons.
35. T. Ericson e T. Mayer-Kuckuk - Ann. Rev. Nucl. Sci. 16 (1966) 183.
36. M.G. Braga-Marcazzan e L. Milazzo-Colli - Prog. Nucl. Phys. 11 (1969) 145.
37. S.N. Goshal - Phys. Rev. 80 (1950) 939.
38. J.M. D'Auria, M.J. Fluss, G. Herzog, L. Kowalski, J.M. Miller e R.C. Reedy - Phys. Rev. 174 (1968) 1409.
39. P.E. Hodgson - Nuclear Reactions and Nuclear Structure, (1971) Clarendon Press, Oxford.
40. W.E. Burcham - Nuclear Physics an Introduction (1963), McGraw-Hill Book Co., Inc. New York.
41. M. Bohning - Proc. of the International Conference on Nuclear Reactions induced by Heavy Ions, Heidelberg (1969).
42. T. Ericson e V. Strutinsky - Nucl. Phys. 8 (1958) 284.
43. T. Ericson - Ad. Phys. 9 (1960) 425.
44. H.V. Klapdor, H. Reiss e G. Rosner - Nucl. Phys. A262 (1976) 157.

45. MODOPT - J.M. Cohenca - Computer Program for Optical Model Analysis of Nuclear Scattering, Univ. of Oxford Nuclear Physics Group Report, n° 41 (1968).
46. P.M. Morse e H. Feshbach - Methods of Theoretical Physics McGraw-Hill Book Co. (1953).
47. A. Bohr e B.R. Mottelson - Nuclear Structure, vol.1, W.A. Benjamin, Inc. (1969).
48. H. Bethe - Phys. Rev. 50 (1936) 332.
49. J.M.B. Lang e K.J. Le Couteur - Proc. Phys. Soc. Lond. A67 (1954) 586.
50. W. Nöremberg - Heavy Ions Collisions, vol.2, editado por R. Bock, North-Holland Publ. Co. (1980).
51. A. Gilbert e A.G.W. Cameron - Can. Journ. Phys. 43 (1965) 1446.
52. A.G.W. Cameron e R.M. Elkin - Can. Journ. Phys. 43 (1965) 1288.
53. T.D. Newton - Can. Journ. Phys. 34 (1956) 804.
54. T. Dossing e A.S. Jensen - Nucl. Phys. A222 (1974) 493.
55. A.J. Jensen e J. Damgaard - Nucl. Phys. A203 (1973) 578.
56. E. Erba, U. Facchini e E. Saetta-Menichella - Il Nuovo Cim. 22 (1961) 1237.
57. T. Ericson - Nucl. Phys. 11 (1959) 481.
58. D.W. Lang - Nucl. Phys. 26 (1961) 434.
59. T. Ericson - Nucl. Phys. 17 (1958) 250.
60. R.G. Stockstad - Wright Nuclear Structure Laboratory, Yale University, Internal Report n° 52 (1972).
61. C.M. Perey, F.G. Perey - Nucl. Data Tables 13 (1974) 293 e 10 (1972) 539.

62. R. Singh, K.A. Eberhard e R.G. Stokstad - Phys. Rev. C22 (1980) 1971.
63. D.E. Gustafson et al. - Nucl. Phys. A262 (1976) 96.
64. J. Gomez del Campo e R.G. Stokstad - Monte Carlo Code LILITA, ORNL - TM 7295, unpublished.
65. A versão do programa LILITA, que implantamos, permite o estudo de sistemas compostos até $Z \sim 34$.
66. E. Farrelly-Pessoa - Comunicação Particular.