Universidade de São Paulo

Instituto de Física

SBI-IFUSP

Estudo da Reação $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$

Márcia Regina Dias Rodrigues

*Dissertação de Mestrado apresentada
ao Instituto de Física da Universidade
de São Paulo para obtenção do título de
Mestre em Ciências.*

Thereza Borello Lewin

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Thereza Borello-Lewin (Orientadora) IFUSP

Prof. Dr. Iuda Dawid Goldman vel Lejbman IFUSP

Prof. Dr. Diógenes Galetti IFT/UNESP

depois 20/03

São Paulo

2000

539.7
R6762
M
ex.1

FICHA CATALOGRÁFICA

Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Rodrigues, Márcia Regina Dias

Estudo da Reação $^{99}\text{Ru}(\text{d.t})^{98}\text{Ru}$.
São Paulo, 2000.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo.
Instituto de Física - Departamento de Física Experimental

Orientador: Profa. Dra. Thereza Borello-Lewin
Área de Concentração: Física Nuclear

Unitermos: 1. Estrutura e Espectroscopia Nuclear;
2. Reação de Captura de Nêutron no ^{98}Ru ;
3. Análise DWBA;
4. Momento Angular Orbital Transferido;
5. Fator Espectroscópico.

USP/IF/SBI-008/2000

Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Estudo da Reação $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$

Márcia Regina Dias Rodrigues

*Dissertação de Mestrado apresentada
ao Instituto de Física da Universidade
de São Paulo para obtenção do título de
Mestre em Ciências.*

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Thereza Borello-Lewin (Orientadora) IFUSP

Prof. Dr. Iuda Dawid Goldman vel Lejbman IFUSP

Prof. Dr. Diógenes Galetti IFT/UNESP

Trabalho financiado pela FAPESP.

São Paulo

2000

*Prof. Armando G. de Souza
Presidente da Comissão de Pós Graduação*

Agradecimentos

Agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente na realização deste trabalho. Em particular desejo agradecer a:

Thereza, que me orientou com extremo zelo e competência, e acima de tudo foi uma amiga que me apoiou e incentivou nos momentos mais difíceis.

Lighia, Luciano, Luiz, Marcel, Cleber, George e Kita, pelo apoio, incentivo e valiosa amizade oferecidos desde que eu entrei no grupo, formando uma segunda família para mim.

Cida, pelo empenho e cuidado na leitura das emulsões.

Prof. Mestnik, que teve participação especial na produção de deutereto de titânio.

Wanda e Jorge, pelo apoio na confecção dos alvos.

José Carlos de Abreu, pela colaboração nos testes do feixe de dêuterons.

Miguel pelo empenho e cuidado na confecção de cadinhos de tungstênio.

Prof. Nemitala e os técnicos: Otávio, Edmilson, Pedro, Celso Perego, Marcelo, Messias, Luiz Marcos, Ditinho e Márcio Arantes, que sempre ajudaram nos períodos de aquisição de dados no acelerador Pelletron.

Meus pais, meu irmão e meus avós, que me ajudaram a chegar até aqui.

Resumo

A reação inédita $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$ foi medida no Laboratório Pelletron do Instituto de Física da USP, utilizando um feixe de dêuterons de 16 MeV. Os trítos emergentes analisados em momento pelo Espectrógrafo Magnético tipo Enge foram detectados no plano focal em emulsões nucleares. Espectros correspondentes a oito ângulos de espalhamento no referencial do laboratório, escolhidos entre 8° e 40° , foram obtidos com resolução em energia de aproximadamente 7 keV. A análise revelou até energia de excitação de 2,7 MeV, vinte e três estados do ^{98}Ru , dos quais, seis não tinham sido relatados anteriormente na literatura. O ajuste por mínimos quadrados das distribuições angulares experimentais com previsões de cálculos na aproximação de Born com ondas distorcidas (DWBA), possibilitou a atribuição dos momentos angulares orbitais transferidos e a extração das intensidades espectroscópicas, caracterizando os estados populados como buraco de nêutron no estado fundamental do ^{99}Ru . Foram detectadas apenas transferências de momentos angulares orbitais pares, $l = 0, 2$ e 4 , e mesmo a mistura sendo permitida, a maioria das transições foi associada a um único l . O estado a energia de excitação 2,276 MeV, populado pela transferência pura de $l = 2$, apresentou o maior fator espectroscópico medido, revelando comportamento semelhante ao estado do ^{100}Ru a 2,367 MeV, considerado na literatura possível cabeça de banda hexadecapolar.

Abstract

The study of $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$ reaction, for which no previous information was available, was measured at the São Paulo Pelletron Accelerator with an incident energy of 16 MeV. Outgoing triton groups were momentum analyzed by an Enge Magnetic Spectrograph and detected at focal surface in nuclear emulsion plates. Spectra, corresponding to eight chosen laboratory scattering angles between 8° and 40° , were obtained achieving an energy resolution of approximately 7 keV. In all twenty-two states up to 2.7 MeV were detected, six of them not previously reported. Distorted wave Born approximation (DWBA) predictions were fitted to the data through a χ^2 -minimum procedure, and allowed for the determination of the transferred orbital angular momenta and respective spectroscopic strengths. Although for each state l admixtures were allowed, several single l transfer were measured, and in all only, $l = 0, 2$ and 4 , were attributed. The 2.276 MeV state, populated by a single $l = 2$ transfer, exhibited a spectroscopic strength even more important than the ground state transition, the same behavior was also presented in the (d,t) reaction by the ^{100}Ru state at 2.367 MeV, pointed, in literature, as a possible hexadecapolar bandhead.

Índice

Introdução	1
1. Descrição Experimental	3
1.1 O feixe de dêuterons	3
1.2 O acelerador Pelletron	4
1.3 A câmara de espalhamento	5
1.4 Alvo	5
1.5 O espectrógrafo	8
1.6 Detecção com emulsões nucleares	9
2. Introdução Teórica	11
2.1 Teoria básica de reações	11
2.2 Potenciais ópticos	18
2.3 Programa DWUCK4	20
3. Análise dos Dados Experimentais	23
3.1 Energias de excitação dos estados	23
3.2 Distribuições angulares e fatores espectroscópicos	27
3.2.1 Seções de choque experimentais	27
3.2.2 Momento angular transferido e fator espectroscópico	29
4. Discussão e Conclusões	38
4.1 Distribuição das intensidades espectroscópicas	38
4.2 Isótopos pares de Ru	44
4.3 Comentários finais	45
Apêndice A	47
Referências	49

Introdução

A compreensão da evolução das propriedades espectroscópicas na região de transição dos núclídeos ao redor de $A = 100$, em particular a cadeia de isótopos de Ru, tem sido foco de atenção há quase duas décadas, mas a busca de informações experimentais indicadoras continua a ser desafiante objeto de pesquisa.

Na literatura os estudos experimentais dos isótopos pares de Ru envolvem reações ($\alpha, xn \gamma$), ($HI, xn \gamma$), excitação coulombiana e algumas medidas de espalhamento inelástico, interferência nuclear coulombiana, decaimento β e transferência de um e dois nêutrons⁽¹⁻¹³⁾. Do ponto de vista teórico, vários cálculos foram feitos, mas a versão 2 do modelo de bósons interatuantes (IBM2), que distingue explicitamente graus de liberdade de nêutrons e prótons⁽¹⁴⁾, permitiu o acompanhamento da cadeia $^{98-116}\text{Ru}$, produzindo um acordo animador com a experiência e indica para os isótopos mais pesados⁽¹⁵⁾ deformações triaxiais efetivas.

Quanto aos isótopos ímpares, têm sido acessados por intermédio de reações de transferência de uma partícula e também existem estudos de espectroscopia γ e excitação coulombiana⁽¹⁶⁻²⁷⁾. Interpretações teóricas, aparentemente conclusivas, apresentam inconsistências, em particular associadas à diminuição artificial da coletividade dos caroços, como as observadas nos cálculos tipo partícula-rotor nos $^{99,101,103}\text{Ru}$ ⁽²⁸⁻³⁰⁾. Por outro lado, a análise do sucesso de alguns cálculos de IBMF2, acessíveis na literatura, é dificultada por não acompanharem a cadeia de isótopos.

Evidências experimentais obtidas através das intensidades espectroscópicas, extraídas por intermédio de reações do tipo “pick-up” a partir dos $^{100,102}\text{Ru}$ e “stripping” a partir dos $^{102,104}\text{Ru}$ ⁽²⁵⁾, medidas em São Paulo, revelaram sinal de pequena superposição dos estados do ^{103}Ru com seus vizinhos pares (mais ou menos um nêutron), além de outras peculiaridades desse núcleo. Este fato levou à investigação sistemática dos níveis de “yrast” nos isótopos ímpares de Ru e a considerar coexistência a baixa excitação nesses núcleos⁽²⁶⁾.

Nesse contexto, o interesse voltou-se imediatamente para medidas das reações de “stripping” e “pick-up” a partir dos ^{101}Ru e ^{99}Ru , os únicos isótopos ímpares estáveis. As reações $^{101}\text{Ru}(d,t)$ ⁽²¹⁾ e $^{101}\text{Ru}(p,d)$ ⁽²⁰⁾ apresentaram distribuições angulares bem estruturadas, com formatos que permitiram a discriminação dos momentos angulares orbitais l transferidos. Revelaram forte parentesco entre os estados fundamentais do ^{101}Ru e do ^{100}Ru e também entre o estado fundamental do ^{101}Ru e estados excitados do ^{100}Ru populados por transferência de $l =$

2, acima de 2 MeV de excitação. (entre eles está o estado a 2,2 MeV associado à uma possível excitação hexadecapolar ⁽⁷⁾).

O presente trabalho envolve medidas e interpretações da reação inédita $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$, proporcionando o mapeamento das características microscópicas do ^{98}Ru descrito como buraco no estado fundamental do ^{99}Ru . A comparação das distribuições angulares experimentais com previsões DWBA possibilita a extração das intensidades espectroscópicas.

O Capítulo 1, corresponde à descrição experimental referente ao equipamento utilizado na tomada de dados, aos testes de produção do feixe de dêuterons e à confecção do alvo de ^{99}Ru . O Capítulo 2 apresenta a introdução teórica, com um resumo da teoria de reações, os potenciais óticos e algumas informações sobre o programa utilizado para cálculos das seções de choque reduzidas previstas pelo DWBA. O Capítulo 3 é constituído da análise dos dados e apresentação dos níveis de energia, das distribuições angulares, juntamente com os momentos angulares transferidos l atribuídos e os valores dos fatores espectroscópicos obtidos. A discussão e as conclusões dos resultados são apresentadas no Capítulo 4, com as distribuições das intensidades espectroscópicas comentadas, a comparação dos resultados com os obtidos através da reação $^{101}\text{Ru}(d,t)^{100}\text{Ru}^{(21)}$, uma breve discussão sobre os isótopos pares de Ru e os comentários finais.

1. Descrição Experimental

Os dados da reação $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$ foram tomados no Laboratório Pelletron no Instituto de Física da USP, utilizando o Espectrógrafo Magnético Enge. Com um feixe de dêuterons de 16 MeV, foram realizadas medidas em emulsões nucleares de oito espectros, associados aos ângulos de espalhamento 8° , 10° , 13° , 16° , 21° , 27° , 35° e 39° , e uma distribuição angular para a normalização (espalhamento elástico).

Neste capítulo são descritos, sucintamente, o feixe de dêuterons, o acelerador Pelletron, a câmara de espalhamento, o alvo, o Espectrógrafo Magnético e as emulsões nucleares, sendo também apresentados os resultados dos testes realizados para a produção do feixe de dêuterons e para a confecção do alvo de ^{99}Ru .

1.1 O feixe de dêuterons

A fonte de íons utilizada para a produção do feixe de dêuterons foi a tipo “SNICS” (Source of Negative Ions by Cesium Sputtering)⁽³¹⁾. Esta fonte trabalha em ambiente de vapor de cézio, elemento que perde facilmente um elétron. Um sólido adequado é compactado em um cadinho (pastilha), que funciona como cátodo sendo bombardeado por íons de cézio, propiciando a liberação do material de interesse e a formação de íons negativos, adequados para a injeção no acelerador.

A produção de $^2\text{H}^-$ para obtenção de feixe de dêuterons a partir de material sólido ainda não tinha sido realizada no acelerador Pelletron, neste caso foi necessário um grande investimento no desenvolvimento de testes para a sua obtenção. Os testes tiveram início na produção da pastilha, com a absorção de deutério pelo titânio (deutereto de titânio) e sua compactação com um metal. Prosseguindo com a variação da condição da fonte através dos parâmetros controlados: a corrente do filamento e a potência do forno de cézio, e os parâmetros medidos: a corrente do feixe e do cátodo. A melhor condição de extração do feixe foi com uma pastilha formada em uma proporção em massa de 50% de deutereto de titânio, 25% em alumínio em pó e 25% em cobre em pó, e a partida na fonte em condições extremas, depois voltando as condições normais de funcionamento.

1.2 O acelerador Pelletron

O acelerador de íons Pelletron é eletrostático, tipo Tandem, com tensão máxima de 9 MV nos terminais, sendo utilizado o gás inerte SF_6 a alta pressão para isolamento. As entradas do acelerador são aterradas e o terminal central carregado positivamente.

Os íons negativos produzidos pela fonte de íons tipo SNICS, são seleccionados e defletidos em 90° pelo ímã ME-20. A seguir ao chegar nas fendas do acelerador, o feixe negativo é atraído até o terminal, onde passa por um filme fino de carbono, tornando-se positivo e sendo então repellido pelo terminal. O feixe então, segue até o ímã ME200, onde as partículas são seleccionadas de acordo com a energia e o estado de carga (na presente experiência um só estado de carga é possível). Mais a frente outro ímã, o “switching”, deflete o feixe para a canalização do espectrógrafo, umas das sete canalizações existentes, e finalmente chega à câmara de espalhamento. O feixe durante todo o percurso (Figura 1.2.1) é focalizado e direccionado por elementos eléctricos e magnéticos.

Figura 1.2.1: Vista do acelerador Pelletron, cujo prédio é composto de oito andares.

1.3 A câmara de espalhamento

Ao entrar na câmara de espalhamento, antes do feixe chegar aos alvos, um conjunto de duas fendas de definição é responsável pelo formato do objeto para o espectrógrafo (área do alvo em que ocorre a reação). Na presente experiência as dimensões do objeto foram aproximadamente 2,0 mm de altura por 1,2 mm de largura. Os alvos são montados no centro da câmara de espalhamento à 45° em relação ao feixe incidente, aumentando assim sua espessura efetiva.

A coleta da corrente total do feixe que atinge o alvo é feita pelo copo de Faraday, localizado no fundo da câmara, possuindo supressão elétrica e geométrica e ainda ligado a um integrador de corrente. A câmara de espalhamento está representada na Figura 1.3.1.

Figura 1.3.1: Representação da câmara de espalhamento, cujo diâmetro é de 40 cm.

1.4 Alvo

A fabricação dos alvos foi realizada no laboratório de alvos do Pelletron, com o uso do evaporador Edwards modelo E12E3, que utiliza a técnica de bombardeamento eletrônico em alto-vácuo. O método⁽³²⁾ consiste em bombardear o material acomodado em um cadinho, com elétrons emitidos pela passagem de corrente num filamento de tungstênio que envolve o cadinho sem o tocar, sendo estes elétrons acelerados por uma diferença de potencial entre o cadinho e o filamento. Assim o material é evaporado sobre lâminas de vidro de microscópio, formando um filme fino, que é removido (“flutuação”) e fixado em molduras de aço (“pesca”).

O esquema do sistema de bombardeamento de elétrons com focalização eletrostática está representado na Figura 1.4.1.

Figura 1.4.1: Sistema de bombardeamento eletrônico, (I) seção horizontal no plano do filamento e (II) seção vertical no plano AB indicado em (I).

Previamente foram realizados vários testes para a fabricação de alvos com o sistema de bombardeamento eletrônico utilizando rutênio natural. Os testes consistiram em variar os fatores mais importantes envolvidos: a geometria do sistema (forma do filamento, posição e formato do cadinho), o controle do aumento da potência e o tempo da potência máxima aplicada, o “release agent” utilizado na lâmina de vidro e o material do cadinho.

A condição mais favorável encontrada foi: utilizando um cadinho de tungstênio cilíndrico ($\varnothing \cong 3 \text{ mm}$) com uma pequena cavidade, posicionado a uma distância de 6 cm das lâminas de vidro com “backing” de carbono, tratadas previamente com RBS (“release agent”), com um filamento de tântalo de forma alongada e elevando a potência aplicada em um intervalo de 20 minutos até 190 W, permanecendo nesta potência por um minuto.

O método de fabricação de alvos obtido nos testes foi aplicado a 5,3 mg do material isotopicamente enriquecido em pó, ⁹⁹Ru a 97,6%. Os filmes foram pescados dobrados, ou seja de modo que eles se fixem nos dois lados da moldura de aço tendo como resultado o dobro da espessura, obtendo-se quatro alvos (alvos A, B, C e D).

O alvo A, utilizado neste trabalho, foi testado no sistema Pelletron-Espectrógrafo Magnético, para determinar sua espessura, uniformidade e seus contaminantes, através do espalhamento elástico com o ⁶Li de 32 MeV de energia a um ângulo no referencial do laboratório de 20°. Para as medidas foi utilizado um detetor de barreira de superfície (PSD) sensível a posição montado no plano focal do espectrógrafo.

Utilizando a definição de seção de choque diferencial, obtém-se a seguinte relação para a espessura:

$$\mu_{alvo} = \frac{266 \cdot Z_{proj\acute{e}til} \cdot N_{pico} \cdot M_{alvo}}{\frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot Q_{coletada} \cdot \Delta\Omega}$$

(1.4.2)

onde: μ_{alvo} é a espessura do alvo ($\mu\text{g}/\text{cm}^2$)

$Z_{proj\acute{e}til}$ é o número atômico do projétil

N_{pico} é o número de contagens no pico (área do pico)

M_{alvo} é a massa atômica do alvo (u.m.a.)

$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ é a seção de choque diferencial (mb/sr)

$Q_{coletada}$ carga coletada em um copo de Faraday (nC)

$\Delta\Omega$ é o ângulo sólido definido pelas fendas do espectrógrafo (msr)

e o fator utilizado na equação corresponde a transformação de unidades.

As espessuras dos principais contaminantes, e as obtidas no teste de uniformidade do alvo estão na Tabela 1.4.3, em que as incertezas das médias são apenas estatísticas.

elemento	$\mu_{alvo} (\mu\text{g}/\text{cm}^2)$
¹⁸⁴ W	0,13(2)
⁹⁹ Ru	17,8(3)
¹⁶ O	0,18(3)
¹² C	3,4(2)

Tabela I

$\mu_{alvo} (\mu\text{g}/\text{cm}^2)$	$Y_{alvo} (\text{mm})$
17,8(3)	13,66
16,8(3)	14,66
17,4(3)	15,66

Tabela II

Tabela 1.4.3: Na tabela I estão descritas as espessuras obtidas dos principais elementos encontrados no alvo A, e na tabela II, as espessuras obtidas ⁹⁹Ru variando a altura do alvo Y_{alvo} em relação ao feixe incidente.

O alvo é posicionado a 45° na câmara de espalhamento do espectrógrafo, assim tem-se uma espessura efetiva de $\mu_{\text{alvo}} = 24,4(2) \mu\text{g}/\text{cm}^2$.

1.5 O espectrógrafo

Quando o feixe atravessa o alvo ocorrem reações e partículas são emitidas em várias direções. Aquelas que estiverem contidas no ângulo sólido definido pela abertura das fendas do espectrógrafo sofrem a ação dos campos magnéticos produzidos por dois ímãs dipolares (figura 1.5.1).

Partículas carregadas atravessando um campo magnético uniforme, com trajetórias em um plano perpendicular às linhas de campo, tem suas energias relacionadas com os raios de curvatura das trajetórias dado por:

$$\rho = \frac{p}{ZeB} = \frac{\sqrt{2ME}}{ZeB} \quad (1.5.2)$$

onde p , Ze , M , E indicam respectivamente o momento, a carga elétrica, a massa e a energia cinética da partícula, e B é a magnitude do campo magnético, com $p = \sqrt{2ME}$.

O campo do espectrógrafo tem efeitos de borda que faz com que partículas de mesma razão momento sobre carga convirjam para uma mesma região, mesmo que emitidas em direções diferentes. Além de possuir uma focalização bidirecional, possibilitando focar a imagem tanto horizontalmente como verticalmente, apresenta a possibilidade de correção do plano focal devido ao alargamento cinemático. Essa correção é proporcional ao alargamento cinemático reduzido, definido pela relação entre o alargamento cinemático da partícula emergente da reação $\left(\frac{dE}{d\theta}\right)$ e a energia E .

$$a_c = \frac{1}{2E} \frac{dE}{d\theta} \quad (1.5.3)$$

A câmara de detecção do espectrógrafo situa-se logo após as peças polares, onde as emulsões nucleares são montadas em um quadro móvel, sendo possível posicionar o conjunto no plano focal apropriado para cada reação.

Figura 1.5.1: Representação esquemática do espectrógrafo magnético.

1.6 Detecção com emulsões nucleares

A utilização de emulsões nucleares permite a observação, após a revelação, das imagens das trajetórias (traços) dos íons que incidem sobre elas. As propriedades dos traços: o comprimento e a densidade dos grãos, variam de acordo com a massa, a carga e a energia do íon.

O elemento detetor da emulsão é um minúsculo cristal de brometo de prata (grão). Os grãos são misturados em uma gelatina que é espalhada sobre uma placa de vidro, formando uma película fina. O tamanho dos grãos e o espaçamento entre eles variam de acordo com o tipo de emulsão. Um íon que penetra na emulsão passa por muitos cristais de brometo de prata, que depois da revelação, transformam-se em prata metálica, resultando assim em traços que descrevem a trajetória da partícula.

Os cristais de brometo sensibilizados, possuem centros de imagens latentes^(33,34), que são capazes de catalisar a reação de redução dos íons de prata para prata metálica. Assim, a conversão dos grãos de brometo de prata em prata metálica sob a ação de um agente redutor químico, revelação da emulsão, será mais rápido para os grãos sensibilizados.

É importante lembrar a facilidade da utilização da emulsão para longos períodos de exposição, por não perder suas características químicas e físicas, e não necessitar de cuidados constantes.

No espectrógrafo, a emulsão é posicionada no plano focal, onde, de acordo com a posição dos traços na emulsão, temos uma mesma razão momento sobre carga (seção 1.5).

Neste caso, a incidência das partículas é oblíqua à superfície da placa de emulsão e as trajetórias aproximadamente paralelas, produzindo traços que são mais fáceis de serem observados. A emulsão nuclear utilizada para a aquisição de dados foi a sensível a íons leves, da marca Fuji, modelo G6B com espessura de 50 μm , cujos traços, resultantes da incidência de trítons, são de ótima qualidade quando estes possuem energia na faixa entre 12 e 27 MeV.

Normalmente são utilizados absorvedores para reduzir a energia da partícula incidente visando a obtenção de traços de qualidade na emulsão e para impedir a detecção de partículas indesejáveis mais ionizantes. No caso da reação em estudo, a faixa de energia dos trítons incidentes ao longo da emulsão está entre 9 e 15 MeV, assim não houve necessidade de sua utilização.

As chapas de emulsão foram reveladas com minha colaboração e as contagens dos traços foram feitas pela microscopista do laboratório de emulsões nucleares e outras técnicas. A contagem é realizada em áreas de 0,19 mm de largura por 9,00 mm de altura (coerentemente com a dimensão vertical do objeto) em passos de 0,20 mm, sendo assim um processo lento.

Os traços e os grãos de uma emulsão Fuji G6B, podem ser observados na foto representada na Figura 1.6.1.

Figura 1.6.1: Foto de uma pequena área vista pelo microscópio de uma emulsão nuclear Fuji G6B.

2. Introdução Teórica

Neste capítulo serão apresentados um resumo da teoria de reações utilizando basicamente a formulação e a notação das referências ^(35,36), chegando à equação da seção de choque para a reação em estudo na aproximação de Born com ondas distorcidas (DWBA). Depois são apresentados o modelo e os valores dos potenciais óticos utilizados nos cálculos e finalizando são descritas algumas considerações sobre o programa DWUCK4.

2.1 Teoria Básica de Reações

Considera-se uma reação do tipo $A(a,b)B$, onde $\alpha = (a,A)$ é o canal de entrada e $\beta = (b,B)$ é um possível canal de saída.

Pode-se definir a função de onda do canal α como o produto das funções de onda internas dos núcleos a e A :

$$\Psi_\alpha = \Psi_a \Psi_A \quad (2.1.1)$$

A hamiltoniana interna é dada por:

$$H_\alpha = H_a + H_A \quad (2.1.2)$$

E consequentemente tem-se:

$$\begin{aligned} (\epsilon_\alpha - H_\alpha)\Psi_\alpha &= 0 & (\epsilon_a - H_a)\Psi_a &= 0 & (2.1.3) \\ (\epsilon_A - H_A)\Psi_A &= 0 \end{aligned}$$

$$\epsilon_\alpha = \epsilon_a + \epsilon_A$$

Definindo a coordenada relativa de a em relação a A :

$$\vec{r}_\alpha = \frac{1}{n_a} \sum_{i=1}^{n_a} \vec{r}_i - \frac{1}{n_A} \sum_{i=n_a+1}^{n_a+n_A} \vec{r}_i \quad (2.1.4)$$

onde os nucleons de a são indicados com $i = 1, 2, \dots, n_a$ e os de A com $i = n_a + 1, \dots, n_a + n_A$.

O operador de energia cinética associado a $\vec{r}_\alpha$ é:

$$K_\alpha = -\frac{\hbar^2}{2\mu_\alpha} \nabla_{\vec{r}_\alpha}^2 \quad (2.1.5)$$

$$\text{onde } \mu_\alpha = \frac{M_a M_A}{M_a + M_A}.$$

O operador de energia potencial V_α , definido como a soma de todas as interações não internas de a ou A , é:

$$V_{\alpha} = \sum_{\substack{i=1,2,\dots,n_a \\ j=n_a+1,\dots,n_a+n_A}} V_{ij} \quad (2.1.6)$$

A função de onda total Ψ será solução da equação:

$$(E-H)\Psi = 0 \quad (2.1.7)$$

A hamiltoniana total H será::

$$H = H_{\alpha} + K_{\alpha} + V_{\alpha} \quad (2.1.8)$$

H_{α} - hamiltoniana interna

K_{α} - energia cinética do seu movimento relativo

V_{α} - interação de troca

Todas as definições escritas acima são equivalentes para o canal β e a hamiltoniana total pode ser escrita como:

$$H = H_{\alpha} + K_{\alpha} + V_{\alpha} = H_{\beta} + K_{\beta} + V_{\beta} \quad (2.1.9)$$

Amplitude de transição

Consideram-se as condições de contorno, ondas planas incidentes no estado fundamental do canal α , isto é, os dois núcleos a e A estão no estado fundamental e se movem em um estado de onda plana com momento relativo $\vec{k}_{\alpha}$, e ondas esféricas saindo neste canal e em todos os outros possíveis. A função de onda total $\Psi_{\alpha}^{(+)}$ contém estas condições de contorno.

Expandindo $\Psi_{\alpha}^{(+)}$ em função dos estados de uma partição β :

$$\Psi_{\alpha}^{(+)} = \sum_{\beta} \xi_{\beta}(\vec{r}_{\beta}) \psi_{\beta}(\tau_{\beta}) \quad (2.1.10)$$

onde os coeficientes $\xi_{\beta}(\vec{r}_{\beta})$ desta expansão descrevem o movimento relativo no canal β e têm informações a respeito da transição $\alpha \rightarrow \beta$. Invertendo a equação (2.1.10) e utilizando a propriedade de ortonormalidade de ψ_{β} , tem-se:

$$\xi_{\beta}(\vec{r}_{\beta}) = (\psi_{\beta} | \Psi_{\alpha}^{(+)}) \equiv \int \psi_{\beta}^{*}(\tau_{\beta}) \Psi_{\alpha}^{(+)} d\tau_{\beta} \quad (2.1.11)$$

$\xi_{\beta}(\vec{r}_{\beta})$ representa a projeção de $\Psi_{\alpha}^{(+)}$ sobre o canal β , sua forma assintótica é dada por:

$$\xi_{\beta}(\vec{r}_{\beta}) \sim e^{i\vec{k}_{\alpha} \cdot \vec{r}_{\alpha}} \delta_{\alpha\beta} + f_{\beta\alpha}(\hat{r}_{\beta}, \vec{k}_{\alpha}) \frac{e^{ik_{\beta}r_{\beta}}}{r_{\beta}} \quad (2.1.12)$$

$f_{\beta\alpha}$ é a amplitude de espalhamento, dado como a amplitude da onda esférica saindo no canal β induzida por uma onda plana de amplitude unitária no canal α .

Para uma reação $A(a,b)B$, correspondendo a transição $\alpha \rightarrow \beta$, a seção de choque diferencial é dada pela razão entre o número de partículas espalhadas e o fluxo das partículas incidentes:

$$\frac{d\sigma_{\beta\alpha}}{d\Omega} = \left(\frac{v_\beta}{v_\alpha} \right) |f_{\beta\alpha}(\vec{k}_\beta, \vec{k}_\alpha)|^2 \quad (2.1.13)$$

onde v_α e v_β correspondem as velocidades nos dois canais.

A amplitude de transição $T_{\beta\alpha}$ é definida pela renormalização da amplitude de espalhamento,

$$T_{\beta\alpha} = -\frac{2\pi\hbar^2}{\mu_\beta} f_{\beta\alpha} \quad (2.1.14)$$

então,

$$\frac{d\sigma_{\beta\alpha}}{d\Omega} = \frac{\mu_\alpha \mu_\beta}{(2\pi\hbar^2)^2} \left(\frac{k_\beta}{k_\alpha} \right) |T_{\beta\alpha}(\vec{k}_\beta, \vec{k}_\alpha)|^2 \quad (2.1.15)$$

Uma expressão exata

Da equação de Schrodinger (2.1.7) e usando a forma apropriada de H de acordo com (2.1.9) tem-se:

$$(E_\beta - H_\beta - K_\beta)\Psi_\alpha^{(+)} = V_\beta \Psi_\alpha^{(+)} \quad (2.1.16)$$

$$(E_\beta - K_\beta)\xi_\beta(\vec{r}_\beta) = (\psi_\beta | V_\beta | \Psi_\alpha^{(+)}) \equiv \int \psi_\beta^*(\tau_\beta) V_\beta(\vec{r}_\beta, \tau_\beta) \Psi_\alpha^{(+)} d\tau_\beta \quad (2.1.17)$$

A equação (2.1.17) é uma equação diferencial não homogênea para a função ξ_β pode ser resolvida utilizando a função de Green para o seu lado esquerdo⁽³⁷⁾, assim a amplitude de transição será:

$$T_{\beta\alpha}(\vec{k}_\beta, \vec{k}_\alpha) = \langle e^{i\vec{k}_\beta \cdot \vec{r}_\beta} \psi_\beta | V_\beta | \Psi_\alpha^{(+)}(\vec{k}_\alpha) \rangle \quad (2.1.18)$$

Mas esta ainda é uma solução formal envolvendo a função de onda total $\Psi_\alpha^{(+)}$ ainda não conhecida.

Ondas Distorcidas

Introduz-se nos dois lados da equação (2.1.16) e (2.1.17) um potencial $U_\beta(r_\beta)$ que depende somente da distância relativa r_β , e que ainda não pode mudar os estados internos da partição β , então temos:

$$(E_\beta - H_\beta - K_\beta - U_\beta)\Psi_\alpha^{(+)} = (V_\beta - U_\beta)\Psi_\alpha^{(+)} \quad (2.1.19)$$

$$(E_\beta - K_\beta - U_\beta)\xi_\beta(\vec{r}_\beta) = (\psi_\beta | W_\beta | \Psi_\alpha^{(+)}) \quad (2.1.20)$$

onde $W_\beta = V_\beta(\tau_\beta, \vec{r}_\beta) - U_\beta(r_\beta)$ é a interação residual.

A motivação de introduzir este potencial é devido a oportunidade de introduzir uma grande parte dos efeitos médios da interação V_β de modo que os efeitos do termo não homogêneo do lado direito da equação (2.1.20) seja minimizado, então a interação residual pode ser tratada como uma perturbação. Em particular, alguns dos efeitos da força nuclear de curto alcance pode ser introduzido através do uso do potencial óptico complexo.

A solução formal da equação (2.1.20) pode ser expressada em termos da solução da equação homogênea:

$$[E_\beta - K_\beta - U_\beta(r_\beta)]\chi_\beta^{(+)}(\vec{k}_\beta, \vec{r}_\beta) = 0 \quad (2.1.21)$$

$\chi_\beta^{(+)}$ são as ondas distorcidas e descrevem o espalhamento elástico de b e B devido ao potencial U_β sozinho. O seu comportamento assintótico é:

$$\chi_\beta^{(+)}(\vec{k}_\beta, r_\beta) \rightarrow e^{ik_\beta r_\beta} + f_\beta^{(0)}(\theta) \frac{e^{ik_\beta r_\beta}}{r_\beta} \quad (2.1.22)$$

$f_\beta^{(0)}(\theta)$ é a amplitude de espalhamento devido a U_β sozinho.

A inversão temporal de $\chi_\beta^{(+)}$ é dado por:

$$\chi_\beta^{(-)}(\vec{k}, \vec{r}) = \chi_\beta^{(+)*}(-\vec{k}, \vec{r}) \quad (2.1.23)$$

A equação (2.1.20) é equivalente a (2.1.17) e pode ser igualmente resolvida utilizando a função de Green⁽³⁷⁾, assim a amplitude de transição é dada por:

$$T_{\alpha\beta} = T_{\alpha\alpha}^{(0)}\delta_{\alpha\beta} + \langle \chi_\beta^{(-)}\psi_\beta | V_\beta - U_\beta | \Psi^{(+)} \rangle \quad (2.1.24)$$

onde $T_{\alpha\alpha}^{(0)}$ é a amplitude de transição para o espalhamento elástico devido a $\chi_\alpha^{(+)}$.

Com a aproximação de Born de ondas distorcidas (DWBA):

$$T_{\beta\alpha}^{DWBA} = \langle \chi_\beta^{(-)}(\vec{k}_\beta) | W_\beta | \chi_\alpha^{(+)}(\vec{k}_\alpha) \psi_\alpha \rangle \quad (2.1.25)$$

Uma aproximação de Born similar pode ser obtida da forma equivalente de interação "prior" para a amplitude de transição:

$$T_{\beta\alpha}^{DWBA}(\text{prior}) = \langle \chi_\beta^{(-)}(\vec{k}_\beta) | W_\beta | \chi_\alpha^{(+)}(\vec{k}_\alpha) \psi_\alpha \rangle \quad (2.1.26)$$

Considerando a seguinte notação:

$$a + A \rightarrow b + B,$$

$\vec{r}_a$ e $\vec{r}_b$ vetores posição de A em relação a a e de B em relação a b ,

respectivamente,

J o Jacobiano da transformação para estas coordenadas relativas,

$$\psi_\beta = \psi_B \psi_b \quad \text{e} \quad \psi_\alpha = \psi_A \psi_a$$

A equação (2.1.24) pode ser rescrita como:

$$T_{\beta\alpha}^{DWBA} = J \int d\vec{r}_a \int d\vec{r}_b \chi_b^{(-)*}(\vec{k}_b, \vec{r}_b) \langle B, b | W_\beta | A, a \rangle \chi_a^{(+)}(\vec{k}_a, \vec{r}_a) \quad (2.1.27)$$

o elemento de matriz remanescente de (2.1.27), é tomado entre os estados internos dos pares colidentes,

$$\langle B, b | W_\beta | A, a \rangle = \int \psi_B^* \psi_b^* W_\beta \psi_A \psi_a d\xi \quad (2.1.28)$$

ξ representa todas as coordenadas independentes de $\vec{r}_a$ e $\vec{r}_b$. Este fator é uma função de $\vec{r}_a$ e $\vec{r}_b$ e tem papel de uma interação efetiva (e, em geral não local) para a transição entre as ondas distorcidas $\chi_a^{(+)}$ e $\chi_b^{(-)}$. Ele contém todas as informações sobre a estrutura nuclear, regras de seleção do momento angular e o tipo de reação considerada.

Quando o projétil inicial e final têm spin as ondas distorcidas são matrizes no espaço spin,

$$\chi^{(\pm)}(\vec{k}, \vec{r}) \eta_{s,m} = \sum_{m'} \chi_{m,m'}^{(\pm)}(\vec{k}, \vec{r}) \eta_{s,m'} \quad (2.1.29)$$

onde $\eta_{s,m}$ são funções spin,

$$\chi_{m,m'}^{(\pm)}(\vec{k}, \vec{r}) = \frac{\sqrt{4\pi}}{kr} \sum_{J,L} i^L \sqrt{2L+1} \chi_{JLs}(k, r) \langle LsMm | JM' \rangle \langle LsM' - m', m' | JM' \rangle Y_L^{M'-m'}(\hat{r}_k) d_{0,M'-m'}^L(\hat{k}) \quad (2.1.30)$$

sendo $d_{0,m}^L$ funções de rotação para a interação spin⁽³⁸⁾. A parte radial das ondas distorcidas satisfaz a equação:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{L(L+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2} (U + U_C + U_{Ls}(r) \vec{L} \cdot \vec{s}) \right] \chi_{JLs}(\vec{k}, \vec{r}) = 0 \quad (2.1.31)$$

$U(r)$ é o potencial óptico central com parte real e imaginária, $U_C(r)$ o potencial coulombiano para uma distribuição de carga uniforme de raio R_c e U_{Ls} é o potencial spin-orbita. A função radial $\chi_{JLs}(k, r)$ satisfaz as condições de contorno na origem $\chi_{JLs}(k, 0) = 0$ e para r grandes, além do alcance do potencial nuclear:

$$\chi_{Ls}(k, r) \rightarrow \frac{1}{2} i [H_L^-(kr) - \eta_L^J H_L^+(kr)] e^{i\sigma_L} \quad (2.1.32)$$

onde $H_L^\pm(kr) = G_L(kr) \pm iF_L(kr)$ são as funções de onda de saída (+) e de entrada (-) de Coulomb, e η_L^J é a matriz de espalhamento elástica S e σ_L é a fase coulombiana.

O fator $\langle B, b | V | A, a \rangle$ é expresso por

$$\begin{aligned} \langle J_B M_B s_b m_b | V | J_A M_A s_a m_a \rangle &= \sum_{\ell s j} B_{\ell s j} \langle J_A j M_A M_B - M_A | J_B M_B \rangle \langle s_a s m_b m_a - m_b | s_a m_a \rangle \\ &\times \langle \ell s m m_a - m_b | j M_A - M_B \rangle f_{\ell s j}(r_c) \delta\left(r_b - \frac{A}{B} r_a\right) i^{-\ell} Y_{\ell}^{m*}(\hat{r}_a) \end{aligned} \quad (2.1.33)$$

$B_{\ell s j}$ é a medida da intensidade da interação e é igual a $B_{\ell s j} = \sqrt{\frac{(2s+1)}{(2s_a+1)}} A_{\ell s j}$, onde $A_{\ell s j}$ é o coeficiente espectroscópico⁽³⁵⁾. E $f_{\ell s j}$ é o fator de forma radial para a reação.

Na equação (2.1.33) o momento angular deve satisfazer a relação triangular:

$$\vec{j} = \vec{J}_B - \vec{J}_A, \quad \vec{s} = \vec{s}_a + \vec{s}_b, \quad \vec{\ell} = \vec{j} - \vec{s} \quad (2.1.34)$$

Com a definição de $\langle B, b | V | A, a \rangle$ e as funções de ondas distorcidas $\chi_{m,m}^{(\pm)}$, pode-se escrever a amplitude de transição como:

$$T^{M_A M_B; m_a m_b} = \frac{\sqrt{4\pi}}{k_a k_b} \sum_{\ell s j} \sqrt{(2j+1)} B_{\ell s j} \langle J_A j M_A, M_B - M_A | J_B M_B \rangle S_{\ell s j}^{m m_a m_b} \quad (2.1.35)$$

onde a amplitude S é dada como⁽³⁵⁾:

$$S_{\ell s j}^{m m_a m_b} = \sum_{L_b} \beta_{\ell s j; L_b}^{m m_a m_b} P_{L_b}^{m_a - m - m_b} \quad (2.1.36)$$

onde $P_{L_b}^m$ são associados a polinômio de Legendre.

As amplitudes de espalhamento inelástico β são escritas como:

$$\begin{aligned} \beta_{\ell s j; L_b}^{m m_a m_b} &= \sum_{J_a L_a J_b m} \langle L_a s_a 0 m_a | J_a m_a \rangle \langle L_b s_b m_a - m - m_b m_b | J_b m_a - m \rangle \\ &\times \langle J_b j m_a - m m | J_a m_a \rangle (2L_b + 1) \langle L_b l 0 0 | L_a 0 \rangle \\ &\times \sqrt{(2s_a + 1)(2j + 1)(2J_b + 1)(2L_a + 1)} \begin{pmatrix} j & l & s \\ J_a & L_a & s_a \\ J_b & L_b & s_b \end{pmatrix} I_{J_a L_a J_b L_b}^{\ell s j} i^{L_a - L_b + l} \end{aligned} \quad (2.1.37)$$

onde foi usado o usual símbolo de Wigner 9-j entre $\{ \}$ ⁽³⁸⁾. A integral radial I é

$$I_{J_a L_a J_b L_b}^{\ell s j} = \frac{CB}{A^2} \int_0^\infty d\vec{r}_c \chi_{J_b L_b}^{(-)} \left(\vec{k}_b, \frac{A}{B} \vec{r}_a \right) f_{\ell s j, m'}(\vec{r}_c) \chi_{J_a L_a}^{(+)} \left(\vec{k}_a, \vec{r}_a \right) \quad (2.1.38)$$

onde a massa do caroço do fator de forma é C .

Seção de choque

A seção de choque diferencial é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\omega} &= \frac{\mu_a \mu_b}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_b}{k_a} \frac{1}{(2J_A + 1)(2s_a + 1)} \sum_{M_A M_B m_a m_b} |T^{M_A M_B m_a m_b}|^2 \\ &= \frac{1}{4\pi} \frac{k_b}{k_a} \frac{1}{E_a E_b} \frac{2J_B + 1}{(2J_A + 1)(2s_a + 1)} \sum_{mm_b m_a} \left| \sum_{lsj} \sqrt{2l+1} B_{lsj} S_{lsj}^{mm_a m_b} \right|^2 \end{aligned} \quad (2.1.39)$$

onde μ_a e μ_b são as massas reduzidas das respectivas partículas e E_a e E_b são as energias do centro de massa para o canal de entrada e de saída, respectivamente. As seções de choque foram calculadas com o auxílio do programa DWUCK4⁽³⁹⁾, assim a equação 2.1.39 pode ser escrita como:

$$\frac{d\sigma^{lsj}(\theta)}{d\Omega} = \frac{2J_B + 1}{2J_A + 1} \frac{1}{2j + 1} \frac{|B_{lsj}|^2}{10^4} \sigma_{DW}^{lsj}(\theta) \quad (2.1.40)$$

$$\text{onde } \sigma_{DW}^{lsj}(\theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{k_b}{k_a} \frac{1}{E_a E_b} \frac{10^4}{(2s_a + 1)} \sum_{mm_b m_a} \left| \sum_{lsj} \sqrt{2l+1} S_{lsj}^{mm_a m_b} \right|^2 \quad (2.1.41)$$

$\sigma_{DW}^{lsj}(\theta)$ é seção de choque calculada pelo programa DWUCK4⁽³⁹⁾ para o caso de transferência de partícula.

Modelos de Interação

Na reação $A(a,b)B$, supondo que a partícula emitida é constituída do projétil mais outra partícula x que é retirada do núcleo alvo, então $b = a + x$ e $A = B + x$. A interação responsável é usualmente tomada como V_{ax} , o potencial que une a e x para formar b . Para o presente propósito devemos assumir V_{ax} central, isto é, escalar na separação $\vec{r}_{ax}$, então a e x estão em um estado s de movimento relativo dentro de b . O elemento de matriz nuclear (2.1.33) é então explicitamente:

$$\begin{aligned} \langle J_B M_B, s_b m_b | V | J_A M_A, s_a m_a \rangle &= \sum_{jl} S_{jl}^{\frac{1}{2}} R_{jl}(\vec{r}_{xB}) \langle \ell s m \mu - m | j \mu \rangle \\ &\times \langle s_b s m_b m_a - m_b | s_a m_a \rangle \langle J_A j M_A M_B - M_A | J_B M_B \rangle D(\vec{r}_{ax}) Y_l^{m*}(\hat{r}_{xB}) \end{aligned} \quad (2.1.42)$$

onde $S_{jl}^{\frac{1}{2}}$ é a amplitude espectroscópica, $R_{jl}(\vec{r}_{xB})$ é a função de onda radial para a transferência da partícula x para a e $D(\vec{r}_{ax})$ é o produto da função interna do projétil com a potencial de interação entre a e x . Com o objetivo de calcular a matriz DWBA é utilizada a aproximação de alcance nulo:

$$V_{ax}(\vec{r}_{ax}) \phi_b(\vec{r}_{ax}) = D(\vec{r}_{ax}) = D_0 \delta(\vec{r}_{ax}) = D_0 \delta\left(\vec{r}_{aA} - \frac{B}{A} \vec{r}_{xB}\right) \quad (2.1.43)$$

A seção de choque resultante:

$$\frac{d\sigma^{lsj}(\theta)}{d\Omega} = \frac{2s_a + 1}{2s_b + 1} \frac{k_a^2}{k_b^2} \frac{S_{lsj}}{(2j+1)} \frac{D_0^2}{10^4} \sigma_{DW}^{lsj}(\theta) \quad (2.1.44)$$

Utilizando o fator de normalização de Bassel⁽⁴⁰⁾, levando em conta a superposição entre as funções de onda do trítion (Irving-Gunn) e do dêuteron (Hulthén), a seção de choque fica como:

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = 3,33 \sum_{lj} \frac{S_{lsj}}{(2j+1)} \sigma_{DW}^{lsj}(\theta) \quad (2.1.45)$$

2.2 Potenciais Ópticos

O modelo de potencial óptico é definido como⁽⁴¹⁾:

$$U(r) = V_c - Vf(x_0) + \left(\frac{\hbar}{m_\pi c} \right)^2 V_{so} (\vec{\sigma} \cdot \vec{l}) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(x_{so}) - i \left[Wf(x_w) - 4W_D \frac{d}{dx_D} f(x_D) \right] \quad (2.2.1)$$

onde:

$V_c(r)$ é o potencial coulombiano para uma distribuição de carga uniforme e esférica com raio R_c

$$V_c = \begin{cases} \frac{ZZ'e^2}{r} & r \geq R_c \\ \left(\frac{ZZ'e^2}{2R_c} \right) \left(3 - \frac{r^2}{R_c^2} \right) & r \leq R_c \end{cases} \quad (2.2.2)$$

$$R_c = r_c A^{1/3}$$

As funções $f(x_0)$, $f(x_w)$, $f(x_D)$ e $f(x_{so})$ são fatores de forma de Woods-Saxon com os parâmetros apropriados de raio e difusividade.

$$f(x_i) = \frac{1}{(1 + e^{x_i})} \quad \text{onde} \quad x_i = \frac{(r - r_i A^{1/3})}{a_i} \quad (2.2.3)$$

A é o número de massa do núcleo alvo.

O termo imaginário, potencial absorvedor, pode ser ou de volume ($W \neq 0$, $W_D = 0$), de superfície ($W = 0$, $W_D \neq 0$), ou de volume mais superfície ($W \neq 0$, $W_D \neq 0$).

A superfície de absorção pode ter ou o formato “Derivada de Wood-Saxon” como na formula (2.2.1), ou um formato de gaussiana, neste caso o termo de superfície de absorção será:

$$W_D e^{-x_D^2}, \quad x_D = \frac{r - r_D A^{1/3}}{a_D} \quad (2.2.4)$$

O fator $\left(\frac{\hbar}{m_\pi c}\right)^2 = 2.000 \text{ (fermi)}^2$, que é introduzido no termo de spin-órbita é justificado com o objetivo de se obter o valor máximo do fator de forma igual a unidade (em $r = r_D A^{1/3}$). Desde que o valor máximo do fator de forma de volume de absorção (em $r = 0$) é aproximadamente unitário, esta escolha facilita a comparação do volume e da superfície de absorção através dos parâmetros W e W_D .

O operador $\vec{\sigma}$ é definido em termos do momento angular spin $\vec{s}$ como segue:

$\vec{s} = \left(\frac{\hbar}{2}\right) \vec{\sigma}$ para nêutrons, prótons, ^3He e trítions, $\vec{s} = \hbar \vec{\sigma}$ para dêuterons e $\vec{s} = \vec{0}$ para partículas α .

Os parâmetros dos potenciais por serem determinados através, de ajustes em dados experimentais, possuem ambigüidades. Para diminuir esses efeitos é usualmente utilizados um conjunto de parâmetros médios do potencial ótico aplicados sobre uma certo intervalo de energia e massa. No presente trabalho foram utilizados os parâmetros obtidos por Perey e Perey⁽⁴¹⁾ para dêuterons com energias entre 12 e 25 MeV e por Bechetti e Greenlees⁽⁴²⁾ para trítions com energia entre 15 e 20 MeV, representados na tabela 2.2.5.

O programa DWUCK4 ajusta a profundidade do poço de potencial de Wood-Saxon (V_{Rn}) de forma a reproduzir a energia de ligação experimental E_L :

$$E_L = m_A c^2 - (m_B c^2 + m_x c^2 + E_{\text{excitaçãoB}}) \quad (2.2.6)$$

m_A , m_B e m_x são, respectivamente, as massas de repouso do núcleo alvo (^{99}Ru), do núcleo residual (^{98}Ru) e da partícula capturada (nêutron) e $E_{\text{excitaçãoB}}$ é a energia de excitação do núcleo residual. O fator λ_{SO} , indicado na tabela, corresponde ao fator de Thomas no termo spin-órbita.

	Canal de Entrada dêuterons <i>Perey e Perey</i> ⁽⁴¹⁾	Estado Ligado nêutron	Canal de Saída trítons <i>Becchetti e Greenlees</i> ⁽⁴²⁾
V_R (MeV)	96,50	V_{Rn}	161,42
r_R (fm)	1,15	1,17	1,20
a_R (fm)	0,81	0,75	0,72
W_D (MeV)	18,24		
r_D (fm)	1,34		
a_D (fm)	0,68		
W (MeV)			29,10
r_W (fm)			1,40
a_W (fm)			0,84
r_C (fm)	1,15		1,30
V_{SO} (MeV)	7,00	$\lambda_{SO} = 25$	2,50
r_{SO} (fm)	0,75		1,20
a_{SO} (fm)	0,50		0,72

Tabela 2.2.5: Parâmetros dos potenciais óticos usados na reação ⁹⁹Ru(d,t)⁹⁸Ru.

2.3 Programa DWUCK4

Para os cálculos das seções de choque reduzidas, na aproximação de Born com ondas distorcidas (DWBA), foi utilizado o programa DWUCK4⁽³⁹⁾.

O primeiro cuidado para utilizar o DWUCK4 é a escolha adequada do número máximo de ondas parciais utilizadas (L_{max}), do passo de integração da integral radial (dr) e do limite máximo de integração (r_{max}). Uma escolha razoável para dr é um quarto do comprimento de onda da partícula de maior energia cinética. O programa tem uma limitação numérica entre r_{max} e dr , que impõe $dr \leq r_{max} / 400$, e o valor do raio r_{max} de corte nas integrações deve ser compatível com o número máximo de ondas parciais. Seguindo estas limitações chega-se aos seguintes valores: $dr = 0,1$ fm, $r_{max} = 40$ fm, $l_{max} = 50$, compatíveis para os canais de entrada e saída.

Na Figura 2.3.1 estão representadas as seções de choque reduzidas para a reação $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$ calculadas pelo programa DWUCK4, associadas a alguns momentos angulares orbitais esperados a partir do modelo de camadas para o nêutron transferido na região do ^{99}Ru , onde se encontram os orbitais $2d_{5/2}$, $3s_{1/2}$, $1g_{7/2}$, $2d_{3/2}$ e $1h_{11/2}$. Ainda foram considerados a energia incidente de 16 MeV e energia de excitação nula.

Figura 2.3.1: Seções de choque reduzidas para a reação $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$ calculadas pelo programa DWUCK4 considerando os orbitais $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$, $3s_{1/2}$ e $1h_{11/2}$ com $E_d = 16$ MeV e energia de excitação nula.

Como o espectrógrafo possui um ângulo de abertura, 3,8 graus, utiliza-se uma média da seção de choque reduzida calculada pelo programa DWUCK4, sobre essa abertura angular, dado por:

$$\sigma_{signed} = \frac{1}{2\theta_0} \int_{\theta-\theta_0}^{\theta+\theta_0} \sigma_{DWUCK4} d\theta \quad (2.3.2)$$

sendo θ_0 correspondente a metade do ângulo de entrada do espectrógrafo, $\theta_0 = 1,9^\circ$. A integral é resolvida numericamente através de interpolação.

Na Figura 2.3.3 estão representadas as seções de choque reduzidas calculadas com e sem a utilização do σ_{signed} para os estados $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$, $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$ e $1h_{11/2}$ com energia

incidente de 16 MeV e energia de excitação nula. Nota-se que a influência do σ_{signed} é predominante nos vales e picos mais acentuados como no caso do orbital $3s_{1/2}$.

Figura 2.3.3: Seções de choque reduzidas para a reação $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$ calculadas pelo programa DWUCK4 considerando os orbitais $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$, $3s_{1/2}$ e $1h_{11/2}$ com $E_d = 16$ MeV e energia de excitação nula com a utilização do σ_{signed} , curvas pretas e sem, curvas coloridas.

3. Análise dos dados experimentais

Este capítulo apresenta a análise dos dados experimentais: a identificação dos picos de interesse nos espectros da reação e das energias de excitação, obtenção das seções de choque experimentais relativas e absolutas e das distribuições angulares, a determinação dos momentos angulares transferidos e a extração dos fatores espectroscópicos.

3.1 Energias de Excitação dos Estados

A energia de excitação dos estados foi obtida com a determinação das posições dos picos associados, nos espectros da reação, e com a utilização do programa Spectre⁽⁴³⁾. Este programa efetua cálculos de cinemática relativística, fornecendo como saída a energia de excitação do núcleo emergente, levando em conta a calibração em energia do espectrógrafo e a correção de plano focal. Sempre o primeiro pico, compatível com o Q da reação, é tomado como o estado fundamental (energia de excitação nula). A calibração do espectrógrafo foi obtida a partir do estudo da reação $^{90}\text{Zr}(\alpha,\alpha')^{90}\text{Zr}$, onde estados com até 5,9 MeV de excitação foram examinados, sempre com desvios menores que 4 keV e abaixo de 2 MeV de excitação $\lesssim 2$ keV⁽⁴⁴⁾. Com a calibração é possível determinar a relação entre a posição na emulsão e a energia da partícula.

A calibração do espectrógrafo, $\rho \times L$, é aproximadamente linear, sendo L a posição ao longo do plano focal em relação a uma referência e ρ o raio de curvatura efetivo da trajetória da partícula, dado por: $\rho = \frac{p}{ZeB}$, onde p , Ze , indicam respectivamente o momento linear e a carga elétrica da partícula, e B a magnitude do campo magnético. Portanto, para o mesmo íon, as diferenças de momento constantes implicam em distâncias constantes nos espectros entre os picos associados. Esta é a situação prevista pela cinemática da reação em estudo, as diferenças dos recuos para mesmos estados excitados em cada ângulo de espalhamento é aproximadamente constante.

Assim, alinhando os picos correspondentes ao estado fundamental de todos os espectros, foram identificados, em um total de 23, todos os picos que apresentaram a mesma posição relativa e o mesmo formato. Os espectros apresentaram por volta de 3 keV por canal (0,20 mm), e uma resolução de aproximadamente 7 keV (largura meia altura) correspondente a 0,47 mm.

Foram identificados dois picos correspondentes a contaminantes, referente ao estado fundamental do ^{28}Si e ao estado excitado do ^{12}C de 4,439 MeV de energia. Não foram encontrados picos associados a outros isótopos do Ru.

Os valores das energias de excitação obtidos, até 2,7 MeV, foram comparados com as energias dos níveis adotados para o ^{98}Ru pela Nuclear Data Sheets⁽⁴⁵⁾. No presente trabalho, observou-se um deslocamento crescente em energia nos valores obtidos em relação aos determinados com medidas de raios γ , que são os de maior precisão. Optou-se então por utilizar a calibração do espectrógrafo por região.

A Tabela 3.1.1 mostra nas segunda e terceira colunas respectivamente, a média da energia de excitação obtida nos espectros para os estados identificados, e os desvios padrão correspondentes, e em comparação, na coluna 8 estão as energias dos níveis adotados pela NDS⁽⁴⁵⁾. Nota-se uma boa concordância entre essas energias, com uma diferença de no máximo 3,4 KeV, exceto para o estado com energia de 2,276 MeV pois o nível adotado com 2,285 MeV de energia é proveniente de medidas de espalhamento inelástico de prótons com uma incerteza no valor de 10 KeV. Os estados correspondentes às energias de excitação de 1,748, 2,081, 2,208, 2,216, 2,363 e 2,408 MeV não haviam sido observados anteriormente na literatura. Na tabela também são apresentados os valores dos momentos angulares orbitais transferidos obtidos na análise das distribuições angulares, os valores limites do momento angular total e os respectivos fatores espectroscópicos conforme será discutido adiante.

Na Figura 3.1.2 tem-se os espectros de trítons emergentes da reação $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$ com dêuterons incidentes de 16 MeV, para os ângulos $\theta_{\text{Lab}} = 10^\circ$ e 39° , os picos correspondentes a transições para os níveis do ^{98}Ru estão identificados com os números (coluna 1) da Tabela 3.1.1.

Presente trabalho							NDS ⁽⁴⁵⁾	
Pico	E _{excitação} (MeV)	σ (keV)	<i>l</i>	<i>j</i>	<i>J</i> ^π	<i>S</i> _{<i>lt</i>}	E _{excitação} (MeV)	<i>J</i> ^π
0	0,000	0	2	5/2	0 ⁺ - 5 ⁺	0,335(7)	0,00000	0 ⁺
1	0,654	2	2	5/2	0 ⁺ - 5 ⁺	0,127(3)	0,65244(4)	2 ⁺
							1,32214(6)	0 ⁺
2	1,397	1	2	5/2	0 ⁺ - 5 ⁺	0,125(4)	1,39781(5)	4 ⁺
3	1,415	2	2	5/2	2 ⁺ - 3 ⁺	0,034(6)	1,41429(4)	2 ⁺
			0	1/2		0,013(2)		
4	1,748	3						
5	1,799	3	2	5/2	2 ⁺ - 3 ⁺	0,008(5)	1,79696(5)	3 ⁺
			0	1/2		0,0045(8)		
6	1,819	1	2	5/2	0 ⁺ - 5 ⁺	0,117(4)	1,81722(6)	(1,2) ⁺
							1,9534(3)	(3) ⁺
7	2,015	1	(2)	(5/2)	0 ⁺ - 5 ⁺	0,035(2)	2,01270(5)	3 ⁺
8	2,081	3						
9	2,208	1						
10	2,216	2						
11	2,227	2	(4)	(7/2)	1 ⁺ - 6 ⁺	0,12(2)	2,22251(7)	6 ⁺
							2,2414(3)	(4 ⁺ ,5 ⁺ ,6 ⁺)
12	2,245	1	(2	(5/2	2 ⁺ - 3 ⁺	0,054(4)	2,2459(3)	(1,2)
			0)	1/2)		0,0060(13)		
							2,26650(6)	4 ⁺
							2,2768(2)	(2) ⁺
							2,285(10)	(4) ⁺
13	2,276	2	2	5/2	0 ⁺ - 5 ⁺	0,649(14)		
14	2,363	2	(2)	(5/2)	0 ⁺ - 5 ⁺	0,018(3)		
15	2,372	1	(2)	(5/2)	0 ⁺ - 5 ⁺	0,070(4)	2,374(1)	
16	2,408	2	(2)	(5/2)	0 ⁺ - 5 ⁺	0,017(2)		
17	2,428	2	(2	(5/2	2 ⁺ - 3 ⁺	0,106(7)	2,42714(16)	(2) ⁺
			0)	1/2)		0,009(2)		
							2,4302(3)	
							2,435(10)	(3) ⁺
							2,4676(10)	(1,2) ⁺
18	2,469	2	0	1/2	2 ⁺ - 3 ⁺	0,0104(8)		
19	2,474	2					2,4738(5)	
20	2,549	1					2,54699(7)	(5) ⁺
21	2,605	1	(2)	(5/2)	0 ⁺ - 5 ⁺	0,058(3)	2,6023(3)	
22	2,621	2					2,6192(10)	(1,2) ⁺

Tabela 3.1.1: Resultados experimentais para ⁹⁸Ru, através da reação ⁹⁹Ru(*d*,*t*), em comparação com os níveis adotados pela Nuclear Data Sheets⁽⁴⁵⁾. Os valores de *l* e *j* entre parênteses são apenas tentativos e para *l* = 2 seguro foi adotado *j* = 5/2.

Figura 3.1.2: Espectros de trítions emergentes da reação $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$ com dêutrons incidentes de 16 MeV para os ângulos $\theta_{\text{Lab}} = 10^\circ$ e 39° , os picos correspondentes a transições para os níveis do ^{98}Ru estão identificados com os números da coluna 1 na Tabela 3.1.1.

3.2 Distribuições Angulares e Fatores Espectroscópicos

3.2.1 Seções de choque experimentais.

A seção de choque experimental é dada por:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}} = \frac{N}{\frac{Q}{q} \Delta x \Delta \Omega} \quad (3.2.1.1)$$

onde N é o número de partículas que foram espalhadas, obtido pela soma dos traços do pico correspondente na emulsão sem os contaminantes e o fundo (área do pico), Q é carga total do feixe coletada durante a exposição pelo copo de Faraday, q é a carga da partícula incidente, Δx é o número de partículas do isótopo no alvo por unidade de área e $\Delta \Omega$ é o ângulo sólido.

O integrador utilizado para medir a carga total do feixe coletada foi calibrado com a utilização de uma fonte de corrente, as variações das medidas foram menores do que 0,2%, assim os desvios das cargas coletadas não foram considerados.

Como a leitura da emulsão no microscópio é realizada em passos de 0,20 mm, mas o campo de visão tem largura de 0,19 mm, deve-se incorporar uma correção nas áreas dividindo-as pelo fator 0,95(1).

Os desvios em N incluem as contribuições dos erros da somatória dos traços do pico, do fundo do espectro da região e de possíveis contaminantes. O erro da somatória dos traços inclui as flutuações estatísticas e o erro de leitura da microscopista, que de acordo com testes realizados, corresponde a:

- 5% para valores de somatórias entre 500 e 5000
- 6% entre 100 e 500
- 8% entre 50 e 100 e
- 9% para menor que 50.

Seções de choque experimentais relativas

Detalhando um pouco mais, a determinação das seções de choque experimentais relativas (Nq/Q), os espectros medidos possuem fundo baixo, pois com o campo do espectrógrafo adequado à detecção da reação de interesse, o Q da reação, cujo valor é por volta de -1,21 MeV, funciona como filtro. Na maioria dos casos o fundo foi considerado de 1 contagem/canal com um erro estimado de 1 contagem/canal, sendo o pior caso de 4(2) contagens/canal.

Os picos correspondentes ao ^{12}C com energia de excitação de 4,439 MeV, sobrepõem-se aos picos em estudo nos espectros associados a apenas dois ângulos de espalhamento. Nestes casos, de acordo com o formato do pico de ^{12}C apresentado em outros ângulos, foi realizada a separação e o respectivo erro estimado. Picos próximos dos da reação em estudo que se sobrepuseram ao pico em exame foram separados utilizando o formato do pico fundamental correspondente, sendo o erro estimado entre 1 e 4 contagens/canal de acordo com cada caso.

No presente trabalho, a análise revelou que as seções de choque experimentais relativas correspondentes ao ângulo de 16° apresentaram-se nas distribuições angulares sistematicamente menores. Este comportamento foi diagnosticado como resultado de um possível erro grosseiro no valor da carga coletada do feixe. Assim, tomando como referência a distribuição angular associada ao estado fundamental, descrita certamente pelo momento angular transferido $l = 2$ puro e com os menores erros experimentais, foi estimado um fator de correção multiplicativo para as seções de choque de 1,47(15).

Seções de choque experimentais absolutas

O fator multiplicativo $\frac{1}{\Delta x \Delta \Omega}$ na expressão (3.2.1.1) que leva as seções de choque relativas (Nq/Q) para absolutas ($\frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega}$), foi obtido através da medida do espalhamento elástico de dêutrons de 16 MeV pelo ^{99}Ru , para os ângulos de 30° , 40° , 50° , 60° e 70° , nas mesmas condições da tomada de dados da reação em estudo.

Os picos correspondentes foram lidos, e suas áreas efetivas determinadas e divididas pelo respectivo valor da carga coletada no integrador (N/Q). Nesse caso incorpora-se também uma correção referente a porcentagem isotópica do alvo enriquecido em ^{99}Ru , pois os vários isótopos do Ru não são separados no pico elástico, 97,6% da área.

A distribuição angular elástica experimental (Figura 3.2.1.2) foi comparada com a previsão para o espalhamento elástico calculada pelo programa DWUCK4⁽³⁹⁾, utilizando os potenciais óticos da sistemática de Perey & Perey⁽⁴¹⁾, para a determinação do fator $\frac{1}{\Delta x \Delta \Omega}$. O ajuste dos pontos experimentais com a curva prevista foi realizado pela minimização do χ^2 , obtendo-se o fator de normalização $f = 411(10) \text{ fm}^2/\text{sr}$ com $\chi^2 = 3,8$ (quatro graus de liberdade).

Figura 3.2.1.2: Distribuição angular experimental elástica e prevista (DWUCK4)

3.2.2 Momento angular transferido e fator espectroscópico

As seções de choque previstas pelo cálculo DWBA, para cada l transferido, apresentam diferentes formatos para as distribuições angulares que permitem discriminar o l transferido. No caso da reação em estudo, como o estado fundamental do ^{99}Ru tem spin $5/2^+$, é permitida a mistura não coerente de momentos angulares l transferidos, na população do mesmo estado do ^{98}Ru de momento angular diferente de zero. Assim, a análise de cada distribuição angular implica na separação das contribuições associadas aos diversos l . Por esta razão os ângulos de espalhamento dos espectros medidos foram escolhidos previamente de maneira a favorecer a discriminação dos diferentes valores de l , conforme previsões calculadas pelo programa DWUCK4.

As seções de choque absolutas para cada distribuição angular foram ajustadas utilizando um programa escrito pelo estudante de mestrado do grupo, Cleber Lima Rodrigues. Este programa determina o melhor ajuste de acordo com o método dos mínimos quadrados, permitindo a mistura de vários l transferidos, ou seja determina o coeficiente a_l para a contribuição de cada momento angular orbital transferido, de acordo com:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}} = \sum_l a_l \sigma_l^{\text{DWUCK4}} \quad (3.2.2.1)$$

onde $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}}$ é a seção de choque experimental absoluta e $\sigma_{ij}^{\text{DWUCK4}}$ a seção de choque calculada pelo programa DWUCK4.

O funcionamento deste programa será discutido mais detalhadamente no apêndice A.

Com os momentos angulares transferidos l e os fatores de ajuste a_l , definidos o fator espectroscópico é facilmente extraído. De acordo com a relação (2.1.45):

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}} = 3,33 \cdot \sum_j \frac{1}{2j+1} S_{ij} \cdot \sigma_{ij}^{\text{DWUCK4}}$$

onde S_{ij} corresponde ao fator espectroscópico e o fator 3,33 a normalização de Bassel⁽⁴⁰⁾.

O fator espectroscópico será dado por:

$$S_{ij} = \frac{2j+1}{3,33} a_l \quad (3.2.2.2)$$

Na Tabela 3.1.1 são apresentados os valores dos fatores espectroscópicos e as incertezas (coluna 7), obtidos através dos ajustes realizados onde foram atribuídos os momentos angulares orbitais l e totais j transferidos, colunas 4 e 5 respectivamente.

As distribuições angulares experimentais juntamente com as distribuições previstas pelo programa DWUCK4 para os momentos angulares orbitais transferidos atribuídos, estão representadas na Figura 3.2.2.3, onde as seções de choque experimentais são absolutas, mas os respectivos erros são relativos, já que apenas o formato experimental é importante na atribuição dos l .

Os estados correspondentes aos picos 4, 9, 10, 19 e 20 não tiveram suas distribuições angulares representadas pois foram identificados em menos do que cinco ângulos medidos, não possibilitando uma tentativa de atribuição do momento angular transferido.

O pico 8 por ser fracamente populado e o pico 22 pelo formato da distribuição angular apresentado, não permitiram nenhum ajuste razoável para a determinação de um momento angular transferido.

Foram atribuídos, sem nenhuma dúvida, os momentos angulares orbitais aos níveis 0, 1, 2, 3, 5, 6, 13 e 18. Para os estados referente aos picos: 7 só com cinco pontos, 11 e 16 que são fracamente excitados, 12, 14, 15, 17 e 21 pouco estruturados, o valor de l é apenas tentativo.

Figura 3.2.2.3: Distribuições angulares experimentais e previstas (DWUCK4).

Figura 3.2.2.3 (continuação): Distribuições angulares experimentais e previstas (DWUCK4).

Figura 3.2.2.3 (continuação): Distribuições angulares experimentais e previstas (DWUCK4).

Figura 3.2.2.3 (continuação): Distribuições angulares experimentais e previstas (DWUCK4).

Figura 3.2.2.3 (continuação): Distribuições angulares experimentais e previstas (DWUCK4).

Para o momento angular orbital transferido $l = 2$, exceto para o G.S., há indeterminação no momento angular j do nêutron capturado, Figura 3.2.2.4 , pois de acordo com o modelo de camadas, tanto o orbital $2d_{5/2}$ como o $2d_{3/2}$ estão disponíveis e pertencem à mesma camada externa à camada fechada de $N = 50$ nêutrons. Mas, neste caso, é usual supor que os estados de baixa energia de excitação são alcançados através da transferência $j = 5/2$, por ser o orbital $2d_{5/2}$ o de menor energia, levando em conta os orbitais de camada $N = 50-82$.

Figura 3.2.2.4: Distribuições angulares experimentais e previstas (DWUCK4) para os momentos angulares transferidos $j = 3/2$ e $5/2$.

No presente trabalho não é possível determinar o valor do momento angular total para cada estado, mas pode-se limitá-lo utilizando a regra de seleção do momento angular:

$$|J_A - j| \leq J_B \leq |J_A + j| \quad (3.2.2.5)$$

onde J_A , J_B e j são, respectivamente, o momento angular total do núcleo alvo (^{99}Ru), do núcleo residual (^{98}Ru) e da partícula capturada (n).

Sendo a paridade dada por $\pi = (-1)^l$ e $J_A^\pi = 5/2^+$ os valores possíveis de J_B^π foram determinados e estão representados na coluna 6 da Tabela 3.1.1. Para a maioria dos níveis observados os limites estão entre 0^+ e 5^+ . Pode-se observar que os valores limites atribuídos pelo presente trabalho concordam com os valores adotados na literatura, coluna 9, e

no caso do estado correspondente à energia de excitação de 2,276 MeV com $J^\pi = (4^+)$, há a determinação da paridade, pois foi atribuído, sem nenhuma dúvida, momento angular orbital $l = 2$. Assim, com a contribuição do presente trabalho pode-se afirmar que $J^\pi = (4^+)$ para este estado.

4. Discussão e Conclusões

Nesse capítulo serão apresentadas e discutidas as distribuições das intensidades espectroscópicas obtidas através da reação $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$, que caracterizam o ^{98}Ru descrito como um buraco no estado fundamental do ^{99}Ru . Também é apresentada a comparação destes resultados com as distribuições das intensidades espectroscópicas provenientes da reação $^{101}\text{Ru}(d,t)^{100}\text{Ru}^{(21)}$.

4.1 Distribuições das intensidades espectroscópicas

As distribuições das intensidades espectroscópicas, obtidas no presente trabalho, são inéditas, revelando novas propriedades espectroscópicas nessa região de transição, com a caracterização microscópica de estados do ^{98}Ru como um buraco no estado fundamental do ^{99}Ru .

As distribuições das intensidades espectroscópicas estão ilustradas no Figura 4.1.1, onde são representados os valores de S_{lj} , em função da energia de excitação dos estados associados, para cada momento angular transferido.

Pode-se observar que somente momentos angulares $l = 0, 2$ e 4 foram detectados e a maioria das transições foi associada a um único l , apesar da mistura ser permitida. As transições com $l = 2$ são predominantes em número incluindo também as maiores intensidades, seguidas em intensidade pela transição associada a $l = 4$ e em número a $l = 0$. Apesar do valor do fator espectroscópico para $l = 4$ ser maior ($S = 0,12$) do que os obtidos para $l = 0$, corresponde a apenas cerca de 1,5% da ocupação total do orbital $1g_{7/2}$, enquanto a soma dos fatores espectroscópicos para $l = 0$ é de cerca de 2%.

As transferências de momento angular $l = 0$ estão distribuídas em cinco estados, sendo o estado de menor energia detectado, o de maior intensidade.

No caso de $l = 4$ observa-se apenas um nível com energia de excitação de 2,227 MeV com transferência de l puro.

Figura 4.1.1: Distribuições das intensidade espectroscópicas obtidas na reação $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$ em função da energia de excitação para cada momento angular l transferido.

Analisando as transições com $l = 2$, nota-se que os maiores valores dos fatores espectroscópicos são: $S_{lj} = 0,649(14)$ do nível com energia de excitação de 2,276 MeV e $S_{lj} = 0,335(7)$ do estado fundamental. O estado excitado por ter a maior intensidade espectroscópica, tem uma maior semelhança com o estado fundamental do ^{99}Ru mais um buraco. O fato deste estado ter associado maior fator espectroscópico do que o estado fundamental, apesar de ser populado por seções de choque menores, deve-se ao efeito do Q de reação na previsão DWBA. Na Figura 4.1.2 estão representadas, para os dois estados, as seções de choque reduzidas calculadas pelo DWUCK4, notando-se que a distribuição angular prevista na transição para o estado fundamental corresponde a seções de choque maiores, nas proximidades do primeiro máximo, de mais de um fator 3.

Figura 4.1.2: Seções de choque reduzidas calculadas pelo DWUCK4 e para as transições associadas aos estados fundamentais e as energias de excitação de 2,276 MeV.

Analisando mais cuidadosamente as transferências de momento angular $l = 2$, nota-se a existência de um conjunto de estados com intensidades espectroscópicas fracionadas, que são melhor observadas na Figura 4.1.3, onde é apresentada a distribuição com os valores de S_{lj} em escala logarítmica. O menor valor de fator espectroscópico obtido foi de 0,008 para o nível com $E_{\text{excitação}} = 1,799$ MeV, que pode ser tomado como indicativo da sensibilidade do método.

Figura 4.1.3: Distribuição das intensidades espectroscópicas, em escala logarítmica, obtidas na reação $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$ em função da energia de excitação para cada momento angular $l=2$ transferido.

A regra da soma para as transições l, j na reação de “pick-up”, $A(a,b)B$ onde $B = A - x$, é dada por⁽³⁵⁾:

$$G_{ij}(pick) = \sum S_{ij} = n(l, j) \quad (4.1.4)$$

onde a soma é sobre os estados finais de B , sendo $n(l, j)$ o número médio de nucleons do tipo x no orbital l, j no estado fundamental do alvo.

A Tabela 4.1.5 apresenta a soma dos valores dos fatores espectroscópicos obtidos para cada l transferido, $n(l, j)$, e a soma total, ocupação no alvo.

Núcleo Alvo	3s1/2	2d5/2	1g7/2	Ocupação no Alvo
^{99}Ru	0,043	1,76	0,12	1,92

Tabela 4.1.5: Soma das intensidades espectroscópicas para cada l tranferido e total.

O valor de $n(l, j)$ para o orbital 2d5/2, 1,76, indica a presença de pelo menos dois nêutrons neste orbital. O número de nêutrons além da camada fechada $N = 50$, no caso do núcleo alvo ^{99}Ru é 5, assim, até aproximadamente 2,7 MeV de energia de excitação, foi detectada por volta de 38% desta intensidade espectroscópica. A intensidade restante pode estar associada a níveis de excitação maiores do que 2,7 MeV ou a estados a energias mais baixas com intensidades tão pequenas que não puderam ser detectados. No presente trabalho a

menor intensidade medida foi de 0,006 para $l = 0$, correspondendo a 0,3% da ocupação total do orbital (2).

Comparação com os resultados da reação $^{101}\text{Ru}(d,t)^{100}\text{Ru}^{(21)}$

A Figura 4.1.6 apresenta conjuntamente as distribuições das intensidades espectroscópicas do presente trabalho e as obtidas através da reação $^{101}\text{Ru}(d,t)^{100}\text{Ru}^{(21)}$. São apresentados valores de S_{lj} , em função das energias de excitação, para cada l transferido, sendo ainda indicados os níveis com J^π conhecido.

Os fatores espectroscópicos para ambas as reações foram obtidos utilizando as previsões de cálculo DWBA com potenciais óticos de Perey e Perey⁽⁴¹⁾ (dêuterons) e Bechetti e Greenlees⁽⁴²⁾ (tríttons), numa análise uniforme.

Nota-se que tanto para o ^{98}Ru quanto para o ^{100}Ru os momentos angulares transferidos correspondem a $l = 0, 2$ e 4 , o número de transições associadas a cada l são praticamente iguais e a maioria correspondem a l 's puros.

As transições com $l = 0$, para o estado com $J^\pi = 2^+$ são semelhantes para ambas as reações.

No caso da transferência de $l = 2$, ocorre o mesmo comportamento nos dois isótopos pares, a maior intensidade espectroscópica está associada ao estado $(4)^+$ acima de 2 MeV de excitação, vindo em seguida a intensidade correspondente ao estado fundamental. Isto demonstra que o nível com $E_{\text{excitação}} = 2,367$ MeV do ^{100}Ru , apresenta um forte parentesco com o estado fundamental do ^{101}Ru mais um buraco. Observa-se também nos dois núcleos um conjunto de estados com intensidades espectroscópicas fracionadas.

O fator espectroscópico obtido no presente trabalho para o estado fundamental $S_{(2,5/2)} = 0,33$ é maior do que o medido para a reação $^{101}\text{Ru}(d,t)^{100}\text{Ru}^{(21)}$, $S_{(2,5/2)} = 0,19$. Este resultado aponta para uma diminuição desses fatores espectroscópicos quando o A aumenta, em desacordo com previsões simples do modelo de camadas que indicam, em princípio, em comportamento oposto ou no máximo fatores espectroscópicos iguais, para estados fundamentais dos ^{99}Ru e ^{101}Ru , ambos $5/2^+$, diferindo apenas por um par de nêutrons no mesmo orbital.

A transição com $l = 4$ para o ^{98}Ru corresponde ao estado com $J^\pi = 6^+$, com energia de excitação 2,227 MeV enquanto para o ^{100}Ru , ao nível 4^+ com 1,224 MeV.

Figura 4.1.6: Distribuições das intensidades espectroscópicas para as reações $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$ e $^{101}\text{Ru}(d,t)^{100}\text{Ru}(21)$ em função da energia de excitação para cada momento angular l transferido, com indicação do J^π .

A soma total dos fatores espectroscópicos, ocupação do alvo ^{101}Ru , foi de 1,27, sendo o valor limite, supondo a camada $N = 50$ fechada, correspondente ao número de nêutrons fora do caroço, neste caso 7. Assim foi detectada por volta de 18% da intensidade espectroscópica limite, mas é importante observar que os fatores espectroscópicos considerados correspondem a estados com energia de excitação até aproximadamente 2,4 MeV e que a autora apontou a existência de estados populados por $l = 2$ com intensidades importantes para energias maiores.

4.2 Isótopos pares de Ru

Do ponto de vista teórico, muitos cálculos foram realizados para os isótopos pares fornecendo informações controversas dos dados observados. A aplicação dos modelos triaxial rígido ⁽⁴⁶⁾ e rotor-vibrador ^(47,48) produzem resultados contrastantes, embora os isótopos pares de Ru mais leves tendam a seguir o modelo vibracional e os mais pesados pareçam apresentar um comportamento do tipo rotacional, com a aproximação em energia dos estados mais baixos, conforme ilustra a Figura 4.2.1.

O modelo mais adequado para a descrição de núcleos em região de transição é o IBM (Interacting Boson Model), que propõe uma descrição unificada dos movimentos nucleares coletivos em termos de um sistema de bósons interatuantes. A versão 2 deste modelo (IBM2), que distingue explicitamente graus de liberdade de nêutrons e prótons incluindo bósons s e d , aplicado à cadeia $^{98-116}\text{Ru}$ ^(14,15) produziu um acordo animador com a experiência quanto a propriedades eletromagnéticas, indicando deformações triaxiais efetivas na região de A grande.

Utilizando cálculos de IBM incluindo bósons g , em comparação com os dados experimentais de ^{104}Ru , Heyde et al ⁽⁴⁹⁾, chegaram à interpretação do nível $J^\pi = (4^+)$ próximo de 2 MeV, como possível cabeça de banda hexadecapolar. Experimentalmente, possíveis cabeças de banda desse tipo foram detectadas, nos estudos dos espalhamentos inelásticos de prótons no ^{100}Ru ⁽⁵⁰⁾ e no ^{98}Ru ⁽⁴⁾. Para o ^{100}Ru foi observado um estado 4^+ fortemente populado em uma etapa pela transferência de $L = 4$ a 2,367 MeV e no ^{98}Ru foi medido nível com energia de 2.285(10) MeV identificado como estado 4^+ .

Demonstrando a complexidade dessa região de transição esses estados medidos em reações do tipo "pick up" revelaram forte parentesco com o estado fundamental do núcleo alvo mais um buraco, sendo populados pela transferência pura de $l = 2$. Na reação

$^{101}\text{Ru}(d,t)^{100}\text{Ru}^{(21)}$, o nível com 2,367(3) MeV apresentou a maior intensidade espectroscópica detectada e no presente trabalho, o estado correspondente a 2,276 MeV de energia, também se destacou associando-se à maior intensidade espectroscópica medida.

Figura 4.2.1: Energia de excitação dos estados fundamental, de um fônon 2^+ , de dois fônons 0^+ , 2^+ , 4^+ , e dos estados acima de 2 MeV 3^- e 5^- nos isótopos pares de Ru.

4.3 Comentários finais

O estudo da reação inédita $^{99}\text{Ru}(d,t)^{98}\text{Ru}$, que caracteriza o ^{98}Ru descrito como um buraco no estado fundamental do ^{99}Ru , contribuiu com novas informações experimentais para essa região complicada de transição.

Na análise dos espectros obtidos, com resolução em energia de aproximadamente 7 keV, foram encontrados seis estados não relatados anteriormente correspondentes às energias de excitação de 1,748, 2,081, 2,208, 2,216, 2,363 e 2,408 MeV. Todas as informações espectroscópicas extraídas são inéditas, tendo sido atribuídos, sem nenhuma

dúvida, momentos angulares orbitais transferidos nas transições aos níveis 0, 1, 2, 3, 5, 6, 13 e 18. Foram medidos apenas momentos angulares $l = 0, 2$ e 4 , sendo a maioria das transições associadas a l puros, apesar da mistura ser permitida.

Em particular, o presente trabalho teve especial papel no exame do estado à energia de excitação 2,276 MeV. Primeiramente o valor da energia de excitação obtido é mais preciso do que o adotado na literatura⁽⁴⁵⁾: 2,285(10) MeV, proveniente de medidas de espalhamento inelástico de prótons⁽⁴⁾. A paridade foi determinada com segurança, pois este estado foi populado através da transferência do momento angular orbital $l = 2$, levando à afirmação que o $J^\pi = (4^+)$ adotado pela literatura é $J^\pi = (4)^+$. O valor de J embora continue tentativo é compatível com os resultados do presente trabalho. Este estado se destacou por ser fortemente populado e por apresentar a maior intensidade espectroscópica medida associada a $l = 2$, tendo assim um forte parentesco com o estado fundamental do ^{99}Ru mais um buraco. Essas características apontam semelhança entre este estado no ^{98}Ru e o estado a 2,367 MeV, considerado possível cabeça de banda hexadecapolar no ^{100}Ru .

Outro aspecto interessante foi revelado pelo valor do fator espectroscópico, obtido no presente trabalho, na transição para o estado fundamental, $S_{(2,5/2)} = 0,33$, maior do que o medido para a reação $^{101}\text{Ru}(d,t)^{100}\text{Ru}^{(21)}$ G.S., $S_{(2,5/2)} = 0,19$. Essa diminuição quando A aumenta, está em desacordo com previsões simples do modelo de camadas, que indicam, em princípio, comportamento oposto ou no máximo fatores espectroscópicos iguais, partindo dos estados fundamentais dos ^{99}Ru e ^{101}Ru , núcleos que diferem apenas por um par de nêutrons.

Apêndice A

Programa de ajuste de dados por mínimos quadrados.

Os ajustes das seções de choque absolutas experimentais, para cada distribuição angular são obtidas pela superposição das contribuições das distribuições calculadas pelo programa DWUCK4, foram realizados utilizando um programa escrito pelo estudante de mestrado do grupo, Cleber Lima Rodrigues. Este programa determina o melhor ajuste de acordo com o método dos mínimos quadrados, permitindo a mistura de vários l transferidos.

O programa utiliza como entrada um arquivo com os pontos experimentais (seções de choque absolutas) e seus desvios, um arquivo de entrada do programa DWUCK4 e os orbitais a serem analisados.

Considerando $\{y_i, x_i\}$, $i = 1, \dots, N$, os pontos experimentais, e f_j a distribuição da seção de choque prevista dada pelo DWUCK4 para o estado j ($2d5/2$, $3s1/2$, ...), escolhido pelo usuário de 1 até n orbitais. Como a saída do programa DWUCK4 é discreta, é utilizada uma interpolação polinomial de Lagrange até ordem 9, para a determinação do valor de f_j no ponto x_i .

Os pontos experimentais devem obedecer a uma relação do tipo:

$$y = a_1 f_1 + a_2 f_2 + \dots + a_n f_n \quad (\text{A.1})$$

onde a_j são os parâmetros a serem determinados que tornem máxima a probabilidade de se ter obtido o conjunto $\{y_i, x_i\}$.

Pelo método dos mínimos quadrados⁽⁵¹⁾ a forma matricial para as n equações é dada por:

$$\begin{pmatrix} \sum \frac{y_i f_1}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{y_i f_2}{\sigma_i^2} \\ \vdots \\ \sum \frac{y_i f_n}{\sigma_i^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum \frac{f_1^2}{\sigma_i^2} & \sum \frac{f_1 f_2}{\sigma_i^2} & \dots & \sum \frac{f_1 f_n}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{f_2 f_1}{\sigma_i^2} & \sum \frac{f_2^2}{\sigma_i^2} & \dots & \sum \frac{f_2 f_n}{\sigma_i^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum \frac{f_n f_1}{\sigma_i^2} & \sum \frac{f_n f_2}{\sigma_i^2} & \dots & \sum \frac{f_n^2}{\sigma_i^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Escrevendo esta equação matricial como:

$$D = M \cdot a$$

Os coeficientes a_j podem ser obtidos como:

$$a = M^{\dagger} \cdot D$$

O desvio padrão dos parâmetros ajustados é dado pelo elemento da diagonal da matriz M^{-1} da linha k :

$$\sigma_k^2 = (M^{-1})_{kk} \quad (\text{A.3})$$

Assim o programa constrói as matrizes D e M , inverte M e calcula os coeficientes a_j e os respectivos desvios padrões.

A análise crítica de quais estados contribuem realmente para cada distribuição angular fica a cargo do usuário.

Referências

- (1) M. J. A. de Voigt, J. F. W. Jansen, F. Bruinick and Z. Sujkowski, Nucl. Phys. **A270**, 141 (1976).
- (2) J. Lange, J. Neuber, P. Tendler, C. D. Uhlhorn, A. T. Kandil and H. V. Butlar, Nucl. Phys. **A330**, 29 (1979).
- (3) S. Landsberger, R. Lecomte, P. Paradis and S. Monaro, Phys. Rev. **C21**, 588 (1980).
- (4) E. H. du Marchie van Voorthuysen, M. J. A. de Voigt, N. Blasi e J. F. W. Jansen, Nucl. Phys. **A355**, 93 (1981).
- (5) V. R. Vanin, A. Pássaro and A. M. Pássaro, Phys. Rev. **C32**, 1349 (1985).
- (6) A. Passaro, Dissertação de Mestrado, "Decaimento do ^{102}Rh ", IFUSP (1988).
- (7) S. Sirota, J. L. M. Duarte, L. B. Horodyski-Matsushigue, T. Borello-Lewin, Phys. Rev. **C40**, 1527 (1989).
- (8) G. Kenchian, Tese de Doutorado, "Espectroscopia γ do ^{100}Rh ", IFUSP (1995).
- (9) L. C. Gomes, L. B. Horodyski-Matsushigue, T. Borello-Lewin, J. L. M. Duarte, J. H. Hirata, S. Salém-Vasconcelos and O. Dietzsch, Phys. Rev. **C54**, 2296-2303 (1996).
- (10) R. M. Castro, Dissertação de Mestrado, "Decaimento Isomérico do ^{102}Rh ", IFUSP (1997).
- (11) J. L. M. Duarte, G. M. Ukita, T. Borello-Lewin, L. B. Horodyski-Matsushigue e L. C. Gomes, Phys. Rev. **C56**, 1855-1865 (1997).
- (12) J. H. Hirata, S. Salém-Vasconcelos, M. J. Bechara, L. C. Gomes e O. Dietzsch, Phys. Rev. **C57**, 76 (1998).
- (13) L. B. Horodyski-Matsushigue, G. M. Ukita, T. Borello-Lewin, J. L. M. Duarte, Phys. Rev. **C60**, 047301 (1999).
- (14) A. Giannatiempo, A. Nannini, P. Sona, and D. Cutoiu, Phys. Rev. **C52**, 2969 (1995).
- (15) J. L. M. Duarte, T. Borello-Lewin, G. Maino, L. Zuffi; Phys. Rev. **C57**, 1539.(1998).
- (16) L. K. Peker, Nucl. Data Sheets **73**, 1 (1994).
- (17) J. Blachot, Nucl. Data Sheets **83**, 1 (1998).
- (18) J. Blachot, Nucl. Data Sheets **68**, 311 (1993).

- (19) D. de Frenne and Jacobs, Nucl. Data Sheets **68**, 935 (1993).
- (20) R. J. Peterson, R. A. Emigh and R. E. Anderson, Nucl. Phys. **A348**, 8 (1980).
- (21) F. C. Sampaio, Dissertação de Mestrado, IFUSP (1981).
- (22) S. A. Dickey, J. J. Kraushaar and M. A. Rumore, J. Phys. **G12**, 745 (1986).
- (23) B. K. Arora, D. Mehta, Rakesh Ranhi, T. S. Cheema and P. N. Trehan, Nucl. Instr. Meth. In Phys. Res., B24/25, 460 (1987).
- (24) J. L. M. Duarte, L. B. Horodyski-Matsushigue, T. Borello-Lewin and O. Dietzsch, Phys. Rev. **C38**, 664 (1988).
- (25) J. L. M. Duarte, T. Borello-Lewin and L. B. Horodyski-Matsushigue, Phys. Rev. **C50**, 666-681 (1994).
- (26) T. Borello-Lewin, J. L. M. Duarte, L. B. Horodyski-Matsushigue and M. D. L. Barbosa; Phys. Rev. **C57**, 967-970 (1998).
- (27) M. D. L. Barbosa, T. Borello-Lewin, L. B. Horodyski-Matsushigue, J. L. M. Duarte, G. M. Ukita and L. C. Gomes, Phys. Rev. **C58**, 2689-2702 (1998).
- (28) C. S. Whisnant, K. D. Carnes, R. H. Castain, F. A. Rickey, G. S. Samudra and P. C. Simms, Phys. Rev. **C34**, 433 (1986).
- (29) N. Imanishi, I. Fujiwara and T. Nishi, Nucl. Phys. **A205**, 531 (1973).
- (30) J. Rekstad, Nucl. Phys. **A247**, 7 (1975).
- (31) R. Middleton, A Negative-Ion Cookbook, University of Pennsylvania, 1990.
- (32) D. Pulino, G. M. Sipahi, G. M. Ukita, T. Borello-Lewin, L. B. Horodyski-Matsushigue, J. L. M. Duarte, W. G. P. Engel and J. C. de Abreu, Revista Brasileira de Aplicações de Vácuo, vol. 10, n. 2, 1991.
- (33) J. R. Erskine, Nuclear Instruments and Methods **162** (1979) 371-378.
- (34) W. H. Barkas, Nuclear research emulsions (Academic Press, New York, vol I 1963).
- (35) G. R. Satchler., "Direct Nuclear Reactions", Oxford University Press, (1983).
- (36) G. R. Satchler, Nucl. Phys. **55**, 1 (1964).
- (37) N. Austern, "Direct Nuclear Reaction Theories", John Wiley & Sons, New York (1970).
- (38) A. R. Edmonds, "Angular Momentum in Quantum Mechanics", Princeton University, Princeton (1957).
- (39) P. D. Kunz, computer code DWUCK4, University of Colorado, 1974.
- (40) R. H. Bassel, Phys. Rev. **149**, 791 (1966).
- (41) C. M. Perey and F. G. Perey, Phys. Rev. **132**, 755 (1963).

- (42) F. D. Becchetti, Jr., and G. W. Greenlees in *Polarization Phenomena in Nuclear Reactions* (H. H. Barchall and W. Haeblerli, eds.) p. 682, The University of Wisconsin Press, Madison, Wis. (1971).
- (43) J. B. Moorhead and R. A. Moyer, Comunicação particular; Universidade de Pittsburgh (1968).
- (44) L. B. Horodynski-Matsushigue e J. L. M. Duarte, Relatório de Atividades do Departamento de Física Experimental, IFUSP (1987) 108.
- (45) B. Singh, Nucl. Data Sheets **84**, 565 (1998).
- (46) J. A. Shannon, W. R. Phillips, J. L. Durell, B. J. Varley, W. Urban, C. J. Pearson, I. Ahmad, C. J. Lister, L. R. Morss, K. I. Nash, C. W. Williams, N. Schutz, E. Lubkiewicz, and M. Bentaleb, Phys. Lett. **B336**, 136 (1994).
- (47) Q. H. Lu, K. Butler-Moore, S. J. Zhu, J. H. Hamilton, A. V. Ramayya, V. E. Oberacker, W. C. Ma, B. R. S. Babu, J. K. Deng, J. Kormicki, J. D. Cole, R. Aryaeinejad, Y. X. Dardenne, M. Drigert, L. K. Peker, J. O. Rasmussen, M. A. Stoyer, S. Y. Chu, K. E. Gregorich, I. Y. Lee, M. F. Mohar, J. M. Nitschke, N. R. Johnson, F. K. McGowan, G. M. Ter-Akopian, Y. T. Oganessian, and J. B. Gupta, Phys. Rev. **C52**, 1348 (1995).
- (48) S. J. Zhu, X. Zhao, J. H. Hamilton, A. V. Ramayya, Q. Lu, W. C. Ma, L. K. Peker, J. Kormicki, H. Xie, W. B. Ghao, J. K. Deng, I. Y. Lee, N. R. Johnson, F. K. McGowan, C. E. Bemis, J. D. Cole, R. Aryaeinejad, G. M. Ter-Akopian, and Y. T. Oganessian, Rev. Mex. Phys. **38**, 53 (1992).
- (49) K. Heyde, P. Van Isacker, M. Waroquier, G. Wenes, Y. Gigase and J. Satchel, Nucl. Phys. **A398**, 235 (1983).
- (50) S. Sirota, Tese de Mestrado, "Espalhamento inelástico de prótons no ^{100}Ru ", IFUSP (1987).
- (51) O. A. M. Helene, V. R. Vanin, "Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental", Edgard Blücher, (1981).