2/2/95

Extensão da Teoria Hadrodinâmica Quântica para o Estudo Relativístico do Emparelhamento na Matéria Nuclear

Francisco Braga Guimarães

SBI-IFUSP

305M810T2239

Tese de Doutorado apresentada
ao Instituto de Física da
Universidade de São Paulo, Brasil.

Iberê Luiz Caldas

Prof. Iberê Luiz Caldas
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

Brett Carlson

Comissão examinadora: Prof. Dr. Brett Vern Carlson (ITA-orientador)

Prof. Dr. Antônio F. R. de Toledo Piza (IFUSP)

Prof. Dr. Yojiro Hama (IFUSP)

Prof. Dr. Alberto Pio N. R. Galeão (IFT)

Prof. Dr. Diógenes Galetti (IFT)

São Paulo

1995

532.5
G763e
D
e.1

FICHA CATALOGRÁFICA

**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

Guimarães, Francisco Braga

**Extensão da teoria hadrodinâmica quântica para o estudo relativístico do emparelhamento na matéria nuclear.
São Paulo, 1994.**

Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo. Instituto de Física. Departamento de Física Nuclear.

Área de Concentração: Física Nuclear

Orientador: Prof. Dr. Brett Vern Carlson

Unitermos: 1. Teoria de muitos corpos; 2. Matéria nuclear; 3. Correlações de emparelhamento; 4. Hadrodinâmica quântica; 5. Aproximação Hartree-Fock-Bogoliubov relativística.

USP/IF/SBI - 45/94

Resumo

Neste trabalho nós propomos uma extensão da teoria Hadrodinâmica Quântica (QHD) para o estudo do emparelhamento nucleônico na matéria nuclear. O trabalho segue a formulação usual da QHD, descrevendo a interação-NN em termos de campos médios, tanto para a auto-energia usual, Σ , como para a energia de emparelhamento, Δ . As equações dos campos são obtidas em termos dos propagadores nucleônicos exatos, os quais são expandidos até a primeira ordem na interação-NN, definindo a aproximação auto-consistente Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) para Σ e Δ .

Esta abordagem representa um avanço sobre as tradicionais formulações não-relativísticas, no sentido de que ela permite uma descrição simultânea de muitas propriedades da matéria nuclear como o ponto de saturação, a massa efetiva do nucleon, o "gap" de energia no espectro de partícula única, etc., de uma maneira consistente, considerando apenas os graus de liberdade hadrônicos, ou seja, os nucleons interagindo na matéria nuclear através da troca de mésons. Os campos médios resultantes, Σ e Δ , tem grandes componentes no espaço de Lorentz, que adequadamente se cancelam nas expressões tanto da energia de ligação por nucleon como no "parâmetro de gap", de forma que os valores resultantes dessas quantidades concordam com os resultados experimentais. Embora o parâmetro de gap possa ser adequadamente estimado com modelos não-relativísticos, em termos de interações de dois nucleons, o ponto de saturação da matéria nuclear não pode.

O aspecto atraente do presente modelo é sua formulação fundamental bastante simples em termos de graus de liberdade hadrônicos e da aproximação HFB usual à teoria de muitos corpos, o que aponta para avanços futuros como poderiam ser obtidos com a aproximação Brueckner-HF auto-consistente.

Abstract

In this work we propose an extension of the relativistic Quantum Hydrodynamic theory (QHD) to the study of nucleonic pairing in nuclear matter. The work follows the usual formulation of QHD by describing the NN-interaction in terms of mean fields either for the usual self-energy, Σ , or the pairing energy, Δ . The equations of the fields are obtained in terms of the exact nucleon propagators which are expanded up to the first order in the NN-interaction, defining the self-consistent Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) approximation for Σ and Δ .

This approach represents an improvement over the old non-relativistic formulations in the

Agradecimentos

Ao Brett, pela paciência e amizade com que me orientou ao longo desses 6 anos de trabalho.

Ao Tobias, pela amizade e pelas inúmeras horas de discussão em que ele trabalhou como co-orientador "de fato" do presente trabalho e me mostrou um modo poderosamente intuitivo de fazer Física.

A Ricardo Rego, Francisco Machado, Mihail, Cristina Campos, César Linhares, Rubens Marinho, Jurgen Geicke, Edwany, Rogério, Carlos Bonfim, Antônio Paes e tantos outros amigos do I.E.Av. em quem sempre encontrei o estímulo tão importante para a realização desse longo trabalho.

Ao Manuel Robilotta, que tão bem representa o Corpo Docente do I.F.U.S.P. onde sempre encontrei o apoio e a amizade que me fizeram prosseguir na minha formação como físico profissional, apesar dos muitos obstáculos que existem nesse caminho.

Às diversas direções do I.E.Av/C.T.A, pelo apoio que me deram no sentido de prosseguir a longa tarefa de realizar o doutoramento.

À minha família e, em particular, aos meus filhos Rafael Estevam, Daniel Augusto e Paloma Cristina, pelo amor e compreensão que sempre me dedicaram e pela paciência com que suportaram esse período de trabalho tão intenso, que freqüentemente nos privou de uma convivência mais satisfatória.

sense that it allows for a simultaneous description of many nuclear matter properties as the saturation point, the effective mass of the nucleon, the energy gap in the sp -spectrum, etc., in a consistent fashion, by considering only the hadronic degrees of freedom, that is, the nucleons interacting in nuclear matter through the exchange of mesons. The resulting mean field energies, Σ and Δ , have large components in the Lorentz space, which adequately cancel each other in the expressions of either the energy per nucleon or the "gap parameter", so that the resulting values of these quantities agree with the experimental data. Although the gap parameter can be adequately estimated with non-relativistic models, in terms of two nucleon interactions, the saturation point of nuclear matter cannot be.

The appealing feature of the present model is its rather simple fundamental formulation in terms of hadronic degrees of freedom and the usual HFB approximation to the many-body field theory, which points toward future improvements as would be obtained with a self-consistent Brueckner-HF approximation.

Índice

Introdução	1
1 Formulação não Relativística	5
2 As Lagrangeanas do Modelo	16
3 As Equações de Campo Médio para Σ e Δ	21
4 A Aproximação HFB-Relativística	36
4.1 Análise das expressões para Σ e Δ na aproximação HFBD	41
4.2 Renormalização do Modelo(I) - Considerações Gerais	44
4.3 Renormalização do Modelo(II) - Método do Truncamento	47
4.3.1 Análise da energia para baixas densidades bariônicas	47
4.3.2 Resultados numéricos	50
4.4 Renormalização do Modelo(III) - Outras Abordagens	57
5 A Transformação de Bogoliubov-Valatin	66
5.1 Redefinição do propagador bariônico generalizado	68
6 Redefinição das equações auto-consistentes em termos dos Coeficientes de Bogoliubov	70
6.1 A eliminação das contribuições das antipartículas	75
6.2 Resultados da Aproximação "no sea"	78

Conclusão	84
Apêndice(I)	93
Apêndice(II)	95
Apêndice(III)	97
Apêndice(IV)	89
Apêndice(V)	102
Apêndice(VI)	104
Figuras	107
Referências	146

Introdução

Neste trabalho nós propomos uma extensão da aproximação de campo médio à teoria Quântica Hadrodinâmica (QHD) desenvolvida por Walecka, Serot, Horowitz e colaboradores,^[1-5] para incluir as correlações de emparelhamento na matéria nuclear levando em conta os efeitos relativísticos. A idéia geral do modelo bem como as suas consequências no limite de alcance zero, foram-nos apresentadas em trabalhos manuscritos e em um "preprint" pelo Dr. Brett V. Carlson e pelo Dr. Tobias Frederico há alguns anos atrás.^[6,7]

Nossa proposta segue formalmente a formulação da QHD no sentido de que a descrição das interações é feita através de campos médios para as auto-energias, Σ , e para as energias de emparelhamento, Δ , determinados a partir de um sistema de equações auto-consistentes. Neste caso, o campo Σ representa, essencialmente, o valor esperado no vácuo dos diversos campos mesônicos trocados na interação nucleon-nucleon e descreve as correlações de longo alcance entre os nucleons, enquanto que Δ descreve as correlações de curto alcance associada à troca desses mésons.^[1,8,9]

Inicialmente as equações para Σ e Δ são deduzidas a partir da comparação entre as equações para os propagadores bariônicos obtidas, por um lado, usando-se a lagrangeana de interação que descreve bárions interagindo pela troca de mésons, σ , por outro lado, a lagrangeana efetiva, que é definida em termos de Σ e Δ . Estas equações são, então, tornadas auto-consistentes. Supõe-se também que a expansão perturbativa do propagador bariônico não inclui os diagramas de Feynman que definem a renormalização dos vértices do acoplamento méson-nucleon^[10,11] e, portanto, que não há contribuições correspondentes a linhas mesônicas cruzadas. Com isso resultam três termos na equação auto-consistente para o propagador bariônico, que são usualmente designados por "termo direto", "termo de troca" e "termo de Gorkov",^[12,13] definindo a aproximação Hartree-Fock-Bogoliubov para esse propagador, em primeira ordem nas interações nucleon-nucleon.

Considera-se ainda que os mésons possuem massas independentes da dinâmica do modelo, ou seja, não se consideram as correções perturbativas associadas à renormalização das massas dos mésons. Os valores das constantes de acoplamento e das massas de repouso dos mésons são ajustados de maneira a reproduzir o ponto de saturação da matéria nuclear, o qual, por sua vez, é inferido a partir dos valores para a energia de ligação do nucleon (fórmula semi-empírica de massa) e para o raio médio do núcleo, ambos em função do número atômico, que fornecem: energia de ligação por nucleon $\sim -15.75 \text{ MeV}$, para o momento de Fermi $k_F \sim 1.36 \text{ fm}^{-1}$.^[6,14,12] Com isso, fica definida uma *teoria efetiva* para as interações nucleon-nucleon as quais passam também a ser descritas pelos campos Σ e Δ .^[9]

A lagrangeana do presente modelo é definida explicitamente em termos do operador de campo bariônico, ψ , e de um operador conjugado, associado aos estados obtidos por reversão temporal, $\psi^{(A)}$, de forma que o propagador bariônico geral, S , será expresso em termos do propagador bariônico usual, do tipo $G = \langle \psi \bar{\psi} \rangle$, do propagador conjugado, do tipo $\tilde{G} = \langle \psi^{(A)} \bar{\psi}^{(A)} \rangle$, e também dos propagadores anômalos, do tipo $F = \langle \psi^{(A)} \bar{\psi} \rangle$ e $\tilde{F} = \langle \psi \bar{\psi}^{(A)} \rangle$.

As equações explícitas para Σ e Δ podem ser obtidas a partir das equações para G e F , que permitem definir os campos Σ e Δ em termos de estruturas matriciais simples envolvendo as matrizes de Dirac. Uma outra possibilidade, porém, é o uso dos *coeficientes de Bogoliubov* relativísticos, que permitem uma melhor análise dos diversos termos de S como sendo contribuições específicas de partículas ou de antipartículas. A definição desses coeficientes é feita por analogia com o caso não-relativístico, a partir das expressões dos propagadores bariônicos, onde eles são interpretados como amplitudes de probabilidade de ocupação dos estados de uma partícula no estado fundamental interagente.^[14,15]

Os resultados desses dois diferentes, porém equivalentes, métodos algébricos podem então ser comparados com os resultados de cálculos anteriores encontrados na literatura, tanto em termos das expressões explícitas das equações para Σ e Δ , como dos resultados numéricos para Σ , Δ e para a energia de ligação por nucleon em função da densidade bariônica na matéria nuclear.^[3,5,13,16,17-19]

Em particular, neste último caso, é possível encontrar-se valores adequados para os parâmetros livres do modelo, que são as massas dos mésons e as constantes de acoplamento, que permitem reproduzir o ponto de saturação da matéria nuclear, definido acima. Além disso, encontramos uma combinação das componentes da energia de emparelhamento, Δ , que designamos por "parâmetro de gap", Δ_G , cujos valores em função da densidade bariônica são comparáveis com os valores obtidos em cálculos não relativísticos.^[18,19,88]

Para obtermos esses resultados fizemos inicialmente uma aproximação adicional ao modelo, definida através do "truncamento" dos termos divergentes e que é usual nas diversas aproximações auto-consistentes à QHD, com base nos bons resultados que esse procedimento produz aos níveis Hartree e Hartree-Fock.^[5] Desta forma, consideramos apenas uma das duas relações de dispersão relevantes para o problema, fornecidas pelo modelo, e demonstramos que essa contribuição corresponde, com boa aproximação, a desconsiderarmos completamente todos os termos referentes às contribuições das antipartículas.

Neste ponto cabe ressaltar que a definição do espectro de partícula única e, em particular, dos estados de energia negativa (mar de Dirac) depende do modelo que estamos adotando e do

nível de aproximação utilizado. Desta forma, no parágrafo anterior estivemos designando por "antipartículas" os estados correspondentes a buracos no mar de Dirac *dentro da aproximação Hartree-Fock*, os quais podemos designar por "antipartículas-HF". Portanto, os termos desprezados na aproximação por "truncamento" são os correspondentes às antipartículas da aproximação HFB, as "antipartículas-HFB", de modo que os termos remanescentes, correspondentes às contribuições devidas aos buracos no mar de Fermi, na aproximação HFB, ainda contém algumas contribuições devidas às antipartículas-HF.

A desconsideração dos termos das antipartículas-HF pode ser feita, de maneira precisa, através da redefinição das expressões auto-consistentes de tal forma que os coeficientes de Bogoliubov associados aos estados do nucleon com energia negativa, na aproximação Hartree-Fock, sejam tomados iguais a zero. Isto define um tipo de aproximação designado na literatura como "no sea approximation"^[9,13] que não é coincidente com o "truncamento", acima referido, visto que este último contém ainda uma contribuição residual devida aos anti-nucleons-HF. No que segue, vamos adotar a convenção de designar por "antipartículas" apenas as referentes aos buracos no mar de Dirac associados à aproximação HF.

Nas avaliações numéricas dentro das duas aproximações adicionais indicadas acima, "no sea" e "truncamento", foi necessário introduzir um corte nas integrais ("cut-off") das expressões das diversas funções de campo médio do nucleon (auto-energia, emparelhamento, densidade de energia, etc.) para poder descrever corretamente o comportamento dos campos. Em função desse corte surgiram importantes diferenças entre os resultados dos dois procedimentos com relação ao campo Δ .

De fato, os resultados da aproximação "no sea" revelam campos de emparelhamento crescentes para valores crescentes do cut-off o que é *exatamente o oposto* do resultado obtido com a aproximação por "truncamento", onde o campo Δ decresce rapidamente para cut-offs crescentes. Além disso, os valores obtidos para o parâmetro de gap com a aproximação "no sea" foram sempre maiores do que os resultados de cálculos não-relativísticos dentro do modelo BCS,^[17-19,40,86] para todos os valores do cut-off tais que os efeitos relativísticos fossem relevantes. Ao contrário, na aproximação por truncamento sempre foi possível obter um valor do cut-off, para todos os tipos de interação nucleon-nucleon considerados, tal que os resultados ficassem de acordo com os cálculos não-relativísticos. Sob esse aspecto, os resultados com a aproximação "no sea" revelaram-se piores do que os obtidos com o "truncamento" para a descrição das correlações de emparelhamento na matéria nuclear dentro da aproximação HFB, o que mostra uma distinção significativa entre as

duas aproximações, embora ao nível Hartree-Fock (sem emparelhamento) elas sejam idênticas.

O material que segue está dividido em seis capítulos e uma Conclusão. No primeiro capítulo fazemos uma revisão breve dos resultados tradicionais, em termos das formulações não-relativísticas, e indicamos a necessidade de uma extensão da QHD que inclua o emparelhamento dentro de uma formulação relativística. Nos dois capítulos seguintes fazemos a apresentação do formalismo geral de campo-médio e a dedução das equações auto-consistentes para Σ e Δ . No Capítulo 4 é feita a apresentação explícita dessas equações bem como da expressão para a densidade de energia da matéria nuclear, obtida a partir de estruturas algébricas gerais para Σ e Δ , de acordo com as simetrias características da matéria nuclear. Fazemos, então, uma rápida análise qualitativa desses resultados de acordo com diversos procedimentos de renormalização encontrados na literatura para o estudo auto-consistente da QHD dentro das aproximações Hartree, HF e HFB e os resultados numéricos obtidos com a aproximação por "truncamento" são apresentados.

Nos Capítulo 5 fazemos a redefinição do modelo usando os coeficientes de Bogoliubov e no Capítulo 6 apresentamos os resultados correspondentes à aproximação "no sea" para a descrição das correlações de emparelhamento na matéria nuclear. Esses resultados são comparados com os obtidos com a aproximação por truncamento, quando, então, é possível concluir pela superioridade deste último método com relação à aproximação "no sea". Afinal, apresentamos a Conclusão com a análise dos diversos resultados obtidos.

1 Formulação não Relativística

Neste trabalho é proposta a definição de um modelo relativístico, usando operadores de campo quânticos, para estudar a *matéria nuclear*, considerada como um sistema infinito, simétrico por translação e rotação, composto por nucleons (protons e neutrons) que interagem através de bosons associados às interações fortes. Não consideraremos, portanto, as interações eletromagnéticas nem as interações fracas.

A descrição tradicional desse sistema, em termos de um formalismo quântico não-relativístico, baseia-se na existência de alguns traços gerais, determinados experimentalmente, para a descrição do nucleon dentro do núcleo. Um deles é a impossibilidade de se obter uma aproximação entre dois nucleons além de uma certa distância mínima, ou seja, o fato de que a interação nucleon-nucleon pode ser descrita em termos de um potencial que se torna quase infinitamente repulsivo ("hard core") para distâncias abaixo de um certo mínimo: $r_{\min} \sim 0.4 \text{ fm.}^{[20]}$ Por outro lado, devido ao princípio de exclusão de Pauli e ao princípio da incerteza, resulta ainda que os nucleons em um núcleo podem ser descritos quase como *partículas independentes* (não interagentes entre si), ou seja, o livre caminho médio do nucleon dentro do núcleo toma valores comparáveis ao próprio raio do núcleo.

Desta forma, um modelo adequado para a descrição do núcleo seria aquele que considerasse os nucleons como *partículas efetivas* independentes, movendo-se exclusivamente sob a ação de um potencial médio gerado pelas interações entre o correspondente nucleon real com todos os demais nucleons. Esse modelo pode ser definido em termos de potenciais centrais adequados, como, por exemplo, o potencial de Woods-Saxon, com um termo adicional para levar em conta as interações spin-órbita, sendo o nucleon descrito pela função de onda obtida a partir da correspondente equação de Schroedinger, ou, a nível microscópico, em termos de aproximações auto-consistentes do tipo Hartree ou Hartree-Fock para o potencial médio de interação, também denominado "campo médio de interação", e para a função de onda dos nucleons no núcleo. Considera-se, então, um sistema de A nucleons que define um *estado fundamental*, de mais baixa energia, composto por A níveis energéticos de partícula única de tal forma que nos níveis mais baixos encontram-se as partículas com momentos crescentes até um certo máximo. Portanto, teremos um estado fundamental descrito em termos de níveis de partícula única com valores crescentes do momento do nucleon, p , até o valor máximo, p_F , denominado nível de Fermi do sistema. O modelo do núcleo, obtido desta forma, é denominado "modelo de partículas independentes". Para obter o sistema infinito da matéria nuclear, faz-se o valor de A bem como o volume do sistema tenderem ao

infinito, de modo que a densidade bariônica permaneça finita, o que implica na redefinição do estado fundamental, não mais como um conjunto discreto de níveis de partícula única mas como um contínuo, denominado "mar de Fermi".

Podemos descrever um nucleon na matéria nuclear, na representação de Schroedinger, em termos de um operador de campo quântico definido por

$$\psi(\vec{x}) = \sum_k w_k(\vec{x}) c_k \quad (1.1)$$

onde $w_k(\vec{x})$ são as funções de onda de uma partícula, que definem um conjunto completo de auto-funções do operador hamiltoniano e satisfazem à equação de Schroedinger independente do tempo. Os elementos c_k são operadores de destruição definidos no espaço de Fock do sistema de nucleons, ou seja, no espaço dos *números de ocupação* dos estados de partícula única do sistema. Desta forma, c_k determina a aniquilação de um nucleon no estado $|k\rangle$, descrito por $w_k(\vec{x})$, e o seu conjugado hermitiano, $c_k^\dagger$, determina a criação de um nucleon no mesmo estado e ambos obedecem às regras de anti-comutação características dos operadores fermiônicos

$$\{c_k, c_{k'}^\dagger\} = \delta_{kk'}$$

e

$$\{c_k, c_{k'}\} = \{c_k^\dagger, c_{k'}^\dagger\} = 0 \quad (1.2)$$

de acordo com os resultados usuais dos procedimentos de segunda quantização, via quantização canônica.

A definição explícita do operador hamiltoniano do sistema no espaço de Fock, H , em termos dos operadores de campo do nucleon e dos operadores para energia cinética, $T(\vec{x})$, e para a energia potencial da interação nucleon-nucleon, $V(\vec{x}, \vec{x}')$, é dada por

$$H = \int d^3x \psi^\dagger(\vec{x}) T(\vec{x}) \psi(\vec{x}) + \frac{1}{2} \int d^3x d^3x' \psi^\dagger(\vec{x}) \psi^\dagger(\vec{x}') V(\vec{x}, \vec{x}') \psi(\vec{x}') \psi(\vec{x}) \quad (1.3)$$

ou, em termos dos operadores de Fock do nucleon, como

$$H = \sum_{k,k'} \langle k|T|k' \rangle c_k^\dagger c_{k'} + \frac{1}{2} \sum_{k,k',p,p'} \langle k k'|V|p p' \rangle c_k^\dagger c_{k'}^\dagger c_{p'} c_p \quad (1.4)$$

Podemos, de maneira equivalente,^[14,21] descrever a matéria nuclear em termos do propagador bariônico, $G_{\alpha\beta}(x, y)$, que é também a função de Green para a equação de movimento do campo

bariônico. Para isso, é conveniente usar-se a representação de Heisenberg, onde o campo bariônico passa a ser dado por

$$\psi(\vec{x}, t) = \psi(x) = \sum_k w_k(\vec{x}) c_k(t) \quad (1.5)$$

com

$$c_k(t) = e^{iHt} c_k e^{-iHt} \quad (1.6)$$

Temos, então, a seguinte definição para o propagador

$$iG_{\alpha\beta}(x, y) = \langle GR | T\{\psi_\alpha(x) \psi_\beta^\dagger(y)\} | GR \rangle \quad (1.7)$$

onde $|GR\rangle$ é o estado fundamental interagente da matéria nuclear, normalizado, e T é o operador de ordenação temporal definido por

$$T\{A(x)A(y)\} = \begin{cases} A(x)A(y) & \text{se } x^0 > y^0 \\ \pm A(y)A(x) & \text{se } y^0 > x^0 \end{cases}, \quad (1.8)$$

sendo o sinal (+) válido no caso de A ser um campo bosônico, enquanto o sinal (−) vale no caso de A ser um campo fermiônico.

Dentro da hipótese de uniformidade da matéria nuclear podemos supor que as funções $w_k(\vec{x})$ sejam ondas planas e reescrever o operador de campo do nucleon em (1.5) como

$$\psi(x) = \sum_{k,s} \chi_s e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} e^{iHt} c_k e^{-iHt} \quad (1.9)$$

onde χ_s é o spinor de Pauli e, com isso, obtém-se a seguinte expansão para o propagador $G_{\alpha\beta}$, em termos de uma base completa de auto-estados do operador H , no espaço dos momentos.

$$G_{\alpha\beta} = \sum_j \left[\frac{\langle GR | \psi_\alpha(0) | j \rangle \langle j | \psi_\beta^\dagger(0) | GR \rangle}{\omega - (E_j(A+1) - E(A)) + i\eta} + \frac{\langle GR | \psi_\beta^\dagger(0) | j \rangle \langle j | \psi_\alpha(0) | GR \rangle}{\omega + (E_j(A-1) - E(A)) - i\eta} \right], \quad (1.10)$$

definindo a *decomposição espectral* de $G_{\alpha\beta}$, onde E_j é a energia do estado intermediário $|j\rangle$, com um nucleon a mais ou a menos do que o estado fundamental, e A é o número de nucleons do estado fundamental.

Para o primeiro termo do somatório em (1.10) notamos que

$$E_j(A+1) - E(A) = \mu + \epsilon_j \quad (1.11)$$

onde

$$\mu = E(A+1) - E(A) \quad (1.12)$$

é o potencial químico, ou seja, a variação da energia no estado fundamental quando um nucleon é adicionado ao sistema e

$$\epsilon_j = E_j(A+1) - E(A+1) \quad (1.13)$$

é a energia de excitação do estado de $A+1$ nucleons. Analogamente, com relação ao segundo termo em (1.10) temos

$$E_j(A-1) - E(A) = -\mu + \epsilon_j \quad (1.14)$$

com

$$\mu = E(A) - E(A-1) \quad (1.15)$$

e

$$-\epsilon_j = E(A-1) - E_j(A-1) \quad (1.16)$$

que coincidem com as definições em (1.12) e (1.13) no limite de um sistema infinito de nucleons ($A \rightarrow \infty$), exceto pelo sinal da energia de excitação: ϵ_j . Podemos, então, reescrever (1.10) em termos das energias dos estados excitados da matéria nuclear, como

$$G_{\alpha\beta}(\omega, \vec{k}) = \sum_j \left[\frac{\langle GR | \psi_\alpha(0) | j \rangle \langle j | \psi_\beta^\dagger(0) | GR \rangle}{(\omega - \mu) - \epsilon_j + i\eta} + \frac{\langle GR | \psi_\beta^\dagger(0) | j \rangle \langle j | \psi_\alpha(0) | GR \rangle}{(\omega - \mu) + \epsilon_j - i\eta} \right] \quad (1.17)$$

que é a representação de Lehmann para o propagador $G_{\alpha\beta}$.

Dentro da aproximação Hartree-Fock ao estudo da matéria nuclear, são considerados apenas os estados fracamente excitados do sistema de muitos nucleons, ou seja, os estados em que a energia de excitação, ϵ_j , seja pequena em comparação com a energia de Fermi. Desta forma, os estados excitados propagam-se como partículas de um gás onde apenas as interações de dois corpos são importantes, embora os nucleons, propriamente ditos, sejam fortemente interagentes e definam entre si, em geral, correlações de dois ou mais corpos. Pode-se considerar, então, o sistema definido

pelo estado excitado de uma partícula acima do mar de Fermi ou por um buraco dentro do mar de Fermi como equivalente a uma "partícula efetiva", movendo-se sob a ação de um potencial externo médio gerado pela sua interação com todas as demais partículas do sistema. Portanto, com boa aproximação, todo o sistema de muitos nucleons poderá ser descrito simplesmente pelo movimento dessa partícula efetiva, a menos que outras partículas efetivas análogas existam no sistema, quando, então, será necessário especificar ainda se as diversas excitações do sistema propagam-se independentemente ou se interagem entre si. No caso em que essas partículas não interagem esse quadro define o modelo de partículas independentes para as excitações fracas do sistema de muitos nucleons.

Na aproximação Hartree-Fock considera-se que essas partículas efetivas propagam-se independentemente na matéria nuclear com amplitude igual a um para excitações de um nucleon acima do mar de Fermi ou de um buraco dentro do mar de Fermi. Desta forma, considera-se que a propagação independente desses estados excitados é alterada apenas pelo princípio de exclusão de Pauli, que impede a propagação de nucleons dentro do mar de Fermi. Esses estados podem, então, ser determinados pelo espectro de partícula única que é dado em termos do campo médio de auto-energia definindo um modelo auto-consistente aproximado para a propagação das excitações fracas do sistema. Portanto, a partir de (1.17), resulta o seguinte propagador bariônico na aproximação Hartree-Fock

$$G_{\alpha\beta}(\omega, \vec{k}) = \left[\frac{\delta_{\alpha\beta}\theta(k - k_F)}{(\omega - \mu) - \epsilon_j + i\eta} + \frac{\delta_{\alpha\beta}\theta(k_F - k)}{(\omega - \mu) + \epsilon_j - i\eta} \right] \quad (1.18)$$

Notamos que os possíveis estados intermediários do sistema reduzem-se a dois apenas, com um nucleon a mais ou a menos do que no estado fundamental, porque estamos supondo, por um lado, que a energia dos estados de partícula única na matéria nuclear são degenerados com relação ao spin e ao isospin. Por outro lado, estamos supondo, também, que as excitações fracas do sistema propagam-se independentemente e, portanto, não se consideram graus de liberdade adicionais para a descrição das correlações entre esses estados excitados.

Com isso, define-se o estado excitado correspondente a um nucleon acima do mar de Fermi ou um buraco dentro do mar de Fermi como uma *quase-partícula* no estado fundamental e a energia de excitação desse estado, ϵ_j , é identificada com a energia dessa quase-partícula. Portanto, o estudo dos nucleons fortemente interagentes na matéria nuclear torna-se o estudo dos quase-nucleons

independentes da aproximação Hartree-Fock ao problema de muitos corpos. Diz-se então que os quase-núcleons da matéria nuclear são também os núcleons "vestidos" pelas interações com os demais núcleons.

A aproximação Hartree-Fock não relativística aplicada aos núcleos finitos produz uma grande série de bons resultados^[21] mas tem limitações intrínsecas devido às aproximações envolvidas. Por exemplo, ela não é capaz de explicar algumas reações de "knock out" de núcleons^[37] envolvendo estados com energias muito acima do mar de Fermi e também não dá conta do comportamento superfluido dos núcleos do tipo par-par. No primeiro caso é necessário redefinir o modelo de modo a permitir estados de partícula única parcialmente preenchidos, enquanto que o comportamento superfluido surge como uma transição de fase quando se considera, também, as correlações partícula-partícula no meio nuclear, ao invés de se considerar apenas as correlações partícula-buraco, como na aproximação HF.

Essas deficiências da aproximação HF podem ser suprimidas através da consideração, de maneira auto-consistente, de ordens mais altas nas interações nucleon-nucleon tal como pode ser feito, através do método de Bethe-Brueckner-Goldstone.^[12,22-34] Esse método acopla uma equação de Bethe-Salpeter modificada, para a matriz de interação efetiva de dois núcleons no meio nuclear, com a equação de Dyson para o propagador do nucleon em termos da auto-energia, e redefine a auto-energia do nucleon em termos de duas contribuições que representam uma extensão da aproximação HF e que são dadas, por sua vez, em termos da matriz de interação efetiva. fechando, desta forma, a auto-consistência do método.

Com isso, é possível explicar as reações de "knock out" acima referidas e há indicações de que mesmo as correlações de emparelhamento possam ser também descritas dentro desse modelo mais geral, como mostram os trabalhos de Dickhoff e colaboradores.^[37-40] Porém, todos os cálculos não-relativísticos, baseados em interações de dois corpos, falham sistematicamente na explicação do ponto de saturação da matéria nuclear^[41,42] e é necessário introduzir potenciais fenomenológicos de três corpos para obter um resultado compatível com os dados experimentais.^[34,43,44]

Tendo em vista que as formulações relativísticas conseguem reproduzir o ponto de saturação da matéria nuclear, mesmo usando modelos simples para a interação nucleon-nucleon, torna-se interessante redefinir o modelo de modo a levar em conta as prescrições da Relatividade Restrita o que também fornece, naturalmente, a interação spin-órbita de maneira muito mais satisfatória que o modelo não relativístico. Isto tem sido feito através de dois métodos distintos^[45] que, no entanto, partem de uma formulação lagrangeana comum, em que os núcleons acoplam-se com

diversos mésons virtuais no meio nuclear e a partir daí resultam as interações nucleon-nucleon. A diferença entre os dois métodos surge na definição do potencial de interação do nucleon, o que pode ser feito através do ajuste das massas dos mésons e das constantes de acoplamento méson-nucleon para fitar, por um lado, os dados de espalhamento nucleon-nucleon de baixas energias bem como as propriedades do deuteron,^[12,45-57] ou, por outro lado, para fitar diretamente o ponto de saturação da matéria nuclear.^[1-8,13,58-70] Neste último caso, o potencial nucleon-nucleon não precisa ser explicitamente avaliado, sendo a descrição da interação dos nucleons centrada no cálculo da auto-energia. No primeiro caso, os diversos resultados para a descrição da interação nucleon-nucleon definiram vários potenciais, denominados "potenciais realísticos", que reproduzem adequadamente os dados experimentais, dentre os quais se destacam os potenciais de Bonn,^[54,56] e, no segundo caso, definiu-se uma abordagem à interação nucleon-nucleon denominada teoria Quântica Hadrodinâmica (QHD)^[5] ou, mais precisamente, a aproximação de campo-médio auto-consistente à QHD.

Por outro lado, a descrição do comportamento superfluido dos núcleos do tipo par-par pode ser feita de maneira adequada, mesmo sem levar em conta as prescrições relativísticas. Para isso, o modo mais simples de descrever as correlações de emparelhamento dos nucleons, consiste em considerar as quase-partículas da aproximação HF como correlacionadas de acordo com o modelo de pares ligados proposto por Cooper^[71] e que serviu como base à teoria BCS da supercondutividade^[72-76] e que também se aplica à superfluidade.

Uma abordagem simples para o modelo BCS, originalmente proposta por Gorkov,^[77] é a que faz uso de propagadores anômalos, do tipo

$$iF(x,y) = \langle GR | T \{ \psi^\dagger(x) \psi^\dagger(y) \} | GR \rangle \quad \text{ou} \quad i\tilde{F}(x,y) = \langle GR | T \{ \psi(x) \psi(y) \} | GR \rangle \quad (1.19)$$

para descrever o campo de emparelhamento, ou seja, funções ligando dois pontos no estado fundamental tais que o número de nucleons num ponto seja igual a dois nucleons a mais, ou a menos, do que no outro ponto. As funções F e $\tilde{F}$ descrevem, portanto, a propagação de pares correlacionados de quase-partículas em *estados complementares*, com momentos e spins opostos, e podem ser interpretadas, por comparação com os termos de Fock do propagador bariônico usual, como descrevendo a troca das quase-partículas do par entre os dois estados complementares. Portanto, no modelo BCS, assume-se que o número de nucleons no estado fundamental não é fixo, mas que o valor esperado no estado fundamental do operador de número de nucleons

$$N = \int d^3x \psi^\dagger(x) \psi(x) \quad (1.20)$$

é fixado através de uma condição suplementar. Essa condição está vinculada às demais equações de movimento do modelo através de um multiplicador de Lagrange, μ , que é o próprio potencial químico, definido anteriormente.

Essa condição pode ser implementada de maneira simples, através da redefinição de todo o formalismo em termos do potencial termodinâmico a temperatura zero^[14]

$$K = H - \mu N \quad (1.21)$$

de modo que o operador de campo do nucleon passa a ser dado por

$$\psi(x) = e^{iKt} \psi(\vec{x}) e^{-iKt} \quad (1.22)$$

O operador $\psi(\vec{x})$ dado em (1.1), tem, então, a seguinte equação de movimento, em termos do comutador com o operador hamiltoniano,

$$(i\partial_t + \mu)\psi(\vec{x}, t) = [\psi(\vec{x}, t), H] \quad (1.23)$$

o que implica que todas as expressões do formalismo exposto anteriormente permanecerão essencialmente inalterados, exceto pelo fato de que a energia do nucleon passa a ser dada em relação ao potencial químico.

A representação diagramática do propagador bariônico no modelo BCS em termos dos propagadores da aproximação HF no espaço dos momentos está dada na Figura 1 e corresponde à seguinte expressão analítica

$$G_{BCS}(k) = G_{HF}(k) - G_{HF}(k)\Delta^*(k)G_{HF}(-k)\Delta(k)G_{BCS}(k) \quad (1.24)$$

onde $G_{HF}(-k)$ descreve a propagação de quase-nucleons em estados revertidos temporalmente $|-k\rangle$ com relação aos estados descritos por $G_{HF}(k)$. Podemos reescrever (1.24) como

$$G_{BCS}(k) = \frac{G_{HF}^{-1}(-k)}{G_{HF}^{-1}(k)G_{HF}^{-1}(-k) + |\Delta(k)|^2} \quad (1.25)$$

sendo

$$G_{HF}^{-1}(k) = \omega - \epsilon_k \quad e \quad G_{HF}^{-1}(-k) = -\omega - \epsilon_k \quad (1.26)$$

onde ω é medido com relação ao potencial químico e nota-se que o estado $|-k\rangle$ tem energia igual e de sinal contrário à do estado $|k\rangle$. Portanto, temos a seguinte equação para o propagador

$$\left(\omega - \epsilon_k - \frac{|\Delta(k)|^2}{\omega + \epsilon_k - i\eta} \right) G_{BCS}(k) = 1 \quad (1.27)$$

onde η é um infinitésimo positivo, que pode ser reescrita como

$$(\omega - \epsilon_k)G_{BCS}(k) - \Delta^*(k)F(k) = 1 \quad (1.28)$$

com

$$(\omega + \epsilon_k)F(k) = \Delta(k)G_{BCS}(k) \quad (1.29)$$

A equação para $F(k)$ também encontra-se representada na Figura 1. Para obter a equação para $\Delta(k)$ podemos usar a definição em termos de $F(k)$ (ver Figura 1)

$$\Delta(k) = i \int \frac{d^3q d\omega}{(2\pi)^4} V(k, q) F(q) \quad (1.30)$$

onde $V(k, q)$ é o potencial de interação entre as quase-partículas correlacionadas e $F(q)$ é interpretado como sendo a função de correlação dessas quase-partículas, também chamada de “função de emparelhamento”.^[19,75] Num modelo de interação NN via troca de mésons, até a primeira ordem nas interações, o potencial $V(k, q)$ é substituído pelo propagador livre do méson e pelos vértices do acoplamento méson-núcleon. Reunindo as informações das três últimas equações e integrando no semi-plano superior da variável complexa ω para excluir as contribuições dos estados acima do mar de Fermi, obtemos, então a seguinte “equação de gap”

$$\Delta(k) = \frac{-1}{2} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} V(k, q) \frac{\Delta(q)}{\sqrt{\epsilon_q^2 + |\Delta(q)|^2}} \quad (1.31)$$

que define a estimativa do modelo BCS para o “gap” no espectro de partícula única, próximo à superfície de Fermi.

Uma formulação equivalente à desenvolvida acima e que está subentendida no trabalho de Gorkov, foi feita por Bogoliubov^[78-80] através da definição de uma transformação canônica no espaço de Fock, a qual reformula o modelo BCS em termos dos estados criados ou destruídos pelos novos operadores no estado fundamental. Desta forma, as quase-partículas do modelo passam a ser descritas por esses novos operadores e o estado fundamental passa a ser considerado como o “vácuo” dessas quase-partículas. De maneira geral, os coeficientes dessa transformação são dados por

$$\langle GR|c_k|j\rangle = v_k \delta_{kj} \quad \text{e} \quad \langle GR|c_k^\dagger|j\rangle = u_k \delta_{kj} \quad (1.32)$$

com a condição de normalização

$$|v_k|^2 + |u_k|^2 = 1 \quad (1.33)$$

e, portanto, na aproximação Hartree-Fock-Bogoliubov, o propagador bariônico pode ser reescrito como

$$G(\omega, \vec{k}) = \sum_{ss'} \left[\frac{u_k \chi_s u_k^* \chi_{s'}^\dagger}{(\omega - \mu) - \epsilon_k + i\eta} + \frac{v_k \chi_s v_k^* \chi_{s'}^\dagger}{(\omega - \mu) + \epsilon_k - i\eta} \right] \quad (1.34)$$

onde s é o spin do quase-nucleon. Em particular, comparando esse resultado com (1.18) resulta que a aproximação HF também pode ser descrita dessa forma usando

$$|u_k|^2 = \theta(k - k_F) \quad e \quad |v_k|^2 = \theta(k_F - k) \quad (1.35)$$

que também satisfazem a condição (1.33).

Os resultados do modelo BCS não relativístico na avaliação da energia de emparelhamento tem sido obtidos de acordo com hipóteses diversas para o potencial fenomenológico de interação mas revelam em geral uma dependência de Δ com a densidade bariônica que aponta um máximo absoluto bem definido, de cerca de 2.5 a 3 MeV, para a densidade correspondente ao momento de Fermi de $k_F \sim 0.8 \text{ fm}^{-1}$.^[17-19] Obtém-se também um valor nulo ou muito próximo de zero para a energia de emparelhamento no ponto de saturação, correspondente ao momento de Fermi de $k_F \sim 1.35 \text{ fm}^{-1}$. Esses resultados permitem estimar adequadamente os valores médios para as energias de condensação para vários núcleos esféricos com o auxílio da aproximação semi-clássica de densidade local.^[18,19,28]

Vemos, portanto, que as formulações não relativísticas tem apresentado bons resultados para a descrição das correlações de emparelhamento, seja dentro da aproximação Hartree-Fock-Bogoliubov ou de modelos mais sofisticados, como indicam, por exemplo, os resultados obtidos por Dickhoff e colaboradores, usando diretamente a expansão "ladder" do modelo de Brueckner-Goldstone.^[38]

Porém, vimos neste capítulo que as formulações não relativísticas, utilizando apenas correlações de dois corpos, tem grande dificuldade para explicar certos resultados, tais como a intensidade da interação spin-órbita e, principalmente, o ponto de saturação da matéria nuclear, os quais podem ser incluídos de maneira natural através de uma formulação relativística. Desta

forma, torna-se necessário desenvolver um modelo relativístico que inclua também os bons resultados do modelo BCS. Esta é precisamente a proposta do presente trabalho, onde se desenvolve uma versão relativística da aproximação auto-consistente HFB.

2 As Lagrangeanas do Modelo

As formulações relativísticas em teoria de campos devem ser feitas de maneira manifestamente covariante, para obter-se resultados gerais, válidos nos diversos referenciais em estado de movimento uniforme entre si. Portanto, vamos inicialmente definir o tensor da métrica do espaço-tempo pela seguinte matriz

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}$$

$$g_{00} = 1, \quad g_{ii} = -1, \quad i = 1, 2, 3$$

e

$$g_{\mu\nu} = 0 \quad \text{nos outros casos.} \quad (2.1)$$

de forma que a contração de dois quadri-vetores arbitrários, $(a^\mu) = (a^0, \vec{a})$ e $(b^\mu) = (b^0, \vec{b})$, será dada pela expressão

$$a_\mu b^\mu = a^0 b^0 - a^1 b^1 - a^2 b^2 - a^3 b^3 = (a^0 b^0 - \vec{a} \cdot \vec{b}) \quad (2.2)$$

Vamos designar por $\psi(x)$, $\phi(x)$, $V^\mu(x)$, $\vec{\pi}(x)$, $\vec{\rho}(x)$ os operadores de campo, no ponto (x) , associados aos nucleons e aos mésons σ , ω , π e ρ , nesta ordem, com a seguinte caracterização (J^π, T) , para os números quânticos de spin (J) , paridade intrínseca (π) e isospin (T)

$$\sigma(0^+, 0), \quad \omega(1^-, 0), \quad \pi(0^-, 1), \quad \rho(1^-, 1) \quad .$$

Designaremos as constantes de acoplamento efetivas, para a interação nucleon-nucleon pela troca desses mésons, por g_σ , g_ω , g_π e g_ρ , e as respectivas massas de repouso por m_σ , m_ω , m_π e m_ρ . A massa de repouso do nucleon não interagente ("bare mass") será designada por M_0 e vamos supor que a interação nucleon-nucleon se dá pela troca de um ou mais desses mésons e que tanto o nucleon quanto os mésons são pontuais. Para a descrição do modelo vamos usar uma densidade de lagrangeana total, $\mathcal{L}$, dada por

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int}, \quad (2.3)$$

onde $\mathcal{L}_0$ é a parte associada aos campos livres dos mésons e dos nucleons

$$\mathcal{L}_0(x) = \bar{\psi}(x)[i\gamma_\mu \partial^\mu - M_0 + \gamma_0 \mu]\psi(x) + \frac{1}{2}[\partial_\mu \phi(x)\partial^\mu \phi(x) - m_\sigma^2 \phi^2(x)] + \frac{1}{2}m_\omega^2 V_\mu(x)V^\mu(x)$$

$$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}[\partial_\mu\vec{\pi}(x)\partial^\mu\vec{\pi}(x) - m_\pi^2\vec{\pi}^2(x)] + \frac{1}{2}m_\rho^2\vec{\rho}_\mu(x)\cdot\vec{\rho}^\mu(x) - \frac{1}{4}\vec{G}_{\mu\nu}\cdot\vec{G}^{\mu\nu} \quad , \quad (2.4)$$

com os tensores dos campos vetoriais dados por

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$$

$$\vec{G}_{\mu\nu} = \partial_\mu\vec{\rho}_\nu - \partial_\nu\vec{\rho}_\mu \quad (2.5)$$

e $\mathcal{L}_{int}$ é a parte que descreve o acoplamento nucleon-méson-nucleon

$$\mathcal{L}_{int}(x) = -g_s\bar{\psi}(x)\phi(x)\psi(x) - g_v\bar{\psi}(x)\gamma_\mu V^\mu(x)\psi(x) - ig_\pi\bar{\psi}(x)\gamma_5\vec{\tau}\cdot\vec{\pi}(x)\psi(x)$$

$$- \frac{1}{2}g_\rho\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\vec{\tau}\cdot\vec{\rho}^\mu(x)\psi(x) \quad , \quad (2.6)$$

na qual os acoplamentos envolvendo as derivadas dos campos não foram considerados, a fim de que a densidade de lagrangeana total, $\mathcal{L}$, seja renormalizável.^[5,66] Veremos no Capítulo 4 que esta condição de renormalizabilidade deverá ser enfraquecida nos cálculos numéricos envolvendo o pión, devido aos valores excessivamente grandes para os campos Σ e Δ produzidos pelo acoplamento pseudo-escalar. Neste caso, pode-se modificar o acoplamentos π -N e σ -N através de uma transformação quiral^[5,81] que transfere a "força" da interação π -N, de baixas energias, do acoplamento pseudo-escalar π -N para o acoplamento σ - π e, com isso, resulta o acoplamento pseudo-vetorial usual, que será usado nas avaliações numéricas, com a seguinte lagrangeana de interação

$$\mathcal{L}_{(int,\pi)} = -\left(\frac{g_\pi}{2M_0}\right)\bar{\psi}(x)\gamma_5\gamma_\mu\vec{\tau}\psi(x)\cdot\partial^\mu\vec{\pi}(x) \quad (2.7)$$

Notamos ainda, que a transformação quiral indicada acima produz, como dissemos, modificações na interação σ - π . Porém, os detalhes dessas modificações não precisam ser considerados no presente modelo, por ser este um modelo efetivo com relação ao acoplamento méson-nucleon em que as interações méson-méson não estão sendo consideradas.

Por outro lado, podemos também caracterizar a interação entre os nucleons na matéria nuclear através dos campos médios de auto-energia do nucleon, Σ , e da energia das correlações de emparelhamento de dois nucleons, Δ , os quais serão descritos pela densidade de lagrangeana efetiva de interação, $\mathcal{L}_{ef}$. Em particular, a definição do campo Δ baseia-se na idéia de pares ligados de Cooper^[71] definidos em termos de estados de partícula única com momentos e spins opostos

e, portanto, precisamos definir um grau de liberdade adicional, associado aos estados revertidos temporalmente, que designaremos por $\psi^{(A)}$. Desta forma, se designarmos por T o operador de reversão temporal e por $\psi^{(T)}$ o conjugado por reversão temporal do campo ψ , teremos^[82,83]

$$\psi^{(T)}(x) = T\psi(x)T^{-1} = (\gamma_0 A)\bar{\psi}^T(-\tilde{x}) = A\psi^*(-\tilde{x}) \quad (2.8)$$

com

$$(\tilde{x}) = (t, -\vec{x}) \quad (2.9)$$

e

$$A = -i\gamma_1\gamma_3 = \gamma_0\gamma_2\gamma_5 = \gamma_5 C \quad , \quad (2.10)$$

onde C é o operador de conjugação da carga elétrica.

A formulação de uma teoria que inclua o campo de emparelhamento, Δ , não precisa usar, em princípio, o campo $\psi^{(T)}$ explicitamente, visto que é possível, por exemplo, usar simplesmente os campos ψ e $\psi^\dagger$, como encontra-se em trabalhos anteriores.^[13,77] Por outro lado, o uso de ψ e de $\psi^{(T)}$ torna mais fácil a comparação dos resultados da teoria do campo médio com as formulações do tipo BCS, onde, em geral, há uma referência explícita aos estados dos nucleons emparelhados, designados usualmente por $|k\rangle$ e $|-k\rangle$, que descrevem estados conjugados por reversão temporal. No entanto, por uma questão de simplificação algébrica nos cálculos a serem feitos posteriormente, usaremos a seguinte definição

$$\psi^{(A)}(x) = (1 \otimes \tau_2)\psi^{(T)}(-x) = (\gamma_0 A \otimes \tau_2)\bar{\psi}^T(\tilde{x}) \quad (2.11)$$

onde o símbolo $\otimes$ indica o produto direto matricial e

$$\tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

é uma matriz de Pauli que opera no espaço de isospin. Usaremos também a seguinte lagrangeana efetiva de interação

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ef} = & \frac{1}{2}\overline{\psi^{(A)}}(x)\Delta(x-y)\psi(y) + \frac{1}{2}\bar{\psi}(x)\hat{\Delta}(x-y)\psi^{(A)}(y) \\ & - \bar{\psi}(x)[\Sigma(x-y) - \gamma_0\mu\delta(x-y)]\psi(x) \end{aligned} \quad (2.12)$$

onde $\delta(x - y)$ é a função delta de Dirac no espaço quadridimensional. O parametro μ é o potencial químico usual que aparece nas teorias do tipo BCS, onde há violação da conservação do número de partículas, e será usado como um multiplicador de Lagrange, associado às equações dos campos Σ e Δ , para fixar o valor esperado do número de partículas no estado fundamental como sendo igual ao número efetivo total de partículas.

Para completarmos a definição da lagrangeana em (2.12), notamos ainda que

$$\bar{\psi}(x)\bar{\Delta}(x-y)\psi^{(A)}(y) = \bar{\psi}(y)\bar{\Delta}(y-x)\psi^{(A)}(x)$$

e

$$\overline{\psi^{(A)}}(x)\Delta(x-y)\psi(y) = \overline{\psi^{(A)}}(y)\Delta(y-x)\psi(x) \quad , \quad (2.13)$$

ou seja, que a correlação de emparelhamento é invariante pela troca dos nucleons emparelhados, como uma consequência da simetria da definição (2.12) em relação à troca das variáveis x e y e, portanto, uma relação análoga vale também para $\Sigma(x - y)$. Esta propriedade dá origem aos fatores $(\frac{1}{2})$ que encontramos na definição de $\mathcal{L}_e$ e às seguintes relações para os campos Δ e $\bar{\Delta}$ (ver detalhes no Apêndice(I))

$$\Delta(x) = -(\gamma_0 A \otimes \tau_2) \Delta^T(-\tilde{x}) (\gamma_0 A^* \otimes \tau_2)$$

$$\bar{\Delta}(x) = -(\gamma_0 A \otimes \tau_2)^T \bar{\Delta}^T(-\tilde{x}) (\gamma_0 A \otimes \tau_2)^\dagger \quad (2.14)$$

enquanto que a condição de hermiticidade da lagrangeana implica nos seguintes vínculos adicionais

$$\Sigma(x) = \gamma_0 \Sigma^\dagger(-x) \gamma_0$$

$$\Delta(x) = \gamma_0 \bar{\Delta}^\dagger(-x) \gamma_0 \quad (2.15)$$

Com relação à aparente preferência que a lagrangeana em (2.12) dá ao campo ψ , em relação ao campo $\psi^{(A)}$, podemos notar que (ver Apêndice(I))

$$\begin{aligned} & \bar{\psi}(x)[(i \not{\partial} - M_0 + \gamma_0 \mu)\delta(x - y) - \Sigma(x - y)]\psi(y) \\ &= \overline{\psi^{(A)}}(x)[(i \not{\partial} + M_0 - \gamma_0 \mu)\delta(x - y) + \Sigma^{(A)}(\tilde{x} - \tilde{y})]\psi^{(A)}(y) \end{aligned} \quad (2.16)$$

onde

$$\Sigma^{(A)}(x) = (\gamma_0 A \otimes \tau_2) \Sigma^T(-x) (\gamma_0 A \otimes \tau_2)^\dagger \quad (2.17)$$

Portanto, podemos reescrever a densidade de lagrangeana total, de maneira simétrica em ψ e $\psi^{(A)}$, como

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0^{(N)} + \mathcal{L}_{ef} \quad (2.18)$$

onde

$$\mathcal{L}_0^{(N)} = \frac{1}{2} \left\{ \bar{\psi}(x) (i \not{\partial} - M_0 + \gamma_0 \mu) \delta(x-y) \psi(y) + \overline{\psi^{(A)}}(x) (i \not{\partial} + M_0 - \gamma_0 \mu) \delta(x-y) \psi^{(A)}(y) \right\} \quad (2.19)$$

e

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ef} = \frac{1}{2} \left\{ -\bar{\psi}(x) \Sigma(x-y) \psi(y) + \bar{\psi}(x) \bar{\Delta}(x-y) \psi^{(A)}(y) \right. \\ \left. + \overline{\psi^{(A)}}(x) \Delta(x-y) \psi(y) + \overline{\psi^{(A)}}(x) \Sigma^{(A)}(x-y) \psi^{(A)}(y) \right\} \end{aligned} \quad (2.20)$$

o que torna claro que $\mathcal{L}_{ef}$ descreve tanto o "movimento" de ψ como o de $\psi^{(A)}$.

Todos esses resultados permitem-nos considerar $\mathcal{L}_{ef}$ como uma lagrangeana efetiva para o campo médio adequada ao nosso problema e, com isso, podemos obter as equações para as energias Σ e Δ em termos dos propagadores dos bárions e dos mésons, a partir da comparação das equações de movimento para o propagador bariônico obtidas usando-se, alternativamente, $\mathcal{L}_{int}$ e $\mathcal{L}_{ef}$.

3 As Equações de Campo Médio para Σ e Δ

Sejam $|\bar{GR}\rangle$ e $|GR\rangle$ os estados fundamentais interagente e não interagente da matéria nuclear. Em $|\bar{GR}\rangle$ encontram-se os nucleons interagindo através da troca de um ou mais mésons virtuais, enquanto que $|GR\rangle$ é obtido pelo agrupamento de nucleons livres, preenchendo todos os estados de um nucleon até o nível de Fermi e deixando vazios os estados acima desse nível. Supomos ainda que em $|GR\rangle$ e $|\bar{GR}\rangle$ não hajam mésons reais e que ambos os estados fundamentais sejam invariantes por rotação e translação.

Define-se, então, o propagador bariônico completo, entre os pontos (x) e (y) do estado fundamental interagente, como

$$G_{\alpha\beta}(x-y) = -i \langle \bar{GR} | T \{ \psi_{\alpha}(x) \bar{\psi}_{\beta}(y) \} | \bar{GR} \rangle \quad (3.1)$$

onde assumimos explicitamente que o argumento de G depende apenas da diferença entre os pontos de propagação, de acordo com a simetria de translação, e T é o operador de ordenação temporal, definido em (1.9).

O propagador $G_{\alpha\beta}$ é também a função de Green de dois pontos associada ao campo ψ ,^[14,83] de forma que a equação de movimento para $G_{\alpha\beta}$ pode ser obtida diretamente a partir da equação para ψ . No caso dos campos correlacionados ψ e $\psi^{(A)}$, como descrito pela lagrangeana em (2.18), as equações de movimento são acopladas e podem ser escritas na forma matricial como

$$\int d^4y \begin{pmatrix} (i \not{\partial} - M_0 + \gamma_0 \mu) \delta(x-y) - \Sigma(x-y) & \bar{\Delta}(x-y) \\ \Delta(x-y) & (i \not{\partial} + M_0 - \gamma_0 \mu) \delta(x-y) + \Sigma^{(A)}(\bar{x} - \bar{y}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi(y) \\ \psi^{(A)}(y) \end{pmatrix} = 0 \quad (3.2)$$

e, portanto, podemos utilizar o método usual do caso não acoplado (sem emparelhamento) para derivar as equações acopladas para os diversos propagadores do nucleon. Se definirmos o *propagador bariônico generalizado*, $[S_{\alpha\beta}(x-y)]$, como

$$[S_{\alpha\beta}(x-y)] = \begin{pmatrix} G_{\alpha\beta}(x-y) & \bar{F}_{\alpha\beta}(x-y) \\ F_{\alpha\beta}(x-y) & \bar{G}_{\alpha\beta}(x-y) \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

onde $G_{\alpha\beta}$ foi definido em (3.1), e os demais termos são dados por

$$F_{\alpha\beta}(x-y) = -i \langle \bar{GR} | T \{ \psi_{\alpha}^{(A)}(x) \bar{\psi}_{\beta}(y) \} | \bar{GR} \rangle$$

$$\hat{F}_{\alpha\beta}(x-y) = -i \langle \bar{G}\bar{R} | T \{ \psi_{\alpha}(x) \bar{\psi}^{(A)}_{\beta}(y) \} | \bar{G}\bar{R} \rangle ,$$

e

$$\tilde{G}_{\alpha\beta}(x-y) = -i \langle \bar{G}\bar{R} | T \{ \psi_{\alpha}^{(A)}(x) \bar{\psi}^{(A)}_{\beta}(y) \} | \bar{G}\bar{R} \rangle , \quad (3.4)$$

então, a equação matricial para os propagadores no espaço de configurações será

$$\int d^4x' \begin{pmatrix} \{(i \not{\partial} - M_0 + \gamma_0 \mu) \delta(x-x') - \Sigma(x-x')\}_{\alpha\gamma} & \bar{\Delta}(x-x')_{\alpha\gamma} \\ \Delta(x-x')_{\alpha\gamma} & \{(i \not{\partial} + M_0 - \gamma_0 \mu) \delta(x-x') + \Sigma^{(A)}(\tilde{x}-\tilde{x}')\}_{\alpha\gamma} \end{pmatrix} [S_{\gamma\beta}(x'-y)] \\ = \delta_{\alpha\beta} \delta(x-y) [1]_{16 \times 16} \quad (3.5)$$

onde $[1]_{16 \times 16}$ é a matriz unidade de ordem 16.¹

As propriedades de simetria por rotação e translação da matéria nuclear permitem-nos obter uma equação semelhante quando fazemos a transformação de Fourier para o espaço dos momentos, ou seja

$$\begin{pmatrix} \{\gamma_{\mu} k^{\mu} - M_0 + \gamma_0 \mu - \Sigma(k)\}_{\alpha\gamma} & \bar{\Delta}(k)_{\alpha\gamma} \\ \Delta(k)_{\alpha\gamma} & \{\gamma_{\mu} k^{\mu} + M_0 - \gamma_0 \mu + \Sigma^{(A)}(\tilde{k})\}_{\alpha\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G(k)_{\gamma\beta} & \hat{F}(k)_{\gamma\beta} \\ F(k)_{\gamma\beta} & \hat{G}(k)_{\gamma\beta} \end{pmatrix} \\ = \delta_{\alpha\beta} [1]_{16 \times 16} , \quad (3.6)$$

que é equivalente à seguinte equação de Dyson generalizada para os propagadores acoplados $G, F, \hat{G}$ e $\hat{F}$

$$\begin{pmatrix} [1 - G_0(k) \Sigma(k)] & G_0 \bar{\Delta}(k) \\ \tilde{G}_0(k) \Delta(k) & [1 + \tilde{G}_0(k) \Sigma^{(A)}(\tilde{k})] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G(k) & \hat{F}(k) \\ F(k) & \hat{G}(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_0(k) & 0 \\ 0 & \tilde{G}_0(k) \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

¹As linhas gerais da formulação que conduziu a (3.5), onde o "parâmetro de gap" é dado em função dos propagadores anômalos dos férmions foram originalmente apresentadas num trabalho de Gorkov,^[77] logo em seguida à famosa proposta da teoria BCS para a supercondutividade.^[71-73] A abordagem de Gorkov, como vimos no Capítulo 1, representa um método complementar à formulação feita por Bogoliubov para o mesmo problema e que envolvia transformações canônicas no espaço de Fock. Uma outra formulação, análoga à que estamos apresentando nesta secção, em que os campos de auto-energia e de emparelhamento são definidos de maneira acoplada e auto-consistente, porém no limite não-relativístico, foi apresentada por Bardeen em 1960, dentro de uma análise da invariância de gauge do efeito Meissner tal como descrito pelo modelo de Ginzburg-Landau.^[78,100]

que pode ser reescrita, na forma usual,^[14] como

$$S(k) = S_0(k) + S_0(k)V(k)S(k) \quad (3.8)$$

onde

$$S(k) = \begin{pmatrix} G(k) & \tilde{F}(k) \\ F(k) & \tilde{G}(k) \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

é o propagador bariônico generalizado no espaço dos momentos e

$$S_0(k) = \begin{pmatrix} G_0(k) & 0 \\ 0 & \hat{G}_0(k) \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

é o correspondente propagador associado aos campos nucleônicos livres, com as seguintes definições para os propagadores livres associados aos campos ψ e $\psi^{(A)}$

$$G_0(k) = (\gamma_\mu k^\mu - M_0 + \gamma_0 \mu)^{-1}$$

e

$$\hat{G}_0(k) = (\gamma_\mu k^\mu + M_0 - \gamma_0 \mu)^{-1} \quad (3.11)$$

e

$$V(k) = \begin{pmatrix} \Sigma(k) & -\bar{\Delta}(k) \\ -\Delta(k) & -\Sigma^{(A)}(\vec{k}) \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

é definida como a auto-energia generalizada, associada à propagação dos nucleons correlacionados.

A equação de Dyson (3.8) pode ser reescrita como

$$S(k) = S_{HF}(k) + S_{HF}(k)\mathcal{D}(k)S(k) \quad (3.13)$$

onde

$$S_{HF}(k) = \begin{pmatrix} G_{HF}(k) & 0 \\ 0 & \hat{G}_{HF}(k) \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

é o propagador bariônico generalizado na aproximação Hartree-Fock, sendo os propagadores bariônicos, associados aos campos ψ e $\psi^{(A)}$, dados por

$$G_{HF} = [\gamma_\mu k^\mu - M_0 + \gamma_0 \mu - \Sigma(k)]^{-1}$$

e

$$\tilde{G}_{HF} = \left[\gamma_\mu k^\mu + M_0 - \gamma_0 \mu + \Sigma^{(A)}(\vec{k}) \right]^{-1} \quad (3.15)$$

com

$$\vec{k} = (k^0, -\vec{k}) \quad (3.16)$$

e $\mathcal{D}(k)$ é a auto-energia generalizada associada exclusivamente às correlações de emparelhamento entre os nucleons, definida por

$$\mathcal{D}(k) = \begin{pmatrix} 0 & -\bar{\Delta}(k) \\ -\Delta(k) & 0 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

O resultado (3.13) deixa claro que a aproximação HF é o limite da aproximação HFB quando os campos de emparelhamento tendem a zero. Nesse limite, os propagadores anômalos, F e $\tilde{F}$, tornam-se nulos e os quase-nucleons propagam-se independentemente na matéria nuclear. A representações diagramáticas para os propagadores dados por (3.8) e (3.13) encontram-se nas Figuras 2 e 3, respectivamente.

Nas equações (3.7) e (3.8), $G_0(k)$ e $\tilde{G}_0(k)$ são os propagadores livres associados aos campos ψ e $\psi^{(A)}$ no espaço dos momentos, os quais são definidos no espaço de configurações, em termos do estado fundamental *não interagente* da matéria nuclear, de maneira análoga a G e $\tilde{G}$

$$\begin{aligned} (G_0)_{\alpha\beta}(x-y) &= -i \langle GR | T \left\{ \psi_\alpha(x) \bar{\psi}_\beta(y) \right\} | GR \rangle \\ (\tilde{G}_0)_{\alpha\beta}(x-y) &= -i \langle GR | T \left\{ \psi_\alpha^{(A)}(x) \overline{\psi^{(A)}}_\beta(y) \right\} | GR \rangle \end{aligned} \quad (3.18)$$

enquanto que $G_{HF}(k)$ e $\tilde{G}_{HF}(k)$, em (3.13) e (3.14), são os propagadores completos dentro da aproximação Hartree-Fock usual^[3].

Mostraremos a seguir que as equações de movimento para G e $\tilde{G}$ permitem-nos determinar as equações para os campos Σ , Δ , $\Sigma^{(A)}$ e $\tilde{\Delta}$, dentro da aproximação HFB. Com isso, usando (3.6), poderemos definir esses campos de maneira auto-consistente.

Para derivar as equações para Σ e $\bar{\Delta}$, devemos começar pela equação de movimento para G . Antes porém, vamos definir a seguinte notação especial para a lagrangeana $\mathcal{L}_{int}$ em (2.6)^[6,7,13]

$$\mathcal{L}_{int} = - \sum_j \bar{\psi}(x) \Gamma_{(j)\sigma} \phi_{(j)}^\sigma(x) \psi(x) \quad (3.19)$$

onde as letras gregas ($\alpha, \beta, \dots$) designam simultaneamente os índices de isospin e de Lorentz, enquanto (j) designa todos os mésons da teoria: σ , ω , π e ρ . O termo $\Gamma_{(j)}$ designa os respectivos vértices para o acoplamento méson-nucleon, como está mostrado na Tabela I.

- Tabela I -					
Vértices do acoplamento méson-nucleon					
usados no modelo					
(j)	σ	ω	π (p.s.)	ρ	π (p.v.)
$\Gamma_{(j)\sigma}$	(g_σ)	$(g_\omega \gamma_\mu)$	$(i g_\pi \gamma_5 \vec{\tau})$	$(\frac{1}{2} g_\rho \gamma_\mu \vec{\tau})$	$(\frac{g_\pi}{2M_0} \gamma_5 \gamma_\mu \vec{\tau})$

Com isso, podemos escrever os campos mesônicos $\phi_{(j)}$ como

$$\phi_{(j)}^\alpha(x) = f_{(j)} i \int d^4 x' D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-x') \bar{\psi}(x') \Gamma_{(j)\beta} \psi(x') \quad (3.20)$$

onde $f_{(j)}$ toma os valores $(+1)$ e (-1) para mésons escalares e vetoriais, respectivamente, e $-i D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-x')$ é o propagador livre de Feynman do méson (j) , ou seja,

$$D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-x') = \langle GR | T \{ \phi_{(j)}^\alpha(x) \phi_{(j)}^\beta(x') \} | GR \rangle \quad (3.21)$$

Vamos agora usar a equação para ψ , em (3.2), que reescrevemos como

$$\int d^4 x' (i \not{\partial} - M_0 + \mu \gamma_0) \delta(x-x') \psi(x') = \int d^4 x' [\Sigma(x-x') \psi(x') - \bar{\Delta}(x-x') \psi^{(A)}(x')] \quad (3.22)$$

e a definição do propagador bariônico G , em (3.1), para obter a seguinte equação

$$\begin{aligned} (i \not{\partial} - M_0 + \mu \gamma_0) (i G(x-x')) &= \int d^4 x'' (i \not{\partial} - M_0 + \mu \gamma_0) \delta(x-x'') \langle \psi(x'') \bar{\psi}(x') \rangle \\ &= \int d^4 x'' \delta(x-x'') [i \delta(x''-x') + \int d^4 x''' \langle [(i \not{\partial} - M_0 + \mu \gamma_0) \delta(x-x''') \psi(x''')] \bar{\psi}(x') \rangle] \\ &= i \delta(x-x') + \int d^4 x'' \langle [\Sigma(x-x'') \psi(x'') - \bar{\Delta}(x-x'') \psi^{(A)}(x'')] \bar{\psi}(x') \rangle \end{aligned}$$

$$= i\delta(x-x') + \int d^4x'' [\Sigma(x-x'') < \psi(x'') \bar{\psi}(x') > - \bar{\Delta}(x-x') < \psi^{(A)}(x'') \bar{\psi}(x') >] \quad (3.23)$$

onde estamos representando por $< \dots >$ o valor esperado do produto ordenado temporalmente no estado fundamental interagente : $< \bar{G}\bar{R} | T(\dots) | \bar{G}\bar{R} >$. Notamos, também, que a função $\delta(x-x')$, em (3.23), surge da derivação com relação ao tempo das funções degrau que estão implícitas na definição do operador de ordenação temporal, em (1.9), e das propriedades de anticomutação do campo bariônico ψ . O resultado (3.23) deve, agora, ser igualado à equação de movimento para G , obtida com o uso de $(\mathcal{L}_{int})$ ao invés de $(\mathcal{L}_e)$ para descrever a interação nucleônica. Neste caso, a equação para o campo ψ torna-se

$$\begin{aligned} (i \not{D} - M_0 + \gamma_0 \mu) \psi(x) &= \sum_j \Gamma_{(j)\alpha} \phi_{(j)}^\alpha(x) \psi(x) \\ &= i \sum_j \int d^4x'' f_{(j)} \Gamma_{(j)\alpha} D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-x'') \bar{\psi}(x'') \Gamma_{(j)\beta} \psi(x'') \psi(x), \end{aligned} \quad (3.24)$$

e, portanto,

$$\begin{aligned} < \bar{\psi}(x') (i \not{D} - M_0 + \gamma_0 \mu) \psi(x) > = \\ i \sum_j \int d^4x'' f_{(j)} < \bar{\psi}(x') \Gamma_{(j)\alpha} D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-x'') \bar{\psi}(x'') \Gamma_{(j)\beta} \psi(x'') \psi(x) > \end{aligned} \quad (3.25)$$

o que permite obter a equação para G de maneira análoga a (3.23), usando (3.21) e (3.22)

$$\begin{aligned} &(i \not{D} - M_0 + \mu \gamma_0) (iG(x-x')) \\ &= i\delta(x-x') + < \left[\sum_j \Gamma_{(j)\alpha} \phi_{(j)}^\alpha(x'') \psi(x'') \right] \bar{\psi}(x') > \\ &= i\delta(x-x') + i f_{(j)} \sum_j \int d^4x'' < \Gamma_{(j)\alpha} D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-x'') \bar{\psi}(x'') \Gamma_{(j)\beta} \psi(x'') \psi(x) \bar{\psi}(x') > \end{aligned} \quad (3.26)$$

A fatorização de Gorkov,^[13,27] para a contração dos quatro campos nucleônicos no último integrando em (3.26), que corresponde à aproximação de campo médio para essa expressão, define-se como

$$< \bar{\psi}(x'') \Gamma_\beta \psi(x'') \psi(x) \bar{\psi}(x') > \approx < \bar{\psi}(x'') \Gamma_\beta \psi(x'') > < \psi(x) \bar{\psi}(x') >$$

$$+ \langle \psi(x) \bar{\psi}(x'') \rangle \Gamma_\beta \langle \psi(x'') \bar{\psi}(x') \rangle - \langle \bar{\psi}(x') \bar{\psi}(x'') \rangle \Gamma_\beta \langle \psi(x'') \psi(x) \rangle \quad (3.27)$$

onde o símbolo $\approx$ indica que a fatorização pressupõe uma aproximação com relação ao estado fundamental interagente, como sendo o vácuo para os quase-núcleons correlacionados do presente modelo, como discutiremos em detalhe no Capítulo 5, e que vamos designar como aproximação de Bogoliubov.^[78,101] O último termo em (3.27) pode ser reescrito, para levar em conta a definição do campo conjugado $\psi^{(A)}$, em (2.11), como segue

$$\langle \bar{\psi}(x') \bar{\psi}(x'') \rangle \Gamma_\beta \langle \psi(x'') \psi(x) \rangle = \langle \psi(x) \bar{\psi}^{(A)}(\tilde{x}'') \rangle [B \Gamma_\beta^T B^\dagger] \langle \psi^{(A)}(\tilde{x}'') \bar{\psi}(x') \rangle \quad (3.28)$$

onde

$$B = (\gamma_0 A \otimes r_2) \quad (3.29)$$

Usando (3.28) em (3.27) e o resultado em (3.26), obtemos

$$\begin{aligned} & (i \not{\partial} - M_0 + \mu \gamma_0)(iG(x - x')) = i\delta(x - x') \\ & + i f_{(j)} \sum_j \int d^4 x'' d^4 x''' \Gamma_{(j)\alpha} D_{(j)}^{\alpha\beta}(x - x'') \delta(x - x''') \langle \bar{\psi}(x'') \Gamma_{(j)\beta} \psi(x''') \rangle \langle \psi(x''') \bar{\psi}(x') \rangle \\ & + i f_{(j)} \sum_j \int d^4 x'' \Gamma_{(j)\alpha} D_{(j)}^{\alpha\beta}(x - x'') \langle \psi(x) \bar{\psi}(x'') \rangle \Gamma_{(j)\beta} \langle \psi^{(A)}(x'') \bar{\psi}(x') \rangle \\ & - i f_{(j)} \sum_j \int d^4 \tilde{x}'' \Gamma_{(j)\alpha} D_{(j)}^{\alpha\beta}(x - \tilde{x}'') \langle \psi(x) \bar{\psi}^{(A)}(\tilde{x}'') \rangle [B \Gamma_{(j)\beta}^T B^\dagger] \langle \psi^{(A)}(\tilde{x}'') \bar{\psi}(x') \rangle \end{aligned} \quad (3.30)$$

Portanto, trocando as variáveis (x'') e (x''') na primeira integral e usando

$$\int d^4 \tilde{x}''(\dots) = \int d^4 x''(\dots) \quad (3.31)$$

na última integral, resulta

$$(i \not{\partial} - M_0 + \gamma_0 \mu) G(x - x') = \delta(x - x')$$

$$\begin{aligned}
& + \int d^4 x'' \left[\sum_j f_{(j)} \Gamma_{(j)\alpha} \delta(x - x'') \int d^4 x''' D_{(j)}^{\alpha\beta}(x - x''') < \bar{\psi}(x''') \Gamma_{(j)\beta} \psi(x''') > \right. \\
& \quad \left. + \sum_j f_{(j)} \Gamma_{(j)\alpha} D_{(j)}^{\alpha\beta}(x - x'') < \psi(x) \bar{\psi}(x'') > \Gamma_{(j)\beta} \right] < \psi(x'') \bar{\psi}(x') > \\
& - \int d^4 x'' \left[\sum_j f_{(j)} \Gamma_{(j)\alpha} D_{(j)}^{\alpha\beta}(x - \tilde{x}'') < \psi(x) \bar{\psi}^{(A)}(x'') > (B \Gamma_{(j)\beta}^T B^\dagger) \right] < \psi^{(A)}(x'') \bar{\psi}(x') > \quad (3.32)
\end{aligned}$$

Afinal, igualando os resultados (3.23) e (3.32) e usando as definições de G e $\tilde{F}$, obtém-se as expressões para Σ e $\tilde{\Delta}$ em termos dos propagadores de bárions e de mésons e, de maneira totalmente análoga, a equação para $\tilde{G}$ fornecerá as expressões para $\Sigma^{(A)}$ e Δ . Teremos então

$$\begin{aligned}
\Sigma(x - x') = & - \sum_j f_{(j)} \left\{ \Gamma_{(j)\alpha} D_{(j)}^{\alpha\beta}(x - x') G(x - x') \Gamma_{(j)\beta} \right. \\
& \left. - \Gamma_{(j)\alpha} \delta(x - x') \int d^4 x'' D_{(j)}^{\alpha\beta}(x - x'') \text{Tr} \left[\Gamma_{(j)\beta} G(x'' - x''_+) \right] \right\} \quad (3.33)
\end{aligned}$$

$$\tilde{\Delta}(x - x') = - \sum_j f_{(j)} \left\{ \Gamma_{(j)\alpha} D_{(j)}^{\alpha\beta}(x - \tilde{x}') \tilde{F}(x - x') (B \Gamma_{(j)\beta}^T B^\dagger) \right\} \quad (3.34)$$

e

$$\Delta(x - x') = - \sum_j f_{(j)} \left\{ (B \Gamma_{(j)\alpha}^T B^\dagger) D_{(j)}^{\alpha\beta}(x - x') F(x - x') \Gamma_{(j)\beta} \right\} \quad (3.35)$$

onde usamos a seguinte representação

$$\text{Tr} \left[\Gamma_{(j)} G(x - x_+) \right] = \lim_{\substack{y^0 \rightarrow x_+^0 \\ \vec{y} \rightarrow \vec{x}}} \text{Tr} \left[\Gamma_{(j)} G(x - y) \right] \quad (3.36)$$

As correspondentes equações no espaço dos momentos podem ser facilmente obtidas fazendo-se diretamente a transformação de Fourier das equações acima, com o seguinte resultado

$$\Sigma(k) = - \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \sum_j \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} f_{(j)} \left\{ \Gamma_{(j)\alpha} D_{(j)}^{\alpha\beta}(k - q) G(q) \Gamma_{(j)\beta} - \Gamma_{(j)\alpha} D_{(j)}^{\alpha\beta}(0) \text{Tr} \left[\Gamma_{(j)\beta} G(q) \right] e^{i q^0 \eta} \right\} \quad (3.37)$$

$$\Delta(k) = - \sum_j \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} f_{(j)} f_{(j)}^p \left\{ (B \Gamma_{(j)\alpha}^T B^\dagger) D_{(j)}^{\alpha\beta}(k - q) F(q) \Gamma_{(j)\beta} \right\} \quad (3.38)$$

$$\tilde{\Delta}(k) = - \sum_j \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} f_{(j)} f_{(j)}^p \left\{ \Gamma_{(j)\alpha} D_{(j)}^{\alpha\beta}(k - q) \tilde{F}(q) (B \Gamma_{(j)\beta}^T B^\dagger) \right\} \quad (3.39)$$

onde

$$D_{(j)}^{\alpha\beta}(k-q) = \frac{-i}{(k-q)^2 - m_j^2 + i\epsilon} \quad (3.40)$$

e $f_{(j)}^P$ é um fator associado à paridade intrínseca dos mésons, definido por

$$f_{(j)}^P = \{+1, +1, -1, +1\} \quad \text{para} \quad (j) = \{\sigma, \omega, \pi, \rho\}, \quad (3.41)$$

respectivamente, e que resulta, essencialmente, do uso de $(\hat{z})$ na definição do operador bariônico conjugado $\psi^{(A)}$, feita no capítulo anterior.

Estas expressões transformam-se nas desejadas equações auto-consistentes quando resolvemos a equação (3.6) para o propagador generalizado, $[S(k)]$, em termos de Σ e Δ . Com isso, podemos identificar o primeiro termo na expressão de Σ como o termo de "troca" (Fock) e o segundo como o termo "direto" (Hartree), como são usualmente designados na literatura. Os resultados para Δ e $\bar{\Delta}$ são designados como *termos de Gorkov*, por causa do modo natural como eles surgem a partir da fatorização de Gorkov, acima referida.^[13] No entanto, costuma-se designar as expressões (3.33) a (3.35), ou (3.37) a (3.39), como a aproximação de Hartree-Fock-Bogoliubov para as equações dos campos Σ e Δ , no sentido de que a fatorização de Gorkov torna-se possível apenas quando se dispõe de uma transformação canônica para os operadores no espaço de Fock dos nucleons, usualmente designada por transformação de Bogoliubov-Valatin,^[78-80,81] tal que o novo "operador de destruição" tenha auto-valor zero quando aplicado ao estado fundamental interagente, $|\bar{G}R\rangle$. Uma tal transformação define os operadores de Fock para as quase-partículas do correspondente modelo de campo médio e, portanto, as equações acima para Δ descrevem, mais precisamente, as correlações de emparelhamento para os quase-nucleons da teoria de campo médio na matéria nuclear.

Os parâmetros da transformação linear de Bogoliubov-Valatin para um dado modelo de campo médio são chamados de coeficientes de Bogoliubov^[14,15] e tem sido obtidos, nas formulações feitas até agora, dentro de teorias não-relativísticas ou relativísticas aproximadas.^[13]

Os resultados relativísticos gerais para o presente modelo serão apresentados em seguida, sem usar, no entanto, os coeficientes de Bogoliubov mas através da definição explícita das equações auto-consistentes para Σ e Δ . A definição e a análise dos coeficientes da transformação relativística de Bogoliubov-Valatin, dentro do presente modelo, serão deixadas para o Capítulo 5.

4 A Aproximação HFB-relativística

Para obter as equações auto-consistentes explícitas para Σ e Δ a partir da eq.(3.6) é preciso definir a estrutura desses campos em termos das matrizes gama e de Pauli, nos espaços de Lorentz e de isospin respectivamente. Para isso, vamos considerar a matéria nuclear como composta de partículas que não mudam de isospin e formando um estado fundamental com isospin total igual a zero, o que implica, usando (3.6), em considerarmos Σ como diagonal no espaço de isospin e Δ numa forma mais geral, dada por

$$\Delta_L \otimes \vec{\tau} \cdot \vec{n} \quad (4.1)$$

onde Δ_L é uma matriz 4×4 no espaço de Lorentz, $\vec{n}$ é um vetor unitário adequado e $\vec{\tau}$ é um vetor cujas componentes são as matrizes de Pauli, ambos no espaço de isospin. Esta forma para Δ expressa a possibilidade de que os nucleons possam definir estados correlacionados de emparelhamento misto, entre prótons e neutrons, embora estajamos supondo que os prótons e os neutrons não possam trocar de estado entre si no espaço de isospin. A estrutura para Δ apresentada em (4.1) já contém, no entanto, uma simplificação com relação à estrutura mais geral no espaço de isospin, que poderia conter direções diversas para as diversas componentes de Δ no espaço de Lorentz.

No espaço de Lorentz, as estruturas matriciais mais gerais para Σ e Δ podem ser inferidas a partir das próprias equações de movimento para o propagador bariônico, (3.23) e (3.26), e de considerações gerais sobre as propriedades do estado fundamental da matéria nuclear. Desta forma, a condição de conservação da paridade elimina a possibilidade de termos proporcionais a γ_5 e, portanto, deixa-nos apenas com as seguintes possíveis estruturas^[5-7]

$$1, \quad \gamma_\mu k^\mu, \quad \gamma_\mu B^\mu, \quad \sigma_{\mu\nu} k^\mu B^\nu, \quad (4.2)$$

onde B^μ é o quadrivetor da corrente bariônica, dado por

$$B^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \quad (4.3)$$

Se considerarmos a matéria nuclear no referencial de repouso, a corrente B^μ reduz-se a uma só componente, B^0 , que é a própria densidade bariônica ρ_B , e as estruturas dadas em (4.2) reduzem-se a

$$1, \quad \gamma_0, \quad \gamma_i k^i, \quad \gamma_0 \gamma_i k^i \quad (4.4)$$

Por outro lado, levando-se em conta as simetrias por rotaço e translao da matria nuclear, no referencial de repouso, resulta que as componentes de Σ e Δ podem ser funes apenas do valor absoluto do momento barinico, $|\vec{k}|$, da componente temporal, k^0 , e da densidade barinica. Portanto, resultam as seguintes formas gerais para Σ e Δ

$$\Sigma(k) = \Sigma_s(|\vec{k}|, k^0, \rho_B) - \gamma_0 \Sigma_0(|\vec{k}|, k^0, \rho_B) + \vec{\gamma} \cdot \vec{k} \Sigma(|\vec{k}|, k^0, \rho_B) - i\gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \vec{k} \Sigma_T(|\vec{k}|, k^0, \rho_B)$$

e

$$\Delta(k) = [\Delta_s(|\vec{k}|, k^0, \rho_B) - \gamma_0 \Delta_0(|\vec{k}|, k^0, \rho_B) - i\gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \vec{k} \Delta_T(|\vec{k}|, k^0, \rho_B)] \otimes \vec{\tau} \cdot \vec{n} \quad (4.5)$$

onde tomamos $\Delta_v = 0$, de acordo com os resultados do Apndice(I). Alm disso, devido simetria por reverso temporal, que preservada no presente modelo, resulta ainda que Σ_T tambm dever ser zero.^[5] No entanto, as expresses que seguem vo incluir os resultados referentes a Δ_v e Σ_T para mostrar mais claramente a simetria algbrica do modelo com relao aos campos Δ e Σ . No que segue vamos suprimir a dependncia funcional em ρ_B , como usual na literatura, e vamos indicar de maneira genrica a dependncia funcional das componentes de Σ e Δ por (k) , para simplificar a noto.

Podemos ento escrever o propagador generalizado como

$$[S(k)] = (\omega - \hat{\mathcal{H}})^{-1} \begin{pmatrix} \gamma_0 & 0 \\ 0 & \gamma_0 \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

onde $\omega = k^0$ a energia do quase-nucleon, e

$$(\omega - \hat{\mathcal{H}}) = \begin{pmatrix} \gamma_0 (\gamma_\mu k^\mu - M_0 + \gamma_0 \mu - \Sigma(k) + i\epsilon) & \Delta^\dagger \gamma_0 \\ \gamma_0 \Delta & \gamma_0 (\gamma_\mu k^\mu + M_0 - \gamma_0 \mu + \Sigma^{(A)}(k) - i\epsilon) \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

onde ϵ um infinitsimo positivo e

$$\Sigma^{(A)}(k) = \Sigma_s(k) - \gamma_0 \Sigma_0(k) - \vec{\gamma} \cdot \vec{k} \Sigma_v(k) - i\gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \vec{k} \Sigma_T(k) \quad (4.8)$$

As equaes para Σ e Δ so dadas em termos dos propagadores G e F , que correspondem aos termos (S11) e (S21) na definio (3.3). Esses termos podem ser obtidos diretamente pela inverso de (4.7) se notarmos que a lgebra definida pelos elementos $\{1, \gamma_0, \vec{\gamma} \cdot \vec{k}, -i\vec{\gamma} \cdot \vec{k}\}$ homeomorfa lgebra de Pauli^[65,86] definida pela base $\{1, \vec{\tau}\}$ e que a multiplicao pelos elementos do espao

de isospin $[1]_{2 \times 2}$ ou $\vec{r} \cdot \vec{n}$, como ocorre nas definições (4.5) e (4.8), não produz uma dependência explícita no isospin para o determinante de $(\omega - \hat{\mathcal{H}})$. Portanto, há uma degenerescência para a energia das quase-partículas do modelo com relação ao isospin e podemos escrever as seguintes expressões (ver Apêndice(II)), onde o isospin não é mais explicitamente considerado

$$(S11) = (\overline{W}_{11}d_{22} - \overline{W}_{21}W_{22}\overline{W}_{12})/(\det) \quad (4.9)$$

$$(S21) = (\overline{W}_{12}d_{21} - \overline{W}_{22}W_{21}\overline{W}_{11})/(\det) \quad (4.10)$$

onde

$$[W(k)] = \begin{pmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_0 & 0 \\ 0 & \gamma_0 \end{pmatrix} (\omega - \hat{\mathcal{H}}) \quad (4.11)$$

e $(\det)$ é o determinante de $[W(k)]$ dado por

$$\det[W]1 = (d_{11}d_{22} + d_{12}d_{21}) - (W_{11}\overline{W}_{21}W_{22}\overline{W}_{12} + W_{12}\overline{W}_{22}W_{21}\overline{W}_{11}) \quad (4.12)$$

onde 1 representa a matriz unidade de ordem 4. Nessas expressões designamos por $\overline{W}_{ij}$ o conjugado de W_{ij} dentro da álgebra de Pauli e usamos as definições

$$W_{ij}\overline{W}_{ij} = \overline{W}_{ij}W_{ij} = d_{ij}, \quad i, j = 1, 2 \quad (4.13)$$

Para ser possível inverter a matriz $[W(k)]$ é preciso que o determinante dado por (4.12) seja não nulo. Porém, o cálculo direto fornece a expressão

$$\det[W] = [(\omega^2 - \alpha)^2 - \beta^2]^2 \quad (4.14)$$

onde usamos as seguintes definições

$$\alpha = \omega_0^2 + S^2 + S_T^2 + M^2 + |\Delta_s|^2 + |\Delta_0|^2 + |\Delta_T|^2$$

$$\beta = 2\sqrt{\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 + \beta_4^2}$$

$$\beta_1 = [\omega_0 S_T + \text{Re}(\Delta_T \Delta_0^*)]$$

$$\beta_2 = [\omega_0 M + \text{Re}(\Delta_s \Delta_0^*)]$$

$$\beta_3 = [\omega_0 S + \text{Im}(\Delta_s \Delta_T^*)]$$

$$\beta_4 = |S_T \Delta_s - M \Delta_T - i S \Delta_0| \quad (4.15)$$

sendo

$$M = M_0 + \Sigma_s(k), \quad (4.16)$$

denominada a "massa efetiva" do quase-nucleon na matéria nuclear,

$$\omega_0 = (\Sigma_0 + \mu) \quad ,$$

$$S = (1 + \Sigma_r(k))|\vec{k}| \quad .$$

$$S_T = \Sigma_T(k)|\vec{k}| \quad , \quad (4.17)$$

e $\hat{k}$ é o versor unitário na direção de $\vec{k}$

$$\hat{k} = \vec{k}/|\vec{k}| \quad (4.18)$$

Portanto, resultam oito possíveis raízes para a equação

$$\det[W] = 0 \quad (4.19)$$

que definem dois conjuntos iguais de soluções independentes dadas por

$$\sqrt{\alpha - \beta}, \quad -\sqrt{\alpha - \beta}, \quad \sqrt{\alpha + \beta}, \quad -\sqrt{\alpha + \beta} \quad (4.20)$$

correspondendo a uma degenerescência também no spin para as energias das quase-partículas do modelo. Portanto, cada uma dessas soluções é, no total, quatro vezes degenerada.

Para considerarmos corretamente as contribuições correspondentes às quase-partículas do modelo vamos proceder de maneira análoga ao que é feito nos cálculos anteriores, dentro das aproximações Hartree e Hartree-Fock para a descrição da matéria nuclear,^[1,3] notando que a definição (4.7) já inclui uma prescrição para contornar os pólos nos propagadores bariônicos, dada por

$$M_0 \longrightarrow M_0 - i\epsilon \quad (4.21)$$

e vamos considerar apenas as integrações no *semi-plano superior* da variável complexa ω . Ficam, portanto, selecionadas apenas as contribuições que correspondem, no limite de emparelhamento

zero, à propagação de buracos no mar de Fermi ou de buracos no mar de Dirac (antipartículas). Notamos aqui, que na aproximação HF existe uma prescrição diferenciada para levar em conta o princípio de exclusão de Pauli no mar de Fermi do tipo

$$M_0 \longrightarrow M_0 + i\epsilon \quad \text{para} \quad k < k_F ,$$

mas na aproximação HFB essa especificação adicional não é necessária, porque essa condição surge naturalmente, a partir de (4.21), quando passamos ao limite de $\Delta \rightarrow 0$.

Desta forma, os pólos remanescentes são

$$\omega_- = -\sqrt{\alpha + \beta} \quad \text{e} \quad \omega_+ = -\sqrt{\alpha - \beta} , \quad (4.22)$$

e se reduzem, no limite do emparelhamento zero e para momentos abaixo do nível de Fermi, k_F , às energias dos quase-núcleons da teoria Hidrodinâmica Quântica usual, ou seja

$$(\omega_- + \mu) = -\Sigma_0 - \epsilon_k \quad \text{e} \quad (\omega_+ + \mu) = -\Sigma_0 + \epsilon_k \quad (4.23)$$

onde

$$\epsilon_k = \sqrt{(1 + \Sigma_v(k))^2 |\vec{k}|^2 + M^2 + |\Sigma_T(k)|^2 |\vec{k}|^2} \quad (4.24)$$

Temos, portanto, uma prescrição bem definida para calcular o propagador barionico $[S(k)]$ e, com isso, resultam expressões complicadas para as componentes $(S11)$, $(S21)$, etc., em termos das componentes de Σ e Δ (ver Apêndice(III)) que deverão ser levadas em (3.33) e (3.34) para definir as equações acopladas auto-consistentes para Σ e Δ . Se designarmos a expressão para $(S11)$ por

$$(S11) = (S11)_s + (S11)_0 \gamma_0 + (S11)_v (\vec{\gamma} \cdot \hat{k}) + (S11)_T (\gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \hat{k}) \quad (4.25)$$

então, se considerarmos apenas o acoplamento pseudo-escalar para o vértice π -N, obteremos, com o auxílio das identidades de Fierz,^[6,7] as seguintes equações

$$\Sigma_s = (-8i) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_s d_s\} (S11)_s$$

$$\Sigma_0 = (-8i) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_0 d_{0v}\} (S11)_0$$

$$\Sigma_v = \left(\frac{8i}{k^2}\right) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_{0v} d_{0v}\} (\hat{k} \cdot \vec{q}) (S11)_v$$

$$\Sigma_T = \left(\frac{-8}{k^2}\right) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_T d_T\} (\hat{k} \cdot \vec{q}) (S_{11})_T \quad (4.26)$$

onde os termos envolvendo os propagadores livres dos mésons são

$$\begin{aligned} \{g_s d_s\} &= \{g_s^2 d_s(0) - \frac{1}{8} g_s^2 d_s(k-q) + \frac{1}{2} g_v^2 d_\omega(k-q) + \frac{3}{8} g_\rho^2 d_\rho(k-q) + \frac{3}{8} g_\pi^2 d_\pi(k-q)\} \\ \{g_{0\nu} d_{0\nu}\} &= \{g_s^2 d_\omega(0) + \frac{1}{8} g_s^2 d_s(k-q) + \frac{1}{4} g_v^2 d_\omega(k-q) + \frac{3}{16} g_\rho^2 d_\rho(k-q) + \frac{3}{8} g_\pi^2 d_\pi(k-q)\} \\ \{g_T d_T\} &= \{\frac{1}{8} g_s^2 d_s(k-q) - \frac{3}{8} g_\pi^2 d_\pi(k-q)\} \end{aligned} \quad (4.27)$$

e $d_{(j)}$ é a função

$$d_{(j)}(k) = 1/(k^2 - m_{(j)}^2) \quad (4.28)$$

com (j) indicando todos os possíveis mésons do modelo, como na Tabela I.

De maneira análoga, se designarmos a expressão para (S_{21}) por

$$(S_{21}) = \left\{ (S_{21})_s + (S_{21})_0 \gamma_0 + (S_{21})_r (\vec{\gamma} \cdot \hat{k}) + (S_{21})_T (\gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \hat{k}) \right\} \odot (\vec{\tau} \cdot \vec{n}) \quad (4.29)$$

então, as componentes do campo Δ serão

$$\begin{aligned} \Delta_s &= (-8i) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_s \widetilde{d_s}\} (S_{21})_s \\ \Delta_0 &= (-8i) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_{0\nu} \widetilde{d_{0\nu}}\} (S_{21})_0 \\ \Delta_r &= \left(\frac{8i}{k^2}\right) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_{0\nu} \widetilde{d_{0\nu}}\} (\hat{k} \cdot \vec{q}) (S_{21})_r \\ \Delta_T &= \left(\frac{-8}{k^2}\right) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_T \widetilde{d_T}\} (\hat{k} \cdot \vec{q}) (S_{21})_T \end{aligned} \quad (4.30)$$

onde

$$\begin{aligned} \{\widetilde{g_s d_s}\} &= \left\{ \frac{-1}{8} g_s^2 d_s(k-q) + \frac{1}{2} g_v^2 d_\omega(k-q) + \frac{1}{8} g_\rho^2 d_\rho(k-q) + \frac{1}{8} g_\pi^2 d_\pi(k-q) \right\} \\ \{\widetilde{g_{0\nu} d_{0\nu}}\} &= \left\{ \frac{1}{8} g_s^2 d_s(k-q) + \frac{1}{4} g_v^2 d_\omega(k-q) + \frac{1}{16} g_\rho^2 d_\rho(k-q) + \frac{1}{8} g_\pi^2 d_\pi(k-q) \right\} \end{aligned}$$

$$\{\widetilde{g_T d_T}\} = \left\{ \frac{1}{8} g_s^2 d_\sigma(k-q) - \frac{1}{8} g_\pi^2 d_\pi(k-q) \right\} \quad (4.31)$$

e vamos considerar $\Delta_v = 0$, como fizemos em (4.5).¹

Se usarmos o acoplamento pseudo-vetorial para o pión resultam as seguintes contribuições para as diversas componentes de Σ e Δ

$$\begin{aligned} \Sigma_s(k) &= (-3i) \left(\frac{g_\pi}{2M_0} \right)^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} d_\pi(k-q) (k-q)^2 (S11)_s(q) \\ \Sigma_0(k) &= (-3i) \left(\frac{g_\pi}{2M_0} \right)^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} d_\pi(k-q) \left\{ [2(k^0 - q^0)^2 - (k-q)^2] (S11)_0(q) + \right. \\ &\quad \left. [2(k^0 - q^0)(k \cos \theta - q)] (S11)_v(q) \right\} \\ \Sigma_v(k) &= \left(\frac{-3i}{|\vec{k}|^2} \right) \left(\frac{g_\pi}{2M_0} \right)^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} d_\pi(k-q) \left\{ [2(k^0 - q^0)(k^2 \cos \theta - qk)] (S11)_0(q) + \right. \\ &\quad \left. [(k^0 - q^0)^2 + k^2 + q^2] k \cos \theta - 2k^2 q \right\} (S11)_v(q) \\ \Sigma_T(k) &= \left(\frac{-3i}{|\vec{k}|^2} \right) \left(\frac{g_\pi}{2M_0} \right)^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} d_\pi(k-q) \left\{ [(k^0 - q^0)^2 - k^2 - q^2] k \cos \theta + 2k^2 q \right\} (S11)_T(q) \end{aligned} \quad (4.32)$$

e

$$\begin{aligned} \Delta_s(k) &= i \left(\frac{g_\pi}{2M_0} \right)^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} d_\pi(k-q) (k-q)^2 (S21)_s(q) \\ \Delta_0(k) &= i \left(\frac{g_\pi}{2M_0} \right)^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} d_\pi(k-q) \left\{ [2(k^0 - q^0)^2 - (k-q)^2] (S21)_0(q) + \right. \\ &\quad \left. [2(k^0 - q^0)(k \cos \theta - q)] (S21)_v(q) \right\} \\ \Delta_v(k) &= \left(\frac{i}{|\vec{k}|^2} \right) \left(\frac{g_\pi}{2M_0} \right)^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} d_\pi(k-q) \left\{ [2(k^0 - q^0)(k^2 \cos \theta - qk)] (S21)_0(q) + \right. \end{aligned}$$

¹Se não fizermos esta hipótese, o cálculo numérico direto dará valores para Δ_v várias ordens de grandeza menores do que para as demais componentes do campo de emparelhamento.

$$\left[\left((k^0 - q^0)^2 + k^2 + q^2 \right) k \cos \theta - 2k^2 q \right] (S21)_u(q) \}$$

$$\Delta_T(k) = \left(\frac{i}{|k|^2} \right) \left(\frac{g_\pi}{2M_0} \right)^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} d_\pi(k - q) \left[\left((k^0 - q^0)^2 - k^2 - q^2 \right) k \cos \theta + 2k^2 q \right] (S21)_T(q) \quad (4.33)$$

onde o propagador do pión é dado por (4.28). Portanto, quando o acomplamento pseudo-vetorial for usado, as expressões (4.32) e (4.33) deverão substituir os termos associados ao acoplamento pseudo-escalar do pión em (4.26) e (4.30).

Com isso, fica completa a definição dos campos Σ e Δ dentro da aproximação HFB relativística, ou seja, a aproximação em que a matéria nuclear é descrita em termos dos campos médios de energia, Σ e Δ , determinados de maneira auto-consistente, levando-se em conta apenas as contribuições de primeira ordem nas interações entre os nucleons pela troca mésons e descrevendo relativisticamente tanto a propagação dos nucleons como a dos mésons.

Para calcular a densidade bariônica usamos a definição

$$\begin{aligned} \rho_B &= \langle \bar{G}\bar{R} | \bar{\psi}(x) \gamma_0 \psi(x) | \bar{G}\bar{R} \rangle = -i \lim_{\substack{y^0 \rightarrow x^0 + \\ \vec{y} \rightarrow \vec{x}}} \text{Tr} \{ \gamma_0 G(x - y) \} \\ &= \lim_{\substack{y^0 \rightarrow x^0 + \\ \vec{y} \rightarrow \vec{x}}} \left\{ -i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{i q(y-x)} \text{Tr} (\gamma_0 G(k)) \right\} \\ &= (-8i) \lim_{\epsilon \rightarrow 0+} \left\{ \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (S11)_0(k) e^{i q^0 \epsilon} \right\} \end{aligned} \quad (4.34)$$

onde $(S11)_0$ é dado por (4.25) e (4.26). A densidade de energia bariônica, ϵ , é calculada a partir do operador tensorial de energia-momento

$$\hat{T}^{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}(x)}{\partial (\partial_\mu \psi(x))} \partial^\nu \psi(x) + \frac{\partial \mathcal{L}(x)}{\partial (\partial_\mu \psi^{(A)}(x))} \partial^\nu \psi^{(A)}(x) + \sum_{(j)} \frac{\partial \mathcal{L}(x)}{\partial (\partial_\mu \phi_{(j)}^a(x))} \partial^\nu \phi_{(j)}^a(x) - g^{\mu\nu} \mathcal{L}(x) \quad (4.35)$$

onde $\mathcal{L}(x)$ é dado por (2.3), (2.4) e (2.6) e $\phi_{(j)}^a$ representa os diversos campos mesônicos, de acordo com as definições do Capítulo 3. Portanto, o valor esperado da energia, $\langle \hat{T}^{00} \rangle$, será dado em relação ao potencial químico, μ , e será igual ao valor esperado do potencial termodinâmico a temperatura zero, $\langle \hat{K} \rangle$, definido por

$$\langle \hat{T}^{00} \rangle = \langle \hat{K} \rangle = \langle \hat{H} - \mu \hat{N} \rangle \quad (4.36)$$

onde $\hat{N}$ é o operador da densidade de nucleons,

$$\hat{N} = \bar{\psi}(x)\gamma_0\psi(x) \quad (4.37)$$

e $\hat{H}$ é o operador hamiltoniano.

Desta forma, para obter a definição usual para a densidade de energia, em relação ao ponto zero, deve-se considerar o operador

$$\hat{H} = (\hat{T}^{00} + \mu\hat{N}) = -\mathcal{L}' + \frac{\partial\mathcal{L}'}{\partial(\partial_t\psi)}(\partial_t\psi) + \frac{\partial\mathcal{L}'}{\partial(\partial_t\psi^{(A)})}(\partial_t\psi^{(A)}) + \sum_{(j)} \frac{\partial\mathcal{L}'}{\partial(\partial_t\phi_{(j)}^a)}\partial_t\phi_{(j)}^a \quad (4.38)$$

onde

$$\mathcal{L}' = (\mathcal{L} - \mu\hat{N}) \quad (4.39)$$

Desprezando-se os termos de retardo que aparecem em (4.38) multiplicando os momentos mesônicos, por analogia com o que é usualmente feito ao nível da aproximação HF à QHD,^[62,63] obtém-se

$$\hat{H} = \bar{\psi}(x)i\gamma^0\partial_t\psi(x) - \bar{\psi}(x)(i\not{p} - M_0)\psi(x) - \mathcal{L}_{int} - \mathcal{L}_0 \quad (4.40)$$

onde

$$\mathcal{L}_{int} = - \sum_{(j)} \bar{\psi}(x)\Gamma_{(j)(\alpha)}\psi(x)\phi_{(j)}^{(\alpha)}(x) \quad (4.41)$$

Tomando igual a zero os termos associados às diversas derivadas totais envolvendo os campos mesônicos, obtém-se a seguinte expressão para a densidade de lagrangeana livre dos mésons

$$\mathcal{L}_0 = \sum_{(j)} \frac{f_{(j)}}{2} \phi_{(j)(\alpha)}(x)(\partial^2 + m_j^2)\phi_{(j)}^{(\alpha)}(x) \quad (4.42)$$

Portanto, reescrevendo as expressões acima para $\mathcal{L}_{int}$ e $\mathcal{L}_0$ em termos dos propagadores dos mésons, resulta a seguinte relação (ver Apêndice(IV))

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{1}{2}\mathcal{L}_{int} \quad (4.43)$$

Com isso, reescrevendo-se (4.40) de maneira simétrica em relação a ψ e $\psi^{(A)}$, tal como vimos no Capítulo 2, obtém-se a seguinte expressão para o operador hamiltoniano

$$\hat{H} = \frac{-1}{2} \left\{ [\bar{\psi}(x)(i\vec{\gamma} \cdot \vec{\partial} - M_0)\psi(x) + \overline{\psi^{(A)}}(x)(i\vec{\gamma} \cdot \vec{\partial} + M_0)\psi^{(A)}(x)] + \frac{1}{2}\mathcal{L}_{int} + \frac{1}{2}\mathcal{L}_{int}^{(A)} \right\} \quad (4.44)$$

onde $\mathcal{L}_{int}^{(A)}$ é dado por

$$\mathcal{L}_{int}^{(A)} = \sum_{(ij)} \overline{\psi^{(A)}}(x) (B\Gamma_{(ij)(\alpha)}B^\dagger) \psi^{(A)}(x) \phi_{(j)}^{(\alpha)}(\hat{x}) \quad (4.45)$$

de acordo com as definições do Capítulo 3. Afinal, tomando-se o valor esperado de $\hat{H}$ no estado fundamental interagente resulta a seguinte expressão para a densidade de energia bariônica (ver Apêndice(IV))

$$\begin{aligned} \epsilon = \langle \hat{H} \rangle = & \frac{i}{2} \lim_{y \rightarrow x^+} \text{Tr} \left[(i\vec{\gamma} \cdot \vec{\partial} - M_0)G(x-y) + (i\vec{\gamma} \cdot \vec{\partial} + M_0)\dot{G}(x-y) \right] \\ & - \frac{i}{4} \int d^4y \text{Tr} \left[\Sigma(x-y)G(y-x) - \bar{\Delta}(x-y)F(y-x) - \Delta(x-y)\bar{F}(y-x) \right. \\ & \left. - \Sigma^{(A)}(\hat{x}-\hat{y})\dot{G}(y-x) \right] \end{aligned} \quad (4.46)$$

que pode ser reescrito, no espaço dos momentos, como

$$\epsilon = \left(-\frac{i}{2} \right) \int \frac{d^4k}{(2\pi)} \text{Tr} \left\{ \begin{pmatrix} \vec{\gamma} \cdot \vec{k} + M_0 + \frac{1}{2}\Sigma(k) & -\frac{1}{2}\bar{\Delta}(k) \\ -\frac{1}{2}\Delta(k) & \vec{\gamma} \cdot \vec{k} - M_0 - \frac{1}{2}\Sigma^{(A)}(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G(k) & \dot{F}(k) \\ F(k) & \dot{G}(k) \end{pmatrix} \right\} \quad (4.47)$$

Para obter uma expressão envolvendo apenas as componentes de $G(k)$ e $F(k)$, notamos que (ver Apêndice(IV))

$$\int d^4k \text{Tr} \left\{ [\vec{\gamma} \cdot \vec{k} - M_0 - \frac{1}{2}\Sigma^{(A)}(k)]\dot{G}(k) \right\} = \int d^4k \text{Tr} \left\{ [\vec{\gamma} \cdot \vec{k} + M_0 + \frac{1}{2}\Sigma(k)]G(k) \right\} \quad (4.48)$$

e que

$$F(k) = \gamma_0 \dot{F}^\dagger(-k) \gamma_0$$

$$\Delta(k) = \gamma_0 \tilde{\Delta}^\dagger(-k) \gamma_0 \quad (4.49)$$

e, portanto,

$$\int d^4k \operatorname{Tr} [\Delta(k) \tilde{F}(k)] = \int d^4k \operatorname{Tr} [\tilde{\Delta}^*(k) F^*(k)] \quad (4.50)$$

Desta forma, resulta

$$\begin{aligned} \epsilon &= \left(-\frac{i}{2}\right) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \operatorname{Tr} \left\{ [\Sigma(k) + 2(\vec{\gamma} \cdot \vec{k} + M_0)] G(k) - \operatorname{Re}[\tilde{\Delta}(k) F(k)] \right\} \\ &= (4i) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left[-(\Sigma_s + 2M_0)(S11)_s + \Sigma_0(S11)_0 + (S + |\vec{k}|)(S11)_v + iS_T(S11)_T \right] \\ &\quad + (4i) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \operatorname{Re} [\Delta_s^*(S21)_s - \Delta_0^*(S21)_0 - i\Delta_T^*(S21)_T] \end{aligned} \quad (4.51)$$

onde as componentes de $G(k)$ e $F(k)$ são dadas pelas expressões do Apêndice(III). Devemos ressaltar porém que este resultado contém uma aproximação, feita quando passamos da equação (4.38) para a equação (4.40), onde não foram levadas em conta as contribuições à energia total associadas aos termos de retardo nos campos dos mésons. Por outro lado, os cálculos dentro das aproximações Hartree e Hartree-Fock indicam que essas contribuições são nulas ou muito pequenas^[5] e, portanto, vamos desconsiderá-las também dentro da aproximação HFB desde que os valores numéricos para ϵ , dado por (4.51), não difiram de maneira expressiva dos resultados das outras aproximações. Veremos a seguir que esta expectativa é confirmada para todos os diversos tipos de interação nucleon-nucleon consideradas neste modelo, exceto para baixas densidades da matéria nuclear onde se observa uma anomalia no comportamento das energias de ligação por nucleon na aproximação HFB com relação aos resultados das aproximações Hartree e Hartree-Fock. Porém, esse resultado anômalo é típico da aproximação HFB, como veremos na Secção(4.2), e não pode ser melhorado com a introdução das contribuições da energia dos campos mesônicos. Portanto, pode-se considerar a expressão (4.51) para a densidade de energia bariônica como uma generalização, para o caso de emparelhamento diferente de zero, dos resultados usuais ao nível da aproximação HF à QHD

4.1 Análise das expressões para Σ e Δ na aproximação HFBD

A integração sobre a energia dos quase-núcleons, $\omega = k^0$, nas expressões (4.26) e (4.30), define a *decomposição espectral* dos campos Σ e Δ e deve ser efetuada no plano complexo através de caminhos que incluam apenas os pólos representativos das energias dos quase-núcleons na matéria nuclear, de acordo com a prescrição indicada na secção anterior. Desta forma, consideraremos apenas as energias ω_- e ω_+ dadas em (4.22), correspondendo a estados com energia negativa em relação ao potencial químico, ou seja, os “quase-buracos” do modelo. As outras duas soluções estão associadas aos estados com energia positiva, as quase-partículas do modelo, correspondendo à propagação de estados revertidos temporalmente com relação aos estados associados a ω_- e ω_+ .

Com isso, podemos reescrever as equações auto-consistentes em (4.26), após a integração sobre ω e sobre os ângulos esféricos, como

$$\begin{aligned}\Sigma_s(k) &= \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{\beta} \{[g\theta_{s1}]G_{s1}(\omega_-) - [g\theta_{s2}]G_{s2}(\omega_+)\} \\ \Sigma_0(k) &= \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{\beta} \{[g\theta_{01}]G_{01}(\omega_-) - [g\theta_{02}]G_{02}(\omega_+)\} \\ \Sigma_v(k) &= \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q dq}{|\vec{k}|^2 \beta} \{[g\phi_{v1}]G_{v1}(\omega_-) - [g\phi_{v2}]G_{v2}(\omega_+)\} \\ \Sigma_T(k) &= \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q dq}{|\vec{k}|^2 \beta} \{[g\phi_{T1}]G_{T1}(\omega_-) - [g\phi_{T2}]G_{T2}(\omega_+)\} \quad (4.52)\end{aligned}$$

e as equações (4.30) como

$$\begin{aligned}\Delta_s(k) &= \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{\beta} \{[g\theta_{\Delta s1}]F_{s1}(\omega_-) - [g\theta_{\Delta s2}]F_{s2}(\omega_+)\} \\ \Delta_0(k) &= \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{\beta} \{[g\theta_{\Delta 01}]F_{01}(\omega_-) - [g\theta_{\Delta 02}]F_{02}(\omega_+)\} \\ \Delta_v(k) &= \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q dq}{|\vec{k}|^2 \beta} \{[g\theta_{\Delta v1}]F_{v1}(\omega_-) - [g\theta_{\Delta v2}]F_{v2}(\omega_+)\} \\ \Delta_T(k) &= \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q dq}{|\vec{k}|^2 \beta} \{[g\theta_{\Delta T1}]F_{T1}(\omega_-) - [g\theta_{\Delta T2}]F_{T2}(\omega_+)\} \quad (4.53)\end{aligned}$$

onde β é dado pela expressão (4.15) e os termos $[g\theta_{s1}]$, $[g\theta_{s2}]$, $[g\theta_{01}]$, etc., bem como as funções $G_{s1}(\omega_-)$, $G_{s2}(\omega_+)$, $F_{s1}(\omega_-)$, etc., estão definidos no Apêndice(V). Notamos aqui, que, de acordo com a discussão da secção anterior, vamos tomar Σ_T e Δ_v como iguais a zero. No caso de usarmos o acoplamento pseudo-vetorial para o pión resultam as seguintes contribuições para as componente de Σ

$$\Sigma_s(k) = \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{\beta} \left(\frac{3}{8}\right) \left(\frac{g_\pi}{2M_0}\right)^2 (4kq + m_\pi^2 \theta_{\pi 2}) \left[\frac{G_{s1}(\omega_-)}{2kq} - \frac{G_{s2}(\omega_+)}{2kq} \right]$$

$$\begin{aligned} \Sigma_0(k) = & \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{\beta} \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{g_\pi}{2M_0}\right)^2 \left\{ \left[\left((k^0 - q^0)^2 - \frac{m_\pi^2}{2} \right) \theta_{\pi 2} - 2kq \right] \left[\frac{G_{01}(\omega_-)}{2kq} - \frac{G_{02}(\omega_+)}{2kq} \right] \right. \\ & \left. + \left[2k(k^0 - q^0) \phi_{\pi 2} - q(k^0 - q^0) \theta_{\pi 2} \right] \left[\frac{G_{01}(\omega_-)}{2kq} - \frac{G_{02}(\omega_+)}{2kq} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma_v(k) = & \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q dq}{|k|^2 \beta} \left(\frac{3}{8}\right) \left(\frac{g_\pi}{2M_0}\right)^2 \left\{ \left[\left((k^0 - q^0)^2 + k^2 + q^2 \right) \phi_{\pi 2} - kq \theta_{\pi 2} \right] [G_{v1}(\omega_-) - G_{v2}(\omega_+)] \right. \\ & \left. + (k^0 - q^0)(k \theta_{\pi 2} - 2q \phi_{\pi 2}) [G_{01}(\omega_-) - G_{02}(\omega_+)] \right\} \end{aligned}$$

$$\Sigma_T(k) = \left(\frac{-1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q dq}{|k|^2 \beta} \left(\frac{3i}{8}\right) \left(\frac{g_\pi}{2M_0}\right)^2 \left\{ \left[\left((k^0 - q^0)^2 - k^2 - q^2 \right) \phi_{\pi 2} + kq \theta_{\pi 2} \right] [G_{T1}(\omega_-) - G_{T2}(\omega_+)] \right\}$$

(4.)

e expressões análogas para as componentes de $\Delta(k)$

$$\Delta_s(k) = \left(\frac{-1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{\beta} \left(\frac{1}{8}\right) \left(\frac{g_\pi}{2M_0}\right)^2 (4kq + m_\pi^2 \theta_{\pi 2}) \left[\frac{F_{s1}(\omega_-)}{2kq} - \frac{F_{s2}(\omega_+)}{2kq} \right]$$

$$\begin{aligned} \Delta_0(k) = & \left(\frac{-1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{\beta} \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{g_\pi}{2M_0}\right)^2 \left\{ \left[\left((k^0 - q^0)^2 - \frac{m_\pi^2}{2} \right) \theta_{\pi 2} - 2kq \right] \left[\frac{F_{01}(\omega_-)}{2kq} - \frac{F_{02}(\omega_+)}{2kq} \right] \right. \\ & \left. + \left[2k(k^0 - q^0) \phi_{\pi 2} - q(k^0 - q^0) \theta_{\pi 2} \right] \left[\frac{F_{01}(\omega_-)}{2kq} - \frac{F_{02}(\omega_+)}{2kq} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\Delta_v(k) = \left(\frac{-1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q dq}{|k|^2 \beta} \left(\frac{1}{8}\right) \left(\frac{g_\pi}{2M_0}\right)^2 \left\{ \left[\left((k^0 - q^0)^2 + k^2 + q^2 \right) \phi_{\pi 2} - kq \theta_{\pi 2} \right] [F_{v1}(\omega_-) - F_{v2}(\omega_+)] \right.$$

$$+(k^0 - q^0)(k\theta_{\pi 2} - 2q\phi_{\pi 2})[F_{01}(\omega_-) - F_{02}(\omega_+)]\}$$

$$\Delta_T(k) = \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q dq}{|\vec{k}|^2 \beta} \left(\frac{i}{8}\right) \left(\frac{g_\pi}{2M_0}\right)^2 \left\{((k^0 - q^0)^2 - k^2 - q^2) \phi_{\pi 2} + kq\theta_{\pi 2}\right\} [F_{T1}(\omega_-) - F_{T2}(\omega_+)] \quad (4.55)$$

que deverão substituir as contribuições devidas ao acoplamento π -N-pseudo-escalar, nas equações (4.52) e (4.53), sempre que o acoplamento pseudo-vetorial for usado.

Podemos também reescrever a expressão para a densidade de energia bariônica, dada em (4.51), como

$$\begin{aligned} \epsilon = & \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{\beta} \{(\Sigma_s + 2M_0)[G_{s1}(\omega_-) - G_{s2}(\omega_+)] - \Sigma_0[G_{01}(\omega_-) - G_{02}(\omega_+)] \\ & - (S + |\vec{k}|)[G_{v1}(\omega_-) - G_{v2}(\omega_+)] - iS_T[G_{T1}(\omega_-) - G_{T2}(\omega_+)]\} \\ & - \text{Re} \{ \Delta_s^*[F_{s1}(\omega_-) - F_{s2}(\omega_+)] - \Delta_0^*[F_{01}(\omega_-) - F_{02}(\omega_+)] \\ & - |\vec{k}|\Delta_v^*[F_{v1}(\omega_-) - F_{v2}(\omega_+)] + |\vec{k}|\Delta_T^*[F_{T1}(\omega_-) - F_{T2}(\omega_+)] \} \end{aligned} \quad (4.56)$$

e a densidade bariônica, em (4.34), como

$$\rho_B = \left(\frac{1}{\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q^2 dq}{\beta} [G_{01}(\omega_-) - G_{02}(\omega_+)] \quad (4.57)$$

Nota-se que as expressões acima reduzem-se aos resultados anteriores da aproximação HF à Teoria Hadrodinâmica Quântica (QHD) no limite em que o campo de emparelhamento tende a zero. Neste caso, obtemos, a partir das expressões do Apêndice(III), os seguintes resultados para os termos associados ao pólo ω_-

$$(S11)_{(1)} = \left(\frac{\gamma_0(\omega + \omega_0) - (1 + \Sigma_v)\vec{\gamma} \cdot \vec{k} + M}{2e_k} \right) \left(\frac{-1}{\omega + \omega_0 + e_k - i\epsilon} \right) \quad (4.58)$$

e uma contribuição nula associada ao pólo $(-\omega_-)$. Para os termos associados aos pólos $(\pm\omega_+)$, obtemos

$$(S11)_{(2)} = \left(\frac{\gamma_0(\omega + \omega_0) - (1 + \Sigma_v)\vec{\gamma} \cdot \vec{k}}{2e_k} \right) \left[\frac{\theta(k - k_F)}{\omega + \omega_0 - e_k + i\epsilon} + \frac{\theta(k_F - k)}{\omega + \omega_0 - e_k - i\epsilon} \right], \quad (4.59)$$

onde k_F é o momento de Fermi dado por sua relação com a densidade bariônica, ou seja

$$k_F = (3\pi^2 \rho_B / 2)^{1/3} \quad (4.60)$$

e $\theta(k_1 - k_2)$ é a função degrau definida por

$$\theta(k_1 - k_2) = \begin{cases} 1 & \text{se } k_1 > k_2 \\ 0 & \text{se } k_2 > k_1 \end{cases}, \quad (4.61)$$

Portanto, o propagador bariônico completo, no limite $\Delta \rightarrow 0$, será

$$G(k) = (S11) = (S11)_{(1)} + (S11)_{(2)} \quad (4.62)$$

que é o mesmo que o encontrado na literatura para a aproximação Hartree-Fock relativística e que está definido simbolicamente em (3.15). Notamos ainda que, nesse limite, o propagador anômalo $(S21)$ tende a zero e, levando-se estes resultados em (4.26) e (4.30), obtém-se precisamente as mesmas expressões auto-consistentes para Σ que as obtidas na teoria QHD usual.^[6]

A análise das equações para Σ , Δ e ϵ mostra, por outro lado, que a contribuição de ω_- é divergente enquanto a de ω_+ é finita, o que implica na necessidade de renormalização da teoria que analisaremos a seguir.

4.2 Renormalização do Modelo(I) - Considerações Gerais

Em teorias análogas à QHD, como, por exemplo, na QED, a renormalização pode ser feita através da introdução de contra-termos na lagrangiana, associados às correções de flutuações do vácuo. Nesse caso, a massa renormalizada do elétron, no vácuo, é fixada, com valor igual ao valor experimental para a massa do elétron, o que permite definir uma constante de renormalização para a massa que não depende do momento do elétron "on shell". Porém, a consideração dos termos das antipartículas dentro da aproximação auto-consistente HFB à QHD, correspondentes ao pólo ω_- , produz divergências no cálculo das energias que não foram, até o presente, adequadamente tratadas através do método dos contra-termos.^[4,35]

Esse tipo de abordagem de renormalização, usando contra-termos, só foi realizado, até agora, na aproximação Hartree relativística (RHA) tal como feito por Chin e Walecka.^[12,16,7] De fato, pode-se definir um procedimento de renormalização semelhante na aproximação HFB à QHD, quando os termos de troca não são considerados ou em casos limites simplificados como na aproximação HFB de alcance-zero. Porém, surgem dificuldades para a implementação do método para as interações nucleon-nucleon de alcance finito.

Por outro lado, com relação aos termos de emparelhamento, pode-se mostrar que, embora sejam estruturalmente análogos aos termos de troca, eles não introduzem necessariamente nenhum diagrama divergente adicional, exceto no limite de alcance zero. De fato, podemos notar que, ao nível da aproximação Hartree-Fock de alcance finito, o campo médio Σ é dado em termos de integrandos que são assintoticamente proporcionais a q^{-3} , onde q é o momento bariônico, o que implica que, para os termos de troca, todas as infinitas contribuições do cálculo auto-consistente envolvem integrais com divergências do mesmo tipo. Além disso, a partir da equação do propagador bariônico em termos dos propagadores de Hartree-Fock, (3.13), resulta que os termos de Gorkov podem ser obtidos a partir dos correspondentes termos de troca pela multiplicação dos *integrandos* por

$$-\tilde{G}_{\text{HF}}(q)\Delta(q) \quad , \quad (4.63)$$

onde $\tilde{G}_{\text{HF}}$, definido em (3.15), tem comportamento assintótico como q^{-1} . Portanto, os integrandos dos termos de Gorkov comportam-se assintoticamente como $q^{-4}\Delta(q)$ e produzem um resultado finito desde que o valor absoluto de $\Delta(q)$ seja decrescente como $q^{-\epsilon}$, onde ϵ é um número positivo arbitrário.

Para solucionar o problema da renormalização dos termos de troca nas diversas expressões auto-consistentes para Σ e Δ , em todas as "ordens de loop" ao mesmo tempo, é necessário lançar mão de um método envolvendo *funções espectrais* adequadas para a definição do propagador bariônico e dos campos Σ e Δ nas equações auto-consistentes. Funções essas que deverão ser também determinadas de maneira auto-consistente. Esse método foi desenvolvido por Bielaiew e Serot^(4,35) para renormalizar os termos de Fock em teoria de campo médio com alcance finito, e pode ser naturalmente estendido para renormalizar as aproximações HF e HFB à teoria Hadrodinâmica Quântica. No entanto, os estudos de Bielaiew e Serot indicam o surgimento de complicações de cálculo, os pólos fantasmas ou "ghosts", que inviabilizaram a produção de resultados numéricos finais, passíveis de comparação com resultados experimentais. Por causa disso, essa abordagem não será considerada no presente trabalho, apesar deste método de renormalização ser o mais sofisticado e completo de todos.

Uma outra possibilidade consiste em tentar-se a renormalização das contribuições das anti-partículas, diretamente, através de cortes no momento bariônico ("cut-offs"), nas diversas integrais que definem as funções de campo médio do nucleon na matéria nuclear.^[6,7] A renormalização dos diversos termos da lagrangeana é então feita através da imposição do valor no vácuo para a massa do nucleon e para a densidade bariônica, bem como pelo ajuste das constantes de acoplamento

das diversas interações méson-núcleon (com massas dos mésons fixas), de modo a fixar o ponto de saturação da matéria nuclear e, com isso, fica também definido o valor do cut-off. Voltaremos a considerar este método na Secção(4.4).

Outro estudo importante, relacionado ao problema da renormalização da QHD aplicada à descrição da matéria nuclear, foi desenvolvido recentemente^[8] no sentido de avaliar a expansão não-perturbativa em "loops" como um procedimento sistemático para obter correções para os resultados bem estabelecidos da aproximação Hartree relativística (1-loop) à QHD. Considerou-se então as correções de dois loops, em que os termos de troca entram apenas na ordem mais baixa da expansão auto-consistente que define a aproximação Hartree-Fock, e obteve-se expressões analíticas fechadas para a energia de ligação por nucleon, análogas às da aproximação Hartree. Foram definidos também três critérios para a avaliação das correções e da convergência dos resultados, sendo um perturbativo e dois não-perturbativos. Porém, os valores obtidos para essas correções foram bastante grandes e, de fato, indicaram que os cálculos eram *divergentes de acordo com todos os três critérios utilizados*. Cálculos complementares revelaram, no entanto, que os maus resultados para as correções de segunda ordem em loop poderiam ser tornados fisicamente adequados através da inclusão de fatores de forma nos vértices dos diversos acoplamentos méson-núcleon do modelo.^[36] Portanto, os resultados obtidos a partir da análise sistemática da QHD através da expansão não-perturbativa em loops, indicam que a QHD, aplicada ao estudo da matéria nuclear, deve produzir resultados não físicos apesar de ser uma teoria renormalizável, a menos que se introduza fatores de forma adequados nos vértices das interações méson-núcleon, que, essencialmente, definem a escala de energia dentro da qual a teoria é aplicável.

Porém, deve-se ressaltar que esses estudos não tratam os termos de Fock de maneira auto-consistente, visto que isso implica na consideração de todas as ordens de loop ao mesmo tempo, porque a introdução de um termo de troca a mais produz diagramas com uma ordem de loop a mais também. Além disso, a expansão em loops considera em cada ordem de loop várias classes de diagramas que não entram na aproximação Hartree-Fock-Bogoliubov e, portanto, os resultados dessa expansão não podem ser comparados diretamente aos resultados de aproximações do tipo Hartree-Fock ou Hartree-Fock-Bogoliubov, posto que significam teorias efetivas "estruturalmente" diferentes, com relação à teoria completa da QHD. Desta forma, pode-se ainda esperar que a aproximação HFB produza resultados compatíveis com os dados experimentais, quando adequadamente renormalizada, por exemplo, através de funções espectrais, como vimos acima, e como também sugerem os resultados que veremos a seguir.

4.3 Renormalização do Modelo(II) - Método do Truncamento

Uma orientação importante, para o tratamento das divergências do modelo, vem dos resultados básicos da QHD^[1-5] que mostram que o *truncamento dos termos associados a ω_-* dá bons resultados dentro da aproximação Hartree- Fock relativística. Podemos, então, imaginar que, se os campos de emparelhamento forem pequenos em relação aos campos de auto-energia Σ , resultados semelhantes deverão ser obtidos na aproximação HFB.

Vamos, portanto, numa primeira abordagem, eliminar os termos associados a ω_- nas expressões (4.52) a (4.55) e analisar os resultados obtidos. Desta forma, ficam automaticamente eliminadas as divergências do modelo e os resultados passam a depender apenas da fixação dos parâmetros livres que são as constantes de acoplamento e as massas dos mésons. Isto nos permite ajustar com boa precisão o *ponto de saturação da matéria nuclear*, dado por^[6,9]

$$\text{energia de ligação por nucleon} : \quad \left(\frac{EB}{A} \right) \sim -15.75 \text{ MeV}$$

e

$$\text{momento de Fermi} : \quad k_F \sim 1.35 \text{ fm}^{-1} \quad (4.64)$$

bem como a massa efetiva do nucleon, dada por (4.56), nesse ponto

$$M/M_0 \sim 0.526, \quad \text{ou} \quad M \sim 493.8 \text{ MeV} \quad (4.65)$$

dentro de uma margem de variação de cerca de 5% para as constantes de acoplamento, com as massas dos mésons fixas

Com isso, ficam também determinadas as condições que serão satisfeitas pelos campos Σ e Δ no vácuo, ou seja, para densidade bariônica igual a zero. Nesse limite todos os campos são nulos e o potencial químico μ toma valores próximos da massa de repouso do nucleon : $\mu \sim 939 \text{ MeV}$. Para determinar o valor exato de μ para um dado conjunto de constantes de acoplamento e massas dos mésons, devemos analisar as equações para os campos de emparelhamento e para a energia por nucleon ϵ , em (4.46), no limite em que tanto Σ como Δ são pequenos, como faremos a seguir.

4.3.1 Análise da energia para baixas densidades bariônicas

No limite de baixas densidades bariônicas, usando as definições dadas anteriormente para ω_+ , e_q , S , M , etc., obtemos, a partir de (4.53)

$$\begin{aligned}
\Delta_s(k) &\approx \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty q^2 dq [g\theta_{\Delta s2}] \frac{\Delta_G}{\omega_+} \\
\Delta_0(k) &\approx \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty q^2 dq [g\theta_{\Delta 02}] \left(\frac{M}{e_q}\right) \frac{\Delta_{G0}}{\omega_+} \\
\Delta_T(k) &\approx \left(\frac{-1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q dq}{|\vec{k}|^2} [g\theta_{\Delta T2}] \left(\frac{S}{e_q}\right) \frac{\Delta_{GT}}{\omega_+}
\end{aligned} \tag{4.66}$$

onde

$$\begin{aligned}
\Delta_G(q) &= \left(\frac{M\Delta_0}{e_q} - \Delta_s + i\Delta_T \frac{qS}{e_q} \right) \\
\Delta_{G0}(q) &= \left(\frac{(\beta - 2S^2)}{2M\omega_0} \Delta_0 - \Delta_s + i\Delta_T \frac{qS}{\omega_0} \right) \\
\Delta_{GT}(q) &= \left(\frac{M}{\omega_0} \Delta_0 - \Delta_s + iq\Delta_T \frac{(\beta - 2M^2)}{2S\omega_0} \right)
\end{aligned} \tag{4.67}$$

onde β é dado por (4.15). Nestas expressões, o termo Δ_G é o análogo relativístico do “parâmetro de gap” não-relativístico, que mede o “gap” na energia de excitação dos nucleons na superfície de Fermi, de acordo com o modelo BCS tradicional, como será demonstrado no Capítulo 6. Nota-se que as expressões em (4.67) envolvem, essencialmente, o cancelamento parcial das componente Δ_s e Δ_0 , de maneira análoga ao cancelamento parcial que ocorre entre as componentes Σ_s e Σ_0 na definição do potencial de interação nucleon-nucleon.

As relações (4.66) definem uma equação matricial para as componentes do campo Δ na vizinhança do vácuo do tipo

$$(1 - \mathcal{D}(\mu)) \begin{pmatrix} \Delta_s \\ \Delta_0 \\ \Delta_T \end{pmatrix} = 0 \tag{4.68}$$

onde $\mathcal{D}(\mu)$ é uma matriz que depende apenas do potencial químico: μ . Portanto, para obtermos componentes não nulas para $\Delta(k)$ próximo ao vácuo devemos impor a condição

$$\det(1 - \mathcal{D}(\mu)) = 0 \tag{4.69}$$

que determina univocamente o valor de μ no limite de $\rho_B \rightarrow 0$. O cálculo das soluções dessa equação revela, às vezes, valores de μ menores do que M_0 e, com isso, pode-se simplificar as expressões (4.56) e (4.57) para obter os dois seguintes resultados para a energia e a densidade bariônica próximo ao vácuo:

Caso(a): $\mu \leq M_0$ para $\rho_B \rightarrow 0$. Teremos então

$$\begin{aligned} \epsilon &\approx \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \left(\frac{e_q \tilde{\Delta}_G^2}{e_q - \mu} - \Delta_{G,mix}^2 \right) \frac{q^2}{4(e_q - \mu)} dq \\ \rho_B &\approx \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \left(\frac{q^2 \tilde{\Delta}_G^2}{4(e_q - \mu)^2} \right) dq \end{aligned} \quad (4.70)$$

onde usamos as definições

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}_G^2(q) &= \left[\left(1 - \frac{q^2}{\mu e_q} \right) \Delta_0^2 + \Delta_s^2 + \left(1 - \frac{M_0^2}{\mu e_q} \right) |\Delta_T|^2 q^2 - \frac{2M_0}{e_q} \Delta_s \Delta_0 \right. \\ &\quad \left. - \frac{2iq^2}{e_q} \Delta_s \Delta_T + \frac{2iM_0 q^2}{\mu e_q} \Delta_0 \Delta_T \right] \\ \Delta_{G,mix}^2(q) &= \left[\frac{M_0 \Delta_0 \Delta_{G0}}{e_q} - \Delta_s \Delta_G - i \frac{q^2}{e_q} \Delta_T \Delta_{GT} \right] \end{aligned} \quad (4.71)$$

com Δ_G, Δ_{G0} e Δ_{GT} dados em (4.67). Portanto, a energia por nucleon definida como

$$\left(\frac{EB}{A} \right) = \left(\frac{\epsilon}{\rho_B} - M_0 \right) \quad (4.72)$$

assume uma forma complicada próximo ao vácuo. No entanto, no caso $\tilde{\Delta}_G^2 = \Delta_{G,mix}^2$ obtém-se uma considerável simplificação das expressões em (4.70) e resulta

$$\left(\frac{\epsilon}{\rho_B} - M_0 \right) \approx (\mu - M_0), \quad (4.73)$$

ou seja, a energia de ligação é deslocada para *valores negativos* próximo ao vácuo. É claro que a possibilidade de ser nula a energia de ligação no vácuo ainda existe mas, como vemos, não decorre naturalmente do presente modelo, correspondendo antes a um caso particular da solução de (4.69) em que μ seja igual a M_0 .

Caso(b): $\mu > M_0$ para $\rho_B \rightarrow 0$. Neste caso, ρ_B passaria a ser dado por

$$\rho_B \approx \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty q^2 \theta_L(e_q - \mu) dq \quad (4.74)$$

onde

$$e_q = \sqrt{\Lambda M_0^2 + q^2} \quad , \quad \theta_L(\mu - e_q) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\mu - e_q}{\epsilon_{(-)}} \right) \quad (4.75)$$

e

$$\epsilon_{(-)} = \sqrt{(\mu - e_q)^2 + \tilde{\Delta}_G^2} \quad (4.76)$$

e $\Delta \rightarrow 0$, o que fornece os resultados usuais da aproximação HF. Portanto, teremos $\mu = M_0$, no vácuo, neste caso.

Temos, portanto, um resultado não nulo, em alguns casos, para a energia do nucleon no vácuo, o que é fisicamente incorreto. No entanto, veremos a seguir que exceto por este comportamento anômalo da energia para baixas densidades, onde, de fato, não se espera que uma teoria de campo médio descreva corretamente um sistema de muitos corpos, os resultados gerais do modelo, aproximado pelo truncamento dos termos associados ao pólo ω_L , mostram bom acordo com os resultados usuais para a matéria nuclear.

Por outro lado, existe ainda um último problema para a fixação do valor de μ no vácuo, visto que as expressões em (4.70) ou (4.74) podem produzir valores infinitos para ϵ e ρ_B . Devemos, portanto, regularizar as expressões em (4.66) o que será feito através da introdução de "cut-offs" nas integrais das equações auto-consistentes e para as energias ϵ e ρ_B , em (4.52) até (4.57), e interpretar os resultados obtidos em função desses cortes. De fato, a consideração de um intervalo de integração infinito apenas faria sentido físico se pudssemos considerar os nucleons e os mésons como partículas pontuais, o que sabemos não ser correto por causa das subestruturas de partículas "menores" (os quarks e gluons da Teoria Quântica Cromodinâmica) que compõe esses hadrons, ou seja, a consideração de "cut-offs" ou, equivalentemente, de fatores de forma nos vértices dos acoplamentos nucleon-méson é, em geral, uma restrição necessária nas teorias de campo médio relativísticas de alcance finito.

4.3.2 Resultados numéricos

A partir dos resultados da secção anterior, obtém-se valores de μ , no vácuo, dependentes do "cut-off", Λ , e determinados a partir de (4.69), cuja diferença com relação a M_0 torna-se, em geral, cada vez maior à medida que Λ cresce. Antes, porém, de fazermos a análise dos resultados para os campos Σ e Δ vamos definir algumas convenções para designar os diversos casos estudados.

Em todas as avaliações numéricas as massas dos mésons foram fixadas de acordo com os valores usualmente adotados na QHD,^[3,5] e que estão dados na Tabela II. Os diversos casos analisados serão designados através de letras maiúsculas de acordo com a seguinte convenção: (SW), (SWR), (SWP) e (SWPR) indicam os modelos em que os nucleons interagem através da troca dos mésons (σ e ω), (σ, ω e ρ), (σ, ω e π) e (σ, ω, π e ρ), respectivamente.

- Tabela II -				
méson	σ	ω	π	ρ
massa (MeV)	550	783	138	770
Valores das massas dos mésons usados nas avaliações numéricas				

As constantes de acoplamento para os mésons σ e ω são ajustadas nos diversos casos e a constante para o pión é fixada como

$$g_{\pi}^2 = 181.0 \quad (4.77)$$

em todos os casos considerados. Neste ponto cabe ressaltar que, se considerarmos diretamente o acoplamento pseudo-escalar para o pión, o ajuste das constantes de acoplamento, de acordo com (4.64) e (4.65), indica que deveremos usar um valor de g_{π} cerca de 10 vezes menor do que o valor experimental para essa constante, dado em (4.77). Para evitar isso, a introdução do pión se fez através do acoplamento pseudo-vetorial, que não é renormalizável, mas que pode ser considerado como o primeiro termo numa expansão de um acoplamento pseudo-vetorial mais complexo e renormalizável, obtido por uma transformação quiral do acoplamento pseudo-escalar.^[5,81] As expressões para os termos adicionais para os campos Σ e Δ devidos ao acoplamento pseudo-vetorial foram dadas na Secção(4.1) juntamente com os resultados para o acoplamento pseudo-escalar.

A constante de acoplamento para o méson ρ , por outro lado, não tem um valor fixo na literatura.^[3,12,13,49,53,54] Por isso, adotamos dois valores arbitrários para analisar a contribuição do acoplamento N- ρ -N, que são próximos aos valores adotados na QHD^[3] e nos potenciais de Bonn^[13,49,54] e que designaremos por

$$\begin{aligned} \text{caso-(A)} : \quad g_{\rho}^2 &= 6.35 \quad \longrightarrow \quad \frac{g_{\rho}^2}{4\pi} = 0.51 \\ \text{caso-(B)} : \quad g_{\rho}^2 &= 13.12 \quad \longrightarrow \quad \frac{g_{\rho}^2}{4\pi} = 1.07 \end{aligned} \quad (4.78)$$

Afinal, a presença ou não dos termos de retardo nas equações auto-consistentes será indicada através dos sufixos "0", no caso "sem retardo", e "1", no caso "com retardo". Desta forma, o caso (SWP)₀ indica o modelo-(σ, ω, π) onde os termos de retardo são desprezados; o caso (SWR-A)₁ indica o modelo-(σ, ω, ρ), com constante g_ρ^2 dada pelo caso-(A) em (4.78) e levando em conta os termos de retardo; etc.. Os valores para as constantes g_σ^2 e g_ω^2 nos diversos casos estão dados na Tabela III tanto dentro da aproximação HFB como da aproximação HF. Em ambos os casos esses valores são ajustados de maneira a fixar o ponto de saturação da matéria nuclear.

- Tabela III -			
caso	g_σ^2	g_ω^2 (HFB)	g_ω^2 (HF)
(SWPR-A) ₀	101.814	121.018	120.677
(SWPR-B) ₁	100.855	119.952	119.632
(SWPR-B) ₀	100.731	120.293	119.955
(SW) ₁	96.387	129.263	128.948
(SW) ₀	96.392	129.320	129.004
(SWP) ₁	102.929	121.350	121.028
(SWP) ₀	102.804	121.689	121.348
(SWR-B) ₁	94.310	127.862	127.549
(SWR-B) ₀	91.320	127.923	127.609

O cálculo numérico, propriamente dito, foi realizado utilizando-se o método de Newton-Raphson,^[93] aplicado às equações auto-consistentes dadas na Secção(4.1), onde as componentes dos campos Σ e Δ são consideradas como as variáveis independentes e as diversas expressões integrais das equações auto-consistentes como funções dessas variáveis. Considerou-se, então, diversos valores do momento bariônico, k , ao longo do intervalo de integração e para cada valor de k associou-se um pequeno subintervalo no qual o método foi aplicado. Desta forma, a avaliação dos campos em função de k , para um dado valor da densidade bariônica, foi feita de maneira independente para cada k .

A integração numérica foi feita considerando-se uma densidade constante de pontos ao longo de todo o intervalo de integração, de modo que as integrais com cut-offs maiores incluíram um número de pontos maior também. Aplicamos, então, o método de integração de Simpson, com três pontos, para cada intervalo de momento de cerca de 0.551 MeV (ou 0.0484 fm⁻¹). Para verificação dos valores obtidos fizemos, em alguns casos, também a integração numérica usando o método de Gauss, com cinco pontos, e obtivemos sempre a coincidência de resultados. Isso se

deve ao comportamento bastante suave que as diversas componentes de Σ e Δ tem em função do momento bariônico, como veremos a seguir, e como sugerem os resultados anteriores dos cálculos feitos ao nível da aproximação-HF.^[63,64,66]

- Tabela IV -						
caso	$\Sigma_s(0.68)$	$\Sigma_s(st)$	$\Sigma_0(0.68)$	$\Sigma_0(st)$	$\Sigma_v(0.68)$	$\Sigma_v(st)$
(SWPR-A) ₀	-61.164	-445.132	-47.196	-364.995	-0.00167	-0.03297
(SWPR-B) ₀	-61.246	-445.161	-47.237	-365.155	-0.00167	-0.03307
(SW) ₀	-60.730	-445.156	-47.572	-362.157	-0.00037	-0.00946
(SWP) ₀	-61.097	-445.157	-47.167	-364.906	-0.00167	-0.03288
(SWR-B) ₀	-60.879	-445.158	-47.643	-362.407	-0.00037	-0.00965
(SW) ₁	-60.721	-445.157	-47.554	-362.191	-0.00037	-0.00948
(SWPR-B) ₁	-61.264	-445.158	-47.142	-364.582	-0.00113	-0.02273
(SWP) ₁	-61.116	-445.152	-47.072	-361.337	-0.00113	-0.02254
(SWR-B) ₁	-60.868	-445.157	-47.624	-362.440	-0.00037	-0.00966
Resultados para as componentes Σ_s , Σ_0 e Σ_v , obtidos dentro da aproximação Hartree-Fock. Os índices (0.68) e (st) correspondem aos valores de k_F iguais a 0.68 fm^{-1} e 1.36 fm^{-1} , respectivamente.						

Os valores das componentes da auto-energia, Σ , em função da densidade bariônica nos diversos casos, obtidos consistentemente com a determinação de μ no vácuo, como vimos acima, revelam-se bastante próximos, embora um pouco maiores, do que os correspondentes valores obtidos na aproximação Hartree-Fock, quando se consideram diversos valores do cut-off, Λ , como podemos ver na comparação entre os valores da Tabela IV e das Tabelas V e Va. Essa diferença é um reflexo do aumento da energia de ligação dos nucleons devido ao emparelhamento nucleon-nucleon. De fato, pode-se observar nas Tabelas V e Va que a diferença em relação aos resultados da aproximação HF decresce para cut-offs crescentes, tal como acontece também com o máximo do parâmetro de gap, em todos os casos. Se considerarmos um dado valor de Λ , dentro da aproximação por truncamento, resulta uma variação de cerca de 1% entre os diversos casos para as duas componentes maiores da auto-energia, Σ_s e Σ_0 , para o momento de 1 fm^{-1} correspondente à metade do valor no ponto de saturação, $k_F \sim 0.68 \text{ fm}^{-1}$, e variações mais acentuadas à medida que a densidade decresce. Já a componente Σ_v apresenta variações bem maiores entre os diversos casos considerados, para cada

valor da densidade bariônica, como se pode observar também nas Tabelas V e Va.²

- Tabela V -							
$\Lambda = 410 \text{ Mev}$							
caso	$\Sigma_s(0.68)$	$\Sigma_s(st)$	$\Sigma_0(0.68)$	$\Sigma_0(st)$	$\Sigma_v(0.68)$	$\Sigma_v(st)$	$\Delta_{G_{max}}$
(SWPR-A) ₀	-62.098	-451.253	-48.004	-370.822	-0.00189	-0.03406	2.656
(SWPR-B) ₀	-62.229	-451.280	-48.058	-370.983	-0.00184	-0.03416	2.209
(SW) ₀	-61.582	-451.197	-48.349	-367.938	-0.00045	-0.00976	3.761
(SWP) ₀	-61.980	-451.280	-47.961	-370.732	-0.00194	-0.03397	3.131
(SWR-B) ₀	-61.831	-451.192	-48.443	-368.188	-0.00042	-0.00995	2.495
(SW) ₁	-61.570	-451.198	-48.331	-367.977	-0.00045	-0.00978	3.785
(SWPR-B) ₁	-62.241	-451.268	-47.961	-370.405	-0.00150	-0.02370	2.305
(SWP) ₁	-61.988	-451.266	-47.862	-370.158	-0.00165	-0.02351	3.264
(SWR-B) ₁	-61.818	-451.192	-48.424	-368.223	-0.00042	-0.00997	2.508
Resultados para as componentes Σ_s , Σ_0 , Σ_v e para o máximo do parâmetro de gap, obtidos dentro da aproximação por "truncamento". Os índices (0.68) e (st) correspondem aos valores de k_F iguais a 0.68 fm^{-1} e 1.36 fm^{-1} , respectivamente.							

Por outro lado, observa-se que os resultados obtidos com a inclusão do acoplamento pión-nucleon, correspondentes aos casos (SWPR-A), (SWPR-B) e (SWP), com ou sem retardo, são próximos entre si e distintos dos resultados sem o pión, correspondentes aos casos (SWR-B) e (SW), com ou sem retardo, que também são próximos entre si. Esta distinção também pode ser notada nos próprios valores efetivos obtidos para as constantes de acoplamento, dadas na Tabela III, onde se observa que a inclusão do pión implica num aumento de g_π^2 e numa diminuição de g_ω^2 , tanto na aproximação HFB como na HF, o que está de acordo com os resultados obtidos anteriormente ao nível da aproximação HF.^[3] Estas duas classes de resultados ficam claramente definidas, em especial, quando se consideram os valores para Σ_v , mostrados nas Tabelas V e Va. A variação desses resultados com o valor do cut-off revelou-se bastante suave mas indica um comportamento sistemático em que os valores de Σ_s , Σ_0 e Σ_v , nos diversos casos analisados,

²Os resultados para Σ_F revelaram-se, em todos os casos, várias ordens de grandeza menores do que os valores das demais componentes, de acordo com o valor nulo previsto a partir da invariância do modelo por reversão temporal, como vimos no início deste capítulo.

- Tabela Va -							
$\Lambda = 506 \text{ Mev}$							
caso	$\Sigma_s(0.68)$	$\Sigma_s(st)$	$\Sigma_o(0.68)$	$\Sigma_o(st)$	$\Sigma_v(0.68)$	$\Sigma_v(st)$	Δ_{Gmax}
(SWPR-A) ₀	-62.232	-451.255	-48.102	-370.823	-0.00188	-0.03406	2.552
(SWPR-B) ₀	-62.251	-451.282	-48.074	-370.984	-0.00184	-0.03416	2.175
(SW) ₀	-61.759	-451.199	-48.458	-367.939	-0.00042	-0.00976	3.009
(SWP) ₀	-62.074	-451.282	-48.025	-370.733	-0.00192	-0.03397	2.953
(SWR-B) ₀	-62.047	-451.195	-48.593	-368.190	-0.00040	-0.00995	2.000
(SW) ₁	-61.749	-451.199	-48.440	-367.977	-0.00042	-0.00978	2.988
(SWPR-B) ₁	-62.388	-451.271	-48.073	-370.407	-0.00150	-0.02370	2.277
(SWP) ₁	-62.022	-451.277	-47.882	-370.168	-0.00163	-0.02352	3.109
(SWR-B) ₁	-62.036	-451.194	-48.574	-368.225	-0.00040	-0.00997	1.975
$\Lambda = 716 \text{ Mev}$							
caso	$\Sigma_s(0.68)$	$\Sigma_s(st)$	$\Sigma_o(0.68)$	$\Sigma_o(st)$	$\Sigma_v(0.68)$	$\Sigma_v(st)$	Δ_{Gmax}
(SWPR-A) ₀	-62.164	-451.262	-48.045	-370.828	-0.00185	-0.03406	2.313
(SWPR-B) ₀	-62.295	-451.289	-48.106	-370.989	-0.00183	-0.03416	2.042
(SW) ₀	-61.922	-451.202	-48.545	-367.940	-0.00040	-0.00976	1.958
(SWP) ₀	-62.035	-451.289	-47.987	-370.738	-0.00188	-0.03397	2.602
(SWR-B) ₀	-61.992	-451.199	-48.529	-368.191	-0.00039	-0.00995	1.436
(SW) ₁	-61.777	-451.202	-48.415	-367.977	-0.00039	-0.00978	1.833
(SWPR-B) ₁	-62.271	-451.282	-47.992	-370.415	-0.00151	-0.02372	2.302
(SWP) ₁	-61.995	-451.279	-47.869	-370.167	-0.00161	-0.02353	2.960
(SWR-B) ₁	-61.989	-451.198	-48.513	-368.225	-0.00039	-0.00997	1.350
Resultados para as componentes Σ_s , Σ_o , Σ_v e para o máximo do parâmetro de gap, obtidos dentro da aproximação por "truncamento". Os índices (0.68) e (st) correspondem aos valores de k_F iguais a 0.68 fm^{-1} e 1.36 fm^{-1} , respectivamente.							

tendem aos resultados da aproximação-III para valores crescentes do cut-off.

Alguns desses resultados numéricos para as componentes da auto-energia Σ , bem como para a energia de ligação por nucleon (EB/A) e para o potencial químico, μ , estão mostrados nas Figuras 4 a 8 em função do momento de Fermi, k_F , e nas Figuras 9 a 11 em função do momento bariônico, para os casos (SW) e (SWPRA), sem retardo. Os resultados com retardo são análogos. Nota-se,

em particular, que os resultados para as componentes de Σ , nas Figuras 4 a 8, são bastante próximos aos obtidos com a aproximação HF; de fato, os resultados das aproximações HFB e HF dificilmente poderiam ser distinguidos caso fossem plotados num mesmo gráfico. Nota-se, também, nas Figuras 9 a 11 que a dependência funcional das componentes de Σ com o momento bariônico é bastante suave, como comentamos anteriormente.

A variação dos resultados para o campo de emparelhamento, Δ , entre os diversos casos analisados é, ao contrário, bastante expressiva. Um comportamento geral, no entanto, pode ser observado, nos resultados obtidos com o método do truncamento, qual seja, a *diminuição sistemática nos valores das componentes do campo Δ com o aumento do cut-off*.

Esse comportamento é mais acentuado nos casos em que o píon não é considerado, (SW) e (SWR), do que nos demais casos, (SWP), (SWPR-A) e (SWPR-B), devido aos "termos de contato" que surgem nas diversas contribuições associadas ao píon quando se considera o acoplamento π -N pseudo-vetorial. De fato, os termos de contato dão contribuições crescentes para cut-offs crescentes, o que pode produzir uma tendência contrária à diminuição sistemática dos valores do campo Δ , que vimos acima.

Para o cut-off de 506 MeV obtém-se máximos para o parâmetro de gap, Δ_G , entre 2.0 MeV e 3.2 MeV nos diversos casos considerados, para momentos de Fermi $k_F \sim 0.7 \text{ fm}^{-1}$, enquanto que para o cut-off de 410 MeV obtém-se máximos de Δ_G um pouco maiores, entre 2.2 MeV e 4.0 MeV, na mesma região de densidades. Os resultados com $\Lambda = 506 \text{ MeV}$ são bastante próximos dos valores realísticos para o máximo de Δ_G na matéria nuclear, obtidos com cálculos não-relativísticos anteriores, que estimam um valor entre 2.5 MeV e 3.0 MeV para k_F entre 0.7 fm^{-1} e 0.8 fm^{-1} ,^[17-19]. Nota-se que os casos (SWPR-A)₀, (SW)₀, (SWP)₀ e (SW)₁ caem exatamente nessa região, enquanto que para $\Lambda = 410 \text{ MeV}$ os casos (SWPR-A)₀, (SWR-B)₀ e (SWR-B)₁ produzem bons resultados, de acordo com esse critério. Por outro lado, para valores maiores do cut-off, acima de 720 MeV, obtém-se um máximo para Δ_G que cai rapidamente e fica abaixo dos resultados não-relativísticos, em todos os casos analisados. Portanto, pode-se concluir que para qualquer um dos casos considerados é sempre possível encontrar um valor para o cut-off, entre 410 MeV e 700 MeV, tal que o valor do máximo de Δ_G esteja entre os limites indicados acima para o máximo do parâmetro de gap na matéria nuclear, exceto para o caso (SWPR-B)₀ em que o valor de Λ deve ser menor do que 400 MeV.

Os resultados para as componentes do campo Δ , em função do momento de Fermi, k_F estão mostrados nas Figuras 12 a 15. Nota-se, nas Figuras 12 e 13, a existência de um máximo absoluto

para as diversas componentes para $k_F \approx 0.7 \text{ fm}^{-1}$, que é o traço característico da dependência funcional de Δ com k_F na matéria nuclear. Outro aspecto notável nessas figuras é o cancelamento entre Δ_s e Δ_0 que ocorre na determinação do parâmetro de gap Δ_G . Na Figura 14, pode-se ver que Δ_T é várias ordens de grandeza menor do que as componentes Δ_s e Δ_0 o que permite, em geral, que modelos simplificados, em que Δ_T não é levado em conta, possam também produzir uma boa avaliação para o parâmetro de gap. Na Figura 16 encontram-se os resultados e em função do momento bariônico. Consideram-se os casos (SW) e (SWPR-A), sem retardo. A dependência de Δ_G , em função do momento de Fermi para vários valores do cut-off está mostrada nas Figuras 17 e 18 para os casos (SW) e (SWPR-A).

4.4 Renormalização do Modelo(III) - Outras Abordagens

Os bons resultados obtidos com o método do truncamento descrito acima, onde a renormalização do modelo se faz de maneira aproximada através da simples eliminação dos diagramas divergentes nas diversas energias do nucleon, surgiram que a aproximação HFB à teoria Quântica Hadrodinâmica possa também dar bons resultados mesmo quando renormalizada de maneira exata através de funções espectrais. No entanto, é importante notar que, como vimos na Secção(4.2), resultados recentes obtidos com a expansão não-perturbativa em "loops" indicam que a QHD, aplicada ao estudo da matéria nuclear, não pode ser renormalizada com este método a menos que se introduza fatores de forma nos vértices méson-nucleon que, essencialmente, descrevem a escala de energias dentro da qual a teoria é aplicável.^[8,36]

Uma outra possibilidade para a renormalização do modelo, consiste em manter os termos associados ao pólo ω_∞ e tentar reproduzir os resultados experimentais, diretamente, através da introdução de um momento máximo de "cut-off" no cálculo das integrais sobre o momento bariônico e vincular os resultados obtidos desta forma às condições do ponto de saturação, dadas em (4.64), bem como com a fixação da massa do nucleon como sendo igual a 939 MeV no vácuo (densidade bariônica zero).^[6,7] A característica importante desse tipo de abordagem, em relação ao método aproximado do "truncamento", está no fato de que as contribuições das antipartículas da aproximação HFB são totalmente levadas em conta e o método pode ser considerado, portanto, como um procedimento de renormalização bem caracterizado e não como uma aproximação adicional ao modelo de campo médio.

Para simplificar os cálculos, o método foi aplicado no limite de alcance zero para as expressões (4.52) e (4.53), ou seja, o limite em que as massas dos mésons e as constantes de acoplamento

tendem para o infinito com razão constante. Com isso, resultam expressões para as componentes $\Sigma_s, \Sigma_0, \Delta_s$ e Δ_0 que são semelhantes às obtidas dentro da aproximação Hartree, sendo que as componentes Σ_v, Σ_T e Δ_T tornam-se iguais a zero. Um valor para o cut-off, de 1.5 fm^{-1} , foi obtido, então, considerando-se a massa do nucleon não interagente, M_0 , como igual a 200 MeV e fixando-se o valor no vácuo ($M = M_0 + \Sigma_s(\text{vácuo}) = 939 \text{ MeV}$) como sendo devido às contribuições dos termos associados a ω_- .

No entanto, os valores para o parâmetro de gap, Δ_G , resultaram cerca de quatro a cinco vezes maiores que os obtidos nos cálculos não-relativísticos anteriores,^[17-19] que, como vimos na secção anterior, indicam um máximo para Δ_G na matéria nuclear de cerca de 3.0 MeV para o momento de Fermi $k_F \sim 0.8 \text{ fm}^{-1}$. Obteve-se também, valores não nulos para a energia de ligação por nucleon, (EB/A) , para densidade bariônica zero, de maneira semelhante ao que se obtém na aproximação por truncamento. De fato, o método do truncamento também produz campos de emparelhamento semelhantemente grandes quando se considera o limite de alcance zero, o que torna a semelhança entre os resultados obtidos com os dois métodos bastante significativa.

As curvas para (EB/A) e para Δ_G em função da densidade estão mostradas na Fig 19 e na Fig 20, respectivamente. Nessas curvas considera-se uma versão mais simples do modelo geral apresentado até agora, que leva em conta apenas os mésons σ e ω e que assume valores típicos para as razões entre as constantes de acoplamento e as massas desses mésons. A energia de ligação por nucleon é dada por

$$\left(\frac{EB}{A} \right) = \left[\frac{\epsilon - \epsilon_v}{\rho_B} - M_0 \right] \quad (4.79)$$

onde ϵ é dado em (4.51), ρ_B é dado em (4.34), ϵ_v é o valor da densidade de energia no vácuo.

Esses resultados não podem ser essencialmente modificados por mais que mudemos os valores dos parâmetros livres do modelo, $((g_s/m_s), (g_v/m_v), M_0)$, visto que eles já incluem tanto a renormalização da energia por nucleon como a da densidade bariônica no vácuo. Porém eles podem ser significativamente melhorados se o alcance finito das interações for levado em conta. No entanto, os cálculos com alcance finito, usando esse procedimento, não foram levados adiante devido à forte instabilidade numérica encontrada, neste caso, para a avaliação das componentes do campo Δ , que resulta dos valores bastante grandes das contribuições associadas ao pólo ω_- .

Notamos, afinal, que os resultados obtidos com o método do "truncamento" no limite de alcance zero, com o modelo- (σ, ω) , também indicam um rápido decréscimo no valor dos campos de emparelhamento quando se considera cut-offs crescentes, de maneira semelhante ao que se obtém com alcance finito, como vimos na secção anterior. De fato, os valores do campo Δ

caem mais rapidamente no limite de alcance zero do que com alcance finito. Essa semelhança de comportamento é natural, tendo em vista os valores bastante grandes das massas dos mésons σ e ω , o que torna os cálculos com alcance zero adequados para uma primeira análise dos resultados do modelo.

Esse comportamento pode parecer estranho em comparação com o observado na secção anterior, para os resultados dos cálculos com alcance finito envolvendo o pión. Vimos, então, que a tendência de diminuição dos valores do campo Δ era *mais lenta*, quando o pión era considerado, devido aos termos de contato que surgem no acoplamento pseudo-vetorial, do que os resultados obtidos sem o pión. Uma possível explicação para isso, seria a de que nos cálculos com alcance finito apenas o pión possui contribuições devida aos termos de contato, enquanto que nos cálculos com alcance zero as diversas contribuições devidas aos termos de contato, para todos os mésons, cancelam-se entre si.

Veremos a seguir, nos capítulos 5 e 6, que os resultados acima são semelhantes aos que se obtém pela desconsideração dos anti-núcleons da aproximação HF na descrição da matéria nuclear. Isso poderá ser feito através a introdução dos coeficientes de Bogoliubov relativísticos, que é o procedimento usualmente encontrado na literatura. Esse procedimento define um segundo modo de eliminação das divergências do modelo, que envolve uma aproximação a mais que o "truncamento" visto na secção anterior, denominado aproximação "no sea".^[9,13]

Por outro lado, também no caso da aproximação "no sea", deveremos adotar cortes nas integrais para os campos Σ e Δ e para a energia ϵ de maneira a evitar o aparecimento de infinitos na determinação do potencial químico, μ , no vácuo, a partir de uma equação análoga a (1.69). Poderemos, então, fazer uma comparação detalhada entre os resultados obtidos com esse procedimento e os obtidos com o "truncamento".

5 A Transformação de Bogoliubov-Valatin

Para conseguirmos uma descrição dos campos Σ e Δ em termos das contribuições específicas dos nucleons e dos anti-nucleons da aproximação Hartree-Fock, podemos usar o método desenvolvido por Bogoliubov e colaboradores^[78-80] e, independentemente, por Valatin^[84] no contexto das teorias da superfluidez e da supercondutividade. Eles definiram uma transformação canônica no espaço de Fock de tal forma que os novos operadores descrevam a criação e a aniquilação de *quase-partículas correlacionadas* no estado fundamental interagente, $|\bar{G}\bar{R}\rangle$. Desta forma, define-se um modelo de campo médio em que os nucleons "vestidos" pelos campos Σ e Δ serão descritos por esses novos operadores. A aproximação de campo médio será definida a partir de um estado fundamental aproximado onde seja válida a equação

$$\alpha_{(\lambda)}|\bar{G}\bar{R}\rangle = 0 \quad (5.1)$$

onde α é o novo operador de destruição e (λ) designa os números quânticos do estado de uma partícula ou de uma quase-partícula na matéria nuclear.

Vamos supor ainda que todos os nucleons possuem o mesmo isospin, de acordo com os resultados do capítulo anterior, onde vimos que o espectro de partícula única do presente modelo, bem como as equações auto-consistentes para Σ e Δ , não dependem explicitamente do isospin do nucleon. Portanto, para cada espécie de quase-partícula podemos considerar (λ) como designando apenas o momento $\vec{k}$ e o spin s

$$(\lambda) = (\vec{k}, s) \quad (5.2)$$

Notamos ainda que a equação (5.1) juntamente com o teorema de Wick produzem naturalmente a fatorização de Gorkov, tal como vimos na dedução da equação do propagador bariônico, G , em (3.27).^[14]

Podemos, então, identificar as contribuições específicas dos diversos tipos de partículas em nosso modelo por comparação com o caso não-relativístico, onde os coeficientes da transformação de Bogoliubov, que designaremos por $A_{(\lambda)}$ e $C_{(\lambda)}$, são dados por

$$\begin{aligned} A_{(\vec{k},s)} &= \langle \bar{G}\bar{R} | a_{(\vec{k},s)} | \bar{N} \rangle \\ C_{(\vec{k},s)} &= \langle \bar{G}\bar{R} | a_{(\vec{k},-s)}^\dagger | \bar{N} \rangle \end{aligned} \quad (5.3)$$

Nestas expressões $a_{(\lambda)}$ e $a_{(\lambda)}^\dagger$ são os operadores de Fock usuais do nucleon e $|\hat{N} >$ e $|\hat{M} >$ são estados intermediários da matéria nuclear com um nucleon a mais ou a menos do que o estado fundamental.

O estado fundamental é considerado como não possuindo um número fixo de nucleons e, ao invés disso, o número total de nucleons é fixado como o valor médio do operador $\hat{N}$, definido em (4.37). Por outro lado, as energias dos estados de uma partícula são dadas pelos autovalores do potencial termodinâmico a temperatura zero

$$\hat{K} = \hat{H} - \mu \hat{N} \quad (5.4)$$

Desta forma, os estados $|\widetilde{GR} >$, $|\hat{N} >$ e $|\hat{M} >$ são considerados como auto-estados de $\hat{K}$ e a energia dos quase-nucleons passa a ser medida em relação ao potencial químico.

As realizações dos novos operadores $\alpha_{(\lambda)}$ e $\alpha_{(\lambda)}^\dagger$, bem como do estado fundamental $|\widetilde{GR} >$ no espaço de Fock, tal como são definidos usualmente na literatura,^[15,19,87] não precisam ser consideradas explicitamente no presente contexto, porque podemos trabalhar diretamente com os coeficientes de Bogoliubov sem precisar manipular algebricamente os operadores de Fock. Pode-se, no entanto, fazer uma análise simples do estado $|\widetilde{GR} >$, de maneira análoga ao caso não relativístico.¹

¹Usando as definições e propriedades dos coeficientes de Bogoliubov que veremos ao longo deste capítulo, pode-se mostrar que se supormos que o estado fundamental tem a forma

$$|G > = \prod_{\lambda} [m + n a_{\lambda}^\dagger a_{-\lambda}^\dagger + o(a_{\lambda}^\dagger d_{-\lambda}^\dagger - d_{\lambda}^\dagger a_{-\lambda}^\dagger) + p d_{\lambda}^\dagger d_{-\lambda}^\dagger + q a_{\lambda}^\dagger a_{-\lambda}^\dagger d_{\lambda}^\dagger d_{-\lambda}^\dagger] |0 >$$

e definirmos os operadores das quase-partículas por

$$\alpha_{\lambda}(\omega_-) = A_{1\lambda} a_{\lambda} + B_{1\lambda} d_{-\lambda}^\dagger + C_{1\lambda} a_{-\lambda}^\dagger + D_{1\lambda} d_{\lambda}$$

$$\beta_{\lambda}(\omega_-) = -C_{1\lambda} a_{\lambda}^\dagger - D_{1\lambda} d_{-\lambda} + A_{1\lambda} a_{-\lambda} + B_{1\lambda} d_{\lambda}^\dagger$$

$$\gamma_{\lambda}(\omega_+) = A_{2\lambda} a_{\lambda} + B_{2\lambda} d_{-\lambda}^\dagger + C_{2\lambda} a_{-\lambda}^\dagger + D_{2\lambda} d_{\lambda}$$

$$\delta_{\lambda}(\omega_+) = -C_{2\lambda} a_{\lambda}^\dagger - D_{2\lambda} d_{-\lambda} + A_{2\lambda} a_{-\lambda} + B_{2\lambda} d_{\lambda}^\dagger$$

onde os índices 1 e 2 referem-se aos pólos ω_- e ω_+ dados em (4.22). Então, as condições usuais de anti-comutação do tipo

$$\{\alpha_{\lambda}^\dagger, \alpha_{\lambda}\} = 1, \{\beta_{\lambda}^\dagger, \beta_{\lambda}\} = 1, \{\gamma_{\lambda}^\dagger, \gamma_{\lambda}\} = 1 \text{ e } \{\delta_{\lambda}^\dagger, \delta_{\lambda}\} = 1.$$

Com isso, os coeficientes de Bogoliubov para os anti-nucleons podem ser definidos independentemente dos coeficientes para os nucleons e de maneira totalmente análoga a (5.3) como

$$B_{(-\vec{k},s)} = \langle \widetilde{GR} | d_{(\vec{k},s)}^\dagger | \hat{N} \rangle$$

e

$$D_{(-\vec{k},s)} = \langle \widetilde{GR} | d_{(\vec{k},-s)} | \hat{M} \rangle \quad (5.5)$$

onde usamos $(-\vec{k})$ por uma questão de conveniência algébrica, para unificar as expressões dos propagadores dos nucleons que definiremos a seguir.

Analogamente a (5.3), $d_{(\lambda)}$ e $d_{(\lambda)}^\dagger$ são os operadores de Fock dos anti-nucleons, e, de maneira semelhante ao caso não relativístico, temos a seguinte interpretação física em termos das probabilidades de ocupação do estado $|\lambda\rangle$ em $|\widetilde{GR}\rangle$

$$|(A_{1\lambda}D_{2\lambda} - A_{2\lambda}D_{1\lambda})|^2 \longrightarrow \text{nenhuma partícula e nenhuma antipartícula}$$

$$|(C_{1\lambda}D_{2\lambda} - C_{2\lambda}D_{1\lambda})|^2 \longrightarrow \text{um par de partículas em } |\lambda\rangle \text{ e } |-\lambda\rangle$$

$$|(A_{1\lambda}B_{2\lambda} - A_{2\lambda}B_{1\lambda})|^2 \longrightarrow \text{um par de antipartículas em } |\lambda\rangle \text{ e } |-\lambda\rangle$$

"

$$|(B_{1\lambda}D_{2\lambda} - B_{2\lambda}D_{1\lambda})|^2 \longrightarrow \text{um par misturado de partícula e antipartícula}$$

sendo que todos os demais anti-comutadores são iguais a zero, bem como as condições que definem $|G\rangle$ como sendo o vácuo para os novos operadores de Fock

$$\alpha_\lambda |G\rangle = \beta_\lambda |G\rangle = \gamma_\lambda |G\rangle = \delta_\lambda |G\rangle = 0 \quad .$$

fornecem os seguintes resultados

$$m = (A_{1\lambda}D_{2\lambda} - A_{2\lambda}D_{1\lambda}) \quad , n = (C_{1\lambda}D_{2\lambda} - C_{2\lambda}D_{1\lambda}) \quad , o = (B_{1\lambda}D_{2\lambda} - B_{2\lambda}D_{1\lambda}) \quad , p = (A_{1\lambda}B_{2\lambda} - A_{2\lambda}B_{1\lambda}) \quad ,$$

e

$$q = (B_{1\lambda}C_{2\lambda} - B_{2\lambda}C_{1\lambda}) \quad .$$

bem como todas as demais propriedades de normalização dos coeficientes de Bogoliubov que veremos no final deste capítulo.

$$|(B_{1\lambda}C_{2\lambda} - B_{2\lambda}C_{1\lambda})|^2 \longrightarrow \text{correlações de dois pares: um de partícula e outro de antipartícula}$$

Para calcularmos os propagadores dos nucleons precisamos considerar os operadores de Fock dependentes do tempo na representação de Heisenberg, dados por

$$\mathcal{O}(t) = e^{i\hat{K}t} \mathcal{O} e^{-i\hat{K}t} \quad (5.6)$$

onde $\mathcal{O}$ representa qualquer um dos operadores $a_\lambda, a_\lambda^\dagger, d_\lambda$ ou $d_\lambda^\dagger$. Desta forma, as expressões (5.3) e (5.5) serão modificadas por uma fase dependente do tempo, do tipo

$$e^{-i\epsilon_\lambda t}, \quad (5.7)$$

onde ϵ_λ é a energia dos quase-nucleons medida em relação ao potencial químico μ .

Os propagadores bariônicos G e F , definidos em (3.1) e (3.4), podem então ser escritos em função dos coeficientes de Bogoliubov a partir de uma expansão sobre os possíveis estados intermediários da matéria nuclear, os quais são classificados de acordo com o tipo de quase-partícula, ou seja

$$\begin{aligned} iG_{cb} &= \langle \bar{G}R | T(\psi_c \bar{\psi}_b) | \bar{G}R \rangle \\ &= \sum_j \left[\langle \bar{G}R | \psi_c | j \rangle \langle j | \bar{\psi}_b | \bar{G}R \rangle \theta(t_c - t_b) - \langle \bar{G}R | \bar{\psi}_b | j \rangle \langle j | \psi_c | \bar{G}R \rangle \theta(t_b - t_c) \right] \\ iF_{cb} &= \langle \bar{G}R | T(\psi_c^{(A)} \bar{\psi}_b) | \bar{G}R \rangle \\ &= \sum_l \left[\langle \bar{G}R | \psi_c^{(A)} | l \rangle \langle l | \bar{\psi}_b | \bar{G}R \rangle \theta(t_c - t_b) - \langle \bar{G}R | \bar{\psi}_b | l \rangle \langle l | \psi_c^{(A)} | \bar{G}R \rangle \theta(t_b - t_c) \right] \quad (5.8) \end{aligned}$$

onde os somatórios sobre os estados intermediários, $|j\rangle$ e $|l\rangle$, percorrem todos os possíveis tipos de quase-partículas fornecidos pelo modelo, cada um definido por uma relação de dispersão característica

$$\omega = \epsilon_\lambda(\vec{k}) \quad (5.9)$$

Por outro lado, a expansão dos campos ψ e $\psi^{(A)}$ em termos dos operadores de Fock dos nucleons pode ser feita como segue. Sejam S_u e S_v duas bases ortonormais no espaço dos bispinores definidas por

$$S_u = \{u_{11}, u_{12}, u_{21}, u_{22}\} \quad \text{são auto-vetores de} \quad [\gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \vec{k} + \gamma_0 M_0 - \mu + \gamma_0 \Sigma(k)]$$

$$S_v = \{v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}\} \quad \text{são auto-vetores de} \quad [\gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \vec{k} - \gamma_0 M_0 + \mu - \gamma_0 \Sigma^{(A)}(\vec{k})] \quad , \quad (5.10)$$

que designaremos abreviadamente por $S_u = \{u_{1\lambda}, u_{2\lambda}\}$ e $S_v = \{v_{1\lambda}, v_{2\lambda}\}$, com (λ) dado em (5.2), e correspondendo aos valores de spin e de energia dados na Tabela VII

- Tabela VII -		
	spin para cima	spin para baixo
energia $+e_k$	$u_{11} \ v_{21}$	$u_{12} \ v_{22}$
energia $-e_k$	$u_{21} \ v_{11}$	$u_{22} \ v_{12}$
Vetores das bases S_u e S_v		

onde

$$e_k = \sqrt{M^2 + S^2 + S_T^2} \quad (5.11)$$

com M, S e S_T definidos em (4.16) e (4.17).

A definição de $\psi^{(A)}$, em (2.11), e a equação (3.2) sugerem que consideremos o seguinte caso particular de (5.10)

$$\begin{aligned} v_{1\lambda} &= (A\gamma_0 \odot \tau_2) \bar{u}_{1(\vec{k},-s)}^T = f_s^* (1 \odot \tau_2) u_{1(-\vec{k},s)} \\ v_{2\lambda} &= (A\gamma_0 \odot \tau_2) \bar{u}_{2(\vec{k},-s)}^T = f_s^* (1 \odot \tau_2) u_{2(-\vec{k},s)} \end{aligned} \quad (5.12)$$

onde τ_2 opera no espaço de isospin e f_s^* é o complexo-conjugado do fator spinorial

$$f_s = i(-1)^{1/2-s} \quad , \quad s = \left(\frac{1}{2}\right) \text{ ou } \left(-\frac{1}{2}\right) \quad (5.13)$$

o que leva-nos então às seguintes expansões em ondas planas para os campos do nucleon

$$\begin{aligned} \psi(x) &= \left(\sum \int_{\lambda} \right) \left(a_{\lambda}(t) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} u_{1(\vec{k},s)} + d_{\lambda}^{\dagger}(t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} u_{2(-\vec{k},s)} \right) \\ \psi^{(A)}(x) &= \left(\sum \int_{\lambda} \right) \left(u_{(\vec{k},-s)}^{\dagger}(t) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} v_{1(\vec{k},s)} + d_{(\vec{k},-s)}^{\dagger}(t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} v_{2(-\vec{k},s)} \right) \end{aligned} \quad (5.14)$$

onde

$$\left(\sum \int_{\lambda} \right) \xrightarrow{\text{representa}} \left(\sum_s \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \right) \quad (5.15)$$

e notamos que o índice $(-\vec{k})$ em u_2 e v_2 sugere o uso de $(-\vec{k})$ também na definição (5.5)

Com isso, a partir de (5.3), (5.5) e (5.14) podemos reescrever o propagador (iG_{cb}), em (5.8), como

$$iG_{cb} = \sum_j \left(\sum_{\lambda_c \lambda_b} \int \right) \left[(A_{\lambda_j} u_{1\lambda} + B_{\lambda_j} u_{2\lambda})_c (A_{\lambda_j}^* \bar{u}_{1\lambda} + B_{\lambda_j}^* \bar{u}_{2\lambda})_b e^{i(\vec{k}_c \cdot \vec{x} - \vec{k}_b \cdot \vec{x}')} e^{-i\epsilon_{\lambda_j}(t_c - t_b)} \theta(t_c - t_b) \right. \\ \left. \times \delta(\lambda_c - \lambda_b) - (C_{(k,-s)_j} \bar{u}_{1\lambda} + D_{(k,-s)_j} \bar{u}_{2\lambda})_b (C_{(k,-s)_j}^* u_{1\lambda} + D_{(k,-s)_j}^* u_{2\lambda})_c e^{i(\vec{k}_c \cdot \vec{x})} \right. \\ \left. e^{i\epsilon_{\lambda_j}(t_c - t_b)} \theta(t_b - t_c) \delta(\lambda_c - \lambda_b) \right] \quad (5.16)$$

e também uma expressão análoga para iF_{cb}

$$iF_{cb} = \sum_j \left(\sum_{\lambda_c \lambda_b} \int \right) \left[(C_{\lambda_j} v_{1\lambda} + D_{\lambda_j} v_{2\lambda})_c (A_{\lambda_j}^* \bar{u}_{1\lambda} + B_{\lambda_j}^* \bar{u}_{2\lambda})_b e^{i(\vec{k}_c \cdot \vec{x} - \vec{k}_b \cdot \vec{x}')} e^{-i\epsilon_{\lambda_j}(t_c - t_b)} \theta(t_c - t_b) \right. \\ \left. \times \delta(\lambda_c - \lambda_b) - (C_{(k,-s)_j} \bar{u}_{1\lambda} + D_{(k,-s)_j} \bar{u}_{2\lambda})_b (A_{(k,-s)_j}^* v_{1\lambda} + B_{(k,-s)_j}^* v_{2\lambda})_c e^{i(\vec{k}_c \cdot \vec{x})} \right. \\ \left. e^{i\epsilon_{\lambda_j}(t_c - t_b)} \theta(t_b - t_c) \delta(\lambda_c - \lambda_b) \right] \quad (5.17)$$

A notação aqui segue as definições dadas anteriormente

$$\left(\sum_{\lambda_c \lambda_b} \int \right) \xrightarrow{\text{representa}} \left(\sum_{s_c} \sum_{s_b} \int \frac{d^3 k_c}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k_b}{(2\pi)^3} \right) \\ \delta(\lambda_c - \lambda_b) \xrightarrow{\text{representa}} \delta_{[s_c, s_b]} \delta^3(\vec{k}_c - \vec{k}_b) \quad (5.18)$$

onde $\delta_{[s_c, s_b]}$ é o delta de Kroenecker operando sobre os spins s_c e s_b , $\delta^3(\dots)$ é a função delta de Dirac em três dimensões e usamos também a função degrau definida por

$$\theta(t_a - t_b) = \begin{cases} 1 & \text{se } t_a > t_b \\ 0 & \text{se } t_a < t_b \end{cases} \quad (5.19)$$

Podemos agora reunir os resultados para iG_{cb} e iF_{cb} numa única matriz e eliminar facilmente as variáveis s_b e $\vec{k}_b$ usando a função $\delta(\lambda_c - \lambda_b)$. Com isso, a transformação de Fourier sobre a variável $(t_c - t_b)$ produz a seguinte decomposição espectral

$$\begin{pmatrix} G_{\gamma\beta}(\omega; \vec{x}, \vec{x}') \\ F_{\gamma\beta}(\omega; \vec{x}, \vec{x}') \end{pmatrix} = \sum_j \left(\sum_{\lambda} \int \right) \left[\frac{\begin{pmatrix} A_{\lambda_j} u_{1\lambda} + B_{\lambda_j} u_{2\lambda} \\ C_{\lambda_j} v_{1\lambda} + D_{\lambda_j} v_{2\lambda} \end{pmatrix}_c \begin{pmatrix} A_{\lambda_j}^* \bar{u}_{1\lambda} + B_{\lambda_j}^* \bar{u}_{2\lambda} \end{pmatrix}_b}{(\omega - \epsilon_{\lambda_j} + i\eta)} \right]$$

$$+ \left. \frac{\begin{pmatrix} C_{(k,-s)j}^* u_{1\lambda} + D_{(k,-s)j}^* u_{2\lambda} \\ A_{(k,-s)j}^* v_{1\lambda} + B_{(k,-s)j}^* v_{2\lambda} \end{pmatrix}_\gamma}{(\omega + \epsilon_{\lambda j} - i\eta)} \begin{pmatrix} C_{(k,-s)j} \bar{u}_{1\lambda} + D_{(k,-s)j} \bar{u}_{2\lambda} \end{pmatrix}_\beta \right] e^{-i\vec{E} \cdot (\vec{x} - \vec{x}')} \quad (5.20)$$

onde γ e β são índices associados ao espaço-tempo e ao espaço de isospin.

Nesta expressão nota-se que os coeficientes de Bogoliubov que descrevem os propagadores G e F , correspondentes a uma dada "anti-quase-partícula", (com relação de dispersão: $\omega = -\epsilon_\lambda$) estão associados aos coeficientes da correspondente quase-partícula ($\omega = +\epsilon_\lambda$) pelas seguintes permutações

$$A_\lambda(-\omega) \longleftrightarrow C_{(k,-s)j}^*(\omega)$$

e

$$B_\lambda(-\omega) \longleftrightarrow D_{(k,-s)j}^*(\omega) \quad (5.21)$$

o que corresponde, intuitivamente falando, a trocar estados que "estão vazios" em $|\widetilde{GR}\rangle$ por estados que "estão cheios", seja de partículas ou de antipartículas. Essas duas situações definem estados fundamentais $|\widetilde{GR}\rangle$ fisicamente complementares como são, por exemplo, os estados formados por um "mar" de partículas com energia negativa e nenhuma com energia positiva e o estado formado por um "mar" de partículas com energia positiva e nenhuma com energia negativa.

Expressões análogas às encontradas no Apêndice(III) para (S11) e (S21) podem ser deduzidas para $\tilde{F}$ e $\tilde{G}$, definidos em (3.4), o que permite escrever o propagador bariônico generalizado S , definido em (3.3), de maneira simples em termos dos coeficientes de Bogoliubov e dos vetores das bases S_u e S_v .

Para isso, notamos inicialmente que as possíveis energias dos quase-nucleons neste modelo são as oito possíveis soluções de (4.19), ou seja, as soluções dadas em (4.20) são duplamente degeneradas no spin. Portanto, se indicarmos os coeficientes de Bogoliubov com índices "1" e "2" para designar os estados de uma partícula com spin "para cima" e "para baixo", respectivamente, poderemos escrever a decomposição espectral do propagador bariônico generalizado como

$$S(k) = \begin{pmatrix} G(k) & \tilde{F}(k) \\ F(k) & \tilde{G}(k) \end{pmatrix} = [T] \left[\sum_{j=1}^4 \left(\frac{\hat{R}_{kj} \hat{R}_{kj}^\dagger}{\omega - \epsilon_{kj} + i\eta} + \frac{\hat{R}_{kj} \hat{R}_{kj}^\dagger}{\omega + \epsilon_{kj} - i\eta} \right) \right] [T^\dagger] \begin{pmatrix} \gamma_0 & 0 \\ 0 & \gamma_0 \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

onde $[T]$ é a matriz dos vetores das bases S_u e S_v

$$[T] = \begin{pmatrix} u_{11k} & u_{12k} & u_{21k} & u_{22k} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & v_{11k} & v_{12k} & v_{21k} & v_{22k} \end{pmatrix}_{(8 \times 8)} \quad (5.23)$$

e R_{kj} e $\tilde{R}_{kj}$ são as matrizes-coluna dos coeficientes de Bogoliubov

$$\begin{aligned} [R_{kj}]^T &= (A_{k1j} A_{k2j} B_{k1j} B_{k2j} C_{k1j} C_{k2j} D_{k1j} D_{k2j}) \\ [\tilde{R}_{kj}]^T &= (C_{k1j}^* C_{k2j}^* D_{k1j}^* D_{k2j}^* A_{k1j}^* A_{k2j}^* B_{k1j}^* B_{k2j}^*) \end{aligned} \quad (5.24)$$

ou, de maneira mais compacta, como

$$S(k) = [T] \left(\sum_{j=1}^s \frac{R_{kj} \odot R_{kj}^\dagger}{\omega - \epsilon_{kj} + i\eta} \right) [T]^\dagger \begin{pmatrix} \gamma_0 & 0 \\ 0 & \gamma_0 \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

onde ϵ_{kj} pode ser negativo ou positivo e η será um infinitésimo negativo se ϵ_{kj} for negativo. Usamos então a definição (4.6) para obter

$$[\omega - \tilde{\mathcal{H}}] [S(k)] \begin{pmatrix} \gamma_0 & 0 \\ 0 & \gamma_0 \end{pmatrix} = \sum_j \frac{[\omega - \tilde{\mathcal{H}}] [T] R_{kj} R_{kj}^\dagger [T]^\dagger}{\omega - \epsilon_{kj} + i\eta} = [1]_{(8 \times 8)} \quad (5.26)$$

que fornece a equação matricial para os coeficientes de Bogoliubov

$$[\epsilon_{kj} - \mathcal{H}] (R_{kj}) = 0 \quad (5.27)$$

onde

$$\mathcal{H} = [T]^\dagger \tilde{\mathcal{H}} [T] \quad (5.28)$$

Como $\mathcal{H}$ é inversível, a equação (5.27) nos diz que o conjunto $\{R_{k1}, \dots, R_{ks}\}$ é também uma base do espaço de dimensão oito e, portanto, se definirmos a matriz

$$[M]_{(8 \times 8)}(k) = [R_{k1} R_{k2} \dots R_{k7} R_{ks}] \quad (5.29)$$

as equações (5.26) e (5.27) levam a

$$[M]^\dagger(k) [M](k) = [M](k) [M]^\dagger(k) = [1]_{(s \times s)} \quad (5.30)$$

e, se considerarmos dois momentos bariônicos distintos $\vec{k}$ e $\vec{k}'$, deveremos ter

$$[M]^*(k) [M]^T(k') = [M](k') [M]^\dagger(k) = 0 \quad , \quad (5.31)$$

devido à ortogonalidade dos estados intermediários obtidos pela aplicação dos operadores de Fock, usados nas definições (5.3) e (5.5), sobre o estado fundamental, $|\widetilde{GR}\rangle$.

5.1 Redefinição do propagador bariônico generalizado

O cálculo da matriz $[S(k)]$ usando a expressão (5.25), com R_{kj} dado por (5.27) e (5.30), corresponde naturalmente a um método alternativo para o cálculo da inversa da matriz $[W(k)]$ definida em (4.11).

É claro que para o cálculo das componentes de Σ e Δ , como feito em (4.26) e (4.30), não precisamos utilizar as expressões completas de $(S11)$ e $(S21)$, dadas no Apêndice(III), mas apenas calcular as expressões correspondentes aos *traços adequados*, por exemplo, para calcular Σ_v e Σ_T precisamos das expressões correspondentes a $\text{Tr} \{ \vec{\gamma} \cdot \vec{k} (S11) \}$ e $\text{Tr} \{ \gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \vec{k} (S11) \}$, respectivamente.

Por outro lado, o cálculo desses traços torna-se mais simples por causa da estrutura das matrizes $(S11)$ e $(S21)$ que é, como já vimos, homeomorfa à álgebra de Pauli. Isto significa que qualquer simplificação dessas estruturas que não destrua o homeomorfismo levará aos mesmos resultados para os traços correspondentes e às mesmas expressões para as componentes de Σ e Δ , em (4.26) e (4.30). Ou seja, podemos simplificar a estrutura algébrica para calcular a inversa de $[W(k)]$ e retirar, afinal, a transformação introduzida, que os resultados para Σ e Δ e mesmo para $[S(k)]$ permanecerão inalterados. Portanto, podemos simplificar o cálculo dos coeficientes de Bogoliubov (R_{kj}), em (5.27) e (5.30), e levar os resultados em (5.25) para obter uma expressão transformada de $[S(k)]$, que tornar-se-á exata quando retirarmos a transformação introduzida.

Desta forma, pode-se desacoplar as equações dos coeficientes de Bogoliubov correspondentes aos estados "spin para cima" e "spin para baixo", em (5.27), através da seguinte transformação

$$\vec{\gamma} \cdot \vec{k} \longrightarrow \gamma_3 |\vec{k}| \quad (5.32)$$

visto que a álgebra definida pela estrutura

$$1, \gamma_0, \gamma_3, \gamma_0 \gamma_3 \quad (5.33)$$

também é homeomorfa à álgebra de Pauli.

A transformação (5.32) corresponde a supor que o momento do nucleon tem a mesma direção que o spin e, desta forma, os coeficientes de Bogoliubov que importam para o cálculo de Σ e Δ serão apenas os que correspondem a essa situação física mais simples.

Se designarmos o spin do nucleon por s então as expressões para (S11) e (S21) obtidas de (5.25) tornam-se

$$\begin{aligned} (S11) &= \sum_{j=1}^4 \sum_{s=1}^2 \frac{|A_{ksj}|^2 u_{1s} \bar{u}_{1s} + A_{ksj} B_{ksj}^* u_{1s} \bar{u}_{2s} + B_{ksj} A_{ksj}^* u_{2s} \bar{u}_{1s} + |B_{ksj}|^2 u_{2s} \bar{u}_{2s}}{\omega - \epsilon_{kj} + i\eta} \\ (S21) &= \sum_{j=1}^4 \sum_{s=1}^2 \frac{C_{ksj} A_{ksj}^* v_{1s} \bar{u}_{1s} + C_{ksj} B_{ksj}^* v_{1s} \bar{u}_{2s} + D_{ksj} A_{ksj}^* v_{2s} \bar{u}_{1s} + D_{ksj} B_{ksj}^* v_{2s} \bar{u}_{2s}}{\omega - \epsilon_{kj} + i\eta} \end{aligned} \quad (5.34)$$

onde os vetores $u_{1s}, u_{2s}, v_{1s}, v_{2s}$ são dados, naturalmente, também de acordo com a transformação (5.32).

Levando em conta o que dissemos acima, fica fácil ver que, no presente modelo, os resultados algébricos para Σ , Δ e $[S(k)]$ podem ser obtidos de maneira grandemente simplificada pelas seguintes substituições

$$1 \longrightarrow 1, \quad \gamma_0 \longrightarrow \sigma_3, \quad \vec{\gamma} \cdot \vec{k} \longrightarrow \pm i|\vec{k}|\sigma_2$$

e

$$\gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \vec{k} \longrightarrow \pm |\vec{k}| \sigma_1 \quad (5.35)$$

onde os sinais (+) e (-) indicam, respectivamente, os casos de spin "para cima" e "para baixo".

No próximo capítulo calcularemos explicitamente as expressões dos coeficientes de Bogoliubov em (R_{kj}) e veremos que os resultados para Σ , Δ e $[S(k)]$ coincidem com os obtidos no Capítulo 4. Poderemos então analisar em detalhe o significado da exclusão das contribuições das anti-partículas da aproximação-HF, ou seja, o que acontece quando tomamos os coeficientes $B_{(k)}$ e $D_{(k)}$ iguais a zero, que define a aproximação "para cima".

6 Redefinição das equações auto-consistentes em termos dos Coeficientes de Bogoliubov

Antes de calcularmos explicitamente as expressões (5.34) para (S11) e (S21) vamos definir seguinte estrutura para o campo Σ

$$\Sigma = \Sigma_s - \gamma_0 \Sigma_v + \vec{\gamma} \cdot \vec{k} \Sigma_v \quad (6.1)$$

de acordo com os resultados do Capítulo(4).

Vamos definir o vetor

$$\vec{S} = S\vec{k}/|\vec{k}|, \quad (6.2)$$

com

$$S = (1 + \Sigma_v(k))|\vec{k}|, \quad (6.3)$$

onde $\vec{k}$ é o momento do nucleon, de tal forma que os vetores componentes das bases S_u e S_v , em (5.10), serão dados por

$$\begin{aligned} u_{1(k,s)} &= \eta \begin{pmatrix} e_k + M \\ (\vec{\sigma} \cdot \vec{S}) \end{pmatrix} \chi_s & u_{2(k,s)} &= \eta \begin{pmatrix} -(\vec{\sigma} \cdot \vec{S}) \\ e_k + M \end{pmatrix} \chi_s \\ v_{1(k,s)} &= \eta \begin{pmatrix} e_k + M \\ -(\vec{\sigma} \cdot \vec{S}) \end{pmatrix} \chi_s f_s^* & v_{2(k,s)} &= \eta \begin{pmatrix} (\vec{\sigma} \cdot \vec{S}) \\ e_k + M \end{pmatrix} \chi_s f_s^* \end{aligned} \quad (6.4)$$

em que η é um parâmetro de normalização

$$\eta = 1/\sqrt{2e_k(e_k + M)}. \quad (6.5)$$

χ_s representa os spinores dos estados com spin "para cima" ($s = 1/2$) e "para baixo" ($s = -1/2$)

$$\chi_{(1/2)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \chi_{(-1/2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

e f_s^* foi definido em (5.13)

Podemos agora usar (5.27), (5.28) e a transformação (5.32) para obter uma equação explícita para os coeficientes de Bogoliubov

$$\begin{pmatrix} \omega + \omega_0 - e_k & 0 & (\pm i\Delta_G^*) & -\delta_2^* \\ 0 & \omega + \omega_0 + e_k & \delta_1^* & (\pm i\vec{\Delta}^*) \\ (\mp i\Delta_G) & \delta_1 & \omega - \omega_0 + e_k & 0 \\ -\delta_2 & (\mp i\vec{\Delta}) & 0 & \omega - \omega_0 - e_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad (6.7)$$

juntamente com a seguinte condição de normalização, derivada de (5.30),

$$|A_{ks}|^2 + |B_{ks}|^2 + |C_{ks}|^2 + |D_{ks}|^2 = 1 \quad (6.8)$$

onde a energia das quase-partículas, ω , é uma das quatro possibilidades dadas em (4.20) e definimos os seguintes parâmetros

$$\begin{aligned} \Delta_G(q) &= \left(\frac{M\Delta_D}{\epsilon_q} - \Delta_s + i\Delta_T \frac{qS}{\epsilon_q} \right) , \\ \tilde{\Delta} &= \left(\frac{M\Delta_D}{\epsilon_k} + \Delta_s + i\Delta_T \frac{|\vec{S}||\vec{k}|}{\epsilon_k} \right) , \\ \delta_1 &= i \left(\frac{\Delta_0 S}{\epsilon_k} + \Delta_v |\vec{k}| - i\Delta_T \frac{M|\vec{k}|}{\epsilon_k} \right) , \\ \delta_2 &= i \left(\frac{\Delta_0 S}{\epsilon_k} - \Delta_v |\vec{k}| - i\Delta_T \frac{M|\vec{k}|}{\epsilon_k} \right) \end{aligned} \quad (6.9)$$

Os sinais que acompanham Δ_G e $\tilde{\Delta}$ referem-se aos casos "spin para cima" (sinal superior) e "spin para baixo" (sinal inferior) e a energia ϵ_k é dada por (5.11) com $S_T = 0$, ou seja

$$\epsilon_k = \sqrt{M^2 + S^2} \quad (6.10)$$

Antes de obtermos a solução de (6.7) vamos tomar δ_1 igual a δ_2 , ou seja,¹

$$\Delta_v = 0 \quad (6.11)$$

de acordo com o resultado (I.25) do Apêndice(1), e vamos definir

$$a = \delta = i \left(\frac{\Delta_0 S}{\epsilon_k} - i\Delta_T \frac{M|\vec{k}|}{\epsilon_k} \right) , \quad b = \mp i\Delta_G , \quad c = \mp i\tilde{\Delta} \quad (6.12)$$

e

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \omega + \omega_0 - \epsilon_k & \epsilon_2 &= \omega + \omega_0 + \epsilon_k \\ \epsilon_3 &= \omega - \omega_0 + \epsilon_k & \epsilon_4 &= \omega - \omega_0 - \epsilon_k \end{aligned} \quad (6.13)$$

¹É fácil ver, a partir de (6.7), que esta condição é também a necessária e a suficiente para que (5.21) seja válida.

então, a solução de (6.7) que traz explicitamente a condição de ser A_{ks} um número real, pode ser expressa na seguinte forma

$$\begin{aligned} A_{ks} &= \lambda \left(1 - \frac{|a|^2}{\epsilon_2 \epsilon_3} - \frac{|c|^2}{\epsilon_2 \epsilon_4} \right) \\ B_{ks} &= \lambda \left(\frac{a^* b}{\epsilon_2 \epsilon_3} - \frac{c^* a}{\epsilon_2 \epsilon_4} \right) \\ C_{ks} &= \lambda \left(-\frac{b}{\epsilon_3} + \frac{(b|c|^2 + a^2 c^*)}{\epsilon_2 \epsilon_3 \epsilon_4} \right) \\ D_{ks} &= \lambda \left(\frac{a}{\epsilon_4} - \frac{(a|a|^2 + a^* b c)}{\epsilon_2 \epsilon_3 \epsilon_4} \right) \end{aligned} \quad (6.14)$$

onde λ é um parâmetro de normalização que permite satisfazer a condição (6.8). Essas expressões podem ser avaliadas numericamente a partir dos valores das componentes dos campos Σ e Δ obtidos em uma solução independente das equações auto-consistentes. Os resultados obtidos a partir do procedimento de "truncamento", analisado no Capítulo 4, estão mostrados nas Figuras 24, 25 e 26, onde os coeficientes são dados em função do momento bariônico para cinco valores distintos do momento de Fermi, k_F .

Podemos ver que para $\omega = +\sqrt{\alpha - \beta}$, como definido em (4.20), os valores de $|A|^2$ e $|C|^2$ se assemelham a funções degrau suavizadas, $\theta(k - k_F)$ e $\theta(k_F - k)$ respectivamente, enquanto que $|B|^2$ e $|D|^2$ tomam valores relativamente muito menores. Este termo descreve a propagação de partículas acima do mar de Fermi e a propagação de buracos revertidos temporalmente dentro do mar de Fermi. A solução seguinte, em (4.20), $\omega = -\sqrt{\alpha - \beta}$, corresponde a resultados semelhantes porém com os valores de A e C , e B e D , trocados entre si. Portanto, devido às relações indicadas em (5.21), esse resultado descreve a propagação de buracos dentro do mar de Fermi e propagação de partículas revertidas temporalmente acima do mar de Fermi.

No caso da solução $\omega = +\sqrt{\alpha + \beta}$, temos valores de $|D|^2$ muito próximos de 1 para todos os momentos do nucleon e todas as densidades, e valores relativamente pequenos dos demais coeficientes. Isso descreve a propagação de antipartículas revertidas temporalmente. Afinal, a solução $\omega = -\sqrt{\alpha + \beta}$, produz valores de $|B|^2$ próximos a 1 e valores bem menores para os demais coeficientes. Esta solução descreve a propagação de buracos no mar de Dirac (antipartículas).

Para obter as equações auto-consistentes em termos dos coeficientes de Bogoliubov notamos agora que, a partir das equações (5.31) e (6.1), resultam as seguintes expressões para (5.11) e

(S21),

$$(S11) = \sum_{j=1}^4 \left\{ \left[|A|^2 M - 2S \operatorname{Re}(AB^*) - |B|^2 M \right] + (|A|^2 e_k + |B|^2 e_k) \gamma_0 \right. \\ \left. - \left[S(|A|^2 - |B|^2) + 2M \operatorname{Re}(AB^*) \right] \vec{\gamma} \cdot \vec{k} \right\} \frac{1}{2e_k(\omega - \epsilon_{kj})} \quad (6.15)$$

e

$$(S21) = \sum_{j=1}^4 \left\{ e_k (CA^* - DB^*) + [M(CA^* + DB^*) + S(DA^* - CB^*)] \gamma_0 \right. \\ \left. - e_k (DA^* + CB^*) \vec{\gamma} \cdot \vec{k} + [M(DA^* - CB^*) - S(CA^* + DB^*)] \gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \vec{k} \right\} \frac{-i}{2e_k(\omega - \epsilon_{kj})} \quad (6.16)$$

onde a soma sobre as soluções degeneradas no spin foi feita, sendo o resultado expresso em termos dos coeficientes correspondentes aos estados com "spin para cima", ou seja $A = A_{(k,+1/2)}$, $B = B_{(k,+1/2)}$, etc., e a soma percorre as quatro possibilidades para a energia dadas em (4.20). Como vimos acima, a análise física dessas possibilidades deixa-nos, afinal, apenas com os termos correspondentes às energias ω_- e ω_+ dadas em (4.22) e, então, podemos usar (4.26) e (4.30) para obter as seguintes equações para os campos Σ e Δ

$$\Sigma_s = (-Si) \sum_j \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_s d_s\} \left(\frac{|A|^2 M - 2S \operatorname{Re}(AB^*) - |B|^2 M}{2e_k(\omega - \epsilon_{qj})} \right)$$

$$\Sigma_0 = (-8i) \sum_j \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_{0r} d_{0r}\} \left(\frac{|A|^2 + |B|^2}{2(\omega - \epsilon_{qj})} \right)$$

$$\Sigma_v = \left(\frac{8i}{|\vec{k}|^2} \right) \sum_j \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_{0v} d_{0v}\} \left(\frac{-S(|A|^2 - |B|^2) - 2M \operatorname{Re}(AB^*)}{2e_k(\omega - \epsilon_{qj})} \right) |\vec{k}| \cos(\theta)$$

$$\Sigma_T = 0$$

$$\Delta_s = (-8) \sum_j \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_s \widetilde{d}_s\} \left(\frac{(CA^* - DB^*)}{2(\omega - \epsilon_{qj})} \right)$$

$$\Delta_0 = (-8) \sum_j \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_{0r} \widetilde{d}_{0r}\} \left(\frac{[M(CA^* + DB^*) - S(DA^* - CB^*)]}{2e_k} \right)$$

$$\Delta_v = \left(\frac{-8}{|\vec{k}|^2} \right) \sum_j \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_{0\nu} \widetilde{d_{0\nu}}\} \left(\frac{(DA^* + CB^*)}{2(\omega - \epsilon_{qj})} \right) |\vec{k}| \cos(\theta)$$

$$\Delta_T = \left(\frac{8i}{|\vec{k}|^2} \right) \sum_j \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \{g_T \widetilde{d_T}\} \left(\frac{[M(DA^* - CB^*) - S(CA^* + DB^*)]}{2\epsilon_q(\omega - \epsilon_{qj})} \right) |\vec{k}| \cos(\theta) \quad (6.17)$$

onde θ é o ângulo entre $\vec{k}$ e $\vec{q}$ e se consideram apenas os coeficientes correspondentes aos estados com "spin para cima" como nas expressões (6.15) e (6.16). Estas equações auto-consistentes para Σ e Δ são as mesmas que as obtidas no Capítulo 4 e contém, como queríamos, os diversos tipos de contribuições associados aos nucleons e aos anti-nucleons de maneira explícita, de acordo com a interpretação dos coeficientes de Bogoliubov, como vimos acima.

Os resultados acima são obviamente iguais a (4.26) e (4.30), visto tratarem-se das mesmas expressões escritas de formas diferentes. Por outro lado, a grande diferença formal entre os dois resultados sugere que seja feita uma verificação rápida num caso simplificado. A dificuldade de mostrarmos algebricamente que os resultados em (6.17) e (4.26) e (4.30) são os mesmos está sobretudo na complexidade de expressões do tipo (6.14) e, em particular, na existência do parâmetro de normalização, λ . Apesar disso, no Apêndice(VI) mostramos que as expressões em (6.17) e (4.26) para os integrandos de Σ_s , Σ_0 e Σ_r reduzem-se umas às outras, no caso em que Δ_s e Δ_0 são reais e Δ_T é igual a zero, através de cálculo algébrico direto.

Nas expressões em (6.17) os termos correspondentes ao pólo da energia bariônica ω_- definem a contribuição dos buracos no mar de Dirac e, como vimos no Capítulo 4, são os responsáveis pelas divergências do modelo, ou seja, essas divergências estão associadas à contribuição infinita devida a esses termos. No Capítulo 4 essas divergências eliminadas através do truncamento dos termos associados ao pólo ω_- e, como podemos ver a partir de (6.18), esse procedimento não exclui completamente as contribuições associadas aos coeficientes B e D , associados aos anti-nucleons da aproximação HF. Por outro lado, a hipótese de que esses coeficientes sejam nulos, ou seja

$$B_{\{k,s\}} = 0 \quad \text{e} \quad D_{\{k,s\}} = 0, \quad (6.18)$$

elimina automaticamente os termos associados ao pólo ω_- e produz um resultado mais próximo ao caso não-relativístico do que o obtido com o "truncamento", definindo um tipo diferente de aproximação que analisaremos a seguir:

6.1 A eliminação das contribuições das antipartículas

A hipótese (6.18), usualmente designada na literatura por "no sea approximation",^[9,13] significa uma aproximação adicional à teoria de campo médio e corresponde à consideração de correções relativísticas exclusivamente a nível cinemático, com relação ao correspondente modelo não-relativístico. Nessa aproximação, resulta a seguinte "forma reduzida" da equação (6.7)

$$\begin{pmatrix} \omega + \omega_0 - \epsilon_k & (\mp i\Delta_G)^* \\ (\mp i\Delta_G) & \omega - \omega_0 + \epsilon_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{ks} \\ C_{ks} \end{pmatrix} = 0 \quad (6.19)$$

com a condição de normalização

$$|A_{ks}|^2 + |C_{ks}|^2 = 1 \quad (6.20)$$

e, portanto, a solução ω_- , em (4.22), fica imediatamente eliminada. A solução de (6.19) que satisfaz (6.20) e que tem A_{ks} real e C_{ks} imaginário é

$$A_{ks} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\omega_0 - \epsilon_k}{\omega} \right)} \quad \text{e} \quad C_{ks} = (\pm i) \frac{\Delta_G}{|\Delta_G|} \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\omega_0 - \epsilon_k}{\omega} \right)} \quad (6.21)$$

com os sinais (+) e (-) correspondendo aos casos de "spin para cima" e "spin para baixo", respectivamente, e

$$\omega = -\sqrt{(\omega_0 - \epsilon_k)^2 + |\Delta_G|^2} \quad (6.22)$$

Com isso, podemos obter uma equação auto-consistente para Δ_G usando diretamente as equações (6.17), a hipótese (6.18) e a definição (4.67)

$$\begin{aligned} \Delta_G &= \left(\frac{M\Delta_0}{\epsilon_k} - \Delta_s + \frac{i\Delta_T|\vec{k}||\vec{S}|}{\epsilon_L} \right) \\ &= \left(\frac{-i}{\pi^2} \right) \iint p^2 dp d(\cos\theta) \left(G_{(k,s)} A_{(k,s)}^* \right) \left[\left(\frac{M_k M_p}{\epsilon_k \epsilon_p} \right) \{ \widetilde{g_{0s}} \widetilde{d_{0s}} \} - \{ \widetilde{g_s} \widetilde{d_s} \} - \frac{|\vec{S}_k||\vec{S}_p|}{\epsilon_k \epsilon_p} \cos\theta \{ \widetilde{g_T} \widetilde{d_T} \} \right] \quad (6.23) \end{aligned}$$

com os termos dos propagadores de mésons dados em (4.31). Integrando sobre "cos θ " e tomando ainda $\Sigma_v = 0$, ou seja, $|\vec{S}| = |\vec{k}|$, resulta a seguinte equação de gap

$$\Delta_G(k) = \frac{1}{4\pi^2} \int p^2 dp v(k, p) \frac{\Delta_G}{\sqrt{(\omega_0 - \epsilon_p)^2 + |\Delta_G|^2}} \quad (6.24)$$

que é formalmente idêntica ao resultado tradicional do modelo BCS não-relativístico e, portanto, permite identificar o parâmetro Δ_G com o análogo, no presente modelo, do "parâmetro de gap" usual. Nessa equação usamos as seguintes definições

$$v(k, p) = \frac{1}{2} (v_\pi(k, p) + v_\omega(k, p) + v_\sigma(k, p) + v_\rho(k, p)) \quad (6.25)$$

e

$$\begin{aligned} v_\sigma(k, p) &= \left(\frac{-g_\sigma^2}{2\epsilon_p \epsilon_k} \right) \left[1 - \frac{2M_k M_p + 2\epsilon_p \epsilon_k + F_{(\sigma)}(k, p)}{4kp} (\zeta_\sigma) \right] \\ v_\omega(k, p) &= (g_\omega^2) \left(\frac{M_k M_p - 2\epsilon_p \epsilon_k}{2\epsilon_p \epsilon_k kp} \right) (\zeta_\omega) \\ v_\pi(k, p) &= \left(\frac{g_\pi^2}{2\epsilon_p \epsilon_k} \right) \left[1 + \frac{2M_k M_p - 2\epsilon_p \epsilon_k - F_{(\pi)}(k, p)}{4kp} (\zeta_\pi) \right] \\ v_\rho(k, p) &= \left(\frac{g_\rho^2}{4} \right) \left(\frac{M_k M_p - 2\epsilon_p \epsilon_k}{2\epsilon_p \epsilon_k kp} \right) (\zeta_\rho) \end{aligned} \quad (6.26)$$

e as seguintes expressões para as funções $F_{(j)}$ e $\zeta_{(j)}$

$$F_{(j)}(k, p) = [(\omega_+(p) - \omega_+(k))^2 - k^2 - p^2 - m_{(j)}^2] \quad (6.27)$$

onde

$$\omega_+(p) = \sqrt{(\omega_0 - \epsilon_p)^2 + |\Delta_G|^2} \quad (6.28)$$

e

$$\zeta_{(j)} = \ln \left(\frac{F_{(j)}(k, p) + 2kp}{F_{(j)}(k, p) - 2kp} \right) \quad (j) = \sigma, \omega, \pi, \rho \quad (6.29)$$

Se, além disso, desprezarmos os *termos de retardo*, que são os termos do tipo $[\omega_+(p) - \omega_+(k)]^2$ nas expressões dos $F_{(j)}$, o resultado acima será coincidente com o obtido por Ring e Kucharek^[13] para o parâmetro de gap relativístico, dentro das mesmas hipóteses que estamos considerando nesta secção. Notamos porém que Ring e Kucharek desenvolveram um formalismo diferente no qual as equações acopladas auto-consistentes para Σ e Δ , dadas em (6.12), são apenas parcialmente consideradas.

O cálculo numérico direto de (6.24) produz fortes instabilidades na avaliação de Δ_G para pequenos valores do momento do nucleon, $|\vec{k}| \approx 0$, em todas as densidades bariônicas. Essa instabilidade desaparece se considerarmos que Δ_G não depende do momento do nucleon, para uma densidade bariônica fixa, o que, estritamente falando, só é verdadeiro no limite do alcance zero das interações nucleon-méson ou quando os termos de troca nos propagadores bariônicos não são levados em conta.

Por outro lado, a descrição completa das correlações relativísticas de emparelhamento precisa de outros parâmetros $\tilde{\Delta}$, δ , como vimos na secção anterior, que ficam "velados" quando se faz a hipótese (6.18). De fato, o cálculo de $\Delta_G(k)$ usando todo o conjunto de equações acopladas, em (6.17), consegue eliminar essas instabilidades para todos os valores de k e k_F mesmo quando se leva em conta o alcance finito das interações, ou seja, a consideração das equações independentes para Δ_s , Δ_0 e Δ_T elimina as instabilidades que surgem na consideração simples da equação auto-consistente para Δ_G e é equivalente ao uso de Δ_G , $\tilde{\Delta}$ e δ , mesmo quando se supõe que B_λ e D_λ são iguais a zero.

A motivação principal para se considerar a aproximação "no sea" está na semelhança das expressões algébricas obtidas com essa aproximação com relação aos resultados das formulações não-relativísticas, o que sugere que essa aproximação seja interessante tendo em vista as boas estimativas numéricas que as descrições não-relativísticas produzem^[17-19] para o campo de emparelhamento. Se considerarmos o limite não-relativístico da equação (6.19), resulta

$$\mu_{NR} = \mu - M_0 = \frac{k_F^2}{2M_0}$$

e

$$V_{NR} = \Sigma_s - \frac{c_k}{M} \Sigma_0 \quad (6.30)$$

onde V_{NR} é o potencial não-relativístico da interação nucleon-nucleon^[68] e a equação (6.19) corresponderá precisamente às formulações originais de Gorkov, Bogoliubov e Valatin^[77-80,81] para

a descrição das correlações de emparelhamento. Como vimos anteriormente, os coeficientes de Bogoliubov correspondentes à solução ω_+ , em (4.22), tem valores para $B_{(\lambda)}$ e $D_{(\lambda)}$ que são muito menores do que $A_{(\lambda)}$ e $C_{(\lambda)}$ e, portanto, pode-se imaginar, numa análise superficial, que as equações (6.19) e (6.20) representem também uma boa descrição para o caso relativístico com truncamento da solução ω_- . Isso, porém, só é verdadeiro quando não se consideram as correlações de emparelhamento, ou seja, dentro da aproximação Hartree-Fock, sendo que os valores dos campos de emparelhamento, dentro da aproximação "no sea", serão, em geral, maiores do que os obtidos no Capítulo 4, como veremos a seguir.

6.2 Resultados da Aproximação "no sea"

Para obtermos os resultados numéricos para Σ e Δ é necessário, ainda, analisar o comportamento das diversas funções de campo médio do nucleon próximo ao vácuo, como fizemos no caso da aproximação por "truncamento" no Capítulo 4. As equações para as componentes do campo Δ ficam, então

$$\begin{aligned}\Delta_s(k) &\approx \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty q^2 dq [g\theta_{\Delta s2}] \frac{\Delta_G}{\omega_+} \\ \Delta_0(k) &\approx \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty q^2 dq [g\theta_{\Delta 02}] \left(\frac{M}{e_q}\right) \frac{\Delta_G}{\omega_+} \\ \Delta_T(k) &\approx \left(\frac{-1}{2\pi^2}\right) \int_0^\infty \frac{q dq}{|k|^2} [g\theta_{\Delta T2}] \left(\frac{S}{e_q}\right) \frac{\Delta_G}{\omega_+}\end{aligned}\quad (6.31)$$

onde Δ_G é o "parâmetro de gap", definido na secção anterior. Desta forma, o potencial químico, μ , próximo ao vácuo será determinado novamente através das equações (4.68) e (4.69) e teremos as seguintes expressões para a energia e a densidade bariônicas, de acordo com o valor obtido para μ a partir da equação (4.69)

Caso(a): $\mu \leq M_0$.

$$\begin{aligned}\epsilon &\approx \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \left(\frac{\mu}{e_q - \mu}\right) \frac{q^2 \Delta_G^2}{4(e_q - \mu)} dq \\ \rho_B &\approx \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \left(\frac{q^2 \Delta_G^2}{4(e_q - \mu)^2}\right) dq\end{aligned}\quad (6.32)$$

e

Caso(b): $\mu > M_0$. Vale aqui a mesma análise que foi feita no Capítulo 4, com $\tilde{\Delta}_G$ e $\Delta_{G,mix}$ substituídos por Δ_G . Portanto, os resultados deste caso reduzem-se aos resultados da aproximação HF, com $\mu = M_0$.

Podemos, então, usar a definição para a energia de ligação por nucleon dada em (4.73) para obter, tanto no caso(a) como no caso(b), a seguinte estimativa

$$\left(\frac{EB}{A}\right)_{\text{baixas densidades}} \approx (\mu - M_0) \quad (6.33)$$

que fornece, portanto, em alguns casos, um valor não nulo no vácuo, como ocorreu na aproximação de "truncamento". Novamente, as expressões de ϵ e de ρ_B poderão ser divergentes na forma em que estão apresentadas em (6.32) e torna-se necessário regularizar essas expressões. Desta forma, vamos introduzir um momento bariônico máximo de "cut-off", que designaremos por Λ , nas equações auto-consistentes para Σ , Δ , em (6.17), bem como nas equações para a densidade de energia, ϵ , e para a densidade bariônica, ρ_B , em (4.56) e (4.57), de modo que os resultados do nosso modelo de campo médio, dentro das aproximações HFB *mais* "no sea", passarão a ser dependentes de Λ .

Portanto, fica claro que Λ não é um parâmetro introduzido de maneira artificial dentro do modelo, como erroneamente concluem Kucharek e Ring,^[13] mas, ao contrário, surge naturalmente, mesmo quando as contribuições divergentes das antipartículas não são levadas em conta, para evitar que a energia total dos nucleons bem como a densidade bariônica sejam infinitas *no vácuo*.

Os resultados, para os diversos casos analisados, designados de acordo com a notação definida na Secção(4.3), estão mostrados na Tabela VIII e na Tabela VIIIa.

Devemos ressaltar que esses resultados foram obtidos de maneira totalmente análoga ao que foi feito quando consideramos o método do "truncamento", ou seja, através da fixação das massas dos mésons de acordo com os valores da Tabela II e do ajuste das constantes de acoplamento de modo a obter o ponto de saturação da matéria nuclear, definido em (1.61) e (1.65), sendo que os valores resultantes para as constantes de acoplamento foram os mesmos nas duas aproximações, por "truncamento" e "no sea", devido aos valores bastante pequenos ou nulos obtidos para as componentes do campo de emparelhamento, Δ , no ponto de saturação em todos os casos considerados.

Nas Tabelas VIII e VIIIa pode-se notar que os valores para as componentes do campo Σ

- Tabela VIII -							
$\Lambda = 410 \text{ MeV}$							
caso	$\Sigma_s(0.68)$	$\Sigma_s(st)$	$\Sigma_0(0.68)$	$\Sigma_0(st)$	$\Sigma_v(0.68)$	$\Sigma_v(st)$	$\Delta_{G_{\text{max}}}$
(SWPR-A) ₀	-62.599	-451.262	-48.384	-370.830	-0.00192	-0.03406	3.197
(SWPR-B) ₀	-62.775	-451.287	-48.477	-370.989	-0.00188	-0.03416	2.652
(SW) ₀	-62.024	-451.195	-48.623	-367.936	-0.00046	-0.00976	4.816
(SWP) ₀	-62.408	-451.293	-48.279	-370.744	-0.00196	-0.03397	3.753
(SWR-B) ₀	-62.384	-451.207	-48.843	-368.201	-0.00043	-0.00995	3.292
(SW) ₁	-62.011	-451.197	-48.603	-367.974	-0.00046	-0.00978	4.854
(SWPR-B) ₁	-62.782	-451.273	-48.373	-370.409	-0.00156	-0.02370	2.747
(SWP) ₁	-62.401	-451.278	-48.165	-370.168	-0.00171	-0.02352	3.877
(SWR-B) ₁	-62.370	-451.206	-48.823	-368.236	-0.00043	-0.00997	3.317
Resultados para as componentes Σ_s , Σ_0 , Σ_v e para o máximo do parâmetro de gap, obtidos dentro da aproximação por "no sea". Os índices (0.68) e (st) correspondem aos valores de k_F iguais a 0.68 fm^{-1} e 1.36 fm^{-1} , respectivamente.							

dentro da aproximação "no sea" são bastante próximos dos correspondentes valores obtidos pelo método do "truncamento", como vimos na Secção(4.3), embora haja uma variação suave, porém sistemática, no sentido de se afastarem dos valores da aproximação-HF (ver Tabela IV) para cut-offs crescentes, o que significa um comportamento oposto ao encontrado com o "truncamento". Os resultados para as componentes do campo Σ em função da densidade bariônica e em função do momento bariônico, na aproximação "no sea", estão dados nas Figuras 27 a 31 e 32 a 34, respectivamente, para os casos (SW) e (SWPR-A) sem retardo.

Por outro lado, os valores obtidos para os máximos do parâmetro de gap, em todos os casos analisados, são maiores do que 3.2 MeV, exceto no caso (SWPR-B), com ou sem retardo, em que se observa máximos de Δ_G entre 2.5 e 3.0 MeV para Λ entre 400 MeV e 500 MeV. Além disso os valores do parâmetro de gap são sistematicamente crescentes para cut-offs crescentes. Desta forma, nos diversos casos analisados encontrou-se, em geral, um valor excessivamente grande para o parâmetro de gap a menos que se considere valores de Λ menores do que 400 MeV.

Tendo em vista que cut-offs de 400 MeV, ou menos, são excessivamente pequenos, concluímos que, para todos os casos analisados para a interação π -nucleon exceto o caso (SWPR-B), não existe um valor do cut-off tal que o máximo de Δ_G esteja na região de 2.5 MeV a 3.0 MeV,

que é a região indicada pelas avaliações não-relativísticas anteriores para o máximo de Δ_G na matéria nuclear, usando os potenciais realísticos de Reid, Paris, etc.. [17-19,88,89]

Esses resultados são qualitativamente semelhantes aos obtidos por Ring e Kucharek, [25] que também obtiveram um resultado excessivamente grande para o parâmetro de gap relativístico em

- Tabela VIIIa -							
$\Lambda = 506 \text{ Mev}$							
caso	$\Sigma_s(0.68)$	$\Sigma_s(st)$	$\Sigma_o(0.68)$	$\Sigma_o(st)$	$\Sigma_v(0.68)$	$\Sigma_v(st)$	Δ_{Gmax}
(SWPR-A) ₀	-62.583	-451.258	-48.382	-370.826	-0.00194	-0.03406	3.443
(SWPR-B) ₀	-62.771	-451.284	-48.485	-370.986	-0.00190	-0.03416	2.921
(SW) ₀	-62.044	-451.199	-48.639	-367.939	-0.00046	-0.00976	4.863
(SWP) ₀	-62.392	-451.285	-48.277	-370.736	-0.00199	-0.03397	3.976
(SWR-B) ₀	-62.438	-451.196	-48.886	-368.191	-0.00043	-0.00995	3.377
(SW) ₁	-62.032	-451.200	-48.620	-367.977	-0.00046	-0.00978	4.896
(SWPR-B) ₁	-62.770	-451.270	-48.375	-370.406	-0.00160	-0.02372	3.019
(SWP) ₁	-62.395	-451.269	-48.170	-370.160	-0.00171	-0.02354	4.094
(SWR-B) ₁	-62.426	-451.195	-48.866	-368.225	-0.00043	-0.00997	3.392
$\Lambda = 716 \text{ Mev}$							
caso	$\Sigma_s(0.68)$	$\Sigma_s(st)$	$\Sigma_o(0.68)$	$\Sigma_o(st)$	$\Sigma_v(0.68)$	$\Sigma_v(st)$	Δ_{Gmax}
(SWPR-A) ₀	-62.458	-451.263	-48.332	-370.832	-0.00204	-0.03406	4.567
(SWPR-B) ₀	-62.623	-451.290	-48.415	-370.992	-0.00200	-0.03416	4.002
(SW) ₀	-62.004	-451.205	-48.621	-367.945	-0.00048	-0.00976	5.758
(SWP) ₀	-62.312	-451.289	-48.261	-370.711	-0.00209	-0.03397	5.133
(SWR-B) ₀	-62.339	-451.203	-48.820	-368.197	-0.00045	-0.00995	4.279
(SW) ₁	-61.993	-451.205	-48.601	-367.982	-0.00048	-0.00978	5.774
(SWPR-B) ₁	-62.617	-451.277	-48.304	-370.412	-0.00175	-0.02378	4.186
(SWP) ₁	-62.307	-451.267	-48.153	-370.160	-0.00188	-0.02361	5.341
(SWR-B) ₁	-62.326	-451.201	-48.800	-368.231	-0.00045	-0.00997	4.288
Resultados para as componentes Σ_s , Σ_o , Σ_v e para o máximo do parâmetro de gap, obtidos dentro da aproximação por "no sea". Os índices (0.68) e (st) correspondem aos valores de k_F iguais a 0.68 fm^{-1} e 1.36 fm^{-1} , respectivamente.							

comparação com os resultados não-relativísticos. Ring e Kucharek também obtiveram resultados

decrecentes para o parâmetro de gap para cut-offs decrescentes, mas o valor do cut-off a partir do qual eles obtiveram bom acordo com os resultados não-relativísticos foi de $\Lambda \leq 700$ MeV, ao invés do valor de 400 MeV que obtivemos acima.

Esse valor relativamente grande de Λ deve-se ao uso da aproximação Hartree para a avaliação da auto-energia, que dá valores pequenos para as componentes Σ_1 e Σ_0 , em comparação com os valores das aproximações HF ou HFB. Portanto, resultam também valores pequenos para Δ_G , calculados perturbativamente, em comparação com os resultados da aproximação HFB, que apresentamos acima. Com isso, os valores do cut-off obtidos por Ring e Kucharek, para um determinado valor de Δ_{Gmax} , tornam-se maiores do que os da aproximação HFB. Notemos, porém, que os cálculos acoplados para os campos Σ e Δ dentro da aproximação HFB são consistentes com o modelo BCS, enquanto que um cálculo usando a aproximação Hartree não é. Portanto, a avaliação de Δ_G feita pelo presente modelo é também mais precisa, para a avaliação da aproximação "no sea", do que os cálculos perturbativos usando a aproximação Hartree.

Os resultados da avaliação do parâmetro de gap, dentro da aproximação HFB, revelam, portanto, que a aproximação "no sea" não é adequada, em geral, para a descrição das correlações de emparelhamento relativísticas na matéria nuclear, a menos que se use um conjunto de valores para as massas dos mésons e para as constantes de acoplamento que seja muito diferente do usado nas avaliações usuais dentro das aproximações Hartree ou Hartree-Fock à QHD,^[3,5,13] ou valores de Λ abaixo de 400 MeV.

Os resultados para as componentes do campo Δ em função da densidade bariônica, na aproximação "no sea", estão dados nas Figuras 35 a 38, para os casos (SW) e (SWPR-A), sem retardo. Nota-se a semelhança com a dependência funcional obtida com o método do truncamento, exceto pelo valor do máximo e pelo ponto onde ele ocorre. Os resultados em função do momento bariônico, estão dados na Figura 39, também para os casos (SW) e (SWPR-A), sem retardo.

Portanto, o truncamento dos termos associados ao pólo ω_L , analisado na Seção(4.3), revela-se significativamente superior à simples eliminação das contribuições associadas diretamente aos operadores de Fock das anti-partículas para a avaliação dos campos Σ e Δ e sugere que análises não quantitativas da validade da aproximação "no sea" podem ser enganosas.^[9] Por exemplo, se levarmos em conta as interações nucleon-méson-nucleon até a primeira ordem, resulta que, ao nível das aproximações Hartree ou Hartree-Fock, a avaliação do potencial de interação nucleon-nucleon ou, equivalentemente, da auto-energia do nucleon no meio nuclear, produzirá os mesmos resultados tanto na aproximação por "truncamento" como na aproximação "no sea", porém, como

vimos acima, ao nível da aproximação HFB aparecem diferenças significativas entre os dois modos de eliminar as contribuições devidas ao mar de Dirac. Essas diferenças podem ser, afinal, decisivas numa estimativa numérica relativística para as correlações entre os nucleons no meio nuclear, ou seja, dentro de um formalismo em que a consideração de momentos nucleônicos acima de 400 MeV seja importante.

Por outro lado, a dificuldade algébrica envolvida, em geral, no cálculo das correções devidas às flutuações do vácuo, pede um método mais prático e mais rápido de avaliação das funções de campo médio de maneira auto-consistente. Os resultados do presente modelo relativístico indicam que, até a primeira ordem das interações nucleon-nucleon, esse método pode ser definido, de maneira sistemática, através da aproximação por "truncamento".

Conclusão

Neste trabalho nós apresentamos uma formulação relativística, definida em termos de campos quânticos e obtida a partir da teoria Hadrodinâmica Quântica, através da aproximação Hartree-Fock-Bogoliubov, para a descrição dos campos de auto-energia Σ e da energia de emparelhamento Δ do nucleon na matéria nuclear a temperatura zero. Uma proposta desse tipo é sugerida naturalmente pelos bons resultados das descrições não-relativísticas para o parâmetro de gap, Δ_0 , baseadas no modelo BCS para a superfluidez, para descrever o "gap" no espectro de partícula única dos nucleons na superfície de Fermi.^[(17-19,23,29)] Por outro lado, as formulações não-relativísticas não tem se mostrado adequadas para a descrição do ponto de saturação da matéria nuclear usando apenas interações de dois corpos,^[(11-14)] o que pode ser conseguido facilmente numa formulação relativística mesmo usando-se apenas o modelo- (σ, ω) simples, sem auto-interação.^[(1-5)]

Esta formulação foi feita, inicialmente, através da definição geral do modelo em termos de um formalismo lagrangeano para nucleons interagindo pela troca de mésons e da lagrangeana efetiva envolvendo os campos Σ e Δ . Para isso, consideramos o campo bariônico ψ e um grau de liberdade adicional, associado aos estados bariônicos conjugados por reversão temporal, $\psi^{(A)}$, de modo que o movimento do sistema de nucleons passa a ser descrito pelos propagadores bariônicos usuais, do tipo $\langle \psi \bar{\psi} \rangle$, e $\langle \psi^{(A)} \bar{\psi}^{(A)} \rangle$, bem como dos propagadores anômalos do tipo $\langle \psi^{(A)} \bar{\psi} \rangle$, e $\langle \psi \bar{\psi}^{(A)} \rangle$, associados à descrição das correlações de emparelhamento. Esses diversos propagadores bariônicos combinam-se num sistema de equações de movimento acopladas, envolvendo os campos médios Σ e Δ , que é equivalente a uma equação para um propagador bariônico generalizado associado ao estado bariônico generalizado $\Psi = (\psi, \psi^{(A)})$. Esse tipo de formulação é análogo ao feito por Gorkov, usando um modelo não-relativístico, para a descrição das correlações de emparelhamento na matéria nuclear.

O campo Σ é definido, então, como a auto-energia usual associada, essencialmente, à interação média com os outros nucleons e o campo Δ descreve as correlações de curto alcance, devidas às interações residuais entre os quase-nucleons do modelo.

As equações auto-consistentes da aproximação HFB à QHD são deduzidas a partir da estrutura algébrica geral para Σ e Δ , de acordo com as simetrias características da matéria nuclear, o que permite a definição explícita dos propagadores nucleônicos em termos das componentes de Σ e Δ nos espaços de Lorentz e de isospin. Dentre essas componentes as mais importantes são as do tipo escalar (Σ_s e Δ_s) e do tipo vetorial-zero (Σ_0 e Δ_0) que tomam valores grandes e que modificam de maneira importante os resultados relativísticos em relação aos não-relativísticos. Essas

componentes se cancelam parcialmente na definição do potencial nucleon-nucleon e do parâmetro de gap do modelo de campo médio. Há também as componentes vetoriais-espaciais (Σ_v e Δ_v) e tensoriais (Σ_T e Δ_T) que tomam valores várias ordens de grandeza menores do que as primeiras. Em particular, no presente modelo para a matéria nuclear, Σ_T e Δ_v são iguais a zero.

Usando a prescrição usual, de Feynman, para contornar os pólos da energia no propagador bariônico, ficamos então com duas contribuições para os campos médios do modelo, associadas a um estado fundamental análogo aos "mares" de Fermi e de Dirac, porém com números de ocupação levemente modificados, devido às correlações de curto alcance entre os nucleons.

Porém, as avaliações numéricas esbarram logo de início no problema das divergências, devido à existência dos infinitos estados de energia negativa correspondentes ao mar de Dirac.^[9] Essas divergências devem ser tratadas através de um procedimento de renormalização do modelo ou através de aproximações adicionais, em geral de caráter não perturbativo, que definam uma sistemática para a regularização dos resultados divergentes.

Os trabalhos pioneiros de Chin e Walecka^[2,9)] mostraram como fazer a renormalização ao nível da aproximação Hartree à QHD e para a aproximação Hartree-Fock foi desenvolvido, por Biela-jew e Serot,^[4,35] um procedimento sofisticado de renormalização, baseado em funções espectrais, que no entanto não produziu resultados numéricos finais, passíveis de comparação com os dados experimentais, por causa do aparecimento de pólos fantasmas ("ghosts") resultantes das próprias definições dessas funções espectrais. Desta forma, não há até o presente momento, no âmbito dos trabalhos por nós investigados, nenhum resultado completo, em termos de um cálculo numérico renormalizado, para a descrição relativística da matéria nuclear ou de núcleos finitos, ao nível das aproximações Hartree-Fock ou Hartree-Fock-Bogoliubov.

Além disso, tendo em vista que a interação nucleon-nucleon se define através de interações virtuais nucleon-méson com altos valores para as constantes de acoplamento e não é assintoticamente livre, resulta que o tratamento sistemático em termos de uma expansão não perturbativa em "loops" será divergente. De fato, a partir da segunda ordem nos loops, apenas a inclusão de fatores de forma adequados nos vértices dos acoplamentos méson-nucleon permite obter bons resultados.^[2,36]

Por outro lado, a QHD deve ser considerada como uma teoria efetiva para a descrição dos nucleons no meio nuclear, no sentido de possuir parâmetros livres, que são as massas dos mésons e as constantes de acoplamento, que deverão ser ajustados de modo a fitar os resultados experimentais para o ponto de saturação da matéria nuclear. Portanto, pode-se considerar certas aproximações

adicionais ao modelo, que eliminem as divergências de maneira simples, como nas aproximações por truncamento e "no sea", definidas nos Capítulos 4 e 6, respectivamente, desde que esses ajustes continuem sendo possíveis, ou seja, pode-se considerar os resultados da renormalização do modelo como correções, perturbativas ou não, aos resultados aproximados onde as contribuições divergentes tenham sido desprezadas.

A possibilidade ou não de se fazer aproximações adicionais aos modelos auto-consistentes deve ser ditada pelos próprios resultados numéricos obtidos com tais aproximações e pelo fato de que essas aproximações não descaracterizem a teoria original. Desta forma, ao nível da aproximação Hartree à QHD, por exemplo, a aproximação adicional por "truncamento", definida no Capítulo 4, produz bons resultados para a energia de ligação por nucleon que são apenas levemente modificados quando se consideram as contribuições dos contra-termos, adicionados à lagrangeana de interação para a renormalização do modelo de maneira não-perturbativa. Analogamente, pode-se considerar a aproximação adicional por "truncamento" também ao nível Hartree-Fock e Hartree-Fock-Bogoliubov com resultados semelhantemente bons, como indicam, por exemplo, os valores obtidos no presente trabalho para o parâmetro de gap. Porém, como vimos anteriormente, não há cálculos renormalizados completos nesses casos e, por enquanto, pode-se apenas ter uma expectativa positiva de que, de maneira semelhante à aproximação Hartree, as diferenças introduzidas pela renormalização do modelo, aos níveis HF e HFB, sejam pequenas, quando consideradas não-perturbativamente.

No presente trabalho o problema da renormalização da aproximação HFB à QHD foi tangenciado quando se considerou a introdução de cut-offs nas definições das funções de campo médio para tornar finitas as contribuições devidas ao mar de Dirac. Considerou-se, então, o limite de alcance zero e, embora os resultados para o parâmetro de gap, Δ_G , tenham sido bem maiores que os valores não-relativísticos, obteve-se para a energia de ligação por nucleon, próximo ao ponto de saturação, um resultado análogo ao obtido com a aproximação por truncamento. Por outro lado, a comparação entre os resultados obtidos com a aproximação por truncamento nos casos de alcance zero e de alcance finito mostrou uma completa semelhança tanto para a energia de ligação por nucleon em função da densidade bariônica como para o máximo do parâmetro de gap em função do valor do cut-off. Essa semelhança, novamente, sugere que a renormalização das contribuições das antipartículas na aproximação HFB à QHD, deva produzir apenas pequenas modificações com relação aos resultados obtidos com a aproximação por truncamento, que vimos no Capítulo 4. Porém, os cálculos envolvendo renormalização através da introdução de cut-offs, não foram

levadas adiante, neste trabalho, devido à forte instabilidade numérica encontrada quando se passou para o alcance finito mas permanecem como uma possibilidade a ser desenvolvida em cálculos futuros, para o tratamento das divergências do modelo, que é, aparentemente, mais simples do que o método das funções espectrais.

Vimos nos Capítulos 4 e 6 que dentro das aproximações adicionais por "truncamento" e "no sea" foi necessário introduzir cut-offs na avaliação das integrais que aparecem nas equações auto-consistentes para os campos Σ e Δ , para evitar que os valores para a energia dos nucleons bem como a densidade bariônica possam se tornar infinitos no vácuo. O valor do cut-off não influencia a determinação dos parâmetros livres do modelo, embora os valores dos campos médios sejam dependentes do valor do cut-off. Em função disso, foi possível fazer uma comparação detalhada entre a aproximação por truncamento e a aproximação "no sea", tendo em vista que esta última tem um atrativo especial, dentro da aproximação HFB, porque produz resultados formalmente mais próximos dos cálculos não-relativísticos, principalmente para a equação de gap.

O campo de auto-energia do nucleon, Σ , apresentou, então, uma leve porém sistemática, variação em função do cut-off nas duas aproximações adicionais citadas acima, enquanto que o campo de emparelhamento, Δ , mostrou forte dependência funcional com o cut-off, além de comportamentos sistemáticos opostos quando se considerou as aproximações, por truncamento e "no sea", para cut-offs crescentes. De fato, os valores obtidos para o máximo de Δ_G , na aproximação "no sea", foram sempre maiores do que os obtidos em cálculos não-relativísticos para Δ_G na matéria nuclear, para todos os valores considerados para o cut-off, enquanto que na aproximação por truncamento foi possível definir um intervalo de valores do cut-off onde sempre resultam valores adequados para Δ_G , com o máximo dentro dos limites indicados pelos resultados não-relativísticos, para todos os diferentes casos de interação nucleon-nucleon considerados.

Portanto, fica claro que numa abordagem aproximada da aproximação HFB relativística, onde não se considere um cálculo renormalizado completo, o modo mais adequado de se desconsiderar as contribuições divergentes devidas ao mar de Dirac é a aproximação por "truncamento", tal como definida no Capítulo 4, ao invés da aproximação "no sea".

Afinal, tendo em vista futuros cálculos em aplicações a núcleos finitos, fica claro que o uso da aproximação HFB à QHD somente será viável se for feito dentro da aproximação adicional do "truncamento", a menos que alguma técnica nova e simples de renormalização seja desenvolvida para o tratamento das contribuições devidas ao mar de Dirac. Esse procedimento já vem sendo adotado nos cálculos realizados ao nível da aproximação HFB, onde as aproximações por

"truncamento" e "no sea" são equivalentes, mas é importante ressaltar a diferença entre as duas aproximações ao nível da aproximação HFB.

Neste trabalho obtivemos, portanto, dois resultados principais que foram: primeiro, uma formulação relativística para a descrição adequada das correlações de emparelhamento na matéria nuclear, que é compatível com os cálculos não-relativísticos baseados no modelo BCS. Esse resultado foi obtido dentro do quadro geral definido pela teoria Hidrodinâmica Quântica, usando a aproximação HFB e definindo, portanto, uma extensão dos resultados usuais obtidos na QHD aos níveis das aproximações Hartree e Hartree-Fock. Segundo, a comparação entre as aproximações adicionais por truncamento e "no sea", dentro da aproximação HFB, revela que a primeira dá resultados mais próximos aos esperados a partir dos cálculos não relativísticos.

Apêndice(I)

Inicialmente vamos impor a condição de hermiticidade para a lagrangeana efetiva $\mathcal{L}_{ef}$, em (2.12)

$$\begin{aligned} \int d^4x d^4x' \mathcal{L}_{ef} &= \int d^4x d^4x' \left\{ \frac{1}{2} \overline{\psi^{(A)}}(x) \Delta(x-x') \psi(x') + \frac{1}{2} \overline{\psi}(x) \overline{\Delta}(x-x') \psi^{(A)}(x') \right. \\ &\quad \left. - \overline{\psi}(x) [\Sigma(x-x') - \gamma_0 \mu \delta(x-x')] \psi(x') \right\} \\ &= \int d^4x d^4x' \mathcal{L}_{ef}^\dagger \\ &= \int d^4x d^4x' \left\{ \frac{1}{2} \overline{\psi}(x') \gamma_0 \Delta^\dagger(x-x') \gamma_0 \psi^{(A)}(x) + \frac{1}{2} \overline{\psi^{(A)}}(x') \gamma_0 \overline{\Delta}^\dagger(x-x') \gamma_0 \psi(x) \right. \\ &\quad \left. - \overline{\psi}(x') [\gamma_0 \Sigma^\dagger(x-x') \gamma_0 - \gamma_0 \mu \delta(x-x')] \psi(x) \right\} \quad (1.1) \end{aligned}$$

portanto, trocando as variáveis mudas x e x' na última integral, obtemos

$$\overline{\Delta}(x-x') = \gamma_0 \Delta^\dagger(x'-x) \gamma_0$$

e

$$\Sigma(x-x') = \gamma_0 \Sigma^\dagger(x'-x) \gamma_0 \quad (1.2)$$

que são as relações indicadas em (2.15).

Se considerarmos a lagrangeana do nucleon com a parte de interação dada por (2.12), mas sem os campos de emparelhamento, teremos

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}(x) [(i \not{\partial} - M_0 + \mu \gamma_0) \delta(x-x') - \Sigma(x-x')] \psi(x') \quad (1.3)$$

e a seguinte equação de movimento para o campo nucleônico

$$\int d^4x' [(i \not{\partial} - M_0 + \mu \gamma_0) \delta(x-x') - \Sigma(x-x')] \psi(x') = 0 \quad (1.4)$$

que pode ser modificada através das operações consecutivas de conjugação hermitiana, multiplicação por γ_0 à direita e transposição, com o seguinte resultado

$$\int d^4x' \left[\left(-i(\not{\partial})^T - M_0 + \mu \gamma_0^T \right) \delta(x-x') - \Sigma^T(x'-x) \right] \overline{\psi}^T(x') = 0 \quad (1.5)$$

onde usamos o resultado (I.2) para $\Sigma^\dagger$ e a seguinte definição

$$\rho = (\gamma_0 \partial_t + \vec{\gamma} \cdot \vec{\partial}) \quad (I.6)$$

e, portanto,

$$(\bar{\rho}) = \gamma_0 (\rho)^\dagger \gamma_0 = (\gamma_0 \bar{\partial}_t + \vec{\gamma} \cdot \bar{\partial}_x)$$

e

$$(\bar{\rho})^T = (\gamma_0^T \partial_t + (\vec{\gamma})^T \cdot \bar{\partial}_x) \quad (I.7)$$

Por outro lado, se definirmos

$$B = (\gamma_0 A \oplus \tau_2) = (-i\gamma_0 \gamma_1 \gamma_3 \oplus \tau_2) \quad (I.8)$$

que é a matriz usada na definição de $\psi^{(A)}$ em (2.11), então, na representação de Dirac para as matrizes gama resulta

$$B\gamma_0^T = \gamma_0 B \quad \text{e} \quad B(\vec{\gamma})^T = -\vec{\gamma} B \quad (I.9)$$

e podemos modificar (I.4) através da multiplicação por B à esquerda seguido da troca de x por $\bar{x}$ e de x' por $\bar{x}'$, para obter

$$\int d^4 x' \left\{ [-i(\gamma_0 \partial_t + \vec{\gamma} \cdot \vec{\partial}) - M_0 + \mu \gamma_0] \delta(x - x') - B \Sigma^T(\bar{x} - \bar{x}') B^\dagger \right\} B \bar{\psi}^T(\bar{x}') = 0 \quad (I.10)$$

ou

$$\int d^4 x' \left[(i \rho + M_0 - \mu \gamma_0) \delta(x - x') + \Sigma^{(A)}(\bar{x} - \bar{x}') \right] \psi^{(A)}(x') = 0 \quad (I.11)$$

onde usamos a definição

$$\Sigma^{(A)}(x) = B \Sigma^T(-x) B^\dagger \quad (I.12)$$

O resultado (I.11) corresponde à seguinte densidade de lagrangeana

$$\mathcal{L}^{(A)} = \bar{\psi}^{(A)}(x) \left[(i \rho + M_0 - \mu \gamma_0) \delta(x - x') + \Sigma^{(A)}(\bar{x} - \bar{x}') \right] \psi^{(A)}(x') \quad (I.13)$$

que pode ser obtida a partir de (I.3) introduzindo-se um sinal negativo na transposição, devido à troca dos campos ψ e $\bar{\psi}$, como segue

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^T = (-1) \psi^T(x') \left\{ \delta(x' - x) [i(\gamma_0^T \bar{\partial}_t + (\vec{\gamma})^T \cdot \bar{\partial}_x) - M_0 + \mu \gamma_0^T] - \Sigma^{(T)}(x - x') \right\} \bar{\psi}^T(x)$$

$$= (-1)\psi^T(x')B^\dagger \left\{ \delta(x' - x)[i(-\gamma_0\partial_t + \vec{\gamma} \cdot \vec{\partial}) - M_0 + \mu\gamma_0] - \Sigma^{(A)}(x' - x) \right\} B\bar{\psi}^T(x) \quad (1.14)$$

onde usamos

$$B^\dagger B = B B^\dagger = [1]_{(8 \times 8)} \quad (1.15)$$

e $\bar{\partial}_t$ e $\bar{\partial}_x$ são os operadores usuais de derivação à esquerda, ou seja,

$$A(x) \bar{\partial}_x B(x) = -\frac{\partial A}{\partial x} B(x) \quad (1.16)$$

e, portanto, valem as seguintes relações formais

$$(\partial_t)^T = (\bar{\partial}_t) = -\partial_t \quad (\bar{\partial}_x)^T = (\partial_x) = -\bar{\partial}_x \quad (1.17)$$

Desta forma, se substituirmos x e x' por $\tilde{x}$ e $\tilde{x}'$, respectivamente, (1.14) tornar-se-á igual a (1.13) e, com isso, fica estabelecida a regra para tratarmos também os campos de emparelhamento. Notamos aqui que se a definição (2.11) usasse o campo revertido temporalmente $\psi^{(T)}(x)$, ao invés de $\psi^{(T)}(-x)$, surgiria um fator multiplicativo de (-1) na expressão de $\mathcal{L}^{(A)}$

Se considerarmos os termos de emparelhamento na lagrangeana (2.12) teremos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\Delta &= \frac{1}{2} \overline{\psi^{(A)}}(x) \Delta(x - x') \psi(x') + \frac{1}{2} \bar{\psi}(x) \bar{\Delta}(x - x') \psi^{(A)}(x') \\ &= \mathcal{L}_\Delta^T = -\frac{1}{2} \psi^T(x') \Delta^T(x - x') \overline{\psi^{(A)}}^T(x) - \frac{1}{2} \psi^{(A)T}(x') \bar{\Delta}^T(x - x') \bar{\psi}^T(x) \\ &= -\frac{1}{2} (\psi^T(x') B^\dagger) (B \Delta^T(x - x') B^*) \bar{\psi}(x) - \frac{1}{2} \bar{\psi}^T(x') (B^T \bar{\Delta}^T(x - x') B^\dagger) B \bar{\psi}^T(x) \\ &= -\frac{1}{2} \overline{\psi^{(A)}}(x') (B \Delta^T(\tilde{x} - \tilde{x}') B^*) \bar{\psi}(x) - \frac{1}{2} \bar{\psi}(x') (B^T \bar{\Delta}^T(\tilde{x} - \tilde{x}') B^\dagger) \psi^{(A)}(x) \end{aligned} \quad (1.18)$$

Por outro lado, a condição (2.13) implica em

$$\mathcal{L}_{(\Delta)} = \frac{1}{2} \overline{\psi^{(A)}}(x') \Delta(x' - x) \bar{\psi}(x) + \frac{1}{2} \bar{\psi}(x') \bar{\Delta}(x' - x) \psi^{(A)}(x) \quad (1.19)$$

e, portanto,

$$\begin{aligned} \Delta(x) &= -B \Delta^T(-\tilde{x}) B^* \\ \bar{\Delta}(x) &= -B^T \bar{\Delta}^T(-\tilde{x}) B^\dagger \end{aligned} \quad (1.20)$$

que são as relações dadas em (2.14).

As correspondentes relações no espaço dos momentos são

$$\begin{aligned}\Delta(k) &= -B\Delta^T(-\vec{k})B^* \\ \overline{\Delta}(k) &= -B^T\overline{\Delta}^T(-\vec{k})B^\dagger\end{aligned}\quad (1.21)$$

onde

$$(\vec{k}) = (k^0, -\vec{k}) \quad (1.22)$$

Portanto, se considerarmos uma forma geral para Δ do tipo

$$\Delta(k) = (\Delta_s(|\vec{k}|) - \gamma_0\Delta_0(|\vec{k}|) + \vec{\gamma} \cdot \vec{k}\Delta_v(|\vec{k}|) - i\gamma_0\vec{\gamma} \cdot \vec{k}\Delta_T(|\vec{k}|)) \odot (\vec{\tau} \cdot \vec{n}) \quad (1.23)$$

como indicado pelas considerações iniciais do Capítulo 4, resulta

$$-B\Delta^T(-\vec{k})B^* = (\Delta_s - \gamma_0\Delta_0 - \vec{\gamma} \cdot \vec{k}\Delta_v - i\gamma_0\vec{\gamma} \cdot \vec{k}\Delta_T) \odot (\vec{\tau} \cdot \vec{n}) \quad (1.24)$$

Portanto, as relações (1.21) implicam em

$$\Delta_v = 0 \quad (1.25)$$

que é o resultado usado em (4.5).

Apêndice(II)

A álgebra de Pauli é a obtida a partir da seguinte base de matrizes

$$S_P = \{1, \tau_1, \tau_2, \tau_3\} \quad (II.1)$$

onde

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{e} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (II.2)$$

ou seja, é a álgebra em que os elementos podem ser escritos como uma combinação linear dos elementos de S_P e compostos de acordo com as leis usuais de soma e produto de matrizes^[85,86,102].

Em particular, temos

$$\tau_i \tau_j = -\tau_j \tau_i \quad \text{se} \quad i \neq j \quad (i, j) = 1, 2, 3$$

$$(\tau_i)^2 = 1 \quad i = 1, 2, 3$$

e

$$\tau_i \tau_j = i \tau_k \quad \text{se} \quad (i, j, k) \text{ é uma permutação par de } (1, 2, 3) \quad (II.3)$$

Seja A um elemento da álgebra de Pauli, então, podemos escrever

$$\begin{aligned} A &= A^0 1 + A^1 \tau_1 + A^2 \tau_2 + A^3 \tau_3 \\ &= A^0 1 + \vec{A} \cdot \vec{\tau} \end{aligned} \quad (II.4)$$

onde usamos $\vec{A} = (A^1, A^2, A^3)$, $\vec{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ e a definição usual do produto escalar de vetores.

Podemos agora definir o elemento conjugado de A como

$$\bar{A} = A^0 1 - \vec{A} \cdot \vec{\tau} \quad (II.5)$$

tal que, o produto de A pelo seu conjugado seja sempre proporcional à unidade

$$A \bar{A} = \bar{A} A = [(A^0)^2 - (A^1)^2 - (A^2)^2 - (A^3)^2] 1 = [(A^0)^2 - (\vec{A})^2] 1 \quad (II.6)$$

Se designarmos esse produto por $|A|^2$, então, podemos definir o inverso de A como

$$A^{-1} = \frac{\bar{A}}{|A|^2} \quad (II.7)$$

Vamos considerar, agora, uma matriz $[W]$ cujos elementos, W_{11} , W_{12} , etc., "pertencem" à álgebra de Pauli

$$[W] = \begin{pmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{pmatrix}_{(4 \times 4)}, \quad (11.8)$$

então, pode-se mostrar através de cálculo direto que o determinante de W é dado por

$$\det[W]1 = (d_{11}d_{22} + d_{12}d_{21}) - (W_{11}\overline{W}_{21}W_{22}\overline{W}_{12} + W_{12}\overline{W}_{22}W_{21}\overline{W}_{11}) \quad (11.9)$$

onde usamos as seguintes definições

$$d_{ij} = (W_{ij}\overline{W}_{ij}), \quad \text{onde } i, j = 1, 2 \quad (11.10)$$

e, se esse determinante for diferente de zero, poderemos escrever a inversa de $[W]$ como

$$[W]^{-1} = \frac{1}{\det[W]} \begin{pmatrix} (\overline{W}_{11}d_{22} - \overline{W}_{21}W_{22}\overline{W}_{12}) & (\overline{W}_{21}d_{12} - \overline{W}_{11}W_{12}\overline{W}_{22}) \\ (\overline{W}_{12}d_{21} - \overline{W}_{22}W_{21}\overline{W}_{11}) & (\overline{W}_{22}d_{11} - \overline{W}_{12}W_{11}\overline{W}_{21}) \end{pmatrix} \quad (11.11)$$

Os resultados acima também serão válidos se estivermos trabalhando com uma álgebra homeomorfa à álgebra de Pauli, ou seja, uma álgebra tal que se A e B são elementos quaisquer da álgebra de Pauli e A' e B' são os elementos correspondentes da álgebra homeomorfa, então existe um mapeamento f entre as álgebras que produz

$$f(A) = A'$$

$$f(B) = B'$$

$$f(AB) = f(A)f(B)$$

e

$$f(1) = 1' \quad (11.12)$$

onde $1'$ é a unidade na álgebra homeomorfa. Em particular, podemos obter uma álgebra homeomorfa à álgebra de Pauli utilizando a seguinte base de matrizes

$$\left\{ (1)_{(4 \times 4)}, \gamma_0, -i\frac{\vec{\gamma} \cdot \vec{k}}{|\vec{k}|}, \gamma_0\frac{\vec{\gamma} \cdot \vec{k}}{|\vec{k}|} \right\}, \quad (11.13)$$

onde $(1)_{(4 \times 4)}$ é a matriz unidade de ordem 4, $\{\gamma_0, \vec{\gamma}\} = \{\gamma_0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3\}$ são as matrizes gama de Dirac e $\vec{k} = (k^1, k^2, k^3)$ é um vetor complexo arbitrário, porém não nulo.

-Apêndice(III)-

As expressões para (S11) e (S21), obtidas a partir de (4.6), (4.9) e (4.10), são as seguintes

$$\begin{aligned}
 (S11) = & \left\{ M[-|\Delta_s|^2 + |\Delta_T|^2 |\vec{k}|^2 - |\Delta_0|^2 - M^2 - S^2 - S_T^2] + M(\omega - \omega_0)^2 \right. \\
 & - 2(\omega - \omega_0) \text{Re}(\Delta_s \Delta_0^*) - 2S_T |\vec{k}| \text{Im}(\Delta_s \Delta_0^*) + 2S |\vec{k}| \text{Im}(\Delta_T \Delta_0^*) \left. \right\} / (det) \\
 & + \gamma_0 \left\{ (\omega - \omega_0) [-|\Delta_s|^2 - |\Delta_T|^2 |\vec{k}|^2 - |\Delta_0|^2] + (\omega + \omega_0) [(\omega - \omega_0)^2 - M^2 - S^2 - S_T^2] \right. \\
 & - 2M \text{Re}(\Delta_s \Delta_0^*) - 2S |\vec{k}| \text{Im}(\Delta_s \Delta_0^*) - 2S_T |\vec{k}| \text{Im}(\Delta_T \Delta_0^*) \left. \right\} / (det) \\
 & + (\vec{\gamma} \cdot \vec{k}) \left\{ S[|\Delta_s|^2 + |\Delta_T|^2 |\vec{k}|^2 - |\Delta_0|^2 + M^2 + S^2 + S_T^2 - (\omega - \omega_0)^2] \right. \\
 & + 2S_T \text{Im}(\Delta_s \Delta_0^*) + 2M |\vec{k}| \text{Im}(\Delta_T \Delta_0^*) + 2(\omega - \omega_0) |\vec{k}| \text{Im}(\Delta_s \Delta_0^*) \left. \right\} / (det) \\
 & + (\gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \vec{k}) \left\{ i S_T [|\Delta_s|^2 - |\Delta_T|^2 |\vec{k}|^2 - |\Delta_0|^2 - M^2 - S^2 - S_T^2 + (\omega - \omega_0)^2] \right. \\
 & + 2i S_T \text{Im}(\Delta_s \Delta_0^*) - 2i M |\vec{k}| \text{Re}(\Delta_s \Delta_0^*) - 2i (\omega - \omega_0) |\vec{k}| \text{Re}(\Delta_T \Delta_0^*) \left. \right\} / (det) \\
 (III.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (S21) = & \left\{ \Delta_s [-\omega^2 + \omega_0^2 + M^2 + S^2 - S_T^2] + \Delta_0 (\Delta_s^2 - \Delta_0^2 + \Delta_T^2 |\vec{k}|^2) \right. \\
 & - 2i S \omega_0 |\vec{k}| \Delta_T - 2M \omega_0 \Delta_0 + 2S_T (M \Delta_T |\vec{k}| + i S \Delta_0) \left. \right\} \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{n}) / (det) \\
 & + \gamma_0 \left\{ \Delta_0 (\omega^2 - \omega_0^2 - M^2 + S^2 - S_T^2) + \Delta_0 (\Delta_s^2 - \Delta_0^2 + \Delta_T^2 |\vec{k}|^2) \right. \\
 & + 2M \omega_0 \Delta_s + 2S_T \omega_0 \Delta_T |\vec{k}| + 2i S (\Delta_s \Delta_T - M |\vec{k}| \Delta_T) \left. \right\} \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{n}) / (det) \\
 & + (\vec{\tau} \cdot \vec{k}) \left\{ 2\omega (i M |\vec{k}| \Delta_T - S \Delta_0 - i S_T \Delta_s) \right\} \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{n}) / (det) \\
 & + i (\gamma_0 \vec{\tau} \cdot \vec{k}) \left\{ |\vec{k}| \Delta_T (-\omega^2 + \omega_0^2 - M^2 + S^2 + S_T^2) + \Delta_T (-\Delta_0^2 + \Delta_T^2 |\vec{k}|^2) \right.
 \end{aligned}$$

$$+2iS\omega_0\Delta_s - 2S_T\omega_0\Delta_0 + 2M S_T\Delta_s - 2iM S\Delta_0\} \otimes (\vec{r} \cdot \vec{n}) / (det) \quad (III.2)$$

onde (det) é o determinante $\det[W]$, definido em (4.14), e

$$M = M_0 + \Sigma_s(k) \quad (III.3)$$

é a " massa efetiva " do quase-nucleon na matéria nuclear ,

$$\omega_0 = (\Sigma_0 + \mu) \quad .$$

$$S = (1 + \Sigma_s(k))|\vec{k}| \quad ,$$

$$S_T = \Sigma_T(k)|\vec{k}| \quad (III.4)$$

e $\hat{k}$ é o versor unitário na direcção de $\vec{k}$

$$\hat{k} = \vec{k}/|\vec{k}| \quad (III.5)$$

-Apêndice(IV)-

A partir das definições do Capítulo 2 para as lagrangeanas do presente modelo e da definição (4.36) para o operador tensorial de energia-momento, $\hat{T}^{\mu\nu}$, obtém-se a seguinte expressão

$$\begin{aligned} \hat{T}^{\mu\nu} = & \partial^\mu \phi \partial^\nu \phi + \partial^\mu \bar{\pi} \partial^\nu \bar{\pi} - (\partial^\mu V_\epsilon - \partial_\epsilon V^\mu) \partial^\nu V^\epsilon - (\partial^\mu \bar{\rho}_\epsilon - \partial_\epsilon \bar{\rho}^\mu) \cdot \partial^\nu \bar{\rho}^\epsilon \\ & + \bar{\psi} i \gamma^\mu \partial^\nu \psi - g^{\mu\nu} \left[\bar{\psi} (i \gamma^\epsilon \partial_\epsilon - M_0 + \gamma_0 \mu) \psi + \mathcal{L}_{int} + \mathcal{L}_{mésons}^0 \right] \end{aligned} \quad (IV.1)$$

onde $\mathcal{L}_{int}$ é dado de maneira simétrica em termos de ψ e $\psi^{(A)}$, de acordo com as definições do Capítulo 2, por

$$\mathcal{L}_{int} = \sum_{(j)} \left\{ -\bar{\psi}(x) \Gamma_{(j)(\alpha)} \psi(x) \phi_{(j)}^{(\alpha)}(x) + \bar{\psi}^{(A)}(x) \left(B \Gamma_{(j)(\alpha)}^T B^\dagger \right) \psi^{(A)}(x) \phi_{(j)}^{(\alpha)}(x) \right\} \quad (IV.2)$$

com $\phi_{(j)}^{(\alpha)}$ definido no Capítulo 3, e

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mésons}^0(x) = & \frac{1}{2} [\partial_\mu \phi(x) \partial^\mu \phi(x) - m_\phi^2 \phi^2(x)] + \frac{1}{2} m_\rho^2 V_\mu(x) V^\mu(x) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{2} [\partial_\mu \bar{\pi}(x) \partial^\mu \bar{\pi}(x) - m_\pi^2 \bar{\pi}^2(x)] + \frac{1}{2} m_\rho^2 \bar{\rho}_\mu(x) \cdot \bar{\rho}^\mu(x) - \frac{1}{4} \bar{G}_{\mu\nu} \cdot \bar{G}^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (IV.3)$$

com os tensores dos campos vetoriais dados pelas expressões em (2.5), no Capítulo 2. Por outro lado, se tomarmos igual a zero os termos associados às diversas derivadas totais envolvendo os campos mesônicos, o que implica, em particular, em supormos que as correntes associadas aos mésons π e ρ conservam o isospin, obteremos a seguintes expressões

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} &= -2(V_\lambda \partial^2 V^\lambda) \\ \bar{G}_{\mu\nu} \cdot \bar{G}^{\mu\nu} &= -2(\bar{\rho}_\lambda \cdot \partial^2 \bar{\rho}^\lambda) \end{aligned} \quad (IV.4)$$

onde $\partial^2 = \partial^\mu \partial_\mu$, e, portanto podemos reescrever a lagrangeana livre dos mésons como

$$\mathcal{L}_{mésons}^0 = \sum_{(j)} \frac{f_{(j)}}{2} \phi_{(j)(\alpha)}(x) (\partial^2 + m_j^2) \phi_{(j)}^{(\alpha)}(x) \quad (IV.5)$$

de acordo com as definições do Capítulo 3. Portanto, supondo que não existem mésons reais, podemos reescrever as expressões acima para $\mathcal{L}_{int}$ e $\mathcal{L}_0$ em termos dos propagadores dos mésons, a partir da expressão (3.19), resulta

$$\mathcal{L}_{int} = \sum_{(j)} -i f_{(j)} \bar{\psi}(x) \Gamma_{(j)(\alpha)} \psi(x) \left(\int d^4 x' D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-x') \bar{\psi}^{(A)}(x') \Gamma_{(j)} \psi^{(A)}(x') \right)$$

$$+ \sum_{(j)} i f_{(j)} \bar{\psi}(x) \Gamma_{(j)(\alpha)} \psi(x) \left(\int d^4 y D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-y) \bar{\psi}^{(\lambda)}(y) (B \Gamma_{(j)\beta}^T B^\dagger) \psi^{(\lambda)}(y) \right) \quad (IV.6)$$

e

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{médios}}^0 &= \sum_{(j)} -\frac{f_{(j)}}{2} \int d^4 z \int d^4 y \left\{ D_{(j)\alpha}^\beta(x-y) \bar{\psi}(y) \Gamma_{(j)\beta} \psi(y) (\partial^2 + m_{(j)}^2) D_{(j)}^{\alpha\gamma}(x-z) \bar{\psi}(z) \Gamma_{(j)\gamma} \psi(z) \right. \\ &\quad \left. + D_{(j)\alpha}^\beta(x-y) \bar{\psi}^{(\lambda)}(y) (B \Gamma_{(j)\beta}^T B^\dagger) \psi^{(\lambda)}(y) (\partial^2 + m_{(j)}^2) D_{(j)}^{\alpha\gamma}(x-z) \bar{\psi}(z) \Gamma_{(j)\gamma} \psi(z) \right\} \\ &= \sum_{(j)} -\frac{f_{(j)}}{2} \int d^4 z \int d^4 y \left\{ D_{(j)\alpha}^\beta(x-y) \bar{\psi}(y) \Gamma_{(j)\beta} \psi(y) (-i) g^{\alpha\beta} \delta(x-z) \bar{\psi}(z) \Gamma_{(j)\gamma} \psi(z) \right. \\ &\quad \left. + D_{(j)\alpha}^\beta(x-y) \bar{\psi}^{(\lambda)}(y) (B \Gamma_{(j)\beta}^T B^\dagger) \psi^{(\lambda)}(y) (-i) g^{\alpha\beta} \delta(x-z) \bar{\psi}(z) \Gamma_{(j)\gamma} \psi(z) \right\} \\ &= \sum_{(j)} \frac{i f_{(j)}}{2} \bar{\psi}(x) \Gamma_{(j)\alpha}^\alpha \psi(x) \int d^4 y \left\{ D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-y) \bar{\psi}(y) \Gamma_{(j)\beta} \psi(y) \right. \\ &\quad \left. - D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-y) \bar{\psi}^{(\lambda)}(y) (B \Gamma_{(j)\beta}^T B^\dagger) \psi^{(\lambda)}(y) \right\} \end{aligned} \quad (IV.7)$$

e portanto, vale a seguinte relação

$$\mathcal{L}_0 = -\frac{1}{2} \mathcal{L}_{\text{int}} \quad (IV.8)$$

Por outro lado, o valor esperado no estado fundamental interagente da lagrangeana de interação é

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{L}_{\text{int}} \rangle &= \sum_{(j)} \frac{1}{2} \langle -i f_{(j)} \bar{\psi}(x) \Gamma_{(j)(\alpha)} \psi(x) \left(\int d^4 x' D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-x') \bar{\psi}(x') \Gamma_{(j)\beta} \psi(x') \right) \rangle \\ &\quad + \sum_{(j)} \frac{1}{2} \langle i f_{(j)} \bar{\psi}(x) \Gamma_{(j)(\alpha)} \psi(x) \left(\int d^4 y D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-y) \bar{\psi}(y) (B \Gamma_{(j)\beta}^T B^\dagger) \psi(y) \right) \rangle \end{aligned} \quad (IV.9)$$

Faz-se então a seguinte "aproximação de campo médio" para o valor esperado no estado fundamental

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{L}_{\text{int}} \rangle &\approx \frac{i}{2} \sum_{(j)} \int d^4 x' \left\{ (-1) D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-x') \langle T [\bar{\psi}(x) \Gamma_{(j)\alpha} \psi(x) \bar{\psi}(x') \Gamma_{(j)\beta} \psi(x')] \rangle \right. \\ &\quad \left. + D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-x') \langle T [\bar{\psi}(x) \Gamma_{(j)\alpha} \psi(x) \bar{\psi}^{(\lambda)}(x') (B \Gamma_{(j)\beta}^T B^\dagger) \psi^{(\lambda)}(x')] \rangle \right\} \end{aligned} \quad (IV.10)$$

onde $T[\dots]$ indica o produto ordenado temporalmente e, com isso, usando-se a fatorização de Gorkov, pode-se reescrever a expressão (IV.9) como

$$\begin{aligned}
 \langle \mathcal{L}_{int} \rangle &= \sum_{(j)} \frac{1}{2} \int d^4 y \text{Tr} \left[\Gamma_{(j)\alpha} G(x, x^+) \right] f_{(j)} D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-y) \text{Tr} \left[\Gamma_{(j)\beta} G(y, y^+) \right] \\
 &\quad - \sum_{(j)} \frac{1}{2} \int d^4 y \left[\Gamma_{(j)\alpha} G(x-y) f_{(j)} D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-y) \Gamma_{(j)\beta} G(y-x) \right] \\
 &\quad + \sum_{(j)} \frac{1}{2} \int d^4 y \left[\Gamma_{(j)\alpha} \tilde{F}(x-y) f_{(j)} D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-y) (B \Gamma_{(j)\beta}^T B^\dagger) F(y-x) \right] \\
 &= \sum_{(j)} \frac{1}{2} \int d^4 y \text{Tr} \left\{ i f_{(j)} \left[\Gamma_{(j)\alpha} \delta(x-y) \int d^4 x' D_{(j)}^{\alpha\beta}(y-x') \text{Tr} \left[\Gamma_{(j)\beta} G(x', x'^+) \right] \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - i f_{(j)} \Gamma_{(j)\alpha} D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-y) G(x-y) \Gamma_{(j)\beta} \right] G(y-x) \right\} \\
 &\quad - \sum_{(j)} \frac{1}{2} \int d^4 y \text{Tr} \left\{ \left[-i f_{(j)} \Gamma_{(j)\alpha} \tilde{F}(x-y) D_{(j)}^{\alpha\beta}(x-y) (B \Gamma_{(j)\beta}^T B^\dagger) \right] F(y-x) \right\} \quad (IV.11)
 \end{aligned}$$

e, portanto, usando as expressões para Σ e $\bar{\Delta}$ em (3.33) e (3.34), obtemos

$$\langle \mathcal{L}_{int} \rangle = \frac{i}{2} \int d^4 y \text{Tr} \left[\Sigma(x-y) G(y-x) - \bar{\Delta}(x-y) F(y-x) \right] \quad (IV.12)$$

e uma expressão análoga quando redefinimos $\mathcal{L}_{int}$ em termos dos campos revertidos temporalmente com relação à expressão usada acima, ou seja,

$$\langle \mathcal{L}_{int} \rangle = \frac{-i}{2} \int d^4 y \text{Tr} \left[\Delta(x-y) \tilde{F}(y-x) + \Sigma^{(A)}(\hat{x}-\hat{y}) \tilde{G}(y-x) \right] \quad (IV.13)$$

Por outro lado, para calcular o valor esperado da parte do operador hamiltoniano, $\hat{H}$ em (4.40), associada aos campos nucleônicos livres temos

$$\begin{aligned}
 \langle \bar{\psi}(x) (i \vec{\gamma} \cdot \vec{\partial} - M_0) \psi(x) \rangle &= \lim_{\substack{y^0 \rightarrow x^0 + \\ \vec{y} \rightarrow \vec{x}}} \langle \text{Tr} \left\{ (i \vec{\gamma} \cdot \vec{\partial} - M_0) \left[\psi(x) \bar{\psi}(y) \right] \right\} \rangle \\
 &= -i \lim_{\substack{y^0 \rightarrow x^0 + \\ \vec{y} \rightarrow \vec{x}}} \text{Tr} \left[(i \vec{\gamma} \cdot \vec{\partial} - M_0) G(x-y) \right] \\
 &= -i \text{Tr} \left[(i \vec{\gamma} \cdot \vec{\partial} - M_0) G(x-x_+) \right] \quad (IV.14)
 \end{aligned}$$

com um resultado análogo para a expressão $\langle \bar{\psi}^{(A)}(x)(i\vec{\gamma} \cdot \vec{\partial} + M_0)\psi^{(A)}(x) \rangle$. Esses resultados, juntamente com (IV.12) e (IV.13), levam à expressão para a densidade de energia bariônica, ϵ , dada em (4.56).

Os resultados (4.48) e (4.50) no espaço dos momentos são obtidos por cálculo direto, por exemplo,

$$\begin{aligned}
 & \int d^4y \left[\Sigma^{(A)}(\vec{x} - \vec{y}) \dot{G}(y - x) \right] \\
 &= \int d^4y \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ip(\vec{x} - \vec{y})} e^{-ik(y - x)} \Sigma^{(A)}(p) \dot{G}(k) \\
 &= \int d^4y \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-i(k^0 - p^0)(y^0 - x^0) + i(\vec{k} + \vec{p}) \cdot (\vec{y} - \vec{x})} \Sigma^{(A)}(p) \dot{G}(k) \\
 &= \int \frac{d^4p d^4k}{(2\pi)^4} \delta(k^0 - p^0) \delta^{(3)}(\vec{k} + \vec{p}) e^{i(k^0 - p^0)x^0 - i(\vec{k} + \vec{p}) \cdot \vec{x}} \Sigma^{(A)}(p) \dot{G}(k) \\
 &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \Sigma^{(A)}(k^0, -\vec{k}) \dot{G}(k) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \Sigma^{(A)}(\vec{k}) \dot{G}(k) \quad (IV.15)
 \end{aligned}$$

e analogamente com relação aos demais termos.

Para relacionar as componentes dos diversos propagadores bariônicos temos os seguintes resultados

$$\begin{aligned}
 \dot{G}(x - y) &= B \langle \bar{\psi}^T(\vec{x}) \psi^T(\vec{y}) \rangle B^\dagger \\
 &= -B \left(\langle \psi(\vec{y}) \bar{\psi}(\vec{x}) \rangle \right)^T B^\dagger \\
 &= -B G^T(\vec{y} - \vec{x}) B^\dagger \quad (IV.16)
 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
 F(x - y) &= (-i) \langle \psi^{(A)}(x) \bar{\psi}(y) \rangle \\
 &= (-i) \langle \gamma_0 B \psi^*(\vec{x}) \psi^\dagger(y) \gamma_0 \rangle \\
 &= -\gamma_0 (-i) \left(\langle \psi(y) \psi^T(\vec{x}) B^\dagger \rangle \right)^T \gamma_0
 \end{aligned}$$

$$= \gamma_0 \left((-i) \langle \psi(y) \overline{\psi^{(A)}}(x) \rangle \right)^\dagger \gamma_0 = \gamma_0 \hat{F}^\dagger(y-x) \gamma_0 \quad (\text{IV.17})$$

onde

$$B = (\gamma_0 A \otimes \tau_2) = (i\gamma_0 \gamma_1 \gamma_3 \otimes \tau_2)$$

e, portanto, as correspondentes relações no espaço dos momentos são

$$\tilde{G}(k) = -BG^T(-k)B^\dagger \quad (\text{IV.18})$$

e

$$F(k) = \gamma_0 \hat{F}^\dagger(-k) \gamma_0 \quad (\text{IV.19})$$

Analogamente, a relação (2.17) produz o seguinte resultado

$$\Sigma^{(A)}(k) = B\Sigma^T(-k)B^\dagger \quad (\text{IV.20})$$

e (2.15) produz

$$\Delta(k) = \gamma_0 \overline{\Delta}^\dagger(-k) \gamma_0 \quad (\text{IV.21})$$

e, com isso, obtemos

$$\begin{aligned} & \int d^4k \text{Tr} \left\{ [\gamma_0 k^0 - \vec{\gamma} \cdot \vec{k} + M_0 + \Sigma^{(A)}(k)] G(k) \right\} \\ &= \int d^4k (-1) \text{Tr} \left\{ [\gamma_0 k^0 - \vec{\gamma} \cdot \vec{k} + M_0 + \Sigma^{(A)}(k)] BG^T(-k)B^\dagger \right\} \\ &= - \int d^4k \text{Tr} \left\{ [\gamma_0^T k^0 - (\vec{\gamma} \cdot \vec{k})^T + M_0 + \Sigma^T(-k)] G^T(-k) \right\} \\ &= \int d^4k \text{Tr} \left\{ [\gamma_0 k^0 - \vec{\gamma} \cdot \vec{k} - M_0 - \Sigma(k)] G(k) \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV.22})$$

e a relação (4.51) torna-se imediata.

-Apêndice(V)

Nas expressões que definiremos a seguir o índice j toma os valores 1 e 2 correspondendo às duas possíveis energias dos quase-núcleons, dadas em (4.22). Essas expressões foram usadas nas equações (4.52) até (4.57).

$$\begin{aligned}
 [g\theta_{sj}] &= \left[\frac{-2g_s^2}{m_s^2} + \frac{1}{(2kq)} \left(\frac{-1}{8}g_s^2\theta_{sj} + \frac{1}{2}g_\omega^2\theta_{\omega j} + \frac{3}{8}g_\rho^2\theta_{\rho j} + \frac{3}{8}g_\pi^2\theta_{\pi j} \right) \right] \\
 [g\theta_{\omega j}] &= \left[\frac{-2g_\omega^2}{m_\omega^2} + \frac{1}{(2kq)} \left(\frac{1}{4}g_\omega^2\theta_{\omega j} + \frac{1}{8}g_s^2\theta_{sj} + \frac{3}{16}g_{\rho\omega}^2\theta_{\rho j} + \frac{3}{8}g_\pi^2\theta_{\pi j} \right) \right] \\
 [g\phi_{sj}] &= \left[\frac{1}{8}g_s^2\phi_{sj} + \frac{1}{4}g_\omega^2\phi_{\omega j} + \frac{3}{16}g_\rho^2\phi_{\rho j} + \frac{3}{8}g_\pi^2\phi_{\pi j} \right] \\
 [g\phi_{\tau j}] &= \left[\frac{i}{8}g_s^2\phi_{sj} - \frac{3i}{8}g_\pi^2\phi_{\pi j} \right]
 \end{aligned} \tag{V.1}$$

$$\begin{aligned}
 [g\theta_{\Delta sj}] &= \frac{1}{(2kq)} \left[\frac{-1}{8}g_s^2\theta_{sj} + \frac{1}{2}g_\omega^2\theta_{\omega j} + \frac{1}{8}g_\rho^2\theta_{\rho j} + \frac{1}{8}g_\pi^2\theta_{\pi j} \right] \\
 [g\theta_{\Delta \omega j}] &= \frac{1}{(2kq)} \left[\frac{-1}{8}g_s^2\theta_{sj} + \frac{1}{2}g_\omega^2\theta_{\omega j} + \frac{1}{8}g_\rho^2\theta_{\rho j} + \frac{1}{8}g_\pi^2\theta_{\pi j} \right] \\
 [g\phi_{vj}] &= \frac{1}{(2kq)} \left[\frac{1}{8}g_s^2\phi_{sj} + \frac{1}{4}g_\omega^2\phi_{\omega j} + \frac{1}{16}g_\rho^2\phi_{\rho j} + \frac{1}{8}g_\pi^2\phi_{\pi j} \right] \\
 [g\phi_{\Delta \tau j}] &= \left[\frac{i}{8}g_s^2\phi_{sj} - \frac{i}{8}g_\pi^2\phi_{\pi j} \right]
 \end{aligned} \tag{V.2}$$

onde as funções θ_{aj} e ϕ_{aj} , para a indicando os possíveis mésons da teoria :

$$a = s, \omega, \pi, \rho, \tag{V.3}$$

são dados por

$$\theta_{aj} = \ln \left(\frac{H_{aj} + 2|\vec{k}||\vec{q}|}{H_{aj} - 2|\vec{k}||\vec{q}|} \right) \tag{V.4}$$

com

$$H_{aj} = \left[(\omega_j(k) - \omega_j(q))^2 - |\vec{k}|^2 - |\vec{q}|^2 \right]^{1/2} \tag{V.5}$$

e

$$\phi_{aj} = \left(1 - \frac{H_{aj}}{(4kq)} \theta_{aj} \right) \quad (\text{V.6})$$

Vamos designar por b as componentes de $(S11)$, definidas em (4.25) e no Apêndice(III), ou seja,

$$b = s, \theta, v, T, \quad (\text{V.7})$$

então as funções G_{bj} serão dadas por

$$G_{bj}(\omega_j) = \lim_{\omega \rightarrow \omega_j} \left(\frac{\det[W]}{\omega} (S11)_b(\omega) \right) \quad (\text{V.8})$$

onde $\det[W]$ está definido em (4.14).

De maneira análoga, as funções F_{bj} serão dadas por

$$F_{bj}(\omega_j) = \lim_{\omega \rightarrow \omega_j} \left((\vec{\tau} \cdot \vec{n}) \frac{\det[W]}{\omega} (S21)_b(\omega_j) \right) \quad (\text{V.9})$$

com $(S21)_b(\omega)$ dado por (4.29) e pela expressão (III.2) e $\vec{n}$ e $\vec{\tau}$ dados em (4.1)

-Apêndice(VI)

A equação (6.7) para os coeficientes de Bogoliubov pode ser reescrita , usando as definições (6.12) e (6.13) , como

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\epsilon_1}(a^*D - b^*C) , & B &= \frac{1}{\epsilon_2}(-c^*D - a^*C) \\ C &= \frac{1}{\epsilon_3}(-bA - aB) , & D &= \frac{1}{\epsilon_4}(aA - cB) \end{aligned} \quad (VI.1)$$

e , portanto , as equações para (A, B) e (C, D) desacoplam-se , com o seguinte resultado

$$\begin{pmatrix} (\epsilon_1\epsilon_3\epsilon_4 - \epsilon_3|a|^2 - \epsilon_4|b|^2) & [-\epsilon_4(ab^*) + \epsilon_3(a^*c)] \\ [\epsilon_4(a^*b) - \epsilon_3(ac^*)] & (-\epsilon_2\epsilon_3\epsilon_4 + \epsilon_4|a|^2 + \epsilon_3|c|^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = 0 \quad (VI.2)$$

e

$$\begin{pmatrix} (\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3 - \epsilon_1|a|^2 - \epsilon_2|b|^2) & [-\epsilon_1(ac^*) + \epsilon_2(a^*b)] \\ [\epsilon_1(a^*c) - \epsilon_2(ab^*)] & (-\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_4 + \epsilon_2|a|^2 - \epsilon_1|c|^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = 0 \quad (VI.3)$$

o que é esperado , tendo em vista as relações (5.21).

Vamos supor , agora , que Δ_0 e Δ_* são reais e que Δ_T é zero. Com isso, os parâmetros a , b e c em (6.12) tornam-se imaginários e podemos reescrever as equações acima como

$$\begin{aligned} (\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3 - \epsilon_3|a|^2 - \epsilon_4|b|^2) A - (\delta)B &= 0 \\ (\delta)A - (\epsilon_2\epsilon_3\epsilon_4 - \epsilon_4|a|^2 - \epsilon_3|c|^2) B &= 0 \\ (\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_3 - \epsilon_1|a|^2 - \epsilon_2|b|^2) C - (\lambda)D &= 0 \\ (\lambda)C - (\epsilon_1\epsilon_2\epsilon_4 - \epsilon_2|a|^2 - \epsilon_1|c|^2) D &= 0 \end{aligned} \quad (VI.4)$$

onde tanto (λ) como (δ) são números reais , dados por

$$\begin{aligned} (\delta) &= [\epsilon_4(ab^*) - \epsilon_3(a^*c)] \\ (\lambda) &= [\epsilon_1(ac^*) - \epsilon_2(a^*b)] \end{aligned} \quad (VI.5)$$

Portanto, uma solução que satisfaz também a condição (6.8) é

$$A^2 = (\epsilon_2 \epsilon_3 \epsilon_4 - \epsilon_4 |a|^2 - \epsilon_3 |c|^2) / (-4\beta\omega)$$

$$B^2 = (\epsilon_1 \epsilon_3 \epsilon_4 - \epsilon_3 |a|^2 - \epsilon_4 |b|^2) / (-4\beta\omega)$$

$$C^2 = (\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_4 - \epsilon_2 |a|^2 - \epsilon_1 |c|^2) / (-4\beta\omega)$$

$$D^2 = (\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 - \epsilon_1 |a|^2 - \epsilon_2 |b|^2) / (-4\beta\omega) \quad , \quad (VI.6)$$

onde ω é uma das quatro possibilidades apresentadas em (4.20).

Vamos considerar, agora, apenas o valor da energia dos quase-núcleons designada por ω_+ em (4.22). Neste caso, os integrandos de Σ_s , Σ_0 e Σ_r em (4.52) reduzem-se a

$$(FS) = \frac{M(2\omega_0^2 - \beta - 2\omega_0\omega_+) + 2(\omega_0 - \omega_+)\Delta_s\Delta_0}{(-4\omega_+\beta)}$$

$$(F0) = \frac{-S(2\omega_0^2 - \beta - 2\omega_0\omega_+) - 2S\Delta_0^2}{(-4\omega_+\beta)}$$

e

$$(FV) = \frac{(\omega_0 - \omega_+)\beta - 2\omega_0\epsilon_k^2 - 2M\Delta_s\Delta_0}{(-4\omega_+\beta)} \quad (VI.7)$$

e, por comparação com equações (6.17) temos também

$$(FS) = \frac{1}{2\epsilon_k} [|A|^2 M - 2S(AB) - |B|^2 M]$$

$$(F0) = \frac{1}{2} [|A|^2 + |B|^2]$$

e

$$(FV) = \frac{1}{2\epsilon_k} [-S(|A|^2 - |B|^2) - 2M(AB^*)] \quad (VI.8)$$

Resolvendo as equações (V.8) para $|A|^2$ e $|B|^2$ em termos de (FS) , $(F0)$ e (FV) e usando as expressões em (V.7), obtemos

$$|A|^2 = \left\{ \frac{M}{\epsilon_k}(FS) - \frac{S}{\epsilon_k}(FV) + (F0) \right\}$$

$$= \frac{\left\{ (\omega_0 - \omega_+) \left(\beta + 2\omega_0 \epsilon_k + \frac{2M\Delta_0 \Delta_s}{\epsilon_k} \right) - \epsilon_k \left(\beta + 2\omega_0 \epsilon_k + \frac{2M\Delta_0 \Delta_s}{\epsilon_k} - \frac{2S^2 \Delta_0^2}{\epsilon_k^2} \right) \right\}}{(-4\omega_+ \beta)} \quad (VI.9)$$

e

$$|B|^2 = \left\{ \frac{S}{\epsilon_k}(FV) - \frac{M}{\epsilon_k}(FS) + (F0) \right\}$$

$$= \frac{\left\{ (\omega_0 - \omega_+) \left(\beta - 2\omega_0 \epsilon_k - \frac{2M\Delta_0 \Delta_s}{\epsilon_k} \right) + \epsilon_k \left(\beta - 2\omega_0 \epsilon_k - \frac{2M\Delta_0 \Delta_s}{\epsilon_k} - \frac{2S^2 \Delta_0^2}{\epsilon_k^2} \right) \right\}}{(-4\omega_+ \beta)} \quad (VI.10)$$

Afinal, se compararmos esses resultados com as expressões para $|A|^2$ e $|B|^2$ em (V.6), veremos que ambos coincidem se usarmos

$$\omega = -\omega_+$$

$$|a|^2 = \left(\frac{S\Delta_0}{\epsilon_k} \right)^2$$

$$|b|^2 = \left(\frac{M\Delta_0}{\epsilon_k} - \Delta_s \right)^2$$

e

$$|c|^2 = \left(\frac{S\Delta_0}{\epsilon_k} + \Delta_s \right)^2. \quad (VI.11)$$

enquanto que as expressões para $|C|^2$ e $|D|^2$ podem ser obtidas pela substituição de (ω_+) por $(-\omega_+)$, de acordo com a regra indicada em (5.21).

Desta forma, as expressões para Σ_s , Σ_0 e Σ_r dadas por (6.17) e (4.52) são exatamente as mesmas, quando consideramos os termos correspondentes a ω_+ em (6.15). De maneira análoga, pode-se mostrar que os termos correspondentes a ω_- também coincidem.

Figura 1: Representação diagramática dos propagador bariônico completo no modelo BCS $G_{BCS}(k)$, tal como definido na Eq.(1.25), em termos do propagador bariônico na aproximação Hartree-Fock $G_{HF}(k)$ e do campo de emparelhamento $\Delta(k)$. As representações que definem o propagador anômalo $F(k)$ e o campo Δ também estão indicadas, sendo $V(k, q)$, indicado pela linha ondulada, o potencial de interação entre as quase-partículas correlacionadas.

Figura 2: Representação diagramática dos propagadores $G(k)$ e $F(k)$, tal como definidos na Eq.(3.8). As bolas hachuradas ligadas a duas linhas orientadas representam os propagadores completos na aproximação HFB. As linhas onduladas representam os propagadores livres dos mésons e as linhas orientadas simples representam os propagadores livres dos nucleons. Apenas os termos de troca para Σ e $\Sigma^{(A)}$ estão representados embora a avaliação de Σ e $\Sigma^{(A)}$ também inclua os termos diretos (Hartree).

Figura 3: Representação diagramática dos propagadores $G(k)$ e $F(k)$, tal como definidos na Eq.(3.13). Os propagadores G_{HF} e $\tilde{G}_{HF}$, correspondentes à aproximação Hartree-Fock usual, são representados por linhas paralelas com uma seta e as demais representações seguem as convenções da Fig.(2)

Energia de Ligação por Nucleon

Figura 4: Dependência da energia de ligação por nucleon em função da densidade bariônica, obtido com a aproximação de truncamento dos termos associados ao pólo ω_- e usando um cut-off de 506 MeV. As constantes de acoplamento foram ajustadas para que o ponto de saturação ocorra em $k_F \approx 1.36 \text{ fm}^{-1}$ com energia de ligação de $\sim -15.75 \text{ MeV}$ por nucleon. A curva indicada por $(SW)_0$ corresponde ao modelo com os mésons σ e ω , enquanto que $(SWPR-A)_0$ corresponde ao modelo com σ , ω , π e ρ .

Potencial Químico (MeV)

Figura 5: Potencial químico em função da densidade bariônica, obtido com a aproximação de truncamento dos termos associados ao pólo ω_- e usando um cut-off de 506 MeV. O modelo- (σ, ω) corresponde à curva $(SW)_0$ e o modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$ corresponde à curva $(SWPR-A)_0$.

Figura 6: Componente-zero da parte vetorial da auto-energia, Σ_0 , em função da densidade bariônica, obtida com a aproximação de truncamento dos termos associados ao pólo ω_- e usando um cut-off de 500 MeV. O modelo- (σ, ω) corresponde à curva $(SW)_0$ e o modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$ corresponde à curva $(SWPR-A)_0$.

Figura 7: Componente escalar da auto-energia, em função da densidade bariônica, obtida com a aproximação de truncamento dos termos associados ao pólo, ω_+ e usando um cut-off de 506 MeV. O modelo- (σ, ω) corresponde à curva $(SW)_0$ e o modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$ corresponde à curva $(SWPR-A)_0$.

Figura 8: Componente espacial da auto-energia vetorial, Σ_v , em função da densidade bariônica, obtida com a aproximação de truncamento dos termos associados ao pólo ω_- e usando um cut-off de 506 MeV. O modelo- (σ, ω) corresponde à curva $(SW)_0$ e o modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$ corresponde à curva $(SWPR-A)_0$.

Figura 9: Componente escalar da auto-energia, Σ_s , em função do momento bariônico, k , no ponto de saturação, $\rho_B \sim 0.168 \text{ fm}^{-3}$. Os dois casos correspondem a $A = 506$ MeV e não se consideram os termos de retardo. A curva indicada por $(SWPR-A)_0$ corresponde ao modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$, enquanto que $(SW)_0$ corresponde ao modelo- (σ, ω) , ambos dentro da aproximação de "truncamento", definida na Secção(4.3).

Figura 10: Componente-zero da parte vetorial da auto-energia, Σ_0 , em função do momento bariônico, k , no ponto de saturação, $\rho_B \sim 0.168 \text{ fm}^{-3}$. Os dois casos correspondem a $\Lambda = 506$ MeV e não se consideram os termos de retardo. A curva indicada por $(SWPR-A)_0$ corresponde ao modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$, enquanto que $(SW)_0$ corresponde ao modelo- (σ, ω) , ambos dentro da aproximação de "truncamento", definida na Secção(4.3).

Figura 11: Componente espacial da auto-energia vetorial em função do momento bariônico, k , no ponto de saturação, $\rho_B \sim 0.168 \text{ fm}^{-3}$. Os dois casos correspondem a $A = 506$ MeV e não se consideram os termos de retardo. A curva indicada por $(SWPR-A)_0$ corresponde ao modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$, enquanto que $(SW)_0$ corresponde ao modelo- (σ, ω) , ambos dentro da aproximação de "truncamento", definida na Secção(4.3).

Campos de Emparelhamento (SWPRA)₀

Figura 12: Campos de emparelhamento em função da densidade bariônica, obtidos com a aproximação de truncamento dos termos associados ao pólo ω_- e usando um cut-off de 506 MeV, no caso $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$. Δ_s e Δ_0 são as componentes do campo $\Delta(k)$, como definidos em (4.5), e Δ_G é o "parâmetro de gap", definido em (4.67).

Campos de Emparelhamento $(SW)_0$

Figura 13: Campos de emparelhamento em função da densidade bariônica, obtidos com a aproximação de truncamento dos termos associados ao pólo ω_- e usando um cut-off de 506 MeV, no caso (σ, ω) . Δ_s e Δ_0 são as componentes do campo $\Delta(k)$, como definidos em (4.5), e Δ_G é o "parâmetro de gap", definido em (4.67).

Figura 14: Componente tensorial do emparelhamento, Δ_T , em função da densidade bariônica, obtido com a aproximação de truncamento dos termos associados ao pólo ω_- e usando um cut-off de 506 MeV. A curva $(\text{SW})_0$ corresponde ao modelo (σ, ω) , enquanto $(\text{SWPR-A})_0$ corresponde ao modelo $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$. Nota-se uma mudança de sinal quando se passa de modelo para outro, mas os valores absolutos são sempre pequenos e inferiores a $1.0 \cdot 10^{-3}$.

Parâmetro de Gap

Figura 15: Parâmetro de gap Δ_G , em função da densidade bariônica, obtido com a aproximação do modelo através do truncamento dos termos associados ao polo ω_- e usando um cut-off de 506 MeV. A curva $(SW)_0$ corresponde ao modelo (σ, ω) , enquanto $(SWPR-A)_0$ corresponde ao modelo $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$. Nota-se que os máximos de $(SWPR-A)_0$ e $(SW)_0$ ocorrem para $k_F \approx 0.8 \text{ fm}^{-1}$ e correspondem a valores de $(\Delta_G)_{\text{max}}$ entre 2.5 MeV e 3.0 MeV, o que concorda com cálculos não relativísticos feitos anteriormente.

Campos de Emparelhamento

Figura 16: As duas principais componentes do campo de emparelhamento, Δ_s e Δ_0 , e o parâmetro de gap, Δ_G , em função do momento bariônico, k , para $\rho_B \sim 0.021 \text{ fm}^{-3}$. Os dois casos correspondem a $\Lambda = 506 \text{ MeV}$ e não se consideram os termos de retardo. A curva indicada por $(\text{SWPR-A})_0$ corresponde ao modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$, enquanto que $(\text{SW})_0$ corresponde ao modelo- (σ, ω) , ambos dentro da aproximação de "truncamento", definida na Seção(4.3).

Parâmetro de Gap $(SW)_0$

Figura 17: Parâmetro de gap Δ_G , em função da densidade bariônica, obtido com a aproximação do modelo através do truncamento dos termos associados ao pólo ω_- , no caso $(SW)_0$, para três valores do cut-off: 410 MeV, 506 MeV e 710 MeV. As curvas com traços médio e pequeno correspondem aos cut-offs de 506 e 710 MeV, respectivamente, e a curva sólida corresponde a 410 MeV. Nota-se a diminuição sistemática dos valores de Δ_G para cut-offs crescentes.

Parâmetro de Gap (SWPR-A)₀

Figura 18: Parâmetro de gap Δ_G , em função da densidade bariônica, obtido com a aproximação do modelo através do truncamento dos termos associados ao pólo ω_π , no caso (SWPR-A)₀, para três valores do cut-off: 410 MeV, 506 MeV e 710 MeV. As curvas com traços médio e pequeno correspondem aos cut-offs de 506 e 710 MeV, respectivamente, e a curva sólida corresponde a 410 MeV. Nota-se a diminuição sistemática dos valores de Δ_G para cut-offs crescentes.

Energia de Ligação por Nucleon

Figura 19: Dependência da energia de ligação por nucleon em função da densidade bariônica, quando se considera a renormalização do modelo através da introdução de um "cut-off" nas integrações sobre o momento bariônico, sem truncar os termos associados ao pólo ω_- . Considera-se apenas a troca dos mésons σ e ω , no limite de alcance zero das interações nucleon-nucleon. Nota-se o comportamento anômalo da energia para baixas densidades bariônicas. O valor da energia por nucleon no vácuo é $\epsilon_0 = -6.3$ MeV.

Campos de Emparelhamento

Figura 20: Campos de emparelhamento em função da densidade bariônica, obtidos com a introdução de um "cut-off" nas integrações. Considera-se apenas a troca dos mésons σ e ω , no limite de alcance zero das interações nucleon-nucleon. Nota-se que tanto as componentes Δ_s e Δ_0 como o parâmetro de gap, Δ_G , tomam valores cerca de três vezes maiores do que os correspondentes valores estimados nos cálculos não-relativísticos.

$\Sigma_s \text{ (MeV)}$

Figura 21: Componente escalar da auto-energia, em função da densidade bariônica, obtida com a introdução de um "cut-off" nas integrações. Considera-se apenas a troca dos mésons σ e ω , no limite de alcance zero das interações nucleon-nucleon. O comportamento funcional é análogo ao obtido com a aproximação por truncamento, embora os valores sejam deslocados por cerca de + 700 MeV.

Σ_0 (MeV)

Figura 22: Componente-zero da parte vetorial da auto-energia, Σ_0 , em função da densidade bariônica, obtida com a introdução de um "cut-off" nas integrações. Considera-se apenas a troca dos mésons σ e ω , no limite de alcance zero das interações nucleon-nucleon. Tanto o comportamento funcional como os valores são análogos aos obtidos com a aproximação por truncamento.

Potencial Químico (MeV)

Figura 23: Potencial químico em função da densidade bariônica, obtido com a introdução de um "cut-off" nas integrações. Considera-se apenas a troca dos mésons σ e ω , no limite de alcance zero das interações nucleon-nucleon.

Coeficiente A^2 (caso SWPR- B_0)

Figura 24: Dependência do coeficiente de Bogoliubov $|A|^2$ em função do momento bariônico para quatro valores distintos do momento de Fermi, k_F , e para a energia $\omega = -\sqrt{\alpha - \beta}$. Os valores foram obtidos a partir dos resultados da aproximação por "truncamento", no caso (SWPR-B)₀. As curvas com traços mais longos correspondem a momentos de Fermi decrescentes, com valores crescentes do parâmetro de gap. A curva sólida corresponde ao ponto de saturação, onde o parâmetro de gap é próximo de zero. O mesmo resultado é obtido para o coeficiente $|C|^2$ quando a energia é $\omega = +\sqrt{\alpha - \beta}$.

Coeficiente A^2 (caso SWPR- B_0)

Figura 25: Dependência do coeficiente de Bogoliubov $|A|^2$ em função do momento bariônico para quatro valores distintos do momento de Fermi, k_F , e para a energia $\omega = +\sqrt{\alpha - \beta}$. Os valores foram obtidos a partir dos resultados da aproximação por "truncamento", no caso (SWPR-B)₀. As curvas com traços mais longos correspondem a momentos de Fermi decrescentes, com valores crescentes do parâmetro de gap. A curva sólida corresponde ao ponto de saturação, onde o parâmetro de gap é próximo de zero. O mesmo resultado é obtido para o coeficiente $|C|^2$ quando a energia é $\omega = -\sqrt{\alpha - \beta}$.

Coeficiente D^2 (caso SWPR- B_0)

Figura 26: Dependência do coeficiente de Bogoliubov $|D|^2$ em função do momento bariônico para quatro valores distintos do momento de Fermi, k_F , e para a energia $\omega = +\sqrt{\alpha + \beta}$. Os valores foram obtidos a partir dos resultados da aproximação por "truncamento", no caso (SWPR-B)₀. As curvas com traços mais longos correspondem a momentos de Fermi decrescentes, com valores crescentes do parâmetro de gap. A curva sólida corresponde ao ponto de saturação, onde o parâmetro de gap é próximo de zero. O mesmo resultado é obtido para o coeficiente $|B|^2$ quando a energia é $\omega = -\sqrt{\alpha + \beta}$.

Energia de Ligação por Nucleon

Figura 27: Dependência da energia de ligação por nucleon em função da densidade bariônica, obtido com a aproximação "no sea" e usando um cut-off de 506 MeV. As constantes de acoplamento foram ajustadas para que o ponto de saturação ocorra em $k_F \approx 1.36 \text{ fm}^{-1}$ com energia de ligação de $\sim -15.75 \text{ MeV}$ por nucleon. A curva indicada por $(SW)_0$ corresponde ao modelo com os mésons σ e ω , enquanto que $(SWPR-A)_0$ corresponde ao modelo com σ , ω , π e ρ .

Potencial Químico (MeV)

Figura 28: Potencial químico em função da densidade bariônica, obtido com a aproximação "no sea" e usando um cut-off de 506 MeV. O modelo- (σ, ω) corresponde à curva $(SW)_0$ e o modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$ corresponde à curva $(SWPR-A)_0$.

Figura 29: Componente-zero da parte vetorial da auto-energia, Σ_0 , em função da densidade bariônica, obtida com a aproximação "no sea" usando um cut-off de 506 MeV. O modelo- (σ, ω) corresponde à curva $(SW)_0$ e o modelo- (σ, ω, ρ) corresponde à curva $(SWPR-A)_0$.

Figura 30: Componente escalar da auto-energia, em função da densidade bariônica, obtida com a aproximação "no sea" e usando um cut-off de 506 MeV. O modelo- (σ, ω) corresponde à curva $(SW)_0$ e o modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$ corresponde à curva $(SWPR-A)_0$.

Figura 31: Componente espacial da auto-energia vetorial, Σ_v , em função da densidade bariônica, obtida com a aproximação "no sea" e usando um cut-off de 506 MeV. O modelo- (σ, ω) corresponde à curva $(\text{SW})_0$ e o modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$ corresponde à curva $(\text{SWPR-A})_0$.

Figura 32: Componente escalar da auto-energia, Σ_s , em função do momento bariônico, k , no ponto de saturação, $\rho_B \sim 0.168 \text{ fm}^{-3}$. Os dois casos correspondem a $\Lambda = 506 \text{ MeV}$ e não se consideram os termos de retardo. A curva indicada por $(SWPR-A)_0$ corresponde ao modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$, enquanto que $(SW)_0$ corresponde ao modelo- (σ, ω) , ambos dentro da aproximação "no sea".

Figura 33: Componente-zero da parte vetorial da auto-energia, Σ_0 , em função do momento bariônico, k , no ponto de saturação, $\rho_B \sim 0.168 \text{ fm}^{-3}$. Os dois casos correspondem a $A = 506$ MeV e não se consideram os termos de retardo. A curva indicada por $(SWPR-A)_0$ corresponde ao modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$, enquanto que $(SW)_0$ corresponde ao modelo- (σ, ω) , ambos dentro da aproximação "no sea".

Figura 34: Componente espacial da auto-energia vetorial em função do momento bariônico, k , no ponto de saturação, $\rho_B \sim 0.168 \text{ fm}^{-3}$. Os dois casos correspondem a $\Lambda = 506$ MeV e não se consideram os termos de retardo. A curva indicada por $(SWPR-A)_0$ corresponde ao modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$, enquanto que $(SW)_0$ corresponde ao modelo- (σ, ω) , ambos dentro da aproximação "no sea".

Campos de Emparelhamento (SWPRA)₀

Figura 35: Campos de emparelhamento em função da densidade bariônica, obtidos com a aproximação "no sea" e usando um cut-off de 506 MeV, no caso $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$. Δ_s e Δ_0 são as componentes do campo $\Delta(k)$, como definidos em (4.5), e Δ_G é o "parâmetro de gap", definido em (4.67).

Campos de Emparelhamento $(SW)_0$

Figura 36: Campos de emparelhamento em função da densidade bariônica, obtidos com a aproximação "no sea" e usando um cut-off de 506 MeV, no caso (σ, ω) . Δ_s e Δ_0 são as componentes do campo $\Delta(k)$, como definidos em (4.5), e Δ_G é o "parâmetro de gap", definido em (4.67).

Figura 37: Componente tensorial do emparelhamento, Δ_T , em função da densidade bariônica, obtido com a aproximação "no sea" e usando um cut-off de 506 MeV. A curva $(SW)_0$ corresponde ao modelo (σ, ω) , enquanto $(SWPR-A)_0$ corresponde ao modelo $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$. Nota-se uma mudança de sinal quando se passa de modelo para outro, mas os valores absolutos são sempre pequenos e inferiores a $1.0 \cdot 10^{-3}$.

Parâmetro de Gap

Figura 38: Parâmetro de gap Δ_G , em função da densidade bariônica, obtido com a aproximação "no sea" e usando um cut-off de 506 MeV. A curva $(SW)_0$ corresponde ao modelo (σ, ω) , enquanto $(SWPR-A)_0$ corresponde ao modelo $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$. Nota-se que os máximos de $(SWPR-A)_0$ e $(SW)_0$ ocorrem para $k_F \approx 0.8 \text{ fm}^{-1}$ e correspondem a valores de $(\Delta_G)_{\text{max}}$ entre 3.3 MeV e 5.0 MeV, que são maiores do que as estimativas feitas com os cálculos não relativísticos.

Campos de Emparelhamento

Figura 39: As duas principais componentes do campo de emparelhamento, Δ_s e Δ_0 , e o parâmetro de gap, Δ_G , em função do momento bariônico, k , para $\rho_B \sim 0.021 \text{ fm}^{-3}$. Os dois casos correspondem a $\Lambda = 506 \text{ MeV}$ e não se consideram os termos de retardo. A curva indicada por $(SWPR-A)_0$ corresponde ao modelo- $(\sigma, \omega, \pi, \rho)$, enquanto que $(SW)_0$ corresponde ao modelo- (σ, ω) , ambos dentro da aproximação "no sea".

Referências

- [1] J.D.Walecka, Ann. Phys. **83**, 491 (1974)
- [2] S.A.Chin, Ann. Phys. **108**, 301 (1977)
- [3] C.J.Horowitz e B.D.Serot, Nucl. Phys. **A399**, 529 (1983)
- [4] A.F.Bielajew e B.D.Serot, Ann. Phys. **156**, 215 (1984)
- [5] B.D.Serot e J.D.Walecka, Adv. Nucl. Phys. **16**, 1 (1986)
- [6] B.V.Carlson, comunicado particular.
- [7] B.V.Carlson e T.Frederico, (preprint) IEAv/NT05-89 S.J.Campos - Brasil (1989); B.V.Carlson e T.Frederico - "Proceedings of the International Nuclear Physics Conference", 1.100, São Paulo - Brasil (1989).
- [8] R.J.Furnstahl, R.J.Perry e B.D.Serot, Phys. Rev. **C40**, 321 (1989)
- [9] P.G.Reinhard, (preprint) GSI-89-02- Darmstadt - Alemanha (1989)
- [10] C.Nash - "Relativistic Quantum Fields" (Ed. Academic Press, London, 1978)
- [11] K.Huang - "Quarks, Leptons and Gauge Fields" (Ed. World Scientific, Singapore, 1982)
- [12] B. ter Haar e R.Malfliet, Phys. Rep. **149**, no.4, (1987)
- [13] H.Kucharek e P.Ring, Z. Phys. **A339**, 23 (1991)
- [14] A.L.Fetter e J.D.Walecka - "Quantum Theory of Many-Particle Systems" (Ed. McGraw Hill, New York, 1971)
- [15] J.M.Eisenberg e W. Greiner - "Nuclear Theory - Vol.3 - Microscopic Theory of the Nucleus" (Ed. North-Holland, Amsterdam, 1976)
- [16] D.Bailin e A.Love, Phys. Rep. **107**, no.6, (1984)
- [17] V.J.Emery e A.M.Sessler, Phys. Rev. **119**, 248 (1960)
- [18] H.Kucharek, P.Ring, P.Shuck, R.Bengtsson e M.Girod, Phys. Lett. **B216**, 249 (1989)
- [19] J.M.C.Chen, J.W.Clark, R.D.Davé e V.V.Khodel, Nucl. Phys. **A555**, 59 (1993)
- [20] P.Ring e P.Shuck - "The Nuclear Many-Body Problem" (Ed. Springer-Verlag, New York, 1980)
- [21] A.B.Migdal - "Nuclear Theory: The Quasi-Particle Method" (Ed. W.A.Benjamin, New York, 1968)
- [22] E.Salpeter e H.A.Bethe, Phys. Rev. **84**, 1232 (1951)
- [23] K.A.Brueckner, C.A.Levinson e H.M.Mahmoud, Phys. Rev. **95**, 217 (1954)
- [24] K.A.Brueckner, Phys. Rev. **96**, 908 (1954)
- [25] K.A.Brueckner, Phys. Rev. **97**, 1353 (1955)

- [26] K.A.Brueckner e C.A.Levinson, Phys. Rev. **97**, 1344 (1955)
- [27] K.A.Brueckner, Phys. Rev. **100**, 36 (1955)
- [28] H.A.Bethe, Phys. Rev. **103**, 1353 (1956)
- [29] H.A.Bethe e J.Goldstone, Proc. R. Soc. London **A238**, 551 (1957)
- [30] J.Goldstone, Proc. R. Soc. London **A239**, 267 (1957)
- [31] B.D.Day, Rev. Mod. Phys. **39**, 719 (1967)
- [32] H.A.Bethe, Ann. Rev. Nucl. Sci. **21**, 73 (1971)
- [33] B.D.Day, Rev. Mod. Phys. **50**, 495 (1978)
- [34] B.D.Day, Phys. Rev. **C24**, 1203 (1981)
- [35] A.F.Bielajew, Nucl. Phys. **A404**, 428 (1983)
- [36] M.Prakash, P.J.Ellis e J.I.Kapusta, Phys. Rev. **C45**, 2518 (1992)
- [37] A.Ramos, A.Polls e W.H.Dickhoff, Nucl. Phys. **A503**, 1 (1989)
- [38] W.H.Dickhoff, Phys. Lett. **B210**, 15 (1988)
- [39] A.Ramos, W.H.Dickhoff e A.Polls, Phys. Lett. **B219**, 15 (1989)
- [40] B.E.Vonderfecht, C.C.Gearhart, W.H.Dickhoff, A.Polls e A.Ramos, Phys. Lett. **B253**, 1 (1991)
- [41] F.Coester, S.Cohen, B.D.Day e C.M.Vincent, Phys. Rev. **C1**, 769 (1970)
- [42] B.D.Day, Phys. Rev. Lett. **47**, 226 (1981)
- [43] A.D.Jackson, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **33**, 105 (1983)
- [44] B.D.Day, Comm. Nucl. Part. Phys. **11**, 115 (1983)
- [45] M.R.Anastasio, L.S.Celenza, W.S.Pong e C.M.Shakin, Phys. Rep. **100**, no.6, (1981)
- [46] L.D.Miller e A.E.S.Green, Phys. Rev. **C5**, 241 (1972)
- [47] L.D.Miller, Phys. Rev. **C9**, 537 (1974)
- [48] K.Erkelenz, Phys. Rep. **13**, no.5, (1974)
- [49] R.Brockmann, Phys. Rev. **C18**, 1510 (1978)
- [50] M.R.Anastasio, L.S.Celenza e C.M.Shakin, Phys. Rev. **C23**, 2258, (1981)
- [51] M.R.Anastasio, L.S.Celenza e C.M.Shakin, Phys. Rev. **C23**, 2273, (1981)
- [52] K.Holinde, Phys. Rep. **68**, no.3, (1981)
- [53] R.Brockmann e R.Machleidt, Phys. Lett. **B149**, 283 (1984)
- [54] R.Machleidt, K.Holinde e Ch.Elster, Phys. Rep. **149**, no.1, (1987)
- [55] H.Muether, R.Machleidt e R.Brockmann, Phys. Lett. **B198**, 45 (1987)
- [56] R.Brockmann e R.Machleidt, Phys. Rev. **C42**, 1965 (1990)

- [57] G.Q.Li, R.Machleidt e R.Brockmann, Phys. Rev. **C45**, 2782 (1992)
- [58] J.Boguta e A.R.Bodmer, Nucl. Phys. **A292**, 413 (1977)
- [59] F.E.Serr e J.D.Walecka, Phys. Lett. **B79**, 10 (1978)
- [60] B.D.Serot, Phys. Lett. **B86**, 146 (1979)
- [61] B.D.Serot e J.D.Walecka, Phys. Lett. **B87**, 172 (1979)
- [62] M.Jaminon, C.Mahaux e P.Rochus, Phys. Rev. **C22**, 2027 (1980)
- [63] M.Jaminon, C.Mahaux e P.Rochus, Nucl. Phys. **A365**, 371 (1981)
- [64] C.J.Horowitz e B.D.Serot, Nucl. Phys. **A464**, 613 (1987)
- [65] C.E.Price e G.E.Walker, Phys. Rev. **C36**, 354 (1987)
- [66] A.Bouyssy, J.F.Mathiot, N. Van Giai and S.Marcos, Phys. Rev. **C36**, 380 (1987)
- [67] D.A.Wasson e R.J.Perry, Phys. Rev. **C42**, 2040 (1990)
- [68] P.Ring, AMP Conference Proceedings **254**, 617 (1991)
- [69] B.D.Serot e J.D.Walecka, (preprint) IU/NTC 92-18 - Bloomington - Indiana ou CEBAF-PR-92-006 - Newport News - Virginia - E.U.A. (1992)
- [70] C.Bedau e F.Beck, Nucl. Phys. **A560**, 518 (1993)
- [71] L.N.Cooper, Phys. Rev. **104**, 1189 (1956)
- [72] J.Bardeen, L.N.Cooper e J.R.Schrieffer, Phys. Rev. **106**, 162 (1957)
- [73] J.Bardeen, L.N.Cooper e J.R.Schrieffer, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957)
- [74] A.Bohr, B.R.Mottelson e D.Pines, Phys. Rev. **110**, 936 (1958)
- [75] L.N.Cooper, R.L.Mills e A.M.Sessler, Phys. Rev. **114**, 1377 (1959)
- [76] V.J.Emery e A.M.Sessler, Phys. Rev. **119**, 43 (1960)
- [77] L.P.Gorkov, Sov. Phys. JETP **34(7)**, 505 (1958)
- [78] N.N.Bogoliubov, Sov. Phys. JETP **34(7)**, 41 (1958)
- [79] V.V.Tolmachev e S.V.Tiablikov, Sov. Phys. JETP **34(7)**, 46 (1958)
- [80] N.N.Bogoliubov, Sov. Phys. JETP **34(7)**, 51 (1958)
- [81] T.Matsui e B.D.Serot, Ann. Phys. **144**, 107 (1982)
- [82] M.R.Robilotta, comunicado particular - curso de "Física de Hadrons II" / FEP872 - Instituto de Física da U.S.P. - São Paulo (1991)
- [83] C.Itzyson e J.B.Zuber - "Quantum Field Theory" (Ed. McGraw Hill, New York, 1980)
- [84] J.G.Valatin, Lett. Nuovo Cim. **7**, 843 (1958)
- [85] W.E.Baylis e G.Jones, J. Phys. **A22**, 1 (1989)
- [86] T.S.Biro - "Proceedings of the Relativistic Field Theory and Nuclear Physics Conference"

GSI- Darmstadt - Alemanha (1986)

- [87] J.R.Schrieffer - "Theory of Superconductivity" (Ed. W.A.Benjamin. New York, 1964)
- [88] M.Baldo, J.Cugnon, A.Lejeune e U.Lombardo, Nucl. Phys. **A515**, 409 (1990)
- [89] M.Baldo, J.Cugnon, A.Lejeune e U.Lombardo, Nucl. Phys. **A536**, 349 (1992)
- [90] R.Bengtsson e P.Schuck, Phys. Lett. **89B**, 321 (1980)
- [91] P.A.M.Dirac - "The Principles of Quantum Mechanics" - 3^a ed. (Ed. Oxford University Press, Oxford, 1947)
- [92] C.J.Horowitz e B.D.Serot, Nucl. Phys. **A368**, 503 (1981)
- [93] C.J.Horowitz e B.D.Serot, Phys. Lett. **140B**, 181 (1984)
- [94] S.A.Chin e J.D.Walecka, Phys. Lett. **52B**, 24 (1974)
- [95] M.Baldo, U.Lombardo, I.Bombaci e P.Schuck, Phys. Rep. **242**, 159 (1994)
- [96] W.Kluge, Rep. Prog. Phys. **54**, 1251 (1991)
- [97] S.J.Greene et al., Phys. Rev. **C25**, 927 (1982)
- [98] S.J.Greene et al., Phys. Rev. **C30**, 2003 (1984)
- [99] K.K.Seth et al., Phys. Rev. Lett. **52**, 894 (1984)
- [100] Y.Nambu, Phys. Rev. **117**, 648 (1960)
- [101] P.Anderson, Phys. Rev. **112**, 1900 (1958)
- [102] S.Lange - "Algebra" - (Ed. Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1970)