UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras

REAÇÕES DE
ELETRODESINTEGRAÇÃO
NUCLEAR PRODUZIDAS POR
PÓSITRONS E ELETRONS

Ivan Cunha Nascimento

1965

305M810T0029

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras

REAÇÕES DE
ELETRODESINTEGRAÇÃO
NUCLEAR PRODUZIDAS POR
PÓSITRONS E ELETRONS

Ivan Cunha Nascimento

~~Trabalho de~~ *Doutoramento Apresentada
à Cadeira de Física Geral e Experimental - Departamento de Física da
Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo.
São Paulo - Brasil - 1965*

*À Dirce, Minha Espôsa
Aos Meus Pais*

Í n d i c e

REAÇÕES DE ELETRODESINTEGRAÇÃO NUCLEAR PRODUZIDAS POR PÓSITRONS E ELETRONS

Cap.		Pág.
I	INTRODUÇÃO	
I - 1	Introdução	1
I - 2	Trabalhos experimentais anteriores	3
I - 3	Objetivos do presente trabalho	5
II	TEORIA	9
II - 1	Introdução	9
II - 2	Método dos fótons virtuais	9
II - 3	Cálculos com modelos nucleares	17
III	APARELHAMENTO E ARRANJO EXPERIMENTAL	23
III - 1	Introdução	23
III - 2	Acelerador Linear	24
III - 3	Alvo produtor de pósitrons ou eletrons (conversor)	25
III - 4	Analizador de energia, monitor de energia e câmara de vácuo para o alvo	27
III - 4-a	Analizador de energia	27
III - 4-b	Monitor de energia	29
III - 4-c	Câmara de vácuo para o alvo	29
III - 5	Monitor de fluxo	30
III - 6	Sistema de contagem	31

Cap.		Pág.
IV	PROCEDIMENTO E CUIDADOS EXPERIMENTAIS	33
IV - 1	Procedimento experimental	33
IV - 2	Cuidados experimentais	33
IV - 2-a	Contaminação do feixe	35
IV - 2-b	Espalhamento do feixe pelo alvo	35
V -	PROCESSAMENTO DOS DADOS E RESULTADOS EXPERIMENTAIS	37
V - 1	Processamento dos dados	37
V - 1-a	Determinação do fluxo de eletrons ou pósitrons	38
V - 1-b	Correções	40
V - 1-c	Secção de choque absoluta	46
V - 1-d	Erros	47
V - 1-e	Método das fôlhas justapostas ("stacked foil")	47
V - 2	Resultados experimentais	51
V - 2-a	C^{12}	51
V - 2-b	Ag^{107}	51
V - 2-c	Variação com Z	51
V - 2-d	Valores de $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ pelo método das fôlhas justapostas	52
V - 2-e	Secção de choque absoluta	52
VI	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	57
VI - 1	Discussão dos resultados	57

Cap.		Pág.
VI - 1-a	Variação de $-\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ com a energia e com Z	57
VI - 1-b	Secção de choque absoluta	65
VI - 2	CONCLUSÃO	66
	APÊNDICE A	67
	O problema da transferência de calor em um alvo irradiado por eletrons	67
	APÊNDICE B	73
	Determinação da escala de energia	73
	APÊNDICE C	75
C-1	Cálculo da correção para aniquilação em voo	75
C-2	Cálculo da correção f	79
C-3	Cálculo das secções de choque $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ nos modelos de Goldhaber e Teller e Brown	82
	APÊNDICE D	87
	Determinação da eficiência do contador	87
	APÊNDICE E	91
	Esbôço do cálculo teórico de $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$	91
	BIBLIOGRAFIA	99

AGRADECIMENTOS

Desejo expressar os meus agradecimentos às seguintes pessoas e instituições:

Ao Prof. Dr. José Goldemberg, por sugerir e orientar o presente trabalho e a quem devo grande parte de minha formação científica.

Aos colegas, Drs. R. B. Walton, R. Sund e D.F. Hering, do John Jay Hopkins Laboratory, da General Atomic, pela utilização do equipamento para produção de positrons e pela colaboração durante a fase de tomada de dados da experiência.

Ao técnico Albert Dolinsky, da General Atomic, pelo auxílio prestado na construção e montagem do arranjo experimental.

Ao Conselho Nacional de Pesquisas pela concessão da bolsa de estudos que possibilitou o presente trabalho.

À General Atomic, San Diego, Cal., pelo convite para estagiar no John Jay Hopkins Laboratory, junto ao grupo do acelerador linear e pelo auxílio financeiro concedido.

Ao Dr. R. Beyster, Diretor do Laboratório do Acelerador Linear, pelo apoio e hospitalidade que sempre me dispensou durante minha estada.

Ao Prof. Dr. Ernst W. Hamburger pelas valiosas sugestões feitas durante a fase de redação deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Shiguo Watanabe pela orientação nos estudos teóricos relacionados com esta pesquisa.

Ao Prof. Iuda Dawid Goldman pelas úteis discussões que teve comigo a respeito deste trabalho.

À Srta. Anna Maria Motta pela confecção dos desenhos.

À Sra. Cecilia Schwartz e Srta. Claudir Nardi pelos trabalhos de dactilografia.

Ao Prof. G. O. Campiglia, Diretor do Serviço de Documentação da Reitoria da Universidade de São Paulo pela impressão desta Tese.

Ao Sr. Francisco Brasiliense Fusco Jr. pela colaboração prestada na programação dos cálculos no computador.

Ao Centro de Cálculo Numérico da Universidade de São Paulo pelo uso do computador IBM 1620.

Finalmente, desejo agradecer aos Profs. Marcello Damy de Souza Santos e Paulo Saraiva de Toledo, aos quais devo minha iniciação na pesquisa científica.

I - INTRODUÇÃO

I - 1 - INTRODUÇÃO

Os processos de espalhamento elástico e inelástico de eletrons por núcleos atômicos têm sido investigados intensamente nos últimos anos. Entretanto, apesar de apresentarem grande interesse, os mesmos processos não têm sido estudados com pósitrons devido em parte à grande dificuldade experimental na produção de feixes de intensidade suficiente.

Em princípio, a obtenção de pósitrons é muito simples, pois, quando se faz incidir um feixe de eletrons em um alvo, há produção de raios-X de bremsstrahlung que, por sua vez, dão origem a pósitrons através da produção de pares. Tratando-se, porém, de um processo secundário, há necessidade de feixes intensos de eletrons primários, razão pela qual raros trabalhos com pósitrons têm sido realizados com Betatrons, pois a baixa intensidade do feixe torna extremamente difícil a realização das experiências de espalhamento elástico e mesmo proibitivas as de desintegração nuclear.

Em aceleradores lineares, devido ao grande progresso realizado nos últimos anos, correntes de eletrons da ordem de miliampères podem ser obtidas representando um ganho de um fator 10^4 em relação aos Betatrons e tornando possível a produção de feixes de pósitrons de até 10^{-9} ampères. Tais feixes, apesar de muito menores que os de eletrons em Betatrons, podem ser usados com sucesso para a realização das experiências de espalhamento, desintegração nuclear e produção de raios gama monocromáticos, através do processo de aniquilação em voo.

Presentemente, experiências com pósitrons podem ser realizadas em quatro laboratórios: Universidade de Stanford ⁽¹⁾, Universidade da Califórnia (Livermore) ⁽²⁾, Centro de Estudos Nucleares de Saclay ⁽³⁾ e John Jay Hopkins Laboratory da General Atomic ⁽⁴⁾. No corrente ano, outros três sistemas estão programados para entrar em funcionamento:

National Bureau of Standards, Universidade de Yale e Universidade de Saskatchewan.

Em Stanford, o feixe de positrons foi usado principalmente para o estudo do espalhamento elástico, ao passo que em Livermore e Saclay, o interesse está concentrado na obtenção de raios gama monocromáticos e seu subsequente emprego no estudo de reações fotonucleares.

No Laboratório John Jay Hopkins da General Atomic, o sistema para obtenção de positrons teve sua instalação iniciada no primeiro semestre de 1963 e completada em outubro do mesmo ano. A finalidade era o estudo dos processos de desintegração nuclear produzida por positrons, a obtenção de raios gama monocromáticos e a longo prazo o espalhamento elástico e inelástico após o acréscimo de uma seção ao acelerador. A experiência a que se refere o presente trabalho constitui a primeira investigação realizada, usando-se o sistema instalado e tem como objetivo o estudo comparado da desintegração nuclear produzida por positrons e eletrons em alguns núcleos.

A seguir, são examinados os trabalhos anteriores julgados mais importantes sobre o assunto e apresentada a motivação do presente trabalho.

No capítulo II, são resumidos alguns cálculos teóricos existentes na literatura referentes ao espalhamento inelástico e eletrodesintegração (desintegração produzida por eletrons ou pósitrons) necessários à boa compreensão da presente investigação.

No capítulo III é descrito o aparelhamento usado e o arranjo experimental.

O capítulo IV descreve o procedimento usado na tomada de dados bem como os cuidados tomados no planejamento da experiência.

No capítulo V estão os resultados experimentais bem como as correções aplicadas.

O capítulo VI é dedicado à discussão dos resultados experimentais, à comparação com a teoria e as conclusões da presente pesquisa.

Finalmente, os Apêndices contêm dados suplementares para a melhor compreensão do trabalho.

A desintegração do núcleo atômico produzida por eletrons foi observada pela primeira vez em 1939 por Collins, Waldman e Guth ⁽⁵⁾, que irradiaram o berílio com eletrons de 1,8 Mev verificando que a secção de choque para a reação (e, n) era da ordem de $\alpha \sigma_{\gamma n}$, sendo α a constante de estrutura fina e $\sigma_{\gamma n}$ a secção de choque para fotodesintegração.

Skaggs, Laughlin, Hanson e Orlin ⁽⁶⁾ realizaram a primeira experiência de eletroativação em energias relativamente altas (16 Mev). Extraíndo o feixe circulante de eletrons do Betatron da Universidade de Illinois, irradiaram alvos finos de Cu⁶³, Ag¹⁰⁷ e Ag¹⁰⁸, provocando, assim, reações (e, e'n). As secções de choque para fotodesintegração foram também medidas. Como resultado, constataram que a secção de choque para eletrodesintegração era cerca de 400 vezes menor que a de fotodesintegração, ou seja, um fator $\frac{\pi}{\alpha}$.

Brown e Wilson ⁽⁷⁾ mediram a razão $\frac{\sigma_{\gamma n}}{\sigma_{en}}$, ($\sigma_{\gamma n}$ = secção de choque para fotodesintegração e σ_{en} = secção de choque para eletrodesintegração) para o Cu⁶³, Zn⁶⁴, Ag¹⁰⁹ e Ta¹⁸¹, em função da energia entre 24 e 35 Mev. Foi verificado que esta razão decresce com a energia, o que indica um favorecimento da secção de choque de eletrodesintegração, à medida que a energia aumenta. Estes resultados estão em contradição com cálculos teóricos semi-quânticos, baseados no método dos fótons virtuais de Weizsäcker ⁽⁸⁾ e Williams ⁽⁹⁾ que, apesar de preverem a ordem de grandeza correta, não estabelecem nenhuma variação com a energia para a razão $\frac{\sigma_{\gamma n}}{\sigma_{en}}$. Entretanto, concordam razoavelmente com os cálculos quânticos feitos por Blair ⁽¹⁰⁾, usando aproximação de Born de primeira ordem. Para o Cu⁶³, Zn⁶⁴ e Ag¹⁰⁹, os dados experimentais de Brown estariam em acôrdo quantitativo com a teoria de Blair, se se admitissem uma mistura das absorções de dipolo e quadrupolo elétricos, 88% e 12% respectivamente. Para o Ta, a porcentagem

de quadrupolo elétrico necessária para bom acôrdo com a experiência seria de 50%, o que não pode ser admitido devido ao fato conhecido de que a absorção na região da ressonância gigante é predominantemente de dipolo elétrico. Tais resultados sugerem que a teoria não é válida para Z grande.

A eletrodesintegração do Cu^{63} foi investigada por Scott, Hanson e Kerst ⁽¹¹⁾ na região entre 13 e 22 Mev. obtendo acôrdo razoável com a teoria de Blair e por Hines ⁽¹²⁾ entre 29,5 e 81,5 Mev que pôde explicar seus dados admitindo 97% de absorção de dipolo elétrico e 3% de quadrupolo elétrico. Efeitos de tamanho do núcleo também foram observados.

As reações Be^9 ($e, e' n$) e C^{12} ($e, e' n$) foram investigadas por Barber ¹³, sendo a primeira entre 5,5 e 17,5 Mev e a segunda entre 24 e 145 Mev. Os dados experimentais estão em ótimo acôrdo com as previsões da teoria da eletrodesintegração em aproximação de Born de primeira ordem. Para o caso do Be, o acôrdo é bom, se a reação é ~~uma~~ de absorção de dipolo elétrico, mas uma mistura de 10 a 20% de dipolo magnético não pode ser excluída. Para o C^{12} há evidências de que à medida que a energia do eletrôn incidente aumenta, há contribuições de quadrupolo elétrico na absorção. Uma contribuição de 8% é estimada por Barber. Efeitos de tamanho nuclear são também observados para energias acima de 75 Mev. A conclusão de Barber é que a teoria está suficientemente comprovada para Z baixo.

Na região de Z elevados, Barber e Wiedling ⁽¹⁴⁾ mediram as secções de choque para eletrodesintegração do ouro e tântalo com o objetivo de detetar ressonância de monopolo que, segundo Danos ⁽¹⁵⁾, poderia existir e verificar se o fato de a secção de choque para o Ta ser maior do que a prevista teoricamente era um fato isolado ou uma característica dos núcleos pesados. Os resultados das medidas para o Au são semelhantes aos do Ta mostrando que este não é um caso isolado. A absorção de monopolo elétrico, se houvesse, deveria ser de 25 a 30% para poder explicar os dados experimentais, o que é uma taxa excessiva. Barber e Wiedling concluem que as aproximações usadas na teoria a

fazem incorreta para elementos de Z grande.

Em conclusão, pode-se dizer que os trabalhos anteriores sugerem que a falta de acôrdo entre os resultados experimentais e a teoria poderia ser explicada, admitindo-se uma das hipóteses abaixo:

- 1 - existência de transições de quadrupolo na região da ressonância gigante em intensidades comparáveis às de dipolo;
- 2 - existência de transições de monopolo;
- 3 - êrro na teoria da eletrodesintegração proveniente de aproximações inadequadas.

I - 3 - OBJETIVOS DO PRESENTE TRABALHO

Os trabalhos experimentais sôbre o processo de eletrodesintegração com eletrons, realizados anteriormente, quando comparados com as previsões da teoria de Blair revelam que a secção de choque experimental é sempre maior do que a teórica e que as discrepâncias aumentam com Z (número atômico).

A explicação para esta falha da teoria é que a aproximação de Born sô se justifica no cálculo da secção de choque, para elementos de Z baixo. Entretanto, cálculos feitos por Rodenberg⁽¹⁶⁾, nos quais a correção coulombiana é levada em conta, conduzem a um valor da secção de choque menor do que o obtido por Blair, estando em desacôrdo ainda maior com a experiência.

Em outro trabalho, Rodenberg⁽¹⁷⁾ efetuou o cálculo para-eletrodesintegração com pósitrons, chegando a correções que, para energias acima de 10 Mev, concordam com as obtidas para eletrons.

Fazendo-se a razão $R = \frac{\sigma^-}{\sigma^+}$, em que

$$\sigma^+ = \int \frac{d^2 \sigma_{en}^+}{dk d\Omega} dk d\Omega$$

onde k = energia do eletron espalhado, (ou positron)

$d\sigma_{en}^+$ = secção de choque diferencial para o processo (e^+, e^+n) e

σ^+ = secção de choque de eletrodesintegração para eletrons ou positrons, obtêm-se usando aproximação de Born de primeira ordem, o valor 1, visto que as ondas planas são idênticas para pósitrons e eletrons. Este resultado não é modificado pela introdução das correções coulombianas de acordo com os cálculos de Rodenberg.

Tomando-se em conta as trajetórias clássicas de eletrons e pósitrons ao sofrerem espalhamento por núcleos atômicos, o resultado $R = 1$ é contrário ao que se deveria esperar. Com efeito, o eletron aproxima-se muito mais do núcleo do que o pósitron, para um mesmo parâmetro de choque, sendo de se esperar que $\sigma^- > \sigma^+$ e que a razão R varie com Z .

Por outro lado, raciocinando-se em termos de ondas planas para as partículas incidentes e espalhadas, conclui-se que as distorções produzidas pelo campo coulombiano do núcleo são diferentes para partículas da mesma massa e cargas diferentes. Desta maneira, a determinação experimental da razão R constitui um teste bastante mais sensível da teoria do que somente a medida de σ^- ou σ^+ separadamente.

A razão $R = \frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ foi medida por Pine e Barber⁽¹⁸⁾ para os elementos C^{12} , Ag^{107} e Ta^{181} na energia de 250 Mev. Os valores obtidos mostraram um afastamento de 2,5% em relação à unidade, estando mesmo dentro dos erros experimentais.

A energia de 250 Mev é muito elevada para a medida de R por duas razões:

- 1 - em energias altas as distorções das ondas de eletrons e pósitrons não são grandes, tornando difícil a determinação precisa de R ;
- 2 - a ressonância gigante está aproximadamente na energia de 20 Mev e usando-se eletrons ou pósitrons de 250 Mev, os fotons virtuais terão energias elevadas e na sua maior parte não participarão do processo.

Uma investigação da razão R em energias baixas seria, portanto, bastante desejável.

O presente trabalho refere-se à determinação

experimental da razão R em função de Z e da energia (entre 13 e 32 Mev). Foram também obtidas as secções de choque absolutas para eletrodesintegração. Os elementos investigados foram o C^{12} , Cu^{63} , Ag^{107} e Ta^{181} .

II - T E O R I A

II - 1 - INTRODUÇÃO

Nesta parte, é apresentado um resumo sobre as teorias existentes, as quais procuram explicar o processo de de sintegração nuclear produzida por eletrons e p⁺ositrons.

A interação de eletrons ou p⁺ositrons com o núcleo atômico, sendo predominantemente eletromagnética, é, em princípio, completamente calculável quânticamente, desde que se conheçam as funções de onda nucleares. No caso do processo de eletrodesintegração, há duas maneiras de se atacar o problema do cálculo teórico da secção de choque.

A primeira consiste em relacionar a interação entre o campo eletromagnético do eletron ou p⁺ositron e as cargas nucleares com a interação entre fótons e o núcleo, constituindo o chamado método dos fótons virtuais. Assim, admitida como conhecida a secção de choque para fotodesintegração e calculando-se o espectro de fótons virtuais, pode-se obter a secção de choque para eletrodesintegração. O conhecimento das funções de onda nucleares não é necessário para o cálculo do espectro de fótons virtuais em energias baixas, quando o núcleo pode ser tomado como pontual.

O outro processo consiste do cálculo completo a partir de um modelo nuclear.

Os dois métodos conduzem ao mesmo resultado quando $qR \rightarrow 0$ (q = transferência de momento e R = raio nuclear).

II -2- MÉTODO DOS FÓTONS VIRTUAIS

Este processo de cálculo foi originalmente introduzido por Fermi em 1924 e, posteriormente, desenvolvido independentemente por Weizsäcker⁽⁸⁾ e Williams⁽⁹⁾.

O campo eletromagnético de uma carga pontual, que se move com velocidade próxima da velocidade da luz, é aproximadamente equivalente ao de um grupo de ondas de várias frequências. Substituindo-se o eletron por este espectro de ondas eletromagnéticas, chamado espectro virtual, pode-se substituir a interação direta do eletron com o núcleo pela

interação dos fótons virtuais com o núcleo. O processo de bremsstrahlung, por exemplo, é tratado como sendo o espalhamento de um fóton virtual de energia k , cedendo a energia $k-k'$ ao núcleo, sendo k' a energia do fóton espalhado. O fóton k' aparece como raio-X de bremsstrahlung. A seção de choque σ_B para o processo será igual ao espectro de fótons virtuais $n(k, E_0)$, multiplicado pela seção de choque σ_S de espalhamento de fótons:

$$\sigma_B = \sigma_S n(k, E_0).$$

Para os processos de desintegração nuclear (eletrodesintegração), têm-se:

$$\sigma_e(k, E_0) = \sigma_\gamma(k) n(k, E_0) \quad (1)$$

sendo $\sigma_\gamma(k)$ = seção de choque para absorção de fótons de energia k .

O cálculo de $n(k, E_0)$ pode ser feito com base em considerações semi-clássicas (Weizsäcker e Williams).

O campo eletromagnético de uma carga pontual, que se desloca com velocidade v é o seguinte¹⁹:

$$\vec{E} = \frac{e(1-\beta)^2}{s^3} \left(\vec{r} + \frac{\vec{v}}{c} r \right) + \frac{e}{s^3 c^2} \vec{r} \times \left(\vec{r} + \frac{\vec{v}}{c} r \right) \times \dot{\vec{v}} \quad (2)$$

$$\vec{H} = e \frac{\vec{E} \times \vec{r}}{r} \quad (3)$$

onde $\beta = \frac{v}{c}$

$$s = r + \frac{\vec{v} \cdot \vec{r}}{c}$$

r = distância da carga ao ponto onde o campo tem o valor da das fórmulas acima.

O campo $\vec{E}$ é dado por dois termos, dos quais o segundo, nos processos de eletrodesintegração, é desprezível

em comparação com o primeiro. O primeiro termo contém uma componente longitudinal e outra transversal.

Desenvolvendo-se $\vec{E}$ e $\vec{H}$ em série de Fourier e desprezando-se a componente longitudinal, pode-se calcular o número de fótons (formando-se o vetor de Poynting), que passam entre uma distância $b_{\min}$ e $b_{\max}$ de um ponto qualquer, obtendo-se ¹⁰:

$$n(k, E_0) dk = \frac{2\alpha}{\pi} \frac{dk}{k} \log g \frac{E_0^2}{m_0 c^2 k} =$$

$$= \frac{dk}{k} N(k, E_0)$$

$$n(k, E_0) = \frac{1}{k} N(k, E_0) \quad (4)$$

sendo: E_0 = energia total do eletrón

α = constante de estrutura fina

k = energia do foton

g = fator da ordem da unidade determinado pelo parâmetro de choque mínimo

$m_0 c^2$ = massa de repouso do eletrón.

As aproximações feitas são as seguintes:

a) pequena transferência de energia, isto é, $k \ll E_0$

b) $v \sim c$ ou $\frac{E}{mc^2} = \gamma \gg 1$

c) a parte longitudinal do campo E é desprezada

d) não inclui os efeitos do spin do eletrón.

A fórmula (4), apesar de resultar de um cálculo semi-clássico e com todas as aproximações acima, prevê a ordem de grandeza correta da secção de choque para eletrodesintegração, pois quando levada à fórmula (1) conduz a:

$$\sigma_e \sim \frac{2\alpha}{\pi} \sigma_T$$

$$\sigma \sim \frac{\sigma_T}{200}$$

Das aproximações, apenas a do item b corresponde à realidade experimental.

O cálculo quântico geralmente é feito usando-se os chamados potenciais de Möller para descrever o campo eletromagnético do elétron no núcleo. A diferença entre os potenciais de Möller e os potenciais retardados (Lienard - Wiechert) consiste na introdução do spin do elétron. Corresponde ao uso de ondas planas como funções de onda para os elétrons incidentes e espalhados.

Os potenciais de Möller são ¹⁰:

$$\phi = - \frac{\pi e}{\Delta^2} e^{i \vec{q} \cdot \vec{r}} \bar{u}(k_2) u(k_1) \quad (5)$$

$$\vec{A} = \frac{\pi e}{\Delta^2} e^{i \vec{q} \cdot \vec{r}} \bar{u}(k_2) \gamma u(k_1) \quad (6)$$

sendo: k_1 e k_2 o número de ondas do elétron inicial e final.

$$|\vec{q}|^2 = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2 \quad (7)$$

$$|\Delta|^2 = |\vec{q}|^2 - (k_1 - k_2)^2 \quad (8)$$

$\hbar \vec{q}$ é a transferência do momento a 3 componentes

$\hbar \Delta$ a transferência do momento a 4 componentes

$\bar{u}$ e u são os spinores do elétron.

γ = a matriz de Dirac.

O uso dos potenciais de Möller é equivalente à aproximação de Born de primeira ordem.

Vários são os trabalhos existentes na literatura sobre o cálculo do espectro de fótons virtuais.

Rosenfeld ⁽²⁰⁾, calculando a eletrodesintegração do deuteron, obteve:

$$N_{E(E_o, k)} = \frac{\alpha}{\pi} \left[\frac{E_o^2 + E^2}{E_o^2} \log \frac{2E E_o}{m_o c^2 k} - \frac{2E}{E_o} \right]$$

para absorção de dipolo elétrico e

$$N_m(E_0, k) = \frac{\alpha}{\pi} \frac{E_0^2 + E^2}{E_0} \log \frac{2E E_0}{m_0 c^2 k}$$

para dipolo magnético.

Guth e Mullin ⁽²¹⁾ calcularam a secção de choque para a eletrodesintegração do Be^9 , chegando ao mesmo resultado.

Blair ⁽¹⁰⁾ estendeu o cálculo para absorção de quadrupolo, obtendo:

$$N(E_0, k) = \frac{\alpha}{\pi} \left[\frac{E_0^2 + E^2}{E_0^2} \log \frac{2E E_0}{m_0 c^2 k} - c \right] \quad (9)$$

$c = \frac{2E}{E_0}$ para dipolo elétrico.

$= 0$ para dipolo magnético.

$-\frac{8}{3} \frac{E^2}{k^2}$ para quadrupolo elétrico.

Thie, Mullin e Guth ⁽²²⁾ mostraram como os cálculos poderiam ser estendidos a multipolos de ordem mais elevadas e calcularam os espectros para diversos multipolos.

Dalitz e Yennie ⁽²³⁾ calcularam separadamente a contribuição longitudinal e transversal à direção do momento transferido ao núcleo e estenderam o cálculo a energias mais altas, onde o núcleo não pode ser tratado como um ponto.

$$N(k, E_0) = N^t(k, E_0) + N^l(k, E_0)$$

$N^l(k, E_0)$ = espectro de fons longitudinais.

$N^t(k, E_0)$ = espectro de fons transversais.

Para energias relativísticas em que $p \simeq E$ e $p_0 \simeq E_0$ os espectros são dados por

$$N^t(k, E_0) = \frac{\alpha}{\hbar} \left\{ \frac{(E_0 + E)^2}{(E_0 - E)^2} \frac{k^2 d(q^2)}{(k^2 - q^2)^2} \left\{ \frac{[(E + E_0)^2 - q^2]}{4 E_0^2 q^2} \frac{[q^2 - (E_0 - E)^2]}{q^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{q^2 - k^2}{2 E_0^2} \right\} \times \frac{\langle J_t^2(q^2) \rangle}{\langle J_t^2(k^2) \rangle} \right\} \quad (10)$$

$$N^l(k, E_0) = \frac{\alpha}{\hbar} \left\{ \frac{(E_0 + E)^2}{(E_0 - E)^2} \frac{k^2 d(q^2)}{4 k^2 E_0^2} \times \left[\frac{(E + E_0)^2}{q^2} - 1 \right] \frac{\langle J_l^2(q^2) \rangle}{\langle J_t^2(k^2) \rangle} \right\} \quad (11)$$

J_t é a parte do elemento de matriz nuclear transversal à direção do momento transferido ao núcleo e J_l a parte longitudinal. Para o núcleo pontual, os elementos de matriz são ¹⁴:

Tabela II - 1

Transição	$\frac{J_t^2(q^2)}{J_t^2(k^2)}$	$\frac{J_l^2(q^2)}{J_t^2(k^2)}$
El dipolo elétrico	1	1
M 1 dipolo magnético	$\frac{q^2}{k^2}$	0
E 2 quadrupolo elétrico	$\frac{q^2}{k^2}$	$\frac{4q^2}{3k^2}$

Usando-se os elementos de matriz da tabela II-1 e integrando-se as expressões (10) e (11), obtêm-se as fórmulas da tabela II-2.

Tabela II-2

N^{ℓ}

N^t

E1	$\left[\frac{E_0^2 + E^2}{E_0^2} \right] \log \frac{2E_0 E}{m_0 C^2 k} - \frac{(E_0 + E)^2}{2E_0^2} \log \frac{E + E_0}{E_0 - E} - \frac{E}{E_0} \left[\frac{(E_0 + E)^2}{2E_0^2} \log \frac{E_0 + E}{E_0 - E} - \frac{E}{E_0} \right] \frac{\alpha}{\pi}$	$\left[\frac{(E_0 + E)^2}{2E_0^2} \log \frac{E_0 + E}{E_0 - E} - \frac{E}{E_0} \right] \frac{\alpha}{\pi}$
M1	$\frac{E_0^2 + E^2}{E_0^2} \log \frac{2E_0 E}{m_0 C^2 k}$	0
E2	$\frac{E_0^2 + E^2}{E_0^2} \log \frac{2E_0 E}{m_0 C^2 k}$	$\frac{8}{3} \frac{\alpha}{\pi} \frac{E^2}{(E_0 - E)^2}$

À medida que a energia do elétron aumenta, o núcleo já não pode ser considerado como pontual e torna-se necessário o conhecimento das funções de onda nucleares para o cálculo dos elementos de matriz J_t e J_l . Esta correção foi estimada por Barber ⁽¹³⁾, fazendo a hipótese de que as contribuições para o elemento de matriz provêm uniformemente de todo o volume nuclear. O resultado da correção em primeira ordem para o elemento de matriz é o seguinte:

$$J(q) = J_0 \left[1 - \frac{1}{6} q^2 \langle r^2 \rangle \right]$$

Sendo J_0 o elemento de matriz para núcleo pontual e $\langle r^2 \rangle$ o valor médio do quadrado do raio nuclear.

Após a introdução da expressão de $J(q)$ nas fórmulas (10) e (11) e subsequente integração, têm-se para transições de dipolo:

$$N_R^t(E_0, k, E 1) = \frac{N^t(E_0, k, E 1)}{1 - \frac{1}{3} k^2 \langle r^2 \rangle} - N^t(E_0, k, M 1) \quad (12)$$

$$N_R^l(E_0, k, E 1) = \frac{N^l(E_0, k, E 1)}{1 - \frac{1}{3} k^2 \langle r^2 \rangle} - N^l(E_0, k, E 2) \quad (13)$$

As expressões (10), (11) e as das tabelas I e II bem como as correções de Barber dadas por (12) e (13) não serão utilizadas neste trabalho e são dadas aqui apenas como material para futura consulta.

Todos estes cálculos são realizados usando-se a aproximação de Born ou o que é equivalente os potenciais de Möller e são válidos somente para $\alpha \ll 1$, sendo α a constante de estrutura fina. Portanto para os núcleos leves a aproximação é boa, ao passo que para os núcleos intermediários e pesados, torna-se necessário o uso de funções de onda mais aproximadas para o elétron incidente e espalhado.

Um procedimento usado em problemas análogos consiste no emprêgo de funções de onda coulombianas para o elétron. Os únicos cálculos para os processos de eletrodesintegração realizados, usando-se funções de onda coulombianas e ondas distorcidas, são devidos a Rodenberg ^(16, 17) e Onley et al. ⁽²⁴⁾.

Rodenberg ⁽¹⁶⁾ calculou o espectro de fótons virtuais para elétrons usando as mesmas funções de onda que Bethe e

Maximon ⁽²⁵⁾ usaram no cálculo da secção de choque de bremsstrahlung. A função de onda de Bethe-Maximon é uma boa aproximação para as funções de onda coulombianas no caso de eletrons relativísticos e quando aplicada ao processo de bremsstrahlung dá bons resultados. O uso dessas funções no cálculo dos processos de eletrodesintegração significa que é desprezada a contribuição dos momentos angulares $l < \epsilon$ sendo $\epsilon = \frac{E}{mc^2}$ (E = energia do eletrón).

O espectro de fotons virtuais calculado para o caso do Cu^{63} apresenta-se sempre abaixo (*) do espectro obtido usando-se a aproximação de Born.

Em outro trabalho, Rodenberg ⁽¹⁷⁾ calcula a secção de choque para desintegração nuclear produzida por positrons para transições de dipolo elétrico e magnético em aproximação de Born. O resultado concorda com o obtido para eletrons como seria de se esperar. O cálculo foi também feito usando as funções de onda de Bethe-Maximon, conduzindo às mesmas correções obtidas no caso de eletrons, sendo válido para energias maiores que 10 Mev.

D. Onley et al. obtêm resultados bastante diferentes para eletrons e positrons. Segundo Onley, a aproximação de Born poderia ser usada desde que se corrigisse o raio do núcleo. Para positrons, têm-se uma contração do núcleo e para eletrons uma dilatação. Estes cálculos são válidos para absorção de quadrupolo e para o caso em que a energia de excitação nuclear é baixa em comparação com a energia do eletrón incidente, ou seja, a distorção é, aproximadamente a mesma para as ondas incidentes e espalhadas.

II - 3 - CÁLCULOS COM MODELOS NUCLEARES

São apresentados, aqui, alguns resultados de cálculos para espalhamento de eletrons baseados nos modelos de Goldhaber-Teller ⁽²⁶⁾ e Brown ⁽²⁷⁾.

A secção de choque para espalhamento inelástico é dada em aproximação de Born de primeira ordem por ²⁸:

(*) vide fig. 18.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(J_2 \rightarrow J_1) = \frac{k_2}{k_1} \frac{8\pi\alpha^2}{\Delta^4} \left[V_L(\theta) \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{1}{2J_1+1} \left| \langle J_2 \| M_{\lambda}(q) \| J_1 \rangle \right|^2 + \right. \\ \left. + V_T(\theta) \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{2J_1+1} \left(\left| \langle J_2 \| T_{\lambda}^m(q) \| J_1 \rangle \right|^2 + \left| \langle J_2 \| T_{\lambda}^e(q) \| J_1 \rangle \right|^2 \right) \right] \quad (14)$$

$$V_L(\theta) = \frac{\Delta^4}{q^4} 2 k_1 k_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (15)$$

$$V_T(\theta) = \frac{2k_1 k_2}{q^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \left[(k_1 + k_2)^2 - 2 k_1 k_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (16)$$

θ = ângulo de espalhamento

k_1, k_2 , e q já foram definidos

J_1 é o spin do estado inicial do núcleo

J_2 é o spin do estado final do núcleo.

$M_{\lambda}(q)$, $T_{\lambda}^m(q)$ e $T_{\lambda}^e(q)$ são operadores de multipolo. $M_{\lambda}(q)$ é responsável pela interação coulombiana instantânea e constitui a parte longitudinal da interação. A interação eletrostática é, então, representada pela absorção de fótons longitudinais de momento angular λ . $T_{\lambda}^m(q)$ e $T_{\lambda}^e(q)$ representam a interação do campo eletromagnético com o núcleo, constituindo a parte transversal da interação e correspondem à absorção de fótons transversais de momento angular λ .

As expressões para os operadores $M_{\lambda}(q)$, $T_{\lambda}^m(q)$ e $T_{\lambda}^e(q)$ são as seguintes:

$$M_{\lambda\mu}(q) = \int \rho_n(\vec{r}) j_{\lambda}(qr) Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) d\vec{r}$$

$$M_{\lambda\mu}^e(q) = \frac{1}{q} \int \vec{j}_n(\vec{r}) \cdot [\vec{\nabla} \times j_{\lambda}(qr) \vec{X}_{\lambda\mu}(\theta, \varphi)] d\vec{r}$$

$$M_{\lambda\mu}^m(q) = \int [j_{\lambda}(qr) \vec{X}_{\lambda\mu}(\theta, \varphi)] \cdot \vec{j}_n(\vec{r}) d\vec{r}$$

onde:

$e\rho_n$ e $e\vec{j}_n$ são os operadores de densidade de carga e corrente nucleares respectivamente;

FIG. 1: DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO ARRANJO EXPERIMENTAL

FIG. 2: DESENHO ESQUEMÁTICO DO ACELERADOR

$Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi)$ são os harmônicos esféricos;
 $\vec{X}_{\lambda\mu}(\theta, \varphi)$ são os harmônicos esféricos vetoriais;
 $e j_{\lambda}$ são funções de Bessel de ordem λ . (*esféricas*)

Para o cálculo da secção de choque de eletrodesinte_{gração} é necessário tomar um modelo nuclear, calcular os elementos de matriz reduzida e fazer a integração sobre os ângulos.

No modelo de Goldhaber e Teller, a ressonância gigante das reações fotonucleares é explicada como sendo devida ao movimento dos protons em relação aos neutrons após a absorção de fótons pelo núcleo. Supõe-se que os protons e neutrons oscilem uns em relação aos outros como duas esfe_{ras} e que se comportem como dois fluídos incompressíveis e interpenetrantes. Admite-se que a distribuição de carga é esféricamente simétrica no estado fundamental e que não se altere durante o movimento. Assim, a hamiltoniana, neste modelo, é a de um oscilador harmônico de duas partículas:

$$H = \frac{1}{2} p_n^2 + \frac{1}{2} \omega^2 q_n^2$$

onde:

$\frac{\omega}{2\pi}$ = freqüência de oscilação
 $\mu = \left(\frac{NZ}{A} \right) M$ é a massa reduzida do sistema
 p_n = momento relativo
 q_n = coordenada relativa
 M = massa do núcleon
 Z = número atômico
 N = número de neutrons
 A = número de massa

O estado excitado correspondente à ressonância gigante tem momento angular 1 e energia $\frac{h\omega}{2\pi}$, sendo $\frac{\omega}{2\pi}$ a freqüência de oscilação.

A secção de choque, calculada neste modelo, é dada por¹⁹:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi \leftarrow 0) = \frac{k_2}{k_1} \frac{8\pi\alpha^2}{\Delta^4} \left| \langle 0 | M_0(q) | 0 \rangle \right|^2 \left(\frac{N}{A} \right)^2 \left(\frac{k^2 q^2}{2\mu} \right) \left(\frac{1}{k\omega} \right) \left[V_L(\theta) + 2 \left(\frac{\omega}{qc} \right)^2 V_T(\theta) \right] \quad (17)$$

$\langle O || M_0(q) || O \rangle$ é o fator de forma para espalhamento elástico, mas calculado para o q do espalhamento inelástico. Os valores do fator de forma são tabelados por Herman e Hofstadter (30).

No Apêndice C, parte 3, é feito o cálculo desta seção de choque, na energia de 27 Mev, para os elementos C^{12} , Cu^{63} , Ag^{107} e Ta^{181} . A fig. 23 mostra o resultado do cálculo para o caso da Ag^{107} .

A partir do modelo de Goldhaber e Teller, é possível prever-se algumas das características da ressonância gigante, tais como, o valor aproximado da seção de choque para os elementos pesados, a energia do pico da ressonância e sua variação com A (massa atômica). Entretanto, já para elementos leves, o modelo conduz a resultados em completo desacordo com a experiência. As críticas mais sérias são as seguintes: 1) a estrutura da ressonância gigante não é explicada; 2) não prevê a largura da ressonância e 3) não consegue explicar a emissão de prótons e nêutrons de alta energia que, experimentalmente, é algumas ordens de magnitude maior do que a previsão teórica.

Diversos cálculos têm sido feitos baseados no modelo de camadas. Se se considera os núcleons de valência, isto é, aqueles fora de camadas fechadas, como responsáveis pela absorção, então a seção de choque obtida é muito pequena quando comparada com a experiência. Wilkinson (31) mostrou que se as transições são provenientes de nucleons das camadas fechadas, acha-se um valor muito maior para a seção de choque. Entretanto, a fim de poder ajustar a energia dos estados excitados aos valores experimentais, teve de admitir uma massa efetiva para o nucleon que era a metade de sua massa real. Esta massa efetiva entra de maneira artificial em sua teoria e sem justificação satisfatória.

Brown e seus colaboradores (27) sugeriram que tomando-se as funções de onda dos estados excitados na região da ressonância gigante como combinações lineares das funções de onda dos estados partícula-lacuna e calculando-se os autovalores da energia, a interação residual, ou seja, a interação partícula-lacuna, sendo de sinal contrário à interação partícula-partícula, faria com que as energias dos níveis fossem mais elevadas.

GEOMETRIA DO CANAL
DE RESFRIAMENTO

CONVERSOR

FIG. 3: DESENHO ESQUEMÁTICO DO CONVERSOR
DE POSITRONS.

Os cálculos feitos até agora, com base neste modelo, têm-se restringido aos núcleos leves como o C^{12} e O^{16} . Para núcleos intermediários e pesados, os cálculos são bem mais complicados, mesmo em aproximação de Born.

Lewis e Walecka ⁽³²⁾ calcularam, usando o modelo de Brown, os elementos de matriz para o espalhamento inelástico de elétrons por níveis na região da ressonância gigante no caso do C^{12} . Para isto, escolheram, como base, as funções de onda dos estados partícula-lacuna de energias mais baixas, respectivamente 16,86; 17,62; 22,11 e 30,5 Mev. A partir de combinações lineares destes estados, foi formada a função de onda do estado excitado, sendo, a seguir, construída e diagonalizada a matriz da hamiltoniana. Os autovalores obtidos foram os seguintes: 19,57; 23,26; 25,01 e 35,80 Mev. Os elementos de matriz, por eles calculados, foram usados no presente trabalho para o cálculo da secção de choque para eletrodesintegração do C^{12} (Vide Apêndice C, parte 3).

Finalmente, cabe observar que os cálculos descritos neste Capítulo, com exceção dos de Rodenberg e Onley et al., aplicam-se tanto a elétrons quanto a positrons, visto terem sido feitos em aproximação de Born.

FIG. 4: EFEITO DA LENTE MAGNÉTICA SÔBRE A CORRENTE DE POSITRONS

FIG. 5: CORRENTE DE POSITRONS EM FUNÇÃO
 DA ENERGIA DOS ELETRONS
 (ACELERADOR NA POTÊNCIA MÁXIMA)

A presente investigação experimental foi feita usando-se o acelerador linear de eletrons da General Atomic, em San Diego, Califórnia, U.S.A.

A figura 1 mostra o diagrama esquemático do arranjo experimental. Eletrons são acelerados na primeira seção do acelerador até a energia de 10 Mev, quando então se chocam com um alvo instalado entre a primeira e segunda seções, produzindo raios-X, parte dos quais se converte em pares eletrôn-pósitron. Por meio de uma lente magnética, pósitrons ou eletrons são introduzidos na segunda seção do acelerador e, depois de serem acelerados nesta e na terceira seção, são desviados por intermédio de dois eletroímãs de peças polares sectoriais de 36° e levados à área experimental. O alvo é colocado em u'a câmara de vácuo, onde existe também um colimador para a centragem do feixe. Após atravessarem o alvo, as partículas são desviadas de 45° por meio de um eletroímã de peças polares circulares e coletadas em um copo de Faraday (Faraday Cup). A carga coletada passa ao circuito integrador que mede a carga total, permitindo, assim, a determinação do fluxo incidente no alvo. A energia das partículas é determinada medindo-se o campo magnético no primeiro eletroímã de 36° pelo método de Ressonância Magnética Nuclear. A calibração do campo magnético em termos de energia do feixe foi feita medindo-se limites de reações fotonucleares. Para a contagem da atividade induzida nos alvos, foi usado um contador proporcional.

O sistema completo consta dos seguintes componentes:

- a) - Acelerador linear de 3 seções.
- b) - Alvo produtor de pósitrons ou eletrons (conversor)
- c) - Analisador de energia, monitor de energia (Ressonância Magnética Nuclear) e câmara de vácuo para o alvo.
- d) - Monitor para a medida do fluxo de eletrons ou pósitrons (eletroímã, coletor e integrador).
- e) - Sistema de contagem.

III - 2- ACELERADOR LINEAR

O princípio de funcionamento de um acelerador linear consiste na utilização da energia de ondas de rádio-freqüência para acelerar partículas. Basicamente, consiste de um injetor, guias de ondas, cavidade de rádio-freqüência, klystrons, sistema modulador, sistemas de vácuo e de resfriamento, lentes magnéticas e fontes de energia necessárias à alimentação destes sistemas. O desenho esquemático do acelerador da General Atomic pode ser visto na fig. 2.

É composto de três secções, cada uma consistindo de um guia de onda de formato circular e comprimento de 1,5 metros. Cada guia de onda é alimentado por uma klystron. As micro ondas são geradas em uma cavidade de rádio-freqüência e depois de amplificadas em potência pelas klystrons são introduzidas nos guias de onda, onde se propagam, criando campos elétricos da ordem de 10^5 Volts/cm. Estes campos permitem aumentar de 15 Mev a energia das partículas em cada secção, perfazendo o total de 45 Mev para o acelerador. Vários solenóides são usados ao longo dos guias de onda para auxiliar a focalização do feixe cujo diâmetro na saída do acelerador pode ser da ordem de um milímetro, mesmo sem auxílio de lentes de quadrupolo.

O acelerador funciona em regime pulsado e para sua operação um impulso, gerado por um pulsador na sala de controle, é levado à sala do acelerador, onde dispara simultaneamente o injetor e as klystrons. No injetor, elétrons produzidos por efeito termoiônico em um filamento são acelerados eletrostaticamente até 200 Kev penetrando em seguida na primeira secção do acelerador. No fim de cada secção, há uma janela de rádio-freqüência, por onde saem as micro-ondas e um guia de onda retangular que as encaminha a uma carga fictícia, onde são absorvidas. A largura do pulso de elétrons é controlada no injetor por intermédio de uma abertura ("gate").

As especificações do acelerador são as seguintes:

Freqüência de micro-ondas	1300 Mc/s
Número de guias de onda	3
Klystrons (uma por guia de onda)

FIG.6: DIAGRAMA DE BLOCO DO CIRCUITO INTEGRADOR.

Pico máximo de potência de r-f	10	Mw
Potência média máxima de r-f	15	Kw
"Duty cycle" máximo	0,0015	
Energia	3-45	Mev
Energia do feixe com corrente máxima	27	Mev
Corrente de pico máxima de eletrons:		
4,5 μ s de largura de pulso	700	mA
10,0 ns de largura de pulso	2000	mA
Potência máxima do feixe	15 Kw em 27	Mev
Frequência de repetição	1 - 720	c/s
Comprimento de uma secção	1,5	m
Resolução de energia (sem analisador)	3% em 30	Mev

III - 3 - ALVO PRODUTOR DE PÓSITRONS OU ELETRONS (CONVERSOR)

O conversor foi instalado entre a primeira e a segunda das secções do acelerador (fig. 2), podendo ser exposto ou retirado do feixe sem prejudicar o vácuo. Esta localização apresenta a vantagem de diminuir o fundo de neutrons na área experimental, pois a energia dos eletrons, que se chocam com o conversor, é da ordem dos limiares das reações (δ, n) (aproximadamente 10 Mev). O fundo de neutrons seria enorme se o alvo tivesse sido colocado ou entre a segunda e terceira secções, ou no fim do acelerador. Neste último caso, haveria também necessidade do uso de complicados eletroímãs cujas peças polares têm o formato de gomos de laranjas (sistema usado em Saclay ⁽³⁾).

Correntes de pósitrons de 10^{-10} A são necessárias para que a presente experiência se torne possível. A eficiência de conversão eletrôn-pósitron é da ordem de 10^{-5} fazendo com que sejam necessárias correntes de eletrons entre 10^{-4} e 10^{-5} A. A potência dissipada no conversor é aproximadamente 2/3 da potência total do feixe de eletrons, o que vem a ser 660 Watts para uma corrente de 10^{-4} A e energia de 10 Mev. Como o diâmetro do feixe de eletrons ao atingir o conversor, é de cerca de um milímetro, a potência dissipada por unidade de área, é elevadíssima, fazendo com que o resfriamento somente por radiação e condução seja insuficiente, resultando na fusão do alvo. O problema foi resolvido, estabelecendo-se a circulação forçada de

FIG. 7: DIAGRAMA DE BLOCO DO CONTADOR .

FIG.8 : CURVA DE SENSIBILIDADE DO CONTADOR

água através do conversor, o que para potências de feixe da ordem de 1 Kw foi suficiente. Para potências maiores, (a capacidade máxima da primeira secção do acelerador é de 4 Kw), somente a movimentação do alvo ou a circulação de gases liquefeitos poderia solucionar a questão. Um sistema em que o alvo se movimenta, apresentando diferentes regiões no feixe, foi instalado posteriormente.

A geometria do canal de circulação da água é mostrada na figura 3, tendo sido escolhida, para que o resfriamento fosse uniforme.

A fim de aumentar a razão de conversão eletrôn-pósitron, é necessário o uso de alvos de elementos de Z grande. Por outro lado, o problema da transmissão de calor exige que o ponto de fusão do material do conversor seja elevado, que sua espessura seja pequena e que a condutibilidade térmica seja boa, como pode ser concluído dos cálculos referentes ao resfriamento que estão no Apêndice A. O elemento escolhido para alvo foi o tungstênio que apresenta as vantagens acima mas é corroído quando em contacto com a água, em temperaturas elevadas. Uma fina camada de ouro recobrendo as partes de tungstênio que estariam em contacto com a água foi usada para evitar a corrosão.

A fig. 3 mostra um desenho esquemático do alvo. Consiste essencialmente de dois discos cujas espessuras são de 0,125 cm e 0,187 cm, separados por um canal de 0,32 cm para a passagem da água de resfriamento. Cada disco é composto por duas peças justapostas e soldadas, uma de tungstênio e outra de ouro. As superfícies de ouro formam o canal de passagem para a água de resfriamento. Os discos de ouro têm espessura de 0,050 cm.

As características dinâmicas do alvo foram estudadas anteriormente por Sund et al.⁽⁴⁾, utilizando correntes de eletrons mais baixas (figs. 4 e 5).

Uma lente magnética colocada junto ao alvo permite focalizar os pósitrons ou eletrons na entrada da segunda secção, pois a distância é de 34 cm. Variando-se o campo magnético desta lente, pode-se fazer uma seleção em energia das partículas que saem do alvo e penetram na segunda secção do acelerador. Correntes da ordem de 125 ampères foram usadas, correspondendo a um campo da ordem de

2.500 gauss e. selecionando pósitrons de energias entre 1 e 2 Mev.

O efeito da lente sobre o rendimento de pósitrons é visto na fig. 4. Com a corrente ótima na lente, obtém-se uma melhora de um fator 5 da corrente de pósitrons.

A fig. 5 mostra a corrente de pósitrons em função da energia dos eletrons primários, supondo o acelerador funcionando à potência máxima. Observa-se que o melhor intervalo de energia para a obtenção da máxima corrente de pósitrons é entre 10 e 12 Mev. A corrente máxima de pósitrons é de $6 \cdot 10^{-9}$ A, não analisados. Aproximadamente $\frac{1}{5}$ destes pósitrons estão contidos em um intervalo de energia correspondente a uma resolução de 2,5%. Portanto, a máxima corrente de positrons utilizável é da ordem de 10^{-9} A, com o acelerador funcionando à máxima potência.

O conversor pode também ser usado como fonte de eletrons e, neste caso, a corrente é muito maior devido à transmissão de eletrons primários através do alvo.

O sistema permite a obtenção de eletrons ou pósitrons de energias até 32 Mev, continuamente.

III - 4 - ANALISADOR DE ENERGIA, MONITOR DE ENERGIA E CAMARA DE VACUO PARA O ALVO

III-4-a - ANALISADOR DE ENERGIA

O espectro de energia do feixe de eletrons, no fim do acelerador, apresenta uma resolução, na melhor das hipóteses, de 4 a 5% e não é um feixe puro, havendo grande contaminação de raios-X de bremsstrahlung e neutrons. Além disso, qualquer instabilidade no acelerador, pode se refletir no espectro de energia das partículas e, por conseguinte, afetar os resultados experimentais, sem que se possa controlá-los. Para evitar problemas deste tipo e, sobretudo, melhorar a definição em energia, é necessário o uso de um analisador que fixe a resolução em energia e faça a translação do feixe evitando as contaminações.

Foi usado um analisador de momento, do tipo acromático, desenvolvido na Universidade de Stanford e cujas

características foram estudadas por Brown⁽³³⁾.

Consta de dois eletroimãs de peças polares sectoriais cujo ângulo de abertura é de 36° , possuindo "shims" que podem ser girados de modo a variar o ângulo de entrada das partículas. A distância entre as peças polares, isto é, o entreferro é de 5 cm. O raio de curvatura das partículas é fixo e igual a 60 cm. Uma fenda de abertura variável, colocada entre o primeiro e o segundo eletroimãs permite fixar-se a resolução $\frac{\Delta p}{p}$ do feixe entre 0 e 2,5%.

A focalização do feixe sobre o alvo depende dos ângulos de rotação das faces polares: θ_1 que determina o ângulo de entrada das partículas no primeiro eletroimã e θ_2 que regula o ângulo de saída das partículas no segundo eletroimã.

O analisador apresenta três distâncias focais. F_E é a distância entre a face polar de saída do segundo eletroimã e o foco de energia. F_H e F_V são as distâncias focais, horizontal e vertical, respectivamente, também contadas a partir da face polar de saída do segundo eletroimã. F_H e F_V são distâncias focais para partículas de mesma energia. F_E só depende de θ_2 , ao passo que F_H e F_V dependem também de θ_1 .

Para uma focalização perfeita do feixe, as distâncias F_E , F_H e F_V devem ser as mesmas e o alvo deve ser colocado nesta posição. Porém, no arranjo experimental usado, a posição do alvo estava fixada de antemão e uma focalização perfeita não foi possível.

Os ajustes dos ângulos θ_1 e θ_2 foram feitos tirando-se fotografias dos feixes de pósitrons e eletrons na posição do alvo. Pode-se mostrar que ao variar-se o ângulo de rotação θ_2 do segundo eletroimã, conservando-se θ_1 fixo, a magnificação horizontal fica mínima quando se passa pelo foco de energia F_E . Este foi o método usado para a determinação experimental do foco de energia. Uma vez determinado θ_2 , variou-se θ_1 até obter-se o menor diâmetro para o feixe. Os valores obtidos foram $\theta_1 = \theta_2 = 28^\circ$ e nestas condições o diâmetro do feixe no alvo era menor que 1,8 cm, tanto para eletrons como para pósitrons e, além disso, era idêntico num e noutro caso.

III - 4 - b - MONITOR DE ENERGIA

Como monitor de energia, usou-se um sistema de Ressonância Magnética Nuclear do tipo comercial. A sonda foi colocada no campo magnético do primeiro eletroímã de 36° .

A relação entre a frequência de ressonância magnética e a energia das partículas pode ser estabelecida considerando que, para elétrons relativísticos de energia $E = mc^2$ (E = energia total) têm-se em um campo magnético:

$$P = \frac{E}{c} = B \text{ er}$$

$$E = c \text{ er } B = KB$$

Sendo B proporcional à frequência de ressonância e à corrente no enrolamento do eletroímã:

$$E = K_1 f$$

$$E = K_2 i$$

A determinação das constantes K foi feita a partir dos limites das reações $C^{12}(\gamma, n)C^{11}$ e $Cu^{63}(\gamma, n)$ que são respectivamente 18,72 e 10,84 Mev.

As curvas de ativação bem como uma explicação mais detalhada encontram-se no Apêndice B.

Obteve-se $K_1 = (5,02 \pm 0,05) \text{ Mev/Megaciclo/segundo}$ correspondendo a $K_2 = 27,7 \text{ Mev/Ampère}$.

III - 4 - c - CÂMARA DE VÁCUO PARA O ALVO

Esta câmara possui dois suportes internos, os quais podem ser girados de 90° por meio de pequenos motores comandados da sala de controle.

Em um destes suportes foi colocado um pequeno colimador de alumínio de formato cilíndrico e com as seguintes dimensões: diâmetro 3,8 cm, diâmetro do orifício 1,9 cm ($3/4$ de polegada) e comprimento de 5 cm. A montagem foi feita usando-se isoladores de porcelana de modo a mantê-lo isolado eletricamente do resto do sistema. Um micro-amperímetro foi ligado externamente de modo a poder medir a parte do feixe absorvida no corpo do colimador

e que, portanto, tinha diâmetro maior que 1,9 cm. A parte transmitida através do orifício era coletada no copo de Faraday e medida em outro micro-micro-amperímetro. Desta maneira, podia-se conhecer a fração do feixe que tinha diâmetro maior que 1,9 cm, a qual foi mantida sempre abaixo de 0,02, isto é, apenas 2% do feixe tinha diâmetro maior que 1,9 cm.

No outro suporte, era instalado o alvo a ser irradiado.

O acesso ao interior da câmara era feito por intermédio de uma tampa que podia ser retirada rapidamente.

III - 5 - MONITOR DE FLUXO

Após atravessarem o alvo, os eletrons ou pósitrons são desviados por um eletroimã de peças polares circulares e coletados por um copo de Faraday (fig. 1) cuja abertura é de 7,5 cm e sua carga integrada por um circuito integrador como mostra a figura 6.

A corrente de eletrons coletada no copo de Faraday é medida no primeiro micro-micro-amperímetro. Na saída deste aparece uma diferença de potencial proporcional à corrente de entrada e variável entre 0 e 5 volts. O micro-micro-amperímetro usado foi o modelo 403 C fabricado pela Keithley Instruments que pode medir correntes desde 10^{-5} até 10^{-13} ampères. Como integrador, foi usado um amplificador D.C. acoplado a um condensador em paralelo com uma resistência, isto é, um circuito RC. Este sistema integrador é chamado integrador de relaxação ou integrador RC, tendo sido construído no laboratório.

O motivo pelo qual foi usado um integrador de relaxação para o fluxo de eletrons é que a corrente circulante em um acelerador, em geral, não permanece constante durante uma irradiação. A variação do número N de núcleos radiativos em u'a amostra bombardeada por um fluxo ϕ (t) de eletrons, que varia com o tempo é:

$$\frac{dN}{dt} = \sigma N_0 \phi(t) - \lambda N$$

sendo σ = secção de choque para a reação e

$\bar{C} = \frac{1}{\lambda}$ = vida média do núcleo radioativo formado. Considerando agora a variação de voltagem quando um condensador em paralelo com uma resistência é carregado por uma corrente $I(t)$, têm-se que

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{C} I(t) - \frac{1}{RC} V$$

Portanto, desde que se escolha $RC = \frac{1}{\lambda} = \bar{C}$ a voltagem V no final da irradiação será proporcional ao número de núcleos radioativos existentes na amostra.

III - 6 - SISTEMA DE CONTAGEM

Para a contagem da radioatividade residual foi usado um sistema de contagem denominado Wide-Beta fabricado por Sharp Laboratoires (San Diego).

O diagrama de bloco desse contador pode ser visto na figura 7 e suas características são as seguintes:

Wide Beta

Gás usado: metano puro

Tipo: proporcional

Radiação de fundo no detetor

β - 1.3 eventos/min.

α - 8 eventos/hora

Eficiência do contador de guarda: Intercepta 99% de radiação cósmica.

Plateau β - 1.5%/100 V em um intervalo de 300 V

α - 1 %/100 V em um intervalo de 500 V

Perda de contagem 1% em 10^6 eventos por minuto

Espessura da janela 800 μ g/cm²

Tempo de resolução 0,5 μ s

Precisão do cronômetro: 30 ppm de um oscilador de cristal de 10 Kc

Estabilidade a longo termo de 1 ppm/semana a 25°.

Coefficiente de temperatura de 2 ppm/°C.

Diâmetro sensível do detetor 5,7 cm (2,25 polegadas).

O sistema de contagem Wide Beta consta

essencialmente de dois contadores proporcionais em antico incidência e apresenta três grandes vantagens sôbre os con tadores convencionais. Primeiro porque o fundo côsmi co é bastante baixo, da ordem de um evento por minuto, permitindo, assim, a medida de atividades baixas como as obtidas irradiando-se os alvos com pósitrons. A segun da consiste no fato de que a área sensível do detetor é um círculo de 5,7 cm de diâmetro (2,25 polegadas), apre sentando um alto valor para o ângulo sólido entre a amostra e a janela. Finalmente, a uniformidade da sensibilidade, como pode ser vista na fig. 8, tem a grande vantagem de anu lar diferenças de contagem porventura provenientes de amostras ativadas não homogêneamente.

IV - PROCEDIMENTO E CUIDADOS EXPERIMENTAIS

IV - 1- PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Básicamente, a experiência consistiu em irradiar fôlhas finas de Carbono, Cobre, Prata e Tântalo e, depois, contar a radioatividade induzida.

Para a obtenção do feixe de positrons ou eletrons na área experimental, a primeira secção do acelerador era inicialmente ajustada para acélerar eletrons e a segunda e terceira secções mantidas desligadas. Obtinha-se, assim, no fim do acelerador um feixe de eletrons com as seguintes características: energia de 10 a 12 Mev, corrente de pico - 350 mA, freqüência de repetição de 30 a 60 pulsos/s, representando uma potência de feixe entre 0.5 e 1 Kw. A seguir, o conversor era abaixado de modo a ser bombardeado pelo feixe de eletrons e a circulação da água de resfriamento era estabelecida. As duas outras secções do acelerador eram então ativadas e a lente magnética para injeção das partículas saídas do radiador era colocada em operação. No caso de positrons, as duas secções do acelerador eram ativadas com ondas de rádio-freqüência cuja diferença de fase em relação às da primeira secção era de 180° . A corrente através da lente focalizadora era da ordem de 125 ampères. Para facilitar o ajuste dos parâmetros do acelerador, era usado um copo de Faraday no fim da terceira secção, isto é, antes de ser o feixe desviado pelos eletroimãs de 36° . Em seguida, o feixe era transladado pelos dois eletroimãs de 36° e levado, com ajuda do terceiro eletroimã, ao copo de Faraday, onde era coletado. Novos ajustes eram então feitos nos parâmetros do acelerador, a fim de diminuir o diâmetro do feixe, usando-se para isto o colimador de 1,9 cm, que era ligado a um medidor de corrente. Esta corrente era minimizada de modo a ser sômente 1 a 2% da corrente coleta da no copo de Faraday. Conseguido isto, o alvo era exposto ao feixe e a irradiação começada. Após o acúmulo de uma carga predeterminada, (geralmente entre 50 e 100 Volts) no condensador de integração, o acelerador era automáticamente desligado. Uma válvula existente entre o primeiro e segundo eletroimãs de 36° era então fechada, a fim de que a câmara que continha o alvo pudesse ser aberta sem admitir

ar no acelerador. Durante o tempo em que o sistema estava aberto, nitrogênio era nele introduzido, a fim de facilitar a obtenção do vácuo na próxima irradiação.

A operação de retirada e introdução de um novo alvo levava em média 10 minutos e a obtenção de novo vácuo (-10^{-7} mm), mais 20 a 30 minutos.

Os tempos típicos de irradiação foram, em geral, de uma meia-vida ($0.693 T$) da radioatividade induzida exceto para o Tântalo que foi de 1 a 2 horas. O tempo total de maquina para a realização da experiência foi de 120 horas.

A corrente de positrons, nas irradiações, variou de $3 \cdot 10^{-11}$ A em 13 Mev a 10^{-10} em 30 Mev. Para eletrons a corrente foi cerca de 10 vezes maior que a de positrons, devido ao fato de que muitos eletrons conseguem atravessar o radiador e penetrar na segunda secção.

As reações investigadas foram as seguintes:

as mesmas reações com positrons. As meias-vidas das atividades induzidas são 20,5 minutos para C^{11} ; 9,9 minutos para Cu^{62} ; 24 minutos para a Ag^{106} e 8,1 horas para o Ta^{180} . Todos são emissores β^+ com exceção do Ta^{180} , que é emissor β^- .

O tempo decorrido entre o fim da irradiação e o comêço da contagem foi suficiente para permitir o decaimento das atividades de vida mais curta, de modo que o êrro introduzi do fôsse desprezível. No caso do Cu^{62} , a contribuição da atividade de meia-vida de 12,8 horas, proveniente do Cu^{64} , que é também produzida, é desprezível devido ao pequeno tempo de irradiação.

As amostras usadas foram as da tabela IV - 1:

Tabela IV - 1

Reação	Substância usada	Espessura		
		mg/ cm ²	comprimento de radiação	
C ¹² (e, n) C ¹¹	grafite	70	1,65	10 ⁻³
Cu ⁶³ (e, n) Cu ⁶²	cobre natural	34	1,58	10 ⁻³
Ag ¹⁰⁷ (e, n) Ag ¹⁰⁶	prata laminada	22	2,53	10 ⁻³
Ta ¹⁸¹ (e, n) Ta ¹⁸⁰	Tântalo laminado	25	3,79	10 ⁻³

As espessuras dos alvos foram escolhidas com o objetivo de se reduzir ao mínimo possível a atividade produzida por foto-ativação proveniente do bremsstrahlung dos eletrons na própria amostra que, desta maneira, foi sempre inferior a 10% da atividade proveniente da eletrodesintegração.

IV -2- CUIDADOS EXPERIMENTAIS

IV - 2 - a - CONTAMINAÇÃO DO FEIXE

Foram feitas várias verificações para se detetarem contaminações no feixe de eletrons ou pósitrons provenientes de bremsstrahlung e neutrons. Para isto, foram colocadas lâminas de prata na direção frontal, mas atrás do eletroímã de deflexão do feixe no copo de Faraday. Tais lâminas, após irradiadas, foram levadas ao contador, mas nenhuma atividade foi detetada. Desta forma, a contaminação foi considerada inexistente.

IV - 2 - b - ESPALHAMENTO DO FEIXE PELO ALVO

As seções de choque para espalhamento elástico de eletrons e pósitrons, por núcleos atômicos, são diferentes. No arranjo experimental usado, o feixe é coletado no copo de Faraday, após atravessar o alvo, sofrendo, portanto, espalhamento. A fim de verificar a possível influência deste efeito sobre as medidas de fluxo, foi feita uma determinação experimental da razão $\frac{I}{I_0}$ para pósitrons e eletrons, sendo I_0 a corrente de ^{18}O eletrons ou pósitrons detetada no copo

de Faraday, mas sem que o alvo interceptasse o feixe, e I a corrente detetada com o alvo interceptando o feixe. O resultado mostrou que as razões eram iguais para eletrons e pôsitrons, devido ao espalhamento múltiplo no alvo e ao grande ângulo sólido entre a abertura do copo de Faraday e o alvo.

FIG.9: SECÇÕES DE CHOQUE PARA $\text{Ag}^{107}(\gamma, n)\text{Ag}^{106}$
USADAS NO CÁLCULO DE $\frac{A_\sigma}{A_\gamma}$

FIG.10 : SECÇÃO DE CHOQUE $C^{12}(\gamma, n) C^{11}$ USADA NO CÁLCULO
DE $\frac{A\sigma}{A_T}$ (CURVA EXPERIMENTAL DE FULTZ ET ALL)

FIG. II: VALORES SEMI-EMPÍRICOS DA CORREÇÃO $\frac{A_0}{A_T}$
 PARA O C^{12} e Ag^{107}

V - PROCESSAMENTO DOS DADOS E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A experiência constou da medida das funções de excitação para as seguintes reações:

$C^{12} (e^-, n) C^{11}$ entre 22,1 e 31,5 Mev

$Ag^{107} (e^-, n) Ag^{106}$ entre 13,2 e 31,5 Mev

$Cu^{63} (e^-, n) Cu^{62}$ na energia de 26,8 Mev

$Ta^{181} (e^-, n) Ta^{180}$ na energia de 26,8 Mev

e as mesmas reações com positrons.

Como resultado, obteve-se o valor da razão $R = \frac{Q^-}{Q^+}$ em função da energia e de Z (número atômico) e os valores absolutos das secções de choque correspondentes.

V -1 -PROCESSAMENTO DOS DADOS

Os dados obtidos da experiência são as atividades residuais das amostras quando irradiadas com positrons e eletrons. Após subtração da radiação do fundo, essas atividades são corrigidas, levando-se em conta o decaimento, obtendo-se, assim, as atividades no instante $t = 0$, isto é, no fim da irradiação. Sendo:

A_c = número de eventos contados no intervalo de tempo entre t_e e $t_e + t_c$

t_e = tempo decorrido entre o fim da irradiação e o início da contagem

t_c = tempo de contagem.

$\bar{\tau}$ = vida média do núcleo radioativo.

B = radiação de fundo

A atividade no instante $t = 0$ será:

$$A = \frac{A_c - B}{\bar{\tau} \left(e^{-t_e/\bar{\tau}} - e^{-(t_e+t_c)/\bar{\tau}} \right)} \quad (1)$$

A correção devido ao tempo de resolução do sistema de contagem é desprezível.

As diversas amostras foram bombardeadas com fluxos de intensidades diferentes, devendo, portanto, suas atividades A serem normalizadas para o mesmo fluxo.

A normalização foi feita reduzindo-se todas as atividades às correspondentes a um fluxo ϕ_n , diferente para cada elemento investigado.

V-1-a- DETERMINAÇÃO DO FLUXO DE ELÉTRONS OU PÓSITRONS

No sistema integrador da figura 6, a voltagem de saída no micro-micro-amperímetro é proporcional à corrente de elétrons

$$V' = \frac{1}{\alpha} I$$

logo

$$\phi' = \frac{I}{e} = \frac{\alpha V'}{e}$$

sendo ϕ' o fluxo instantâneo e e a carga do elétron.

Como em qualquer das escalas de micro-micro-amperímetro, a deflexão máxima corresponde a $V' = 5$ volts, tem-se

$$\phi' = 0,20 \frac{S}{e} V' \quad e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ coulomb}$$

$$\phi' = 1,25 \cdot 10^{18} S V'$$

O amplificador opera com realimentação negativa de tal forma que o potencial na entrada é sempre próximo de zero. Portanto, a corrente que atravessa R_o é $i = \frac{V'}{R_o}$.

A diferença de potencial no condensador aumenta de acordo

com a relação $V = V_o (1 - e^{-t/\tau})$. Na saturação $V = V_o$ e a corrente i passará toda pela resistência, logo:

$$i = \frac{V'}{R_o} = \frac{V_o}{R}$$

$$V' = V_o \frac{R_o}{R}$$

$$e \quad \phi' = 1,25 \cdot 10^{18} S V_o \frac{R_o}{R}$$

FIG. 12: VALORES DA CORREÇÃO $\frac{A_1}{A_2}$ PARA A Ag^{107}

Este é o fluxo instantâneo, pois V_o depende de V' , que, por sua vez, depende da corrente I que varia com o tempo. O fluxo médio pode ser obtido considerando a lei de crescimento da atividade radioativa de vida média τ quando um alvo é bombardeado por um fluxo de partículas:

$$D = \sigma_T N \phi (1 - e^{-t/\tau})$$

$$D = 1,2510^{18} S \frac{R_o}{R} V_o (1 - e^{-t/\tau}) \sigma_T N$$

D = número absoluto de desintegrações por unidade de tempo;

σ_T = secção de choque total para a reação considerada;

N = número de núcleos por cm^2 no alvo;

t = tempo de irradiação

A voltagem no fim da irradiação será:

$$V = V_o (1 - e^{-t/\tau})$$

valor que leva em conta a produção e decaimento de núcleos radioativos durante a irradiação.

Em conclusão:

$$D = 1,25 \cdot 10^{18} S \frac{R_o}{R} V \sigma_T N \quad (2)$$

e

$$\phi = 1,25 \cdot 10^{18} S \frac{R_o}{R} V \quad (3)$$

O fator de normalização para um fluxo $\phi_n = 1,25 \cdot 10^{18} S_n \frac{R_n}{R}$ V_n

será:

$$f_n = \frac{S_n}{S} \cdot \frac{R_n}{R_o} \cdot \frac{V_n}{V} \quad (4)$$

V - 1 - b - CORREÇÕES

Quando eletrons interagem com a matéria em energias não muito altas, há dois processos competitivos, que são o espalhamento (elástico e inelástico) e a produção de raios-X de bremsstrahlung. Se a energia dos eletrons é suficiente para provocar desintegração nuclear e o núcleo residual é radioativo, a atividade resultante será devida à interação dos eletrons com o núcleo (eletrodesintegração) e à interação dos fótons de bremsstrahlung com o núcleo (fotodesintegração). A atividade decorrente do primeiro processo varia linearmente com a espessura do alvo, ao passo que a outra varia quadraticamente.

Em relação aos pósitrons, ainda se tem um terceiro processo que é a aniquilação em vôo, levando também à produção de fótons que podem produzir fotodesintegração no alvo.

Há necessidade, portanto, de se subtraírem estas atividades que não interessam na presente experiência. Para eletrons, pode-se escrever que

$$A_T^- = A_e^- + A_\gamma^- \quad (5)$$

e para pósitrons

$$A_T^+ = A_e^+ + A_a^+ + A_\gamma^+ \quad (6)$$

Sendo:

A_T^- = atividade total da amostra bombardeada por eletrons.

A_T^+ = atividade total da amostra bombardeada por pósitrons.

A_e^- = atividade proveniente da eletrodesintegração produzida por eletrons.

A_e^+ = atividade proveniente da eletrodesintegração produzida por pósitrons.

A_a = atividade proveniente da fotodesintegração produzida por fótons de aniquilação em vô de pósitrons.

A_{γ}^+ = atividade proveniente da fotodesintegração produzida por fótons de bremsstrahlung de eletrons ou pósitrons.

Rearranjando-se (5) e (6), chega-se às seguintes expressões: para A_{γ}^- e A_{γ}^+ :

$$A_{\gamma}^- = A_T^- - A_e^- = A_T^- \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{A_{\gamma}^-}{A_e^-}} \right)$$

$$A_{\gamma}^+ = A_T^+ - A_e^+ \left[1 + \frac{A_a}{A_{\gamma}^+} \cdot \frac{A_{\gamma}^+}{A_e^+} \right]$$

Com um êrro bastante pequeno, pode-se escrever:

$$A_{\gamma}^+ = A_{\gamma}^- = A_{\gamma}$$

Na realidade, o espectro de bremsstrahlung de eletrons permanece finito na ponta de alta energia, ao passo que o de bremsstrahlung de pósitrons vai a zero. Entretanto, esta diferença só ocorre algumas centenas de Kev perto da ponta de alta energia do espectro e pode ser desprezada.

$$A_T^- \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{A_{\gamma}^-}{A_e^-}} \right) = A_T^+ - A_e^+ \left[1 + \frac{A_a}{A_{\gamma}^+} \cdot \frac{A_{\gamma}^+}{A_e^+} \right]$$

E desta forma têm-se para A_e^+ e A_e^- :

$$A_e^+ = \frac{A_T^+ - A_T^- \left(1 - \frac{1}{1 + f_{\gamma}} \right)}{1 + f_a} \quad (7)$$

$$A_e^- = \frac{A_T^-}{1 + f_{\gamma}} \quad (8)$$

Onde

$$f_{\gamma} = \frac{A_{\gamma}}{A_e^-} \text{ e } f_a = \left(\frac{A_a}{A_{\gamma}} \right) \cdot \left(\frac{A_{\gamma}}{A_e^-} \right) \left(\frac{A_e^-}{A_e^+} \right) \quad (9)$$

Para calcular A_e^+ e A_e^- é necessário conhecer se $\frac{A_a}{A_{\gamma}}$ e f_{γ} .

$$\frac{A_a}{A_{\gamma}} = \frac{\int_{E_{\ell}}^{E_0 - \mu} \frac{d\sigma_a}{dk} \sigma_{\gamma}(k) dk}{\int_{E_{\ell}}^{E_0 - \mu} \frac{d\sigma_B}{dk} \sigma_{\gamma}(k) dk} \quad (10)$$

- E_{ℓ} = limiar da reação (γ , n)
 E_0 = energia dos eletrons ou pósitrons
 μ = massa de repouso de eletron
 k = energia do fóton
 $\sigma_{\gamma}(k)$ = secção de choque da reação (γ , n)
 $\frac{d\sigma_a}{dk}$ = secção de choque diferencial para aniquilação de pósitrons em voo.
 $\frac{d\sigma_B}{dk}$ = secção de choque diferencial para produção de bremsstrahlung.

O cálculo da expressão (10) foi programado no computador IBM 1620 do Centro de Cálculo Numérico da Universidade de São Paulo. Para σ_{γ} foram usados os

FIG. 13 : FUNÇÃO de EXCITAÇÃO para a REAÇÃO $C^{12}(e, e'n)C^{11}$

FIG. 14: VALORES DA RAZÃO $R = \frac{v_-}{v_+}$ EM FUNÇÃO DA ENERGIA PARA O C^{12}

FIG. 15: FUNÇÃO DE EXCITAÇÃO PARA AS REAÇÕES $\text{Ag}^{107}(\epsilon^+, n) \text{Ag}^{108}$
 $\text{Ag}^{107}(\epsilon^-, n) \text{Ag}^{108}$

FIG.16: VALORES DA RAZÃO $R = \frac{\sigma}{\sigma_+}$ EM FUNÇÃO DA ENERGIA
PARA A Ag^{107}

FIG. 17: VALORES DE $\frac{\sigma_-}{\sigma_+}$ EM FUNÇÃO DE Z.

valores experimentais que são reproduzidos nas figs. 9 e 10. $\frac{d\sigma_B}{dk}$ é a fórmula de Bethe-Heitler com correção de "screening". $\frac{d\sigma_a}{dk}$ foi obtida a partir da secção de choque diferencial em relação ao ângulo sólido, da da por Kendall e Deutsch (34). O processo de cálculo está explicado detalhadamente no Apêndice C.

Os resultados obtidos para $\frac{A_a}{A_f}$ podem ser vistos na figura 11.

No caso da prata, foram usados para σ_f valores experimentais de Mutsuro et al. (50) e Almy e Diven (51) que estão em desacôrdo entre si como mostra a fig. 9. Isto acarreta uma discrepância da ordem de 15% entre os valores de $\frac{A_a}{A_b}$ obtidos em um e outro caso. Considerando-se, entretanto que f_f é da ordem de 0,1 e que na maioria dos casos $A_a \ll A_f$, o êrro introduzido por esta correção em A_e é pequeno, exceto na região de ressonância gigante onde A_a é grande.

Para o Carbono, os valores de σ_f foram tomados de um trabalho de Fultz (35) cujo resultado está reproduzido na figura 10. Esta secção de choque foi medida fazendo uso do monocromador de fôtons e a imprecisão de seus valores é menor que 10%. A imprecisão, quanto ao valor de $\frac{A_a}{A_f}$ depende da forma de curva e o êrro avaliado é menor que 10%, visto que os valores teóricos de $\frac{d\sigma_a}{dk}$ e $\frac{d\sigma_B}{dk}$ são neste caso bastante precisos em virtude de ser baixo o Z do Carbono.

O valor de $\frac{A_a}{A_f}$ aumenta exponencialmente à medida que a energia decresce, como se vê na fig. 11. A razão disto deve-se à forma de variação de $\frac{d\sigma_a}{dk}$ e $\frac{d\sigma_B}{dk}$ com a energia. Para energias altas, a maior parte da secção de choque de aniquilação em vôo está fora da região onde a secção de choque (f, n) tem valor elevado, ao passo que ocorre o inverso para a secção de choque de bremsstrahlung. À medida que a energia do eletrôn decresce, a situação se inverte.

Para a determinação de $\int \gamma = \frac{A \gamma}{A_e^-}$, têm-se que

$$A_{\gamma} = \int_{E_{\ell}}^{E_0 - \mu} \phi N dx \frac{d\sigma_B}{dk} N x \sigma_{\gamma} dk$$

$$e \quad A_e^- = \int_{E_{\ell}}^{E_0 - \mu} \phi N t n(E_0, k) \sigma_{\gamma} dk$$

sendo:

- N = número de núcleos por grama no alvo
 t = espessura do alvo em g/cm^2
 ϕ = número de eletrons incidentes no alvo por segundo
 $n(E_0, k)$ = espectro de fótons virtuais dado pelas expressões (4) e (9) do capítulo II.

$$\int \gamma = \frac{A \gamma}{A_e^-} = N \frac{t}{2} \frac{\int_{E_{\ell}}^{E_0 - \mu} \frac{d\sigma_B}{dk} \sigma_{\gamma} dk}{\int_{E_{\ell}}^{E_0 - \mu} n(E_0, k) \sigma_{\gamma} dk} \quad (11)$$

$$\frac{d\sigma_B}{dk} = Z(Z+1) r_0^2 \alpha \phi(E_0, k) \quad (12)$$

$$\phi(E_0, k) = \frac{2}{k} \left[1 + \left(\frac{E}{E_0} \right)^2 - \frac{2}{3} \frac{E}{E_0} \right] \left[2 \log \frac{2E_0 E}{k} - 1 - 2C(\gamma) \right] \quad (13)$$

$E_0 = E + k$

E = energia do eletron após a emissão do fóton

$C(\gamma)$ = correção para screening

Levando-se (9) em (8) vem:

$$\frac{A_{\gamma}}{A_e^-} = N \frac{t}{2} Z (Z + 1) r_o^2 \frac{\int_{E_l}^{E_o - \mu} \phi(E_o, k) \gamma_{\gamma} dk}{\int_{E_l}^{E_o - \mu} n(E_o, k) \gamma_{\gamma} dk}$$

Chamando-se, como fazem Blair (10) e Brown e Wilson (7),

$$F = \frac{\int_{E_l}^{E_o - \mu} \phi(E_o, k) \gamma_{\gamma} dk}{\int_{E_l}^{E_o - \mu} n(E_o, k) \gamma_{\gamma} dk} \quad (14)$$

tem-se:

$$f_{\gamma} = \frac{A_{\gamma}}{A_e^-} = N \frac{t}{2} Z (Z + 1) r_o^2 F \quad (15)$$

O valor de F foi medido experimentalmente por Barber (13) para o Carbono e por Brown e Wilson (7) para o Cobre, Prata e Tântalo. A fig. 12 mostra os valores de f_{γ} obtidos a partir dos valores experimentais de F.

Para obter f_{γ} nos pontos onde não havia valores experimentais, a expressão (15) foi calculada no computador e a curva, assim obtida, foi usada como guia na extrapolação dos valores experimentais existentes.

O erro em f_{γ} nas energias onde há valores experimentais de F é menor que 5%. Nas energias baixas onde f_{γ} é obtido por extrapolação, o erro é avaliado em 10%.

A fig. 12 mostra os valores semi-empíricos da correção f_{γ} bem como os valores experimentais de Brown e Wilson.

Voltando-se à expressão (7) que dá o valor de A_e^+ e considerando que $f_{\gamma} = \frac{A_{\gamma}}{A_e^-} \sim 0,1 \ll 1$

$$\frac{1}{1 + f_{\gamma}} \sim 1 - f_{\gamma}$$

e (7) fica

$$A_e^+ = \frac{A_T^+ - A_T^- f_{\gamma}}{1 + f_a} \quad (16)$$

Fazendo-se, agora, a razão de (8) por (16), após simplificações, chega-se a:

$$\frac{A_e^-}{A_e^+} = \frac{A_T^-}{A_T^+ - A_T^- f_{\gamma}} \cdot \frac{1 + f_a}{1 + f_{\gamma}} \quad (17)$$

que foi a fórmula usada para a obtenção de $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$.

V - 1 - c - SECÇÃO DE CHOQUE ABSOLUTA

A secção de choque absoluta é dada pela expressão (2)

$$\sigma_T = \frac{D}{1,25 \cdot 10^{18} S \frac{R_0}{R} V N} \quad (18)$$

D é o número de desintegrações por segundo na amostra no fim da irradiação.

A atividade A_e^+ e A_e^- está ligada a D através da eficiência de contagem ϵ

$$A_e = \epsilon D \quad (19)$$

A determinação da eficiência de contagem ϵ foi feita no Apêndice D e os resultados são mostrados na tabela 2 (Apêndice D).

Para a obtenção de $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ necessita-se dos valores de A_T^+ , A_T^- , $\frac{A_\gamma}{A_e^-}$ e $\frac{A_a}{A_\gamma}$. Os valores de A_T^+ e A_T^- estão afetados por erros estatísticos de contagem que variaram entre 1 e 3% e pelo erro no fator de normalização que se situou na faixa de 1 a 4%. Os erros em $\frac{A_a}{A_\gamma}$ variam de 10 a 15% e em $\frac{A_\gamma}{A_e^-}$ entre 5 e 10%.

Para a secção de choque absoluta, além dos erros acima, têm-se os erros na determinação de ϵ que são avaliados em 15%. Como as secções de choque absolutas foram medidas na energia de 27 Mev, onde as correções $\frac{A_a}{A_\gamma}$ e $\frac{A_\gamma}{A_e^-}$ são pequenas, o erro introduzido por estas correções é pequeno. O erro final em σ_T é da ordem de 18%.

V - 1 - e - MÉTODO DAS FÔLHAS JUSTAPOSTAS ("STACKED-FOIL")

Este método foi empregado para verificar a possível existência de erro sistemático na medida de $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ pelo método descrito atrás.

Esta técnica consiste em fazer-se o feixe bombardear três fôlhas justapostas. A primeira constitui o alvo em estudo e deve ser bastante fina para que a atividade produzida por bremsstrahlung seja pequena. A segunda é um radidor de Z elevado (Pb) destinado a produzir bremsstrahlung e, finalmente, a terceira é da mesma espessura e do mesmo material que a primeira. A ativação da primeira será devida principalmente à eletrodesintegração, ao passo que a da terceira provirá na sua maior parte do bremsstrahlung produzido pelo radidor.

A razão $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ pode ser obtida neste método pelo procedimento abaixo.

Sejam:

A_1 = atividade no primeiro alvo

A_2 = atividade no segundo alvo

A_{1e} = atividade devida à eletrodesintegração no primeiro alvo

$A_{1\gamma}$ = atividade devida ao bremsstrahlung no primeiro alvo

A_{2e} = atividade devida à eletrodesintegração no segundo alvo

$A_{2\gamma}$ = atividade devida ao bremsstrahlung no segundo alvo

Assim, pode-se escrever:

$$A_1 = A_{1e} + A_{1\gamma}$$

$$A_2 = A_{2e} + A_{2\gamma}$$

Supondo que a perda de energia do eletrão, ao atravessar a primeira e segunda folhas, seja desprezível, têm-se

$$A_{1e} = A_{2e}$$

A espessura efetiva na produção do feixe de bremsstrahlung que atingirá a terceira folha é:

$$t_{ef} = t + hx + \frac{t}{2}$$

sendo t a espessura da primeira e terceira folhas

x = espessura do radiador

$$h = \frac{Z_r (Z_r + 1) A_a}{Z_a (Z_a + 1) A_r}$$

Z_r = número atômico do radiador

Z_a = número atômico do alvo

A_r = massa atômica do radiador

A_a = massa atômica do alvo.

Portanto, $h x$ é a espessura de um radiador de $\bar{n}$ número atômico Z_a , equivalente ao radiador de espessura x e número atômico Z_r .

Têm-se, então, para os A_γ

$$A_2 \gamma = \frac{t_{ef}}{t/2} A_1 \gamma$$

e, portanto,

$$\begin{aligned} A_1 &= A_e + A_\gamma \\ A_2 &= A_e + \frac{2t_{ef}}{t} A_\gamma \end{aligned} \quad (20)$$

Resolvendo para A_γ e A_e

$$A_\gamma = \frac{A_2 - A_1}{\frac{2t_{ef}}{t} - 1} \quad (21)$$

$$A_e = A_1 - \frac{A_2 - A_1}{\frac{2t_{ef}}{t} - 1}$$

Na prática A_1 e A_2 são medidas em contadores diferentes e os eletrons ou pósitrons perdem energia ao atravessarem as fôlhas, havendo necessidade de se introduzirem correções. Considerando, entretanto, a expressão (15)

$$f_\gamma = \frac{A_\gamma}{A_e} = N \frac{t}{2} Z_a (Z_a + 1) r_o^2 F$$

e havendo valores experimentais para F (Brown e Wilson)⁽⁷⁾, pode-se determinar estas correções, achando-se um fator de normalização, que será o mesmo para eletrons e pósitrons.

Fazendo-se a razão $\frac{A_\gamma}{A_e}$ nas expressões (21) e tirando-se o valor de $\frac{A_2}{A_1}$ têm-se:

$$\left(\frac{A_2}{A_1} \right) \text{ corrigido} = \frac{2 \frac{t_{ef}}{t} f_\gamma + 1}{1 - f_\gamma} \quad (22)$$

O fator de normalização será obtido das medidas com eletrons:

$$\alpha_n = \frac{(A_2^- / A_1^-)_{\text{corrigido}}}{(A_2^- / A_1^-)_{\text{medido}}}$$

Corrigindo-se o valor de A_2 nas expressões (21), acha-se o valor de A_e^+

$$A_e^+ = A_1^+ - \frac{\alpha_n (A_2^+ - A_1^+)}{\frac{2t_{ef}}{t} - 1} \quad (23)$$

Para obter a razão $\frac{A_e^-}{A_e^+} = \frac{\mathcal{Q}^-}{\mathcal{Q}^+}$ é preciso relacionar as atividades a um monitor conveniente de fluxo que poderá ser a atividade $A_{2\gamma}$ da terceira fôlha.

$$A_{2\gamma} = \alpha_n A_2^+ - A_e^+$$

Portanto:

$$\frac{\mathcal{Q}^-}{\mathcal{Q}^+} = \frac{A_e^-}{A_e^+} = \frac{A_2^+ - \frac{A_e^+}{\alpha_n}}{A_2^- - \frac{A_e^-}{\alpha_n}} \quad (24)$$

A medida de $\frac{\mathcal{Q}^-}{\mathcal{Q}^+}$ por este método foi feita somente para o caso da Ag^{107} e nas energias de 20 e 26.8 Mev, onde a correção para aniquilação em vôo é desprezível.

FIG.18 : ESPECTRO DE FOTONS VIRTUAIS PARA O Cu^{63} EM APROXIMAÇÃO DE BORN E COM CORREÇÃO COULOMBIANA, CALCULADOS POR RODENBERG.

V-2-a) C^{12} : A fig. 13 mostra a função de excitação para a reação $C^{12} (e^-, e^+ n) C^{11}$. Sua forma é bastante semelhante às obtidas em reações de fotodesintegração.

A função de excitação para a reação $C^{12} (e^+, e^+ n) C^{11}$ não é mostrada na figura porque praticamente coincide com a outra.

Na fig. 14 é apresentada a razão $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ para o Carbono. Os erros experimentais são bastante grandes quando a energia se aproxima do limiar da reação. Nesta região, as contagens são baixas e as correções, para aniquilação em vôo, são grandes para as irradiações com pósitrons. Como o Z do carbono é baixo, a aniquilação em vôo predomina sobre a produção de bremsstrahlung, inclusive até em energias da ordem de 30 Mev.

Dentro dos erros experimentais, a razão $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ é aparentemente constante nas energias consideradas.

A Tabela V-1 mostra os valores usados na construção dos gráficos das figs. 13 e 14.

V-2-b) Ag^{107} : As funções de excitação para as reações $Ag^{107} (e^-, e^+ n) Ag^{106}$ e $Ag^{107} (e^+, e^+ n)$ são mostradas na fig. 15 e a razão $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ na fig. 16. Na tabela V-2 estão os valores usados para a construção dos gráficos. Também, aqui, $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ é aparentemente constante nas energias consideradas.

V-2-c) - VARIAÇÃO COM Z Além dos casos do C^{12} e Ag^{107} mediu-se, também, a razão $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ para o Cu^{63} e Ta^{181} na energia de 27 Mev, de modo a obter-se a dependência com Z. Os dados experimentais destas medidas estão na tabela V-3.

A fig. 17 mostra os resultados obtidos para $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ em função de Z, sugerindo uma variação aparentemente linear com Z.

V-2-d) VALORES DE $\frac{Q_-}{Q_+}$
PELO MÉTODO DAS
FOLHAS JUSTAPOSTAS

São os valores apresentados na tabela V-4. Os resultados são consistentes com os obtidos pelo outro método e podem ser vistos na figura 16, nas energias de 26,8 Mev (ponto com barras de erro inclinadas) e 20 Mev. O fato de que o resultado para os dois métodos tenha coincidido, dentro dos erros experimentais, é um indício seguro de que não há erros sistemáticos grandes na experiência.

V-2-e) SECÇÃO DE CHOQUE ABSOLUTA

Finalmente, as secções de choques absolutas são apresentadas na tabela V-5.

Tabela V- I

DADOS EXPERIMENTAIS E CORREÇÕES PARA O CARBONO

ALVO DE GRAFITE

Energia	A_T^+	A_T^-	f_a	f_g	A_e^+	A_e^-	$\frac{Q^-}{Q^+}$
21.0	8,3 $^{+1,5}_{-1,5}$	-	2,85 $^{+0,30}_{-0,30}$	0,068 $^{+0,004}_{-0,004}$	2,1 $^{+0,5}_{-0,5}$	-----	---
22.1	29,7 $^{+1,6}_{-1,6}$	16,3 $^{+0,5}_{-0,5}$	1,06 $^{+0,11}_{-0,11}$	0,066 $^{+0,003}_{-0,003}$	13,4 $^{+1,0}_{-1,0}$	15,3 $^{+0,5}_{-0,5}$	1,14 $^{+0,12}_{-0,12}$
23.1	54,5 $^{+2,2}_{-2,2}$	39,6 $^{+1,2}_{-1,2}$	0,51 $^{+0,05}_{-0,05}$	0,064 $^{+0,003}_{-0,003}$	34,4 $^{+1,9}_{-1,9}$	37,2 $^{+1,1}_{-1,1}$	1,08 $^{+0,07}_{-0,07}$
24.1	86 $^{+2}_{-2}$	70 $^{+2}_{-2}$	0,23 $^{+0,02}_{-0,02}$	0,062 $^{+0,002}_{-0,002}$	66,4 $^{+2,2}_{-2,2}$	65,9 $^{+1,9}_{-1,9}$	0,99 $^{+0,05}_{-0,05}$
25.1	121 $^{+4}_{-4}$	107 $^{+3}_{-3}$	0,14 $^{+0,01}_{-0,01}$	0,060 $^{+0,002}_{-0,002}$	100,5 $^{+3,6}_{-3,6}$	100,9 $^{+2,8}_{-2,8}$	1,00 $^{+0,04}_{-0,04}$
26.1	151 $^{+4}_{-4}$	139 $^{+3}_{-3}$	0,10 $^{+0,01}_{-0,01}$	0,059 $^{+0,002}_{-0,002}$	129,8 $^{+3,7}_{-3,7}$	131,2 $^{+2,8}_{-2,8}$	1,01 $^{+0,04}_{-0,04}$
31.5	266 $^{+5}_{-5}$	261 $^{+5}_{-5}$	0,046 $^{+0,005}_{-0,005}$	0,052 $^{+0,001}_{-0,001}$	241,3 $^{+4,5}_{-4,5}$	248,1 $^{+4,7}_{-4,7}$	1,03 $^{+0,03}_{-0,03}$

Valor Médio 1,03 $^{+0,04}_{-0,04}$

Tabela V - 2

DADOS EXPERIMENTAIS E CORREÇÕES PARA A PRATA

Energia	A_T^+	A_T^-	f_a	f_g	A_e^+	A_e^-	$\frac{q^+}{q^-}$
13,2	10,6 $\pm$ 0,7	11,3 $\pm$ 0,4	0,147 $\pm$ 0,027	0,100 $\pm$ 0,010	8,3 $\pm$ 0,7	10,3 $\pm$ 0,4	1,24 $\pm$ 0,11
14,2	18,9 $\pm$ 0,9	20,2 $\pm$ 0,8	0,105 $\pm$ 0,019	0,100 $\pm$ 0,010	15,3 $\pm$ 0,9	18,4 $\pm$ 0,8	1,20 $\pm$ 0,09
15,1	31,0 $\pm$ 1,3	34,0 $\pm$ 1,0	0,070 $\pm$ 0,013	0,100 $\pm$ 0,010	25,8 $\pm$ 1,3	30,9 $\pm$ 0,9	1,20 $\pm$ 0,07
16,7	63,0 $\pm$ 1,7	72,4 $\pm$ 1,3	0,040 $\pm$ 0,007	0,100 $\pm$ 0,010	53,6 $\pm$ 1,7	65,8 $\pm$ 2,7	1,23 $\pm$ 0,06
18,0	77,5 $\pm$ 4	94 $\pm$ 4	0,020 $\pm$ 0,004	0,100 $\pm$ 0,010	66,8 $\pm$ 4,0	85,4 $\pm$ 3,6	1,28 $\pm$ 0,09
20,3	98,5 $\pm$ 3	126 $\pm$ 4	0,008 $\pm$ 0,002	0,100 $\pm$ 0,010	85,2 $\pm$ 3,0	114,5 $\pm$ 3,6	1,34 $\pm$ 0,07
22,5	125 $\pm$ 4	150 $\pm$ 4	0,004	0,097 $\pm$ 0,005	110,5 $\pm$ 4,0	136,7 $\pm$ 3,6	1,24 $\pm$ 0,06
24,4	135 $\pm$ 4	170 $\pm$ 4	0,003	0,090 $\pm$ 0,005	119,7 $\pm$ 4,0	156,0 $\pm$ 3,7	1,30 $\pm$ 0,05
26,8	153 $\pm$ 3	184 $\pm$ 3	0,002	0,085 $\pm$ 0,004	137,4 $\pm$ 3,0	169,6 $\pm$ 2,8	1,23 $\pm$ 0,04
32,2	194 $\pm$ 3	238 $\pm$ 7	0,001	0,076 $\pm$ 0,004	175,9 $\pm$ 3,0	221,2 $\pm$ 6,5	1,26 $\pm$ 0,04

Valor Médio 1,25 $\pm$ 0,06

FIG.19: Valores da razão $\frac{\sigma_- - \sigma_+}{\sigma_+}$ em função do ângulo θ em diferentes energias para o espalhamento elastico no Al. (BUDINI • FURLAN)

Tabela V - 3
VALORES DE $\frac{Q^-}{Q^+}$ PARA O CARBONO, PRATA, COBRE E TÂNTALO NA ENERGIA DE 27 MEV

Núcleo	A_T^+	A_T^-	f_a	f_g	A_e^+	A_e^-	$\frac{Q^-}{Q^+}$
C ¹²	150, 5 ^{+2, 0}	144, 7 ^{+2, 0}	0, 071 ^{+0, 007}	0, 058 ^{+0, 002}	132, 7 ^{+1, 9}	136, 8 ^{+1, 9}	1, 03 ^{+0, 02}
Cu ⁶³	266, ⁺⁶	306 ⁺⁷	< 0, 001	0, 091 ^{+0, 004}	238, 1 ^{+5, 5}	280, 5 ^{+6, 5}	1, 18 ^{+0, 04}
Ag ¹⁰⁷	153 ⁺³	184 ⁺⁵	< 0, 001	0, 085 ^{+0, 004}	138, 7 ^{+2, 7}	169, 7 ^{+4, 5}	1, 22 ^{+0, 04}
Ta ¹⁸¹	6, 12 ^{+0, 15}	8, 11 ^{+0, 15}	< 0, 001	0, 106 ^{+0, 005}	5, 34 ^{+0, 15}	7, 53 ^{+0, 14}	1, 37 ^{+0, 05}

Tabela 4 - V
VALORES DE $\frac{Q^-}{Q^+}$ OBTIDOS PELO MÉTODO DAS FÓLHAS JUSTAPOSTAS ("STACKED-FOIL")

Energia Mev	A_1^-	A_2^-	A_1^+	A_2^+	α_n	tef mg/cm ²	t mg/cm ²	$\frac{Q^-}{Q^+}$
26, 8	290 ⁺⁴	1, 192 ⁺⁷	234 ⁺⁴	1, 110 ⁺⁸	1, 096 ^{+0, 05}	494	295	1, 21 ^{+0, 05}
20, 0	1, 309 ⁺¹⁰	5, 340 ⁺²⁵	103 ⁺³	492 ⁺⁷	1, 18 ^{+0, 06}	494	295	1, 24 ^{+0, 06}

Tabela V - 5
SEÇÕES DE CHOQUE ABSOLUTAS, EXPERIMENTAIS E TEÓRICAS

Núcleo	Valor experimental da seção de choque para a reação (e, e'n) milibarns	Energia	Valor teórico da seção de choque de absorção milibarns	
			Goldhaber e Teller	Brown
C ¹²	0,016 ± 0,03	27 Mev	0,76	0,067
Cu ⁶³	0,45 ± 0,09	27 Mev	4,9	-
Ag ¹⁰⁷	0,61 ± 0,11	27 Mev	11,3	-
Ta ¹⁸¹	19,5 ± 3,5	27 Mev	21,4	-

VI - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

VI - 1 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

VI -1-a) VARIACÃO DE $\frac{\sigma_-}{\sigma_+}$ COM A ENERGIA E COM Z

Verifica-se pelo exame da fig. 17, que a razão R entre as secções de choque para eletrodesintegração produzida por eletrons e pósitrons ($R = \frac{\sigma_-}{\sigma_+}$), é uma função crescente e aparentemente linear com Z . A dependência em relação à energia é mostrada nas figs. 14 e 16 para o caso de C^{12} e Ag^{109} . Os dados indicam que nos intervalos da energia considerados, a razão R é independente da energia.

Nas teorias da eletrodesintegração atualmente existentes, a secção de choque é calculada, usando-se para o eletrón incidente e espalhado ondas planas (aproximação de Born), ou funções de onda coulombianas.

A teoria de Blair⁽¹⁰⁾, desenvolvida em aproximação de Born de primeira ordem (resumida no capítulo II), conduz à seguinte expressão para a secção de choque para eletrodesintegração na energia E_0 :

$$\sigma_T(E_0) = \int_{E_l}^{E_0} \sigma_f(k) n(k, E_0) dk \quad (1)$$

Sendo $\sigma_f(k)$, a secção de choque para fotodesintegração na energia k e $n(k, E_0)$ o espectro de fotons virtuais.

$$n(k, E_0) = \frac{dk}{k} \propto \frac{1}{\eta} \left[\frac{E_0^2 + E^2}{E_c^2} - \frac{2EE_c}{m_0 C^2 k} - c \right] \quad \begin{array}{l} \text{expressão (9)} \\ \text{do capítulo II} \end{array}$$

$$C = 2 \frac{E}{E_0} \text{ para dipolo elétrico.}$$

$n(k, E_0)$ não depende portanto nem da carga da partícula incidente (eletron ou pósitron) nem do número atômico Z do núcleo alvo. A razão R é sempre igual a 1 e também independente da energia.

O uso da aproximação de Born e a admissão de núcleo pontual poderia, segundo Blair, causar um erro de ordem de 10%, na teoria, mas pelos resultados desta experiência o erro é aparentemente da ordem de 20% no caso de Tântalo. Para valores de Z baixos, a teoria de Blair se torna cada vez mais precisa como seria de se esperar considerando que a aproximação de Born é válida para $\alpha Z \ll 1$.

O uso da aproximação de Born se torna injustificável à medida que Z cresce. As funções de ondas exatas para o eletron ou pósitron sujeitos a um potencial coulombiano foram calculadas por Darwin⁽³⁶⁾. O cálculo da secção de choque se torna, entretanto, excessivamente trabalhoso e como alternativa se têm empregado as funções de onda coulombianas de Bethe-Maximon⁽²⁵⁾ e a aproximação de Born com ondas distorcidas.

Cálculos aplicando as funções de onda de Bethe-Maximon para o eletron e pósitron nos processos de eletrodesintegração foram feitos por Rodenberg.

As funções de onda de Bethe-Maximon são uma generalização relativística da solução exata da equação de Schrödinger para o caso de um eletron no campo coulombiano de um núcleo que é

$$\Psi = N e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}} U F \quad (2)$$

$\vec{p}$ = momento do eletron

N = fator de normalização

$U = U(\vec{p})$ = coeficientes matriciais normalizados de Dirac para um eletron de momento p

$F = F(\frac{\epsilon}{p}; 1; i \vec{p} \cdot \vec{r})$ = função hipergeométrica confluyente

$a = \alpha Z$, α = constante de estrutura fina

ϵ = energia em unidades de mc^2

$\epsilon^2 = p^2 + 1$

A partir da solução exata não relativística é construída uma função de onda aproximada que é solução da equação de Dirac de segunda ordem. Esta função de onda é da forma

$$\Psi = N e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}} (1 + \Omega) U F \quad (3)$$

Ω é determinado substituindo-se Ψ na equação de Dirac. Como resultado, Bethe-Maximon obtêm:

$$\Psi = \Psi_a + \Psi_b$$

sendo

$$\Psi_a = N_\ell e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}} U F$$

$$\Psi_b = -\frac{i}{2\epsilon} N_\ell e^{i \vec{p} \cdot \vec{r}} \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} F U \quad (4)$$

A função da onda $\Psi = \Psi_a + \Psi_b$ difere da função de onda exata de Darwin, dada por Mott e Massey (37), por termos da ordem de $\frac{\alpha^2 Z^2}{\ell}$ em que ℓ = momento angular do eletrão.

Empregando estas funções de onda, Rodenberg calculou a razão entre as secções de choque para espalhamento inelástico de eletrões e a secção de choque para a fotodesintegração. O espectro de fótons virtuais é, então, obtido incluindo a correção Coulombiana. A fig. 18 mostra o espectro de fótons virtuais calculado por Rodenberg para o caso de Cu^{63} . Verifica-se que o espectro calculado incluindo a correção coulombiana está abaixo do calculado usando-se a aproximação de Born, indicando, portanto, número menor de fótons virtuais.

O mesmo processo de cálculo foi usado por Rodenberg para o cálculo da razão entre as secções de choque de espalhamento inelástico de pósitrons e a secção de choque para fotodesintegração. O resultado foi o mesmo que para eletrões, o que conduz à conclusão inesperada de que a razão $\frac{\sigma_{\text{rel}}}{\sigma_{\text{Born}}}$ calculada, incluindo-se a correção coulombiana, é também igual a 1 e independente de Z em desacôrdo com a experiência de Pine e Barber (18) e com o presente trabalho.

Outro resultado inesperado e em desacôrdo com os da dos experimentais é o espectro de fótons virtuais da fig. 18. A razão entre a secção de choque para eletrodesintegração produzida por eletrons e a secção de choque para fotodesintegração tem sido medida por diversos experimentadores. O caso do Cu^{63} foi medido por Brown e Wilson ⁽⁷⁾ que compararam seus dados experimentais com a teoria da eletrodesintegração em aproximação de Born. O valor de F definido pela expressão (4) do capítulo V, foi medido e os pontos experimentais estão sempre abaixo dos valores teóricos.

Como F é proporcional a $\frac{F_{\text{teor}}}{F_{\text{exp}}}$, se F (Aprox Born) é maior que F (exp), então $F_{\text{e}}(\text{exp.})$ é maior que $F_{\text{e}}(\text{Aprox Born})$. Entretanto, os resultados da teoria de Rodenberg são exatamente contrários, isto é, $F_{\text{e}}(\text{Rodenberg}) < F_{\text{e}}(\text{Aprox Born}) < F_{\text{e}}(\text{exp.})$, visto que o número de fótons virtuais, nos cálculos de Rodenberg, é inferior ao obtido em aproximação de Born (fig. 18)

Desta forma, a introdução da correção coulombiana para as funções de onda do eletron, em vez de levar a uma secção de choque mais concordante com a experiência, deu como resultado valores ainda mais afastados dos dados experimentais, afastamento que é tanto maior quanto maior for Z , pois na teoria de Rodenberg a diferença entre os espectros de fótons virtuais, incluindo a correção coulombiana e sem a correção coulombiana, aumenta com Z . Admitindo-se como correta esta teoria, os dados experimentais somente poderiam ser conciliados com a teoria, se se admitisse que a absorção na região da ressonância gigante teria grandes contribuições de quadrupolo elétrico e, talvez, de monopolo elétrico. Assim, a ressonância gigante para os elementos pesados não mais poderia ser chamada de ressonância de dipolo.

Uma causa possível desta discrepância entre teoria e experiência poderia ser a função de onda usada nos cálculos e cujo emprêgo não seria justificado no caso de espalhamento inelástico. Isto seria verdade, caso os momentos angulares baixos produzissem uma contribuição apreciável para a secção de choque, visto que as funções de onda de Bethe-Maximon diferem das funções exatas por termos da ordem de $(\frac{\alpha Z}{l})^2$.

Um cálculo da ordem de grandeza do valor efetivo da transferência de momento q , no processo de eletrodesintegração, é feito a seguir.

O valor médio da transferência de momento $\bar{q}$ é:

$$\bar{q} = \frac{\int \frac{d\sigma_e}{d\Omega} q d\Omega}{\int \frac{d\sigma_e}{d\Omega} d\Omega} \quad (5)$$

$\frac{d\sigma_e}{d\Omega}$ pode ser obtido da expressão (17) do capítulo II.

$$\vec{q} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2 \quad |\vec{q}|^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 p_2 \cos \theta$$

$$|\vec{q}| = \frac{1}{(\hbar c)} (E_1^2 + E_2^2 - 2E_1 E_2 \cos \theta)^{1/2}$$

E_1 = energia do eletrôn incidente.

E_2 = energia do eletrôn espalhado

$E_2 = E_1 - E_0$

E_0 = energia da ressonância gigante

A partir do valor médio de q , determina-se o ângulo efetivo θ de espalhamento. Para o caso do espalhamento inelástico de eletrons de 27 Mev pela prata, $\theta \simeq \frac{\pi}{4}$.

Para se ter uma idéia do parâmetro de choque, toma-se a expressão para o parâmetro de choque no espalhamento elástico de Rutherford:

$$b = \frac{Z e^2}{E \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} = 6 \cdot 10^{-13} \text{ cm para a Ag}$$

$$\ell = m v b = m v \lambda_c \frac{b}{\lambda_c}$$

λ_c = comprimento de onda de Compton

$$\ell = \frac{E}{m C^2} \frac{b}{\lambda_c}$$

$$\frac{b}{\lambda_c} \sim \frac{1}{80}$$

Portanto, para $E \simeq 30 \text{ Mev}$ $\ell \sim 1$ indicando que os valores baixos de ℓ podem ser importantes na eletrodesintegração.

O fato de as ondas de momentos angulares ℓ pequenos contribuírem de maneira apreciável para a secção de choque que pode explicar a discordância entre os valores absolutos da secção de choque calculada por Rodenberg e os valores experimentais, mas não justifica que a razão $R = \frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ seja igual a 1 em seus cálculos.

A teoria de Rodenberg, como se vê, está em desacordo com os resultados da presente experiência e com os de outros experimentadores.

As secções de choque para espalhamento inelástico de eletrons e pósitrons por núcleos, para absorção de quadrupolo e multipolos de ordem mais elevada, foram calculadas por Onley, Reynolds e Wright ⁽²⁴⁾. É feito uso da aproximação de Born com ondas distorcidas, que consiste no uso de ondas parciais com a mesma distorção, tanto para o eletron incidente como para o eletron espalhado. A energia de excitação nuclear é considerada desprezível em comparação com a energia do eletron incidente de forma que as energias dos eletrons, antes e depois do espalhamento, são iguais. O cálculo conduz a secções de choque diferentes para eletrons e positrons com $\sigma_e^- > \sigma_e^+$. Segundo Onley, o efeito do potencial coulombiano seria o de contrair o comprimento de onda do eletron perto de superfície nuclear. Dizendo de outra maneira, isto representa uma aparente dilatação do raio do núcleo da ordem de $\frac{\alpha Z}{E}$ e correspondentemente uma contração para pósitrons. A aproximação de Born poderia então ser aplicada desde que se corrigisse o raio nuclear, correção essa que é negativa para pósitrons e positiva para eletrons. Para eletrons, o fator de correção satura para Z da ordem de 40.

Mesmo considerando que esta teoria se refere à absorção de quadrupolo elétrico e que somente a parte escalar da hamiltoniana foi levada em conta, há um certo acôrdo qualitativo com os resultados da presente experiência.

FIG. 20: CURVA DE ATIVAÇÃO PARA A REAÇÃO $C^{12}(r,n)C^{11}$

FIG. 21: CURVA DE ATIVAÇÃO PARA A REAÇÃO $\text{Cu}^{63}(\tau, n)\text{Cu}^{62}$

FIG. 22: ESCALA DE ENERGIA

Outros cálculos teóricos que podem ser comparados qualitativamente com este trabalho são os referentes ao espalhamento elástico de eletrons e positrons que são mais abundantes na literatura.

A aproximação de Born, aplicada ao processo de espalhamento elástico, conduz, como no caso da eletrodesintegração, a resultados iguais para as secções de choque σ_+ e σ_- (σ_+ e σ_- são as secções de choque diferenciais para espalhamento elástico de positrons e eletrons).

O tratamento rigoroso do espalhamento elástico de eletrons e pôsitrons, por um núcleo pontual, foi feito por Mott (38) que apresenta a secção de choque sob a forma de uma série infinita. McKinley e Feshbach (39) colocaram o resultado de Mott sob a forma de uma série de potências em α (constante de estrutura fina) e a aplicaram ao espalhamento de eletrons. Feshbach (40) aplicou a mesma fórmula ao cálculo de σ_+ e σ_- , obtendo para a razão $\frac{\sigma_-}{\sigma_+}$, valor crescente com Z e com o ângulo de espalhamento. Para ângulos da ordem de 150° , o valor de $\frac{\sigma_-}{\sigma_+}$ chega a ser 10 para $Z = 80$ e energias acima de 4 Mev, mas não muito altas para aparecerem efeitos de tamanho do núcleo.

Estes resultados para $\alpha Z \leq 0,2$ podem ser colocados sob a seguinte forma:

$$\sigma^\pm = \sigma_R (1 - \beta^2) \left[1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \pm \alpha \beta Z \pi \sin \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2}) \right] \quad (6)$$

Tomando-se a razão $R' = \frac{\sigma_- - \sigma_+}{\sigma_- + \sigma_+}$ têm-se:

$$R' = \alpha Z \pi \frac{\sin \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2}) \sqrt{1 - \frac{\mu^2}{E^2}}}{\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{\mu^2}{E^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad (7)$$

R' é, portanto, linear com Z e crescente com θ , concordando qualitativamente com os dados obtidos nesta experiência, desde que para $R' \ll 1$, têm-se $\frac{\sigma^-}{\sigma^+} = 1 + 2R'$.

Barber e Pine mediram a razão $R = \frac{\sigma^-}{\sigma^+}$, para eletrodesintegração na energia de 250 Mev para os alvos C, Cu, Ag e Ta, chegando à conclusão de que σ^- é ligeiramente maior que σ^+ , mas não mais que 2%. A presente experiência em 27 Mev deu como resultado para R o valor de 1,22 no caso da Ag. Para justificar a consistência destas duas experiências, pode-se compará-las qualitativamente aos cálculos de espalhamento elástico.

Budini e Furlan ⁽⁴¹⁾ calcularam a razão $\frac{\sigma^- - \sigma^+}{\sigma^- + \sigma^+} = 1 - R$ no espalhamento elástico em aproximação de Born de segunda ordem para $Z = 12$ e para diferentes energias. Os resultados podem ser vistos na fig. 19. Tal comportamento das seções de choque foi comprovado por Goldemberg, Pine, Yount ⁽⁴²⁾ que mediram $R' = \frac{\sigma^- - \sigma^+}{\sigma^- + \sigma^+}$ para o Co e Bi em 300 Mev. Inicialmente R' aumenta com θ , correspondendo a um comportamento idêntico ao caso de núcleo pontual. Quando o eletrão começa a penetrar na distribuição nuclear de carga σ^- se torna menor que σ^+ e R' se torna negativo. À medida que θ cresce mais ainda, o comportamento de R' torna-se oscilatório, o que se deve ao fato de que os mínimos das figuras de difração para eletrão e pósitrons ocorrem para diferentes ângulos θ .

Drell e Pratt ⁽⁴³⁾, calculando R' também em aproximação de Born de segunda ordem, mostram que, para ângulos que são pequenos quando comparados ao ângulo em que ocorre o primeiro zero da aproximação de Born de primeira ordem, R' é dada por

$$R' = \frac{\alpha Z G(q)}{E}$$

sendo $G(q)$ uma função somente da transferência de momento q e do modelo da distribuição de carga nuclear.

Os dados da presente experiência na energia de 27 Mev e os de Pine-Barber⁽¹⁸⁾ em 250 Mev são consis tentes com a curva da fig. 19, obtida em aproximação de Born de segunda ordem. A energias altas, o ângulo efetivo θ , no espalhamento inelástico, definido na expressão (5) é pe queno e para energias decrescentes tende a crescer.

Isto explica qualitativamente os valores de 1,025 obti dos por Pine e Barber em 250 Mev e 1,22 obtidos em 27 Mev, no presente trabalho.

VI - 1 -b) SECÇÃO DE CHOQUE ABSOLUTA

A tabela V-5 mostra os valores absolutos da sec ção de choque de eletrodesintegração obtidos nesta experiên cia comparados aos valores teóricos dos modelos de Gold haber e Teller e de Brown. Os valores experimentais cor respondem às secções de choque para as reações $(e, e'n)$ ao passo que os valores teóricos correspondem às secções de choque totais, incluindo os processos $(e, e'n) + (e, e'p) + (e, e'np)$ etc. Para os núcleos Ag e Ta σ_{exp} é a proximadamente igual à secção de choque total, o que não é verdade para os núcleos leves como o C^{12} .

Baseando-se nos trabalhos de Katz e Cameron⁽⁴⁴⁾, que mediram a secção de choque (γ, n) e Halpern e Mann⁽⁴⁵⁾, que mediram a (γ, p) , tôdas em 22 Mev, a fração $\frac{\sigma(\gamma, n)}{\sigma_{absorção}}$ é igual a 0,32. Fazendo-se a hipótese de que essa relação se conserve em 27 Mev, ter-se-ia para a sec ção de choque de absorção do C^{12} o valor de 0,050 milibarns comparado com o valor teórico de 0,067 milibarns obtida no modelo de Brown e 0,76 milibarns no modelo de Goldhaber e Teller. Portanto, o acôrdo da experiên cia com o modelo de Brown é razoável.

Para os outros núcleos, não existem cálculos do ele mento de matriz no modelo de Brown e a comparação é fei ta com o modelo de Goldhaber e Teller. Verifica-se que, no caso de Ta^{181} , o acôrdo com este modelo é, também, ra zoável.

Os resultados da presente experiência parecem indicar que a razão entre as secções de choque para eletrodesintegração produzida por eletrons e pósitros aumenta linearmente com Z e é independente da energia entre 13 e 32 Mev para os elementos investigados. Deve-se notar, entretanto, que estes resultados não excluem a hipótese de que haja uma variação de $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$ com tendência à saturação para Z elevado.

Os dados do presente trabalho estão em desacordo com as previsões das teorias atualmente existentes sobre o processo de eletrodesintegração, uma vez que, tanto os cálculos de Rodenberg, usando funções de onda coulombianas, quanto os de Blair e outros, em aproximação de Born, fornecem o valor 1 para a razão $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$. Diante disto, sugere-se um cálculo mais aproximado das secções de choque σ^- e σ^+ que poderia ser realizado em duas etapas. A primeira seria a repetição dos cálculos de Rodenberg, em virtude de seu resultado inesperado e a segunda, dependendo dos resultados da primeira, seria a correção das funções de onda coulombianas de Bethe-Maximon com a introdução da contribuição das ondas de momentos angulares pequenos. Um esboço deste cálculo é apresentado no Apêndice D.

A comparação das secções de choque absoluta, apesar dos grandes erros experimentais, com as previsões do modelo de Goldhaber e Teller, mostra a falha completa deste modelo para elementos leves e intermediários, ao passo que para o Ta^{181} , o acordo é razoável.

Finalmente, a comparação da secção de choque experimental, no caso do C^{12} , com o valor previsto no modelo de Brown, indica um acordo satisfatório.

APÊNDICE A

O PROBLEMA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM UM ALVO IRRADIADO POR ELETRONS

O radiador de pósitrons tem uma espessura que é muito menor que seu diâmetro, podendo o problema da transmissão do calor ser estudado em uma dimensão sòmente. A variação de temperatura com a espessura será desprezada, e considerar-se-á sòmente a variação radial a partir do centro do feixe.

Considerando um volume qualquer $d\tau$ em r pode-se escrever:

Calor produzido + calor que entra = calor que sai.

$$\begin{aligned}\text{Calor produzido} &= \int W(t, r) d\tau \\ \text{Calor que entra} &= -c\rho \int \frac{dU}{dt} d\tau\end{aligned}$$

Sendo: $W(t, r)$ = fonte de calor, isto é, o calor produzido pelo feixe de eletrons em $\frac{\text{cal}}{\text{cm}^3 \text{ seg}}$

$U(t, r)$ = temperatura em $^{\circ}\text{C}$

C = Calor específico $\frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}\text{C}}$

ρ = densidade $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Quanto ao calor que sai de $d\tau$ uma parte sairá por condução e outra devido ao resfriamento pela água e por radiação:

$$\text{Condução: } \int -k_o \vec{\nabla} U \cdot \vec{ds} = - \int k_o \nabla^2 U d\tau$$

$$\begin{aligned}\text{radiação e resfriamento à água} &= h (U - U_o) ds = \\ &= h (U - U_o) \frac{d\tau}{\delta}\end{aligned}$$

Sendo k_o = condutividade térmica do alvo em $\frac{\text{cal}}{\text{cm}^2 \cdot \text{seg}}$
 δ = espessura do alvo em cm.

$$h = h_c + h_r \left(\frac{\text{cal}}{\text{seg. cm}^2 \cdot ^\circ \text{C}} \right)$$

h_c = condutância de transferência de calor por convecção para a água.

h_r = condutância para transferência de calor por radiação no vácuo.

U_o = temperatura ambiente.

Assim, chega-se à equação:

$$W(t, r) - C \rho \frac{dU}{dt} = \frac{h}{\delta} (U - U_o) - k_o \nabla^2 U$$

tomando-se $W(t, r) = \text{constante}$,

$$\frac{C \rho}{k_o} = \frac{1}{\alpha}, \quad \frac{h}{\delta k_o} = \beta^2, \quad U_o = 0$$

e rearranjando os termos:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\delta U}{\delta t} + \beta^2 U = \nabla^2 U + \frac{W}{k_o} \quad (A-1)$$

A solução geral desta equação será igual à soma da solução estacionária, em que $\frac{\delta U}{\delta t} = 0$, com a solução dependente do tempo e apresentará formas diferentes U_1 para $r < r_o$ e U_2 para $r > r_o$, sendo r_o o diâmetro do feixe.

A solução geral para a equação (A-1) é:

$$r < r_o \quad U_1 = A_1 J_o(\beta r) + B_1 Y_o(\beta r) + \left[A_1' J_o(kr) + B_1' Y_o(kr) \right] e^{-(k^2 + \beta^2) \alpha t} + \frac{W}{k_o \beta^2}$$

$$r > r_o \quad U_2 = A_2 J_o(\beta r) + B_2 Y_o(\beta r) + \left[A_2' J_o(kr) + B_2' Y_o(kr) \right] e^{-(k^2 + \beta^2) \alpha t}$$

As condições de contorno são:

$$\begin{aligned}U_1(0, t) &= \text{finito} \\U_2(r_1, t) &= 0 \\U_1(r_0, t) &= U_2(r_0, t) \\U_1'(r_0, t) &= U_2'(r_0, t)\end{aligned}\tag{A-2}$$

J_0 e Y_0 são funções de Bessel de 1a. e 2a. espécies e ordem zero.

e a condição inicial.

$$U(r, 0) = \text{constante} = T_0 = \text{Temperatura inicial.}$$

Aplicando as condições de contorno, chega-se à seguinte solução:

$$U_1(r, t) = \frac{W}{k_0 \beta^2} + A_1 J_0(\beta r) + \sum C_m J_0(k_m r) e^{-\alpha(k_m^2 + \beta^2)t}\tag{A-3}$$

$$U_2(r, t) = A_2 J_0(\beta r) + B_2 Y_0(\beta r) + \sum C_m J_0(k_m r) e^{-\alpha(k_m^2 + \beta^2)t}$$

Os k_m são as raízes da equação

$$J_0(kr_1) = 0$$

$$C_m = \frac{2T_0}{r_1 k_m J_1(k_m r_1)}$$

$$A_1 = \frac{K_1 - K_2}{K_3} \cdot \frac{W}{k_0 \beta^2}$$

$$A_2 = \frac{K_2}{K_3} \cdot \frac{W}{k_0 \beta^2}$$

$$K_1 = Y_1(\beta r_0) J_0(\beta r_1)$$

$$K_2 = Y_0(\beta r_1) J_1(\beta r_0)$$

$$K_3 = J_0(\beta r_1) J_1(\beta r_0) \left[Y_0(\beta r_0) + Y_0(\beta r_1) \right] - J_1(\beta r_0) Y_0(\beta r_1) - Y_1(\beta r_0) J_0^2(\beta r_0)$$

O alvo usado na produção de positrons foi uma lâmina de tungstênio de 0,125 cm de espessura.

As constantes para o tungstênio são:

$$\rho = 17 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$k_0 = 9 \frac{\text{cal}}{\text{s} \cdot \text{cm}^{\circ} \text{C}} \quad \alpha = 0,155 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$$

$$C = 0,034 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ} \text{C}}$$

$$\text{Para } h \text{ pode-se tomar um valor de } 300 \frac{\text{Btu}}{\text{hr} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^{\circ} \text{F}}$$

ou seja:

$$12,5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{cal}}{\text{s} \cdot \text{cm}^2 \cdot ^{\circ} \text{C}}$$

$$\beta^2 = \frac{h}{k_0 \delta} = 1,38 \text{ cm}^{-2}$$

$$\beta = 1,18 \text{ cm}^{-1}$$

A dependência em relação ao tempo é determinada pela exponencial:

$$e^{-(\alpha \beta^2 + \alpha k_m^2) t}$$

$$\text{Portanto, a constante de tempo é } \frac{1}{\alpha \beta^2 + \alpha k_m^2} = \tau_m$$

Com $r_1 = 1,2 \text{ cm}$, acha-se:

$$\tau_1 = 1,2 \text{ segundos}$$

FIG 23: Secção de choque de espalhamento inelástico de eletrons pela Ag^{107} no modelo de Goldhaber e Teller.

FIG. 24: Elemento de matriz para o espalhamento inelástico de eletrons pelo Cl_2 no modelo de Brown, calculados por Lewis e Walecka

$$\tau_2 = 0,29 \text{ segundos}$$

$$\tau_3 = 0,12 \text{ segundos}$$

Considerando que a condutância de transferência de calor deve estar entre $12,5 \cdot 10^{-3}$ e $12,5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{cal}}{\text{s} \cdot \text{cm}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$.

a temperatura, no equilíbrio, no ponto $r = 0$, estará entre 1.360°C e 680°C para uma potência dissipada da ordem de 500 watts. Isto mostra que o conversor usado não pode ser submetido a potência muito maior que 500 watts., visto que o ponto de fusão do ouro é de 1060°C .

O acelerador pode produzir feixes de potência até 4kw. A solução para a construção de um conversor que suportasse essa potência, sem se fundir, seria a movimentação ou o resfriamento com gases liquefeitos. A solução mais econômica é a movimentação do conversor em relação ao feixe de forma que este bombardeie uma área maior.

APÊNDICE B

DETERMINAÇÃO DA ESCALA DE ENERGIA

Na determinação da escala de energia do acelerador foi empregado o método usual que consiste na medida dos limimiares de reações fotonucleares. As reações escolhidas foram $C^{12}(\gamma, n)C^{11}$ e $Cu^{63}(\gamma, n)Cu^{62}$ e seus limiares são de 18,72 Mev e 10,84 Mev respectivamente.

Para obtenção do feixe de bremsstrahlung foi colocado um alvo fino de chumbo cuja espessura era de 30 mg/cm^2 . Os eletrons, após atravessarem o alvo, eram coletados no copo de Faraday que era então usado indiretamente como monitor de feixe de bremsstrahlung. A amostra a ser inadiada era colocada em uma posição frontal distante 50 cm do alvo de bremsstrahlung. Os alvos escolhidos foram grafite e cobre natural. A radioatividade induzida foi medida usando-se dois cintiladores em coincidência, a fim de diminuir a radiação de fundo.

Foi usado um analisador de 256 canais e um monocanal. O analisador de um canal foi ajustado de modo a deixar passar sõmente a linha de 511 kev proveniente de aniquilação dos positrons emitidos pelos nûcleos residuais C^{11} e Cu^{62} . O analisador multicanal registrava então uma linha pura de 511 kev correspondente ao outro raio gama emitido na aniquilação do positron.

As figuras 20, 21 e 22 mostram as curvas de ativação para $C^{12}(\gamma, n)C^{11}$, $Cu^{63}(\gamma, n)Cu^{62}$ e a curva de calibração de energia em função da frequência na Ressonância Magnética Nuclear.

A linearidade entre a frequência da Ressonância Magnética Nuclear e a corrente nos enrolamentos do eletroimã foi verificada.

APÊNDICE C

C-1- CÁLCULO DA CORREÇÃO PARA ANIQUILAÇÃO EM VÔO

A correção $\frac{A_a}{A_\gamma}$ é dada por:

$$\frac{A_a}{A_\gamma} = \frac{\int_{E_\ell}^{E_0 - \mu} \frac{d\sigma_a}{dk} \sigma_\gamma(k) dk}{\int_{E_\ell}^{E_0 - \mu} \frac{d\sigma_B}{dk} \sigma_\gamma(k) dk} \quad (C-1)$$

$\frac{d\sigma_B}{dk}$ é a secção de choque para produção de bremsstrahlung (Bethe-Heitler), com a correção de "screening" e tem a seguinte forma, adaptada para facilitar a computação (49):

$$x \quad \frac{d\sigma_B}{dk} = \overline{\phi} H \frac{dk}{k} \quad (C-2)$$

$$H = \left[1 + \left(\frac{E_0}{E} \right)^2 - \frac{2}{3} \frac{E_0}{E} \right] a + \left[\frac{2}{3} \frac{E_0}{E} \right] d \quad (C-3)$$

E_0 = energia inicial do eletrón

$E = E_0 - k$ = energia final do eletrón

$$\overline{\phi} = Z(Z+1) r_0^2 \alpha = 5,794 Z(Z+1) 10^{-28} \text{ cm}^2 \quad (C-4)$$

$E = E_0 - k$ = energia final do eletrón

k = energia do fóton

μ = massa de repouso do eletrón

Z = número atômico

$$a = \phi_1(\gamma) - \frac{4}{3} \log Z \quad (C-5)$$

$$\gamma = \frac{100 \mu k}{EE_0 Z^{1/3}} \quad (C-6)$$

$$\phi_1(\gamma) = 19,24 - 4 \log \left(\gamma + \frac{2}{3 + \gamma} \right) - 0,12 e^{-\frac{\gamma}{3}} \quad (C-7)$$

$$\begin{aligned} d &= (0,6 - \gamma)^2 + 0,027 \text{ para } \gamma \leq 0,80 \\ d &= 0 \text{ para } \gamma > 0,80 \end{aligned} \quad (C-8)$$

$\frac{d\gamma_a}{dk}$ foi deduzida da fórmula de $\frac{d\gamma_a}{d\Omega}$ dada por Kendall e Deutsch⁽³⁴⁾, e tem o seguinte valor:

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma_a}{dk} = & - 2,053 \cdot 10^{-2} B(k) \frac{E_0 + \mu}{p} \left[\frac{1}{(E_0 + \mu - p \cos \theta)^2} - \right. \\ & \left. - \frac{3\mu + E_0}{2\mu(E_0 + \mu)(E_0 - p \cos \theta)} + \frac{(E_0 + \mu - p \cos \theta)^2}{2(E_0 + \mu)^2(E_0 - p \cos \theta)^2} \right] \end{aligned} \quad (C-9)$$

Sendo

$$B(k) = 2\pi \mu \left(\frac{E_0 + \mu}{E_0 - \mu} \right)^{1/2} \frac{1}{k^2} \quad (C-10)$$

$$p = (E_0^2 - \mu^2)^{1/2} \quad (C-11)$$

$$\cos \theta = \left(\frac{E_0 + \mu}{E_0 - \mu} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{\mu}{k} \right) \quad (C-12)$$

$$k = \mu \left[1 - \left(\frac{E_0 - \mu}{E_0 + \mu} \right)^{1/2} \cos \theta \right]^{-1} \quad (C-13)$$

Para Q_y foram usados os valores experimentais de Mutsuro et al.⁽⁵⁰⁾ e Diven e Almy⁽⁵¹⁾ (fig. 9) para Ag^{107} e de Fultz et al.⁽³⁵⁾ (fig. 10) para o C^{12} .

O programa usado para o cálculo no computador foi o seguinte:

```

.DIMENSION SIGA (150)
READ, Z, FIB, PLO, DT, K, ETH
DO 1 I = 1, K
1 READ, SIGA (I)
47 READ, EO, PONTS
IPO = PONTS
EMAI5 = EO + .510969
EMENS = EO - .510969
UVA = SQRT (EMENS/EMAI5)
PE = SQRT (EO * EO) - .26108932)
CAMAX = . 510969/(1.-UVA)
IF (SENSE SWITCH 1) 21,22
21 PASSO = (EMENS - ETH)/PONTS
GO TO 23
22 PASSO = (CAMAX-ETH) / PONTS
23 PAS2 = PASSO * 2.
F = .0
SALVA = .0
CA = ETH + PASSO
DO 2 I = 2, IPO, 2
IF (SENSE SWITCH 1) 24,25
24 SUBR 30
GO TO 2
25 SUBR 31
2 CONTINUE
SALVA = F * 4.
F = .0
CA = ETH + PAS2
IPO = IPO - 1
DO 3 I = 3, IPO, 2
IF (SENSE SWITCH 1) 26,27
26 SUBR 30
GO TO 3
27 SUBR 31

```

```

3  CONTINUE
   SALVA = SALVA + F * 2.
   F = .0
   CA = ETH
   IF (SENSE SWITCH 1) 28,29
28  SUBR 30
   GO TO 41
29  SUBR 31
41  SALVA = SALVA + F
   F = .0
   IF (SENSE SWITCH 1) 42,43
42  CA = EMENS
   SUBR 30
   SALVA = (SALVA + F) * PASSO * .33333333
   GO TO 44
43  CA = CAMAX
   SUBR 31
   SALVA = (SALVA + F) * PASSO *.33333333*Z
44  PUNCH 7,EO, SALVA
7   FORMAT (F8.1, 2XE14.7)
   IF (SENSE SWITCH 2) 45,46
45  STOP
46  PAUSE
   GO TO 47
30  E = EO - CA
   EU = E/EO
   GAMA = 50.*CA/(EO*E*Z** .33333333)
   IF (GAMA - .8) 91, 91, 92
91  D = (.8 - GAMA) **2+ .027
   GO TO 93
92  D = .0
93  A = 19.24-4.*LOG (GAMA + 2./(3.+GAMA))
   -. 12 * EXP (-GAMA/3,) - PLO
   DSDK = (A+(A*EU-. 66666667*(A-D))*EU)/ CA
   DSDK = DSDK * FIB
99  PATO = (CA - ETH)* DT + 1.
   IPATO = PATO
   PETO = IPATO
   IF (PATO - PETO) 94,95,94
95  SUGA = SIGA (IPATO)

```

```

GO TO 96
94 SUGA = (SIGA (IPATO) + SIGA (IPATO+ 1)/2
96 F = F+DSDK * SUGA
   IF (SENSE SWITCH 3) 97,98
97 PUNCH 101,CA, DSDK
101 FORMAT (2E20.7)
98 CA = CA + PAS2
   RETURN
31 CAS = (1.-. 510969/CA) /UVA
   ARJ = EO - PE * CAS
   ARG = . 510969 + ARJ

   EFE = 1./ (ARG*ARG) - (1.532907+EO) /
   (1.021938 * EMAIS * ARJ)
   EFE = - 1./ (ARG * ARG) - (1.532907 + EO) /
   (EMAIS* (EMAIS* ARJ* ARJ))*EMAIS/
   /PE*2.053E-02
   DSDK = 6.2831 * .510969*EFE/(UVA*CA*CA)
GO TO 99
END

```

C-2- CÁLCULO DA CORREÇÃO $f_{\gamma} = \frac{A_{\gamma}}{A_e}$

A correção f_{γ} é dada por:

$$f_{\gamma} = N t_{ef} \frac{\int_{E_l}^{E_0 - \mu} \frac{d\sigma_B}{dk} \sigma_{\gamma}(k) dk}{\int_{E_l}^{E_0 - \mu} n(E_0, k) \sigma_{\gamma}(k) dk} \quad (C-14)$$

Onde o numerador da expressão (14) é o denominador da expressão (1) e

N = número de núcleos por grama no alvo

$$t_{ef} = \frac{t}{2} \quad t = \text{espessura do alvo em } \frac{g}{cm^2}$$

$n(E_o, k)$ = espectro de fotons virtuais dado pelas expressões
(4) e (9) do capítulo II.

O programa usado para o cálculo no computador foi o seguinte:

```

      DIMENSION SIGA (150)
      READ, Z, FIB, PLO, DT, K, ETH, VTEF
      DO 1 I = 1,K
1      READ, SIGA (I)
      50 READ, EO, PONTS
      IPO = PONTS
      EMENS = EO-. 510969
      PASSO = (EMENS-ETH)/PONTS
      PAS2 = PASSO*2.
      F1 =.0
      F2 = .0
      SALV 1 = .0
      SALV2 = .0
      CA = ETH + PASSO
      DO 2 I = 2,IPO, 2
      SUBR 32
2      CONTINUE
      SALV 1 = F 1 * 4.
      SALV2 = F2 * 4.
      F1 =.0
      F2 =.0
      CA = ETH + PAS2
      IPO = IPO-1
      DO 3 I = 3,IPO, 2
      SUBR 32
3      CONTINUE
      SALV 1 = SALV 1 + F 1 * 1.
      SALV2 = SALV2 + F2* 2.
      F 1 = .0
      F 2 = .0
      CA = ETH

```

```

SUBR 32
SALV 1 = SALV 1 + F 1
SALV 2 = SALV 2 + F 2
F 1 = .0
F 2 = .0
CA = EMENS
SUBR 32
SALV 1 = SALV 1 + F 1
SALV 2 = SALV 2 + F 2
AGAE = VTEF * FIB * 430.39819
AGAE = AGAE * SALV 1 / SALV 2
PUNCH 5, Z, EO, AGAE
5   FORMAT (F 5.1, F 10.1, E 16.7)
    IF (SENSE SWITCH 1) 47,48
48  PAUSE
    GO TO 50
47  STOP
32  E = EO - CA
    EU = E/EO
    E2 = EU * EU

ENE = ( ( 1.+E2) * LOG (2.*EO*E/(.510969*CA))
      -2. *EU) /CA
GAMA = 50. * CA/ (EO * E * Z** . 33333333)
IF (GAMA -.8) 91,91,92
91  D = (.8-GAMA) ** 2 + 0.27
    GO TO 93
92  D = .0
93  A = 19.24 - 4. * LOG (GAMA + 2./ (3.+GAMA))
    -.12 * EXP (- GAMA /3.) - PLO

DSDK = (A + (A * EU -.66666667 * (A-D) )
      * EU) / CA
PATO = (CA - ETH) * DT + 1
IPATO = PATO
PETO = IPATO
IF (PATO - PETO) 94, 95, 94
94  SUGA = (SIGA (IPATO) + SIGA (IPATO + 1) )
    *.5

    GO TO 96
95  SUGA = SIGA (IPATO)

```

```

96      F 1 = F 1 + DSDK * SUGA
        F 2 = F 2 + ENE * SUGA
        CA = CA + PAS 2
        RETURN
        END

```

C-3 . CÁLCULO DAS SECÇÕES DE CHOQUE $\frac{d\sigma}{d\Omega}$
 NOS MODELOS DE GOLDHABER E TELLER E BROWN

A secção de choque diferencial para espalhamento inelástico pela ressonância gigante no modelo de Goldhaber e Teller é dada pela expressão (17) do capítulo II:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{E_o - k}{E_o} \frac{8\pi\alpha^2}{q^4} \left| \langle 0 | M_o(q) | 0 \rangle \right|^2 \left(\frac{N}{A} \right)^2 \frac{\hbar^2 \Delta^2}{2 \left(\frac{NZ}{A} \right) M} \cdot \frac{1}{k} \left[V_L(\theta) + 2 \left(\frac{\omega}{q c} \right)^2 V_T(\theta) \right]$$

A secção de choque de eletrodesintegração é dada pela integral:

$$\sigma(E_o) = 2\pi \int_{\theta_{\min}}^{\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin \theta d\theta = \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} \frac{1}{p_1 p_2} \cdot \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) dq$$

$$q_{\min} = \left| \frac{1}{\hbar^2} (p_1 - p_2)^2 - \left(\frac{k}{\hbar c} \right)^2 \right|^{1/2} \quad (C-15)$$

$$p_1 = \left\{ \frac{E_o^2}{c^2} - \mu^2 \right\}^{1/2} \approx \frac{E_o}{c} \left(1 - \frac{\mu^2}{2E_o^2} \right) \quad (C-16)$$

$$p_2 = \approx \frac{E_0 - k}{c} \left[1 - \frac{2}{2(E_0 - k)} \right] \quad (C-17)$$

Introduzindo-se (16) e (17) em (15), acha-se:

$$q_{\min} = \frac{1}{\hbar c} \left[\frac{\mu k}{E_0(E_0 - k)} \right]^{1/2} \quad (C-18)$$

Sendo k = energia da ressonância gigante.
 q é máximo quando $\theta = 2\pi$

$$q_{\max} = \left| \frac{1}{\hbar^2} (p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2) - \left(\frac{k}{\hbar c} \right)^2 \right|^{1/2} \quad (C-19)$$

Os valores do fator da forma foram obtidos da tabela de Herman e Hofstadter (30)

As energias k (das ressonâncias gigantes) usadas foram as seguintes:

C^{12}	- 23	Mev
Cu^{63}	- 18,3	Mev
Ag^{107}	- 14,2	Mev
Ta^{181}	- 12,5	Mev

A fig. 23 mostra o resultado do cálculo de $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ para a Ag^{107} .

Para o cálculo de $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ no modelo de Brown foram usados os elementos da matriz calculados por Lewis e Walecka mostrados na fig. 24. $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ é dada pela fórmula (14) do capítulo II. A integração neste caso foi feita usando-se máquina de calcular.

O programa usado no computador para os cálculos no modelo de Goldhaber e Teller foi o seguinte:

```

READ, Z, DN, A, E 1, HW
E 2 = E 1 - HW
ENA = DN/A
ESAO = E2/E 1
R = 1.2E - 13 * A ** .33333333
DMI = ENA * Z * 1.67E - 24
DMULT = 7.3815456E - 58 * ENA **
2/ HW * ESAO / DMI
TETA = 2.0943951 E - 02
AREA = .0
DO 3 I = 2, 150, 2
  SUBR 30
3  TETA = TETA + 4.1887902E - 02
  AREA = AREA * 4
  SALVA = AREA
  AREA = 0.
  TETA = 4.1887902E - 02
  DO 9 I = 3, 149, 2
    SUBR 30
9  TETA = TETA + 4.1887902E - 02
  AREA = AREA * 2.
  SALVA = SALVA + AREA
  TETA = 3.1415926
  AREA = .0
  SUBR 30
  SALVA = SALVA + AREA
  TETA = .001
  AREA = .0
  SUBR 30
  SALVA = SALVA + AREA
  SALVA = SALVA *. 3289868
  PUNCH 7, SALVA
  STOP
30 Q 2 = (E 1 * E 1 + E 2 * E 2 - 2. * E 1 * E 2 *
COS (TETA) ) / 9.9225 E - 34
DELT 2 = Q2 - HW ** 2/9.9225E - 34
DELT = SORT (DELT 2)
VL = (DELT2/Q2) ** 2 * 2. * E 1 * E 2/
9.9225E - 34 * COS (TETA/ 2. ) ** 2
VT = 2. * E 1 * E2/ Q2/ 9.8456006E-67 *
SIN (TETA/2.) ** 2

```



```

VT = VT * ( (E 1 + E2) ** 2-2. * E 1 * E2 *
COS (TETA / 2.) ** 2)
X = DELT * R
AVA = 1.2909945 * X
FXIS = 1.394274 * X ** (-3) * (SIN (AVA) -
- AVA * COS (AVA) )
DSDO = Q2 * DMULT * (FXIS / DELT2) *
(VL + 2. * HW ** 2/9.9225E - 34/Q2 * VT) *
(FXIS / DELT2)
FUNC = DSDO * SIN (TETA)
Q = SQRT (Q2)
AREA = AREA + FUNC
PUNCH8, TETA, Q, DELT, VL
PUNCH8, TETA, VT, FXIS, DSDO
RETURN
7  FORMAT (E 14.7)
8  FORMAT (F 11 8, 6X, E 14.7, 6X, E 14.7,
6X, E 14.7)
END

```

APÊNDICE D DETERMINAÇÃO DA EFICIÊNCIA DO CONTADOR

A geometria de contagem é a da figura abaixo:

A eficiência de contagem ϵ será dada por:

$$\epsilon = f_{ss} f_{sa} f_b G \quad (D-1)$$

f_{ss} = correção para o auto-espalhamento na amostra

f_{sa} = correção para a autoabsorção na amostra

f_b = correção para o retro-espalhamento no suporte da amostra

$\Omega = 4 \pi G$ = ângulo sólido

D-1 ÂNGULO SÓLIDO Ω

O ângulo sólido Ω para o ponto B é dado por ⁵²

$$\Omega(\rho) = 2\pi - 2z \int_0^\pi \frac{1}{(z^2 - s^2)^{1/2}} d\psi$$

$$s = \rho \cos \psi + (1 - \rho^2 \sin^2 \psi)^{1/2}$$

$$\rho = \frac{AB}{CD}$$

$$z = \frac{AC}{CD}$$

Fazendo

$$f = \frac{s}{z}$$

$$\Omega(\rho) = 2\pi - 2 \int_0^\pi \frac{d\psi}{(1 + f^2)^{1/2}} \quad (D-2)$$

A integração numérica da integral contida em (2) fornece o ângulo sólido entre o contador e o ponto B. No caso presente $AB = 0,95$ cm, $AC = 0,85$ cm e $CD = 2,50$ cm, dando para ρ e z os valores 0,38 e 0,85 respectivamente.

Com estes valores, têm-se

$$G = \frac{\Omega(0,38)}{4\pi} = 0,32$$

$$G(0,38) = 0,32$$

Calculando-se agora a expressão (2) para o ponto A obtêm-se

$$G(0) = 0,34$$

Têm-se assim uma variação bastante pequena no ângulo sólido para dois pontos extremos. O valor de G será tomado como:

$$G = 0,33$$

D-2 AUTO-ABSORÇÃO

Parte das partículas β emitidas pela fonte não é contada, pois é absorvida nela própria. A correção pode ser feita usando a fórmula

$$f_{sa} = \frac{1 - e^{-kx}}{kx} \quad (D-3)$$

x = espessura da fonte em mg/cm^2

k = coeficiente de auto-absorção em cm^2/mg

$k = 0,0155 E_m^{-1,41}$ de acordo com Baker e Katz⁽⁵³⁾

E_m = energia máxima do espectro β .

A tabela abaixo dá os valores de

f_{sa} .

Tabela D - 1

Núcleo	E_m MeV	x mg/cm^2	f_{sa}
Carbono	0,97	70	0,60
Cobre	2,91	34	0,94
Prata	1,90	23	0,93
Tântalo	0,66	25	0,72

Para Ag e Ta, tomou-se a média ponderada das energias máximas, pois há dois grupos de betas.

D-3 RETRO-ESPALHAMENTO

Foram obtidos dos gráficos de Zunwalt ⁽⁵⁴⁾ e estão na tabela 2 - D.

D-4 AUTO-ESPALHAMENTO

A distribuição angular das partículas β que saem de uma fonte radioativa de espessura muito menor que $0,2R$ (R é o alcance dos raios β no material da amostra) é isotrópica. À medida que a espessura cresce, a distribuição angular tende a se tornar proporcional a $\cos \theta$. Levando-se isto em conta e de acordo com os trabalhos de Baker e Katz ⁽⁵³⁾, os valores de f_{ss} são os da tabela 2-D.

D-5 "BRANCHING RATIO"

D-2

A tabela 2-D mostra os valores usados para o "branching ratio".

Tabela D - 2

Amostra	G	f_b	f_{sa}	f_{ss}	Branching rácio	E
C ¹¹	0,33	1,10	0,60	1,33	1	0,29
Cu ⁶²	0,33	1,20	0,94	1	0,97	0,36
Ag ¹⁰⁶	0,33	1,18	0,93	1	0,61	0,22
Ta ¹⁸⁰	0,33	1,16	0,72	1,21	0,21	0,069

Erros

Os erros avaliados são os seguintes:

Geometria	5%
Retro-espalhamento	5%
Auto-absorção	10%
Auto-espalhamento	10%
Branching-ratio	3%

O erro propagado na eficiência ϵ é de 16%.

APÊNDICE E

ESBOÇO DO CÁLCULO TEÓRICO DE $\frac{\sigma^-}{\sigma^+}$

A hamiltoniana de interação entre um elétron e o núcleo pode ser escrita como ²⁸:

$$H_{int} = - \frac{1}{c} \int \left[e \vec{\alpha} + \vec{j}_n(\vec{r}) \right] \cdot \vec{A}(\vec{r}) d\vec{r} \quad (E-1)$$

em que somente a parte transversal da interação ($\text{Div } A(r)=0$) é considerada e,

c = velocidade da luz

e = carga do elétron

$\vec{\alpha}$ = matriz de Dirac

$\vec{j}_n$ = densidade de corrente nuclear

$\vec{A}(\vec{r})$ = potencial vetor.

$\vec{A}(\vec{r})$ pode ser expandido em multipolos ⁴⁶

$$\vec{A}(\vec{r}) =$$

$$= \sum_q \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \left[a(E\lambda, \mu, q) \vec{A}(E\lambda, \mu, q) + a(M\lambda, \mu, q) \vec{A}(M\lambda, \mu, q) + \text{complexos conjugados} \right] \quad (E-2)$$

$$\vec{A}(E\lambda, \mu, q) =$$

$$= \left(\frac{8\pi c^2}{\lambda(\lambda+1)} \right)^{1/2} R^{-1/2} \vec{\nabla} \times \vec{L} (j_{\lambda}(qr) Y_{\lambda\mu}(\theta, \psi)) \quad (E-3)$$

$$\vec{A}(M\lambda, \mu, q) =$$

$$= i \left(\frac{8\pi c^2 q^2}{\lambda(\lambda+1)} \right)^{1/2} R^{-1/2} \vec{L} (j_{\lambda}(qr) Y_{\lambda\mu}(\theta, \psi)) \quad (E-4)$$

$$\vec{L} = -i (\vec{r} \times \vec{\nabla})$$

j_λ (qr) = função esférica de Bessel de 1ª espécie e ordem

Os campos de multipolo acima estão associados com fons de momento angular λ , número quântico magnético μ , número de ondas q e paridade $(-1)^\lambda$ para multipolo elétrico e $(-1)^{\lambda+1}$ para multipolo magnético. R é o raio da esfera que contém os campos. Os coeficientes a e a^* representam os operadores de emissão e absorção de fons e seus elementos de matriz são (Heitler - The Quantum Theory of Radiation pg. 62 - 3a. edição):

$$\langle n | a | n+1 \rangle = \langle n+1 | a^* | n \rangle = \left(\frac{\hbar (n+1)}{2 q c} \right)^{1/2}$$

Considerando a transição do estado inicial 1 para o estado final 2 aplicam-se os operadores a e a^* de forma que há emissão de um foton virtual pelo eletrôn e sua absorção pelo núcleo e vice-versa. Desta forma:

$$\begin{aligned} \langle 2 | H_{\text{int}} | 1 \rangle = & \sum_{\lambda, \mu, q} \frac{\hbar}{2 q c^3} \left\{ \langle \phi_2 | \int e \vec{\alpha} \cdot \vec{A} (E \lambda, \mu, q) d\tau | \phi_1 \rangle \right. \\ & \langle \psi_2 | \int \vec{j}_n \cdot \vec{A}^* (E \lambda, \mu, q) d\tau | \psi_1 \rangle + \left[\frac{1}{-\Delta E - \hbar c q} \right] + \\ & + \langle \psi_2 | \int \vec{j}_n \cdot \vec{A} (E \lambda, \mu, q) d\tau | \psi_1 \rangle - \left[\frac{1}{\Delta E - \hbar c q} \right] + \\ & \left. \langle \phi_2 | \int e \vec{\alpha} \cdot \vec{A} (E \lambda, \mu, q) d\tau | \phi_1 \rangle + \right\} \\ & + \text{térmos magnéticos} \quad (E-5) \end{aligned}$$

Na região da ressonância gigante, o termo mais importante é o de dipolo elétrico e pode-se desprezar os outros.

Substituindo-se o valor de $\vec{A} (E1, \mu, q)$ e considerando que $\Delta E = \hbar c k$ = energia transferida ao núcleo, chega-se, após algumas transformações, à seguinte expressão:

$$\langle 2 | H_{\text{int}} | 1 \rangle = \sum_{\mu} \frac{2 e^2 k}{c^2} = \int \frac{dq}{q(q^2 - k^2)} \langle \phi_2 | N(E1, \mu, q) | \phi_1 \rangle.$$

$$\langle \Psi_2 | M(E 1, -\mu, q) | \Psi_1 \rangle \quad (E-6)$$

Sendo

$$N(E 1, \mu, q) = \int \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{L} \left[j_1(qr) Y_{1\mu}(\theta, \varphi) \right] d\Omega \quad (E-7)$$

$$M(E 1, \mu, q) = \int \vec{j}_n \cdot \vec{\nabla} \times \vec{L} \left[j_1(qr) Y_{1\mu}(\theta, \varphi) \right] d\Omega \quad (E-8)$$

Para o cálculo de $\frac{q}{q^+}$, pode-se fazer primeiro a integração sobre Ω e, depois, a integração sobre q .

Usando-se as relações:

$$j_1(qr) Y_{1\mu}(\theta, \varphi) = \frac{(-i)^{\frac{1}{2}}}{4\pi} \int e^{-i \vec{q} \cdot \vec{r}} Y_{1\mu}(\Omega q) d\Omega q \quad (E-9)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{L}_r e^{-i \vec{q} \cdot \vec{r}} = \vec{A}(\vec{q}) e^{-i \vec{q} \cdot \vec{r}} \quad (E-10)$$

$$\vec{A}(\vec{q}) = 2\vec{q} + \vec{q} \times \vec{L}_q$$

e tomando-se como funções de onda as funções coulombianas de Bethe-Maximon:

$$\begin{aligned} \phi_2 &= u_2 \psi_2 & u &= \text{parte spinorial} \\ \phi_1 &= u_1 \psi_1 & \psi &= \text{parte espacial} \end{aligned} \quad (E-11)$$

$$\psi_1 = \psi_{1a} + \psi_{1b} \quad (E-12)$$

$$\psi_2 = \psi_{2a} + \psi_{2b}$$

$$\psi_{1a} = N_1 e^{i \vec{p}_1 \cdot \vec{r}} F_1(ia_1; 1; i \vec{p}_1 r - i \vec{p}_1 \cdot \vec{r}) \quad (E-13)$$

$$\psi_{1b} = -\frac{i}{2\epsilon_1} N_1 e^{i \vec{p}_1 \cdot \vec{r}} \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}_1 F_1(ia_1; 1; i \vec{p}_1 r - i \vec{p}_1 \cdot \vec{r})$$

$$\psi_{2a} = N_2 e^{i\vec{p}_2 \cdot \vec{r}} F_2 (ia_2; 1; i\vec{p}_2 r - i\vec{p}_2 \cdot \vec{r}) \quad (E-14)$$

$$\psi_{2b} = -\frac{i}{2\epsilon_2} N_2 e^{i\vec{p}_2 \cdot \vec{r}} \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}_2 F_2 (ia_2; 1; i\vec{p}_2 r - i\vec{p}_2 \cdot \vec{r})$$

Com

N_1, N_2 = fatores de normalização

$\vec{p}_1, \vec{p}_2$ = momentos do eletrôn incidente e espalhado

F são funções hipergeométricas.

$a_1 = \alpha Z \frac{c}{v_1}$ v_1 = velocidade do eletrôn incidente

$a_2 = \alpha Z \frac{c}{v_2}$ v_2 = velocidade do eletrôn espalhado

$\vec{\alpha}$ = matriz de Dirac α = const. de estr. fina

Chega-se à seguinte expressão:

$$\begin{aligned} & \langle \phi_2 | N(E, \mu, q) | \phi_1 \rangle = \\ & = C \int Y_{1\mu}(\Omega q) \vec{A}(\vec{q}) \cdot \left\{ (U_2^* \vec{\alpha} U_1) I_1 + \left[U_2^* \vec{\alpha} \cdot (\vec{I}_2 + \vec{I}_3) U_1 \right] \right\} d\Omega q \end{aligned} \quad (E-15)$$

em que:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} F_2^* F_1 d\Omega \\ I_2 &= -\frac{i}{2\epsilon_1} \int e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} F_2^* (\vec{\nabla}_1 F_1) d\Omega \end{aligned} \quad (E-16)$$

$$I_3 = \frac{i}{2\epsilon_2} \int e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} (\vec{\nabla}_2 F_2^*) F_1 d\Omega$$

$$C = i \frac{N_1 N_2}{4\pi}$$

$$\vec{k} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2 - \vec{q}$$

As integrais I_1 , I_2 e I_3 podem ser obtidas a partir da integral I_0 , segundo Bethe-Maximon ⁽²⁵⁾.

$$I_0 = \int e^{-\lambda r} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} F_2^* F_1 \frac{d^3 r}{r}$$

$$I_1 = - \frac{\delta I_0}{\delta \lambda} \Big|_{\lambda=0}$$

$$a = \alpha Z$$

$$\vec{I}_2 = - \frac{i a}{2 a_1} \vec{\nabla}_{p_1} I_0 \Big|_{\lambda=0}$$

(E-17)

$$\vec{I}_3 = \frac{i a}{2 a_2} \vec{\nabla}_{p_2} I_0 \Big|_{\lambda=0}$$

I_0 foi calculada por Nordsieck⁽⁴⁷⁾:

$$I_0 = 2\pi \frac{e}{\alpha} e^{-\pi a_1} \left(\frac{\alpha}{\gamma}\right)^{ia_2} \left(\frac{\gamma+\delta}{\gamma}\right)^{-ia_2} F(1-ia_1; ia_2; 1; x) \quad (E-18)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} (k^2 + \lambda^2)$$

$$\gamma = \vec{p}_1 \cdot \vec{k} + i \lambda p_1 - \alpha$$

$$\beta = \vec{p}_2 \cdot \vec{k} - i \lambda p_2$$

$$\delta = p_1 p_2 + \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 - \beta$$

$$x = \frac{\alpha \delta - \beta \gamma}{\alpha (\gamma + \delta)}$$

Desta forma, obtêm-se

$$I_1 = \frac{2\pi e}{\alpha_0} e^{-\pi a_1} \left(\frac{\alpha_0}{\gamma_0}\right)^{ia_1} \left(\frac{\gamma_0+\delta_0}{\gamma_0}\right)^{-ia_2-1} \left\{ \left[\frac{p_1}{\gamma_0} (-a_1 \gamma_0 + (a_2 - a_1) \delta_0) a_2 p_2 \right] \cdot \right. \\ \left. \cdot F(1-ia_1; ia_2; i, x_0) + \right. \\ \left. + \left(\frac{\delta F}{\delta x} \right)_{x=x_0} \frac{i}{\alpha_0} \left[\frac{p_1 \delta_0 (\alpha_0 + \beta_0) + p_2 \gamma_0 (\alpha_0 + \beta_0 - \gamma_0 - \delta_0)}{\gamma_0 + \delta_0} \right] \right\} \quad (E-19)$$

Sejam $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0, \delta_0, x_0$ os valores de $\alpha, \beta, \gamma, \delta, x$ para $\lambda = 0$

$$\begin{aligned} \vec{I}_2 = & -\frac{ia}{2a_1} \frac{2\pi e^{-\pi a_1}}{\alpha_0} \left(\frac{\alpha_0}{\gamma_0}\right)^{ia_2} \left(\frac{\gamma_0 + \delta_0}{\gamma_0}\right)^{-ia_2} \left\{ F(1-ia_1; ia_2; 1; x_0) \cdot \right. \\ & \cdot \left[\vec{k} \frac{ia_1 - 1}{\alpha_0} + \frac{ip_1}{\gamma_0} \left(-a_1 + \frac{a_2 \delta_0}{\gamma_0 + \delta_0}\right) - \frac{ip_2}{p_1} \vec{p}_1 \frac{a_2 \delta_0}{\gamma_0 + \delta_0} \right] + \\ & + \left(\frac{\delta F}{\delta x} \right)_{x=x_0} \left[\vec{k} \frac{\beta_0 \gamma_0}{\alpha_0} - p_1 \frac{\delta_0(\alpha_0 + \beta_0)}{\gamma_0 + \delta_0} + \right. \\ & \left. \left. + \frac{p_2}{p_1} \vec{p}_1 \frac{\gamma_0(\alpha_0 + \beta_0)}{\gamma_0 + \delta_0} - \gamma_0 p_2 \right] \frac{1}{\alpha_0(\gamma_0 + \delta_0)} \right\} \quad (E-20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{I}_3 = & \frac{ia}{2a_2} \frac{2\pi e^{-\pi a_1}}{\alpha_0} \left(\frac{\alpha_0}{\gamma_0}\right)^{ia_1} \left(\frac{\gamma_0 + \delta_0}{\gamma_0}\right)^{ia_2} \left\{ F(1-ia_1; ia_2; 1; x_0) - \right. \\ & - \left[\vec{k} \frac{ia_1 - 1}{\alpha_0} + (\vec{k} - \vec{p}_1) \frac{i}{\gamma} \left(-a_1 + \frac{a_2 \delta_0}{\gamma_0 + \delta_0}\right) - \right. \\ & \left. \left. - \left[(p_1 + 2p_2) \frac{\vec{p}_2}{p_2} + \vec{q} \right] \frac{ia_2}{\gamma_0 + \delta_0} \right] \right\} + \\ & + \left(\frac{\delta F}{\delta x} \right)_{x=x_0} \left[\vec{k} \frac{\beta_0 \gamma_0}{\alpha_0} - (\vec{k} - \vec{p}_1) \frac{\delta_0(\alpha_0 + \beta_0)}{\gamma_0 + \delta_0} + \right. \\ & \left. + \left[(p_1 + 2p_2) \frac{\vec{p}_2}{p_1} + \vec{q} \right] \frac{\gamma_0(\alpha_0 + \beta_0)}{\gamma_0 + \delta_0} - \gamma_0 (\vec{k} - \vec{p}_2) \right] \left. \right\} \quad (E-21) \end{aligned}$$

Para se obter o elemento de matriz, falta fazer a soma sobre os spins na expressão (E-15), tomar a média e integrar em relação aos ângulos e em relação a q após a

introdução dos valores de I_1 , I_2 e I_3 .

Da mesma forma, pode-se obter o elemento de matriz para o processo de eletrodesintegração com pósitrons.

Este método de cálculo na segunda etapa poderia ser aproximado até ser exato, corrigindo-se as funções de onda de Bethe-Maximon que não são boas para os momentos angulares baixos, isto é, para $l < \frac{E}{mc^2}$. O efeito dos l pequenos pode ser introduzido usando-se as funções de onda corretas de Treiman (48).

$$\Psi_{\text{corr.}} = \Psi_{\text{BM}} - \sum_{l=0}^{l_{\text{max}}} \Psi_{\text{BM}}(l) + \sum_{l=0}^{l_{\text{max}}} \Psi_{\text{T}}(l)$$

1. D. YOUNT and J. PINE - Nuclear Instruments and Methods 15,45 (1962)
2. SERVARD, HATCHER and FULTZ - Phys. Rev. 121, 605 (1961)
JUPITER, HANSEN, SHAFER and FULTZ - Phys. Rev. 121, 866 (1961)
3. MILLER, SCHUHL, TAMAS and TZARA - J. Phys. Radium 21,296 (1960).
4. R. E. SUND; R. B. WALTON; N. J. NORRIS and M.H. MAC GREGOR - Nucl. Instr. and Meth. 27,109 (1964)
5. COLLINS, WALDMAN and GUTH - Phys. Rev. 56, 876 (1939)
6. L. S. SKAGGS; K. S. LAUGHLIN; J. J. ORLIN and A. O. HANSON - Phys. Rev. 73,420 (1948)
7. K. L. BROWN and R. WILSON - Phys. Rev. 93,443 (1954)
8. C. F. von WEIZSÄCKER - Z. Physik 88,612 (1934)
9. E.T. WILLIAMS - Phys. Rev. 45,729 (1934) e KGL. DANSKE VIDENSKAB. SELSKAB. - Mat.-Fys. Medd 13, nº 4 (1935)
10. J. S. BLAIR - Phys. Rev. 75,907 (1949) e Relatório interno da Universidade de Illinois.
11. M. B. SCOTT; A. O. HANSON and D. W. KERST - Phys. Rev. 100,209 (1955)
12. R.L. HINES - Phys. Rev. 105,1534 (1957)

13. W. C. BARBER - Phys. Rev. 111,1642 (1958)
14. W. C. BARBER and T. WIEDLING - Nuclear Physics
18,575 (1960).
15. M. DANOS - Nuclear Physics 5,23 (1958)
16. R. RODENBERG - Z. Physik 158,44 (1960)
17. R. RODENBERG - Z. Physik 166,439 (1962)
18. J. PINE and W. C. BARBER - Annual Review of Nuclear Science (1962) e Comunicação particular.
19. W. HEITLER - The Quantum Theory of Radiation -Third Edition page 21.
20. L. ROSENFELD - Nuclear Forces - North Holland Publishing Co. (1948) pg. 138.
21. GUTH and MULLIN - Phys. Rev. 76,234 (1949)
22. THIE, MULLIN and GUTH - Phys. Rev. 87,962 (1952).
23. R. H. DALITZ and D. R. YENNIE - Phys. Rev. 105,
1593 (1957).
24. D. S. ONLEY, J. T. REYNOLDS and L. E. WRIGHT
Phys. Rev. 134,B945 (1964)
25. H. A. BETHE and L. C. MAXIMON - Phys. Rev.
93,681 (1954)
26. M. GOLDBABER and E. TELLER - Phys. Rev.
74,1046 (1948).
27. G. E. BROWN and M. BOLSTERLI - ~~Phys. Rev.~~ Letters 3,472 (1959)

28. K. ALDER; A. BOHR; T. HUUS; B. MOTTELSON
and A. WINTHER - Rev. of Modern Physics 28,432
(1956).
29. J. GOLDEMBERG; Y. TORIZUKA; W. C. BARBER
and J. D. WALECKA - Nuclear Physics 43,242
(1963).
30. R. HERMAN and R. HOFSTADTER - High-Energy
Electron Scattering Tables. Stanford University
Press (1960).
31. D. H. WILKINSON - Physica 22,1039 (1956).
32. F. H. LEWIS and J. D. WALECKA - Phys. Rev.
133,B849 (1964) .
33. K. L. BROWN - Rev. Sci. Instr. 27,959 (1956).
34. H. W. KENDAL e M. DEUTSCH - Phys. Rev.101,20
(1956).
35. S. C. FULTZ; J. T. CALDWELL; R. R. HARVEY
and R. L. BRAMBLETT - Bull. Am. Phys. Soc. Ser.
II 9,381 (1964)
36. C. G. DARWIN - Proc. Roy. Soc. Lond. Ser. A
118,654 (1928).
37. N. F. MOTT and H. S. W. MASSEY - The Theory of
Atomic Collisions página 74.
38. N. F. MOTT and H. S. W. MASSEY - The Theory
of Atomic Collisions página 76.
39. W. A. MACKINLEY e H. FESCHBACH - Phys.Rev.
74,1759 (1948).
40. H. FESCHBACH - Phys. Rev. 88,295 (1952)

41. BUDINE e FURLAN - Il Nuovo Cimento. 13, 790 (1959).
42. J. GOLDEMBERG; J. PINE; D. YOUNT - Phys. Rev. 132, 406 (1963).
43. S.D. DRELL e R. H. PRATT - Phys. Rev. 125, 1394 (1962).
44. L. KATZ; A. G. W. CAMERON - Can. J. Phys. 29, 518 (1951).
45. J. HALPERN e A. K. MANN - Phys. Rev. 83, 370 (1951)
46. W. FRANZ - Z. Physik 127, 363 (1950) e
B. STECH - Z. Naturforsch 7a, 401 (1952).
47. A. NORDSIECK - Phys. Rev. 93, 785 (1954).
48. S.B. TREIMAN; J. D. JACKSON e H. W. WYLD Jr. - Z. Physik, 150, 640 (1958).
49. N. HANSEN; D. BORN; R. DILDINE e S. FLUTZ -
Publicação interna do Lawrence Radiation - Laboratory da Universidade da Califórnia - Livermore.
50. N. MUTSURO; W. OHNUKI; K. SATO; e M. KIMURA - J. Phys. Soc. of Japan 14, 1649 (1959)
51. B. C. DIVEN e G. M. ALMY - Phys. Rev. 80, 407 (1950).
52. A. V. MASKET - Rev. Sci. Instr. 28, 191 (1957).
53. R. G. BAKER e L. KATZ - Nucleonics vol. 11, nº2, 14 (1953).
54. L. ZUNWALT - A. E. C. 567 (U. S. A.)