UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE ESTUDOS BRASILEIROS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CULTURAS E IDENTIDADES BRASILEIRAS

GUSTAVO DE LIMA FALQUEIRO

***O DE CREPUSCULIS* (SOBRE O CREPÚSCULO) DE PEDRO NUNES**
ANÁLISE HISTÓRICA E O COTEJO COM AS FONTES ANTIGAS

SÃO PAULO
2021
(Versão corrigida)

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE ESTUDOS BRASILEIROS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CULTURAS E IDENTIDADES BRASILEIRAS

GUSTAVO DE LIMA FALQUEIRO

O DE CREPUSCULIS (SOBRE O CREPÚSCULO) DE PEDRO NUNES
ANÁLISE HISTÓRICA E O COTEJO COM AS FONTES ANTIGAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Culturas e Identidades Brasileiras do Instituto de Estudos Brasileiros da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Filosofia.

Área de concentração: Estudos Brasileiros

Orientador: Prof^o. Dr^o. Luiz Armando Bagolin

Versão Corrigida – original encontra-se na biblioteca do IEB/USP

SÃO PAULO
2021

DADOS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
Serviço de Biblioteca e Documentação do
Instituto de Estudos Brasileiros da Universidade de São Paulo

F196

Falqueiro, Gustavo de Lima

O *De crepusculis* (Sobre o crepúsculo) de Pedro Nunes : análise histórica e o cotejo com as fontes antigas / Gustavo de Lima Falqueiro ; Luiz Armando Bagolin, orientador -- São Paulo, 2021.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo. Instituto de Estudos Brasileiros. Programa de Pós-Graduação em Culturas e Identidades Brasileiras. Área de concentração: Estudos Brasileiros. Linha de pesquisa: Brasil: a realidade da criação, a criação da realidade.

Título em inglês: Pedro Nunes's *De crepusculis* (*On twilight*) : historical analysis and the comparison with ancient sources – São Paulo, SP.

Descritores: 1. Nunes, Pedro, 1502-1578 2. Alhazen, 965-1039 3. Óptica 4. Astronomia 5. Retórica 6. Matemática I. Universidade de São Paulo. Instituto de Estudos Brasileiros. Programa de Pós-Graduação II. Bagolin, Luiz Armando, orient. III. Título.

IEB/SBD90/2021

CDD 22.ed. 535

Bibliotecária responsável: Daniela Piantola - CRB-8/9171

GUSTAVO DE LIMA FALQUEIRO

O DE CREPUSCULIS (SOBRE O CREPÚSCULO) DE PEDRO NUNES
ANÁLISE HISTÓRICA E O COTEJO COM AS FONTES ANTIGAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Culturas e Identidades Brasileiras do Instituto de Estudos Brasileiros da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Filosofia.
Área de concentração: Estudos Brasileiros

Aprovada em de de .

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Luiz Armando Bagolin
Universidade de São Paulo

Prof. Dr.
Instituição

Prof. Dr.
Instituição

Prof. Dr.
Instituição

Agradecimentos

Ao prof. Dr. Luiz Armando Bagolin, meu orientador, pela liberdade na pesquisa e por permitir que o conhecimento se realize pelo espanto.

Ao prof. Dr. Mikiya Muramatsu do Instituto de Física/USP, por toda generosidade e conhecimento.

À profa. Mayra Laudanna e à profa. Adma Fadul Muhana pelas correções e sugestões feitas no exame de qualificação.

Aos professores Paulo Gomes Varella e Irineu Gomes Varella, pela simplicidade e precisão na transmissão do conhecimento da Astronomia.

Aos professores que me auxiliaram durante o caminho acadêmico para produção dessa dissertação: profa. Dra. Ana Paula Cavalcanti Simioni, prof. Dr. Luiz Antônio Lindo e prof. Dr. Claudemir Roque Tossato.

Aos colegas Pedro Martins Criado e Marco Calil Machado, pelas ricas conversas sobre textos árabes. Ao Marcelo Schellini e Miguel Paladino pelas palavras sobre cultura árabe e a referência ao poema de Borges sobre o crepúsculo, aos 45 minutos do segundo tempo.

À equipe Anima, Aline Fernandes, Domênica Figueiredo, Gisele Oliveira, Renata Brandoli e Rodney Martins, pela compreensão durante a produção desta dissertação.

Aos amigos Anna Clara Hokama, Adelino Matias Jr., André Solnik, Marcella Marigo, Maurício Sapata e Ricardo Hantzschel do Cidade Invertida, pelo conhecimento e ensino sobre câmera escura e fotografia. E pelo humor singular.

Aos meus amigos Júlio Xavier, Allan Benatti, Marcos Vô, Dayan de Castro, Flávia Guedes, Bruno Spoladore, Carlla Juliano, pelas dúvidas e risadas.

Aos meus pais, Ana Maria e Luís Roberto, por me ensinarem que o saber é um bem prazeroso que exige dedicação e suor.

À minha irmã, Mariana Falqueiro, pela amizade.

À minha esposa, Cássia Xavier, com amor, sempre.

La Joven Noche

Ya las lustrales aguas de la noche me absuelven
de los muchos colores y de las muchas formas.
Ya en el jardín las aves y los astros exaltan
el regreso anhelado de las antiguas normas
del sueño y de la sombra. Ya la sombra ha sellado
los espejos que copiam la ficción de las cosas.
Mejor lo dijo Goethe: Lo cercano se aleja.
Esas cuatro palabras cifran todo el crepúsculo.
En el jardín las rosas dejan de ser las rosas y
quieren ser la Rosa.

Jorge Luís Borges. "*Los Conjurados*" (1984)

RESUMO

A pesquisa pretende cotejar o *De crepusculis* de Pedro Nunes com o *Liber de crepusculis* de Allacen como discursos pertencentes às Ciências Matemáticas. Propõe-se que, para responder a *disputatio* sobre a duração do crepúsculo nos diferentes climas, Pedro Nunes elege um modelo que lhe compete emular, o *Liber de crepusculis*, e, dessa forma, opera com a recepção das autoridades antigas árabes, gregas e latinas em relação às disciplinas da Astronomia e Perspectiva.

Palavras chaves: Nunes, Pedro 1502-1578, Alhazen 965-1039, Óptica, Astronomia, Retórica, Matemática.

ABSTRACT

The research intends to compare Pedro Nunes' *De crepusculis* with Allacen's *Liber de crepusculis* as discourses belonging to the Mathematical Sciences. In order to answer the *disputatio* about the duration of twilight in different climates, it is proposed that Pedro Nunes elects a model to emulate, the *Liber de crepusculis*, and thus operates with the reception of the ancient Arab, Greek and Latin authorities concerning disciplines of Astronomy and Perspective.

Keywords: Nunes, Pedro 1502-1578, Alhazen 965-1039, Optics, Astronomy, Rhetoric, Mathematics.

Sumário

Introdução	10
Capítulo 1 – Humanismo português no século XVI.....	13
1.1 Introdução.....	13
1.2 André de Resende.....	17
1.3 Mestre João Fernandes	24
1.4 Francisco de Melo e Pedro Nunes	29
Capítulo 2 – Sobre as obras de Pedro Nunes e Allacen	34
2.1 O <i>De crepusculis</i> de Pedro Nunes	34
2.1.1 Estrutura geral da obra	35
2.1.2 Prefácio.....	36
2.1.3 Parte I.....	41
2.1.4 Parte II	46
2.2 O <i>Liber de crepusculis</i>.....	55
Capítulo 3 – O Crepúsculo e as Matemáticas.....	60
3.1 Astronomia	60
3.2 Óptica	66
3.2.1 Visão direta	71
3.2.2 Reflexão ou Ciência dos espelhos	73
3.2.3 Refração	77
3.2.4 Allacen: Crepúsculo como Luz Acidental.....	81
3.2.5 Pedro Nunes: Crepúsculo como Reflexão	88
3.3 Cosmologia.....	93
Conclusão.....	97
Bibliografia	99

Introdução

O crepúsculo é um fenômeno singular, que se repete duas vezes ao dia, um antes do aparecimento do Sol e outro após o seu desaparecimento. Caracteriza-se por ser uma certa qualidade luminosa existente na atmosfera terrestre, porém sem a presença do Sol, que é a causa dessa luminosidade. Os motivos que levaram estudiosos a pesquisar sobre o crepúsculo são diversas, passando por questões religiosas e científicas. Entre os árabes o interesse para o estudo do crepúsculo por ser entendido pela relação existente entre o início da primeira reza matinal e o começo do dia. Aliás, o vínculo entre a astronomia e a religião pelos árabes muçulmanos é bem conhecido pela necessidade de saber a orientação à Meca de acordo com a localização em que se está (Júlio Samsó, 1992). Entre os latinos, como Roger Bacon, Vitelo e Pedro Nunes, o crepúsculo é objeto de estudo científico. Contudo, em ambas as perspectivas, seja a religiosa ou a científica, a investigação sobre o crepúsculo ocorre a partir de duas ciências combinadas: a filosofia natural e as matemáticas.

Essa combinação entre as ciências natural e matemática para estudo de fenômenos ópticos e/ou astronômicos não é exclusiva do crepúsculo. Ela aparece, por exemplo, na obra *Kitab al-Manazir* de Ibn Al-Haytham relacionada a ciência da visão. Por ser uma ciência relacionada com um dos órgãos dos sentidos, a Óptica requer uma abordagem da filosofia natural, tanto para a descrição anatômica do olho com suas camadas internas como também para a relação do olho com as faculdades da imaginação e memória. E ela depende das ciências matemáticas porque a visão percebe formas, magnitudes, posição, movimento, etc, a partir de raios luminosos que se propagam em linha reta, ou seja, é possível construir modelos fundamentados em bases geométricas sobre a experiência da visão e do que é e como é o visível.

O mesmo preceito aparece para o crepúsculo. As relações entre o tamanho e movimentos do Sol e da Terra e o raio de luz retilíneo que sofre desvio pelos vapores úmidos presentes no ar atmosférico terrestre são estudados a partir de modelos geométricos e cálculos algébricos, enquanto a explicação da dinâmica celeste e terrestre opera a partir da filosofia natural.

Nesse sentido, para se estudar uma obra que explica um fenômeno natural, como o crepúsculo por exemplo, é necessário percorrer diferentes matrizes teóricas e de diferentes épocas, na busca por identificar nas ciências particulares e seus autores os argumentos utilizados

na construção da obra em questão. Portanto, a proposta dessa dissertação é apresentar uma análise histórica do livro *De crepusculis*, escrito por Pedro Nunes e impresso em 1542, a partir do cotejo desta obra com o *Liber de crepusculis*, atribuído à Allacen, de meados do século XI. Busca-se, assim, estudar a recepção das autoridades árabes, gregas e latinas por Pedro Nunes, como, por exemplo, a presença do matemático grego Euclides e Vitelo, como também do cosmógrafo João de Sacrobosco e as obras de filosofia natural de Aristóteles.

Dessa forma, esta pesquisa visa cotejar o *De crepusculis* de Pedro Nunes com o *Liber de crepusculis* como discursos pertencentes às ciências matemática e natural. Nossa proposta é que, dado o problema da duração do crepúsculo nos diferentes climas, tal como aparece no prefácio do *De crepusculis*, Pedro Nunes elege um modelo que lhe compete imitar, o *Liber de crepusculis*, e, a partir da emulação deste modelo, Nunes particulariza e determina a questão sobre a variabilidade do ângulo de depressão do Sol abaixo do horizonte, para então encontrar a duração do mínimo crepúsculo e, por conseguinte, a duração dos crepúsculos nos diferentes climas em relação aos dias.

No capítulo 1 pretende-se relacionar Pedro Nunes à sua própria época, a partir do cotejo de textos de autoridades portuguesas, tais como André de Resende e Mestre João Fernandes. Em seguida, faremos uma comparação destes textos com as obras matemáticas de Francisco de Melo e Pedro Nunes, demonstrando a circulação de autoridades gregas, árabes e latinas em discursos retorizados.

No capítulo 2 apresentam-se as obras *De crepusculis* e *Liber de crepusculis* com o objetivo de descrever a estrutura geral de ambas. Para a apresentação do livro *De crepusculis* apoia-se o trabalho nas Anotações de Joaquim de Carvalho e nas Notas de Manuel António Peres Júnior, que constam nas edições de 1943 e de 2003, com “*Nunes’ Book on twilight*” escrito por Eberhard Knobloch em 2003 e compara-se com *Os elementos* de Euclides e o *Tratado da Esfera* de Johannes de Sacrobosco. Na segunda parte do capítulo 2 apresenta-se o *Liber de crepusculis*, com o mesmo objetivo do texto anterior. Para isso, recorre-se principalmente a A. Mark Smith (1992) e Bernard Goldstein (1977) em suas respectivas traduções destas obras.

No capítulo 3 busca-se cotejar as obras de Pedro Nunes e Allacen no âmbito da Perspectiva como Ciência Matemática. Na primeira parte deste capítulo discute-se a

catalogação proposta por Gerardo de Cremona para o manuscrito *Liber de crepusculis*, tratado por Al-Farabi como Astrologia e como Perspectiva por Vitelo e Frederico Risnero. Pretende-se ainda demonstrar que o crepúsculo é um fenômeno atmosférico relacionado com a visão. Finalmente pretende-se mostrar a presença de Aristóteles na obra *De crepusculis* de Pedro Nunes.

Capítulo 1 – Humanismo português no século XVI

1.1 Introdução

Luís de Albuquerque classifica a história dos descobrimentos através da origem e comércio externo português em três momentos, sendo o século XIII o início, onde marinheiros e mercadores formam uma classe com interesses comuns, o séc. XIV com o fortalecimento dessa classe e sua posição central na vida econômica do reino, e os séculos XV e XVI com fortes características expansionistas, através dos descobrimentos de novas terras e novas rotas marítimas e comerciais. Segundo Albuquerque:

A burguesia urbana de mercadores e armadores entrava em Quatrocentos com peso relevante na vida econômica e social do país. Importa retermos esse facto para compreendermos o movimento expansionista do século XV, porque é à luz dos interesses desta classe que a expansão ao longo das costas africanas à procura de um comércio de escravos e de ouro em parte se esclarece e se explica¹.

Devido ao fortalecimento da classe de marinheiros e mercadores torna-se necessário criar e aprimorar o meio pelo qual Portugal e a burguesia mercantil se relacionarão com o mercado exterior. Em 1317 D. Dinis assina um contrato, com algumas disposições posteriores, com o genovês Manuel Pessanha, onde este “passava a ser o responsável por toda a organização da marinha do rei de Portugal, incluindo até, ao que parece, a construção naval”². Com a formação de marinheiros e de pilotos e com a construção naval, Manuel Pessanha traz para Portugal a experiência da navegação que se praticava no Mediterrâneo. Luís de Albuquerque localiza, em Afonso X de Castela e em Raimundo Lullo, os saberes necessários que compunham a arte de navegar no século XIV. O primeiro define quatro saberes para os pilotos dominarem: todo o modo do mar, em quais lugares é quedo e em quais é corrente, conhecerem os ventos e saberem de toda outra marinharia. Em Raimundo Lullo encontra-se que os pilotos utilizavam instrumentos, tais como a carta de navegar, o compasso, agulha e a estrela do mar. Portanto, a náutica que se praticava no século XIV em Portugal seguia a que se praticava no mediterrâneo,

¹ ALBUQUERQUE, Luís. *Introdução à história dos descobrimentos portugueses*. Lisboa: Publicações Europa-América, 1989, p. 39.

² Ibid., p. 45.

através das cartas de navegar, a bússola e os cálculos das distâncias por estimativa, denominado o velejar por Bolina, e foram introduzidas e ensinadas em Portugal pelo genovês Manuel Pessanha.

Nota-se que a navegação até então praticada não possuía relação com a navegação astronômica. Até princípios do séc. XV a constituição dos conhecimentos úteis para os pilotos e os saberes astronômicos não estavam convergentes, mas sim paralelos. A aproximação de tais saberes, como forma de resolver problemas de navegação, em Portugal, acontece quando a exploração da costa da África na passagem ao sul do cabo Bojador, que apresentava ventos que dificultavam a viagem de retorno. Este fato, oriundo da prática de navegação, promoveu o desenvolvimento da técnica de navegar, pois propiciou a introdução de processos astronômicos na pilotagem. Ou seja, a náutica se desenvolveu a partir de problemas advindos da experiência³ de navegar e das dificuldades relatadas pelos próprios pilotos frente aos novos mares. Assim, a passagem da navegação por rumos, velejar por Bolina, para a navegação por alturas, tomadas da latitude do lugar, foi incorporada em Portugal pelas dificuldades encontradas pelos pilotos na exploração da costa africana.

A navegação por rumos requeria que os pilotos não afastassem, por longos períodos, os olhos da terra, tendo esta e a estrela polar como referências para cálculos de rota. A costa africana, abaixo do cabo Bojador, impedia que os pilotos voltassem pela mesma rota, obrigando-os a se afastarem para mar aberto. Os ventos que aí sopravam, contrários ao retorno das naus, obrigavam os pilotos a “tentar contorná-los, entrando pelo mar e descrevendo uma rota em arco para o norte (manobra que ficou conhecida pelo nome <<volta pelo largo>>), até que, pela latitude dos Açores, os ventos de nordeste empurrassem a embarcação para a costa portuguesa”⁴. Para tal procedimento era necessário que, a partir dos Açores, os pilotos fossem capazes de tirar a latitude do lugar para entrar sentido ao oriente e assim os ventos do nordeste conduzissem as naus para costa lusitana. A condição acima descrita impôs uma profunda

³ Id. *Ciência e experiência nos descobrimentos portugueses*, Biblioteca Breve/vol. 73, Ministério da Educação, 1983, p. 21. “Creio encontrarmo-nos em condições de concluir mais uma vez que, ao iniciarem a exploração atlântica, os navegadores portugueses de Quatrocentos tinham ao seu dispor roteiros e um pequeno conjunto de regras náuticas, criados ao longo dos anos a partir de uma experiência directamente vivida; esses dados respondiam, no seu conjunto e de maneira bastante satisfatória, às necessidades sentidas pelos marinheiros”.

⁴ Ibid., p. 196.

modificação da náutica, que passou a basear-se no conhecimento de uma das coordenadas geográficas: a latitude.

Segundo o mesmo Albuquerque, a origem da navegação astronômica se inicia com dois métodos para a determinação da latitude, a saber: o regimento da estrela do norte, onde os pilotos encontravam a latitude do lugar pela determinação da altura da estrela polar em relação ao horizonte, e o regimento do Sol, processo no qual se determinava a latitude pela observação da altura do Sol na passagem meridiana. Datada entre 1455 e 1471, a introdução da determinação da latitude na navegação portuguesa é a convergência da experiência náutica dos pilotos que desbravavam novos mares com os saberes astronômicos anteriores ao século XV. Saberes esses que podemos localizar tanto nas tabelas astronômicas, nos instrumentos de observação e medidas, tais como o astrolábio, o quadrante, a balestilha, como também nas obras de astronomia árabes e gregas⁵. Por consequência, as universidades com seus lentes deveriam formar um novo piloto, um ser capaz de realizar um modo de proceder, tanto na precisão da determinação de medidas através do uso de instrumentos astronômicos em pleno mar como também saber consultar a relação dessas medidas com as tabelas astronômicas disponíveis, por meios de cálculos. E ainda, os pilotos deveriam conhecer conceitos da Esfera Celeste que, hodiernamente, define-se como astronomia esférica e astronomia de posição. Esse modo de operar torna-se então um cânone ou regimento, com regras claras de como proceder para a determinação da latitude do lugar. Sampaio Martins nos indica que na corte de D. João II poderia ter existido um conselho consultivo do rei que, incumbido dos estudos dos problemas náuticos, propõe a resolução da determinação das latitudes a sul da equinocial.

Foi proposta então a medição da altura meridiana do sol com o astrolábio, a qual, conjuntamente com a declinação e procedendo-se de modo análogo ao ensinado nos livros de Afonso X, o Sábio, forneceria a latitude procurada. Assim, - e com a provável utilização de uma tábua de declinação do sol, de Abraão Zacuto, astrónomo judeu de Salamanca - veio a ser prescrito um modo

⁵ Em 1431 o infante D. Henrique doa para a universidade de Lisboa algumas casas “para aí serem ensinadas as sete artes liberais – com astronomia, a aritmética e a geometria – e poderem os futuros pilotos aprender o que lhes viesse a ser necessário”, segundo nos diz J. A. Sampaio Martins. Outro centro de estudos astronômicos, anterior à universidade de Lisboa, foi em Toledo, onde o rei Afonso X reuniu no século XIII uma equipe de tradutores para verter para a língua vulgar e latim as obras dos árabes e gregos, tais como Aristóteles, Ptolomeu, Alfragano, Albatênio, Allacen, etc. Luís de Albuquerque cita como exemplo desse movimento de tradução e compilação das obras gregas e árabes em fins da Idade Média o livro *Tratado da Esfera*, de John de Hollywood (Johannes de Sacrobosco), escrito no século XIII, “de largo curso até o final do século XVI, com noções colhidas em Aristóteles e Ptolomeu e acusando nitidamente a influência dos Rudimenta Astronomica de Alfragano, de que circulava uma lição latina preparada por Gerardo de Cremona”. Ver ALBURQUERQUE, Luís. *Op. cit.*, pg. 203.

de proceder, ou regimento. Tal cânone, estará, certamente, contido no posterior Regimento do Astrolábio – ou de Munique⁶.

Pedro Nunes se insere nesse contexto⁷. Uma época em que as autoridades gregas e árabes ressurgem e tornam-se disponíveis, em consonância à urgência em solucionar problemas náuticos e formar pilotos para fortalecer o movimento expansionista e colonizador. O século XVI em Portugal, neste sentido, caracteriza-se tanto pela fundamentação matemática dos conhecimentos astronômicos advindos dos árabes e gregos, como também pela aplicação de tais conhecimentos a náutica.

Henrique Leitão marca a passagem da navegação dos séculos XIII, XIV e XV, fundada na experiência, tal qual a praticada no mediterrâneo, como apresenta Luís de Albuquerque, para uma navegação marcada por princípios indubitáveis da geometria e da álgebra, que encontra em Pedro Nunes um dos personagens dessa mudança.

Para Nunes o sucesso na navegação portuguesa não está na coragem, na ousadia ou, para dizer de maneira rápida, na heroicidade dos navegadores portugueses. Não está também na sua habilidade, no seu engenho, na sua intuição marítima, isto é: não está no saber nascido da experiência. Para Nunes, o sucesso deve-se ao conhecimento dos princípios da geometria⁸.

⁶ Cf. SAMPAIO, J. A.. *Pedro Nunes, ímpar na hispânica quinhentista*. Coimbra: Gazeta da Matemática – Dep. De Matemática da Universidade de Lisboa, julho/2002, p. 24.

⁷ Pedro Nunes nasceu em Alcácer do Sal em 1502. Estudou Línguas, Filosofia e Medicina na Universidade de Lisboa, onde recebeu o grau de Doutor. Em novembro de 1529 recebeu a nomeação de cosmógrafo do reino de D. João III, e passou a ser lente na cadeira de Filosofia Moral, Lógica e Metafísica na mesma Universidade. Em 1531 D. João III convidou o cosmógrafo para ser professor de seus irmãos D. Luís e D. Henrique. Entre os infantes, assistiam às lições alguns aristocratas, como D. João de Castro. Em 16 de outubro de 1544 passou a ler a cadeira de Matemática na Universidade de Coimbra, que em 1537 foi transferida de Lisboa para a dita cidade. Lá ficou até jubilar em 1562. Em 22 de dezembro de 1547 foi nomeado cosmógrafo-mor do Reino, sendo a primeira nomeação para este cargo que, segundo Fontoura da Costa, parece ter sido criado para Pedro Nunes. No ano seguinte, 1548, foi feito Cavaleiro do Hábito de Nosso Senhor Jesus Cristo. Morre em 11 de agosto de 1578. Suas obras discorrem sobre Cosmografia, Física, Geometria e Álgebra, tendo publicado traduções, comentários e obras originais. Entre suas obras encontramos a tradução para língua vulgar do *Tratado da Esfera* de Sacrobosco, o *De crepusculis*, e a primeira versão impressa do *Liber de crepusculis*. Também Nunes destaca-se pela invenção de instrumentos de medidas, como o anel graduado, o instrumentos de sombras, e o Nônio – aperfeiçoamento do astrolábio, que foi usado e comentado pelo astrônomo dinamarquês Tycho Brahe (1546-1601). Ver FONTOURA, da Costa A. *Pedro Nunes*. SAMPAIO, J. A. Martins. *Pedro Nunes, ímpar na hispânica quinhentista*. VENTURA, Manuel Souza. *Vida e Obra de Pedro Nunes*.

⁸ LEITÃO, Henrique. *Ars e Ratio: a náutica e a constituição da ciência moderna*. In: María Isabel Vicente Maroto e Mariano Esteban Piñeiro (coords.), *La Ciencia y el Mar*. Valladolid, 2006 p. 191.

Contudo, essa mudança no modo de operar na marinharia está relacionada, de certo modo, ao humanismo português⁹, que envolve a recepção, assimilação e superação das autoridades gregas, latinas e árabes, cuja tópica central é a emulação.

1.2 André de Resende

Nesta perspectiva, Joaquim de Carvalho traça um panorama para o advento e consolidação do humanismo português, que percorre um espectro desde seu início até a absorção deste em Portugal, com as cortes de D. João II (1477-1495), D. Manuel (1495-1521) e de D. João III (1521-1557). Esses três períodos são marcados, respectivamente, pela importação para Portugal de mestres nas diversas artes liberais, principalmente italianos¹⁰; pela exportação dos bolseiros do reino; e pelo ensino na Universidade de Lisboa, posteriormente na Universidade de Coimbra, Mosteiro de Santa Cruz e no Colégio das Artes. O rei D. João III foi o beneficiário da aura e o pai das letras do reino¹¹.

⁹ O Humanismo é um termo carregado de sentido e significados que, por vezes, é anacrônico. Com isso, entendemos o termo de um modo estrito, próximo à definição de Michael Baxandall, como “[...] usado para referir-se a indivíduos dos séculos XIV, XV e XVI, que liam e escreviam sobre literatura, história e ética em latim clássico e, por vezes, em grego;” e, nesse sentido, como uma defesa da cultura clássica. Cf. BAXANDALL, Michael. *Giotto e os Oradores*. Tradução Fábio Larsson. São Paulo: Edusp, 2018, p. 21; Cf. RAMALHO, Américo Costa. Lição inaugural do “*I Curso de Atualização para Professores de Filologia Clássica*”, em 4 de janeiro de 1972; Cf. CARVALHO, Joaquim. *Estudos sobre a cultura portuguesa do século XVI*.

¹⁰ Segundo opinião de Américo da Costa Ramalho, a introdução do Humanismo em Portugal chega via Bolonha, por Cataldo P. Sículo em 1485. Cataldo faz a primeira defesa da cultura clássica em Portugal contra o latim escolástico, incentivando o letramento e a instrução dos nobres e da corte pelos autores antigos. Na carta escrita em 1500, e dirigida ao 2º Marquês de Vila Real, Fernando de Menezes, Cataldo discorre sobre a importância da cultura clássica contra os teólogos “que rasgam sem piedade a própria língua latina”, por causa do paganismo dos antigos. Nela encontramos o elogio a Virgílio, Horácio, Ovídio e Homero em relação à arte do dizer, com citações de Cícero e Santo Agostinho “dentro dos ditames da mais rigorosa moral católica”. Essa arte do dizer é a eloquência, principalmente latina, e que muito bem procederá ao Marquês se instruir seus filhos nessa arte, por mais que seja grande na guerra.

Cf. SÍCULO, Cataldo Parísio. *Carta ao Marquês de Vila Real*, p. 41-43. “Ó gente não menos obtusa que maligna! Criticam a língua latina, a conservadora comum de todas as ciências [...] Admito que, sem o conhecimento da arte de dizer, alguém possa tornar-se douto em todo o gênero de disciplinas. Mas porque nada escrevendo, ou escrevendo sem arte, não deixa de si memória aos pósteros, extinguir-se-á ao mesmo tempo que o corpo. Será como a árvore estéril, capaz de dar alguma sombra a quem passeia, mas não frutos”.

Cf. Ibid., p. 53. “[...] ilustre príncipe, sem esta eloquência nada de bom teríamos para a prática da vida humana e para a salvação da alma, nem teologia, nem leis, nem direito pontifício, nem finalmente o próprio breviário que todos os dias recitam os sacerdotes de Deus”.

¹¹ A consolidação do humanismo português deveu-se, em larga medida, aos bolseiros do Rei que frequentaram Universidades na Espanha, Bélgica, Inglaterra, França e Itália. Em Alcalá de Henares e Salamanca estudam André de Resende, Pedro Nunes, Garcia da Orta, Jerónimo Cardoso, João de Barros, Amado Lusitano, principalmente a arte do Direito, das Ciências e Humanidades. Em Oxford e Cambridge estudam Teologia, com subsídio de D.

Segundo Joaquim de Carvalho, em 1534, com a *Oratio pro rostris*, proferida por André de Resende na abertura do ano escolar da Universidade de Lisboa ocorre a confirmação da recepção e assimilação em Portugal das autoridades antigas, pois “assinala simultaneamente a estréia pública de um grande mestre e a afirmação da conquista do magistério das Artes pelas Humanidades”¹². André de Resende (1500-1573) figura como um humanista exemplar. Realizou os primeiros estudos na Universidade de Lisboa como aluno de Gramática de Estêvão Cavaleiro (1508)¹³, e aperfeiçoando-se no Latim e Retórica com António de Nebrissa na Universidade de Alcalá de Henares. Em 1518 foi para Salamanca para estudar Artes Liberais e Teologia, como aluno de Aires Barbosa. Em seguida frequenta a Universidade em Paris por volta de 1527. Em 1529 esteve em Lovaina, junto a humanistas, entre eles Nicolau Clenardo e Erasmo de Roterdã. Por fim, em 1533 regressa a Portugal, para viver na Corte e ensinar os Infantes D. Afonso, D. Henrique e D. Duarte.

Agora como Frei André de Resende, mesmo não sendo lente, é encarregado de realizar a Oração de sapiência na abertura das aulas na Universidade de Lisboa, o que se repetirá em 1551, com outra Oração, agora em louvor à D. João III, no Colégio das Artes de Coimbra.

A *Oratio pro rostris* (Oração de sapiência - 1534) fará o encômio das diversas disciplinas, recorrendo sobre a utilidade delas para o reino, com a seguinte disposição: Gramática, Dialética, Retórica, Filosofia, Direito e Teologia.

O prólogo começa com um descontentamento sobre a impressão do texto, pois André de Resende não encontra na oficina tipográfica caracteres em grego que seriam adequados para esta matéria, e informa ao Rei, “o maior protector das letras e seus cultores... para que, depois

Manuel entre 1517-1518, os franciscanos Fr. João Guieiro, Fr. Francisco do Porto e Fr. Francisco Pessoa. Em Lovaina, que “era então o mais brilhante e sedutor centro do humanismo, ao qual presidiam Erasmo e Luís Vives”, estudam Diogo de Murça, Brás de Barros, André de Resende (1529-1532), Damião de Góis e Aquiles Estaço. Francisco de Holanda, por exemplo, vai à Itália com a idade de vinte anos para estudar Pintura, cuja obra *Da Pintura Antiga* (1548) figura-se como humanista, com os preceitos da arte antiga retirados retoricamente de Plínio, Petrarca, Alberti, entre outros. Em Paris concentram-se o maior número de bolseiros do reino, cujos estudos de Teologia, principalmente das sentenças de S. Tomás de Aquino e de Duns Escoto, são coexistentes com a educação pelos antigos. Encontra-se aí D. Martinho de Portugal, além de um grande número de bolseiros no Colégio de Santa Bárbara, e Francisco de Melo no *Collège de pouillierie* (Montaigu), que foi lente na cadeira de matemática da Universidade de Lisboa, e “de quem Gil Vicente entre chistes foi dizendo que tinha <<sciencia avondo>>”. Cf. CARVALHO, Joaquim. *Op. cit.*, pg. 32-55.

¹² CARVALHO, Joaquim. *Op. cit.*, p. 55.

¹³ Estêvão Cavaleiro estudou na Universidade de Lisboa, posteriormente indo para Itália estudar latim e grego. No retorno a Portugal foi mestre de Gramática na própria universidade em que realizou os primeiros estudos. Cf. RESENDE, André. *Oração de Sapiência*. Tradução de Miguel Pinto de Meneses, introdução e notas de A. Moreira de Sá. Lisboa: Instituto de Alta Cultura, 1956, p. 91.

de verdes, na mais ilustre de todas as cidades, tão miserável tipografia, Vos apresseis a dar-nos a que tínheis resolvido, quando neste assunto Vos falámos”¹⁴.

A narração inicia com:

“*Zeusin Eracleotem qui id aetatis pictoribus caeteris longe antistabat, a Crotoniatis magno conductum pretio, scribit Cicero, Rhetoricorum secundo...*

(Cícero escreve, no 2º dos Retóricos, que Zêuxis de Heracleia, de longe o melhor pintor do seu tempo, fora magnanimamente contratado pelos Crotoniatas...)”¹⁵.

Mais a frente deste adverte os ouvintes que é manifestação de sabedoria eleger um artista muito mais competente que outros para edificar uma obra incomparável. Desse modo prepara a *captatio benevolentiae*¹⁶, asseverando ao público, formado de “senadores e varões ilustríssimos, [que] seguistes muito prudentemente este nobre exemplo, se não parecesse tomar, na minha [André de Resende] enorme pequenez, a importância, na arte de falar, que todos de mérito atribuíam a Zêuxis, na pintura”. E que os moradores de Lisboa foram os que chamaram “um munícipe de Évora, com fama de erudição oxalá não falsamente concebida” para pintar um templo consagrado a Palas, mas não um templo que se reveste com paredes e quadros, nem com imagens mudas e estátuas silenciosas, mas que se reveste “com as cores da palavra e o pincel da língua”¹⁷.

Nesta passagem operam duas tópicas, ou lugares comuns, referentes à invenção do discurso. Uma seria a afinidade entre pintura e retórica, “*ut pictura poesis*, segundo a qual o pintor e o orador se exercitam ambos na invenção”¹⁸, extraída da *Epistola ad Pisones* (Arte Poética) de Horácio¹⁹. A outra, sobre a escolha das *auctoritas* para a imitação por semelhança,

¹⁴ O responsável pela oficina tipográfica era Germão Galharde, e o exemplar que pertenceu a D. Manuel II, e que está na Biblioteca de Vila Viçosa, há por vezes em branco linhas completas, devido à falta de caracteres gregos. O exemplar da Biblioteca Manizola e o que pertence ao British Museum, parecem as lacunas preenchidas pelo próprio André de Resende. Curioso fato, o da falta de caracteres em grego, já que um pouco antes, entre 1530-1531 Germão Galharde fora o organizador da oficina tipográfica do Mosteiro de Santa Cruz em Coimbra, e que no mesmo ano de 1534 saiu “o *De Divisionibus et Definitionibus*, de Boécio, no qual já se empregaram caracteres gregos bem trabalhados”. Cf. CARVALHO, Joaquim. *Op. cit.*, pg.65. Cf. RESENDE, André. *Op. cit.*, p. 31 e p.65.

¹⁵ Cf. RESENDE, André. *Op. cit.*, p. 31.

¹⁶ Cf. CÍCERO. *De Inventione*. Tradução de H. M. Hubbel. Massachusetts: Harvard University Press, 1949, pg. 21, I, 15, 21. “...we must use the topics designed to produce good-will, that the advantage which already exists may be increased”.

¹⁷ Cf. RESENDE, André. *Op. cit.*, p. 33.

¹⁸ ALBERTI, Leon Battista. *Da Pintura*, trad. Antonio da Silveira Mendonça. Campinas: Editora Unicamp, 1999. Ver apresentação de Leon Kossovitch, p. 29.

¹⁹ Cf. HORÁCIO. *Epistula ad Pisones* (Arte Poética), p. 65.

ou seja, o orador deve eleger as melhores autoridades segundo cada gênero para a *inventio* do seu discurso. Na oração, André de Resende rivaliza com as *auctoritas* ao se colocar como a melhor autoridade a ser escolhida, entre outras possíveis, para proferir o discurso de abertura do ano letivo da Universidade de Lisboa. Assim, a primeira expressão da narração é *Zeusin Eracleotem*, que não parece ser inoportuno. Ao recorrer, de início, a essa tópica emulativa, Resende se insere em uma longa tradição de rétores e oradores²⁰. Entende-se que essa emulação ciceroniana opera na *Oratio* de modo similar a Erasmo de Roterdã: “logo, que nos resta, a não ser que aprendamos a própria imitação de Cícero a partir do próprio Cícero? Mas imitemo-lo tal como ele imitou os demais”²¹.

Erasmo de Roterdã publicou seu *Diálogo ciceroniano* em 1528 e defende o “ciceroniano eclético” contra o “ciceroniano simples”²², ou seja, defendia uma *imitatio* a partir de vários modelos, os melhores segundo cada gênero de discurso, o tema e a plateia, tal qual opera em Cícero, proposto no *De Inventione*. Dessa forma, Erasmo recorre também à tópica de Zêuxis para confirmar a sua posição na disputa²³.

Portanto, a *Oratio pro rostris* de André de Resende é composta a partir de autoridades de diferentes épocas e lugares mas, principalmente, a partir de Cícero, Quintiliano e Erasmo. Dessa

²⁰ A tópica consiste na analogia entre pintura e retórica, na eleição das melhores autoridades para serem emuladas. Aparece em Cícero, quando narra a história de Zêuxis ao pintar o retrato de Helena como exemplo para demonstrar seu modo de construção do discurso. O povo de Crótona deu autoridade ao pintor para selecionar qual seria o seu modelo exemplar de beleza, entre as belas moças crotonenses, e como o pintor não o encontrou em uma só, escolheu entre todas cinco, pois a natureza atribui a cada um alguma vantagem. Ora, Cícero diz que operou de modo similar ao escrever sobre retórica, elegendo e escolhendo entre as autoridades do presente e do passado os melhores modelos a serem imitados. A tópica também aparece no discurso preceptivo *Da Pintura* de Leon Battista Alberti, no Comentário sobre Dante, escrito por Boccaccio, como também em autoridades antigas, como Plínio, o velho, entre outros.

Cf. CÍCERO, *De inventione*, 2.I-2; Cf. PLINY, *Natural History*, p. 308-309, [64-65]; Cf. ALBERTI, Leon Battista. *Da Pintura*, p. 132 [55]; Cf. BAXANDALL, Michael. *Giotto e os Oradores*, p. 53. Cf. ROTERDÃ, Erasmo. *Diálogo ciceroniano*. Tradução e prefácio Elaine C. Sartorelli. São Paulo: Unesp, 2013, p. 32.

²¹ Cf. ROTERDÃ, Erasmo. *Op. cit.*, p. 124-125.

²² Ver apresentação de Elaine C. Sartorelli, pg. IX. “Reduzindo a questão ao mínimo, tratava-se [Diálogo] de uma disputa que opunha dois tipos de ciceronianos: os estritos, por assim dizer, e os ecléticos, também por força de expressão. Os primeiros, conhecidos ainda como “ciceronianos simples”, pregavam a prática da imitação, que podia chegar a ser *ipsis litteris* de um modelo único, Cícero... De outro lado, estavam os chamados “ciceronianos ecléticos”, partidários da imitação composta, para os quais a ideia de *imitatio* abarcava o estudo de vários modelos, que deveriam ser assimilados e reelaborados segundo a conveniência e o decoro exigidos pelo tema e pela plateia”. Cf. ROTERDÃ, Erasmo. *Op. cit.*, p. 43. “Sendo assim, aprovo o exemplo de Zêuxis, exemplo que é seguido também por Quintiliano, quando prescreve ao imitador que não haverá de ler só um autor, nem todos, nem uns quaisquer, mas sim que, dentre os principais, deve escolher alguns excelentes. E dentre estes, concede a primazia a Cícero, mas não desacompanhado. Pois quer que Cícero seja o autor supremo entre os melhores, mas não o único, com a exclusão dos outros”.

²³ *Ibid.*, p.43.

forma, as donzelas que André de Resende se serve para pintar o templo consagrado a Palas, serão as disciplinas liberais que compõe o ensino da Universidade de Lisboa, não como de fato se apresentam, mas como em Cícero e Zêuxis, como a melhor imagem do ensino e disposição dessas artes liberais na Universidade. Nesse sentido é que pode-se entender a análise de Miguel Pinto sobre a *Oratio pro rostris*, onde esta oração não se apresenta como um discurso que pretende uma crítica ao modo de ensino das artes na Universidade, mas antes como “o sabor de alguma coisa que se procura aperfeiçoar, actualizar mais, de modo a estar-se a par dos ideais humanistas que sopravam de Itália, dos Países Baixos, da França, da Inglaterra...”²⁴.

Esse aperfeiçoamento de que fala Miguel Pinto refere-se a tópica emulativa confirmada em relação aos destinatários da *Oratio*. Resende profere a oração a senadores e varões ilustríssimos que muito possivelmente são os professores que ensinam as diversas artes, como também ao Reitor da Universidade de Lisboa e aos ilustres “munícipes olissiponenses”. Porém, desloca a oração, em diversas passagens, para o zelo e instrução dos jovens e adolescentes estudantes, a começar pela gramática.

Esta é a primeira arte de que fala André de Resende e a define como ciência do bem falar e da interpretação dos poetas, a partir de Diomedes e de Quintiliano, e que invade os domínios da Música, Astronomia e Filosofia. Em seguida apresenta uma enumeração de como as letras gregas, como um mestre, guiará o ensino de todas as artes, subordinando todas à arte do bem falar. No elogio da Gramática, o autor apresenta uma bela imagem desta “arte, raiz de todas as mais, que vagueia engenhosamente por entre todas as outras, à semelhança da graciosa abelha do Himeto, que, errando pelos argos verdejantes, pasce ora estas, ora aquelas flores”²⁵.

A metáfora da abelha, que recolhe o pólen de diversas flores para produzir o mel, um produto melhor do que cada flor em particular, filia o discurso de Resende ao Diálogo de Erasmo, como a Horácio, Quintiliano, Cícero, Petrarca, entre outros, cuja perspectiva é novamente da emulação, onde o modelo a ser imitado deve ser buscado entre diversas autoridades, prevendo a construção de um discurso superior a eles²⁶. Ademais, Resende insere

²⁴ Cf. RESENDE, André. *Op. cit.*, p. XVII-XVIII.

²⁵ Cf. RESENDE, André. *Op. cit.*, p. 37.

²⁶ A profa. Dra. Elaine C. Sartorelli, na apresentação de sua tradução do Diálogo ciceroniano, discorre sobre a metáfora da abelha, cuja tópica foi extraída da Epístola 84.3-10 de Sêneca, e que surge em Petrarca no *De ignorantia*. Ver apresentação, pg. IX-X. No Diálogo, Erasmo atribui a tópica a Horácio, *Odes* 4.2.27-32. Cf. ROTERDÃ, Erasmo. *Op. cit.*, pg.57. “Acaso Horácio não emulou os líricos gregos de tal forma que, tomando o que houvesse de mais belo em cada um, deixou todos os outros para trás? Diz ele: Eu, à maneira e ao modo da

a tópica da Fortuna, propondo que os jovens e adolescentes se esforcem com todas as forças ao estudo das melhores autoridades, pois, no momento em que a Europa renasce, e o século revive, é necessário que Lisboa se iguale a França, Inglaterra, Espanha e rivalize com a Itália, mãe dos estudos:

Peço-vos veementemente, nobres rapazes, que não sigais este erro [apatia e desprezo pelas artes liberais]. A vossa fé, doutíssimos senhores, sobre quem impende o cuidado de instruir a juventude, a vossa, digo e imploro, para que não sofraís que engenhos, aliás bons, continuem mais tempo envoltos em mísero e nebuloso erro, mormente agora que, por onde quer que se estende, quase toda a Europa renasce, agora que todas as terras, até as outrora mais bárbaras, aspiram à antiga felicidade do século mais culto²⁷.

A próxima arte narrada na *Oratio* é sobre os dialéticos, vizinhos dos retóricos, que têm em comum entre si o mesmo modo de argumentação, mas enquanto os primeiros trazem luz à verdade, os segundos têm como fim da arte a verossimilhança e o persuadir. Esta definição aparece como tópica aristotélica, onde “a Retórica é a outra face da Dialética; pois ambas se ocupam de questões mais ou menos ligadas ao conhecimento comum e não correspondem a nenhuma ciência em particular”²⁸. Ou seja, ambas compartilham do mesmo modo de argumentação, porém, enquanto a Dialética opera com silogismos cujo fim é um discurso verdadeiro, a Retórica opera com entimemas, os quais são o corpo da prova, cujo fim é a persuasão por verossimilhança, “pois é próprio de uma mesma faculdade discernir o verdadeiro

abelha do Matino,/que com esforço suga os agradáveis tomilhos/ em torno dos muitos bosques e margens do úmido Tibur./ componho, humilde, versos trabalhosos”.

²⁷ Cf. RESENDE, André. *Op. cit.*, p. 39. A tópica da Fortuna refere-se à noção de história, inserida principalmente nos discursos retóricos das artes, do século XIV ao XVIII. Nesse sentido, a arte revive e renasce após breve declínio na sua própria história, ciclicamente, diferentemente do retilíneo positivista do século XIX e XX. Cf. KOSSOVITCH, Leon. *Contra a ideia de Renascimento in Artepensamento*. Org. Adauto Novaes. São Paulo: Companhia das Letras, 1994, p. 59. “Dois “Renascimentos” distinguem-se na história das artes: o inventado, retórica e poeticamente, no século XIV, ainda vigente no XVIII; o periodizado no século XIX como positividade estilística, hoje positivíssima. O primeiro, do qual o segundo se apropria, é da invenção: os lugares “Antigo-Moderno” e “Fortuna” ligam os tempos como “luz-treva” e “ascensão-declínio”, respectivamente”. Essa tópica da Fortuna aparece também em Francisco de Holanda, no Da Pintura Antiga de 1548, capítulo V do livro primeiro, cujo título é: “Quando se perdeu a pintura, e quando se tornou a achar”. Nele Francisco de Holanda apresenta os tempos de vida-morte, luz-treva, onde após a glória grega e romana a pintura foi-se perdendo pouco a pouco, até seu sepultamento. Em Petrarca ela não ressurgiu, mas move-se um pouco na cova onde estava, e com Miguel Ângelo ela restituiu quase o seu primeiro ver. Cf. HOLANDA, Francisco. *Da Pintura Antiga*. Introdução e notas de Angel Gonzáles Garcia. Lisboa: Imprensa Nacional, 1983. p. 35-43. Desse modo, os lugares-comuns reviver e renascer, que aparece em algumas passagens da *Oratio* de Resende, insere-se em tópica da invenção da Fortuna. Cf. RESENDE, André. *Op. cit.*, p. 39-55.

²⁸ ARISTÓTELES. *Retórica*. Tradução e notas de Manuel Alexandre Júnior, Paulo Farmhouse Alberto e Abel do Nascimento Pena. Lisboa: Centro de Filosofia da Universidade de Lisboa, 2006, p. 89.

e o verosímil... e, por isso, ser capaz de discernir sobre o plausível é ser igualmente capaz de discernir sobre a verdade”²⁹.

Desse modo, o importante é perceber como André de Resende ordena sua *Oratio* da disposição das Artes ao elogio da Eloquência – arte do bem falar, do estudo da Gramática para a Dialética e a Retórica, subordinadas à Eloquência, já que:

Qualquer que seja a ciência que vos proponhais seguir [ilustres jovens], qualquer que seja o estudo que estejais para professar, não é lícito ignorar a arte que sobre as outras lança admirável luz. Na verdade, vedes que indivíduos, medianamente eruditos, só com serem levemente instruídos na arte do dizer, sempre estiveram e estão em maior apreço, e obtêm maior confiança geral, ao passo que varões doutíssimos, mas pouco exercitados na oratória, são menos considerados, por causa da incapacidade de falar³⁰.

A oração continua a apresentar o que cabe a cada arte em particular com a Filosofia bipartida entre Física e Ética (Natural e Moral): a primeira com estudos sobre as causas e origens da natureza, os Meteorológicos, a Astronomia e a Medicina; a segunda com os estudos da Política, das Leis e do Direito. Ademais, o estudo das leis a partir das autoridades gregas e latinas não diverge dos preceitos da tradição cristã, pois:

Há, de facto, uma lei eterna, que, como Cícero diz no 2º livro Das leis, tem o poder de chamar à prática das boas acções, e afastar os pecados. Poder este que não só é mais antigo que os povos e as cidades, mas coevo daquele Deus que protege e rege o Céu e as terras, pois nasce com a mente divina. Por isso, a lei verdadeira e principal, apta para mandar e proibir, é a recta razão de Júpiter Supremo [...] Ora, estes princípios de tal modo foram formulados pelo mais ilustre príncipe da filosofia latina, que em nada divergem dos preceitos da nossa religião³¹.

E, como última arte de ensino, apresenta-se a arte da teologia. André de Resende une a Eloquência latina com a Teologia cristã, seguindo ao que parece, Erasmo de Roterdã, pois entende que se deve vituperar aqueles que não se interessam pela Retórica e proferem: “*Christianus sum, non Ciceronianus*”³².

²⁹ Ibid., p. 92-93.

³⁰ Cf. RESENDE, André, *Op. cit.*, 1956, p. 45.

³¹ Cf. RESENDE, André. *Op. cit.*, 1956, p. 47.

³² Nesta passagem André de Resende inverte a tópica “*non Christianus es, sed Ciceronianus*”, ouvida em sonho por Jerônimo. Elaine Sartorelli aponta essa tópica no Diálogo ciceroniano ao comentar certa passagem sobre “Lactância, de quem se disse que emana a torrente láctea da eloquência ciceroniana. Ver ROTERDÃ, Erasmo. *Op.*

Por fim, apresenta uma enumeração de exemplos pátrios a imitar, começando com Álvaro Pais no século XIII e chegando aos seus contemporâneos, como Estêvão, Luís Teixeira, Diogo Pacheco, Francisco de Melo, entre outros, igualando Lisboa com a glória e os feitos dos romanos. E, após a enumeração dos mestres retoma o início, propondo ao Rei que efetivasse uma reforma do ensino na Universidade a partir das preceptivas humanistas que expôs na *Oratio*, pois “a sua dignidade e nobreza aumentariam muito com a reforma dos estudos das disciplinas liberais, uma vez que vemos aldeias das mais obscuras, em pouco tempo, tornarem-se, com isso só, muito ilustres, ricas e notáveis”³³. Desse modo, no epílogo da *Oratio*, André de Resende condensa em uma sentença a relação entre a reforma do ensino da Universidade, tópica ciceroniana, com outra da Fortuna, pois, com a reforma do ensino o Rei aumenta em muito sua dignidade e nobreza, com suas aldeias saindo do obscuro e tornando-se ilustres.

1.3 Mestre João Fernandes

A oração *De Celebritate Academiae Conimbricensis* foi proferida por Mestre João de Fernandes (*Rhetor Conimbricensis*) quando o Infante D. Luís visitou a Universidade de Coimbra, no ano de 1548. Mestre João de Fernandes era castelhano, natural de Sevilha, nascido em 1499. Leu Retórica na Universidade de Salamanca e em Alcalá de Henares, transferindo-se à Coimbra antes de 1539.

Entre as décadas de 1530 e 1550, Coimbra começa a figurar como o centro do humanismo português. Vale lembrar que D. João III transfere a Universidade de Lisboa para Coimbra em

cit., p.146, nota 404. Erasmo, por sua vez, dedica longas páginas a defesa da eloquência em comunhão com a teologia cristã, propondo seguir Cícero, mas a partir da prerrogativa de que os assuntos sobre os quais se dedica em seu tempo diferem daqueles do tempo de Cícero, e que um bom orador cristão deve falar de assuntos profanos como um cristão perante cristãos. Cf. ROTERDÃ, Erasmo. *Op. cit.*, p. 97. “Assim, os ciceronianos deveriam primeiro tratar de compreender os mistérios da religião cristã e ler os livros sagrados com não menor atenção do que Cícero leu os livros dos filósofos, dos poetas... Mas vamos lá, suponhamos que devemos falar perante cristãos, mas sobre um assunto profano; por exemplo, sobre firmar um pacto ou sobre iniciar uma guerra; acaso nós, cristãos, falaremos dessas coisas perante cristãos do mesmo modo que Cícero, um pagão, falava perante pagãos? Acaso todas as ações de nossa vida não devem estar submetidas às regras de Cristo? Se teu discurso se afastar dessas regras, já não serás um bom orador nem um homem bom”. Essa expressão, “*Christianus sum, non Ciceronianus*” será, de acordo com Joaquim de Carvalho, o fundamento do humanismo português, pois “desse pregão da sua atitude se pode fazer a característica essencial do humanismo português, tão visceralmente hostil à paganização do Homem como à divinização da Natureza”. Cf. CARVALHO, Joaquim. *Estudos sobre a cultura portuguesa do século XVI*, p. 57.

³³ Cf. RESENDE, André. *Op. cit.*, 1956, p. 61.

1537, e que, anteriormente a essa data, o humanismo em Portugal localizava-se no ambiente da Corte. “Coimbra, porém, foi a detentora desse movimento de difusão e de renovação literária e científica”³⁴, com três centros de estudos e ensino: o Mosteiro de Santa Cruz, a Universidade de Coimbra e o Colégio das Artes. Mestre João de Fernandes ensinou em dois desses centros, primeiro no Mosteiro de Santa Cruz (1538-1539) e posteriormente na Universidade, até 1548, quando D. João III dispensa-o do ensino universitário e permite-lhe ir lecionar na casa do Duque de Bragança. Nesse mesmo ano é proferido o elogio da Universidade, em louvor ao Infante D. Luís e ao Rei D. João III. Dessa forma, “a oração, no fim das contas, redundava num autêntico panegírico em louvor de D. João III, pois tanto o elogio do infante D. Luís como o dos lentes vêm desaguar na pessoa do monarca”³⁵.

O panegírico, por sua vez, é um subgênero do epidítico, cuja forma historiográfica busca o elogio ou o vitupério daquele a quem se dedica. No caso, a oração é pronunciada para o Infante D. Luís, quando da sua visita à Universidade, “como é costume e como encargo meu [Mestre João], foi-me mandado pelo Senado que eu só, em nome de todos, o recebesse com um discurso panegírico e por tão grande benefício lhe desse graças”³⁶. Para a invenção dessas *graças* Mestre João recolherá lugares-comuns ao gênero, compondo-o brevemente, e com isso, escolhendo os melhores exemplos, cuja imitação recolhe da mesma tópica que aparece no início da *Oratio pro Rostris*, de André de Resende, de Zêuxis e as donzelas de Crotona.

E nesta matéria, não tendo sido possível de outro modo pela estreiteza da tábua, dificilmente pinto o corpo inteiro, mas apenas deste a cabeça, daqueles as mãos, os olhos ou a orelha, de tal modo que a abundância das imagens é compensada pelas sombras e pela luz. Eis aquilo de que, a propósito de cada um, a perfeita correção da arte sentiria falta³⁷.

A seleção e escolha, que configura a invenção do discurso, são colhidas a partir de um repertório de exemplos, cuja função seria constituir discursos de louvores das qualidades morais dos grandes³⁸. Desse modo, Mestre João dispõe a primeira parte do discurso, com louvor a

³⁴ Cf. CARVALHO, Joaquim. *Op. cit.*, p. 63.

³⁵ Cf. FERNANDES, Mestre João. *A oração sobre a fama da Universidade*. Prefácio, introdução, tradução e notas de Jorge Alves Osório. Coimbra: Faculdade de Letras da Universidade de Coimbra, 1967, p. 32.

³⁶ *Ibid.*, p. 123.

³⁷ *Ibid.*, p. 125.

³⁸ Cf. CÍCERO. *Sobre el Orador*. Tradução José Javier Isso. Madrid: Gredos, 2002, p. 355. “Y quien impulse a la audiencia a la dignidade, reunirá los ejemplos de nuestros mayores, que, incluso en medio del peligro resultaban

virtude e erudição do príncipe D. Luís a partir da genealogia dos reis de Portugal, mas não todos, pois o gênero diz brevemente as ações do passado. Essa seria a possível causa para a supressão dos reis Sancho I e D. Fernando, como também a omissão do Infante D. Henrique, ao contrário do que nos diz Jorge Alves Osório, que Mestre João se esqueceu de referir a essas autoridades porque escrevia de memória, devida à falta de tempo para o preparo da oração.

Mestre João descreve e enumera a linhagem dos reis de Portugal até o príncipe D. Luís, porém não necessariamente narra essas ações no tempo passado, mas sim, põe diante aos olhos da assembleia essas mesmas ações e atualiza-as no presente. O texto do mestre rétor pode ser comparado com uma passagem do texto de Alcir Pécora:

Portanto, para que menos se me leve como acusação, se sucumbir ao peso de matéria tão grande, vem-me ao pensamento, Senadores, pôr perante vossos olhos os exímios dotes de espírito e de corpo³⁹ do príncipe D. Luís, e alguma coisa dizer ao próprio príncipe de vossa virtude e singular erudição. Assim acontecerá, de tal forma que este nosso discurso de graças brilhe com o próprio esplendor da matéria⁴⁰.

O panegírico, embora também descreva genericamente ações já passadas, não o faz referindo o que ouviu dizer a respeito delas e reteve fielmente na memória, mas produzindo uma narrativa à qual dá fé. Trata-se de um discurso que autoriza a verdade desses feitos. O seu recurso fundamental para tanto é a representação que os coloca diante dos olhos do leitor, por meio de uma composição assentada na vivacidade do que se narra, de tal modo que se imagina testemunhado pela vista, no exato presente da leitura⁴¹.

Na sequência do panegírico, Mestre João Fernandes enumerará as artes de ensino na Universidade com seus respectivos lentes. Não todos, apenas aqueles dignos de memória e que merecem reconhecimento público. Começará por André de Noronha, reitor, notável nas letras e costumes, e que deve se mostrar obediente ao Rei e à Academia, conforme costume. Em seguida, enumera os lentes da Teologia e dos direitos canônico, romano e civil, cuja formação dos mestres ocorreram em Universidades estrangeiras, como Alcalá de Henares, Salamanca,

gloriosos, hará énfasis en el indeleble recuerdo que nuestra decisión dejará en la posteridad y defenderá que de la gloria nace provecho y que éste siempre ha estado vinculado al prestigio social”.

³⁹ Ibid., p. 358. “Así pues, es evidente que en el hombre hay unas cosas deseables y otras dignas de elogio: el linaje, la belleza, el vigor físico, los recursos, riquezas y todo lo demás que la naturaleza otorga al cuerpo o a nuestra posición social”.

⁴⁰ Cf. FERNANDES, Mestre João. *Op. cit.*, p. 127.

⁴¹ Cf. PÉCORA, Alcir. *As excelências do Governador: o panegírico fúnebre a D. Afonso Furtado, de Juan Lopes Sierra (Bahia, 1676)*. Org. Stuart B. Schwartz e Alcir Pécora; trad. Alcir Pécora e Cristina Antunes. São Paulo: Companhia das Letras, 2002, p. 49.

Paris. Por fim, apresenta três artes, a Medicina, as Matemáticas e a Filosofia Moral. Sobre as demais artes silencia.

Pedro Nunes aparece como único lente de todas as matemáticas e também como conhecedor de todas as ciências que as compõem. “Que hei-de eu dizer da tua completa erudição na excelência de toda a matemática?”. O elogio à Nunes, longo em comparação aos lentes de Medicina e Filosofia Moral, retoma a pronúncia do discurso em direção ao Infante D. Luís, amplificando o encômio do panegírico.

A antiguidade possuiu vários Arquimedes, e contudo a nossa época contentou-se com um só Pedro; é que não aparecem com frequência os diamantes, para que o seu valor esteja na raridade... É graças a ti [Pedro Nunes] que o nosso Príncipe D. Luís, para quem a terra é um ponto, pode contemplar os vastíssimos orbes do mundo⁴².

Nota-se nessa passagem um argumento por analogia, que possui fim hiperbólico. Na construção “*nosso Príncipe D. Luís, para quem a terra é um ponto*” pode ser compreendida a partir da comparação análoga entre o Príncipe e o Firmamento, que seria a região da esfera das estrelas fixas que encerram o mundo⁴³. Essa analogia prevê o conhecimento prévio de que a Terra é um ponto se comparado ao Firmamento, e que esta definição está presente, entre outros lugares, no *Tratado da Esfera* de Sacrobosco, cuja tradução do latim para o português foi realizada por Pedro Nunes e dedicada ao Infante D. Luís. Assim, o Príncipe torna-se tão alto quanto a esfera das estrelas fixas, e essa analogia pode ser encontrada na obra que lhe é dedicada por aquele que está sendo objeto de elogio na *Oratio* de Mestre João Fernandes.

A alusão do Mestre Fernandes que, *graças a Pedro Nunes, o Príncipe pode contemplar os orbes do mundo* encontra-se, supostamente, em dois lugares: o *Tratado da Esfera* de Sacrobosco e no ensino áulico de Nunes. Em 1537 Nunes dedica a sua tradução do *Tratado da Esfera* ao Infante Dom Luís, “por ter muita confiança e experiência de sua humanidade... lha dediquei para que, levando o título de seu esclarecido nome, possa ficar ilustre e imortal...”⁴⁴.

⁴² Cf. FERNANDES, Mestre João. *Op. cit.*, p. 147.

⁴³ Cf. SACROBOSCO, J.. *Tratado da Esfera*. Tradução e comentários de Pedro Nunes, atualização para o português contemporâneo Carlos Z. Camenietzki. São Paulo: Ed. Unesp, 2011, p. 9-17. “Substancialmente se divide a esfera em 9 esferas: na nona, que é o *primum mobile*; na esfera das estrelas fixas, que se chama firmamento e em sete esferas de sete planetas... E que a Terra seja como centro e um ponto com respeito ao firmamento...”.

⁴⁴ *Ibid.*, p. 06. Essa *humanitas* também aparece na *Oratio* de Mestre João ao se referir ao Infante. Cf. FERNANDES, Mestre João. *Op. cit.*, p. 129. “Príncipe sereníssimo, enquanto exponho em brevidade tudo isto, com essa humanidade que sempre foi tua [*quae tua semper fuit humanitas*]...”.

Portanto, a dedicatória do *Tratado da Esfera*, que contém “aqueles princípios que deve ter qualquer pessoa que em Cosmografia deseja saber alguma coisa” é oferecido àquele que muito sabe sobre o assunto⁴⁵, não como forma de ensinar, mas de lhe promover ilustração e imortalidade ao nome.

Em 17 de outubro de 1541 Pedro Nunes escreve no prefácio do *De crepusculis* que todos os dias lê e explica os livros de Aristóteles ao Infante D. Luís. E, em seguida, faz um encômio ao Príncipe, elevando-o muito em consideração. Esse encômio é construído a partir dos feitos bélicos e do cultivo às ciências.

Na verdade, não julgou ele bastante ter atravessado o Estreito com o Imperador Carlos para conquista de Tunes, a cidade mais fortificada de África, nem haver-se mostrado guerreiro muito esforçado em todas as incursões e combates, senão que ainda agora não cessa de cultivar o espírito com o ornamento das ciências, coisa que haveria logrado admiravelmente em relação à Aritmética, Geometria, Música e Astrologia [...]⁴⁶.

Esse elogio, construindo por essas duas artes, a guerra e as ciências, presentes na figura de um só, o Príncipe D. Luís, é uma tópica possivelmente retirada de Cícero, e replicada em alguns textos contemporâneos à Pedro Nunes e Mestre João Fernandes⁴⁷.

⁴⁵ Cf. SACROBOSCO, J. Op. cit., p. 06. “E duvidando muito comigo se dirigia isto a V. A., a matéria da obra me convidava a fazê-lo; porque pois V. A. tem tanto primor em Cosmografia, e na parte instrumental... parece que de direito lhe pertencia”.

⁴⁶ Cf. NUNES, Pedro. *Obras*, Vol. II, Tradução de Miguel A. Pinto de Meneses. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002. p. 143.

⁴⁷ Na oração *De liberalium Artium studiis oratio*, pronunciada na inauguração do Colégio das Artes em Coimbra em 21 de Fevereiro de 1548, na presença do Rei D. João III, Arnaldo Fabrício expõe a tópica ciceroniana, onde “[...] há duas coisas que podem elevar os homens até o mais alto grau da honra e da fortuna, uma, a ciência militar, a outra, o conhecimento das artes e da ciências...”. Ora, em Cícero, no *Pro Murena*, aparece nos seguintes termos, cuja tradução é de Ernane Alves Siqueira: “São duas as artes que podem elevar os homens ao mais alto grau da consideração: uma, a do grande general, e a outra, a do ótimo orador”. Ela também aparece em André de Resende, em seu Discurso de 1551, pronunciado no mesmo Colégio das Artes de Coimbra, só que mais próximo de Pedro Nunes, tal qual de Fabrício o é de Cícero. Cf. RESENDE, André. *Um discurso de André de Resende: pronunciado no Colégio das Artes*. Tradução Gabriel de Paiva Domingues. Coimbra: Coimbra Editora, 1945, p. 47. “Luís, o animoso príncipe, irmão germano do próprio Rei, grande em estudos, nas armas e por tantos outros títulos e factos [...]”. Em Camões essa tópica aparece no canto VII-79, quando refere-se a si mesmo: “*Numa mão sempre a espada e noutra a pena*”. Joaquim de Carvalho, por sua vez, atribui essa tópica a Duarte Pacheco Pereira e a D. João de Castro, pois “são as duas personagens mais representativas do Renascimento português. Trata-se de dois homens que reflectem o peso da Idade Média e que, ao mesmo tempo, se projectam na modernidade [...] A espada do cavaleiro medieval; a pena do cientista, do técnico moderno”. Por outro lado, André de Resende, na *Oratio pro rostris* vitupera a guerra, e elogia os estudos das letras. “Com efeito, o pai da filosofia e da eloquência latinas considerou o fazer guerras mais próximo das feras que dos homens [Cícero, *De Officiis*]. E é fora de dúvida que ninguém jamais alcançou ou possuiu as riquezas sem cruel ansiedade de alma, e sem cuidados atrozes, para não dizer, sem misérrima escravidão. Porém, o estudo das letras tem labores dulcíssimos, frutos mais doces, cuidados de alma recreativos e, devido à indagação da verdade e perspicácia, uma propriedade muito semelhante à

Portanto, são pelos anos de ensino e explicação de Pedro Nunes, cuja *completa erudição na excelência de toda a matemática* provém *daqueles princípios* de Cosmografia que permite a *contemplanção dos orbes do mundo*, e que elevam ao mais alto grau de honra e fortuna o Príncipe D. Luís, comovendo-o, assim, para a recepção do discurso.

1.4 Francisco de Melo e Pedro Nunes

Ao comparar as duas orações, a de André de Resende e a de Mestre João, percebe-se, além da inversão na disposição das artes de ensino, o silenciar de algumas e a descrição pormenorizada de outras. Enquanto André de Resende principia sua oração com as artes da Gramática, Dialética e Retórica, elas sequer são mencionadas por Mestre João. Por outro lado, o mestre de retórica de Coimbra inicia a sua *De Celebritate* com a Teologia e com a arte dos Direitos (canônicos, romanos e civil), com a enumeração mais longa do discurso, a partir do elogio de seus dez lentes. Para a arte da Medicina enumera três lentes, e para toda as Matemáticas apenas um, Pedro Nunes. Por fim, apresenta os últimos três lentes da Filosofia Moral. A *Oratio pro Rostris* de Resende, contudo, finaliza com a Teologia, e dispõe grande parte da oração ao elogio da Gramática e da Eloquência.

Após esse breve cotejamento das orações de André de Resende e Mestre João Fernandes segue-se a uma apresentação dos lentes de Matemática que aparecem nas duas orações Francisco de Melo na *Oratio* de 1534 e Pedro Nunes na *De Celebritate* de 1548, com o objetivo de mostrar como possivelmente Pedro Nunes emula Francisco de Melo na composição do seu *De crepusculis*.

Francisco de Melo é descrito na *Oratio* como:

[...] varão de suma facilidade e elegância no escrever, e de suma sabedoria, que, não contente com acrescentar à filosofia cristã o brilho verbal, já ilustre em escritos matemáticos, vingou o seu nome da injúria do esquecimento. E todos estes que por distinção nomeei, ainda que depois trouxeram da Itália, e

divindade”. Consideramos que Pedro Nunes, por ser um letrado de gabinete, vinculado a Universidade e ao ensino na corte, está mais próximo desse fragmento da *Oratio pro rostris* do que à tópica referente ao Infante D. Luís.

de Paris, maior erudição para a Pátria, contudo, alunos desta Universidade, a ela devem os rudimentos e os primórdios da nobreza que alcançaram⁴⁸.

Neste fragmento percebem-se algumas características do humanismo que apontamos acima, a de bom orador, com a união entre eloquência e cristandade e a contribuição para a Pátria a partir dos estudos como bolseiro no exterior. Francisco de Melo, um dos matemáticos mais importantes do período anterior a Pedro Nunes, nasceu por volta de 1490, realizou os primeiros estudos na Universidade de Lisboa. Como bolseiro do Rei D. Manuel, em 1514 completou seus estudos em Teologia e Matemática na Universidade de Paris, onde também foi professor. Ao regressar a Portugal, foi reitor na Universidade de Lisboa de 1529 à 1533. Faleceu em 27 de abril de 1536. Nesse regresso, Francisco de Melo trouxe um manuscrito que ofertou ao Rei D. Manuel como forma de agradecimento pela bolsa e estada em Paris, que consistia na compilação das obras de Euclides sobre Óptica (*Perspectiva e Especulária*) e também um texto de Arquimedes sobre hidrostática⁴⁹. Esse manuscrito, segundo Bernardo Mota e Henrique Leitão⁵⁰, é uma obra que insere Francisco de Melo como um humanista do início do século XVI em Portugal a partir de três características fundamentais: primeiro por investigar áreas negligenciadas das ciências matemáticas; segundo pelo trabalho de edição, tradução e comentário na divulgação de autores antigos da forma mais fiel possível; e terceiro pela restauração das Matemáticas. Esta restauração partiu de dois caminhos complementares: o primeiro com a reformulação das demonstrações das proposições existentes, e o segundo mantendo a mesma disposição do texto original, cujo objetivo foi elucidar o encadeamento lógico do texto, e a noção de ampliação, com a adição de novas demonstrações das proposições originais do texto.

Francisco de Melo, no prólogo da *Perspectiva e Especulária*, elogia o veneziano Bartolomeo Zamberto, cuja tradução da obra euclidiana do grego para o latim possui admirável concisão e magnífica disposição. Porém, as demonstrações do matemático Teão, contidas no manuscrito, estão confusas e mutiladas, e em nada contribuem para clarificar o entendimento dos teoremas matemáticos. Assim sendo, é necessário interpretar as demonstrações com a

⁴⁸ Cf. RESENDE, André. *Op. cit.*, 1956, p. 61.

⁴⁹ Ibid., p. 106-121. Cf. MELO, Francisco. *Obras matemáticas*. Tradução Bernardo Mota e Henrique Leitão. Lisboa: Biblioteca Nacional de Portugal. Centro de Estudos Clássicos, 2014, p. 30.

⁵⁰ Cf. MOTA, Bernardo e LEITÃO, Henrique. *Francisco de Melo: entre o Renascimento Matemático e Humanismo*. Disponível em: https://www.academia.edu/35837485/Francisco_de_Melo_entre_Renascimento_Matem%C3%A1tico_e_Humanismo

salvaguarda das proposições, como também amplificar o texto com novas demonstrações, para excogitar o texto.

No entanto, desde há já algum tempo, entre as obras completas de Euclides, Príncipe dos Matemáticos, lêem-se as suas Especulária e Perspectiva, redigidas com admirável concisão e magnífica disposição, traduzidas para o Latim pelo veneziano Bartolomeo Zamberto, com as demonstrações do distinto matemático Teão. Estas, contudo, estão tão confusas e mutiladas, seja por descuido dos copistas, seja por corrupção do códice grego, que penso que o próprio Teão não as reconheceria, se fosse vivo. Além disso, em nada contribuem para clarificar o entendimento dos teoremas matemáticos; antes pelo contrário, impedem completamente a interpretação destes se as tomares por base; [por isso] mais vale excogitar provas completamente novas, atormentar o engenho excessivamente e durante muito tempo em tradições não fidedignas⁵¹.

Nesse fragmento, Francisco de Melo insere a tópica da Fortuna, com as oposições entre Antigo-Moderno, Luz-Trevas, Claridade-Obscuro, ao emular Bartolomeo Zamberto na sua tradução dos *Elementos* de Euclides, pois:

[...] com o objetivo de restaurar as matemáticas a uma posição de prestígio no seio da cultura e de as tornar uma ponte entre a natureza e a teologia, ocupou grande parte da sua atividade a traduzir as obras de Euclides diretamente do Grego para Latim, trabalho que publicou, pela primeira vez, em 1505. O prefácio desta publicação contém um forte elogio da matemática que teve ampla divulgação. Nela, Zamberti caracteriza Campano, o tradutor medieval dos Elementos, como interpre barbarissimus, e esclarece que deseja recuperar esta obra euclidiana da obscuridade a que estava votada e torná-la acessível a matemáticos, lógicos e filósofos naturais (ou seja, aos estudiosos ligados ao curso de Artes)⁵².

A tópica da Fortuna, que visa trazer lume ou claridade às autoridades antigas que foram eclipsadas por demonstrações obscuras e mutiladas nos códices, os quais vieram do medievo também aparece em Pedro Nunes.

No prefácio do *De crepusculis* lemos o seguinte:

Acrescentei-lhe um opúsculo de Allacen, árabe mui antigo, trasladado outrora para o latim por Gerardo de Cremona, no qual se examinam com exactidão as causas do crepúsculo; tão deturpado, porém, e tão eivado de erros o encontrei,

⁵¹ Cf. MELO, Francisco. *Op. cit.*, p. 40.

⁵² Cf. MOTA, Bernardo e LEITÃO, Henrique. *Op. cit.*, p. 08. Essa tópica da Fortuna também aparece em André de Resende, como exposto acima.

que tive mais trabalho em corrigir o alheio códice que em compor novamente o meu escrito⁵³.

Desse modo, Pedro Nunes apresenta o mesmo procedimento que Francisco de Melo, pois ambos reconhecem que as proposições e/ou as causas, sejam de Euclides ou Allacen, são exatas e bem dispostas, porém as demonstrações devem ser corrigidas e excogitadas como forma de “explicar claramente este assunto mediante os princípios certíssimos e evidentíssimos da matemática” (Nunes), e que, “[por isso] mais vale excogitar provas completamente novas, atormentar o engenho excessivamente e durante muito tempo em tradições não fidedignas” (Melo).

Um segundo ponto de contato entre Francisco de Melo e Pedro Nunes é a amplificação que realizam nos textos. Essa amplificação opera em duas instâncias. A primeira, exposta acima, a partir de novas demonstrações sobre as causas, e a segunda, sobre a amplificação da matéria da qual os textos versam. Francisco de Melo adiciona ao manuscrito euclidiano toda uma teoria sobre o olho humano, a física da luz e percepção visual na forma de um Corolário, que precede a obra de Euclides. Esse Corolário parece seguir as autoridades sobre *Perspectiva* do medievo, como Roger Bacon, John Pecham, Vitelo e também do árabe Ibn al-Haytham, pois nesses tratados, além da explicação da ação da luz direta, refletida e refratada, encontra-se uma explicação da natureza da visão e da anatomia do olho. “O tratado introdutório sobre o olho, que Melo diz ser o seu contributo maior, é tirado, na sua maior parte, dos tratados de Vitelo e Pecham. Muitos dos argumentos acrescentados para melhorar o encadeamento demonstrativo vêm também desses autores, que nunca são referidos...”⁵⁴. Pedro Nunes, no *De crepusculis*, amplifica a disposição do discurso de Allacen com acréscimos retirados do *Tratado da Esfera* de Sacrobosco, dos *Elementos* de Euclides e da *Esfera* de Teodósio, como também pela descrição de um instrumento de medida para calcular o crepúsculo⁵⁵. Ou seja, ao publicar o *Liber de crepusculis* de Allacen, Nunes trabalha com diversas demonstrações de natureza geométrica e algébrica aplicada à esfera cujo objetivo é clarificar os pressupostos matemáticos que operam no opúsculo, assim como Francisco de Melo faz em seu texto em relação à óptica euclidiana. Nesse sentido, ambos operam com a tópica emulativa da seleção e escolha das melhores autoridades para composição dos discursos, rivalizando com elas em relação às

⁵³ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 142.

⁵⁴ Cf. MOTA, Bernardo e LEITÃO, Henrique. *Op. cit.*, pg. 14.

⁵⁵ Veremos detalhadamente esses tópicos no próximo capítulo.

demonstrações, e superando-as na amplificação do discurso recorrendo a outras autoridades das matemáticas.

Portanto, percebe-se que ambos os matemáticos Pedro Nunes como Francisco de Melo operam com tópicos similares a André de Resende e Mestre João, tanto pela recepção das autoridades gregas, latinas e árabes como também pela postura de disputa e superação com essas mesmas autoridades, conforme afirmam nos textos que seguem:

O meu método de demonstração é, confesso, por vezes diferente do empregado pelos antigos e doutos autores, Menelau, Ptolomeu e Gebre, mas não diverge de modo algum do de Euclides e Teodósio – cabendo, aliás, aos eruditos ponderar qual deles seja mais fácil e expedito⁵⁶.

Portanto, depois da explicação dos Elementos de Euclides, que completei perante um auditório vasto e público, decidi interpretar estes dois livros de Euclides e ampliá-los com novas demonstrações. Se me distingui em qualquer destas tarefas, deixo-o ao juízo dos leitores instruídos⁵⁷.

⁵⁶ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 142.

⁵⁷ Cf. MELO, Francisco. *Op. cit.*, p. 42.

Capítulo 2 – Sobre as obras de Pedro Nunes e Allacen

2.1 O *De crepusculis* de Pedro Nunes

O *De crepusculis liber unus* foi escrito em 1541 e impresso pela primeira vez em 1542, no qual Pedro Nunes resolve uma curiosidade apresentada pelo infante D. Henrique sobre a extensão do crepúsculo nos diferentes climas mediante os princípios certíssimos e evidentíssimos da matemática. Junto a esta obra Nunes publica um texto atribuído ao árabe Allacen, o *Liber de crepusculis*, cuja tradução para o latim é de Gerardo de Cremona⁵⁸.

Existem cinco edições do *De crepusculis*. Três impressas no século XVI, sendo duas em vida e inspeccionadas por Pedro Nunes, 1542 e 1571(3)⁵⁹, e a terceira datada de 1592. A quarta edição veio à luz no século XX, 1943, organizada, revisada e anotada por uma comissão pertencente à Academia das Ciências de Lisboa. Por fim, a última no século XXI, 2003, na mesma Academia, tendo a frente Henrique de Souza Leitão, o qual retoma a publicação das *Obras completas* de Pedro Nunes. Joaquim de Carvalho compara as três primeiras edições e elege a edição de 1571, última impressa em vida de Pedro Nunes, para ser reproduzida e traduzida. A edição de 2003 segue a de 1943, com acréscimo de algumas notas explicativas. As edições do século XVI foram impressas em latim. A edição de 1943 segue a segunda edição, mas traz apenas a tradução para o português do livro de Pedro Nunes, e mantém em latim o opúsculo. A quinta edição das *Obras* acrescenta a tradução para o português do *Liber de crepusculis*, que ficou a cargo de Antônio Guimarães Pinto. O presente trabalho utilizará as edições de 1943 e 2003, cotejando-as quando necessário com o texto de 1571.

No prefácio do *De crepusculis* encontra-se a causa de sua origem. Por contrato de cosmógrafo do reino cabe a Pedro Nunes ensinar as Matemáticas na corte, sendo que desde 1532 o mesmo trabalha junto ao infante D. Henrique. O futuro Cardeal-Rei, a partir das matérias de Cosmografia, expõe uma dúvida sobre a variação da duração dos crepúsculos nos diferentes climas e qual seria a duração do crepúsculo mínimo. Para responder a dúvida de D.

⁵⁸ Em 1967 Sabra expõe em artigo que o autor do *Liber de crepusculis* não é Allacen, tal como Pedro Nunes o considerou, mas sim um árabe de Jaén, em Andaluzia, de nome Ibn Mu ʿādh, que viveu durante o século XI.

⁵⁹ Joaquim Carvalho afirma que “a data que primitivamente se imprimiu foi a de 1571, mudando-se posteriormente o último algarismo para 3, por letra de imprensa posta à mão”. Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 287.

Henrique, o cosmógrafo recorre a uma interpretação geométrica e aritmética dos fenômenos naturais, e define matematicamente tanto a duração do crepúsculo mínimo no céu de Lisboa como também apresenta um cálculo sobre a máxima elevação a que os vapores podem se elevar. Porém, Pedro Nunes, homem letrado e conhecedor das autoridades antigas, acrescenta a seu texto um pequeno opúsculo, o *Liber de crepusculis*, século XI, cuja autoridade é Allacen, que especula sobre as causas do crepúsculo e também sobre a determinação da máxima elevação dos vapores.

A dúvida exposta por D. Henrique apresenta-se no contexto de ensino e aprendizado da época de Pedro Nunes, com referência a prática de ensino medieval. Joaquim de Carvalho afirma que essa prática de ensino “consiste na indagação precisa e na respectiva explicação, para a assimilação e sistematização de um saber já constituído”⁶⁰. Encontra-se um procedimento similar na obra *De visione stellarum* de Nicolau Oresme, livro I:

Because of this, I collected some thoughts concerning the observation of the stars at a disputation [disputatio] at Saint Bernard's [in Paris], where the question was asked:

Whether the stars are seen where they [truly] are.

And it is argued that, yes they are, by the authority of Alhacen [...] ⁶¹

Ao comparar o texto de Oresme e de Pedro Nunes percebe-se que ambos procedem de uma indagação proveniente de um ambiente de ensino, a *disputatio*, e, por conseguinte, emulam a mesma autoridade para a invenção do discurso, o árabe Allacen.

2.1.1 Estrutura geral da obra

Na apresentação geral da obra *De crepusculis* considera-se as Anotações de Joaquim de Carvalho e as Notas de Manuel António Peres Júnior, que constam no final do livro nas edições de 1943 e de 2003, respectivamente. O primeiro faz uma exegese do texto de Nunes, explica a razão de ser do texto como também localiza as obras, edições e passagens, que tenham sido

⁶⁰ Cf. CARVALHO, Joaquim. *Método de ensino nas Universidades medievais*. Disponível em <http://www.joaquimdecarvalho.org/artigos/artigo/192-III.-Metodo-de-ensino-nas-Universidades-medievais-metodo-escolastico->

⁶¹ Cf. ORESME, Nicole. *De Visione Stellarum (On Seeing the Stars)*. Tradução, introdução e notas de Dan Burton. Boston: Brill, 2007, p. 81.

utilizadas por Nunes para compô-lo. O segundo faz uma apresentação da matéria do texto e comenta tanto o que se refere à estrutura geral como as partes que o compõem.

O *De crepusculis* está disposto em três, com o prefácio e a primeira parte e segunda parte. O prefácio apresenta a matéria que irá ser exposta e o destinatário do livro; a primeira parte, três vezes menor que a segunda, consiste de teoremas gerais necessários para o desenvolvimento das proposições relacionadas com o problema do crepúsculo que compõem a segunda parte. Assim, a primeira parte consiste na introdução e fundamentação geométrica, da Esfera, e introduz o desenvolvimento da segunda parte com a aplicação aritmética desses fundamentos na análise do crepúsculo e das relações entre coordenadas celestes⁶².

2.1.2 Prefácio

No prefácio, Pedro Nunes expõe os motivos que o levaram a publicar o livro, e a matéria que o compõe. Esclarece o método de demonstração da obra e por fim indica o destinatário. Inicia o prefácio com um encômio ao Infante D. Henrique e expõe a matéria do livro, como se segue:

[...] príncipe integérrimo, a quem a pureza de vida e o saber das letras exornam sobremaneira, e estrénuo defensor de nossa fé, ocorreu há pouco, Rei invictíssimo, falar-se dos crepúsculos. Jamais ele desperdiça o tempo, aplicando-o constantemente em velar pela salvação das almas, em lidar com os melhores autores ou em ouvir a conversação dos letrados⁶³.

Na sequência do prefácio, há o vínculo do crepúsculo à teórica da Astronomia, definindo-a no conjunto das ciências matemáticas, que são as ciências de ensino de Nunes ao Infante D. Henrique. Os *Elementos de Aritmética e Geometria* de Euclides, o *Tratado da Esfera*, as *Teóricas dos Planêtas*, parte da *Magna Composição dos Astros* de Ptolomeu, a *Mecânica* de Aristóteles, toda a Cosmografia e a prática de alguns instrumentos antigos e novos.

⁶² Cf. KNOBLOCH, Eberhard. *Nune's "Book on twilights"*, p. 117. Cf. com Manuel Peres, in Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 399.

⁶³ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 141.

A razão de ser da obra é apresentada em seguida, pois “nos últimos dias teve [D. Henrique] a curiosidade de saber a extensão dos crepúsculos nos diferentes climas”⁶⁴. Como Pedro Nunes não encontra nas autoridades antigas quem lhe desse uma cabal solução, com a respectiva demonstração, seduziu-lhe “o intento de explicar claramente este assunto mediante os princípios certíssimos e evidentíssimos da matemática”. Joaquim de Carvalho conjectura que o Infante D. Henrique, a partir da leitura de Sacrobosco e do *De sphaera epitome* de Nunes questionou a duração dos crepúsculos nos diferentes climas, já que em diferentes climas a duração dos dias é variável⁶⁵.

Pedro Nunes descobriu coisas que em nenhuma parte leu, como:

Os dias começam a crescer e os crepúsculos a minguar quando o Sol tiver entrado na primeira parte de Capricórnio; no dia 25 de fevereiro no horizonte de Lisboa ocorre o crepúsculo mínimo e que, a partir de então, aumentam até o trópico estival; e que para os que habitam sob o equador, quando o Sol está no zénite, no equinócio, os crepúsculos são mínimos, crescendo diariamente à medida que o Sol se aproxima de um ou de outro trópico⁶⁶.

Em outras palavras, Pedro Nunes demonstrou a variabilidade do crepúsculo, o cálculo da duração do crepúsculo para um dado lugar da Terra e uma dada posição do Sol e a determinação do crepúsculo mínimo em um dado lugar. Essas descobertas precisavam ser demonstradas matematicamente, pois se apresentavam contraditórias às autoridades antigas, como se vê mais a frente, na Proposição I da Parte II do *De crepusculis*. Segundo Pedro Nunes: “Nesta ordem de ideias, meditando e investigando, descobri coisas que em parte alguma li e não mereceriam crédito, se não fossem demonstradas”⁶⁷.

⁶⁴ A palavra “clima” tem aqui um sentido específico, referindo-se a regiões terrestres paralelas ao círculo máximo equidistante dos dois polos boreal e austral, onde existe uma variação sensível da duração do dia e da noite. Essa definição de clima encontra-se em Johannes de Sacrobosco. Cf. SACROBOSCO, J. *Op. cit.*, p. 56. Pedro Nunes apresenta uma definição de clima no *Astronomici introductorri de sphaera epitome*, Obras, Vol. I, p. 220, como: “clima é uma certa zona ou região terrestre interceptada por dois paralelos do equador, ao longo da qual a grandeza dos dias varia com a diferença sensível. O princípio do primeiro clima tem a latitude, a partir do Equador, de doze graus e de três quartos de um grau, e o maior dia de doze horas e três quartos. O fim do sétimo clima tem a latitude a partir do Equador, de cinquenta graus e meio, e o dia maior de dezasseis horas e um quarto”.

⁶⁵ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 293.

⁶⁶ *Ibid.*, p. 142.

⁶⁷ *Ibid.*, *loc. cit.* Essa descoberta paradoxal de Pedro Nunes é apresentada e explicada por Manuel Peres, e refere-se sobre a relação entre as variações do dia e do crepúsculo. Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 400. Outra fonte que podemos confrontar a afirmação de Pedro Nunes sobre a demonstração e a credibilidade desta, localiza-se nos *Analíticos Posteriores* de Aristóteles, onde a demonstração implica a necessidade, e que, sendo necessária, não poderá ser de outra forma. Nesse sentido podemos entender a passagem de Nunes, cuja demonstração matemática rigorosa o autoriza a confrontar as autoridades antigas (Proposições I e XIX). Cf. ARISTÓTELES, *Analíticos Posteriores*, Tradução de Edson Boni. São Paulo: Edipro, 2011, p. 279-283 (I, VI, 74b5- 75a35).

O método de demonstração é definido na sequência, ao preferir Euclides e Teodósio ao invés de Ptolomeu, Menelau e Gebre, e afirma que cabe aos eruditos ponderar qual deles seja mais fácil e expedito. Pedro Nunes não esclarece qual seria a diferença entre esses métodos, nem expõe no prefácio como consiste o seu adotado. A partir de comentadores de Nunes, de T. L. Heath na introdução dos *Elementos* de Euclides (1908, p. 114-151) e ao cotejar com o *Liber de crepusculis* será exposto como se apresenta esse método na obra *De crepusculis*. Segundo Joaquim de Carvalho, o método de demonstração adotado por Nunes, de acordo com Euclides, fundamenta-se em três princípios, como:

Não aceita um facto matemático sem demonstração; o pensamento tem por fim a invenção da demonstração de uma proposição enunciada, isto é, estabelecida a proposição, o pensamento, admitindo-a como verdadeira, procura demonstrar que ela satisfaz realmente as condições propostas; adopta a hierarquia e função das proposições, a saber, proposição, ou enunciado principal, o lema, ou proposição de importância instrumental, isto é, destinada a facilitar a demonstração de um teorema ulterior, e o corolário, ou proposição enunciativa da consequência directa de uma proposição acabada de demonstrar⁶⁸.

A primeira parte do texto *De crepusculis* está dividida em seis apêndices, quatro lemas e um corolário, na seguinte ordem: apêndices I e II, lema, corolário, apêndice III, lema, apêndice IV e V, lema, e apêndice VI, lema. Os lemas da primeira parte servem como demonstrações matemáticas dos enunciados dos respectivos apêndices anteriores, assim como o corolário é uma consequência direta dos dois primeiros apêndices e do respectivo lema⁶⁹. Esta primeira parte é homogênea em relação aos assuntos tratados, como fundamentação matemática da esfera a partir do *Tratado da Esfera* de Johannes de Sacrobosco, com citações a Euclides e Teodósio.

A segunda parte divide-se em dezenove proposições ordenadas, com dois corolários, um após a proposição VI e o outro após a proposição XVIII. Nesta segunda parte encontra-se a causa do crepúsculo, a construção de um instrumento de medida, e as aplicações aritméticas,

⁶⁸ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 313.

⁶⁹ Manuel Peres e T. L. Heath apresenta uma definição de lema que ilustra o uso que Pedro Nunes faz. Os lemas presentes no *De crepusculis* servem como demonstrações de apêndices anteriores, por onde os enunciados dessas proposições apresentam princípios apenas enunciados e não demonstrados, e os lemas satisfazem como provas necessárias antes enunciadas. Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 400. Cf. EUCLID. *The thirteen books of Euclid's Elements*. Tradução, introdução e comentários de T. L. Heath. Cambridge: University Press, 1908, p. 133. Como exemplo do emprego do lema e do apêndice, ou teorema por Pedro Nunes, indicamos os apêndices I e II, que enunciam e não demonstram, e o lema que em seguida os demonstra. Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 148.

com exemplos práticos, dos fundamentos matemáticos expostos na primeira parte. A segunda parte é maior que a primeira, cerca de três vezes mais, com poucas citações a Euclides e Teodósio, comparado à primeira parte, mas com modo de demonstração similar. Com isso, enquanto na primeira parte Pedro Nunes recorre constantemente às autoridades de Euclides e Teodósio, na segunda parte ele recorre as suas próprias proposições em conjunto com as das autoridades anteriores. Como exemplo, pode-se citar o primeiro lema da primeira parte, no qual Nunes cita 36 vezes Euclides e 13 vezes Teodósio, e a Proposição VI da segunda parte, que demonstra a partir de Euclides e Teodósio e das proposições II, V, VI, do lema I e dos apêndices V e VI. Esse recurso demonstrativo onde um teorema ou proposição anterior serve de fundamento ou de apoio para a prova da proposição presente segue a ordem das ideias e método demonstrativo euclidiano, partindo progressivamente do mais simples e comum para o mais complexo e específico⁷⁰.

A partir da leitura de T. L. Heath, na introdução aos *Elementos* de Euclides, percebe-se uma correlação entre a disposição do *De crepusculis* com o comentário de Proclo sobre a obra euclidiana. Não propõe-se aqui que Pedro Nunes esteja aplicando essa estrutura, mas que essa possível similitude nos orienta para o entendimento do texto de Nunes, sendo este a resolução de um problema dado cujas demonstrações o resolvem de modo necessário a partir do método demonstrativo euclidiano, tal qual exposto por Nunes do prefácio.

Nesse sentido a divisão do texto de Pedro Nunes parece seguir a ordem apresentada no comentário de Proclo ao *Elementos* de Euclides, embora o comentário seja sobre cada teorema em particular e para o cotejamento com o *De crepusculis* seja para o livro como um todo. Mas, a possível comparação manifesta-se sobre a resolução de um problema dado. Todo problema e todo teorema é composto por seis partes, a saber: **1.** Enunciação do problema, composta por aquilo que é dado e por aquilo que é procurado; **2.** O estabelecido, que adapta antecipadamente o que foi enunciado para o uso investigativo; **3.** Definição, que distingue e delimita particularmente o que será demonstrado; **4.** Construção, que acrescenta o que é procurado na definição com o objetivo de encontrar o que é procurado; **5.** Prova, que constrói a inferência requerida pelo raciocínio demonstrativo a partir de fatos reconhecidos; **6.** Conclusão, que se

⁷⁰ Cf. EUCLID. *Op. cit.*, p. 115.

reverte novamente à enunciação confirmando o que foi demonstrado. E, embora existam essas seis partes, as mais essenciais são a enunciação, a prova e a conclusão.

Ao cotejar os dois textos, parece verossímil dizer que a enunciação [1] do problema aparece no prefácio com a exposição da dúvida do Infante D. Henrique sobre a extensão do crepúsculo nos diferentes climas. O estabelecimento do problema [2], que adapta o que foi enunciado, parece exposto na primeira parte e nas seis primeiras proposições da segunda parte, que abordam os princípios comuns de geometria esférica e da teoria da esfera celeste, por meio de constantes citações a Euclides e Teodósio⁷¹. A definição [3] pode ser localizada na Proposição I, quando Pedro Nunes discute a particularidade de seu texto discorrendo que o ângulo de depressão do Sol em relação ao horizonte no início ou fim do crepúsculo é variável, diferentemente do que as autoridades antigas afirmaram. Porém, o próprio Pedro Nunes não assume a variabilidade do ângulo de depressão enquanto não excogitar o método de determinação com exatidão do valor desse ângulo⁷².

As proposições VII à XIX apresentam a construção [4] e a prova [5], lidando com a demonstração, a duração e variação do crepúsculo a partir das demonstrações geométricas construídas nos apêndices, lemas e proposições anteriores. Pode-se localizar a conclusão [6] nas proposições XVII e XVIII, com a explicação da causa do aumento e da diminuição dos crepúsculos e o cálculo da altura máxima que os vapores alcançam desde a superfície da terra⁷³.

Ao final do prefácio, Pedro Nunes apresenta a obra como útil aos estudiosos das artes liberais. Apresenta a classificação dessas artes, a qual ele estuda e ensina, em Aritmética, Geometria, Música e Astrologia, seguindo o *Quadrivium*, que seria a sua responsabilidade de magistério em relação ao Infante D. Luís. Apresenta também, o opúsculo *Liber crepusculis*,

⁷¹ Manuel Peres diz que a primeira parte do *De crepusculis* é como uma introdução à matéria do livro e Joaquim de Carvalho comenta que na introdução da primeira parte existe uma espécie de resumo do Tratado da Esfera de Sacrobosco. Podemos entender por essas passagens que a construção da primeira parte do texto de Nunes estabelece as condições gerais para a construção e prova da definição do problema. Eberhard Knobloch apresenta que as seis primeiras proposições da segunda parte apresentam questões gerais e que a partir da Proposição VII os teoremas se tornam mais específicos sobre o crepúsculo. Cf KNOBLOCH, E. *Op. cit.*, pg. 122.

⁷² Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 177-180.

⁷³ A Proposição VII demonstra a duração dos dias e do crepúsculo para qualquer horizonte oblíquo, a Proposição IX mede a duração do crepúsculo no horizonte oblíquo quando o Sol ocupa os pontos equinociais, a Proposição X mede a duração do crepúsculo nos lugares situados debaixo do equador, e nas Proposições XV e XVI determina a duração do crepúsculo no céu de Lisboa em 1º de outubro de 1541. E, a partir desta duração, deduz a distância do Sol ao horizonte, encontrando um valor de 16 graus e dois minutos, bem diferente das autoridades antigas. Nas proposições seguintes explica a causa do aumento e diminuição dos crepúsculos e finaliza com um cálculo sobre a altura máxima dos vapores úmidos, causa do aumento e diminuição dos crepúsculos.

que foi traduzido do árabe para o latim por Gerardo de Cremona, que apresenta as causas do crepúsculo com exatidão. Na parte final do prefácio, dedica o *De crepusculis* ao Rei D. João III, patrono das letras e dos letrados, como desculpa por não ter terminado a tradução do *De Architectura* de Vitrúvio para a língua vulgar. Termina o prefácio em 17 de outubro de 1541.

2.1.3 Parte I

Como apresentado, a primeira parte do texto de Nunes está subdividida em: introdução, explicando as causas do crepúsculo e um modo de medida da sua duração; apêndices I e II, lema, corolário, apêndice III, lema, apêndice IV e V, lema, apêndice VI e lema. Interessa aqui discorrer sobre a matéria presente nesta parte, principalmente em relação à definição do crepúsculo.

Pedro Nunes começa o texto citando as autoridades de Sacrobosco e Stoflero, e suas respectivas obras. E de modo geral, indica outros astrônomos que leu sem citar nomes⁷⁴, mas aponta que todos possuem uma mesma definição do crepúsculo, “como luz dúbia, intermédia do dia e da noite, pelo que em cada dia haverá necessariamente dois, um, matutino, que começa ao romper da aurora, outro, vespertino, sucedendo imediatamente ao pôr do Sol”⁷⁵. Após a definição geral, introduz um valor numérico para o início ou fim do crepúsculo, e apresenta em qual círculo máximo da esfera pode medi-lo, no caso o meridiano. Esse valor é de 18 graus, apresentado a partir das autoridades do parágrafo anterior⁷⁶.

Em seguida expõe um modo de medir a duração do crepúsculo, tanto o matutino como o vespertino, a partir da observação do ponto do zodíaco oposto ao Sol. No vespertino, deve-se observar a elevação de 18 graus em relação ao horizonte do ponto oposto ao Sol, pela banda do oriente, e medir a duração desse arco quando atinge o ocaso. Essa medida da duração pode ser

⁷⁴ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 318-323. Joaquim de Carvalho discorre sobre as autoridades consultadas por Nunes e reproduz as respectivas passagens desses autores para a construção da definição de Nunes sobre o crepúsculo. O *Tratado da Esfera* de Sacrobosco, a *Elucidatio fabricae usuque astrolabii a Joane Stoflerino* de Stoflero (três edições 1513, 1524, 1535), o *De cosmographia siue mundi sphaera libri V* de Orôncio Fineu e a enciclopédia *Margarita Philosophica*, ed. Basileia 1535. Também não podemos esquecer o *Liber de crepusculis*, que apresenta o valor de 18 graus sendo válido e também descreve as causas do crepúsculo.

⁷⁵ *Ibid.*, p. 147.

⁷⁶ *Ibid.*, *loc. cit.*

tirada tanto pelo astrolábio⁷⁷ como também por operações aritméticas baseadas em demonstrações geométricas, e Pedro Nunes apresenta duas justificativas:

Os pontos da eclíptica diametralmente opostos têm, reciprocamente, dias e noites iguais, e que, para uma dada altura, períodos iguais de tempo correspondem ao ponto descendente e ao oposto ascendente... as durações dos crepúsculos avaliam-se convenientemente pela subida ou descida dos pontos opostos -, o que os mais modernos astrónomos observam⁷⁸.

Essas afirmações enunciadas precisam ser provadas, e esse será o desenvolvimento dos apêndices, lemas e corolários da primeira parte. O apêndice I diz que alturas iguais antemeridianas e pós-meridianas têm iguais intervalos de tempo e, com isso, os crepúsculos de um dado dia, matutino e vespertino, também são iguais. O apêndice II retoma a igualdade anterior e soma que quando o Sol está nos equinócios ocorrem crepúsculos iguais. O primeiro lema visa à demonstração da definição de crepúsculo exposta na introdução e também das demonstrações dos dois primeiros apêndices, compondo o lema mais longo da primeira parte. Dessa demonstração segue um corolário, que deduz a partir da primeira parte do lema, que os círculos paralelos descritos pelos pontos igualmente afastados de um ou outro dos pontos equinociais são iguais, já que os círculos dos pontos opostos da eclíptica são iguais.

Os apêndices III, IV, V e VI contém em si mesmos a demonstração do enunciado, e os lemas que o seguem (III – lema, IV e V – lema, VI – lema) são demonstrações complementares. De acordo com a disposição da matéria apresentada por Knobloch, essa primeira parte pode ser esquematizada em seis partes:

1. que a duração dos crepúsculos matutinos e vespertinos do mesmo dia são iguais;
2. que iguais altitudes acima o horizonte correspondem a iguais tempo e consequentemente a crepúsculos iguais;

⁷⁷ Ibid., *Op. cit.*, p. 322-323. Joaquim de Carvalho reproduz os capítulos XVII e XVIII do Segundo Livro do Astrolábio Redondo, contido nos *Libros del saber de astronomia* do Rei Afonso X, que descreve o modo de saber o início ou fim do crepúsculo, que é o mesmo apresentado por Pedro Nunes. “*Si esto quisieres saber: toma la altura de qual estrella quier de las que son puestas en la red. et ponla en su altura. et cata ell oppósito del grado del sol. et si cayer sobre ell empontizo. XVIII grados de la parte de oriente. sepas que el crepuscul es puesto...*”.

⁷⁸ Ibid., p. 147-148.

3. que crepúsculos desiguais correspondem a pontos eclípticos que possuem a mesma distância dos dois pontos equinociais da eclíptica e que crepúsculos maiores correspondem aos pontos setentrionais e menores austrais;
4. que crepúsculos mais longos correspondem a pontos que estão mais perto do solstício de verão na condição do Sol estar localizado ao norte dos signos zodiacais;
5. que crepúsculos iguais correspondem a pontos eclípticos que têm a mesma distância em ambos os lados de um dos pontos equinociais, e crepúsculos desiguais correspondem a distâncias desiguais;
6. que os crepúsculos são mais longos quanto mais ao norte da eclíptica os pontos estiverem.

Essas matérias são demonstradas a partir do uso de figuras geométricas que representam a esfera celeste, com círculos máximos, pontos solsticiais e equinociais, enfim, a composição das figuras depende da intenção da demonstração do teorema. As figuras da primeira parte e as da segunda são conjugadas, porém parecem ser rebatidas em um só plano, geralmente sobre o plano do meridiano. Segundo Manuel Peres, “o que caracteriza um rebatimento é a rotação do plano que se rebate sobre outro, em torno da intersecção de ambos” e mais adiante desenvolve que Pedro Nunes provavelmente utilizou mais de uma figura para uma mesma demonstração, e que as conjugou em uma só para impressão. O exemplo apresentado é a figura do apêndice IV, “visto que o seu desenho não resulta de uma rotação em torno do diâmetro: há uma rotação e uma translação. Donde há que concluir que Pedro Nunes apenas quis conjugar desenhos”⁷⁹.

⁷⁹ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 407.

As duas primeiras “Noções Comuns” que aparecem nos *Elementos* de Euclides são análogas aos dois primeiros apêndices do *De crepusculis* de Pedro Nunes. A diferença consiste que Pedro Nunes adapta para a matéria que pretende mostrar as noções gerais e abstratas de Euclides, que em muito se identifica com a segunda categoria descrita por Proclo em seu comentário⁸².

As duas primeiras “Noções Comuns” de Euclides são as seguintes:

1. As coisas iguais à mesma coisa são também iguais entre si.
2. E, caso sejam adicionadas coisas iguais a coisas iguais, os todos são iguais⁸³.

E os dois primeiros apêndices de Pedro Nunes são:

Apêndice I: Visto que alturas iguais e antemeridianas e pós-meridianas têm iguais intervalos de tempo, a contar do nascer e do pôr do Sol, conclui-se que os crepúsculos de um dado dia, o matutino e o vespertino, são também iguais.

Apêndice II: Da igualdade anterior conclui-se ainda que, quando o Sol está nos pontos da eclíptica igualmente distantes de um ou outro dos pontos solsticiais, ocorrem crepúsculos iguais. Com efeito, nestes dias os arcos semi-diurnos e semi-nocturnos são iguais entre si; e a alturas iguais acima do horizonte correspondem intervalos iguais de tempo: daqui, os crepúsculos serem necessariamente iguais⁸⁴.

Tanto a primeira “Noção Comum” como o apêndice I trabalham a propriedade das igualdades, porém Euclides diz de modo abstrato, sem aplicação ao mundo natural, ao passo que Pedro Nunes adapta a sentença para o fenômeno do crepúsculo, onde alturas iguais com iguais intervalo de tempo produz a conclusão dos crepúsculos iguais. No segundo apêndice adiciona que estando o Sol nos equinócios os arcos semi-diurnos e semi-nocturnos são iguais, e estando a alturas iguais acima do horizonte, conforme igualdade estabelecida no apêndice I, conclui-se que os crepúsculos nos equinócios são iguais. Nesse sentido Pedro Nunes filia seu texto ao de Euclides tanto em relação ao método como também na disposição da matéria a ser demonstrada.

Pode-se cotejar também a disposição do texto de Pedro Nunes com os textos de Nicole Oresme e Vitelo. O livro I da *Perspectiva* de Vitelo se apresenta como um livro matemático

⁸² O estabelecido, que adapta antecipadamente o que foi enunciado para o uso investigativo. Cf. EUCLID. *Op. cit.*, p. 129.

⁸³ Cf. EUCLIDES. *Os Elementos*. Tradução e introdução Irineu Bicudo. São Paulo: Ed. Unesp, 2009, p. 99.

⁸⁴ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 148.

que opera com as noções matemáticas necessárias para o entendimento dos nove livros que operam com os aspectos da coisa vista⁸⁵. O livro II do *De visione stellarum* de Oresme apresenta no início os princípios gerais necessários para o posterior entendimento das questões relacionadas à observação estelar⁸⁶.

2.1.4 Parte II

Na apresentação desta segunda parte não constam os pormenores das demonstrações matemáticas ao longo das XIX proposições. Mostra-se, na medida do possível, o encadeamento lógico e demonstrativo das proposições, concentrando os comentários na Proposição I. Será nesta proposição que Pedro Nunes elencará as autoridades com as quais irá emular sobre o valor fixo do ângulo de depressão do Sol em relação ao horizonte.

Eberhard Knobloch apresenta uma síntese sobre essa segunda parte, subdividindo-a em duas, onde as seis primeiras proposições trabalham com questões mais gerais: expõe que o arco da distância do Sol em relação ao horizonte, seja no início do crepúsculo matutino ou no fim do crepúsculo vespertino, não pode ser constante; demonstra como encontrar a declinação de um ponto na eclíptica, a elevação do polo e a declinação de uma estrela a partir da longitude e da latitude. As últimas treze proposições demonstram, por uma variedade de meios, a duração do crepúsculo e a máxima altura a que os vapores úmidos se elevam desde a superfície da terra⁸⁷.

Assim, Pedro Nunes apresenta o enunciado da Proposição I: “demonstrar que o arco de depressão do Sol ao horizonte, no princípio do crepúsculo matutino ou no fim do vespertino, não pode ser sempre o mesmo, e que varia necessariamente com as mudanças de tempo”⁸⁸.

Inicia a demonstração da proposição redefinindo o crepúsculo, ampliando a definição apresentada no início da primeira parte com a reflexão dos raios do Sol na superfície do horizonte. A causa dessa reflexão é a mistura dos vapores no ar, que o torna mais denso e

⁸⁵ Cf. WITTELO. *Perspectivae Liber Primus (Book I of Witelo's Perspectiva)*. Tradução, introdução e comentários de Sabetai Unguru. *Studia Copernicana*, vol. 15. Wrocław: Ossolineum, p. 26.

⁸⁶ Cf. ORESME, Nicole. *Op. cit.*, Book II, p. 112-149.

⁸⁷ Cf. KNOBLOCH, E. *Op. cit.*, pg. 122.

⁸⁸ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 177.

espesso. Com isso, afirma que “se acontecer que os vapores distem muito da Terra reflectir-se-á a luz do Sol desde um arco maior abaixo do horizonte, e se distarem pouco, desde um arco menor. Ora, é evidentemente variável a altura máxima que os vapores atingem, umas vezes maior do que outras consoante a mudança de tempos”⁸⁹. Essa será a afirmação que possibilitará a Pedro Nunes demonstrar a variabilidade do arco de depressão do Sol em relação ao horizonte.

Porém, antes de confirmar tal definição, Nunes se refere às causas do crepúsculo, que fundamentalmente retirou do opúsculo de Allacen. As causas do crepúsculo são três, a saber: o ar dentro do cone de sombra não será iluminado pelo Sol; o ar fora do cone de sombra é demasiadamente puro e leve para poder provocar a reflexão; e o ar deve ser mais espesso e denso. Essas três condições aqui apresentadas, somadas a presença dos raios luminosos do Sol acima da superfície do horizonte, como aparece no prefácio e no início da proposição I, referem-se diretamente as três condições apresentadas no *Liber de crepusculis*, na seguinte passagem: “pois aos nossos olhos não aparece coisa alguma antes do nascer do Sol e depois do nascer do Sol, se não tiver elevado da superfície do horizonte e se não estiver fora do cone da sombra, e se não for mais denso do que o ar subtil”⁹⁰.

Todas essas condições são demonstradas por figuras. Como as reproduzidas abaixo:

⁸⁹ Ibid., loc. cit.

⁹⁰ Cf. ALLACEN, *Liber de crepusculis*, in NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 273.

Figura 02. Pedro Nunes

Figura 03. Allacen

Após a apresentação da causa do crepúsculo com a respectiva demonstração na Esfera, Pedro Nunes irá concluir que “a distância do Sol ao horizonte não poderá ser constante e inalterável no início do crepúsculo matutino ou no fim do vespertino, como se pretendia mostrar”⁹¹. Na sequência Nunes elege três autoridades antigas que estabelecem diferentes valores para o arco de depressão do Sol em relação ao horizonte. Estrabão com 17 graus e meio, Allacen com 19, Vitelo com 19 e os autores mais recentes com 18 graus⁹². Com a afirmação da variabilidade da altura dos vapores úmidos, e os diferentes valores angulares, afirma que:

Se cada um destes autores está certo de que a distância do Sol ao horizonte, no início do crepúsculo matutino, tem o valor que afirma, não pode negar-se que ela é variável. Porém se assim não for, não devemos ser levados pela autoridade a contestar a variabilidade dessa distância. Entretanto, enquanto excogitamos o método pelo qual tal distância se pode saber com exactidão,

⁹¹ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 179.

⁹² *Ibid.*, *loc. cit.* Na introdução da primeira parte da obra, Pedro Nunes diz que os tempos da duração do crepúsculo matutino como também do vespertino podem ser obtidos de dois modos, seja “por operações aritméticas baseadas em demonstrações geométricas sobre arcos e ângulos esféricos” como também “no limbo do astrolábio, consoante as diversas alturas do polo do mundo, porque assim alcançam facilmente o seu objetivo”. Na Proposição I, ao apresentar o valor angular de Estrabão, Pedro Nunes reproduz a demonstração que se encontra no livro II da *Geografia*, que é a partir de operações aritméticas baseadas na geometria esférica, e ao apresentar o valor de 19 graus de Vitelo, diz que este o encontrou pela observação com o uso do instrumento.

admitiremos que ela tem o valor que os mais recentes astrónomos dizem, isto é, 18 graus⁹³.

A Proposição II demonstra como achar a declinação de um dado ponto da eclíptica, recorrendo a Euclides, Teodósio e as próprias demonstrações do primeiro lema e do apêndice VI.

Na Proposição III Pedro Nunes descreve o Nónio, instrumento de medida rigorosa que possibilita determinar as alturas dos astros, e com certa adaptação, a altura do Sol⁹⁴. Após a descrição do instrumento, como um manual de construção e uso, Nunes o utiliza como exemplificação.

Figura 04. Representação do Nónio de Pedro Nunes⁹⁵.

Na Proposição IV usa-se o Nónio, construído na proposição precedente, para determinar a altura meridiana do Sol e a altura do polo acima do horizonte do lugar em que se faz a observação, ou seja, a latitude do lugar. E, a Proposição V, considerando saber o valor da latitude, que pode ser tirada aplicando a Proposição IV, e com o uso do Nónio, achar a declinação de um arco que está no meridiano.

⁹³ Ibid., p. 180.

⁹⁴ Ibid., p. 185. “Para que este instrumento possa ser utilizado com mais vantagem nas observações do Sol, façam-se mais dois orifícios muitíssimo estreitos nas pínulas; o raio de Sol que por eles passar mostrará com maior certeza a altura dêle acima do horizonte”.

⁹⁵ Ibid., p. 184.

A Proposição VI é a que ocupa maior espaço no livro, utilizando-se de seis figuras para a demonstração de seis casos diferentes para se determinar coordenadas esféricas, como dada a longitude e latitude de uma estrela achar a declinação, e dada a latitude e declinação, achar a longitude e ascensão reta. Após essa longa demonstração apresenta um Corolário que deduz, a partir das Proposições III e IV para a determinação da latitude, e, com a Proposição V, que “é evidente que se podem determinar por este modo as ascensões retas das estrelas em qualquer noite”⁹⁶. Pedro Nunes, após a demonstração do Corolário, apresenta alguns exemplos de aplicação de operações aritméticas das demonstrações precedentes. E. Knobloch faz o cotejamento entre o segundo caso demonstrado no *De crepusculis* com a demonstração da determinação da distância entre dois pontos sobre a esfera no *De arte atque ratione navigandi*, in *Opera*, 1566, de Pedro Nunes, apresentando ambas as figuras e reproduzindo as respectivas demonstrações⁹⁷.

As Proposições VII e VIII apresentam três maneiras diferentes de tratar o ensino de como calcular a duração dos dias, das noites e do crepúsculo, determinado para as operações aritméticas o valor de 18 graus para o ângulo de depressão do Sol em relação ao horizonte na Proposição VII e não fixado nenhum valor deste arco de depressão na VIII.

Pedro Nunes retoma aqui [Proposição VII] o problema dos crepúsculos, dando a regra para a determinação da sua duração. De acordo com a decisão exposta no fim da Proposição I, a regra baseia-se no valor de 18 graus de depressão do Sol no extremo do crepúsculo. Esta Proposição [VIII] é uma reprodução da anterior, da qual apenas difere na ordem por que as grandezas são apresentadas e por não fixar o valor da depressão do Sol⁹⁸.

As Proposições IX e X são a aplicação da regra tratada nas duas Proposições precedentes, sendo a Proposição IX o cálculo da duração do crepúsculo no horizonte oblíquo quando a declinação do Sol for nula, ou seja, quando se encontrar nos pontos equinociais, e a Proposição X quando o Sol situar nos lugares debaixo do equador.

⁹⁶ Ibid., p. 198.

⁹⁷ Cf. KNOBLOCH, E. *Op. cit.*, p. 123-125.

⁹⁸ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 415.

As Proposições XI, XII e XIII formam um conjunto, segundo Manuel Peres, atribuindo para as estrelas, Proposições XI e XII, o que as Proposições VII e VIII é para o Sol⁹⁹. A Proposição XIII é uma aplicação das duas precedentes, conforme as Proposições IX e X.

A Proposição XIV estabelece a regra para a dedução da hora do dia a partir da altura do Sol ou de uma estrela, como também, pelo conhecimento da hora, determinar a altura do Sol ou de uma estrela. Após o estabelecimento da regra, Pedro Nunes a aplica a três exemplos. O primeiro pelo Sol, a partir de uma dada declinação calcula o tempo ante e post-meridiano. O segundo utiliza a estrela *Lucida* da *Coroa Boreal* e no terceiro a estrela *Alramech* assim denominada pelos árabes. Ambas as estrelas sendo elas as mais brilhantes do céu, para uma melhor visualidade e consequentemente melhor identificação, para então facilitar a tomada da altitude pelo astrolábio.

A Proposição XV visa determinar a duração do crepúsculo. É um exemplo da aplicação de operações aritméticas a partir das Proposições estabelecidas anteriormente. Assim, Nunes recorre ao Nónio descrito na Proposição III para determinar a altura de uma estrela cuja ascensão reta e declinação sejam determinadas pela Proposição VI, e com a Proposição XIV determinar o arco de hora antes ou depois do meio-dia. Calcula-se pela Proposição VII ou VIII, o arco semi-diurno da posição do Sol: a diferença destes dois arcos será o da duração do crepúsculo. E, após estabelecer o método, Pedro Nunes irá calcular a duração do crepúsculo para o céu de Lisboa em 1º de outubro de 1541, utilizando a estrela do *Coração do Escorpião* (estrela Antares).

A Proposição XVI deduz a distância do Sol ao horizonte a partir da duração do crepúsculo, tomada na Proposição precedente. “O exemplo da Proposição XVI é o complemento da Proposição anterior. Primeiro determinou a duração do crepúsculo, depois a posição do Sol quando ele terminou. Era esta a questão que o preocupava e a que logo no princípio do livro fez referência”¹⁰⁰. Ou seja, Pedro Nunes encontrou para o arco de depressão do Sol o valor de 16 graus e dois minutos, bem diferente daqueles apresentados na Proposição I. Com isso, o autor se insere como uma entre as autoridades antigas.

⁹⁹ Ibid., pg. 416. “A única diferença está em que, para o Sol, como se trata de crepúsculos, se considera um círculo menor paralelo ao horizonte abaixo dele e para as estrelas se considera um círculo menor paralelo ao horizonte acima dele. As relações trigonométricas são, consequentemente, idênticas”.

¹⁰⁰ Ibid., pg. 418.

A Proposição XVII explicará a causa do aumento e da diminuição dos crepúsculos, pois considera como certo todos os valores para o arco de depressão do Sol ao horizonte apresentados até então. E também determinará os dias de duração dos crepúsculos mínimos para o céu de Lisboa, em seu tempo.

“Neste nosso tempo, os crepúsculos diminuem, com diferença sempre sensível, desde o Solstício do Inverno até o dia 5 de Fevereiro, e quando decrescem os dias começam eles a aumentar, sensivelmente, desde 17 de outubro [...] no nosso tempo, os crepúsculos mais curtos dão-se nos dias 26 de Setembro e 25 de Fevereiro, no dito céu de Lisboa”¹⁰¹.

Assim define Manuel Peres a Proposição XVII: “Nesta Proposição, que se pode considerar a cúpula do belo edifício que é a obra *De crepusculis*...”¹⁰². Pois aquelas descobertas apresentadas por Nunes no prefácio, que em nenhuma parte leu e que não mereceriam crédito se não fossem demonstradas, são justamente a que citamos no parágrafo anterior.

Na Proposição XVIII demonstra como avaliar a altura máxima dos vapores, trazendo para seu texto o mesmo procedimento do *Liber de crepusculis*. Quatro coisas são necessárias, nada além, nada aquém, sendo a Terra o instrumento de todos os outros¹⁰³:

1. Tamanho da Terra;
2. Tamanho do Sol;
3. Distância do Sol ao centro da Terra em todas as posições – valor médio;
4. Valor de depressão do Sol desde o horizonte até o aparecimento do crepúsculo matutino ou do ocaso no vespertino.

Esses quatro fatores são os dados necessários para a determinação da máxima altura a que os vapores distam da Terra; por isso, alterando o valor do ângulo de inclinação do Sol sob o horizonte, altera-se também a distância a que os vapores úmidos se elevam, como Pedro Nunes

¹⁰¹ Ibid., pg. 232. Manuel Peres nos informa que a advertência “*no nosso tempo*” seria referente ao calendário anual utilizado à época de Pedro Nunes, o *Juliano*. Cf. Ibid., p. 419. “[...] às datas obtidas faz Pedro Nunes a restrição <<mostra aetate>>, para advertir o leitor de que elas mudavam com o decorrer dos anos, pois o calendário então usado, Juliano, o ano civil diferia sensivelmente do ano trópico”.

¹⁰² Ibid., pg. 419.

¹⁰³ Ibid., pg. 265. “Ora, o tamanho da Terra é assim como o instrumento de todos os outros... E disseram [esses sábios] que pela quantidade [pela qual] o semidiâmetro da Terra é uma parte, é metade do diâmetro do Sol cinco partes e metade de uma parte...”.

informou na Proposição I. Mas antes de apresentar a demonstração do cálculo da altura dos vapores, Pedro Nunes assim como Allacen, recorre a Aristarco de Samos para estruturar o problema. Seguindo a autoridade árabe Nunes estabelece três Proposições que foram emprestadas do livro das *Grandezas e Distâncias do Sol e da Lua* de Aristarco de Samos¹⁰⁴.

A primeira diz que: “se uma esfera luminosa iluminar outro corpo esférico, os raios luminosos extremos são necessariamente tangentes a ambos”, a segunda “se uma esfera luminosa ilumina mais da metade de outra esfera menor, e ambas são abrangidas pelo mesmo cone com vértice do lado da esfera menor”, e por fim, a terceira, “conhecidas a distância dos centros das esferas referidas anteriormente e a razão dos semi-diâmetros, avaliar em números o arco do círculo máximo da esfera menor sob o qual está compreendida a sua parte luminosa”¹⁰⁵.

Com o estabelecimento das premissas, as três Proposições e os quatro fatores expostos acima, Pedro Nunes irá “demonstrar facilmente quanto distam da Terra os vapores que tornam o ar denso e espesso”¹⁰⁶. Para tanto, recorre a uma figura similar a apresentada no *Liber de crepusculis*. As únicas variações são: Allacen utiliza o valor médio de distância da Terra ao Sol de 1110 partes, enquanto Pedro Nunes 1210 partes, seguindo Ptolomeu; O *Liber de crepusculis* utiliza o valor do ângulo de depressão 19 graus enquanto Pedro Nunes 16 graus e 2 minutos. Abaixo são reproduzidas as figuras que aparecem na versão latina do *De crepusculis* e suas reedições.

¹⁰⁴ Ibid., pg. 247. Cf. SAMOS, Aristarchus. *On the sizes and distances of the Sun and the Moon in Aristarchus of Samos, the ancient Copernicus*. Tradução de Thomas Heath. Nova York: Dover, 1997, p. 359. Cf. ALLACEN, *Op. cit.*, p. 267.

¹⁰⁵ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 244-248.

¹⁰⁶ Ibid., p. 249.

2.2 O *Liber de crepusculis*

Para a apresentação do *Liber de crepusculis* utiliza-se três versões do texto. A versão portuguesa, com a tradução do latim para o português de 2002 por Antônio Guimarães Pinto. A versão em inglês realizada por Bernard Goldstein a partir de um manuscrito em hebreu, e a terceira, a versão latim-inglês de A. Mark Smith.

O *Liber de crepusculis* começa por apresentar ao leitor aquilo que será exposto no tratado, por meio de duas perguntas e uma demonstração. O que é o crepúsculo? Qual a causa necessária para o seu aparecimento? E a demonstração de um método para determinar a máxima distância que os vapores alcançam desde a superfície da terra¹⁰⁸. Afirma, sem nenhuma demonstração, que os crepúsculos matutinos e vespertinos possuem igual figura, sendo o primeiro o aumento da luz do Sol e o segundo a diminuição da mesma. Aponta a diferença entre as cores dos dois crepúsculos nos respectivos horizontes oriental e ocidental, onde para o leste a luz é branca e clara e para o oeste inclina para o vermelho.

Nesta passagem, sobre a diferença de coloração entre os dois horizontes, Allacen faz uma analogia entre o nascer e o pôr do Sol, que se encontram acima do horizonte, com o crepúsculo, que é o aparecimento da luz no éter sem a presença do corpo do Sol, quando este se encontra abaixo do horizonte. Parece que neste ponto descreve o crepúsculo, mostrando o que é, contudo, na própria descrição aponta para a sua causa, que virá um pouco mais a frente:

Porquanto o Sol, quando se encontra não muito elevado no horizonte oriental, possui aí uma cor diversa da que se apresenta à vista quando se encontra à mesma altura no horizonte ocidental. E o mesmo se passa relativamente aos seus raios que se vêem no crepúsculo e àquilo que no éter parece [receber] as suas luzes. E [a sua coloração] é em conformidade com aquilo que o Sol é em ambas as suas partes. Com efeito, tem cor branca e clara aquela parte dele que se encontra no oriente, e é a fugir o seu tanto para o encarnado aquela que se encontra no ocidente¹⁰⁹.

¹⁰⁸ Cf. ALLACEN. *Op. cit.*, p. 263. A versão de Bernard Goldstein inicia com as matérias que compõem o tratado, apresenta o autor, para na sequência introduzir o texto com uma construção muito parecida que encontramos em Pedro Nunes. Cf. GOLDSTEIN, Bernard R., *Refraction, Twilight, and The Height of the Atmosphere*, p. 100. O texto apresentado por Mark Smith é muito similar ao texto de Pedro Nunes.

¹⁰⁹ Ibid., p. 263.

Com a descrição do crepúsculo, onde se encontra, o que é, e suas diferenças, o texto define três proposições que visam expor a causa do crepúsculo. Isto é, a partir da definição do crepúsculo e da sua descrição, o texto apresentará questões advindas da descrição para responder ao porque daquilo que é, é desse modo, ou seja, a sua causa. As proposições são: “saber o que é aquilo que ilumina e de que maneira se torna ali aparente, e qual a causa que faz isso de modo necessário”¹¹⁰.

Aquilo que sempre torna iluminada e brilhante a esfera do orbe é o Sol, o maior iluminador, exceto o que fica coberto pelas trevas que saem da Terra em forma de cone, que é a noite. Nessa relação entre dia e noite, Allacen apresenta que tanto o ar como o éter, devido a subtileza e delgadeza, não se afetam pela presença dos raios luminosos do Sol, diferentemente do que acontece com as esferas das estrelas. Estas possuem uma corporeidade mais densa que o éter, promovendo o envio dos raios luminosos que recebem, ou melhor, através da densidade que possuem produzem a reflexão dos raios do Sol que recebem. Embora possa haver discordância entre os sábios sobre a reflexão ser a causa da luz das estrelas, em relação à Lua não discordam¹¹¹.

Esse argumento da subtileza do ar, similar ao éter, onde a luz do Sol em nada interfere, diferentemente do que acontece com corpos densos, como o das estrelas e a Lua, serão análogos com o crepúsculo. O Sol é o maior iluminador, e com isso a causa do aparecimento da luz crepuscular. Porém, não é o corpo do Sol com seus raios diretos, visto que essa luz aparece no horizonte mesmo sem a sua presença. De outro modo, o *Liber de crepusculis* afirma que mesmo com o Sol abaixo do horizonte, sem que seja possível ver o corpo do Sol, o ar aparece iluminado. Nessa condição, pela propagação retilínea dos raios solares¹¹², torna-se impossível alcançar

¹¹⁰ Ibid., loc. cit.

¹¹¹ Esta passagem foi comentada por B. Goldstein e por M. Smith, cotejando com o texto de Ibn Al-Haytham sobre a luz das estrelas. Ambos apontam a utilização de um argumento parecido entre o *The light of the Stars* com o do *Liber de crepusculis*, afirmando que muitos diferem sobre a luz das estrelas, mas que não discordam em relação à Lua. Porém, Ibn Al-Haytham difere afirmando que a luz das estrelas tem causa própria, o que não encontramos no *Liber de crepusculis*. Cf. GOLDSTEIN, Bernard R., *Op. cit.*, p. 111 e SMITH, A. Mark, “The latin version of Ibn Mu'adh's treatise On twilight and the rising of clouds”, *Arabic Sciences and Philosophy*, vol. 2 (1992), pp. 83-132, p. 118. Ver também ARAFAT, W. e WINTER, H.J.J.. *The Light of the Stars: a short discourse by Ibn al-Haytham*, em *British Journal for the History of Science*, 5 (1971), p. 282-286.

¹¹² Cf. GOLDSTEIN, Bernard R., *Op. cit.*, p. 111. “We are now told that twilight is due to sunlight even though the Sun is not visible because it lies below the horizon. Moreover, its rays cannot be seen directly, presumably because of the rectilinear propagation of the light”. O pressuposto de que os raios solares são retilíneos é uma noção antiga, que aparece em vários tratados de óptica. Cf. IBN AL-HAYTHAM. *The Optics of Ibn al-Haytham, books I-III*. Tradução, introdução e comentários de A. I. Sabra. London: The Warburg Institute, 1989, p. 4. “[...] in general they [mathematicians] agree that vision is effected by a ray which issues from the eye to the visible

nossos olhos os raios diretos do Sol, já que este se encontra abaixo do horizonte visível. Com isso, deve existir um corpo mais denso que o ar, que seja capaz de conduzir até nossos olhos a luz que toma para si, como ocorre com a luz das estrelas. Em suma, deve ocorrer um fenômeno de desvio desses raios solares, em algum corpo mais denso que o ar, para que a luz proveniente desses raios apareça visível sem a presença direta da fonte da qual emanam.

Após expor que o ar não é a causa da aparição do crepúsculo, Allacen discorrerá que também não será a própria Terra a sua causa. “E afirmo que aquilo porque foi absorvido o raio naquela hora não é a Terra nem as extremidades das regiões dela distinguidas por nós”¹¹³. Nesse sentido, afirma que não são as regiões distantes da Terra que estão iluminadas pelo Sol e que aparecem como crepúsculo, seja pela forma da Terra, pela sua esfericidade, seja também pelo alcance da visão, tanto na base como no cume de um monte¹¹⁴. Assim, a partir das premissas de exclusão da Terra e do ar como aquele corpo mais denso para condução dos raios luminosos até nossos olhos, conclui que os vapores ascendentes, os vapores úmidos que se elevam desde a superfície da Terra e que estão presentes no ar, é que serão a causa do aparecimento da luz antes da presença do corpo do Sol. Conforme exposto no *Liber de crepusculis*:

E sobre a Terra não existe corpo mais denso do que o ar, a não ser os vapores ascendentes, aos quais não falta sempre que sejam iluminados pelo Sol. Mas então quando o cone de sombra se afasta deste, os nossos olhos [recebem] aquilo da esfera dos vapores que encerra a Terra, e o corpo do Sol recebe-os, e os raios deste caem sobre eles, o raio suspende-se com ele, e transporta o mesmo para nós e os nossos olhos obtêm o mesmo, e a sua luz é vista por nós, tal como vemos o mesmo aparecer nas nuvens com a coloração das humidades ascendentes, e assim como as cores que se vêem nos orvalhos em forma de porção de círculo e de outros modos¹¹⁵.

Esta passagem apresenta os vapores ascendentes como um meio entre os olhos e o corpo do Sol, sendo a densidade desse meio a causa necessária para o crepúsculo. Assim, dada a

object and by means of which sight perceives the object; that this ray extends in straight lines whose extremities meet at the centre of the eye; and that each ray through which a visible object is perceived...”. Cf. ALLACEN, *Op. cit.*, p. 273. “[...] a visão não incide, visto que a Terra o esconde de nós, porque a visão não se estende senão sobre a linha recta”.

¹¹³ Cf. ALLACEN, *Op. cit.*, p. 264.

¹¹⁴ Essa passagem será demonstrada matematicamente por Pedro Nunes, ver comentário sobre Proposição XIX.

¹¹⁵ Ibid., p. 265. Nesta passagem encontra-se a causa mediata para o aparecimento do crepúsculo. Segundo A. Mark Smith, o crepúsculo possui duas causas, a primária e a secundária, ou a causa imediata e a causa mediata. A primeira é o próprio Sol, que já definimos como o maior iluminador, e a segunda aparece aqui, com os vapores úmidos. Serão esses vapores úmidos que desviarão os raios solares, promovendo a luminosidade do ar mesmo sem a presença do Sol. Cf. SMITH, A. Mark, *Op. cit.*, p. 85-86.

descrição natural do fenômeno, com as diferentes colorações entre os horizontes ocidental e oriental e a sua figura, que é a presença de uma luminosidade no ar sem a presença do corpo do Sol, pois este se encontra abaixo da linha do horizonte, Allacen expõe a causa necessária para a sua ocorrência, que são os vapores ascendentes. Esses vapores recebem a luz do sol e conduz para nós essa mesma luz, a partir de uma quebra dos raios luminosos, sendo um intermediário entre o olho e o Sol. Com isso, finaliza toda explicação causal do fenômeno do crepúsculo, descrevendo-o e expondo a sua causa necessária.

Na sequência, descreve um cálculo matemático da máxima elevação a que esses vapores úmidos alcançam, com quatro quantidades necessárias: o tamanho da Terra; o tamanho do Sol; a distância média entre o centro do Sol ao centro da Terra e por fim o valor do ângulo de depressão do Sol desde o horizonte até o aparecimento do crepúsculo matutino. Os valores assumidos por Allacen para essas quantidades são: 24000 milhas para a circunferência da Terra, considerando seu raio uma unidade; o rádio do Sol $5\frac{1}{2}$ vezes maior que o raio da Terra; a distância média entre os centros da Terra e do Sol 1110 vezes maior que o raio da Terra e o valor do ângulo de depressão será 19 graus¹¹⁶.

A partir desses quatro parâmetros para o cálculo, encontra-se três Proposições que auxiliam para a determinação da máxima altura. Essas Proposições, segundo Bernard Goldstein, são virtualmente idênticas às duas primeiras Proposições de Aristarco de Samos, presentes no livro das *Grandezas e Distâncias do Sol e da Lua*. Tanto na versão portuguesa como na tradução de Goldstein, as Proposições aparecem sequenciais ao texto, com as respectivas figuras. Na versão latim-inglês, no texto em inglês, aparece com as indicações explícitas por acréscimo do tradutor, e não há um esclarecimento sobre essa variante, que não aparece no texto latino.

Essas Proposições servirão de fundamento para a determinação da máxima elevação dos vapores, que necessitam de uma demonstração a partir das relações entre propriedades geométricas anteriormente definidas. Ademais, o *Liber de crepusculis* apresenta três condições para a visão do crepúsculo, a saber: não ocorre visão abaixo do horizonte; não esteja no cone

¹¹⁶ O principal parâmetro é o valor do ângulo de depressão do Sol ao horizonte. Allacen nos apresentam dois, 18 e 19 graus, respectivamente pelos autores antigos e modernos à época do autor. A determinação desse valor e a sua fixidez ou variabilidade será um dos motivos que levaram a Pedro Nunes escrever o seu *De crepusculis*, como exposto acima. Cf. GOLDSTEIN, Bernard R., *Op. cit.*, p. 113, nota 31. “The crucial parameter is the solar depression angle and the assumption that it is the same for both morning and evening phenomena”.

de sombra e que exista um meio mais denso que o ar subtil¹¹⁷. E, por fim, determina, a partir de figura própria a máxima elevação a que os vapores úmidos alcançam, com um valor de aproximadamente 51;47,34 milhas.

¹¹⁷ Cf. ALLACEN, *Op. cit.*, p. 273. “Por conseguinte, é evidente que aos nossos olhos não aparece coisa alguma em estado de brilho e iluminação se não se der nisto a confluência de três condições. Uma delas é que não esteja [...] abaixo dela a esfera da Terra [constitui impedimento] entre o mesmo e a visão, porque o [olho] não abrange o [luminoso nem o escuro]. E outra [condição] é que não esteja no cone de sombra; com efeito, se está nele, é escuro, porque está privado [da] face do Sol e [da] sua iluminação por ela. E outra é que seja mais denso que o ar subtil que enche a esfera [...]”.

Capítulo 3 – O Crepúsculo e as Matemáticas

3.1 Astronomia

Estando eu um dia no Alcaná de Toledo, apareceu ali um muchacho a vender uns alfarrábios e papéis velhos, a um mercador de sedas. Como eu sou amigo de ler até os papéis esfarrapados das ruas, levado da inclinação natural, tomei um daqueles cartapácios, e pela escrita reconheci ser árabe, posto o não soubesse decifrar. Espalhei os olhos à procura de algum mourisco alfamiado, que mo deletreasse. Depressa me apareceu intérprete, pois de melhor e mais antiga língua eu o necessitasse, facilmente por ali se me depararia. Enfim atinei com um, que, ouvindo o que eu desejava, pegando no livro o abriu pelo meio, e, lendo nele um pouco, se começou a rir [...] Neste pressuposto, roguei-lhe que me lesse o princípio do livro em linguagem cristã, o que ele fez, traduzindo de repente o título arábigo em castelhano deste modo: História de Dom Quixote de la Mancha, escrita por Cide Hamete Benengeli, historiador arábigo [...] Retirei-me logo com o mourisco para o claustro da igreja maior, e lhe pedi me trocasse em língua castelhana todos aqueles alfarrábios, que tratavam de Dom Quixote, sem omitir nem acrescentar nada, oferecendo-lhe a paga que ele quisesse. Contentou-se com duas arrobas de passas, e duas fangas de trigo, e prometeu traduzi-los bem e fielmente com muita brevidade¹¹⁸.

O fragmento acima ilustra, como uma síntese, uma prática de tradução que se desenvolveu na cidade de Toledo, no século XII. Tenta-se, na medida do possível, apontar algumas operações da tradução de Gerardo de Cremona, um dos mais ilustres tradutores toledanos¹¹⁹. Um dos principais aspectos que coloca Toledo como um importante centro de tradução é a pluralidade de línguas e dialetos existentes. Os dialetos romance e arábicos falados pelos mozárabes, e a língua árabe, o hebreu, e o latim foram, de certa forma, o meio que impulsionou e permitiu a tradução.

¹¹⁸ CERVANTES, Miguel. *Dom Quixote de la Mancha*. Tradução dos Viscondes de Castilho e Azevedo. São Paulo: Círculo do Livro, s/d, p. 91-93.

¹¹⁹ Gerardo de Cremona (1114-1187) traduziu cerca de setenta obras científicas e filosóficas, correspondente a um projeto de tradução que visava complementar e ampliar uma tradição greco-latina e patrística constituída pelas setes artes liberais, o *Trivium* (retórica, lógica e dialética) e *Quadrivium* (geometria, aritmética, música e astronomia). Cf. BURNETT, Charles. *The coherence of the Arabic-Latin translation program in Toledo in the twelfth century*, Science in Context, 14 (1-2), 249-288. doi:10.1017/S0269889701000096, p. 252.

Na primeira passagem do fragmento acima Miguel de Cervantes diz que “Estando eu um dia no Alcaná de Toledo [...] tomei um daqueles cartapácios, e pela escrita reconheci ser árabe, posto o não soubesse decifrar”, e por isso ele busca algum mourisco, ou um mozárabe, que falasse castelhano para traduzir-lhe o cartapácio. E, como não foi dificultoso encontrar um intérprete semelhante, mesmo que fosse de uma língua melhor e mais antiga (hebreu), pela sorte encontrou um que lhe servisse. Nesse sentido, Cervantes apresenta uma pluralidade de línguas em Toledo, perpassando o arábico, hebreu e castelhano, e que o processo de tradução realizado pelo interprete ocorre do árabe para o castelhano¹²⁰.

Esse modo de tradução é muito parecido com o de Gerardo de Cremona¹²¹. A tradução do cremonense acontece pela passagem entre línguas – desde a matriz árabe como língua de origem, a língua vernácula como uma espécie de dialeto árabe ou romance e com o latim como língua de chegada. Ou seja, a prática de tradução acontece com um grupo de pessoas que dominam duas ou mais línguas específicas, e as matérias dos textos transmutam entre uma língua de origem, a língua de transição e a língua de chegada¹²². Essa passagem acontece palavra por palavra. A palavra em arábico é lida e traduzida para a vernácula, que por sua vez é lida e traduzida para o latim. Nesse sentido Cervantes coloca como a promessa do mourisco em “traduzi-los bem e fielmente com muita brevidade”¹²³.

Com essa prática de tradução formou-se em torno de Gerardo de Cremona um grupo de estudantes que o auxiliavam. Esse grupo, os *socii*, após a morte do cremonense em 1187, escreve um comentário com a lista dos textos traduzidos pelo mestre, acompanhado de uma breve biografia. Interessa, aqui, discorrer sobre a organização da lista das obras traduzidas e também sobre a circulação dessas obras, com um estudo de caso sobre o *Liber de crepusculis*¹²⁴.

¹²⁰ Cf. BURNETT, Charles. *Op. cit.*, p. 249.

¹²¹ O texto de Cervantes apresenta uma tradução arábico-castelhano, enquanto a tradução de Gerardo de Cremona seria arábico-romance/dialeto arábico-latim. Porém, Horacio Santiago-Otero apresenta que, devido ao rápido desenvolvimento das línguas vulgares, como o castelhano, a produção de textos em latim na Península Ibérica ficou prejudicada, produzindo certo divórcio entre a ciência e a universidade. SANTIAGO-OTERO, Horacio. *La cultura en la Edad Media Hispana*. Lisboa: Edições Colibri, 1966, p. 31.

¹²² Cf. BURNETT, Charles. *Op. cit.*, p. 252.

¹²³ Confrontar com AVENDAUTH, the Israelite philosopher, *apud* BURNETT, Charles. *Op. cit.*, p. 252. “Thus you have the book, translated from Arabic, with me taking the lead and rendering each word in the vernacular language, and archdeacon Dominicus turning the words into Latin”.

¹²⁴ Percebe-se que na *Vita* de Gerardo de Cremona o texto aparece sem indicação de autoria, apenas o título, diferente do que acontece com a maioria dos textos ali expostos. Cristina A. Machado apresenta uma indicação de uma possível justificativa para tal fato. Cf. MACHADO, Cristina de Amorim. *O papel da tradução na transmissão da ciência: o caso do Tetrabiblos de Ptolomeu*. Rio de Janeiro: Mauad X, 2012, p. 136. “[...] a autoria não era

De certo modo, o ofício de Gerardo de Cremona e dos *socii* apresenta um enriquecimento da tradição latina já existente, fundamentada na patrística, que por sua vez deriva de uma matriz greco-romana. Esse enriquecimento se dá pelo contato do pensamento cristão com autores árabes e judeus, no caminho de ampliar os saberes técnicos e científicos que formavam a já consolidada *Latinorum studia*¹²⁵.

Gerardo de Cremona teve uma formação clássica a partir do *Trivium* e do *Quadrivium*, e seu programa de tradução visa complementar lacunas existentes nessas sete artes liberais, principalmente em relação ao *Trivium*, na dialética, com a tradução de textos sobre argumentos demonstrativos¹²⁶ e no *Quadrivium* com textos de geometria e astrologia¹²⁷. Ademais, essa classificação dos saberes de matriz greco-latina será reorganizada, por Gerardo de Cremona, a partir do modelo árabe proposto por Al-Farabi em seu texto *Tratado acerca do catálogo das ciências, ou De scientiis*¹²⁸. Com isso, não apenas se dará preferência à tradução de obras que visam preencher lacunas de uma tradição já consolidada, como também reformular a ordem de classificação desses saberes, que possuem fundamento aristotélico embora se apresente como árabe¹²⁹. Burnett faz um cotejamento entre a quarta parte do tratado de Al-Farabi, que especula sobre a classificação da Física e suas partes, com a lista proposta pelos *socii*, e conclui que ambas seguem a mesma ordem, ou melhor, que a lista apresentada na *Vita* de Gerardo de Cremona segue a mesma classificação e ordenação da quarta parte do tratado *Sobre a classificação das ciências* de Al-Farabi¹³⁰.

De acordo com a proposta de Burnett, com a *Vita* de Gerardo de Cremona e o texto de Al-Farabi, compara-se a classificação do *Liber de crepusculis*, pois em alguns casos ele está inserido como um livro de Óptica e em outros como um livro de Astronomia. Na *Vita* está

prioridade na Idade Média, e a produção textual baseava-se na imitação de modelos autorizados, sendo os textos traduzidos, copiados e comentados sem a preocupação de registrar a origem ou o autor do texto”.

¹²⁵ Cf. SANTIAGO-OTERO, Horacio. *Op. cit.*, p. 30-31. Cf. BURNETT, Charles. *Op. cit.*, p. 257.

¹²⁶ Cf. *Vita, Commemoratio librorum and Eulogium* of Gerard de Cremona *apud* BURNETT, Charles. *Op. cit.*, p. 276. “*De dialectica: <1> Liber analeticorum posteriorum Aristotilis tractatus; <2> Liber commentarii Themistii super posteriores analeticos tractatus; <3> Liber Alfarabii de silogismo.*”

¹²⁷ Das 71 obras catalogadas pelos *socci*, na Obra *Vita librorum*, 50 compõe o conjunto de geometria, astrologia e física, que representam a importância dada por Gerardo de Cremona para as traduções de textos científicos. Uma das hipóteses para essa preferência em relação às lacunas de partes do *Trivium* e *Quadrivium* se dá pela demanda para as recém-formadas universidades, como Oxford, Paris e Bologna. Cf. BURNETT, Charles. *Op. cit.*, p. 254.

¹²⁸ Cf. BURNETT, Charles. *Op. cit.*, p. 279. Esse texto foi traduzido por Gerardo de Cremona, e encontra-se na parte de Filosofia, <42> Liber Alfarabii de scientiis.

¹²⁹ *Ibid.*, p. 260.

¹³⁰ *Ibid.*, *loc. cit.*

inserido na parte de Astrologia, junto com os *Rudimentos* de al-Farghānī e com o *Almagesto* de Ptolomeu. Lembra-se que à época do cremonense tanto Astronomia como Astrologia estavam sob o jugo do mesmo nome – Astrologia: sendo que a primeira trabalhava com as matemáticas e a segunda com a judiciária¹³¹. O texto *De scientiis*¹³² de Al-Farabi, por sua vez, apresenta sua estrutura geral dividida em cinco partes, respectivamente: 1. Ciência da linguagem e suas partes; 2. Ciência da lógica e suas partes; 3. Ciência das matemáticas e suas partes; 4. Ciência Física e metafísica e suas partes; 5. Ciência política, ciência do direito e teologia. A ciência das matemáticas, por sua vez, está dividida em oito partes, compreendendo a aritmética, geometria, óptica, astrologia, matemática, música, ciência dos pesos e ciência da engenharia¹³³. Desse modo, o *Liber de crepusculis* tanto pode ser inserido na Óptica, ou Ciência dos Aspectos (Perspectiva), como também na Astrologia, e ambas compõem a terceira e quarta parte das ciências matemáticas.

O *Liber de crepusculis* pode ser definido, por um lado, como um modelo de determinação da altura dos vapores úmidos e o desvio do raio de luz na passagem de um meio menos denso para um mais denso, e, por outro lado, como a ascensão e declínio do corpo do Sol sobre o horizonte. A primeira definição se refere à Óptica e a segunda à Astrologia, de acordo com cotejamento com o texto de Al-Farabi.

A Óptica, ou a Ciência dos Aspectos, trabalha a relação com as coisas vistas, segundo preceitos da geometria, mas não enquanto ciência abstrata¹³⁴. Ou seja, a Ciência dos Aspectos

¹³¹ Cf. ALFARABI. *Catálogo de las ciencias*. Tradução Ángel Gonzáles Palencia. Madrid, Edición del CSIC, 1953, p. 15. “Se distinguen con este nombre dos ciencias: una, la ciencia de los juicios de las estrellas, que es la ciencia de las señales de las estrellas sobre lo que va a suceder en lo futuro, sobre muchas cosas existentes en el momento y sobre muchas que ya pasaron [Astrología]. La segunda es la ciencia matemática de los astros [Astronomía], y ésta es la que se conoce y se enumera entre las ciencias matemáticas...” Cristina A. Machado apresenta um termo novo, astrolomia, que ela identifica como um termo que aparece no *Esmeraldo de situ orbis* de Duarte Pacheco Pereira e que representa uma proposta alternativa para os conceitos de astronomia e astrologia. Cf. MACHADO, Cristina de Amorim. *Op. cit.*, p. 61. Sobre a explicação da escolha em traduzir o termo astrologia por astronomia ver AQUINO, Tomas. *Comentário a la Física de Aristóteles*. Tradução, estudo preliminar e notas de Celina A. Lértora Mendonza. Navarra: Ediciones Universidad de Navarra, p. 146.

¹³² *De scientiis* ou *Sobre a classificação das ciências ou Catálogo de las ciencias*.

¹³³ Cf. ALFARABI. *Op. cit.*, XXX+176+106 páginas. Cf. Al-Fārābī, *Über die Wissenschaften De scientiis*, a partir do texto latino traduzido por Gerardo de Cremona e editado por Franz Schupp e Cf. Al-FARABI, *Über die Wissenschaften*, texto latino e tradução alemã por Josef Schneider, a partir de texto latino traduzido por Domingo Gundisalvo.

¹³⁴ Corroborar-se com Charles Burnett com a classificação das ciências promovida pelos filósofos árabes a partir de uma preceptiva aristotélica. Desse modo, por mais que a Geometria e a Óptica pertençam à Ciência das Matemáticas, elas operam de modo inverso no interior desse conjunto, sendo a primeira relaciona à Matemática

lida com os fenômenos relacionados à visão de modo geometrizado. A abstração, por sua vez, se desloca do natural, estabelecendo regras e operações universais. A relação dos raios luminosos com os corpos transparentes, como ar e a água, as magnitudes e medidas de distâncias, como a altura de vales e também as distâncias das nuvens são alguns dos preceitos dessa ciência¹³⁵. A definição de crepúsculo segundo o *Liber de crepusculis* poderia ser desse modo, tanto em relação à ação dos raios luminosos sobre meios transparentes de diferentes densidades com a passagem do ar para a água, como também pela determinação das distâncias das nuvens¹³⁶.

Por outro lado, a Astronomia matemática se ocupa com os corpos celestes e a Terra, seja em relação às distâncias e magnitudes, como também sobre os movimentos dos corpos uns em relação a outros. E, com isso, possivelmente entende-se o texto sobre o crepúsculo traduzido por Gerardo de Cremona, no sentido de demonstrar as propriedades e a duração do movimento de nascimento e ocaso do Sol. Tanto os textos *Liber* e *De crepusculis* como o *De scientiis* de Al-Farabi abordam o fenômeno do sair e se por do Sol¹³⁷.

No *Scientiis*, terceira parte, Al-Farabi comenta que a astronomia matemática se ocupa dos corpos celestes e da terra de três formas, e aponta:

*“que es la rotación del día y de la noche, por causa de la posición de la tierra en el lugar en donde en cada momento está, como, por ejemplo, el amanecer y el anochecer, el alargarse o el acortarse los días y las noches, y otras cosas parecidas”*¹³⁸.

pura, abstrata, e a outra uma das mais físicas das matemáticas, junto com a Harmonia e a Astronomia. Entre as Ciências Matemáticas puras, como a Aritmética e a Geometria, separada do movimento e dos corpos naturais pelo pensamento e a Ciência Natural (filosofia da natureza) tem-se as Ciências Mistas ou intermediárias, que se utilizam de conceitos das ciências mais abstratas e os aplicam aos corpos naturais. Encontramos esse preceito em Aristóteles e em autores que comentaram a Física aristotélica ou que assumiram essa preceptiva na elaboração de seus textos. Cf. ARISTÓTELES. *Física*, livro II, cap.2, 194a7, p. 65. Cf. AVERROES. *Epítome de Física*, 193b22, 194a12, p. 121. Cf. AVICENA LATINO. *Livro primeiro do que é natural*, cap. VIII, p. 08. Cf. AQUINO, Tomás. *Comentário a la Física de Aristóteles*, 194a7, p. 145. Cf. GROSSETESTE, Roberto. *Óptica*, *El arco íris, o el arco iris y el espejo*, p. 57. Cf. ARISTÓTELES, *Analíticos Posteriores*, livro I, 79a10, p. 296.

¹³⁵ Cf. ALFARABI. *Op. cit.*, p. 14.

¹³⁶ No texto de Al-Farabi encontra-se que a Óptica estuda as distancias das nuvens, e na edição de 1572 de Friedrich Risner identifica-se um complemento ao título *Liber de crepusculis* como ascensão das nuvens. Cf. Friedrich Risner's *Opticae thesaurus...Alhazeni arabis libri septem... eiusdem liber de crepusculis et nubium ascensionibus* (Basel, 1572) apud SMITH, A. Mark. *Op. cit.*, p. 91.

¹³⁷ Cf. ALFARABI. *Op. cit.*, p. 15.

¹³⁸ Cf. ALFARABI. *Op. cit.*, p. 15.

Na edição alemã de Franz Schupp [Cf. Al-Fārābī, *Über die Wissenschaften De scientiis*, pg. 65-89] encontra-se os termos “*orientalites*” e “*occidentalitates*”, que em nota expõe como correlatos de “*ortus et occasus*”, que por sua vez Gonzales Palencia traduziu como “*el amanhecer y el anochecer*”. E, por fim, na edição Al-Farabi, *Über die Wissenschaften*, pg. 13, tradução alemã por Josef Schneider a partir de texto latino traduzido por Domingo Gundisalvo, os termos usados são “*ortus et occasus*”. O texto *Liber de crepusculis* apresenta os termos da posição do Sol nos horizontes oriental e ocidental, tal qual o texto latino editado por Franz Schupp¹³⁹. Desse modo, Gerardo de Cremona classifica o texto sobre o crepúsculo como um texto de Astronomia, pois encontra na autoridade de Al-Farabi os preceitos que lhe autoriza, tanto em relação à matéria como também no modo como esta se insere no interior do catálogo das ciências.

¹³⁹ Cf. ALLACEN, *Op. cit.*, p. 123. “*Quoniam sol quando est in horizonte orientali non multum eleuatus [...] quando est secundum aequalitatem illius altitudinis in horizonte occidentali*”.

3.2 Óptica¹⁴⁰

O crepúsculo, como fenômeno atmosférico está relacionado com a observação. A explicação causal e a determinação da sua duração envolvem três procedimentos complementares: a verificação visível, o uso de instrumentos de medida e a certificação pela razão. Na primeira parte do *De crepusculis* Pedro Nunes define o crepúsculo a partir das autoridades de Sacrobosco e Stoflero e apresenta os procedimentos para a determinação da sua duração, tanto aquele pela razão com os silogismos matemáticos como pelo uso do instrumento de medida através da observação.

“[1] João de Sacrobosco, autor da conhecida Esfera, Stoflero, na explicação do astrolábio, e outros astrónomos que li, falando do crepúsculo, definem-no como luz dúbia, intermédia do dia e da noite, pelo que em cada dia haverá necessariamente dois, um, matutino, que começa ao romper da aurora, outro, vespertino, sucedendo imediatamente ao pôr do Sol.

[2] Afirmam também que o crepúsculo matutino começa, e o vespertino acaba, quando o Sol, antes do nascimento, ou depois do ocaso, dista 18 graus do horizonte, contados no círculo máximo da esfera do mundo que passa pelo zénite e pelo Sol.

[3] Por isto, quando se quiser medir a duração própria do crepúsculo cumpre observar quanto tempo o ponto do zodíaco oposto ao Sol leva a alçar-se, pela banda do oriente, 18 graus acima do horizonte, pois é precisamente o mesmo que o do crepúsculo vespertino.

[4] Reciprocamente, deve observar-se o tempo que o referido ponto do zodíaco oposto ao Sol, quando estiver um arco igual acima do horizonte pela banda do ocidente, leva a chegar ao ocaso, pois ele marcará a duração do crepúsculo matutino.

[5] Posto que estes tempos possam ser obtidos comodamente por operações aritméticas baseadas em demonstrações geométricas sobre arcos e ângulos esféricos, todavia os astrónomos determinam-nos no limbo do astrolábio, consoante as diversas alturas do pólo do mundo, porque assim alcançam facilmente o seu objetivo”¹⁴¹.

¹⁴⁰ Nesta parte da dissertação faz-se necessário advertir o leitor sobre as diferentes grafias do nome de Abū Alī Muhammad ibn al-Hasan ibn al-Haytham que aparecerá neste texto. Ibn Al-Haytham foi um médico árabe que viveu no Cairo durante o século XI, e entre as diversas obras que escreveu, o seu *Kitab al Manazir* (Sobre a visão) fixa-se como autoridade nesta matéria. Encontra-se esse texto em diversas traduções e diferentes manuscritos. Desse modo, preferimos manter as diferentes grafias para orientar o leitor sobre as diferentes matrizes textuais que estamos utilizando. Quando escrito Allacen refere-se ao texto utilizado por Pedro Nunes. Quando escrito como Alhacen refere-se ao texto latino traduzido para o inglês por A. Mark Smith. E quando escrito Ibn Al-Haytham refere-se ao manuscrito árabe traduzido para o inglês por A. I. Sabra. Contudo, entenda-se que todas essas variantes referem-se à mesma autoridade árabe.

¹⁴¹ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 147.

A passagem acima ilustra o modo como Pedro Nunes realiza suas demonstrações. Partindo da definição do crepúsculo [1], indica o seu início e fim [2], para daí calcular sua duração [3]. Esse cálculo pode vir pelas “*operações aritméticas baseadas em demonstrações geométricas*” como pode ser determinado no “*limbo do astrolábio*” [5], que é um instrumento de medida angular onde os astrônomos obtêm a duração do crepúsculo a partir da latitude em que estão. Para determinar essa duração basta recorrer à observação dos movimentos do ocaso e do orto pelas bandas do ocidente e oriente, respectivamente [3-4].

Nota-se que esta definição do crepúsculo como “*luz dúbia, intermédia do dia e da noite*” [1] é extraída dos astrônomos. Deve-se lembrar que Nunes está interessado em responder a curiosidade do Infante D. Henrique sobre a extensão dos crepúsculos e não em explicar as causas do seu aparecimento. Como obra matemática que visa responder a uma pergunta quantitativa Pedro Nunes se servirá de uma abordagem que permita construir as relações geométricas e equações algébricas para satisfazer a demanda que lhe foi atribuída e, por isso, define o crepúsculo a partir dos astrônomos que leu. Contudo, essa definição supõe o conhecimento da Ciência dos Aspectos (*Perspectiva*), também pertencente às matemáticas como a Astronomia.

A “*luz dúbia*” possui a característica de uma luz débil, mais fraca que a luz do dia. Essa debilidade possui uma causa natural conhecida pelas autoridades do passado e são examinadas com exatidão no opúsculo *Liber de crepusculis* de Allacen, segundo palavras de Nunes¹⁴². Entretanto, ao cotejar passagens de Allacen com Nunes percebe-se uma diferença de concepção causal, pois o primeiro considera o crepúsculo como acidente, como consequência da luz accidental sustentada pelos vapores úmidos, enquanto Pedro Nunes o descreve como fenômeno produzido pela reflexão dos raios luminosos nesses mesmos vapores. Essa diferença de concepção não altera o modelo matemático para a determinação da altura máxima desses vapores ascendentes a partir da superfície da Terra¹⁴³. No entanto, aparentemente Pedro Nunes seguirá Vitelo quanto à hipótese da reflexão¹⁴⁴.

¹⁴² Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 142.

¹⁴³ O método de determinação da máxima altura dos vapores ascendentes introduzido por Allacen no século XI perdura pelo menos até o século XVII ou até Kepler. Cf. GOLDSTEIN, Bernard, *Op. cit.*, p. 106.

¹⁴⁴ Cf. RISNERO, Federico. *Opticae Thesaurus Alhazeni arabis libri septem, nunc primum editi.. Eiusdem liber de crepusculis et Nubium ascensionibus. Item Vitellonis Thuringopoloni libri X. Omnes instaurati, figuris illustrati et aucti, adiectis etiam in Alhazenum commentariis a Frederico Risnero. Cum privilegio Caesareo et Regis Galliae ad sexennium. Basileae per Episcopios M.D.LXX*, p. 452.

O *Liber de crepusculis* filia-se ao *Kitab al Manazir* de Ibn Al-Haytham quanto ao exame das causas do crepúsculo. Roger Bacon, em sua *Perspectiva*¹⁴⁵, faz uso desta teoria óptica árabe reconciliando-a com autoridades gregas e latinas, e recompondo-a no âmbito das Ciências Matemáticas¹⁴⁶.

A partir de Roger Bacon a Óptica foi disseminada pelas obras de John Pecham e Vitelo e posteriormente incorporadas a currículos universitários. Na Espanha, por exemplo, Pedro Ciruelo parafraseou toda a *Perspectiva communis* de John Pecham em seu *Cursus quatuor mathematicarum artium liberalium*, que foi publicada quatro vezes em Alcalá (1516, 1523, 1526 e 1528) e usada nas universidades de Alcalá, Salamanca e Paris¹⁴⁷. Pedro Nunes possivelmente conheceu esta obra de Ciruelo quando estudou as Matemáticas em Salamanca por volta de 1523, e para assumir o cargo público de cosmógrafo (1529) e posteriormente cosmógrafo-mor do reino (1547). Esta posição determinava o conhecimento por completo da cadeira de Astrologia, que tinha como objeto central a Teoria da Esfera, principalmente de Sacrobosco, e como disciplinas propedêuticas a Aritmética, a Geometria e a Perspectiva¹⁴⁸. No *De crepusculis* Nunes cita diretamente Vitelo, “que viveu muito tempo depois de Allacen, de quem tirou quase toda a desmesurada obra *Da perspectiva*” utilizando a edição de Nuremberg de 1535¹⁴⁹.

Ademais, seria falacioso dizer que Pedro Nunes seguiu uma linha contínua da tradição que remete a Ibn Al-Haytham (Allacen), passando por Roger Bacon, Pecham e Vitelo. Essa recepção árabe por vias latinas não segue necessariamente uma linearidade histórica, como nos adverte David Lindberg:

Embora Pecham e Vitelo tenham derivado características importantes de seu pensamento de Bacon, nenhum deles pode ser estritamente descrito como seu

¹⁴⁵ BACON, Roger. *Roger Bacon and the Origins of Perspectiva in the Middle Ages: A Critical Edition with English Translation of Bacon's Perspectiva with Introduction and Notes*. Trad. David Lindberg. Oxford: Clarendon Press, 1996.

¹⁴⁶ LINDBERG, David. *Theories of Vision from Al-Kindi to Kepler*, p. 104. “The key figure in the reception of Alhazen's theories was Roger Bacon, who attempted to reconcile Alhazen's doctrines with those of Aristotle, Augustine, Grosseteste, and other authorities and thus to establish the mathematical tradition (or perspectiva, as it was called) in the west”.

¹⁴⁷ Cf. LINDBERG, David. *Op. cit.*, p. 120-121. Cf. PELACANI DA PARMA, Biagio. *Questiones super perspectiva communi*. Editado e introdução por Graziella Federici Vescovini, p. 8.

¹⁴⁸ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 179. Cf. CARVALHO, Joaquim. “Nunes, Pedro”, in: *Grande Enciclopédia Portuguesa e Brasileira*, Vol. 19, p. 53-65. Cf. SAMPAIO, J. A.. *Op. cit.*, p. 27.

¹⁴⁹ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 179 e CARVALHO, Joaquim. “Anotações ao *De crepusculis*” in NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 333.

discípulo. O problema, evidentemente, é que Pecham e Vitelo foram expostos a uma multiplicidade de influências, das quais Bacon era apenas uma [...] De fato, é seguro dizer que eles se consideravam principalmente seguidores de Alhazen - embora seja igualmente evidente que eles frequentemente viam Alhazen pelas lentes baconianas [...] Vitelo tentou coletar em um volume maciço (intitulado *Perspectiva*) os ensinamentos de toda a tradição matemática em óptica, incluindo Euclides, Pseudo-Euclides (autor de *De speculis*), Herói de Alexandria, Ptolomeu, al-Kindi, Adhomadi Malfegeyr, Alhazen e Bacon. Às vezes, Vitelo era culpado por utilizar ou justapor suas fontes com uma terrível falta de compreensão, mas dificilmente pode ser acusado de adesão servil a qualquer uma delas¹⁵⁰.

Por conseguinte, ao examinar as causas do crepúsculo a partir do cotejamento entre Pedro Nunes e Allacen pode-se conjecturar que Nunes aproxima-se de Vitelo, embora seja ainda considerada a autoridade de Ibn al-Haytham como a principal nessas matérias.

De acordo com o prefácio do *Kitab al Manazir* o estudo da natureza da visão requer a combinação de duas ciências, a Natural e a Matemática. A primeira investiga como é a estrutura fisiológica dos olhos e como este percebem os objetos visíveis, enquanto a segunda é mais detalhada e direciona a atenção para as divisões dessa ciência¹⁵¹.

A óptica matemática, ou *Perspectiva*, estabelecida por Ibn al-Haytham considera que a visão realiza-se a partir de raios luminosos que se deslocam em linha reta e incidem sobre os olhos. Existem três concepções para o entendimento de raios luminosos: o primeiro é o raio retilíneo que não sofre nenhuma alteração no caminho entre o objeto visível e o olho. Os outros

¹⁵⁰ Cf. LINDBERG, David. *Op. cit.*, p. 117-118. “Although both Pecham and Witelo derived important features of their thought from Bacon, neither can be strictly described as his disciple. The problem, of course, is that Pecham and Witelo were exposed to a multiplicity of influences, of which Bacon was only one... Indeed, it is safe to say that they regarded themselves principally as followers of Alhazen – although it is equally clear that they frequently viewed Alhazen through Baconian glasses [...] Witelo attempted to collect in one massive volume (entitled *Perspectiva*) the teachings of the entire mathematical tradition in optics, including Euclid, Pseudo-Euclid (author of *De speculis*), Hero of Alexandria, Ptolemy, al-Kindi, Adhomadi Malfegeyr, Alhazen, and Bacon. Witelo was sometimes guilty of utilizing or juxtaposing his sources with an appalling lack of comprehension, but he can hardly be charged with slavish adherence to any one of them”. Pedro Nunes reconhece que Vitelo emulou Ibn Al-Haytham para a composição da sua *Da perspectiva*, e por isso poderíamos supor que Nunes recebe o texto árabe por intermédio do texto latino. Porém, essa intermediação sofre intervenções, alterações de outras autoridades. Vesconini aponta uma recepção análoga das doutrinas sobre perspectiva por Blaise de Parma, com os fisiologistas árabes, teólogos franciscanos e a geometria grega filtrada pela cultura medieval. Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 179. Cf. PELACANI DA PARMA, Biagio *Op. cit.*, p. 15.

¹⁵¹ A. I. Sabra apresenta duas razões para a dependência da óptica sob as ciências naturais e matemática. A primeira é sobre a visão ser uma atividade de um órgão sensitivo. A segunda razão encontra-se no fato da faculdade da visão perceber o tamanho, posição e superfície dos objetos visíveis a partir de linhas retas, e com esses elementos a visão pode ser matematizável. Cf. IBN AL-HAYTHAM, *Op. cit.*, p. 3-5. “Thus [...] optics is a composite science because it is concerned with natural faculty of cognition whose objects are endowed with geometrical properties such as shape and magnitude, and whose operation involves the mediation of straight lines”.

dois raios são caracterizados pela intensidade da sua quebra ao incidirem sobre um meio mais denso existente entre o objeto e o olho. O raio que quebra menos e atravessa o meio é o raio refratado e o raio que sofre uma maior quebra e não atravessa o meio é o raio reflexivo. Existe, além dessas, uma condição luminosa singular, definida como luz accidental, que caracteriza-se por ser difusa e de baixa intensidade em comparação com as três anteriores. Desse modo, a óptica matemática considera a visão a partir da geometria euclidiana e da fisiologia do olho humano, pois o raio luminoso em linha reta tem que atravessar as túnicas e os humores úmidos no interior do olho para que a percepção visual aconteça.

Esta concepção da visão a partir da relação entre fisiologia, luz e geometria estabelecida por Ibn Al-Haytham teve ampla circulação em autoridades posteriores. Para clarificar essa concepção de óptica matemática recorreremos a três exemplos: o primeiro no século XIII em Oxford, o segundo no século XV em Florença e o terceiro no século XVI em Portugal.

Roberto Grosseteste (século XIII) diz que todas as causas dos efeitos naturais podem ser expressas por linhas, ângulos e figuras¹⁵² e para ele existem três linhas essenciais e uma quarta accidental, sendo a linha retilínea a mais direta e mais ativa. A refratada, que perpassa meios de diferentes densidades é mais forte que a reflexa, pois está mais próxima da linha incidente reta do que a reflexa, que retrocede ao se encontrar com algum corpo de certa densidade. A linha accidental é a mais fraca de todas, sendo uma potência multiplicada a partir de uma das três linhas anteriores¹⁵³. A Perspectiva, como ciência que estuda a visão é definida em três partes de acordo com a relação entre essas linhas e a coisa vista: a visão direta, a ciência dos espelhos, e a refração¹⁵⁴. Essas linhas, segundo Leon B. Alberti (século XV), são sinônimos de raios, como “uma espécie de agentes da visão, por isso mesmo chamados visuais, que levam ao sentido a forma das coisas vistas”¹⁵⁵.

¹⁵² Cf. GROSSETESTE, R. *Líneas, Ángulos y Figuras, o refracción y reflexión de rayos*, in *Optica*. Introdução, tradução e notas por Celina A. Lértora Mendoza. Ediciones del Rey: Argentina. 1985, p. 44-50.

¹⁵³ Ibid., p. 48. Cf. ORESME, Nicole. *Op. cit.*, p. 113.

¹⁵⁴ Cf. GROSSETESTE, R. *El arco iris y el espejo*, in *Optica*. Introdução, tradução e notas por Celina A. Lértora Mendoza. Ediciones del Rey: Argentina. 1985, p. 59.

¹⁵⁵ ALBERTI, Leon Battista. *Da pintura*. Tradução de Antonio da Silveira Mendonça. Campinas: Editora Unicamp, 1999, p. 75. Francisco de Melo, na proposição segunda do Corolário à perspectiva de Euclides, p. 47, assim define o raio visual. “*Quanto ao raio visual designo aquilo que cai entre o olho e a coisa visível, e que reproduz as imagens, tanto da luz, como das cores*”.

Francisco de Melo (século XVI), no prefácio ao seu comentário sobre a *Perspectiva* de Euclides assim define esta ciência, recorrendo a Calcídio:

Daqui decorre que a maneira de ver é tripartida: ou [se realiza] por meio de um raio direito e não fletido para qualquer lado, à qual Calcídio, intérprete muito lúcido do Timeu de Platão, chama tuitio; ou por meio de um raio repellido em espelhos e fletido, à qual chama intuitio; ou [por meio de um raio] dissipado e quebrado num meio mais denso, à qual o mesmo autor o mesmo autor chama deuitio. Sobre elas, tanto Filósofos, como Matemáticos, deixaram muita coisa escrita de forma admirável e distinta, e a Perspectiva, uma parte não desprezável da matemática, encarregou-se de as estudar com excelentes resultados¹⁵⁶.

3.2.1 Visão direta

A tripartição dos raios segue a hierarquia que é estabelecida pela relação entre a distância do olho e a coisa vista. Ela aparece também em Francisco de Melo, sendo muito próximo à Grosseteste, onde o agente natural age com mais vigor, rapidez e potência com o que está próximo do que com o que está distante¹⁵⁷. Assim, a visão acontece com mais potência segundo a retidão dos raios. Essa definição de que a visão melhor se realiza pelos raios visuais que se estendem em linha reta é um lugar comum cuja principal autoridade é Euclides. A primeira definição (hipótese) exposta em sua *Perspectiva* é: “O raio emana do olho em linha reta enquanto produz caminhos retos de infinita multidão”¹⁵⁸.

Segundo Euclides, este raio emitido do olho comporta-se do mesmo modo que o raio luminoso, que também se propaga retilineamente¹⁵⁹. Essa concepção geométrica sobre a visão

¹⁵⁶ Cf. MELO, Francisco. *Op. cit.*, p. 39.

¹⁵⁷ Ibid., p. 45 e Cf. GROSSETESTE, R. *Ángulos y Figuras, o refracción y reflexión de rayos*, p. 44 e nota 6, p. 45.

¹⁵⁸ KHEIRANDISH, Elaheh. *The arabic version of Euclid's Optics (Kitāb Uqlīdis fī Ikhtilā al-manāzīr)*. Nova York: Springer Science, 1999, p. 2. “The ray issues from the eye in straight line while producing straight paths of infinite multitude”. Cf. MELO, Francisco. *Op. cit.*, p. 115. Na tradução de Guilherme Rodrigues Neto para o português: “Seja suposto que linhas retas traçadas a partir do olho atravessam uma distância de grande magnitude”. NETO, Guilherme Rodrigues. *Scientie Studia*, v. 11, n. 4, 2013, p. 893-936.

¹⁵⁹ Francisco de Melo constrói esse silogismo no seu *Corolário à Perspectiva* de Euclides. Na segunda proposição condensa o silogismo na seguinte estrutura: “De acordo com o segundo postulado deste [tratado], o raio visual

e a luz é que permitirá a construção de uma teoria sobre a visão a partir do modelo matemático. Talvez, essa seja a principal contribuição de Euclides quanto à Óptica, ao transformar os problemas ópticos em problemas geométricos¹⁶⁰.

Os raios visuais em linha reta compõem a figura de um cone visual, cujo vértice está no olho e a base na extremidade da coisa vista. O cone visual, ora também denominado como pirâmide visual¹⁶¹, será uma tópica euclidiana que aparecerá em Ptolomeu, Ibn Al-Haytham, Roger Bacon, John Pecham, Alberti, Francisco de Melo, e outros.

Ibn Al-Haytham, no capítulo 4 do livro I, apresenta uma série de experimentos com luz natural e luz artificial para concluir que a luz de algum modo afeta a visão. No capítulo 6 do mesmo livro sintetiza o modo como a visão percebe o objeto visível a partir de três condições: a luz possuída pelo objeto visível; a luz que brilha sobre o olho quando o objeto visível é percebido; e sobre a luz que ilumina o meio entre o olho e o objeto visível. Desse modo, entre o olho e o objeto visível pode-se conceber um cone, cujo vértice está no centro do olho e a base na superfície do objeto visível, quando entre o olho e o objeto o ar transparente estiver iluminado¹⁶².

O cone visual é formado por uma série de raios visuais como um feixe luminoso. Alguns desses raios formam a extremidade do cone, outros se encontram no meio entre a borda e o centro, e apenas um raio forma o eixo central. Ademais, esses raios que formam o cone visual são distintos quanto à força e quanto ao ofício. Os raios extrínsecos são os mais fracos, sendo os responsáveis pela quantidade da superfície do objeto visível. Os raios que constituem o corpo

viaja com a luz. Mas, pela [proposição] anterior, a luz difunde-se sempre em linhas retas; por esta razão, é forçoso que o raio visual também se estenda em linhas retas". MELO, Francisco. *Op. cit.*, p. 39.

¹⁶⁰ Cf. LINDBERG, David. *Op. cit.*, p. 12.

¹⁶¹ Graziella Vescovini afirma que foi Ptolomeu quem transforma o cone visual em pirâmide pela distinção de um raio principal retilíneo que compõe o eixo da pirâmide visual. Cf. PELACANI DA PARMA, Biagio *Op. cit.*, p. 19.

¹⁶² Cf. IBN AL-HAYTHAM, *Op. cit.*, Book I [28], pg. 71. Cf. ALHACEN. *De Aspectibus*, the Medieval Latin Version of Ibn al-Haytham's Kitāb al-Manazir. Trad. A. Mark Smith. Philadelphia: American Philosophical Society, 2001, Book I, [6.28], pg. 364. "When, therefore, the eye faces one of the visible objects, there is formed between that point which is the centre of the eye and the surface of the opposite object an imaginary cone having the eye's centre as vertex and the object's surface as base. And if the intermediate air between that object and the eye is continuous, there being no opaque body between them, and if the visible object is illuminated with any light whatever, then the form of the light and colour that are in the surface of that object will extend to the eye through that cone, and the form of each point on the surface of the object will extend along the line between that point and the cone's vertex which is the center of the eye". Sobre a necessidade de transparência do meio entre o olho e o objeto visível para que se realize a visão aparece como tópica aristotélica, onde o meio quando está em potência há também trevas, e que a luz é a atividade do transparente enquanto transparente. Cf. ARISTÓTELES, *De Anima*, Trad. e notas Maria Cecília Gomes dos Reis. São Paulo: Ed. 34, 2006, p. 87 (II7, 418b3).

do cone são denominados médios e responsáveis por carregar a luz e as cores. Entre todos os raios, o cêntrico, “o mais penetrante e mais ativo de todos, faz com que nenhuma quantidade possa jamais parecer maior do que quando ele a fere”¹⁶³.

Desse modo, o raio cêntrico será o responsável pela visão clara e distinta, pois não sofrerá alteração em seu caminho entre o olho e o objeto visível, mesmo que passe por meios de diferentes densidades. De acordo com o postulado de Ibn Al-Haytham de que o meio entre o olho e o objeto visível é contínuo e transparente, o raio cêntrico que forma o eixo do cone visual, quando penetra o olho, passa de um meio menos denso, o ar, para um meio mais denso, os humores líquidos no interior do olho, porém não sofre desvio, pois incide perpendicularmente sobre a superfície ocular. Segundo Francisco de Melo, na proposição décima nona:

Então o raio que chega ao meio do olho (isto é, ao polo do Círculo Pupilar) é traçado a partir do ponto médio da coisa vista. Mas como a coisa vista é a base da pirâmide visiva que se vai estreitando na direção do olho, o seu eixo será aquele raio irrefratado que passa por todos os centros. Por esta razão, o ponto médio da coisa vista ver-se-á então com mais clareza, a saber, por meio do raio não refratado para nenhum lado e por isso mais curto¹⁶⁴.

3.2.2 Reflexão ou Ciência dos espelhos

¹⁶³ ALBERTI, Leon Battista. *Op. cit.*, p. 75-79.

¹⁶⁴ Cf. MELO, Francisco. *Op. cit.*, p. 109. O entendimento sobre a visão clara e distinta que opera a partir do raio perpendicular que projeta-se na superfície do olho é uma tópica que relaciona-se ao instrumento da visão. A incorporação da anatomia do olho humano nos assuntos relacionados à visão não aparece em Euclides. Ptolomeu estabelece que um objeto é visto mais distintamente quanto maior o fluxo visual (raios de luz emitidos pelo olho na figura de cone) incidirem sobre o objeto visível ou quando este objeto é olhado diretamente, e não por meio da reflexão ou refração. Cf. PTOLEMY. *Optics*. Introdução e tradução A. Mark Smit. Philadelphia: American Philosophical Society, 1986, [17] Book 2, p. 76. No *De aspectibus*, Alhacen recorre a Galeno e apresenta detalhadamente as túnicas e humores que compõem o olho humano, descrevendo a ação dos raios luminosos fora do olho – cone visual, como também a ação desses raios no interior do olho humano, perpassando meios de diferentes densidades. Para Alhacen e Roger Bacon, o olho humano possui 7 partes: quatro túnicas e três humores. Para Francisco de Melo o olho possui 6 partes: três túnicas e três humores. A ordem e a sequência das túnicas e humores são iguais, porém Francisco de Melo ignora a Túnica Consolidativa, pois ela é exterior ao olho e não é relevante para a capacidade de ver. A estrutura do olho, segundo Melo, é assim estabelecida: “a *Córnea* é a primeira túnica, na qual está encerrada a *Úvea* (ligeiramente côncava na sua abertura); o *Humor Albugíneo* segue a *Córnea* e preenche a cavidade do olho; vem em seguida, o *Cristalino*, a que se segue a *Aracnoide* ou *Túnica Retiforme*, que contém o *Humor Vítreo*”. Sobre a estrutura do olho e a ação dos raios visuais em seu interior Cf. MELO, Francisco. *Op. cit.*, Proposição nona, p. 81-83; Cf. ALHACEN. *Op. cit.*, Book I, Chapter 6, p. 348-355 e Book II, Chapter 2.24, p. 427.; Cf. BACON, Roger. *Op. cit.*, Distinction 2, Chapters 1-3, p. 21-57.

Alhacen no livro IV da obra *De aspectibus* diz que percepção visual ocorre por três diferentes vias, como vemos em Grosseteste, Nicolau Oresme e Ptolomeu, porém nos adverte que as duas últimas vias, a visão por meio da reflexão e pela refração, podem estar sujeitas ao erro ou a necessidade de verificação¹⁶⁵.

Tanto a reflexão como a refração acontece pela quebra dos raios visuais por uma descontinuidade existente entre meios com densidades distintas e se diferenciam pela intensidade dessa quebra. Ou seja, tanto uma quanto a outra opera com a obliquidade dos raios visuais¹⁶⁶.

Essa quebra dos raios interfere principalmente na observação da localidade e do tamanho dos objetos visíveis e promovem a fragilidade da luz e cor. No *De aspectibus*, livro VI, Alhacen aponta três diferenças entre a visão direta e a reflexa. A primeira diferença diz que, na reflexão o objeto visível aparece diretamente em frente aos olhos, embora possa estar deslocado em relação a eles. A segunda é que a luz e a cor dos objetos visíveis estão misturadas com a cor do espelho. E a terceira diferença é que a cor e luz são mais fracas, portanto menos distintas na visão reflexa do que na visão direta¹⁶⁷.

Francisco de Melo, em sua *Especulária* sobre Euclides, apresenta uma experiência com espelho que confirma o enfraquecimento da luz e da cor quando refletidos obliquamente, pois se refletirem perpendicularmente voltam sobre si mesmos ou passam sem obstáculos com mais força do que os raios fora da perpendicular¹⁶⁸.

¹⁶⁵ Cf. ALHACEN. *Op. cit.*, Book 4, p. 295. Em Nicole Oresme e R. Grosseteste aparece uma quarta via, como uma espécie de linha composta. John Pecham e Roger Bacon distinguem esta quarta via da observação pela diferenciação entre luz primária e luz accidental, como veremos mais adiante. Cf. ORESME, Nicole. *Op. cit.*, Book II, p. 114; Cf. GROSSETESTE, R. *Líneas, Ángulos y Figuras, o refracción y reflexión de rayos*, p. 44-50; Cf. PECKHAM, J. *Perspectiva communis*, ed. with and introduction, english translation and critical notes by D. C. Lindberg. Madison, Milwaukee and London, The University of Wisconsin Press, 1970, Prop. 7 e 9, p. 56-64; Cf. BACON, Roger. *Op. cit.*, Cap. 3, p. 83.

¹⁶⁶ Cf. PTOLEMY. *Op. cit.*, Book 5 [1], p. 229. “There are two ways in which the visual ray is broken. One involves rebound and is caused by reflection from bodies that block the [visual ray’s] passage and that are included under the heading of mirrors. The other way, however, involves penetration and is caused by a deflection in media that not [completely] block the [visual ray’s] passage, and those media are included under the single heading transparent”.

¹⁶⁷ Cf. ALHACEN. *Op. cit.*, Book 6, p. 162.

¹⁶⁸ MELO, Francisco. *Op. cit.*, p. 297. “Com efeito, se alguém fizer um espelho plano de metal, e o colocar debaixo dos raios do sol, sentirá que uma luz mais forte se reflete no plano colocado perpendicularmente. No caso de se refletir para outros lados, a luz brilhará mais débil e obscura, de tal forma que mesmo quem tem os olhos inflamados consegue suportar aquela luz. Ora, assim como sucede com a reflexão da luz, assim também é necessário que aconteça com a reflexão dos raios visuais, como demonstrámos na segunda proposição do Corolário à Perspectiva de Euclides”.

Ptolomeu apresenta no início do terceiro livro três postulados ou princípios gerais necessários para o estudo da reflexão, e que são termos certos e indubitáveis em fatos empíricos e com consistência lógica. São eles:

1. Os objetos que são vistos em espelhos aparecem ao longo da extensão do raio visual incidente que alcançam eles [objetos] através da reflexão, resultando uma linha de visão que será determinada pela localização da pupila em relação ao espelho;
2. Pontos particulares do objeto visível vistos no espelho aparecem sobre a perpendicular traçada a partir do objeto para a superfície do espelho, e atravessando por ele, isto é, o cateto de reflexão;
3. A disposição do raio refletido que conecta a pupila ao espelho e o espelho ao objeto visível são de tal modo que se unem no ponto de reflexão e formam iguais ângulos com a normal traçada neste ponto¹⁶⁹.

Como síntese a reflexão acontece pela quebra do raio visual quando encontra um corpo mais denso, e este mesmo raio volta para o mesmo meio em que se encontrava antes, e no mesmo plano¹⁷⁰. Essa quebra pode induzir ao erro da visão no julgamento do lugar e tamanho dos objetos vistos, e produz enfraquecimento da luz e cor. E, por fim, existe apenas um raio de reflexão para um raio de incidência, que se conectam no ponto de reflexão e ambos se estendem em linha reta¹⁷¹.

3.2.3 Refração

David Lindberg apresenta duas possibilidades de abordagem sobre as causas da refração. A primeira entende a refração como um problema empírico com o uso de instrumentos de

¹⁶⁹ A igualdade entre os ângulos de incidência e reflexão aparece na *Especulária* de Euclides, proposição primeira como: “*Em espelhos planos, convexos e côncavos, os raios visuais refletem-se em ângulos iguais*”. Cf. MELO, Francisco. *Op. cit.*, p. 307.

¹⁷⁰ Entende-se nesse trabalho o termo “quebra” dos raios visuais como correspondente de “desvio” desses mesmos raios.

¹⁷¹ Cf. IBN AL-HAYTHAM, *Op. cit.*, Vol. I, Book I [103], p. 41. “*It is therefore clearly evident... that lights reflected from polished bodies are reflected only in straight lines, and its evident from the reflection of light from the polished body to a particular place that light is reflected only in particular straight lines, and not in all the straight lines that may extend from the place of reflection in all directions*”.

medidas que buscam medir as relações entre meios de diferentes densidades e a intensidade de desvio dos raios luminosos. A segunda reconhece a possibilidade de descrição do fenômeno baseado na observação. Essas abordagens foram trabalhadas por Ptolomeu, Ibn Al-Haytham e Vitelo por um lado e Roger Bacon, John Pecham e Henry of Hesse por outro, respectivamente. Contudo, “todos os escritores sobre óptica de Ptolomeu a Kepler sabiam que a luz incidente em um segundo meio transparente mais denso que o primeiro é refratada em direção à perpendicular da interface, enquanto a luz incidente em um meio menos denso é refratada longe da perpendicular”¹⁷².

As autoridades antigas, medievais e modernas, incluindo Pedro Nunes, sabiam que a luz muda seu curso retilíneo a partir da resistência ou rarefação na passagem de um meio para outro, e que ambos os meios são caracterizados por gradações de transparência. Alhacen afirma que o ar não é o único corpo transparente no qual a luz atravessa linearmente, mas também existem a água, o vidro e as pedras transparentes, que podem ser observadas por meio de um instrumento de medida¹⁷³. Nesse sentido, é importante reconhecer a natureza dos meios transparentes assim como o sentido do raio luminoso, pois o desvio da água para o ar é diferente do desvio do ar para água. Como a água é mais densa que o ar, o raio luminoso que atravessa ar-água se aproxima da perpendicular (normal) desenhada a partir do ponto de incidência, e se invertermos o vetor, água-ar, o raio se distancia da perpendicular. Disso conclui-se que do meio menos denso para o mais denso o raio se aproxima da perpendicular pela maior resistência do segundo meio e que do mais denso para o menos denso o raio luminoso se afasta da normal, por causa da rarefação do segundo meio. Dessa relação observa-se que os ângulos de incidência e de refração são desiguais, diferentemente do que ocorre na reflexão¹⁷⁴.

¹⁷² LINDBERG, David. *The cause of refraction in Medieval Optics*, p. 23. “All optical writers from Ptolemy to Kepler knew that light incident on a second transparent medium denser than the first is refracted toward the perpendicular to the interface, while light incident on a less dense medium is refracted away from the perpendicular”.

¹⁷³ Cf. IBN AL-HAYTHAM, *Op. cit.*, Vol. I, Book I [104], p. 41. Cf. ALHACEN. *Op. cit.*, Book 7 [2.9], p. 220. Esse instrumento de medida é similar ao astrolábio, e encontramos descrito também em Ptolomeu. Cf. PTOLEMY. *Op. cit.*, Book 5 [8], pg. 232.

¹⁷⁴ GROSSETESTE, Roberto. *Líneas, ángulos y figuras*, p. 47. “Sobre la potencia de la línea refracta puede decirse que es de dos modos: la potencia refractada desde la derecha es más flerte que aquella que sucede a la izquierda, porque la que refracta a la derecha se acerca más a la incidencia perpendicular, sea que nos refiramos a la perpendicular trazada desde el lugar de la refracción, o desde el agente, desde cuyo mismo punto salen las líneas perpendiculares y la línea refracta”. Cf. ALHACEN. *Op. cit.*, Book 7 [2.76-2.77], p. 239. Sobre a relação de igualdade entre os ângulos de incidência e reflexão e a desigualdade dos ângulos de incidência e de refração Cf. PTOLEMY. *Op. cit.*, Book 5 [37], p. 245.

John Peckham, parte III, proposição 3, da *Perspectiva communis*, estabelece que o ângulo de refração varia com a inclinação do raio de incidência e com a diferença de transparência entre o segundo meio em comparação ao primeiro. Justifica a proposição a partir das duas causas da refração, a saber: sobre o desvio do raio de luz e sobre a relação de densidade entre os meios. Quanto maior o desvio do raio de luz na passagem do primeiro meio para o segundo maior será a sua debilidade, ou seja, quanto maior a refração maior será a fraqueza do raio luminoso. E quanto maior a habilidade de resistência do meio maior será sua densidade, e desse modo a refração é maior no meio de maior densidade do que em um meio rarefeito.

A refração induz ao erro da percepção sensível de um objeto visível, seja em relação à localidade do objeto seja em relação ao seu tamanho. Segundo Peckham, “[...] quando o segundo meio é mais denso [que o primeiro], os objetos [localizados nesse meio] devem parecer maiores ou menores [que seus tamanhos reais]”¹⁷⁵.

Um experimento que verifica essa afirmação tornou-se uma tópica recorrente em diferentes autoridades que versam sobre óptica e astronomia. No Tratado da Esfera Sacrobosco prova a redondeza do céu com dois procedimentos complementares: o argumento de Alfragano que recorre à geometrização do mundo físico e a verificação pela observação. Diz Sacrobosco:

Se ho ceo fosse chão hũa parte do ceo estaria mais perto de nos que a outra: cõuem a saber aquella q esteuesse sobre nossa cabeça. E portanto a estrela q hi esteuesse se nos chegaria mais q quando esteuesse em oriente ou occidente. E porque as cousas que se vem de mais perto parecem mayores. Portanto, ho sol ou outra qualquer estrela: estando no meio do ceo: auia de parecer mayor que quando esteuesse em oriente ou occidente. Mas nos vemos ho cõtrario: que mayor parece ho sol: ou qualquer estrela: no oriente ou occidente: que no meyo do ceo. E na verdade não he assi: mas a causa dete parecer he: que no inuerno e no tempo chuyoso: sobem algũs vapores antre a nossa vista e ho sol ou estrela: e porque os taes vapores sam corpo diáfano: apartão os rayos visuaes de sorte que não comprehendemos a cousa em sua natural e verdadeira quantidade: como parece no dinheiro que se lança no fundo de agoa limpa: ho qual pelos rayos da vista se espalharẽ: parece mayor do que he a sua verdadeira quantidade¹⁷⁶.

¹⁷⁵ PECKHAM, J. *Op. cit.*, Part. III, prop. 3, p. 56-64. “[...] when the second medium is denser [than the first], objects [located in that medium] must appear larger or smaller [than their true sizes]”.

¹⁷⁶ NUNES, Pedro. *Obras*, Vol. I, p. 11.

No fragmento acima vemos que a prova de que a Terra é redonda está retida na *Perspectiva*. A suposição quatro da *Perspectiva* de Euclides estabelece que “coisas vistas sob um ângulo maior aparecem maiores” e no teorema quinto prova matematicamente que “grandezas iguais desigualmente expostas aparecem desiguais, e a que está mais perto do olho [aparece] sempre maior”¹⁷⁷. Se o céu tivesse a figura plana o Sol ou qualquer outra estrela apareceria maior quando estivesse no zênite do observador, pois os objetos pareceriam maiores quando mais próximos aos olhos.

Figura 07.

Desenho extraída da 1ª edição do Tratado da Esfera traduzido por Pedro Nunes. Nota-se ao lado esquerdo a representação dos vapores úmidos que se elevam desde a superfície da terra.

Contudo, o que se observa é exatamente o contrário. Quando o sol está no oriente ou no ocidente percebe-se que seu tamanho aumenta em relação a sua observação no zênite, e a causa dessa alteração no tamanho são os vapores úmidos que alargam os raios visuais por causa da sua densidade. Ou seja, o alargamento do sol perto do horizonte é devido ao fenômeno da refração, pois os raios luminosos ao passarem entre meios de diferentes densidades sofrem um desvio, alterando o tamanho do objeto¹⁷⁸. O experimento ilustra que a percepção do objeto

¹⁷⁷ Cf. MELO, Francisco. *Op. cit.*, p. 115-125. Cf. KHEIRANDISH, Elaheh. *Op. cit.*, p. 2-14.

¹⁷⁸ Outro argumento para a percepção do aumento do tamanho do sol perto do horizonte em relação ao zênite do observador foi exposto por Roger Bacon. A percepção da distância envolve a interposição de elementos entre o objeto visível e o olho. Quanto mais interposições existirem melhor será a avaliação da distância, e se não houver nenhuma interposição não é possível apreendê-la. Por isso, quando o sol encontra-se no horizonte é possível apreender sua distância pela interposição da terra, o que não acontece quando o sol está no meio do céu. Assim, o

visível se dá por meio da sua imagem formada pelo cone visual e pelos raios retilíneos. Portanto, o objeto que se encontra em um meio mais denso aparece aos olhos de modo distinto da sua real posição e tamanho¹⁷⁹.

Figura 08.

A ilustração acima representa o argumento que justifica a alteração do tamanho e da posição de objetos que são percebidos a partir da diferença de densidade entre meios, no caso ar-água. Extraída da 1ª edição do Tratado da Esfera traduzido por Pedro Nunes.

Assim sendo, todo visível que é percebido através de uma descontinuidade de densidade do meio entre o olho e o objeto visível e pela obliquidade dos raios incidentes é visto por raios refratados. E os objetos vistos em um meio com densidade maior do que aquele onde se encontra o olho são percebidos acima da sua real localização, tal como ilustrado pela figura acima.

sol no horizonte parece estar mais longe do que quanto está no zênite do observador. E como o que é visto mais distante sob o mesmo ângulo aparece maior, consequentemente o sol aparecerá mais largo. Cf. BACON, Roger. *Op. cit.*, Cap. 6, p. 227-229. Cf. PECKHAM, J. *Op. cit.*, Part. I, prop. 65 e 82, p. 98-105.

¹⁷⁹ Cf. PTOLEMY. *Op. cit.*, Book 5 [5], p. 230-231. Cf. EUCLIDES. *Catóptrica*. Trad. Paloma Ortiz Garcia. Madrid: Editorial Gredos, 2000, def. [6], p. 212. Cf. ALHACEN. *Op. cit.*, Book 7 [5.3], p. 274. Cf. ORESME. Nicole. *Op. cit.*, Book II, p. 117. Cf. BACON, Roger. *Op. cit.*, Cap. 2, p. 293-297. Cf. PECKHAM, J., Part. III, p. 139-142. Cf. CARDOSO, Waldir T. *Conceitos e fontes do Tratado da Esfera em forma de diálogo atribuído a João de Castro*, p. 176-178.

Essas condições foram utilizadas por Nicolau Oresme para provar que as estrelas não são vistas onde realmente estão, e como realmente são, a não ser no zênite do observador. Na conclusão 4 do segundo livro *De visione stellarum* prova que todos os raios ou linhas desenhadas a partir de qualquer estrela até nossos olhos incidem obliquamente na superfície da esfera do fogo ou ar, a não ser que esteja no zênite do observador. E, na conclusão 5 afirma que o ar é mais denso que o corpo superior, seja o fogo ou o éter. Segundo Nicolau Oresme:

Eu digo que se o que Alhacen diz em [seu *De aspectibus*, livro] VII, capítulo 5, é verdadeiro, então quando uma observação ocorre através da reflexão (como em um espelho) ou por refração (como nesta proposição), então o objeto [em si] não é visto, mas [apenas] sua imagem. Imediatamente se segue que nunca vemos o sol, a lua, um planeta ou qualquer estrela, mas apenas [suas] imagens - exceto quando estão acima do zênite¹⁸⁰.

Assim, seria possível admitir o crepúsculo como um fenômeno de refração atmosférica que ocorre próximo ao horizonte ocidental e oriental com a obliquidade dos raios luminosos e a luz proveniente do Sol que aparece sem a presença do corpo que emana essa luz, pela diferença de densidade entre o ar e o éter, que altera a real posição do objeto. “Pelo tratado de Alhacen *De crepusculis*, parece que ambos os crepúsculos são formados à noite e pela manhã porque a densidade do ar dobra os raios solares”¹⁸¹. Entretanto, Oresme adverte que no ar podem ocorrer tanto a refração como a reflexão, e que ambos os fenômenos fazem com que o Sol apareça em um lugar que não é aquele onde realmente se encontra¹⁸².

Nicolau Oresme atribui a causa do crepúsculo à reflexão, possivelmente seguindo a autoridade de Allacen. Dan Burton, na tradução do *De visione stellarum*, aponta em nota do

¹⁸⁰ ORESME, Nicole. *Op. cit.*, Book II, p. 135-209. “I say that if what Alhacen says in [his *De aspectibus*, Book] VII, chapter 5 is true, then when an observation occurs through reflection (as in a mirror) or through refraction (as in this proposition), then the object [itself] is not seen, but [only] its image. It immediately follows that we never see the sun, the moon, a planet, or any star at all, but only [their] images – except when they are over the zenith”. PECKHAM, J. *Op. cit.*, Part. II, prop. 19, p. 116. “What is an image? I say that is merely the appearance of an object outside its place”.

¹⁸¹ ORESME, Nicole. *Op. cit.*, Book II, p. 141. “From Alhacen’s treatise *De crepusculis*, it appears that twilights are formed both in the evening and the morning because the density of the air bends the solar rays”.

¹⁸² ORESME, Nicole. *Op. cit.*, Book II, p. 153-155. “It could credibly be said that [such rays] are noticeably refracted in the upper air and from the subtler vapor into the dense [vapors]. And since twilight is caused by reflection, it appears that there is a large and notable difference in subtlety since lower air will reflect rays and yet upper [air] cannot do this. Again, if subtle vapors can reflect rays, likewise it seems that they can refract rays”.

texto que o entendimento do crepúsculo como reflexão favorece a construção das provas matemáticas¹⁸³.

3.2.4 Allacen: Crepúsculo como Luz Acidental

Allacen afirma que o crepúsculo matutino e vespertino possui igual figura, um com o aumento da luz do Sol, enquanto o outro com a diminuição da mesma, respectivamente. Disso resulta que o crepúsculo ocorre no tempo, e que possui uma duração.

Quando a luz da manhã começa a se estender desde o horizonte oriental até o meio do céu como uma coluna e a noite ainda não terminou, a superfície da Terra encontra-se na escuridão. Então, essa luz da manhã começa a se tornar mais forte, aumentando em largura e comprimento e crescendo em brilho, enquanto a Terra ainda está escura. A luz da manhã continua a aumentar em magnitude e brilho, e a superfície da Terra cuja face está direcionada e exposta a ela torna-se iluminada por uma luz mais fraca do que aquela que é visível na atmosfera nesse mesmo tempo. A luz na atmosfera começa a ganhar força e se expande até preencher todo horizonte oriental e alcança o meio do céu: a atmosfera se preenche de luz. Então a luz na terra torna-se mais forte e brilhante, transformando-se na luz do dia, enquanto o Sol ainda está abaixo do horizonte e invisível. Depois disso o Sol aparece, e a luz do dia cada vez mais torna-se manifesta. E o mesmo percebemos no fim do dia, depois que o Sol desaparece abaixo do horizonte. A superfície da Terra torna-se pouco iluminada enquanto a atmosfera possui uma forte luz. Então a atmosfera começa a enfraquecer sua luminosidade, e a superfície da Terra mais ainda, até que a noite caia¹⁸⁴.

Dada a descrição natural do crepúsculo, busca-se a causa necessária do seu aparecimento.

E, para nós, a causa daquele princípio não é outra senão o Sol, uma vez que é a causa das iluminações. Mas para nós aquele princípio não é o próprio Sol

¹⁸³ ORESME, Nicole. *Op. cit., Notes Book II, Section 2 [i]*, p. 231. “*Ibn Mu’adh’s treatise on twilight, De crepusculis, which Oresme cited earlier, attributes twilight to reflection alone and not refraction. Of course, this may have been partially for computational reasons, since his geometric proof for the height of the atmosphere depends upon the upper atmosphere reflecting sunlight*”.

¹⁸⁴ Cf. IBN AL-HAYTHAM, *Op. cit., Vol. I, Book I [23]*, p. 21. A duração do crepúsculo muda conforme a latitude do lugar, sendo mais longos perto dos trópicos e mais curtos perto da linha do equador. Cf. NUNES, Pedro. *Obras, Vol. II, Prop. XVII*, p. 231.

nem somente os raios dele... Todavia os raios dele são absorvidos então por algum corpo mais denso do que o ar, que, com sua densidade, logo conduz até nós o raio que toma sobre si... E sobre a Terra não existe corpo mais denso do que o ar, a não ser os vapores ascendentes, aos quais não falta sempre que sejam iluminados pelo Sol¹⁸⁵.

Sendo assim, a causa necessária para o aparecimento do crepúsculo são os vapores úmidos que se elevam desde a superfície da Terra. Percebe-se, contudo, que os raios provenientes do Sol não são refletidos ou refratados nesses vapores úmidos, mas sim “absorvidos”. No texto latino aparece como “*suspenduntur*”, que pode ser traduzido por são sustentados, suportados, suspensos, contidos, retidos¹⁸⁶.

Nesse sentido, o crepúsculo pode ser classificado como consequência indireta da luz solar, que sustentada por um meio mais denso que o ar, a conduz para nossos olhos. Quando no início do crepúsculo matutino o ar começa a ser iluminado e a Terra ainda está escura, a luz que é sustentada pela densidade do ar não é suficientemente forte para iluminar a superfície da Terra. Conforme a presença luminosa fixada na densidade do ar se intensifica, aumentando em magnitude e brilho, a Terra começa a receber essa luz, porém com uma luminosidade mais fraca do que aquela presente no ar.

Essa fixação da luz no ar por causa da sua densidade, descrita por Ibn Al-Haytham¹⁸⁷, é a mesma luz sustentada exposta em Allacen, pois a luz na atmosfera que é percebida pela visão durante o crepúsculo matutino e vespertino é a mesma presente no ar iluminado exposto aos raios solares, e a luz que irradia sobre a superfície da terra durante o crepúsculo procede do ar

¹⁸⁵ Cf. ALLACEN, *Op. cit.*, p. 264-265.

¹⁸⁶ FARIA, Ernesto. *Dicionário escolar latino-português*, 1992, p. 522. A. Mark Smith também traduz o termo para o inglês como “*absorbed*”. Na tradução do hebraico para o inglês Bernard Goldstein utiliza o termo “*reflected*”, porém não tivemos acesso ao manuscrito em hebreu para confrontar os termos. Cf. GOLDSTEIN, Bernard R., *Op. cit.*, p. 101.

“*Verumtamen radii eius suspenduntur tunc cum aliquo corpore spissiore aere, ducit ergo nobis cum spissitudine sua radium quem induit*”. ALLACEN, in *Op. cit.*, p. 124.

“Todavia os raios dele são **absorvidos** então por algum corpo mais denso do que o ar, que, com sua densidade, logo conduz até nós o raio que toma sobre si”. ALLACEN, in *Op. cit.*, p. 264.

“*Nonetheless, at that moment the sun’s radiation is **absorbed** by some object denser than the air, so that, with its density, that object draws out for us what it has absorbed of that illumination*”. SMITH, A. Mark. *The latin version of Ibn Mu ‘ādh’s treatise “On twilight and the rising of clouds”*, p. 119.

¹⁸⁷ IBN AL-HAYTHAM, *Op. cit.*, p. 29. “*In reply to this statement we say: Air is a very transparent body. It is, however, not only extremely transparent but has a little density in it. Therefore, when sunlight irradiates the air, it traverses the air in accordance with the air’s transparency, and a small amount of the light is fixed in it in accordance with its slight density. Thus, the light that is fixed in a small volume of air is very little because the volume of air is small and because air is very transparent and [only] a little dense and because the quality of the light that is fixed in it is weak*”.

iluminado. Com isso, pode-se concluir que o crepúsculo não tem relação com a reflexão ou a refração, mas é consequência de outra qualidade luminosa, a luz acidental. Segundo Roger Bacon:

A partir disso, entendemos que [a luz visível imediatamente antes do] amanhecer não é um produto da refração ou reflexão da luz em uma nuvem, como acreditam os eruditos; mas é produzido por espécies acidentais do sol, que chegam até nós pelos raios solares [primários] que passam pelo ar úmido e nebuloso, do mesmo modo como a espécie acidental chega a uma casa inteira pelo raio solar [primário] que entra por uma janela¹⁸⁸.

John Pecham, por sua vez, estabelece que existem duas espécies de raios solares. A luz primária que irradia direta e perpendicularmente do Sol e a que irradia obliquamente e manifesta-se em todas as direções. Essa segunda espécie é a luz acidental, que existe como alteração do meio. Do mesmo modo como objetos frios ou quentes alteram objetos ao redor, a luz acidental ilumina toda uma casa mesmo sem a incidência direta da luz solar sobre ela.

Figura 09.

¹⁸⁸ BACON, Roger. *Op. cit.*, Pars II, dist. 3, p. 201. “From this we understand that [the light visible just before] dawn is not a product of the refraction or reflection of light in a cloud, as the learned believe; but it is produced by accidental species of the sun, which comes to us from [primary] solar rays passing through humid and foggy air, just as an accidental species comes to an entire house from the [primary] solar ray entering through a window”.

Extraída da *Perspectiva Communis* de John Peckham¹⁸⁹.

As linhas AB, AC e AD (figura 03) representam a luz primária, provenientes do centro do Sol e incidem perpendicularmente sobre a superfície. As linhas BE e BF representam a luz accidental, pois emergem obliquamente do Sol produzindo uma multiplicidade luminosa que altera a iluminação do meio¹⁹⁰. Dessa forma podemos inferir que no ponto B existe a presença dos vapores úmidos que fixa o raio solar proveniente de A e o multiplica em todas as direções, como as retas BE e BF.

Ao descrever o crepúsculo Ibn Al-Haytham estabelece uma ordem cronológica das iluminações, pois inicialmente o sol ilumina os vapores úmidos presentes no ar – luz primária, que difunde sua luminosidade em todas direções – luz accidental, iluminando a superfície da terra mesmo estando a sua superfície oculta para o Sol¹⁹¹.

Apesar disso, pode-se conjecturar que a maior parte da esfera do ar que contém a esfera da Terra é iluminada pelo Sol o tempo todo, a não ser aquela menor parte que fica oculta pelo cone formado pela sombra da Terra¹⁹². Assim sendo, qual a razão para o ar que circunda a Terra não ficar constantemente iluminado, posto que a sua maior parte sempre recebe os raios solares? Ibn Al-Haytham responde que embora toda a atmosfera esteja iluminada durante todo o tempo, a luz que emana da atmosfera iluminada é débil, e quanto mais afastada a atmosfera está da superfície da Terra mais fraca essa luz será. Portanto, a distância será o fator determinante para o crepúsculo, e por duas causas: a primeira por uma propriedade intrínseca da luz, que enfraquece conforme a distância, e a outra sobre a diferença de densidade da esfera do ar, que também diminui de acordo com a distância¹⁹³.

Sendo assim, existe uma altura limite da atmosfera onde a luz que é absorvida pelos vapores úmidos seja suficientemente forte para ser conduzida até a superfície da Terra. Esse

¹⁸⁹ PECKHAM, J. *Op. cit.*, Part. I, prop. 7, p. 58.

¹⁹⁰ Cf. PECKHAM, J. *Op. cit.*, Part. I, prop. 7, p. 56-58.

¹⁹¹ IBN AL-HAYTHAM, *Op. cit.*, Vol. I, Book I [27], p. 22. “The atmosphere is lit before Sunrise by sunlight because it is facing the sun and the sun is not at this time hidden from it, but only from the surface of the earth. And this light extends in straight lines from the body of the sun into the illuminated atmosphere. Then from the atmosphere illuminated by sunlight there also radiates, again in straight lines, some light on those places facing it on the earth’s surface”.

¹⁹² Cf. ALLACEN, *Op. cit.*, p. 267.

¹⁹³ Sobre a debilidade dos raios luminosos em relação à distância cf. MELO, Francisco. *Op. cit.*, p. 71 e cf. ALBERTI, Leon Battista. *Op. cit.*, p. 78. Sobre a mudança de densidade do ar em relação à distância da superfície da terra cf. PECKHAM, J. *Op. cit.*, Part. III, prop. 20, p. 150 e cf. ORESME, Nicole. *Op. cit.*, Book II, p. 163-165.

limite, por sua vez, encontra-se na borda do cone de sombra quando o Sol está em posição oblíqua em relação ao horizonte do observador. Como Ibn Al-Haytham diz:

Agora, o ar que é adjacente e próximo ao local da superfície da Terra e que é iluminado pela luz do dia quando o sol está próximo do horizonte antes de nascer faz parte do cone da sombra da Terra; e esse ar é iluminado apenas porque está próximo à atmosfera iluminada de frente para o sol, pois todo lugar cujo horizonte se encontra acima do sol e que não está voltado para o sol deve estar dentro do cone constituído pela sombra. Mas esse ar iluminado faz a borda da sombra contígua à atmosfera iluminada que tem sua face para o sol¹⁹⁴.

A. I. Sabra utiliza as figuras abaixo (figura 10) para representar o início do crepúsculo matutino¹⁹⁵. A esfera menor *e* representa a Terra e a esfera *s* o Sol. O ponto *P* é o plano da superfície da Terra onde está o observador. *AB* é o equador terrestre. O plano do horizonte do observador é representado por *h* e *EF* é a base do cone de sombra da Terra. Quando o Sol está perpendicular ao equador terrestre, figura à esquerda, o observador em *P* encontra-se no meio do cone de sombra, e não recebe nenhuma iluminação. Com a mudança de posição, figura à direita, o Sol coloca-se obliquamente em relação ao horizonte do observador, e com isso a borda do cone de sombra *F'* aproxima-se dele, e o raio luminoso que é absorvido em *F'* multiplica-se sobre a superfície da Terra e alcançam o observador em *P*.

¹⁹⁴ Cf. IBN AL-HAYTHAM. *Op. cit.*, Vol. I, Book I [41], p. 28. “Now the air that is adjacent and near to [the place on] the earth’s surface and that is illuminated by daylight when the sun is close to the horizon before it rises is part of the cone of the earth’s shadow; and this air is illuminated only because it is near the illuminated atmosphere facing the sun, since every place whose horizon lies above the sun and which does not face the sun must be inside the cone constituted by the shadow. But this illuminated air is the shadow’s border adjoining the illuminated atmosphere that faces the sun”.

¹⁹⁵ Cf. IBN AL-HAYTHAM. *Op. cit.*, Vol. II, p. 32.

Figura 10.

Extraída dos comentários de Sabra sobre a Óptica de Ibn Al-Haytham¹⁹⁶.

Em Allacen, no *Liber de crepusculis*, encontramos uma descrição análoga a essa apresentada por Ibn Al-Haytham:

Logo, quando [o crepúsculo] nos aparece iluminado, então aquilo não é a própria Terra, pelas razões que já expusemos, nem é o ar que enche toda a esfera, visto que, como explicámos, sobre todo o ar, ou grande parte dele, estão sempre a incidir os raios do Sol durante a noite e o dia, e aquele não aparece no [ar] devido à subtiliza do mesmo. E sobre a Terra não existe corpo mais denso do que o ar, a não ser os vapores ascendentes, aos quais não falta sempre que sejam iluminados pelo Sol. Mas então quando o cone da sombra se afasta deste, os nossos olhos [recebem] aquilo da esfera dos vapores que encerra a Terra, e o corpo do Sol recebe-os, e os raios deste caem sobre eles, o raio suspende-se com ele, e transporta o mesmo para nós e os nossos olhos obtêm o mesmo, e a sua luz é vista por nós, tal como vemos o mesmo aparecer nas nuvens com a coloração das humidades ascendentes, e assim como as cores que se veem nos orvalhos em forma de porção de círculo e de outros modos¹⁹⁷.

¹⁹⁶ Cf. IBN AL-HAYTHAM. *Op. cit.*, Vol. II, p. 32

¹⁹⁷ ALLACEN, *Op. cit.*, p. 265. Nota-se que apesar da descrição do crepúsculo ser a mesma em Allacen e Ibn Al-Haytham, nesta passagem aparece uma concepção diferente sobre a visão. Ibn Al-Haytham estabelece uma teoria intramissionista, onde os raios luminosos afetam o sentido da visão. Essa teoria difere da teoria extramissionista, projetada a partir do olho, que aparece em Euclides e Ptolomeu. Allacen, por outro lado, difere de ambas as teorias, e parece mais próximo a Platão. Segundo David Lindberg, Platão desenvolve uma concepção da visão que resulta do encontro entre a luz proveniente dos objetos visíveis com o corpo luminoso formado pelos raios emitidos pelo

Por conseguinte, Allacen estabelece três condições necessárias para que apareça alguma coisa de brilho e iluminação aos olhos. Primeiro deve existir certa distância entre o olho e o visível, segundo que não esteja no cone de sombra e terceiro que seja mais denso que o ar sutil. Essas três condições são ilustradas pela seguinte figura:

Figura 11.

O ponto **A** é o local da observação, que fica na superfície da Terra representada pelo círculo **KAB** cujo centro é **Z**. O cone de sombra, antes do início do crepúsculo é formado por **BELR** e a tangente traçada pelo horizonte do observador é representada pela linha **DATG**. Tudo

olho e o meio iluminado. Nesse sentido é que Allacen expressa que os raios do Sol *suspendem-se* com os raios dos olhos. Francisco de Melo define esse encontro ou essa suspensão como um eflúvio tanto da coisa visível como do olho, e recorrendo a Calcídio assim define a maneira de ver: “*uma luz do fogo interior que passa pelos olhos, uma luz existente no exterior aparentada à nossa luz, [e] uma luz que emana dos corpos das espécies visíveis*”. Sobre as teorias intramissionista e extramissionista ver DOESSCHATE, G. *Oxford and the revival of optics in the thirteenth century*, p. 315-317. Cf. LINDBERG, David. *Theories of Vision from Al-Kindi to Kepler*. Cf. KHEIRANDISH, Elaheh. *Op. cit.*, p. 02. PTOLEMY. *Op. cit.*, Book 5 [1], p. 229. Cf. IBN AL-HAYTHAM. *Op. cit.*, Vol. I, Book I [26], p. 55. Cf. MELO, Francisco. *Op. cit.*, p. 59-75. Cf. PLATÃO, *Timeu*, Tradução Norberto de Paula Lima. São Paulo, Hemus-Livraria Editora Ltda, 1981, p. 107.

o que está sob o cone de sombra com o vértice em *L* está escuro, a não ser o ponto *E*, que está na borda do cone de sombra e recebe alguma iluminação do Sol. Porém, o observador em *A* não recebe nenhuma iluminação, dado que *E* está privado da terceira condição, visto que não chegam até ele os vapores úmidos ascendentes, por causa da sua distância. Quando o Sol se eleva e faz a sua depressão a 19° do horizonte, o cone de sombra descola-se, tal qual *ITHK*. Nesse momento aparece a luminosidade no horizonte, a partir do ponto *T*. “Portanto, o ponto *T* é o primeiro dos lugares no qual se encontrou a terceira condição, estando ali a densidade do ar; logo, o ponto *T* é a última posição dos vapores e a mais alta ascensão deles, que ficam aquém dele nem o atravessam”¹⁹⁸.

3.2.5 Pedro Nunes: Crepúsculo como Reflexão

Pedro Nunes recorre a mesma figura de Allacen para descrever o crepúsculo, assumindo as mesmas três condições para o seu aparecimento, porém o descreve como fenômeno produzido pela reflexão.

Figura 12.

Imaginemos, pois, que o Sol se move até à posição que corresponde ao início do crepúsculo matutino, isto é, quando o ar começa a clarear, e, uma vez mais,

¹⁹⁸ ALLACEN, *Op. cit.*, p. 274.

que o círculo **abcd** representa o círculo máximo da Terra, no vertical que nesse momento passa pelo Sol e pelo ponto **a**, lugar da observação, onde a reta **eah** lhe será tangente, e que **hikl** é o cone de sombra da Terra: então, quando do ponto **i** a luz do Sol começar a reflectir-se, para o lugar da observação, no ar que em **i** parecer primeiramente iluminado, a altura máxima dos vapores, que torna o ar mais espesso e, por isso mais visível, será em **i**¹⁹⁹.

Por ser uma obra matemática que visa responder a uma pergunta quantitativa, a extensão dos crepúsculos, Pedro Nunes se servirá de uma abordagem que lhe permita construir as relações geométricas e equações algébricas para satisfazer a demanda que lhe foi atribuída, ou seja, a dúvida do Infante D. Henrique sobre a duração dos crepúsculos em diferentes climas. Possivelmente a autoridade de Allacen forneceria os meios para a explicação qualitativa do fenômeno, enquanto Vitelo permite construir as relações quantitativas de modo claro e evidente.

Francisco de Melo, nos comentários à *Especularia* de Euclides apresenta dois princípios gerais relacionados à reflexão. Primeiro, que um ponto do objeto avistado se vê apenas por um único raio visual; segundo se o raio luminoso refletir para os lados, e não sobre si mesmo, a luz brilhará mais débil e obscura²⁰⁰. A primeira proposição da *Especularia* de Euclides afirma que em espelhos planos, convexos e côncavos, os raios visuais refletem-se em ângulos iguais²⁰¹.

A. I. Sabra estabelece a diferença fundamental entre a luz accidental e a reflexão, e infere o motivo pelo qual Ibn Al-Haytham refere-se ao primeiro ao invés de segundo.

I. H. não aplica a denominação luz secundária à luz refletida, presumivelmente porque esta última é simplesmente a luz que foi invertida ou repelida pela superfície refletora, e não uma luz gerada por uma forma accidental que reside na superfície da luz iluminada do objeto opaco²⁰².

¹⁹⁹ NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 178. Nota-se nesta passagem que Nunes utiliza o termo “*refletir-se*”, “*reflectatur*” no texto latino, e não “*sustentar*”, “*suspenduntur*” que aparecem no texto de Allacen. Desse modo, o *De crepusculis* de Pedro Nunes distancia-se de Roger Bacon, Allacen e Ibn Al-Haytham e aproxima-se de Vitelo.

Diz Vitelo: “*In hoc itaque puncto m [i], ex significato ipfius nominis crepusculi, primo uidebitur reflexum lume folis, ut fiat fenfibile*”. RISNERO, Federico. *Opticae thesaurus*, p. 452.

Diz Pedro Nunes: “*Quapropter quum ab ipso i puncto lumen solis primum reflectatur ad uisum, aerque qui apud i primum uideatur illuminatus*”. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 40.

²⁰⁰ Cf. MELO, Francisco. *Op. cit.*, p. 297.

²⁰¹ Ibid., p. 307.

²⁰² Cf. IBN AL-HAYTHAM. *Op. cit.*, Vol. II, p. 28. “*I. H. does not apply the designation secondary light to reflected light, presumably because the latter is simply the impinging light that has been turned back or repelled by the reflecting surface, and not a light generated by an accidental form residing in the surface of the illuminated opaque object*”.

Ou seja, a luz acidental é a emanção de uma luz similar a luz primária, que encontra-se fixada em um corpo de certa densidade e flui em todas as direções, e por isso difere da reflexão, que caracteriza-se pela luz que incide sobre um corpo opaco e volta para o mesmo meio onde estava a partir de um determinado ponto de reflexão e uma determinada direção, sob ângulos iguais.

Figura 13.

Extraída dos comentários de Sabra sobre a Óptica de Ibn Al-Haytham²⁰³.

O corpo *S* é uma fonte luminosa que emana luz retilineamente em todas as direções. Ao incidir sobre o corpo *o*, por exemplo, a luz primária do corpo *S* fixa-se no corpo *o*, que emana a luz acidental por raios retílineos em todas as direções. Quando a luz do corpo *S* incide sobre o corpo *m*, cada raio luminoso será refletido para uma determinada direção a partir de um ponto determinado do corpo *m*. Contudo, ambas as luzes, acidental e refletida, são mais fracas que a luz primária, proveniente do corpo *S*.

Dessa forma, ao se referir ao crepúsculo como fenômeno reflexivo Pedro Nunes isola apenas um raio luminoso que provém do Sol, que incide sobre os vapores úmidos e reflete para o local da observação. Assim, as relações geométricas sobre linhas e ângulos tornam-se mais

²⁰³ Cf. IBN AL-HAYTHAM. *Op. cit.*, Vol. II, p. 28.

Para determinar a altura de r ligue-se b com r com uma linha que corta a esfera da Terra em o , e, por isso, or será a máxima altura dos vapores e a grandeza que Pedro Nunes quer determinar. O ângulo Pbt é reto e o ângulo AbP , que representa a depressão do Sol abaixo do horizonte é conhecido previamente, seja pelas autoridades do passado, seja com o uso do instrumento de medida na latitude do observador. Logo, o ângulo Abt será o resultado da soma desses dois ângulos. Subtraindo-se Abt com Abg (conhecido pelas proposições de Aristarco de Samos) tem-se o ângulo restante gbt .

Ora, neste ponto da equação é que pode-se relacionar a concepção física do fenômeno crepuscular como reflexão, com a operação geométrica construída por Pedro Nunes. Ou seja, a concepção física e geométrica se coaduna na explicação matemática de avaliação da máxima altura dos vapores. Como explicação qualitativa, Pedro Nunes diz que a luz proveniente do Sol no ponto c forma a tangente com a esfera da terra no ponto g e corta a esfera dos vapores úmidos no ponto r . Do ponto r o raio luminoso reflete para t , ponto de observação, e o crepúsculo se faz visível. Como a reflexão caracteriza-se pela igualdade entre os ângulos de incidência e reflexão, logo grb e trb são iguais. Por conseguinte, Nunes constrói sua explicação quantitativa emulando Euclides, a partir das relações entre triângulos equiláteros. “Além disto, o ângulo que bg faz com a reta gl , tangente ao círculo no ponto g , é reto pela 18, III, de Euclides, e reto é também o ângulo em t ; por consequência, os dois triângulos brg e brt têm os lados iguais pela 47, I, de Euclides. Estes dois triângulos têm, pois, os ângulos também iguais pela 8, I, de Euclides e o ângulo tbr é metade do ângulo tbg ; mas como se conhece já o ângulo tbg , conhece-se, consequentemente, tbr , pelo que se conhecerá o outro ângulo, trb , do triângulo brt ”²⁰⁴.

Nesse sentido, o cálculo da duração do crepúsculo é o mesmo desde Allacen²⁰⁵. Como afirma Bernard Goldstein, em essência o método introduzido para a determinação da máxima altura dos vapores úmidos permanece o mesmo pelo menos até Kepler, e figura como um exemplo de continuidade da ciência medieval até o século XVII²⁰⁶. Ademais, a explicação

²⁰⁴ NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 252.

²⁰⁵ Cf. ALLACEN, *Op. cit.*, p. 275-276.

²⁰⁶ Cf. GOLDSTEIN, Bernard, 1976, p. 105. Este autor considera o *Liber de crepusculis* como um problema relacionado à reflexão, e a sua tradução do hebreu para o inglês repete em algumas passagens o termo “*reflected*”. Nós não tivemos acesso ao manuscrito hebraico, e por isso não podemos considerar se o termo está presente no manuscrito ou se foi interpretado pelo tradutor. As versões latinas que tivemos acesso não aparece o termo refletir nem refratar, como apresentamos acima.

causal do crepúsculo provém de Ibn Al-Haytham. Por fim, a recepção dessa autoridade árabe em Pedro Nunes procede, como vimos, principalmente a partir de Vitelo e Allacen.

3.3 Cosmologia

A definição do crepúsculo contém em si uma fundamentação teórica que envolve saberes de astronomia esférica, de óptica matemática, de física e cosmologia. Busca-se, na medida do possível, discorrer sobre a cosmologia aristotélica presente nesta definição.

A existência do crepúsculo depende de um meio mais denso que o ar no qual a luz solar incide, desviando assim o raio de luz e fazendo com que ela apareça mesmo sem a presença do corpo do Sol. É possível entender com isso que o crepúsculo possui uma causa primária ou uma causa imediata e uma causa secundária ou uma causa mediata, que são os vapores presentes no ar. O meio existente entre a Terra (entendida como a esfera sublunar) e o Sol é o éter, um meio sutil que não aparece iluminado, pois não sofre ação da luz solar. O próprio ar também é sutil, não se modificando. Todavia, os raios da luz solar devem agir sobre um meio mais denso que o ar, para que sejam desviados até os olhos, e assim a luz é percebida sem a presença do corpo do Sol.

Faz-se necessário explicitar o que seria o éter e o ar, quais as suas naturezas e como elas compõem o Cosmos, tal qual subsiste em Pedro Nunes. O pano de fundo para essa cosmologia é o Tratado da Esfera, escrito por Johannes de Sacrobosco ou John of Hollywood. Este texto foi escrito na primeira metade do século XIII, como uma síntese dos saberes astronômicos de Ptolomeu e Alfragano, tendo como fundo filosófico Aristóteles²⁰⁷. Ressalta-se que Pedro Nunes realizou uma tradução do latim para a língua vulgar dessa obra, publicada em 1537²⁰⁸.

²⁰⁷ Cf. MARTINS, Roberto de Andrade. *Palabras e imágenes en el Tratado de la Esfera de Sacrobosco: aditamento y conflicto*, p. 68. Cf. MARTINS, Roberto de Andrade. *Las fuentes literarias del Tratado de la Esfera de Sacrobosco*, p. 307.

²⁰⁸ NUNES, Pedro. *Obras*, vol. I: *Tratado da Sphera & Astronomici Introductorii de Spaera Epitome*. (Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2002). E, nesse trabalho também utilizamos a edição de Carlos Z. Camenietzki. *Tratado da Esfera/ Johannes de Sacrobosco*; tradução Pedro Nunes; atualização para o português contemporâneo Carlos Ziller Camenietzk – 2 ed. – São Paulo: Ed. Unesp, 2011.

O Tratado da Esfera apresenta que a “universal máquina do mundo se divide em duas partes: a celestial e elementar”²⁰⁹. A parte celestial seria a supralunar e a parte elementar a sublunar. O mundo supralunar é composto pelas novas esferas concêntricas, que representam as sete esferas dos planetas²¹⁰, a esfera das estrelas fixas e o derradeiro céu. O seu movimento é circular, eterno e imutável, não sofrendo ação da geração e corrupção. O éter ou a Quinta Essência seria o elemento característico do mundo celestial. Este seria o elemento mais afastado desde o centro, onde se localiza a Terra, sendo assim a fronteira entre o mundo sub e supralunar. Nesse sentido, o éter pode ser considerado como um corpo, que se desloca sempre em movimento circular, por tempo indeterminado, modificando radicalmente a qualidade do mundo celeste em relação ao mundo elementar²¹¹.

Abaixo do éter, encontramos a região sublunar ou elementar composta pelos quatro elementos essenciais, que são: a terra, a água, o ar e o fogo, e se encontram respectivamente, do mais próximo ao centro para o mais afastado. Esses elementos estão sujeitos à geração e corrupção²¹² e são definidos por seus movimentos: aquele a partir do centro para a periferia e aquele em direção ao centro, de acordo com a leveza ou gravidade dos corpos²¹³, como também as qualidades do frio/quente e do úmido/seco²¹⁴. Portanto, os elementos são distribuídos do seguinte modo, do centro para a periferia: a terra pesada absoluta, seca/fria; a água pesada relativa, úmida/fria; o ar leve relativo, úmido/quente; o fogo leve absoluto, seco/quente²¹⁵.

Interessa, primeiramente, discorrer um pouco mais sobre o elemento ar, e, posteriormente, apresentar a sua relação com o crepúsculo, tal como aparece no texto de Pedro Nunes. De certo modo, o ar é um elemento híbrido contendo em si o úmido e o quente, como um vapor. O ar

²⁰⁹ Ibid., p. 10.

²¹⁰ Da esfera mais próxima a terra para a mais distante, os planetas se distribuem na seguinte ordem: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno. Cf. NUNES, Pedro. *Obras*, vol. I, p. 11.

²¹¹ Cf. ARISTÓTELES. *Acerca del Cielo*. Trad. e notas Miguel Candel. Madrid: Editorial Gredos, 1996, p. 53 (libro I 270b 20-25).

²¹² Cf. ARISTÓTELES. *Da geração e corrupção*. Trad. e notas Francisco Chorão. Lisboa: Imprensa Nacional-Casa da Moeda, 2009, p. 45 (315a1 20-25). Além da mudança devida ao movimento, existe aquela devida à quantidade e a qualidade. Essas três alterações definem o mundo da geração e corrupção. Cf. Aristóteles. *Da geração e corrupção*, pg. 63 (319b1 32-35).

²¹³ Id. 1996, p. 214 (libro IV 311b 5). Nesse sentido, a terra se torna imóvel no centro da máquina universal do mundo, assim como o fogo que não se desloca para o centro. A água e o ar são elementos intermediários, e como tais relacionam-se entre si, alterando as propriedades do leve e do grave. A terra possui um peso absoluto, o fogo uma leveza absoluta, a água um peso relativo, e o ar uma leveza relativa.

²¹⁴ Cf. ARISTÓTELES. *Meteorológicos*. Trad. e notas Miguel Candel. Madrid: Editorial Gredos, 1996, p. 253-254 (libro I, 3, 340b 20).

²¹⁵ Id. 2009, p. 106 (330b32 – 331a1). Com isso a água e o ar compartilham de qualidades próprias da terra e do fogo, com a capacidade de se transformar ou de se alterar um no outro.

possui a potência de se alterar em água pela condensação, como também de se alterar em fogo, pela exalação. Se o vapor esfria e por consequência perde calor, a água que antes estava em potência transforma-se em ato, e por isso pesada, fria e úmida, se desloca para seu lugar natural, mais abaixo do ar. Se esse vapor aquece, com a perda do frio e ganho de calor, ocorre a exalação e o fogo que antes estava em potência transforma-se em ato, como elemento quente e seco (com a perda da umidade pela exalação) e assim desloca-se para seu lugar natural por sua leveza, acima do elemento ar e abaixo do éter (característico do mundo celestial)²¹⁶. Por isso, o elemento ar possui um movimento de ascensão e declínio, ora expandindo-se mais para periferia ora retraindo-se mais para o centro.

No *De crepusculis* de Pedro Nunes encontramos essa mesma natureza variável do elemento ar:

Ora é evidentemente variável a altura máxima que os vapores atingem, umas vezes maior do que outras consoante a mudança dos tempos [...] Considerando, porém, que a altura da máxima dos vapores é variável, pois umas vezes dista menos da Terra [...] e outras vezes mais, consoante a diversa acção do Sol sobre a matéria da qual levanta os vapores²¹⁷.

A mudança dos tempos refere-se às estações do ano, com os movimentos de aproximação ou afastamento do Sol de uma determinada região da Terra por causa da obliquidade da eclíptica em relação ao eixo terrestre. Assim, com a aproximação do Sol a determinado hemisfério tem-se a primavera e o verão, e com o afastamento tem-se o outono e o inverno. Conforme essas marcações do ano solar, as regiões terrestres caracterizam-se por ficarem ora mais frias e secas, ora quentes e úmidas. Por consequência, há uma presença maior da exalação no ar ou uma maior presença da condensação, alterando a distância dos vapores úmidos a partir da superfície da Terra.

Contudo, Pedro Nunes apresenta esse argumento sem explicitar as autoridades referentes, pois considera que o leitor compartilha desse mesmo lugar-comum, que, possivelmente, localiza-se com Aristóteles e também Plínio, o velho²¹⁸.

²¹⁶ Id. 1996, p. 254 (*libro I, 3, 340b 25-30*). Cf. Id, 2009, p. 104-105 (*330b 2-5*).

²¹⁷ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, Vol. II, p. 177.

²¹⁸ Cf. ARISTÓTELES, *Op. cit.*, 1996, p. 277 (*libro I, 9, 346b 21-32*). Cf. PLÍNIO, el viejo. *Historia Natural*, Trad. e notas Antonio Fontán, M^a Luisa Arribas Hernaéz e Ana M^a Moure. Madrid: Editorial Gredos, 1996. p. 141 (*libro II, 6*).

Com a variação da máxima altura que os vapores úmidos se elevam desde a superfície da Terra, Pedro Nunes irá expor que o ângulo de 18 graus que determina o início do crepúsculo é variável, algo que no texto de Allacen aparece com uma indicação²¹⁹. E, a importância do ângulo de depressão do Sol no início ou término do crepúsculo é justamente para determinar a máxima altura a que os vapores úmidos alcançam desde a superfície da terra. Com isso, há uma relação de dependência diretamente proporcional entre essas condições, pois aumentando a máxima altura a que os vapores se elevam, aumenta o ângulo de depressão do sol, e vice-versa, alterando-se assim a duração do crepúsculo, seja o matutino ou o vespertino, que possuem igual figura.

É óbvio que quem quer facilmente demonstrar que quando distar da Terra menos (os vapores úmidos) [...] também o Sol distará menos do horizonte, e quando distar mais também o Sol distará do horizonte um arco maior. Por consequência, a distância do Sol ao horizonte não poderá ser constante e inalterável no início do crepúsculo matutino ou no fim do vespertino, como se pretendia demonstrar²²⁰.

Na proposição XVI Pedro Nunes determina a duração do crepúsculo no céu de Lisboa e encontra um valor de 16 graus e 2 minutos para o ângulo de depressão do Sol ao horizonte, bem diferente dos valores das autoridades antigas. Por fim, o *De crepusculis* de Pedro Nunes é um livro composto a partir de referências árabes, gregas e medievais, como Euclides, Ptolomeu, Allacen, Johannes de Sacrobosco, e que possui um pano de fundo cosmológico aristotélico, embora não explicitado.

²¹⁹ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 179.

²²⁰ Cf. NUNES, Pedro. *Op. cit.*, p. 179.

Conclusão

O *De crepusculis* de Pedro Nunes foi escrito para responder a uma curiosidade do Príncipe, o Infante D. Henrique, futuro Cardeal-Rei, acerca da duração do crepúsculo nos diversos climas. Joaquim de Carvalho localiza no Tratado da Esfera de Johannes de Sacrobosco esse interesse do Infante sobre crepúsculo. No capítulo “*Dos que viuem debayxo do polo arctico*”, mostra que durante todo ano é possível existir um só dia natural, com o primeiro meio ano como um só dia artificial e o segundo como uma só noite. Porém, isso parece ser quanto ao povo, “*porque na verdade e per razam natural nom se ha de ter por dia artificial se não ho tempo des que ho sol nace ate se por: e parece ser que os que viuem debayxo do polo teram sempre a luz perpetua*”²²¹. E, neste caso, essa luz perpétua é a luz crepuscular. Assim, com o entendimento que em determinado clima da esfera terrestre existe a presença permanente da luz crepuscular, o Infante D. Henrique pergunta a Pedro Nunes sobre qual a duração do crepúsculo nos diferentes climas.

Como vimos, Pedro Nunes responde a essa curiosidade do Infante de modo quantitativo, pelas Ciências Matemáticas. Em sua investigação Nunes expõe a relação entre a duração do dia artificial e a duração do crepúsculo, como também descobre a duração do crepúsculo mínimo em determinada latitude terrestre. Como tópica emulativa, Pedro Nunes acrescenta um opúsculo que examina com exatidão as causas do crepúsculo, cuja autoria foi atribuída a Allacen. A partir do cotejo entre as obras *Liber de crepusculis* atribuído à Allacen e o *De crepusculis* de Pedro Nunes, percebemos que ambos avaliam o crepúsculo como um problema referente à Perspectiva, e relativos à Geometria de Euclides. Por posições às vezes dessemelhantes, estas autoridades chegam à mesma conclusão sobre a duração do crepúsculo, assim como sua causa.

Observamos também que para a compreensão do crepúsculo tivemos que nos dedicar aos estudos de cosmologia, principalmente a partir da concepção aristotélica dos cinco elementos, com o intuito de entendermos a natureza híbrida do elemento ar, e, por conseguinte, entender as razões para a variabilidade do ângulo de depressão do Sol em relação ao horizonte.

Assim sendo, podemos concluir que para a investigação do crepúsculo é necessário a combinação entre duas ciências, a natural e as matemáticas. A ciência natural apresenta a

²²¹ NUNES, Pedro. *Op. cit.*, vol. I, p. 32.

configuração cosmológica do fenômeno crepuscular, na relação entre os movimentos do Sol e da Terra, como também na relação entre o éter e os quatro elementos constituintes da esfera terrestre com a luz proveniente do Sol. E as ciências matemáticas permite a construção de modelos geométricos sobre tais fenômenos, como vimos. Portanto, quando Pedro Nunes filia seu texto ao opúsculo de Allacen, existe também uma aproximação à tradição árabe no que se refere a modelo de investigação científica, pois essa combinação entre ciências natural e as matemáticas para o estudo da óptica aparece, primeiramente, no *Kitab al Manazir* de Ibn al-Haytham, ou Alhazen latino.

Bibliografia

- ACADEMIA DE CIÊNCIAS DE LISBOA (1941-1983). **Bibliografia geral portuguesa**. Lisboa, Imprensa Nacional. 3v.
- ALBERTI, Leon Battista. **Da Pintura**, trad. Antonio da Silveira Mendonça. Campinas: Editora Unicamp, 1999.
- ALBUQUERQUE, Luís M. de. **Os guias náuticos de Munique e de Évora**. Lisboa, Junta de Investigações do Ultramar, 1965.
- _____. **Ciência e Experiência nos descobrimentos portugueses**. Lisboa, Instituto de cultura e língua portuguesa/ Ministério da Educação, 1983.
- _____. **Introdução à história dos descobrimentos portugueses**. Mira-Sintra, Europa-América, 1989.
- _____. **A náutica e a ciência em Portugal: notas sobre as navegações**. Lisboa, Gradiva, 1989.
- _____. “Pedro Nunes e os homens do mar do seu tempo”. In: **Oceanos**, 49, 2002, pp. 143-147.
- ALFARABI. **Catálogo de las ciencias**. Traducción de Ángel González Palencia, según la edición del CSIC, Madrid 1953. Disponível em <http://www.filosofia.org/cla/isl/farabi.htm>.
- AL-FARABI. **Über die Wissenschaften De scientiis**. Hamburg: Felix Meiner Verlag, 2005.
- AL-FARABI. **De scientiis / Über die Wissenschaften**. Herder: ed. Mathias Lutz-Bachmann, 2006. Disponível em: <http://grupsderecerca.uab.cat/islamolatina/sites/grupsderecerca.uab.cat/islamolatina/files/de%20scientiis.pdf>.
- ALHACEN. **Alhacen’s Theory of Visual Perception: A Critical Edition, with English Translation and Commentary, of the First Three Books of Alhacen’s De Aspectibus, the Medieval Latin Version of Ibn al-Haytham’s Kitāb al-Manazir**. Volume Two: English Translation. Trad. A. Mark Smith. Philadelphia: American Philosophical Society, 2001.
- ALHACEN. **Alhacen on the Principles of Reflection: A Critical Edition, with English Translation and Commentary, of Books 4 and 5 of Alhacen’s De Aspectibus, the Medieval Latin Version of Ibn al-Haytham’s Kitāb al-Manazir**. Volume Two:

English Translation. Trad. A. Mark Smith. American Philosophical Society, New Series, vol. 96, n° 3 (2006), pp. 289-697.

_____. **Alhacen on Refraction: A Critical Edition, with English Translation and Commentary, of Books 7 of Alhacen's De Aspectibus, the Medieval Latin Version of Ibn al-Haytham's Kitāb al-Manazir.** Volume Two: English Translation. Trad. A. Mark Smith. American Philosophical Society, New Series, vol. 100, n° 3, Section 2 (2010), pp. 213-550.

ALMEIDA, Bruno José M.G. Pereira. **A Influência da obra de Pedro Nunes na náutica dos séculos XVI e XVII: Um estudo de transmissão de conhecimento.** Tese (Doutorado em História e Filosofia das Ciências) – Faculdade de Ciências, Secção Autónoma de História e Filosofia das Ciências, Universidade de Lisboa, 2011.

ÁLVARES, Manuel. **Livro de marinharia.** Ed. De Luís M. Albuquerque. Lisboa, Junta de Investigações Ultramar.

ANSELMO, António Joaquim. **Bibliografia das obras impressas em Portugal no século XVI.** Lisboa, Biblioteca Nacional.

ARAFAT & WINTER. W. Arafat & H.J.J. Winter. "The light of the Stars: a short discourse by Ibn al-Haytham". **British Journal for the History of Science** 5 (1971), pp. 282-288.

ARISTÓTELES. **Acerca del Cielo.** Trad. e notas Miguel Candel. Madrid: Editorial Gredos, 1996.

_____. **Analíticos Posteriores.** Trad. e notas Edson Bini – São Paulo: Edipro, 2016.

_____. **De Anima.** Trad. e notas Maria Cecília Gomes dos Reis. São Paulo: Ed. 34, 2006.

_____. **Física: livros I e II.** Trad. Lucas Angioni. In: Textos didáticos, Campinas, n° 34, jan. 1999.

_____. **Meteorológicos.** Trad. e notas Miguel Candel. Madrid: Editorial Gredos, 1996.

_____. **Retórica.** Trad. e notas Manuel Alexandre Júnior, Paulo Farmhouse e Abel do Nascimento Penha. Lisboa: Imprensa Nacional-Casa da Moeda, 2005.

_____. **Sobre a Geração e a Corrupção.** Trad. e notas Francisco Chorão. Lisboa: Imprensa Nacional-Casa da Moeda, 2009.

ASIN, Fernando Martin. **Problemas de Astronomía.** Madrid: Paraninfo, 1980.

AVERROES. **Epítome de física.** Traducción y estudio Josep Puig. Madrid: Instituto Hispano-Arabe de Cultura, 1987.

- _____. **Exposição sobre a Substância do Orbe**. Trad. Anna Lia A. de Almeida Prado, Rosalie Helena de Souza Pereira. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2006.
- BACON, Roger. **Obras escolhidas**. Introdução de Jan G. ter Reegen; Tradução de Jan G. ter Reegen, Luis A. De Boni, Orlando A. Bernardi; Revisão de Carlos Arthur R. do Nascimento, Luis A. De Boni, Orlando Bernardi. Porto Alegre: EDIPUCRS; Bragança Paulista: EDUSF, 2006.
- _____. **Opus Majus**. Translation by Robert Belle Burke. New York: Russell & Russell – INC, 1962.
- _____. **Roger Bacon and the Origins of Perspectiva in the Middle Ages: A Critical Edition with English Translation of Bacon's Perspectiva with Introduction and Notes**. Trad. David Lindberg. Oxford: Clarendon Press, 1996.
- BAXANDALL, Michael. **Giotto e os Oradores**. Tradução Fábio Larsson. São Paulo: Edusp, 2018.
- BOCZKO, Roberto. **Conceitos de Astronomia**. São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 1984.
- BURNETT, Charles. The coherence of the Arabic-latin translation program in Toledo in the twelfth century. **Science in Context**, 14, pp 249-288. Volume 14/ Issue 1-2/ June 2001.
- CARDOSO, Walmir Thomazi. **Conceitos e Fontes do Tratado da esfera em forma de diálogo atribuído a João de Castro**. São Paulo: EDUC: FAPESP, 2004.
- CARVALHO, Joaquim. **Estudos sobre a cultura portuguesa do século XVI**. Coimbra: Universidade de Coimbra, 1947.
- CERVANTES, Miguel. **Don Quijote de la Mancha**. Real Academia Española; Satillana Ediciones Generales, S. L., 2004.
- _____. **Dom Quixote de la Mancha**. Tradução dos Viscondes de Castilho e Azevedo. São Paulo: Círculo do Livro, s/d.
- CICERO. **Da invenção**. Tradução Kabengele Ilunga. Dissertação de Mestrado FFLCH-USP, São Paulo, 2009.
- _____. **De Iventione**. Tradução de H. M. Hubbel. Massachusetts: Harvard University Press, 1949.
- _____. **Sobre el Orador**. Tradução José Javier Isso. Madrid: Gredos, 2002.
- [CÍCERO]. **Retórica a Herênio**. Tradução e introdução Ana Paula Celestino Faria e Adriana Seabra. São Paulo: Hedra, 2005.

- DAVIDIAN & KENNEDY. Davidian, M. Louise and Kennedy, E. S. “Al-Qāyini on the Duration of Dawn and Twilight”, **Journal of Near Eastern Studies**, vol. XX (1961): 145-153.
- DESCARTES, René. **Dióptrica**. Trad. José Portugal dos Santos Ramos. In: *Scientia Studia*, São Paulo, v.8, n°3, pp. 451-86, 2010.
- EUCLIDES. **Catóptrica**. Trad. Paloma Ortiz Garcia. Madrid: Editorial Gredos, 2000.
- _____. **Os Elementos**. Trad. Irineu Bicudo. São Paulo: Editora Unesp, 2009.
- _____. **Óptica**. Trad. Guilherme Rodrigues Neto. In: *Scientia Studia*. V. 11, n°4, out-dez 2013.
- FARIA, Ernesto. **Dicionário escolar latino-português**. Rio de Janeiro: Fename, Ministério da Educação e Cultura, Fundação Nacional do Material Escolar, 1982.
- FERNANDES, Mestre João. **A oração sobre a fama da Universidade**. Prefácio, introdução, tradução e notas de Jorge Alves Osório. Coimbra: Faculdade de Letras da Universidade de Coimbra, 1967.
- FONSECA, Fernando Taveira. “Pedro Nunes na Universidade, I – Lisboa”. In: **Estudos em Homenagem a Luís António de Oliveira Ramos**. Porto: Faculdade de Letras da Universidade do Porto, 2004, vol. 2, pp. 537-544.
- _____. “Pedro Nunes na Universidade, II – Coimbra”. **Revista Portuguesa de História**, 35, 2001-2002, pp. 297-333.
- GOLDSTEIN, Bernard R. Refraction, “Twilight, and the Height of the Atmosphere”. **Vistas in Astronomy**, 20 (1976): 105-7.
- _____. “Ibn Mu‘ādh’s treatise on Twilight and the height of the atmosphere”, **Archive for History of Exact Sciences**, 17 (1977): 97-118.
- _____. “What’s new in Ptolemy’s Almagest? **Nuncius**, 22 (2007), pp. 261-285.
- GROSSETESTE, Roberto. **Summa Physicorum: Suma de Los Ocho Libros de la Física de Aristóteles**. Texto latino, traducción y notas J. E. Bolzan y Celina Lértora Mendonza. Editorial Universitaria de Buenos Aires: Argentina, 1972.
- _____. **Opctica**, introducción, traducción y notas por Celina A. Lértora Mendoza. Ediciones del Rey: Argentina. 1985.
- _____. **Astronomia**, introducción, traducción y notas por Celina A. Lértora Mendoza. Ediciones del Rey: Argentina. 1988.

- _____. **Física**, introducción, traducción y notas por Celina A. Lértora Mendoza. Ediciones del Rey: Argentina. 1989.
- GUIMARÃES, Rodolpho. “Um Opúsculo Raríssimo de Pedro Nunes”. In: **Boletim Bibliográfico da Biblioteca da Universidade**. Lisboa, 1916, pp. 268-289.
- HANSEN, João Adolfo. Instituição Retórica, Técnica Retórica, Discurso. In: **Matraga**, v. 20, n°33, jul/dez 2013.
- HEATH, Thomas. **Aristarchus of Samos, the ancient Copernicus**. Nova York: Dover, 1997.
- HIGINO, Cayo Julio. **Astronomía**. Trad. Guadalupe Morcillo Expósito. Madrid, ediciones Akal, S. A., 2008.
- HOLANDA, Francisco. **Da Pintura Antiga**. Introdução e notas de Angel Gonzáles Garcia. Lisboa: Imprensa Nacional-Casa da Moeda, 1983.
- HORÁCIO. **A poética clássica. Aristóteles, Horácio, Longino**. Introdução Roberto de Oliveira Brandão. Tradução direta do grego e do latim Jaime Bruna. São Paulo: Cultrix, 2018.
- KHEIRANDISH, Elaheh. **The arabic version of Euclid’s Optics (Kitāb Uqlīdis fī Ikhtilā al-manazir)**. Nova York: Springer Science, 1999.
- KNOBLOCH, Eberhard. “Nunes’ Book on twilights”. In: Luís Trabuco de Campos, Henrique Leitão, João Filipe Queiró (eds.). **International Conference Petri Nonii Salaciensis Opera. Proceedings**. Lisboa: Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2003, pp. 113-140.
- KOSSOVITCH, Leon. Contra a ideia de Renascimento in **Artepensamento**. Org. Aduino Novaes. São Paulo: Companhia das Letras, 1994.
- LEITÃO, Henrique. “Pedro Nunes, leitor de textos antigos e modernos”, in: Aires A. Nascimento (coord.), **Pedro Nunes e Damião de Góis, Dois Rostos do Humanismo Português**. Actas do Colóquio no V Centenário do Nascimento. Lisboa: Guimarães Editores, 2002, pp. 31-58.
- _____. “Sobre a difusão europeia da obra de Pedro Nunes”, **Oceanos**, 49, 2002, pp. 110-128.
- _____. “Uma nota sobre Pedro Nunes e Copérnico”. In: **Gazeta de Matemática**, n° 143, julho 2002, pp. 60-78.
- _____. “Ars e Ratio: A náutica e a constituição da ciência moderna”. In: María Isabel Vicente Maroto e Mariano Esteban Piñeiro (coords.), **La Ciencia y el Mar**. Valladolid, 2006, pp. 183-207.

- _____. **Dez anos de estudos sobre Pedro Nunes, 2002-2012. Uma Bibliografia.** Lisboa, 2012, pp. 1-16. Disponível em: <https://sites.google.com/site/henriqueleitaosite/papers>. Acesso em 15 de abril de 2015.
- _____. “Pedro Nunes e a Matemática do Século XVI”. In: Carlos Fiolhais, Carlota Simões e Décio Martins (eds.). **História da Ciência Luso-Brasileira.** Coimbra entre Portugal e o Brasil. Coimbra: Imprensa da Universidade, 2013, pp. 19-33.
- _____. Pedro Nunes, 1502-1578: Novas terras, novos mares e o que may's he: novo ceo e novas estrelas. **Catálogo bibliográfico sobre Pedro Nunes.** Comissário científico: Henrique de Sousa Leitão; coordenação técnica: Lígia de Azevedo Martins (Lisboa: Biblioteca Nacional, 2002).
- LEVINAS & SZAPIRO. Leonardo Levinas e Aníbal Szapiro. “La noción de ‘horizonte’ como reflejo de las disputas astronómicas em torno a la posición de la Tierra (1440-1624). In: **Scientia Studia**, São Paulo, v. 11, nº4, pp. 763-84, 2013.
- LINDBERG, David. C. “The Cause of Refraction in Medieval Optics”. **The British Journal for the History of Science**, vol. 4, nº1 (1968), pp-23-38.
- _____. **A Catalog of Medieval and Renaissance Optical Manuscripts.** Toronto: Pontifical Institute of Mediaeval Studies, 1975.
- _____. **Theories of Vision from Al-Kindi to Kepler.** Chicago: University of Chicago Press, 1976.
- _____. **Science in the Middle Ages.** Chicago: University of Chicago Press, 1978.
- _____. “Medieval Latin Theories of the Speed of Light,” **Roemer et la Vitesse de la Lumière**, René Taton, ed. Paris: Vrin, 1978.
- _____. “On the applicability of Mathematics to nature: Roger Bacon and his predecessors”, **British Journal for the History of Science**, vol. 15, nº 49 (1982), pp. 3-25.
- LOURENÇO, Alexandra, Maria Espinho. “Pedro Nunes e o cálculo da duração do crepúsculo”. In **Pedro Nunes – Novos saberes na Rota do Futuro.** Actas do Colóquio Jornadas do Mar. Alfeite: Escola Naval, 2002, pp. 79-82.
- MACHADO, Cristina de Amorim. **O papel da tradução na transmissão da ciência: o caso do Tetrabiblos de Ptolomeu.** Rio de Janeiro: Mauad X, 2012.
- MARTINS, Jorge António Sampaio. “Pedro Nunes, ímpar na Hispânia Quinhentista”. In: **Gazeta da Matemática**, 143, 2002, pp. 22-39.

MARTINS, Roberto de Andrade (trad). Tratado sobre a luz, de Christiaan Huygens. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência** (suplemento 4): 1-99, 1986.

_____. “A análise geométrica da duração dos dias no Tratado da esfera de Sacrobosco, pp. 165-181, in: TEIXEIRA, Marcos V.; NOBRE, Sergio R. (eds.). **Anais do V Seminário Nacional de História da Matemática**. Rio Claro: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2003.

_____. “Las fuentes literarias del Tratado de la Esfera de Sacrobosco”, pp. 307-314, in: RODRÍGUES, Victor & SANVATICO, Luis (eds.). **Epistemología e Historia de la Ciencia**. Selección de Trabajos de las XIII Jornadas. Vol. 9. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba, 2003.

_____. “La herencia de Sacrobosco en España: intercambio entre estudios universitarios y la práctica de navegación durante el siglo XVI,” pp.371-379, in: GARCÍA, Pío; MOREY, Patricia (eds.). **Epistemología e Historia de la Ciencia**. Selección de Trabajos de las XIV Jornadas. Facultad de Filosofía y Humanidades. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba, 2004.

MELO, Francisco. **Obras matemáticas**. Tradução Bernardo Mota e Henrique Leitão. Lisboa: Biblioteca Nacional de Portugal. Centro de Estudos Clássicos, 2014.

MOTA, Bernardo e LEITÃO, Henrique. **Francisco de Melo: entre o Renascimento Matemático e Humanismo**. Disponível em:

https://www.academia.edu/35837485/Francisco_de_Melo_entre_Renascimento_Matem%C3%A1tico_e_Humanismo

MOURÃO, Ronaldo Rogério de Freitas. **A astronomia na época dos descobrimentos: a importância dos árabes e judeus nos descobrimentos**. Rio de Janeiro: Lacerda Ed., 2000.

MUHANA, Adma; LAUDANNA, Mayra; BAGOLIN, Luiz Armando. **Retórica**. São Paulo: Annablume; IEB, 2012.

NASCIMENTO, Carlos A. R. Avicena e as Ciências Mistas. **Circumscribere** 5, 2008: 1-12.

NUNES, Pedro. Obras, vol. I: **Tratado da Sphaera & Astronomici Introductorii de Spaera Epitome** (Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2002).

_____. Obras, vol. II: **De crepusculis** (Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 1943).

- _____. Obras, vol. II: **De crepusculis** (Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2003).
- _____. Obras, vol. V: In **Theoricas Planetarum Georgii Purbachii Annotationes** (Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2011).
- _____. Obras, vol. VI: **Libro de algebra em arithmetica y geometria** (Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, 2010).
- ORESME, Nicole. **De Visione Stellarum (On Seeing the Stars)**. Tradução, introdução e notas de Dan Burton. Boston: Brill, 2007.
- PECHAM, J. **Perspectiva communis**, ed. with and introduction, english translation and critical notes by D. C. Lindberg. Madison, Milwaukee and London, The University of Wisconsin Press, 1970.
- PÉGORA, Alcir. **As excelências do Governador: o panegírico fúnebre a D. Afonso Furtado, de Juan Lopes Sierra (Bahia, 1676)**. Org. Stuart B. Schwartz e Alcir Pégora; trad. Alcir Pégora e Cristina Antunes. São Paulo: Companhia das Letras, 2002.
- PELACANI DA PARMA, Biagio. **Questiones super perspectiva communi**. Editado e introdução por Graziella Federici Vescovini. Paris: Vrin, 2009.
- PEREIRA, Duarte Pacheco. **Esmeraldo De Situ Orbis**. Lisboa: Imprensa Nacional, 1892.
- PEREIRA, Francisco Maria Esteves. “Cálculo da duração do crepúsculo da tarde de 1 de outubro de 1541, em Lisboa pelo Dr. Pedro Nunes. In: **Revista de Engenharia Militar**. Lisboa, 1912, pp. 282-290.
- PLATÃO. **Timeu**. Tradução Norberto de Paula Lima. São Paulo, Hemus-Livraria Editora Ltda, 1981.
- PLINIO, EL VIEJO. **Historia Natural (libros I e II)**. Trad. e notas Antonio Fontán, M^a Luisa Arribas Hernaéz e Ana M^a Moure. Madrid: Editorial Gredos, 1996.
- PTOLOMEU, Claudius. **The almagest**. Chicago, Encyclopaedia Britannica, 1952. (Great Books of the Western World, 16).
- _____. **Tetrabiblos**. Ed. e trad. De F. E. Robbins. Cambridge, MA, Harvard University Press, 1980.
- _____. **Ptolemy's Theory of Visual Perception: An English Translation of The "Optics" with Introduction and Commentary**. Trad. A. Mark Smith. In: Transactions of the American Philosophical Society 86, n^o 2. Philadelphia: American Philosophical Society, 1986.

- _____. **Las hipótesis de los planetas**. Ed. e notas de Eulália Pérez Sedeño. Madrid, Alianza Editorial, 1987.
- QUINTILIANO. **Institutio Oratoria**. Trad. H. E. Butler. Londres: Havard University Press, 1920.
- RAMALHO, Américo Costa. **Lição inaugural do “I Curso de Atualização para Professores de Filologia Clássica”**, em 4 de janeiro de 1972.
- _____. **Latim renascentista em Portugal**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1994.
- REIS, António Estácio dos. “O nóio de Pedro Nunes”. In: **Gazeta de matemática**, 143, 2002, pp. 5-19.
- RESENDE, André. **Oração de Sapiência**. Tradução de Miguel Pinto de Meneses, introdução e notas de A. Moreira de Sá. Lisboa: Instituto de Alta Cultura, 1956.
- RISNER, Federico. **Opticae Thesaurus Alhazeni arabis libri septem, nunc primum editi.. Eiusdem liber de crepusculis et Nubium ascensionibus. Item Vitellonis Thuringopoloni libri X. Omnes instaurati, figuris illustrati et aucti, adiectis etiam in Alhazenum commentariis a Frederico Risnero. Cum privilegio Caesareo et Regis Galliae ad sexennium**. Basileae per Episcopios M.D.LXX.
- RODRIGUES NETO, Guilherme. “Euclides e a geometria do raio visual”. In: **Scientia Studia**, São Paulo, v. 11, n°4, pp. 873-92, 2013.
- ROTTERDÃ, Erasmo. **Diálogo ciceroniano**. Tradução e prefácio Elaine C. Sartorelli. São Paulo: Unesp, 2013.
- SABRA, A. I. “The Authorship of the Liber de crepusculis, an 11th-Century Work on Atmospheric Refraction,” **Isis** 58 (1967), pp. 77-85.
- _____. “Ibn al Haytham’s Criticisms of Ptolemy’s Optics,” **Journal of the History of Philosophy** 4 (1966): 145-149.
- _____. “Ibn al-Haytham,” **Dictionary of Scientific Biography**, vol. 6, ed. Charles Coulston Gillispie, pp. 189-210. New York: Scribner’s, 1972.
- _____. “Situating Arabic Science: Locality versus Essence”, **Isis** 87, n°4 (1996), pp. 654-670.
- SACROBOSCO, Johannes de. **Tratado da esfera**. Atual. e notas de Carlos Ziller Camenietzk. São Paulo, Unesp/Nova Stella/Mat, 2011.
- SACRO BOSCO, Johannes de. **Tractatus de sphæra / Tratado da esfera [1478]**. Ed. e trad. por Roberto de Andrade Martins. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2006.

Ed. eletrônica, disponível em: <http://ghc.ifi.unicamp.br/download/Sacrobosco-1478-trad.pdf>; acesso em 10/09/2015.

- SAMSÓ, Julio. **Las ciencias de los antiguos en Al-Andalus**. Madrid: Editorial Mapfre, 1992.
- SANTIAGO-OTERO, Horacio. **La Cultura en la Edad Media Hispana (1100-1470)**. Lisboa: Edições Colibri, 1966.
- SMITH & GOLDSTEIN. Smith, A. Mark and Bernard R. Goldstein. "The Medieval Hebrew and Italian Versions of Ibn Mu'adh's 'On Twilight and the Rising of Clouds'," **Nuncius** 8 (1993): 613-643.
- SMITH, A. Mark. "The Psychology of Visual Perception in Ptolemy's Optics. **Isis**, vol. 79, nº2 (1988), pp. 188-207.
- SMITH, A. Mark. "The latin version of Ibn Mu'adh's treatise On twilight and the rising of clouds", **Arabic Sciences and Philosophy**, vol. 2 (1992), pp. 83-132.
- STORCK, A. C.. **Tomás de Aquino e o pensamento político medieval**. In Marçal, J.. (Org.). Antologia de Textos Filosóficos. Curitiba: See, 2009, v., p. 658-690.
- STRABO. **The Geography**. Trad. Horace Leonard Jones. Cambridge, Mass: Harvard University Press London: W. Hernemann, 1960.
- TAVARES & LEITÃO. Conceição Tavares e Henrique Leitão. **Bibliografia de História da Ciência em Portugal 2000-2004**. Lisboa: Centro de História das Ciências-Universidade de Lisboa, 2006.
- TEIXEIRA, Francisco Gomes. **História das Matemáticas em Portugal**. Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa: Biblioteca de Altos Estudos, 1934. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/livrogt/livrogt.html>. Acesso 12 de janeiro de 2018.
- THEODOSIUS. **Sphaerica**. Trad. and eds. Paul Kunitzsch and Richard Lorch of Theodosius Sphaerica: Arabic and Medieval Latin translations. Franz Steiner Verlag Stuttgart, 2010.
- TOMAS DE AQUINO. **Comentario a la Física de Aristóteles**. Traducción, estudio preliminar y notas Celina A. Lértora Mendoza. Navarra, Ediciones Universidad de Navarra, 2011.
- TOSSATO, Claudemir Roque. "A função do olho humano na óptica do final do século XVI". In: **Scientia Studia**, São Paulo, v3, nº3, Set. 2005.
- _____. "Os fundamentos da óptica geométrica de Johannes Kepler". In: **Scientia Studia**, São Paulo, v5, nº4, pp. 471-99, 2007.

- TOSSATO & MARICONDA. Claudemir Roque Tossato e Pablo Rubén Mariconda. “O método da astronomia segundo Kepler”. In: **Scientia Studia**, São Paulo, v8, n°3, pp. 339-66, 2010.
- THORNDIKE, Lynn. **The Sphere of Sacrobosco and its commentators**. Chicago, University of Chicago Press, 1949.
- VARGAS, Milton. “A imagem do mundo e as navegações ibéricas”. In: **Revista da SBHC**, n°14, pp. 81-96, 1995.
- VILAR, Carlos A. S. **O De Crepusculis de Pedro Nunes**. Braga: Centro de Matemática-Universidade do Minho, 2006.
- VILLUENDAS, M. V. **La trigonometria europea em el siglo XI: Estudio de la obra de Ibn Mu ād, El Kitāb mayhūlāt**. Barcelona: Instituto de Historia de la Ciencia de la Real Academia de Buenas Letras, 1979.