Rodrigo Eiji Yamagata Diana

**Análise de um Sistema de Navegação para Veículo
Submarino Autônomo**

São Paulo
2018

Rodrigo Eiji Yamagata Diana

**Análise de um Sistema de Navegação para Veículo
Submarino Autônomo**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do Título
de Mestre em Ciências

Área de Concentração: Engenharia de Controle e
Automação Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Ettore Apolonio de Barros

São Paulo
2018

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Diana, Rodrigo Eiji Yamagata

Análise de um Sistema de Navegação para Veículo Submarino Autônomo /
R. E. Y. Diana -- versão corr. -- São Paulo, 2018.
98 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

1.Submersíveis não tripulados 2.Instrumentação (Física) 3.Modelos para
processos estocásticos 4.Simulação de sistemas I.Universidade de São Paulo.
Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas
Mecânicos II.t.

*Aos meus pais, Luzia Massae Yamagata e Antonio Carlos Diana, e à minha
avó, Sadako Yamagata, pelo apoio incondicional em meus estudos.*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente meus pais, irmã, avó e companheira Mariana pelo apoio durante a realização deste trabalho.

Ao meu orientador Prof. Dr. Ettore Apolonio de Barros pela oportunidade, orientação e confiança, o meu muito obrigado.

Aos companheiros de laboratório e parceiros Lucas Machado e Rodrigo Telles pelas infinitas discussões, apoio e paciência. Aos demais membros do LVNT que tive a hora de conhecer, Igor dos Santos, pela análise e compartilhamento de resultados importantes, Persing Cardenas, João Dantas, Edson Ueda, Artur Freitas, Franco Picarelli, Sarah, Crhistopher, Yunier, Flávio, Alex, Estêvão, Humberto. Muito obrigado a todos vocês.

Aos apoiadores do projeto, Engler, Rubens, Dimas, Pellini e ao pessoal do IO de Ubatuba, funcionários do tanque de provas da naval e do CEPEUSP, que possibilitaram os ensaios.

Aos professores Thiago Martins, pelas conversas, apoio e amizade; Newton Maruyama, Raul Lima, Agenor Fleury e Edvaldo Fonseca Junior, pelos conselhos.

Ao pessoal do Instituto de Pesquisas da Marinha, Carvalho, Durão, Kátia, Cristian e Pedro Roquette, pelos ensaios da UMI.

Aos técnicos Carlos, Fidel, Okumura e Ferrari.

Aos alunos do LAPS, Maiá, Alessandra, Yonara, Claudinha, Carol e Leandro, pela amizade e apoio.

Ao pessoal da secretaria Marisa Lara e Regianne Amaral.

*“Você é do tamanho do seu sonho.
Faz o certo, faz a sua, cabeça erguida,
olhar sincero, ta com medo de quê?
Nunca foi fácil, junta os seus pedaços
e desce pra arena. Aconteça o que
aconteça, nada como um dia após o
outro dia.”*

Mano Brown

Resumo

O ambiente aquático tem notória importância para a pesquisa, pela biodiversidade e vastidão, e também do ponto de vista comercial, para a indústria militar e de óleo&gás por exemplo. Entretanto, a sua exploração é prejudicada por diversos fatores, entre eles devido à dificuldade de navegação. Infelizmente, carece-se de sinal GPS (*Global Positioning System*) embaixo d'água, o que exige outras técnicas de localização. Assim, este trabalho analisa um sistema de navegação para um veículo submarino autônomo. Graças a sensores de velocidade, girômetros, bússola, entre outros, aplica-se o princípio de *dead reckoning* para calcular a posição atual do veículo a partir da última posição conhecida. Para tal, é feito inicialmente um estudo dos sensores a serem utilizados e um algoritmo de navegação é proposto, cujos resultados são expressos em coordenadas geodésicas (latitude e longitude), permitindo a visualização da trajetória do veículo em mapas geo-referenciados. Além disso, problemas práticos de medição são tratados. Em seguida, é feito um estudo sobre o ruído dos sensores, utilizando a curva de variância de Allan para caracterização dos sinais dos girômetros e do DVL (*Doppler Velocity Logger*). Por meio de equações de propagação de erro, os ruídos são recuperados em simulação, permitindo a estimação do erro de posição e de atitude (posição angular) acumulados para uma dada manobra. Finalmente, discute-se um critério de emersão a partir das estimativas de erro de posição.

Palavras-chave: Submersíveis não tripulados, instrumentação, modelos para processos estocásticos, simulação de sistemas.

Abstract

The main part of our planet is filled with water, so the aquatic environment has notorious research and commercial importance. However, its exploration faces many difficulties. In navigation, the lack of GPS signal (Global Positioning System) during underwater missions requires different techniques, so this document focus on analyzing a navigation system for autonomous underwater vehicles. Thanks to different embedded sensors, like DVL (Doppler Velocity Logger), compass, gyrometers and others, the processes of dead reckoning is applied, witch calculates vehicle's current position by using the previously determined position. To do so, a navigation algorithm is implemented, providing geodesic coordinates to plot vehicle's trajectories on geo-referenced maps. Also, practical difficulties are discussed and treated. To improve the quality of the results, girometer's and DVL's errors are analyzed using Allan's variance and the navigation errors are estimated using first order time derivative equations in an augmented state space. Lastly, it is discussed a criterion to emerge and correct the vehicle's position using GPS signal.

Palvras-chave: AUV, Autonomous Underwater Vehicles, instrumentation, stochastic process, systems simulation.

Sumário

1	Introdução e objetivos	1
1.1	Contextualização	1
1.2	O projeto AUV Pirajuba	1
1.3	Guiamento, navegação e controle	2
1.4	A evolução do sistema de navegação do AUV Pirajuba	3
1.5	Objetivos deste trabalho	4
1.6	Organização do texto	4
2	Estado da arte de sistemas de navegação para AUVs	6
2.1	Metodologias	6
2.2	Sensores utilizados na navegação por <i>dead-reckoning</i>	8
2.2.1	GPS	8
2.2.2	Profundímetro	10
2.2.3	DVL - <i>Doppler Velocity Log</i>	10
2.2.4	UMI e AHRS	10
2.2.4.1	Giroscópio de tecnologia FOG	11
2.2.4.2	Tecnologia MEMS - giroscópios e acelerômetros	12
2.2.4.3	Magnetômetros	13
2.2.4.4	Fusão sensorial da AHRS	14
3	Equações de navegação e de propagação de erros	15
3.1	Dead-reckoning	15
3.2	Referenciais de navegação	16
3.2.1	Referencial móvel $\mathbf{b}$: base do veículo	16
3.2.2	Referencial local $\mathbf{n}$: NED - <i>North, East, Down</i>	18
3.2.3	Referencial absoluto $\mathbf{e}$: ECEF - <i>Earth Centered Earth Fixed</i>	19
3.2.4	Simplificações para os referenciais não inerciais terrestres $\mathbf{n}$ e $\mathbf{e}$	19
3.3	Equações de navegação	21
3.3.1	Mudança de $\mathbf{b}$ para $\mathbf{n}$	21
3.3.2	Mudança de $\mathbf{n}$ para $\mathbf{e}$	22
3.4	Equações de propagação de erros de navegação	24
3.4.1	Expressões de erro de posição e atitude	25
3.4.2	Erro de atitude	25
3.4.3	Erros de posição	27
4	Processamento de medidas, modelo de erro dos sensores e propagação dos erros de navegação	28
4.1	Processamento de medidas	28
4.1.1	GPS	28
4.1.2	Profundímetro	32
4.1.3	DVL	32

4.1.4	AHRS	41
4.1.5	Calibração de perturbação eletromagnética	41
4.2	Modelo de erros dos sensores	41
4.2.1	Caracterização do ruído através da variância de Allan	44
4.2.1.1	Erro de quantização	45
4.2.1.2	Ruído branco	45
4.2.1.3	Bias instabilidade ou <i>flicker noise</i>	46
4.2.1.4	<i>Random walk</i>	47
4.2.1.5	<i>Rate ramp</i>	47
4.2.1.6	Apresentação gráfica da variância de Allan	48
4.2.1.7	Qualidade da estimativa da variância de Allan	49
4.2.2	Aplicação da variância de Allan aos sensores do AUV Pirajuba	49
4.2.2.1	Giroscópio G_x	49
4.2.2.2	Giroscópio G_y	51
4.2.2.3	Giroscópio G_z	52
4.2.2.4	Eixo do DVL V_X :	53
4.2.2.5	Eixo do DVL V_Y :	55
4.2.2.6	Eixo do DVL V_z :	56
4.3	Propagação de erros de navegação e reprodução dos ruídos dos sensores	57
4.3.1	Utilização do modelo de erros dos sensores na estimativa das incertezas de atitude e localização do AUV	57
4.3.1.1	Equações diferenciais para os erros estocásticos dos sensores	58
4.3.1.2	Espaço de estados para propagação do ruído colorido dos sensores	59
4.3.1.3	Espaço de estados aumentado para a propagação de erros de navegação	60
4.3.2	Reprodução dos ruídos	61
4.3.2.1	Giroscópios	62
4.3.2.2	DVL	66
5	Algoritmos de navegação e de propagação de erros: resultados	68
5.1	Algoritmos de navegação	69
5.1.1	Versão local	69
5.1.2	Versão geo-referenciada	71
5.2	Validação experimental do algoritmo de propagação de erros	74
5.3	Discussão sobre um critério de emersão do AUV	76
6	Conclusão	79
6.1	Trabalhos futuros	80

Lista de Figuras

1.1	AUV Pirajuba em um teste de campo na represa de Guarapiranga, maio de 2014 (foto do autor).	2
1.2	Sistema de Controle de Trajetórias e seus módulos.	2
2.1	Esquema de localização por satélite. Adaptado de HOFMANN-WELLENHOF et al. [2001].	9
2.2	Geometria simplificada de um caso de utilização do sensor DVL.	10
2.3	Esquema de um Giroscópio do tipo FOG. Retirado de TITTERTON and WESTON [2004]	11
2.4	Força de <i>Coriolis</i>	12
2.5	Diferença entre norte geográfico e norte magnético (GROVES [2008]). . . .	13
3.1	Esquema do módulo de localização por <i>dead reckoning</i> para o AUV Pirajuba.	15
3.2	Base b do veículo, com origem no centro de massa do mesmo.	16
3.3	Esquema dos eixos do sensor DVL.	17
3.4	Comparação entre as trajetória do veículo antes e após a correção de referencial. À direita, detalhe da posição final do veículo.	17
3.5	Centro de Medição do GPS.	17
3.6	Centro de Medição do Profundímetro.	18
3.7	Sistema referencial local n (NED) e seus eixos. Retirado de GROVES [2008]	18
3.8	Relação entre os referenciais b (<i>body</i>), n (<i>navigation</i>) e e (<i>Earth</i>). Desenho adaptado de SANTANA [2011].	19
3.9	Gravidade local. Adaptado de TITTERTON and WESTON [2004].	20
3.10	Latitude Geocêntrica e Geodésica.	23
3.11	Raio normal R_N e raio da elipse R_M	24
4.1	Variação da declinação magnética no Brasil. Retirado de NOAA [2015] . . .	28
4.2	Teste com antena em repouso durante 3 h	29
4.3	Medição do erro de posição do GPS para comparação à mensagem de erro de posição.	30
4.4	Teste com antena em repouso durante 3 h	31
4.5	Profundidade discretizada para uma missão de 50 min , com detalhe em <i>zoom</i> para visualização da resolução de 3,5 cm	32
4.6	Velocidade u (componente x de v_{nb}) medidas pelo DVL em uma manobra de 15 min . Bruta e após o processo de seleção segundo o <i>flag</i> de validação de velocidades.	33
4.7	Velocidades v_{nb} estimadas pelo DVL. Note a presença de picos e vales, sobretudo para a componente u em X	33
4.8	Detalhe de alguns deslocamentos fictícios, resultados da integração dos picos e vales presentes na estimativa de velocidade do DVL.	34
4.9	Variação da estimativa de <i>bias</i> do acelerômetro ao longo do eixo X da base b do veículo. Média: $2.4e - 5 m/s^2$	35

4.10	Velocidades $\mathbf{v}_{nb}$ bruta medida pelo DVL e após o processo de pré-filtragem. Nota-se a redução de picos e vales.	36
4.11	Detalhe dos deslocamentos fictícios corrigidos pela pré-filtragem.	36
4.12	Transformada de Fourier para o eixo x . Frequência de corte $f_{c_x} = 0.2 \text{ Hz}$. .	37
4.13	Transformada de Fourier para o eixo y . Frequência de corte $f_{c_y} = 0.2 \text{ Hz}$. .	37
4.14	Transformada de Fourier para o eixo z . Frequência de corte $f_{c_z} = 0.3 \text{ Hz}$. .	38
4.15	Velocidades $\mathbf{v}_{nb}$ bruta medida pelo DVL e após o processo de pós-filtragem. Nota-se a redução de picos e vales.	38
4.16	Detalhe dos deslocamentos fictícios corrigidos pela pós-filtragem.	39
4.17	Velocidades $\mathbf{v}_b$ bruta medida pelo DVL e após o processo de pós e pré filtragem.	39
4.18	Trajetória resultante da integração das velocidades brutas, pré e pós-filtradas do DVL. Em verde, a trajetória estimada pelo GPS, para comparação. . . .	40
4.19	Detalhe dos deslocamentos fictícios corrigidos pela pós-filtragem.	40
4.20	Trajetória estimada por <i>dead reckoning</i> (azul) e por GPS (preto). Em (200,100) há uma guinada correspondente a um salto na estimativa do rumo pela AHRS.	41
4.21	Retirado GREWAL and ANDREWS [2010]. Representação visual de alguns erros citados a cima. (a): Erro de <i>bias</i> . (b): Erro de fator de escala (parcela linear). (c): Erro de fator de escala (parcela não linear). (d): Erro de fator de escala (parcela de assimetria). (e): Erro de fator de escala (parcela de banda morta). (d): Erro de Quantização.	43
4.22	Retirado IEEE [1997]. AVAR $\sigma(T)$ para um ruído de erro de quantização em função da periodicidade T em um gráfico logarítmico.	45
4.23	Retirado IEEE [1997]. AVAR $\sigma(T)$ para um ruído branco em função da periodicidade T em um gráfico logarítmico.	46
4.24	Retirado IEEE [1997]. AVAR $\sigma(T)$ para um ruído de bias instabilidade em função da periodicidade T em um gráfico logarítmico.	46
4.25	Retirado IEEE [1997]. AVAR $\sigma(T)$ para um ruído de <i>random walk</i> em função da periodicidade T em um gráfico logarítmico.	47
4.26	Retirado IEEE [1997]. AVAR $\sigma(T)$ para um erro de <i>rate ramp</i> em função da periodicidade T em um gráfico logarítmico.	48
4.27	Retirado IEEE [1997]. Representação gráfica da variância de Allan para um sinal composto pelos 5 tipos de ruídos apresentados.	48
4.28	Conjunto de dados do giroscópio G_x em função do tempo. Desvio padrão $\sigma_{G_x} = 19.0896^\circ/\text{hr}$	49
4.29	Variância de Allan para o conjunto de dados do giroscópio G_x	50
4.30	Sobreposição da curva de ruído branco, em verde, e de bias instabilidade, em azul claro, sobre a curva da variância de Allan levantada para o giroscópio G_x	50
4.31	Leitura de Q para $T = 1h$ e de $0,664B$ para a curva horizontal para o giroscópio G_x	51
4.32	Conjunto de dados do giroscópio G_y em função do tempo. Desvio padrão $\sigma_{G_y} = 18.5379^\circ/\text{hr}$	51
4.33	Variância de Allan para o conjunto de dados do giroscópio G_y . As curvas de ruídos e seus respectivos coeficientes de erro também são indicados. . . .	52
4.34	Conjunto de dados do giroscópio G_z em função do tempo. Desvio padrão $\sigma_{G_z} = 18.8306^\circ/\text{hr}$	52
4.35	Variância de Allan para o conjunto de dados do giroscópio G_z . As curvas de ruídos e seus respectivos coeficientes de erro também são indicados. . . .	53

4.36	Conjunto de dados do eixo x do DVL em função do tempo. Desvio padrão $\sigma_{V_X} = 0,362 \text{ mm/s}$	54
4.37	Variância de Allan para o conjunto de dados do eixo x do DVL. As curvas de ruídos e seus respectivos coeficientes de erro também são indicados. . . .	54
4.38	Conjunto de dados do eixo y do DVL em função do tempo. Desvio padrão $\sigma_{G_X} = 1,38 \text{ mm/s}$	55
4.39	Variância de Allan para o conjunto de dados do eixo y do DVL. As curvas de ruídos e seus respectivos coeficientes de erro também são indicados. . . .	55
4.40	Conjunto de dados do eixo z do DVL em função do tempo. Desvio padrão $\sigma_{G_X} = 0,457 \text{ mm/s}$	56
4.41	Variância de Allan para o conjunto de dados do eixo z do DVL. As curvas de ruídos e seus respectivos coeficientes de erro também são indicados. . . .	56
4.42	Ruído branco reproduzido, com $\sigma = 20.41 \text{ deg/hr}$, e sua respectiva curva de Allan. O valor de Q também é recuperado.	62
4.43	Ruído de bias instabilidade reproduzido, com $\sigma = 0.0574 \text{ deg/hr}$, e sua respectiva curva de Allan. A região de derivada nula se mantém em $\omega = 0.0157 \text{ rad/s}$, mas $B = 0.035$, ou seja, $B = 0.377 \text{ deg/hr}$ não é recuperado. . . .	63
4.44	Sobreposição das curvas de Allan referentes ao ruído reproduzido e ao do ensaio.	63
4.45	Ruído branco reproduzido, com $\sigma = 18.01 \text{ deg/hr}$, e sua respectiva curva de Allan. O valor de Q também é recuperado.	64
4.46	Ruído de bias instabilidade reproduzido, com $\sigma = 0.0578^\circ/\text{hr}$, e sua respectiva curva de Allan. A região de derivada nula se mantém em $\omega = 0.0419 \text{ rad/s}$, mas $B = 0.052$, ou seja, $B = 0.316^\circ/\text{hr}$ não é recuperado.	64
4.47	Ruído de <i>random walk</i> reproduzido e sua respectiva curva de Allan. $\mu = -1.2380^\circ/\text{hr}$ e $\sigma = 1.5914^\circ/\text{hr}$. O valor de K também é recuperado. . . .	65
4.48	Ruído reproduzido pela soma dos ruídos branco e de <i>random walk</i> , com $\sigma = 18.0852^\circ/\text{hr}$, e sua respectiva curva de Allan.	65
4.49	Ruído reproduzido pela soma dos ruídos branco e de <i>random walk</i> , com $\sigma = 19.2110^\circ/\text{hr}$, e sua respectiva curva de Allan.	66
4.50	Ruído reproduzido para V_X pela soma dos ruídos branco e de <i>random walk</i> , com $\sigma = 0.3332 \text{ mm/s}$, e sua respectiva curva de Allan.	66
4.51	Ruído reproduzido para V_Y pela soma dos ruídos branco e de <i>random walk</i> , com $\sigma = 1.0479 \text{ mm/s}$, e sua respectiva curva de Allan.	67
4.52	Ruído reproduzido para V_Z pela soma dos ruídos branco e de <i>random walk</i> , com $\sigma = 0.2284 \text{ mm/s}$, e sua respectiva curva de Allan.	67
5.1	AUV Pirajuba durante uma manobra na superfície.	68
5.2	Esquemático do processamento dos dados sensoriais e execução do algoritmo de navegação, em sua versão local.	69
5.3	Manobra 1 com $t \approx 16 \text{ min}$ e distância percorrida $\approx 1\,385 \text{ m}$	70
5.4	Manobra 2 em linha reta com $t \approx 16 \text{ min}$ e distância percorrida $\approx 1 \text{ km}$. . .	70
5.5	Manobra 3 de corte de relva com $t \approx 49 \text{ min}$ e distância percorrida $\approx 3\,543 \text{ m}$	70
5.6	Manobra 4 de corte de relva com $t \approx 2 \text{ h } 22 \text{ min}$ e distância percorrida $\approx 10\,752 \text{ m}$	71
5.7	Esquemático do processamento dos dados sensoriais e execução do algoritmo de navegação, em sua versão geo-referenciada.	71
5.8	Manobra 1 de giro com $t \approx 16 \text{ min}$ com distância percorrida $\approx 1\,385 \text{ m}$, visualizada na ferramenta GOOGLE [2016]. Em amarelo o algoritmo de navegação, em preto o GPS e em vermelho o erro entre ambos. Erros: $\delta r_{abs} = 31 \text{ m}$ e $\delta r_{\%} = 2.2\%$	72

5.9	Manobra 2 em linha reta com $t \approx 39 \text{ min}$ com distância percorrida $\approx 3\,457 \text{ m}$, visualizada na ferramenta GOOGLE [2016]. Em amarelo o algoritmo de navegação, em preto o GPS e em vermelho o erro entre ambos. Erros: $\delta r_{abs} = 50 \text{ m}$ e $\delta r_{\%} = 1.4\%$	72
5.10	Manobra 3 de corte de relva com $t \approx 49 \text{ min}$ e distância percorrida $\approx 3\,543 \text{ m}$, visualizada na ferramenta GOOGLE [2016]. Em amarelo o algoritmo de navegação e em vermelho o erro de posição acumulados. Erros: $\delta r_{abs} = 56 \text{ m}$ e $\delta r_{\%} = 1.6\%$	73
5.11	Manobra 4 de corte de relva com $t \approx 2 \text{ h } 22 \text{ min}$ e distância percorrida $\approx 10\,752 \text{ m}$, visualizada na ferramenta GOOGLE [2016]. Em amarelo o algoritmo de navegação e em vermelho o erro de posição acumulado. Erros: $\delta r_{abs} = 358 \text{ m}$ e $\delta r_{\%} = 3.3\%$	73
5.12	Mil simulações em linha reta com 1800 m de comprimento, velocidade média $v_m = 1 \text{ m/s}$. Erro de posição médio $\mu = 51,71 \text{ m}$ e desvio padrão $\sigma = 17.14 \text{ m}$	74
5.13	Ensaio em linha reta com 1800 m de comprimento e velocidade média de $v_m = 1 \text{ m/s}$ para avaliação do modelo de propagação de erros de navegação.	75
5.14	Mil simulações em corte de relva com 750 m de perna, 8 m de separação entre elas e velocidade média $v_m = 1.05 \text{ m/s}$. Erro de posição médio ao final da manobra $\mu = 73.41 \text{ m}$ e desvio padrão $\sigma = 56.36 \text{ m}$	76
5.15	Trajetória da simulação e identificação de pontos de interesse para a análise.	77
5.16	Evolução do erro médio de posição, ao longo da manobra da figura (5.15). Em vermelho, o desvio-padrão, conforme expressão 4.20	77
5.17	Fluxograma de uma proposta de critério de emersão embarcado.	78

Lista de Tabelas

4.1	Mensagem de erro de posição \$PGRME (<i>Garmin</i> TM).	30
4.2	Aplicação da metodologia da figura 4.3 para avaliação do parâmetro <i>HPE</i> da mensagem de erro.	30
4.3	Ruídos e suas densidades espectrais e equações diferenciais correspondentes.	59
5.1	Comparação entre o erro previsto pelo modelo e o erro observado.	75
5.2	Detalhes da figura (5.16)	77
5.3	Comparação entre o erro previsto pelo modelo e o erro observado.	78

Capítulo 1

Introdução e objetivos

1.1 Contextualização

AUVs, do inglês *Autonomous Underwater Vehicles*, são veículos submarinos autônomos. O seu desenvolvimento começou no início da década de 1970 (PAULL et al. [2014]) e, desde então, o contínuo progresso tecnológico vem possibilitando uma melhoria na autonomia de navegação, ao mesmo tempo em que há uma redução no tamanho e custo do veículo. Por serem autônomos e não tripulados, são capazes de realizar diversas missões onde a comunicação para operação remota é ineficiente, ou mesmo inviável, e onde há risco ou inacessibilidade para um operador embarcado. Estudos oceanográficos, a indústria militar e de óleo & gás possuem diversos exemplos de aplicações de AUVs (BINGHAM et al. [2002], PAULL et al. [2014]), além das recentes buscas pelas caixas pretas dos vôos 447 da Air France e 370 da Malaysia Airlines.

Atualmente, algumas dezenas de AUVs comerciais já estão disponíveis, tais como os AUVs das empresas *Kongsberg* (Noruega), *Bluenfin Robotics* (EUA) e a *Teledyne Gavia* (grupo Teledyne, EUA).

1.2 O projeto AUV Pirajuba

O AUV Pirajuba teve seu início em 2008, no seio do Laboratório de Veículos Não Tripulados da Escola Politécnica da USP. O veículo já é operacional e munido de sensores necessários à sua navegação. Estudos feitos em laboratório são frequentemente testados através de ensaios em piscina, represas e no mar.

Diversos trabalhos já foram realizados e formam um importante estado da arte do projeto. Estudos hidrodinâmicos do veículo podem ser encontrados em CAETANO [2014] e BARROS et al. [2008], a arquitetura de controle está detalhada em FREIRE [2013] e implementações de filtros de Kalman para o sistema de navegação do AUV foram registradas em ZANONI [2012] e VIVANCO [2014]. O veículo é equipado de:

- UMI (Unidade de Medição Inercial) de tipo *strapdown* (eixos solidários ao veículo).
 - Sensor de velocidade DVL (*Doppler Velocity Log*).
 - Tacômetro para o propulsor.
 - GPS (*Global Positioning System*).
 - Profundímetro de pressão.
-

- Magnetômetro.
- AHRS (*Attitude and Heading Reference System*), que possui seu próprio algoritmo de fusão sensorial para estimar a atitude do AUV.

Atualmente, missões para coleta de dados oceanográficos, relacionados à detecção e identificação de plâncton na costa do litoral norte do estado de SP, têm sido realizadas. Manobras pré-programadas no plano horizontal (“corte de relv”) e no plano vertical (“zig-zag” ou “ioiô”) são executadas. O Veículo, em uma de suas configurações, pode ser observado na figura 1.1.

Figura 1.1: AUV Pirajuba em um teste de campo na represa de Guarapiranga, maio de 2014 (foto do autor).

1.3 Guiamento, navegação e controle

O controle de trajetórias do veículo é realizado por meio do trabalho conjunto de alguns módulos com funções específicas.

Figura 1.2: Sistema de Controle de Trajetórias e seus módulos.

Esse conjunto de módulos é mostrado na figura 1.2 e consiste em:

1. Módulo de navegação: sistema que estima continuamente a posição e a atitude (posição angular) do veículo.
2. Planejador de trajetórias: sistema responsável por determinar a trajetória necessária para o cumprimento da missão, levando em consideração a dinâmica e as limitações do veículo. Isso traduz-se em um conjunto de pontos desejados num mapa (*waypoints*).
3. Módulo de guiamento: sistema que computa continuamente a posição e atitude do veículo, vindas do módulo de navegação, e os *waypoints*, vindos do planejador de trajetórias, para gerar as referências de velocidade e atitude transmitidas ao piloto automático.
4. Piloto automático: sistema que transforma as referências fornecidas pelo módulo de guiamento em comandos a serem transmitidos aos atuadores de lemes, profundores e propulsor, de forma a gerar as forças e momentos necessários ao veículo para desempenhar a trajetória especificada pelo planejador de trajetórias.

Para um AUV, um módulo de navegação é de extrema importância, pois produz informações de posição e atitude utilizadas tanto no pós-processamento dos dados quanto na execução de missões com trajetórias mais complexas. Para o pós-processamento, os dados oceanográficos e outras informações coletadas precisam geralmente ser correlacionados com a posição do veículo. Para as missões, o módulo de guiamento é capaz de tomar decisões mais assertivas de acordo com a atividade desejada. Quanto mais exato o módulo de navegação, maior o tempo de autonomia do veículo.

1.4 A evolução do sistema de navegação do AUV Pirajuba

O desenvolvimento de um sistema de navegação para o AUV Pirajuba iniciou-se pela implementação de um filtro estendido de Kalman (EKF) para a estimação da velocidade, posição linear e angular (atitude) do veículo. Esse estudo foi realizado por ZANONI [2012], que levantou as necessidades para a adaptação do filtro e o validou através de simulações, utilizando o modelo desenvolvido por BARROS et al. [2008], testes em bancada e em um automóvel. O trabalho gerou dois EKFs: um para a atitude e um para a velocidade e posição linear. Além disso, o algoritmo foi embarcado em um processador ARM 9, avaliando-se o desempenho em tempo real por meio de um teste em bancada com uma AHRS em repouso, para a versão de estimação de atitude. Para o filtro de velocidade e posição linear, um ensaio com automóvel, GPS e velocímetro foi realizado. Assim, evidenciou-se problemas relacionados à execução em tempo real, como sobrecarga de processamento, erro de deriva e dificuldades de adaptação do código ao processador. Também foram identificados contratempos de instabilidade numérica do filtro, caso os erros dos sensores não sejam descritos com fidelidade.

VIVANCO [2014] deu continuidade ao trabalho embarcando o algoritmo do EKF no AUV Pirajuba, validando-o por meio de testes de campo com o veículo. Também introduziu o uso de quaternions e desenvolveu um filtro unificado para a atitude, velocidade e profundidade do veículo. Além disso, tratou o fato de que os sensores embarcados utilizados trabalham com frequências distintas e múltiplas: 2 Hz para o DVL e 10 Hz para os demais sensores. Também trabalhou a estabilidade numérica do filtro, ao se adotar a forma estabilizada para o mesmo, conforme proposto por KUGA [1982].

1.5 Objetivos deste trabalho

Para a maioria das missões de um AUV, um sistema de navegação com autonomia e que trabalhe em coordenadas geodésicas, isto é, com latitude e longitude, se faz necessário. Por exemplo, para a coleta de dados oceanográficos ou para a realização de buscas, deve-se escanear áreas extensas, o que requer autonomia do sistema. Além disso, é preciso correlacionar esses dados aos mapas dos locais, o que geralmente é feito por meio de coordenadas geodésicas. Os trabalhos anteriores do LVNT enfatizaram o desenvolvimento do algoritmo de fusão sensorial, fiando-se nas características nominais dos sensores fornecidas pelos manuais dos fabricantes, para a construção de modelos simplificados para os algoritmos de Filtro de Kalman. Além disso, adotou-se como gerador das medidas de atitude e rumo um sistema, o AHRS, que funde os sinais de sua unidade inercial de movimento e sua bússola magnética, através de um algoritmo que não é acessível ao usuário.

Este trabalho aprofunda o estudo dos sensores de velocidade angular (giroscópios) e velocidade de translação (DVL), propondo uma integração de seus modelos matemáticos, a partir da caracterização experimental dos mesmos, para a produção de um algoritmo de estimativa da incerteza de localização do AUV num referencial geodésico. Aprofunda-se também a modelagem de erros das informações de posição fornecidas pelo sistema de posicionamento global, GPS, que servem de correção às estimativas de localização do veículo quando este se encontra na superfície. Uma aplicação destes modelos é então proposta para o auxílio da execução de manobras pré-programadas pelo AUV. Partindo desse direcionamento, as principais contribuições deste trabalho podem ser definidas como segue:

1. Caracterização dos erros de giroscópios de uma unidade de medida inercial e derivação de um modelo matemático correspondente;
2. Caracterização dos erros de um sensor de velocidade de translação por efeito doppler (DVL) e proposta do respectivo modelo matemático;
3. Integração dos modelos de erros anteriores num algoritmo de estimativa de erros de localização do AUV;
4. Desenvolvimento de um algoritmo de navegação que integra as informações de atitude, rumo e velocidade linear, produzindo trajetórias num sistema geo-referenciado a ser integrado em mapas geográficos digitais.
5. Discussão sobre um critério de emersão para o veículo a partir de testes e da análise da propagação de erros dos sensores embarcados na estimativa de localização do veículo.

1.6 Organização do texto

Inicialmente, é feita uma introdução sobre o projeto Pirajuba, as necessidades em navegação e os objetivos deste trabalho, seguidos de um capítulo sobre o estado da arte de navegação para AUVs e sobre as características dos sensores envolvidos. Feito isso, o documento é dividido em três capítulos principais:

1. Desenvolvimento das equações de navegação e de propagação de erros
2. Processamento de medidas, modelo de erros para os sensores e propagação dos erros de navegação
3. Algoritmo de navegação e discussão sobre um critério de emersão

No primeiro item, apresentam-se as equações de navegação utilizando o princípio de *dead reckoning*. Os referenciais são definidos e as operações de mudança de base são desenvolvidas até a obtenção de coordenadas geo-referenciadas. Em seguida, as equações de propagação de erros de navegação são elaboradas a partir dos erros dos sensores de velocidade e de velocidade angular. No segundo item, dificuldades práticas encontradas na aplicação das equações de navegação são discutidas e tratadas. Um modelo de erro para os sensores também é proposto, visando a sua utilização nas equações de propagação de erro de posição e de atitude. A seguir, alguns resultados derivados do modelo de erros são utilizados como estudo para um critério de emersão para o AUV em manobras pré-programadas. Dados de campo são coletados e processados, possibilitando a visualização das manobras em mapas geo-referenciados.

Capítulo 2

Estado da arte de sistemas de navegação para AUVs

2.1 Metodologias

O desenvolvimento de um sistema de controle de trajetórias para um AUV é um trabalho que envolve diversos módulos: navegação, guiamento, planejamento de trajetórias e piloto automático, conforme apresentado na figura 1.2. Dado que o módulo de navegação é o primeiro passo para o desenvolvimento dos demais blocos, buscou-se um aprofundamento no estado da arte dos sistemas de navegação utilizados atualmente em nessa aplicação.

Diversas formas de localização já foram desenvolvidas. Com relação às técnicas submarinas atuais, podemos dividi-las em três principais grupos, como observado em PAULL et al. [2014]: geofísica, *transponders* e inercial/*dead reckoning*. O primeiro tipo, geofísico, emprega técnicas que escaneiam o ambiente externo em busca de referências para a navegação e pode ser subdividido de acordo com o tipo do sensor utilizado – ótico, acústico ou magnético. O segundo tipo, *transponders*, usa diferentes tipos de bases de referência (bóias, barcos, etc.) de posição conhecida para se orientar. Por fim, o tipo inercial/*dead reckoning* busca atualizar constantemente a posição atual com base na posição anterior do veículo, integrando-se no tempo a aceleração linear ou a velocidade e usando a velocidade angular do veículo, também integrada no tempo, para calcular a sua atitude. Também é possível combinar diversas técnicas de localização para se obter um sistema com melhor performance. Destaca-se a técnica de fusão sensorial, onde as medições de diferentes sensores são associadas para se melhorar a estimativa do estado do veículo. Um dos métodos de fusão sensorial mais utilizados é o filtro de Kalman e suas variações.

A navegação inercial *strapdown* apresenta ganhos em termos de custo e tamanho, mas possui maior complexidade computacional. Novas descobertas, como a tecnologia MEMS (*MicroElectroMechanical Systems*), têm barateado cada vez mais suas aplicações, ao mesmo tempo que o contínuo ganho de poder de processamento tem possibilitado uma melhora progressiva na exatidão da localização.

O grande esforço em navegação por *dead reckoning* é reduzir o erro de deriva da posição do veículo. A deriva é resultado do acúmulo de erros ao longo do tempo provenientes da integração dos sinais dos giroscópios e do DVL (ou acelerômetros, apesar de pouco usados nesse sentido). Por isso, é comum combinar no algoritmo de estimação informações de outros sensores que não derivem com o tempo. Medidores de posição absoluta, como GPS, e orientação, como bússolas e acelerômetros para avaliação da aceleração da gravidade, são exemplos clássicos. Através da fusão sensorial, é possível obter uma precisão superior àquela obtida com os sensores isolados.

Infelizmente, a navegação submarina carece do auxílio em tempo real do GPS, pois não é possível fazer a aquisição de seu sinal quando o veículo está submerso. Por esse

motivo, é indispensável um tratamento rigoroso de todas as fontes de erros do processo.

Sobre os sistemas de navegação de AUVs comerciais, vale destacar ANONSEN et al. [2013], que descreve o sistema do AUV HUGIN, da empresa norueguesa *Kongsberg*. No caso, utiliza-se uma UMI para se obter as estimativas de velocidade, atitude, profundidade e posição horizontal do veículo. Um filtro de Kalman estima o vetor de estado de erros, com o auxílio de um DVL, uma bússola magnética, um sensor de profundidade de pressão e um GPS. Módulos podem adicionar informações de DGPS (*Differential GPS*), USBL (*Ultra Short Base Line*) e UTP (*Underwater Transponder Positioning*). Além disso, para missões com dados sobre o leito marinho, um sensor batimétrico é capaz de correlacionar ambas as informações para auxiliar na localização do veículo. Essa última técnica já é aplicada comercialmente, em especial para missões com alta repetibilidade, como inspeção de dutos. Em PANISH and TAYLOR [2011], são descritos os sistemas de navegação empregados em AUVs da empresa norte-americana *Bluenfin Robotics*. Para missões em águas rasas, utiliza-se uma bússola magnética como sensor de auxílio, já que sua imprecisão pode ser corrigida mais facilmente emergindo-se o veículo para captura do sinal GPS. Para missões em águas profundas, em que se necessita longos períodos de autonomia, UMIs de alto desempenho, de tecnologia FOG (*Fiber Optic Gyros*) e RLG (*Ring Laser Gyro*), são empregadas e evita-se o uso de sensores magnéticos. O mesmo é válido para regiões polares, independente da profundidade. O artigo também cita a exatidão alcançada pelo sistema, a deriva em função da distância percorrida, que chega a 0,1%. A calibração do desalinhamento entre os sensores DVL e UMI através de manobras em linha reta com sinal GPS é igualmente citada. Em HILLER et al. [2012], descreve-se o sistema de navegação do AUV Gavia, da empresa norte americana *Teledyne*. O sistema é muito semelhante ao dos AUVs da empresa *Bluefin Robotics*. Destaca-se a alta modularidade do veículo, a exatidão de 0,05 % e a técnica do iUSBL (*inverted USBL*), em que o sistema está montado no próprio AUV ao invés do navio de suporte.

Como fonte de informação, a tese de doutorado de SANTANA [2011] é uma excelente introdução ao assunto, pois aborda em português as equações cinemáticas de mudança de referencial, a modelagem de erros dos sensores e como aplicar o filtro de Kalman ao problema de localização. Na mesma linha, FOSSEN [2011] e FARRELL [2008] trazem mais detalhadamente os tópicos necessários ao desenvolvimento de um módulo de localização, com uma generalização que permite a adaptação às necessidades do veículo. Também destaca-se GROVES [2008] para o entendimento do estado da arte, com um especial destaque para a integração com o GNSS. Caso o leitor já tenha um entendimento das equações cinemáticas, da modelagem de erro de sensores e calibração, aconselha-se como material de consulta conciso ROGERS [2003].

Especificamente sobre sistemas de localização *strapdown*, destaca-se TITTERTON and WESTON [2004], que descreve detalhadamente a tecnologia dos sensores inerciais existentes. BRITTING [1971] realiza uma expansão analítica do erro de deriva dos sensores inerciais levando em conta a integração dos acelerômetros para se obter a posição. SIMON [2006] traz a teoria e a matemática para o entendimento das técnicas de estimação e fusão sensorial, com diversas variações do filtro de Kalman. GREWAL and ANDREWS [2008] traz em exemplos de código *matlab*, inclusive de sistemas de navegação inerciais, que podem ser usados como base para o desenvolvimento do próprio filtro de Kalman do veículo. HOFMANN-WELLENHOF et al. [2001] descrevem de forma clara o funcionamento do sistema GPS, bem como fontes de erro e parâmetros de qualidade.

Em JALVING et al. [2004], é feita uma discussão sobre como corrigir o erro de deriva da integração do DVL. Ele propõe a realização de manobras em corte de relva, que cancelam a integração do *bias* do sensor, e também sugere comparar a aceleração centrípeta obtida pelo DVL com aquela fornecida pelos acelerômetros da UMI, de forma a identificar possíveis erros nas medições do DVL.

No documento IEEE [1998], é feita uma descrição detalhada das fontes de erro de um acelerômetro monoaxial, bem como os procedimentos para sua calibração e testes de qualidade. O mesmo pode ser encontrado para giroscópios de tecnologia vibratória, como MEMs, no documento IEEE [2004]. Para giroscópios monoaxiais de tecnologia FOG, o mesmo é feito em IEEE [2006].

Em BONNET et al. [2009], uma calibração unificada é feita para acelerômetros e magnetômetros, capaz de identificar erros de *offsets* e de desalinhamento interno entre eixos e de fixação com relação ao veículo. Os sensores são rotacionados em uma sequência específica e os dados obtidos são comparados com previsões. O problema é reduzido a uma comparação de um elipsóide a uma esfera, caso ideal.

No estudo da caracterização e dimensionamento do ruído dos sensores, CARVALHO [2011], EL-SHEIMY et al. [2008] e SHIN [2001] aplicam a metodologia da variância de Allan a giroscópios e acelerômetros MEMS. SAMRAT et al. [2009] o fazem para giroscópios de tecnologia FOG. RAMESH et al. [2016] aplicam metodologia para DVL. HAN et al. [2009] estruturam a propagação dos ruídos no tempo pela deriva das funções de densidade espectral de cada ruído.

2.2 Sensores utilizados na navegação por *dead-reckoning*

Para a compreensão do algoritmo de navegação, é importante conhecer os sensores utilizados. Todos eles estão presentes no AUV Pirajuba.

1. GPS: estima a posição geo-referenciada do veículo, uma vez na superfície.
2. Profundímetro: mede a profundidade do veículo.
3. DVL (*Doppler Velocity Logger*): mede a velocidade linear do veículo.
4. UMI (Unidade de Medição Inercial): mede a aceleração e as velocidades angulares do veículo.
5. AHRS (*Attitude and Heading Reference System*): estima a atitude do veículo.

Assim, será apresentada a tecnologia e o princípio de funcionamento de cada um, para a compreensão de sua utilização no algoritmo e para o tratamento das principais fontes de erros.

2.2.1 GPS

Os satélites transmitem ao receptor, cuja posição ϱ_r será estimada, diversas informações. Entre elas está a sua localização ϱ^s e o instante em que o sinal parte em direção à Terra. Assim, se o receptor possuir um relógio embarcado que esteja sincronizado com o do emissor, é possível calcular o vetor posição ϱ que liga ambos, pois se sabe o intervalo de tempo que o sinal levou até chegar ao receptor e que ele viaja com velocidade c igual à da luz.

$$\varrho = \|\vec{\varrho}^s - \vec{\varrho}_r\| = c \cdot \Delta t = c \cdot (t_{recepcao} - t_{emissao})$$

Esquemáticamente, tem-se:

Figura 2.1: Esquema de localização por satélite. Adaptado de HOFMANN-WELLENHOF et al. [2001].

Os relógios dos receptores GPS, diferente daqueles dos satélites com alta precisão, são de qualidade inferior em função do custo. Assim, parte-se de uma estimativa da posição, chamada de *pseudorange* R , que deve ser corrigida de $\Delta\varrho$, função do erro do relógio δ do receptor:

$$R = \varrho + \Delta\varrho = \varrho + c\delta,$$

Portanto, o problema de posicionamento depende de 4 incógnitas: as três coordenadas espaciais e o erro δ de tempo do receptor. Logo, são necessários pelo menos 4 satélites observáveis disponíveis a todo instante. Conclui-se que a acurácia de posicionamento é afetado essencialmente pelos seguintes fatores (HOFMANN-WELLENHOF et al. [2001]):

- Acurácia da posição de cada satélite.
- Acurácia do *pseudorange*.
- Geometria do problema.

Os satélites transmitem seus sinais através de ondas eletromagnéticas que compõem duas principais portadoras, L1 e L2, de frequências 1 575.42 MHz e 1 227.60 MHz, respectivamente, que são múltiplos inteiros da frequência fundamental f_0 de 10,23 MHz do oscilador embarcado. Existem várias mensagens transmitidas por essas portadoras. Os principais são o código C/A (*Coarse/Aquisition*), que é de acesso livre, e o P (*Precision*) para o uso militar e que são mais precisos. Existe também a mensagem de navegação D e o código W, que serve para a encriptação do código P, gerando o código Y, que não pode ser usado pelo público civil. A mensagem de navegação D, traz de informações sobre o *status* do satélite, seu relógio, órbita e vários dados de correção.

Dado que o AUV é submersível, a antena para captação dos sinais GPS precisa ser marinizada, ou seja, estanque e dimensionada para suportar as pressões de profundidade envolvidas na missão. No mercado, o número de antenas submersíveis é reduzido, o que limita o uso de funcionalidades dos receptores GPS. Existem diversas opções para se obter maior precisão na estimativa de posição por satélites, como o DGPS (*Differential GPS*), RTK (*Real Time Kinematics*), entre outros. Entretanto, elas dependem de antenas específicas e que não possuem versão marinizada. Por isso, o AUV Pirajuba utiliza atualmente um GPS que trabalha apenas com a portadora L1 (1 575,42 MHz).

2.2.2 Profundímetro

O profundímetro utilizado é um sensor analógico que produz uma corrente de saída em função da variação de pressão, que por sua vez é função da profundidade. Essa corrente passa por um resistor, que a transforma em tensão e que é lida e convertida em um sinal digital por um conversor A/D (Analógico/Digital). Assim, tem-se uma estimativa de profundidade com precisão determinada pelo fundo de escala do sensor (configurável) e pela discretização do conversor.

2.2.3 DVL - *Doppler Velocity Log*

O sensor DVL estima a velocidade do veículo e da correnteza de camadas aquáticas por meio do efeito Doppler. Ondas acústicas com frequência de 600 *kHz* são emitidas e refletidas pelas partículas em suspensão na água ou pelo leito oceânico, retornando com uma frequência defasada que é função da velocidade relativa entre o veículo e o objeto reflexivo. Para o caso em que o AUV se desloca com velocidade de avanço U paralela ao solo e as ondas, de comprimento λ , são emitidas com um ângulo α , a mudança de frequência Δf é dada por:

$$\Delta f = \frac{2.U}{\lambda} . \cos \alpha$$

Figura 2.2: Geometria simplificada de um caso de utilização do sensor DVL.

Existem diversos fatores a serem considerados na operação e instalação do sensor. O manual do usuário para o DVL da empresa *Teledyne* (TELEDYNE) fornece diversos detalhes nesse sentido. Destaca-se a preservação dos transdutores que emitem as ondas sonoras, a minimização da presença de bolhas de ar próximas ao sensor e a fixação dos eixos do DVL alinhados aos do veículo. Recomenda-se também evitar ângulos de *tilt* (*roll* e *pitch*) acentuados. O fabricante não especifica um valor máximo, mas seus inclinômetros embarcados possuem uma faixa de operação de $\pm 20 \text{ deg}$, valor esse adotado como máximo para operação.

O sensor utilizado no AUV Pirajuba trabalha a uma frequência máxima de aquisição de 10 *Hz* e possui exatidão de $1\% \pm 1 \text{ mm/s}$.

2.2.4 UMI e AHRS

Ambos a UMI e a AHRS são munidos de acelerômetros e giroscópios. A diferença é que a primeira fornece os dados puros dos sensores, enquanto que a segunda tem seu próprio algoritmo de fusão sensorial para fornecer a estimativa de atitude e rumo do veículo. A AHRS também pode utilizar outros sensores para auxílio nessa tarefa, como bússola magnética e GPS. No caso do AUV Pirajuba, a UMI possui acelerômetros de tecnologia MEMS (*MicroElectroMechanical SystemS*) e giroscópios de tecnologia FOG (*Fiber Optic Gyroscope*), enquanto que a AHRS possui acelerômetros e giroscópios de tecnologia

MEMS e magnetômetro triaxial. A seguir, será abordado o princípio de funcionamento dos acelerômetros, giroscópios e magnetômetros, além das principais fontes de erros para a UMI e AHRS.

2.2.4.1 Giroscópio de tecnologia FOG

Giroscópios têm o objetivo de medir a velocidade angular do veículo. A tecnologia FOG utiliza um feixe laser que é dividido em dois, de forma a viajarem em sentidos opostos através de uma bobina de fibra ótica. Ao final do percurso, os dois feixes são recombinados para criar um padrão de interferência, cuja intensidade é observada através de um detector óptico. Como o comprimento do percurso dos feixes é idêntico quando o giroscópio estiver em repouso, não haverá diferença de fase da luz entre ambos, o que cria uma amplitude máxima de interferência para esse caso. No entanto, quando o sensor é rotacionado em torno de um eixo perpendicular à bobina, pelo efeito de Sagnac, o padrão de interferência é alterado, variando a intensidade detectada pelo receptor óptico. Esse novo padrão de interferência é então traduzido em velocidade angular (TITTERTON and WESTON [2004]). A figura 2.3 ilustra esquematicamente o funcionamento.

Figura 2.3: Esquema de um Giroscópio do tipo FOG. Retirado de TITTERTON and WESTON [2004]

Giroscópios do tipo FOG possuem um bom desempenho, com precisão em torno de 0.01 deg/h ou melhores (TITTERTON and WESTON [2004]). É importante dizer que, tanto para giroscópios quanto para acelerômetros, o fabricante não especifica um desvio padrão para o sensor, pois o erro de medição é uma composição de erros de origens diversas.

Assim, as especificações definem cada uma dessas fontes ao invés de uma análise estatística do sinal. A nível de comparação, um parâmetro que pode ser usado como estimativa do desvio padrão é o passeio angular aleatório (*Angular Random Walk*). O giroscópio da UMI do AUV Pirajuba possui um passeio angular aleatório de $0.0667 \text{ deg}/\sqrt{h} @1\sigma$. Segundo GOODALL et al. [2013], giroscópios do tipo FOG possuem passeio angular aleatório de aproximadamente $0.1 \text{ deg}/\sqrt{h}$.

2.2.4.2 Tecnologia MEMS - giroscópios e acelerômetros

É uma tecnologia fruto de avanços na técnica de manipulação do silício, que possibilitou criar acelerômetros e giroscópios com custo e tamanho muito mais reduzido do que aqueles baseados em tecnologias anteriores. Segundo TITTERTON and WESTON [2004], podemos citar como benefícios associados à tecnologia MEMS (sigla para *MicroElectro-Mechanical System* ou sistemas Microeletromecânicos em tradução livre):

- Tamanho reduzido.
- Baixo peso.
- Robustez.
- Baixo consumo energético.
- Rápida inicialização.
- Baixo custo de fabricação (em grande escala).

Em contrapartida, houve um aumento dos ruídos. Além disso, são sensores relativamente vulneráveis à variação de temperatura, visto que a oscilação do módulo de Young do silício em função da temperatura é de aproximadamente $100 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$ (TITTERTON and WESTON [2004]).

• Giroscópios MEMS:

Os giroscópios de tecnologia MEMS são baseados na detecção da força que age sobre uma massa em movimento vibratório linear quando ela é submetida a uma rotação em torno de um eixo perpendicular ao eixo do movimento linear. A força resultante, força de *Coriolis*, atua numa direção perpendicular ao eixo de vibração e ao eixo em torno do qual a rotação é aplicada, vide figura 2.4.

Figura 2.4: Força de *Coriolis*.

O pêndulo vibratório em seu interior é feito com tecnologia MEMS, que utiliza o efeito piezoelétrico para criar estruturas mecânicas vibratórias de tamanho muito reduzido. A exatidão de um giroscópio do tipo MEMS é de aproximadamente 0.1 deg/s

(TITTERTON and WESTON [2004]). Segundo GOODALL et al. [2013], o passeio angular aleatório desse tipo de sensor é de aproximadamente $0.3 \text{ deg}/\sqrt{h}$. Os giroscópios da AHRS do AUV Pirajuba possuem densidade de ruído de $0.05 \text{ deg}/(s.\sqrt{Hz})$. Para convertê-la em passeio angular aleatório ($\text{deg}/\sqrt{h}$), utiliza-se a seguinte expressão (STOCKWELL):

$$ARW \left[\frac{^\circ}{\sqrt{h}} \right] = \frac{1}{60} FFT \left[\frac{^\circ}{h} \sqrt{Hz} \right] \quad (2.1)$$

Da expressão 2.1: $0.05 \text{ deg}/(s.\sqrt{Hz})$ equivale a $0.05 \text{ deg}/\sqrt{h}$.

• Acelerômetros MEMS:

Acelerômetros MEMS podem medir a aceleração de duas formas diferentes:

1. Através do deslocamento de uma massa de prova.
2. Através da mudança de frequência de uma massa em vibração.

Ambos os fenômenos são resultados da carga mecânica que ocorre quando o elemento é sujeito a uma aceleração. Os dois também têm tamanho reduzido, graças à tecnologia MEMS, e a exatidão de ambos varia de 1 mg a $1 \mu\text{g}$ (TITTERTON and WESTON [2004]).

O AUV Pirajuba dispõe de duas unidades de medição triaxiais equipadas com acelerômetros MEMS. Para a UMI, a densidade de ruído de seus acelerômetros é de $55 \mu\text{g}/\sqrt{Hz}$ @ 1σ . Para a AHRS, a densidade de ruído é de $0.25 \text{ mg}/\sqrt{Hz}$.

2.2.4.3 Magnetômetros

Magnetômetros são capazes de medir o campo magnético que passa por seu eixo de medição. No caso da AHRS do AUV Pirajuba, não é especificado a tecnologia do magnetômetro utilizado, apenas que ele é triaxial. Apesar disso, é possível citar diversos fatores que podem influenciar o campo magnético terrestre local.

Primeiramente, é importante ter em mente que o ângulo entre o norte geográfico e o norte magnético varia em função da posição do observador. A direção do campo magnético terrestre, em qualquer ponto do globo, forma um ângulo γ com o norte geográfico e um ângulo δ com a horizontal, vide figura 2.5.

Figura 2.5: Diferença entre norte geográfico e norte magnético (GROVES [2008]).

Esses ângulos são denominados, respectivamente, de “ângulo de declinação magnética” e de “ângulo de inclinação magnética”. Sabendo-se disso, é possível estimar o rumo do veículo pela decomposição do vetor de campo magnético terrestre ao longo de seus três eixos, já que sua orientação é conhecida *a priori* através dos ângulos γ e δ .

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = C_n^b \cdot \begin{bmatrix} H_0 \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\gamma) \\ H_0 \cdot \cos(\delta) \cdot \sin(\gamma) \\ H_0 \cdot \sin(\delta) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

onde H_x , H_y e H_z são os valores medidos pelos magnetômetros em cada um dos eixos da AHRS, C_n^b a matriz de rotação da base b do corpo para a base n de navegação (definida mais adiante na expressão 3.9) e H_0 o valor do campo magnético terrestre no local. Especificamente para o termo C_n^b , geralmente utiliza-se informações dos acelerômetros para se estimar o ângulo de *tilt* da AHRS e assim melhorar a estimativa do rumo do veículo.

A expressão 2.2 necessita de alguns conceitos abordados mais adiante no item 3.3 deste documento. Mesmo assim, é possível observar que ela não leva em conta perturbações magnética, que inevitavelmente podem ocorrer. Esse evento é comum, pois a intensidade do campo terrestre é pequena (entre 25 e 65 μT), o que torna qualquer perturbação magnética importante, prejudicando a estimativa do norte magnético. A presença de materiais ferromagnéticos, cabos com corrente elétrica, ou a própria irregularidade do campo magnético terrestre em função da movimentação do magma e de outros fatores, são exemplos de fontes de erros.

2.2.4.4 Fusão sensorial da AHRS

A AHRS possui seu próprio algoritmo de fusão sensorial, de propriedade do fabricante e cujo desempenho determina a performance do estimador. Por isso, seu princípio de funcionamento não é divulgado, o que faz da AHRS um estimador capaz tanto de fornecer bons resultados diante da qualidade dos acelerômetros, giroscópios e magnetômetros empregados, quanto de apresentar comportamentos imprevisíveis, já que não se sabe exatamente qual o tipo de tratamento matemático realizado sobre as medições de cada sensor. Portanto, para se desenvolver uma fusão sensorial confiável, é importante investigar e integrar sinais brutos de giroscópios, acelerômetros e bússola, evitando a dependência de algoritmos inacessíveis.

Capítulo 3

Equações de navegação e de propagação de erros

A seguir, serão apresentadas as equações de navegação e de propagação de erros, nessa ordem. Primeiro, será justificada a escolha do método de *dead-reckoning* para estimativa da posição do veículo, bem como o seu funcionamento. Em seguida, serão definidos os diversos referenciais envolvidos no problema e as operações associadas para as mudanças de base. Por último, desenvolve-se as expressões que calculam o erro acumulado de posição e de atitude a partir dos erros de medição de velocidade pelo DVL e de velocidade angular pelos giroscópios.

3.1 Dead-reckoning

Conforme se levantou da literatura no item 2 deste trabalho, o módulo de navegação pode ser baseado em métodos geofísicos, através do uso de *transponders* e pelo método baseado na integração de sensores embarcados, ou *dead-reckoning*. Da primeira opção, método geofísico, dispõe-se apenas de sensor magnético de rumo para detectar o campo local. Do segundo método, por *transponders*, não se emprega atualmente nenhuma forma de comunicação durante a missão entre a embarcação e o veículo. Assim, optou-se pela implementação de um módulo de navegação por *dead reckoning*. Além disso, trata-se de um método já praticado no Laboratório de Veículos Não Tripulados, no qual se dispõe dos sensores necessários para sua implementação imediata. O método também é bem referenciado na literatura e em trabalhos anteriormente desenvolvidos, conforme descrito no item 2. O algoritmo adota o esquema da figura (3.1):

Figura 3.1: Esquema do módulo de localização por *dead reckoning* para o AUV Pirajuba.

Pela integração da velocidade v^n obtém-se a posição do veículo no plano horizontal, que podem ser convertidas em coordenadas geodésicas graças à posição inicial registrada pelo GPS, quando o veículo ainda encontra-se na superfície. A operação de mudança

de base pela matriz de rotação $\mathbf{R}$ é necessária pois o sensor de velocidades DVL tem seus eixos solidários ao veículo. Assim, deve ser rotacionado para o referencial local de navegação n antes de ser integrado. A atitude do veículo é obtida pela integração das velocidades angulares registradas pelos girômetros da UMI. Os detalhes dessas operações e os referenciais adotados são descritos a seguir.

3.2 Referenciais de navegação

Os sensores embarcados possuem seus próprios eixos de referência e, por isso, devem ser transladados para uma base comum, aqui sendo a base b (*body*) do veículo. Em seguida, por ser uma base giratória e que se desloca no espaço, é preciso converter a posição para uma base n (*navigation*) fixa local, aqui sendo o sistema NED (*North East Down*). Por último, para a utilização de mapas de referência, converte-se para uma base absoluta e (*Earth*), aqui sendo o sistema geodésico. A seguir, cada um desses referenciais é descrito em detalhes.

3.2.1 Referencial móvel b : base do veículo

Com origem no centro de massa do veículo, a orientação de seus eixos segue o esquema da figura (3.2).

Figura 3.2: Base b do veículo, com origem no centro de massa do mesmo.

O centro de massa do veículo foi previamente estimado por trabalhos do laboratório.

Cada um dos sensores embarcados no AUV Pirajuba possui seu próprio sistema de referência, definido por seus eixos. Por isso, antes de utilizar as medições de cada um, seria necessário o seu transporte para o centro de massa do veículo. Para garantir o melhor alinhamento possível, e assim se evitar o uso de uma matriz de rotação de desalinhamento entre os referenciais, os sensores são posicionados no AUV através de suportes que procuram garantir repetibilidade na fixação e o alinhamento entre eixos. Dessa forma, simplifica-se a operação de mudança de base ao se assumir desprezível o desalinhamento entre os referenciais dos sensores e o do veículo, normalmente referenciando na literatura como sendo o referencial b (*body*). O transporte das medições, portanto, é feito pela soma do vetor distância entre o centro de medição e o centro de massa do veículo.

Para os girômetros, uma vez assumida a hipótese de alinhamento entre a base do sensor e a do veículo, não é necessário realizar mudança de base.

Para o DVL, o transporte da velocidade medida para o CM do veículo é dado por:

$$\mathbf{v}_{CM} = \mathbf{v}_{DVL} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (3.1)$$

Onde $\boldsymbol{\omega}$ é o vetor de velocidade angular do veículo e $\mathbf{r}$ o vetor distância entre a origem do sistema referencial do sensor e o centro de massa do veículo. Os detalhes dos eixos do sensor podem ser vistos na figura 3.3.

Figura 3.3: Esquema dos eixos do sensor DVL.

Para o vetor distância, temos: $r = [-0.445 \ 0 \ -0.120]$. Aplicando a equação (3.1) para uma manobra de aproximadamente meia hora, comparando-se os resultados antes e após a operação da equação 3.1, temos:

Figura 3.4: Comparação entre as trajetória do veículo antes e após a correção de referencial. À direita, detalhe da posição final do veículo.

Observa-se o transporte da velocidade para o CM do veículo. Apesar disso, por ser um ganho pequeno de precisão em relação à distância total percorrida, por ser uma operação que aumenta o custo computacional e por introduzir a leitura de um segundo sensor, a UMI, e que abre a possibilidade de novas fontes de erro, optou-se por negligenciar essa operação.

Para o GPS e o profundímetro, o valor de suas medições correspondem à ponta da antena para o GPS, posicionada no topo do veículo, e ao orifício em contato com a água para o profundímetro, vide figuras 3.5 e 3.6.

Centro de Medição do GPS

Figura 3.5: Centro de Medição do GPS.

Figura 3.6: Centro de Medição do Profundímetro.

Assim como o DVL, pelo fato da operação introduzir um custo computacional e do ganho de precisão ser de pouca importância frente às distâncias praticadas, optou-se por negligenciar essa mudança de base e assumir que ambos os sensores já fornecem medidas na base b do veículo.

Assim, considerou-se que a transformação entre os centros pode ser, eventualmente, negligenciada para manobras de curta duração, ou seja, que as leituras de todos os sensores embarcados são considerados já expressas na base b do veículo, conforme figura 3.2.

3.2.2 Referencial local n : NED - *North, East, Down*

O sistema referencial local é normalmente denotado por n (*navigation*). Sua origem pode ser colocada em qualquer ponto da superfície terrestre. Seu eixo Z (*Down*) aponta para “baixo”, em direção ao centro da Terra, sendo perpendicular ao plano tangente à superfície na origem do sistema. Seu eixo X (*North*) aponta para o norte geográfico e o eixo Y (*East*) é definido pela regra da mão direita, apontando para o Leste. O plano XY é também o plano tangente ao elipsóide de referência no ponto que define a origem do sistema, caracterizando-o como um sistema referencial do tipo LTP (*Local Tangent Plane*), que representa a Terra como uma superfície plana em torno da origem. Importante dizer que essa representação só serve para manobras de pequenas distâncias (muito inferiores ao raio terrestre de 6 400 km). No caso deste documento, a origem será o ponto inicial da manobra do AUV Pirajuba e o eixo Z é definido pela direção do vetor gravidade local, o que não é estritamente verdade devido à força centrífuga de rotação da Terra, à sua distribuição de massa não uniforme e ao formato elipsóide da Terra, mas é uma simplificação adotada para a “maioria das aplicações de navegação” (GROVES [2008]). A simplificação de Terra plana também pode ser feita sem grandes impactos, pois as distâncias percorridas nas missões são, até o presente momento, muito inferiores ao raio terrestre.

Figura 3.7: Sistema referencial local n (NED) e seus eixos. Retirado de GROVES [2008]

3.2.3 Referencial absoluto e : ECEF - *Earth Centered Earth Fixed*

Neste documento, será adotada a representação e (*Earth*) para o referencial absoluto. O sistema ECEF possui sua origem no centro da Terra e é fixo com relação à mesma. Neste documento, o seu eixo Z apontará para o norte geográfico, o eixo X fará intersecção com o Equador e o meridiano de *Greenwich* e o eixo Y fica definido pela regra de *Fleming*. Apesar de ser possível exprimir as coordenadas de um ponto P na superfície terrestre pelas coordenadas cartesianas $\{x_e \ y_e \ z_e\}$, a representação no referencial e será feita utilizando-se coordenadas geodésicas de latitude (L) e longitude (λ). Normalmente emprega-se também a elevação h em relação ao nível do mar, denominada altitude, mas que aqui será substituída pela profundidade d (*depth*) do veículo submarino. Para o cálculo de L e λ , uma vez que o planeta Terra não é uma esfera perfeita, é necessário assumir-se um modelo de elipsoide para a representação. Neste documento, utilizar-se-á o modelo *WGS84* (WGS84; NIMA, 1997), adotado pelo sistema de posicionamento global GPS.

A figura (3.8) mostra a relação entre os referenciais b , n e e .

Figura 3.8: Relação entre os referenciais b (*body*), n (*navigation*) e e (*Earth*). Desenho adaptado de SANTANA [2011].

3.2.4 Simplificações para os referenciais não inerciais terrestres n e e

As simplificações a seguir são úteis no caso de um sistema de navegação do tipo *strapdown*, que leva em conta as medições dos acelerômetros, conforme é desenvolvido em TITTERTON and WESTON [2004]. Neste trabalho, combina-se apenas a atitude com velocidades obtidas diretamente pelo DVL e por isso as equações de navegação não levam em conta tais simplificações. No entanto, a sessão 4.1.3 sobre filtragem do DVL utilizará as considerações a seguir.

A Terra é um referencial não inercial, pois é dotada de rotação $\Omega \approx \frac{2\pi \text{ rad}}{24 \text{ hora}}$. Assim, os referenciais n e e apresentados, por serem fixos em relação à Terra, também são girantes

e não inerciais. Isso exige a correção das forças que surgem em função do movimento terrestre.

A velocidade do veículo $\mathbf{v}^i$ em um referencial inercial pode ser expressa, conforme teorema de *Coriolis*, em função de sua velocidade $\mathbf{v}^e$ em um referencial não inercial e e da velocidade de rotação da Terra Ω em relação ao referencial inercial.

$$\mathbf{v}^i = \mathbf{v}^e + \Omega \times \mathbf{r} \quad (3.2)$$

onde $\mathbf{r}$ é a distância entre o centro terrestre e a posição do veículo.

Seguindo a definição de aceleração de força específica, grandeza medida pelos acelerômetros do veículo, tem-se:

$$\mathbf{f} = \mathbf{a}^i - \mathbf{g} \quad (3.3)$$

onde $\mathbf{g}$ é a aceleração de atração gravitacional e $\mathbf{a}^i$ a aceleração do veículo em um referencial inercial.

Derivando-se a expressão 3.2 no tempo, utilizando a expressão 3.3 e considerando $\frac{d}{dt}\Omega = 0$, obtém-se a expressão:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^i &= \frac{d}{dt}\mathbf{v}^i = \frac{d}{dt}\mathbf{v}^e + \frac{d}{dt}[\Omega \times \mathbf{r}] \\ \mathbf{a}^i &= \mathbf{f} - \Omega \times \mathbf{v}^e - \Omega \times [\Omega \times \mathbf{r}] + \mathbf{g} \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde $\Omega \times \mathbf{v}^e$ é a aceleração de *Coriolis* devida ao deslocamento do veículo em um referencial girante e $\Omega \times [\Omega \times \mathbf{r}]$ a aceleração centrípeta devida à rotação da Terra e que infelizmente é indistinguível da aceleração de atração da gravidade $\mathbf{g}$. A soma de ambos os termos define a gravidade local $\mathbf{g}_l$, conforme expressão 3.5 e figura 3.9.

$$\mathbf{g}_l = \mathbf{g} - \Omega \times [\Omega \times \mathbf{r}] \quad (3.5)$$

A aceleração $\mathbf{a}^e$ do veículo com relação ao referencial não inercial e também pode ser obtida pelo teorema de *Coriolis*.

$$\mathbf{a}^e = \mathbf{a}^i - \Omega \times \mathbf{v}^e \quad (3.6)$$

Utilizando 3.6 e 3.5 em 3.4, obtém-se a aceleração $\mathbf{a}^e$ do veículo no referencial não inercial e .

$$\mathbf{a}^e = \mathbf{f} - 2\Omega \times \mathbf{v}^e + \mathbf{g}_l \quad (3.7)$$

Figura 3.9: Gravidade local. Adaptado de TITTERTON and WESTON [2004].

O cálculo da posição $\mathbf{P}_{nb}$ do veículo com relação ao referencial não inercial n pode ser calculada, como será detalhado mais adiante no item 3.3.1, integrando-se no tempo a velocidade $\mathbf{v}_{nb}$ do veículo com relação ao referencial n . Conforme se mostrou no item 2.2.3, a velocidade estimada pelo DVL representa $\mathbf{v}_{nb}$, pois utiliza como parâmetro o leito oceânico. Assim, para o algoritmo de navegação, o fato da Terra ser um referencial não inercial não exige nenhum tratamento de $\mathbf{v}_{bn}$. Entretanto, para os acelerômetros, vide expressão 3.7, $\mathbf{a}^e$ depende não apenas das medições $\mathbf{f}$, mas também dos termos de aceleração de *Coriolis* e da gravidade local $\mathbf{g}_l$, que considera a aceleração centrípeta.

Os acelerômetros são utilizados atualmente apenas pela AHRS, na estimativa da atitude do veículo. Conforme se mostrou no item 2.2.4.4, trata-se de uma unidade de fusão sensorial. Ela recebe a posição geodésica do veículo e calcula automaticamente a correção para $\mathbf{g}_l$ necessária, sendo transparente ao usuário. Com relação à força de *Coriolis*, o fabricante não cita nenhum tratamento. Atualmente, este trabalho a despreza por ser muito pequena. Numericamente, para uma velocidade de avanço de $u \approx 1,5 \text{ m/s}$, da expressão 3.7, obtém-se:

$$-2\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v}^e \approx -2 \cdot [0 \quad 0 \quad \frac{2\pi}{24} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}]^T \times [1,5 \quad 0 \quad 0]^T \approx [0 \quad -2,2 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}^2 \quad 0]^T$$

Da mesma forma, a contribuição da rotação da Terra será desprezada nas estimativas de velocidade angular dos giroscópios, por ser pequena comparada às rotações do veículo.

3.3 Equações de navegação

A navegação por *dead reckoning*, conforme observado na figura 3.1, depende basicamente de operações de mudança de base e da integração da velocidade do veículo. Assim, o presente item fará uma descrição unificada das operações de mudança de base já adaptadas ao algoritmo de localização por *dead reckoning*.

Com exceção do GPS e do profundímetro, as informações coletadas pelos sensores embarcados são expressas no referencial b do veículo. Entretanto, sua trajetória deve ser expressa em uma base fixa, podendo ser a local n ou a absoluta e para comparação com mapas e correlacionar com informações localizadas por coordenadas geodésicas. Assim, operações de mudança de bases são empregadas. São elas: de b para n e de n para e . Essas operações são inversíveis, mas esse aspecto não será abordado neste documento.

3.3.1 Mudança de b para n

Existem quatro principais abordagens para essa mudança: cossenos diretores, *rotation vectors*, ângulos de *Euler* e quaternions. Neste documento, adotou-se o primeiro método, por ângulos de *Euler*, pois é mais intuitivo fisicamente. Além disso, a navegação do veículo não está próxima aos pólos ou ao ponto de singularidade (também conhecido como *Gimbal Lock*, onde o ângulo de *pitch* $\theta \approx \pm 90 \text{ deg}$), que tornam o método indefinido.

A posição $\mathbf{P}^n$ do veículo na base local n (NED) pode ser encontrada integrando-se a velocidade linear $\mathbf{v}^n$, obtida rotacionando-se a velocidade linear $\mathbf{v}$ do veículo na base móvel b para o referencial de navegação n :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{nb}^n(t) &= \int_0^t \mathbf{v}_{nb}^n \cdot dt + \mathbf{P}_{nb}^n(0) \\ \mathbf{v}_{nb}^n &= \mathbf{R}_b^n(\mathbf{\Theta}(t)) \cdot \mathbf{v}_{nb}^b(t) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Onde $\mathbf{v}_{nb}^b$ é o vetor velocidade do veículo em relação ao referencial n e expresso na base b , $\mathbf{\Theta}$ é o vetor de ângulos de *Euler* e $\mathbf{R}_b^n$ a matriz de rotação de mudança de base de b para n , tais que:

$$\mathbf{v}_{nb}^b = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}, \mathbf{v}_{nb}^n = \begin{pmatrix} v_N \\ v_E \\ v_D \end{pmatrix}, \mathbf{\Theta} = \begin{pmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{R}_b^n = \begin{pmatrix} c\psi.c\theta & -s\psi.c\phi + c\psi.s\theta.s\phi & s\psi.s\phi + c\psi.c\phi.s\theta \\ s\psi.c\theta & c\psi.c\phi + s\phi.s\theta.s\psi & -c\psi.s\phi + s\theta.s\psi.c\phi \\ -s\theta & c\theta.s\phi & c\theta.c\phi \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Na expressão acima, para melhor visualização, $c\bullet = \cos(\bullet)$ e $s\bullet = \sin(\bullet)$. Uma vez que a origem de n é o ponto de partida da manobra do AUV, temos que a posição inicial na expressão 3.8 é o vetor nulo $\mathbf{P}_{nb}^n(0) = (0 \ 0 \ 0)^T$.

Os ângulos de *Euler* de *roll* ϕ , *pitch* θ e *yaw* ψ representam uma sequência de rotações que levam o veículo da base b para a configuração da base n . A representação dessas rotações pode ser observada na figura 3.8 e permite uma melhor compreensão física da posição angular do veículo, quando comparada aos outros métodos de mudança de base. O vetor $\mathbf{\Theta}$ pode ser estimado diretamente pela AHRS ou pela integração das velocidades angulares do veículo, medidas por giroscópios presentes na UMI. Caso decida-se pelo uso dos ângulos estimados pela AHRS, é importante ter certeza sobre qual o referencial local n adotado. Por exemplo, o eixo X (N, para o caso do referencial NED) pode utilizar tanto o norte magnético quanto o norte geográfico como orientação. O mesmo vale para a correção ou não do vetor gravidade local, conforme discutido no item 3.2.2 deste documento, para definir-se o eixo Z (D, no caso do referencial NED). Caso decida-se pelo uso da UMI, o vetor de velocidade angular do veículo ω_{ib}^b na base b precisa ser transformado em $\dot{\mathbf{\Theta}}$ através de uma matriz de transformação $\mathbf{T}$:

$$\dot{\mathbf{\Theta}} = \mathbf{T}(\mathbf{\Theta}).\omega_{ib}^b \quad (3.10)$$

Onde:

$$\omega_{ib}^b = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \text{ e } \mathbf{T}(\mathbf{\Theta}) = \begin{pmatrix} 1 & \sin(\phi).\tan(\theta) & \cos(\phi).\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi)/\cos(\theta) & \cos(\phi)/\cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Note que a integração da equação 3.10, para se obter $\mathbf{\Theta}$, deve ser feita de forma recursiva, já que $\mathbf{T}$ depende de $\mathbf{\Theta}$. Assim, em forma discreta, é possível atualizar o vetor $\mathbf{\Theta}$ no instante t_i da seguinte forma:

$$\mathbf{\Theta}(t_i) = \mathbf{\Theta}(t_{i-1}) + \mathbf{T}(\mathbf{\Theta}(t_{i-1})).\omega_{ib}^b(t_{i-1}).(t_i - t_{i-1}) \quad (3.12)$$

É importante salientar que o emprego da UMI na estimativa dos ângulos de *Euler* (expressões 3.10 e 3.12) exige a inicialização correta do vetor $\mathbf{\Theta}$. Existem diversos procedimentos de precisão variável para tal. Bússolas magnéticas são muito empregadas graças ao baixo custo, mas são suscetíveis a perturbações magnéticas e ao próprio fenômeno da declinação magnética, que dificulta a conversão para coordenadas geodésicas da base e , como será demonstrado mais adiante no item 4.1.1. Um procedimento alternativo é medir o vetor de rotação terrestre. Isso exige, todavia, ao menos giroscópios capazes de detectar o fenômeno ($\approx \frac{2\pi}{24} \frac{\text{rad}}{\text{hora}}$). Os ângulos de *roll* e *pitch* são geralmente estimados comparando-se a decomposição do vetor de reação à gravidade, para o veículo em repouso, com as medições dos acelerômetros.

3.3.2 Mudança de n para e

A conversão entre as bases n e e é possível graças à posição inicial adquirida pelo GPS embarcado enquanto o veículo ainda está na superfície da água. Respeitando-se algumas

hipóteses, é possível converter as informações de distância, expressa em n para latitude L e longitude λ , expressas em e . As hipóteses são:

1. As distâncias em questão, percorridas pelo AUV, são muito menores do que o raio terrestre, o que permite considerá-la plana localmente.
2. O eixo X de n aponta para o norte geográfico e o eixo Z é perpendicular ao plano tangente à superfície terrestre localmente. O eixo Y fica, pela regra da mão direita, apontado para o leste.
3. O planeta Terra tem formato elipsóide conforme modelo definido pelo sistema *WGS84*.

As hipótese 1 e 2 foram discutidas no item 3.2.2 deste documento e são atualmente respeitadas dentro das limitações de precisão que foram levantadas. Para a hipótese 3, o modelo de elipsóide definido pelo sistema *WGS84* utiliza os seguintes parâmetros (GROVES [2008]):

- Semieixo Maior ou Raio Equatorial (R_0): 6 378 137,0 m
- Fator de excentricidade e : 0,0818191908425

Do fator de excentricidade e e do raio equatorial R_0 , deduz-se o semieixo menor ou raio polar $R_P = 6\,356\,752,3142\,m$ e o fator de achatamento $f = 1/298,257223563$

Figura 3.10: Latitude Geocêntrica e Geodésica.

Existem duas formas para a latitude: geocêntrica e geodésica. Pelo fato da Terra não ser uma esfera perfeita, a reta normal a um plano tangente à superfície terrestre não intersecciona o plano equatorial exatamente no centro, mas em outro ponto. Desse fato, surgem as duas definições, como se pode observar na figura (3.10).

A latitude geodésica é a forma padrão para navegação terrestre (GROVES [2008]), pois, por ser definida em função da normal à superfície, pode ser calculada pelo gradiente das distâncias percorridas. A ferramenta *Google Earth* (GOOGLE [2016]), bem como o GPS embarcado, utilizam latitude em sua forma geodésica. Assim, o presente documento também utilizará esse formato. Para a conversão entre as bases n e e , para uma esfera de raio R , por trigonometria simples, temos:

$$\begin{aligned} dN &= R.dL \\ dE &= R.\cos(L).d\lambda \end{aligned} \tag{3.13}$$

Onde dN e dE são as variações segundo os eixos N e E da base n e dL e $d\lambda$ as variações de latitude e longitude, respectivamente. Pelo fato de trabalhar com a aproximação por um elipsóide, os raios da expressão 3.10 são diferentes e são função da latitude. Para o cálculo da variação longitudinal $d\lambda$, utiliza-se o “raio normal” R_N . Para defini-lo, na latitude em questão, segue-se a reta normal perpendicular ao plano tangente até interceptar o eixo polar. Para o cálculo da variação latitudinal dL , utiliza-se o “raio meridiano” ou “raio da elipse” R_M . Ele corresponde ao raio de um círculo tangente à elipse no ponto onde o plano tangente é definido e possui a mesma curvatura que a elipse naquela ponto. Ambos os raios podem ser observados em maior detalhe na figura 3.11.

Os raios R_N e R_M podem ser obtidos por (FARRELL [2008]):

$$\begin{aligned} R_N(L) &= \frac{R_0 \cdot (1 - e^2)}{[1 - e^2 \cdot \text{sen}^2(L)]^{\frac{3}{2}}} \\ R_M(L) &= \frac{R_0}{[1 - e^2 \cdot \text{sen}^2(L)]^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Figura 3.11: Raio normal R_N e raio da elipse R_M .

Para simplificar os cálculos, os raios R_N e R_M são calculados uma única vez no início da manobra utilizando-se a latitude do ponto de partida L_0 . Assim, as coordenadas geodésicas da base e são obtidas integrando-se a expressão 3.10 e utilizando as coordenadas iniciais L_0 e λ_0 fornecidas pelo GPS. A profundidade d do veículo é obtida diretamente do profundímetro de pressão. Assim, a conversão da velocidade do veículo na base n , obtida pela expressão 3.8, para a posição P do veículo na base e em coordenadas geodésicas, fica:

$$\begin{pmatrix} L \\ \lambda \\ d \end{pmatrix} (t) = \begin{pmatrix} \int_0^t \frac{v_N(t)}{R_M(L_0)} dt \\ \int_0^t \frac{v_E(t)}{\cos(L_0) \cdot R_N(L_0)} dt \\ d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_0 \\ \lambda_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

As equações 3.8, 3.9 e 3.15 definem, portanto, o algoritmo de navegação por *dead reckoning*. Realiza-se a conversão da velocidade do AUV na base b do veículo, estimada pelo DVL, para a base de navegação n ou absoluta e , através de operações de mudança de base, e em seguida a integração no tempo para obter-se a posição do AUV.

3.4 Equações de propagação de erros de navegação

O algoritmo de navegação baseado no método de *dead reckoning* diverge com o tempo e, por isso, deve ser periodicamente corrigido com o auxílio, por exemplo, do GPS. Assim,

serão desenvolvidas a seguir, equações que estimam os erros de posição e atitude acumulados, as quais servirão como base para o critério de emersão. As estimativas de erro de navegação são funções dos erros dos sensores de velocidade (DVL) e de velocidade angular (giroscópios da UMI). O levantamento do ruído desses sensores é feita mais adiante, pela análise da variância de Allan.

3.4.1 Expressões de erro de posição e atitude

A análise de erros que se segue utiliza a “Técnica de Perturbação” apresentada por BRITTING [1971], em que se substitui a estimativa de uma grandeza pela expressão:

$$\hat{x} = x + \delta x \quad (3.16)$$

Em que $\hat{x}$ é o valor estimado, x é o valor real e δx o erro. Através dessa substituição e, negligenciando-se os termos que envolvem o produto de erros, obtém-se equações diferenciais lineares para as funções dos erros. Para que essa simplificação seja válida, é preciso que as perturbações sejam efetivamente “pequenas”. Dessa forma, para os dois sensores de apoio, DVL e os giroscópios da UMI, temos respectivamente:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{v}}_{nb}^b &= \mathbf{v}_{nb}^b + \delta \mathbf{v}_{nb}^b \\ \hat{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^b &= \boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \end{aligned} \quad (3.17)$$

As expressões acima serão empregadas para que os erros de atitude e posição fiquem em função dos erros dos sensores.

3.4.2 Erro de atitude

Pode-se expressar, no sistema de coordenadas de navegação, o desalinhamento entre um sistema de eixos solidário ao veículo e o calculado pelo algoritmo de navegação através de uma transformação (TITTERTON and WESTON [2004]):

$$\hat{\mathbf{R}}_b^n = \mathbf{B} \mathbf{R}_b^n \quad (3.18)$$

Onde $\mathbf{B}$ representa a matriz de rotação entre o sistema de referência do corpo e o sistema estimado. Se o desalinhamento for menor do que 5° , pode-se expressar tal transformação por:

$$\hat{\mathbf{R}}_b^n = [\mathbf{I} - \boldsymbol{\Psi}] \mathbf{R}_b^n \quad (3.19)$$

Onde, $\mathbf{I}$ é a matriz identidade 3×3 e $\boldsymbol{\Psi}$ é dada por:

$$\boldsymbol{\Psi} = \begin{pmatrix} 0 & -\delta\gamma & \delta\beta \\ \delta\gamma & 0 & -\delta\alpha \\ -\delta\beta & \delta\alpha & 0 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

As variações em α e β representam variações angulares em relação aos eixos $\mathbf{N}$ e $\mathbf{E}$, respectivamente, enquanto γ refere-se à perturbação em torno do eixo $\mathbf{D}$. Pode-se isolar a matriz $\boldsymbol{\Psi}$ e obter sua variação temporal conforme a seguir:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Psi} &= \mathbf{I} - \hat{\mathbf{R}}_b^n (\mathbf{R}_b^n)^T \\ \dot{\boldsymbol{\Psi}} &= -\dot{\hat{\mathbf{R}}}_b^n (\mathbf{R}_b^n)^T - \hat{\mathbf{R}}_b^n (\dot{\mathbf{R}}_b^n)^T \end{aligned} \quad (3.21)$$

Sabe-se que a derivada da matriz de rotação é dada por:

$$\dot{\mathbf{R}}_b^n = \mathbf{R}_b^n \boldsymbol{\Omega}_{nb}^b \quad (3.22)$$

Onde Ω_{nb}^b é a representação matricial, antissimétrica, do vetor de velocidade angular ω_{nb}^b do corpo em relação ao referencial de navegação e expresso no sistema de coordenadas do corpo. Esse vetor pode ser decomposto em:

$$\Omega_{nb}^b = \Omega_{ib}^b - \Omega_{in}^b \quad (3.23)$$

Logo,

$$\begin{aligned} \dot{R}_b^n &= R_b^n (\Omega_{ib}^b - \Omega_{in}^b) = R_b^n \Omega_{ib}^b - \Omega_{in}^n R_b^n \\ \text{pois } \Omega_{in}^n &= R_b^n \Omega_{in}^b R_b^n \end{aligned} \quad (3.24)$$

Da mesma forma, para o cálculo da variação temporal da estimativa da matriz de rotação, tem-se:

$$\dot{\hat{R}}_b^n = \hat{R}_b^n (\hat{\Omega}_{ib}^b - \hat{\Omega}_{in}^b) = \hat{R}_b^n \hat{\Omega}_{ib}^b - \hat{\Omega}_{in}^n \hat{R}_b^n \quad (3.25)$$

Onde $\hat{\Omega}_{ib}^b$, $\hat{\Omega}_{in}^b$ e $\hat{\Omega}_{in}^n$ são as matrizes formadas, respectivamente, com as seguintes medidas:

1. Componentes da velocidade angular do corpo em relação ao sistema inercial expressa no sistema do corpo
2. Componentes da velocidade angular do sistema de navegação *NED* em relação ao sistema inercial expressa no sistema do corpo
3. Componentes da velocidade angular do sistema de navegação, *NED*, em relação ao sistema inercial expressa no próprio sistema *NED*.

Substituindo os resultados de (3.24) e (3.25) em (3.21) e lembrando que, para uma matriz antissimétrica Ω , vale $\Omega^T = -\Omega$, tem-se então:

$$\begin{aligned} \dot{\Psi} &= -(\hat{R}_b^n \hat{\Omega}_{ib}^b - \hat{\Omega}_{in}^n \hat{R}_b^n) (R_b^n)^T - \hat{R}_b^n (R_b^n \Omega_{ib}^b - \Omega_{in}^n R_b^n)^T \\ &= \hat{R}_b^n \hat{\Omega}_{ib}^b (R_b^n)^T + \hat{\Omega}_{in}^n \hat{R}_b^n (R_b^n)^T + \hat{R}_b^n \Omega_{ib}^b (R_b^n)^T - \hat{R}_b^n (R_b^n)^T \Omega_{in}^n \\ &= -\hat{R}_b^n (\hat{\Omega}_{ib}^b - \Omega_{ib}^b) (R_b^n)^T + \hat{\Omega}_{in}^n \hat{R}_b^n (R_b^n)^T - \hat{R}_b^n (R_b^n)^T \Omega_{in}^n \end{aligned} \quad (3.26)$$

Usando (3.19), vem:

$$\begin{aligned} \dot{\Psi} &= -[I - \Psi] R_b^n (\hat{\Omega}_{ib}^b - \Omega_{ib}^b) (R_b^n)^T + \hat{\Omega}_{in}^n [I - \Psi] R_b^n (R_b^n)^T - [I - \Psi] R_b^n (R_b^n)^T \Omega_{in}^n \\ &= -R_b^n (\hat{\Omega}_{ib}^b - \Omega_{ib}^b) (R_b^n)^T + \Psi R_b^n (\hat{\Omega}_{ib}^b - \Omega_{ib}^b) (R_b^n)^T + \hat{\Omega}_{in}^n - \hat{\Omega}_{in}^n \Psi - \Omega_{in}^n + \Psi \Omega_{in}^n \end{aligned} \quad (3.27)$$

Utilizando as definições $\hat{\Omega}_{ib}^b = \Omega_{ib}^b + \delta\Omega_{ib}^b$ e $\hat{\Omega}_{in}^n = \Omega_{in}^n + \delta\Omega_{in}^n$, tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{\Psi} &= -R_b^n \delta\Omega_{ib}^b (R_b^n)^T + \Psi R_b^n \delta\Omega_{ib}^b (R_b^n)^T + \delta\Omega_{in}^n - (\Omega_{in}^n + \delta\Omega_{in}^n) \Psi + \Psi \Omega_{in}^n \\ &= -R_b^n \delta\Omega_{ib}^b (R_b^n)^T + \delta\Omega_{in}^n - \Omega_{in}^n \Psi + \Psi \Omega_{in}^n + \Psi R_b^n \delta\Omega_{ib}^b (R_b^n)^T + \delta\Omega_{in}^n \Psi \\ &= -\delta\Omega_{ib}^n + \delta\Omega_{in}^n - \Omega_{in}^n \Psi + \Psi \Omega_{in}^n + O(2) \end{aligned} \quad (3.28)$$

Se desprezarmos os termos infinitesimais de segunda ordem da expressão (3.28), vem que:

$$\dot{\Psi} \approx -\delta\Omega_{ib}^n + \delta\Omega_{in}^n - \Omega_{in}^n \Psi + \Psi \Omega_{in}^n \quad (3.29)$$

Pode-se passar para a representação vetorial da equação (3.29), a partir dos resultados (BRITTING [1971]):

- $\vec{a} \times \vec{b} = \mathbf{A}\mathbf{B} - \mathbf{B}\mathbf{A}$, onde $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ são as representações antissimétricas dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, respectivamente.

- $\mathbf{v}^n = \mathbf{R}_b^n \mathbf{v}^b$.

Obtém-se, portanto, o resultado final para a expressão dos erros de atitude:

$$\dot{\Theta} \approx -\omega_{in}^n \times \Theta - \delta\omega_{in}^n - \mathbf{R}_b^n \delta\omega_{ib}^b \quad (3.30)$$

Onde:

$$\begin{aligned} \Theta &= [\delta\alpha \ \delta\beta \ \delta\gamma]^T \\ \omega_{in}^n &= [\omega_{inN} \ \omega_{inE} \ \omega_{inD}]^T \\ \delta\omega_{in}^n &= [\delta\omega_{inN} \ \delta\omega_{inE} \ \delta\omega_{inD}]^T \\ \delta\omega_{ib}^b &= [\delta\omega_{ibx} \ \delta\omega_{iby} \ \delta\omega_{ibz}]^T \end{aligned}$$

É possível simplificar a expressão 3.30 desprezando-se ω_{in}^n , que é a rotação do sistema de navegação n em relação ao referencial inercial i , e do erro associado à sua estimativa $\delta\omega_{in}^n$. Como o referencial de navegação está fixo à Terra, sua velocidade de rotação em relação ao referencial inercial equivale à rotação terrestre e, portanto, o erro $\delta\omega_{in}^n$ será desprezado. Assim, a expressão simplificada para a propagação do erro de atitude Θ fica:

$$\dot{\Theta} \approx -\mathbf{R}_b^n \delta\omega_{ib}^b \quad (3.31)$$

3.4.3 Erros de posição

Para o erro de posição $\delta\mathbf{r}_{nb}^n$, a sua estimativa $\hat{\mathbf{r}}$ provém da integração da estimativa da velocidade $\hat{\mathbf{v}}_{nb}^n$:

$$\hat{\mathbf{r}}_{nb}^n = \mathbf{r}_{nb}^n + \delta\mathbf{r}_{nb}^n = \int \hat{\mathbf{v}}_{nb}^n dt = \int (\mathbf{v}_{nb}^n + \delta\mathbf{v}_{nb}^n) dt \quad (3.32)$$

Lembrando que $\mathbf{r}_{nb}^n = \int \mathbf{R}_b^n \mathbf{v}_{nb}^b dt$ e que o erro de posição e sua propagação no tempo são dados por:

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{r}_{nb}^n &= \int \delta\mathbf{v}_{nb}^n dt \\ \delta\dot{\mathbf{r}}_{nb}^n &= \delta\mathbf{v}_{nb}^n \end{aligned} \quad (3.33)$$

Desprezando-se a distância entre o local onde o sensor DVL está instalado e o centro de massa do veículo, pode-se dizer que a velocidade entre o veículo e o sistema de navegação expressa no referencial de navegação é dado por:

$$\hat{\mathbf{v}}_{nb}^n = \hat{\mathbf{R}}_b^n \hat{\mathbf{v}}_{nb}^b, \text{ onde } \hat{\mathbf{v}}_{nb}^b \text{ é o dado computado pelo sensor DVL.} \quad (3.34)$$

Pela definição $\hat{x} = x + \delta x$ e utilizando a expressão (3.19) em (3.34), o erro de velocidade computado, em relação ao sistema n de navegação, fica:

$$\begin{aligned} (\mathbf{v}_{nb}^n + \delta\mathbf{v}_{nb}^n) &= (\mathbf{I} - \Psi) \mathbf{R}_b^n, \text{ logo:} \\ \delta\mathbf{v}_{nb}^n &= \mathbf{R}_b^n \delta\mathbf{v}_{nb}^b - \Psi \mathbf{R}_b^n \mathbf{v}_{nb}^b \end{aligned} \quad (3.35)$$

Em notação vetorial:

$$\delta\mathbf{v}_{nb}^b = \mathbf{R}_b^n \delta\mathbf{v}_{nb}^b + [\mathbf{R}_b^n \mathbf{v}_{nb}^b] \times \delta\Theta \quad (3.36)$$

Assim, a expressão 3.33 para o erro resultante de posição é:

$$\delta\dot{\mathbf{r}}_{nb}^n = \mathbf{R}_b^n \delta\mathbf{v}_{nb}^b + [\mathbf{R}_b^n \mathbf{v}_{nb}^b] \times \delta\Theta \quad (3.37)$$

Capítulo 4

Processamento de medidas, modelo de erro dos sensores e propagação dos erros de navegação

A seguir serão apresentados diversos procedimentos para corrigir e melhorar as medidas envolvidas na estimativa de posição do veículo pelas equações de navegação. Também é proposto um modelo de erros para $\delta\omega_{ib}^b$ e δv_{nb}^b , para os giroscópios da UMI e do DVL. A caracterização e dimensionamento dos ruídos associados é feita pelo método da variância de Allan. Por fim, apresenta-se o espaço aumentado de estados para propagação dos erros de navegação e os ruídos dos sensores são reproduzidos.

4.1 Processamento de medidas

4.1.1 GPS

- Correção da declinação magnética:

Figura 4.1: Variação da declinação magnética no Brasil. Retirado de NOAA [2015]

Conforme apresentado no item 3.3.1, para a mudança de base de b para n é preciso

que o eixo X de n aponte para o norte geográfico. Caso a inicialização da atitude seja feita por meio de bússola, ocorrerá um desalinhamento entre ambos os nortes, chamado de “declinação magnética”, que é função da posição geográfica, conforme se observa na figura (4.1). Para a região de São Paulo, a declinação magnética é da ordem de $-20\ deg$, ou seja, é necessário subtrair $20\ deg$ do ângulo de yaw (ψ). Valores mais precisos podem ser obtidos ou através de um banco de dados *on-line* (NOAA [2016]) ou por meio de receptor GPS que disponibilize essa informação em tempo real, que é o caso para o AUV Pirajuba.

- **Receptor:** Para se avaliar a exatidão de $15m$ especificada pelo fabricante, realizou-se um teste com a antena em repouso por 3 horas, figura 4.2.

Figura 4.2: Teste com antena em repouso durante 3 h .

A posição da antena manteve-se dentro de um círculo com raio de $15\ m$ durante a maior parte do tempo, apesar de haver um momento onde a estimativa de posição deriva consideravelmente chegando a $(-60m, -50m)$. Esse resultado evidencia a importância de critérios de avaliação de desempenho, como o HDOP e a mensagem de erro de posição \$PGRME, que serão apresentados a seguir.

- **Mensagem de erro de posição \$PGRME** No caso do AUV Pirajuba, seu receptor GPS fornece uma mensagem de estimativa de erro de posição. Essa mensagem, entretanto, é proprietária da empresa *Garmin*TM e seus cálculos não são disponibilizados. A mensagem segue o formato NMEA 0183, tem identificador “\$PGRME” e é chamada de “Estimated Error Information”.

$$\$PGRME, < 1 >, M, < 2 >, M, < 3 >, M * hh < CR > < LF >$$

<1>	Erro estimado de posição horizontal (HPE), de 0.0 a 999.9 metros.
<2>	Erro estimado de posição vertical (VPE), de 0.0 a 999.9 metros.
<3>	Erro estimado de posição (EPE), de 0.0 a 999.9 metros.

Tabela 4.1: Mensagem de erro de posição \$PGRME (*Garmin*TM).

Para se avaliar a confiabilidade da informação, foi realizado o seguinte teste:

Figura 4.3: Medição do erro de posição do GPS para comparação à mensagem de erro de posição.

Por meio da ferramenta *Google Earth* (GOOGLE [2016]), mediu-se a distância entre a estimativa de posição e o ponto de aquisição conhecido *a priori*. Essa distância foi comparada ao erro fornecido pela mensagem \$PGRME.

UTC (hhmmss)	Distância ao ponto conhecido (m)	HPE (m)	Distância/HPE – 1 (%)
180851	12.54	12.6	–0.5
181116	10.58	8.1	29.8
181749	8.14	5.9	38.0
182422	8.71	8.3	5.0

Tabela 4.2: Aplicação da metodologia da figura 4.3 para avaliação do parâmetro *HPE* da mensagem de erro.

Em média, observa-se que o erro medido é 18% maior do que o estimado pelo parâmetro HPE da mensagem de erro \$PGRME.

- **HDOP - parâmetro de confiabilidade para a estimativa de posição:** Diversas bases de monitoramento dispostas ao redor do mundo calculam parâmetros que indicam a qualidade da estimação da posição, como os fatores DOP (*Dilution Of Precision*), que levam em conta a geometria do problema. Quanto maior o número de satélites espalhados no céu, melhor a estimativa e menor serão os valores dos parâmetros DOP. Segundo HOFMANN-WELLENHOF et al. [2001]:

$$PDOP = \sqrt{HDOP^2 + VDOP^2}, HDOP = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} \text{ e } VDOP = \sqrt{\sigma_Z^2}$$

O erro δGPS da estimativa de posição do GPS, em metros, a partir dos parâmetros HDOP fica:

$$\delta GPS = HDOP \cdot \sqrt{\Delta X_r^2 + \Delta Y_r^2} \quad (4.1)$$

Onde ΔX_r e ΔY_r são variáveis utilizadas pelo GPS para corrigir a posição estimada. Assim, o HDOP é um medidor de incerteza sobre essa variável e, portanto, também sobre a posição. Para se averiguar a precisão do receptor, utilizou-se o mesmo teste da figura 4.2.

Figura 4.4: Teste com antena em repouso durante 3 h.

Nota-se que, para $HDOP > 2$, a precisão de 15 m não era garantida. Efetivamente, segundo HOFMANN-WELLENHOF et al. [2001], “uma boa geometria ocorre se PDOP for inferior a 3 e HDOP menor que 2”. Assim, para a conversão de HDOP para metros, satura-se o HDOP em 2 e se normaliza-o entre 0 e 2. Por fim, se multiplica por 15 m.

4.1.2 Profundímetro

Conforme descrito no item 2.2.2 deste documento, a performance do sensor depende basicamente da configuração de seu fundo de escala, que pode ser configurado de acordo com as necessidades da missão.

- **Exatidão a partir da Configuração do Fundo de Escala do Sensor:** Uma vez que o conversor analógico digital do AUV Pirajuba trabalha com 10 bits de precisão, sua conversão é capaz de discretizar o fundo de escala em 1024 valores distintos. Assim, quanto mais estreito o fundo de escala, maior a resolução e, portanto, melhor a exatidão.

O profundímetro do AUV Pirajuba foi configurado para trabalhar com um fundo de escala de 0 a 50 *psi*. Disso, obtém-se uma resolução de $\approx 3,5$ *cm* de profundidade, vide figura 4.5.

$$50 \text{ psi} \approx 3,45 \text{ bar} \approx 3\,520 \text{ cm de coluna d'água} \div 1024 \approx 3,5 \text{ cm}$$

Figura 4.5: Profundidade discretizada para uma missão de 50 *min*, com detalhe em *zoom* para visualização da resolução de 3,5 *cm*.

4.1.3 DVL

Um dos sensores chave para o algoritmo de navegação do AUV Pirajuba é o DVL. Com relação à sua operação, levantou-se os seguintes pontos para melhoria de sua estimativa de velocidade:

- Conservação dos transdutores, de forma a se evitar a formação de riscos ou trincas.
- Fixação atenta de seus eixos em relação aos do veículo: no caso, utiliza-se um suporte fixo para receber o sensor sempre na mesma posição.
- Evitar o acúmulo de bolhas de ar sob o sensor: o DVL está posicionado na proa do veículo, enquanto que fontes de bolhas como o propulsor, lemes e profundores estão localizados na popa, de forma que o próprio avanço do AUV afasta-as do sensor.

Além disso, tratamentos matemáticos são realizados a fim de se melhorar a qualidade da estimativa. Eles são apresentados a seguir e em seguida aplicados a uma manobra real de 15 *min*, para comparação e avaliação.

- **Flag de validação de velocidade:** O DVL transmite um *flag* de validação da velocidade, que informa se a informação é ou não confiável. Caso o *flag* indique erro na estimação, o sensor transmite o valor *zero* para as velocidades e o sistema de navegação irá considerar a velocidade estimada no instante anterior.

Figura 4.6: Velocidade u (componente x de v_{nb}) medidas pelo DVL em uma manobra de 15 min. Bruta e após o processo de seleção segundo o *flag* de validação de velocidades.

• Filtragem

Observa-se picos e vales na leitura das velocidades do DVL, vide figura 4.7. Integrando-as no tempo para a estimativa da posição do veículo, formam-se pequenos deslocamentos na trajetória (figura 4.8).

Figura 4.7: Velocidades v_{nb} estimadas pelo DVL. Note a presença de picos e vales, sobretudo para a componente u em X .

Figura 4.8: Detalhe de alguns deslocamentos fictícios, resultados da integração dos picos e vales presentes na estimativa de velocidade do DVL.

Para minimizar esse efeito, dois métodos de filtragem foram desenvolvidos. O primeiro deles, batizado de “pré-filtragem”, utiliza informações dos acelerômetros para estimar a velocidade atual do veículo e compará-la à medida pelo sensor DVL. A segunda, chamada de “filtragem pós-processada”, é um filtro do tipo passa baixa, mas que não introduz atraso graças ao auxílio da transformada de Fourier. O primeiro método pode ser aplicado em tempo real, enquanto que o segundo apenas de forma pós-processada.

– Pré-filtragem

O método baseia-se na comparação da velocidade medida pelo sensor DVL com a estimativa obtida pela integração dos acelerômetros da UMI embarcada. Se houver discrepância entre a velocidade medida (DVL) e a estimada (acelerômetros), opta-se por propagar a estimativa de velocidade.

Para a estimativa da velocidade, integra-se as leituras dos acelerômetros da UMI e se soma o resultado a estimativa filtrada de velocidade imediatamente anterior. Se o valor absoluto da diferença entre a leitura do DVL e a estimativa do algoritmo for superior a 0.5 m/s , a leitura do sensor é desprezada e se considera o valor estimado pelo algoritmo.

O método precisa levar em conta o erro de deriva da estimativa da velocidade, decorrente da integração dos erros dos acelerômetros. Assim, foi definido um intervalo de tempo máximo de confiabilidade para a estimativa. Caso ela seja propagada por muito tempo, o algoritmo volta a considerar a velocidade medida.

A estimativa de velocidade $\hat{\mathbf{v}}_{nb}^b$ é obtida por:

$$\hat{\mathbf{v}}_{nb}^b(t_k) = \mathbf{R}_n^b(\Theta(t_k)) \cdot \hat{\mathbf{v}}_{nb}^n(t_k) \quad (4.2)$$

Dado que a estimativa da velocidade $\hat{\mathbf{v}}_{nb}^n$ é obtida a partir da integração da força específica $\mathbf{f}$ medida pelos acelerômetros. Lembrando-se da expressão 3.7, tem-se:

$$\mathbf{a}_{nb}^n = \mathbf{f} - 2.\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_{nb}^n + \mathbf{g}_l \quad (4.3)$$

Substituindo 4.3 em 4.2, obtém-se:

$$\hat{\mathbf{v}}_{nb}^b(t_k) = \mathbf{R}_n^b(\boldsymbol{\Theta}(t_k)) \cdot \int_{t_{k-j}}^{t_k} (\mathbf{f}(\tau) - 2.\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_{nb}^n(\tau) + \mathbf{g}_l + \mathbf{v}_{nb}^b(t_{k-j}))$$

Adotando-se a simplificação, demonstrada no item 3.2.4, de que o termo $-2.\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_{nb}^n$ é muito pequeno, a expressão final utilizada pelo filtro para $\hat{\mathbf{v}}_{nb}^b$ fica:

$$\hat{\mathbf{v}}_{nb}^b(t_k) = \mathbf{R}_b^n(\boldsymbol{\Theta}(t_k)) \cdot \int_{t_{k-j}}^{t_k} (\mathbf{f}(\tau) + \mathbf{g}_l + \mathbf{v}_{nb}^b(t_{k-j})) \quad (4.4)$$

Para minimizar o erro de deriva é feito uma estimativa contínua do erro de *bias* dos acelerômetros. Ele é calculado através da média da diferença entre a estimativa $\hat{\mathbf{v}}_{nb}^b$ e a medida $\mathbf{v}_{nb}^b$, toda vez que $\mathbf{v}_{nb}^b$ é atualizada. Infelizmente, a realização de médias introduz atraso na estimação, mas o valor de *bias* mantém-se praticamente constante.

```
bias_acc_x(i) = 0.5*bias_acc_x(i-1) + 0.5*((vb_hat(i)-vb(i))/(5*dt));
```

Figura 4.9: Variação da estimativa de *bias* do acelerômetro ao longo do eixo X da base *b* do veículo. Média: $2.4e - 5 \text{ m/s}^2$

A operação de pré-filtragem é aplicada após o tratamento do *flag* de validação de velocidades. As velocidades ficam:

Figura 4.10: Velocidades v_{nb} bruta medida pelo DVL e após o processo de pré-filtragem. Nota-se a redução de picos e vales.

Os trechos da figura 4.8, após tratamento, ficam:

Figura 4.11: Detalhe dos deslocamentos fictícios corrigidos pela pré-filtragem.

– **Filtragem pós-processada:**

Neste método é aplicada uma transformada de *Fourier* ao vetor de velocidades medidas v_b , possibilitando a identificação da frequência de corte f_c para o filtro. Dessa maneira, elimina-se as componentes indesejadas, zerando-se o vetor da potência espectral com frequência superior à determinada. Ao se aplicar a transformada inversa de Fourier, obtém-se um vetor de medida de velocidades filtrada por um filtro passa baixo e sem atraso. A contrapartida é que o método só pode ser utilizado de forma pós-processada, não podendo ser embarcado para filtragem em tempo real, por ser um filtro não causal.

Figura 4.12: Transformada de Fourier para o eixo x . Frequência de corte $f_{c_x} = 0.2 \text{ Hz}$.

Figura 4.13: Transformada de Fourier para o eixo y . Frequência de corte $f_{c_y} = 0.2 \text{ Hz}$.

Figura 4.14: Transformada de Fourier para o eixo z . Frequência de corte $f_{c_z} = 0.3 \text{ Hz}$.

Dessa forma, anula-se as componentes da potência do sinal com frequência superior a f_c e em seguida se aplica a transformada inversa de Fourier.

A operação de pós-filtragem é aplicada após o tratamento do *flag* de validação de velocidades. As velocidades ficam:

Figura 4.15: Velocidades v_{nb} bruta medida pelo DVL e após o processo de pós-filtragem. Nota-se a redução de picos e vales.

Os trechos da figura 4.8, após tratamento, ficam:

Figura 4.16: Detalhe dos deslocamentos fictícios corrigidos pela pós-filtragem.

– Comparação entre as filtrações pré e pós

Para comparação, os resultados das filtrações pré e pós são apresentadas simultaneamente.

Figura 4.17: Velocidades v_b bruta medida pelo DVL e após o processo de pós e pré filtração.

Integrando-se o resultado da figura 4.17 segundo a expressão 3.15, obtém-se:

Figura 4.18: Trajetória resultante da integração das velocidades brutas, pré e pós-filtradas do DVL. Em verde, a trajetória estimada pelo GPS, para comparação.

Os trechos da figura 4.8, após tratamento, ficam:

Figura 4.19: Detalhe dos deslocamentos fictícios corrigidos pela pós-filtragem.

Observa-se, das figuras 4.17, 4.18 e 4.19, que o filtro pós-processado mantém-se mais fiel aos valores medidos da velocidade, eliminando apenas saltos ruidosos. A trajetória resultante fica muito próxima do resultado bruto. O pré-filtro, por sua vez, elimina os saltos ao mesmo tempo que suaviza mais drasticamente a velocidade medida, alterando ligeiramente a trajetória do veículo.

4.1.4 AHRS

A AHRS é um sensor de funcionamento parcialmente sigiloso. Das recomendações propostas pelo fabricante, destaca-se como essencial a calibração magnética dos magnetômetros, referências na estimação do rumo do veículo.

4.1.5 Calibração de perturbação eletromagnética

Na manobra abaixo, a AHRS trabalhou sem a calibração.

Figura 4.20: Trajetória estimada por *dead reckoning* (azul) e por GPS (preto). Em (200, 100) há uma guinada correspondente a um salto na estimativa do rumo pela AHRS.

Fica evidente a necessidade de calibração. O procedimento consiste em rotacionar o veículo, em um plano ou no espaço, em condições o mais próximas possível do caso real de utilização. Assim, o AUV é energizado, para detecção de perturbações relacionadas à corrente elétrica, e rotacionado em um local sem a presença de materiais ferrosos. Após a realização da calibração de perturbação magnética os “saltos” de rumo pararam de acontecer.

4.2 Modelo de erros dos sensores

Uma vez determinadas as expressões de propagação de erro de posição e atitude, expressões 3.37 e 3.31 respectivamente, como funções dos erros $\delta \mathbf{v}_{nb}^b$ e $\delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ dos sensores de velocidade do DVL e velocidade angular da UMI, é necessário um estudo de caracterização desses erros.

Os documentos IEEE [2004] e IEEE [1997] discutem as fontes e a natureza dos erros especificamente para giroscópios por meio de modelos e testes bem detalhados que visam a

calibração industrial desses sensores. Com relação ao DVL, cita-se os artigo de RAMESH et al. [2016], onde descreve a aplicação da variância de Allan para identificação de seu ruído. TITTERTON and WESTON [2004] propõem procedimentos de calibração que podem ser aplicados para eliminação das parcelas determinísticas do erro, além de descrever as suas principais fontes. EL-SHEIMY et al. [2008] foca na análise de ruídos dos giroscópios utilizando o algoritmo de identificação de variância de *Allan* para o levantamento de cada componente. No Brasil, destacam-se os trabalhos de SANTANA [2011] e de CARVALHO [2011]. Após a análises dessas fontes, identificou-se os seguintes tipos de erros possíveis para os sensores.

- (A) Erro de bias determinístico: é a parcela determinística do valor medido pelo sensor mesmo quando a grandeza a ser medida, seu *input*, for zero. Pode ser dividido em duas componentes.
 - (a) Bias *offset*: determinado em laboratório durante a calibração do sensor, trata-se de uma componente determinística e constante.
 - (b) Bias repetibilidade: também é constante no tempo, mas pode variar a cada vez que o sensor é ligado. É capaz de ser corrigido por calibração cada vez que a UMI é acionada.
- (B) Erro de fator de escala: variação da lei que relaciona o sinal de entrada e de saída do sensor. Pode ser simplificado pela variação do coeficiente angular da reta em um gráfico de saída por entrada. Além disso, existe uma região onde essa lei é linear, fora da qual é preciso levar o novo comportamento em consideração. É possível corrigir esse erro introduzindo-se coeficientes de escala de ordens superiores à linear. Também podem existir problemas de assimetria entre valores positivos e negativos na entrada e erro de banda morta, regiões onde o fenômeno medido não excita suficientemente o sensor e, conseqüentemente, não é detectado. São erros normalmente relacionados às imperfeições do sensor, sendo de natureza determinística, que podem ser corrigidos por calibração (EL-SHEIMY et al. [2008]). Mesmos assim, a melhor forma de se evitar esse tipo de erro é respeitando-se os limites de leitura do sensor.
- (C) Erro de não ortogonalidade dos eixos: o processo de fabricação é incapaz de garantir a ortogonalidade perfeita dos eixos dos sensores. Assim, de acordo com a magnitude do *input*, haverá uma maior ou menor parcela de erro de medição, resultado da decomposição do vetor a ser medido nos três eixos do sensor. Trata-se de um erro determinístico, capaz de ser corrigido por calibração em laboratório.
- (D) Erros de ruído: são erros estocásticos e que não podem ser eliminados por calibração dos sensores.
 - (a) Erro de quantização: trata-se do erro decorrente da conversão analógica/digital, causado pela pequena diferença entre o sinal analógico e a resolução limitada digital do equipamento. Sua natureza é estocástica (EL-SHEIMY et al. [2008], SANTANA [2011], CARVALHO [2011]).
 - (b) Ruído branco: ruído de densidade espectral constante, ou seja, presente em todas as bandas de frequência. No caso dos giroscópios, também é chamado de “*angle random walk*”.
 - (c) Bias instabilidade ou *flicker noise*: trata-se da parcela aleatória do bias. Por sua natureza, é de difícil estimação.

- (d) *Random walk*: possui espectro de frequência inversamente proporcional à frequência do sinal principal (EL-SHEIMY et al. [2008]):

$$\text{Densidade Espectral}(\text{ruído rosa}) \propto \frac{1}{f_{\text{sinal principal}}^\alpha}$$

- (e) *Rate ramp*: componente determinística da variância de Allan, devido a uma mudança muito lenta no sinal do sensor. Utiliza-se para apresentar o desvio de Allan sob uma ótica determinística. Será detalhado mais a frente neste documento.

Uma parcela dos erros descritos a cima pode ser visualizado da seguinte forma:

Figura 4.21: Retirado GREWAL and ANDREWS [2010]. Representação visual de alguns erros citados a cima. (a): Erro de *bias*. (b): Erro de fator de escala (parcela linear). (c): Erro de fator de escala (parcela não linear). (d): Erro de fator de escala (parcela de assimetria). (e): Erro de fator de escala (parcela de banda morta). (d): Erro de Quantização.

As parcelas de erro de *bias* determinístico, de fator de escala e de não ortogonalidade de eixos podem ser corrigidas por calibração. Os procedimentos para tal variam de acordo com o sensor, sua natureza, viabilidade de implementação, condições ambientais, entre outros fatores. Assim, para a caracterização dos erros dos sensores das expressões (3.17) optou-se pela análise da parcela referente ao ruído apenas. Essa escolha também visa o auxílio a trabalhos futuros que envolvam a fusão sensorial, já que determina de forma criteriosa a variância das medições.

4.2.1 Caracterização do ruído através da variância de Allan

Dentre os métodos de identificação de ruídos utilizados na caracterização de sinais, citam-se o modelo auto-regressivo, o processo de Gauss-Markov, a análise da densidade espectral do sinal e a variância de Allan. Esse último é o mais empregado na caracterização do ruído, como pode ser observado na quantidade superior de trabalhos sobre o tema frente aos outros métodos, e por isso foi o procedimento adotado. Destaca-se o documento IEEE [1997] como diretriz para a realização do método em giroscópios, além dos trabalhos de SANTANA [2011], CARVALHO [2011], EL-SHEIMY et al. [2008], HOU [2005] e RAMESH et al. [2016], que serviram como base teórica para a interpretação dos resultados.

A variância de Allan (AVAR) é um método pelo qual se representa a variância do ruído de um sinal, ou seja, de suas componentes aleatórias, em função do período de amostragem. A ideia é relacionar a densidade espectral do sinal com modelos de ruídos conhecidos, que se sobrepõem até recuperar o espectro do sinal estudado. No caso, o ruído do sinal é decomposto em cinco termos principais: erro de quantização, ruído branco, bias instabilidade, ruído rosa e *rate ramp*. A variância de Allan σ^2 de um sinal Ω de frequência f , discretizado com um período T e com densidade espectral S_Ω é dada por (IEEE [1997]):

$$\sigma^2(T) = 4 \int_0^\infty S_\Omega(f) \cdot \frac{\sin^4(\pi f T)}{(\pi f T)^2} df \quad (4.5)$$

Em sua forma discreta, para uma amostra de N pontos agrupada em $K = N/M$ grupos de M elementos cada, primeiro computa-se a média de cada grupo:

$$\bar{\Omega}_k(M) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \Omega_{ki}; \quad k = 1, \dots, K \quad (4.6)$$

A equação 4.19, em sua forma discreta, então fica:

$$\sigma^2(\tau_M) = \frac{1}{2} \langle (\bar{\Omega}_{k+1}(M) - \bar{\Omega}_k(M))^2 \rangle \quad (4.7)$$

onde $\langle \bullet \rangle$ denota a média de $\bullet$. A expressão 4.7 pode ser aproximada por:

$$\sigma^2(\tau_M) \approx \frac{1}{2(K-1)} \sum_{k=1}^{K-1} (\bar{\Omega}_{k+1}(M) - \bar{\Omega}_k(M))^2 \quad (4.8)$$

A expressão 4.5 indica que a variância de Allan é proporcional à potência do sinal passado através de um filtro cuja função de transferência é $\sin^4(x)/x^2$. Para identificar os principais tipos de ruído que compõem o sinal, sobrepõe-se as curvas de formato conhecido sobre seu espectro, de forma a reconhecer qual o ruído predominante em cada região de T . Para determinar a intensidade desses ruídos, calcula-se $\sigma(T)$ para valores específicos de T , conforme será mostrado a seguir. Salienta-se que a exatidão de $\sigma(T)$ decai com o aumento de T . Isso porque, quanto menor T , maior a amostragem para o cálculo de $\sigma(T)$ e consequentemente mais confiável será o seu valor. Já para T elevado, menor será a amostragem disponível para o cálculo de $\sigma(T)$, o que dilui a sua qualidade. Por isso, testes longos fornecerão melhores resultados. A seguir, apresentam-se os modelos de erros conforme demonstrado em detalhes em IEEE [1997] e EL-SHEIMY et al. [2008].

4.2.1.1 Erro de quantização

Sua densidade espectral é dada por:

$$S_{\Omega}(f) = \frac{4Q_z^2}{T_s} \sin^2(\pi f T_s) \approx (2\pi f)^2 T_s Q_z^2, \text{ para } f < \frac{1}{2T_s} \quad (4.9)$$

onde Q_z é o coeficiente de erro de quantização. Substituindo-se 4.9 em 4.5, temos que a variância de Allan do erro de quantização é igual a

$$\sigma_{quant}^2(T) = \frac{3Q_z^2}{T^2} \quad (4.10)$$

Graficamente, temos:

Figura 4.22: Retirado IEEE [1997]. AVAR $\sigma(T)$ para um ruído de erro de quantização em função da periodicidade T em um gráfico logarítmico.

O limite teórico de Q_z é de $20\log(10).2^{nbits}$ dB, sendo $nbits$ o número de bits do conversor analógico digital. O valor de Q_z , por sua vez, pode ser lido diretamente no gráfico de $\sigma(T)$ quando $T = \sqrt{3}$.

4.2.1.2 Ruído branco

Sua densidade espectral é dada por:

$$S_{\Omega}(f) = Q^2 \quad (4.11)$$

onde Q é o coeficiente de passeio aleatório angular. Substituindo-se 4.11 em 4.5, temos que a variância de Allan do ruído branco é igual a

$$\sigma_{RB}^2(T) = \frac{Q^2}{T} \quad (4.12)$$

Graficamente, temos:

Figura 4.23: Retirado IEEE [1997]. AVAR $\sigma(T)$ para um ruído branco em função da periodicidade T em um gráfico logarítmico.

Q pode ser lido diretamente no gráfico da figura 4.23 quando $T = 1$.

4.2.1.3 Bias instabilidade ou *flicker noise*

Sua densidade espectral é dada por:

$$S_{\Omega} = \begin{cases} \frac{B^2}{2\pi} \frac{1}{f}, & \text{para } f \leq f_0 \\ 0, & \text{para } f > f_0 \end{cases} \quad (4.13)$$

onde B é o coeficiente de instabilidade de bias e f_0 a frequência de corte. Substituindo-se 4.15 em 4.5, temos que a variância de Allan do ruído rosa é igual a

$$\sigma_{BI}^2(T) = \frac{2B^2}{\pi} \left(\ln(2) - \frac{\sin^3(x)}{2x^2} (\sin(x) + 4x \cos(x)) + C_i(2x) - Ci(4x) \right) \quad (4.14)$$

onde $x = \pi f_0 T$ e C_i é a função cosseno integral. Graficamente, temos:

Figura 4.24: Retirado IEEE [1997]. AVAR $\sigma(T)$ para um ruído de bias instabilidade em função da periodicidade T em um gráfico logarítmico.

A região plana do gráfico da figura 4.24 pode ser analisada para se determinar o limite da instabilidade de bias, onde $\sigma(T) \approx \sqrt{\frac{2 \ln(2)}{\pi}} = 0,664B$. Essa região ocorre para $T \gg 1/f_0$.

4.2.1.4 *Random walk*

Sua densidade espectral é dada por:

$$S_{\Omega}(f) = \left(\frac{K}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{f^2} \quad (4.15)$$

onde K é o coeficiente de ruído de *random walk*. Substituindo-se 4.15 em 4.5, temos que a variância de Allan do ruído de *random walk* é igual a

$$\sigma_{RW}^2(T) = \frac{K^2 T}{3} \quad (4.16)$$

Graficamente, temos:

Figura 4.25: Retirado IEEE [1997]. AVAR $\sigma(T)$ para um ruído de *random walk* em função da periodicidade T em um gráfico logarítmico.

K pode ser lido diretamente no gráfico de $\sigma(T)$ quando $T = 3$.

4.2.1.5 *Rate ramp*

Diferente dos demais erros, trata-se de uma abordagem determinística para observar o comportamento de $\sigma(T)$ nessas condições. Define-se o erro de *rate ramp* como:

$$\Omega = Rt \quad (4.17)$$

onde R é o coeficiente de erro de *rate ramp*. De 4.17 e de 4.5, temos que a variância de Allan do erro de *rate ramp* é igual a

$$\sigma_{RRamp}^2(T) = \frac{R^2 T^2}{2} \quad (4.18)$$

Graficamente, temos:

Figura 4.26: Retirado IEEE [1997]. AVAR $\sigma(T)$ para um erro de *rate ramp* em função da periodicidade T em um gráfico logarítmico.

O valor de R pode ser lido diretamente no gráfico de $\sigma(T)$ quando $T = \sqrt{2}$.

4.2.1.6 Apresentação gráfica da variância de Allan

A curva da variância de Allan se apresenta como uma composição de um ou mais tipos de ruídos descritos acima, cada qual predominante em uma região de T , conforme a figura abaixo:

Figura 4.27: Retirado IEEE [1997]. Representação gráfica da variância de Allan para um sinal composto pelos 5 tipos de ruídos apresentados.

Assim, a variância de Allan para o conjunto de dados estudado pode se traduzir como a somatória da variância de cada um dos ruídos que compõe a curva de Allan, supondo que eles sejam independentes entre si.

$$\sigma^2(T) = \sigma_{quant}^2(T) + \sigma_{RB}^2(T) + \sigma_{BI}^2(T) + \sigma_{RW}^2(T) + \sigma_{RR}^2(T) \quad (4.19)$$

É importante salientar que a curva experimental da variância de Allan é o resultado da sobreposição das curvas de diferentes ruídos. Assim, a interpretação de cada uma dessas regiões não é conclusiva, pois pode ser apenas resultado da sobreposição de duas ou mais curvas. Por exemplo, a soma de um ruído branco e de um ruído de *random walk* irá gerar uma região de inversão (derivada nula) que pode ser interpretada como a presença de ruído de bias instabilidade, ao passo que, na prática, esse ruído é inexistente. Por isso, é importante fazer a leitura dos parâmetros e tentar recuperar a curva original a partir deles. Esse ponto é discutido de forma aplicada na sessão 4.3.2.

4.2.1.7 Qualidade da estimativa da variância de Allan

A qualidade da estimativa da variância de Allan decai conforme o período de amostragem T aumenta. Como os ensaios não podem ter duração infinita, ou seja, possuem N pontos finitos a se processar, para cada T é possível formar um número também finito de subgrupos N/n sendo n o número de pontos que cada subgrupo contém. Assim, o erro percentual $\sigma(E_{AVAR})$ na estimativa de $\sigma(T)$ (expressão 4.5) para subgrupos com n pontos de uma amostra de N pontos é dado por (HOU [2005]):

$$\sigma(E_{AVAR}) = \frac{1}{2 \left(\frac{N}{n} - 1 \right)} \quad (4.20)$$

Assim, a expressão (4.20) pode ser utilizada para avaliar a conformidade entre a reprodução do ruído e o ensaio.

4.2.2 Aplicação da variância de Allan aos sensores do AUV Pirajuba

A seguir, será aplicada a metodologia apresentada na sessão 4.2.1 de identificação dos erros aleatórios que compõe os sinais dos giroscópios da UMI e do DVL do AUV Pirajuba. Para os giroscópios, os resultados foram produzidos pelo Grupo de Sistemas Inerciais do Instituto de Pesquisas da Marinha, que conduziu um teste de 5h de duração com a UMI devidamente em repouso e com taxa de amostragem de 100 Hz. Para o DVL, conduziu-se um ensaio de 4h com o sensor propriamente fixado para permanecer imóvel e taxa de amostragem de 5 Hz. A variância de Allan é largamente aplicada a acelerômetros e giroscópios, como proposto por IEEE [1997], IEEE [2006] e IEEE [2004] para os giroscópios e por IEEE [1998] para os acelerômetros. O método foi realizado em diversos artigos, como CARVALHO [2011], EL-SHEIMY et al. [2008], SHIN [2001] e SAMRAT et al. [2009]. O mesmo não ocorre para o sensor de velocidade DVL, mas foi realizado em RAMESH et al. [2016] e será replicado a seguir.

4.2.2.1 Giroscópio G_x

Figura 4.28: Conjunto de dados do giroscópio G_x em função do tempo. Desvio padrão $\sigma_{G_x} = 19.0896^\circ/hr$.

A variância de Allan aplicada ao conjunto de dados da figura 4.28 é apresentada abaixo.

Figura 4.29: Variância de Allan para o conjunto de dados do giroscópio G_x .

Em seguida, identificam-se suas supostas fontes de erro pela sobreposição das curvas de formato conhecido, conforme apresentado na sessão 4.2.1.

Figura 4.30: Sobreposição da curva de ruído branco, em verde, e de bias instabilidade, em azul claro, sobre a curva da variância de Allan levantada para o giroscópio G_x

Para a identificação dos coeficientes de erro, lê-se o valor de $\sigma(T)$ diretamente na curva do ruído em questão para um dado T . No caso de G_x , foram identificados ruído branco ($T = 1h$) e bias instabilidade (curva horizontal):

Figura 4.31: Leitura de Q para $T = 1h$ e de $0,664B$ para a curva horizontal para o giroscópio G_x

- $Q = 0,034 \text{ (}^\circ/\sqrt{hr}\text{)}$
- $B = 0,377 \text{ (}^\circ/hr\text{)}$

Portanto, para o giroscópio G_x , temos a hipótese de que o ruído de seu sinal pode ser caracterizado por (em $(^\circ/hr)^2$):

$$\sigma_{G_x}^2(T) = \sigma_{RB}^2(T) + \sigma_{BI}^2(T) \quad (4.21)$$

4.2.2.2 Giroscópio G_y

Figura 4.32: Conjunto de dados do giroscópio G_y em função do tempo. Desvio padrão $\sigma_{G_y} = 18.5379 \text{ }^\circ/hr$.

A variância de Allan aplicada ao conjunto de dados da figura 4.32 é apresentada abaixo, junto com as curvas de ruído e a leitura de seus respectivos coeficientes de erro.

Figura 4.33: Variância de Allan para o conjunto de dados do giroscópio G_y . As curvas de ruídos e seus respectivos coeficientes de erro também são indicados.

Para G_y , já é possível identificar também o ruído de *random walk*, além do ruído branco e de bias instabilidade. Seus coeficientes de erro correspondentes são:

- $Q = 0,03 \text{ } (^{\circ}/\sqrt{hr})$
- $B = 0,316 \text{ } (^{\circ}/hr)$
- $K = 1,8 \text{ } (^{\circ}/hr^{\frac{3}{2}})$

Portanto, para o giroscópio G_y , temos a hipótese de que o ruído de seu sinal pode ser caracterizado por (em $(^{\circ}/hr)^2$):

$$\sigma_{G_y}^2(T) = \sigma_{RB}^2(T) + \sigma_{BI}^2(T) + \sigma_{RW}^2(T) \quad (4.22)$$

4.2.2.3 Giroscópio G_z

Figura 4.34: Conjunto de dados do giroscópio G_z em função do tempo. Desvio padrão $\sigma_{G_z} = 18.8306 \text{ } ^{\circ}/hr$

A variância de Allan aplicada ao conjunto de dados da figura 4.34 é apresentada abaixo, junto com as curvas de ruído e a leitura de seus respectivos coeficientes de erro.

Figura 4.35: Variância de Allan para o conjunto de dados do giroscópio G_z . As curvas de ruídos e seus respectivos coeficientes de erro também são indicados.

Nota-se a presença de ruído branco, erro de bias instabilidade e ruído de *random walk*. Seus coeficientes de erro correspondentes são:

- $Q = 0,032$ ($^{\circ}/\sqrt{hr}$)
- $B = 0,271$ ($^{\circ}/hr$)
- $K = 0,96$ ($^{\circ}/hr^{\frac{3}{2}}$)

Portanto, para o giroscópio G_z , temos a hipótese de que o ruído de seu sinal pode ser caracterizado por (em $(^{\circ}/hr)^2$):

$$\sigma_{G_z}^2(T) = \sigma_{RB}^2(T) + \sigma_{BI}^2(T) + \sigma_{RW}^2(T) \quad (4.23)$$

4.2.2.4 Eixo do DVL V_X :

Enquanto que já é consolidado a análise de erros de acelerômetros e giroscópios pela variância de Allan, para o DVL ainda se investiga métodos para a modelagem de seus erros. Com isso em mente, os resultados da análise serão discutidos ao longo do texto.

Figura 4.36: Conjunto de dados do eixo x do DVL em função do tempo. Desvio padrão $\sigma_{V_x} = 0,362 \text{ mm/s}$

A variância de Allan aplicada ao conjunto de dados da figura 4.36 é apresentada abaixo, junto com as curvas de ruído e a leitura de seus respectivos coeficientes de erro.

Figura 4.37: Variância de Allan para o conjunto de dados do eixo x do DVL. As curvas de ruídos e seus respectivos coeficientes de erro também são indicados.

Para V_x , é possível identificar o ruído branco e de *random walk*. Seus coeficientes de erro correspondentes são:

- $Q = 0,18 \text{ (mm}/\sqrt{\text{s}})$
- $K = 0,0036 \text{ (mm}/\text{s}^{\frac{3}{2}})$

Portanto, para o eixo x do DVL, temos a hipótese de que o ruído de seu sinal pode ser

caracterizado por (em $(mm/s)^2$):

$$\sigma_{V_X}^2(T) = \sigma_{RB}^2(T) + \sigma_{BI}^2(T) + \sigma_{RW}^2(T) \quad (4.24)$$

4.2.2.5 Eixo do DVL V_Y :

Figura 4.38: Conjunto de dados do eixo y do DVL em função do tempo. Desvio padrão $\sigma_{G_X} = 1,38 \text{ mm/s}$

A variância de Allan aplicada ao conjunto de dados da figura 4.38 é apresentada abaixo, junto com as curvas de ruído e a leitura de seus respectivos coeficientes de erro.

Figura 4.39: Variância de Allan para o conjunto de dados do eixo y do DVL. As curvas de ruídos e seus respectivos coeficientes de erro também são indicados.

Para V_Y , é possível identificar o ruído branco e de *random walk*. Seus coeficientes de erro correspondentes são:

- $Q = 0,36 \text{ (mm}/\sqrt{s})$
- $K = 0,01 \text{ (mm}/s^{\frac{3}{2}})$

Portanto, para o eixo y do DVL, temos a hipótese de que o ruído de seu sinal pode ser caracterizado por (em $(mm/s)^2$):

$$\sigma_{V_Y}^2(T) = \sigma_{RB}^2(T) + \sigma_{BI}^2(T) + \sigma_{RW}^2(T) \quad (4.25)$$

4.2.2.6 Eixo do DVL V_z :

Figura 4.40: Conjunto de dados do eixo z do DVL em função do tempo. Desvio padrão $\sigma_{G_X} = 0,457 \text{ mm/s}$

A variância de Allan aplicada ao conjunto de dados da figura 4.40 é apresentada abaixo, junto com as curvas de ruído e a leitura de seus respectivos coeficientes de erro.

Figura 4.41: Variância de Allan para o conjunto de dados do eixo z do DVL. As curvas de ruídos e seus respectivos coeficientes de erro também são indicados.

Para V_Z , identificou-se apenas o ruído branco e de *random walk*. Seus coeficientes de erro correspondentes são:

- $Q = 0,1 \text{ (mm)}$
- $K = 0,0026 \text{ (mm/s}^{\frac{3}{2}}\text{)}$

Portanto, para o eixo Z do DVL, temos a hipótese de que o ruído de seu sinal pode ser caracterizado por (em $(\text{mm/s})^2$):

$$\sigma_{VY}^2(T) = \sigma_{RB}^2(T) + \sigma_{BI}^2(T) + \sigma_{RW}^2(T) \quad (4.26)$$

4.3 Propagação de erros de navegação e reprodução dos ruídos dos sensores

Ao longo deste trabalho, ficou evidente o problema de deriva da estimativa de posição. Assim, almeja-se estabelecer um critério de emersão para correção periódica da localização do veículo por meio de sinal GPS. A ideia é avaliar o erro acumulado de posição para se estabelecer um limite máximo de incerteza, de acordo com a necessidade de cada missão. Para isso, serão utilizadas as expressões (3.31) e (3.37), que baseiam seus cálculos nos erros do sensor de velocidade DVL e dos giroscópios da UMI. Consequentemente, uma etapa importante para o sucesso do critério é um modelo de erros condizente com a prática, o que pode se tornar uma tarefa relativamente complexa. Por isso, optou-se por dividir o erro em uma parcela determinística, a qual pode ser eliminada por calibração e que não será abordada neste documento, e outra de natureza aleatória, cuja caracterização e dimensionamento foram discutidos. Sabendo-se disso, propõe-se a seguir um espaço de estados que irá propagar os ruídos dos sensores a partir dos parâmetros levantados na sessão anterior.

4.3.1 Utilização do modelo de erros dos sensores na estimativa das incertezas de atitude e localização do AUV

A propagação dos erros de navegação será feita pela representação em espaço de estados. Para tal, é preciso que os estados estejam relacionados entre si por meio de equações diferenciais de primeira ordem. Efetivamente, para o erro de posição $\delta \mathbf{r}_{nb}^b$ e de atitude $\delta \Theta$, sabemos que são funções dos erros $\delta \mathbf{v}_{nb}^b$ e $\delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ do DVL e dos giroscópios da UMI (expressões 3.31 e 3.37). Dessa forma, escrevemos:

$$\mathbf{Y}(k+1) = \Phi_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}(k, k+1)\mathbf{Y}(k) + \mathbf{E}(k) \quad (4.27)$$

Onde $\mathbf{Y}(k)$ é o vetor de estados no instante k , composto pelos erros das variáveis estimadas de navegação e pelos erros dos sensores:

$$\mathbf{Y}(k) = [\delta \mathbf{r}_{nb}^b(k) \ \delta \Theta(k) \ \delta \mathbf{v}_{nb}^b(k) \ \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b(k)]^T \quad (4.28)$$

Sendo que:

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{r}_{nb}^b(k) &= [\delta r_N(k) \ \delta r_E(k) \ \delta r_D(k)]^T \\ \delta \Theta(k) &= [\delta \phi(k) \ \delta \theta(k) \ \delta \psi(k)]^T \\ \delta \mathbf{v}_{nb}^b(k) &= [\delta v_x(k) \ \delta v_y(k) \ \delta v_z(k)]^T \\ \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b(k) &= [\delta p(k) \ \delta q(k) \ \delta r(k)]^T \end{aligned}$$

$\Phi_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}$ é a matriz de transição de estados entre os instantes k e $k+1$ definida em parte pelas equações (3.31) e (3.37). Os ruídos de medição $\delta \mathbf{v}_{nb}^b$ e $\delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ foram levantados pela variância de Allan na sessão 4.2.1 deste documento e são propagados pela matriz $\mathbf{E}$, formada por duas parcelas:

$$\mathbf{E}(k) = \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{Y}}(k) + \mathbf{Z}(k) \quad (4.29)$$

onde ω_Y é a fração branca do ruído e Z a colorida, definindo um sistema de estados aumentado. Recapitulando as expressões (3.31) e (3.37):

$$\begin{aligned}\delta \dot{\mathbf{r}}_{nb}^n &= \mathbf{R}_b^n \delta \mathbf{v}_{nb}^b + [\mathbf{v}_{nb}^n] \times \delta \mathbf{\Theta} \\ \delta \dot{\mathbf{\Theta}} &= -\mathbf{R}_b^n \delta \omega_{ib}^b\end{aligned}$$

A matriz Φ_{YY} da expressão (4.27) então fica:

$$\begin{bmatrix} \delta r_N \\ \delta r_E \\ \delta r_D \\ \delta \phi \\ \delta \theta \\ \delta \psi \\ \delta v_x \\ \delta v_y \\ \delta v_z \\ \delta p \\ \delta q \\ \delta r \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -dt.v_D & dt.v_E & dt.R_{11} & dt.R_{12} & dt.R_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & dt.v_D & 0 & -dt.v_N & dt.R_{21} & dt.R_{22} & dt.R_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -dt.v_E & dt.v_N & 0 & dt.R_{31} & dt.R_{32} & dt.R_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -dt.R_{11} & -dt.R_{12} & -dt.R_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -dt.R_{21} & -dt.R_{22} & -dt.R_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -dt.R_{31} & -dt.R_{32} & -dt.R_{33} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta r_N \\ \delta r_E \\ \delta r_D \\ \delta \phi \\ \delta \theta \\ \delta \psi \\ \delta v_x \\ \delta v_y \\ \delta v_z \\ \delta p \\ \delta q \\ \delta r \end{bmatrix}_k + \mathbf{E}(k) \quad (4.30)$$

Sendo dt o período de discretização do problema, resta a determinação de $\omega_Y(k)$ e $Z(k)$, compostos por até cinco diferentes tipos de ruído: de quantização, branco, bias instabilidade, *random walk* e *rate ramp* (vide sessão 4.2.1). O ruído branco em particular pode ser incorporado diretamente a ω_Y como uma distribuição gaussiana $\mathcal{N}(0, Q)$. Para os demais tipos de ruído, serão desenvolvidas as equações diferenciais que regem a sua propagação no tempo.

4.3.1.1 Equações diferenciais para os erros estocásticos dos sensores

Para o desenvolvimento das equações diferenciais, utiliza-se as funções de densidade espectral S_Ω de cada ruído, conforme definidas na sessão 4.2.1 deste documento. É possível representar cada um dos processos estocásticos como sendo um ruído branco passado através de um *shaping filter*, o que define sua função de transferência $G(j\omega)$.

$$\begin{aligned}Y(j\omega) &= G(j\omega)X(j\omega) \text{ tal que:} \\ S_\Omega(\omega) &= |G(j\omega)|^2\end{aligned} \quad (4.31)$$

Aplicando-se a transformada inversa de Fourier à expressão acima, é possível obter a equação diferencial para o sistema linear em questão. Por exemplo, para o ruído de *random walk*, temos que sua densidade espectral é $S_{RW} = \frac{K^2}{\omega^2}$ (expressão 4.15). Logo, a função de transferência do *shaping filter* correspondente é $G_{RW}(j\omega) = \frac{K}{j\omega}$, ou seja, $Y_{RW}(j\omega) = \frac{K}{j\omega}U(j\omega)$. Aplicando-se a transformada inversa de Fourier, resulta a equação diferencial que rege o ruído de *random walk*:

$$\dot{r}_{RW}(t) = K.u(t) \quad (4.32)$$

Onde $u(t)$ é o ruído branco unitário. O mesmo é feito para os demais ruídos, com algumas considerações adicionais para os ruídos de quantização, bias instabilidade e *rate ramp*, detalhadas em HAN et al. [2009]. Assim, as equações diferenciais para a propagação dos ruídos são:

Tipo de ruído	$S_{\Omega}(\omega)$	Equação diferencial
De quantização	$(\omega)^2 T Q_z^2$	$\dot{r}_{Qz}(t) = Q_z \cdot \sqrt{T} \cdot \dot{u}_1(t)$
Bias instabilidade	B^2/ω	$\dot{r}_{BI}(t) + \beta \cdot r_{BI}(t) = \beta \cdot B \cdot u_2(t)$
<i>Random Walk</i>	$K^2/(\omega)^2$	$\dot{r}_{RW}(t) = K \cdot u_3(t)$
<i>Rate Ramp</i>	$R^2/(\omega)^3$	$\ddot{r}_{RR}(t) + \sqrt{2} \cdot \omega_0 \cdot \dot{r}_{RR}(t) + \omega_0^2 \cdot r_{RR}(t) = R \cdot u_4(t)$

Tabela 4.3: Ruídos e suas densidades espectrais e equações diferenciais correspondentes.

Onde β e ω_0 são a constante de tempo e a frequência natural não amortecida, respectivamente, referentes à aproximação do ruído por processos de Gauss-Markov de primeira e segunda ordem, respectivamente, e que devem ser determinados para cada problema. Dessa forma, a tabela 4.3.1.1 possibilita a propagação do ruído dos sensores em um espaço de estados, definindo $\mathbf{Z}$ da equação (4.30), exceto pelo erro de quantização, que depende de $\dot{u}(t)$, a derivada temporal do ruído branco. Para contornar esse problema, observa-se que tal ruído é integrado para a estimação de $\delta \mathbf{r}_{nb}^n$ e de $\delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b$, resultando finalmente em um ruído branco que pode ser incorporado ao sistema. Pelas expressões (3.37) e (3.31), temos que:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega}_r(t) &= [\mathbf{R}_b^n(t) \cdot \mathbf{Q} \mathbf{z}_{DVL} \cdot \text{sqrt}(T)] \circ [u_1(t) \ u_2(t) \ u_3(t)]^T \\ \boldsymbol{\omega}_{\Theta}(t) &= [\mathbf{R}_b^n(t) \cdot \mathbf{Q} \mathbf{z}_{gyros} \cdot \text{sqrt}(T)] \circ [u_4(t) \ u_5(t) \ u_6(t)]^T\end{aligned}\quad (4.33)$$

No caso, operação $\bullet \circ \star$ é o produto de Hadamard, elemento a elemento, entre os vetores $\bullet$ e $\star$. Lembrando que $\boldsymbol{\omega}_{DVL}(t) = [\mathbf{Q}_{DVL}] \circ [u_7(t) \ u_8(t) \ u_9(t)]^T$ e $\boldsymbol{\omega}_{gyros}(t) = [\mathbf{Q}_{gyros}] \circ [u_{10}(t) \ u_{11}(t) \ u_{12}(t)]^T$, finalmente é possível completar a matriz $\mathbf{E}$ da equação (4.30) com sua parcela branca $\boldsymbol{\omega}_Y$ e com a colorida $\mathbf{Z}$ em um sistema de espaço de estados aumentado. $\boldsymbol{\omega}_Y$ é redefinida então como:

$$\boldsymbol{\omega}_Y(t) = [\boldsymbol{\omega}_r(t)^T \ \boldsymbol{\omega}_{\Theta}(t)^T \ \boldsymbol{\omega}_{DVL}(t)^T \ \boldsymbol{\omega}_{gyros}(t)^T]^T \quad (4.34)$$

A seguir é apresentado o equacionamento para o espaço de estados aumentado para propagação do ruído colorido por meio de $\mathbf{Z}$.

4.3.1.2 Espaço de estados para propagação do ruído colorido dos sensores

Definindo-se a variável z como:

$$z(t) = r_{BI}(t) + r_{RW}(t) + r_{RR}(t) \quad (4.35)$$

A partir da tabela 4.3.1.1 e utilizando a transformada de Laplace, é possível escrever:

$$\begin{aligned}R_{BI}(s) &= \frac{\beta \cdot B \cdot U_1(s)}{s + \beta} \\ R_{RW}(s) &= \frac{K \cdot U_2(s)}{s} \\ R_{RR}(s) &= \frac{R \cdot U_3(s)}{s^2 + \sqrt{2} \cdot \omega_0 \cdot s + \omega_0^2}\end{aligned}\quad (4.36)$$

De onde vem que:

$$s(s + \beta)(s^2 + \sqrt{2}\omega_0.s + \omega_0^2)Z(s) = s(s^2 + \sqrt{2}\omega_0.s + \omega_0^2).\beta.B.U_1(s) + \dots + (s + \beta)(s^2 + \sqrt{2}\omega_0.s + \omega_0^2).K.U_2(s) + s(s + \beta)R.U_3(s) \quad (4.37)$$

A equação (4.37) pode ser representada na forma diferencial abaixo utilizando a transformada $z = e^{T.s}$:

$$z^{(4)}(t) + a_1.z^{(3)}(t) + a_2.z^{(2)}(t) + a_3.z^{(1)}(t) + a_4.z^{(0)}(t) = b_0.\omega^{(3)}(t) + b_1.\omega^{(2)}(t) + b_2.\omega^{(1)}(t) + b_3.\omega^{(0)}(t) \quad (4.38)$$

Onde os superscritos $(i), i = 1, \dots, 4$ são as derivadas temporais de iésima ordem de $z(t)$ e também:

$$\begin{cases} a_1 = \beta + \sqrt{2}\omega_0 \\ a_2 = \sqrt{2}\omega_0.\beta + \omega_0^2 \\ a_3 = \beta.\omega_0^2 \\ a_4 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} b_0^2 = K^2 + \beta^2.B^2 \\ b_1^2 - 2.b_0.b_2 = K^2.\beta^2 + R^2 \\ b_2^2 - 2.b_1.b_3 = K^2.\omega_0^4 + \beta^2.B^2\omega_0^4 + \beta^2.R^2 \\ b_3^2 = K^2.\beta^2.\omega_0^4 \end{cases}$$

A parcela direita à da equação (4.38) não tem sua média nem variância alteradas com relação à parcela à direita da equação (4.37), pois se tratam de processos estocásticos estacionários (HAN et al. [2009]). Logo, definindo-se $\mathbf{x}_1 = [z_1^{(0)} \ z_1^{(1)} \ z_1^{(2)} \ z_1^{(3)}]^T$, de forma que $\mathbf{Z}(t) = [\mathbf{0}_{1 \times 6} \ z_1(t) \ \dots \ z_6(t)]^T$, temos:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1(t) &= \mathbf{F}_1.\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{G}_1.u(t) \\ z_1(t) &= \mathbf{H}_1.\mathbf{x}_1(t) \end{aligned} \quad (4.39)$$

Onde:

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -a_4 \\ 1 & 0 & 0 & -a_3 \\ 0 & 1 & 0 & -a_2 \\ 0 & 0 & 1 & -a_1 \end{bmatrix}, \mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} b_3 \\ b_2 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix}, \mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T$$

Em sua forma discreta:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1(k+1) &= \Phi_{\mathbf{x}_1\mathbf{x}_1}(k, k+1).\mathbf{x}_1(k) + dt.\mathbf{G}_1.u(k) \\ \Phi_{\mathbf{x}_1\mathbf{x}_1}(k, k+1) &= e^{\mathbf{F}_1.dt} \approx \mathbf{I}_{3 \times 3} + \mathbf{F}_1.dt \\ z_1(k) &= \mathbf{H}_1.\mathbf{x}_1(k) \end{aligned} \quad (4.40)$$

Finalmente, é possível então definir o espaço de estados aumentado para a propagação de erros de navegação

4.3.1.3 Espaço de estados aumentado para a propagação de erros de navegação

Inserindo-se $\mathbf{Z}(k)$, conforme definido em (4.39), na equação (4.29), temos:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}(k+1) \\ \mathbf{X}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}(k, k+1) & \Phi_{\mathbf{Y}\mathbf{X}}(k, k+1) \\ \mathbf{0}_{24 \times 12} & \Phi_{\mathbf{X}\mathbf{X}}(k, k+1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{Y}(k) \\ \mathbf{X}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{\mathbf{Y}}(k) \\ \omega_{\mathbf{X}}(k) \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Onde:

$$\begin{aligned}\Phi_{XY}(k, k+1) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{H}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \\ \mathbf{H}_{6 \times 6} &= \text{diag}(\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \dots, \mathbf{H}_6) \\ \Phi_{XX}(k, k+1) &= \text{diag}(\Phi_{x_1 x_1}(k, k+1), \Phi_{x_2 x_2}(k, k+1), \dots, \Phi_{x_6 x_6}(k, k+1)) \\ \omega_X(k) &= dt \cdot [u_1(k) \cdot \mathbf{G}_1^T \ u_2(k) \cdot \mathbf{G}_2^T \ \dots \ u_6(k) \cdot \mathbf{G}_6^T]^T\end{aligned}$$

Aqui, uma última consideração é importante. A expressão 4.41 leva em conta apenas o ruído dos sensores. Para a parcela determinística, é possível adicionar um vetor $\mathbf{V}$ que considera também erros como *bias offset*, fator de escala e desalinhamento. Por exemplo, caso haja um erro de fator de escala na velocidade, onde o *output* do DVL está multiplicado por 1.02 ao invés de por 1, é possível fazer:

$$\mathbf{V}(k) = [\mathbf{0}_{1 \times 6} \ 0.02v_x \ 0.02v_y \ 0.02v_z \ \mathbf{0}_{1 \times 27}]^T \quad (4.42)$$

Dessa forma, manipulando-se o vetor $\mathbf{V}$, é possível completar a expressão (4.41) até se obter um modelo que considere a maior parte das fontes de erro identificáveis.

4.3.2 Reprodução dos ruídos

A seguir, reproduz-se os ruídos dos sensores a partir dos parâmetros levantados pela variância de Allan e do espaço aumentado de estados de erro da expressão (4.41). Nessa etapa, são avaliadas as hipóteses sobre a presença de cada um dos ruídos identificados, comparando a curva obtida à experimental.

Para as matrizes ω_X e ω_Y , é necessário gerar ruído branco unitário. Isso foi feito através da função *Matlab normrnd*(μ, σ), para a qual especificou-se $\mu = 0$ e $\sigma = 1$. Para a utilização dos parâmetros levantados pela variância de Allan, antes é preciso convertê-los para as mesmas unidades de medição dos sensores e também adaptá-los para o caso discreto, com f_s igual à frequência de aquisição dos sensores.

- **Conversão de unidades** Os giroscópios trabalham em *rad/s*, ao passo que os parâmetros de ruídos estão em *deg/hr*. O DVL, por sua vez, trabalha em *m/s* enquanto que seus parâmetros estão em *mm/s*. Portanto, para o DVL, basta dividir os parâmetros por 1000 (*mm* para *m*), enquanto que para os giroscópios, é preciso:

$$\begin{aligned}Q_z : [deg] &\rightarrow \times \frac{\pi}{180} \rightarrow [rad] \\ Q : [deg/\sqrt{hr}] &\rightarrow \times \frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{\sqrt{3600}} \rightarrow [rad/\sqrt{s}] \\ B : [deg/hr] &\rightarrow \times \frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{3600} \rightarrow [rad/s] \\ K : [deg/hr^{1.5}] &\rightarrow \times \frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{3600^{1.5}} \rightarrow [rad/s^{1.5}] \\ R : [deg/hr^2] &\rightarrow \times \frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{3600^2} \rightarrow [rad/s^2]\end{aligned} \quad (4.43)$$

- **Adaptação para o caso discreto:** Para a reprodução de um ruído $n(t)$ contínuo no tempo, de média $\mu = 0$ e desvio padrão σ , na simulação numérica deve-se proceder às modificações (JAZWINSKI [1970]):

$$\begin{aligned}n_d[k] &= \sigma_d \omega[k] \\ \omega[k] &\sim \mathcal{N}(0, 1) \\ \sigma_d &= \sigma \cdot \frac{1}{\sqrt{\Delta t}}\end{aligned} \quad (4.44)$$

onde Δt é o período de amostragem. Portanto, é preciso dividir os parâmetros da UMI por $1/\sqrt{f_{UMI}}$ e do DVL por $1/\sqrt{f_{DVL}}$.

- **Determinação de β para o processo de Gauss-Markov de primeira ordem:**
A função de transferência G_{BI} obtida a partir de sua densidade espectral S_{Ω} é $G_{BI}(j\omega) = B/\sqrt{j\omega}$, enquanto que a aproximação do ruído por um processo de Gauss-Markov de primeira ordem nos dá uma aproximação $\hat{G}_{BI}(j\omega) = \beta.B/(j\omega + \beta)$. O erro relativo ϵ_{BI} entre ambas as expressões, em dB pode ser utilizado para estimar o parâmetro β , conforme proposto por (HAN et al. [2009]):

$$\epsilon_{BI} = 10.\log \left| \frac{|\hat{G}_{BI}| - |G_{BI}|}{|G_{BI}|} \right| = 10.\log \left| \frac{\sqrt{\omega}}{\sqrt{1 + \omega^2/\beta^2}} - 1 \right| \quad (4.45)$$

Onde se impõe que ϵ_{fn} seja inferior à -3 dB e ω é a frequência observada no gráfico da variância de Allan para o qual ocorre a derivada nula, onde a intensidade do ruído de bias instabilidade é a mais importante.

4.3.2.1 Giroscópios

A simulação a seguir considerou uma frequência de amostragem $f_{UMI} = 100$ Hz , $\beta = 0.04$ Hz e uma duração de 5 hr , conforme os testes reais executados na sessão 4.2.2.

- G_X : Experimentalmente (figura 4.28), tem-se que $\sigma_{G_X} = 19.0896$ $^{\circ}/hr$ e se levantou a hipótese de que o ruído é composto por ruído branco, com $Q = 0,034^{\circ}/\sqrt{hr}$, e por bias instabilidade, com $B = 0.377^{\circ}/hr$. A reprodução separada de cada um dos ruídos a partir das expressões da tabela 4.3.1.1 nos dá:

Figura 4.42: Ruído branco reproduzido, com $\sigma = 20.41$ deg/hr , e sua respectiva curva de Allan. O valor de Q também é recuperado.

Figura 4.43: Ruído de bias instabilidade reproduzido, com $\sigma = 0.0574 \text{ deg/hr}$, e sua respectiva curva de Allan. A região de derivada nula se mantém em $\omega = 0.0157 \text{ rad/s}$, mas $B = 0.035$, ou seja, $B = 0.377 \text{ deg/hr}$ não é recuperado.

Por não conseguir recuperar o ruído de bias instabilidade, deduz-se que G_X é composto apenas por ruído branco. Assim, o ruído reproduzido é o mesmo da figura (4.42). A sobreposição das curvas de Allan referentes ao ruído reproduzido e aos ensaios é visualizada abaixo.

Figura 4.44: Sobreposição das curvas de Allan referentes ao ruído reproduzido e ao do ensaio.

- G_Y : Experimentalmente (figura 4.32), tem-se que $\sigma_{G_Y} = 18.5379^\circ/\text{hr}$ e se levantou a hipótese de que o ruído é composto por ruído branco, com $Q = 0,03^\circ/\sqrt{\text{hr}}$, por bias instabilidade, com $B = 0.316^\circ/\text{hr}$, e por ruído de *random walk*, com $K = 1.8$

$deg/hr^{1.5}$. A reprodução separada de cada um dos ruídos a partir das expressões da tabela 4.3.1.1 nos dá:

Figura 4.45: Ruído branco reproduzido, com $\sigma = 18.01 \text{ deg/hr}$, e sua respectiva curva de Allan. O valor de Q também é recuperado.

Figura 4.46: Ruído de bias instabilidade reproduzido, com $\sigma = 0.0578 \text{ }^\circ/hr$, e sua respectiva curva de Allan. A região de derivada nula se mantém em $\omega = 0.0419 \text{ rad/s}$, mas $B = 0.052$, ou seja, $B = 0.316 \text{ }^\circ/hr$ não é recuperado.

Figura 4.47: Ruído de *random walk* reproduzido e sua respectiva curva de Allan. $\mu = -1.2380^\circ/hr$ e $\sigma = 1.5914^\circ/hr$. O valor de K também é recuperado.

Por não conseguir recuperar o ruído de bias instabilidade, deduz-se que G_Y é composto apenas por ruído branco e *random walk*. Iso justifica a aproximação proposta por CARVALHO [2011].

Figura 4.48: Ruído reproduzido pela soma dos ruídos branco e de *random walk*, com $\sigma = 18.0852^\circ/hr$, e sua respectiva curva de Allan.

- G_Z : O mesmo processo é aplicado a G_Z . Experimentalmente (figura 4.34), tem-se que $\sigma_{G_Z} = 18.8306^\circ/hr$. Da mesma forma que G_Y , o ruído reproduzido é formado por ruído branco e de *random walk*.

Figura 4.49: Ruído reproduzido pela soma dos ruídos branco e de *random walk*, com $\sigma = 19.2110 \text{ }^\circ/\text{hr}$, e sua respectiva curva de Allan.

4.3.2.2 DVL

O mesmo processo utilizado para a reprodução dos ruídos para os giroscópios foi aplicado ao DVL. Determinou-se, a partir da expressão (4.45), que $\beta = 0.2 \text{ Hz}$ nesse caso.

- V_X : Experimentalmente figura 4.36, tem-se que $\sigma_{V_X} = 0.362 \text{ mm/s}$. O ruído reproduzido está na figura 4.50.

Figura 4.50: Ruído reproduzido para V_X pela soma dos ruídos branco e de *random walk*, com $\sigma = 0.3332 \text{ mm/s}$, e sua respectiva curva de Allan.

- V_Y : Experimentalmente figura 4.38, tem-se que $\sigma_{V_Y} = 1.38 \text{ mm/s}$. O ruído reproduzido está na figura 4.51

Figura 4.51: Ruído reproduzido para V_Y pela soma dos ruídos branco e de *random walk*, com $\sigma = 1.0479 \text{ mm/s}$, e sua respectiva curva de Allan.

- V_Z : Experimentalmente figura 4.40, tem-se que $\sigma_{V_Z} = 0.457 \text{ mm/s}$. O ruído reproduzido está na figura 4.52.

Figura 4.52: Ruído reproduzido para V_Z pela soma dos ruídos branco e de *random walk*, com $\sigma = 0.2284 \text{ mm/s}$, e sua respectiva curva de Allan.

Capítulo 5

Algoritmos de navegação e de propagação de erros: resultados

Até aqui, foram apresentadas as equações e procedimentos para definir tanto o algoritmo de navegação quanto as estimativas dos erros de atitude e localização do AUV. Neste capítulo, será apresentado o algoritmo para a estimativa de trajetória do AUV, em sua versão pós-processada com referencial local e geodésico. Exemplos de trajetórias estimadas em experimentos de campo são apresentados. Serão expostos também os resultados das estimativas dos erros de localização do AUV, com base nas simulações utilizando as expressões apresentadas pelos modelos de erros dos sensores e sua propagação nos erros de navegação. Tais estimativas serão confrontadas com os erros experimentais entre a posição obtida pelo algoritmo dead-reckoning e as medidas do GPS ao final das manobras.

Nas manobras de longa duração utilizadas para apresentar o funcionamento do algoritmo de navegação, escolheu-se a AHRS ao invés UMI para estimar a atitude do veículo. Na época de realização dos testes, a velocidade angular medida pela UMI ainda gerava uma deriva grande o suficiente para que a sua utilização fosse desvantajosa nas missões de longa duração frente ao desempenho da AHRS. Atualmente, SILVA [2017] conduziu com sucesso manobras de menor duração na raia Olímpica da USP, utilizando a integração dos giroscópios e inicializando o rumo por meio de bússola magnética. Essas manobras serão utilizadas na validação do algoritmo de propagação de erros.

Figura 5.1: AUV Pirajuba durante uma manobra na superfície.

É importante comentar que os testes de campo podem ocorrer na superfície da água, para aquisição de sinal GPS, ou com o veículo submerso. Para o primeiro caso, a referência da estimativa de posição pelo GPS é importante para a análise de desempenho do algoritmo, mas produz resultados com dinâmica diferente daqueles do caso real de utilização, onde o AUV navega embaixo d'água. Para permanecer na superfície, os profundores precisam manter o veículo com *pitch* θ ligeiramente positivo, o que diminui a velocidade de avanço u do veículo para uma mesma rotação do propulsor. Além disso, apenas um dos lemes está em contato direto com a água e é capaz de atuar normalmente. Existe também a presença de ondas e vento, que podem perturbar o sistema. Por fim, é importante lembrar que a qualidade da estimativa da posição pelo GPS está diretamente ligada à continuidade do sinal. É comum que ondas cubram momentaneamente a antena, interrompendo a sincronização entre o receptor e o sinal de um ou mais satélites da constelação visível, prejudicando seu desempenho.

5.1 Algoritmos de navegação

Os dados dos sensores a serem pós-processados foram colhidos em campo, no litoral norte do Estado de São Paulo. Eles foram armazenados em um cartão de memória embarcado, que foi descarregado em um computador e processado por meio da ferramenta computacional *Matlab* (MATHWORKS [2015]). No caso da versão em coordenadas geodésicas, também se utilizou a plataforma *Google Earth* (GOOGLE [2016]) para correlacionar as informações de latitude L e longitude λ às imagens de satélites de sua base de dados.

5.1.1 Versão local

O algoritmo de navegação por *dead reckoning*, que estima a posição do veículo localmente e a expressa na base n , se baseia na expressão 3.8. Esquematicamente, temos:

Figura 5.2: Esquemático do processamento dos dados sensoriais e execução do algoritmo de navegação, em sua versão local.

Além disso, o tratamento da velocidade do DVL é feita pelo método da “pré-filtragem” (sessão 4.1.3) ao invés da “filtragem pós-processada”. Essa escolha foi feita com o intuito de prever o desempenho do algoritmo em sua forma embarcada, dado que seu objetivo é auxiliar na realização de missões em campo. A seguir, foram selecionadas 4 manobras para ilustrar os resultados obtidos.

Figura 5.3: Manobra 1 com $t \approx 16 \text{ min}$ e distância percorrida $\approx 1\,385 \text{ m}$.

Figura 5.4: Manobra 2 em linha reta com $t \approx 16 \text{ min}$ e distância percorrida $\approx 1 \text{ km}$.

Ambas as manobras acima foram realizadas na superfície da água para aquisição de sinal GPS. Para manobras mais longas, com o AUV submerso, tem-se:

Figura 5.5: Manobra 3 de corte de relva com $t \approx 49 \text{ min}$ e distância percorrida $\approx 3\,543 \text{ m}$.

Figura 5.6: Manobra 4 de corte de relva com $t \approx 2 \text{ h } 22 \text{ min}$ e distância percorrida $\approx 10 \text{ 752 m}$.

A análise local permite a visualização da manobra, mas é difícil de avaliar seu desempenho sem a comparação com o GPS. Assim, a seguir serão apresentados os resultados do algoritmo de navegação em sua versão geo-referenciada.

5.1.2 Versão geo-referenciada

O algoritmo de navegação por *dead reckoning* que estima a posição do veículo em coordenadas geodésicas e a expressa na base e , utiliza a expressão 3.15. Esquemáticamente, temos:

Figura 5.7: Esquemático do processamento dos dados sensoriais e execução do algoritmo de navegação, em sua versão geo-referenciada.

Graças à conversão para a base e , é possível a visualização da manobra em um mapa geo-referenciado, como o disponibilizado pela ferramenta *Google Earth*. Para tal, utilizou-se a biblioteca *matlab* desenvolvida por DAVIS [2012], que recebe as coordenadas geodésicas e as publica no formato necessário de arquivo **.kml*. Para as manobras 1 e 2 na superfície da água, é possível visualizar a trajetória do algoritmo de navegação e a estimativa de posição do GPS, vide figuras 5.8 e 5.9. Para as manobras com o AUV submerso, a posição final foi comparada à posição final do veículo na superfície da água figuras 5.10 e 5.11. Assim, estima-se o erro absoluto δr_{abs} do algoritmo de navegação e seu erro relativo $\delta r\%$, que é o erro absoluto dividido pela distância total percorrida. Ambos referem-se apenas ao plano horizontal.

Figura 5.8: Manobra 1 de giro com $t \approx 16 \text{ min}$ com distância percorrida $\approx 1\,385 \text{ m}$, visualizada na ferramenta GOOGLE [2016]. Em amarelo o algoritmo de navegação, em preto o GPS e em vermelho o erro entre ambos. Erros: $\delta r_{abs} = 31 \text{ m}$ e $\delta r\% = 2.2\%$.

Figura 5.9: Manobra 2 em linha reta com $t \approx 39 \text{ min}$ com distância percorrida $\approx 3\,457 \text{ m}$, visualizada na ferramenta GOOGLE [2016]. Em amarelo o algoritmo de navegação, em preto o GPS e em vermelho o erro entre ambos. Erros: $\delta r_{abs} = 50 \text{ m}$ e $\delta r\% = 1.4\%$.

Figura 5.10: Manobra 3 de corte de relva com $t \approx 49 \text{ min}$ e distância percorrida $\approx 3\,543 \text{ m}$, visualizada na ferramenta GOOGLE [2016]. Em amarelo o algoritmo de navegação e em vermelho o erro de posição acumulados. Erros: $\delta r_{abs} = 56 \text{ m}$ e $\delta r_{\%} = 1.6\%$.

Figura 5.11: Manobra 4 de corte de relva com $t \approx 2 \text{ h } 22 \text{ min}$ e distância percorrida $\approx 10\,752 \text{ m}$, visualizada na ferramenta GOOGLE [2016]. Em amarelo o algoritmo de navegação e em vermelho o erro de posição acumulados. Erros: $\delta r_{abs} = 358 \text{ m}$ e $\delta r_{\%} = 3.3\%$.

Comparando-se as trajetórias do algoritmo de navegação e a posição estimada pelo GPS, é possível perceber visualmente que, apesar dos tratamentos para melhoria dos dados sensoriais, ainda existe um erro de deriva, devido aos bias e simplificações assumidas no algoritmo. O erro relativo de posição permaneceu abaixo de 5%. Os AUVs comerciais trabalham com aproximadamente 0,01% (PANISH and TAYLOR [2011] e HILLER et al. [2012]).

5.2 Validação experimental do algoritmo de propagação de erros

Para validação do modelo de propagação de erros por espaço de estados aumentado, realizou-se simulações de manobras em linha reta e em U, que constituem elementos básicos de uma manobra típica do AUV no plano horizontal, e o “corte de relva”, utilizada comumente para buscas e varreduras de uma área escolhida. Manobras no plano vertical não estão contempladas neste trabalho. Essas simulações foram repetidas mil vezes, de onde se obteve o erro médio esperado e o qual foi comparado ao observado em ensaios na raia olímpica da USP. Foi considerado um erro de fator de escala de 2 %, levantado por SILVA [2017], comparando a trajetória da integração da velocidade à fornecida pelo GPS.

Figura 5.12: Mil simulações em linha reta com 1800 m de comprimento, velocidade média $v_m = 1 \text{ m/s}$. Erro de posição médio $\mu = 51,71 \text{ m}$ e desvio padrão $\sigma = 17,14 \text{ m}$.

Ensaio foram realizados com as mesmas características, onde a posição estimada pelas equações de navegação foram comparadas ao GPS. A exatidão do GPS recuperada pelo parâmetro HDOP também é indicada.

Figura 5.13: Ensaio em linha reta com 1800 m de comprimento e velocidade média de $v_m = 1 \text{ m/s}$ para avaliação do modelo de propagação de erros de navegação.

Observa-se que o erro previsto pelo modelo, de 51.71 m, condiz com o observado, de 50 m. Pela precisão do GPS nos pontos inicial e final, há ainda uma tolerância de $9 + 10 = 19 \text{ m}$. Repetiu-se esse processo para outras manobras, com velocidade média $v_m = 1 \text{ m/s}$ e sumarizadas na tabela abaixo:

Tipo Manobra	Comprimento (m)	Erro médio esperado (m)	Desvio Padrão (m)	Erro observado (m)	Tolerância GPS (m)
Reta	1200	27,04	3,77	18	15
Reta	1200	27,04	3,77	21	16
Reta	1200	27,04	3,77	25	16
Reta	1800	51,71	17,14	51	18
Reta	1800	51,71	17,14	50	19
U	500 em cada perna 8 entre as mesmas	4,81	3,58	6	17

Tabela 5.1: Comparação entre o erro previsto pelo modelo e o erro observado.

O modelo considera erro de fator de escala para o DVL e os ruídos das medições dos sensores. Existem outras fontes de erro que não foram consideradas, como desalinhamento na fixação dos sensores no veículo, não ortogonalidade de seus eixos, impacto dos bias, da temperatura, entre outros. Mesmo assim, levando-se em conta a tolerância do GPS e o desvio padrão para o erro esperado, é possível dizer que o erro observado está dentro das previsões do modelo para todas as manobras. Espera-se que o tratamento das fontes de erro desprezadas nas simulações, ou a sua caracterização por meio do vetor $\mathbf{V}$ discutido no final da sessão 4.3.1.3, melhorem o desempenho do modelo.

Com relação às manobras em linha reta, nota-se que o erro não evolui de forma linear com o tempo, mas que, conforme a missão avança, mais rapidamente o erro se acumula.

Caso fosse linear, se para 1200 m a previsão de erro é de 27 m , o correspondente a uma manobra de 1800 m seria de 40.5 m , enquanto que se obteve 51.7 m . Efetivamente, com o passar do tempo, pior é a estimativa de atitude devido ao problema de deriva, o que faz o algoritmo de navegação degradar cada vez mais rápido a estimativa de posição do veículo. Para as manobras em U, nota-se que o erro acumulado é relativamente menor do que aquele para uma mesma distância percorrida em linha reta. Para a manobra em U com 750 m de perna, a distância total percorrida é de pelo menos 1500 m e o erro médio esperado 14.1 m , ao passo que a manobra em linha reta com 1200 m percorridos acumula em média 27 m . Isso ocorre graças à virada do U, que cancela parte do erro por simetria. Idealmente, caso o erro do DVL fosse constante, o rumo desprovido de erro e as pernas do U paralelas e de mesmo comprimento, o cancelamento seria perfeito. Por isso todos esses motivos, informar o erro de posição apenas pelo erro relativo em relação à distância percorrida é pouco específico. Junto, é interessante indicar ao menos o tempo de manobra e qual foi o tipo de manobra realizado.

5.3 Discussão sobre um critério de emersão do AUV

Com a finalidade de se corrigir erros de localização crescentes com o tempo em manobras de águas rasas, pode-se recorrer a emersões pré-programadas do veículo. Para a definição das ocasiões em que tais emersões serão executadas é importante o conhecimento da evolução do erro de localização do AUV. Os resultados obtidos na seção 5.2 indicam elementos para a construção de algum critério para a definição dos eventos de emersão.

Tomemos uma manobra de corte de relva como exemplo, com 1000 m de perna, 8 m de separação entre elas e velocidade média $v_m = \pi/3 \approx 1.05$ m/s . A simulação para mil manobras nos dá.

Figura 5.14: Mil simulações em corte de relva com 750 m de perna, 8 m de separação entre elas e velocidade média $v_m = 1.05$ m/s . Erro de posição médio ao final da manobra $\mu = 73.41$ m e desvio padrão $\sigma = 56.36$ m .

É possível também analisar a evolução do erro médio ao longo da manobra, de forma a arbitrar os melhores pontos para emersão.

Figura 5.15: Trajetória da simulação e identificação de pontos de interesse para a análise.

Figura 5.16: Evolução do erro médio de posição, ao longo da manobra da figura (5.15). Em vermelho, o desvio-padrão, conforme expressão 4.20

Ponto de Interesse	Distância Perocorrida (m)	Tempo (min)	Erro médio esperado (m)	Desvio Padrão (m)
1	750	12	15.37	0.51
2	1513	24	13.78	10.57
3	2275	36	30.28	15.08
4	3038	48	40.32	28.94
5	3800	60	59.12	38.13
6	4563	72	73.41	56.36

Tabela 5.2: Detalhes da figura (5.16) .

Observa-se que as viradas de número par têm um incremento de erro de posição relativamente menor do que para as viradas de número ímpar imediatamente anterior, conforme previsto. É interessante notar que os pontos de mínimo ocorrem entre os pontos de virada, ou seja, no ponto mediano de cada uma das pernas da trajetória.

A princípio, com base em elementos como a velocidade média de manobra, o tempo em cada trecho, pode-se escolher o momento de emergência com base no erro estimado previamente. Além destes elementos, outros requisitos específicos da missão que podem influenciar na escolha do tipo e comprimento de cada trecho (uma reta ou um “U”), além de orientações para se minimizar o número de emergências, e critérios que privilegiam localizações mais apropriadas para as emergências.

Os resultados anteriores permitem a produção de tabelas, como a seguinte, que pode ser um elemento de apoio à decisão sobre as características qualitativas (tipo de manobra) e quantitativa (comprimentos de trechos e tempo submerso antes de uma nova emergência).

Tipo Manobra	Comprimento (m)	Velocidade Média (m/s)	Duração	Erro médio esperado (m)	Desvio Padrão (m)
Reta	1000	1	17 <i>min</i>	21, 51	1.93
Reta	1200	1	20 <i>min</i>	27, 04	3, 77
Reta	1800	1	30 <i>min</i>	51, 71	17, 14
U	500 de perna, 8 entre	1	16 <i>min</i>	4, 81	3, 58
U	750 de perna, 8 entre	1	24 <i>min</i>	14, 14	10, 34

Tabela 5.3: Comparação entre o erro previsto pelo modelo e o erro observado.

Dessa forma, através de um estudo prévio da manobra a ser realizada, é possível avaliar numericamente o valor do erro acumulado de posição em cada trecho da missão e escolher o melhor momento para emergência. Embarcar o cálculo da estimativa do erro de posição também é uma possibilidade. Nesse caso, imagina-se um fluxograma de “pause/resume”, onde o veículo sobe à superfície para correção da posição, atualiza-a e submerge novamente para completar a missão, vide figura 5.17.

Figura 5.17: Fluxograma de uma proposta de critério de emergência embarcado.

Capítulo 6

Conclusão

Ao longo do trabalho, percebe-se que o desenvolvimento e análise de um sistema de navegação para veículo submarino autônomo é uma tarefa que pode ser constantemente aprimorada. Desde a caracterização e tratamento de erro dos sensores, até a modelagem das equações de navegação e propagação de erro, cada qual tem importante contribuição na estratégia para realização das missões de um AUV. Quanto mais fiéis forem cada um, melhor a autonomia do veículo e sucesso da missão. Por isso, foi necessário escolher pontos de foco para as atividades. O trabalho se iniciou pelo estado da arte em navegação para AUVs e pelo estudo dos sensores utilizados, com atenção especial naqueles disponíveis no projeto Pirajuba. Em seguida, foram implementadas as equações de navegação, que exigiu o processamento de medidas para garantir o seu funcionamento e a visualização com sucesso das trajetórias do veículo em mapas geo-referenciados. Assim, foi possível a análise dos resultados por meio de sinal GPS, possibilitando a análise da segunda etapa do trabalho sobre propagação de erros de navegação.

A utilização da variância de Allan para caracterização do ruído dos giroscópios de uma UMI é uma prática bastante consolidada. Graças ao equipamento disponibilizado pelo Grupo de Sistemas Inerciais do Instituto de Pesquisas da Marinha, foi possível realizar devidamente os ensaios necessários. A validação desses parâmetros, por sua vez, passou pela reconstituição do ruído, utilizando para isso um modelo matemático correspondente. O ruído dos giroscópios foi devidamente reconstituído, estando em conformidade tanto com relação à curva de variância de Allan quanto aos resultados derivados, como a propagação dos erros navegação.

A utilização da variância de Allan para caracterização do ruído de um DVL, por sua vez, é uma aplicação inovadora. Diferente da UMI, o sensor em questão não possuía nem um ambiente específico para a realização dos ensaios, nem muitas referências para guiar o trabalho. Mesmo assim, levantou-se não apenas uma curva de variância de Allan condizente com a teoria, como também se reproduziu o ruído a partir dela. No caso, foi identificado um ruído de *random walk* importante, cujo comportamento em manobras de longa duração pode não mais representar a realidade. Mesmo assim, a comparação entre os resultados obtidos e o observado, tanto nos ensaios quanto na propagação de erros, corrobora para dar credibilidade ao trabalho realizado.

Foi possível prever o erro de diferentes manobras e compará-lo ao observado em ensaios com sinal GPS. Mesmo considerando apenas o ruído dos sensores e o erro de fator de escala do DVL, o erro observado nos ensaios esteve dentro do intervalo de previsão de erro de localização pelo algoritmo. O tratamento de outras fontes de erro ou as suas modelagens e incorporação no algoritmo poderão melhorar as previsões.

Por fim, observou-se que o erro acumulado de posição é função não apenas da distância percorrida, mas também do tempo transcorrido, da velocidade média e do tipo de manobra a se realizar. Por isso, para arbitrar sobre o melhor momento para emersão e correção

da posição do veículo, justifica-se o estudo prévio da manobra utilizando para isso uma simulação com suas características. Também é possível fazer uma análise mais simples através de tabelas com os constituintes básicos de uma manobra, como linhas retas e “Us” de diferentes comprimentos. A metodologia proposta para a estimativa dos erros de localização produziu resultados validados para componentes de manobra típicos no plano horizontal. O critério de emersão evita, dessa forma, a necessidade de um algoritmo complexo embarcado. O programador pode simular a manobra previamente e arbitrar sobre o ponto de emersão, o que garante maior robustez e certeza para a missão.

Dessa forma, este trabalho analisou pontos chave de um sistema de navegação para veículo submarino autônomo, cobrindo o estado da arte, o funcionamento dos sensores de navegação, as equações de navegação e propondo formas para a avaliação dos resultados e coleta de informações úteis para trabalhos futuros. Nesse sentido, o uso da ferramenta *Google Earth* e de GPS representaram um primeiro passo importante para acompanhamento do desenvolvimento do trabalho. A caracterização dos erros dos sensores de navegação pela análise da variância de Allan e o equacionamento para propagação dos erros de navegação, por sua vez, formam um segundo passo na busca de maior autonomia para o veículo. Como resultado, foi possível estimar o erro de deriva ao longo da manobra e dar embasamento a um critério de emersão que leva em conta não apenas o tempo da missão, mas também as especificações de navegação e formato das trajetórias da missão. Além disso, visam oferecer informações para o desenvolvimento futuro de um filtro de Kalman para o sistema, propondo valores numéricos para a matriz de covariância dos sensores.

6.1 Trabalhos futuros

Como trabalhos futuros, imagina-se:

1. Completar o modelo das IMUs com o acoplamento entre os erros dos giroscópios e com o modelo de erro dos acelerômetros.
2. Com tal modelo mais completo, desenvolver um Filtro de Kalman para estimativas da atitude e localização do AUV e avaliar a melhoria em relação à integração pura dos sensores.
3. Estender a aplicação da propagação dos erros para manobras no plano vertical.

Referências Bibliográficas

- K. B. ANONSEN et al. The hugin auv terrain navigation module. *Norwegian Defence Research Establishment and Kongsberg Maritime Subsea AUV Department*, 2013.
- E.A. BARROS et al. Investigation of normal force and moment coefficients for an auv at nonlinear angles of attack and sideslip range. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 33. No. 4, 2008.
- D. BINGHAM et al. The application of autonomous underwater vehicle (auv) technology in the oil industry - vision and experiences. *FIG XXII International Congress*, 2002.
- S. BONNET et al. Calibration methods for inertial and magnetic sensors. *Elsevier*, 2009.
- K. R. BRITTING. *Inertial Navigation Systems Analysis*. John Wiley and Sons, 1971.
- W.S. CAETANO. Identificação de coeficientes de manobra de veículos submarinos através de testes com modelos livres. Master's thesis, Escola Politécnica da USP, 2014.
- A. G. CARVALHO. *Influência da modelagem dos componentes de bias instabilidade dos sensores inerciais no desempenho do navegador integrado sni/gps*. Instituto Militar de Engenharia, 2011.
- S. L. DAVIS. Google Earth Toolbox, 2012.
- N. EL-SHEIMY et al. Analysis and modeling of inertial sensors using allan variance. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2008.
- J. A. FARRELL. *Aided Navigation - GPS with High Rate Sensors*. The McGraw-Hill Companies, 2008.
- T.I. FOSSEN. *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. Wiley, 2011.
- L. O. FREIRE. Desenvolvimento de uma arquitetura de controle descentralizada para veículos submarinos baseada em can, arm e engenharia de sistemas. Master's thesis, Escola Politécnica da USP, 2013.
- C. GOODALL et al. The battle between mems and fogs for precision guidance. *Analog Devices*, 2013.
- GOOGLE. Google earth, 2016. Software de uso gratuito.
- M. GREWAL and A. ANDREWS. How good is your gyro? *IEEE - Control Systems Magazine*, 2010.
- M. S. GREWAL and A. P. ANDREWS. *Kalman Filtering - Theory and Practice Using MATLAB*. John Wiley and Sons, 2008.

- P. D. GROVES. *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*. Artech House, 2008.
- S. HAN et al. Using allan variance to determine the calibration model of inertial sensors for gps/ins integration. *6th International Symposium on Mobile Mapping Technology*, 2009.
- T. HILLER et al. Expanding the small auv missions envelope; longer, deeper and more accurate. *Teledyne*, 2012.
- B. HOFMANN-WELLENHOF et al. *GPS - Theory and Practice*. Springer, 2001.
- H. HOU. *Modeling Inertial Sensors Errors Using Allan Variance*. University of Auburn, 2005.
- IEEE. Ieee std 952-1997, standard specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Society*, 1997.
- IEEE. Ieee std 1293-1998, standard specification format guide and test procedure for linear single-axis, nongyroscopic accelerometers. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Society*, 1998.
- IEEE. Ieee std 1431-2004, standard specification format guide and test procedure for coriolis vibratory gyros. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Society*, 2004.
- IEEE. Ieee std 647-2006, standard specification format guide and test procedure for single-axis laser gyros. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Society*, 2006.
- B. JALVING et al. Dvl velocity aiding in the hugin 1000 integrated inertial navigation system. *Kongsberg Maritime*, 2004.
- A.H. JAZWINSKI. Stochastic process and filtering theory. *Mathematics in Science and Engineering*. Vol. 64, 1970.
- H. K. KUGA. Análise numérica preliminar dos métodos de estimação sequencial. *INPE-2517-RPI/072*, 1982.
- MATHWORKS. Matlab r2015b Win64, 2015.
- NOAA. NOAA (National Oceanic and Atmospheric administration) - National Centers for Environmental Information. <http://www.ngdc.noaa.gov/geomag/declination.shtml>, 2015.
- NOAA. NOAA (National Oceanic and Atmospheric administration) - National Centers for Environmental Information. <http://www.ngdc.noaa.gov/geomag-web/#declination>, 2016.
- R. PANISH and M. TAYLOR. Achieving high navigation accuracy using inertial navigation systems in autonomous underwater vehicles. *Bluefin Robotics Corporation*, 2011.
- L. PAULL et al. Auv navigation and localization: A review. *IEEE JOURNAL OF OCEANIC ENGINEERING*, VOL. 39, 2014.
- R. RAMESH et al. Development and performance validation of a navigation system for an underwater vehicle. *THE JOURNAL OF NAVIGATION*, 2016.
- R. M. ROGERS. *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*. AIAA, 2003.

- L. S. SAMRAT et al. Characterization of fiber optics gyro and noise compensation using discrete wavelet transform. *Second international conference on emerging trends in engineering and technology*, 2009.
- D. D. S. SANTANA. Navegação terrestre usando unidade de medição inercial de baixo desempenho e fusão sensorial com filtro de kalman adaptativo suavizado. Master's thesis, Escola Politécnica da USP, 2011.
- E. H. SHIN. Improvement of low cost ins/gps for land applications. Master's thesis, University of Calgary, 2001.
- S. I. SILVA. Comunicação interna. Master's thesis, Laboratório de Veículos Não Tripulados. Depto. de Engenharia Mecatrônica e Sistemas Mecânicos. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2017.
- D. SIMON. *Optimal State Estimation: Kalman, H infinity and Nonlinear Approaches*. John Wiley and Sons, 2006.
- W. STOCKWELL. Angle random walk. *Crossbow Technology Inc.*
- TELEDYNE. ExplorerDVL operation manual.
- D. TITTERTON and J. L. WESTON. *Strapdown Inertial Navigation Technology*. IET, 2004.
- P. J. C. VIVANCO. Desenvolvimento do sistema de navegação de um auv baseado em filtro estendido de kalman. Master's thesis, Escola Politécnica da USP, 2014.
- F. D. ZANONI. Modelagem e implementação do sistema de navegação para um auv. Master's thesis, Escola Politécnica da USP, 2012.