PERSING JUNIOR CARDENAS VIVANCO

**Desenvolvimento do sistema de navegação de um AUV baseado em Filtro
Estendido de Kalman**

**São Paulo
(2014)**

PERSING JUNIOR CARDENAS VIVANCO

**Desenvolvimento do sistema de navegação de um AUV baseado em Filtro
Estendido de Kalman**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências

Orientador: Prof. Dr. Ettore Apolônio de
Barros.

São Paulo
(2014)

PERSING JUNIOR CARDENAS VIVANCO

**Desenvolvimento do sistema de navegação de um AUV baseado em Filtro
Estendido de Kalman**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências

Área de Concentração:
Engenharia de Controle e Automação
Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Ettore Apolônio de
Barros.

São Paulo
(2014)

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de novembro de 2014.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

Catálogo-na-publicação

Cardenas Vivanco, Persing Junior
Desenvolvimento do sistema de navegação de um AUV
baseado em filtro estendido de Kalman / P.J. Cardenas Vivanco.
-- versão corr. -- São Paulo, 2014.
114 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de
Sistemas Mecânicos.

1.Submersíveis não tripulados 2,Filtros de Kalman 3.Fusão
sensorial 4.Sistema de navegação I.Universidade de São Paulo.
Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecatrônica e
de Sistemas Mecânicos II.t.

Dedicatória

Dedico este trabalho a meus pais:
Alejandrina Lidia Vivanco Sanchez e
Romulo Persing Cardenas Ruiz, que
me deram seu completo apoio durante
meus estudos.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a meus pais e minha irmã, pelo apoio e motivação durante a realização desse trabalho.

Aos companheiros de Laboratório (João Dantas, William Caetano, Rodrigo Vale, Lucas Machado e Rodrigo Diana) pela colaboração durante os ensaios do sistema de navegação e ajuda na redação em português desse texto.

À agencia Capes pela bolsa de mestrado.

À agencia FAPESP pelo apoio ao projeto FAPESP 2013-16669-7.

Ao meu orientador (Prof. Dr. Ettore Apolônio de Barros) pela oportunidade de realizar o programa de mestrado no Brasil e pelo apoio durante minha estadia no país.

Resumo

Neste trabalho, é abordado o problema da navegação de um veículo submarino autônomo. São propostos estimadores de estado que realizam fusão sensorial baseada em Filtro Estendido de Kalman. Esses estimadores de estado empregam as medidas dos seguintes sensores: uma unidade de medição inercial, um sensor de velocidade por efeito Doppler, um profundímetro e uma bússola. Primeiramente foi projetado um estimador de estados para o AUV Pirajuba, onde a estimação da orientação do veículo é realizada de forma desacoplada à estimação da velocidade e posição do veículo. Em seguida, foram desenvolvidos dois estimadores de estado que estimam orientação, velocidade e profundidade do veículo de forma acoplada. Para o projeto e testes dos estimadores mencionados anteriormente, foi empregada uma base de dados contendo um registro de medições reais dos sensores do veículo submarino autônomo Pirajuba, durante testes de campo no lago de uma represa. Os resultados dos testes validaram os estimadores de estado propostos nesse trabalho. Por último, foi realizada uma análise comparativa dos estimadores de estado mencionados.

PALAVRAS CHAVES: Sistema de Navegação, Filtro Estendido de Kalman, Veículo Submarino Autônomo, Fusão Sensorial, Navegação em Tempo Real

ABSTRACT

This work concerns the navigation problem of an autonomous underwater vehicle. Some state estimators using sensorial fusion were proposed, the sensorial fusion is based in an Extended Kalman Filter. The state estimators are fed by measurements of the following sensors: an inertial measurements unit, a velocity sensor by Doppler effect, a depthmeter and a compass. In the first version of the EKF algorithm, the vehicle's attitude estimation was decoupled from the vehicle velocity estimation. The second version considers the coupling between linear velocity and the attitude in the vehicle reference frame, taking the velocity reading for correction of the filter estimates. Finally, in the third version, the coupling between position and attitude is also considered, but the correction of the filters estimates is based on the depth readings. Experiments for supporting the design and validation of the navigation algorithms were based on a database constructed with motion measurements during the AUV maneuvers in the north coast of Sao Paulo, and the Guarapiranga lake in the São Paulo city. This work presents a comparative analysis of those algorithms.

KEY WORDS: Navigation System, Extended Kalman Filter, Autonomous Underwater Vehicle, Sensorial Fusion, Real time navigation

Sumário

Sumário	i
Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	iv
1. Introdução	1
1.1. Problemática	1
1.2. Revisão Bibliográfica	3
1.3. Objetivos	5
1.4. Estrutura da Dissertação	5
2. Modelagem Matemática para Navegação de um AUV	7
2.1. Modelo Cinemático	7
2.2. Modelagem das Medidas dos Sensores	17
2.3. Modelagem dos Erros dos Sensores	21
2.4. Integração dos Modelos	24
3. Aplicação do Filtro Estendido de Kalman ao Problema de Navegação	29
3.1. Filtro Estendido de Kalman	29
3.2. Operações Lineares em Variáveis Aleatórias Gaussianas	33
3.3. Estimadores de Estados v_1 , v_2 e v_3	34
4. Projeto e Implementação	46
4.1. Algoritmo do Estimador de Estados	46
4.2. Sintonização do EKF	46
4.3. Implementação em Tempo Real	49
5. Resultados	52
5.1. Resultados do Filtro Estendido de Kalman	53
5.2. Análise Comparativa dos Estimadores de Estados	62
5.3. Resultados em Tempo Real	64
6. Conclusões	73
7. Referências	76
A Apêndices	78

Lista de Figuras

Figura 1.1	AUV Pirajuba, proporcionado pelo LVNT-EPUSP	2
Figura 2.1	Sistema de referência inercial "I", da Terra "E" e de navegação ou NED "N". Figura baseada em TITTERTON e WESTON (2004)	7
Figura 2.2	Sistema de coordenadas fixo ao veículo e posição dos sensores. Figura baseada em Dantas (2011)	14
Figura 3.1	Sistema de navegação do AUV Pirajuba	30
Figura 4.1	Algoritmo do estimador de estados	47
Figura 4.2	Rede de trabalho no veículo Pirajuba	51
Figura 5.1	Ângulo de balanço do veículo na manobra U1	53
Figura 5.2	Ângulo de caturro do veículo na manobra U1	54
Figura 5.3	Ângulo de rumo ou guinada do veículo na manobra U1	54
Figura 5.4	Componente norte da velocidade do veículo na manobra U1	55
Figura 5.5	Componente leste da velocidade do veículo na manobra U1	55
Figura 5.6	Componente " <i>Down</i> " da velocidade do veículo na manobra U1	56
Figura 5.7	Profundidade do veículo na manobra U1	56
Figura 5.8	Erro de viés na manobra U1	57
Figura 5.9	Ângulo de balanço do veículo na manobra O2	57
Figura 5.10	Ângulo de caturro do veículo na manobra O2	58
Figura 5.11	Ângulo de rumo ou guinada do veículo na manobra O2	58
Figura 5.12	Componente norte da velocidade do veículo na manobra O2	59
Figura 5.13	Componente leste da velocidade do veículo na manobra O2	59
Figura 5.14	Componente " <i>Down</i> " da velocidade do veículo na manobra O2	60
Figura 5.15	Profundidade do veículo na manobra O2	60
Figura 5.16	Erro de viés na manobra O2	61
Figura 5.17	Testes do AUV Pirajuba no mar. Figura proporcionada pelo LVNT-EPUSP	62
Figura 5.18	Trajetória da manobra U1	63
Figura 5.19	Trajetória da manobra U2	63

Figura 5.20	Trajeto�ria da manobra U3	64
Figura 5.21	Trajeto�ria da manobra O1	64
Figura 5.22	Trajeto�ria da manobra O2	65
Figura 5.23	Trajeto�ria da manobra Zig-Zag	65
Figura 5.24	Trajeto�ria da manobra I1	66
Figura 5.25	Trajeto�ria da manobra I2	66
Figura 5.26	Ângulo de rumo em tempo real na manobra U1	69
Figura 5.27	Componente Norte da velocidade em tempo real na manobra U1	70
Figura 5.28	Trajeto�ria em tempo real na manobra U1	70
Figura 5.29	Ângulo de rumo em tempo real na manobra Zig-Zag	71
Figura 5.30	Componente Norte da velocidade em tempo real na manobra Zig-Zag	71
Figura 5.31	Trajeto�ria em tempo real na manobra Zig-Zag	72

Lista de Tabelas

Tabela 3.1	Vari�veis � atualizar com as medidas dos sensores	45
Tabela 4.1	Principais caracter�sticas t�cnicas dos sensores do AUV Pirajuba	48
Tabela 4.2	Tempo de execu��o das tarefas nos estimadores de estado	51
Tabela 5.1	Desvio Δp_{rms} em rela��o � trajet�ria dada pelo GPS	68

1. Introdução

A tecnologia de veículos submarinos autônomos (AUV) é um dos focos de pesquisa e desenvolvimento na atualidade. Esse tipo de veículo é geralmente empregado para dar apoio a missões submarinas, como pesquisa oceanográfica, extração de petróleo *off-shore*, ou aplicações na área militar (KINSEY; EUSTICE e WHITCOMB em 2006). Em um AUV o sistema de navegação tem a função de estimar a posição, velocidade e orientação do veículo em relação a algum sistema de referência conhecido. A exatidão do sistema de navegação determina a versatilidade e alcance das missões que o AUV é capaz de realizar.

1.1. O Desenvolvimento do AUV Pirajuba e seu Sistema de Navegação

Este trabalho parte da necessidade de desenvolver um sistema de navegação para o AUV Pirajuba (Figura 1.1), atualmente em desenvolvimento no Laboratório de Veículos Não Tripulados da Escola Politécnica da USP. O projeto do AUV Pirajuba teve início em 2007 com o objetivo de desenvolver uma plataforma de validação experimental para apoiar a pesquisa em dinâmica e estimativa de parâmetros hidrodinâmicos de veículos submarinos (BARROS; FREIRE e DANTAS, 2010). Para sua navegação, o Pirajuba está equipado com os seguintes sensores: uma unidade de medição inercial (IMU), composta de acelerômetros e giroscópios em montagem *strapdown*; um sensor de velocidade por efeito Doppler (DVL); uma bússola eletrônica e um sensor de pressão hidrostática, o profundímetro. Para o processamento das variáveis de movimento, conta-se com um micro-controlador de arquitetura ARM9, dedicado para execução do algoritmo do estimador de estados assim como microcontroladores ARM7 para as funções de controle e aquisição de dados distribuídos numa rede CAN. Na atualidade, o AUV Pirajuba está sendo equipado também com sensores adicionais que permitem a este realizar o mapeamento do fundo marinho.

Este trabalho pretende contribuir para o entendimento e desenvolvimento de um sistema de navegação para um AUV com as características do Pirajuba e voltado a missões de pesquisa oceanográfica. Em particular, considera-se que tais missões incluem a execução de trajetórias de poucos quilômetros de extensão em águas

rasas (profundidades de até 50m). O sistema de navegação desenvolvido neste trabalho foi implementado e validado com o AUV Pirajuba.

Figura 1.1 AUV Pirajuba, proporcionado pelo LVNT-EPUSP

Um tipo de sistema de navegação amplamente usado é o sistema de navegação inercial (INS). Neste sistema, estima-se a velocidade e orientação do veículo a partir da integração numérica da aceleração e velocidade angular, obtidas a partir de uma unidade de medição inercial (IMU). A posição é obtida integrando-se as componentes do vetor velocidade. O processo de se estimar variáveis por integração numérica de alguma medida é denominado neste trabalho como "propagação". Um sistema de navegação inercial é muito conveniente em situações em que medidas diretas de posição e orientação não são efetivas, estão ausentes, ou simplesmente, é utilizado para se obter redundância e melhoria na qualidade deste tipo de informação. A diferença dos veículos aéreos, terrestres ou marinhos de superfície, os veículos submarinos possuem a dificuldade de não poder contar com os amplamente difundidos sensores GPS, pois a água atenua o sinal electromagnético emitido pelos satélites. Assim, torna-se especialmente útil um INS para esta classe de veículos.

Uma solução para o problema de navegação amplamente usada para AUVs, é o algoritmo de Filtro de Kalman Estendido (EKF). Sua aplicação no problema de navegação implica em se utilizar a informação dos sensores junto com um modelo de navegação adequado para se estimar, de acordo com um critério de otimização, a localização e orientação do veículo.

1.2. Revisão Bibliográfica

Uma referência fundamental à investigação proposta é o trabalho de Zanoni (2012), realizado no laboratório de veículos não tripulados da USP. Nesta referência, encontra-se um estudo, modelagem, projeto e implementação de um sistema de navegação para um AUV. Os sensores que compõem este sistema de navegação são: IMU, sistema acústico de posicionamento, DVL, bússola e profundímetro. Em Zanoni (2012) é proposto um estimador de estados composto por dois EKFs executados em frequências diferentes: um para estimar a orientação e outro EKF para estimar a posição e velocidade. Este estimador foi testado mediante simulação da dinâmica do AUV Pirajuba e ensaios com uma plataforma de testes terrestre.

No trabalho de MILLER et al. (2010) apresenta-se um sistema de navegação para um AUV com os seguintes sensores: IMU, sensores acústicos de posição, sensor DVL, profundímetro e sensor magnético de rumo. Diferentemente do modelo adotado nesta dissertação, os autores consideram a velocidade angular da Terra nas equações cinemáticas e a presença da velocidade do som na água como uma variável de estado a ser estimada. Além disso, foi adotado um enfoque indireto das equações no EKF (equações de erros dos estados). O trabalho também apresenta de forma clara o algoritmo de um EKF assíncrono, fazendo a propagação independentemente da atualização de cada sensor.

Em Ganssle (2008), encontram-se ferramentas e sugestões para a programação de sistemas embarcados, assim como algoritmos para operações e funções matemáticas básicas em ponto flutuante. Estas funções foram empregadas como suporte na programação do ARM9 com o algoritmo estimador de estados.

Em Simon (2006), encontra-se uma explicação didática da teoria de Filtro de Kalman Linear e Estendido. Este livro foi tomado de base para a dedução das equações de Filtro de Kalman Estendido feitas na seção 2.4.

No livro de Titterton e Weston (2004) pode-se encontrar uma clara explicação e dedução das equações para navegação inercial usando tecnologia *strapdown*. Também encontra-se informação da tecnologia de sensores inerciais. Este livro foi a ferramenta principal na dedução das equações de navegação neste trabalho.

Em Lawrence (1998), pode-se encontrar vasta informação sobre as tecnologias de sensores inerciais, calibração e compensação dos erros nestes sensores. Trata-se desde os convencionais giroscópios e acelerômetros mecânicos, até seus equivalentes em MEMS ou giroscópios de tecnologia FOG.

Em Chatfield (1997), pode-se encontrar um enfoque mais geral da navegação inercial, sendo a abordagem *strapdown* tratada como um caso particular. Um modelo mais geral para o efeito da gravidade é considerado nas equações de navegação. Aqui também está presente o equacionamento considerando medições de sensores auxiliares e o uso de Filtro de Kalman para a fusão da informação. Por fim, esta referência também propõe modelos de erros para os sensores.

Em Kuga H. (1982) é feita uma análise da estabilidade e eficiência numérica das equações de Filtro de Kalman, especificamente a equação de atualização da covariância. A análise é feita para as seguintes formas das equações do Filtro de Kalman: convencional, estabilizado, raiz quadrada e de fatoração UD.

Em Maybeck (1979), apresenta-se a teoria do Filtro de Kalman e algumas das propriedades das operações lineares em variáveis aleatórias gaussianas apresentadas aproveitadas neste trabalho. Estas propriedades são necessárias para a dedução das equações do EKF desenvolvido durante este trabalho.

1.3. Objetivos

Este trabalho visa dar prosseguimento à investigação iniciada por Zanoni (2012), desenvolvendo um sistema de navegação em tempo real para um AUV. Neste sentido foram considerados os seguintes objetivos:

- Implementar um estimador de estados para AUVs, considerando as equações da orientação do veículo desacopladas das equações de velocidade e profundidade, tal como apresentado em Zanoni (2012).
- Modelar e projetar um estimador de estados para um AUV, considerando um acoplamento entre as equações da orientação, velocidade e profundidade do veículo, visando verificar-se ha melhoraria das estimativas de orientação do veículo.
- Testar os estimadores de estado mencionados e analisar comparativamente o desempenho dos mesmos.

1.4. Estrutura da Dissertação

No capítulo 2, são apresentados modelos matemáticos para navegação inercial assim como modelos para medidas e erros dos sensores. Em seguida é realizada a integração desses modelos para se obter as equações de navegação.

No capítulo 3, é apresentada a teoria convencional do Filtro de Kalman Estendido, assim como algumas operações lineares para variáveis aleatórias que serão empregadas na etapa de projeto dos estimadores de estado (seção 4). Também é descrita a aplicação do algoritmo do EKF para cada estimador de estado apresentado neste trabalho.

No capítulo 4, é descrito o algoritmo dos estimadores de estado vistos, assim como o procedimento para sintonização do EKF. Faz-se também algumas considerações sobre a implementação em tempo-real de um estimador na plataforma de *hardware* adotada.

No capítulo 5, são apresentados e discutidos os resultados obtidos de testes off-line (computo post-ensaio) dos estimadores de estado descritos nos capítulo 4. Para estes testes foi empregada uma base de dados do AUV Pirajuba.

No capítulo 6, são apresentadas as conclusões do trabalho assim como sugestões de investigação e aperfeiçoamento para trabalhos futuros.

2. Modelagem Matemática para Navegação de um AUV

Nesta seção é descrito o fundamento teórico necessário para se deduzir as equações empregadas para a navegação de um AUV que são apresentadas na seção 3.

2.1. Modelo Cinemático

As equações empregadas no modelo de navegação de um AUV são deduzidas a partir de um modelo geral para navegação terrestre, como é descrito em TITTERTON e WESTON (2004). Nesse modelo o veículo movimenta-se em torno da Terra. Esta é considerada como um corpo rígido que gira com velocidade angular constante ω_E em relação a um sistema de referência inercial "I" e com a origem de coordenadas no centro da Terra, ponto "O". Este modelo não considera os movimentos de translação ou precessão da Terra.

Figura 2.1 - Sistema de referência inercial "I", da Terra "E" e de navegação ou NED "N". Figura baseada em TITTERTON e WESTON (2004)

Movimento em Relação a um Sistema de Referência Inercial

Seja "B" um ponto fixo no veículo, a posição do veículo em relação a um ponto fixo na superfície da Terra "N" estará dada por:

$$\mathbf{p}_{B/N} = \mathbf{p}_{B/O} - \mathbf{p}_{N/O} \quad 2.1.1$$

Derivando no tempo para achar a velocidade do veículo em relação ao sistema de referência inercial:

$$\left. \frac{d\mathbf{p}_{B/N}}{dt} \right|_I = \left. \frac{d\mathbf{p}_{B/O}}{dt} \right|_I - \mathbf{w}_{E/I} \times \mathbf{p}_{N/O} \quad 2.1.2$$

Derivando no tempo mais uma vez para achar a aceleração do veículo em relação ao sistema de referência inercial:

$$\left. \frac{d^2\mathbf{p}_{B/N}}{dt^2} \right|_I = \left. \frac{d^2\mathbf{p}_{B/O}}{dt^2} \right|_I - \mathbf{w}_E \times \left. \frac{d\mathbf{p}_{B/N}}{dt} \right|_I + \mathbf{w}_E \times (\mathbf{w}_E \times \mathbf{p}_{N/O}) \quad 2.1.3$$

$\mathbf{p}_{B/O}$: Vetor posição do ponto "B" no veículo em relação ao centro da Terra.

$\mathbf{p}_{B/N}$: Vetor posição do ponto "B" no veículo em relação ao sistema de referência para navegação.

$\mathbf{p}_{N/O}$: Vetor posição da origem do sistema de referência para navegação "N" em relação ao centro da Terra, seu módulo é equivalente ao raio da Terra.

$\left. \frac{d^2\mathbf{p}_{B/O}}{dt^2} \right|_I$: Aceleração do veículo em relação a um sistema de referência inercial.

$\mathbf{w}_E \times \left. \frac{d\mathbf{p}_{B/N}}{dt} \right|_I$: Aceleração de Coriolis

$\mathbf{w}_E \times (\mathbf{w}_E \times \mathbf{p}_{N/O})$: Aceleração centrípeta.

A aceleração de Coriolis é obtida do produto entre a velocidade angular da Terra ($w_E = 7.3 \cdot 10^{-5}$ rad/s) e a velocidade do veículo. Trate-se de um termo muito pequeno

em relação aos demais e que pode ser desconsiderado, pois a velocidade do veículo considerado alcança valores entre 1 e 2 m/s. A expressão (2.1.3) pode então ser expressa como:

$$\left. \frac{d^2 \mathbf{p}_{B/N}}{dt^2} \right|_I = \left. \frac{d^2 \mathbf{p}_{B/O}}{dt^2} \right|_I - \mathbf{w}_E \times (\mathbf{w}_E \times \mathbf{p}_{N/O}) \quad 2.1.4$$

Movimento em Relação a um Sistema de Referência na Terra

Com o propósito de estabelecer as relações cinemáticas entre o sistema de referência de navegação e o sistema de referência inercial, é conveniente expressar a velocidade e aceleração do veículo em relação ao sistema de referência da Terra ou "vistas desde a Terra". A relação entre a velocidade no sistema de referência inercial e terrestre é dada por:

$$\left. \frac{d\mathbf{p}_{B/N}}{dt} \right|_I = \left. \frac{d\mathbf{p}_{B/N}}{dt} \right|_E + \mathbf{w}_E \times \mathbf{p}_{B/N} \quad 2.1.5$$

Analogamente para a aceleração:

$$\left. \frac{d^2 \mathbf{p}_{B/N}}{dt^2} \right|_I = \left. \frac{d^2 \mathbf{p}_{B/N}}{dt^2} \right|_E + 2 \cdot \mathbf{w}_E \times \left. \frac{d\mathbf{p}_{B/N}}{dt} \right|_E + \mathbf{w}_E \times (\mathbf{w}_E \times \mathbf{p}_{B/N}) \quad 2.1.6$$

Dado que as magnitudes de $\left. \frac{d\mathbf{p}_{B/N}}{dt} \right|_E$ e $\mathbf{p}_{B/N}$ são relativamente pequenas, para o intervalo de velocidades e distâncias consideradas, ao serem multiplicados pela velocidade angular da Terra ($7.3 \cdot 10^{-5}$ rad/s), os resultados podem ser desconsiderados. Com isso, a expressão (2.1.6) é reduzida a:

$$\left. \frac{d^2 \mathbf{p}_{B/N}}{dt^2} \right|_I = \left. \frac{d^2 \mathbf{p}_{B/N}}{dt^2} \right|_E \quad 2.1.7$$

É conveniente expressar a relação entre a aceleração do veículo no sistema de referência da Terra e a aceleração em relação a um sistema de referência inercial

$\left(\frac{d^2 \mathbf{p}_{B/O}}{dt^2}\right)_I$ pois esta pode ser obtida por medição com acelerômetros. Substituindo (2.1.7) em (2.1.4), se obtém:

$$\left.\frac{d^2 \mathbf{p}_{B/N}}{dt^2}\right|_E = \left.\frac{d^2 \mathbf{p}_{B/O}}{dt^2}\right|_I - \mathbf{w}_E \times (\mathbf{w}_E \times \mathbf{p}_{N/O}) \quad 2.1.8$$

Sistema de Referência para Navegação

Tendo em mente missões de curta duração de um AUV, é prático considerar o movimento do veículo definido num sistema de coordenadas local como o sistema NED (North, East, Down), com a origem de coordenadas num ponto fixo da superfície da Terra (posição de início do movimento).

Decompondo o vetor posição nas coordenadas NED, tem-se:

$$\mathbf{p}_{B/N} = p_n \cdot \hat{\mathbf{N}} + p_e \cdot \hat{\mathbf{E}} + p_d \cdot \hat{\mathbf{D}} \quad 2.1.9$$

A derivada no tempo em relação a o sistema de referência Terra fornece:

$$\left.\frac{d\mathbf{p}_{B/N}}{dt}\right|_E = \dot{p}_n \cdot \hat{\mathbf{N}} + \dot{p}_e \cdot \hat{\mathbf{E}} + \dot{p}_d \cdot \hat{\mathbf{D}} + p_n \cdot \left.\frac{d\hat{\mathbf{N}}}{dt}\right|_E + p_e \cdot \left.\frac{d\hat{\mathbf{E}}}{dt}\right|_E + p_d \cdot \left.\frac{d\hat{\mathbf{D}}}{dt}\right|_E \quad 2.1.10$$

Então, a velocidade em relação ao sistema de referência de navegação pode ser expressa por:

$$\left.\frac{d\mathbf{p}_{B/N}}{dt}\right|_E = \left.\frac{d\mathbf{p}_{B/N}}{dt}\right|_N + p_n \cdot \left.\frac{d\hat{\mathbf{N}}}{dt}\right|_E + p_e \cdot \left.\frac{d\hat{\mathbf{E}}}{dt}\right|_E + p_d \cdot \left.\frac{d\hat{\mathbf{D}}}{dt}\right|_E \quad 2.1.11$$

A variação dos vetores unitários $\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{E}}$ e $\hat{\mathbf{D}}$ está relacionada à curvatura da Terra. No caso de um AUV, a distância percorrida é muito pequena em relação ao raio da Terra. Sendo assim, os vetores unitários $\hat{\mathbf{N}}, \hat{\mathbf{E}}$ e $\hat{\mathbf{D}}$ podem ser considerados constantes durante o percurso, e se despreza os termos $\left.\frac{d\hat{\mathbf{N}}}{dt}\right|_E, \left.\frac{d\hat{\mathbf{E}}}{dt}\right|_E$ e $\left.\frac{d\hat{\mathbf{D}}}{dt}\right|_E$, simplificando-se (2.1.11) para:

$$\left. \frac{d\mathbf{p}_{B/N}}{dt} \right|_E = \left. \frac{d\mathbf{p}_{B/N}}{dt} \right|_N \quad 2.1.12$$

Analogamente, para a aceleração no sistema de referência de navegação: tem-se:

$$\left. \frac{d^2\mathbf{p}_{B/N}}{dt^2} \right|_E = \left. \frac{d^2\mathbf{p}_{B/N}}{dt^2} \right|_N \quad 2.1.13$$

Substituindo (2.1.13) na equação em (2.1.8) é obtida a relação da aceleração do veículo no sistema de referência de navegação e a aceleração no sistema de referência inercial:

$$\left. \frac{d^2\mathbf{p}_{B/N}}{dt^2} \right|_N = \left. \frac{d^2\mathbf{p}_{B/O}}{dt^2} \right|_I - \mathbf{w}_E \times (\mathbf{w}_E \times \mathbf{p}_{N/O}) \quad 2.1.14$$

A velocidade e aceleração do veículo visto desde o sistema de navegação serão denotadas simplesmente por $\mathbf{v}_{B/N}$ e $\mathbf{a}_{B/N}$:

$$\mathbf{v}_{B/N} = \left. \frac{d\mathbf{p}_{B/N}}{dt} \right|_N \quad 2.1.15$$

$$\mathbf{a}_{B/N} = \dot{\mathbf{v}}_{B/N} = \left. \frac{d\mathbf{v}_{B/N}}{dt} \right|_N = \left. \frac{d^2\mathbf{p}_{B/N}}{dt^2} \right|_N \quad 2.1.16$$

$$\dot{\mathbf{v}}_{B/N} = \left. \frac{d^2\mathbf{p}_{B/O}}{dt^2} \right|_I - \mathbf{w}_E \times (\mathbf{w}_E \times \mathbf{p}_{N/O}) \quad 2.1.17$$

É conveniente expressar a relação entre a velocidade angular do corpo em relação ao sistema de referência de navegação e em relação ao sistema de referência inercial:

$$\mathbf{w}_{B/I} = \mathbf{w}_{B/N} + \mathbf{w}_{N/E} + \mathbf{w}_{E/I} \quad 2.1.18$$

Considerando novamente deslocamentos curtos de um AUV, pode-se desconsiderar a curvatura da Terra ou: $\mathbf{w}_{N/E} = \mathbf{0}$. Então:

$$\mathbf{w}_{B/N} = \mathbf{w}_{B/I} - \mathbf{w}_E \quad 2.1.19$$

Modelo da aceleração da gravidade

É bem conhecida a dependência do campo gravitacional da Terra com a distância desde o centro da Terra, mas também se deve considerar que a direção do vetor campo gravitacional varia com a posição na superfície da Terra $\mathbf{g}_e(\mathbf{p})$. A variação acontece pelo fato da Terra não ser uma esfera perfeita. Logo, existe uma dependência do vetor campo gravitacional com latitude, além de que a sua densidade não é homogênea em toda a Terra. Porém, pode-se considerar o vetor campo gravitacional como constante localmente numa região geográfica para um AUV, pois a profundidade que alcança o veículo e a distância que este percorre são desprezíveis quando comparadas ao raio terrestre.

A gravidade aparente $\mathbf{g}_a(\mathbf{p})$ é a aceleração da gravidade percebida desde a superfície da Terra e é igual à gravidade da Terra menos a aceleração centrípeta. A gravidade aparente, na origem do sistema de coordenadas de navegação, é obtida por:

$$\mathbf{g}_a(\mathbf{p}_{N/O}) = \mathbf{g}_e(\mathbf{p}_{N/O}) - \mathbf{w}_E \times (\mathbf{w}_E \times \mathbf{p}_{N/O}) \quad 2.1.20$$

Seja $\mathbf{g}_N$ a gravidade aparente sobre o veículo, considerada constante localmente. Ou seja:

$$\mathbf{g}_N = \mathbf{g}_a(\mathbf{p}_{N/O}) = \mathbf{g}_e(\mathbf{p}_{N/O}) - \mathbf{w}_E \times (\mathbf{w}_E \times \mathbf{p}_{N/O}) \quad 2.1.21$$

O valor da gravidade local pode ser obtido de um modelo matemático como de TEILER B. e WINTER H. (1982), equação (2.1.22) ou por medição off-line com acelerômetros.

$$g(\lambda) = 9.780318 \cdot (1 + 5.3024 \cdot 10^{-3} \cdot \sin^2(\lambda) - 5.9 \cdot 10^{-6} \cdot \sin^2(2\lambda)) \quad 2.1.22$$

λ Latitude em relação à Terra.

$g(\lambda)$: aceleração da gravidade aparente local na latitude λ em (m/s²).

O vetor aceleração da gravidade local no sistema de coordenadas NED:

$$\mathbf{g}_N^N = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g(\lambda) \end{bmatrix} \quad 2.1.23$$

Orientação do veículo

O veículo é modelado como um corpo rígido se movendo em torno da Terra. Para representar a orientação do veículo em relação ao sistema de referência de navegação, foi usado um sistema de coordenadas no veículo "B", com a origem no centro da IMU e o mais próximo possível do centro de massa do veículo, adotando-se também vetores unitários $\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}$ como base vetorial, ver figura (2.2). Para mudar da base vetorial definida no sistema do corpo para a base vetorial do sistema NED, deve-se empregar a matriz de transformação de coordenadas $\mathbf{C}_B^N$. No caso inverso, do sistema NED para a base do sistema do corpo ("B") utiliza-se a matriz de rotação $\mathbf{C}_N^B$ que é a transposta da matriz $\mathbf{C}_B^N$ já que as bases vetoriais são ortogonais e normalizadas.

$$\mathbf{C}_N^B = (\mathbf{C}_B^N)^T \quad 2.1.24$$

Ângulos de Euler

Qualquer orientação do veículo pode ser obtida a partir de três rotações consecutivas em torno de seus eixos. Para a sequência de rotações admitida neste trabalho, os ângulos de rotação em torno de cada eixo são: ângulo de balanço ou roll (ϕ), ângulo de caturro ou pitch (θ) e ângulo de rumo ou yaw (ψ). Estes três ângulos são denominados ângulos de Euler e podem representar qualquer orientação do veículo no sistema de referência de navegação.

$$\Omega = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad 2.1.25$$

Figura 2.2: Sistema de coordenadas fixo ao veículo e posição dos sensores. Figura baseada em Dantas (2011)

A matriz de transformação é obtida pelo produto de três matrizes cada uma correspondendo às rotações sobre os eixos $\hat{Z}$, $\hat{Y}$ e $\hat{X}$ do veículo:

$$\mathbf{C}_B^N(\Omega) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad 2.1.26$$

$$\mathbf{C}_B^N(\Omega) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) \cdot \cos(\psi) & \sin(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) - \cos(\phi) \cdot \sin(\psi) & \cos(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\psi) + \sin(\phi) \cdot \sin(\psi) \\ \cos(\phi) \cdot \sin(\psi) & \sin(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) + \cos(\phi) \cdot \cos(\psi) & \cos(\phi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\psi) - \sin(\phi) \cdot \cos(\psi) \\ -\sin(\theta) & \sin(\phi) \cdot \cos(\theta) & \cos(\phi) \cdot \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad 2.1.27$$

Pode-se expressar o vetor velocidade angular do corpo na base vetorial de referência a partir das componentes da velocidade angular expressa no sistema solidário ao corpo através da transformação:

$$\dot{\Omega} = \Phi_e \cdot \mathbf{w}_{B/N}^B \quad 2.1.28$$

Onde:

$$\dot{\Omega} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{w}_{B/N}^B = \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} \quad 2.1.29$$

$$\Phi_e(\Omega) = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \cdot \tan(\theta) & \cos(\phi) \cdot \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) \cdot \sec(\theta) & \cos(\phi) \cdot \sec(\theta) \end{bmatrix} \quad 2.1.30$$

Já que os giroscópios proporcionam a velocidade angular do corpo em relação a um sistema de referência inercial, é conveniente expressar a equação (2.1.28) em termos desta medida empregando-se a equação (2.1.19):

$$\dot{\Omega} = \Phi_e(\Omega) \cdot (\mathbf{w}_{B/I}^B - \mathbf{w}_E^B) \quad 2.1.31$$

Considerando que a velocidade angular da Terra é obtida no sistema de coordenadas de navegação, tem-se:

$$\dot{\Omega} = \Phi_e(\Omega) \cdot (\mathbf{w}_{B/I}^B - \mathbf{C}_N^B(\Omega) \cdot \mathbf{w}_E^N) \quad 2.1.32$$

Quaternions

Uma forma alternativa de representar a orientação do veículo é usando quaternions. A vantagem de se usar quaternions ao invés dos ângulos de Euler é a maior eficiência de processamento computacional. Isto graças ao uso de operações mais simples para se calcular a matriz de transformação, já que para os ângulos de Euler é preciso o cálculo de funções trigonométricas. Adicionalmente, para os quaternions não existe o problema de singularidade quando o ângulo de caturro é igual a +90° ou -90°.

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad 2.1.33$$

As relações de transformação entre ângulos de Euler e quaternions, assim como a propagação dos mesmos, podem ser encontradas em TITTERTON e WESTON (2004). Ou em CHATFIELD (1997).

De ângulos de Euler a quatenions:

$$q_1 = \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \quad 2.1.34$$

$$q_2 = \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \quad 2.1.35$$

$$q_3 = \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \quad 2.1.36$$

$$q_4 = \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \quad 2.1.37$$

De quaternions para ângulos de Euler:

$$\phi = \arctan\left(\frac{q_3 \cdot q_4 + q_1 \cdot q_2}{q_1^2 + q_4^2 - \frac{1}{2}}\right) \quad 2.1.38$$

$$\theta = \arcsin(2 \cdot q_1 \cdot q_3 - 2 \cdot q_2 \cdot q_4) \quad 2.1.39$$

$$\psi = \arctan\left(\frac{q_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot q_4}{q_1^2 + q_2^2 - \frac{1}{2}}\right) \quad 2.1.40$$

A partir de estas relações, pode-se deduzir a matriz de transformação de coordenadas usando-se quaternions:

$$\mathbf{C}_B^N(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 2 \cdot (q_1^2 + q_2^2) - 1 & 2 \cdot (q_2 \cdot q_3 - q_1 \cdot q_4) & 2 \cdot (q_1 \cdot q_3 + q_2 \cdot q_4) \\ 2 \cdot (q_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot q_4) & 2 \cdot \left(q_1^2 + q_3^2 - \frac{1}{2} \right) & 2 \cdot (q_3 \cdot q_4 - q_1 \cdot q_2) \\ 2 \cdot (q_2 \cdot q_4 - q_1 \cdot q_3) & 2 \cdot (q_3 \cdot q_4 + q_1 \cdot q_2) & 2 \cdot \left(q_1^2 + q_4^2 - \frac{1}{2} \right) \end{bmatrix} \quad 2.1.41$$

A derivada temporal dos quaternions pode ser estimada empregando-se a matriz de transformação Φ_q , segundo a equação (2.1.43).

$$\Phi_q(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} -q_2 & -q_3 & -q_4 \\ q_1 & -q_4 & q_3 \\ q_4 & q_1 & -q_2 \\ -q_3 & q_2 & q_1 \end{bmatrix} \quad 2.1.42$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \Phi_q(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{w}_{B/N}^B \quad 2.1.43$$

Em função da velocidade angular inercial:

$$\dot{\mathbf{q}} = \Phi_q(\mathbf{q}) \cdot (\mathbf{w}_{B/I}^B - \mathbf{C}_N^B(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{w}_E^N) \quad 2.1.44$$

2.2. Modelagem das Medidas dos Sensores

Os sensores do sistema de navegação considerado podem ser divididos em duas categorias segundo sua funcionalidade. Os primeiros são os sensores inerciais (acelerômetros e giroscópios), os quais podem estar integrados em uma IMU. Estas medidas são integradas numericamente para se obter as variáveis de navegação (orientação, velocidade e posição). Os outros tipos de sensores são denominados sensores auxiliares, que podem medir de forma direta ou indireta as variáveis de navegação, seja para melhorar a estimativa destas ou para obter redundância. Geralmente estes sensores proporcionam uma medição mais confiável que as obtidas por integração das medidas inerciais, já que não apresentam o erro acumulativo na integração.

Unidade de Medição Inercial (IMU)

A IMU é o principal instrumento de medida num sistema de navegação inercial. Ela é composta por um conjunto de acelerômetros e giroscópios, os quais proporcionam

respectivamente medidas da força específica e velocidades angulares do veículo em relação a um sistema de referência inercial. Os acelerômetros medem a força de reação de uma massa de prova dentro do sensor. As medidas dos acelerômetros representam as componentes dessa força de reação por unidade de massa ou força específica. Aplicando-se a segunda lei de Newton na massa de prova é obtida a aceleração desta massa em relação ao sistema de referência inercial $\left(\frac{d^2 \mathbf{p}_{B/O}}{dt^2}\right)_I$. Esta é igual à força específica mais o vetor campo gravitacional da Terra ($\mathbf{g}_e$).

$$\left.\frac{d^2 \mathbf{p}_{B/O}}{dt^2}\right|_I = \mathbf{f} + \mathbf{g}_e \quad 2.2.1$$

Substituindo a aceleração da gravidade da Terra com a equação (2.1.21), tem-se:

$$\left.\frac{d^2 \mathbf{p}_{B/O}}{dt^2}\right|_I = \mathbf{f} + \mathbf{g}_N + \mathbf{w}_E \times (\mathbf{w}_E \times \mathbf{p}_{N/O}) \quad 2.2.2$$

Substituindo em (2.1.17), resulta em:

$$\dot{\mathbf{v}}_{B/N} = \mathbf{f} + \mathbf{g}_N \quad 2.2.3$$

Existem duas montagens possíveis para uma IMU: montagem em sistema de plataforma e montagem *strapdown*. Em uma montagem de sistema de plataforma, os acelerômetros e giroscópios são montados numa plataforma livre, que está mecanicamente isolada do movimento de rotação do veículo, isto permite a conservação do movimento angular e assim manter uma orientação em relação ao sistema de referência inercial. Este sistema foi usado nos primeiros sistemas de navegação inercial e ainda está em uso, particularmente para aplicações que requerem muita precisão na navegação, como submarinos tripulados de uso militar. Atualmente, com o desenvolvimento da tecnologia "MEMS" (sistemas micro-eletromecânicos), é mais comum encontrar acelerômetros e giroscópios MEMS com montagem de tipo *strapdown*, nos quais os acelerômetros e giroscópios estão fixos rigidamente ao veículo. Este tipo de montagem é mecanicamente menos complexo

que seu equivalente sistema de plataforma. A vantagem dos sensores de montagem *strapdown* é seu baixo custo e reduzidas dimensões comparadas ao sistema de plataforma. A principal desvantagem é o incremento na complexidade de processamento, já que agora os valores medidos de força específica e velocidades angulares são proporcionadas no sistema de referência do corpo $\mathbf{w}_{B/I}^B, \mathbf{f}^B$ e é preciso fazer uma transformação de coordenadas para o sistema NED.

Expressando-se a posição, velocidade e aceleração no sistema de coordenadas NED, tem-se:

$$\mathbf{p}_{B/N}^N = \begin{bmatrix} p_n \\ p_e \\ p_d \end{bmatrix} \quad 2.2.4$$

$$\mathbf{v}_{B/N}^N = \begin{bmatrix} v_n \\ v_e \\ v_d \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{p}}_{B/N}^N = \left. \frac{d\mathbf{p}_{B/N}^N}{dt} \right|_N = \begin{bmatrix} \dot{p}_n \\ \dot{p}_e \\ \dot{p}_d \end{bmatrix} \quad 2.2.5$$

$$\dot{\mathbf{v}}_{B/N}^N = \left. \frac{d^2\mathbf{p}_{B/N}^N}{dt^2} \right|_N = \begin{bmatrix} \ddot{p}_n \\ \ddot{p}_e \\ \ddot{p}_d \end{bmatrix} \quad 2.2.6$$

A aceleração obtida com as medidas da força específica dos acelerômetros é dada por (2.2.3). Expressando no sistema de coordenadas NED:

$$\dot{\mathbf{v}}_{B/N}^N = \mathbf{C}_B^N(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{f}^B + \mathbf{g}_N^N \quad 2.2.7$$

A velocidade angular, medida pelos giroscópios, é a velocidade angular do veículo em relação ao sistema de referência inercial e em nas coordenadas do corpo ($\mathbf{w}_{B/I}^B$). Este é representado pela expressão (2.1.19):

$$\mathbf{w}_{B/I}^B = \mathbf{w}_{B/N}^B + \mathbf{C}_N^B(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{w}_E^N \quad 2.2.8$$

Bússola Magnética:

O princípio físico da bússola consiste em medir o campo magnético da Terra, o qual num modelo simples pode-se considerar constante e paralelo à superfície da mesma. Por isso, deve-se comparar as componentes do campo magnético medido pela bússola com a direção conhecida do campo da Terra, para assim achar o ângulo de rumo ou yaw do veículo (ψ). Uma das desvantagens deste sensor é que ele é susceptível à interferência na medição por fontes artificiais de campo magnético ou materiais ferromagnéticos, assim como anomalias naturais do campo magnético da Terra.

Doppler Velocity Log (DVL)

Como indica seu nome, o sensor DVL é baseado no efeito Doppler para estimar a velocidade do veículo em relação ao leito oceânico ou em relação à superfície livre da água, de acordo com a utilização do sensor. Para as missões do Pirajuba o veículo ficará próximo à costa e assim pode usar o subsolo marinho como referência. O sensor proporciona a medida da velocidade relativa ao leito marinho nas coordenadas do corpo. Como o DVL é de natureza acústica, seus transdutores precisam estar dispostos externamente ao casco do AUV. Portanto, a velocidade medida pelo sensor é a velocidade do ponto de alocação do mesmo no veículo. Já que o veículo pode girar, temos que relacionar a velocidade dada pelo DVL com a velocidade no ponto "B" que queremos encontrar. Denominamos "D" o ponto do veículo onde está fixado o sensor DVL.

$$\mathbf{v}_{D/N} = \mathbf{v}_{B/N} + \mathbf{w}_{B/N} \times \mathbf{p}_{D/B} \quad 2.2.9$$

Nas coordenadas do veículo:

$$\mathbf{v}_{D/B}^B = \mathbf{C}_N^B(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{v}_{B/N}^N + \mathbf{w}_{B/N}^B \times \mathbf{p}_{D/B}^B \quad 2.2.10$$

Profundímetro

O profundímetro mede o grau de submersão do veículo. É comum se empregar um sensor de pressão hidrostática como profundímetro, usando a relação de

proporcionalidade entre a profundidade do sensor e a diferença de pressão entre a posição do sensor e a superfície.

Seja $l_{P/B}$ a distância entre o ponto de alocação do profundímetro no veículo ("P") e o ponto "B", considerando os dois pontos alocados no eixo $\hat{X}$ das coordenadas do veículo. Então, a relação entre a profundidade do ponto "P" e a profundidade no ponto "B" estará definida por:

$$p_{d_{P/N}} = p_{d_{B/N}} - l_{P/B} \cdot \sin(\theta) \quad 2.2.11$$

Usando a relação entre o ângulo de caturro e quaternions (2.1.39), pode-se expressar 2.2.11 em quaternions:

$$p_{d_{P/N}} = p_{d_{B/N}} + 2 \cdot l_{P/B} \cdot (q_2 \cdot q_4 - q_1 \cdot q_3) \quad 2.2.12$$

2.3. Modelagem dos Erros de Medida nos Sensores

A continuação serão classificados os principais erros das medidas dos sensores:

Erro de Fator de Escala

O fator de escala é o quociente entre as variações no sinal de saída e na entrada do sensor. Como a maioria dos sensores provê um sinal de saída que é diretamente proporcional à entrada, o fator de escala é um número, definido como o coeficiente angular da linha reta fixada pelo método de mínimos quadrados aplicado aos dados obtidos ao variar o sinal de entrada num intervalo específico.

O erro de fator de escala é produzido pela aproximação linear do fator de escala. A principal fonte de erro é o comportamento não linear do fator de escala assim como as assimetrias para entradas negativas e positivas.

Erro de Viés

É a componente do erro que é independente do valor da medição. Este é causado por imperfeições na manufatura do sensor. O valor do erro de viés varia com a temperatura e cada vez que é ligado o sensor. Algumas vezes também é

considerado o ruído como a parte do viés que varia com o tempo (viés dinâmico). Em este trabalho será considerado o erro de ruído independente do erro de viés assim como também é considerado por LAWRENCE (1998).

Erro de Ruído

É chamado ruído à componente aleatória do erro ou que oscila com alta frequência no tempo, em torno do valor medido.

Erro de Deriva

É o erro obtido ao se estimar uma variável a partir da integração de uma medição da derivada temporal da mesma. A medida desta derivada temporal tem erros não modelados no estimador e estes produzem um erro acumulativo durante a integração. Em períodos longos, o erro de deriva faz divergir o valor estimado do valor real.

De acordo com Chatfield (1997), os erros nas medidas dadas pelos sensores podem ser modelados por variáveis aleatórias denominadas *Shaping Functions*:

Constante Aleatória

Chamada também *random constant* É uma variável de valor desconhecido, mas constante no tempo. Pode ser modelada como uma variável gaussiana de media zero e variância constante, a dinâmica da variável é expressada por:

$$\dot{n} = 0$$

2.2.13

Este tipo de variável pode representar os erros de viés tanto das medições inércias como das auxiliares.

Random Walk

É uma variável aleatória que tem uma derivada temporal igual a uma varia aleatória gaussiana de média zero e variância constante. Esta variável pode representar um valor obtido da integração de um ruído.

$$\dot{n} = X \quad 2.2.14$$

Onde X é variável aleatória Gaussiana de média zero e variância constante.

Rampa Aleatória

É uma variável que aumenta no tempo com taxa de incremento constante, mas desconhecida. Pode ser modelada pela seguinte expressão:

$$\ddot{n} = 0 \quad 2.2.15$$

Neste trabalho, é considerado unicamente o erro de viés nas medidas dos sensores inerciais, o qual será modelado como uma constante aleatória. Explica-se esta decisão pelo fato os erro de viés ser mais críticos nas medidas inerciais que nas medidas auxiliares. Um erro de viés constante não modelado nas medidas inerciais, produziria um erro crescente com o tempo na integração das medidas inerciais para obter as variáveis de estado, enquanto um erro de viés não modelado nas medidas auxiliares, manterá um erro constante no tempo. O erro de ruído é considerado em todos os sensores tanto inerciais como auxiliares. Este será modelado como uma variável aleatória gaussiana de média zero e covariância constante de forma que o erro de deriva possa ser modelado com um Random Walk.

Nos estimadores de estados, o valor inicial dos vieses é considerado zero e a variância inicial é fornecida pelo fabricante do sensor. No caso dos ruídos, as variâncias são fornecidas pelo fabricante do sensor mais um parâmetro de sintonização achado na etapa de projeto dos estimadores de estado, ver seção 3.

$$\mathbf{w}^{\text{IMU}} = \mathbf{w}_{B/I}^B + \mathbf{b}^{\text{Giro}} + \mathbf{n}^{\text{Giro}} \quad 2.2.16$$

$$\mathbf{f}^{\text{IMU}} = \mathbf{f}^B + \mathbf{b}^{\text{Acel}} + \mathbf{n}^{\text{Acel}} \quad 2.2.17$$

$$\psi^{\text{Buss}} = \psi + n^{\text{Buss}} \quad 2.2.18$$

$$\mathbf{v}^{\text{DVL}} = \mathbf{v}_{D/N}^B + \mathbf{n}^{\text{DVL}} \quad 2.2.19$$

$$p_d^{\text{Prof}} = p_{d_{P/N}} + n^{\text{Prof}} \quad 2.2.20$$

2.4. Integração dos Modelos

A partir dos modelos e aproximações deduzidas para um AUV, vistas nas seções 2.1-2.3 pode-se obter as equações para navegação, empregadas nos estimadores de estados, que serão apresentados nas seções 3.3. Os estados estimados pelo EKF são compostos pelas seguintes variáveis: quaternions ($\mathbf{q}$), velocidade ($\mathbf{v}$), profundidade (p_d) e erros de viés dos sensores inerciais ($\mathbf{b}$). As outras componentes da posição são obtidas unicamente por propagação a partir das velocidades estimadas no EKF, já que não se conta com medidas destas variáveis para a fase de atualização.

Com o intuito de se simplificar a notação, serão empregadas as seguintes relações:

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}) = \mathbf{C}_B^N(\mathbf{q}) \quad 2.4.1$$

$$\mathbf{C}^T(\mathbf{q}) = \mathbf{C}_N^B(\mathbf{q}) \quad 2.4.2$$

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}_N^N \quad 2.4.3$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{B/N}^N = \begin{bmatrix} v_n \\ v_e \\ v_d \end{bmatrix} \quad 2.4.4$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_{B/N}^N = \begin{bmatrix} p_n \\ p_e \\ p_d \end{bmatrix} \quad 2.4.5$$

Equações para Propagação dos Estados

As equações que correspondem à fase de propagação no EKF são o resultado da integração numérica das medidas dos sensores inerciais (acelerômetros e giroscópios da IMU).

Da relação entre a aceleração do veículo e as medidas dos acelerômetros, equação (2.2.7), é obtido:

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{C}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{f}^B + \mathbf{g} \quad 2.4.6$$

Substituindo a expressão dos erros dos acelerômetros (2.2.17) na equação (2.4.6) obtém-se:

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{C}(\mathbf{q}) \cdot (\mathbf{f}^{\text{IMU}} - \mathbf{b}^{\text{Acel}} - \mathbf{n}^{\text{Acel}}) + \mathbf{g} \quad 2.4.7$$

Por integração simples é obtida a velocidade do veículo no sistema de coordenadas de navegação:

$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{v}_k + dt \cdot (\mathbf{C}(\mathbf{q}) \cdot (\mathbf{f}^{\text{IMU}} - \mathbf{b}^{\text{Acel}} - \mathbf{n}^{\text{Acel}}) + \mathbf{g}) \quad 2.4.8$$

A derivada da posição no sistema de coordenadas NED é obtida dada equação (2.2.5):

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{v} \quad 2.4.9$$

Integrando pelo método dos trapézios:

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k + dt \cdot \left(\frac{\mathbf{v}_k + \mathbf{v}_{k+1}}{2} \right) \quad 2.4.10$$

A velocidade no instante k+1 é obtida da expressão (2.4.8) e substituindo em (2.4.10):

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k + dt \cdot \mathbf{v}_k + \frac{dt^2}{2} \cdot (\mathbf{C}(\mathbf{q}) \cdot (\mathbf{f}^{\text{IMU}} - \mathbf{b}^{\text{Acel}} - \mathbf{n}^{\text{Acel}}) + \mathbf{g}) \quad 2.4.11$$

A equação para a propagação dos quaternions é obtida da equação (2.1.44) e da equação dos erros dos giroscópios (2.2.16):

$$\dot{\mathbf{q}} = \Phi_{\mathbf{q}}(\mathbf{q}) \cdot (\mathbf{w}^{\text{IMU}} - \mathbf{b}^{\text{Giro}} - \mathbf{n}^{\text{Giro}} - \mathbf{C}^T(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{w}_E^N) \quad 2.4.12$$

Integrando:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + dt \cdot \Phi_{\mathbf{q}}(\mathbf{q}_k) \cdot (\mathbf{w}^{\text{IMU}} - \mathbf{b}^{\text{Giro}} - \mathbf{n}^{\text{Giro}} - \mathbf{C}^T(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{w}_E^N) \quad 2.4.13$$

Equações para Atualização do Estado

As equações de atualização do EKF são obtidas dos modelos de medidas e erros dos sensores auxiliares (DVL, Bússola e profundímetro) vistos na seção 2.2.

Das relações entre ângulos de Euler e quaternions (equação 2.1.40) e o modelo do erro da Bússola (2.2.16) pode-se obter a equação de atualização dos quaternions com as medidas da Bússola na frequência de 10 Hz:

$$\psi_i^{\text{Buss}} = \arctan\left(\frac{q_{2i} \cdot q_{3i} + q_{1i} \cdot q_{4i}}{q_{1i}^2 + q_{2i}^2 - 1/2}\right) + n_i^{\text{Buss}} \quad 2.4.14$$

Da equação das medidas de profundidade (2.2.12) e o modelo do erro do profundímetro (2.2.20) pode-se obter a atualização dos estados com as medidas da profundidade na frequência de 10 Hz:

$$p_{d_i}^{\text{Prof}} = p_{d_i} + 2 \cdot l_{P/B} \cdot (q_{2i} \cdot q_{4i} - q_{1i} \cdot q_{3i}) + n_i^{\text{Prof}} \quad 2.4.15$$

Da equação das medidas de velocidade com o DVL (2.2.10) e das medidas dos giroscópios (2.2.8) é obtido:

$$\mathbf{v}_{D/B}^B = \mathbf{C}^T(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{v} + (\mathbf{w}_{B/I}^B - \mathbf{C}_B^N(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{w}_E^N) \times \mathbf{p}_{D/B}^B \quad 2.4.16$$

Dos modelos dos erros do DVL e Giroscópios, equações (2.2.16) e (2.2.19) pode-se obter a atualização dos estados com as medidas dadas pelo DVL na frequência de 2 Hz:

$$\mathbf{v}^{DVL} = \mathbf{C}^T(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{v} + (\mathbf{w}^{IMU} - \mathbf{b}^{Giro} - \mathbf{n}^{Giro} - \mathbf{C}_B^N(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{w}_E^N) \times \mathbf{p}_{D/B} + \mathbf{n}^{DVL} \quad 2.4.17$$

O produto vetorial da velocidade angular e a posição do DVL em relação ao IMU pode ser expresso de forma matricial como:

$$\mathbf{w}^B \times \mathbf{p}_{D/B}^B = \mathbf{M}_{D/B} \cdot \mathbf{w}^B \quad 2.4.18$$

Onde $\mathbf{M}_{D/B}$ é matriz constante:

$$\mathbf{M}_{D/B} = \begin{bmatrix} 0 & p_{z_{D/B}} & -p_{y_{D/B}} \\ -p_{z_{D/B}} & 0 & p_{x_{D/B}} \\ p_{y_{D/B}} & -p_{x_{D/B}} & 0 \end{bmatrix} \quad 2.4.19$$

Substituindo na equação 2.4.17:

$$\mathbf{v}_j^{DVL} = \mathbf{C}^T(\mathbf{q}_j) \cdot \mathbf{v}_j + \mathbf{M}_{D/B} \cdot (\mathbf{w}_j^{IMU} - \mathbf{C}^T(\mathbf{q}_j) \cdot \mathbf{w}_E^N - \mathbf{b}_j^{Giro}) + \mathbf{M}_{D/B} \cdot \mathbf{n}_j^{Giro} + \mathbf{n}_j^{DVL} \quad 2.4.20$$

É usual empregar também as medidas de aceleração da IMU para calcular os ângulos de balanço (ϕ) e caturro (θ). Considerando-se que a aceleração do veículo é muito menor que a aceleração da gravidade e pode ser desprezada. Então, da equação (2.4.7):

$$\mathbf{f}_i^{IMU} - \mathbf{b}_i^{Acel} = -\mathbf{C}^T(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{g} + \mathbf{n}_i^{Acel} \quad 2.4.21$$

Equações para navegação

Nos estimadores de estado não foram estimados os vies dos giroscópios, isto com o propósito de diminuir o número de estados e assim evitar um excessivo processamento ao se estimar a orientação do veículo. Considerando que os quaternions são atualizados em cada iteração (10 Hz), a estimativa dos vieses dos giroscópios não é crítica. No caso dos vieses dos acelerômetros a atualização da velocidade é realizada a uma menor frequência (2 Hz). É conveniente considerá-los para não perder exatidão nas estimativas da velocidade a uma frequência de 10 Hz. Com o propósito de estimar mais componentes do erro na propagação da velocidade

(erro de desalinhamento dos acelerômetros e erro no valor considerado da constante gravitacional $\mathbf{g}$), foram consideradas as variáveis viés como um termo adicional na aceleração nas coordenadas NED e não como um termo somado à força específica. Como visto na equação (2.4.23). A velocidade angular da Terra $\mathbf{w}_E$ não foi considerada em este trabalho, devido ao pouco impacto nos resultados, tal como considerado por DUKAN F. e SORENSEN A. (2013).

As equações de navegação, consideradas nos estimadores de estado na seguinte seção (3.2), são obtidas das equações (2.4.8), (2.4.11), (2.4.13) e (2.2.13) para a fase de propagação do EKF:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + dt \cdot \Phi_q(\mathbf{q}_k) \cdot \mathbf{w}_k^{\text{IMU}} + dt \cdot \mathbf{n}_k^q \quad 2.4.22$$

$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{v}_k + dt \cdot (\mathbf{C}(\mathbf{q}_k) \cdot \mathbf{f}_k^{\text{IMU}} + \mathbf{g} - \mathbf{b}_k) + dt \cdot \mathbf{n}_k^v \quad 2.4.23$$

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k + dt \cdot \mathbf{v}_k + \frac{dt^2}{2} \cdot (\mathbf{C}(\mathbf{q}_k) \cdot \mathbf{f}_k^{\text{IMU}} + \mathbf{g} - \mathbf{b}_k) + dt \cdot \mathbf{n}_k^p \quad 2.4.24$$

$$\mathbf{b}_{k+1} = \mathbf{b}_k \quad 2.4.25$$

Das equações (2.1.14), (2.1.15), (2.1.20) e (2.1.21) são obtidas as equações para a fase de Atualização do EKF:

$$\psi_i^{\text{Buss}} = \arctan\left(\frac{q_{2i} \cdot q_{3i} + q_{1i} \cdot q_{4i}}{q_{1i}^2 + q_{2i}^2 - 1/2}\right) + n_i^{\text{Buss}} \quad 2.4.26$$

$$\mathbf{f}_i^{\text{IMU}} = -\mathbf{C}^T(\mathbf{q}_i) \cdot \mathbf{g} + \mathbf{n}_i^{\text{Acel}} \quad 2.4.27$$

$$p_{d_i}^{\text{Prof}} = p_{d_i} + 2 \cdot l_{P/B} \cdot (q_{2i} \cdot q_{4i} - q_{1i} \cdot q_{3i}) + n_i^{\text{Prof}} \quad 2.4.28$$

$$\mathbf{v}_j^{\text{DVL}} = \mathbf{C}^T(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{v}_j + \mathbf{M}_{D/B} \cdot \mathbf{w}^{\text{IMU}} + \mathbf{M}_{D/B} \cdot \mathbf{n}_j^{\text{Giro}} + \mathbf{n}_j^{\text{DVL}} \quad 2.4.29$$

3. Aplicação do Filtro de Kalman Estendido ao Problema de Navegação

Nesta seção, é descrito o algoritmo de Filtro de Kalman Estendido (EKF) empregado nos estimadores de estado, assim como algumas propriedades de operações lineares para variáveis aleatórias gaussianas. Em seguida, são apresentados os algoritmos dos estimadores de estado investigados neste trabalho, bem como uma descrição do procedimento para sintonização dos EKFs.

3.1. Filtro de Kalman Estendido

As equações que compõem o algoritmo do Filtro de Kalman Estendido discreto (EKF) podem ser obtidas a partir das equações do Filtro de Kalman para sistemas lineares e discretos, linearizando-se as funções não lineares $f(\cdot)$ e $h(\cdot)$ presentes na equação do sistema e equação de medidas. Uma dedução do algoritmo do EKF para um sistema geral não linear e discreto, ver equações (3.1.1) e (3.1.2), pode-se encontrar em Simon D. (2006).

$$x_i = f(x_{i-1}, u_{i-1}, W_{i-1}) \quad 3.1.1$$

$$y_i = h(x_i, u_i, V_i) \quad 3.1.2$$

Onde:

x : vetor de estado

u : entradas ao sistema

y : saída do sistema

W : ruído de processo

V : ruído de medidas

Para o caso de um sistema não linear discreto, as equações do sistema e das medidas são representadas por (3.1.3) e (3.1.4), respectivamente:

$$x_i = f(x_{i-1}, u_{i-1}) + W_{i-1} \quad 3.1.3$$

$$y_i = h(x_i, u_i) + V_i \quad 3.1.4$$

As equações do algoritmo do EKF para um sistema da forma dada em (3.1.3) e (3.1.4), podem ser deduzidas analogamente ao caso geral (3.1.1) e (3.1.2) vistas em Simon D. (2006).

Figura 3.1: Sistema de navegação do AUV Pirajuba

Linearizando a função $f(x_{i-1}, u_{i-1})$ no ponto $(x_{i-1} = x_{i-1}^+, u_{i-1} = u_{i-1})$:

$$f(x_{i-1}, u_{i-1}) = f(x_{i-1}^+, u_{i-1}) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x_{i-1}^+, u_{i-1})} \cdot (x_{i-1} - x_{i-1}^+) + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(x_{i-1}^+, u_{i-1})} \cdot (u_{i-1} - u_{i-1}) \quad 3.1.5$$

Onde:

x_{i-1}^+ : Estados atualizados no instante $i-1$.

x_i^- : Estados propagados no instante i .

F_i é a matriz Jacobiana definida por:

$$F_i = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{(x_i^+, u_i)} \quad 3.1.6$$

Define-se, a seguir a variável vetorial auxiliar $\mathbf{z}_i^+$:

$$\mathbf{z}_i^+ = \mathbf{f}(x_i^+, u_i, \mathbf{0}) - F_i \cdot x_i^+ \quad 3.1.7$$

Substituindo esta expressão na equação (3.1.3), tem -se:

$$\mathbf{f}(x_{i-1}, u_{i-1}) = F_i \cdot x_{i-1} + \mathbf{z}_{i-1} \quad 3.1.8$$

Substituindo a equação (3.1.8) na equação (3.1.5) é obtida a equação de sistema linear:

$$x_i = F_i \cdot x_{i-1} + \mathbf{z}_{i-1} + W_{i-1} \quad 3.1.9$$

Linearizando a função $h(x_i)$ no ponto $(x_i = x_i^-)$, tem-se:

$$h(x_i) = h(x_i^-, \mathbf{0}) + \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{(x_i^-, \mathbf{0})} \cdot (x_i - x_i^-) + \frac{\partial h}{\partial V} \Big|_{(x_i^-, \mathbf{0})} \cdot (V_i - \mathbf{0}) \quad 3.1.10$$

Sejam as matrizes Jacobianas H_i e L_i , definidas como segue:

$$H_i = \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{(x_i^-, \mathbf{0})} \quad 3.1.11$$

$$L_i = \frac{\partial h}{\partial V} \Big|_{(x_i^-, \mathbf{0})} \quad 3.1.12$$

Define-se também a variável vetorial auxiliar $\mathbf{z}_i^-$ como:

$$\mathbf{z}_i^- = h(x_i^-, \mathbf{0}) - H_i \cdot x_i^- \quad 3.1.13$$

Substituindo este último resultado em (3.1.9) tem-se:

$$h(x_i, V_i) = H_i \cdot x_i + L_i \cdot V_i + z_i^- \quad 3.1.14$$

Substituindo a equação (3.1.44) na equação (3.1.2) é obtida a equação linear das medidas:

$$y_i = H_i \cdot x_i + L_i \cdot V_i + z_i^- \quad 3.1.15$$

Considera-se os ruídos de processo e de medidas (W_i e V_i) como variáveis aleatórias gaussianas, de média nula, e com matriz de covariância constantes, dadas por:

$$\text{cov}(W_i) = Q \quad 3.1.16$$

$$\text{cov}(V_i) = R \quad 3.1.17$$

Pode-se aplicar as equações de Filtro de Kalman Linear nas equações lineares de processo e medidas (3.1.8 e 3.1.44) para se obter o algoritmo do EKF:

$$x_k^- = f(x_{k-1}^+, u_{k-1}, 0) \quad 3.1.18$$

$$P_k^- = F_{k-1} \cdot P_{k-1}^+ \cdot F_{k-1}^T + Q \quad 3.1.19$$

$$K_k = P_k^- \cdot H_k^T \cdot (H_k \cdot P_k^- \cdot H_k^T + R)^{-1} \quad 3.1.20$$

$$x_k^+ = x_k^- + K_k \cdot (y_k - h(x_k^-, 0)) \quad 3.1.21$$

$$P_k^+ = (I - K_k \cdot H_k) \cdot P_k^- \quad 3.1.22$$

Considerações de estabilidade do algoritmo do EKF

O algoritmo do EKF foi implementado de forma assíncrona (as fases de propagação e atualização são executadas em diferentes frequências, como foi visto em MILLER P; FARRELL J; ZHAO Y e DJAPIC V. 2010). Também foi empregada a forma estabilizada da equação de atualização para a covariância do estado, equação (3.1.22), considerando o filtro estabilizado, o algoritmo do EKF estará dado por:

$$x_i^- = f(x_{i-1}^+, u_{i-1}, 0) \quad 3.1.23$$

$$P_i^- = F_{i-1} \cdot P_{i-1}^+ \cdot F_{i-1}^T + Q \quad 3.1.24$$

$$K_i = P_i^- \cdot H_i^T \cdot (H_i \cdot P_i^- \cdot H_i^T + R_i)^{-1} \quad 3.1.25$$

$$x_i^+ = x_i^- + K_i \cdot (y_i - h(x_i^-, 0)) \quad 3.1.26$$

$$P_i^+ = (I - K_i \cdot H_i) \cdot P_i^- \cdot (I - K_i \cdot H_i)^T + K_i \cdot R_i \cdot K_i^T \quad 3.1.27$$

O EKF foi implementado como filtro sequencial, ou seja, as medidas dos sensores atualizam os estados um por vez. Estas características permitem maior estabilidade numérica no algoritmo, como explicado por Kuga H. (1982).

3.2. Operações Lineares em Variáveis Aleatórias Gaussianas

De Maybeck 1979, obtem-se os seguintes enunciados em relação às operações lineares sobre variáveis aleatórias gaussianas:

Seja X é uma variável vetorial aleatória gaussiana de dimensão n , com média m_x e covariância P_{xx} e A é uma $m \times n$ matriz não aleatória. Então o vetor aleatório Y de dimensão m definido por:

$$Y = A \cdot X \quad 3.2.1$$

é Gaussiano com média e covariância dados por:

$$\mathbf{m}_Y = \mathbf{A} \cdot \mathbf{m}_X \quad 3.2.2$$

$$\mathbf{P}_{YY} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}_{XX} \cdot \mathbf{A}^T \quad 3.2.3$$

Combinações lineares de variáveis aleatórias conjuntamente gaussianas são também variáveis aleatórias gaussianas. Sejam X e Y conjuntamente Gaussianas, ou seja, $\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$ é gaussiana, de dimensões n e m respectivamente. Sejam A e B , matrizes não aleatórias de dimensões $p \times n$ e $p \times m$ respectivamente. Então o vetor Z de dimensão p definido por:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{Y} \quad 3.2.4$$

é gaussiano e com média e covariância iguais a:

$$\mathbf{m}_Z = \mathbf{A} \cdot \mathbf{m}_X + \mathbf{B} \cdot \mathbf{m}_Y \quad 3.2.5$$

$$\mathbf{P}_{ZZ} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}_{XX} \cdot \mathbf{A}^T + \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}_{XY} \cdot \mathbf{B}^T + \mathbf{B} \cdot \mathbf{P}_{YX} \cdot \mathbf{A}^T + \mathbf{B} \cdot \mathbf{P}_{YY} \cdot \mathbf{B}^T \quad 3.2.6$$

No caso particular em que as variáveis X e Y tenham médias iguais a zero e sejam independentes, as matrizes: P_{XY} e P_{YX} serão nulas e:

$$\mathbf{m}_Z = \mathbf{0} \quad 3.2.7$$

$$\mathbf{P}_{ZZ} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}_{xx} \cdot \mathbf{A}^T + \mathbf{B} \cdot \mathbf{P}_{yy} \cdot \mathbf{B}^T \quad 3.2.8$$

3.3. Estimadores de Estado v1, v2 e v3

Neste trabalho três estimadores de estado foram projetados, denominados v1, v2 e v3, fazendo referência às três versões do sistema de navegação desenvolvidas de forma sequencial respectivamente. Os três estimadores empregam as mesmas equações de navegação (2.4.22 – 2.4.27) e estimam as mesmas variáveis. A diferença está na fase de atualização do EKF, as medidas dos sensores auxiliares

atualizam diferentes variáveis dos estados em cada estimador. A fase de propagação no EKF é igual nos três estimadores e é realizada a 10 Hz. Na fase de propagação, os vetores de estado, entrada e ruído de processo são definidos a seguir:

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_k \\ \mathbf{v}_k \\ p_{d_k} \\ \mathbf{b}_k \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_k^{\text{IMU}} \\ \mathbf{f}_k^{\text{IMU}} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{W}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_k^q \\ \mathbf{n}_k^v \\ n_k^{p_d} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad 3.3.1$$

A função não linear $\mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$ presente na equação do sistema (3.1.3), é obtida a partir das equações de propagação (2.4.22 – 2.4.25):

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) = \begin{bmatrix} x1 + dt \cdot \left(-\frac{x2}{2} \cdot wx_k^m - \frac{x3}{2} \cdot wy_k^m - \frac{x4}{2} \cdot wz_k^m \right) \\ x2 + dt \cdot \left(\frac{x1}{2} \cdot wx_k^m - \frac{x4}{2} \cdot wy_k^m + \frac{x3}{2} \cdot wz_k^m \right) \\ x3 + dt \cdot \left(\frac{x4}{2} \cdot wx_k^m + \frac{x1}{2} \cdot wy_k^m - \frac{x2}{2} \cdot wz_k^m \right) \\ x4 + dt \cdot \left(-\frac{x3}{2} \cdot wx_k^m + \frac{x2}{2} \cdot wy_k^m + \frac{x1}{2} \cdot wz_k^m \right) \\ x5 + dt \cdot \left(\begin{array}{l} 2 \cdot \left(x1^2 + x2^2 - \frac{1}{2} \right) \cdot ax_k^m \\ + 2 \cdot (x2 \cdot x3 - x1 \cdot x4) \cdot ay_k^m \\ + 2 \cdot (x1 \cdot x3 + x2 \cdot x4) \cdot az_k^m - x9 \end{array} \right) \\ x6 + dt \cdot \left(\begin{array}{l} 2 \cdot (x2 \cdot x3 + x1 \cdot x4) \cdot ax_k^m \\ + 2 \cdot \left(x1^2 + x3^2 - \frac{1}{2} \right) \cdot ay_k^m \\ + 2 \cdot (x3 \cdot x4 - x1 \cdot x2) \cdot az_k^m - x10 \end{array} \right) \\ x7 + dt \cdot \left(\begin{array}{l} 2 \cdot (x2 \cdot x4 - x1 \cdot x3) \cdot ax_k^m \\ + 2 \cdot (x3 \cdot x4 + x1 \cdot x2) \cdot ay_k^m \\ + 2 \cdot \left(x1^2 + x4^2 - \frac{1}{2} \right) \cdot az_k^m + gz - x11 \end{array} \right) \\ x8 + dt \cdot x7_k + \frac{dt^2}{2} \cdot \left(\begin{array}{l} 2 \cdot (x2 \cdot x4 - x1 \cdot x3) \cdot ax_k^m \\ + 2 \cdot (x3 \cdot x4 + x1 \cdot x2) \cdot ay_k^m \\ + 2 \cdot \left(x1^2 + x4^2 - \frac{1}{2} \right) \cdot az_k^m + gz - x11 \end{array} \right) \\ x9 \\ x10 \\ x11 \end{bmatrix} \quad 3.3.2$$

A seguir, calcula-se a matriz Jacobiana de $\mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$ de (3.1.6):

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} (\mathbf{F}_{11})_{4 \times 4} & \mathbf{0}_{4 \times 4} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ (\mathbf{F}_{21})_{4 \times 4} & (\mathbf{F}_{22})_{4 \times 4} & (\mathbf{F}_{23})_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad 3.3.3$$

As submatrizes que compõem $\mathbf{F}_k$, são dadas por:

$$\mathbf{F}_{11} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{dt}{2} \cdot wx_k^m & -\frac{dt}{2} \cdot wy_k^m & -\frac{dt}{2} \cdot wz_k^m \\ \frac{dt}{2} \cdot wx_k^m & 1 & \frac{dt}{2} \cdot wz_k^m & -\frac{dt}{2} \cdot wy_k^m \\ \frac{dt}{2} \cdot wy_k^m & -\frac{dt}{2} \cdot wz_k^m & 1 & \frac{dt}{2} \cdot wx_k^m \\ \frac{dt}{2} \cdot wz_k^m & \frac{dt}{2} \cdot wy_k^m & -\frac{dt}{2} \cdot wx_k^m & 1 \end{bmatrix} \quad 3.3.4$$

$$\mathbf{F}_{21} = \begin{bmatrix} 2 \cdot dt \cdot \begin{pmatrix} 2 \cdot x1 \cdot ax_k^m - x4 \cdot ay_k^m \\ + x3 \cdot az_k^m \end{pmatrix} & 2 \cdot dt \cdot \begin{pmatrix} 2 \cdot x2 \cdot ax_k^m \\ + x3 \cdot ay_k^m + x4 \cdot az_k^m \end{pmatrix} & 2 \cdot dt \cdot (x2 \cdot ay_k^m + x1 \cdot az_k^m) & 2 \cdot dt \cdot (-x1 \cdot ay_k^m + x2 \cdot az_k^m) \\ 2 \cdot dt \cdot \begin{pmatrix} x4 \cdot ax_k^m + 2 \cdot x1 \cdot ay_k^m \\ - x2 \cdot az_k^m \end{pmatrix} & 2 \cdot dt \cdot (x3 \cdot ax_k^m - x1 \cdot az_k^m) & 2 \cdot dt \cdot \begin{pmatrix} x2 \cdot ax_k^m + 2 \cdot x3 \cdot ay_k^m \\ + x4 \cdot az_k^m \end{pmatrix} & 2 \cdot dt \cdot (x1 \cdot ax_k^m + x3 \cdot az_k^m) \\ 2 \cdot dt \cdot \begin{pmatrix} -x3 \cdot ax_k^m + x2 \cdot ay_k^m \\ + 2 \cdot x1 \cdot az_k^m \end{pmatrix} & 2 \cdot dt \cdot (x4 \cdot ax_k^m + x1 \cdot ay_k^m) & 2 \cdot dt \cdot (-x1 \cdot ax_k^m + x4 \cdot ay_k^m) & 2 \cdot dt \cdot \begin{pmatrix} x2 \cdot ax_k^m + x3 \cdot ay_k^m \\ + 2 \cdot x4 \cdot az_k^m \end{pmatrix} \\ dt^2 \cdot \begin{pmatrix} -x3 \cdot ax_k^m + x2 \cdot ay_k^m \\ + 2 \cdot x1 \cdot az_k^m \end{pmatrix} & dt^2 \cdot (x4 \cdot ax_k^m + x1 \cdot ay_k^m) & dt^2 \cdot (-x1 \cdot ax_k^m + x4 \cdot ay_k^m) & dt^2 \cdot \begin{pmatrix} x2 \cdot ax_k^m + x3 \cdot ay_k^m \\ + 2 \cdot x4 \cdot az_k^m \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad 3.3.5$$

$$\mathbf{F}_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & dt & 1 \end{bmatrix} \quad 3.3.6$$

$$\mathbf{F}_{23} = \begin{bmatrix} -dt & 0 & 0 \\ 0 & -dt & 0 \\ 0 & 0 & -dt \\ 0 & 0 & -\frac{dt^2}{2} \end{bmatrix} \quad 3.3.7$$

A matriz de covariância do ruído de processo ($\mathbf{Q}$) é obtida como em (3.1.16):

$$\mathbf{Q} = cov \left(\begin{bmatrix} \mathbf{n}_k^q \\ \mathbf{n}_k^v \\ n_k^{p_d} \end{bmatrix} \right) = cov \left(\begin{bmatrix} \mathbf{n}_k^q \\ \mathbf{n}_k^v \\ n_k^{p_d} \end{bmatrix} \right) \quad 3.3.8$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} k_q^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_q^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_q^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_q^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_v^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_v^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_v^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{pd}^2 \end{bmatrix} \quad 3.3.9$$

Onde $k_{\#}$ é um parâmetro de "ajuste" do EKF, representa o desvio padrão do ruído ao propagar a variável "#". Estes parâmetros de ajuste são determinados na etapa de projeto do estimador num processo denominado Sintonização do Filtro, ver seção 4.2.

Estimador v1

O estimador v1, ou primeira versão, é caracterizado por estimar as variáveis de orientação do veículo independentemente das variáveis de velocidade e profundidade, considerando desacopladas as equações para navegação, como foi proposto por Zanoni (2012). As diferenças entre esta implementação do estimador v1 e aquela desenvolvida por Zanoni (2012) são:

- O estimador de Zanoni considera medidas de posição com um sensor acústico USBL para atualizar os estados do sistema, no estimador v1 não se considera um sensor USBL.
- No estimador de Zanoni é considerada a constante gravitacional como uma variável de estado, neste trabalho não se estima esta constante, já que se considera que seu valor pode ser obtido off-line.
- No estimador v1 é considerada a transformação de coordenadas necessária entre o valor da profundidade no ponto P em que se encontra alocado o sensor de profundidade no veículo, e o ponto B do veículo onde se quer estimar a profundidade.
- No estimador v1 é considerada a forma estabilizada do EKF assim como nos outros estimadores em este trabalho.

As variáveis de orientação (quaternions) são atualizadas a 10 HZ com as medidas dos acelerômetros e da bússola. Foram consideradas as seguintes variáveis de estado (x_i), variáveis de entrada (u_i), variáveis de saída (y_i) e variáveis de ruído de medida (V_i) no algoritmo do EKF:

$$x_i = q_i \quad u_i = \mathbf{0} \quad y_i = \begin{bmatrix} f_i^{IMU} \\ \psi_i^{Buss} \end{bmatrix} \quad V_i = \begin{bmatrix} n_i^{Acel} \\ n_i^{Buss} \end{bmatrix} \quad 3.3.10$$

A função não linear $h(x_i)$ da equação de medidas (3.1.4), é obtida substituindo as variáveis definidas em (3.2.10) nas equações de navegação (2.1.26) e (2.1.27):

$$h(x_i) = \begin{bmatrix} -2 \cdot (x_2 \cdot x_4 - x_1 \cdot x_3) \cdot gz \\ -2 \cdot (x_3 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_2) \cdot gz \\ -2 \cdot \left(x_1^2 + x_4^2 - \frac{1}{2} \right) \cdot gz \\ \arctan \left(\frac{x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_4}{x_1^2 + x_2^2 - \frac{1}{2}} \right) \end{bmatrix} \quad 3.3.11$$

Definem-se, a seguir, as variáveis auxiliares:

$$\begin{aligned} m_1 &= 2 \cdot (x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_4) \\ m_2 &= 2 \cdot \left(x_1^2 + x_2^2 - \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad 3.3.12$$

A matriz Jacobiana da função $h(x_i)$ é obtida como em (3.1.41):

$$H_i = \begin{bmatrix} 2 \cdot x_3 \cdot gz & -2 \cdot x_4 \cdot gz & 2 \cdot x_1 \cdot gz & -2 \cdot x_2 \cdot gz \\ -2 \cdot x_2 \cdot gz & -2 \cdot x_1 \cdot gz & -2 \cdot x_4 \cdot gz & -2 \cdot x_3 \cdot gz \\ -4 \cdot x_1 \cdot gz & 0 & 0 & -4 \cdot x_4 \cdot gz \\ \frac{2 \cdot m_2 \cdot x_4 - 4 \cdot m_1 \cdot x_1}{m_1^2 + m_2^2} & \frac{2 \cdot m_2 \cdot x_3 - 4 \cdot m_1 \cdot x_2}{m_1^2 + m_2^2} & \frac{2 \cdot m_2 \cdot x_2}{m_1^2 + m_2^2} & \frac{2 \cdot m_2 \cdot x_1}{m_1^2 + m_2^2} \end{bmatrix} \quad 3.3.13$$

A matriz de covariância do ruído de medidas (R_i) é obtida como em (3.1.47):

$$R_i = cov \left(\begin{bmatrix} n_i^{Acel} \\ n_i^{Buss} \end{bmatrix} \right) \quad 3.3.14$$

$$R_i = \begin{bmatrix} (\sigma_{Acel} + k_{Acel})^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\sigma_{Acel} + k_{Acel})^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\sigma_{Acel} + k_{Acel})^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{Buss}^2 \end{bmatrix} \quad 3.3.15$$

Onde:

σ_{Acel} é o desvio padrão do ruído nas medidas dadas pelos acelerômetros.

σ_{Buss} é o desvio padrão do ruído nas medidas dadas pela bússola.

k_{Acel} é um parâmetro de "ajuste" do EKF, representa o erro de aproximação da aceleração do veículo, admitido igual a zero na dedução da equação (2.4.21). Este erro não está incluso no ruído dos acelerômetros e por tal motivo deve ser adicionado um parâmetro de ajuste ao ruído dos acelerômetros. Este parâmetro de ajuste é determinado na etapa de projeto do estimador num processo denominado Sintonização do Filtro (ver seção 4.2).

Na fase de atualização a 10 Hz, também foram atualizadas as variáveis de estado de velocidade, profundidade e viés na componente *Down* com as medidas do profundímetro. Foram consideradas as seguintes variáveis de estado (x_i), entrada (u_i), saída (y_i) e ruído de medida (V_i) no algoritmo do EKF:

$$x_i = \begin{bmatrix} v_{d_i} \\ p_{d_i} \\ b_{d_i} \end{bmatrix}; \quad u_i = q_i; \quad y_i = [p_{d_i}^{Prof}]; \quad V_i = [n_i^{Prof}] \quad 3.3.16$$

A função não linear $h(x_i)$, da equação de medidas, é obtida substituindo-se as variáveis definidas em (3.2.16) na equação de navegação (2.4.28):

$$h(x_i) = x_2 + 2 \cdot l_{P/B} \cdot (q_2 \cdot q_4 - q_1 \cdot q_3) \quad 3.3.17$$

A sua Jacobiana é dada por:

$$H_i = \frac{\partial h_i(x_i)}{\partial x_i} = [0 \quad 1 \quad 0] \quad 3.3.18$$

Para este caso a matriz R tem dimensão 1x1 e é igual a:

$$R_i = \text{cov}(n_i^{\text{Prof}}) = \sigma_{\text{Prof}}^2 \quad 3.3.19$$

Onde σ_{Prof} é o desvio padrão do ruído nas medidas dadas pelo profundímetro.

Para a fase de atualização a 2 HZ, são atualizadas as variáveis de velocidade e viés com as medidas dadas pelo DVL. Foram consideradas as seguintes variáveis de estado (x_j), variáveis de entrada (u_j), variáveis de saída (y_j) e variáveis de ruído (V_j) no algoritmo do EKF:

$$\begin{aligned} x_j &= \begin{bmatrix} v_j \\ b_j \end{bmatrix}; & u_j &= \begin{bmatrix} w_j^{\text{IMU}} \\ q_j \end{bmatrix}; & y_j &= v_j^{\text{DVL}} - M_{D/B} \cdot (w^{\text{IMU}} - C^T(q) \cdot w_E^N) \\ & & & & & ; & V_j &= M_{D/B} \cdot n_j^{\text{Giro}} + n_j^{\text{DVL}} \end{aligned} \quad 3.3.20$$

A função não linear $h(x_j)$ é obtida substituindo-se as variáveis definidas em (3.2.20) na equação de navegação (2.4.29):

$$h(x_j) = \begin{bmatrix} 2 \cdot \left(q_1^2 + q_2^2 - \frac{1}{2} \right) \cdot x_1 + 2 \cdot (q_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot q_4) \cdot x_2 + 2 \cdot (q_2 \cdot q_4 - q_1 \cdot q_3) \cdot x_3 \\ 2 \cdot (q_2 \cdot q_3 - q_1 \cdot q_4) \cdot x_1 + 2 \cdot \left(q_1^2 + q_3^2 - \frac{1}{2} \right) \cdot x_2 + 2 \cdot (q_3 \cdot q_4 + q_1 \cdot q_2) \cdot x_3 \\ 2 \cdot (q_1 \cdot q_3 + q_2 \cdot q_4) \cdot x_1 + 2 \cdot (q_3 \cdot q_4 - q_1 \cdot q_2) \cdot x_2 + 2 \cdot \left(q_1^2 + q_4^2 - \frac{1}{2} \right) \cdot x_3 \end{bmatrix} \quad 3.3.21$$

A matriz Jacobiana da função $h(x_j)$:

$$H_j = \begin{bmatrix} 2 \cdot \left(q_1^2 + q_2^2 - \frac{1}{2} \right) & 2 \cdot (q_2 \cdot q_3 + q_1 \cdot q_4) & 2 \cdot (q_2 \cdot q_4 - q_1 \cdot q_3) & 0 & 0 & 0 \\ 2 \cdot (q_2 \cdot q_3 - q_1 \cdot q_4) & 2 \cdot \left(q_1^2 + q_3^2 - \frac{1}{2} \right) & 2 \cdot (q_3 \cdot q_4 + q_1 \cdot q_2) & 0 & 0 & 0 \\ 2 \cdot (q_1 \cdot q_3 + q_2 \cdot q_4) & 2 \cdot (q_3 \cdot q_4 - q_1 \cdot q_2) & 2 \cdot \left(q_1^2 + q_4^2 - \frac{1}{2} \right) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 3.3.22$$

A matriz de covariância do ruído de medidas é obtida como em (3.1.47):

$$\mathbf{R}_j = \text{cov}(\mathbf{M}_{D/B} \cdot \mathbf{n}_j^{\text{Giro}} + \mathbf{n}_j^{\text{DVL}}) \quad 3.3.23$$

Aplicando as operações lineares nas variáveis aleatórias gaussianas vistas na seção 2.4:

$$\mathbf{R}_j = \mathbf{M}_{D/B} \cdot \text{cov}(\mathbf{n}_j^{\text{Giro}}) \cdot \mathbf{M}_{D/B}^T + \text{cov}(\mathbf{n}_j^{\text{DVL}}) \quad 3.3.24$$

Onde:

$$\text{cov}(\mathbf{n}_j^{\text{Giro}}) = \sigma_{\text{Giro}}^2 \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} \quad 3.3.25$$

$$\text{cov}(\mathbf{n}_j^{\text{DVL}}) = \sigma_{\text{DVL}}^2 \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} \quad 3.3.26$$

σ_{Giro} e σ_{DVL} são os desvio padrão dos ruídos dos giroscópios e do DVL respectivamente.

Estimador v2

No estimador de estados v2, as variáveis de estado da orientação (quaternions) são atualizadas com as medidas do profundímetro e DVL além dos acelerômetros e da bússola. Para a fase de atualização a 10 HZ, foram consideradas as seguintes variáveis de estado ($\mathbf{x}_i$), entrada ($\mathbf{u}_i$), saída ($\mathbf{y}_i$) e de ruído de medida ($\mathbf{V}_i$) no algoritmo do EKF:

$$\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_i \\ v_{d_i} \\ p_{d_i} \\ b_{d_i} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{u}_i = \mathbf{0}; \quad \mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i^{\text{IMU}} \\ \psi_i^{\text{Buss}} \\ p_{d_i}^{\text{Prof}} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{V}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_i^{\text{Acel}} \\ n_i^{\text{Buss}} \\ n_i^{\text{Prof}} \end{bmatrix} \quad (3.3.27)$$

A função não linear $\mathbf{h}(\mathbf{x}_i)$ é obtida substituindo as variáveis definidas em (3.2.27) nas equações de navegação (2.4.26 – 2.4.28):

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_i) = \begin{bmatrix} -2 \cdot (x_2 \cdot x_4 - x_1 \cdot x_3) \cdot g_z \\ -2 \cdot (x_3 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_2) \cdot g_z \\ -2 \cdot \left(x_1^2 + x_4^2 - \frac{1}{2}\right) \cdot g_z \\ \arctan\left(\frac{x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_4}{x_1^2 + x_2^2 - \frac{1}{2}}\right) \\ x_6 + 2 \cdot lp \cdot (x_2 \cdot x_4 - x_1 \cdot x_3) \end{bmatrix} \quad (3.3.28)$$

A matriz Jacobiana $\mathbf{H}_i$, pode ser representada por:

$$\mathbf{H}_i = [\mathbf{H}_{11} \quad \mathbf{H}_{12}] \quad (3.3.29)$$

Empregando as variáveis auxiliares m_1 e m_2 definidas em (3.2.45), tem-se:

$$\mathbf{H}_{11} = \begin{bmatrix} 2 \cdot x_3 \cdot g_z & -2 \cdot x_4 \cdot g_z & 2 \cdot x_1 \cdot g_z & -2 \cdot x_2 \cdot g_z \\ -2 \cdot x_2 \cdot g_z & -2 \cdot x_1 \cdot g_z & -2 \cdot x_4 \cdot g_z & -2 \cdot x_3 \cdot g_z \\ -4 \cdot x_1 \cdot g_z & 0 & 0 & -4 \cdot x_4 \cdot g_z \\ \frac{2 \cdot m_2 \cdot x_4 - 4 \cdot m_1 \cdot x_1}{m_1^2 + m_2^2} & \frac{2 \cdot m_2 \cdot x_3 - 4 \cdot m_1 \cdot x_2}{m_1^2 + m_2^2} & \frac{2 \cdot m_2 \cdot x_2}{m_1^2 + m_2^2} & \frac{2 \cdot m_2 \cdot x_1}{m_1^2 + m_2^2} \\ -2 \cdot lp \cdot x_3 & 2 \cdot lp \cdot x_4 & -2 \cdot lp \cdot x_1 & 2 \cdot lp \cdot x_2 \end{bmatrix} \quad 3.3.30$$

$$\mathbf{H}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad 3.3.31$$

A matriz de covariância do ruído de medidas ($\mathbf{R}_i$) é obtida como em (3.1.47):

$$\mathbf{R}_i = cov(\mathbf{V}_i) = cov\left(\begin{bmatrix} \mathbf{n}_i^{\text{Acel}} \\ n_i^{\text{Buss}} \\ n_k^{\text{Prof}} \end{bmatrix}\right) \quad 3.3.32$$

$$\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} (\sigma_{\text{Acel}} + k_{\text{Acel}})^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\sigma_{\text{Acel}} + k_{\text{Acel}})^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\sigma_{\text{Acel}} + k_{\text{Acel}})^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\text{Buss}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\text{Prof}}^2 \end{bmatrix} \quad 3.3.33$$

$$\mathbf{R}_j = cov([\mathbf{n}_j^{\text{DVL}} - \mathbf{M}_{D/B} \cdot \mathbf{n}_j^{\text{Giro}}]) \quad 3.3.39$$

Aplicando as operações lineares em variáveis aleatórias gaussianas da seção 2.4, obtem-se:

$$\mathbf{R}_j = cov(\mathbf{n}_j^{\text{DVL}}) - \mathbf{M}_{D/B} \cdot cov(\mathbf{n}_j^{\text{Giro}}) \cdot \mathbf{M}_{D/B}^T \quad 3.3.40$$

Onde, as matrizes de covariâncias $cov(\mathbf{n}_j^{\text{DVL}})$ e $cov(\mathbf{n}_j^{\text{Giro}})$ são dados por (3.2.25) e (3.2.26).

Estimador v3

Na terceira versão de estimador de estados (v3), a orientação não é atualizada com as medidas do DVL como no caso do estimador v2. Por outro lado, ela é atualizada a través das medidas do profundímetro, bússola e acelerômetros. Na fase de atualização a 10 Hz é realizada a atualização com as medidas do profundímetro, bússola e acelerômetros. Foram consideradas as seguintes variáveis de estado ($\mathbf{x}_i$), entrada ($\mathbf{u}_i$), saída ($\mathbf{y}_i$) e ruído de medidas ($\mathbf{V}_i$) no algoritmo do EKF:

$$\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_i \\ v_{d_i} \\ p_{d_i} \\ b_{d_i} \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{u}_i = \mathbf{0} ; \quad \mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i^{\text{IMU}} \\ \psi_i^{\text{Buss}} \\ p_{d_k}^{\text{Prof}} \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{V}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_i^{\text{Acel}} \\ n_i^{\text{Buss}} \\ n_k^{\text{Prof}} \end{bmatrix} \quad 3.3.39$$

Esta fase é equivalente à fase de atualização a 10 Hz no estimador v2 sendo assim, a função $\mathbf{h}(\mathbf{x}_i)$, assim como as matrizes $\mathbf{H}_i$ e $\mathbf{R}_i$, são dadas pelas equações (3.3.28), (3.3.29) e (3.3.33).

Na fase de atualização a 2 Hz é realizada a atualização com as medidas do DVL. Foram consideradas as seguintes variáveis de estado ($\mathbf{x}_j$), entrada ($\mathbf{u}_j$), saída ($\mathbf{y}_j$) e de ruído de medida ($\mathbf{V}_j$) no algoritmo do EKF.

$$x_j = \begin{bmatrix} v_j \\ b_j \end{bmatrix} ; \quad u_j = \begin{bmatrix} w_j^{\text{IMU}} \\ q_j \end{bmatrix} ; \quad y_j = v_j^{\text{DVL}} ; \quad V_j = \begin{bmatrix} n_j^{\text{Giro}} \\ n_j^{\text{DVL}} \end{bmatrix} \quad 3.3.40$$

Esta fase do estimador v3 é equivalente à fase de atualização a 2 Hz do estimador v1, então a função $h(x_i)$ assim como as matrizes H_i e R_i são dadas pelas equações (3.3.21), (3.3.22) e (3.3.24).

Tabela 3.1: Variáveis à atualizar com as medidas dos sensores

Estimador	Bússola	Acelerômetros	DVL	Profundímetro
v1	$x_i = q_i$	$x_i = q_i$	$x_j = \begin{bmatrix} v_j \\ b_j \end{bmatrix}$	$x_i = \begin{bmatrix} v_{d_i} \\ p_{d_i} \\ b_{d_i} \end{bmatrix}$
v2	$x_i = q_i$	$x_i = q_i$	$x_j = \begin{bmatrix} q_j \\ v_j \\ b_j \end{bmatrix}$	$x_i = \begin{bmatrix} q_i \\ v_{d_i} \\ p_{d_i} \\ b_{d_i} \end{bmatrix}$
v3	$x_i = q_i$	$x_i = q_i$	$x_j = \begin{bmatrix} v_j \\ b_j \end{bmatrix}$	$x_i = \begin{bmatrix} q_i \\ v_{d_i} \\ p_{d_i} \\ b_{d_i} \end{bmatrix}$

4. Projeto e Implementação dos Estimadores de Estados

4.1. Algoritmo do Estimador de estados

As frequências de execução das fases de propagação e atualização do EKF são determinadas a partir das frequências de operação dos sensores do AUV e da capacidade de processamento do computador. Os sensores de natureza acústica (DVL ou um sistema acústico de posicionamento) operam a uma frequência consideravelmente menor que os outros sensores, já que estes emitem sinais acústicos na água e aguardam alguma resposta para realizar a medição. No sistema proposto a leitura do sensor DVL é realizada a 2 Hz, enquanto que a leitura dos outros sensores é realizada a 10 Hz. Durante a execução do algoritmo estimador de estados, na iteração em que é atualizado o estado com as medidas do sensor DVL, não é realizada a atualização com outro sensor. Isto foi necessário para evitar um excessivo processamento nesta iteração e assim propiciar uma melhor distribuição das tarefas no tempo.

4.2. Sintonização do EKF

A sintonização do EKF consiste em achar os valores para os parâmetros de ajuste; presentes nas matrizes de covariância dos ruídos de processo e medida (3.2.9), (3.2.15) e (3.2.33); que resultem em um melhor desempenho e estabilidade numérica do EKF. Para isto, Foi empregada uma base de dados com o registro das medidas dos sensores do AUV Pirajuba durante manobras de testes em campo. O parâmetro de ajuste k_{Acel} visto nas equações (3.2.15) e (3.2.33) foi adicionado ao desvio padrão do ruído dos acelerômetros, representa o erro ao aproximar a aceleração do veículo igual a zero, na dedução da equação (2.4.21), este erro não está incluso no ruído dos acelerômetros e por tanto deve ser adicionado. Os parâmetros de ajuste presentes na matriz de covariância do ruído de processo (Q), equação (3.2.9), representam o erro produzido ao propagar as variáveis de estado, este erro deve-se ao ruído nas medidas dos sensores inerciais, o erro de desalinhamento e ao erro na integração numérica.

Figura 4.1: Algoritmo do estimador de estados.

$$Q = \begin{bmatrix} k_q^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_q^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_q^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_q^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{pd}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_v^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_v^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_v^2 \end{bmatrix} \quad 4.2.1$$

$$R_i = \begin{bmatrix} (\sigma_{Acel} + k_{Acel})^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\sigma_{Acel} + k_{Acel})^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\sigma_{Acel} + k_{Acel})^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{Buss}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{Prof}^2 \end{bmatrix} \quad 4.2.2$$

Na tabela 4.1 são mostradas as características mais importantes dos sensores do Pirajuba, os valores dos erros dados correspondem ao desvio padrão dados pelos fabricantes dos sensores, ver referência: HONEYWELL INTERNATIONAL INC (Profundímetro). 2013; KVH INDUSTRIES, INC. 2010 (IMU); LINKQUEST, INC. 2006 (DVL) e SBG SYSTEMS. 2009 (Bússola).

Tabela 4.1: Principais características técnicas dos sensores do AUV Pirajuba

Sensor	Frequência de operação	Erro de ruído	Erro de viés
Giroscópios	10 Hz	$0,0667^{\circ}/\sqrt{hr}$	$1^{\circ}/hr$
Acelerômetros	10 Hz	$55 \mu g/\sqrt{Hz}$	0,25 mg
DVL	2 Hz	0,01	-
Bússola	10 Hz	1°	-
Profundímetro	2 ou 10 Hz	5 (mm)	-

Procedimento para sintonização dos EKF

A sintonização do EKF consistiu em se determinar os valores dos parâmetros de ajuste que convergissem o Filtro. Isto foi obtido por simulação numérica do estimador de estados usando as medidas dos sensores obtidas da base de dados do AUV Pirajuba.

Primeiramente os parâmetros foram ajustados manualmente, de forma a se obter o melhor desempenho para cada tipo de manobra (U, Giro e zig-zag). Depois, tomando-se como referência estes valores, obteve-se um grupo de parâmetros gerais, capazes de fazer o filtro convergir em qualquer uma de estas manobras. Espera-se que estes parâmetros possam ser empregados em qualquer manobra do veículo. Apesar disso, cada manobra possui um grupo de parâmetros que melhor ajustam o EKF.

É considerado que o filtro diverge quando é observado que o valor estimado se desvia muito dos valores integrado e medido. A decisão de se o filtro divergiu ou não foi feita por comparação do estado estimado com os valores dos estados

obtidos por as medições auxiliares e os valores obtidos por propagação fora do EKF. Estes cálculos forem feitos paralelamente ao algoritmo de navegação usando como plataforma MATLAB.

O procedimento de sintonização foi o seguinte:

Passo 1.- Atribui-se o valor zero às variâncias iniciais dos erros de viés, que mantêm em zero durante toda a manobra. Isso para que o filtro não mexa estes valores tentando ajustar as outras variáveis do estado, enquanto se acham outros parâmetros do filtro.

Passo 2.- Então, atribui-se o valor zero a todos os parâmetros de ajuste e se faz correr o programa. Percebeu-se que em esta primeira estimativa o filtro diverge. Considerando que o erro na fase de propagação é acumulativo, se considera necessário dar um valor positivo aos parâmetros de ajuste da matriz Q que compense este erro. Então o seguinte passo é aumentar os valores dos parâmetros de ajuste da matriz Q até o filtro convergir.

Passo 3.- Atribui-se um valor inicial diferente de zero aos vieses, para se fazer um ajuste mais fino. Repetem-se os passo 2 e 3 até o filtro convergir.

Foi observado na segunda versão do estimador de estados (v2) que a execução do procedimento anterior demora um maior tempo para encontrar os valores dos parâmetros de ajuste. Isto pode-se explicar pelo fato que as medidas auxiliares atualizam mais de um estado por vez. Existe uma grande possibilidade de o filtro divergir, já as medidas do DVL atualizam mais de uma variável e em uma frequência baixa (2 Hz).

4.3. Implementação em Tempo Real

Foram programados os algoritmos dos estimadores v1, v2 e v3 no microcontrolador ARM9. Cada algoritmo foi programado sequencialmente e em linguagem C. Foram implementadas sub-rotinas matemáticas como suporte ao algoritmo principal dos estimadores de estado. Estas sub-rotinas compreendem: operações básicas de matrizes, transposição, cálculo do determinante, etc. Assim como funções

trigonométricas básicas: $\sin$, $\cos$, $\tan$, $\arcsin$, $\arctan$. Os algoritmos para as funções trigonométricas foram obtidos de Ganssle (2008).

Um microcontrolador de arquitetura ARM9 é encarregado de executar os algoritmos dos estimadores de estado. Este microcontrolador foi escolhido por sua capacidade de processamento assim como por ter uma unidade de processamento exclusiva para realizar cálculos em ponto flutuante. Esta última facilita em grande medida a programação. Os dados dos sensores são adquiridos por microcontroladores de arquitetura ARM7, os quais estão interligados em uma rede tipo CAN. Estes dados são enviados para o ARM9 para seu processamento pelo estimador de estados. Estimções de posição, velocidade e orientação do veículo são enviadas novamente à rede de microcontroladores ARM7 para serem usadas nas funções de controle do veículo e para seu armazenamento em memória. Na Figura 4.2 mostra-se a rede de trabalho dos dispositivos no AUV Pirajuba.

Na tabela 4.2, são mostrados os tempos de duração das principais tarefas nos estimadores de estado. Este tempo foi obtido durante os testes em bancada com os algoritmos dos estimadores de estado sendo executados em tempo real no microcontrolador ARM9. Estes tempos foram medidos por a função *timer* do próprio ARM9.

Na tabela 4.2. pode-se conferir que a soma das fases de propagação e atualização em cada iteração, seja a 10 Hz ou 2 Hz, não excedem o tempo limite ou Deadline de 100 ms. Esta condição é necessária para cumprir a condição de sistema em tempo real. Assim, valida-se a viabilidade de implementação dos estimadores propostos.

Figura 4.2: Rede de trabalho no veículo Pirajuba

Tabela 4.2: Tempo de execução das tarefas nos estimadores de estado.

Estimador	Tarefa	Duração (ms)
v1	Fase de propagação	43
	Fase de correção a 10 HZ	27
	Fase de correção a 2 Hz	25
v2	Fase de propagação	43
	Fase de correção a 10 HZ	35
	Fase de correção a 2 Hz	49
v3	Fase de propagação	43
	Fase de correção a 10 HZ	35
	Fase de correção a 2 Hz	25

Para a implementação do estimador v1 em tempo real, é preciso saber o tempo de duração de todas as tarefas executadas no estimador para assim poder agendar estas no tempo.

5. Resultados

Nesta seção, são apresentados os resultados dos testes dos estimadores de estado v_1 , v_2 e v_3 , que foram projetados e implementados conforme descrito no capítulo 4. Os estimadores v_1 , v_2 e v_3 foram testados off-line, empregando para isso a base de dados do AUV Pirajuba. Esta base de dados contém as medidas dos sensores durante ensaios no lago de uma represa (Guarapiranga maio-2014). Nestes ensaios o AUV Pirajuba realizou as seguintes manobras: três manobras em “U”, manobra U1 (7 m de diâmetro da semicircunferência), manobra U2 (36 m de diâmetro da semicircunferência) e manobra U3 (50 m de diâmetro da semicircunferência); Duas manobras em círculos ou giros denominadas O1 (80 metros de diâmetro da circunferência) e O2 (100 metros de diâmetro da circunferência); Uma manobra em zig-zag e duas manobras mantendo um rumo constante (I_1 e I_2). Apresenta-se resultados dos EKFs nos estimadores de estado propostos, assim como uma análise comparativa destes.

Durante os testes descritos anteriormente, o Pirajuba estava equipado com os seguintes sensores: IMU, DVL, profundímetro e uma unidade AHRS; esta última, proporciona estimativas de orientação (balanço, caturro e rumo) a partir de uma função sensorial com medidas de magnetômetros, sensores de inclinação e giroscópios. Durante os ensaios, foram registradas as estimativas de orientação proporcionadas pela unidade AHRS. De estas estimativas, unicamente foram considerados o ângulo de rumo para ser incluídas nos estimadores de estado, como medidas de uma bússola.

Com o fim de comparar os resultados dos três estimadores em cada manobra, os algoritmos foram corridos na plataforma MATLAB, empregando o mesmo algoritmo programado na unidade ARM9, as mesmas rotinas e com a mesma precisão (32 bits), obtendo-se resultados idênticos quando corridos no ARM9 individualmente, como visto na seção 5.3.

5.1. Resultados do EKF

Nos gráficos a seguir, as curvas de cor escuras representam as variáveis de orientação obtidas das medições da bússola e dos acelerômetros. As curvas cor ciano representam as variáveis de orientação calculadas a partir de integração numérica das medidas dos giroscópios. Finalmente, as curvas de cor azul, vermelha e verde representam variáveis de estado obtidas com os estimadores v_1 , v_2 e v_3 , respectivamente.

Variáveis de Estado na manobra U1

Figura 5.1: Ângulo de balanço do veículo na manobra U1

Figura 5.2: Ângulo de caturro do veículo na manobra U1

7

Figura 5.3: Ângulo de rumo ou guinada do veículo na manobra U1

Figura 5.4: Componente norte da velocidade do veículo na manobra U1

Figura 5.5: Componente leste da velocidade do veículo na manobra U1

Figura 5.6: Componente "Down" da velocidade do veículo na manobra U1

Figura 5.7: Profundidade do veículo na manobra U1

Figura 5.8: Erro de viés na manobra U1

Variáveis de Estado na manobra O2

Figura 5.9: Ângulo de balanço do veículo na manobra O2

Figura 5.10: Ângulo de caturro do veículo na manobra O2

Figura 5.11: Ângulo de rumo ou guinada do veículo na manobra O2

Figura 5.12: Componente norte da velocidade do veículo na manobra O2.

Figura 5.13: Componente leste da velocidade do veículo na manobra O2.

Figura 5.14: Componente “Down” da velocidade do veículo na manobra O2

Figura 5.15: Profundidade do veículo na manobra O2

Figura 5.16: Erro de viés na manobra O2

Nas figuras 5.1, 5.2, 5.3, 5.9, 5.10 e 5.11 pode-se observar a eficiência da aplicação do Filtro de Kalman Estendido através dos estimadores v_1 , v_2 e v_3 . É observada a filtragem dos picos nas curvas em negro, originários de erros de leitura nos sensores. Nas estimativas de velocidade, não foram filtrados completamente os picos. Isto pode ser explicado pelo processo de sintonização do filtro, já que foi dado um peso consideravelmente maior às medidas do DVL do que em relação às medidas obtidas por integração dos acelerômetros, devido à pouca exatidão dos mesmos.

Nos gráficos 5.6 e 5.14 observa-se instabilidade numérica na estimação da velocidade v_d , nos estimadores v_2 e v_3 . Isto pode-se dever à tentativa de atualizar a orientação com as medidas do DVL e profundímetro.

Os resultados das manobras restantes (U2, U3, O1, zig-zag, I1 e I2) são mostrados na seção dos Apêndices.

5.2. Análise Comparativa dos Estimadores de Estados

Resultados das Estimativas de Posição

A posição do veículo é obtida de uma integração simples da velocidade do veículo nas coordenadas NED. Com as coordenadas norte e leste da posição, foram obtidas trajetórias do veículo durante as manobras de teste. A posição, calculada a partir das estimativas dos estimadores v_1 , v_2 e v_3 , estão representadas pelas curvas azuis, vermelhas e verdes respectivamente. A partir das medidas do DVL, bússola e acelerômetros, é obtida a velocidade do veículo nas coordenadas NED. Esta, por sua vez, é integrada para se obter a posição do veículo, representada pelas curvas negras. Analogamente com as medidas do DVL e giroscópios foi obtida a posição do veículo representado pelas curvas cor ciano. Finalmente, as curvas cor magenta, representam a posição do veículo obtida a partir de medições de um sensor GPS, o qual serve como referência para se determinar o desempenho de cada estimador. Estas medidas do sensor GPS foram obtidas em manobras onde o veículo navegava, praticamente, ao nível da superfície, conforme mostra a figura 5.17.

Figura 5.17: Testes do AUV Pirajuba no mar. Figura proporcionada pelo LVNT-EPUSP

Figura 5.18: Trajetória da manobra U1

Figura 5.19: Trajetória da manobra U2

Figura 5.20: Trajetória da manobra U3

Figura 5.21: Trajetória da manobra O1

Figura 5.22: Trajetória da manobra O2

Figura 5.23: Trajetória da manobra zig-zag

Figura 5.24: Trajetória da manobra I1

Figura 5.25: Trajetória da manobra I2

De forma geral, observa-se que as estimativas de posição, obtidas com os sensores DVL e giroscópios (curvas cor ciano), tiveram um pobre desempenho em comparação às outras estimativas. Isso se deve ao erro de deriva gerado ao se integrar numericamente as medidas dos giroscópios. Este erro é acumulativo e produz divergência no tempo em relação ao valor real. Estas estimativas só foram mostradas como referência e não serão consideradas na análise comparativa.

Dos gráficos (5.18 - 5.25) pode-se deduzir que, com os estimadores v1, v2 e v3, na média, obteve-se um melhor resultado nas estimativas de posição com relação à integração da velocidade obtida a partir do DVL. Apesar da diferença entre estas estimativas ser pequena, deve-se considerar que os estimadores v1, v2 e v3 obtiveram esta melhora a partir de um processo de fusão sensorial de estimativas menos exatas.

Análise Comparativa dos Estimadores de Estados

Com o objetivo de se obter um indicador numérico da exatidão na posição obtida com os estimadores v1, v2 e v3, foi calculado o desvio padrão do erro em cada manobra, considerando como valor de referência a posição dada pelo GPS.

Seja Δp_i o desvio no instante "i", da posição estimada (p_i) em relação à posição dada pelo GPS:

$$\Delta p_i = |p_i - p_i^{GPS}| \quad 5.2.1$$

Considerando unicamente o movimento no plano horizontal, da equação (5.2.1) se obtém:

$$\Delta p_i^2 = (\Delta p_{n_i})^2 + (\Delta p_{e_i})^2 \quad 5.2.2$$

O desvio padrão estará dado por:

$$\Delta p_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\Delta p_i^2)}{N}} \quad 5.2.3$$

Onde N é o numero de estimações da posição realizada numa manobra. Os resultados para cada manobra são mostrados na tabela 5.1.

De acordo com a tabela 5.1, pode-se concluir que o estimador v2 apresentou melhores resultados que os estimadores v1 e v3. Lembrando que a única diferença entre estes estimadores é a atualização da orientação com medidas do DVL, é confirmada uma melhora na exatidão das estimativas de orientação com o estimador v2, o que por sua vez implicou numa melhoria na estimação da posição.

Tabela 5.1: Desvio Δp_{rms} em relação à trajetória dada pelo GPS.

Manobra	Integração do DVL Δp_{rms} (m)	Estimador v1 Δp_{rms} (m)	Estimador v2 Δp_{rms} (m)	Estimador v3 Δp_{rms} (m)
U1	44.2	33.1	38.4	37.4
U2	23.1	19.5	15.9	16.8
U3	11.5	16.5	10.4	18.2
O1	16.6	27.7	16.1	24.8
O2	42.4	37.3	37.6	36.5
Zig-Zag	52.1	32.5	42.8	29.7
I1	60.4	60.3	59.0	62.1
I2	78.1	78.5	77.7	78.6
Média	41.1	38.2	37.2	38.0

De acordo com a tabela 5.1, observa-se que, nas manobras de maior dinâmica (O2 e Zig-Zag), as trajetórias obtidas por integração direta da velocidade do DVL, são estimativas consideravelmente piores do que aquelas obtidas com os estimadores v1, v2 e v3. Este resultado pode ser explicado pela inclusão das leituras dos giroscópios na estimação de orientação por parte dos estimadores v1, v2 e v3. Isso demonstra que os giroscópios produzem um melhor desempenho do que os acelerômetros no cálculo da orientação em manobras de alta dinâmica.

5.3 Resultados em Tempo Real

Com o propósito de mostrar a validade dos resultados das seções anteriores para uma implementação em tempo real, a continuação são apresentados os resultados ao se executar o estimador de estado v2 no microcontrolador ARM9 (curvas vermelhas) e os resultados obtidos em MATLAB vistos nas seções 5.1 e 5.2 (curvas em azul).

Figura 5.26: Ângulo de rumo em tempo real na manobra U1.

Figura 5.27: Componente Norte da velocidade em tempo real na manobra U1.

Figura 5.28: Trajetória em tempo real da manobra U1.

Figura 5.29: Ângulo de rumo em tempo real na manobra Zig-Zag.

Figura 5.30: Componente Norte da velocidade em tempo real na manobra Zig-Zag.

Figura 5.31: Trajetória em tempo real da manobra Zig-Zag.

Das gráficas 5.26 a 5.31, pode-se ver que a diferença entre os resultados dos estimadores v_1 , v_2 e v_3 , obtidos com o microcontrolador ARM9 e no MATLAB, são muito menores em magnitude à os desvios destes estimadores vistos na tabela 5.1. Este fato permite estender os resultados dos estimadores v_1 , v_2 e v_3 obtidos nas seções 5.1 e 5.2, para uma implementação em tempo real. Este resultado era de se esperar já que foi empregado o mesmo algoritmo, as mesmas rotinas e com a mesma precisão (32 bits). A única diferença entre estas implementações são os algoritmo das funções trigonométricas empregadas na implementação no ARM9, já que estas foram obtidas de (Jack Ganssle 2008).

6. Conclusões

Este trabalho procurou dar continuidade ao trabalho realizado por Zanoni F. (2012) no desenvolvimento de um sistema de navegação para o AUV Pirajuba, no laboratório de veículos não tripulados da EPUSP. No trabalho de Zanoni, é proposto e implementado um sistema de navegação empregando-se os sensores inerciais e auxiliares mencionados neste trabalho, além do modelo de um sistema acústico de posicionamento. O estimador de estados proposto por Zanoni F. estima as variáveis da orientação independentemente das variáveis de velocidade e posição.

Neste trabalho, procura-se obter uma melhora na exatidão da posição do veículo estimada ao se aprimorar as estimativas de orientação, atualizando os quaternions a partir das medidas dos sensores de velocidades DVL.

Foi implementado o estimador de Zanoni (v1), considerando os sensores atuais do Pirajuba, e foram projetados e implementados os estimadores v2 (atualização dos quaternions com as medidas do DVL e o profundímetro além da bússola e acelerômetros) e v3 (atualização dos quaternions com as medidas do profundímetro além da bússola e acelerômetros).

Testes iniciais revelaram uma melhora das estimativas da orientação proporcionadas pelo algoritmo v2 em relação ao v1. Devida a baixa taxa de atualização com medidas do DVL, inicialmente interpretou-se que a melhora do estimador v2 devia-se principalmente à atualização dos quaternions com as medidas do profundímetro mais que com o DVL. Foi projetado então o estimador v3, que não emprega as medidas do DVL para atualizar os quaternions, de tal forma a poupar o tempo de processamento. Os resultados, apresentados no capítulo 5, mostram que o estimador v3 não alcançou o desempenho do estimador v2.

Conclui-se, assim, a importância das medidas do DVL ao atualizar as variáveis de orientação. É conferida a premissa de se obter uma melhora na estimação da orientação do veículo, ao se atualizar estas variáveis com medidas do profundímetro e do DVL. Porém, o custo de se usar este acoplamento no filtro resulta em perda de estabilidade numérica na estimação da componente "down" da velocidade (v_d). No entanto, se o objetivo é ter uma melhor exatidão na posição no plano horizontal, a

velocidade v_d não afeta esta estimacão, já que unicamente afeta o movimento no plano vertical.

Para os testes realizados em tempo real, considerando que seus resultados foram idênticos àqueles produzidos nas simulações com a base de dados, pôde-se validar a correta execução em tempo real dos estimadores v_1 , v_2 e v_3 ; assim como o envio e recepção de dados nas frequências reais de operação, usando o porto serial do ARM9, e as rotinas das operações matriciais e funções trigonométricas programadas no ARM9. Foi validado também o emprego de precisão simples (32 bits) no armazenamento das variáveis usadas nos estimadores.

Sugestões para Futuros Trabalhos

Pode-se considerar o emprego de medidas diretas de magnetômetros, e assim contar com medidas das três componentes do campo magnético da terra, para atualizar os quaternions. Isto também liberaria o sistema de navegação proposto da necessidade de uma unidade AHRS.

Neste trabalho, foi empregada a forma estabilizada da equação de atualização da covariância do estado no EKF (ver equação 3.1.27). Esta resulta numa maior estabilidade numérica no filtro, porém, aumenta a quantidade de cálculos necessária e, conseqüentemente, o tempo de processamento. Existem métodos de fatoração da matriz de covariância dos erros aplicados no algoritmo de Filtro de Kalman linear (fatoração de raiz quadrada, fatoração UD), Tais métodos conservam a estabilidade numérica do filtro na forma estabilizada, mas o tempo de processamento é menor que da forma estabilizada, similar ao Filtro de Kalman convencional ou não estabilizado, como foi mostrado por Kuga H. (1962). Pode-se pesquisar a viabilidade da implementação destes métodos no algoritmo do EKF, de modo a se manter a estabilidade numérica nos estimadores propostos e poupar tempo de processamento. Isso permitiria se incluir, entre os estados, as variáveis de viés dos giroscópios, que foram excluídas dos estimadores de estado para não ultrapassar o tempo de processamento limite da condição de sistema em tempo real.

Nos resultados da seção 5, pôde-se observar que, nas manobras com oscilações de rumo de maior frequência, as medidas dos giroscópios produzem um melhor resultado de orientação. Em casos com menores oscilações de rumo, as medidas dos acelerômetros produzem melhores resultados. Este fato pode ser explicado a partir da equação empregada para estimar os ângulos de balanço e caturro a partir das medidas dos acelerômetros (equação 2.4.21). Nesta equação, está implícito se aproximar a zero à aceleração do veículo, o que pode ter um impacto negativo em manobras de alta dinâmica. Isto sugere que um EKF adaptativo, com variância dos ruídos variando no tempo, poderia se ajustar on-line de acordo à dinâmica do veículo e assim se obter maior exatidão na estimativa da posição do veículo.

7. REFERÊNCIAS

CHATFIELD AVERIL B. **Fundamentals of High Accuracy Inertial Navigation**. Volume 174: Progress in Astronautics and Aeronautics. USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. 1997.

DANTAS. J. L. D; **Modelagem e Otimização do Sistema Planta Controlador Aplicado ao Projeto de Veículos Autônomos Submarinos**. Dissertação para qualificação em Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo 2011

DE BARROS E.; FREIRE L.; DANTAS J. **Development of the Pirajuba AUV**. Proc. of Conference on Control Applications to Marine System, CAMS2010, Rostock, 2010

GANSSE JACK. **The art of Designing Embedded System**. 2º ed. USA: Elsevier Inc, 2008.

HONEYWELL INTERNATIONAL INC. **Heavy Duty Pressure Sensors/ Transducer Line Guide**. USA-Golden Valley: Honeywell International, Inc. 2013.

KINSEY JAMES; EUSTICE RYAN; WHITCOMB LOUIS. **A survey of Underwater Vehicle Navigation: Recent Advances and New Challenges**. Lisbon - Portugal: IFAC Conf. On Manoeuvring and Control of Marine Craft. 2006

KUGA HELIO. **Análise Numérica Preliminar dos Métodos de Estimação Sequencial**; Reporte técnico INPE; São Paulo - Brasil 1982.

KVH INDUSTRIES, INC. **CG-5100 IMU Technical Manual**. USA: KVH Industries, Inc. 2010.

LAWRENCE ANTHONY. **Modern Inertial Technology: Navigation, Guidance, and Control**. 2º ed. New york - USA: Springer-Verlag, Inc. 1998.

LINKQUEST, INC. **NavQuest 600/NavQuest 600 Micro Doppler Velocity Log: User's Guide**. USA-San Diego CA: LinkQuest Inc. 2006.

MAYBECK, P. S. **Stochastic Models, Estimation and Control**. Volume 1. New York: Academic Press, Inc. 1979.

MILLER PAUL; FARRELL JAY; ZHAO YUANYUAN; DJAPIC VLADIMIR. **Autonomous Underwater Vehicle Navigation**. IEEE Journal of Oceanic Engineering, Vol. 35 No. 3, July 2010.

SBG SYSTEMS. **IG-500A Sub-miniature AHRS User Manual**. France: SBG Systems 2009.

SIMON, D. **Optimal State Estimation: Kalman, H_∞ , and Nonlinear Approaches**. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. 2006.

DUKAN FREDRIK, SORENSEN ASGEIR J; **Integration Filter for APS, DVL, IMU and Pressure Gauge for Underwater Vehicles**; 9th IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems; 2013.

STEILER B. And WINTER H; **AGARD flight test instrumentation volume 15 on gyroscopic instruments and their application to flight testing**; AGARD-AG-160-VOL. 15; September 1982.

ZANONI FABIO DORO. **Modelagem e Implementação do Sistema de Navegação Para um AUV**. São Paulo - Brasil: Dissertação de Mestrado da Escola Politécnica da USP, 2012.

A. Apêndices

A.1. Variáveis de Estado na manobra U2

Figura A.1.1: Ângulo de balanço do veículo na manobra U2

Figura A.1.2: Ângulo de caturro do veículo na manobra U2

Figura A.1.3: Ângulo de rumo ou guinada do veículo na manobra U2

Figura A.1.4: Componente norte da velocidade do veículo na manobra U2.

Figura A.1.5: Componente leste da velocidade do veículo na manobra U2

Figura A.1.6: Componente “Down” da velocidade do veículo na manobra U2

Figura A.1.7: Profundidade do veículo na manobra U2

Figura A.1.8: Erro de viés na manobra U2

A.2. Variáveis de Estado na manobra U3

Figura A.2.1: Ângulo de balanço do veículo na manobra U3

Figura A.2.2: Ângulo de caturro do veículo na manobra U3

Figura A.2.3: Ângulo de rumo ou guinada do veículo na manobra U3

Figura A.2.4: Componente norte da velocidade do veículo na manobra U3

Figura A.2.5: Componente leste da velocidade do veículo na manobra U3

Figura A.2.6: Componente "Down" da velocidade do veículo na manobra U3

Figura A.2.7: Profundidade do veículo na manobra U3

Figura A.2.8: Erro de viés na manobra U3

A.3. Variáveis de Estado na manobra O1

Figura A.3.1: Ângulo de balanço do veículo na manobra O1

Figura A.3.2: Ângulo de caturro do veículo na manobra O1

Figura A.3.3: Ângulo de rumo ou guinada do veículo na manobra O1

Figura A.3.4: Componente norte da velocidade do veículo na manobra O1

Figura A.3.5: Componente leste da velocidade do veículo na manobra O1

Figura A.3.6: Componente “Down” da velocidade do veículo na manobra O1

Figura A.3.7: Profundidade do veículo na manobra O1

Figura A.3.8: Erro de viés na manobra O1

A.4. Variáveis de Estado na manobra O2

Figura A.4.1: Ângulo de balanço do veículo na manobra O2

Figura A.4.2: Ângulo de caturro do veículo na manobra O2

Figura A.4.3: Ângulo de rumo ou guinada do veículo na manobra O2

Figura A.4.4: Componente norte da velocidade do veículo na manobra O2

Figura A.4.5: Componente leste da velocidade do veículo na manobra O2

Figura A.4.6: Componente "Down" da velocidade do veículo na manobra O2

Figura A.4.7: Profundidade do veículo na manobra O2

Figura A.4.8: Erro de viés na manobra O2

A.5. Variáveis de Estado na manobra Zig-Zag

Figura A.5.1: Ângulo de balanço do veículo na manobra Zig-Zag

Figura A.5.2: Ângulo de caturro do veículo na manobra Zig-Zag

Figura A.5.3: Ângulo de rumo ou guinada do veículo na manobra Zig-Zag

Figura A.5.4: Componente norte da velocidade do veículo na manobra Zig-Zag

Figura A.5.5: Componente leste da velocidade do veículo na manobra Zig-Zag

Figura A.5.6: Componente "Down" da velocidade do veículo na manobra Zig-Zag

Figura A.1.7: Profundidade do veículo na manobra Zig-Zag

Figura A.1.8: Erro de viés na manobra Zig-Zag

A.6. Variáveis de Estado na manobra I1

Figura A.6.1: Ângulo de balanço do veículo na manobra I1

Figura A.6.2: Ângulo de caturro do veículo na manobra I1

Figura A.6.3: Ângulo de rumo ou guinada do veículo na manobra I1

Figura A.6.4: Componente norte da velocidade do veículo na manobra I1

Figura A.6.5: Componente leste da velocidade do veículo na manobra I1

Figura A.6.6: Componente "Down" da velocidade do veículo na manobra I1

Figura A.6.7: Profundidade do veículo na manobra I1

Figura A.6.8: Erro de viés na manobra I1

A.7. Variáveis de Estado na manobra I2

Figura A.7.1: Ângulo de balanço do veículo na manobra I2

Figura A.7.2: Ângulo de caturro do veículo na manobra I2

Figura A.7.3: Ângulo de rumo ou guinada do veículo na manobra I2

Figura A.7.4: Componente norte da velocidade do veículo na manobra I2

Figura A.7.5: Componente leste da velocidade do veículo na manobra I2

Figura A.7.6: Componente "Down" da velocidade do veículo na manobra I2

Figura A.7.7: Profundidade do veículo na manobra I2

Figura A.7.8: Erro de viés na manobra I2