

**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

ROBINSON IMAITI MASHIBA

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO FLUXO GRANULAR  
EM LINHAS DE PRESSÃO PARA *SHOT PEENING*

São Paulo

2019

ROBINSON IMAITI MASHIBA

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO FLUXO GRANULAR EM LINHAS DE  
PRESSÃO PARA *SHOT PEENING*

Dissertação apresentada à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para obtenção  
do título de Mestre em ciências

Área de Concentração: Engenharia de  
Controle e Automação Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Flavius Portella Ribas  
Martins

São Paulo

2019

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

Assinatura do autor: \_\_\_\_\_

Assinatura do orientador: \_\_\_\_\_

#### Catálogo-na-publicação

MASHIBA, ROBINSON IMAITI  
ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO FLUXO GRANULAR EM LINHAS  
DE PRESSÃO PARA SHOT PEENING / R. I. MASHIBA -- versão corr. -- São  
Paulo, 2019.  
118 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São  
Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.ESCOAMENTO MULTIFÁSICO 2.TRANSPORTE PNEUMÁTICO  
3.FENÔMENO I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento  
de Engenharia Mecânica II.t.

Nome: Robinson Imaiti Mashiba

Título: ESTUDO DO COMPORTAMENTO DO FLUXO GRANULAR EM LINHAS DE PRESSÃO PARA SHOT PEENING

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação da mecânica da Escola de Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em ciências

Aprovado em: \_\_ / \_\_ / \_\_

### **Banca Examinadora**

Orientador: Prof. Dr. Flavius Portella Ribas Martins

Instituição: \_\_\_\_\_ Assinatura: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. \_\_\_\_\_ Instituição: \_\_\_\_\_

Julgamento: \_\_\_\_\_ Assinatura: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. \_\_\_\_\_ Instituição: \_\_\_\_\_

Julgamento: \_\_\_\_\_ Assinatura: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. \_\_\_\_\_ Instituição: \_\_\_\_\_

Julgamento: \_\_\_\_\_ Assinatura: \_\_\_\_\_

## **DEDICATÓRIA**

Aos meus pais Nelson Itsuro Mashiba e Maria Maçako Naito Mashiba, por serem responsáveis por todas as minhas conquistas

Ao meu irmão Renato Mitsuo Mashiba

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Professor Dr. Flavius Portella por todo ensinamento transmitido e pela amizade e orientação apresentada durante o trabalho

Ao Professor Dr. Guenther Carlos Krieger Filho que disponibilizou as instalações do laboratório de combustão para as simulações computacionais

Ao Professor Dr. Demétrio Cornilios Zachariadis que me orientou no início desse trabalho

Ao meu amigo Hélio Villanueva pelas reflexões e apoio, onde geraram frutos para a realização do trabalho

Aos meus colegas Daniel Fujimura, Andre Sampaio, Guilherme Castro, Rafel Berti e Filipi pela amizade e apoio para o fechamento do trabalho

Aos meus pais Nelson Itsuro Mashiba e Maria Maçako Mashiba que me deram todo o apoio e condições para concluir esse trabalho

Aos meus tios Jorge Takeuchi e Natalina Takeuchi que me deram suporte nos momentos difíceis

Aos meus irmãos Rafael Kiyoshi Mashiba e Nelson Massato Mashiba pelo suporte na assistência no trabalho

Mashiba, Robinson I. Estudo do comportamento do fluxo granular em linhas de pressão para *shot peening*. São Paulo: Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2019

## RESUMO

Nesta dissertação, desenvolveram-se modelos numéricos do escoamento bifásico sólido-gás ao longo de um trecho de uma linha de transporte pneumático constituída por um segmento de duto ligado a um bocal venturi. Esses componentes são elementos essenciais de equipamentos utilizados em aplicações de *shot peening* e de *peen forming*, a primeira delas voltada ao aumento da resistência à fadiga de peças metálicas e a segunda à conformação de placas e painéis metálicos. Ambos esses processos, bastante utilizados na indústria aeronáutica, baseiam-se na aplicação de um jato de particulado sólido à peça alvo do processo. Os impactos das partículas induzem a formação de uma fina camada plástica que gera um campo de tensões compressivas capazes de reduzir as tensões de tração e também de encurvar a placa ou painel. Os modelos numéricos do escoamento de granalhas desenvolvidos nesta dissertação tiveram como propósito estimar, para diferentes condições operacionais do equipamento, o campo de velocidades na seção de saída do bocal e, assim, contribuir para o desenvolvimento de um método científico de planejamento de processos de *shot peening* e *peen forming*. Durante a análise e desenvolvimento dos modelos, adotou-se uma abordagem Euler – Lagrange associada a acoplamentos de fases de uma e de duas vias. Esses modelos foram devidamente validados contra resultados experimentais publicados na literatura. Dentre os dois tipos de acoplamento implementados, o acoplamento de uma via foi o que apresentou maior adesão aos resultados experimentais. É importante destacar que os modelos propostos nesta dissertação poderão ser utilizados para gerar campos de velocidade de particulado sólido sob distintas condições operacionais do equipamento de *shot peening* desde que estas correspondam a adimensionais relevantes do escoamento compatíveis com as hipóteses adotadas nos modelos.

**PALAVRAS – CHAVE:** Escoamento multifásico. Transporte pneumático. Fenômeno de transporte

Mashiba, Robinson I. Study of the behavior of granular flow in pressure lines for shot peening. São Paulo: Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2019

### **ABSTRACT**

In this dissertation, numerical models of solid-gas two-phase flow were developed along a stretch of a pneumatic conveying line consisting of a duct segment connected to a venturi nozzle. These components are essential elements of equipment used in shot peening and peen forming applications, the first one focused on increasing the fatigue strength of metal parts and the second on the conformation of metal plates and panels. Both these processes, widely used in the aeronautical industry, are based on the application of a solid particulate jet to the target part of the process. The impacts of the particles induce the formation of a thin plastic layer that generates a field of compressive tensions capable of reducing the tensile stresses and also of curving the plate or panel. The numerical models of the flow of grits developed in this dissertation had as purpose to estimate, for different operating conditions of the equipment, the velocity field in the outlet section of the nozzle and thus contribute to the development of a scientific method of shot peening planning and peen formation processes. During the analysis and development of the models, an Euler-Lagrange approach was adopted in association with one-way and two-way phase couplings. These models were validated against experimental results published in the literature. Among the two types of coupling implemented, the one-way coupling was the one that presented the highest adhesion to the experimental results. It is important to highlight that the models proposed in this dissertation can be used to generate fields of solid particulate velocity under different operating conditions of the shot peening equipment, since these correspond to relevant dimensions of the flow compatible with the assumptions adopted in the models.

**KEYWORDS:** Multiphase flow. Pneumatic transport. Transport Phenomenon



## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	19
2. OBJETIVO .....	24
3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS .....	25
3.1. ESCOAMENTO MULTIFÁSICO .....	25
3.1.1. ACOPLAMENTO DE FASES E FRAÇÃO VOLUMÉTRICA .....	32
3.2. CARACTERIZAÇÃO DO TRANSPORTE PNEUMÁTICO .....	37
3.2.1. GEOMETRIA DA LINHA PNEUMÁTICA .....	37
3.2.2. NÚMERO DE STOKES .....	38
3.3. TURBULÊNCIA.....	40
3.3.1. MODELO $k - \omega$ ( <i>SST</i> ).....	41
3.4. NUVEM DE PARTÍCULAS.....	43
4. ABORDAGEM EULER-LAGRANGE .....	45
4.1. DINÂMICA DO ESCOAMENTO .....	45
4.2. FORÇA DE INTERAÇÃO COM A PAREDE .....	49
4.2.1. MODELO DE PAREDE ÁSPERA .....	50
4.3. FORÇA DE SUSTENTAÇÃO .....	52
4.4. FORÇA DE ARRASTO .....	54
4.5. MODELO DE CONTATO (DEM) .....	58
4.5.1. MODELO DE FORÇAS DE CONTATO.....	59
4.5.2. MODELO DE CONTATO DE HERTZ-MINDLIN .....	61
4.5.3. TEMPO DE COLISÃO .....	67
4.5.4. MODELO DE HERTZ-MINDLIN COM EFEITO VISCOSO .....	68
4.5.4.1. FORÇA VISCOSA.....	68
5. MATERIAIS E MÉTODOS .....	70
6. RESULTADOS E ANÁLISES .....	76
6.1. BLOCO 1: ANÁLISE DO CHOQUE NO BOCAL E VALIDAÇÃO DO MODELO .....	77
6.2. BLOCO 2: ESCOAMENTO BIFÁSICO E ACOPLAMENTO DE DUAS VIAS .....	83
6.3. BLOCO 3: RETIRADA DA PERDA DE CARGA NO AR E AVALIAÇÃO DA TRAJETÓRIA DAS PARTÍCULAS	89
6.4. AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DA VAZÃO MÁSSICA E DIÂMETRO DO BOCAL.....	95
7. CONCLUSÕES.....	98
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	101

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela de legendas referente a Figura 5 .....	33
Tabela 2 - Tabela de constantes para determinação do coeficiente de arrasto .....	56
Tabela 3 – Condições para simulação duto e entrada da fase dispersa .....	72
Tabela 4 – Modelagem da fase contínua.....	73
Tabela 5 – Modelagem das interações envolvidas (meio disperso) .....	73
Tabela 6 – Dados experimentais retirados por BARKER (2005) .....	75
Tabela 7 – Pressão, velocidade e velocidade do som ao longo do bocal.....	81
Tabela 8 – Parâmetros calculados para a definição das condições nas seções 0, X, Y e S.....	81
Tabela 9 – Resultados analítico no escoamento monofásico em bocal difusor .....	82
Tabela 10 – Tabela de cálculo do número de Stokes.....	82
Tabela 11 – Velocidade das partículas em função da pressão de entrada, para a vazão mássica de 2,27 kg/min. ....	85
Tabela 12 – Velocidade das partículas em função da pressão de entrada, para vazões mássicas de 2,27 Kg/min. ....	90

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Formação de tensão residual no processo de shot peening .....	19
Figura 2 – Figura ilustrativa da medição da intensidade de Almen.....	20
Figura 3 – Fluxograma dos cálculos Euler-Lagrange totalmente acoplados...	30
Figura 4 – Modelos existentes para a solução de escoamentos multifásico...	32
Figura 5: Fenômenos envolvidos em um sistema de transporte pneumático.	33
Figura 6 – Diagrama de regimes, fase diluída e fase densa, fonte.....	35
Figura 7 – Abordagens para rastreamento de partículas.....	43
Figura 8 – Ilustração de parede virtual em relação a parede lisa real .....	50
Figura 9 – Ilustração da rugosidade, máxima altura e profundidade .....	51
Figura 10 – Largura dos elementos do perfil .....	52
<i>Figura 11 – Curva experimental <math>C_d \times RN</math> .....</i>	<i>55</i>
Figura 12: Gráfico do coeficiente de arrasto em função do número de Mach e número de Reynolds .....	57
<i>Figura 13 – Representação das forças contato entre as partículas <math>i</math> e <math>j</math>. .....</i>	<i>58</i>
<i>Figura 14 – Esboço dos esforços de contato entre partículas; .....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 15 – Geometria da deformação das esferas durante a colisão. ....</i>	<i>62</i>
Figura 16 – Representação das deformações ortogonais ( $\epsilon_z, \epsilon_y$ ), em relação a deformação na direção da força de contato ( $\epsilon_x$ ) .....	64
Figura 17 – Dimensões do bico de venturi 5/16' e 3/8' .....	70
<i>Figura 18 – Resposta do experimento Pressão x Velocidade das granalhas.</i>	<i>71</i>
<i>Figura 19 – Resposta do experimento Pressão x velocidade de saída da granalha .....</i>	<i>71</i>
Figura 20 – Linha com bico de venturi.....	74
Figura 21 – Dimensões da linha pneumática simulada .....	74
Figura 22 – Condições de contorno para as simulações. ....	74
Figura 23 – Resposta do experimento Pressão x velocidade de saída da granalha .....	75
Figura 24 – Estratégia de análise .....	76
Figura 25 – Resultados das simulações. ....	78
Figura 26 – Gráfico da velocidade do ar referente à linha de corrente central em função da posição ao longo do bocal venturi. ....	79

Figura 27 – Gráfico do número de Mach em função da posição ao longo do bocal.....	79
Figura 28 – Gráfico da pressão absoluta em função da posição ao longo do bocal.....	80
Figura 29 – Gráfico da velocidade do som em função da posição ao longo do bocal.....	80
Figura 30 – Campo de velocidades das fases gasosa e sólida. Modelo de Crowe (1988).....	84
Figura 31 – Campo de velocidade das fase gasosa e sólida. Modelo de Morsi e Alexander (1972).....	85
Figura 32 – Gráfico da velocidade máxima das partículas medida na seção de saída. ....	86
Figura 33 – Concentração volumétrica no bocal ( $P_a = 2,3, 4 \text{ e } 5 \text{ bar}$ ) .....	87
Figura 34 – Concentração volumétrica ( $P = 5.5, 6, 7 \text{ e } 8 \text{ Pa}$ ) .....	88
Figura 35 – Velocidades das partículas na seção de saída em função da pressão ( acoplamento de uma via) .....	90
Figura 36 – Trajetórias das partículas no bocal ( $P = 5.5, 6, 7 \text{ e } 8 \text{ bar}$ ) (CROWE) .....	91
Figura 37 – Trajetória das partículas no bocal ( $P = 5.5, 6, 7 \text{ e } 8 \text{ bar}$ ) (Morsi e Alexander).....	92
Figura 38 – Trajetórias das partículas cuja velocidade tem sentido montante ( modelo de arrasto de Crowe (1998)).....	93
Figura 39 – Trajetória das partículas cuja velocidade tem sentido montante ( modelo de arrasto de Morsi e Alexander (1972)) .....	93
Figura 40 – Trajetória de partículas com velocidade contrária ao fluxo (modelo de CROWE) .....	94
Figura 41 – Trajetória de partículas com velocidade contrária ao fluxo (modelo de Alexander e Morsi) .....	95
Figura 42 – resposta da simulação com a variação vazão mássica de entrada do meio disperso .....	96
Figura 43 – Gráfico de resposta da simulação variando a garganta do bocal venturi .....	96

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\alpha_q$	Fração volumétrica da fase $q$	–
$V_q$	Volume total da fase $q$	[ $m^3$ ]
$\vec{u}_q$	Velocidade vetorial da fase $q$	[ $m/s$ ]
$\rho_{qc}$	Massa específica da fase $q$	[ $Kg/m^3$ ]
$\dot{m}_{q_b,q}$	Troca de massa da fase $q_b$ para uma fase $q$	[ $Kg/s$ ]
$\dot{m}_{q,q_b}$	Troca de massa da fase $q$ para uma fase $q_b$	[ $Kg/s$ ]
$S_q$	Termo fonte da fase $q$	[ $Kg/s$ ]
$P$	Pressão	[ $Pa$ ]
$\bar{\tau}_q$	Tensor tensão da fase $q$	[ $N/m^2$ ]
$\vec{g}_q$	Vetor aceleração da gravidade	[ $m/s^2$ ]
$K_{p,q}$	Fator de troca entre as fases $q$ e $p$	–
$\vec{u}_p$	Vetor velocidade da fase $p$	[ $m/s$ ]
$\vec{u}_q$	Vetor velocidade da fase $q$	[ $m/s$ ]
$\vec{u}_{p,q}$	Vetor velocidade relativa entre as fases ( $\dot{m}_{p,q} > 0$ então $\vec{u}_{p,q} = \vec{u}_p$ )	[ $m/s$ ]
$\vec{u}_{q,p}$	Vetor velocidade relativa entre as fases ( $\dot{m}_{q,p} > 0$ então $\vec{u}_{q,p} = \vec{u}_q$ )	[ $m/s$ ]
$\dot{m}_{p,q}$	Troca de massa da fase $p$ para a fase $q$ (se $\dot{m}_{p,q} > 0$ )	[ $Kg/s$ ]
$\dot{m}_{q,p}$	Troca de massa da fase $q$ para a fase $p$ (se $\dot{m}_{q,p} > 0$ )	[ $Kg/s$ ]
$\vec{F}_q$	Força externa aplicada	[ $N$ ]
$\vec{F}_{lift,q}$	Força de sustentação	[ $N$ ]
$\vec{F}_{wl,q}$	Forças viscosas devido à interação com parede	[ $N$ ]
$\vec{F}_{vm,q}$	Força de massa virtual	[ $N$ ]
$\vec{F}_{td,q}$	Força devido a dispersão turbulenta	[ $N$ ]
$S_T$	Número de Stokes	–
$\tau_p$	Constante de tempo da partícula	[ $s$ ]
$\tau_g$	Constante de tempo do ar	[ $s$ ]
$\bar{u}_j$	Tensor velocidade do fluido	[ $m/s$ ]
$k$	Energia cinética	[ $Kg \cdot m^2/s^2$ ]
$\nu$	Viscosidade cinemática	[ $m^2/s$ ]
$\nu_t$	Viscosidade turbulenta	[ $m^2/s$ ]

$p^k$	Produção de energia cinética turbulenta	$[m^2/s^3]$
$\beta^*$	Constante empírica	–
$\omega$	Taxa de dissipação específica	$[m^3/s]$
$F_1$	Função de mistura	–
$\sigma_\omega, \sigma_k, \sigma_{\omega,k-\varepsilon}$	Números de Prandtl turbulento	–
$\beta$	Constante empírica	–
$\alpha$	Constante empírica	–
$x_j$	Notação tensorial da direção ( $x, y$ e $z$ )	–
$y$	distância da parede até o primeiro ponto da malha computacional	$[m]$
$CD_\omega$	Coeficiente de difusão cruzada	$[Kg/m^3s^2]$
$a_1$	Constante empírica	–
$ \bar{s} $	Tensor deformação do escoamento médio	$[s^{-1}]$
$F_2$	Função de mistura para viscosidade turbulenta	–
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido	$[Kg/m.s]$
$\phi_2$	Argumento limitador da função de mistura	
$\rho_g$	Massa específica do ar	$[Kg/m^3]$
$\vec{u}_g$	Velocidade do ar	$[m/s]$
$S_{\Sigma g}$	Somatório dos termos fontes no ar	$[Kg/m^3.s]$
$\mu_g$	Viscosidade dinâmica do ar	$[Kg/m.s]$
$\vec{F}_p$	Termo fonte (interação entre a fase contínua e dispersa)	$[N]$
$\vec{F}_g$	Força gravitacional	$[N]$
$\vec{u}_p$	Velocidade vetorial da partícula	$[m/s]$
$\vec{F}_{p1,p2}^c$	Força de contato entre as partículas	$[N]$
$\vec{F}_{p,e}^{nc}$	Forças de não contato (forças de campo)	$[N]$
$\vec{F}_p^g$	Força gravitacional	$[N]$
$\vec{F}_p^{drag}$	Força de arrasto na partícula	$[N]$
$\vec{F}_p^{lift}$	Força de sustentação na partícula	$[N]$
$w_p$	Velocidade angular da partícula	$[rad/s]$
$T_{ex}$	Momentos externos	$[N.m]$
$a_p$	Aceleração da partícula	$[m/s^2]$

$\tau_d$	Constante de tempo relacionado a força de arrasto	[s]
$a_{\Sigma P}$	Soma das demais acelerações atuantes na partícula	[m/s <sup>2</sup> ]
$I_p$	Momento de inércia	[Kg/m <sup>2</sup> ]
$u_p^{n+1}$	Velocidade da partícula no instante de tempo seguinte	[m/s]
$u_p^n$	Velocidade da partícula no instante de tempo	[m/s]
$\Delta t$	Passo de integração	[s]
$u_g^n$	Velocidade do ar no instante de tempo	[m/s]
$x_p^{n+1}$	Posição da partícula no instante de tempo	[m]
$x_p^n$	Posição da partícula no instante de tempo	[m]
$e_t$	Coefficiente de restituição tangencial	–
$\mu_{at}$	Coefficiente de atrito da parede	–
$\alpha_p$	Angulo de colisão da partícula	[rad]
$w_{pe}$	Rotação da partícula antes da colisão	[rad/s]
$w_{pf}$	Rotação da partícula depois da colisão	[rad/s]
$u_{pt}$	Velocidade tangencial de impacto	[m/s]
$r$	Raio da partícula	[m]
$u_{pn}$	Velocidade normal de impacto	[m/s]
$R_{arit}$	Desvio aritmético médio	–
$Z(x)$	Altura do perfil da parede	[m]
$l$	Comprimento de amostragem	[m]
$R_{quad}$	Desvio médio quadrático	–
$RS_{med}$	Período espacial médio	[m]
$n$	Número de períodos	–
$X_{S_i}$	Comprimento do período	[m]
$\Delta\alpha$	Ângulo de inclinação da parede virtual	[rad]
$F_{L\Delta v}$	Força de sustentação (Saffman)	[N]
$F_{LM}$	Força de sustentação (Força Magnus)	[N]
$k_e$	Constante empírica relacionada força de Saffman ( $k_e = 2,594$ )	–
$d_{i,j}$	Tensor deformação do ar	[s <sup>-1</sup> ]
$d_{lk}d_{kl}$	Termo dependente da taxa de cisalhamento médio	[s <sup>-1</sup> ]

$C_{RL}$	Coeficiente de sustentação rotacional	–
$A_p$	Área frontal da partícula ( $A_p = \frac{\pi d_p^2}{4}$ )	$[m^2]$
$\vec{W}$	Velocidade angular relativa da partícula	$[rad/s]$
$\vec{u}_{rel,p,g}$	Velocidade relativa da partícula entre o ar e a partícula	$[m/s]$
$Re_w$	Reynolds rotacional	–
$Re_p$	Reynolds do escoamento em torno da partícula	–
$Re$	Reynolds do duto	–
$d_p$	Diâmetro da partícula	$[m]$
$C_d$	Coeficiente de arrasto	–
$k_1$	Fator da equação vinculado ao termo de primeiro grau	–
$k_2$	Fator da equação vinculado ao termo de segundo grau	–
$k_3$	Fator da equação vinculado ao termo independente	–
$m_{p1}$ e $m_{p2}$	Massas das partículas a se colidirem	$[Kg]$
$u_{p1e}$ e $u_{p2e}$	Velocidades das partículas antes da colisão	$[m/s]$
$u_{p1f}$ e $u_{p2f}$	Velocidades das partículas depois da colisão	$[m/s]$
$U_{cin,rel}$	Energia cinética total para o movimento relativo	$[J]$
$m^*$	Massa equivalente	$[Kg]$
$u_{rel}$	Velocidade relativa entre as partículas a se colidirem	$[m/s]$
$u_{p1}$	Velocidade da partícula aleatória 1	$[m/s]$
$u_{p2}$	Velocidade da partícula aleatória 2	$[m/s]$
$m_{p1}$ e $m_{p2}$	Massa das partículas 1 e 2 a se colidirem	$[Kg]$
$h$	Deformação longitudinal da colisão	$[m]$
$d_c$	Distância entre os centros das partículas	$[m]$
$R_{p1}$ e $R_{p2}$	Raios das partículas 1 e 2 a se colidirem	$[m]$
$U(h)$	Energia potencial elástica	$[J]$
$h_{max}$	Máxima distância de deformação	$[m]$
$\tau$	Tempo de colisão total	$[s]$
$\sigma$	Tensão normal de colisão	$[N/m^2]$
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$ e $\varepsilon_z$	Deformação proporcional nas direções $x, y$ e $z$	–
$\nu_{poisson}$	Número de poisson	–



$v_{p1}$ e $v_{p2}$	Número de poisson das partículas 1 e 2 a se colidirem	–
$E_{p1}$ e $E_{p2}$	Módulo de young das partículas 1 e 2 a se colidirem	$[N/m^2]$
$R_{p1}$ e $R_{p2}$	Raios das partículas 1 e 2 a se colidirem	$[m]$
$R^*$	Raio equivalente	$[m]$
$F_n$	Força normal de contato	$[N]$
$h_n$	Deformação normal	$[m]$
$K$	Constante elástica entre as partículas	$[N/m]$
$E^*$	Módulo de young equivalente	$[N/m^2]$
$F_t$	Força tangencial de contanto	$[N]$
$S_t$	Rigidez tangencial	$[N/m]$
$G^*$	Módulo de cisalhamento equivalente	$[N/m^2]$
$F_T$	Máxima força tangencial devido ao atrito de coulomb	$[N]$
$\mu_s$	Coefficiente de atrito entre as partículas	–
$F_n^d$	Força normal viscosa	$[N]$
$\beta_p$	Termo relacionado a dissipação	–
$S_n$	Rigidez normal	$[N/m]$
$u_n^{rel}$	Velocidade normal relativa	$[m/s]$
$e$	Coefficiente de restituição do impacto	–
$F_t^d$	Força tangencial viscosa	$[N]$

### Subscrito

$q$	Uma fase qualquer podendo ser sólido ou gasoso
$q_b$	Uma fase qualquer secundaria podendo ser sólido ou gasoso
$q_b, q$	Ação da fase $q_b$ na fase $q$ (fase genérica)
$q, q_b$	Ação da fase $q$ na fase $q_b$ (fase genérica)
$p, q$	Ação de uma fase dispersa $p$ na fase $q$ contínua
$q, p$	Ação da fase $q$ contínua na fase dispersa $p$
$g$	Fase contínua relacionada ao ar
$p$	Representa as variáveis da fase discreta (granalha)
$p1$	Representa uma partícula nomeada como 1
$p2$	Representa uma partícula nomeada como 2
$rel, q, q_b$	Relativa entre duas fases quaisquer $q$ e $q_b$

<i>rel, p, g</i>	Relativa entre a fase discreta e a fase contínua
<i>c</i>	Representa relação entre centros de partículas
<i>(i), (j) e (k)</i>	Versores nas direções <i>i, j e k</i>
<i>n</i>	Direção normal
<i>t</i>	Direção tangencial
<i>(x), (y) e (z)</i>	Versores nas direções <i>x, y e z</i>
<i>(e) e (f)</i>	Estado antes do fenômeno e depois do fenômeno
<i>max</i>	Máximo valor
<i>lift</i>	Sustentação
<i>wl</i>	Relacionado a parede
<i>vm</i>	Massa virtual
<i>td</i>	Dispersão turbulenta
<i>ex</i>	externo

## Sobrescrito

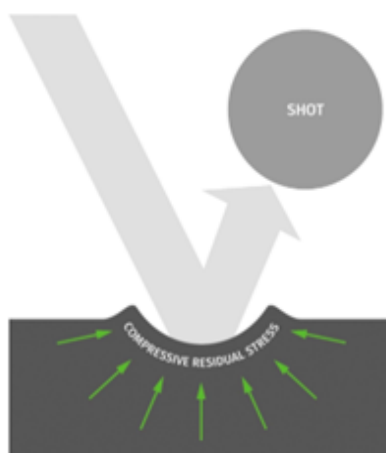
<i>d</i>	Vinculado à viscosidade
*	Equivalente
<i>n</i>	Instante de tempo atual
<i>n + 1</i>	Instante de tempo seguinte
<i>c</i>	Contato
<i>nc</i>	Não contato
<i>g</i>	gravidade
<i>drag</i>	Arrasto
<i>lift</i>	sustentação
<i>rel</i>	relativo

## 1. INTRODUÇÃO

A técnica de *shot peening* desperta grande interesse no segmento industrial de manufatura, dado que pode ser aplicada tanto para aprimorar as propriedades mecânicas de chapas e painéis metálicos quanto para a composição de processos de conformação metálica. Quando é aplicada com esta última finalidade, recebe a designação específica de *peen forming*.

Em ambos os casos – *shot peening* e *peen forming* – aplica-se um jato de pequenas esferas metálicas (*shot*) impulsionadas por ar comprimido contra a superfície da peça alvo do processo. Em torno das zonas atingidas pelos impactos desenvolve-se um campo de tensões residuais (Figura 1) e, em decorrência do grande número de impactos cria-se uma camada plastificada onde as tensões residuais geradas pela deformação plástica impõem à peça um campo superficial de tensões compressivas (BLODGETT; NAGY, 2004; RODRIGUES, 2007). A depender da espessura da camada plastificada, as tensões compressivas causam: 1) apenas um alívio das tensões trativas existentes na superfície da peça e, portanto, aumento da sua resistência à fadiga (BLODGETT, 2004), situação característica das aplicações de *shot peening*; 2) deformação elástica global da peça, objetivo das aplicações de *peen forming* (RAMATI et al., 1999).

Figura 1 – Formação de tensão residual no processo de *shot peening*

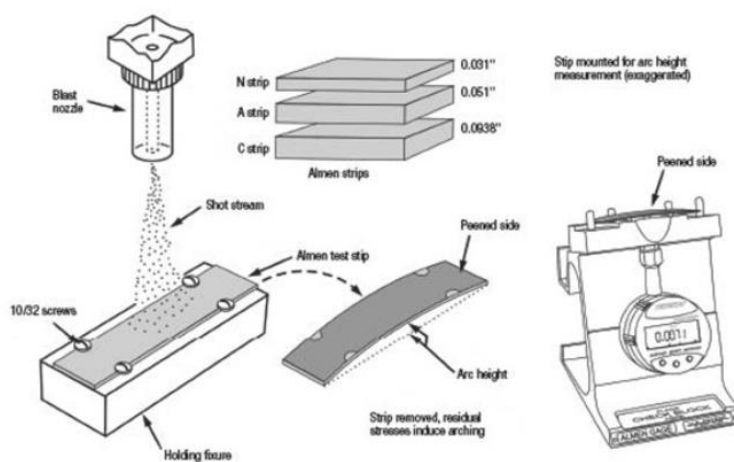


Conforme destacado na literatura (KIRK, 1993; AL-OBAID, 1995), a *intensidade*  $\mathcal{I}$  do jato de *shot peening* é uma grandeza que mede a parcela de energia cinética das esferas utilizada no processo de deformação plástica da superfície da peça, podendo, assim, ser expressa como uma função dos diâmetros, massas e durezas das esferas, bem como de suas velocidades e ângulos de impacto contra a superfície da peça.

Os modelos analíticos simplificados descritos na literatura (LI et al., 1991; AL-OBAID, 1995; WATANABE e HASEGAWA., 1995) indicam que a intensidade  $\mathcal{I}$  do jato é o fator preponderante responsável pela formação do campo de tensões residuais. No âmbito industrial, todavia, a medida de  $\mathcal{I}$  tradicionalmente é baseada em uma escala de caráter empírico denominada *intensidade Almen* (ALMEN, 1944; FUCHS, 1984).

Para medi-la, realizam-se experimentos aplicando-se o jato de *shot peening* sobre lâminas retangulares (lâminas *Almen*) feitas em aço SAE 1070 de dureza 45 HRC, com largura e comprimento padronizados e espessura selecionada dentre um conjunto de três valores normalizados – designados pelas letras *A*, *N* ou *C*. As extremidades da lâmina Almen são fixadas a um dispositivo padrão (*Almen gauge*) (Figura 2) e, ao término de cada experimento, medem-se a flecha máxima  $f_{\max}$  adquirida pela lâmina e a duração de sua exposição ao jato até o instante respectivo.

Figura 2 – Figura ilustrativa da medição da intensidade de Almen



Realizando-se esse procedimento sucessivas vezes, levanta-se a curva  $f_{\max} = f_{\max}(t)$ , de modo que a posterior análise dessa curva permite determinar o instante  $t_{sat}$  em que ocorre saturação do processo de *shot peening*. A norma do ensaio estabelece o seguinte critério: *duplicando-se o tempo de exposição da lâmina ao jato, a flecha máxima não deve ultrapassar em 10% o valor que possua no instante  $t_{sat}$ , ou seja,  $f_{\max}(2 \times t_{sat}) \leq 1,10 f_{\max}(t_{sat})$* . De acordo com essa norma, a *intensidade Almen* é igualada ao valor da flecha  $f_{\max}(t_{sat})$ , ou seja, define-se  $I_{Almen} = f_{\max}(t_{sat})$ .

A grande virtude da *intensidade Almen* decorre do fato de ela propiciar a reprodução das condições de um determinado processo de *shot peening* e a comparação entre processos distintos produzidos por um mesmo equipamento (Clarke e Birley, 1981; Champaigne, 1993). Deve-se salientar, contudo, que tal medida não pode ser utilizada como variável de estado de um sistema de controle em malha fechada de um equipamento de *shot peening*, uma vez que: 1º) agrega em uma única grandeza efeitos combinados de diversas variáveis do processo; 2º) é determinada a partir de uma série de experimentos cujo tempo de realização é longo demais para que as ações de controle daí decorrentes possam ter qualquer validade. Em suma, trata-se de um método de ajuste do equipamento a uma condição operacional fixa, o que se contrapõe aos propósitos de um sistema de controle em malha fechada.

Conhecer a intensidade do jato ao longo do tempo é um pré-requisito para o controle de qualidade de processos de *shot peening* e uma condição indispensável para a implementação de processos de *peen forming*. No caso de aplicações de *shot peening*, por exemplo, sabe-se que jatos com intensidade excessiva podem produzir defeitos superficiais que induzem o início de trincas, diminuindo a resistência à fadiga ao invés de aumentá-la (MIC, 2001; MFN, 2009). Diversos pesquisadores (TEKELI, 2002; TORRES e VOORWALD, 2002; AGGARWALD et al., 2005) investigaram esse problema, procurando determinar, experimentalmente, as faixas de valores da intensidade que maximizam a resistência à fadiga de um dado material.

Embora a síntese de um modelo matemático descritivo da intensidade  $I$  do jato não seja algo trivial, o fato de  $I$  ser proporcional à energia cinética das partículas (KIRK, 1993; LLANEZA e BELZUNCE, 2015) causa a seguinte implicação: processos de *shot peening* ou de *peen forming* controlados em malha fechada podem ser implementados utilizando-se como variáveis de estado medidas ou estimativas

numéricas do campo de velocidades das esferas nas vizinhanças da superfície da peça.

Todavia, medir esse campo de velocidades em tempo real também não é uma tarefa simples. Instrumentos que estimam a velocidade média das granalhas ao longo de seções transversais ao eixo central do jato baseiam-se, em geral, em métodos de correlação local de sinais ópticos das partículas atravessando barreiras ópticas definidas por um par de feixes ou de planos colimados de luz (LECOFFRE *et al.*, 1992; HRIBERNIK *et al.*, 2003; GRIFT, 2003; BARKER *et al.*, 2005) Tais instrumentos, de custo bastante elevado, fornecem apenas medidas locais de velocidade média e não informações do campo de velocidades do jato, algo que a simulação de um modelo numérico pode vantajosamente oferecer.

LI *et al.* (2009) desenvolveram um modelo numérico para descrever o campo de velocidades do jato de partículas de um equipamento de micro usinagem por jato abrasivo. De acordo com esses autores, o campo de velocidades estimado pelo modelo obteve boa aderência às medidas experimentais realizados com um sistema PIV (Particle Imaging Velocimetry)

Mais recentemente, Kato e al. (2014) elaboraram um modelo do escoamento do jato de esferas expelido pelo bocal de um equipamento pneumático de *shot peening*.

No Brasil, deve-se destacar o trabalho desenvolvido por Leite (2016). que envolveu a elaboração de um modelo numérico de um jato de esferas incidente sobre uma placa retangular de liga de alumínio 7050, bem como a proposição de um método para realizar o planejamento de processos de *peen forming* a partir da estimativa da velocidade média de impacto do jato. É importante destacar que o modelo numérico do jato proposto em (LEITE, 2016) admitia diversas hipóteses simplificadoras: – axi-simetria, ausência de influência da fase sólida sobre a fase gasosa, descrição do escoamento de ar utilizando um modelo analítico de jato incidente normalmente a uma superfície plana – de modo que muitos avanços podem ainda ser obtidos nesse campo

Na presente dissertação, a proposta de modelagem do escoamento do particulado sólido é bem mais abrangente. Em primeiro lugar, considera-se o fluxo ar-granilha não apenas no bocal, mas ao longo de todo o circuito de *shot peening*, abrangendo a linha de ar comprimido, a mangueira de abrasivo e o bocal. Nesse caso,

a fenomenologia do escoamento é bem mais complexa, cabendo destacar os seguintes pontos: fricção entre o particulado e as paredes internas da tubulação, turbulência resultante da interação fluido-partículas e presença de variações abruptas na curvatura da tubulação causando perda gradual de carga ao longo da linha de transporte pneumático. Além disso, nas interfaces que separam as fases sólida e gasosa, ocorre descontinuidade nos valores das propriedades físicas do fluxo, tornando a análise ainda mais complexa.

Grande parte da dificuldade de modelagem dessa classe de escoamentos concentra-se no comportamento físico das interfaces múltiplas e móveis que separam as fases. Embora muitos avanços já tenham sido alcançados no estudo dos escoamentos gás-sólido (SOMMERFELD et al., 2002; PORTELA et al., 2003; ZHU et al., 2007; SANTOS et al., 2012), as combinações de características geométricas e propriedades físicas dão origem a muitas questões a serem ainda respondidas.

Para modelar escoamentos multifásicos, ambas as abordagens Euleriana e Lagrangeana podem ser acopladas; assim, os modelos multifásicos Euler-Euler e Euler-Lagrange têm sido bastante explorados na literatura (SOMMERFELD, 2012, LAÍN et al., 2012; MALLOUPPAS et al., 2013 ; CHEN et al., 2014); MANJULA et al., 2017)

O escoamento bifásico gás-sólido elaborados nesta dissertação dão ênfase a três pontos essenciais: interações entre as fases e o ambiente externo, número de Stokes e frações volumétricas.

## 2. OBJETIVO

O presente trabalho tem como principal objetivo o desenvolvimento de um modelo numérico de estimação do campo de velocidades das partículas na saída do bocal de um equipamento de *shot peening*, mas levando em conta todo o circuito de transporte pneumático, ou seja, a linha de ar comprimido, o sistema de mangueiras e o bocal de ejeção.

Utilizando-se o modelo referido acima, pretende-se, ainda: 1) investigar os fenômenos físicos envolvidos na interação entre o fluxo de partículas e o fluxo de ar ao longo do circuito de transporte pneumático do equipamento; 2) ampliar a compreensão do efeito das condições de acoplamento nas fronteiras entre as fases sólida e gasosa sobre a evolução do escoamento fluido-particulado; 3) avaliar a interação entre as fases e o bocal venturi escolhido, identificando seus efeitos a partir de uma análise experimental retirada da literatura ( BARKER ET. AL.,2005)

Embora construir um sistema de auxílio ao planejamento de processos de *peen forming* não esteja entre os objetivos deste trabalho, é importante destacar que o modelo numérico explorado fornecerá os dados de entrada para a posterior simulação de um modelo de jato incidente em placa metálica, de onde serão obtidas as estimativas de velocidade de impacto necessárias à implementação de ferramentas de planejamento de processos, como, por exemplo, a desenvolvida por Leite (2015).



### 3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Nas sessões seguintes, serão discutidos alguns dos elementos essenciais necessários à abordagem de problemas relacionados com a análise de sistemas de transporte pneumático e a modelagem de escoamentos multifásicos. Além disso, também serão apresentados alguns modelos utilizados para descrever fenômenos característicos dessa classe de escoamentos.

#### 3.1. ESCOAMENTO MULTIFÁSICO

Escoamentos multifásicos estão presentes em inúmeras aplicações de interesse da Engenharia, como, por exemplo, linhas de bombeamento de óleo cru, motores de combustão interna, equipamentos de *shot peening*, jatos de *spray* e silos de armazenagem de grãos, para citar algumas poucas.

Nessa classe de escoamentos, o escopo de aplicação do conceito de *fase* é bastante amplo: considera-se *fase* como uma porção identificável de material que possui uma resposta inercial característica ao interagir com o escoamento e com o campo potencial em que está imerso. Partículas sólidas de diferentes tamanhos, apesar de feitas do mesmo material, podem ser tratadas como fases distintas de um mesmo escoamento, uma vez que as interfaces e as condições de transporte do meio disperso podem ser alteradas pela sua geometria e seu tamanho.

Em Sommerfeld. et al. (1998) enfatiza-se que a complexidade desse tipo de escoamento reside no comportamento das interfaces de separação das fases, interfaces essas que podem ser múltiplas, deformáveis e móveis, produzindo zonas de descontinuidade nos valores das propriedades físicas do escoamento. Apesar de todos os expressivos resultados já obtidos no campo da modelagem e simulação de escoamentos multifásicos, os mecanismos que regem as interações entre as fases têm sido objeto de contínua investigação (C.RATNAYAKE,2005, ZHU et al., 2007, THORNTON et al., 2015, SOMMERFELD et al., 2004).

Devido à grande variedade de classes e interações internas ao fluxo multifásico, inúmeras expressões e combinações de métodos matemáticos têm sido

propostas para abordar o problema. Conforme se pode observar na literatura, a técnica CFD, apoiada na abordagem euleriana, é a base para a simulação de modelos Euler-Euler e Euler-Lagrange.

O uso da abordagem Euler-Euler para a solução de escoamentos multifásicos pode ser subdividido, por sua vez, em duas classes de soluções: o modelo multi-fluido e o modelo de mistura

No modelo multi-fluido as fases são tratadas como contínuos impenetrantes. Dessa forma, dentro de um mesmo volume de controle pode existir mais de uma fase, não sendo a sua morfologia mas sim a sua representação volumétrica no espaço que percorre, a característica que de fato importa, e que é expressa na forma de fração volumétrica fásica ( $\alpha_p$ ) (ANDERSON T.B e JACKSON R. 1967). Isso posto, o volume da fase  $q$  se escreve como:

$$V_q = \int_V \alpha_q dV \quad (1)$$

Essas frações são tratadas como funções contínuas no espaço e tempo e sua soma totaliza 1, ou seja:

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (2)$$

Neste caso o modelo matemático para resolver o escoamento multifásico consiste de um sistema de equações diferenciais parciais satisfazendo as leis de conservação de massa, energia e quantidade de movimento, acrescidas de termos específicos que descrevem os fenômenos relativos às interações entre as fases.

A equação da conservação de massa para uma fase  $q$  é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{U}_q) = S_q + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{p,q} - \dot{m}_{q,p}) \quad (3)$$

onde os termos  $\alpha_q$  e  $\rho_q$  são a fração volumétrica e a densidade da fase  $q$ , respectivamente,  $\vec{U}_q = (u, v, w)$  é o campo de velocidades da fase  $q$ ,  $S_q$  é o termo fonte de massa e  $\sum_{p=1}^n (\dot{m}_{p,q} - \dot{m}_{q,p})$  é o termo de difusividade em massa referente às fases  $p$  e  $q$ .

A equação da conservação de movimento é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q \vec{u}_q) + \nabla \cdot (\alpha_q (\rho_q \vec{u}_q \otimes \vec{u}_q)) &= -\alpha_q \nabla P + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_q + \alpha_q \rho_q \vec{g}_q \\ + \sum_{p=1}^n (K_{p,q}(\vec{u}_p - \vec{u}_q) + \dot{m}_{p,q} \vec{u}_{p,q} - \dot{m}_{p,q} \vec{u}_{q,p}) & \\ + (\vec{F}_q + \vec{F}_{lift,q} + \vec{F}_{wl,q} + \vec{F}_{vm,q} + \vec{F}_{td,q}) & \end{aligned} \quad (4)$$

onde  $\alpha_q \nabla P$ ,  $\bar{\bar{\tau}}_q$  e  $\alpha_q \rho_q \vec{g}_q$  são, respectivamente, termos relativos à pressão compartilhada entre as fases, ao tensor representativo da deformação (compressão/expansão) (fase  $q$ ) e à força gravitacional.

Para melhor compreender o significado do tensor  $\bar{\bar{\tau}}_q$ , sua expansão conduz à seguinte expressão:

$$\bar{\bar{\tau}}_q = \alpha_q \mu_q (\nabla \vec{u}_q + \nabla \vec{u}_q^T) + \alpha_q \left( \lambda_q - \frac{2}{3} \mu_q \right) \vec{u}_q \bar{\bar{I}} \quad (5)$$

Na equação acima  $\mu_q$  e  $\lambda_q$  são a viscosidade de cisalhamento e o coeficiente relacionado a viscosidade de volume (bulk viscosity).

O termo  $(\vec{F}_q + \vec{F}_{lift,q} + \vec{F}_{wl,q} + \vec{F}_{vm,q} + \vec{F}_{td,q})$ , que comparece na Eq. (4), é resultante das seguintes forças: força externa aplicada, força de sustentação, forças viscosas devido à interação com a parede, força de massa virtual, gerada a partir da massa de ar carregada pelas partículas, e força devida à dispersão turbulenta respectivamente.

Na Eq. (4), a interação interfacial é representada por dois termos. O termo  $(K_{pq}(\vec{u}_p - \vec{u}_q))$  é associado à ação da resultante de forças de atrito, de pressão e de coesão, entre outras. O termo  $\dot{m}_{pq}\vec{u}_{pq} - \dot{m}_{qp}\vec{u}_{qp}$  corresponde à troca de massa entre as fases.

Nos termos indicados acima,  $K_{pq}$  é o coeficiente de troca de quantidade de movimento entre as fases e  $\vec{u}_p$ ,  $\vec{u}_q$ ,  $\vec{u}_{pq}$  e  $\vec{u}_{qp}$  são, respectivamente as velocidade da fase  $p$ , da fase  $q$ , de troca de massa da fase  $p$  para a fase  $q$  e da troca da fase  $q$  para a fase  $p$ .

No modelo de mistura admite-se que as fases estão em equilíbrio local em escalas curtas de comprimento espacial, sendo descritas como se fossem uma única fase. Para esse modelo, a resolução das equações da continuidade e da quantidade de movimento fornece uma descrição das propriedades e do comportamento da mistura como um todo, mas não das interações entre as fases.

Apesar de a abordagem Euler-Euler resolver grande parte dos escoamentos multifásicos, muitas vezes ela é de difícil aplicação. Isso ocorre, por exemplo, quando as partículas têm tamanhos bastante distintos, exigindo que se gere uma nova fase para cada faixa de diâmetro considerado de partícula, o que aumenta proporcionalmente o número de equações, logo, o custo computacional.

Vale ressaltar que a natureza da abordagem euleriana dificulta a identificação de alguns fenômenos físicos locais, como, por exemplo, a força de contato partícula-partícula e partícula-parede, necessitando, em muitos casos, de adaptações e da inclusão de equações adicionais para identificar os fenômenos físicos desejados. Outro fato importante a ser mencionado é que esses modelos exigem que a viscosidade dinâmica da fase sólida seja especificada.

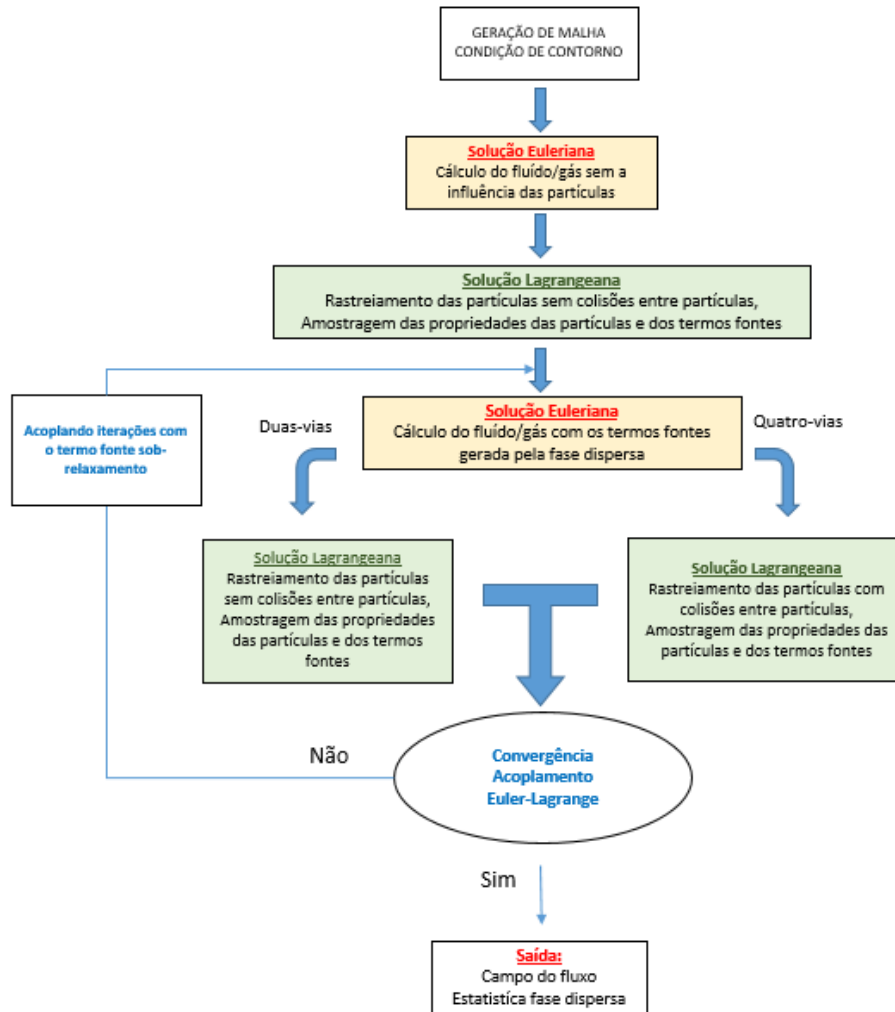
Miller e Gispow (1992), a partir da análise de dados experimentais, determinaram um padrão para a viscosidade dos sólidos em função da fração

volumétrica da fase sólida, construindo, dessa maneira, um método empírico para estimar essa propriedade. Seguindo a via da simulação numérica, Peirano (1996) determinou a viscosidade dinâmica de sólidos, utilizando um modelo da teoria cinética do fluxo granular (KTGF). Essa teoria, proposta por Jenkins e Richard (1985), baseia-se na teoria cinética dos gases densos, acrescida da hipótese de que a temperatura da fase sólida do escoamento granular é proporcional à energia cinética do movimento aleatório das partículas (DING e GIDASPOW, 1990).

Visando descrever com maior rigor os escoamentos multifásicos, alguns métodos utilizam a abordagem lagrangeana para estudar a evolução das fases dispersas e um método euleriano para a solução da fase portadora.

A Figura 3 abaixo, adaptada de Sommerfeld (2013), ilustra o acoplamento entre as fases e a metodologia dos cálculos numéricos adotados nessa classe de modelos.

Figura 3 – Fluxograma dos cálculos Euler-Lagrange totalmente acoplados



Fonte: Adaptado de Laín S., Sommerfield M., 2013

Na abordagem lagrangeana, as fases devem ser convenientemente discretizadas e acompanhadas ao longo do tempo. Uma versão computacional dessa abordagem corresponde ao método dos elementos discretos (DEM). Conforme apresentado em Zhu et al. (2007), esse método permite descrever, utilizando o Teorema da Resultante e o Teorema da Quantidade de Movimento Angular, a dinâmica de um sistema finito de elementos sólidos sujeitos a um sistema de forças de campo (peso), forças de contato (choques entre partículas e destas contra as paredes), forças hidrodinâmicas, e ainda levando em conta a influência de ondas de origem gravitacional.

Diferentes versões da abordagem lagrangeana são bem comuns na literatura, cabendo destacar as seguintes: Discrete Phase Model (DPM), Dense Discrete phase Model (DDPM) e Multiphase Particle – In – Cell (MP-PIC)

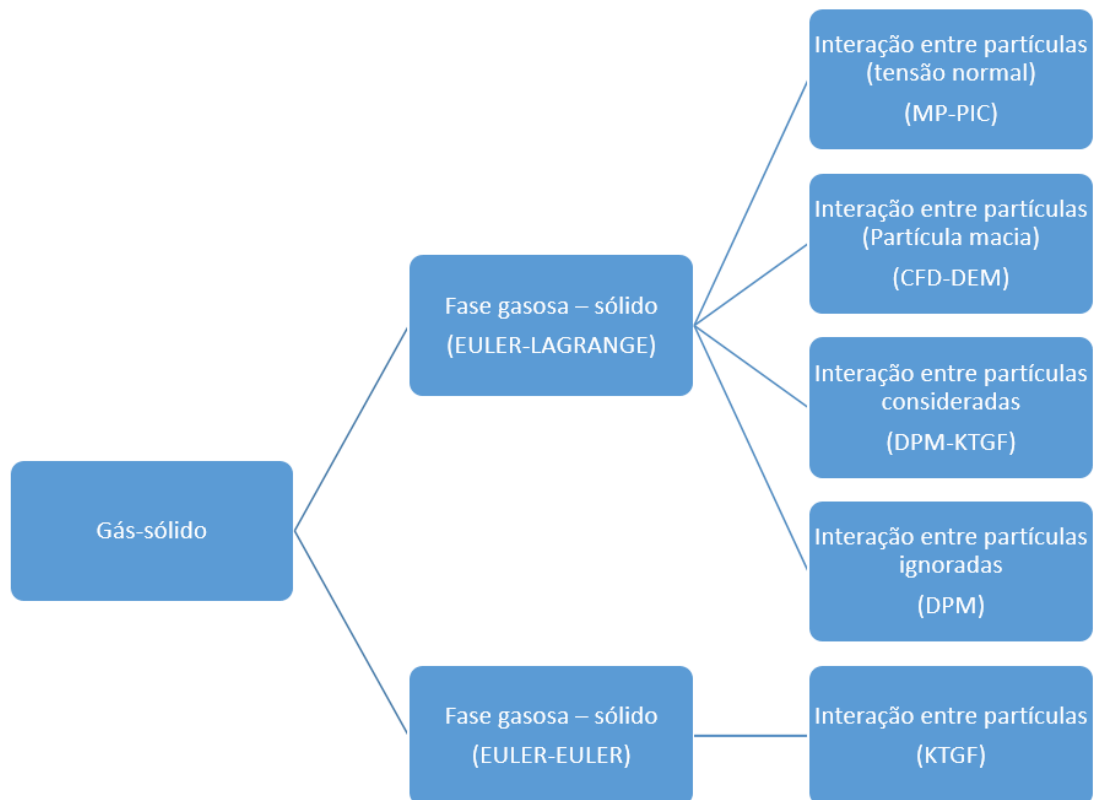
O modelo DPM é aplicado quando a fase dispersa possui uma baixa fração volumétrica em comparação com a fase portadora ( $\alpha_p < 1\%$ ), possibilitando negligenciar os efeitos de sua fração volumétrica nas equações da continuidade. Vale ainda ressaltar que, nesse tipo de modelo, os detalhes do escoamento em torno das partículas (camada limite e vórtices, dentre outros) e os choques entre elas são desprezados, uma vez que, por serem consideradas como meros pontos materiais em movimento, sua forma e seu volume são tratados de maneira abstrata (Crowe et al., 1998).

Com o propósito de superar essas limitações, o modelo DDPM considera a fração volumétrica da fase dispersa nas equações da fase contínua, permitindo a solução de escoamentos com altas concentrações de partículas e uma melhor troca de quantidade de movimento no acoplamento das fases (POPOFF, 2007).

A abordagem MP-PIC, proposta por Andrews e O'Rourke (1996), inclui o efeito de interação partícula-partícula nas equações de movimento das partículas, incorporando o gradiente do tensor de tensão de sólidos como uma força aplicada à partícula.

Na Figura 4 apresentam-se algumas combinações de modelos híbridos Euler-Euler e Euler-Lagrange, representativos de escoamentos gás-sólido propostos na literatura.

Figura 4 – Modelos existentes para a solução de escoamentos multifásico



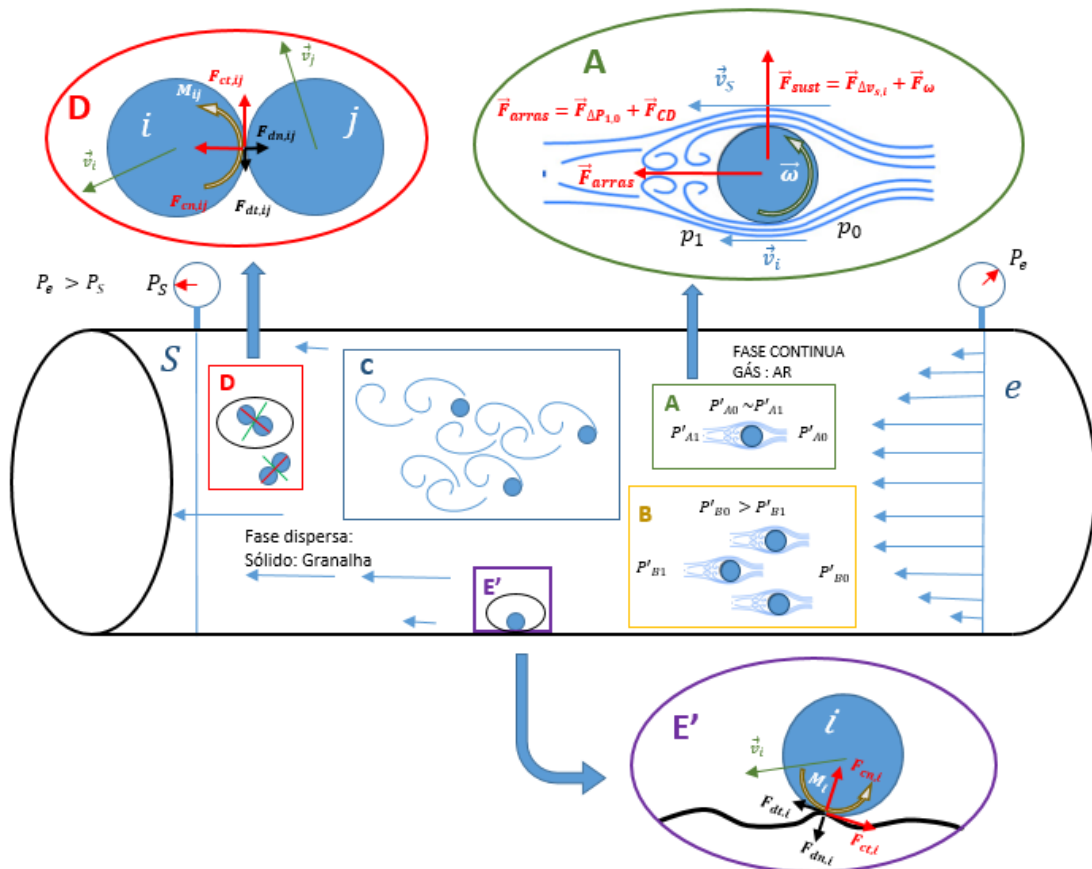
### 3.1.1. ACOPLAMENTO DE FASES E FRAÇÃO VOLUMÉTRICA

As relações causa-efeito nesses sistemas de transporte são extremamente complexas. Além da influência da geometria do duto deve-se avaliar os efeitos das interações gás – partícula e partícula – duto.

A Figura 5 a seguir ilustra as possíveis interações entre as fases e o meio externo:



Figura 5: Fenômenos envolvidos em um sistema de transporte pneumático.



- (A) O efeito do ar na partícula (força de arrasto e sustentação); (B) efeito da partícula no fluxo de ar (perda de carga no meio portador devido às partículas); (C) efeito das perturbações geradas pelas partículas nas próprias partículas (influência de uma partícula nas partículas vizinhas devido às perturbações geradas por ela no meio contínuo); (D) choque entre partículas; (E) Choque partícula-parede.

Tabela 1 – Tabela de legendas referente a Figura 5

Legenda	Interação	Fenômeno
A	Ação do ar nas partículas	Força de arrasto e sustentação
B	Ação das partículas no ar	Perda de carga no escoamento
C	Efeito da perturbação gerada por uma partícula em outra partícula	Distúrbios no movimento das partículas gerada pelas flutuações de velocidade do meio contínuo
D	Colisão entre partículas	Forças de contatos e Momento, dissipação de energia
E'	Choque das partículas com a parede	Forças de contato e momento, dissipação de energia

No transporte pneumático, a simples presença de partículas sólidas modifica localmente as propriedades da fase portadora. De acordo com Santiago e Sommerfeld (2012), espera-se que esse tipo de modificação local seja insignificante se o espaçamento entre as partículas for expressivo e os seus diâmetros médios forem muito menores do que as pequenas escalas de Kolmogorov, escalas essas que fisicamente, representam os menores vórtices em que a transmissão de energia no meio contínuo não é destruída pela viscosidade. Nessas condições, a única influência considerada é o efeito do ar nas partículas. Chama-se a esse tipo de acoplamento de *acoplamento de uma via (One-Way)*.

Segundo os mesmos autores, com o aumento da fração volumétrica das partículas, a partir de um certo limiar podem ocorrer modificações globais de fluxo e turbulência que originam o assim chamado acoplamento bidirecional; dito de outra forma, a turbulência e o fluxo determinam o comportamento das partículas, cujo movimento, em contrapartida, influencia o fluxo e a turbulência (Figura 5 ). Nota-se então que, além do efeito que o ar causa nas partículas, (Tabela 1.A) há também o efeito que as partículas causam no meio contínuo (Tabela 1.B). Conforme referido na literatura, esse é o chamado *acoplamento de duas vias (Two-Way)*.

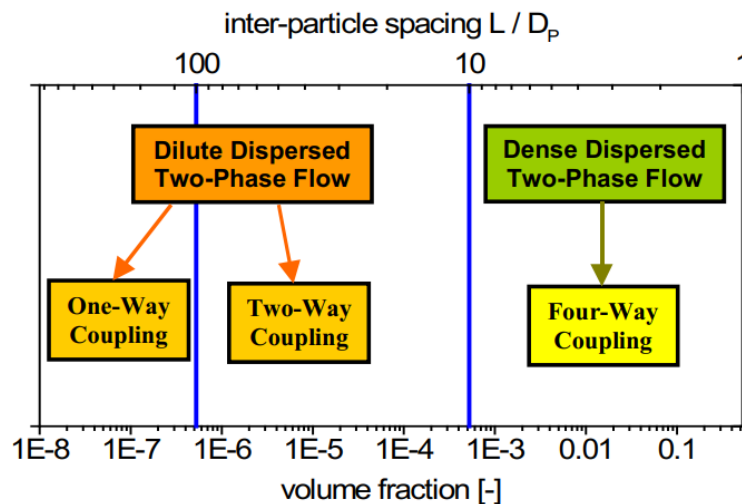
Aumentando-se ainda mais a fração volumétrica das partículas, as interações partícula-partícula começam a se tornar significativas, dando origem a colisões (Tabela 1.D) e outros efeitos de perturbações entre as partículas (Tabela 1.C), efeitos esses que, além de alterar o comportamento da fase dispersa, também podem levar a modificações no comportamento da fase contínua. Nessas condições, diz-se que o acoplamento é de quatro vias (*Four-Way*).

Sistemas de transporte pneumático podem ser modelados adotando-se diferentes formas de interação ar-partícula. No entanto, a concentração do particulado sólido (fração volumétrica) é um fator que deve ser considerado ao se adotar um particular tipo de acoplamento. Em determinadas circunstâncias, a hipótese de acoplamento de quatro vias pode ser uma necessidade; já em outras, o acoplamento de uma via seria suficiente para descrever o escoamento. O conhecimento prévio dos regimes de transporte e o refinamento das soluções contribuem para que as simulações produzam resultados mais satisfatórios, com um menor custo computacional.

A Sommerfeld, 2014 ilustra as faixas dos regimes de escoamento (Diluído e Denso) e dos acoplamentos entre as fases em função da fração volumétrica e da relação do espaçamento entre as partículas e seus diâmetros

A Figura 6, abaixo, extraída de (SOMMERFELD, 2014), ilustra as faixas dos regimes de escoamento (diluído e denso) e dos acoplamentos entre as fases, em função da fração volumétrica e da relação do espaçamento entre as partículas e seus diâmetros.

Figura 6 – Diagrama de regimes, fase diluída e fase densa, fonte



Fonte: M.Sommerfeld, Aula 1: General Features of Multiphase Flows, 2014

A identificação de um modelo confiável descrevendo a dinâmica da colisão partícula-parede foi investigada por diversos autores (CROWE, 2006; SOMMERFELD et al., 2008; FRANK et al., 1993; SOMMERFELD e HUBER, 2004; KUSSIN e SOMMERFELD, 2002), os quais realizaram um grande número de experimentos combinando variações no diâmetro da partícula, no material da partícula e na rugosidade das paredes do duto.

Mallouppas (2013) estudou o carregamento de partículas em um canal de ar com fluxo turbulento, utilizando uma abordagem euleriana e o modelo de grandes escalas (LES) para a solução do meio portador (contínuo), e uma abordagem lagrangeana (DEM) para o meio disperso. Nesse trabalho os resultados das simulações foram comparados com os resultados experimentais obtidos por Kussin e

Sommerfeld (2002). O mesmo autor (Mallouppas) ainda validou o desempenho do modelo LES a partir de uma simulação monofásica e obteve muitos resultados relevantes, como: a) a evidência de que o modelo de Smagorinsk com amortecimento de Van Driest, independentemente da grade utilizada nas simulações, apresenta boa aderência aos resultados experimentais respectivos; b) a evidência de que o efeito das colisões partícula-partícula aumenta a redistribuição de partículas no fluxo, tendo um efeito similar, embora ligeiramente menos pronunciado, que as paredes ásperas. Os resultados das simulações nesse artigo mostram a importância do acoplamento de quatro vias e incluem um modelo para explicar a rugosidade da parede.

Em artigo mais recente, Mallouppas (2015) investigou a interação de partículas não esféricas em escoamentos multifásicos com grandes números de Stokes em um fluxo turbulento, considerando cinco formas diferentes de partículas. Nesse artigo, o autor utilizou uma abordagem DNS-LES para descrever a interação das partículas não-esféricas com o fluido. As simulações mostraram que as partículas não-esféricas tentam maximizar localmente o seu arrasto, embora a inércia das partículas e as flutuações e gradientes de velocidade locais do fluido impeçam que isso ocorra instantaneamente. Observou-se ainda que o efeito da rugosidade é muito mais acentuado nas partículas não esféricas.

Abordagens alternativas para os modelos euleriano e lagrangeano têm sido registradas na literatura. Chen (2014) propôs a simulação de um escoamento multifásico sólido-gás em um canal com injeção cruzada de partículas, a partir do modelo de dois fluidos (TFM), modelo denso de partículas discretas (DDPM) e um método que se baseia na combinação da dinâmica dos fluidos computacional com o método dos elementos discretos (CFD-DEM). Esse autor verificou que ambos os métodos (TFM) e (DDPM) possuem um menor custo computacional comparativamente ao método CFD-DEM, mas que o modelo TFM não consegue identificar o efeito de cruzamento da trajetória das partículas, embora consiga reproduzir, razoavelmente bem, os casos de fusão. Já o modelo DDPM, este, de acordo com o mesmo autor, não consegue prever os casos em que dois jatos de partículas estão emergindo, devido ao tratamento simplificado das interações partícula-partícula.

## 3.2. CARACTERIZAÇÃO DO TRANSPORTE PNEUMÁTICO

Na indústria é comum o uso de linhas pneumáticas para o transporte de partículas sólidas, atividade que afeta todos os ramos de processamento de sólidos, desde o segmento de mineração até o alimentício. Esse transporte é realizado, fisicamente, pelas forças de arrasto que se desenvolvem entre o material transportado e a corrente de ar gerada por um diferencial de pressão.

Quando a vazão volumétrica e a velocidade do meio portador são altas o suficiente para carregar as partículas sólidas em suspensão e com uma baixa fração volumétrica, diz-se que a fase sólida está diluída no escoamento, sendo esse regime conhecido como *regime de fase diluída*. Em contrapartida, quando as velocidades e vazões volumétricas são mais baixas, observa-se que o meio disperso se apresenta com o formato de dunas fluidizadas ou depositadas no duto, sendo esse regime conhecido como *regime de fase densa* (D.McGlinchey, 2005).

Conforme já destacado, na modelagem de escoamentos multifásicos as abordagens euleriana e lagrangeana são adotadas levando-se em consideração três pontos essenciais: acoplamento entre as fases e o ambiente externo, número de Stokes e frações volumétricas

### 3.2.1. GEOMETRIA DA LINHA PNEUMÁTICA

As características geométricas da linha pneumática exercem grande influência sobre a dinâmica do escoamento gás-sólido.

Enayet et al. (1982), Azzola et al.(1986) e Sudo et al. (1998) estudaram o fluxo turbulento monofásico em dutos com seção transversal circular com curvas de 90°. Akilli et al. (2001) e Yilmaz e Levy (2001), por sua vez, investigaram o efeito da geometria do duto sobre o escoamento de carvão pulverizado em um duto vertical a jusante de um cotovelo horizontal. Para tanto, usaram uma sonda de fibra óptica. que lhes permitiu observar uma estrutura contínua em forma de corda no interior do cotovelo, estrutura essa que se desintegrava em grandes aglomerados descontínuos em locais a jusante. Nesse mesmo artigo, os efeitos individuais dos fluxos secundários

e da turbulência na dispersão axial da estrutura em forma de corda foram estudados computacionalmente e os resultados mostraram que ambos os efeitos são importantes.

Lain e Sommerfeld (2013) estudaram o transporte de partículas sólidas, de diferentes tamanhos, em sistemas de transportes pneumáticos compostos por um duto horizontal, um cotovelo de 90° e um tubo vertical, usando um modelo Euler-Lagrange totalmente acoplado, em conexão com o modelo  $(k - \varepsilon)$  padrão, chegando a valores bem próximos dos experimentais. Esses autores observaram que os diferentes diâmetros causavam uma segregação clara no interior do cotovelo, e as colisões partícula-partícula influenciavam diretamente o desenvolvimento de suas concentrações, criando uma *corda de partículas* mais densa que se desenvolvia próximo à parede externa do cotovelo. Nesse trabalho, os autores também observaram que o fluxo de gás é influenciado pelas partículas devido à transferência de quantidade de movimento resultante.

### 3.2.2. NÚMERO DE STOKES

Em um sistema dinâmico, o tempo de resposta devido a uma perturbação externa é determinante para a definição do seu comportamento. O mesmo ocorre em sistemas de transporte pneumático. Nestes, a relação entre a velocidade da partícula e a velocidade do fluido, e o tempo de relaxação do meio disperso em relação ao do ar, são fatores muito importantes caracterizados pelo número de Stokes (Crowe, 1998), dado por:

$$S_T = \frac{\tau_P}{\tau_g} \quad (6)$$

onde  $\tau_q$  é a constante de tempo do fluido, dada por:

$$\tau_q = \frac{L_C}{u_{\beta,c}} \quad (7)$$

o termo  $L_C$  é o dimensão característica do domínio (diâmetro do duto) e  $u_{\beta,C}$  é a velocidade característica do ar.

Já o termo  $\tau_P$  representa o tempo de relaxação da partícula esférica, dada pela seguinte expressão:

$$\tau_P = \frac{\rho_P d_P^2}{18\mu_g} \quad (8)$$

em que  $d_P$  é o diâmetro das partículas,  $\rho_P$  é a densidade das partículas e  $\mu_g$  é a viscosidade dinâmica do ar.

O número de Stokes do sistema quantifica a inércia do movimento das partículas em relação à mudança no campo de velocidades do escoamento. Dessa maneira, em escoamentos com baixo número de Stokes ( $S_T \ll 1$ ), a fase dispersa é fortemente influenciada pela fase contínua, acompanhando as linhas de corrente do fluido; no limite, quando  $S_T \rightarrow 0$ , a velocidade das partículas iguala-se à do ar. Nessa classe de escoamentos, a influência do meio disperso sobre o meio contínuo pode ser desprezada, razão pela qual se costuma designar essa forma de interação fluido-partícula como acoplamento de uma via (Crowe et al,1998).

Em escoamentos com elevados números de Stokes ( $S_T \gg 1$ ) a resposta da partícula ao efeito do campo de velocidade do ar é lenta. Assim, tende a seguir sua própria trajetória, independentemente da interação com o fluido

No caso intermediário, em que  $S_T \sim 1$  pode-se considerar que ocorre uma interação significativa entre o ar e as partícula. Dessa maneira, as trajetórias das partículas podem ser influenciadas pelo campo de velocidade do ar, mas também podem causar mudanças nesse campo (LOTH,2010).

### 3.3. TURBULÊNCIA

O escoamento turbulento caracteriza-se por exibir um comportamento aleatório e tridimensional. O campo de velocidades turbulento é permeado de vórtices com dimensões em variadas escalas e grande capacidade de mistura. Trata-se de um campo altamente dissipativo.

Nesse tipo de escoamento, os efeitos advectivos não lineares amplificam as perturbações e geram instabilidades; em contraposição, os efeitos difusivos são amortecedores ou inibidores da formação de instabilidades.

O número de Reynolds ( $Re$ ) é definido como a razão entre os efeitos advectivos e os efeitos difusivos. Dessa forma, em escoamentos turbulentos o número de Reynolds possui valores elevados. No entanto, essa informação, por si só, é insuficiente para descrever, de forma quantitativa, o comportamento de escoamentos turbulentos.

Apesar do grande avanço nos estudos envolvendo turbulência, atualmente não existe um método que resolva adequadamente todos os tipos de escoamento. Dessa maneira, o conhecimento do fenômeno físico analisado e dos modelos existentes são extremamente necessários para se alcançar uma solução satisfatória.

Atualmente pode-se encontrar na literatura inúmeros modelos de turbulência, mas estes, de modo geral, se enquadram em uma das três seguintes abordagens: Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS), Dinamic numeric Solution (DNS), Large Eddy Simulation (LES).

Nos modelos RANS, as equações do movimento são construídas através de um conjunto de médias das equações de Navier-Stokes e da continuidade, dando origem a novos termos compostos por derivadas parciais das variações das velocidades – as assim chamadas tensões de Reynolds, que descrevem as flutuações turbulentas das velocidade e pressão.

Na solução DNS as equações de Navier-Stokes tridimensionais e transientes são resolvidas diretamente, sem a necessidade de uma modelagem para a turbulência, mas exigindo uma malha suficientemente refinada, de modo a permitir que toda gama de escalas turbulentas seja capturada.



Já o modelo LES é uma abordagem intermediária entre o RANS e o DNS. Nesta técnica, as formulações são, necessariamente, transientes e tri-dimensionais, as grandes escalas de vórtices são calculadas diretamente e são utilizados modelos de escalas de sub-malha para examinar as pequenas escalas de turbulência (Rodi,1997)

O mestrado em questão tem como foco o uso a abordagem RANS com o uso da modelo  $k - \omega$  (*SST*)

### 3.3.1. MODELO $k - \omega$ (*SST*)

Inspirado, inicialmente, na proposta de Wilcox (1998), o modelo  $k - \omega$  (*SST*) é de natureza empírica e se baseia em duas equações de transporte, uma para a energia cinética turbulenta ( $k$ ) e outra para a taxa de dissipação específica ( $\omega$ ). Ao longo do tempo esse modelo tem sido aprimorado mediante a introdução de duas formulações extraídas de outros modelos  $k - \omega$  e  $k - \varepsilon$ , o que veio a se refletir no aumento da precisão das soluções em regiões do escoamento próximas à parede e em casos de gradientes de pressão adversos.

Para esse modelo, o termo de energia cinética turbulenta ( $k$ ) é dado por:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma_k v_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P^k - \beta^* k \omega \quad (9)$$

e a equação da taxa de dissipação de energia cinética turbulenta ( $\omega$ ) é definida a partir de:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (v + \sigma_\omega v_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\alpha \omega P^k}{k} - \beta \omega^2 + (2(1 - F_1) \sigma_{\omega^2}) \cdot \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (10)$$

onde  $u_j$ ,  $v$ ,  $v_t$ ,  $P^k$  são, respectivamente: a componentes de velocidade, a viscosidade cinemática, a viscosidade turbulenta e o termo de produção de energia cinética

turbulenta. Os termos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\beta^*$ ,  $\sigma_k$  e  $\sigma_\omega$  são constantes empíricas dos modelos de turbulência e o termo  $F_1$  é uma função de mistura definida como:

$$F_1 = \tanh\left(\min\left[\max\left\{\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega}\right\}, \frac{4\sigma_{\omega, k-\varepsilon} k}{CD_\omega y^2}\right]\right) \quad (11)$$

Na expressão acima,  $y$  é um valor referente à malha computacional (distância da parede até o primeiro ponto da malha),  $\beta^*$  e  $\sigma_{\omega, k-\varepsilon}$  são constantes empíricas e  $CD_\omega$  é termo de difusão cruzado dado por

$$CD_\omega = \max\left\{2\sigma_{\omega, k-\varepsilon} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}; 10^{-10}\right\} \quad (12)$$

O modelo  $k - \omega$  *sst* modifica a formulação de viscosidade turbulenta ( $\nu_t$ ), de modo a resolver os efeitos de transporte de tensão de cisalhamento turbulento. De acordo com esse modelo,  $\nu_t$  é dado por

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max[a_1 \omega, |\bar{s}| F_2]} \quad (13)$$

A expressão anterior depende de uma constante empírica  $a_1$ , do módulo do tensor de deformação do vazão média  $|\bar{s}|$  e da função de mistura turbulenta  $F_2$ , definida como:

$$F_2 = \tanh(\phi_2^2) \quad (14)$$

$$\phi_2 = \max\left[\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{\rho y^2 \omega}\right] \quad (15)$$

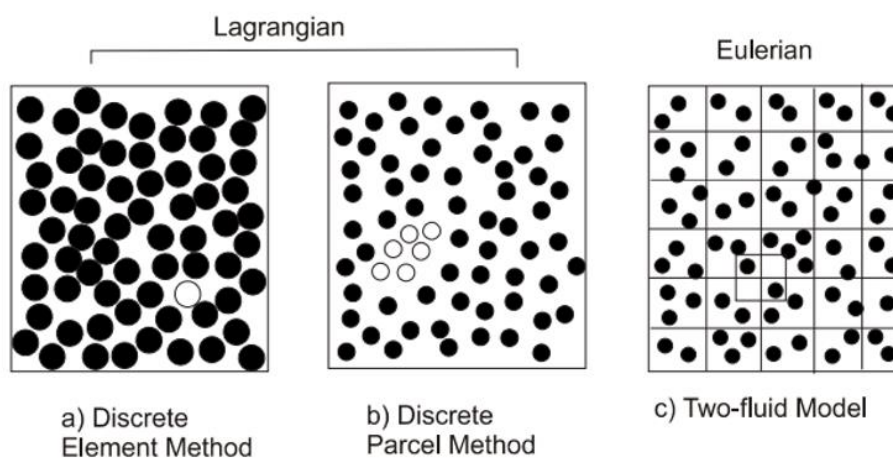
É importante destacar que o modelo  $k - \omega$  *SST* consegue descrever, de forma precisa, uma maior gama de escoamentos (inclusive os compressíveis) comparativamente aos modelos anteriores ( $k - \omega$  e  $k - \varepsilon$ ). Além disso, ele possui a habilidade de alterar as propriedades de interesse de acordo com a região

considerada no escoamento: próximo à parede o termo  $F_1$  tende a 1,0, de modo que o modelo  $k - \omega SST$  se assimila ao  $k - \omega$ ; nas regiões de corrente livre o valor de  $F_1$  tende a 0,0 e o seu comportamento se assimila ao do modelo  $k - \varepsilon$ .

### 3.4. NUVEM DE PARTÍCULAS

Idealmente, a integração numérica das equações de movimento das partículas deveria ser realizada para cada elemento do conjunto de partículas. No entanto, dado o elevado número de partículas que, normalmente, comparecem nos escoamentos típicos, essa abordagem é, na prática, inviável. O problema se resolve rastreando-se não partículas individuais, essas nuvens. A Figura 7 abaixo mostra três abordagens para a simulação numérica comumente observadas na literatura:

Figura 7 – Abordagens para rastreamento de partículas



a) Método DEM, b) Método DPM e c) Método TFM, fonte: Crowe, 1998

No método dos elementos discretos (Figura 7a), o movimento de cada partícula e suas interações com as partículas vizinhas é resolvido internamente à nuvem. Nesse caso, a resolução do movimento de todas as partículas internas à nuvem caracteriza as propriedades da nuvem. No modelo DPM (Figura 7b), identifica-se um grupo de partículas que se movem na região considerada e representa-se esse grupo por uma partícula ideal dotada de propriedades que constituem as médias das propriedades

das partículas do subconjunto No modelo TF, (Figura 7c) as partículas são consideradas como um contínuo apresentando, portanto, propriedades contínuas (CROWE et al,1998).

No caso do modelo DPM a dispersão turbulenta de partículas é calculada estatisticamente: a concentração de partículas em torno de uma trajetória média é representada por uma função densidade probabilidade gaussiana em que o grau de dispersão das partículas, devido às flutuações turbulentas, corresponde à variância do sistema.

## 4. ABORDAGEM EULER-LAGRANGE

Nessa abordagem, as fases interagem através de forças de arrasto ( $\vec{F}_p^{drag}$ ) e termos-fonte ( $S_q$ ). A fase contínua é descrita a partir das equações conservativas do meio contínuo, acopladas com modelos que permitem simular o efeito de turbulência (PORTELA et al, 2003). Já a evolução do movimento da fase dispersa é obtida através da integração da Segunda Lei de Newton para cada partícula (ZHU et al., 2007), considerando as forças de arrasto provenientes da fase contínua.

De acordo com Portela et al. (2003), a dificuldade intrínseca dessas formulações diz respeito ao elevado custo computacional associado à sua implementação, uma vez que, nos escoamentos multifásicos de interesse, é necessário acompanhar a evolução temporal de uma grande quantidade de partículas sólidas dispersas no meio fluido. Por isso, em situações extremas, a simulação do modelo computacional pode se mostrar até mesmo impraticável. A fim de minimizar esse problema Sommerfeld (2001) introduz o conceito de partículas representativas e propõe um modelo de colisão fictícia, de forma tal a se minimizar o custo computacional de modelos Euler-Lagrange.

Outro problema que deve ser destacado nessa classe de modelos refere-se à incorporação dos efeitos da turbulência na trajetória de cada partícula. O movimento caótico e as flutuações de velocidade do meio portador podem gerar perturbações no movimento do meio disperso dificultando o acompanhamento e a solução das partículas.

### 4.1. DINÂMICA DO ESCOAMENTO

O escoamento do gás é naturalmente modelado adotando-se a abordagem de Euler. Para tanto, resolvem-se as equações de Navier-Stokes em conexão com a abordagem RANS para a solução do efeito de turbulência (Jones e Musonge, 1988; Jones, 1994). Admite-se que a interação da fase gasosa com o meio disperso seja representada pelas forças de arrasto e pelos efeitos de turbulência.

Como citado no t3pico 3.1 e mostrado na Figura 4 existe mais de uma maneira de resolver o escoamento multif3sico com a abordagem lagrangena, nesta disserta33o, em particular, focaliza-se o modelo DPM

A equa33o da continuidade, representando a conserva33o de massa, se escreve como:

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_g \vec{u}_g) = S_{\Sigma g} \quad (16)$$

Conforme se apresenta em (Batchelor, 1967), a equa33o da conserva33o da quantidade de movimento, em um referencial inercial, 3 dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_g \vec{u}_g) + \nabla \cdot (\rho_g \vec{u}_g \vec{u}_g) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu_g \nabla u_g) + \rho_g \vec{g} + \vec{F}_p + \vec{F}_g \quad (17)$$

onde  $S_{\Sigma g}$  s3o os termos fonte relacionados 3 troca de massa entre as fases,  $\vec{F}_p$  3 o termo fonte do acoplamento para a troca de quantidade de movimento da fase discreta e  $F_g$  s3o os outros termos fonte que atuam sobre a fase cont3nua.

A simula33o da fase s3lida requer a solu33o das equa33es de movimento para cada part3cula computacional, equa33es onde comparecem os seguintes termos:

$$\sum \vec{F}_{p1,p2}^c$$

resultante das for3as agentes no elemento s3lido ( $p1$ ) e decorrentes do contato com os elementos ( $p2$ ) que o circundam,

$$\sum \vec{F}_{p,e}^{nc}$$

resultante das for3as de n3o contato que agem sobre o elemento ( $p$ ) decorrentes de a33es de uma fonte ( $e$ ),

$$\vec{F}_p^{drag}$$

força de arrasto devida à interação com o meio contínuo,

$$\vec{F}_p^g$$

força gravitacional,

$$\sum T_{ex}$$

momentos externos resultantes aplicado à partícula no , geradas pelas interações: partícula – partícula, partícula – parede e partícula-fluído.

Dessa forma, os movimentos de translação e de rotação de cada partícula partícula ficam regidos pelas equações dos teoremas da quantidade de movimento e do momento da quantidade de movimento, ou seja:

$$m_i \frac{d\vec{u}_p}{dt} = \sum \vec{F}_{p1,p2}^c + \sum \vec{F}_{p,e}^{nc} + \vec{F}_p^g + \vec{F}_p^{drag} + \vec{F}_p^{lift} \quad (18)$$

$$I_p \frac{d^2 w_p}{d^2 t} = \sum T_{ex} \quad (19)$$

O termo da aceleração da Eq. (18) é dada por

$$a_p = \frac{du_p}{dt} = \frac{1}{\tau_d} (u_g - u_p) + a_{\Sigma P} \quad (20)$$

onde  $\tau_d$  é uma constante de tempo para a aceleração devida à força de arrasto e  $a_{\Sigma P}$  a soma das demais acelerações que atuam sobre a partícula, é calculada de maneira explícita.

Discretizando-se a Eq.(20) através do método de Euler implícito aplicado para à velocidade da partícula chega-se à seguinte expressão:

$$u_p^{n+1} = \frac{u_p^n + \Delta t \left( a_{\Sigma p}^n + \frac{u_g^n}{\tau_d} \right)}{1 + \frac{\Delta t}{\tau_d}} \quad (21)$$

Onde o índice  $n + 1$  e  $n$  são correspondem aos instantes imediatamente posterior e atual, respectivamente. O cálculo da posição  $x_p$  da partícula é obtido pelo método implícito de discretização trapezoidal, expresso por:

$$x_p^{n+1} = x_p^n + \frac{1}{2} \Delta t (u_p^n + u_p^{n+1}) \quad (22)$$

Onde  $x_p^n$  é a posição anterior ao cálculo e  $x_p^{n+1}$  a nova posição da partícula.

Conforme discutido em Santos (2012), a principal limitação desse modelo diz respeito ao seu escopo de validade – escoamentos dispersos e com baixas frações volumétricas dispersas. Nesses casos, são necessárias tantas equações quantas forem as partículas presentes no domínio. Como já citado anteriormente, para utilizar esse modelo, a fração volumétrica das fases dispersas não pode ser muito elevada, pois, do contrário, será necessário lidar com um número muito elevado de equações, o que desfavorece o uso do modelo DDPM (BARBOSA, 2012).

Por outro lado, esse modelo é apropriado para a simulação de sistemas polidispersos, nos quais as partículas possuem uma distribuição de tamanhos relativamente ampla (SANTOS, 2012).



## 4.2. FORÇA DE INTERAÇÃO COM A PAREDE

De acordo com Salman et al. (2005), o contato de uma esfera com uma superfície sólida é um fenômeno complexo, envolvendo efeitos de propriedades elásticas e inelásticas juntamente com os do atrito interfacial que, por sua vez, levam a uma combinação de ações de adesão, escorregamento e deslizamento. Trata-se, portanto, de uma fenomenologia nada elementar, que tem sido bastante investigada na literatura (NING, 2001; KHARAZ et al., 2001; SALMAN et al., 1999).

Como o ângulo entre a trajetória da partícula e a parede do duto é pequeno, admite-se que a partícula deslize sobre a parede. Um estudo desenvolvido por Salman et al., (1997) mostrou que a velocidade normal de impacto contra a parede do duto é próxima de  $u_v = 1,1 \frac{m}{s}$ . Com velocidades dessa ordem de grandeza, a energia perdida durante o impacto é muito pequena, podendo-se, portanto, adotar a hipótese de colisão elástica (coeficiente de restituição  $e_N = 1$ . Conforme enfatizado em (KHARAZ, 2001), nesse tipo de colisão (envolvendo atrito), existem dois parâmetros empíricos fundamentais – os coeficientes de restituição normal e tangencial. Este último é estimado a partir da seguinte equação:

$$e_t = 1 - 2\mu \tan \alpha_p \quad (23)$$

onde  $\mu$  e  $\alpha_p$  são respectivamente, o coeficiente de atrito e o ângulo de colisão entre partícula e parede. Conforme se apresenta em Kharaz (2001) a variação da velocidade angular da partícula, causada pelo impacto é dada por:

$$w_{pe} - w_{pf} = \frac{5u_{pt}}{2r}(1 - e_t) \quad (24)$$

onde  $r$  é o raio da partícula,  $u_{pt}$  é a velocidade tangencial do impacto,  $w_{pe}$  e  $w_{pf}$  são, respectivamente, as velocidades angulares imediatamente antes e imediatamente após o impacto.

Com o intuito de investigar o fenômeno de deslizamento entre parede e partícula durante o impacto, Ning (1995) desenvolveu um critério para identificar a possibilidade de ocorrência ou não desse fenômeno durante o impacto. De acordo com esse critério, o deslizamento ocorre se

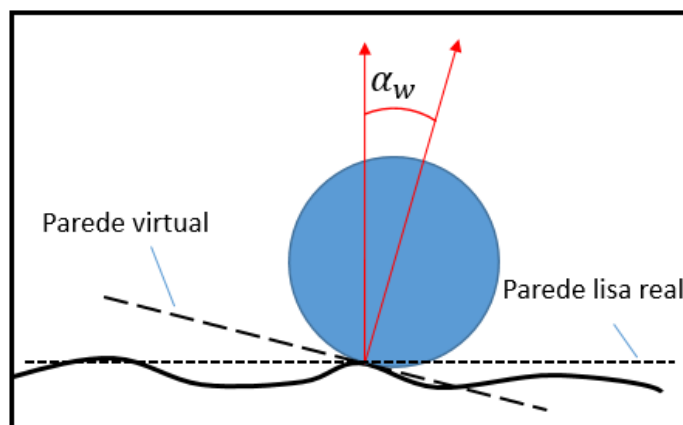
$$\cot(\alpha_p) + \frac{r w_{pe}}{u_{pn}} \geq 6\mu_{at} \quad (25)$$

onde  $u_{pn}$  é a velocidade normal de impacto,  $\alpha_p$  é o ângulo de impacto,  $w_{pe}$  é a velocidade angular de impacto,  $\mu_{at}$  é o coeficiente de atrito e  $r$  o raio da partícula.

#### 4.2.1. MODELO DE PAREDE ÁSPERA

O modelo de parede áspera (SOMMERFELD, 1999), favorece a geração de uma solução mais realista de fluxos dispersos. Para tanto, define-se uma parede virtual com inclinação ( $\alpha_w$ ) relativa à da parede lisa ideal (Figura 8) calculada em função de parâmetros estatísticos de rugosidade encontrados na literatura (ISO 4287, 2002 )

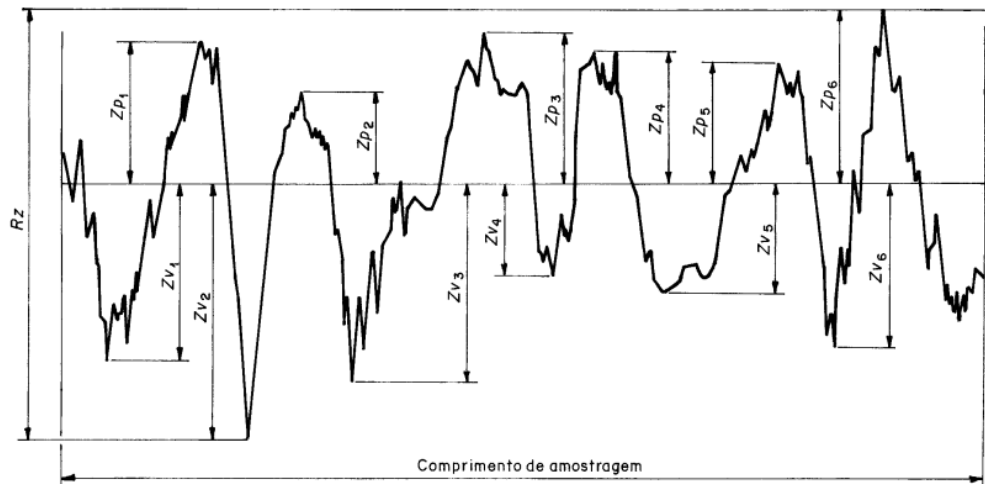
Figura 8 – Ilustração de parede virtual em relação a parede lisa real



Para quantificar os efeitos da rugosidade no escoamento, Sommerfeld (1999) utilizou as alturas dos picos máximos  $Z_{P_n}$  e as maiores profundidades  $Z_{V_n}$  relativas a

uma linha média da amostra do perfil de rugosidade considerado nas medições (Figura 9). Tomando como referência a norma ISO 4287, calculam-se os seguintes parâmetros do perfil de rugosidade:

Figura 9 – Ilustração da rugosidade, máxima altura e profundidade



Fonte: NBR ISO 4287

Desvio aritmético médio  $R_{arit}$ , dado por:

$$R_{arit} = \frac{1}{l} \int_0^l |Z(x)| dx \quad (26)$$

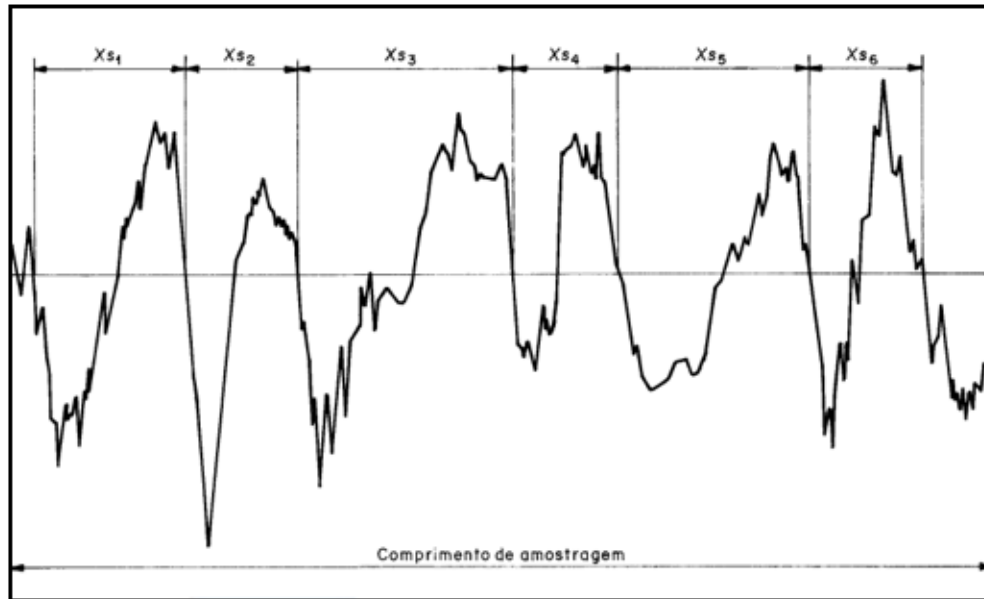
Desvio médio quadrático  $R_{quad}$ , dado por:

$$R_{quad} = \sqrt{\frac{1}{l} \int_0^l Z^2(x) dx} \quad (27)$$

Período espacial médio  $RS_{médi}$ , dado por

$$RS_{médi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{S_i} \quad (28)$$

Figura 10 – Largura dos elementos do perfil



Fonte: NBR ISO 4287

Usando-se os valores dos três parâmetros definidos acima, o ângulo de inclinação  $\alpha_w$  (vide Figura 8) é estimado a partir de uma distribuição gaussiana com valor médio de  $0^\circ$  e desvio padrão de  $\Delta\alpha$ , dado por:

$$\Delta\alpha_w = \begin{cases} \arctan\left(\frac{2R_{quad}}{RS_{med}}\right) & \text{se } D_p < \frac{RS_{med}}{\sin\left(\arctan\left(\frac{2R_{arit}}{RS_{med}}\right)\right)} \\ \arctan\left(\frac{2R_{arit}}{RS_{med}}\right) & \text{outros} \end{cases} \quad (29)$$

Adotando-se o ângulo da parede assim definido calculam-se as forças de impacto e as velocidades de rebote como mostrado no tópico 4.2.

### 4.3. FORÇA DE SUSTENTAÇÃO

Conforme mostrado em (SALMAN et al, 2005), a força de sustentação é função do gradiente de velocidade da partícula e de sua velocidade angular. Essa força pode

ser decomposta em dois termos – um associado ao gradiente de velocidade ( $F_{L\Delta v}$ ) e outro, chamado de *força magnus*, associado à velocidade angular ( $F_{LM}$ ). Assim, tem-se:

$$F_L = F_{L\Delta v} + F_{LM} \quad (30)$$

Shaffman (1965) equacionou, para baixos números de Reynolds, os efeitos do gradiente de velocidade sobre a força de sustentação  $F_{L\Delta v}$  de uma partícula interna ao escoamento. Mais recentemente, Li e Ahmadi (1992) estudaram a dispersão de partículas esféricas em um fluxo turbulento generalizando a formulação de Saffman (1965) e, assim, chegando à seguinte equação:

$$\vec{F} = \frac{2k_e v^{\frac{1}{2}} \rho d_{ij}}{\rho_p d_p ((d_{lk} d_{kl}))^{\frac{1}{4}}} (\vec{u}_g - \vec{u}_p) \quad (31)$$

Onde  $k$  é o coeficiente de sustentação de Saffman (LI e AHMADI,1992) e pode ser considerado constante e igual a 2.594 ( $k = 2.594$ ) e  $d_{ij}$  é o tensor da taxa de deformação do ar, definido como:

$$d_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (32)$$

Conforme se apresenta em Crowe et al. (1998), a força Magnus é dada por:

$$F_{RL} = \frac{1}{2} A_p C_{RL} \rho_g \cdot \frac{|\vec{u}_{rel}|}{|\vec{W}|} (\vec{u}_{rel,p,g} \times \vec{W}) \quad (33)$$

De acordo com Oesterle e Bui Dinh (1998), o assim chamado *coeficiente de sustentação rotacional* ( $C_{RL}$ ) que comparece na equação anterior, pode ser estimado a partir das expressões:

$$C_{RL} = 0.45 + \left( \frac{Re_{\omega}}{Re_p} - 0.45 \right) \exp(-0.05684 Re_{\omega}^{0.4} Re_p^{0.3}) \quad (34)$$

Onde  $Re_w$  é o Reynolds rotacional relacionado ao número de Taylor e  $Re_p$  são o Reynolds da partículas

$$Re_w = \frac{d_p^2(w_p)}{\nu} \quad (35)$$

$$Re_p = \frac{d_p(u_g - u_p)}{\nu} \quad (36)$$

válida para a faixa  $Re_p < 2000$ , sendo  $Re_p$  o número de Reynolds associado à partícula (ao movimento translacional da partícula, suponho) e  $Re_{\omega}$  o número de Reynolds associado ao movimento rotacional

#### 4.4. FORÇA DE ARRASTO

Nas interações entre as fases contínua e dispersa a força de arrasto influencia fortemente o campo de velocidades do fluido e a geometria das trajetórias seguidas pelo particulado sólido.

Essa força é uma variável dependente dos seguintes termos: o coeficiente de arrasto ( $C_d$ ), massa específica do gás ( $\rho_g$ ), velocidade do gás ( $u_g$ ), velocidade da partícula ( $u_p$ ) e a área superficial da partícula ( $A_p$ ), podendo ser expressa como:

$$F_d = \frac{C_d}{2} \rho_g (u_g - u_p)^2 A_p \quad (37)$$

onde  $C_d$  é o coeficiente de arrasto,  $\rho_g$  a massa específica do gás,  $u_g$  a velocidade do gás,  $u_p$  a velocidade da partícula e  $A_p$  a área superficial da partícula.

De acordo com Zenz e Othmer (1960), para pequenos valores do número de Reynolds ( $Re \sim 0,1$ ), pode-se adotar a aproximação linear de Stokes para o coeficiente de arrasto, ou seja, adotar

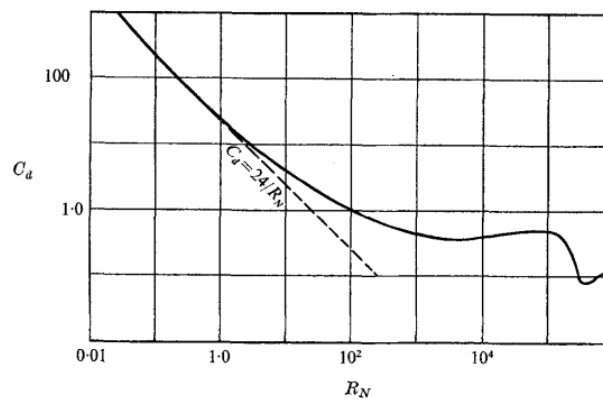
$$C_d = \frac{24}{Re} \quad (38)$$

No caso de escoamentos com valores elevados do número de Reynolds ( $Re > 10^8$ ), pode-se admitir que o coeficiente de arrasto ( $C_d$ ) seja constante e próximo de 0,4 (MORSI et al., 1972).

Considerando que, em muitos escoamentos sólido-gás de interesse, o número de Reynolds se encontra na faixa intermediária entre os valores acima indicados, Alexander et al. (1972) levantaram a curva do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds a partir de uma série de medições em escoamentos sólido-gás em que a fase dispersa era composta por partículas esféricas (Figura 11).

Figura 11 – Curva experimental  $C_d \times RN$

S. A. Morsi and A. J. Alexander



Fonte: Morsi, S. A., & Alexander, A. J., 1972

Utilizando-se o gráfico da Figura 11 anterior, chega-se à seguinte expressão do coeficiente de arrasto proposta por Morsi e Alexander, 1972:

$$C_d = \frac{k_1}{R_N} + \frac{k_2}{(R_N)^2} + k_3 \quad (39)$$

A partir da curva experimental anterior, esses autores determinaram as constantes  $k$  para diferentes intervalos de variação do número de Reynolds, ajustando a largura desses intervalos de modo a minimizar a discrepância entre a equação analítica e a curva experimental. Dessa forma, obtiveram, para os coeficientes  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  os valores apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Tabela de constantes para determinação do coeficiente de arrasto

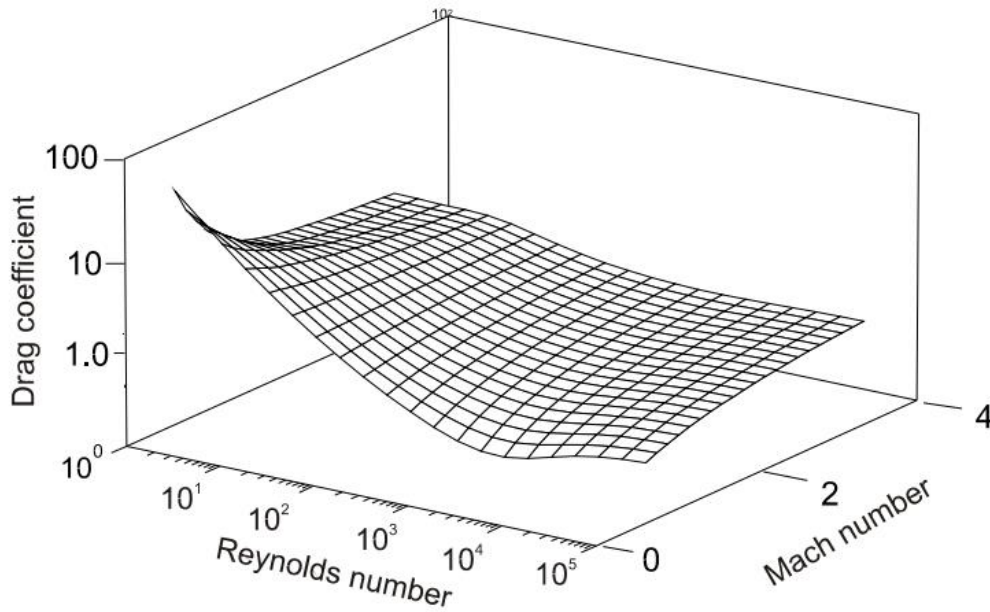
k1	k2	k3	Numero de Reynolds
24,00	0,00	0,00	Re < 0,1
22,73	0,09	3,69	0,1 < Re < 1,0
29,17	-3,89	1,22	1,0 < Re < 10,0
46,50	-116,67	0,62	10,0 < Re < 100,0
98,33	-2778,00	0,36	100,0 < Re < 1000,0
148,63	-47500,00	0,36	1000,0 < Re < 5000,0
-490,55	578700,00	0,46	5000,0 < Re < 10000,0
-1662,50	5416700,00	0,52	10000,0 < Re < 50000

Fonte: Morsi, S. A., & Alexander, A. J., 1972



Para a solução de escoamentos com alto número de Mach, Crowe et al (1998) plotou experimentalmente um mapa do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds e o número de Mach (Figura 12) :

Figura 12: Gráfico do coeficiente de arrasto em função do número de Mach e número de Reynolds



FONTE: CROWE, C. et al, Multiphase Flows with Droplets and Particles. CRC Press. 1998

Equacionando-se o mapa chegamos na seguinte equação (40):

$$C_D = 2 + (C_{Do} - 2)e^{-\left(\frac{3.07\sqrt{k}g(Re_p)M}{Re}\right)} + \frac{h(M)}{\sqrt{kM}}e^{-\left(\frac{Re_r}{2M}\right)} \quad (40)$$

Onde  $g(Re)$  e  $h(M)$  são funções dadas por:

$$g(Re) = 1 + \frac{Re_p(12,278 + 0,548Re_p)}{1 + 11,278Re} \quad (41)$$

$$h(M) = \frac{5,6}{1+M} + 1,7 \sqrt{\frac{T_d}{T_c}} \quad (42)$$

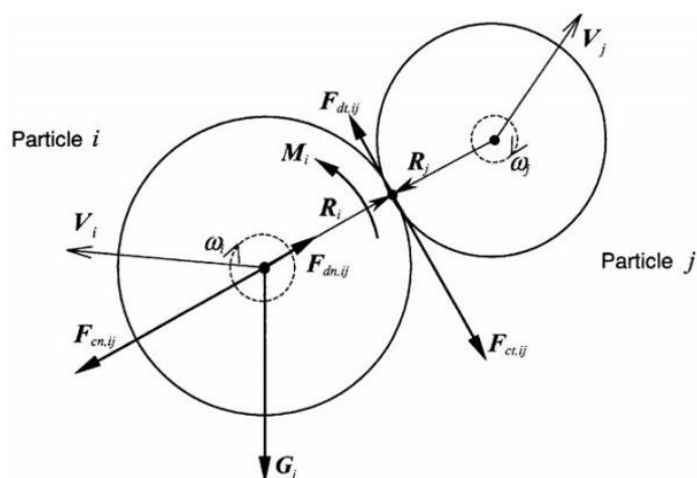
#### 4.5. MODELO DE CONTATO (DEM)

Cundall e Strack (1979), ao investigar a dinâmica de sistemas granulares, propuseram um método matemático para descrever as interações de cada partícula com o meio externo, método esse que passou a ser conhecido como Método dos Elementos Discretos (DEM).

Até os anos 90, a implementação computacional desse método esteve restrita a sistemas 2D com número bastante reduzido de partículas (100 a 1000). Com o progresso na indústria de informática, tornou-se possível aplicar o DEM a sistemas 3D constituídos por até 100.000 partículas (CLEARY,2010). Atualmente esse valor é superior a 1.000.000.

Na técnica DEM, as forças de colisão são modeladas de acordo com o esquema apresentado na *Figura 13*:

*Figura 13 – Representação das forças contato entre as partículas i e j.*



Fonte: Zhou et al, 1999.

Os modelos de *partícula macia* e de *partícula rígida* são os mais comumente adotados (Zhu et al., 2007). No primeiro deles, proposto por Cundall e Strack (1979), considera-se que ocorra uma inter-penetração durante a colisão de partículas e que a força de contato associada obedeça à equação de contato elástico de Hertz. No modelo de *partícula rígida* considera-se o impacto como um fenômeno impulsivo, desconsiderando-se qualquer deformação. Neste último modelo, a natureza impulsiva das equações da teoria de choque e percussões impõe sérias restrições à simulação, de modo tal que, na prática somente se consegue identificar um único choque a cada instante, o que afasta esse modelo do fenômeno real. Com a adoção do modelo de *partícula macia*, é possível simular a ocorrência de vários choques simultâneos.

Além das forças de contato, é possível agregar ao modelo forças de outra natureza. Mitarai e Nori (2006), por exemplo, investigaram a influência da umidade relativa nos materiais agregando ao modelo forças coesivas, forças de Van der Waals, pontes líquidas e forças eletrostáticas.

Na literatura, tem sido cada vez mais freqüente a utilização da técnica DEM. Rios (2002) usou esse método para resolver problemas de mecânica dos meios contínuos simulando as propriedades dos materiais e também a mecânica da fratura em estrutura de concreto. Em Almeida et al (2015), o método DEM é utilizado em escala macroscópica para estimar o ângulo de repouso estático de uma pilha de acerolas. Em um outro artigo, Santos (2012) analisou a influência da forma geométrica das partículas na aplicação do método dos elementos discretos. Penelozza (2010) aplicou o método DEM para estudar terremotos superficiais a partir do movimento de aderência e deslizamento.

Portanto, pode-se afirmar que a técnica DEM está consolidada como uma metodologia adequada à análise de meio granulares.

#### **4.5.1. MODELO DE FORÇAS DE CONTATO**

Tuley (2007) e Grima et al. (2011) enfatizam que a escolha de um modelo que represente adequadamente as forças agentes durante o contato entre elementos sólidos é uma decisão crítica para a correta aplicação da técnica DEM. Na literatura,

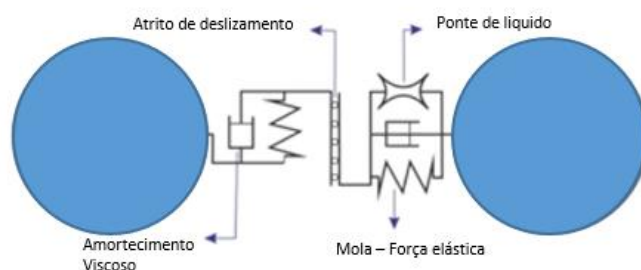
existem muitas propostas de modelos constituídos para esse fim, cabendo destacar o de Cundall (1988) e o de Zhao et al. (2006).

Na área de contato entre dois corpos que se tocam agem forças normais e tangenciais. Cundall (1988) representa as interações elásticas de contato por meio de molas e as interações dissipativas por meio de amortecedores. Nesse modelo, admite-se que as interações dissipativas correspondam à ação de forças de amortecimento viscoso enquanto que as interações elásticas abrangem as forças e momentos de atrito de Coulomb bem como as forças normais associadas à ponte líquida que se forma entre as superfícies de contato.

Tanto as molas quanto os amortecedores podem apresentar características lineares ou não-lineares. No clássico modelo de Hertz-Mindlin (Mindlin, 1949; Mindlin e Deresiewicz, 1953) esses elementos são não-lineares, mas não representam as forças coesivas, deficiência essa que pode ser sanada utilizando-o em conjunto com outros modelos que estimem essas forças (Johnson et al. ,1979).

Na *Figura 14* apresenta-se um modelo físico de contato entre dois elementos sólidos, onde estão representadas: 1) forças elásticas nas direções normal e tangencial; 2) força de atrito de deslizamento (direção tangencial); 3) forças de amortecimento viscoso nas direções normal e tangencial; 4) força normal decorrente da formação de ponte líquida entre as superfícies de contato.

*Figura 14 – Esboço dos esforços de contato entre partículas;*



*Fonte: CARVALHO (2013)*

No próximo tópico, serão apresentados dois modelos de contato bastante utilizado nas simulações de escoamentos de sistemas granulares – o modelo de Hertz-Mindlin original e o de Hertz-Mindlin com efeito viscoso.

#### 4.5.2. MODELO DE CONTATO DE HERTZ-MINDLIN

Esse modelo, inicialmente proposto por Mindlin (1949), sofreu modificações ao longo dos anos. Fundamenta-se na teoria de contato de corpos esféricos deformáveis estabelecida por Hertz (Hertz, 1882), a qual, por sua vez, se apoia na teoria da elasticidade. Em síntese: no modelo de Hertz-Mindlin admite-se que as ações de contato não causam deformação plástica nos corpos.

Em uma colisão elástica a energia mecânica se conserva. No caso de um choque central sem atrito, a conservação de energia é descrita como:

$$\frac{m_{p1}u_{p1e}^2}{2} + \frac{m_{p2}u_{p2e}^2}{2} = \frac{m_{p1}u_{p1f}^2}{2} + \frac{m_{p2}u_{p2f}^2}{2} \quad (43)$$

onde  $u_{p1e}$  e  $u_{p2e}$  representam as velocidades dos corpos 1 e 2 imediatamente antes do choque e  $u_{p1f}$  e  $u_{p2f}$  as velocidades desses corpos imediatamente após o choque.

Para analisar a colisão, é conveniente localizar a origem do referencial fixo no centro de massa do sistema constituído pelas duas esferas. Adotando-se esse procedimento, a energia cinética total para o movimento relativo, antes da colisão, é dada por:

$$U_{cin,rel} = \frac{1}{2}m^*u_{rel}^2 \quad (44)$$

onde:

$$u_{rel} = u_{p1} - u_{p2} \quad (45)$$

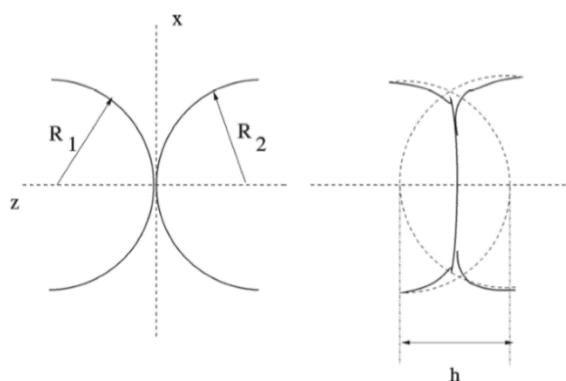
é a velocidade relativa de aproximação, e

$$m^* = \frac{m_{p1}m_{p2}}{m_{p1} + m_{p2}} \quad (46)$$

é conhecida na literatura como massa reduzida do sistema.

Devido ao seu caráter elástico, na colisão as esferas comprimem-se mutuamente e deformam-se, formando um domínio de contato circular (vide Figura 15).

Figura 15 – Geometria da deformação das esferas durante a colisão.



Fonte: Viana, R. et al. 2003.

A diferença entre a soma dos raios das esferas e a distância entre seus centros ( $d_c$ ) será aqui denominada distância de deformação ( $h$ ); essa distância representa a deformação longitudinal das esferas em contato, ou seja:

$$h = (R_{p1} + R_{p2}) - d_c \quad (47)$$

Durante a colisão deve-se também considerar uma energia associada à velocidade relativa de deformação, ou seja,  $\dot{h} = dh/dt$ , e uma energia potencial elástica que depende da deformação, a qual será denominada de  $U(h)$ . Como a colisão é elástica, por hipótese, o princípio de conservação de energia fornece:

$$\frac{1}{2} m^* u_{rel}^2 = \frac{1}{2} m^* \dot{h}^2 + U(h) \quad (48)$$

Para o cálculo da máxima distância de deformação  $h_{max}$ , impõe-se que toda energia cinética do sistema se transforme em energia potencial elástica, ou seja, que a velocidade de deformação seja nula, de modo que a máxima distância seja determinada implicitamente pela equação:

$$U(h_{max}) = \frac{1}{2} m^* (u_{rel}^i)^2 \quad (49)$$

onde  $u_{rel}^i$  é a velocidade relativa antes do início da colisão.

O tempo de duração total da colisão ( $\tau$ ) é o dobro do tempo necessário para a distância de deformação variar desde 0 (início da colisão) até  $h_{max}$ , ou seja:

$$\tau = 2 \int_0^{h_{max}} \frac{dh}{h} \quad (50)$$

Assim, substituindo-se  $h$ , Eq. (48), na expressão anterior, Eq.(50), obtém-se o tempo de contato:

$$\tau = 2 \int_0^{h_{max}} \frac{dh}{\sqrt{u_{rel}^2 - \frac{2}{m^*} U(h)}} \quad (51)$$

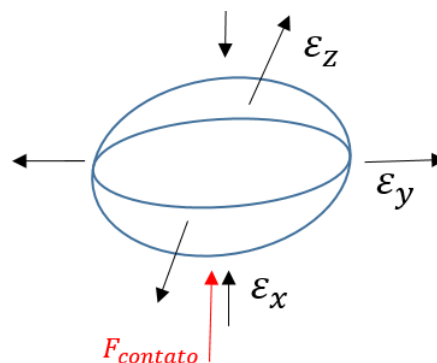
Adotando-se a lei de Hooke, a deformação elástica nos materiais é dada por

$$\sigma = \varepsilon \times E \quad (52)$$

em que  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  e  $E$  são respectivamente a tensão normal, o alongamento longitudinal e módulo de Young

Sabe-se que para um material homogêneo e isotrópico a razão das deformações ortogonais são constantes (vide Figura 16)

Figura 16 – Representação das deformações ortogonais ( $\varepsilon_z, \varepsilon_y$ ), em relação a deformação na direção da força de contato ( $\varepsilon_x$ )





A razão entre esses alongamentos é conhecida como coeficiente de Poisson:

$$\nu_{poisson} = \left| \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \right| = \left| \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \right| \quad (53)$$

À medida que as esferas se aproximam, a deformação ( $h$ ) aumenta desde zero até um valor máximo. Ao mesmo tempo, a força normal ( $F_n$ ) que uma esfera aplica à outra (par ação-reação) também cresce ( $F_n(h)$ ) em função da deformação.

Johnson (1985) mostra que o módulo dessa força ( $F_n$ ) é uma expressão em função dos raios das esferas em contato ( $R_{p1}$  e  $R_{p2}$ ), de suas deformações ( $h$ ) e de um termo  $D$  dependente das características mecânicas do material e dada por:

$$D = \frac{3}{4} \frac{1}{\left( \frac{1 - \nu_{p1}^2}{\pi E_{p1}} + \frac{1 - \nu_{p2}^2}{\pi E_{p2}} \right)} \quad (54)$$

Assim, resulta que:

$$F_n = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{R_{p1} R_{p2}}{R_{p1} + R_{p2}}} h_n^{\frac{3}{2}} \quad (55)$$

Utilizando-se o parâmetro  $D$  anteriormente apresentado, pode-se definir uma constante elástica  $K$  dependente apenas de parâmetros elásticos, ou seja:

$$K = \frac{4}{5D} \sqrt{\frac{R_{p1} R_{p2}}{R_{p1} + R_{p2}}} \quad (56)$$

Dessa maneira a força de contato entre as esferas pode ser reescrita na forma:

$$F_n = \frac{5}{4} k h_n^{\frac{3}{2}} \quad (57)$$

Note-se que a força  $F_n$  não varia linearmente com a deformação. Então, substituindo em Eq.(57) as equações (Eq.(54) e Eq.(56)) obtém-se:

$$F_n = \frac{4}{3} E^* \cdot h_n^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{R^*} \quad (58)$$

onde  $E^*$ , chamado de *módulo de Young equivalente*, é definido como:

$$\frac{1}{E^*} = \left( \frac{1 - \nu_{p1}^2}{\pi E_{p1}} + \frac{1 - \nu_{p2}^2}{\pi E_{p2}} \right) \quad (59)$$

em que  $E_{p1}$  e  $E_{p2}$  são, respectivamente, os módulos de Young dos materiais que constituem as partículas  $p1$  e  $p2$  em contato. Na Eq. (58)  $h_n$  é a deformação normal da esfera e  $R^*$ , chamado de *raio equivalente*, é definido como:

$$R^* = \frac{R_{p1} R_{p2}}{R_{p1} + R_{p2}} \quad (60)$$

O modelo de força tangencial, proposto inicialmente por Mindlin (1949), foi aprimorado posteriormente em artigo de Mindlin e Diresiewics (1953), no qual a referida força é expressa em função do deslocamento tangencial como:

$$F_t = -2S_t h_t \quad (61)$$

Onde:

$$S_t = 8G^* \sqrt{R^* h_n} \quad (62)$$

é a assim chamada rigidez tangencial e  $G^*$  é o módulo de cisalhamento torcional equivalente.

Essa força tangencial é limitada pela lei de Coulomb do atrito, isto é:

$$F_t \leq F_T = \mu_s F_n \quad (63)$$

#### 4.5.3. TEMPO DE COLISÃO

Dada a expressão da força (Eq. (57)) podemos deduzir a expressão da energia potencial elástica a partir da definição ( $F = |\partial U / \partial h|$ ), obtendo-se

$$U(h) = \frac{1}{2} k h^2 \quad (64)$$

A distância máxima de deformação pode, com o auxílio da Equação (49), ser expressa como:

$$h_{max} = \left(\frac{m^*}{K}\right)^{\frac{2}{5}} u_{rel,p1,p2}^{\frac{4}{5}} \quad (65)$$

Utilizando-se a Equação (51), pode-se estimar o tempo total de colisão, ou seja:

$$\tau \approx 2,94 \left(\frac{m^{*2}}{K^2 u_{rel,p1,p2}}\right)^{\frac{1}{5}} \quad (66)$$

#### 4.5.4. MODELO DE HERTZ-MINDLIN COM EFEITO VISCOSO

A teoria Hertziana assume um contato perfeitamente elástico, ou seja, não existe termos de dissipação de energia. Desta maneira para se tornar um modelo mais real foi incluído um efeito de dissipação viscosa. Isto é feito a partir da inclusão de um termo, seguindo a lei de amortecimento viscoso, na qual possui três amortecimentos descritos por Tsuji, Tanaka e Ishida (1953).

##### 4.5.4.1. FORÇA VISCOSA

A teoria Hertziana considera que o contato é perfeitamente elástico, ou seja, que não existe dissipação de energia. Com o intuito de aumentar o grau de realismo desse modelo, termos adicionais associados a efeitos dissipativos viscosos têm sido agregados ao modelo original.

De acordo com Tsuji et al. (1992) e Raji e Favier (2004), a componente de amortecimento normal,  $F_n^d F_n^D$ , é função da velocidade relativa normal ( $u_n^{rel}$ ) das esferas e pode ser descrita pela seguinte equação:

$$F_n^d = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_n m^*} u_n^{rel} \quad (67)$$

Na equação acima, a rigidez normal  $S_n$  é definida como uma derivada da força normal  $F_n$ , em função da deformação,  $h_n$ , isto é:

$$S_n = K = \frac{dF_n}{dh_n} = 2E^* h_n^{\frac{1}{2}} \sqrt{R} \quad (68)$$

Onde  $\beta$  é o termo de dissipação, dado por:

$$\beta_p = \ln(e) / (\sqrt{\ln^2(e) + \pi^2}) \quad (69)$$

E  $e$  é o coeficiente de restituição.

O efeito dissipativo, no que diz respeito à força tangencial também existe e pode ser expresso por um termo viscoso e um termo representando o atrito de Coulomb. Desta maneira, aplicando-se a mesma lei de viscosidade para a direção tangencial, a força dissipativa viscosa tangencial é dada por:

$$F_t^d = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta_p \sqrt{S_t m^*} u_n^{rel} \quad (70)$$

O atrito de deslizamento respeita a lei de atrito de Coulomb, ou seja, a força tangencial máxima que pode ser transferida de um corpo para outro sem que haja escorregamento é:

$$F_T = \mu_S F_n \quad (71)$$

## 5. MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo descreve-se o processo de construção de um modelo numérico representativo do escoamento sólido-gás ao longo de um segmento da linha de transporte pneumático de um equipamento de *shot peening*. O modelo dinâmico utilizado baseia-se na abordagem Euleriana-Lagrangeana e será devidamente detalhado nos parágrafos seguintes.

Para validar o modelo proposto bem como as simulações realizadas, tomaram-se como referência as especificações e respectivos resultados experimentais de um trabalho realizado por Barker et al. (2005). Cabe destacar que esses autores utilizaram um dispositivo opto-eletrônico desenvolvido pela Progressive Technologies Inc. e a Tecnar Automation, que permitiu estimar, com 1% de precisão, a velocidade média local das partículas expelidas ao longo de diversas seções do bocal venturi de um equipamento pneumático de *shot peening*.

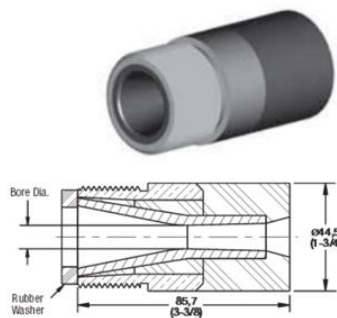
Os experimentos realizados pelos autores referidos no parágrafo anterior utilizavam dois bocais de jato curto – um com 8mm (5/16”) de garganta, outro com 9,5mm (3/8”) de garganta (vide Figura 17). As granalhas utilizadas nesses experimentos tinham diâmetro médio de 0,28mm (S110).

Figura 17 – Dimensões do bico de venturi 5/16' e 3/8'

### T121-P Series

- Thread style: 1-1/4 - 11-1/2 NPSM
- Polyurethane jacket
- Brass threads

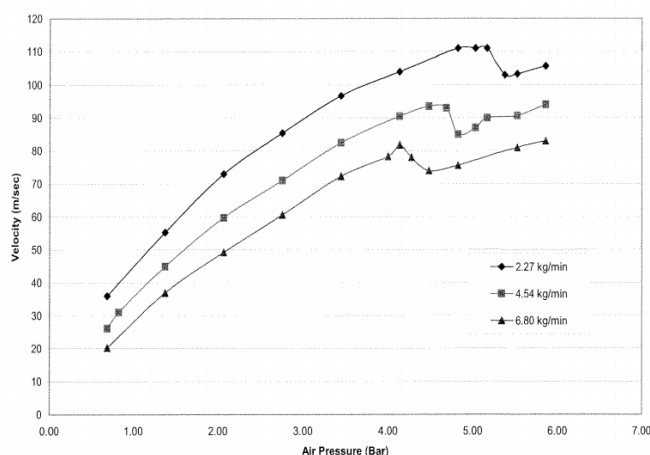
Model Number	Bore Diameter	Length
T121-3P	3/16	3-3/8
T121-4P	1/4	3-3/8
T121-5P	5/16	3-3/8
T121-6P	3/8	3-3/8
T121-7P	7/16	3-3/8
T121-8P	1/2	3-3/8
T121-10P	5/8	3-3/8



fonte: <http://www.canfieldjoseph.com/kennametal-venturi-nozzles/>

Variando a vazão de entrada de material particulado e a pressão na linha, os já citados autores obtiveram os resultados apresentados no gráfico da *Figura 18*

Figura 18 – Resposta do experimento Pressão x Velocidade das granalhas

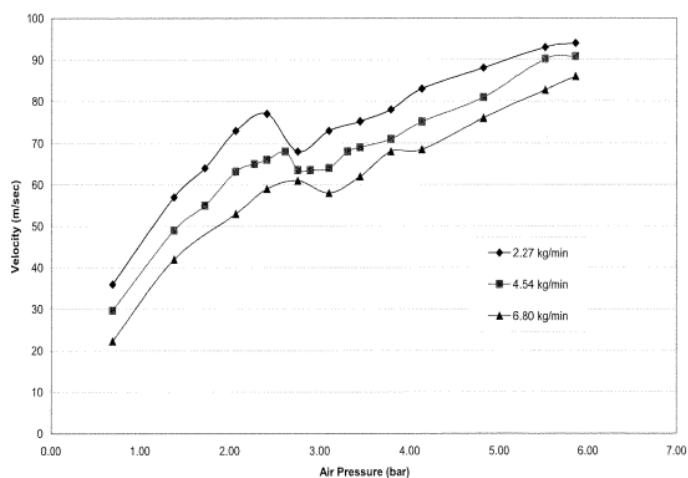


. Parâmetros: diâmetro de garganta= 5/16", granalha S110. Fonte: BARKER et al (2005).

Analisando-se as curvas do gráfico acima, observa-se que a velocidade média das partículas aumenta com a pressão do ar. Em uma dada seção do bocal, ocorre uma queda abrupta no valor dessas velocidades, mas nas seções seguintes verifica-se que a velocidade retoma sua tendência ascendente à medida que as partículas avançam rumo à seção de saída do bocal.

Analisando-se os demais gráficos publicados pelos mesmos autores,

Figura 19 – Resposta do experimento Pressão x velocidade de saída da granalha



Parâmetros: diâmetro de garganta= 3/8", granalha S110. Fonte: BARKER, W.; YOUNG, K.; POULIOT, 2005

observa-se que, para o bocal venturi com diâmetro de garganta de 9,525 mm (3/8”), o local da queda abrupta das velocidades das partículas desloca-se para faixas de pressões mais baixas em comparação ao experimento com o bocal venturi de 8 mm (5/16”), o que indica que essa queda de velocidade é função das dimensões do bocal e da vazão mássica.

A análise proposta nesta dissertação tem como meta estudar o fenômeno observado nos experimentos de Barker et al. (2005), avaliando as relações de causa-efeito a partir dos acoplamentos de uma-via, duas-via e se necessário quatro-vias, caso este em que seria utilizado o modelo de impacto de Cundal e Strack para identificar os choques entre partículas.

As atividades de simulação numérica foram realizadas com auxílio da ferramenta FLUENT 17.0.

As simulações foram realizadas admitindo-se que o equipamento de *shot peening* utilizava granalhas de aço com diâmetro médio de 0,25 mm (S110). Consideraram-se duas opções de bocal – o de 8mm (5/16’) e o de 9,525 mm (3/8’) de diâmetro de garganta. Consideraram-se, finalmente, dois estados operacionais do equipamento, correspondentes a vazões mássicas de 2,27 Kg/min e 4,54 kg/min.

Na Tabela 3 essas condições são apresentadas de forma mais detalhada.

Tabela 3 – Condições para simulação duto e entrada da fase dispersa

Duto	
Diâmetro do duto (pol)	1 "
Bico de Venturi (diâmetro de garganta) (pol)	5/16" e 3/8"
Fase dispersa	
Equação de movimento	Segunda Lei de Newton
Granalhas	S-110
Diâmetro (mm)	0,25
Velocidade de entrada (m/s)	0,00
Vazão mássica (Kg/min)	2,24 e 5,54
Densidade (Kg/m <sup>3</sup> )	7890,00

O processo de transporte pneumático de granalhas foi modelado segundo o paradigma Euler-Lagrange, utilizando, para a fase contínua, simulações de médias de Reynolds com características de turbulência estimadas pelo modelo  $k - \omega SST$ , de acordo com as condições apresentadas na Tabela 4.



Tabela 4 – Modelagem da fase contínua

Fase contínua	
Equação	Navier-Stokes
Modelo de turbulência	K-w (SST)
Modelo de gás	Gás ideal
Consideração da equação de energia	sim
Pressão de entrada (bar)	1 - 6

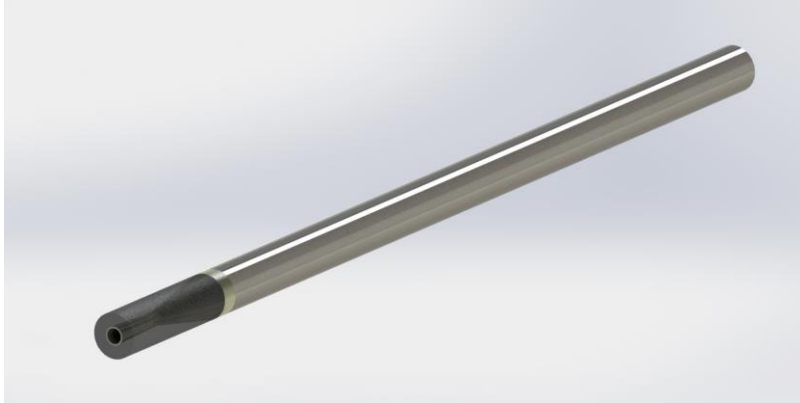
Para a modelagem do coeficiente de arrasto foram comparados dois modelos: o *modelo de esfera*, proposto por Morsi e Alexander (1972) e o modelo de Crowe (1998), adaptação do modelo anterior para escoamentos com altos números de Mach. Foram consideradas também a força de sustentação decorrente do gradiente de velocidades (conforme proposto por Li e Ahmadi (1992)) e a força Magnus, calculada segundo a proposta de Osterle e Bui Dinh (1998). Na Tabela 5 estão apresentados os modelos utilizados para os cálculos de cada variável:

Tabela 5 – Modelagem das interações envolvidas (meio disperso)

Variável	Ação do (ar)	Modelo
Força de sustentação	Gradiente de velocidade	Li and Ahmadi
	Efeito Rotacional	Oesterle e Bui Dinh
Modelos de turbulência	Flutuações de velocidades	k-w (SST)
Força de arrasto	Coefficiente de arrasto	Morsi e Alexander /Crowe
Viscosidade dinâmica	resistência ao escoamento	Constante

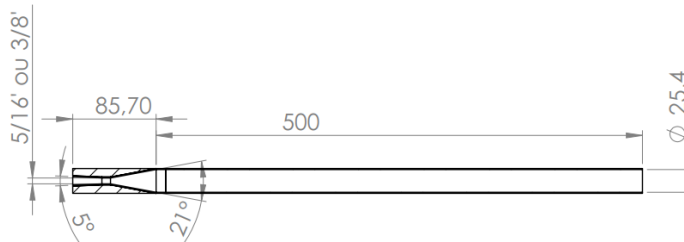
Para as simulações, considerou-se que a linha de transporte pneumático consistia de um trecho de duto com 500 mm de comprimento e 1" de diâmetro (vide Figura 20) conectado, na saída, a um bocal venturi.

Figura 20 – Linha com bico de venturi



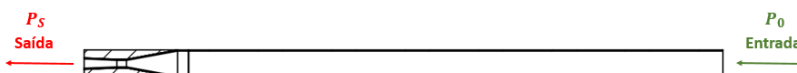
Na Figura 22, apresenta-se o desenho esquemático representativo da linha pneumática e dos bocais venturi considerados nas simulações.

Figura 21 – Dimensões da linha pneumática simulada



As condições de contorno (pressões de entrada e saída) estão indicadas na Figura 22.

Figura 22 – Condições de contorno para as simulações.

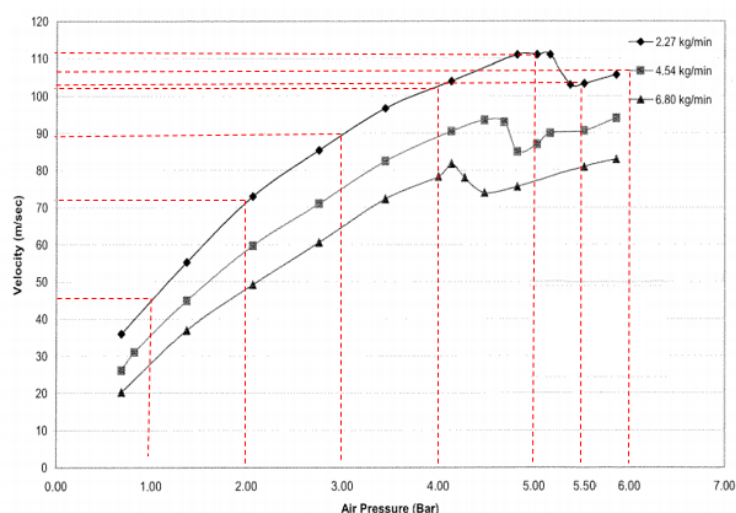


Com o intuito de analisar o modelo utilizado para a solução do meio contínuo, foi simulado o escoamento monofásico do ar para ambas as linhas de pressão, buscando as faixas de pressões onde se ocorre o fenômeno de choque.

Para uma primeira análise do escoamento multifásico foram consideradas apenas as interações entre a fase sólida e a gasosa, adotando-se a hipótese de que o escoamento seria disperso diluído (*fração molar* < 1%) e, portanto desprezando – se os efeitos de choques e cisalhamento entre as granalhas. Em suma, admitiram-se, inicialmente, acoplamentos de uma via e duas vias.

É importante enfatizar, mais uma vez, que as simulações procuraram reproduzir as condições experimentais descritas em Barker et al. (2005). Por essa razão, os experimentos numéricos discutidos nesta dissertação focalizaram as condições operacionais destacadas, em vermelho, na Figura 23 e detalhadas na Tabela 6

Figura 23 – Resposta do experimento Pressão x velocidade de saída da granalha



Diâmetro garganta 5/16", granalha S110. Fonte: BARKER, W.; YOUNG, K.; POULIOT, 2005

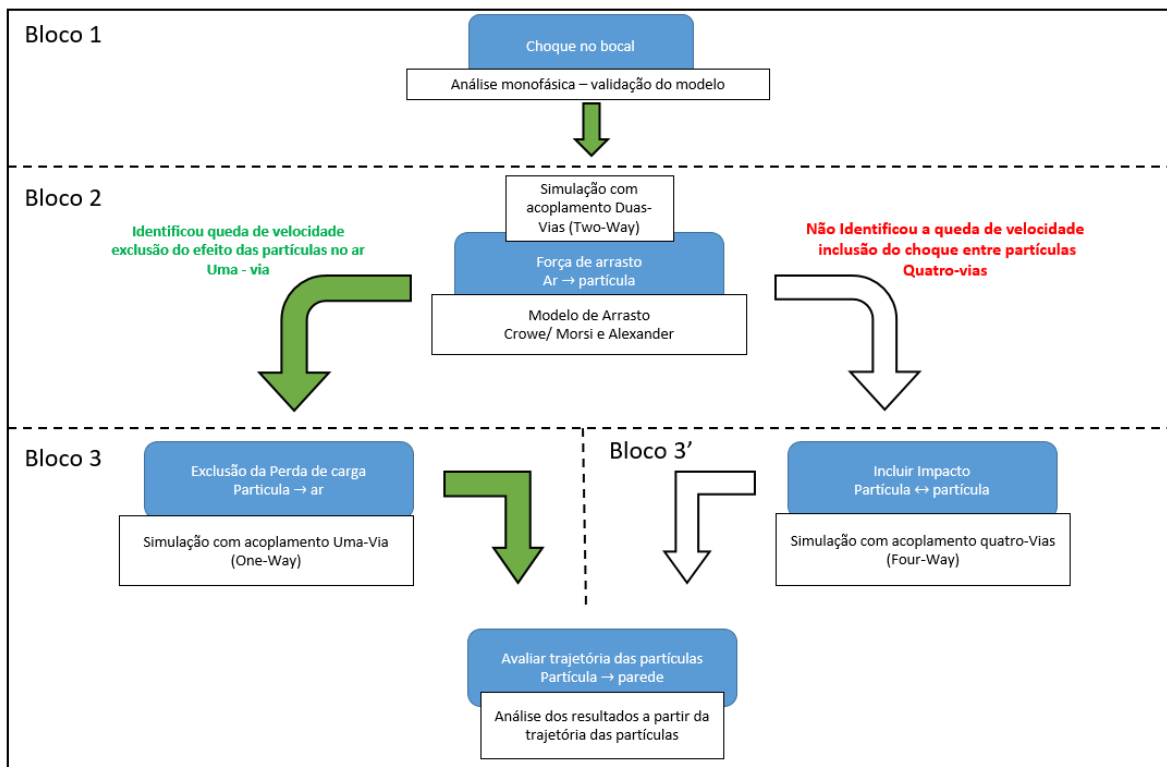
Tabela 6 – Dados experimentais retirados por BARKER (2005)

Pressão (bar)	Experimental (Velocidade das partículas (m/s))	
	Vazão mássica (2,27 Kg/min)	Vazão mássica (5,54 Kg/min)
1	45	35
2	72	58
3	90	75
4	101	89
5	115	87
5.5	101	91
6	106	95

## 6. RESULTADOS E ANÁLISES

Com o intuito de investigar o fenômeno de queda local de velocidade observado nos experimentos de Barker et al. (2005), algo bastante característico e, ao mesmo tempo, construir e validar um modelo numérico capaz de prever o campo de velocidades na seção de saída de um bocal venturi do circuito de transporte pneumático de um equipamento de *shot peening*, o estudo foi dividido em três blocos, conforme ilustrado na Figura 24.

Figura 24 – Estratégia de análise



No bloco 1, avaliou-se o escoamento monofásico do ar ao longo do bocal, com o propósito de se validar o modelo de turbulência utilizado e determinar a faixa de valores de pressões de entrada compatíveis com a ocorrência de choque.

Nos blocos 2 e 3, a estratégia consistiu em verificar se a causa da queda local de velocidade observada nos experimentos de Barker et al (2005) poderia ser explicada por um modelo de acoplamento de uma via, duas vias ou quatro vias.

Visando diminuir o número de tentativas, admitiu-se, inicialmente, um modelo de acoplamento de duas vias. Se as simulações daí resultantes acusassem a ocorrência de queda local de velocidade, concluiríamos que os choques entre partículas não seriam a causa essencial desse fenômeno. Caberia, então, nesse caso, verificar se a diminuição da velocidade das partículas seria devida a um aumento da perda de carga do meio contínuo, para o quê, se utiliza um modelo de acoplamento de uma via.

Conforme indicado na Figura 24, caso a queda local de velocidade seja também registrada pelo modelo de acoplamento de uma via, a provável explicação para esse fenômeno seria a formação de uma barreira de partículas que, ao ricochetear contra a parede do duto passam a mover-se no sentido oposto ao do fluxo de ar.

Retornando ao bloco 2, caso o acoplamento de duas vias não produza a queda local de velocidade, utiliza-se, então, um modelo de quatro vias para verificar se os impactos entre partículas poderiam, eventualmente, ocasionar o fenômeno focalizado.

É importante destacar que, em todas as simulações, o cálculo das forças de arrasto foi realizado utilizando-se ambos os modelos de Crowe (1998) e Morsi et al. (1972).

Nos próximos tópicos serão apresentados, de forma detalhada, as condições definidas para os experimentos numéricos realizados bem como os respectivos resultados obtidos.

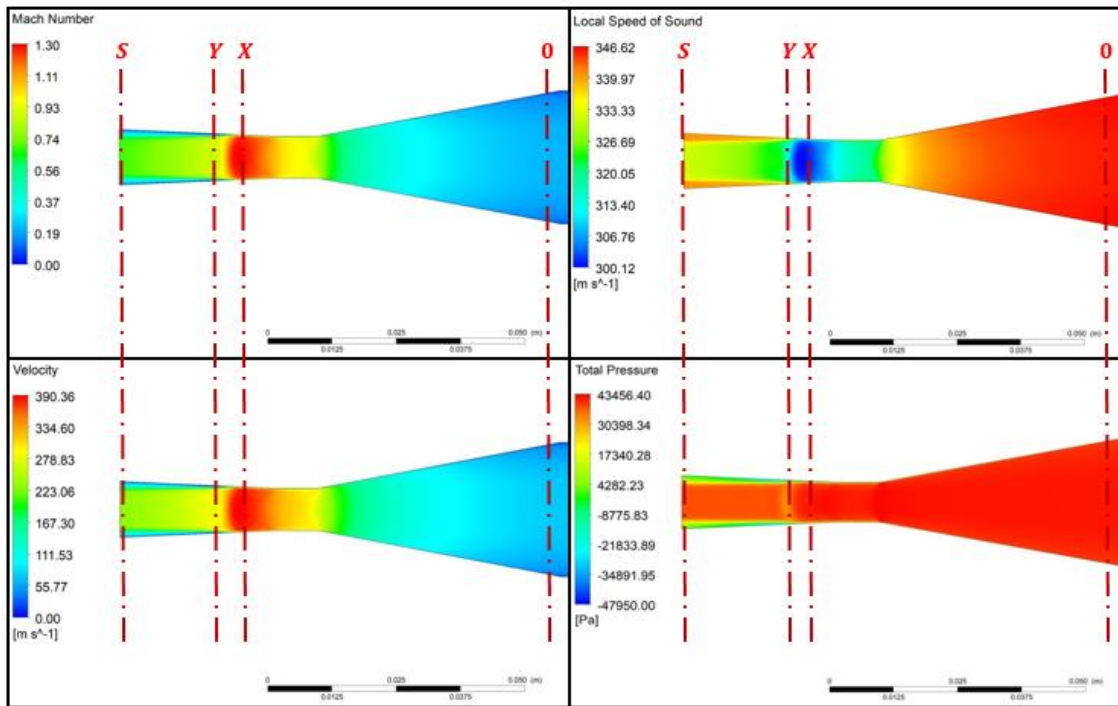
## **6.1. BLOCO 1: ANÁLISE DO CHOQUE NO BOCAL E VALIDAÇÃO DO MODELO**

Para investigar a eventual ocorrência de fenômenos de choque no interior do bocal, realizaram-se simulações de escoamento monofásico sob as seguintes condições: a) bocal de 8mm (5/16”) de garganta; b) pressão mínima absoluta de 1,1 bar; c) incrementos de 0,1 bar a cada nova simulação.

Dessa forma, constatou-se que o choque se inicia quando a pressão de entrada é próxima de 1,4 bar ( $P_0 \sim 1,4 \text{ bar}$   $P_0 = 1,4$ ).

Os resultados da simulação são apresentados na Figura 25, dando-se destaque às seções de entrada (O) e de saída (S), bem como às seções X e Y que delimitam a região de ocorrência do choque.

Figura 25 – Resultados das simulações.



Nota-se que ocorre choque normal na região entre as sessões X e Y causando perda de energia cinética nos gases e transformação do escoamento supersônico ( $M > 1$ ) em subsônico ( $M < 1$ ). Assim, o bocal passa a operar como um difusor entre a região após o choque (X) e a seção da saída (S).

Os gráficos a seguir (Figura 26 e Figura 27) mostram a evolução espacial, ao longo do bocal, da velocidade do gás (referente à linha de corrente central) e do número de Mach.

Figura 26 – Gráfico da velocidade do ar referente à linha de corrente central em função da posição ao longo do bocal venturi.

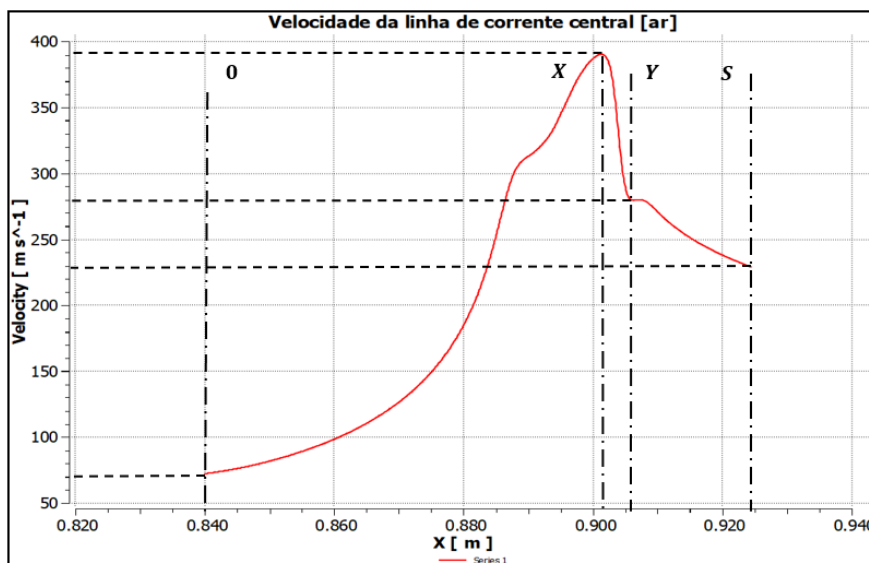
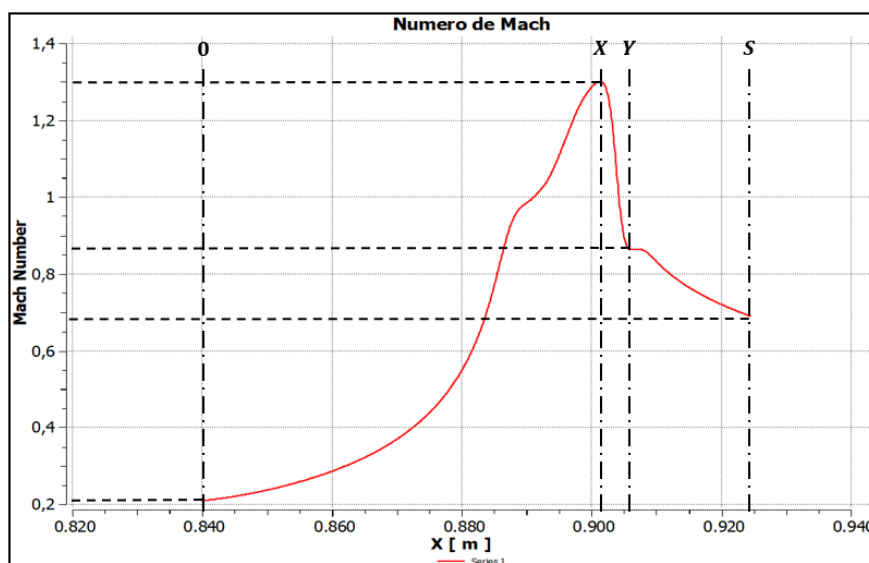


Figura 27 – Gráfico do número de Mach em função da posição ao longo do bocal.



No gráfico da Figura 27, observa-se que o ar é injetado na seção de entrada do bocal a Mach 0,2 (subsônico) e que sua velocidade aumenta na região convergente, atingindo Mach 1 na seção da garganta; na zona divergente do bocal, a velocidade do ar continua a aumentar, vindo a atingir Mach 1,3 na seção X, onde ocorre o choque; imediatamente após, na seção Y, o escoamento é subsônico, com Mach 0,87; dessa seção em diante, a velocidade do ar continua a decrescer, atingindo Mach 0,68 na saída do bocal.

Comparando-se o gráfico anterior com o gráfico da Figura 28, abaixo, observa-se que, à medida que a velocidade do fluido aumenta, sua pressão diminui e vice versa, conforme o esperado.

Figura 28 – Gráfico da pressão absoluta em função da posição ao longo do bocal.

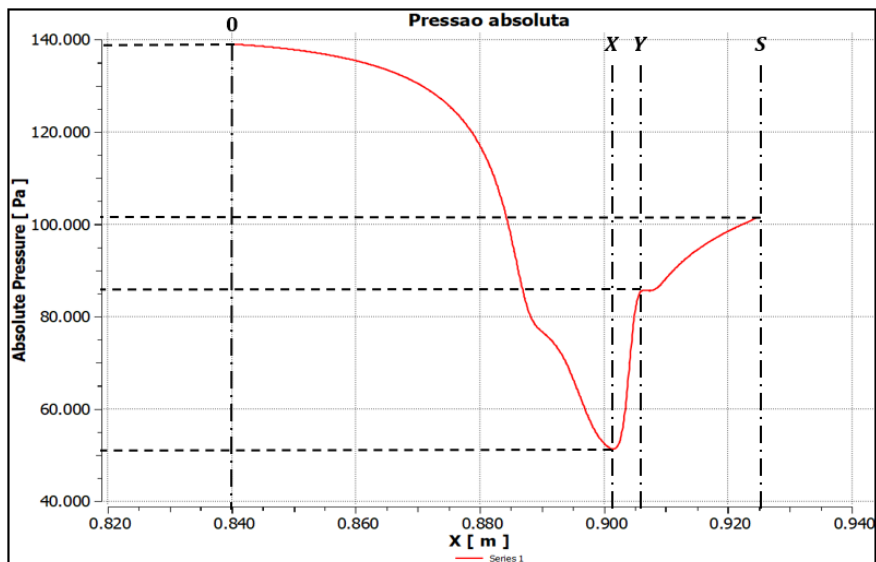
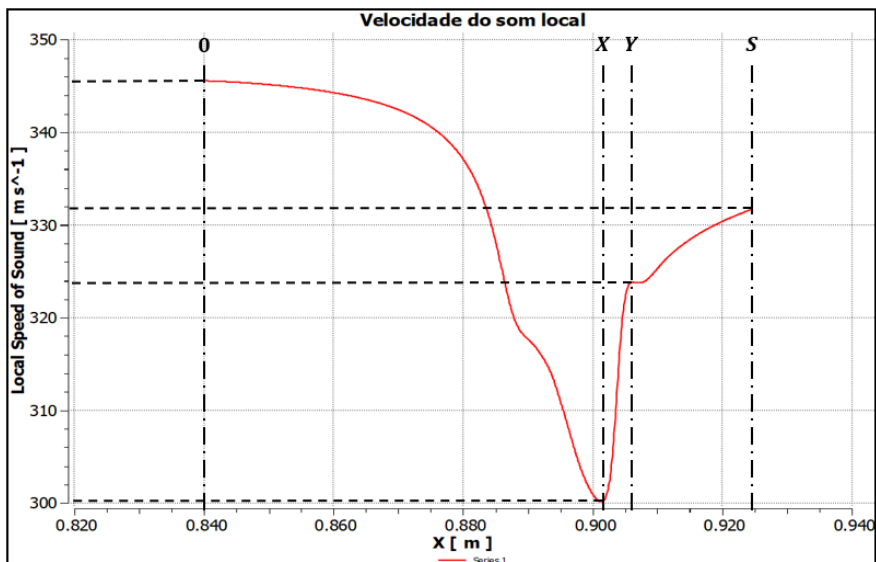


Figura 29 – Gráfico da velocidade do som em função da posição ao longo do bocal.



Na Tabela 7 apresentam-se os valores da pressão e da velocidade do ar (linha de corrente central) nas seções 0, X, Y e S, obtidos por meio das simulações numéricas.



Tabela 7 – Pressão, velocidade e velocidade do som ao longo do bocal.

Resultado Simulado (modelo proposto)			
Região	Pressão(Pa)	Velocidade do som local (m/s)	Velocidade (m/s)
0	140000,00	346,00	70,00
X	51000,00	300,00	390,00
Y	91000,00	324,00	280,00
S	103000,00	332,00	230,00

Para se verificar se os resultados gerados pelas simulações eram coerentes, aplicaram-se as equações da teoria clássica de Dinâmica de Escoamentos Compressíveis (ZUCKER,2002) considerando um bocal difusor e os demais parâmetros referidos na Tabela 8 abaixo. Os resultados desses cálculos são apresentados na Tabela 9 seguinte.

Tabela 8 – Parâmetros calculados para a definição das condições nas seções 0, X, Y e S

Entradas	
Constante dos gases (Gás perfeito)	1,4
Mach Região X	1,3
Po (pa)	141908
T0 (K)	300
calculado M>1 (antes do choque)	
Mach y	0,79
Px (pa)	51216,57
Tx (K)	224,22
Ax/A*x	1,07
Py (pa)	92445,91
Ty	267,01
Poy (Pa)	138980,96
Depois do choque (escoamento subsônico) M<1	
A/A*y	1,044
Py/Poy	0,665
AS/A*x	1,111
AS/Ax	1,042
AS/A*S	1,133
PS	104332,864
TS	276,401
CS	333,254
Mach numero de saída	
Com choque	Sem choque
0,65	1,43

Tabela 9 – Resultados analítico no escoamento monofásico em bocal difusor

Resultado analítico			
Região	Pressão(Pa)	Velocidade do som local (m/s)	Velocidade (m/s)
0	140000,00	347,19	-
X	50527,95	300,15	390,19
y	91202,94	327,54	257,44
S	102841,33	333,21	218,05
Variação com o simulado			
0	-	0%	-
X	0%	0%	0%
y	2%	1%	8%
S	1%	0%	5%

Os resultados das simulações e dos cálculos analíticos mostraram que o choque no interior do bocal ocorre quando as pressões na seção de entrada se situam na faixa de 1 a 1,4 bar.

Constata-se que a velocidade do ar na seção da garganta alcança Mach=1. Como a garganta do bocal tem diâmetro de 8mm (5/16”), a granalha utilizada é de aço ( $\rho_p = 7980 \text{ Kg/m}^3$ ) e possui um diâmetro médio de 0,25mm (vide Tabela 3) , o tempo de relaxação das granalhas é 1,86 s enquanto o do ar é de 2,35 e-5 s vide Tabela 10). Portanto, o número de Stokes é muito superior a 1, indicando que a inércia do meio disperso é alta em relação à do meio contínuo, de modo que a trajetória das partículas é pouco afetada pelos gradientes de velocidade do fluxo do ar.

Tabela 10 – Tabela de cálculo do número de Stokes

Propriedades meio contínuo	
Viscosidade cinemática ( $\mu_g$ ) (Pa.s)	18,7E-6
Velocidade na garganta ( $u_g$ ) (m/s)	340
Comprimento específico ( $L_c$ ) (m)	0,008
Propriedades meio disperso	
Massa específica ( $\rho_p$ ) ( $\text{Kg/m}^3$ )	7980
Diâmetro da partícula ( $d_p$ ) (m)	0,00025
Cálculo do numero de Stokes (Eq.6)	
Constante de tempo do fluido ( $\tau_f$ ) (s) Eq.7	2,35 E-5
Tempo de relaxação da partícula (s) Eq.8	1,86
<b>Número de Stokes (<math>S_T</math>) Eq.6</b>	<b>7,9 E4</b>

Os experimentos numéricos descritos nesta seção indicaram que as pressões consideradas nos experimentos de Barker et al. (2005) (utilizados como referência para a validação dos modelos numéricos desta dissertação) estão muito acima da faixa de valores compatíveis com a ocorrência de choque. Logo, não se pode atribuir a queda local de pressões, característica das curvas da *Figura 18* a fenômenos de choque.

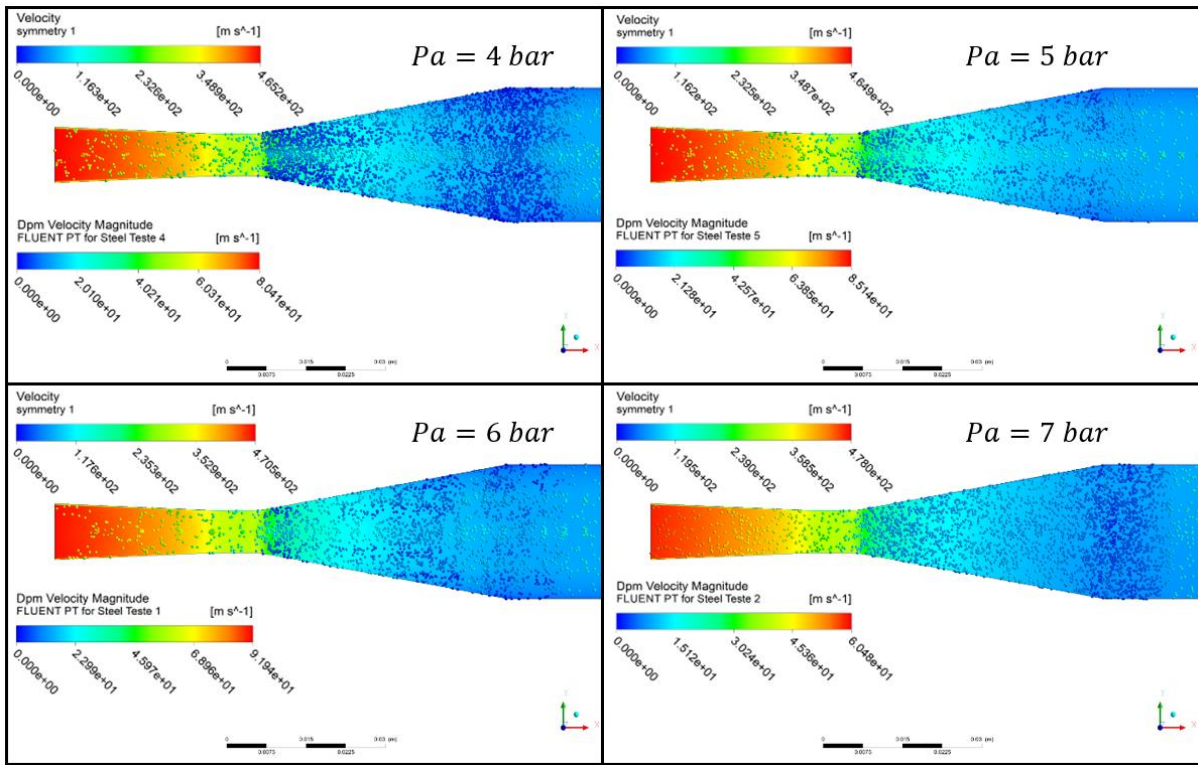
## **6.2. BLOCO 2: ESCOAMENTO BIFÁSICO E ACOPLAMENTO DE DUAS VIAS**

Concluídas as simulações do escoamento monofásico, procedeu-se às simulações do escoamento bifásico.

Esses experimentos numéricos foram realizados para um bocal de 5/16", granalhas S-110, vazão mássica de 2,27 kg/min e pressão de entrada entre 1 e 8 bar. O modelo de acoplamento utilizado foi o de duas vias e, para o coeficiente de arrasto, consideraram-se dois modelos – o proposto por Morsi e Alexander (1972) e o proposto por Crowe (1998).

Na *Figura 30* apresentam-se os campos de velocidades de ambas as fases sólida e gasosa obtidos de simulações baseadas no modelo de Crowe (1988) e pressões de pontos 4,5,6 e 7 bar.

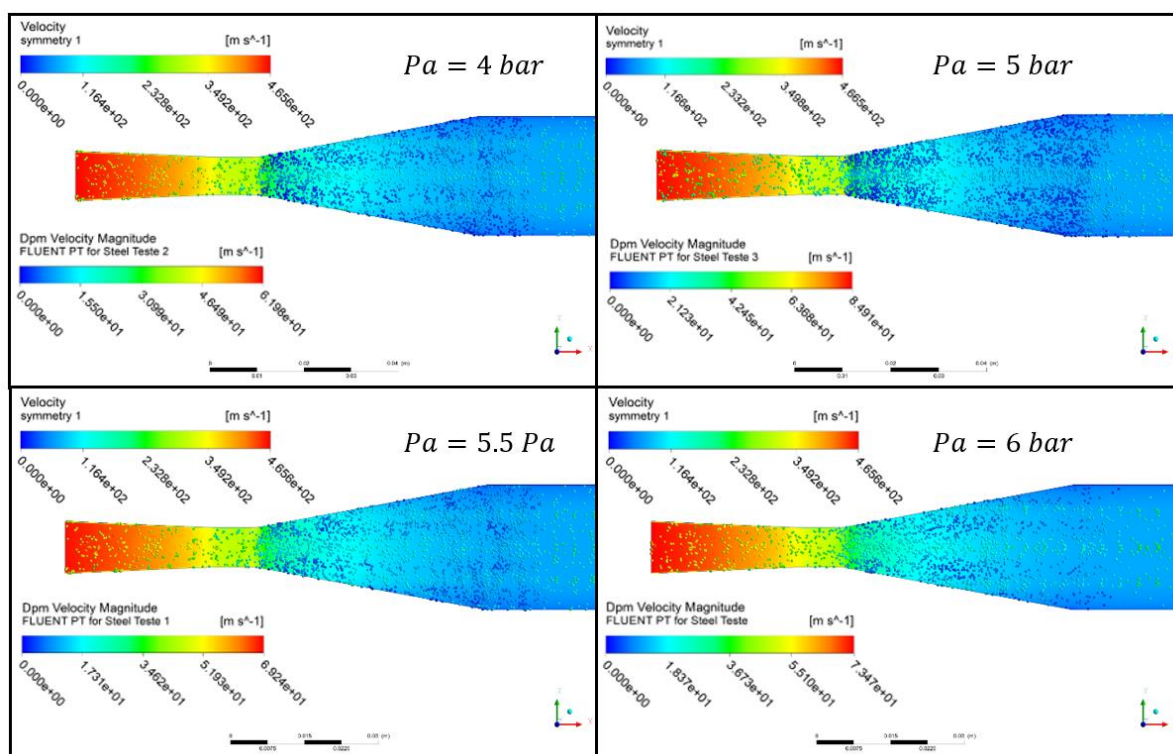
Figura 30 – Campo de velocidades das fases gasosa e sólida. Modelo de Crowe (1988).



Nota-se que na região entre 6 e 7 bar, ocorre uma queda de velocidade da fase sólida, apesar de a velocidade do ar apresentar um aumento. Outro fato importante a destacar é a grande diferença entre a velocidade do ar e a das partículas, pois, conforme indicado na Tabela 10, o escoamento tem elevado número de Stokes ( $S_T \gg 1$ ), ou seja as partículas tendem a seguir suas próprias trajetórias sendo pouco influenciadas pelas linhas de corrente do ar.

Na Figura 31, apresentam-se os resultados das simulações utilizando-se o modelo de Morsi e Alexander (1972) e pressões variando entre 4 e 6 bar

Figura 31 – Campo de velocidade das fase gasosa e sólida. Modelo de Morsi e Alexander (1972).



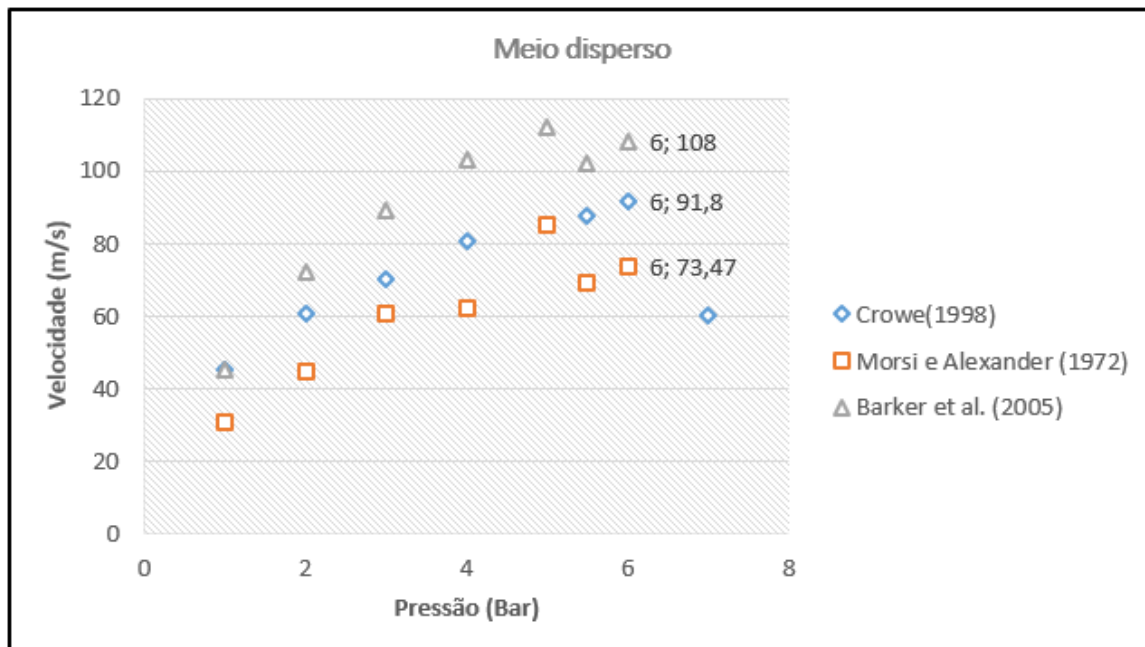
Conforme se pode observar na figura anterior, nesse modelo a queda de velocidade ocorre na faixa de 5,5 a 6 bar. Na Tabela 11 apresentam-se, para cada uma das respectivas condições, o valor da velocidade média das granalhas na seção de saída obtido pela simulação do modelo numérico.

Tabela 11 – Velocidade das partículas em função da pressão de entrada, para a vazão mássica de 2,27 kg/min.

Pressão (bar)	Velocidade (m/s) (Duas-Vias)		
	Crowe(1998)	Morsi e Alexander (1972)	Experimental Barker et al. (2005)
1	45	30,7	45
2	60,5	44,5	72
3	70,2	60,82	89
4	80,4	62	103
5	85,1	84,9	112
5,5	87,8	69,24	102
6	91,8	73,47	108
7	60,4		

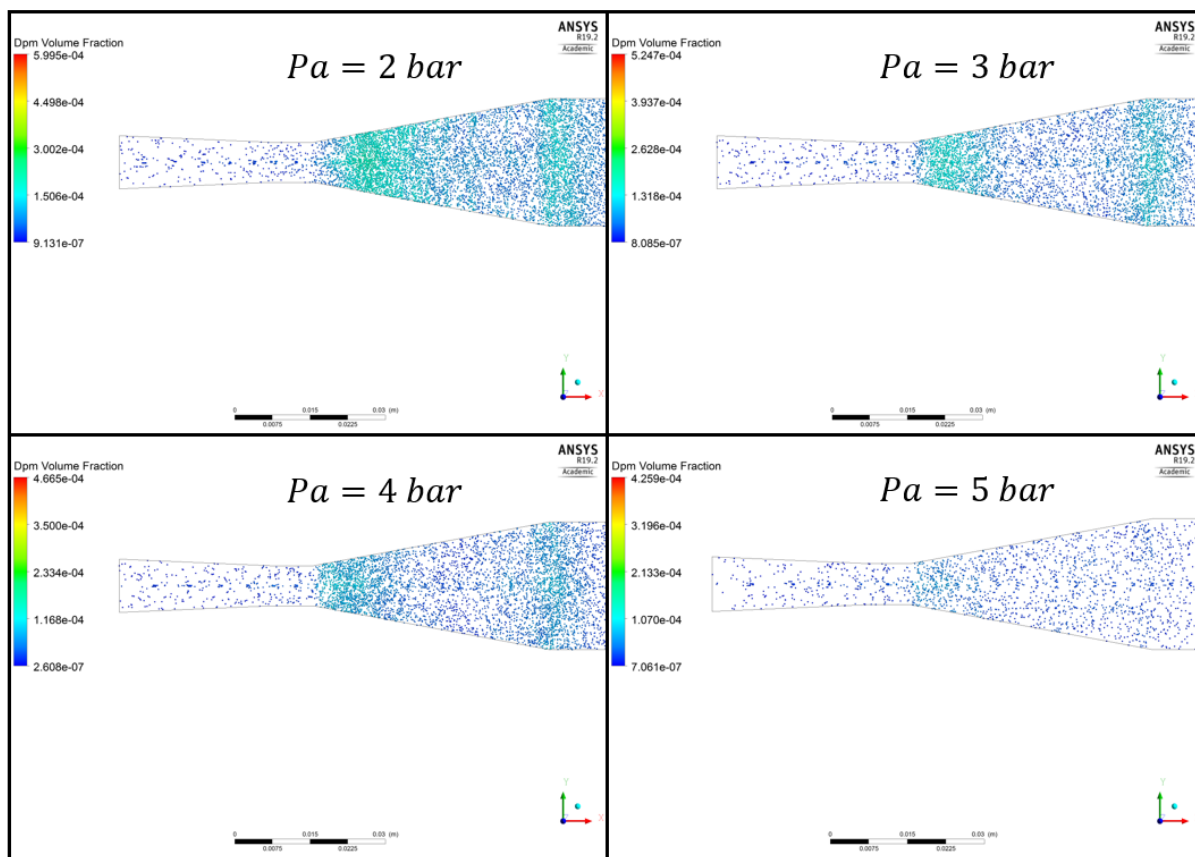
Analisando-se os resultados indicados nos gráficos da Figura 32, nota-se que, dentre os dois modelos de coeficiente de arrasto considerados, o de Crowe (1998) foi o que deu origem a valores de velocidade ( $V_p$ ) que mais se aproximaram dos resultados experimentais obtidos por Barker et al (2005). Isso se explica pelo fato de este modelo ter sido concebido para a análise de escoamentos supersônicos (que é, exatamente, o caso do escoamento considerado neste bloco de simulações). No entanto a queda de velocidade ocorreu a pressões mais altas do que a mostrada no experimento, já o modelo apresentado por Morsi apresentou velocidades bem inferiores a apresentada no experimental, isso poderia estar ocorrendo devido ao escoamento ser supersônico no bocal, o que gera incertezas nos coeficientes de arrastos proposto no modelo, produzindo forças de arrastos abaixo do real, que geram alguma perda de carga em conta no meio fluído que está inadequada para o fenômeno físico real, no entanto vale ressaltar que a queda de velocidade ocorreu na mesma faixa de pressão.

Figura 32 – Gráfico da velocidade máxima das partículas medida na seção de saída.



Dos mesmos experimentos numéricos referentes a esse bloco de simulações, obteve-se também gráficos da evolução espacial da fração volumétrica  $\alpha_p$ , conforme mostrado na Figura 33.

Figura 33 – Concentração volumétrica no bocal ( $P_a = 2, 3, 4$  e  $5$  bar)

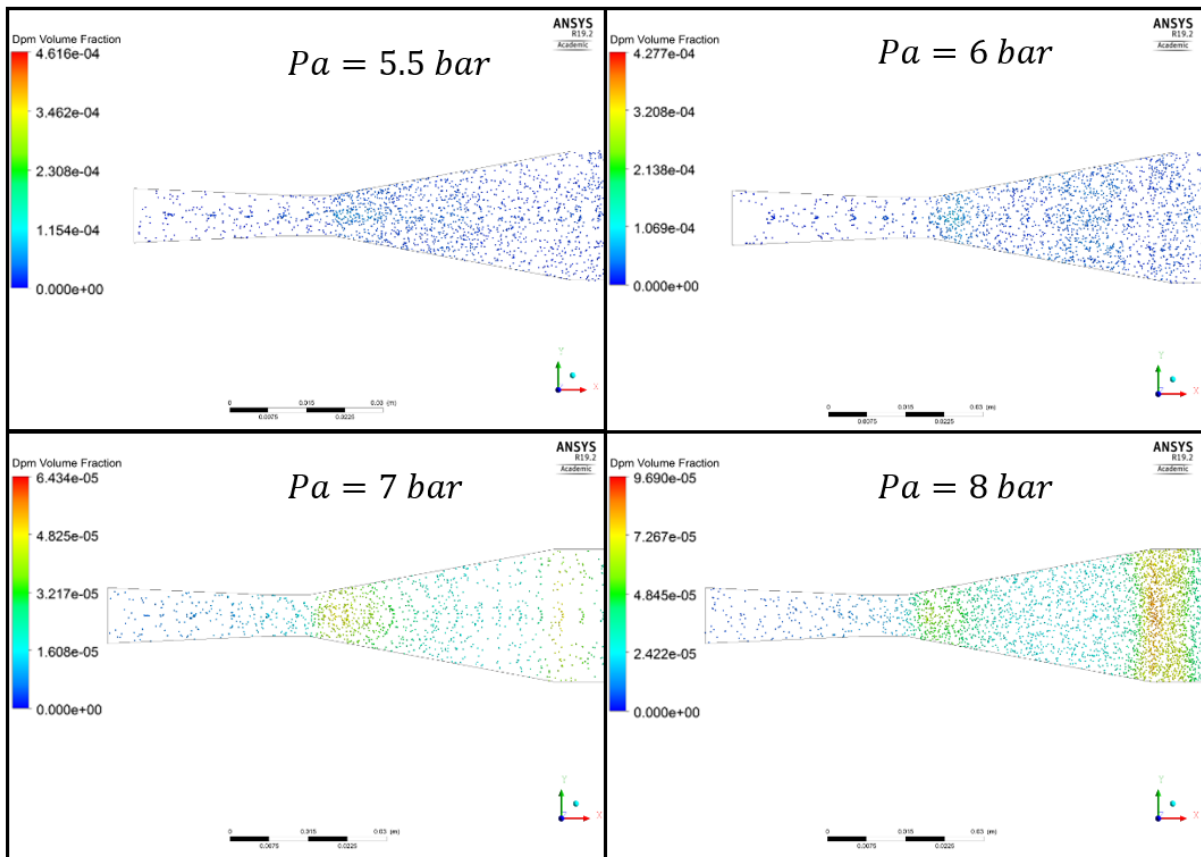


Pode-se observar na Figura 33 que, para pressões de entrada de 2, 3 e 4 bar existe uma desigualdade apreciável na concentração de partículas na região convergente do bocal. As maiores frações volumétricas se concentram próximo à seção de entrada e próximo à garganta. No entanto, com o aumento de pressão, a concentração vai gradativamente se uniformizando, de modo que, com para ( $P = 5$  bar), observa-se que a fração volumétrica é praticamente uniforme em relação a geometria do bocal.

Na Figura 34, destaca-se a distribuição da concentração volumétrica no bocal quando as pressões de entrada situam-se na mesma faixa de valores (5 a 8 bar) onde se verifica a queda local de velocidade das partículas característica dos gráficos da Figura 34



Figura 34 – Concentração volumétrica ( $P = 5.5, 6, 7$  e  $8 Pa$ )



Analisando-se essa figura, nota-se que, para pressões de 5.5 e 6 bar, a concentração volumétrica é bem uniforme na região convergente do bocal; para a pressão de entrada de 7bar, já se percebe um acúmulo de partículas na entrada da garganta; quando a pressão atinge 8 bar observa-se um grande aumento da concentração na região da entrada do bocal. Note-se que a faixa de 7 a 8 bar corresponde à de ocorrência do fenômeno de queda local de velocidade das partículas destacado nos gráficos da Figura 33.

Os padrões de concentração de partículas destacados nas figuras anteriores apresentam uma característica modal que, aparentemente, é causada pela interação das partículas com a parede. No entanto, não se pode excluir a possibilidade de esse fenômeno modal ser gerado pela interação ar-partícula e partícula-ar. Na seção seguinte essa dúvida será esclarecida após a realização das simulações baseadas no modelo de acoplamento de uma via.



Podemos observar ainda que nas faixas de pressões onde se observa a queda de velocidade (*Figura 30*), o maior observado nos experimentos numéricos para as frações volumétricas é de  $\alpha_p = 6,43E - 5$  (vide Figs. 33-34) e situa-se no intervalo de valores referido em Sommerfeld et al. (2014), conforme ilustrado na *Figura 6*, correspondente a acoplamentos de duas vias e de uma via, o que reforça a hipótese (acoplamento de duas vias) utilizada nas simulações anteriores. Nessas condições, cabe ressaltar que o uso de um acoplamento de quatro-vias (inclusão do efeito de choque entre partículas) não produziria um resultado final diferente desses já apresentados, aumentando apenas o custo computacional.

Apesar de os valores gerados pelas simulações estarem abaixo dos obtidos pela via experimental (Barkat et al. (2005)), ambas as curvas de  $u_p$  versus  $P$  apresentam formas similares, inclusive a característica queda local de velocidade nas vizinhanças da abscissa  $P = 6\text{ bar}$ , como mostrado em tópicos anteriores. Note-se que essa queda local de velocidade não pode ser atribuída ao fenômeno de choque, uma vez que os resultados das simulações do escoamento monofásico indicaram que sua ocorrência se dá a pressões na faixa de 1 a 1,4bar, portanto, muito inferiores à de aproximadamente 6 bar mostrada nos gráficos da *Figura 32*.

### **6.3. BLOCO 3: RETIRADA DA PERDA DE CARGA NO AR E AVALIAÇÃO DA TRAJETÓRIA DAS PARTÍCULAS**

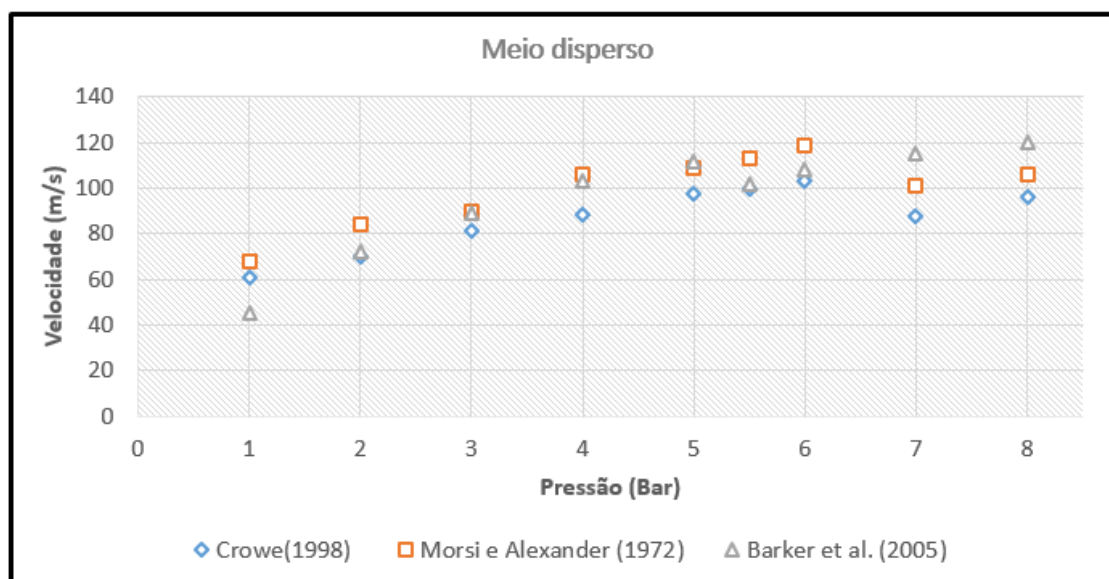
Para se verificar se o acoplamento entre fases poderia ser o agente causador da queda local de velocidades, realizaram-se simulações com o modelo de acoplamento de uma via. A razão para tal decisão se baseia no seguinte raciocínio: se as curvas  $u_p$  geradas por esse modelo forem similares às geradas pelo modelo de acoplamento de duas vias, pode-se concluir que a perda de carga gerada pelas partículas no meio contínuo não é agente causador da queda de velocidade local das próprias partículas.

Os resultados obtidos para a simulação, considerando o acoplamento de uma via e utilizando ambos os modelos de arrasto (o de Crowe (1998) e o de Morsi e Alexander (1972)), estão apresentados na *Tabela 12* e na *Figura 35*.

Tabela 12 – Velocidade das partículas em função da pressão de entrada, para vazões mássicas de 2,27 Kg/min.

Pressão (bar)	Velocidade (m/s) (Uma-Via)		
	Crowe(1998)	Morsi e Alexander (1972)	Experimental Barker et al. (2005)
1	61,03	68,15	45
2	69,7	83,88	72
3	81,3	89,65	89
4	88,5	105,96	103
5	97,33	109	112
5,5	100	113	102
6	103	119	108
7	88	101	-
8	96,4	106	-

Figura 35 – Velocidades das partículas na seção de saída em função da pressão (acoplamento de uma via)



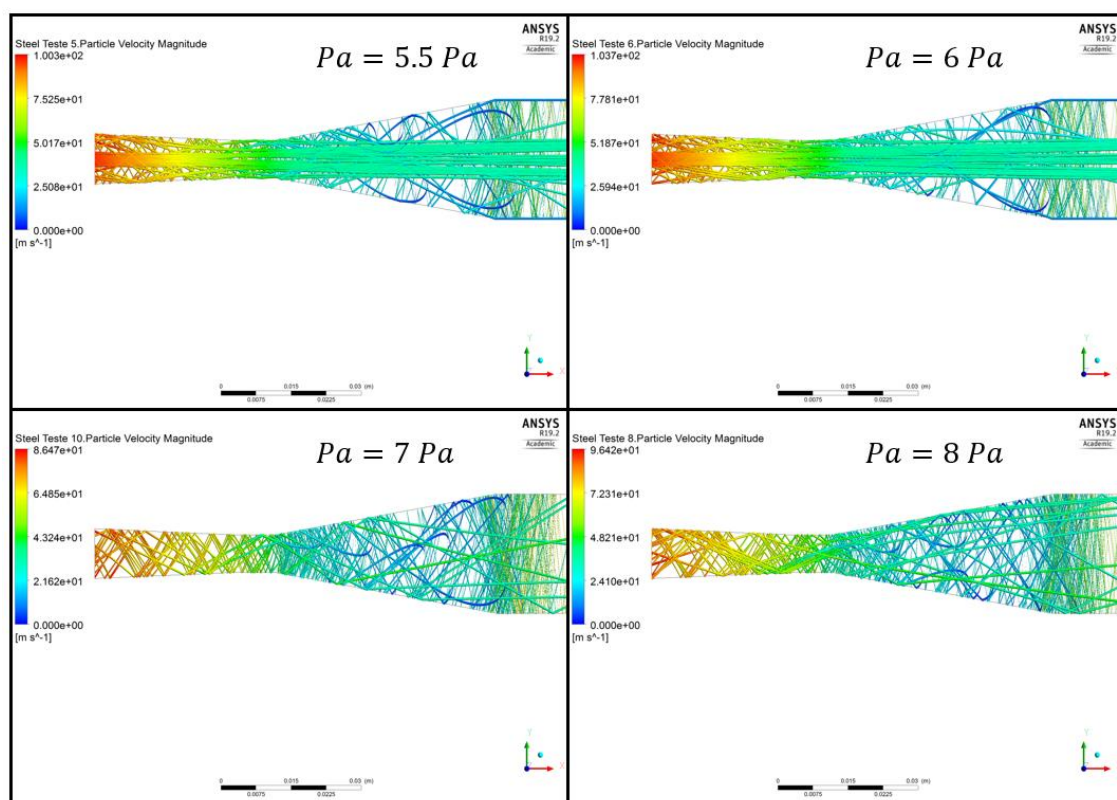
Nota-se, claramente, que os gráficos gerados pelas simulações numéricas são similares ao obtido por Barker et al. (2005). Contudo, a queda local da velocidade das partículas obtida pela via experimental se dá a pressões menores do que as observadas nas simulações numéricas.

De acordo com o argumento apresentado no primeiro parágrafo desta seção, conclui-se que a queda local da velocidade das partículas não é causada pelos efeitos gerados pela fase dispersa sobre a fase contínua (já que o modelo simulado –

acoplamento de uma via - desconsidera esse efeito). Logo, a queda local deve ser causada, possivelmente, pela interação das partículas com a parede.

Por esse motivo, extraíram-se, das simulações anteriores, baseadas no modelo de forças de arrasto de Crowe (1998), os gráficos das trajetórias das partículas, conforme mostrado na Figura 36.

Figura 36 – Trajetórias das partículas no bocal ( $P = 5.5, 6, 7$  e  $8$  bar) (CROWE)

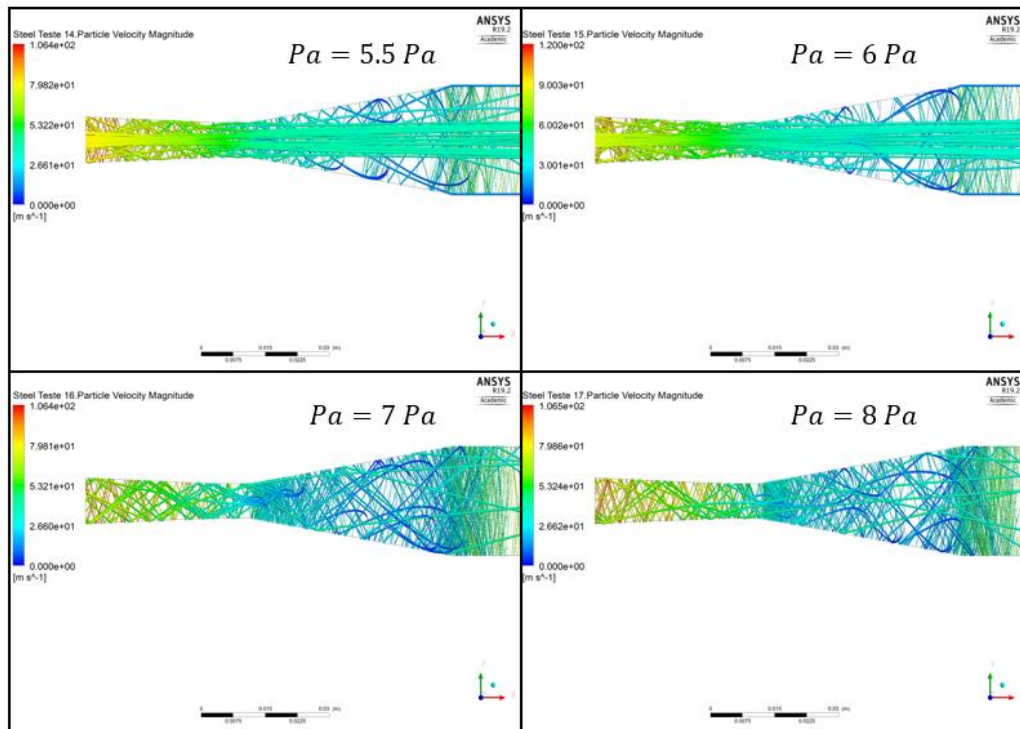


Considerando-se a Figura 36, nota-se que, para pressões de 5,5 e 6 bar existe uma região em torno do eixo central do bocal onde as trajetórias das partículas são assimiláveis a linhas aproximadamente retas. Para pressões mais elevadas, de 7 a 8 bar, as trajetórias das partículas são muito mais complexas, observando-se sucessivos eventos de impacto contra as paredes do duto. Essa dispersão, que leva a partícula a mudar seu curso e chocar-se contra as paredes do duto, pode ser motivada por várias causas, como: a) força Magnus gerada pela rotação da partícula; b) força de sustentação causada pelo gradiente de velocidade na seção duto, causando instabilidade que força a partícula a ricochetear entre as paredes do duto.

Conforme mostrado na Figura 37, o aumento da dispersão das trajetórias das partículas motivado pelo aumento da pressão de entrada, também é observado nos gráficos gerados pela simulação baseada no modelo de forças de arrasto de Morsi e Alexander (1972).

Portanto, em ambos os modelos simulados, verifica-se uma queda na velocidade média das partículas para pressões situadas no intervalo de 6 a 8 bar, reforçando, assim, a hipótese de que a interação partícula-parede é a causadora da queda local de velocidades característica da curva obtida experimentalmente em Barker et al. (2005).

Figura 37 – Trajetória das partículas no bocal ( $P = 5.5, 6, 7$  e  $8$  bar) (Morsi e Alexander).



A região da entrada do bocal, onde ocorre o afunilamento, é a mais propícia a ocorrência de impactos, os quais mudam o curso das partículas, de modo que, muitas delas podem ter seu sentido jusante invertido para montante. Por esse motivo, geraram-se os gráficos das trajetórias das partículas cuja velocidade era oposta no sentido montante. Na Figura 38 usou-se o modelo de Crowe (1998) e na Figura 39 o de Alexander e Morsi (1972).

Figura 38 – Trajetórias das partículas cuja velocidade tem sentido montante ( modelo de arrasto de Crowe (1998))

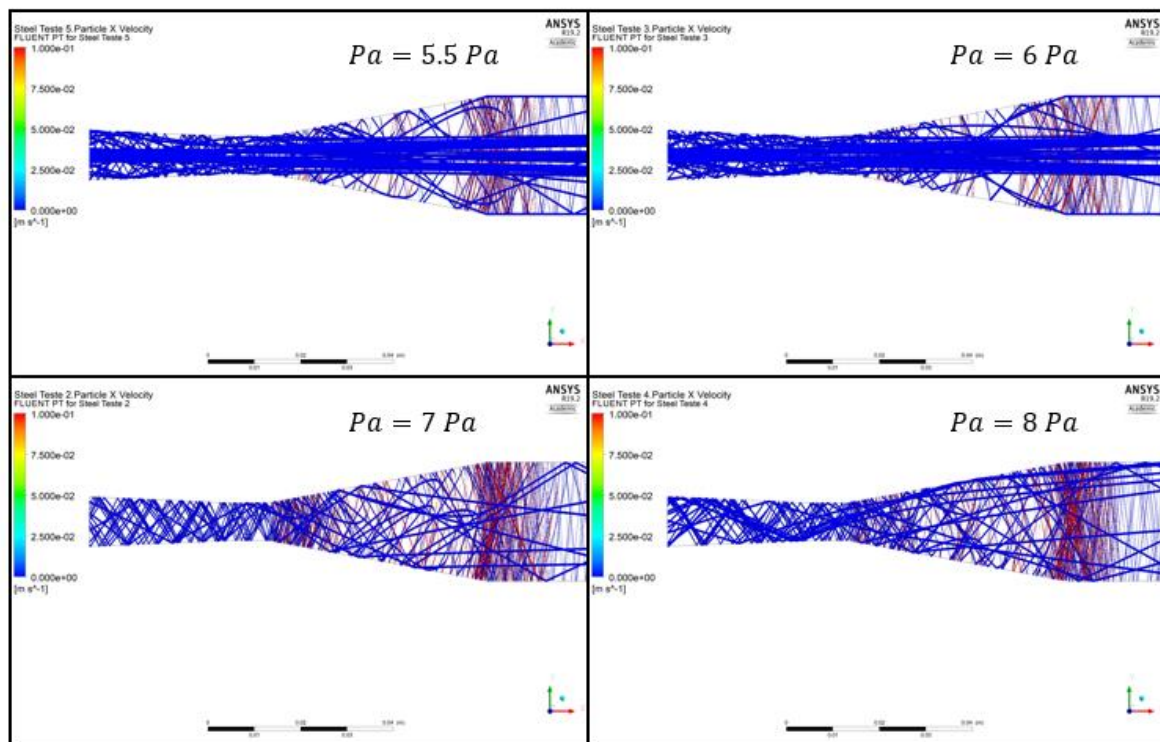
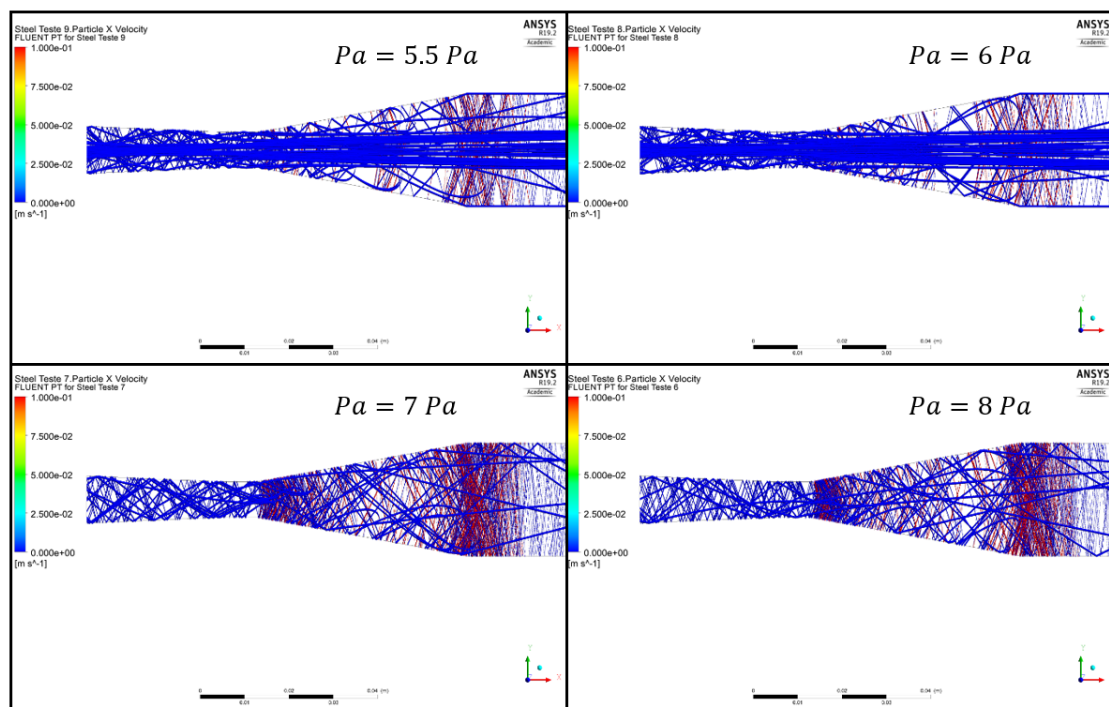


Figura 39 – Trajetória das partículas cuja velocidade tem sentido montante ( modelo de arrasto de Morsi e Alexander (1972))



Em ambas as figuras acima, as trajetórias das partículas com velocidade no sentido montante são desenhadas em vermelho; as demais, em azul. Nota-se que a concentra a concentração de partículas movendo-se com sentido montante aumenta para a pressão de 7 bar, mas diminuir quando a pressão aumenta para 8 bar. Não foi possível, a partir dos experimentos numéricos realizados, explicar de forma clara as razões pelas quais esse padrão de formação de trajetórias evolui com a pressão.

Para melhor observar a concentração de partículas que se movem no sentido montante, geraram-se os gráficos das Figura 40 e Figura 41, onde apenas se observam as trajetórias dessas partículas.

Figura 40 – Trajetória de partículas com velocidade contrária ao fluxo (modelo de CROWE)

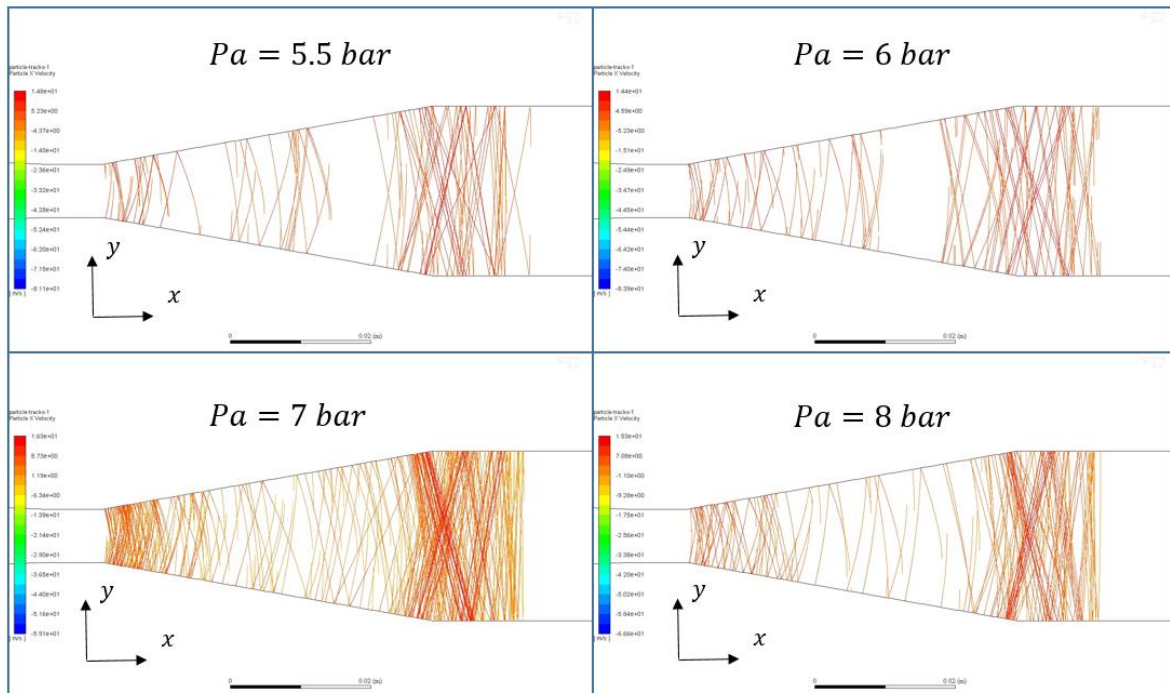
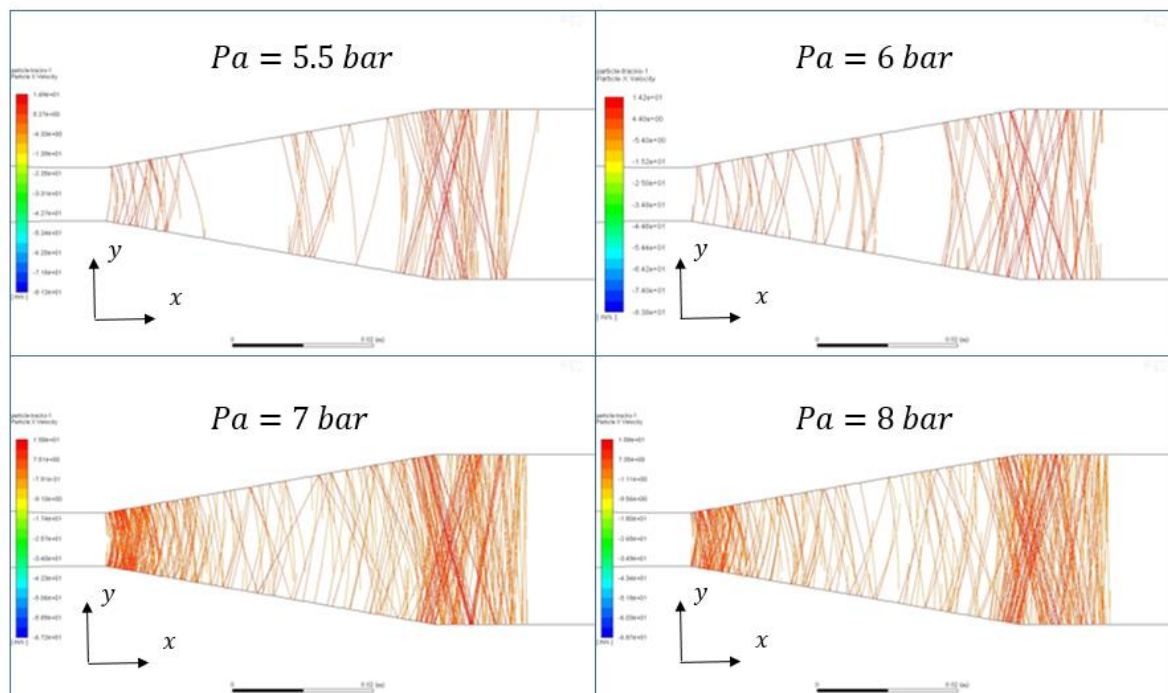




Figura 41 – Trajetória de partículas com velocidade contrária ao fluxo (modelo de Alexander e Morsi)

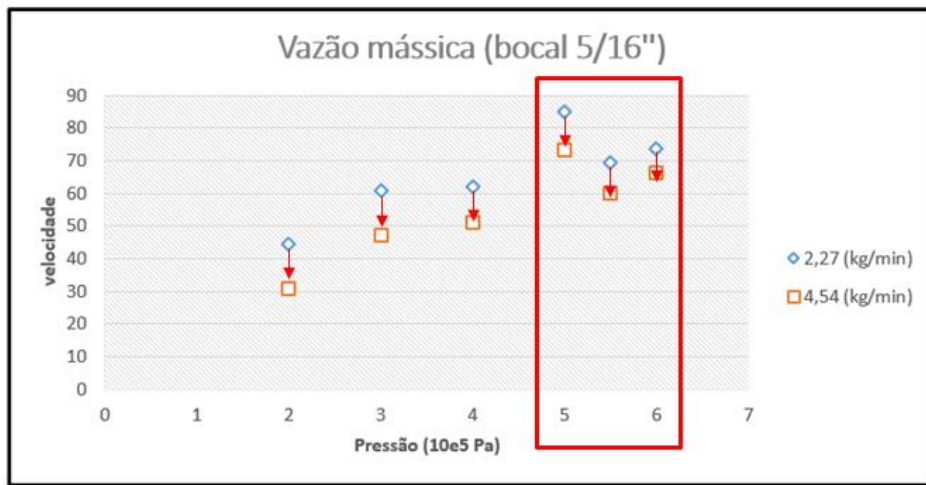


É importante observar que a região onde se encontra a maior densidade de partículas movendo-se no sentido montante é a mesma onde se localizam as maiores frações volumétricas (Figura 33 e Figura 34). Conclui-se, portanto, que o ricocheteamento das partículas contra as paredes é o causador da distribuição irregular da fração volumétrica ao longo do bocal e da consequente queda de velocidade local da fase dispersa característica dos experimentos de Barker (2005).

#### 6.4. AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DA VAZÃO MÁSSICA E DIÂMETRO DO BOCAL

As simulações seguintes foram realizadas com o objetivo de avaliar e consolidar as conclusões, abaixo na Figura 42 segue o modelo de arrasto para altos Mach

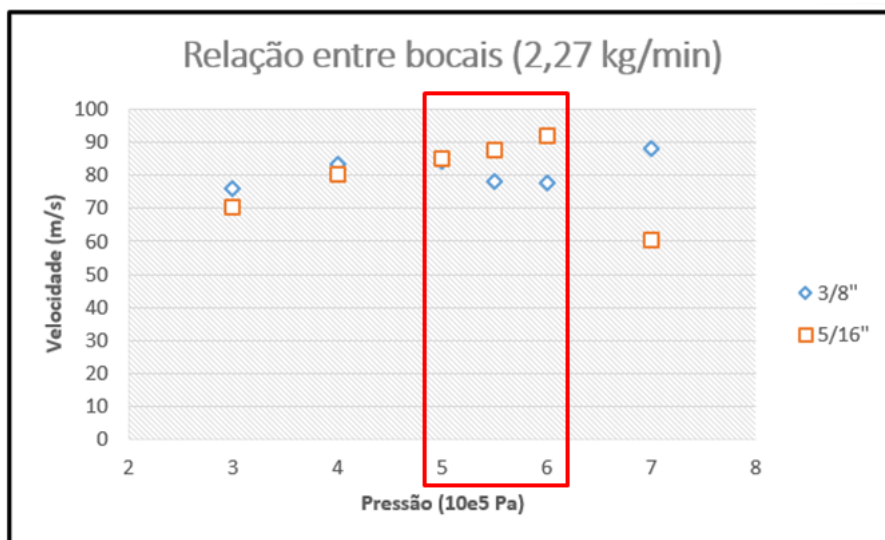
Figura 42 – resposta da simulação com a variação vazão mássica de entrada do meio disperso



Avaliando-se os efeitos do aumento da vazão mássica podemos notar que o fenômeno de queda de velocidade se manteve na mesma faixa de pressão mostrando sua baixa influência no fenômeno estudado, no entanto podemos notar que ocorreu uma queda geral no campo de velocidade da partícula

Uma explicação que pode ser considerada é que em decorrência do aumento da vazão mássica a concentração volumétrica do meio disperso se torna mais significativa, aumentando dessa maneira as perdas de cargas no meio contínuo e a queda no campo de velocidades do meio disperso.

Figura 43 – Gráfico de resposta da simulação variando a garganta do bocal venturi





Aumentando a dimensão da garganta do bocal venturi podemos notar que o campo de velocidade se mantém quase inalterado no entanto ocorre um deslocamento do fenômeno de queda de velocidade singular para faixas de pressões mais baixas como demonstrado na Figura 43. Com o aumento da garganta pode ocorrer a alteração da frequência de impacto entre partícula parede, ocasionando a mudança do modo de atuação do sistema: meio portador (meio disperso e duto), deslocando o fenômeno de queda de velocidade para faixas de pressões mais baixas, reforçando dessa maneira a teoria de que a interação entre partícula parede é o principal causador do fenômeno de queda de velocidade.

## 7. CONCLUSÕES

Nesta dissertação elaboraram-se modelos numéricos representativos do escoamento bifásico ar-sólido ao longo de um trecho da linha de transporte pneumático de um equipamento de *shot peening*, com o propósito de se estimar o campo de velocidades das granalhas na seção de saída do bocal venturi para diferentes condições operacionais do equipamento. Conforme salientado na Introdução deste trabalho, utilizando-se as estimativas do campo de velocidades das granalhas na saída do bocal como dados de entrada de um modelo numérico de jato de partículas incidentes sobre uma superfície plana, tal como o elaborado por Leite (2016), por exemplo, obtêm-se estimativas das velocidades de impacto das granalhas sobre a superfície, condição necessária para o planejamento de processos de conformação de placas e painéis metálicos por *peen forming*.

Aumentando a dimensão da garganta do bocal venturi podemos notar que o campo de velocidade se mantém quase inalterado no entanto ocorre um deslocamento do fenômeno de queda de velocidade singular para faixas de pressões mais baixas como demonstrado na Figura 43. Com o aumento da garganta pode ocorrer a alteração da frequência de impacto entre partícula parede, ocasionando a mudança do modo de atuação do sistema: meio portador (meio disperso e duto), deslocando o fenômeno de queda de velocidade para faixas de pressões mais baixas, reforçando dessa maneira a teoria de que a interação entre partícula parede é o principal causador do fenômeno de queda de velocidade.

Os modelos numéricos elaborados nesta dissertação basearam-se na abordagem Euler-Lagrange e foram implementados com auxílio da ferramenta FLUENT 19.2. Para que esses modelos pudessem ser validados, as simulações foram realizadas sob as mesmas condições dos experimentos relatados por Barker et al. (2005), nos quais se utilizou um instrumento opto-eletrônico para se medir a velocidade das granalhas na seção de saída do bocal venturi de um equipamento de *shot peening* em função da pressão de entrada. Essas curvas experimentais de velocidade das granalhas versus pressão apresentam um padrão bastante peculiar: crescimento monotônico seguido por uma queda local e finalizando com uma nova fase de crescimento monotônico.

Dois tipos de acoplamento de fases foram investigados – o de uma via e o de duas vias. No entanto, foram os modelos numéricos associados a acoplamento de uma via os que geraram curvas de *velocidade de granalha versus pressão* com menor desvio relativo às obtidas experimentalmente. Assim, pôde-se concluir que os efeitos que a fase sólida causa no meio contínuo são desprezíveis para as condições estabelecidas nos experimentos.

Constatou-se ainda, que, para as condições dos experimentos físicos, reproduzidas nos experimentos numéricos, a fração volumétrica era muito pequena ( $\alpha_p < 2\%$ ). Dessa forma, pode-se afirmar que os efeitos da interação partícula-partícula são desprezíveis, tornando desnecessária a análise baseada em acoplamento de quatro-vias.

Apesar dos baixos valores de concentração de particulado sólido, pode-se notar uma desigualdade na distribuição das partículas, com acúmulos nas regiões próximas à entrada do bocal e à seção da garganta. Em particular, há um agravamento da não uniformidade na concentração da fase sólida nas faixas de pressão correspondentes ao fenômeno de queda local de velocidade (vide Figura 34).

Verificou-se, a partir da análise das trajetórias percorridas pelas granalhas, que a formação de zonas de acúmulo de concentração da fase sólida tem sua origem nos eventos de choque das granalhas contra as paredes do bocal; dessa forma, seja por causa da geometria do bocal seja pelo efeito da força magnus associada ao movimento de rotação, as partículas passam a descrever trajetórias com sentido contrário ao do fluxo de ar (vide Figura 41 e Figura 40), dando origem às zonas de acúmulo de concentração indicadas nas simulações. É importante ainda acrescentar que, como o escoamento pneumático apresenta elevado número de Stokes ( $S_T \gg 1$  vide Tabela 10), as partículas, ao sofrerem o primeiro impacto contra as paredes do bocal, dificilmente são aceleradas novamente pelo fluxo de ar; dessa forma, seguem sua própria trajetória, realizando sucessivos impactos contra as paredes do bocal, conforme se pode observar nas Figura 36 e Figura 37.

As simulações mostraram que, na seção de saída do bocal, a distribuição da velocidade do particulado sólido não é uniforme, mas apresenta valores mais elevados nas regiões próximas ao eixo de simetria, diminuindo gradativamente ao longo das direções radiais (vide Figura 37 e Figura 36).

Um fenômeno digno de destaque – o surgimento de padrões modais de concentração de particulado sólido (vide Figura 33 e Figura 34), variáveis em função da pressão de entrada – pôde ser evidenciado durante a realização dos experimentos numéricos. As análises realizadas mostraram que a faixa de pressões em que se observa o fenômeno de queda local da velocidade das partículas é a mesma em que se formam essas zonas de maior concentração de partículas.

É importante destacar que os modelos numéricos propostos nesta nessa dissertação apresentam, ainda, muitas limitações; assim, há espaço para diversas melhorias. Visto que a interação parede-partícula é um dos eventos que mais influencia o escoamento sólido-gás no interior do bocal, a inclusão de um modelo de parede rugosa, baseado no conceito de *parede virtual* proposto por Sommerfeld (indicar o ano), contribuiria para que o campo de velocidades das partículas gerado nas simulações fosse mais coerente com o fenômeno físico. Muitas outras melhorias poderiam ainda resultar caso se refinassem os valores dos diversos parâmetros utilizados nas simulações. Alguns parâmetros, como, por exemplo, o coeficiente de atrito granalha-parede e o coeficiente de restituição, foram extraídos diretamente de manuais de Engenharia, sem que se considerassem, de forma mais detalhada, as características de rugosidade das superfícies e dos materiais envolvidos nas colisões.

Para finalizar, é importante destacar que os modelos numéricos representativos do escoamento de granalhas ao longo da linha de transporte pneumático de um equipamento de *shot peening* foram devidamente validados contra resultados experimentais extraídos da literatura. Note-se, porém, que essa validação abrangeu uma faixa bem definida de valores dos parâmetros do equipamento, de modo que o uso dos modelos propostos para outras condições em que o equipamento venha a operar (ou seja, diferentes valores de vazão mássica, de granulometria de particulado e de geometria do bocal) somente é adequado se os valores dos adimensionais que governam o escoamento sólido-gás, ou seja, o número de Stokes e a fração volumétrica, forem compatíveis com as hipóteses utilizadas nos modelos propostos nesta dissertação.

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Rochas e solos. Rio e Janeiro, ABNT (NBR 6502), 2005.
- [2] AGGARWALD, M. L.; KHAN, R. A.; AGGARWALD, V. P.; R.A. Khan, V.P. Influence of shot peening intensity on fatigue design reliability of 65Si7 spring steel. Indian J. Eng. Mater. Sci., V.12, pp. 515-520, 2005
- [3] AKILLI, H.; LEVY, E. K.; SAHIN, B. Gas–solid flow behaviour in a horizontal pipe after vertical-to-horizontal elbow. Powder Technology, 116, pp. 43-52.
- [4] ALMEIDA N. P., TAVARES F. P., SANTOS K. G. Dinâmica das partículas de soja em tambor rotativo de bancada empregando o método de elementos discretos. Universidad federal de são carlos, 2015.
- [5] ALMEN, J. Shot blasting test. US Patent 2.350.440. United States Patent Office, 1944, 2001.
- [6] AL-OBAID, Y. F. Shot peening mechanics: experimental and theoretical analysis. Mechanics of Materials, 19, p.251-260, 1995.
- [7] ANDERSON, T. B.; JACKSON, R. A Fluid Mechanical Description of Fluidized Beds, .I & EC Fundam, V.6, pp.527–534. 1967
- [8] ANDREWS, M.J.; O’ROURKE, P.J. The multiphase particle – in – cell method for dense particulate flows, Int. J. Multiphase Flow, V.22, pp.379, 1996
- [9] ARAUJO, R. Aumento de confiabilidade em correias transportadoras por manutenção preventiva e corretiva. Ouro Preto: UFOP, 2010.
- [10] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Especificações geométricas do produto (GPS) - Rugosidade: Método do perfil - Termos, definições e parâmetros da rugosidade, NBR ISO 4287, 2002.
- [11] AZZOLA, J.; HUMPHREY, J.A.C.; IACOVIDES, H.; LAUNDER, B. E. Developing turbulent flow in a U-bend of circular cross-section: measurement and computation. Transactions of the ASME Journal of Fluids Engineering, 108, pp. 214-221, 1986.

- [12] BARKER B., W.; YOUNG, K.; POULIOT, L. Particle velocity sensor for improving shot peening process control. Proceedings of the ICSP9 – 9<sup>th</sup> International Conference on Shot Peening, Paris, 2005.
- [13] BLODGETT, M. P.; NAGY, P. B. Eddy current assessment of near-surface residual stress in shot-peened nickel-base superalloys. *Journal of Nondestructive Evaluation*, v. 23, n. 3, p. 107-123, 2004.
- [14] CABEZAS-GÓMEZ, L. C.; MILIOLI, F. E. Modelagem Matemática e Simulação numérica do escoamento Bifásico Gás-Sólido num Leito Fluidizado Circulante. XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM, 1999.
- [15] CAMPOS, M. M. Análise de Escoabilidade de Pós. São Carlos: UFSCAR, 2012.
- [16] CARVALHO, L. et al. Análise de modelos de coesão capilar para simulação numérica de escoamento granulados. VII Congresso nacional de engenharia mecânica, São Luís (MA), 2012.
- [17] CARVALHO, L. Análise de modelos de coesão capilar para simulação de fluxo de materiais granulares aplicada ao manuseio do minério de ferro. Programa de pós-graduação em engenharia mecânica. BELÉM-PA: UFPA, 2013.
- [18] CHAMPAIGNE, J. Almen gage accuracy and repeatability. Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Shot Peening, p.15-26, 1993.
- [19] CHANG, S. M.; HUMPHREY, J.A.C.; MODAVI, A. Turbulent flow in a strongly curved U-bend and downstream tangent of square cross-sections. *Physico-Chemical Hydrodynamics*, V.4, pp. 243-269, 1983.
- [20] CHEN, X.; WANG, J. A comparison of two-fluid model, dense discrete particle model and CFD-DEM method for modeling impinging gas–solid flows, *Powder Technol.*, V.254, pp. 94-102, 2014
- [21] CHUNG, Y. C.; Ooi, J. Y. Benchmark tests for verifying discrete element modelling codes at particle impact level. *Granular Matter* (2011), 13:643-656.
- [22] CLARKE, D.; BIRLEY, S. S. The control of manual shot peening. Proceedings of the 1<sup>st</sup> International Conference on Shot Peening, p.14-17, 1981.
- [23] CLÁUDIO, R. A.; SILVA, J. M.; BRANCO, C. M.; BYRNE, J. Fatigue life prediction of shot peened components. *Ciência & Tecnologia dos Materiais*, v. 20, n. 1-2, p. 99-105, 2008.

- [24] CLEARY, P.W. The effect of particle shape on simple shear flows. Elsevier. Powder Technology, V.179, 2008.
- [25] CROWE, C., SOMMERFELD, M. and YUTAKA TSUJI. Multiphase Flows with Droplets and Particles. CRC Press. 1998.
- [26] CUNDALL, P.A.; STRACK, O.D.L. A discrete numerical model for granular assemblies. Geotechnique. V. 29, No. 1, 1979.
- [27] DING, J.; GIDASPOW, D. A Bubbling Fluidization Model Using Kinetic Theory of Granular Flow. AIChE J., V.36 (4). pp. 523–538,1990.
- [28] DOMENECH, A.; CEBRIÁN, J. Introduction to the study of rolling friction. IB-Bunol, ICE-University of Valencia. Valencia, 1986.
- [29] ENAYET, M. M.; GIBSON, A. M. P. K.; TAYLOR, M.; YANNESKIS, M. Laser-doppler measurements of laminar and turbulent flow in a pipe bend. International Journal of Heat and Fluid Flow, V.3, pp. 213-219, 1982.
- [30] ENWALD, H.; PEIRANO, E.; ALMSTEDT A. E. Eulerian two-phase flow theory applied to fluidization. International Journal of Multiphase Flow, v.22, p.21-66, 1996.
- [31] FAVIER, L.; DAUDON, D.; DONZÉ, F.; MAZARS, J. Validation of a dem granular flow model aimed at forecasting snow avalanche pressure. In AIP Conference Proceedings, 2009.
- [32] FRANK, T.; SCHADE, F. P.; PETRAK, D. Numerical simulation and experimental investigation of a gas–solid two-phase flow in a horizontal channel. International Journal of Multiphase Flow, 19, pp. 187-198, 1993.
- [33] FUCHS, H.O. Defects and virtues of the Almen intensity scale. Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on Shot Peening, p.74-78, 1984.
- [34] GAVI, J. Solução em transporte e transferência de materiais. V.1 ,Vitória: 2001.
- [35] GOMÉZ, L. C.; MIOLI, F. E. Gas-Solid Two-Phase Flow in the Riser of Circulating Fluidized Beds. Mathematical Modelling and Numerical Simulation, J. Braz. Soc. Mech. Sci., V.23, n.2, 2001

- [36] GREEN, R. G.; GREGORY, I. A.; HENERY, R. M.; HILL, E. J. Measurement of shot velocity at the nozzle of a shot-peening machine. Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference on Shot Peening, Paris, p.385-391, 2005.
- [37] GRIFT, T. Fundamental mass flow measurement of solid particles. Particulate Science and Technology, v.21, p.177-193, 2003.
- [38] GRIMA, A.; WYPYCH, P. On Improving the Calibration and Validation of Computer Simulations for Bulk Materials Handling Systems. Australian Bulk Handling Review: p 84-91, 2010.
- [39] GRIMA, A.; WYPYCH, P. Discrete element simulation of a conveyor impact-plate transfer: calibration, validation and scale-up. Australian Bulk Handling Review, p 64-72, Maio/Junho, 2010.
- [40] GRIMA, A.; WYPYCH, P. Discrete element simulation validation: Impact plate transfer station. BulKSolids Europe 2010: Alemanha, 2010.
- [41] GRIMA, A.; WYPYCH, P. Effect of particle properties on the Discrete Element Simulation of Wall Friction. 11<sup>th</sup> International Congress on Bulk Materials Storage. Australia, 2013.
- [42] GROGER, T.; Tuzun, U.; Heyes, D. M. Modelling and measuring of cohesion in wet granular materials. Powder Technology. Surrey, 2003.
- [43] GROGER, T.; KATTERFIELD, A. On the Numerical Calibration of Discrete Element Models for the Simulation of Bulk Solids. 16<sup>th</sup> European Symposium on Computer Aided Process Engineering. Alemanha, 2006.
- [44] HEINL, E.; BOHNET, M. Numerical Simulation of Particle Wall Adhesion in Gas-solid Flows. Chemical Engineering & Technology, V.27 (11), pp.1143–1146, 2004.
- [45] HINDS, W.C. Aerosol Technology: Properties, Behavior, and Measurement of Airborne Particles. John Wiley and Sons, New York, 1999
- [46] HRIBERNIK, A.; BOMBEK, G.; MARKOCIK, I. Velocity measurements in a shotblasting machine. Flow Measurement and Instrumentation, 14, p. 225-231, 2003.
- [47] HUMPHREY, J. A. C.; WHITELAW, J. H.; YEE, G. Turbulent flow in a square duct with strong curvature. Journal of Fluid Mechanics, 103, pp. 363-443, 1981.



- [48] JENKINS, J.T.; AND RICHMAN, M.W. Grad's 13 moment system for a dense gas of inelastic spheres, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, v.87, n.4, p.355-377, 1985.
- [49] JOHNSON, K. L. *Contact mechanics*. Cambridge University Press, 1985.
- [50] KHARAZ, A.H.; GORHAM, D.A., SALMAN, A.D. Accurate measurement of particle impact parameters, *Meas.Sci. Technol.*, 10, pp.31-35, 1999.
- [51] KHARAZ, A.H.; GORHAM, D.A.; SALMAN, A.D. An experimental study of the elastic rebound of spheres, *Powder Technol.*, V.120 ,pp. 281-291, 2001
- [52] KIRK, D.. Interactive shot peening control. *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Shot Peening*, p.1-15, 1993.
- [53] KRITZLER, J.; W. WÜBBENHORST, W. Inducing compressive stresses through controlled shot peening. In: *Handbook of Residual Stresses and Deformation of Steel*, ASM International, pp. 345-358, 2003.
- [54] KUSSIN, J.; SOMMERFELD, M. Experimental studies on particle behaviour and turbulence modification in horizontal channel flow with different wall roughness. *Experiments in Fluids*, 33, pp. 143-159, 2002.
- [55] LAÍN, S.; SOMMERFELD, M. Characterisation of pneumatic conveying systems using the Euler/Lagrange approach, *Powder Technology*, V.235, pp.764-782, 2013.
- [56] LAÍN, S.; SOMMERFELD, M. Numerical calculation of pneumatic conveying in horizontal channels and pipes: detailed analysis of conveying behavior, *Int. J. Multiphase Flow*, V.39, pp. 105-120, 2012
- [57] LANDAU, L. D; LIFSHITZ E. M. *Theorie de L'Elasticite*. Mir: Moscou, 1967. *Theory of Elasticity*. 3rd, Oxford, 1986.
- [58] LECOFFRE, Y.; BONAZZI, X.; JOUET, F.; HUET, D.; DANIEL, H. TRAVEL: a real time particle velocity measuring system for use in shot peening. *The Shot Peener*, vol. 7, no.2, p.22-24, 1993.
- [59] LEITE, R. A. B. *Planejamento de processos de peen forming baseado em modelos analíticos do jato de granhas e do campo de tensões residuais induzidas na peça*. Dissertação de Mestrado. EPUSP, 2016.

- [60] Kato, Y., Omiya, M., Hoshino, H. Modelling of Particle Behaviour in Shot Peening Process. *Journal of Mechanical Engineering and Automation*, 4(3), 83-91, 2014.
- [61] LI, A.; AHMADI G. Dispersion and Deposition of Spherical Particles from Point Sources in a Turbulent Channel Flow. *Aerosol Science and Technology*, V.16. 209–226, 1992.
- [62] Li, H. Z., Wang, J., & Fan, J. M.. Analysis and modelling of particle velocities in micro-abrasive air jet. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 49(11), 850–858, 2009
- [63] LI, K.; KUANG, S. B.; PAN, R.H.; YU, A.B. A Numerical study of the influence of particle friction on horizontal pneumatic conveying, *AIP Conference Proceeding.*, V.1547, pp.75-77, 2013
- [64] LI, J. K.; MEI, Y.; DUO, W. Mechanical approach to the residual stress field induced by shot peening. *Materials Science and Engineering*, A147, p.167-173, 1991.
- [65] LLANEZA, V., BELZUNCE, F.J. Study of the effects produced by shot peening on the surface of quenched and tempered steels: roughness, residual stresses and work hardening *Applied Surface Science*, 356, pp. 475-485, 2015.
- [66] LLANEZA, V.; BELZUNCE, F.J. Optimal shot peening treatments to maximize the fatigue life of quenched and tempered steels. *Journal of Materials Engineering and Performance*, V.24, n.7, pp. 2806-2815, 2015.
- [67] LOTH, E., *PARTICLES, DROPS AND BUBBLES: FLUID DYNAMICS AND NUMERICAL METHODS*, University of Virginia, 2010
- [68] MA, A.C.; WILLIAMS, K.C.; ZHOU, J.M.; JONES, M.G. Numerical study on pressure prediction and its main influence factors in pneumatic conveyors, *Chem. Eng. Sci.*, V.65, pp. 6247-6258, 2010.
- [69] MALLOUPPAS, G.; VAN WACHEM, B. Large Eddy Simulations of turbulent particle-laden channel flow, *Int. J. Multiphase Flow*, V.54, pp. 65-75, 2013
- [70] MANJULA, E.V.P.J.; HIROMI ARIYARATNE, W.K. Chandana Ratnayake, Morten C. M., A review of CFD modelling studies on pneumatic conveying and challenges in modelling offshore drill cuttings transport, *Powder Technol.*, V.305, pp. 782-793, 2017

- [71] MCGLINCHEY, D. Characterisation of bulk solids. Blackwell Publishing Ltd, Center for industrial bulk solids Handling, Glasgow Caledonian University, UK, 2005.
- [72] MESQUITA, A. L. A. et. al. Uso do método dos elementos discretos em manuseio de minérios e sua contribuição para a pós graduação e graduação no curso de engenharia mecânica da UFPA. XL Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, Belém (PA), 2012.
- [73] MENTER, F. R. Two equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA Journal, V.32, n.8, pp. 1598 – 1605, 1994
- [74] MFN. Shot Peening: A Dynamic Application and Its Future Metal Finishing News, Switzerland (2009).
- [75] MIC Staff. Shot peening Applications. Metal improvement company, 8<sup>th</sup> Ed., New Jersey, 2001.
- [76] MILLER, A. E.; GIDASPOW, D. Dense, vertical gas-solid flow in a pipe, AIChE Journal, v.38, n.11, p.1801-1815, 1992.
- [77] MINDLIN, R.D. Compliance of elastic bodies in contact . Journal of Applied Mechanics, V.16 (259), p. 16. (p. 81, 152), 1949.
- [78] MINDLIN, R.D.; DERESIEWICZ, H. Elastic Spheres in Contact Under Varying Oblique Forces. Journal of Applied Mechanics, V.20, pp. 327–344. (p. 47, 48), 1953.
- [79] MOORISEY, J. P. Discrete Element Modelling of Iron Ore Pellets to Include the Effects of Moisture and Fines. Institute for infrastructure and Environment School of Engineering. Edinburgh, 2013.
- [80] MOURA, L.; LAMAS, W.; GRANGINETTI, J. Análise CFD da proposta de melhoria geométrica durante escoamento multifásico de mineral granulado sobre processo de secagem e transporte em chute de descarga, ENGINEERING RESEARCH TECHNICAL REPORTS, V. 4. 2013.
- [81] MORSI, S. A.,ALEXANDER, A. J. (1972). An investigation of particle trajectories in two-phase flow systems., Journal of Fluid Mechanics, Volume 55 , Issue 02, pp 193 208, 1972

- [82] NING, A. Elasto-Plastic impact of fine particle and fragmentation of small agglomerates, Phd Thesis, The University of Aston in Birmingham, 1999
- [83] OESTERLE, B.; BUI DINH, T. Experiments on the lift of a spinning sphere in a range of intermediate Reynolds numbers. *Exp. Fluids*, V.25, pp.16-22, 1998
- [84] OLIVEIRA Jr., J.A.A.; SOUZA, J.Z.; FONTES, C.E.; WALDMANN, A.T.A.; MARTINS, A.L. Modeling Drilling Fluid Losses in Fractured Reservoirs. SPE Latin America and Caribbean Petroleum Engineering Conference 151021-MS, Mexico City, Mexico, 2012
- [85] PATANKAR, SV. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. New York, 1980.
- [86] POPOFF, B.; BRAUN, M. A Lagrangian Approach to Dense Particulate Flows. In: International Conference on Multiphase Flow, Leipzig, Germany, 2007.
- [87] PORTELA, L. M.; COTA, P.; OLIEMANS, R. V. A. Numerical study of the near-wall behaviour of particle in turbulent pipe flows. *Powder Technology*, V. 125, pp. 149-157, 2002.
- [88] PORTELA, L. M.; OLIEMANS, R. V. A. Eulerian-Lagrangian DNS/LES of particle-turbulence interactions in wall-bounded flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, V. 43, pp. 1045-1065, 2003.
- [89] PORTELA, L.M., OLIEMANS, R.V.A. Possibilities and Limitations of Computer Simulations of Industrial Turbulent Dispersed Multiphase Flows. *Flow turbulent Combust*, p. 384-403, 2006
- [90] RAMATI, S.; LEVASSEUR, G., KENNERKNECHT, S. Single piece wing skin utilization via advanced peen forming technology, *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Shot Peening*, p.1-18, 1999.
- [91] RATNAYAKE, C. A comprehensive scaling up technique for pneumatic transport systems, University of Science and Technology, The Norwegian, Ph.D. Thesis, 2005
- [92] RIOS, R. D. Aplicações do Método dos Elementos Discretos em Estruturas de Concreto. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul Porto Alegre, p.151, 2002.

- [93] RIOS, R. D.; RIERA, j. d.; ITURRIOZ, I. Uma Contribuição ao Entendimento do Efeito de Escala em Estruturas de Concreto. In: MECÁNICA COMPUTACIONAL, Santa Fé-Paraná, Argentina, v. 21, p. 979-991, 2002.
- [94] RODI, W.; FERZIGER, J. H.; BREUER, M.; POURQUIÉE, M. Status of Large Eddy Simulation: Results of a Workshop. *Journal of Fluids Engineering*, V.119 (2), pp.248, 1997.
- [95] RODRIGUES, L.D., Medição de tensões residuais em tubos visando a determinação de esforços em dutos enterrados. Dissertação de Mestrado, DEM, PUCRio, abril 2007.
- [96] SANTOS, E. G. ; MESQUITA, A. L. A.; GOMES, L. M.; FAGURY NETO, E.; MAFRA, M. P. Análise da forma geométrica da partícula na aplicação do Método dos Elementos Discretos – DEM. 2012. Anais do CONEM 2012, VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, São Luís (MA), 8p, 2012.
- [97] SAFFMAN, P. G. The Lift on a Small Sphere in a Slow Shear Flow". *J.Fluid Mech*, V.22, pp. 385–400, 1965.
- [98] SALMAN, A. D.; GORHAM, D. A.; SZABÓ, M.; HOUNSLOW, M.J. Spherical particle movement in dilute pneumatic conveying, *Powder Technology*, V.153, pp 43-50, 2005
- [99] SALMAN, A.D.; GORHAM, D.A., Verba A. Particle–wall impact in dilute pneumatic conveying, *Proc. 2nd Israel Conf. Conveying and Handling of Particulate Solids*, Jerusalem, 1997.
- [100] SCHULZE, D. *Powder and Bulk Solids*. Springer, 2007.
- [101] SOMMERFELD, M; HUBER, N. Experimental analysis and modelling of particle–wall collisions. *International Journal of Multiphase Flow*, V.25, pp. 1457-1489, 1999.
- [102] SOMMERFELD, M. KUSSIN, J. Wall roughness effects on pneumatic conveying of spherical particles in a narrow horizontal channel. *Powder Technology*, V.142, pp. 180-192, 2004.
- [103] SOMMERFELD M., *General Features of Multiphase Flows*, 2014

- [104] SOMMERFELD, M. Validation of Stochastic Lagrangian Modelling Approach for Inter-particle collisions in Homogeneous Isotropic Turbulence. *Int. J. Multiphase Flow*, V.27, pp.1829 – 1858, 2001.
- [105] SUDO, K.; SUMIDA, M.; HIBARA, H. Experimental investigation on turbulent flow in a circular-sectioned 90-degree bend. *Experiments in Fluids*, V.25, pp. 42-49, 1998.
- [106] SYAMLAL, M.; ROGERS, W.; O'BRIEN, T. J. MFIx Documentation: volume 1, theory guide. National Technical Information Service, Springfield, V.1, 1993.
- [107] TAYLOR, A. M. P. K.; WHITELOW, J. H.; YANNESKIS, M. Curved ducts with strong secondary motion: velocity measurements of developing laminar and turbulent flow. *Transactions of the ASME Journal of Fluids Engineering*, V.104, pp. 350-359, 1982.
- [108] TEIXEIRA, L. G. R. Determinação das propriedades físicas e de fluxo do café projeto estrutural de silos e equipamentos. Dissertação de Mestrado. Lavras: UFLA, 2006.
- [109] TEKELI, S. Enhancement of fatigue strength of SAE 9245 steel by shot peening. *Materials Letters*, V.57, pp. 604-608, 2002.
- [110] THORNTON, C. *Granular Dynamics, Contact Mechanics and Particle System Simulation*. Ed. Springer. V.24, Birmingham, 2015.
- [111] TORRES, M. A. S.; VOORWALD, H.J.C. An evaluation of shot peening, residual stress and stress relaxation on the fatigue life of AISI 4340 steel *International Journal of Fatigue*, V.24, pp. 877-886, 2002.
- [112] TREJO, A. M. M.; OLIVEIRA NETO, O. N.; ROSÁRIO, E. S. B.; MESQUITA, A. L. M. Projeto de um chute de transferência de alumina hidratada usando DEM. *Anais do IV Congresso Internacional de Alumínio, X Seminário Internacional de Reciclagem de Alumínio*. São Paulo-SP, p.567-577, 2010.
- [113] VAN WACHEM, B.; ZASTAWNY, M.; ZHAO, F.; MALLOUPPAS G. Modelling of gas–solid turbulent channel flow with non-spherical particles with large Stokes numbers, *Int. J. Multiphase Flow*, V.68, pp. 80-92, 2015.

- [114] VASHISTH, S.; GRACE, J.R. Simulation of granular transport of geldart Type-A, -B, and -D particles through a 90° elbow, *Ind. Eng. Chem. Res.*, V.51, pp. 2030-2047, 2012.
- [115] VIELMA, A. T.; LLANEZA, V.; BELZUNCE, F. J. Vielma, V. Llaneza, F.J. Effect of coverage and double peening treatments on the fatigue life of a quenched and tempered structural steel. *Surface and Coatings Technology*, 249, pp. 75-83, 2014.
- [116] WATANABE, Y.; HASEGAWA, N. Simulation of residual stress distribution on shot peening. *Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference on Shot Peening, ICSP-6*, San Francisco.
- WILCOX D. C.. *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, Inc. La Canada, California, 1998.
- [117] YILMAZ, A.; LEVY, E. K. Roping phenomena in pulverized coal conveying lines. *Powder Technology*, V.95, pp. 38-43, 1998
- [118] YILMAZ, A.; LEVY, E. K. Formation and dispersion of ropes in pneumatic conveying. *Powder Technology*, V.114, pp. 165-185, 2001.
- [119] ZASTAWNY, M.; MALLOUPPAS, G.; ZHAO, F., VAN WACHEM, B. Derivation of drag and lift force and torque coefficients for non-spherical particles in flows. *Int. J. Multiphasic. Flow*, V.39, pp. 227-239, 2012
- [120] ZHU, H. P.; ZHOU, Z. Y.; YANG, R.Y.; YU, A. B. Discrete particle simulation of particulate system. *Chemical Engineering Science*, V. 62, p.3378-3396, 2007.
- [121] ZUCKER R. D., BIBLARZ O *Fundamentals of gas dynamics*, Dep. Of aeronautics and astronautics, 2<sup>th</sup>, 2002
- [122] B. Oesterle and T. Bui Dinh. "Experiments on the lift of a spinning sphere in a range of intermediate Reynolds numbers". *Exp. Fluids*. 25. 16-22. 1998.

## ANEXO I

## Cálculo para a análise do bocal venturi

## Lista de símbolos

$c$	Velocidade do som	$[m/s]$
$k$	Constante dos gases perfeitos ( $k = 1,4$ )	–
$R$	Constante universal dos gases ( $R = 0,287$ )	$[J/g \cdot K]$
$\rho$	Massa específica em um ponto qualquer	$[Kg/m^3]$
$\rho_o$	Massa específica no ponto de estagnação	$[Kg/m^3]$
$T$	Temperatura em um ponto qualquer	$[K]$
$V_x$	Velocidade do ar a montante do choque	$[m/s]$
$V_y$	Velocidade do ar a jusante do choque	$[m/s]$
$V_s$	Velocidade do ar na saída do bocal	$[m/s]$
$P_o$	Pressão de entrada	$[Pa]$
$T_o$	Temperatura de entrada	$[K]$
$T_{0x}$	Temperatura de estagnação (da condição em $x$ )	$[K]$
$T_x$	Temperatura a montante do choque	$[K]$
$M_x$	Número de Mach a montante do choque	–
$P_{ox}$	Pressão de estagnação (da condição em $x$ )	$[Pa]$
$P_x$	Pressão a montante do choque	$[Pa]$
$T_{oy}$	Temperatura de estagnação (da condição em $y$ )	$[K]$
$T_y$	Temperatura a jusante do choque	$[K]$
$M_y$	Número de Mach a jusante do choque	–
$P_{oy}$	Pressão de estagnação (da condição em $y$ )	$[Pa]$
$P_y$	Pressão a jusante do choque	$[Pa]$
$A_x$	Área a montante do choque	$[m^2]$
$A_y$	Área a jusante do choque	$[m^2]$
$A_x^*$	Área crítica para as condições a montante do choque	$[m^2]$



$A_y^*$	Área crítica para as condições a jusante do choque	$[m^2]$
$P_s$	Pressão na saída	$[Pa]$
$M_s$	Número de Mach na saída	–
$T_s$	Temperatura de saída	$[K]$
$A_s$	Área de saída	$[m^2]$
$A_s^*$	Área crítica para as condições de saída	$[m^2]$
$c_s$	Velocidade do som na saída	$[m/s]$
$c_x$	Velocidade do som na região a montante do choque	$[m/s]$
$c_y$	Velocidade do som na região a jusante do choque	$[m/s]$

### Subscrito

$x$	Região a montante do choque
$y$	Região a jusante do choque
$s$	Região de saída
$o$	Ponto de estagnação

### Sobrescrito

*	Região crítica ( $M = 1$ , Garganta)
---	--------------------------------------

## TABELA DE EQUAÇÕES PARA O CÁLCULO DO BOCAL VENTURI

Variável	Equação	Nº Eq.
Pressão a montante do choque	$P_x = \frac{P_{0x}}{\left[1 + \frac{k-1}{2} M_x^2\right]^{\frac{k}{k-1}}}$	(1)
Temperatura a montante do choque	$T_x = \frac{T_{0x}}{1 + \frac{k-1}{2} M_x^2}$	(2)
Número de Mach a montante do choque	$M_y = \left( \frac{M_x^2 + \frac{2}{1-k}}{\left[ \left( \frac{2k}{k-1} \right) * M_x^2 - 1 \right]} \right)^{\frac{1}{2}}$	(3)
Pressão a jusante do choque	$P_y = P_x \frac{1 + kM_x^2}{1 + kM_y^2}$	(4)
Temperatura a jusante do choque	$T_y = \frac{T_x \left(1 + \frac{k-1}{2} M_x^2\right)}{1 + \frac{k-1}{2} M_y^2}$	(5)
Pressão crítica referente a jusante do choque	$P_{0y} = P_y \left(1 + \frac{k-1}{2} M_y^2\right)^{\frac{k}{k-1}}$	(6)
Pressão de saída do bocal	$P_s = \frac{P_{0y}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_y^2\right)^{\frac{k}{k-1}}}$	(7)
Temperatura de saída do bocal	$T_s = \frac{T_o}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_s^2\right)}$	(8)
Velocidade do som	$c = \sqrt{kRT}$	(9)
Relação das áreas a montante do choque com sua área crítica	$\frac{A_x}{A_x^*} = \frac{1}{M_x} \left[ \left( \frac{2}{k+1} \right) \left( 1 + \frac{k-1}{2} M_x^2 \right) \right]^{\frac{k+1}{2*(k-1)}}$	(10)

Relação das áreas a jusante do choque com sua área crítica	$\frac{A_y}{A_y^*} = \frac{1}{M_y} \left[ \left( \frac{2}{k+1} \right) \left( 1 + \frac{k-1}{2} M_y^2 \right) \right]^{\frac{k+1}{2*(k-1)}}$	(11)
Relação das áreas de saída e a área da garganta	$\frac{A_s}{A_s^*} = \left( \frac{A_s}{A_x^*} \right) \left( \frac{A_x^*}{A_x} \right) \left( \frac{A_y}{A_y^*} \right)$	(12)
Velocidade do fluido	$V = M c$	(13)
Relação da massa específica no ponto de estagnação e do ponto analisado	$\frac{\rho}{\rho_o} = \left[ 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right]^{-\frac{1}{k-1}}$	(14)
Relação da pressão em um ponto qualquer e a pressão no ponto de estagnação	$\frac{P}{P_o} = \left[ 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right]^{-\frac{k}{k-1}}$	(15)
Relação da temperatura em um ponto qualquer e a temperatura no ponto de estagnação	$\frac{T}{T_o} = \left( 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{-1}$	(16)

## MEMORIAL DE CÁLCULO

Entradas		Símbolo	Equação
Gás perfeito	1,4	$k$	-
Mach Região X	1,3	$M_x$	-
Pressão de entrada (Pa)	140000	$P_o$	-
Temperatura de entrada (K)	300	$T_o$	-
<b>Região X</b>			
Pressão em X (Pa)	50527,95	$P_x$	<b>(1)</b>
Temperatura em X (K)	224,22	$T_x$	<b>(2)</b>
Velocidade do som na região a montante do choque	300,15	$c_x$	<b>(9)</b>
Velocidade do ar a montante do choque	390,19	$V_x$	<b>(13)</b>
<b>Região Y</b>			
Número de Mach em y	0,79	$M_y$	<b>(3)</b>
Pressão a jusante do choque	91202,94	$P_y$	<b>(4)</b>
Temperatura a jusante do choque	267,01	$T_y$	<b>(5)</b>
Pressão de estagnação em relação as condições jusante ao choque	137112,31	$P_{oy}$	<b>(6)</b>
Velocidade do som na região a jusante do choque	327,54	$c_y$	<b>(9)</b>
Velocidade do ar a jusante do choque	257,44	$V_y$	<b>(13)</b>
<b>Saída</b>			
Pressão de saída	102841,33	$P_s$	<b>(7)</b>
Temperatura de saída (K)	276,333	$T_s$	<b>(8)</b>
Velocidade do som (m/s)	333,213	$c_s$	<b>(9)</b>
<b>Relações</b>			
Relação das área a montante do choque com sua área crítica	1,07	$A_x/A_x^*$	<b>(10)</b>
Relação das área a jusante do choque com sua área crítica	1,044	$A_y/A_y^*$	<b>(11)</b>
Relação das pressões a jusante do choque com sua de estagnação	0,665	$P_y/P_{oy}$	<b>direto</b>
Relação das área de saída e a área da garganta	1,250	$A_s/A_x^*$	<b>direto</b>
Relação das área de saída e sua área crítica	1,132	$A_s/A_s^*$	<b>(12)</b>

**TABELA DE DETERMINAÇÃO DO NÚMERO DE MACH COM OU SEM A OCORRÊNCIA DE CHOQUE**

$\frac{A}{A^*} = 1,132$	Eq.	(10) ou (11)	(15)	(14)	(16)
Interpolação M<1 e M>1	M	$A/A^*$	$P/P_o$	$\rho/\rho_o$	$T/T_o$
	0,05	11,59144387	0,99825	0,9988	0,9995
	0,15	3,910342751	0,98441	0,9888	0,9955
	0,25	2,402709961	0,95745	0,9694	0,9877
	0,35	1,777968677	0,91877	0,9413	0,9761
	0,45	1,448671785	0,87027	0,9055	0,9611
	0,55	1,254947596	0,81417	0,8634	0,9430
<b>Min Subsonico</b>	<b>0,65</b>	<b>1,135616187</b>	<b>0,75283</b>	<b>0,8164</b>	<b>0,9221</b>
<b>Máx Subsonico</b>	<b>0,75</b>	<b>1,062417113</b>	<b>0,68857</b>	<b>0,7660</b>	<b>0,8989</b>
	0,85	1,020668536	0,62351	0,7136	0,8737
	0,95	1,002145154	0,55946	0,6604	0,8471
	1,05	1,002029054	0,49787	0,6077	0,8193
	1,15	1,017454326	0,43983	0,5562	0,7908
	1,25	1,04675293	0,38606	0,5067	0,7619
<b>Min Supersonico</b>	<b>1,35</b>	<b>1,089038199</b>	<b>0,33697</b>	<b>0,4598</b>	<b>0,7329</b>
<b>Máx Supersonico</b>	<b>1,45</b>	<b>1,143962989</b>	<b>0,29272</b>	<b>0,4158</b>	<b>0,7040</b>
	1,55	1,211573592	0,25326	0,3750	0,6754
	1,65	1,292218801	0,21839	0,3373	0,6475
	1,75	1,386492048	0,18782	0,3029	0,6202
	1,85	1,495194116	0,16119	0,2715	0,5936
	1,95	1,619309034	0,13813	0,2432	0,5680
	2,05	1,759988646	0,11823	0,2176	0,5433
	2,15	1,918543048	0,10113	0,1946	0,5196
	2,25	2,096435045	0,08648	0,1740	0,4969
	2,35	2,295277449	0,07396	0,1556	0,4752
	2,45	2,5168324	0,06327	0,1392	0,4544
	2,55	2,763012147	0,05415	0,1246	0,4347
	2,65	3,035880916	0,04639	0,1115	0,4159
	2,75	3,337657582	0,03978	0,0999	0,3980
	2,85	3,670718944	0,03415	0,0896	0,3810

	2,95	4,037603471	0,02935	0,0804	0,3649
	3,05	4,441015396	0,02526	0,0723	0,3496
	3,55	7,112805856	0,01221	0,0430	0,2841
	4,05	11,20688055	0,00616	0,0264	0,2336
	4,55	17,27670651	0,00325	0,0167	0,1945
	5,05	26,0172373	0,00178	0,0109	0,1639
	6,05	55,09969083	0,00060	0,0050	0,1202
	7,05	107,4926219	0,00023	0,0025	0,0914
	8,05	195,5975004	0,00010	0,0014	0,0716
	9,05	335,7333475	0,00005	0,0008	0,0575
	10,05	548,6918518	0,00002	0,0005	0,0472

### RESULTADO NÚMERO DE MACH NA SAÍDA

	Subsônica	Supersônica	
Pontos da tabela	M<1	M>1	
AS/AS* Max	1,255	1,292	Tabela
AS/AS* Min	1,136	1,212	
Interpolação	74%	16%	
Mach máx	0,75	1,65	
Mach min	0,65	1,55	
<b>VALOR INTERPOLADO</b>	<b>0,65</b>	<b>1,63</b>	
	Mach na saída		
	<b>Com choque</b>	Sem choque	
	<b>0,65</b>	1,63	

$$M_s \cong 0,65$$

$$V_s = M_s c_s = 0,65 \times 333,21 \cong 218,05 \text{ [m/s]}$$

