ASDRUBAL DO NASCIMENTO QUEIROZ FILHO

### CONTROLE COOPERATIVO APLICADO A SISTEMAS DE POSICIONAMENTO DINÂMICO

São Paulo 2016 ASDRUBAL DO NASCIMENTO QUEIROZ FILHO

### CONTROLE COOPERATIVO APLICADO A SISTEMAS DE POSICIONAMENTO DINÂMICO

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Ciências

Área de Concentração: Engenharia de Controle e Automação Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Aoun Tannuri

São Paulo 2016

Este exemplar foi revisado e corrigido em responsabilidade única do autor e com a	relação à versão original, sob anuência de seu orientador.
São Paulo, de	de
Assinatura do autor:	
Assinatura do orientador:	

Catalogação-na-publicação

Queiroz Filho, Asdrubal do Nascimento Controle Cooperativo Aplicado a Sistemas de Posicionamento A. N. Queiroz Filho versão corr São Paulo, 2016. 188 p.	Dinâmico /
Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânico	) Paulo. )s.
1.Controle Cooperativo 2.Controle Consensual 3.Posicioname Dinâmico I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departa Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos II.t.	nto mento de

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha esposa Gabriela e à minha filha Alice.

### AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus por ter me dado graça, forças, saúde e inspiração para concluir este trabalho.

À minha esposa pela compreensão, apoio nas horas mais difíceis e por sempre estar ao meu lado.

Ao meu pai pelos ensinamentos e por ter me incentivado a nunca parar de estudar, à minha mãe pelo apoio e compreensão.

Ao meu orientador Eduardo, que muito me incentivou e principalmente muito me ajudou na execução deste trabalho, sem o qual este não seria possível de ser realizado.

A todos os meus amigos que direta e indiretamente me ajudaram durante a execução deste trabalho.

Ao TPN (Tanque de Provas Numérico) e toda a sua equipe pela compreensão e por ter me proporcionado os meios para realizar os experimentos em suas instalações e utilizar seus recursos.

À Petrobras pela motivação do trabalho e fornecimento de dados relevantes para as simulações.

À CAPES pela bolsa de estudos concedida.

Deixo a palavra de Deus em 1 Samuel capítulo 7, versículo 12: " Então tomou Samuel uma pedra, e a pôs entre Mizpá e Sem, e chamou-lhe Ebenézer; e disse: Até aqui nos ajudou o Senhor." Porque até aqui tem me ajudado o Senhor.

#### RESUMO

Hoje em dia com o crescente aumento da exploração de petróleo e gás em águas profundas, há um aumento na demanda por operações offshore envolvendo a cooperação entre unidades flutuantes. Tais operações requerem um alto nível de planejamento e coordenação, o que na maioria dos casos é feito com a troca de informação no nível de operação, com cada unidade flutuante comandada independentemente. Exemplos de operações deste tipo vão desde operações de alívio passando por operações de instalação de equipamento submarino, até operações de pesquisa envolvendo múltiplas unidades flutuantes dotadas de sistema de posicionamento dinâmico (DP). As vantagens do controle cooperativo surgem com a redução do erro da distância relativa durante a manutenção do posicionamento ou durante a execução de manobras de posicionamento conjuntas.

No presente trabalho, os conceitos de controle de consenso são aplicados de forma combinada com o sistema DP de cada navio. A influência dos ganhos do controlador cooperativo no sistema como um todo será discutida, utilizando-se técnicas de análise da resposta em frequência. Simulações completas no domínio do tempo e experimentos usando modelos em escala serão utilizados para se demonstrar o funcionamento do controle cooperativo. Todas as simulações serão conduzidas no simulador Dynasim e os ensaios experimentais no tanque de provas da Engenharia Naval da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Além disso, serão feitas comparações entre os experimentos em tanque de provas e simulações numéricas equivalentes, demonstrando-se a validade dos ensaios numéricos. Será também demonstrado que os requisitos de projetos adotados são atendidos pelos ensaios em tanque de provas.

Palavras chave: Controle Cooperativo, Consenso, Sistema de Posicionamento Dinâmico, Navio Aliviador, Rebocador, Domínio da frequência.

#### ABSTRACT

With the increasing of deep water oil & gas exploration, there is also an increase in the demand by offshore operations involving muti-vessels. Such operations require a high level of planning and coordination, which in most of the cases is made by information exchange at the operation level, being each vessel commanded independently. Examples of such operations are offloading, subsea equipment installation and subsea research operation; all of them involving multiples dynamically positioned (DP) vessels. The advantage of the cooperative control arises with the reduction of the relative positioning error during station keeping or transient maneuvers.

In this work, the consensus control concepts are applied combined with the DP System of each ship. The cooperative DP controller will be investigated with the analysis of the coupled dynamics of the vessels. The influence of the cooperative control gains on the whole system will be discussed, using the frequency response of the open loop system. Fully nonlinear time-domain simulations and experimental results will be used to demonstrate the operation of the cooperative control. Besides that, comparisons between the small-scale experiments and equivalent numerical simulations will be carried out, validating the experimental results. It will also be demonstrated that the adopted design requirements are met. All tests will be carried out using the Dynasim numerical simulator and the small-scale experiments will be carried on the academic towing tank in the Naval Architecture and Ocean Engineering Department, Polytechnic School of University de São Paulo.

Keywords: Cooperative Control, Consensus, Dynamic Positioning System, Shuttle Tanker, Tugboat, Frequency Domain.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Aliviador durante operação de alívio na plataforma (a) vista da pont	е
de comando do aliviador (b) vista da proa do aliviador2	5
Figura 2 - Vista aérea de uma operação de alívio2	5
Figura 3 - Campo submarino de extração de gás natural em Ormen Lang	е
Noruega (extraído de "Shell", 2015)2	7
Figura 4 - Diagrama das possíveis combinações dos tipos de controle d	е
formação	4
Figura 5 - Sistema de controle descentralizado para cada aeronave (extraíd	0
de AGUIAR et al., 2008)3	6
Figura 6 - Sistema de controle centralizado adotado por Arrichello (extraído de	е
ARRICHIELLO; CHIAVERINI; FOSSEN, 2006)	7
Figura 7 - Exemplo de grafo contendo dois vértices, uma aresta e um laço4	3
Figura 8 - Exemplo de grafo com quatro vértices, contendo um ciclo (aresta	S
em vermelho) e um possível caminho de $\omega$ para $ u$ indicado pelas arestas er	n
azul4	4
Figura 9 - Digrafo ${m {\cal H}}$ de exemplo com 4 vértices4	6
Figura 10 - Árvore de dispersão de exemplo com 4 vértices4	7
Figura 11 - Grafo de exemplo com 4 vértices e dois líderes4	8
Figura 12 - Grafo de exemplo com 4 vértices sendo um isolado4	8
Figura 13 - Grafo de exemplo com 4 vértices sendo um isolado4	9
Figura 14 - Grafo que representa a comunicação entre os membros d	а
formação5	1
Figura 15 - Representação na forma de diagrama de blocos da formação, d	а
comunicação e do controlador cooperativo5	2
Figura 16 - Grafo que representa a comunicação entre os membros d	а
formação, acrescido do líder5	3
Figura 17 - Representação na forma de diagrama de blocos da formação, d	а
comunicação, do controlador cooperativo e do líder virtual5	3
Figura 18 - Diagrama de blocos do i-ésimo membro da formação5	4
Figura 19 - Diagrama de blocos simplificado do i-ésimo membro da formação	).
5	4
Figura 20 - Representação na forma de diagrama de blocos da formação, d	а
comunicação e do controlador cooperativo em função da entrada ${\it \Delta}(s)$ 5	9
Figura 21 – Sistema de eixos local do navio6	2
Figura 22 – Navio de suporte Maersk Handler (extraído de "Marine Traffic	",
2015)	8
Figura 23 – Sistema de propulsão do navio PSV6	9
Figura 24 – Diagrama de blocos da dinâmica do movimento <i>surge</i> , j	á
desconsideradas as dinâmicas do sistema de propulsão e do filtro de ondas7	0
Figura 25 – Diagrama de blocos da dinâmica do modelo do movimento surge	э.
	1

Figura 26 – Comparação entre a resposta ao degrau do modelo simplificado e Figura 27 – Diagrama de blocos da dinâmica do modelo analítico juntamente com o distúrbio......75 Figura 28 – Dinâmica do modelo simplificado em malha aberta juntamente com a barreira de baixas frequências para o Navio PSV......76 Figura 29 – Navio aliviador Navion Stavanger (extraído de "Marine Traffic", Figura 31 – Comparação entre a resposta ao degrau do modelo simplificado e do modelo completo do navio aliviador para as dinâmicas de surge, sway e Figura 32 - Resposta em freguência do modelo analítico em malha aberta juntamente com a barreira de acompanhamento de referência e rejeição a distúrbio......82 Figura 33 – Diagrama de blocos do sistema composto da dinâmica no plano horizontal (blocos destacados), dos controladores cooperativos e das respectivas conversões de coordenadas do sistema global para o sistema local para o i-ésimo navio......84 Figura 35 – Resposta em freguência do modelo com o controle cooperativo em malha aberta e a barreira de acompanhamento de referência e rejeição a distúrbio para o PSV......88 Figura 36 – Resposta em freguência do modelo com o controle cooperativo em malha aberta e a barreira de acompanhamento de referência e rejeição a Figura 37 – Cenário inicial de simulação......92 Figura 38 – Cenário de convergência após o início da simulação antes das manobras de surge, sway e yaw......93 Figura 39 – Manobras em x, y e  $\psi$  realizadas através da variação do sinal  $\Delta$  do navio PSV 1......94 Figura 40 – Sinal  $\Delta i$  e posição dos navios na ausência de condição ambiental. Figura 41 –  $xi - xj - \Delta ij$  para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3, na ausência de condição ambiental......96 Figura 42 – Ampliação da manobra em x do gráfico de  $xi - xj - \Delta ij$  para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3, na ausência de condição ambiental......97 Figura 43 – Sinal Γi e posição dos navios na ausência de condição ambiental. Figura 44 – Ação de controle u e posição dos navios, na ausência de condição Figura 46 – Sinal  $\Delta i$  e posição dos navios, para condição ambiental 1. ..........102

Figura 47 –  $xi - xj - \Delta ij$  para os navios PSV 1 e 2 e navio aliviador 3, para condição ambiental 1......102 Figura 48 – Sinal  $\Delta i$  e posição dos navios, para condição ambiental 2. ..........103 Figura 49 –  $xi - xj - \Delta ij$  para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3, para condição Figura 50 – Sinal  $\Delta i$  e posição dos navios, para condição ambiental 3. ...........104 Figura 51 –  $xi - xj - \Delta ij$  para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3, para condição ambiental 3. .....104 Figura 52 – Sinal Δi e posição dos navios, para condição ambiental 4. ......105 Figura 53 –  $xi - xj - \Delta ij$  para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3, para condição Figura 54 – Cenário inicial de simulação.....107 Figura 55 – Variação da posição do nó virtual em x, y e  $\psi$ ......108 Figura 56 – Posição dos navios normalizada em relação ao nó virtual  $(xi - \Delta i)$ Figura 57 – Sinal  $\Gamma i$  e posição dos navios, na ausência de condição ambiental. Figura 58 –  $xi - xj - \Delta ij$  para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3, na ausência de condição ambiental.....111 Figura 59 – Sinal *ui* e posição dos navios, na ausência de condição ambiental. Figura 61 – Sinal xv e posição dos navios, para condição ambiental 1......114 Figura 62 –  $xi - xj - \Delta ij$  para os navios PSV 1 e 2 e navio aliviador, para condição ambiental 1.....114 Figura 63 – Sinal xv e posição dos navios, para condição ambiental 2......115 Figura 64 –  $xi - xj - \Delta ij$  para ovs navios PSV 1 e 2 e navio aliviador, para condição ambiental 2.....115 Figura 65 – Sinal xv e posição dos navios, para condição ambiental 3......116 Figura 66 –  $xi - xj - \Delta ij$  para os navios PSV 1 e 2 e navio aliviador, para condição ambiental 3.....116 Figura 67 – Sinal xv e posição dos navios, para condição ambiental 4.....117 Figura 68 –  $xi - xj - \Delta ij$  para os navios PSV 1 e 2 e navio aliviador, para condição ambiental 4......117 Figura 69 - Cenário de simulação e direção de incidência dos agentes Figura 70 – Valor RMS de  $xi - xj - \Delta ij$  para os navios PSV 1 e 2 e navio aliviador 3, para as 12 condições ambientais. .....120 Figura 71 - Modelos do PSV modelo sob o efeito de cargas ambientais devido Figura 72 - Modelo de câmera infravermelha utilizada pelo sistema da Qualisys. 

Figura 74 – Diagrama de blocos da dinâmica do modelo do movimento surge. Figura 75 – Comparação entre a resposta ao degrau do modelo simplificado e do modelo M510A ensaiado em tanque de provas para as dinâmicas de surge, Figura 76 – Comparação entre a resposta ao degrau do modelo simplificado e do modelo M510B ensaiado em tanque de provas para as dinâmicas de surge, Figura 77 – Diagrama de blocos do sistema composto da dinâmica no plano horizontal dos modelos (blocos destacados), dos controladores cooperativos e das respectivas conversões de coordenadas do sistema global para o sistema Figura 78 – Resposta em freguência do modelo com o controle cooperativo em malha aberta e a barreira de acompanhamento de referência e rejeição a Figura 79 - Cenário do ensaio com as respectivas manobras em x, y e  $\psi$ .....137 Figura 80 – Sinal  $\Delta i$  e posição dos navios na ausência de condição ambiental. Figura 81 – Set-point de posição relativa ( $\Delta AB$ ) e posição relativa entre os modelos M510A e M510B, na ausência de condição ambiental......140 Figura 82 – Forças demandadas pelo controlador DP de cada modelo, na ausência de condição ambiental. .....142 Figura 84 – Sinal  $\Delta i$  e posição dos modelos para vento e onda de 3,141 rad/s. Figura 85 – Set-point de posição relativa ( $\Delta AB$ ) e posição relativa entre os modelos M510A e M510B, para vento e onda de 3,141 rad/s. .....145 Figura 86 – Sinal  $\Delta i$  e posição dos modelos para vento e onda de 6,283 rad/s. Figura 87 – Set-point de posição relativa ( $\Delta AB$ ) e posição relativa entre os modelos M510A e M510B, para vento e onda de 6,283 rad/s. .....147 Figura 88 – Sinal  $\Delta i$  e posição dos modelos para vento e onda de 9,424 rad/s. Figura 89 – Set-point de posição relativa ( $\Delta AB$ ) e posição relativa entre os modelos M510A e M510B, para vento e onda de 9,424 rad/s. .....149 Figura 90 – Forças demandadas pelo controlador DP de cada modelo, para as três condições ambientais ensaiadas.....150 Figura 91 - Cenário do ensaio com as respectivas manobras do nó virtual em x, *ν* e ψ......151 Figura 92 – Sinal  $\Delta i$  e posição dos modelos para vento e onda de 3,141 rad/s. Figura 93 – Sinal  $\Delta i$  e posição dos modelos para vento e onda de 6,283 rad/s. 

Figura 94 – Sinal  $\Delta i$  e posição dos modelos para vento e onda de 9,424 rad/s. Figura 95 – Posição relativa entre os modelos para vento e onda de 3,141 rad/s.....155 Figura 96 – Posição relativa entre os modelos para vento e onda de 6,283 rad/s.....155 Figura 97 – Posição relativa entre os modelos para vento e onda de 9,424 rad/s.....156 Figura 98 – Sinais senoidais aplicados à posição do nó virtual em x, y e  $\psi$ ....157 Figura 99 – Sinal  $\Gamma i$  e posição dos modelos para sinal senoidal de variação da posição do nó virtual de 0,2 rad/s.....158 Figura 100 – Sinal  $\Gamma i$  e posição dos modelos para sinal senoidal de variação da posição do nó virtual de 0,3 rad/s.....159 Figura 101 – Sinal  $\Gamma i$  e posição dos modelos para sinal senoidal de variação da posição do nó virtual de 0,5 rad/s.....160 Figura 102 – Sinal  $\Gamma i$  e posição dos modelos para sinal senoidal de variação da posição do nó virtual de 0,7 rad/s.....161 Figura 103 – Sinal  $\Gamma i$  e posição dos modelos para sinal senoidal de variação da posição do nó virtual de 1,0 rad/s.....162 Figura 104 – Sinal  $\Gamma i$  e posição dos modelos para sinal senoidal de variação da posição do nó virtual de 3,0 rad/s.....163 Figura 105 – Resposta em frequência de malha fechada (Xi $\Gamma$ i) obtida experimentalmente para os modelos M510A e M510B e do modelo matemático simplificado......164 Figura 106 – RAOs para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de surge...176 Figura 107 – RAOs para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de sway....177 Figura 108 - RAOs para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de yaw. ....178 Figura 109 - Coeficientes de deriva para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de surge.....179 Figura 110 – Coeficientes de deriva para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de sway. .....179 Figura 111 – Coeficientes de deriva para incidência de 0°, 45° e 90° para Figura 112 – Coeficientes de arrasto hidrodinâmicos para surge, sway e yaw. Figura 113 – Coeficientes de arrasto aerodinâmicos para surge, sway e yaw. Figura 114 – RAOs para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de surge...183 Figura 115 – RAOs para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de sway....184 Figura 116 – RAOs para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de yaw.....185 Figura 117 – Coeficientes de deriva para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de surge......186 Figura 118 – Coeficientes de deriva para incidência de 0°, 45° e 90° para 

Figura 119 - Coeficientes de deriva para incidência de 0°, 45° e 90°	' para
direção de <i>yaw</i>	187
Figura 120 – Coeficientes de arrasto hidrodinâmicos para surge, sway e	<i>yaw</i> . 188
Figura 121 – Coeficientes de arrasto aerodinâmicos para surge, sway e	188

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Características principais do PSV	.68
Tabela 2 - Ganhos do controlador PID do sistema DP do PSV	.71
Tabela 3 - Polos da dinâmica de surge, sway e yaw do sistema PSV-DP	em
malha fechada	.72
Tabela 4 - Características principais do navio aliviador	.77
Tabela 5 - Ganhos do controlador PID do sistema DP do navio aliviador	.79
Tabela 6 - Polos da dinâmica de surge, sway e yaw do sistema navio alivia	dor
DP em malha fechada	.80
Tabela 7 - Ganhos do controlador cooperativo obtidos para as dinâmicas	de
surge, sway e yaw do PSV.	.87
Tabela 8 - Ganhos do controlador cooperativo obtidos para as dinâmicas	de
surge, sway e yaw do navio aliviador	.88
Tabela 9 - Distâncias relativas iniciais ao nó virtual (sinal $\Delta i(t)$ ) para X, Y e	ψ.
	.92
Tabela 10 - Distâncias relativas iniciais ao nó virtual (sinal $\Delta 1(t)$ ) para X, Y e	÷ψ. .94
Tabela 11 - Condições ambientais típicas da Bacia de Campos aplicadas	as
simulações1	100
Tabela 12 - Variação da posição do nó virtual ao longo da simulação para X	Ϊ, Υ
e $\psi$ 1	107
Tabela 13 - Máximos empuxos em cada grau de liberdade do modelo do na	ivio
PSV1	123
Tabela 14 - Características principais dos modelos M510 A e B1	124
Tabela 15 - Ganhos do controlador PID do sistema DP do modelo M510A1	125
Tabela 16 - Ganhos do controlador PID do sistema DP do modelo M510B1	126
Tabela 17 - Polos da dinâmica de surge, sway e yaw do sistema simplificado	do
modelo M510A em malha fechada1	127
Tabela 18 - Polos da dinâmica de surge, sway e yaw do sistema simplificado	do
modelo M510B em malha fechada1	128
Tabela 19 - Ganhos do controlador cooperativo obtidos para as dinâmicas	de
surge, sway e yaw do PSV1	133
Tabela 20 - Características principais dos PSVs escalonados1	134
Tabela 21 - Máximos empuxos em cada grau de liberdade do modelo do na	ivio
PSV1	135
Tabela 22 - Ganhos do controlador PID do sistema DP do PSV A escalona	do. 135
Tabela 23 - Ganhos do controlador PID do sistema DP do PSV B escalona	do. 135
Tabela 24 - Ganhos do controlador cooperativo dos PSVs escalonados	136
Tabela 25 – Intervalo de tempo de estabilização para posição absoluta para	an
M510A e posição relativa.	141
1 - 3	-

Tabela 26 - $Ei(jw)/\Gamma i(jw)$ em porcentagem para as três diferente	es frequências
aplicadas ao nó virtual	165
Tabela 27 - Principais dimensões do navio PSV	175
Tabela 28 - Principais dimensões do navio aliviador	

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Sigla	Descrição.
DP	Dynamic Positioning
FPSO	Floating Production Storage and Offloading System
GPS	Global Positioning System
UAV	Unmanned Aerial Vehicle
NSB	Null Space Based
PSV	Platform Supply Vessel
LOA	Length over all
LPP	Length between perpendiculars
ITTC	International Towing Tank Conference
JONSWAP	Joint North Sea Wave Project
PID	Proporcional Integral Derivativo
RAO	Response Amplitude Operator (Resposta ao impulso do
	casco do navio para uma determinada direção de
	incidência)
rms	Root Mean Square
USP	Universidade de São Paulo

# LISTA DE SÍMBOLOS

Grandeza	Descrição.
L	Laplaciano do grafo de comunicação
t	Tempo
x	Vetor de posição em relação ao referencial OXYZ
${\cal F}$	Formação de agentes
Ν	Número total de agentes na formação
$\Delta_{ij}$	Distância relativa entre os agentes i e j ( <i>i,j</i> =1,2,,N)
S	Variável complexa da transformada de Laplace
$P(s), P_i(s), P_j(s)$	Função de transferência da dinâmica em malha fechada
	compensada do agente ( <i>i,j</i> =1,2,,N)
$X(s), X_i(s), X_j(s)$	Transformada de Laplace da posição do agente
	( <i>i</i> , <i>j</i> =1,2,,N)
$U(s), U_i(s), U_j(s)$	Transformada de Laplace do sinal de trajetória gerado
	pelo controlador cooperativo ( <i>i,j</i> =1,2,,N)
$\omega_n, \omega_{n_i}, \omega_{n_j}$	Frequência natural ( <i>i,j</i> =1,2,,N)
$\zeta, \zeta_i, \zeta_j$	Amortecimento ( <i>i,j</i> =1,2,,N)
$z(t), z_i(t), z_j(t)$	Sinal de erro relativo ( <i>i,j</i> =1,2,,N)
$e(t), e_i(t), e_j(t)$	Sinal de erro do agente ( <i>i,j</i> =1,2,,N)
$r_i(t), r_j(t)$	Sinal de referência do agente ( <i>i,j</i> =1,2,,N)
$K_i(s), K_j(s)$	Controlador cooperativo do agente ( <i>i,j</i> =1,2,,N)
$\boldsymbol{E}(s)$	Transformada de Laplace do vetor dos sinais de erro da
	formação
$\boldsymbol{U}(s)$	Transformada de Laplace do vetor dos sinais de trajetória
	da formação gerado pelos controladores cooperativos
$\boldsymbol{Z}(s)$	Transformada de Laplace do vetor dos sinais de erro
	relativo da formação
$\boldsymbol{P}(s)$	Matrix de transferência da dinâmica da formação de
	agentes compensada em malha fechada
$x_v(t)$	Vetor de posição do agente virtual

$K_{p_{c_i}}, K_{p_{c_j}}$	Ganho proporcional do controlador cooperativo
	( <i>i,j</i> =1,2,,N)
$K_{I_{c_i}}, K_{I_{c_j}}$	Ganho integral do controlador cooperativo ( <i>i,j</i> =1,2,,N)
$\Gamma_i(s), \Gamma_j(s)$	Transformada de Laplace dos sinais de referência do
	controlador cooperativo do agente ( <i>i,j</i> =1,2,,N)
$T_i(s), T_j(s)$	Função de transferência do agente compensado
	( <i>i,j</i> =1,2,,N)
$\Delta_i(s), \Delta_j(s)$	Transformada de Laplace do sinal de posição relativa
	entre o agente e o nó virtual ( <i>i,j</i> =1,2,,N)
x	Posição do agente em relação ao eixo OX
у	Posição do agente em relação ao eixo OY
$\psi$	Ângulo de rotação no plano horizontal do agente
m	Massa do agente
$M_{ad_{11}}, M_{ad_{22}},$	Massa adicional do agente
$M_{ad_{66}}$ , $M_{ad_{26}}$	
$v_x$ , $v_y$ , $v_\psi$	Velocidade do agente em relação ao respectivo eixo
$I_{\psi}$	Momento de inércia em relação ao eixo OZ
$F_x$ , $F_y$ , $F_\psi$	Somatório de forças atuando sobre o agente
Μ	Matriz de massa do agente
C(v)	Matriz de forças de Coriolis do agente
F	Vetor com somatório de forças atuando sobre o agente
$R(\psi)$	Matriz de rotação de Euler
$G(s), G_x(s), G_y(s),$	Função de transferência da dinâmica do navio
$G_{\psi}(s)$	
$K_{d_x}, K_{d_y}, K_{d_\psi}$	Ganho derivativo do controlador DP do navio
$K_{p_x}, K_{p_y}, K_{p_\psi}$	Ganho proporcional do controlador DP do navio
$K_{i_x}, K_{i_y}, K_{i_\psi}$	Ganho integral do controlador DP do navio
$ au_p$	Constante de tempo da dinâmica do sistema de
	propulsão do navio
$D(s), D(j\omega)$	Modelo do distúrbio no domínio da frequência
$Q(s)$ , $Q(j\omega)$	Dinâmica do sistema de propulsão do navio no domínio
	da frequência
	I

$\mathcal{C}(s)$ , $\mathcal{C}(j\omega)$	Controlador do sistema de posicionamento dinâmico	
$T_{I_i}$	Constante de tempo do termo integral do controlador	
	cooperativo	
n	Frequência de corte do filtro passa-baixa do controlador	
	cooperativo	
F(s)	Filtro de primeira ordem do controlador cooperativo	
$\Delta_{ts}$	Intervalo de tempo para o sistema atingir 90% do valor do	
	set-point para entrada degrau	

## GLOSSÁRIO

Termo	Descrição.
surge	Translação longitudinal (avanço)
sway	Translação lateral (deriva)
yaw	Rotação no plano horizontal (guinada)
trim	Valor da diferença entre os calados a vante e a ré
banda	Inclinação permanente da embarcação para um dos bordos

# SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	3
AGRADECIMENTOS	4
RESUMO	5
ABSTRACT	7
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	7
LISTA DE TABELAS	7
LISTA DE SÍMBOLOS	10
SUMÁRIO	7
1 INTRODUCÃO	23
1.1 MOTIVAÇÃO	27
1.2 OBJETIVO	29
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	29
2 RESUMO BIBLIOGRÁFICO	31
2.1 CONTROLE COOPERATIVO	31
2.2 CONTROLE CONSENSUAL	38
3 INTRODUÇÃO TEÓRICA	43
3.1 INTRODUÇÃO À TEORIA DE GRAFOS	43
3.1.1 DEFINIÇÕES ÚTEIS	43
3.1.2 CONECTIVIDADE EM GRAFOS	45
3.1.3 ALGEBRA DE GRAFOS	45
3.2 O CONSENSO LINEAR	49
3.2.1 O CONSENSO APLICADO À DINÂMICA DO TIPO PASSA-BAIXA.	50
4 MODELAGEM DOS NAVIOS	61
4.1 PSV MAERSK HANDLER	67
4.1.1 AJUSTE DO CONTROLADOR DP	69
4.1.2 MODELO SIMPLIFICADO DO SISTEMA	71
4.1.3 VERIFICAÇÃO DO DESEMPENHO DO CONTROLE DP	74
4.2 NAVION STAVANGER	76
4.2.1 AJUSTE DO CONTROLADOR DP	78

4.2.2 MODELO SIMPLIFICADO DO SISTEMA	79
4.2.3 VERIFICAÇÃO DO DESEMPENHO DO CONTROLE DP	81
5 O CONTROLADOR COOPERATIVO	. 83
5.1 SINTONIA DO CONTROLADOR COOPERATIVO	85
6 ESTUDO DE CASO - ENSAIOS NUMÉRICOS	. 90
6.1 ACOMPANHAMENTO DE DISTÂNCIA RELATIVA	91
6.1.1 ACOMPANHAMENTO DE DISTÂNCIA RELATIVA NA AUSÊNCIA AGENTES AMBIENTAIS	DE 95
6.1.2 ACOMPANHAMENTO DE DISTÂNCIA RELATIVA NA PRESENÇA AGENTES AMBIENTAIS	DE . 100
6.2 ACOMPANHAMENTO DO NÓ VIRTUAL	.106
6.2.1 ACOMPANHAMENTO DO NÓ VIRTUAL NA AUSÊNCIA DE AGEN AMBIENTAIS	TES . 109
6.2.2 ACOMPANHAMENTO DO NÓ VIRTUAL NA PRESENÇA DE AGEN AMBIENTAIS	TES . 112
6.3 REJEIÇÃO A DISTÚRBIOS	.118
7 PREPARAÇÃO DOS ENSAIOS EM TANQUE DE PROVAS	121
7.1 OS MODELOS EM ESCALA DO NAVIO PSV	.122
7.1.1 AJUSTE DO CONTROLADOR DP	125
7.1.2 MODELO SIMPLIFICADO DO SISTEMA	126
7.2 AJUSTE DO CONTROLADOR COOPERATIVO	.130
7.3 COMPARAÇÃO COM SIMULAÇÃO NUMÉRICA	.134
8 ESTUDO DE CASO - ENSAIOS EM TANQUE DE PROVAS	137
8.1 ACOMPANHAMENTO DE DISTÂNCIA RELATIVA	.137
8.1.1 ACOMPANHAMENTO DE DISTÂNCIA RELATIVA NA AUSÊNCIA DISTÚRBIOS AMBIENTAIS	DE . 138
8.1.2 ACOMPANHAMENTO DE DISTÂNCIA RELATIVA NA PRESENÇA DISTÚRBIOS AMBIENTAIS	DE . 142
8.2 ACOMPANHAMENTO DO NÓ VIRTUAL	.151
8.3 VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO	.156
8.3.1 VALIDAÇÃO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA EXPERIMENTAL	. 157
8.3.2 VALIDAÇÃO DO CRITÉRIO DE PROJETO	164
9 CONCLUSÃO E CONTINUIDADE	166
9.1 CONCLUSÃO	.166

9.2 CONTINUIDADE			167
REFERÊNCIAS			169
APÊNDICE A – MODELO DO	PSV MAERS	K HANDLER .	175
APÊNDICE B - MODELO	DO NAVIO	ALIVIADOR	NAVION
STAVANGER			182

### 1 INTRODUÇÃO

Ao se observar o comportamento humano, nota-se que desde os primórdios da humanidade existem tarefas que são realizadas através da cooperação de dois ou mais indivíduos. Tarefas como a caça ou até mesmo carregar um tronco de árvore para lenha seriam impossíveis a um único ser humano, mas possíveis se realizadas por um grupo de indivíduos cooperando entre si. Voltando-se ao exemplo da caça, uma das formas utilizadas pela humanidade no passado consistia em dividirem-se em dois ou mais grupos, sendo cada grupo responsável por uma subtarefa. As pessoas que comporiam cada grupo eram separadas de acordo com suas habilidades individuais (coordenação). Considerando-se um exemplo onde os indivíduos seriam divididos em três grupos, o primeiro grupo, seria responsável por separar um animal de sua manada, e deveria conter indivíduos com habilidades de corrida. O segundo e o terceiro grupo deveriam conter indivíduos fortes, pois seriam responsáveis por interceptar e abater o animal separado de sua manada. Estes dois últimos grupos deveriam ser posicionados em locais diferentes e estratégicos, tentando-se prever as possíveis direções em que o animal separado poderia correr. O sucesso da caça dependia do sucesso de cada grupo na realização de sua tarefa, mas também da troca de informação entre eles. Os dois últimos grupos deveriam possuir contato visual com a caça ou deveriam ser alertados pelo primeiro grupo através da emissão de sons. Além da troca de informação, o sucesso dependia também do sincronismo entre os grupos. Se por exemplo, o primeiro grupo obtivesse sucesso em separar o animal da manada, mas, nem o segundo nem o terceiro grupo conseguissem interceptar o animal no momento certo, seja devido a não conseguirem ver o animal ou não ouvirem o som de aviso, a caça não era concluída com êxito.

Este conceito se estendeu, a partir da revolução industrial, para a cooperação entre as máquinas. Situações nas quais há duas ou mais máquinas cooperando e sincronizadas para cumprir um objetivo podem ser facilmente encontradas. Uma situação deste tipo consiste em um trem de carga com várias locomotivas exercendo força para movimentar o trem. Nesta situação uma única locomotiva não teria força suficiente para movimentar o trem, mas o uso de várias locomotivas trabalhando coordenadas (exercendo força na mesma direção) e sincronizadas (exercendo força ao mesmo tempo) é capaz de cumprir o objetivo. Exemplos de máquinas nas quais a cooperação tem sido aplicada vão desde robôs passando por navios, aeronaves, espaçonaves, até veículos não tripulados. Quando a cooperação entre máquinas é feita de maneira autônoma, por meio de técnicas de controle, denomina-se controle cooperativo. Algumas das razões para se considerar o uso de máquinas distribuídas são as características de flexibilidade estrutural, confiabilidade devida a redundância, e custo reduzido, uma vez que várias máquinas baratas e simples podem realizar o mesmo trabalho que uma sofisticada e cara.

Em muitos casos, a cooperação implica em decompor um sistema em pedaços menores, e é semelhante à divisão em grupos dos indivíduos participantes da caça. Em ambos os casos as subtarefas são obtidas a partir da decomposição da missão do sistema (resolução de um problema) em problemas menores elementares, cujas soluções ao serem combinadas compõem cada subtarefa. Formalmente, estas subtarefas são chamadas de *comportamentos*. Outro conceito importante é o arranjo dos grupos de acordo com as habilidades individuais de cada componente. É importante que os fortes fiquem no grupo responsável pelo abatimento e os velozes fiquem no grupo que irá se encarregar de separar o animal da manada. Semelhantemente, um bloco de um programa deve ser executado em um equipamento otimizado para aquela operação matemática. Como exemplo têmse as antigas máquinas de ressonância magnética, nas quais a transformada inversa de Fourier, necessária para gerar a imagem, era executada em um circuito analógico, pois de outro modo não seria possível obter imagens em tempo real. A isto denomina-se *coordenação*.

Voltando-se à indústria de óleo e gás, operações offshore envolvendo cooperação entre múltiplos corpos flutuantes são frequentes, seja para o escoamento de petróleo ou gás natural produzidos em alto mar, ou para a realização de operações submarinas tais como instalações de equipamentos ou reparos de estruturas submersas. Um exemplo de uma operação envolvendo cooperação entre corpos flutuantes é a operação de alívio de petróleo. Esta é realizada com o navio aliviador conectado em *tandem* com o FPSO, a uma distância não maior que 160m (exemplos na Figura 1 e na Figura 2).



Figura 1 - Aliviador durante operação de alívio na plataforma (a) vista da ponte de comando do aliviador (b) vista da proa do aliviador.



Figura 2 - Vista aérea de uma operação de alívio.

Hoje em dia, diversos navios são dotados de um sistema de posicionamento dinâmico. O sistema de posicionamento dinâmico (DP) é utilizado para fazer manobras de aproximação ou para manter controlada a posição de um navio ou plataforma no mar por meio de propulsores e sistema de medição de posição. No caso de operações de alívio de petróleo, na fase de conexão com a plataforma, o navio aliviador faz uma manobra de aproximação e fica a uma distância de 80m. Depois faz uma manobra de recuo e fica a uma distância de aproximadamente 160m, durante a fase de transferência de óleo.

Outro exemplo importante de operações offshore envolvendo cooperação entre corpos flutuantes é a instalação de equipamento submarino. Nestas operações os navios rebocadores devem realizar manobras coordenadas a fim de controlar o posicionamento do equipamento, bem como, a tração nos cabos que sustentam este equipamento. A Figura 3 mostra a operação de lançamento da BSR realizada pela Petrobras na Bacia de Campos, onde foram utilizados três navios rebocadores.



Figura 3 - Operação de lançamento da BSR na Bacia de Campos no sudeste brasileiro (cortesia de Petróleo Brasileiro S.A.).

Para os casos onde há mais de um navio ou plataforma dotados com sistema DP, é possível realizar tais operações de uma maneira muito mais precisa, segura e eficiente. Porém, atualmente, cada unidade flutuante é comandada individualmente, sem troca de informação automática. Tais casos de cooperação possibilitariam a aplicação de um algoritmo de controle cooperativo, tendo como objetivos a manutenção da posição relativa entre os navios DP ou a execução de manobras de posicionamento sincronizadas de forma a garantir valores admissíveis para os parâmetros operacionais, tais como a tração nas linhas de içamento. Um exemplo inicial de operação de instalação submarina que envolvia a operação de dois rebocadores DP foi o projeto realizado em conjunto com a Petrobras, descrito em Fujarra *et al.* (2008). A partir daí, diversos casos reais de estudo têm levado à necessidade de um estudo mais aprofundado das técnicas de controle cooperativo.

Adicionalmente, demanda-se capacitar os simuladores numéricos e aparatos experimentais para permitir a análise dos benefícios da utilização de controle cooperativo em operações offshore.

#### 1.1 MOTIVAÇÃO

A motivação ao presente trabalho surge da necessidade de se realizar operações offshore envolvendo múltiplos navios dotados de sistema DP. Como mencionado anteriormente, tais operações são hoje realizadas de forma não automática, sendo cada navio comandado individualmente dentro do grupo.

Destaca-se que com o avanço da exploração em águas profundas, cada vez mais se tem cogitado utilizar estruturas de produção e processamento submersas em virtude de sua atratividade econômica. Isso demanda operações complexas de lançamento e instalação submarina. Um exemplo de um campo de exploração de gás *offshore* totalmente operado com equipamentos submarinos é o campo de *Ormen Lange* na Noruega (Figura 4). Este campo, já em operação, não possui plataformas, e o fluxo de gás é controlado e bombeado diretamente por equipamentos instalados na cabeça dos poços.



Figura 4 - Campo submarino de extração de gás natural em Ormen Lange Noruega (extraído de "Shell", 2015).

Exemplos como o campo da Figura 4 e o do lançamento da BSR na Bacia de Campos, configuram-se um típico caso de aplicação do método "y" descrito em Fujarra *et al.* (2008), no qual os rebocadores liberam cabo e ao mesmo tempo se aproximam para promover a descida do equipamento até o leito submarino (Figura 5). Para que tais operações sejam concluídas com sucesso, é necessário que haja sincronismo na movimentação dos navios a fim de evitarem-se trações elevadas nas linhas, bem como obter precisão no posicionamento dos equipamentos. Situação na qual o uso do controle cooperativo possibilitaria o controle automático das distâncias relativas entre os navios, bem como o posicionamento da frota, controlando desta forma, o posicionamento dos equipamentos e a tração nas linhas.

Em situações semelhantes envolvendo outros veículos como, por exemplo, robôs, o controle cooperativo vem sendo aplicado com sucesso a fim de se realizarem tarefas conjuntas. Portanto, operações como a descrita acima são a motivação para o desenvolvimento de um algoritmo de controle baseado em técnicas de controle cooperativo que seja capaz de coordenar as manobras conjuntas requeridas, bem como de manter o posicionamento relativo entre os navios de forma automática.



Figura 5 - Exemplo de operação de lançamento de equipamento submarino, utilizando-se o método "y" (extraído de Fujarra et al., 2008).

#### 1.2 OBJETIVO

O objetivo da pesquisa é a aplicação dos conceitos de controle cooperativo a operações offshore com navios DP. Um controlador cooperativo é desenvolvido e acoplado ao já existente controlador DP. Desta forma separa-se o problema de controle das posições individuais dos navios do problema de controle cooperativo, sendo o primeiro executado pelo controlador DP de cada navio e o segundo executado pelo controlador cooperativo desenvolvido. Em malha fechada, ambos os controles contribuirão para o desempenho final do sistema. A validação do sistema proposto será feita tanto através de simulações numéricas quanto de ensaios com modelos em escala no tanque de provas.

O controle cooperativo requer, ainda que em baixa frequência, a troca de informação entre as unidades flutuantes. Portanto tem-se como produto final desta pesquisa um algoritmo de controle baseado em técnicas de controle cooperativo capaz de realizar manobras conjuntas de duas ou mais unidades. Tal algoritmo será aplicado às operações *offshore* do tipo controle de posição relativa tal como em operações de alívio e também às manobras conjuntas onde se faz necessário o controle indireto de variáveis como a tração em linhas e movimento de cargas em içamento (operação de instalação submarina).

A arquitetura de controle cooperativo combinado ao sistema DP de cada navio é a principal contribuição deste trabalho. Destaca-se também a validação da metodologia de controle proposta, tanto por meio de simulações numéricas quanto através de ensaios em tanque de provas com modelos em escala reduzida.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

O texto encontra-se dividido em capítulos, seções e subseções. No capítulo 2, uma visão geral do desenvolvimento de sistemas de controle cooperativos é mostrada. Na seção 2.1, o contexto atual do desenvolvimento de algoritmos de controle baseados na cooperação é apresentado. Na seção 2.2, é apresentado o controle de consenso e o seu desenvolvimento histórico de maneira simplificada. Isto é feito através de uma revisão bibliográfica e discussão dos principais trabalhos desenvolvidos.

O capítulo 3 aborda as deduções matemáticas do problema. Na seção 3.1, é apresentada uma breve introdução à teoria de grafos. Na seção 3.2, o consenso é matematicamente apresentado. É demonstrado sob quais circunstâncias é possível atingir-se o consenso.

No capítulo 4, os sistemas de coordenadas, as equações dinâmicas para um navio em três graus de liberdade e os esforços aos quais uma embarcação está sujeita são introduzidos. Os parâmetros do navio rebocador real e do navio aliviador (usado nos experimentos numéricos), bem como o ajuste do controlador DP de cada navio são apresentados respectivamente nas seções 4.3 e 4.4.

No capítulo 5, o controlador cooperativo é apresentado. A sintonia do mesmo é feita para o navio rebocador e para o navio aliviador.

No capítulo 6, os resultados experimentais das simulações numéricas são apresentados. Na seção 6.2 são apresentados os resultados das variações de distância relativa. Na seção 6.3 são apresentados os resultados das variações do posicionamento da frota.

No capítulo 7, é apresentada a preparação para os ensaios no tanque de provas da Engenharia Naval da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. O ajuste do controle DP dos modelos é feito no subitem 7.1. Modificações no controlador cooperativo proposto no item 5 são apresentadas no subitem 7.2. A forma com que os ensaios serão comparados com simulações numéricas equivalentes é apresentada no subitem 7.3.

No capítulo 8, são apresentados os resultados dos ensaios em tanque de provas, bem como a comparação com simulações numéricas para variação da distância relativa (seção 8.1) e para a variação do posicionamento da frota (seção 8.2). Na seção 8.3, é apresentada a validação do modelo matemático utilizado bem como do critério de projeto adotado.

No capitulo 9, são apresentadas as conclusões da tese e sugestões de pesquisas futuras.

### 2 RESUMO BIBLIOGRÁFICO

#### 2.1 CONTROLE COOPERATIVO

Apesar da cooperação entre máquinas ser encontrada há mais de cem anos, foi apenas em meados do século passado que os primeiros passos em direção ao estudo formal de problemas envolvendo a cooperação entre máquinas começaram a ser dados. Na indústria da informática, devido à limitada capacidade lógica dos primeiros computadores, surgiu a necessidade de se decompor programas de computação em trechos menores chamados de blocos, na tentativa de melhorar a eficiência de execução dos programas. Desta forma, cada bloco poderia ser executado mais rapidamente por um equipamento otimizado àquele tipo de computação e o resultado da computação de cada bloco poderia de alguma forma ser reaproveitado na solução do problema total. Um exemplo dos primeiros estudos nessa linha foi apresentado por Dantzig e Wolfe (1960). Não demorou muito para se perceber que alguns blocos dos programas eram independentes e poderiam ser executados em paralelo em circuitos eletrônicos independentes (Bernstein, 1966).

Também foi na mesma época que a teoria de grafos (já aplicada ao estudo de outras redes, como redes sociais) passou a ser largamente aplicada como ferramenta na modelagem das comunicações entre os blocos decompostos de um programa (Saaty; Busacker, 1966). O uso da comunicação digital na solução de problemas cada vez maiores trouxe problemas de sincronismo de informação que serviram como motivação para o aparecimento de estudos nessa área, como o trabalho de Sandberg (1969). Este mostrou as condições necessárias para que uma determinada informação digital pudesse ser sincronizada em duas localidades distintas na ausência de atrasos de comunicação.

A partir daí, a ideia de se decompor um problema em pedaços menores foi para outras áreas sob o nome de *descentralização*. A decomposição da missão do sistema em problemas menores elementares implica em se obterem subtarefas cujas soluções, ao serem combinadas, compõem a resolução do problema. Formalmente, estas subtarefas são chamadas de *comportamentos*. Publicações podem ser encontradas sobre tomada de decisão (Marshak, 1972), eletrônica (Sanders; Tacker; Linton, 1974) até chegar à área de controle. Nesta área, o foco

recaiu sobre os sistemas dinâmicos descentralizados. Citam-se trabalhos como o de Davinson e Wang (1973) que estudaram a estabilidade de sistemas dinâmicos descentralizados e Aoki e Li (1973) que mostraram como o vetor de estados de um sistema dinâmico descentralizado pode ser recuperado a partir de observações locais. Chu (1974) mostrou uma versão descentralizada do regulador linear ótimo aplicado a um sistema dinâmico descentralizado composto por partes idênticas. Corfat e Morse (1976) estudaram os efeitos da realimentação descentralizada nas propriedades de malha fechada de sistemas lineares multivariáveis. Lau *et al.* (1972) mostrou um exemplo de como a informação deve ser sincronizada em uma rede de um sistema de controle descentralizado.

Com o avanço da tecnologia digital, no final da década de 80, surgem os primeiros trabalhos envolvendo cooperação entre máquinas operadas remotamente e robôs (Parker, 2000). O campo de controle de formação foi um dos primeiros tópicos a aparecer na literatura e de uma maneira simplista, pode-se separar as missões dos sistemas de formação em quatro: líder-seguidor (*leader-following*) manutenção de formações rígidas (*virtual structures*), encontro (*rendezvous*) e a navegação (*navigation*).

Resumidamente, o líder-seguidor define um líder na formação que pode ser um dos membros ou um líder virtual (Leonard; Fiorelli, 2001). Ao líder podem ser aplicadas técnicas de controle convencionais cabendo aos outros membros da formação seguir o líder. Citam-se trabalhos como o de Egerstedt e Hu (2001) no qual uma plataforma sobre rodas deve seguir um líder virtual, cujo movimento é governado por equações dinâmicas que consideram a medida da posição relativa entre a plataforma e a posição do veículo virtual.

Na manutenção de formação rígida, a formação como um todo é tratada como uma única estrutura virtual de modo que o controle deve manter as distâncias relativas entre os membros da formação constante. Mencionam-se trabalhos como o de Sheikholeslam e Desoer (1992) que estudaram a formação de veículos em autoestradas.

No encontro, a formação deve dirigir-se e encontrar-se em um local prédefinido. O tempo pode entrar como uma variável a mais neste problema, restringindo o encontro a um determinado momento que pode estar separado por pequenos intervalos de tempo a fim de se evitar colisões entre os veículos. Destacam-se trabalhos como o de McLain e Beard (2000) que mostraram uma estratégia de geração de trajetórias para que veículos aéreos não tripulados (UAVs) de uma frota se encontrem em um determinado local e o de McLain *et al.* (2001) que aborda o encontro em um determinado momento e local.

Na navegação, a formação deve seguir leis predefinidas, evitando colisão entre os membros da formação e obstáculos no caminho quando presentes. As leis de navegação podem ser simplesmente de direção e velocidade ou até mesmo de acompanhamento de trajetória (*path-following*). Incluem-se na navegação os problemas de acompanhamento de trajetória. Citam-se trabalhos como o de How *et al.* (2004) que desenvolveu algoritmos de navegação cooperativos e os aplicou em uma formação de oito UAVs. Tais algoritmos incluem geração de trajetória, acompanhamento de trajetória e controle para evitar colisão entre os veículos.

Mais comum que se encontrar cada uma das quatro missões acima descritas isoladamente é encontrar a combinação entre as mesmas. Por exemplo, tem-se o trabalho de Wang (1991), no qual estratégias de navegação para uma frota de robôs autônomos movimentando-se em formação, foi abordada. Balch e Arkin (1998), que demonstram comportamentos reativos que se aplicados a uma formação de robôs em navegação mantinham a estrutura da formação (manutenção de formação rígida). Belta e Kumar (2002), que aplicaram a navegação juntamente com manutenção de formação a robôs. Lawton *et al.* (2000) combinou o problema de manutenção de formação com o líder-seguidor. Sua abordagem foi aplicada a micro-espaçonaves (um corpo rígido com centro de massa fixo). Destaca-se o trabalho de Ren e Beard (2004) que combinaram três das quatro missões quando aplicaram o problema de formação rígida à espaçonaves em conjunto com a navegação para um líder virtual.

Nos tipos de missões descritos acima, pode-se impor ainda, além da restrição temporal, uma restrição espacial. Restrições espaciais normalmente são impostas a problemas de navegação sob a forma de obstáculos. A Figura 6 mostra as possíveis combinações do controle de formação.



Figura 6 - Diagrama das possíveis combinações dos tipos de controle de formação.

Mais recentemente, a partir de meados da década passada, observou-se um aumento na quantidade de publicações relacionadas a controle cooperativo. Parte disso se deve aos avanços tecnológicos que tornaram os processadores mais eficientes e mais acessíveis, possibilitando que sistemas embarcados com alta capacidade computacional fossem produzidos. Além disso, houve uma evolução na área da comunicação, principalmente na comunicação sem fio. Os sistemas de comunicação também ficaram menores e mais eficientes, possibilitando que fossem embarcados juntos com os processadores. Como prova disso, têm-se a utilização cada vez maior de veículos não tripulados combinados a técnicas de controle cooperativo. A exemplo, têm-se o trabalho de Kaminer et al. (2007) que combinou o problema de formação com navegação incluindo restrição espacial. Seu trabalho propõe uma metodologia geral para problemas de controle cooperativo envolvendo veículos não tripulados que operam sob restrições temporais e espaciais (evitar colisões). A metodologia proposta integra algoritmos para geração de trajetórias, acompanhamento de trajetórias, coordenação temporal e controle adaptativo. Juntos estes algoritmos geram leis de controle que atendem aos requisitos de desempenho na presença de incertezas de modelagem e distúrbios ambientais. A metodologia proposta por Kaminer et al. (2007) é exemplificada para o caso de veículos aéreos não tripulados e é composta basicamente por três passos. Inicialmente, dada uma tarefa múltipla, um conjunto de trajetórias factíveis é gerado para cada UAV utilizando-se um método de cálculo direto de variações baseado apenas nas condições inicial e final, na dinâmica simplificada do UAV e em restrições de segurança a fim de se evitar colisões. Em seguida, deve-se fazer com que cada veículo siga a sua trajetória enquanto respeita um perfil de velocidade desejado. O controle de trajetória é feito em duas malhas de controle, sendo a primeira, uma malha de controle externa que gera as velocidades de *pitch* e de *yaw* que alimentam uma malha de controle interna, sendo esta última, o piloto automático de cada UAV. Por último, o perfil de velocidade de cada UAV deve ser ajustado de forma que as restrições temporais sejam atingidas. Este passo depende de troca de informações entre os veículos.

Seja qual for o tipo de cooperação abordada, todas têm algo em comum. Para que haja cooperação é necessária a troca de informação, ainda que de maneira restrita. Fax e Murray (2004) analisaram o problema de falha de comunicação para a abordagem líder-seguidor e como a mesma afeta a estabilidade do sistema através de diagramas de Nyquist. Ghabcheloo et al. (2009) abordou o problema de acompanhamento de trajetória com possível alteração de formação na presença de falhas de comunicação. Seu desenvolvimento foi aplicado a uma formação de veículos submarinos não tripulados. A teoria de grafos foi utilizada para modelar a topologia de comunicação. A estabilidade do sistema foi verificada utilizando-se funções de Lyapunov. Aguiar et al. (2008) complementou os resultados obtidos por Kaminer et al. (2007) visando corrigir eventuais falhas de comunicação. Em particular foram estudados os casos em que o grafo de comunicação que representa a topologia da rede de comunicação possa estar desconectado pontualmente durante algum intervalo de tempo a qualquer instante, representando falhas randômicas na comunicação. Na topologia de comunicação adotada por Aguiar et al. (2008) apenas se permite que a informação trocada entre as aeronaves seja a distância que cada aeronave já percorreu. Cada veículo apenas se comunica com seu adjacente e não com frota inteira. Um controlador de alto nível baseado em técnicas de controle adaptativo foi desenvolvido sendo responsável por gerar as referências de altitude, velocidade e aproamento para o piloto automático de cada aeronave, baseado na posição atual. O controle de baixo nível, responsável em conhecer a dinâmica de cada aeronave ficou por conta do piloto automático. A Figura 7 mostra o diagrama de blocos adotado por Aguiar et al. (2008).


Figura 7 - Sistema de controle descentralizado para cada aeronave (extraído de Aguiar et al., 2008).

A topologia de implementação do algoritmo de controle adotada por Aguiar *et al.* (2008) é baseada em um modelo descentralizado, em que cada aeronave possui tanto o controlador de baixo nível quanto o de alto nível. Este esquema é mais robusto quanto a falhas, pois não existe um ponto central onde toda informação converge, o qual, caso existisse, seria crítico. Além disso, apresenta a vantagem de ser facilmente expansível, pois a introdução de mais aeronaves é feita de forma automática e não sobrecarrega um ponto central.

A contrapartida é a topologia centralizada, em que todo algoritmo de cooperação fica centralizado em um único componente, responsável em calcular as referências para o controle de baixo nível de cada membro da formação. Arrichiello *et al.* (2006) estudou o problema em que se desejava manter uma formação de embarcações ao longo de uma trajetória pré-definida. O algoritmo de controle cooperativo desenvolvido por Arrichello *et al.* (2006) (*Null Space Based* - NSB) se integra com o controle de aproamento e velocidade (controle de navegação) de cada embarcação (Figura 8), ficando assim o sistema de manobra de cada embarcação encarregado de calcular a força no propulsor e ângulo de leme para seguir o caminho calculado pelo NSB. O NSB é responsável por manter e guiar a formação

através de um caminho e em caso de obstáculo, recalcular a trajetória de uma ou mais embarcações, retirando-as da formação se necessário e reposicionado-as tão logo os obstáculos tenham sido transpassados. A arquitetura adotada por Arrichello *et al.* (2006) centraliza o controlador cooperativo e a integração do controle cooperativo com cada embarcação é semelhante a adotada por Aguiar *et al.* (2008) no seguinte aspecto: a dinâmica de cada embarcação fica por conta do sistema de navegação (propulsor principal e leme) e a cinemática do problema por conta do algoritmo de controle cooperativo. Neste cenário o NSB é alimentado com informações sobre posição e velocidade de cada embarcação através de um GPS, sendo eventuais falhas de comunicação críticas a esta arquitetura e não abordadas neste estudo.



Figura 8 - Sistema de controle centralizado adotado por Arrichello (extraído de Arrichiello; Chiaverini; Fossen, 2006).

O mesmo problema de controle de trajetória de múltiplas embarcações autônomas foi estudado por Ihle *et al.* (2006), porém por uma abordagem diferente da apresentada em Arrichello *et al.* (2006). Ihle *et al.* (2006) mostrou como embarcações individuais podem ser controladas através de funções de coordenação (McLain; Beard, 2005) que forçam a embarcação a permanecer em uma formação desejada. As funções de coordenação neste exemplo são forças restritivas que surgem devido às condições impostas. Além disso, a realimentação das restrições é usada para conferir ao sistema robustez em relação à posição inicial, distúrbios externos e ruído de medida. Neste caso, a topologia adotada foi a descentralizada.

Foram encontrados ainda, no âmbito naval, além dos trabalhos já citados, trabalhos que sugerem o uso do controle cooperativo para reabastecimento de

navios em baixa velocidade (Ihle; Skjetne; Fossen, 2004; e Kyrkjebø; Pettersen, 2003). Trabalhos envolvendo o uso de uma frota de rebocadores operados automaticamente (Feemster; Esposito; Nicholson, 2006) ou autonomamente (Smith; Feemster; Esposito, 2007) com o objetivo de deslocar um objeto flutuante não atuado para uma posição desejada. Posteriormente foi abordada a entrada de um novo rebocador aos já existentes durante a manobra (Esposito, 2008) e a inclusão de incertezas na modelagem dos rebocadores, bem como a saturação dos atuadores (Esposito; Smith, 2008).

### 2.2 CONTROLE CONSENSUAL

Dentre os algoritmos de controle cooperativo, destaca-se o controle consensual. Na literatura, consenso é definido como sendo a convergência para um valor comum. Exemplificando, podem-se imaginar dois indivíduos A e B com opiniões divergentes sobre uma tomada de decisão. Neste caso têm-se três situações possíveis: na primeira situação, o indivíduo A tem maior poder decisão do que o indivíduo B e a decisão tomada é inteiramente a do indivíduo A. Na segunda situação, o indivíduo B tem maior poder decisão e a decisão tomada é inteiramente a do indivíduo B. Na terceira situação nenhum dos indivíduos tem maior poder decisão do que o outro e decisão tomada é um meio termo entre as decisões dos indivíduos A e B.

Ao aplicar-se a definição do consenso ao problema de cooperação, diz-se que o consenso foi atingido quando há uma convergência para um valor comum das informações compartilhadas por cada membro da formação. Fazendo-se um paralelo com o exemplo acima, se houver um líder na formação (semelhante a alguém com maior poder de decisão), haverá convergência dos outros componentes da formação para o valor da informação compartilhada pelo líder. Se não houver líder, a convergência se dará em um valor intermediário entre os valores das informações compartilhadas entre os membros da formação. Se houver mais que um líder, o consenso não será possível.

Os primeiros trabalhos sobre consenso surgem na literatura no final da década de 1960. Ainda sem formalmente se utilizar do nome consenso, trabalhos de

sincronismo de dados em redes de transmissão (Sandberg, 1969) lançam mão dos conceitos de consenso para sincronizar dados em duas localidades distintas.

Em Fax & Murray (2001), o teorema de Nyquist é utilizado para demonstrar o efeito dos autovalores do Laplaciano obtidos a partir do grafo de comunicação na estabilidade da formação de veículos.

Em Beard e Stepanyan (2003), uma lei de sincronização de informação baseada nos conceitos de consenso é apresentada. Essa lei é aplicada a veículos modelados pela dinâmica de um integrador simples. A teoria de grafos é usada para se modelar a comunicação entre os veículos e demonstrar a quantidade mínima de conexões para que o consenso entre os veículos seja atingido. O presente trabalho baseia-se na mesma lei de sincronismo apresentada em Beard e Stepanyan (2003), expandindo o caso para a dinâmica de um sistema de 2ª ordem completo.

Em Fax e Murray (2004), o mesmo problema de consenso em um conjunto de veículos modelados pela dinâmica de um integrador simples é analisado, chegandose à mesma lei de consenso apresentada em Beard e Stepanyan (2003). Neste trabalho é mostrada ainda a influência que conexões extras no grafo que modela a comunicação entre os veículos, têm na estabilidade do sistema. É demonstrado como conexões extras podem levar o sistema à instabilidade.

Em Ren *et al.* (2005), o controle de consenso linear é formalmente definido e o quanto de informação deve ser compartilhado a fim de se atingir o consenso é abordado. A esta informação compartilhada denomina-se variável de coordenação. Caso a topologia de implementação adotada seja a centralizada, tem-se um vetor de variáveis de coordenação global, acessível a todos os membros da formação. Caso a topologia seja descentralizada existem variáveis de coordenação compartilhadas localmente entre grupos de membros da formação e neste caso o consenso deve ser buscado localmente. A quantidade de variáveis de coordenação compartilhadas por cada membro da formação define a ordem do controle de consenso. Novamente o problema de consenso em um conjunto de veículos modelados pela dinâmica de um integrador simples é analisado com a diferença de que neste trabalho são adicionados pesos diferentes às informações compartilhadas por cada membro da formação.

Em Ren *et al.* (2005) encontra-se o estado da arte até aquele momento no que tange à aplicação do consenso linear em problemas de controle cooperativo. Em Ren e Beard (2005) são ainda abordadas situações onde a topologia de comunicação é variável no tempo (falha de comunicação) e o requisito para que seja atingido o consenso nesta situação é apresentado. Ren, Beard e Kingston (2005) propõem uma solução ao problema de topologia de comunicação variável baseado em filtros de Kalman que atuam como estimadores das variáveis de coordenação. Em Ren (2007) o consenso linear de segunda ordem é introduzido. Restrição de troca de informação é abordada, sendo somente permitida a comunicação para troca de informação entre vizinhos na formação (topologia descentralizada). Em Ren e Atkins (2007) um esquema descentralizado, onde a variável de coordenação e o estado de cada membro da formação são distintos. Um esquema de recuperação dos estados baseado na variável de coordenação é proposto e a estabilidade do sistema é estudada. Em Ren e Sorensen (2008) o consenso é aplicado a uma formação de robôs numa abordagem líder-seguidor com troca de informações apenas entre os vizinhos da formação. Os limites desta arquitetura são discutidos e uma solução alternativa é proposta. Em Ren et al. (2008) os algoritmos de consenso são implementados e testados experimentalmente em uma formação de robôs. Os robôs devem se encontrar em um determinado local não conhecido previamente. Falhas de comunicação são abordadas. Em Ren (2008) um algoritmo de consenso para a dinâmica do integrador duplo é apresentado. Algumas situações são analisadas: sem medidas de velocidade relativa, com uma medida de velocidade relativa disponível para todos os membros da formação e com uma medida de velocidade relativa disponível apenas para uma parte da formação. São demonstrados os requisitos necessários para que o consenso seja atingido em cada uma das situações. O desenvolvimento de uma lei de consenso para a dinâmica do integrador duplo pode ser encontrada também em Abdessameud (2013).

No trabalho de Ma e Zhang (2010), o conceito de *consensualidade* é definido como sendo a capacidade de uma formação de entrar em consenso. As condições necessárias e suficientes para que uma formação (cuja topologia de comunicação não varie no tempo) entre em consenso são deduzidas. Em Wu *et al.* (2010), a obtenção do consenso é verificada em redes de agentes na presença de distúrbios externos e incertezas nos modelos. Atraso na comunicação em topologia fixa e variável é discutido. Funções de Lyapunov e desigualdades de Riccati são utilizadas para se estabelecer critérios de robustez. Em Münz *et al.* (2011) o consenso é aplicado a uma formação heterogênea com modelagem não linear de grau dois. Atraso de comunicação é considerado. Chang *et al.* (2011) propõe uma lei de

consenso não linear, baseada nas técnicas de *fuzzy sliding-mode*. O algoritmo é aplicado a redes de agentes na presença de distúrbios externos e incertezas nos modelos. Comparações com os algoritmos de consenso linear são apresentadas. Em Yang *et al.* (2011) o consenso de uma rede de sistemas dinâmicos de segunda ordem na presença de distúrbios externos é investigado. Um controlador baseado nas técnicas de  $H_{\infty}$  é apresentado, de modo que os distúrbios são estimados e compensados. É demonstrado que o consenso é atingido tanto em topologia de comunicação fixa quanto variável no tempo. Em Rao & Ghose (2011) um consenso baseado em *sliding-mode* é apresentado. O algoritmo é aplicado a uma formação de agentes autopropulsionados. Os agentes foram modelados tanto com dinâmicas de primeira quanto de ordem superior.

You e Xie (2011) investigaram o efeito que a dinâmica conjunta da formação, a topologia de comunicação e a taxa de transferência de dados possuem na consensualidade de agentes modelados como sistemas lineares discretos. Uma condição necessária e suficiente para consensualidade é deduzida, dado um algoritmo de controle comum a todos os agentes. Goldin (2013) investigou a controlabilidade de uma formação de agentes cuja dinâmica é modelada por um integrador duplo. Condições necessárias e suficientes para controlabilidade são deduzidas a partir da conectividade do grafo que representa a comunicação dos agentes. You et al. (2013) estudaram problemas de consenso em formações de agentes modelados por dinâmicas contínuas e discretas, nas quais a topologia de comunicação é variável no tempo, governada por processos estocásticos. Condições necessárias e suficientes à obtenção do consenso foram deduzidas. Morbidi (2013) propôs uma generalização do protocolo de consenso contínuo obtido substituindo-se o Laplaciano do grafo de comunicação pelo chamado Laplaciano deformado. O Laplaciano deformado de um grafo é um polinômio matricial na variável real s, em que para os casos onde s = 1, recai-se no Laplaciano convencional. Yang et al. (2014) estudaram a velocidade de convergência de formações de agentes na presença de atrasos de comunicação e de computação e propuseram um algoritmo de controle para otimizar a velocidade de convergência da formação. Ou et al. (2014) propuseram um controle de consenso para uma formação de agentes na presença de atrasos de comunicação baseado nas técnicas de  $H^{\infty}$ . Liu et al. (2014) propuseram um sistema de posicionamento dinâmico cooperativo.

Neste trabalho, um algoritmo de controle centralizado para a frota é deduzido, o qual calcula diretamente a força que cada navio necessita para o correto posicionamento.

Em Queiroz et al. (2012) um controlador cooperativo baseado nas técnicas de LQG/LTR para o controle de surge de um navio aliviador e um FPSO DP durante uma operação de alívio de petróleo é apresentado. O controlador é avaliado por meio de simulações numéricas tanto na ausência quanto na presença de distúrbios ambientais. Em Queiroz e Tannuri (2013a), o consenso linear de primeira ordem foi aplicado a uma formação de dois navios DP. O controle consensual foi implementado em paralelo com o DP de cada navio, e a força resultante de cada controlador (DP e o consensual) somada na entrada do algoritmo de alocação de empuxo. O controlador cooperativo foi utilizado para se controlar a posição relativa entre os navios em três graus de liberdade. A estabilidade, bem como os parâmetros de desempenho do sistema, foram analisados utilizando-se de técnicas do lugar das raízes combinadas com gráficos de Bode. Também foram feitas análises numéricas do sistema em três graus de liberdade quanto ao desempenho e a rejeição de distúrbios externos. No caso dos distúrbios externos considerou-se de 0 a 360° de direção de incidência. Em Queiroz e Tannuri (2013c) o algoritmo de consenso proposto em Queiroz e Tannuri (2013a) foi aplicado experimentalmente a dois modelos de rebocadores. Ensaios experimentais em tanque de provas de provas foram executados para os mesmos casos. Em Queiroz e Tannuri (2013b) uma comparação entre os ensaios numéricos de Queiroz e Tannuri (2013a) e os ensaios em tanque de provas de Queiroz e Tannuri (2013c) é feita.

No âmbito naval, o campo de possíveis aplicações do controle consensual é extenso. Alguns exemplos são as já citadas operações de alívio e de lançamento de equipamento submarino, operações de escolta quebra-gelo para regiões árticas, operações envolvendo um navio de superfície acompanhando um submarino para pesquisa ou militar, etc.. Neste trabalho, pretende-se desenvolver um algoritmo de controle cooperativo baseado nas técnicas consensuais lineares e combinar o mesmo com o sistema DP cada navio para resolver problemas onde se deseja controlar a distância relativa entre membros da formação (manutenção de formação rígida).

# **3 INTRODUÇÃO TEÓRICA**

## 3.1 INTRODUÇÃO À TEORIA DE GRAFOS

É usual a utilização de grafos para se modelar a troca de informação entre membros de uma formação. Nesta seção, serão introduzidos os conceitos básicos da teoria de grafos, úteis no estudo do controle de formação. Especificamente, será dado foco na definição da matriz Laplaciana de um grafo e como a mesma pode ser relacionada à comunicação de uma formação. Posteriormente, relacionar-se-á a matriz Laplaciana com a Teoria de Controle para projeto e análise do controle de consenso proposto. Na literatura, muitos textos sobre teoria de grafos podem ser encontrados, tais como Merris (1994), Zhang (2011) e Chung (1997).

### 3.1.1 DEFINIÇÕES ÚTEIS

Um grafo  $\mathcal{G}$  consiste em um conjunto finito não vazio de vértices ou nós denotado por  $\mathcal{V}$ , um conjunto ordenado de pares de vértices  $\mathcal{A} \subset \mathcal{V}^2$  chamados arestas ou arcos, onde  $a = (v, \omega) \in \mathcal{A}$  e  $v, \omega \in \mathcal{V}$  e um conjunto de mapas  $s, t: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{V}$  (s e *t* correspondem a *source* e *target* respectivamente). Se a informação flui de *v* para  $\omega$ , têm-se o primeiro elemento de *a* denotado como s(a) = v e o segundo como  $t(a) = \omega$ . Laço num grafo é uma aresta  $a \in \mathcal{A}$  cujas terminações estão no mesmo vértice, ou seja s(a) = t(a). A Figura 9 ilustra esses conceitos.



Figura 9 - Exemplo de grafo contendo dois vértices, uma aresta e um laço.

Assumir-se-á, para este estudo que os grafos analisados não possuem laços. Também se assume que cada elemento de  $\mathcal{A}$  é único. Um grafo que possui a propriedade de para toda aresta  $(v, \omega) \in \mathcal{A}$  existe a aresta  $(\omega, v)$  é dito *não direcionado*, caso contrário o grafo é dito *direcionado* ou simplesmente *digrafo*. O *grau de entrada* de um vértice v é definido como o número de arestas a tal que s(a) = v. Semelhantemente, o *grau de saída* de um vértice v é definido como o número de arestas a tal que t(a) = v. Para grafos não direcionados o grau de entrada e o grau de saída de um dado vértice v são iguais. Se todos os vértices de um grafo possuem o mesmo grau de entrada e de saída o grafo é dito *regular*. Se todas as possíveis arestas existem o grafo é dito *completo*.

Um *caminho* em *G* de tamanho N de  $v_0$  até  $v_N$  é um conjunto ordenado de vértices distintos { $v_0, v_1, v_2, ..., v_N$ } tal que ( $v_{i-1}, v_i$ )  $\in$  [1, *N*]. Um *N-ciclo* em *G* é definido semelhantemente ao caminho excetuando-se que  $v_0 = v_N$ . Um ciclo simples é um ciclo que tem um comprimento de pelo menos 3. Assumir-se-á neste trabalho que os ciclos de um grafo são sempre simples. Um grafo sem ciclos é dito *acíclico*. Um grafo com a propriedade de o conjunto com todos os ciclos possuir um divisor comum *k* é dito *k-periódico*. A Figura 10 exemplifica um possível caminho do nó  $\omega$  para o nó v indicado pelas arestas em azul e um ciclo indicado pelas arestas em vermelho. Note que as arestas em vermelho entre  $\omega e v$ , passando por *t* fazem outro possível caminho entre  $\omega e v$ .



Figura 10 - Exemplo de grafo com quatro vértices, contendo um ciclo (arestas em vermelho) e um possível caminho de  $\omega$  para  $\nu$  indicado pelas arestas em azul.

Seja  $\mathcal{V}_1 \subset \mathcal{V}$  e  $\mathcal{A}_1 \subset \mathcal{A}$ , onde  $a \subset \mathcal{A}_1$  com  $s(a) \in \mathcal{V}_1$  e  $t(a) \in \mathcal{V}_1$ . O grafo direcionado  $\mathcal{G}_1 = (\mathcal{V}_1, \mathcal{A}_1)$  é chamado de subgrafo de  $\mathcal{G}$ . Se  $s(a) \in \mathcal{V}_1$  e  $t(a) \in \mathcal{V}_1$  para qualquer  $a \subset \mathcal{A}_1$ , então  $\mathcal{G}_1$  é chamado de subgrafo induzido de  $\mathcal{G}$ .

### 3.1.2 CONECTIVIDADE EM GRAFOS

Se existe um caminho de  $v_i$  para  $v_j$  é dito que  $v_i$  tem acesso a  $v_j$ . Se for possível estabelecer um caminho de qualquer vértice para qualquer outro vértice em um grafo G, diz-se que o grafo é *conexo*. Se for sempre possível estabelecer um caminho de qualquer vértice para qualquer outro vértice mesmo depois de remover k - 1 vértices, então diz-se que o grafo é *k-conexo*. Observa-se que um grafo é *kconexo* se, e somente se, contém *k* caminhos independentes entre qualquer par de vértices. Um grafo no qual existe um subconjunto de vértices, tal que os elementos não têm acesso uns aos outros é chamado de *desconexo*. Dois vértices que têm acesso direto entre si são ditos *comunicantes*. Se o grafo é completo, diz-se que o grafo é *fortemente conexo*. Observa-se que digrafos não são nem conexos nem desconexos.

Uma árvore de extensão ou árvore de dispersão (*spanning tree*) é um digrafo onde todo o vértice v, exceto o vértice raiz, tem exatamente um vértice pai. Diz-se que um grafo G contém uma árvore de dispersão se existe uma árvore de dispersão que seja um subconjunto de G. Nota-se que dizer que um digrafo possui uma árvore de dispersão é equivalente a dizer que existe um vértice que têm acesso a todos os outros vértices de G.

#### 3.1.3 ÁLGEBRA DE GRAFOS

Uma área de especial interesse dentro da Teoria de Grafos é a Álgebra de Grafos, a qual relaciona as estruturas dos grafos com matrizes. A matriz de adjacência de um grafo, definida como A(G), é uma matriz quadrada de tamanho  $|\mathcal{V}|$ , definida como  $A_{ij} = 1$  se  $(v_i, v_j) \in \mathcal{A}$ , senão zero. De forma geral o valor  $A_{ij}$ 

guarda informações sobre como os vértices  $v_i \in v_j$  estão relacionados (isto é, informações sobre a adjacência de  $v_i \in v_j$ ). Nota-se que A é suficiente para se representar um grafo. Seja D a matriz diagonal com  $D_{ii} = t(v_i)$  com  $v_i \in \mathcal{V}$ , i = 1, ..., N, o Laplaciano do grafo é definido como:

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{D} \tag{1}$$

Caso *L* seja singular, isto é apresenta uma linha de zeros, implica em um vértice com grau de saída nulo. Tal vértice é um vértice raiz no correspondente grafo, o que configura um líder na formação. Neste trabalho o foco será dado em grafos direcionados, uma vez que na formação, será adotado um líder virtual. A Figura 11 mostra um digrafo  $\mathcal{H}$ , tomado como exemplo, contendo um líder:

O vértice 1 de  $\mathcal{H}$  possui grau de saída nulo (t(1) = 0), o que representa o líder na formação. Observa-se que  $\mathcal{H}$  possui mais de uma possível árvore de dispersão, sendo uma delas representada pelo grafo da Figura 12.

A matriz de adjacência de  $\mathcal{H}$  é dada por:

$$A(\mathcal{H}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
(2)



Figura 11 - Digrafo  $\mathcal{H}$  de exemplo com 4 vértices.



Figura 12 - Árvore de dispersão de exemplo com 4 vértices.

A matriz diagonal D do digrafo  $\mathcal{H}$  pode ser obtida a partir do grau de saída de cada vértice, do seguinte modo:

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} t(1) & 0 & 0 & 0\\ 0 & t(2) & 0 & 0\\ 0 & 0 & t(3) & 0\\ 0 & 0 & 0 & t(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 3 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$
(3)

Logo, o Laplaciano do digrafo  $\mathcal{H}$  pode ser obtido a partir da definição (1) como segue:

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$
(4)

Algumas propriedades do Laplaciano de um grafo podem ser observadas: as linhas necessariamente somam zero; uma linha de zeros representa um líder na formação. Nota-se que existirão tantas linhas de zeros no Laplaciano do grafo, quantos líderes na formação. A Figura 13 exemplifica um grafo com dois líderes. O Laplaciano do grafo da Figura 13 é dado por:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(5)

Outra propriedade é a existência de uma coluna de zeros no Laplaciano de um grafo. Isto representa um vértice isolado em um grafo, tal como exemplificado na Figura 14. O Laplaciano do grafo da Figura 14 é dado por:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(6)

Figura 13 - Grafo de exemplo com 4 vértices e dois líderes.



Figura 14 - Grafo de exemplo com 4 vértices sendo um isolado.

Uma última propriedade de interesse trata-se da existência de dois subgrafos independentes em um grafo, ou seja, sem que haja um caminho entre eles. Neste caso os vértices deste grafo podem ser renomeados de modo que o Laplaciano do grafo seja bloco diagonal. A Figura 15 exemplifica o caso já com os vértices renomeados.



Figura 15 - Grafo de exemplo com 4 vértices sendo um isolado.

O Laplaciano do grafo da Figura 15 é dado por:

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$
(7)

Nota-se que o grafo da Figura 15 funciona como se fossem dois grafos, cada um contendo dois vértices.

## 3.2 O CONSENSO LINEAR

Quando o controle descentralizado se tornou objeto de estudo, a teoria de grafos apresentou-se como uma ferramenta útil para se modelar a comunicação entre os agentes (Corfmat; Morse, 1976; e Ho, 1973). A aplicação desta ferramenta a uma formação é feita de maneira direta, onde cada vértice do grafo representa um membro da formação (físico ou virtual), e cada aresta representa um canal de comunicação entre os mesmos. A informação que circula pelos canais são as variáveis de coordenação. Seja x a variável de coordenação de uma formação, de acordo com Beard e Stepanyan (2003), o consenso pode ser definido como:

*Definição:* Dado o grupo de membros de uma formação  $\mathcal{F} = \{\mathcal{M}_i : 0 < i \leq N\}$ com  $N \in \mathbb{N}^*$ , diz-se que  $\mathcal{F}$  está em consenso no tempo  $t_c$  se para  $t > t_c$  implica em  $||\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)|| = 0$  para todo i, j = 1, 2, ..., N. Diz-se que  $\mathcal{F}$  atingiu o consenso global assintoticamente se para qualquer  $x_i(0)$ ,  $\lim_{t\to\infty} ||\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)|| = 0$ .

Na presente pesquisa, por razões que serão entendidas mais a frente, não é interessante que  $||\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)|| = 0$ . Portanto um sinal de referência  $\Delta_{ij}(t)$  da variável de coordenação relativa entre os membros *i* e *j* da formação é introduzido ao sistema, de modo que a definição acima será modificada e será considerado que  $\mathcal{F}$  está em consenso no tempo  $t_c$  se para  $\forall t > t_c$  implica em:

$$\|\mathbf{x}_{i}(t) - \mathbf{x}_{j}(t) - \Delta_{ij}(t)\| = 0$$
(8)

para todo i = 1, 2, ..., N e  $j \neq i$ , posto que  $\lim_{t\to\infty} ||\Delta_{ij}(t)|| \in \mathbb{R}: 0 < \lim_{t\to\infty} ||\Delta_{ij}(t)|| < \infty$ . Do mesmo modo o consenso global assintótico em  $\mathcal{F}$  será atingido se para qualquer  $x_i(0)$ :

$$\lim_{t \to \infty} \left\| \boldsymbol{x}_i(t) - \boldsymbol{x}_j(t) - \Delta_{ij}(t) \right\| = 0 \tag{9}$$

Na sequência, será apresentado um controle que aplicado a uma dinâmica do tipo passa-baixa satisfaça a definição acima descrita.

### 3.2.1 O CONSENSO APLICADO À DINÂMICA DO TIPO PASSA-BAIXA

Em uma formação de *N* membros onde  $N \in \mathbb{N}^*$  tal que  $1 \le i \le N$ , assumindose que todos os membros da formação têm acesso à variável de coordenação dos demais, o grafo que representa a comunicação entre os mesmos é completo e é representado pela Figura 16.



Figura 16 - Grafo que representa a comunicação entre os membros da formação.

Sem perda de generalidade, a dinâmica do i-ésimo membro da formação será representada por uma função de transferência passa-baixas de 2<sup>a</sup> ordem  $P_i(s)$ , dada por:

$$P_{i}(s) = \frac{X_{i}(s)}{U_{i}(s)} = \frac{\omega_{n_{i}}^{2}}{s^{2} + 2.\zeta_{i}.\omega_{n_{i}}.s + \omega_{n_{i}}^{2}}$$
(10)

onde  $X_i$  é a variável de coordenação,  $U_i$  a entrada de referência de cada membro,  $\omega_{n_i}$  a frequência natural e  $\zeta_i$  o amortecimento do i-ésimo membro da formação. Mais a frente será visto que toda a dedução feita para esta dinâmica pode ser estendida a qualquer dinâmica do tipo passa-baixa. Como cada membro tem acesso à medida da variável de coordenação dos demais membros da formação, as medidas são linearmente combinadas para formar o sinal de erro relativo  $z_i(t)$ , como mostra e equação (11).

$$z_{i}(t) \triangleq \sum_{\substack{j=1\\ j \neq i}}^{N} [x_{i}(t) - x_{j}(t)]$$
(11)

Introduzindo-se um sinal de referência  $r_i(t)$  para cada membro, a diferença deste com o sinal  $z_i(t)$ , produz o sinal  $e_i(t)$ . A arquitetura de controle adotada será a descentralizada, visando-se evitar que haja convergência de toda a comunicação para um único ponto do sistema. Portanto cada membro da formação terá um controlador  $K_i(s)$ , que alimentado pelo sinal  $e_i(t)$ , controlará a variável de coordenação  $x_i(t)$ . A matriz que relaciona os sinais  $z_i$ 's com os sinais  $x_i$ 's é o Laplaciano do grafo que representa a comunicação entre os membros da formação, representado pela Figura 16. Portanto, o sistema composto pela formação juntamente com a comunicação e com o controlador cooperativo pode ser representado pela Figura 17.



Figura 17 - Representação na forma de diagrama de blocos da formação, da comunicação e do controlador cooperativo.

Na presente pesquisa, propõe-se que  $K_i(s)$  seja um controle do tipo PI (Proporcional Integral), cuja função de transferência é dada por:

$$K_i(s) = K_{P_{c_i}} + \frac{K_{I_{c_i}}}{s}$$
(12)

Calculando-se a matriz de controlabilidade do sistema acima, pode-se observar que nem todos os estados deste sistema são controláveis. De fato neste sistema não é possível controlar a posição absoluta da formação. Uma possível solução a este problema consiste em se adicionar um líder à formação. Portanto a formação passa a conter além dos *N* membros, um líder denotado pelo índice *v*. O novo grafo que representa a comunicação deixa de ser completo e passa a ser direcionado como é mostrado pela Figura 18. O uso direto de um dos membros da formação como líder resultaria em um ponto crítico no sistema, pois caso este líder viesse a falhar, todo o sistema falharia junto. Para se contornar este problema, o líder será virtual na formação, sem dinâmica, pois desta forma, cada membro da

formação pode conter a equação que descreve a variável de coordenação do líder, sendo apenas necessária uma sincronização da mesma entre os membros.



Figura 18 - Grafo que representa a comunicação entre os membros da formação, acrescido do líder.

O sistema agora composto pela formação juntamente com o líder virtual pode ser representado pela Figura 19.



Figura 19 - Representação na forma de diagrama de blocos da formação, da comunicação, do controlador cooperativo e do líder virtual.

Este novo sistema agora possui todos os estados controláveis, sendo, portanto resolvido o controle da posição absoluta da formação. Com a adição do líder virtual à formação, a equação (11) deve ser reescrita adicionando-se o líder virtual do seguinte modo:

$$z_i(t) = \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} [x_i(t) - x_j(t)] + [x_i(t) - x_v(t)]$$
(13)

Voltando-se individualmente a cada membro da formação, Fax e Murray (2004) mostram que o sistema será estável se cada membro da formação individualmente for estável. Portanto, se a equação (13) for reescrita do seguinte modo:

$$z_i(t) = N. x_i(t) - \sum_{\substack{j=1 \ j \neq i}}^N x_j(t) - x_v(t)$$
(14)

Pode-se mostrar que a Figura 20 representa o diagrama de blocos do i-ésimo membro da formação.



Figura 20 - Diagrama de blocos do i-ésimo membro da formação.

O diagrama de blocos da Figura 20 pode ser simplificado, chegando-se ao diagrama da Figura 21:



Figura 21 - Diagrama de blocos simplificado do i-ésimo membro da formação.

no qual  $\Gamma_i(s)$  é dado por:

$$\Gamma_i(s) = R_i(s) + \sum_{\substack{j=1 \ j \neq i}}^N X_j(s) + X_v(s)$$
(15)

Em malha fechada a função de transferência do diagrama de blocos da Figura 21, pode ser obtida como segue:

$$T_{i}(s) = \frac{P_{i}(s)C_{i}(s)}{1+NP_{i}(s)C_{i}(s)} = \frac{\omega_{ni}^{2}(K_{P_{ci}}s+K_{I_{ci}})}{s^{3}+2\zeta\omega_{ni}s^{2}+\omega_{ni}^{2}[1+NK_{P_{ci}}]s+N\omega_{ni}^{2}K_{I_{ci}}}$$
(16)

Portanto tem-se que:

$$X_{i}(s) = T_{i}(s).\Gamma_{i}(s) = T_{i}(s).\left[R_{i}(s) + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} X_{j}(s) + X_{v}(s)\right]$$
(17)

## 3.2.1.1 APROXIMAÇÃO DE BAIXAS FREQUÊNCIAS

Seja  $\omega_{c_i}$  a frequência em que  $T_i(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot T_i(0)$ , onde  $j = \sqrt{-1}$ , o comportamento de  $T_i(j\omega)$  pode ser dividido em baixas frequências ( $\omega \ll \omega_{c_i}$ ) e em altas frequências ( $\omega \gg \omega_{c_i}$ ). Para baixas frequências tem-se que:

$$T_i(j\omega) \sim \frac{1}{N} \tag{18}$$

A mesma conclusão pode ser aplicada a qualquer dinâmica do tipo passabaixa, tornando a dedução abaixo válida para sistemas de ordem superior que possuam dinâmicas do tipo passa-baixa. Em baixas frequências a equação (17) fica como segue:

$$X_{i}(j\omega) \sim \frac{1}{N} \left[ R_{i}(j\omega) + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} X_{j}(j\omega) + X_{v}(j\omega) \right]$$
(19)

Somando-se e subtraindo-se  $X_i(j\omega)$  de (19), tem-se que:

$$X_{i}(j\omega) \sim \frac{1}{N} \left[ R_{i}(j\omega) + \sum_{j=1}^{N} X_{j}(j\omega) + X_{v}(j\omega) - X_{i}(j\omega) \right]$$
(20)

A equação (20) pode ser rescrita do seguinte modo:

$$X_i(j\omega) \sim \frac{1}{N+1} \left[ R_i(j\omega) + \sum_{j=1}^N X_j(j\omega) + X_\nu(j\omega) \right]$$
(21)

De modo semelhante, tem-se que:

$$X_j(j\omega) \sim \frac{1}{N+1} \left[ R_j(j\omega) + \sum_{k=1}^N X_k(j\omega) + X_v(j\omega) \right]$$
(22)

lgualando-se (21) com (22) posteriormente substituindo-se o valor obtido de  $\sum_{j=1}^{N} X_j(j\omega)$  em (21) tem-se que:

$$\sum_{j=1}^{N} X_{j}(j\omega) \sim \frac{1}{N+1} \left[ \sum_{j=1}^{N} R_{j}(j\omega) + N \cdot \sum_{k=1}^{N} X_{k}(j\omega) + N \cdot X_{v}(j\omega) \right]$$
(23)

Mas como  $\sum_{j=1}^{N} X_j(j\omega) = \sum_{k=1}^{N} X_k(j\omega)$ , tem-se que:

$$\sum_{j=1}^{N} X_j(j\omega) \sim \sum_{j=1}^{N} R_j(j\omega) + N \cdot X_v(j\omega)$$
(24)

Substituindo-se (24) de volta em (21), obtém-se a aproximação de baixas frequências para  $X_i(j\omega)$  como segue:

$$X_{BF_i}(j\omega) = \frac{R_i(j\omega) + \sum_{j=1}^N R_j(j\omega)}{N+1} + X_\nu(j\omega)$$
(25)

Seja  $\Delta_i(t) \mathcal{F}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  tal que a transformada de Laplace deste sinal seja dada por:

$$\Delta_i(s) \triangleq \frac{R_i(s) + \sum_{j=1}^N R_j(s)}{N+1}$$
(26)

Portanto em baixas frequências, tem-se que:

$$X_{BF_i}(j\omega) = \Delta_i(j\omega) + X_v(j\omega)$$
(27)

Logo,  $\Delta_i(j\omega)$  é o sinal de referência da variável de coordenação relativa entre o i-ésimo membro da formação e o nó virtual. A entrada  $R_i(j\omega)$  pode ser definida em função  $\Delta_i(j\omega)$  como segue:

$$R_i(j\omega) = (N+1) \Delta_i(j\omega) - \sum_{j=1}^N R_j(j\omega)$$
(28)

Semelhantemente tem-se que:

$$R_j(j\omega) = (N+1) \Delta_j(j\omega) - \sum_{k=1}^N R_k(j\omega)$$
(29)

Substituindo-se (29) em (28), tem-se que:

$$R_{i}(j\omega) = (N+1) \Delta_{i}(j\omega) + N \sum_{k=1}^{N} R_{k}(j\omega) - \sum_{j=1}^{N} (N+1) \Delta_{j}(j\omega)$$
(30)

Substituindo-se (28) em (30):

$$(N+1) \cdot \Delta_{i}(j\omega) - \sum_{j=1}^{N} R_{j}(j\omega) =$$
  
= (N+1) \cdot \Delta\_{i}(j\omega) + N \cdot \sum\_{k=1}^{N} R\_{k}(j\omega) - \sum\_{j=1}^{N} (N+1) \cdot \Delta\_{j}(j\omega) (31)

Mas como  $\sum_{j=1}^{N} R_j(j\omega) = \sum_{k=1}^{N} R_k(j\omega)$ , tem-se que:

$$\sum_{j=1}^{N} R_j(j\omega) = \sum_{j=1}^{N} \Delta_j(j\omega)$$
(32)

Substituindo-se (32) de volta em (28) tem-se a definição das entradas  $R_i(j\omega)$  em função do sinal de referência da variável de coordenação relativa entre o i-ésimo membro e o nó virtual:

$$R_{i}(j\omega) = (N+1).\Delta_{i}(j\omega) - \sum_{j=1}^{N} \Delta_{j}(j\omega) = N.\Delta_{i}(j\omega) - \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} \Delta_{j}(j\omega)$$
(33)

A variável de coordenação relativa entre os membros *i* e *j* ( $\Delta_{ij}(j\omega)$ ) pode ser definida em função de  $\Delta_i(j\omega)$  e  $\Delta_j(j\omega)$  como segue:

$$\Delta_{ij}(j\omega) \triangleq \Delta_i(j\omega) - \Delta_j(j\omega)$$
(34)

Logo, a fim de se verificar se o consenso é atingido pela formação o teorema do valor final pode ser aplicado na equação (9) como segue:

$$\lim_{t \to \infty} |x_i(t) - x_j(t) - \Delta_{ij}(t)| = \lim_{t \to 0} s \cdot |X_i(s) - X_j(s) - \Delta_{ij}(s)|$$
(35)

Em baixas frequências, a equação (35) fica como segue:

$$\lim_{j\omega\to 0} j\omega. \left| X_{BF_i}(j\omega) - X_{BF_j}(j\omega) - \Delta_{ij}(j\omega) \right| = \lim_{j\omega\to 0} j\omega. \left| \Delta_i(j\omega) + X_v(j\omega) - \Delta_j(j\omega) - X_v(j\omega) - \Delta_{ij}(j\omega) \right|$$
(36)

Substituindo-se a equação (34) em (36) tem-se que:

$$\lim_{j\omega\to 0} j\omega. \left| \Delta_{ij}(j\omega) - \Delta_{ij}(j\omega) \right| = 0$$
(37)

Portanto, é possível se concluir que em baixas frequências, desde que o  $\lim_{t\to\infty}\Delta_{ij}(t)$  exista, o sistema sempre atingirá o consenso assintoticamente.

Por fim, pode-se definir a matriz *H* que relaciona  $\Delta(s)$  com R(s) como segue:

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & N & -1 & \cdots & -1 \\ 0 & -1 & N & \cdots & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & -1 & -1 & \cdots & N \end{bmatrix}$$
(38)

O digrama de blocos da Figura 19 pode ser atualizado para se incluir a entrada  $\Delta(s)$  como segue:



Figura 22 - Representação na forma de diagrama de blocos da formação, da comunicação e do controlador cooperativo em função da entrada  $\Delta(s)$ .

Desta forma é possível usar sinais de referência de relativos ao nó virtual ao invés de se trabalhar com a entrada R(s), menos intuitiva.

## 3.2.1.2 APROXIMAÇÃO DE ALTAS FREQUÊNCIAS

Em altas frequências ( $\omega \gg \omega_{C_i}$ ) tem-se que:

$$T_i(j\omega) \sim 0 \tag{39}$$

Do mesmo modo que para a aproximação de baixas frequências, essa conclusão pode ser estendida a qualquer dinâmica do tipo passa-baixa. Portanto, em altas frequências a equação (17) fica como segue:

$$X_{AF_i}(j\omega) = 0 \tag{40}$$

Logo, a equação (35), em altas frequências fica como segue:

$$\lim_{j\omega\to 0} j\omega. \left| X_{AF_i}(j\omega) - X_{AF_j}(j\omega) - \Delta_{ij}(j\omega) \right| = \lim_{j\omega\to 0} j\omega. \left| 0 - 0 - \Delta_{ij}(j\omega) \right| \neq 0$$
(41)

Portanto, como mostra a equação ( 41 ), em altas frequências o consenso nunca é atingido, dado que por definição  $lim_{j\omega\to 0}j\omega$ . $|-\Delta_{ij}(j\omega)| \neq 0$ .

## **4 MODELAGEM DOS NAVIOS**

Para os ensaios numéricos, serão utilizadas duas classes de navios: um navio aliviador de porte Suezmax e um navio de suporte à plataforma (*Platform Supply Vessel* - PSV).

Os navios de suporte possuem uma potência de propulsão muito elevada em relação ao seu porte, o que garante boa capacidade de manobra e posicionamento. Por outro lado, navios aliviadores possuem grandes dimensões e menor potência instalada em relação ao seu porte, possuindo, portanto, maior tempo de resposta e dificuldade de posicionamento. É este antagonismo de comportamentos que será explorado pelo controle cooperativo, mostrando-se que o controlador cooperativo deve ser calculado de forma a levar em conta estas diferenças.

## 4.1 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

Para efeito de sistema de posicionamento dinâmico, apenas interessa o modelo matemático do navio no plano horizontal. Para tal, definem-se dois sistemas de eixos: o sistema *oxyz* fixo à embarcação, com origem no centro de gravidade (CG) da mesma, denominado de sistema de eixos baricêntrico ou simplesmente sistema local. Os eixos deste sistema são orientados em relação à embarcação de forma que o eixo *ox* fique longitudinal, o eixo *oy* fique transversal e o eixo *oz* normal ao plano *oxy* (Figura 23).

Desta forma estes eixos coincidem com os eixos principais de inércia da embarcação, sendo admitida simetria em relação ao plano *oxz*. O outro sistema *OXYZ*, fixo à Terra, considerado inercial, é denominado de sistema de eixos global. Os movimentos do navio em relação ao seu sistema de eixos local são denominados de *surge* e *sway* respectivamente aos eixos *ox* e *oy* e a rotação em torno do eixo *oz* é denominada de *yaw*.



Figura 23 – Sistema de eixos local do navio e global inercial.

Deste modo, modela-se a dinâmica do movimento linear ao longo dos eixos x e y e a dinâmica de rotação em torno do eixo z ( $\psi$ ), obtendo-se um modelo matemático simplificado da dinâmica do navio em três graus de liberdade. Portanto, as equações de movimento de uma embarcação, deduzidas no CG podem ser obtidas a partir das leis de Newton-Euler como segue:

$$m. \dot{v}_{x} - m. v_{y}. v_{\phi} = F_{x}$$

$$m. \dot{v}_{y} + m. v_{x}. v_{\phi} = F_{y}$$

$$I_{\psi}. \dot{v}_{\phi} = F_{\psi}$$
(42)

em que *m* é a massa da embarcação,  $I_{\psi}$  é o momento de inércia em relação ao eixo *oz*,  $v_{x,y,\psi}$  e  $F_{x,y,\psi}$  são respectivamente a velocidade e a somatória dos esforços externos (força ou momento) agindo sobre a embarcação em cada grau de liberdade. Os termos *m*.  $v_y$ .  $v_{\psi}$  e *m*.  $v_x$ .  $v_{\psi}$  surgem devido ao referencial não inercial.

É conveniente que as equações de movimento sejam expressas na forma matricial, deixando a notação mais compacta e facilitando a leitura. Desta forma as equações (42) ficam como segue:

$$\boldsymbol{M}_{CR} \dot{\boldsymbol{\nu}} + \boldsymbol{C}_{CR}(\boldsymbol{\nu}) \boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{F} \tag{43}$$

em que  $M_{CR}$  é a matriz de inércia do sistema,  $C_{CR}(v)$  é a matriz de força centrípeta e de Coriolis, dependente da velocidade da embarcação, v o vetor de velocidades e F o vetor de esforços agindo sobre a embarcação. As matrizes  $M_{CR}$  e  $C_{CR}(v)$  são dadas por:

$$\boldsymbol{M}_{CR} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_{\psi} \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{C}_{CR}(\boldsymbol{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -m.v_{y} \\ 0 & 0 & m.v_{x} \\ m.v_{y} & -m.v_{x} & 0 \end{bmatrix}$$

O vetor de esforços F pode ser decomposto em:

$$F = F_{con} + F_{hid} + F_{corrente} + F_{onda} + F_{vento}$$
(44)

onde  $F_{con}$  é o vetor de esforços advindos do sistema de propulsão do navio, e será considerado como entrada do sistema. F<sub>hid</sub> é o vetor de esforços hidrodinâmicos. F<sub>corrente</sub>, F<sub>onda</sub> e F<sub>vento</sub> são os vetores de esforços devido à correnteza, onda e vento respectivamente e serão considerados como distúrbios atuando sobre a embarcação. Para tal assume-se que a dinâmica do sistema é independente dos esforços ambientais causados por corrente, onda e vento e, portanto, o princípio da superposição pode ser aplicado neste caso, sendo chamados de  $F_d$ . Quanto aos esforços hidrodinâmicos  $F_{hid}$ , de uma maneira simplista pode-se resumi-los em: reação inercial do fluido ao movimento do navio, e dissipação de energia. A reação inercial do fluido ao movimento do navio é modelada matematicamente através de coeficientes numéricos denominados de massa adicional. A massa adicional pode ser vista como uma quantidade de massa virtual adicionada a um corpo devido à massa de fluido arrastada em razão do movimento do corpo em seu meio. Essa massa de fluido arrastada pelo corpo tem o efeito de uma inércia extra no sistema. A dissipação de energia surge devido à radiação de ondas do navio que ocorre quando este é forçado a oscilar, efeito chamado de amortecimento potencial. A massa adicional e o amortecimento potencial são dependentes da frequência de oscilação da embarcação e são calculados através da teoria potencial (Newman, 1977). Existem diversos programas de computador que calculam estes coeficientes. Cita-se, por exemplo, o Wamit (Wamit inc, 2010). Outra causa da dissipação de energia é a fricção casco fluido, devido à camada limite do fluido (Faltinsen; Sortland, 1987) que pode ser laminar ou turbulenta dependendo da velocidade do navio. Há também a dissipação de energia devido ao desprendimento de vórtices causados pelo movimento do navio, também chamado de interferência ao arrasto. Tanto a dissipação de energia devido à fricção, quanto devido ao desprendimento de vórtices, são denominadas de amortecimento viscoso. O amortecimento viscoso pode ser dividido em duas parcelas, uma linear e uma quadrática. O amortecimento viscoso quadrático pode ser modelado como:

$$f(\boldsymbol{v}) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \boldsymbol{C}_{D} \cdot \boldsymbol{A} \cdot |\boldsymbol{v}| \cdot \boldsymbol{v}$$
(45)

em que *A* é a área projetada na direção de v,  $\rho$  é a densidade do fluído,  $C_D$  é o coeficiente de arrasto da área representativa obtido através de ensaios de laboratório, mostrado para os modelos nos Apêndices.

Portanto podemos expressar os esforços hidrodinâmicos por:

$$F_{hid} = -M_A(\omega)\dot{\boldsymbol{v}} - C_A(\omega, \boldsymbol{v})\boldsymbol{v} - D_{\boldsymbol{v}}(\omega)\boldsymbol{v} - D_{\boldsymbol{v}i}(\omega)\boldsymbol{v} - D_n(\boldsymbol{v})\boldsymbol{v}$$
(46)

em que  $M_A$  é a matriz de massa adicional,  $C_A(v)$  é a matriz de forças de Coriolis devido a massa adicional,  $D_p(\omega)$  é a matriz de amortecimento potencial, todas calculadas na origem do sistema local de eixos dadas por:

$$\boldsymbol{M}_{A}(\omega) = \begin{bmatrix} M_{11_{A}}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & M_{22_{A}}(\omega) & M_{26_{A}}(\omega) \\ 0 & M_{62_{A}}(\omega) & M_{66_{A}}(\omega) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}_{p}(\omega) = \begin{bmatrix} D_{11_{p}}(\omega) & 0 & 0\\ 0 & D_{22_{p}}(\omega) & D_{26_{p}}(\omega)\\ 0 & D_{62_{p}}(\omega) & D_{66_{p}}(\omega) \end{bmatrix}$$

 $C_A(\omega, v)$  é a matriz de forças de Coriolis devido a massa adicional dada por:

$$\boldsymbol{C}_{A}(\omega, \boldsymbol{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -M_{ad_{22}}(\omega) \cdot v_{y} - M_{ad_{26}}(\omega) \cdot v_{\psi} \\ 0 & 0 & M_{ad_{11}}(\omega) \cdot v_{x} \\ M_{ad_{22}}(\omega) \cdot v_{y} + M_{ad_{26}}(\omega) \cdot v_{\psi} & -M_{ad_{11}}(\omega) \cdot v_{x} & 0 \end{bmatrix}$$

 $D_{vi}(\omega)$  é a matriz de amortecimento viscoso linear,  $D_n(v)$  é a matriz de amortecimento viscoso não linear, dadas por:

$$\boldsymbol{D}_{vi}(\omega) = \begin{bmatrix} D_{11_{vi}}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & D_{22_{vi}}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & D_{66_{vi}}(\omega) \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{D}_{n}(\boldsymbol{v}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{D_{x}} \cdot A_{x} \cdot |v_{x}| & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{D_{y}} \cdot A_{y} \cdot |v_{y}| & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{D_{n}} \cdot L_{oa} \cdot A_{y} \cdot |v_{\psi}| \end{bmatrix}$$

em que  $A_x$  e  $A_y$  são as áreas projetadas frontal e lateral,  $L_{oa}$  é o comprimento total do navio,  $C_{D_x}$ ,  $C_{D_y}$ ,  $C_{D_n}$  são os coeficientes de arrasto referentes às área projetadas frontal, lateral e de momento de yaw respectivamente. Uma estimativa para  $\boldsymbol{D}_{vi}(\omega)$  pode ser obtido de acordo com Fossen (1994) da seguinte forma:

$$D_{11_{vi}}(\omega) = 4. \zeta. \omega_{n_{surge}}[m + M_{ad_{11}}(\omega)]$$
$$D_{22_{vi}}(\omega) = 4. \zeta. \omega_{n_{sway}}[m + M_{ad_{22}}(\omega)]$$
$$D_{66_{vi}}(\omega) = 4. \zeta. \omega_{n_{yaw}}[I_{\psi} + M_{ad_{66}}(\omega)]$$

em que  $\omega_n$  é a frequência natural do navio no respectivo grau de liberdade e  $\zeta = 0,1$ . Um tratamento mais detalhado do amortecimento viscoso pode ser encontrado de forma mais extensiva em Newman (1977) e Fossen (1994).

Desta forma o vetor de esforços atuando em uma embarcação pode ser reescrito ficando do seguinte modo:

$$\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{M}_{A}(\omega)\boldsymbol{v} - \boldsymbol{C}_{A}(\omega,\boldsymbol{v})\boldsymbol{v} - \boldsymbol{D}_{p}(\omega)\boldsymbol{v} - \boldsymbol{D}_{vi}(\omega)\boldsymbol{v} - \boldsymbol{D}_{n}(\boldsymbol{v})\boldsymbol{v} + \boldsymbol{F}_{con} + \boldsymbol{F}_{d}$$
(47)

Substituindo-se (47) em (43) tem-se:

$$M_{CR}\dot{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{C}_{CR}(\boldsymbol{v})\boldsymbol{v}$$
  
=  $-M_A(\omega)\dot{\boldsymbol{v}} - \boldsymbol{C}_A(\omega, \boldsymbol{v})\boldsymbol{v} - \boldsymbol{D}_p(\omega)\boldsymbol{v} - \boldsymbol{D}_{vi}(\omega)\boldsymbol{v} - \boldsymbol{D}_n(\boldsymbol{v})\boldsymbol{v}$  (48)  
+  $F_{con} + F_d$ 

Definindo-se  $M \triangleq M_{CR} + M_A(\omega)$  e  $C(v) \triangleq C_{CR}(v) + C_A(\omega, v)$  e fazendo-se a substituição em (48), têm-se o modelo não linear completo como sendo:

$$M\dot{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{v})\boldsymbol{v} + [\boldsymbol{D}_{\boldsymbol{p}}(\omega) + \boldsymbol{D}_{\boldsymbol{v}i}(\omega) + \boldsymbol{D}_{\boldsymbol{n}}(\boldsymbol{v})]\boldsymbol{v} = \boldsymbol{F}_{con} + \boldsymbol{F}_{d}$$
(49)

É usual que o sistema DP dos navios utilize coordenadas em um referencial global. Portanto, a velocidade pode ser definida em relação ao sistema global, através da seguinte transformação:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{\psi}).\,\boldsymbol{\nu} \tag{50}$$

na qual  $\mathbf{R}(\psi)$  é a matriz de rotação de Euler definida como:

$$\boldsymbol{R}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0\\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(51)

## 4.2 SIMPLIFICAÇÃO DO MODELO

Para o cálculo do controlador do sistema DP dos navios, o modelo não linear completo, representado pela equação (49), será simplificado.

A teoria de "modo estacionário" (*stationkeeping*), por exemplo, é voltada para o estudo do movimento de um navio, se movendo com velocidade constante (o que inclui o caso trivial de velocidade zero), devido à incidência dos agentes ambientais. Portanto os esforços hidrodinâmicos causados pela oscilação da embarcação devido à incidência de ondas são enfatizados e os efeitos viscosos não lineares são desprezados. Na outra ponta há a teoria de manobrabilidade (*maneuvering*) que ao contrário da teoria de modo estacionário, assume que os efeitos potenciais são independentes da frequência e despreza os efeitos potenciais de médias e altas frequências, mas considera os efeitos viscosos não lineares. O modelo linear para sistemas de posicionamento dinâmico é derivado de ambas as teorias: manobrabilidade e "modo estacionário". Assume-se como hipóteses baixa velocidade (menores que 2 m/s), e mares calmos. De fato tal cenário é uma boa aproximação, pois é típico para operações de navio em modo DP. Quando em malha fechada o sistema navio juntamente com o DP possui período natural entre 100s a 200s, isto implica que as frequências naturais estão entre 0,03 rad/s a 0,1 rad/s, abaixo da faixa típica de ondas que vai de 0,35 rad/s a 1,5 rad/s, sendo, portanto, uma boa aproximação, considerar-se  $\omega = 0$ , no que tange aos efeitos potenciais. Logo, como  $D_p(\omega)$  é muito pequeno para baixas frequências, na dinâmica simplificada considera-se que  $D_p(0)\sim 0$ . A hipótese de baixa velocidade nos permite considerar que  $D_n(v)\sim 0$ , uma vez que em baixas velocidade  $D_{vi}(v) >>$  $D_n(v)$ , e que  $C(v)\sim 0$ . Por fim, na hipótese de que a amplitude da onda seja pequena comparada com as dimensões típicas dos navios, os efeitos potenciais dominam os efeitos viscosos lineares (Newman, 1977), logo, pode-se aproximar o amortecimento viscoso como  $D_{vi}(v)\sim 0$ .

Por fim, este modelo simplificado será validado comparando-se a curva de resposta a uma entrada degrau em cada grau de liberdade com a curva obtida através de simulação numérica utilizando-se a mesma entrada.

#### 4.3 PSV MAERSK HANDLER

O navio de suporte utilizado nos estudos numéricos e experimentais será baseado no navio Maersk Handler, mostrado na Figura 24. As características principais do navio são mostradas na Tabela 1. Os dados completos utilizados no ensaio podem ser encontrados no Apêndice A.



Figura 24 – Navio de suporte Maersk Handler (extraído de "Marine Traffic", 2015).

Parâmetro	Valor
Comprimento total LOA	80,0 m
Comprimento entre perpendiculares LPP	69,3 m
Воса	18,0 m
Calado	6,50 m
Deslocamento	7.240 t
Momento de Inércia em relação ao eixo z ( $I_\psi$ )	2,75x10 <sup>6</sup> t.m <sup>2</sup>

Tabela 1 - Características principais do PSV.

A matriz de massa adicional na frequência zero  $M_{ad}$  do navio para o movimento no plano horizontal, obtida utilizando-se o software WAMIT (Wamit inc, 2010), é dada abaixo. Os coeficientes de amortecimento potencial e viscoso para o movimento no plano são considerados todos nulos.

$$\boldsymbol{M}_{ad} = \begin{bmatrix} 640 & 0 & 0\\ 0 & 6.400 & 7.900\\ 0 & 7.900 & 1,56 \times 10^6 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} t & t & t.m\\ t & t & t.m\\ t.m & t.m & t.m^2 \end{bmatrix} \right)$$

O sistema de propulsão do PSV é composto por dois propulsores principais posicionados na popa, dois propulsores do tipo túnel, um posicionado na proa e um na popa e um propulsor do tipo azimutal posicionado na proa do navio. As disposições dos propulsores bem como a potência dos mesmos estão mostrados na Figura 25.



Figura 25 – Sistema de propulsão do navio PSV.

#### 4.3.1 AJUSTE DO CONTROLADOR DP

O controlador do sistema DP C(s) é composto por um PID para cada grau de liberdade, cujo ajuste é feito através da técnica de alocação de polos, de modo a se obter em malha fechada uma frequência natural  $\omega_n = 0.025 (rad/s)$  e um coeficiente de amortecimento  $\zeta = 0.7$  em cada grau de liberdade do plano horizontal. Embora os valores de  $\omega_n$  e  $\zeta$  adotados sejam compatíveis com o desempenho observado na prática de um navio rebocador, o importante neste estudo será a diferença de desempenho entre o navio rebocador e o navio aliviador a ser apresentado na seção 4.4. O procedimento para o cálculo dos ganhos do controlador é análogo para cada um dos três graus de liberdade, portanto apenas será mostrado para a dinâmica de *surge*. Para se realizar a alocação dos polos, o modelo dinâmico do navio  $G_x(s)$  é simplificado a uma massa não sujeita a forças dissipativas, nem forças de restauração. A equação (52) exemplifica:

$$G_x(s) = \frac{1}{(m + M_{ad_{11}})s^2}$$
(52)

 $M_{ad_{11}}$  é o termo (1,1) da matriz de massa adicional  $M_{ad}$ , relativo ao movimento em *surge*. O sistema de propulsão é ignorado, de modo que em malha fechada o sistema fica conforme mostra o diagrama de blocos da Figura 26.



Figura 26 – Diagrama de blocos da dinâmica do movimento *surge*, já desconsideradas as dinâmicas do sistema de propulsão e do filtro de ondas.

No diagrama,  $K_{p_{\chi}}$ ,  $K_{i_{\chi}}$  e  $K_{d_{\chi}}$  são respectivamente os ganhos proporcional, integral e derivativo do controlador PID do movimento de *surge*. A função de transferência em malha fechada do diagrama de blocos da Figura 26 é dada pela equação (53), e pode ser obtida através de álgebra de blocos.

$$P_{x}(s) = \frac{K_{d_{x}}s^{2} + K_{p_{x}}s + K_{i_{x}}}{(m + M_{ad_{11}})s^{3} + K_{d_{x}}s^{2} + K_{p_{x}}s + K_{i_{x}}}$$
(53)

Os polos dominantes são definidos como:  $-\omega_n \zeta \pm \omega_n j$ . O polo não dominante é definido como  $-\alpha \omega_n$ . Assim, os ganhos proporcional, integral e derivativo do PID são obtidos respectivamente por (54), (55) e (56).

$$K_{p_{\chi}} = (m + M_{ad_{11}})(1 + 2\alpha\zeta^2)\omega_n^2$$
(54)

$$K_{i_{\chi}} = (m + M_{ad_{11}})\alpha\zeta\omega_n^3 \tag{55}$$

$$K_{d_{\chi}} = (m + M_{ad_{11}})(2 + \alpha)\zeta\omega_n$$
(56)

considerando  $\alpha = 5$  para garantir a não dominância do terceiro polo.

A Tabela 2 mostra os ganhos proporcional, integral e derivativo obtidos para os três graus de liberdade:

Ganho	Surge	Sway	Yaw
Ganho proporcional $(K_p)$	29,1 (kN/m)	50,3 (kN/m)	15.898 (kN.m)
Ganho integral ( $K_i$ )	0,43 (kN/m.s)	0,75 (kN/m.s)	235,8 (kN.m/s)
Ganho derivativo ( $K_d$ )	965,4 (kN.s/m)	1.671 (kN.s/m)	52.816 (kN.m.s)

Tabela 2 - Ganhos do controlador PID do sistema DP do PSV.

#### 4.3.2 MODELO SIMPLIFICADO DO SISTEMA

Embora para o cálculo dos ganhos do controlador DP do navio o sistema de propulsão Q(s) tenha sido ignorado, na obtenção do modelo dinâmico a ser utilizado para o cálculo do controle cooperativo, o mesmo será considerado. Nos ensaios numéricos, cada propulsor é modelado como um sistema passa-baixa de primeira ordem com constante de tempo  $\tau_p = 3s$ .

Além disso, o sistema DP de um navio possui um filtro de ondas, o qual é responsável em atenuar do sinal de posição do navio nas frequências na faixa do movimento de primeira ordem (movimento na mesma frequência das ondas incidentes), para evitar a ação oscilatória dos propulsores. O filtro de ondas utilizado nos ensaios numéricos é baseado em um filtro de Kalman, conforme Fossen e Perez (2009) e, como será visto na comparação entre as respostas à entrada degrau, o mesmo poderá ser desconsiderado no modelo dinâmico.

A Figura 27 mostra o diagrama de blocos do modelo para o movimento de *surge*.



Figura 27 – Diagrama de blocos da dinâmica do modelo do movimento surge.
A função de transferência do diagrama de blocos da Figura 27 pode ser obtida através de álgebra de blocos e é dada pela equação (57):

$$P_{x}(s) = \frac{K_{d_{x}}s^{2} + K_{p_{x}}s + K_{i_{x}}}{\tau_{p}(m + M_{ad_{11}})s^{4} + (m + M_{ad_{11}})s^{3} + K_{d_{x}}s^{2} + K_{p_{x}}s + K_{i_{x}}}$$
(57)

Substituindo-se os valores de  $\tau_p$ , m,  $M_{ad_{11}}$ ,  $K_{d_x}$ ,  $K_{p_x}$  e  $K_{i_x}$  na equação (57) é possível calcularem-se os polos em malha fechada da dinâmica de *surge*. O mesmo processo pode ser utilizado para o cálculo dos polos das dinâmicas de *sway* e *yaw*.

A Tabela 3 mostra os polos do PSV com o Sistema DP em malha fechada para os três graus de liberdade. Como pode-se observar, a utilização da mesma frequência natural e do mesmo amortecimento nos três graus de liberdade, levou os respectivos polos a se encontrarem na mesma posição no plano complexo. A inclusão da dinâmica do sistema de propulsão praticamente não alterou o par de polos dominante do sistema em relação ao originalmente especificado.

Movimento	Polo	Frequência Natural $\omega_n$ (rad/s)	Amortecimento $\zeta$
	-0,0176 + 0,0174i	0,025	0,71
Surao	-0,0176 - 0,0174i	0,025	0,71
Surge	-0,1490 + 0,0866i	0,172	0,87
	-0,1490 - 0,0866i	0,172	0,87
	-0,0176 + 0,0174i	0,025	0,71
Sway	-0,0176 - 0,0174i	0,025	0,71
Sway	-0,1490 + 0,0866i	0,172	0,87
	-0,1490 - 0,0866i	0,172	0,87
	-0,0176 + 0,0174i	0,025	0,71
Yaw	-0,0176 - 0,0174i	0,025	0,71
	-0,1490 + 0,0866i	0,172	0,87
	-0,1490 - 0,0866i	0,172	0,87

Tabela 3 - Polos da dinâmica de surge, sway e yaw do sistema PSV-DP em malha fechada.

Já a dinâmica não dominante, devido a inclusão de um polo extra, referente ao sistema de propulsão, agora passa a ser composta por um par de polos complexos cuja frequência natural fica próxima do originalmente especificado para o terceiro polo no item 4.3.1 ( $-\alpha\omega_n$ ). O terceiro polo foi projetado de modo que o módulo de sua parte real fosse mais de 5 vezes maior do que a parte real do par de polos dominantes e deste modo sua influência na resposta final pudesse ser ignorada, com a adição do sistema de propulsão a parte real do segundo par de polos complexos passa a ficar cerca de 8,5 vezes menor que a do par de polos dominantes, confirmando a dominância do primeiro par de polos.

A validade deste modelo pode ser comprovada observando-se a comparação entre as curvas de resposta à entrada degrau para o modelo simplificado (57) e para o modelo dinâmico completo do navio, mostrada na Figura 28. A simulação completa foi feita no simulador Dynasim, que realiza a integração das equações diferenciais do modelo matemático apresentadas no item 6.1, além de possuir um modelo matemático do comportamento dos propulsores e a implementação do sistema DP e do filtro de Kalman associado. Maiores detalhes sobre o simulador Dynasim são apresentados na seção 6.1.

Embora o modelo simulado leve em conta parâmetros como amortecimento potencial e viscoso, forças hidrodinâmicas e função de memória além do já mencionado filtro de Kalman para ondas e de um complexo sistema de propulsão incluindo saturação, propulsores do tipo azimutais e algoritmos de alocação de empuxos complexos e de *anti-windup*, a comparação entre as curvas de resposta confirmam a validade do modelo da equação (57).

Os valores da amplitude do degrau aplicados na referência são tais que evitam a saturação no sistema de propulsão, visando-se obter uma resposta para situações não extremas. Agentes ambientais não foram utilizados nessas simulações.



Figura 28 – Comparação entre a resposta ao degrau do modelo simplificado e do modelo completo do PSV para as dinâmicas de surge, sway e yaw.

### 4.3.3 VERIFICAÇÃO DO DESEMPENHO DO CONTROLE DP

Um navio dotado de sistema DP deve ser capaz de seguir sinais de referência lentamente variáveis. Além disso, deve ser capaz de rejeitar distúrbios induzidos pelas forças ambientais de corrente e deriva de ondas. No presente estudo, adotase a mesma faixa de frequência para as componentes do sinal de referência que devem ser seguidas e para os distúrbios induzidos pelas forças ambientais.

Para navios PSVs, tipicamente estes agentes ambientais geram movimentos com energia na faixa de frequência de 0 a 0,045 rad/s (aproximadamente 180 s). Como critério de projeto, adota-se o limite máximo de 30% de erro na saída em relação à entrada para acompanhamento de referência. O mesmo limite máximo de 30% é adotado para a rejeição ao distúrbio na saída. Com base neste limite, as barreiras de acompanhamento de referência e rejeição a distúrbios podem ser traçadas. Uma modelagem comum do distúrbio consiste em se somar o mesmo à saída do sistema. Desta forma, o diagrama da Figura 27 pode ser modificado como segue:



Figura 29 – Diagrama de blocos da dinâmica do modelo analítico juntamente com o distúrbio.

Do diagrama de blocos da Figura 29 tem-se que:

$$E(j\omega) = U(j\omega) - X(j\omega)$$
(58)

$$E(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{1 + C(j\omega)Q(j\omega)G(j\omega)} - \frac{D(j\omega)}{1 + C(j\omega)Q(j\omega)G(j\omega)}$$
(59)

Como o modelo é linear vale o princípio da superposição. Logo para avaliação do acompanhamento de referência tem-se que  $D(j\omega) = 0$ . Portanto o erro  $E(j\omega)$  fica como segue:

$$E(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{1 + C(j\omega)Q(j\omega)G(j\omega)}$$
(60)

Do critério de projeto adotado tem-se que:

$$\frac{|E(j\omega)|}{|U(j\omega)|} = \frac{1}{|1 + C(j\omega)Q(j\omega)G(j\omega)|} \le 0.3$$
(61)

Para avaliação da rejeição a distúrbios,  $U(j\omega) = 0$  e o processo é análogo chegando-se à mesma conclusão, sendo, portanto omitido. Os valores de tolerância e frequência são iguais para acompanhamento de referência e rejeição ao distúrbio, portanto, as duas barreiras são coincidentes e passarão a ser chamadas de barreira de baixas frequências.

Como na região de interesse  $C(j\omega)Q(j\omega)G(j\omega) >> 1$ , a equação (61) pode ser aproximada por:

$$|C(j\omega)Q(j\omega)G(j\omega)| \ge 3,33 \tag{62}$$

O lado esquerdo da equação ( 62 ) representa a dinâmica em malha aberta do modelo simplificado. A Figura 30 mostra o comportamento de  $|C(j\omega)Q(j\omega)G(j\omega)|$  e a barreira de baixas frequências. Para o critério de projeto de 30% proposto, o ajuste do controlador DP proposto, o critério será atingindo apenas para frequências menores que 0,035 rad/s.



Figura 30 – Dinâmica do modelo simplificado em malha aberta juntamente com a barreira de baixas frequências para o Navio PSV.

#### **4.4 NAVION STAVANGER**

O navio aliviador utilizado nos estudos numéricos e experimentais será baseado no Navion Stavanger, mostrado na Figura 31. Os dados completos utilizados na simulação podem ser encontrados no Apêndice B.



Figura 31 – Navio aliviador Navion Stavanger (extraído de "Marine Traffic", 2015).

Visando-se amplificar as diferenças entre o navio aliviador e o navio de suporte, considerou-se o navio aliviador na sua condição de carregado, ou seja, quando seu calado é máximo com seus tanques cheios e com o carregamento equilibrado (sem *trim* e banda). As características principais do navio aliviador carregado podem ser encontradas na Tabela 4.

Parâmetro	Valor
Comprimento total LOA	277,4 m
Comprimento entre perpendiculares LPP	277,4 m
Boca	46,0 m
Calado	16,45 m
Massa	176.200 t
Momento de Inércia $I_{q_{ar{\psi}}}$	8,17×10 <sup>8</sup> t.m <sup>2</sup>

Tabela 4 - Características principais do navio aliviador.

A matriz de massa adicional na frequência zero  $M_{ad}$  do navio para o movimento no plano horizontal foi obtida utilizando-se o software WAMIT (Wamit inc, 2010) é dada abaixo. Os coeficientes de amortecimento potencial e viscoso para o movimento no plano são considerados todos nulos.

$$\boldsymbol{M}_{ad} = \begin{bmatrix} 10.850 & 0 & 0 \\ 0 & 130.903 & 144.039 \\ 0 & 143.978 & 4,45 \times 10^8 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} t & t & t.m \\ t & t & t.m \\ t.m & t.m & t.m^2 \end{bmatrix} \right)$$

O sistema de propulsão do navio aliviador é composto por um propulsor principal posicionado na popa, dois propulsores do tipo túnel (um na proa e outro na popa) e dois propulsores do tipo azimutal (um na proa e outro na popa). A disposição dos propulsores bem como as potências máximas estão mostradas na Figura 32.



Figura 32 – Sistema de propulsão do navio aliviador.

Todo o processo de ajuste do controlador DP, levantamento do modelo simplificado e verificação do desempenho do controle é análogo ao deduzido para o PSV respectivamente nos itens 4.3.1, 4.3.2 e 4.3.3. Os detalhes serão portanto omitidos, sendo apenas dado enfoque aos resultados.

#### 4.4.1 AJUSTE DO CONTROLADOR DP

Do mesmo modo que para o PSV, o controlador do sistema DP é composto por um controlador PID para cada grau de liberdade, cujo ajuste é feito através da técnica de alocação polos, de modo que em malha fechada se obtenha uma frequência natural  $\omega_n = 0,01 (rad/s)$  e um coeficiente de amortecimento  $\zeta = 0,7$  para cada grau de liberdade do plano horizontal. Nota-se que o valor da frequência natural utilizada para o navio aliviador é inferior ao utilizado para o PSV, pois devido à sua maior relação peso - potência instalada, uma frequência natural maior levaria a um esforço muito grande do sistema de propulsão.

Os ganhos proporcional, integral e derivativo do PID do navio aliviador podem ser calculados respectivamente conforme equação (54), equação (55) e equação (56) e são mostrados na Tabela 5.

Ganho	Surge	Sway	Yaw
Ganho proporcional	110,4 (kN/m)	181,2 (kN/m)	74.503 (kN.m)
Ganho integral	0,65 (kN/m.s)	1,07 (kN/m.s)	4.420 (kN.m/s)
Ganho derivativo	9.165 (kN.s/m)	15.048 (kN.s/m)	6,19 x10 <sup>7</sup> (kN.m.s)

Tabela 5 - Ganhos do controlador PID do sistema DP do navio aliviador.

#### 4.4.2 MODELO SIMPLIFICADO DO SISTEMA

Para o modelo simplificado, o sistema de propulsão será considerado. Cada propulsor é modelado como um sistema passa-baixa de primeira ordem com constante de tempo  $\tau_p = 3$ s. O filtro de ondas utilizado nos ensaios numéricos é um filtro de Kalman, de acordo com Fossen e Perez (2009) e, da mesma forma que para o navio PSV, o mesmo poderá ser desconsiderado no modelo dinâmico. A Figura 27 mostra o diagrama de blocos do modelo para o movimento de *surge* e sua função de transferência pode ser obtida através de álgebra de blocos e é dada pela equação (57):

Substituindo-se os valores de  $\tau_p$ , m,  $M_{ad_{11}}$ ,  $K_{d_x}$ ,  $K_{p_x}$  e  $K_{i_x}$  na equação (57) é possível calcularem-se os polos em malha fechada da dinâmica de *surge*. Substituindo-se na mesma equação os valores de m,  $M_{ad}$ ,  $K_d$ ,  $K_p$  e  $K_i$  pelo correspondente a cada grau de liberdade, os polos das dinâmicas de *sway* e *yaw* podem ser obtidos do mesmo modo. A Tabela 6 mostra os polos do sistema navio aliviador DP em malha fechada para os três graus de liberdade.

Semelhante ao que ocorreu para o caso do PSV, através da Tabela 6 é possível notar-se que a utilização da mesma frequência natural e do mesmo amortecimento nos três graus de liberdade levou os respectivos polos a se encontrarem nas mesmas posições no plano complexo. A inclusão da dinâmica do sistema de propulsão acrescentou um polo real ao sistema em -0,277 o qual, praticamente não alterou o par de polos dominantes do sistema.

Visando-se manter o mesmo procedimento utilizado no PSV, o modelo analítico utilizado será o da equação (57). A validade deste modelo pode, mais uma vez, ser comprovada observando-se a comparação entre as curvas de resposta à entrada degrau para o modelo simplificado e para o modelo completo (simulador Dynasim), mostrada na Figura 33. A comparação entre as curvas comprova a validade do modelo da equação (57).

Movimento	Polo	Frequência Natural $\omega_n$ (rad/s)	Amortecimento $\zeta$
	-0,00702 + 0, 007027i	0,0099	0,7
Surgo	-0,00702 - 0, 007027i	0,0099	0,7
Surge	-0,0424	0,0424	1,0
	-0,2770	0,2770	1,0
	-0,00702 + 0, 007027i	0,0099	0,7
Swov	-0,00702 - 0, 007027i	0,0099	0,7
Sway	-0,0424	0,0424	1,0
	-0,2770	0,2770	1,0
	-0,00702 + 0, 007027i	0,0099	0,7
Yaw	-0,00702 - 0, 007027i	0,0099	0,7
	-0,0424	0,0424	1,0
	-0,2770	0,2770	1,0

Tabela 6 - Polos da dinâmica de surge, sway e yaw do sistema navio aliviador DP em malha fechada.



Figura 33 – Comparação entre a resposta ao degrau do modelo simplificado e do modelo completo do navio aliviador para as dinâmicas de surge, sway e yaw.

#### 4.4.3 VERIFICAÇÃO DO DESEMPENHO DO CONTROLE DP

O desempenho do controlador de um sistema DP é avaliado através do acompanhamento de referência e da rejeição a distúrbios. Para tal define-se a barreira de baixas frequências e verifica-se se a resposta em frequência do módulo do sistema em malha aberta possui um ganho maior que a barreira, conforme a equação (62). Toda a dedução do critério encontra-se no item 4.3.3. Como critério de projeto adota-se o limite máximo de 30% de erro na saída em relação à entrada. O mesmo limite máximo de 30% é adotado para a presença de distúrbio na saída. Com base neste limite pode-se observar na Figura 34 que o controlador DP do navio aliviador é capaz de acompanhar referências e rejeitar distúrbios, de acordo com este critério, até 0,015 rad/s (cerca de 410 segundos).



Figura 34 – Resposta em frequência do modelo analítico em malha aberta juntamente com a barreira de acompanhamento de referência e rejeição a distúrbio.

Bem mais lento que o PSV, o navio aliviador não consegue rejeitar distúrbios compreendidos na faixa de frequência entre 0,015 a 0,035 rad/s, faixa essa que o PSV rejeita dentro do critério de 30% de erro. Tal fato será explorado pelo controle cooperativo, pois de maneira simplista, essa deficiência do navio aliviador pode ser compensada pelo navio PSV quando operando em modo cooperativo.

#### **5 O CONTROLADOR COOPERATIVO**

Cada navio DP pode ser modelado por três dinâmicas distintas, uma para cada grau de liberdade controlado pelo DP, a saber *surge*, *sway* e *yaw* deduzidas no capítulo 4. As dinâmicas são modeladas em relação ao referencial local, solidário ao navio, desconsiderando-se o acoplamento entre *sway* e *yaw* e a posição de cada navio é dada em relação ao referencial global, fixo à Terra. Portanto, uma conversão de coordenadas do sistema de coordenadas global para o sistema local do navio (G / L) é necessária. A conversão de coordenadas é dada pela matriz  $\mathbf{R}(\psi)$ , definida em (51).

Portanto cada modelo simplificado do capítulo 4, juntamente com uma conversão de coordenadas quando necessário, configura um sistema  $P_i$ . Logo, cada navio DP é considerado como um conjunto de três sistemas  $P_i$ 's, um para surge  $(P_{x_i})$ , um para sway  $(P_{y_i})$  e um para yaw  $(P_{\psi_i})$ .

A topologia de controle cooperativo a ser utilizada será descentralizada, conforme discutido no item 2.1, portanto cada membro da formação irá possuir três controladores cooperativos  $K_i$ 's, um para cada grau de liberdade controlado pelo DP. Cada controlador  $K_i$  deve ser sintonizado de acordo com seu respectivo sistema  $P_i$  de modo que em malha fechada sejam produzidos sinais de referência para o sistema DP de cada navio a fim de conduzir o navio para a posição desejada. Desta forma, a dinâmica de cada navio juntamente com distúrbios causados por agentes ambientais são compensados pela malha de realimentação interior, ficando este problema desacoplado do problema de cooperação entre os navios, sendo este último, compensado pela malha de realimentação exterior.

Uma dificuldade que surge neste modelo são as não-linearidades dos sistemas *P<sub>i</sub>* de *surge* e *sway* devido a conversão do sistema de coordenadas global para local. Uma maneira de se evitar ter que projetar o controle para um sistema não linear, é projetar cada controlador cooperativo no sistema de eixos local de cada navio. Para isso será colocada, antes de cada controlador cooperativo, uma conversão de coordenadas do sistema global de eixos para o sistema local (G / L) e após cada controlador uma transformação inversa (L / G). A Figura 35 mostra o diagrama de blocos completo do sistema composto do navio compensado pelo sistema DP juntamente com o controle cooperativo.



Figura 35 – Diagrama de blocos do sistema composto da dinâmica no plano horizontal (blocos destacados), dos controladores cooperativos e das respectivas conversões de coordenadas do sistema global para o sistema local para o i-ésimo navio.

Para os ensaios numéricos, será proposto um cenário com três navios (N = 3), sendo dois navios com as características do PSV e um navio aliviador. O controlador cooperativo  $K_i$  utilizado será do tipo proporcional integral (PI) para todos os graus de liberdade. Além do controlador  $K_i$ , um filtro de ondas baseado em um

filtro Kalman será utilizado na malha de realimentação de modo a filtrar as componentes de alta frequência do sinal de posição da mesma maneira que na malha de realimentação do sistema DP. O sinal  $\Gamma_i$  também será filtrado por um filtro passa-baixas de Bessel de 2<sup>a</sup> ordem, com frequência de corte em 0,1 rad/s. Esse filtro garante que para essa frequência de corte, haja atenuação de no mínimo 20dB na região de frequências das ondas, removendo desta maneira a componente de alta frequência do sinal  $\Gamma_i$  e atraso de fase constante na banda passante, melhorando a resposta do controle cooperativo.

#### 5.1 SINTONIA DO CONTROLADOR COOPERATIVO

O uso de um controlador do tipo PI consiste em se adicionar um polo e um zero ao sistema, de modo que em malha fechada este zero pode ser posicionado convenientemente a alterar o lugar das raízes do sistema e assim produzir uma resposta temporal satisfatória. A vantagem deste controlador em relação ao proporcional consiste em basicamente eliminar o erro de regime do sistema em malha fechada aumentando-se o tipo do sistema. A função de transferência deste controlador é dada pela equação (12), e pode ser convenientemente reescrita conforme segue:

$$K_{i}(s) = K_{P_{c_{i}}} \left[ 1 + \frac{1}{T_{I_{i}}s} \right]$$
(63)

onde  $T_{I_i}$  é a constante de tempo do termo integral do controlador. O valor de  $T_{I_i}$  foi adotado como mostra a equação (64), pois desta maneira o zero do controlador PI é convenientemente posicionado na região do par de polos dominantes do sistema. Desta maneira, é possível se moldar a resposta em frequência de malha aberta do sistema, de forma a se estender a banda passante do sistema.

$$T_{I_i} = \frac{2\zeta_i}{\omega_{n_i}} \tag{64}$$

Em seguida, o valor de  $K_{P_{c_i}}$  foi ajustado de forma que a barreira de acompanhamento de referência definida no item 4.3.3 com frequência máxima de 0,045 rad/s e máxima tolerância de erro na saída de 30% fosse respeitada. A rejeição a distúrbios não será avaliada no controle cooperativo, pois esta já está a cargo da malha de realimentação interna do sistema DP de cada navio. Alem disso, para se obter um modelo linear para análise no domínio da frequência, o modelo da Figura 35 será linearizado para  $\psi = 0^{\circ}$ , ângulo em torno do qual as simulações serão executadas. O filtro de ondas também será ignorado para a sintonia do controlador cooperativo, ficando o diagrama simplificado de cada grau de liberdade mostrado na Figura 36. O distúrbio também é mostrado neste diagrama.



Figura 36 – Diagrama de blocos para sintonia do controle cooperativo.

Do diagrama de blocos da Figura 36 tem-se que:

$$E(j\omega) = \Gamma(j\omega) - N.X(j\omega)$$
(65)

$$E(j\omega) = \frac{\Gamma(j\omega)}{1 + N.K(j\omega).P(j\omega)} - N.\frac{D(j\omega)}{1 + N.K(j\omega).P(j\omega)}$$
(66)

Para o controle cooperativo, apenas importa o acompanhamento de referência, logo  $D(j\omega) = 0$ . Como o modelo foi linearizado, vale o princípio da superposição e portanto o erro  $E(j\omega)$  fica como segue:

$$E(j\omega) = \frac{\Gamma(j\omega)}{1 + N.K(j\omega).P(j\omega)}$$
(67)

Do critério de projeto adotado tem-se que:

$$\frac{|E(j\omega)|}{|\Gamma(j\omega)|} = \frac{1}{|1 + N.K(j\omega).P(j\omega)|} \le 0.3$$
(68)

Apenas por curiosidade, para avaliação da rejeição a distúrbios,  $\Gamma(j\omega) = 0$  e o processo é análogo, porém neste caso a conclusão é diferente da obtida no item 4.3.3 sendo mostrada na equação (69):

$$\frac{|E(j\omega)|}{|D(j\omega)|} = \frac{N}{|1+N.K(j\omega).P(j\omega)|} \le 0.3$$
(69)

Como na região de interesse  $K(j\omega)P(j\omega) >> 1$ , a equação (68) pode ser aproximada ficando como segue (Da Cruz, 1996):

$$|N.K(j\omega).P(j\omega)| \ge 3,33 \tag{70}$$

O lado esquerdo da equação (70) representa a dinâmica em malha aberta do sistema navio com controle cooperativo. Portanto como  $K_{P_{c_i}}$  afeta diretamente o ganho de malha aberta do sistema, o valor de  $K_{P_{c_i}}$  é aumentado até que  $|N.K(j\omega).P(j\omega)|$  fique ligeiramente maior que 3,33. Os mínimos valores dos ganhos que atendem o critério da barreira de acompanhamento de referência para os navios PSVs e aliviador podem ser encontrados respectivamente na Tabela 7 e na Tabela 8.

Tabela 7 - Ganhos do controlador cooperativo obtidos para as dinâmicas de *surge*, *sway* e *yaw* do PSV.

Ganho	Surge	Sway	Yaw
Proporcional $(K_{P_c})$	0,798 (m/m)	0,798 (m/m)	0,798 (rad/rad)
Integral $(K_{I_c})$	0,014 (m/m.s)	0,014 (m/m.s)	0,014 (rad/rad.s)

Observa-se que os ganhos encontrados para os três graus de liberdade são iguais. Isso se deve ao fato de as diferenças nas dinâmicas terem sido corrigidas

pelo controle DP do respectivo grau de liberdade, confirmando a arquitetura adotada de deixar sob a responsabilidade da malha de realimentação interna a compensação das diferenças na dinâmica de cada grau de liberdade do sistema.

Tabela 8 - Ganhos do controlador cooperativo obtidos para as dinâmicas de *surge*, *sway* e *yaw* do navio aliviador.

Ganho	Surge	Sway	Yaw
Proporcional $(K_{P_c})$	1,21 (m/m)	1,21 (m/m)	1,21 (rad/rad)
Integral ( $K_{I_c}$ )	8,64x10 <sup>-3</sup> (m/m.s)	8,64x10 <sup>-3</sup> (m/m.s)	8,64x10 <sup>-3</sup> (rad/rad.s)

A Figura 37 e a Figura 38 mostram o  $|N.K(j\omega)P(j\omega)|$  em função da frequência para os valores de ganho encontrados e a barreira de acompanhamento de referência respectivamente para os navios PSV e para o navio aliviador.



Figura 37 – Resposta em frequência do modelo com o controle cooperativo em malha aberta e a barreira de acompanhamento de referência e rejeição a distúrbio para o PSV.



Figura 38 – Resposta em frequência do modelo com o controle cooperativo em malha aberta e a barreira de acompanhamento de referência e rejeição a distúrbio para o navio aliviador.

## 6 ESTUDO DE CASO - ENSAIOS NUMÉRICOS

Os ensaios numéricos serão realizados utilizando-se os modelos dos navios PSV e aliviador, descritos no item 4.3 e 4.4, em diferentes tipos de testes.

Inicialmente, será avaliada a variação do posicionamento relativo de cada navio em relação uns aos outros e em relação ao nó virtual. Para isso, será aplicado um degrau ao sinal  $\Delta(t)$  do navio 1. Desta forma, o navio 1 irá se afastar do nó virtual. No entanto, para que o sistema permaneça em consenso, os controladores cooperativos dos demais navios irão gerar sinais fazendo com que os navios 1 e 2 inicialmente se desloquem na direção do degrau aplicado ao navio 1 para apenas em seguida voltarem para suas posições relativas ao nó virtual. Em um outro teste, será avaliada a capacidade do sistema em seguir o nó virtual. Para isso, será aplicado um sinal degrau ao nó virtual e será avaliado como os navios seguem o nó virtual.

Será também avaliada a capacidade do controle cooperativo em manter a distância relativa entre os navios na presença de agentes ambientais. Para isso, serão selecionadas condições ambientais com mesma magnitude, porém com direções de incidência variadas e posteriormente, será apresentado o quanto a posição relativa entre os navios variou para cada direção de incidência da condição ambiental.

#### 6.1 O SIMULADOR DYNASIM

O objetivo principal do Dynasim é simular o comportamento dinâmico de estruturas flutuantes acopladas aos seus sistemas de ancoragem e *risers*, levandose em consideração diversos aspectos como topografia do fundo do mar e ação das condições ambientais mesmo em arranjos complexos de estruturas flutuantes. Permite também simular navios e plataformas dotados de sistemas DP.

O solver numérico do Dynasim foi totalmente desenvolvido pelo laboratório TPN em linguagem de programação C++ e faz uso da metodologia de integração de 4<sup>a</sup> ordem (Runge-Kutta) para resolver a equação que descreve o movimento de unidades flutuantes em um meio fluido em 6 graus de liberdade no domínio do tempo. De uma maneira simplificada pode ser obtida a partir da equação (49) acrescentando-se as forças de restauração dos movimentos verticais da unidade flutuante, ficando como segue:

$$M\dot{v} + C(v)v + [D_p(\omega) + D_{vi}(\omega) + D_n(v)]v + Hx = F_{con} + F_d + F_L$$
(71)

onde *H* é a matriz de forças de restauração dos movimentos verticais do navio, *x* o vetor de posições do navio em 6 graus de liberdade e  $F_L$  as forças produzidas pelas linhas e *risers* conectados à unidade flutuante. Para o cálculo das forças de linhas, quando presentes, o simulador Dynasim utiliza métodos baseados em elementos finitos de terceiros. Para o cálculo dos distúrbios de vento e correnteza, o simulador Dynasim utiliza as curvas dos coeficientes de arrasto. Os distúrbios provocados pelas ondas são calculados no domínio da frequência e são divididos em dois tipos: os de primeira ordem são calculados utilizando-se as forças de excitação ou através das funções de resposta (RAOs). Os de segunda ordem são calculados utilizando-se os coeficientes de deriva. Tanto os coeficientes de arrasto, quanto as curvas de RAOs e coeficientes de deriva são fornecidos nos Apêndices. Maiores detalhes sobre como o Dynasim calcula os distúrbios ambientais podem ser encontrados em Nishimoto *et al.* (2002) e Nishimoto *et al.* (2003). Detalhes sobre o cálculo de  $F_{con}$  e do sistema DP contido no simulador Dynasim podem ser encontrados em Queiroz Filho *et. al* (2014).

#### 6.2 ACOMPANHAMENTO DE DISTÂNCIA RELATIVA

Para os ensaios a seguir, serão utilizados três navios: dois navios com as características do PSV e um navio aliviador, posicionados respectivamente em (-90 m, -195 m), (-90 m, 195 m) e (250 m, 10 m). O nó virtual da formação será posicionado na origem do sistema de eixos. Os três navios, bem como o nó virtual serão aproados para Leste. A Figura 39 mostra o cenário inicial das simulações.

Nestes ensaios, será avaliada a capacidade do sistema em se manter em consenso diante de uma variação na posição relativa entre os navios. Para tal, o

sistema será iniciado fora de sua posição de equilíbrio, fazendo com que o controlador cooperativo atue nos primeiros instantes de simulação para trazer o sistema para o consenso.



Figura 39 – Cenário inicial de simulação.

A Tabela 9 mostra as distâncias relativas ao nó virtual (sinal  $\Delta_i(t)$ ), que serão inseridas no controle inicialmente, antes das manobras de *surge*, *sway* e *yaw*.

Portanto, ao se iniciar a simulação, espera-se que os navios PSV 1 e 2 e o navio aliviador convirjam respectivamente para as seguintes posições: (-100 m, -175 m), (-100 m, 175 m) e (200 m, 0 m) como mostra a Figura 40.

Navio	$\Delta_{x_i}(0)$	$\Delta_{y_i}(0)$	$\Delta_{\boldsymbol{\psi}_i}(0)$	
PSV (1)	-100 m	-175 m	0 °	
PSV (2)	-100 m	175 m	0°	
Aliviador (3)	200 m	0 m	0°	

Tabela 9 - Distâncias relativas iniciais ao nó virtual (sinal  $\Delta_i(t)$ ) para X, Y e  $\psi$ .



Figura 40 – Cenário de convergência após o início da simulação antes das manobras de surge, sway e yaw.

Neste caso, a diferença do controle cooperativo em relação ao controle de posicionamento convencional está no fato de os navios não se deslocarem apenas para sua posição especificada, mas também controlarem suas distâncias relativas. E como será explicado adiante, para a direção *x*, foram escolhidos valores iniciais de posição tal que o erro entre as distâncias relativas dos navios PSV 1 e 2 para com o navio aliviador seja maior que o erro para com o nó virtual. Logo, os navios PSV 1 e 2 irão primeiro na direção de corrigirem suas distâncias relativas para com o navio aliviador e somente em seguida a distância relativa ao nó virtual é corrigida.

Além das manobras iniciais, será também aplicado um degrau no sinal  $\Delta(t)$  do navio PSV 1 para cada um dos graus de liberdade controlados, variando-se a distância do PSV 1 em relação ao nó virtual em *x*, *y* e  $\psi$  respectivamente em 20 m, 20 m, e 20°. A Tabela 10 mostra a variação e os momentos em que o sinal  $\Delta(t)$  será variado para o navio PSV 1, exemplificados na Figura 41.

Тетро	$\Delta_{x_1}(t)$	$\Delta_{y_1}(t)$	$\Delta_{\psi_1}(t)$
0 s	-100 m	-175 m	0 °
1.500 s	-80 m	-175 m	0°
2.500 s	-100 m	-175 m	0°
3.500 s	-100 m	-155 m	0°
4.500 s	-100 m	-175 m	0°
5.500 s	-100 m	-175 m	20°
6.500 s	-100 m	-175 m	0°

Tabela 10 - Distâncias relativas iniciais ao nó virtual (sinal  $\Delta_1(t)$ ) para X, Y e  $\psi$ .



Figura 41 – Manobras em x, y e  $\psi$  realizadas através da variação do sinal  $\Delta$  do navio PSV 1.

Novamente, a diferença entre o controle de posição convencional e o controle cooperativo está no controle da posição relativa entre os navios. Ao se variar o sinal  $\Delta(t)$  de um dos navios, o erro de posição relativa, que estava nulo pois o sistema estava próximo ao regime, passa a ter um valor não nulo, fazendo com que todos os navios se movimentem na direção de corrigir este erro.

Todas as manobras serão realizadas tanto na ausência quanto na presença de agentes ambientais (onda vento e correnteza). Foram selecionadas condições ambientais típicas da Bacia de Campos, no SE brasileiro, desde condições ambientais amenas, com onda e vento vindo de Leste, até condições mais severas, com onda e vento vindo de Sul, tal como ocorre numa passagem de uma frente fria.

## 6.2.1 ACOMPANHAMENTO DE DISTÂNCIA RELATIVA NA AUSÊNCIA DE AGENTES AMBIENTAIS

A seguir, apresentam-se os resultados dos testes sem condição ambiental. Para todos os ensaios, a posição do nó virtual foi mantida constante e igual a (0 m, 0 m) com 0° de aproamento (leste). A Figura 42 mostra os sinais  $\Delta_i(t)$ , bem como as posições para os navios PSV 1 e 2 e navio aliviador 3 nas direções *surge*, *sway* e *yaw*.

A Figura 43 mostra a norma da variação da distância relativa ( $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$ ) entre os navios PSV 1 e 2, PSV 1 e aliviador 3 e PSV 2 e aliviador 3. É importante destacar que a definição formal do consenso adotada é  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}|| = 0$  (equação ( 8 )) e portanto, este gráfico mostra o funcionamento do controle de consenso ao longo da simulação. A norma será adimensionalizada para o cálculo como segue

 $\|x\| = \sqrt{\left(\frac{x}{1m}\right)^2 + \left(\frac{y}{1m}\right)^2 + \left(\frac{180}{\pi}\psi\right)^2}$ . No momento em que os sinais  $\Delta_1(t)$  são alterados, o sistema perde o consenso pois  $\Delta_{ij}(t)$  muda e desta forma observa-se picos no gráfico e logo em seguida o sistema busca novamente o consenso devido à atuação do controle cooperativo.



Figura 42 – Sinal  $\Delta_i$  e posição dos navios na ausência de condição ambiental.



Figura 43 –  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$  para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3, na ausência de condição ambiental.



Figura 44 – Ampliação da manobra em *x* do gráfico de  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$  para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3, na ausência de condição ambiental.

Conforme explicado anteriormente, para o caso de *x*, no início da simulação, o erro entre as distâncias relativas dos navios PSV 1 e 2 para com o aliviador é de 40 m e o erro para com nó virtual é de 10 m. Portanto, o sinal de erro  $e_{1,2}(t)$  dos navios PSV 1 e 2 neste momento tem valor positivo e por consequência os navios vão primeiro para vante, a fim de corrigirem suas distâncias relativas ao aliviador e somente em seguida eles vão para ré, em direção de corrigir a distância relativa ao nó virtual. Em seguida, as manobras de posicionamento relativo ao nó virtual para o navio PSV 1 são aplicadas aos 1.500s e 2.500s para a direção de *x*, aos 3.500s e 4.500s para a direção de *y* e aos 5.500s e 6.500s para o ângulo  $\psi$ . Durante as manobras, o comportamento dos navios é explicado da seguinte maneira: ao se aplicar o degrau no sinal  $\Delta(t)$  do PSV 1, o erro do mesmo deixa de ser nulo o que impele o navio para vante, em direção à nova posição. No entanto, tal degrau também afeta o erro dos demais navios pois,  $e_i(t) = N.\Delta_i(t) - \sum_{j=1}^N \Delta_j(t) + \frac{1}{j \neq i}$ 

 $\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} x_j(t) + x_v(t) - N \cdot x_i(t)$ , logo, o sinal de erro de cada navio depende dos sinais

 $-\Delta$ 's dos demais navios da frota. Portanto, devido ao sinal de erro não nulo nos navios PSV 2 e aliviador 3, é gerada uma ação de controle *u* na direção contrária ao movimento do PSV 1, visando-se atingir o posicionamento relativo entre os navios

mais rapidamente. O gráfico da Figura 44 mostra a  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$  para a manobra de *x*. Ao se alterar o sinal  $\Delta_{1_x}$  do PSV 1, os sinais  $\Delta_{12_x} e \Delta_{13_x}$  também são alterados e mostrados como o salto no gráfico da Figura 44. Em seguida o controle cooperativo atua para trazer o sistema de volta ao consenso, fazendo com que as posições em *x* dos navios, já descontadas as respectivas distâncias relativas, convirjam para um valor comum e logo em seguida trazendo todas para zero.



Figura 45 – Sinal  $\Gamma_i$  e posição dos navios na ausência de condição ambiental.

O sinal  $\Gamma$  é o sinal de *set-point* para o controle cooperativo e é uma composição das posições dos navios e dos sinais  $\Delta$ 's. Como o ganho de realimentação do sistema não é unitário, a posição de saída não atinge o valor do

sinal Γ. Portanto, para facilitar a visualização no gráfico, o sinal Γ não será mostrado, mas sim  $\Gamma/_N$ . A Figura 45 mostra os sinais  $\Gamma/_N$  para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3, para as direções de x, y e ψ.

As ações de controle *u* geradas pelo controle cooperativo são os sinais de referência para o DP de cada navio em cada grau de liberdade e são mostradas para as direções de *x*, *y* e  $\psi$  na Figura 46. Observa-se uma boa sobreposição entre as curvas das ações de controle *u* e as posições para os navios PSV. Para o aliviador, devido à dinâmica bem mais lenta, a resposta de posição é um pouco atrasada em relação à ação de controle *u*, embora de uma maneira geral as curvas sejam bem coesas.



Figura 46 – Ação de controle u e posição dos navios, na ausência de condição ambiental.

# 6.2.2 ACOMPANHAMENTO DE DISTÂNCIA RELATIVA NA PRESENÇA DE AGENTES AMBIENTAIS

Para os ensaios com ondas, foram selecionadas quatro condições ambientais típicas da Bacia de Campos, localizada no sudeste brasileiro. As quatro condições foram selecionadas de forma a simular desde condições amenas até condições de mar mais severas, representando a entrada de uma frente fria no local.

Em todas as simulações, considerou-se uma correnteza constante de 0,5 m/s indo para sudoeste. As direções de onda, vento e *swell* foram variadas conforme a Tabela 11. É utilizada a convenção "vem de" para a direção de onda e vento. Para o vento foi considerado um espectro de variação de velocidade do tipo *Harris* (1971), para a onda um espectro JONSWAP (ITTC, 1984) e para o *swell* um espectro com banda estreita e distribuição gaussiana. Os parâmetros para o cálculo dos espectros de vento e onda podem ser encontrados na Tabela 11, onde *V* é a velocidade de referência do vento a 10 m de altitude, *Hs* a altura significativa da onda, *Tp* o período de pico do espectro de JONSWAP e *Tz* o período entre zeros do espectro gaussiano.

Condição	Vento		Onda			Swell	3	
Ambiental	V (m/s)	Dir.	Hs (m)	Tp (s)	Dir.	Hs (m)	Tz (s)	Dir.
Condição 1	5,0	L	1,5	8	ENE	-	-	-
Condição 2	7,0	SE	2,0	9	L	-	-	-
Condição 3	7,0	SE	1,5	9	ESE	1,0	9,9	S
Condição 4	10,0	S	2,5	12	S	-	-	-

Tabela 11 - Condições ambientais típicas da Bacia de Campos aplicadas as simulações.

A Figura 47 ilustra as direções de incidência dos agentes ambientais nos navios.



Figura 47 – Direção de incidência dos agentes ambientais.

Durante as simulações, espera-se que os agentes ambientais não degradem o desempenho do controle cooperativo, pois o controlador cooperativo foi projetado de modo a compensar as oscilações de baixa frequência induzidas por correnteza, vento e deriva de onda. Apenas devem-se observar oscilações na faixa de frequência correspondente ao movimento de primeira ordem imposto pelas ondas, uma vez que estas oscilações são de frequência mais alta. Semelhante aos ensaios sem condição ambiental, os navios serão iniciados fora de sua posição inicial, fazendo com que o controlador cooperativo atue nos primeiros instantes de simulação para trazer o sistema para o consenso. Espera-se que os navios PSV 1 e 2 e o navio aliviador convirjam respectivamente para as seguintes posições: (-100 m, -175 m), (-100 m, 175 m) e (200 m, 0 m). A referência do nó virtual foi mantida constante e igual a (0 m, 0 m) com 0° de aproamento (leste).

Da Figura 48 a Figura 55 são apresentados os resultados dos ensaios com condição ambiental. Para todos os ensaios, serão apresentados gráficos para as direções de *x*, *y* e  $\psi$ , os sinais  $\Delta$ , bem como as posições para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3. Também será mostrado a norma da variação da distância relativa entre os navios PSV 1 e 2, PSV 1 e aliviador 3 e PSV 2 e aliviador 3.



Figura 48 – Sinal  $\Delta_i$  e posição dos navios, para condição ambiental 1.



Figura 49 –  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$  para os navios PSV 1 e 2 e navio aliviador 3, para condição ambiental 1.



Figura 50 – Sinal  $\Delta_i$  e posição dos navios, para condição ambiental 2.



Figura 51 –  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$  para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3, para condição ambiental 2.



Figura 52 – Sinal  $\Delta_i$  e posição dos navios, para condição ambiental 3.



Figura 53 –  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$  para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3, para condição ambiental 3.



Figura 54 – Sinal  $\Delta_i$  e posição dos navios, para condição ambiental 4.



Figura 55 –  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$  para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3, para condição ambiental 4.

As mesmas conclusões dos resultados sem agentes ambientais podem ser aplicadas: no início da simulação, há o erro entre as distâncias relativas dos navios PSV 1 e 2 para com o aliviador de 40 m e o erro para com nó virtual de 10 m. Portanto, neste momento, o sinal de erro dos navios PSV 1 e 2 tem valor positivo e por consequência os navios vão primeiro para vante, a fim de corrigirem suas distâncias relativas ao navio aliviador e somente em seguida eles vão para ré, em direção de corrigir a distância relativa ao nó virtual.

Em seguida as manobras de posicionamento relativo ao nó virtual para o navio PSV 1 são aplicadas aos 1.500 s e 2.500 s para a direção de *x*, aos 3.500 s e 4.500 s para a direção de *y* e aos 5.500 s e 6.500 s para o ângulo  $\psi$ . Ao se aplicar o degrau no sinal  $\Delta(t)$  do PSV 1 o erro do mesmo deixa de ser nulo e o navio é impelido a vante, em direção da nova posição. No entanto, o erro dos demais navios também é afetado pelo degrau e é gerada uma ação de controle *u* para os navios PSV 2 e aliviador na direção contrária ao movimento do PSV 1, visando-se atingir o posicionamento relativo entre os navios mais rapidamente.

Para a condição ambiental 2, nota-se que como as ondas estão incidindo de proa nos navios há menos oscilação na direção *y* e  $\psi$  dos navios neste ensaio em comparação ao ensaio da condição ambiental 1. Já a condição ambiental 4, a mais forte de todas e incidindo de través nos navios, causa uma maior oscilação em *sway*, principalmente no navio aliviador. No entanto, ao se observar o gráfico da Figura 55, nota-se que excetuando-se os picos que indicam a variação dos sinais  $\Delta_1(t)$ , a oscilação máxima ficou por volta de 3, número compatível com o movimento de primeira ordem produzido por uma onda incidente de 2,5 m de altura significativa.

A ausência de oscilações de baixa frequência no gráfico da Figura 55 mesmo diante de uma condição ambiental mais severa, demonstra o funcionamento do controle cooperativo, pois indica que os navios estão derivando da mesma maneira, mantendo a distância relativa entre os navios.

#### 6.3 ACOMPANHAMENTO DO NÓ VIRTUAL

Para os ensaios a seguir é proposto um cenário semelhante ao utilizado nas simulações anteriores, com dois navios PSVs e um navio aliviador posicionados

respectivamente em (-100 m, -175 m), (-100 m, 175 m) e (200 m, 0 m). O nó virtual da formação será posicionado na origem do sistema de eixos. Os três navios, bem como o nó virtual serão aproados para Leste. A Figura 56 ilustra este cenário.



Figura 56 – Cenário inicial de simulação.

Tempo	X	Y	ψ
0 s	0 m	0 m	0 °
500 s	20 m	0 m	0°
1.500 s	0 m	0 m	0°
2.500 s	0 m	20 m	0°
3.500 s	0 m	0 m	0°
4.500 s	0 m	0 m	20°
5.500 s	0 m	0 m	0°

Tabela 12 - Variação da posição do nó virtual ao longo da simulação para X, Y e  $\psi$ .
O objetivo destes ensaios será avaliar a capacidade do sistema em se manter em consenso diante de uma variação na posição do nó virtual. Para tal, serão aplicados três degraus na posição do nó virtual: um para cada grau de liberdade controlado, a saber, *surge*, *sway* e *yaw*, respectivamente em 20 m, 20 m, e 20°. A Tabela 12 mostra a variação e os momentos em que a posição do nó virtual será variada, exemplificados na Figura 57.



Figura 57 – Variação da posição do nó virtual em x, y e  $\psi$ .

Portanto, espera-se que os navios PSV 1 e 2 e o aliviador 3 acompanhem as variações do nó virtual sem que sua posição relativa seja variada significativamente.

Todas as manobras serão realizadas tanto na ausência quanto na presença de agentes ambientais como onda vento e correnteza. As mesmas condições típicas da Bacia de Campos dos ensaios anteriores serão utilizadas.

# 6.3.1 ACOMPANHAMENTO DO NÓ VIRTUAL NA AUSÊNCIA DE AGENTES AMBIENTAIS

A seguir, os resultados dos testes sem condição ambiental. Para todos os ensaios os valores das distâncias relativas entre os navios e o nó virtual (sinais  $\Delta_i$ ) foram mantidos constantes. A Figura 58 mostra a posição do nó virtual, bem como as posições para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3, para as direções de *x*, *y* e  $\psi$ . Como pode ser observado nos gráficos, conforme a posição do nó virtual é variada os três navios seguem na direção da variação desta posição.



Figura 58 – Posição dos navios normalizada em relação ao nó virtual  $(x_i - \Delta_i)$  e posição do nó virtual, na ausência de condição ambiental.

Nota-se que a resposta dos navios em relação ao sinal degrau no nó virtual é bem mais lenta do que em relação a sinais degrau na distância relativa ao nó virtual (sinais  $\Delta_i$ ). De fato o controle cooperativo retarda a velocidade de avanço dos navios de maneira a preservar as distâncias relativas. Embora um degrau tenha sido aplicado na posição do nó virtual, o sinal  $\Gamma$  que é dado por  $\Gamma(t) = N.\Delta_i(t) - \sum_{\substack{j=1 \ j \neq i}}^N \Delta_j(t) + \sum_{\substack{j=1 \ j \neq i}}^N x_j(t) + x_v(t)$ , não possui o comportamento de um degrau, jeti

navios PSV 1 e 2 e aliviador 3 para x, y,  $\psi$ .



Figura 59 – Sinal  $\Gamma_i$  e posição dos navios, na ausência de condição ambiental.

A suavização do degrau observada no sinal **Γ** se deve à realimentação de posição dos demais navios, o que mantém as distâncias relativas entre os navios aproximadamente constantes.

A Figura 60 mostra a  $\|\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t) - \Delta_{ij}(t)\|$  entre os navios PSV 1 e 2, PSV 1 e aliviador 3 e PSV 2 e aliviador 3. Conforme pode ser observado, entre os PSVs 1 e 2 a variação na posição relativa durante estes ensaios (gráfico vermelho) é mínima. Já entre os PSVs 1 e 2 e o navio aliviador a posição relativa varia igualmente (gráficos azul e verde sobrepostos na Figura 60) e por curtos espaços de tempos, sendo logo em seguida corrigida pelo controle cooperativo.



Figura 60 –  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$  para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3, na ausência de condição ambiental.

As ações de controle (sinais de referência para o DP de cada navio) são mostradas na Figura 61. Observa-se que para os navios PSVs 1 e 2 o navio acompanha a ação de controle  $u_i$  (gráficos de posição e de ação de controle estão sobrepostos), o que indica que a ação de controle é lenta em relação a dinâmica do navio. Já para o navio aliviador a posição do navio não acompanha a ação de controle indicando que ela é rápida em relação à dinâmica do navio. Essa diferença na ação de controle entre os PSVs e o navio aliviador é gerada pelo controle cooperativo visando-se a manutenção da distância relativa entre os navios durante a manobra de avanço.



Figura 61 – Sinal  $u_i$  e posição dos navios, na ausência de condição ambiental.

# 6.3.2 ACOMPANHAMENTO DO NÓ VIRTUAL NA PRESENÇA DE AGENTES AMBIENTAIS

Para os ensaios com agentes ambientais foram utilizadas as mesmas quatro condições ambientais típicas da Bacia de Campos dos ensaios do item 6.2.2. As quatro condições foram selecionadas sempre respeitando-se a janela de operação a qual navios DP estão submetidos. Em todas as simulações, considerou-se uma correnteza constante de 0,5 m/s indo para sudoeste. As direções de onda, vento e *swell* para cada condição ambiental foram variados conforme a Tabela 11 e são

ilustrados na Figura 62. Em relação aos ensaios do item 6.2, as posições iniciais dos navios foram alteradas para que já comecem na posição de equilíbrio do sistema.



Figura 62 – Direção de incidência dos agentes ambientais.

Do mesmo modo que para as simulações de variação da distância relativa para com o nó virtual, espera-se que os agentes ambientais não interfiram no controle cooperativo, pois o mesmo foi projetado de modo a não responder as oscilações na faixa de frequência correspondente ao movimento de primeira ordem imposto pelas ondas, ficando a correção a esse distúrbio a cargo do controlador DP de cada navio. Para todos os ensaios os valores das distâncias relativas entre os navios e o nó virtual (sinais  $\Delta$ ) foram mantidos constantes.



Figura 63 – Sinal  $x_v$  e posição dos navios, para condição ambiental 1.



Figura 64 –  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$  para os navios PSV 1 e 2 e navio aliviador, para condição ambiental 1.



Figura 65 – Sinal  $x_v$  e posição dos navios, para condição ambiental 2.



Figura 66 –  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$  para os navios PSV 1 e 2 e navio aliviador, para condição ambiental 2.



Figura 67 – Sinal  $x_v$  e posição dos navios, para condição ambiental 3.



Figura 68 –  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$  para os navios PSV 1 e 2 e navio aliviador, para condição ambiental 3.





Figura 69 – Sinal  $x_v$  e posição dos navios, para condição ambiental 4.



Figura 70 –  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$  para os navios PSV 1 e 2 e navio aliviador, para condição ambiental 4.

Para a condição ambiental 2, nota-se que como as ondas estão incidindo de proa nos navios, a oscilação é menor na direção *y* e  $\psi$  em comparação ao ensaio da condição ambiental 1. Já a condição ambiental 4, a mais forte de todas, incidindo de través nos navios, causa uma maior oscilação em *sway*, principalmente no navio aliviador. No entanto, ao se observar o gráfico da Figura 70, nota-se que excetuando-se os picos que indicam a variação dos sinais  $\Delta_1(t)$ , as oscilações máximas ficaram entre 2 e 3, número compatível com o movimento de primeira ordem gerado por uma onda incidente de 2,5 m de altura significativa.

A ausência de oscilações de baixa frequência nos gráficos de  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$ demonstra o funcionamento do controle cooperativo, pois indica que o controle cooperativo está corrigindo as oscilações de baixa frequência na distância relativa, restando apenas as oscilações na faixa de frequência das ondas.

## 6.4 REJEIÇÃO A DISTÚRBIOS

Para se verificar a rejeição a distúrbios do controlador, um conjunto de condições ambientais será aplicado ao sistema, considerando-se uma distância relativa fixa entre os navios. Durante estas simulações, ambos os sinais  $\Delta_i(t)$  e  $x_v(t)$ de distância relativa serão mantidos constantes. Nos ensaios a seguir, serão utilizados os mesmos navios dos ensaios anteriores: dois navios com as características do PSV e um navio aliviador, posicionados respectivamente em (-100 m, -175 m, 30°), (-100 m, 175 m, 330°) e (250 m, 10 m, 0°). Estes aproamentos foram escolhidos para que a incidência das condições ambientais seja diferente em cada navio. O nó virtual da formação será posicionado na origem do sistema de eixos com aproamento para Leste. Para os ensaios foram selecionadas 12 diferentes condições ambientais. Para o vento foi considerado um espectro do tipo Harris (1971) com velocidade de referência de 7,0 m/s, para a onda um espectro JONSWAP (ITTC, 1984) com altura significativa de 2,0 m e período de pico de 7s. Em todas as 12 condições ambientais, as magnitudes da onda e do vento foram mantidas constantes e suas direções foram variadas ao redor dos navios com intervalos de 30º. A correnteza foi mantida constante com velocidade de 0,5 m/s indo para oeste. A Figura 71 mostra o cenário inicial das simulações.



Figura 71 - Cenário de simulação e direção de incidência dos agentes ambientais.

Para cada condição ambiental foram executadas duas simulações: uma com o controle cooperativo e uma considerando-se apenas o sistema DP individual de cada navio. O objetivo destas duas simulações é mostrar como o controle cooperativo atua para manter a distância relativa próxima ao valor de referência.

A Figura 72 mostra os resultados das simulações. Cada ponto do gráfico polar corresponde ao valor RMS de  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$  para os navios PSV 1 e 2 e navio aliviador 3 para cada condição ambiental. Conforme pode ser observado nos gráficos, para todos os casos o controle cooperativo diminuiu a variação na distância relativa entre os navios.



Figura 72 – Valor RMS de  $||x_i - x_j - \Delta_{ij}||$  para os navios PSV 1 e 2 e navio aliviador 3, para as 12 condições ambientais.

## 7 PREPARAÇÃO DOS ENSAIOS EM TANQUE DE PROVAS

Nesta seção, serão apresentados os resultados dos ensaios com os modelos dos navios rebocadores, realizados no Tanque de Provas da Engenharia Naval da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. O tanque possui formato retangular e é dotado de um gerador de ondas posicionado em uma de suas extremidades, uma série de ventiladores paralelos (Figura 73) e um absorvedor de ondas passivo na outra extremidade, de forma que os agentes ambientais (onda e vento) se propaguem ao longo do comprimento do tanque.



Figura 73 - Modelos do PSV modelo sob o efeito de cargas ambientais devido aos ventiladores.

Um sistema de medida de posição da Qualysis foi utilizado para se obter a medição dos movimentos horizontais dos navios. Este sistema consiste em um conjunto de câmeras infravermelhas (Figura 74) que capta a posição de marcadores instalados nos modelos e converte essas posições em movimentos de um corpo rígido. Uma interface de integração do sistema da Qualysis com o software Matlab® foi desenvolvida de modo que todo o algoritmo de controle pode ser desenvolvido no Matlab. A malha de controle foi executada a passo temporal de 0,1 s com integração ODE3 (Bogacki-Shampine). Como será visto adiante, o período natural típico dos modos controlados é da ordem de 35s ou mais, e com passo temporal adotado nos

experimentos (0,1s), os efeitos de amostragem e discretização podem ser desconsiderados.



Figura 74 - Câmera infravermelha utilizada pelo sistema da Qualisys.

## 7.1 OS MODELOS EM ESCALA DO NAVIO PSV

Para os ensaios em tanque de provas serão utilizados dois modelos em escala reduzida de 1:42 do navio PSV. Para que haja alguma diferença entre os navios, o lastro utilizado em cada um será diferente, deixando um dos modelos com maior deslocamento.

O momento de inércia em torno do eixo *oz* dos modelos será calculado através da estimativa apresentada na equação (72):

$$I_{\psi} = m. \, (0.25. \, LPP)^2 \tag{72}$$

O sistema de propulsão dos modelos representa o do navio real, com dois propulsores principais na popa, um propulsor azimutal na proa e dois propulsores túneis, um na proa e um na popa, como mostra a Figura 75, e é idêntico nos dois modelos.



Figura 75 - Navio rebocador modelo com seu sistema de propulsão.

Nos ensaios, o propulsor azimutal será desconsiderado. Os máximos empuxos disponíveis em cada grau de liberdade, já desconsiderado o propulsor azimutal são mostrados na Tabela 1, obtidos a partir de medição.

Direção	Empuxo Máximo	Empuxo mínimo
Surge	16,25 N	-9,63 N
Sway	3,66 N	-3,66 N
Yaw	2,56 N.m	-2,56 N.m

Tabela 13 - Máximos empuxos em cada grau de liberdade do modelo do navio PSV.

Cada modelo possui comunicação sem fio com módulos independentes que podem ser acoplados a um PC convencional através da porta serial. Comandos de rotação podem ser enviados a cada propulsor de cada modelo independentemente. Os comandos podem ser enviados diretamente a partir do programa desenvolvido em linguagem Matlab, o que facilita a integração do algoritmo de controle com o *hardware* dos modelos.

Os modelos são batizados de M510A e M510B. O M510A terá mais lastro adicionado e, portanto, terá maior deslocamento que o M510B. As características

principais dos modelos M510A e M510B já com o lastro são mostradas na Tabela 14.

Parâmetro	Valor		
Comprimento total LOA	1,90 m		
Comprimento entre perpendiculares LPP	1,65 m		
Boca	0,43 m		
Calado M510A	0,115 m		
Deslocamento M510A (m)	52,44 kg		
Momento de Inércia em relação ao eixo M510A z (	$I_{\psi}$ ) 8,92 kg.m <sup>2</sup>		
Calado M510B	0,107 m		
Deslocamento M510B (m)	47,62 kg		
Momento de Inércia em relação ao eixo M510B z (	$I_{\psi}$ ) 7,76 kg.m <sup>2</sup>		

Tabela 14 - Características principais dos modelos M510 A e B.

As matrizes de massa adicional na frequência zero  $M_{ad}$  respectivamente aos modelos A e B para o movimento no plano são dadas abaixo e foram obtidas através do *software* WAMIT (Wamit inc, 2010). Os coeficientes de amortecimento potencial e viscoso para o movimento no plano foram considerados nulos.

$$\boldsymbol{M}_{ad_{A}} = \begin{bmatrix} 4,64 & 0 & 0 \\ 0 & 46,38 & 0 \\ 0 & 0 & 5,07 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} kg & kg & kg.m \\ kg & kg & kg.m \\ kg.m & kg.m & kg.m^{2} \end{bmatrix} \right)$$
$$\boldsymbol{M}_{ad_{B}} = \begin{bmatrix} 4,04 & 0 & 0 \\ 0 & 40,35 & 0 \\ 0 & 0 & 4,41 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} kg & kg & kg.m \\ kg & kg & kg.m \\ kg.m & kg.m & kg.m^{2} \end{bmatrix} \right)$$

#### 7.1.1 AJUSTE DO CONTROLADOR DP

O controlador do sistema DP é composto por um PID para cada grau de liberdade, cujo ajuste será feito através da mesma técnica de alocação polos utilizada anteriormente. Para o modelo será adotada uma frequência natural  $\omega_n = 0.162 \ (rad/s)$ , que corresponde a uma frequência de 0.025 rad/s em escala real e um coeficiente de amortecimento  $\zeta = 0,7$  em cada grau de liberdade do plano horizontal em malha fechada. O procedimento é análogo ao adotado nos ensaios numéricos e o modelo dinâmico do navio modelo G(s) é simplificado a uma massa não sujeita a forças dissipativas, conforme a equação (52). O sistema de propulsão Q(s) dos modelos é composto por propulsores do tipo rotação controlada, os quais podem ser modelados como um sistema de 2ª ordem. O comportamento entre os propulsores principais e os propulsores de túnel é bem distinto, sendo estes últimos muito mais rápidos que os primeiros (tempo de subida menor que 0,1s para os propulsores tipo túnel e aproximadamente 0,7s para os propulsores principais). Embora a dinâmica dos propulsores principais exerça alguma influência na resposta final dos modelos, para o ajuste dos ganhos dos controladores, a mesma será ignorada. Os propulsores túneis não chegam a exercer influência significativa na resposta final dos modelos. Portanto, em malha fechada o sistema fica conforme mostra o diagrama de blocos da Figura 26. Os polos dominantes são definidos como:  $-\omega_n \zeta \pm \omega_n j$ . O polo não dominante é definido como  $-\alpha \omega_n$ , com  $\alpha = 5$ . Assim, os ganhos proporcional, integral e derivativo do PID são calculados respectivamente por (54), (55) e (56) e são mostrados respectivamente para os modelos A e B nas Tabela 15 e Tabela 16.

Ganho	Surge	Sway	Yaw
Ganho proporcional $(K_p)$	8,84 (N/m)	15,30 (N/m)	2,17 (N.m)
Ganho integral ( $K_i$ )	0,85 (N/m.s)	1,47 (N/m.s)	0,21 (N.m/s)
Ganho derivativo $(K_d)$	45,31 (N.s/m)	78,44 (N.s/m)	11,11 (N.m.s)

Tabela 15 - Ganhos do controlador PID do sistema DP do modelo M510A.

Ganho	Surge	Sway	Yaw
Ganho proporcional $(K_p)$	8,02 (N/m)	13,90 (N/m)	1,97 (N.m)
Ganho integral ( $K_i$ )	0,77 (N/m.s)	1,34 (N/m.s)	0,19 (N.m/s)
Ganho derivativo ( $K_d$ )	41,15 (N.s/m)	71,24 (N.s/m)	10,08 (N.m.s)

Tabela 16 - Ganhos do controlador PID do sistema DP do modelo M510B.

#### 7.1.2 MODELO SIMPLIFICADO DO SISTEMA

Diferentemente do modelo numérico, a implementação do PID do modelo experimental vem acompanhada de um filtro passa-baixas de 1<sup>a</sup> ordem com constante de tempo  $\frac{1}{n} = 0,1 s$  no termo derivativo do controlador. Tal filtro se faz necessário para diminuir o ruído produzido pelo termo derivativo do PID. Portanto no modelo matemático simplificado final será considerado esse filtro.

A Figura 76 mostra como fica o diagrama de blocos para o movimento de *surge*.



Figura 76 – Diagrama de blocos da dinâmica do modelo do movimento surge.

A função de transferência do diagrama de blocos da Figura 76 é dada por:

$$P_{x}(s) = \frac{\left(K_{d_{x}} + \frac{K_{p_{x}}}{n}\right)s^{2} + \left(K_{p_{x}} + \frac{K_{i_{x}}}{n}\right)s + K_{i_{x}}}{\frac{m + M_{ad_{11}}s^{4} + (m + M_{ad_{11}})s^{3} + \left(K_{d_{x}} + \frac{K_{p_{x}}}{n}\right)s^{2} + \left(K_{p_{x}} + \frac{K_{i_{x}}}{n}\right)s + K_{i_{x}}}$$
(73)

Através da função de transferência (73) calculam-se os polos da dinâmica de *surge* do modelo em malha fechada. Para as dinâmicas de *sway* e *yaw* o processo é análogo.

Como serão utilizados a mesma frequência natural e o mesmo amortecimento em malha fechada para os três graus de liberdade, os polos de *surge*, *sway* e *yaw* serão alocados na mesma posição no plano complexo. As Tabela 17 e Tabela 18 mostram os polos do sistema simplificado respectivamente para os modelos M510 A e B do navio PSV DP em malha fechada para os três graus de liberdade.

Movimento	Polo	Frequência Natural $\omega_n$ (rad/s)	Amortecimento $\zeta$
	-0,112 + 0,113i	0,159	0,7
Surgo	-0,112 + 0,113i	0,159	0,7
Surge	-0,644	0,644	1,0
	-9,130	9,130	1,0
	-0,112 + 0,113i	0,159	0,7
Swow	-0,112 + 0,113i	0,159	0,7
Sway	-0,644	0,644	1,0
	-9,130	9,130	1,0
	-0,112 + 0,113i	0,159	0,7
Vow	-0,112 + 0,113i	0,159	0,7
Taw	-0,644	0,644	1,0
	-9,130	9,130	1,0

Tabela 17 - Polos da dinâmica de *surge*, *sway* e *yaw* do sistema simplificado do modelo M510A em malha fechada.

A inclusão do filtro do termo derivativo do PID acrescentou mais um polo à dinâmica do sistema em malha fechada. Este polo extra, sendo posicionado em malha fechada em -9,13, pouco afeta os outros três polos do sistema como pode ser visto pelas tabelas acima. O segundo polo é cerca de 5,75 vezes mais rápido que o par dominante e encontra-se dentro da especificação.

Movimento	Polo	Frequência Natural $\omega_n$ (rad/s)	Amortecimento $\zeta$
	-0,112 + 0,113i	0,159	0,7
Surgo	-0,112 + 0,113i	0,159	0,7
Surge	-0,644	0,644	1,0
	-9,130	9,130	1,0
	-0,112 + 0,113i	0,159	0,7
Swow	-0,112 + 0,113i	0,159	0,7
Sway	-0,644	0,644	1,0
	-9,130	9,130	1,0
	-0,112 + 0,113i	0,159	0,7
Vow	-0,112 + 0,113i	0,159	0,7
Taw	-0,644	0,644	1,0
	-9,130	9,130	1,0

Tabela 18 - Polos da dinâmica de *surge*, *sway* e *yaw* do sistema simplificado do modelo M510B em malha fechada.

A validade do modelo utilizado pode ser comprovada observando-se a comparação entre as curvas de resposta à entrada degrau para o modelo simplificado e para os resultados obtidos no ensaio em tanque de provas, mostrada na Figura 77 para o modelo M510A e na Figura 78 para o modelo M510B.

Conforme pode ser observado, para ambos os navios as curvas entre o modelo simplificado e o modelo ensaiado estão bem coesas, validando o modelo simplificado.



Figura 77 – Comparação entre a resposta ao degrau do modelo simplificado e do modelo M510A ensaiado em tanque de provas para as dinâmicas de *surge*, *sway* e *yaw*.



Figura 78 – Comparação entre a resposta ao degrau do modelo simplificado e do modelo M510B ensaiado em tanque de provas para as dinâmicas de *surge*, *sway* e *yaw*.

#### 7.2 AJUSTE DO CONTROLADOR COOPERATIVO

Para os ensaios com os modelos, o controlador cooperativo será modificado de modo a incluir um filtro passa-baixas de 1<sup>a</sup> ordem (F(s)) a fim de filtrar o sinal produzido pelo controlador cooperativo ( $U_i(s)$ ). Tal modificação se justifica pela ausência de um filtro de ondas no DP dos modelos. Neste caso, tanto o filtro Bessel de 2<sup>a</sup> ordem, utilizado para se filtrar o sinal  $\Gamma_i(s)$ , quanto o filtro de ondas, serão substituídos pelo filtro F(s), de forma que o diagrama de blocos da Figura 35 fica para os modelos como mostra a Figura 79. Nota-se que as não-linearidades inerentes à conversão de coordenadas do sistema de eixos global para o local (G / L) continuam presentes e portanto, para as análises no domínio da frequência, o sistema será linearizado em torno de 0°, posição em torno da qual os ensaios serão realizados. Na implementação do controle feita para os ensaios a não linearidade foi levada em conta.

Nestes ensaios, N = 2, pois serão utilizados os dois modelos do rebocador. O controlador cooperativo  $K_i$  utilizado será do tipo proporcional integral (PI), mesmo tipo utilizado nos ensaios numéricos. A função de transferência deste controlador é dada pela equação (12), e pode ser convenientemente reescrita conforme segue:

$$K_{i}(s) = K_{P_{c_{i}}} \left[ 1 + \frac{1}{T_{l_{i}}s} \right]$$
(74)

onde  $T_{I_i}$  é a constante de tempo do termo integral do controlador. Foi adotado o mesmo critério de projeto utilizado nos ensaios numéricos para o cálculo de  $T_{I_i}$ :

$$T_{I_i} = \frac{2\zeta_i}{\omega_{n_i}} \tag{75}$$

onde  $\zeta_i \in \omega_{n_i}$  são os valores utilizados na sintonia do controlador DP de cada modelo.



Figura 79 – Diagrama de blocos do sistema composto da dinâmica no plano horizontal dos modelos (blocos destacados), dos controladores cooperativos e das respectivas conversões de coordenadas do sistema global para o sistema local para o i-ésimo modelo.

O filtro F(s), terá frequência de corte em 0,25 rad/s, garantindo desta forma que eventuais sinais de alta frequência que sejam amplificados pela malha do controle cooperativo sejam filtrados. Em relação ao sistema em malha fechada obtido nos ensaios numéricos, a introdução do filtro F(s), introduz uma dinâmica no sistema que em malha fechada interage com o restante do sistema degradando a performance do mesmo.

Do diagrama de blocos da Figura 79, já linearizado em torno de 0°, tem-se que:

$$E(j\omega) = \Gamma(j\omega) - N.X(j\omega)$$
(76)

$$E(j\omega) = \frac{\Gamma(j\omega)}{1 + N.P(j\omega).F(j\omega).K(j\omega)}$$
(77)

Devido à inclusão do filtro F(s), o critério de projeto adotado será afrouxado para 40% de tolerância de erro em relação ao sinal  $\Gamma_i$  para frequências iguais ou menores que 0,22 rad/s (equivalente a 180s de período em escala real) de modo que:

$$\frac{|E(j\omega)|}{|\Gamma(j\omega)|} = \frac{1}{|1 + N.K(j\omega).F(j\omega).P(j\omega)|} \le 0.4 \qquad (\omega \le 0.22 \frac{rad}{s})$$
(78)

A equação (79) pode ser aproximadamente reescrita como segue (Da Cruz, 1996):

$$|N.K(j\omega).F(j\omega).P(j\omega)| \ge 2.5 \qquad (\omega \le 0.22 \frac{rad}{s})$$
(79)

O lado esquerdo da equação (79) representa a dinâmica em malha aberta do modelo juntamente com o controlador cooperativo e o filtro. Portanto como  $K_{P_{c_i}}$ afeta diretamente o ganho de malha aberta do sistema, o valor de  $K_{P_{c_i}}$  é variado até que  $|N.K(j\omega).F(j\omega).P(j\omega)|$  fique ligeiramente maior que 2,5 para a frequência de 0,22 rad/s. Os valores dos ganhos que atendem o critério podem ser encontrados respectivamente na Tabela 19.

Embora os modelos M510A e M510B possuíssem massas diferentes, os controladores DP foram ajustados de modo que suas respostas em malha fechada fossem iguais (mesmo  $\omega_n \in \zeta$ ). Logo, os ganhos do controlador cooperativo obtidos são iguais para ambos os modelos.

Tabela 19 - Ganhos do controlador cooperativo obtidos para as dinâmicas de surge, sway e yaw do PSV.

Ganho	Surge	Sway	Yaw
Proporcional $(K_{P_c})$	1,27 (m/m)	1,27 (m/m)	1,27 (rad/rad)
Integral ( $K_{I_c}$ )	0,15 (m/m.s)	0,15 (m/m.s)	0,15 (rad/rad.s)

A Figura 37 mostra o gráfico de  $|N.K(j\omega).F(j\omega).P(j\omega)|$  por  $\omega$  e a barreira de acompanhamento de referência para os modelos e como o critério de projeto atendido.



Figura 80 – Resposta em frequência do modelo com o controle cooperativo em malha aberta e a barreira de acompanhamento de referência e rejeição a distúrbio para o PSV.

## 7.3 COMPARAÇÃO COM SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Serão realizados ensaios experimentais com o objetivo de validar os ensaios numéricos feitos no simulador Dynasim. Para isso, todas as informações e resultados dos ensaios experimentais serão apresentados em escala real. Os parâmetros de ambos os modelos já em escala real são mostrados na Tabela 20.

Parâmetro	Valor
Comprimento total LOA	80,0 m
Comprimento entre perpendiculares LPP	69,3 m
Boca	18,0 m
Calado PSV A	4,80 m
Deslocamento PSV A	3.843 t
Momento de Inércia em relação ao eixo $z$ PSV A ( $I_\psi$ )	1,39x10 <sup>6</sup> t.m <sup>2</sup>
Calado PSV B	4,50 m
Deslocamento PSV B	3.550 t
Momento de Inércia em relação ao eixo $z$ PSV B ( $I_\psi$ )	1,28x10 <sup>6</sup> t.m <sup>2</sup>

Tabela 20 - Características principais dos PSVs escalonados.

A partir destes dados o software WAMIT (Wamit inc, 2010) foi utilizado para o cálculo dos demais coeficientes hidrodinâmicos. As matrizes de massa adicional na frequência zero  $M_{ad}$  dos modelos escalonados para o movimento no plano são dadas abaixo.

$$\boldsymbol{M}_{ad_{A}} = \begin{bmatrix} 275 & 0 & 0 \\ 0 & 2.558 & 5.086 \\ 0 & 5.064 & 6,59 \times 10^{5} \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} t & t & t.m \\ t & t & t.m \\ t.m & t.m & t.m^{2} \end{bmatrix} \right)$$
$$\boldsymbol{M}_{ad_{B}} = \begin{bmatrix} 244 & 0 & 0 \\ 0 & 2.266 & 4.537 \\ 0 & 4.521 & 5.89 \times 10^{5} \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} t & t & t.m \\ t & t & t.m \\ t.m & t.m & t.m^{2} \end{bmatrix} \right)$$

Com o propulsor azimutal desconsiderado, os máximos empuxos disponíveis em cada grau de liberdade, são mostrados na Tabela 21:

Tabela 21 - Máximos em	npuxos em cada grau	de liberdade do r	modelo do navio PSV
------------------------	---------------------	-------------------	---------------------

Direção	Empuxo Máximo	Empuxo mínimo
Surge	1.204 kN	-713 kN
Sway	271 kN	-271 N
Yaw	7.965 kN.m	-7.965 kN.m

Os ganhos do controlador DP de cada PSV também foram obtidos a partir do escalonamento dos ganhos obtidos para os modelos no item anterior e são mostrados abaixo:

Tabela 22 - Ganhos do controlador PID do sistema DP do PSV A escalonado.

Ganho	Surge	Sway	Yaw
Ganho proporcional $(K_p)$	15,6 (kN/m)	27,0 (kN/m)	6.741 (kN.m)
Ganho integral ( $K_i$ )	0,23 (kN/m.s)	0,40 (kN/m.s)	100,0 (kN.m/s)
Ganho derivativo ( $K_d$ )	518 (kN.s/m)	896 (kN.s/m)	2,24x10 <sup>5</sup> (kN.m.s)

Tabela 23 - Ganhos do controlador PID do sistema DP do PSV B escalonado.

Ganho	Surge	Sway	Yaw
Ganho proporcional $(K_p)$	14,2 (kN/m)	24,5 (kN/m)	6.122 (kN.m)
Ganho integral ( $K_i$ )	0,21 (kN/m.s)	0,36 (kN/m.s)	90,8 (kN.m/s)
Ganho derivativo $(K_d)$	470 (kN.s/m)	814 (kN.s/m)	2,03x10⁵ (kN.m.s)

Já os ganhos do controlador cooperativo há apenas a necessidade de escalonar os ganhos integrais de cada grau de liberdade, uma vez que os ganhos proporcionais são adimensionais. A Tabela 24 mostra os valores dos ganhos do controlador cooperativo para os PSVs escalonados.

Ganho	Surge	Sway	Yaw
Proporcional $(K_{P_c})$	1,27 (m/m)	1,27 (m/m)	1,27 (rad/rad)
Integral ( $K_{I_c}$ )	0,023 (m/m.s)	0,023 (m/m.s)	0,023 (rad/rad.s)

Tabela 24 - Ganhos do controlador cooperativo dos PSVs escalonados.

Em relação aos ensaios do item 6, algumas modificações no simulador Dynasim foram feitas, visando-se a compatibilização com o ensaio. O filtro de ondas, bem como o filtro de 2<sup>a</sup> ordem de Bessel aplicado ao sinal  $\Gamma$  do controlador cooperativo foram desligados. Um filtro de primeira ordem com frequência de corte de 0,039 rad/s (frequência obtida a partir do escalonamento da frequência de 0,25 rad/s do filtro usado nos ensaios) foi introduzido na saída do controlador cooperativo. O sistema de propulsão do simulador também foi adequado ao ensaio: os propulsores principais foram remodelados como um sistema passa-baixa de 2<sup>a</sup> ordem visando-se obter o efeito causado por propulsores do tipo rotação controlada. A partir de dados experimentais, para os propulsores experimentais, chegou-se a um valor de  $\omega_n = 0,41$  rad/s e  $\zeta = 0,35$  para os propulsores principais. A dinâmica dos propulsores de túnel foi desconsiderada para estes ensaios no simulador.

Para as simulações onde há vento e onda, as grandezas referentes aos valores de velocidade do vento, altura e período de onda foram obtidas a partir do escalonamento dos valores obtidos nos ensaios. O tipo de onda gerada pelo tanque de provas é consistente com um espectro de banda estreita com distribuição gaussiana com frequência central igual à frequência selecionada no dispositivo. Portanto o mesmo tipo de espectro será utilizado nos ensaios numéricos.

Os resultados das simulações numéricas serão apresentados sempre na escala dos modelos reduzidos.

### 8 ESTUDO DE CASO - ENSAIOS EM TANQUE DE PROVAS

## 8.1 ACOMPANHAMENTO DE DISTÂNCIA RELATIVA

Para os ensaios a seguir, os dois modelos do PSV M510A (1) e M510B (2) serão posicionados respectivamente em (0 m; 0,4 m; 0°) e (0 m; -0,4 m; 0°). O nó virtual da formação será posicionado na origem do sistema de eixos. Os três navios, bem como o nó virtual serão aproados na longitudinal do tanque.

Nestes ensaios, será avaliada a capacidade do sistema em se manter em consenso diante de uma variação na posição relativa entre os navios. Para tal, será aplicado um degrau no sinal  $\Delta(t)$  do modelo M510A (1) para cada um dos graus de liberdade controlados, variando-se a distância do M510A (1) em relação ao nó virtual em *x*, *y* e  $\psi$  respectivamente em 0,2 m, 0,2 m, e 10°. A Figura 41 ilustra o cenário o ensaio.



Figura 81 - Cenário do ensaio com as respectivas manobras em x, y e  $\psi$  (fora de escala).

Mais uma vez, a diferença entre o controle de posição convencional e o controle cooperativo está no controle da posição relativa entre os navios. Ao se variar o sinal  $\Delta(t)$  de um dos navios, o erro de posição relativa, que estava nulo pois o sistema estava próximo ao regime, passa a ter um valor não nulo, fazendo com que os dois modelos se movimentem na direção de corrigir este erro.

Todas as manobras serão realizadas tanto na ausência quanto na presença de distúrbios ambientais (onda e vento).

# 8.1.1 ACOMPANHAMENTO DE DISTÂNCIA RELATIVA NA AUSÊNCIA DE DISTÚRBIOS AMBIENTAIS

A seguir apresentam-se os resultados dos ensaios sem condição ambiental. Para todos os ensaios, a posição do nó virtual foi mantida constante e igual a (0 m, 0 m) com 0° de aproamento. A Figura 82 mostra os sinais  $\Delta_i(t)$ , bem como as posições para os modelos nas direções *surge*, *sway* e *yaw*. A Figura 83 mostra as posições relativas entre os modelos M510A e M510B durante as manobras de *surge*, *sway* e *yaw*. Para estes ensaios será mostrado o gráfico de posicionamento relativo ao invés do gráfico da norma da variação da distância relativa ( $||x_A - x_B - \Delta_{AB}||$ ), pois se tratam apenas de dois modelos.



Figura 82 – Sinal  $\Delta_i$  e posição dos navios na ausência de condição ambiental.



Figura 83 – Set-point de posição relativa ( $\Delta_{AB}$ ) e posição relativa entre os modelos M510A e M510B, na ausência de condição ambiental.

As manobras de posicionamento relativo ao nó virtual para o modelo M510A são aplicadas aos 51s e 101s para a direção de *x*, aos 151s e 200s para a direção de *y* e aos 251s e 301s para o ângulo  $\psi$ . Ao se alterar o sinal  $\Delta_A(t)$ , o sinal  $\Delta_{AB}$ também é alterado. Logo o controle cooperativo busca corrigir a distância relativa entre os navios mais rapidamente fazendo com que o modelo M510B se movimente primeiramente na direção contrária a do M510A para que somente após o erro em relação à distância relativa para com o M510A estar menor que o erro em relação a sua posição relativa ao nó virtual, ele volte a sua posição original. É possível verificar que a distância relativa entre os navios é corrigida mais rapidamente que a posição final observando-se o gráfico da Figura 83. Adotando-se como critério o tempo de assentamento de 10%, é possível se obter o intervalo de tempo em que o critério de estabilização é atingido ( $\Delta$ t<sub>s</sub>).

A Tabela 25 mostra os valores deste intervalo de tempo de estabilização é atingido tanto para o posicionamento absoluto do modelo M510A quanto para a posição relativa.

Posicionamento	X	Y	ψ
M510A absoluto	6,47s	6,71s	21,93s
Relativo	6,05s	6,21s	5,90s

Tabela 25 – Intervalo de tempo de estabilização para posição absoluta para o M510A e posição relativa.

Conforme a Tabela 25, é possível afirmar que o posicionamento relativo entre os modelos sempre é atingido antes que o modelo M510A chegue a sua posição final. Tal fato se explica devido ao sinal  $\Gamma$  do modelo M510B ser afetado pelo sinal  $\Delta$  do modelo M510A, de modo que uma ação de controle contrária à gerada no modelo M510A é gerada no modelo M510B de forma que posicionamento relativo entre os modelos seja atingido mais rapidamente que a posição final do modelo M510A. Como exemplo, a Figura 84 mostra as forças demandadas em cada propulsor durante o ensaio. Pode-se observar que de fato, em aproximadamente 50s e 100s para *surge*, 150s e 200s para *sway* e 250s e 300s para *yaw*, as forças resultantes em cada navio são sempre contrárias.

Em relação ao ensaio reproduzido no simulador Dynasim, observa-se boa coesão entre as curvas. Nota-se que na manobra de *surge* há uma oscilação sub amortecida, reproduzida pelo ensaio numérico, ausente nos demais graus de liberdade. Tal oscilação confirma o efeito causado pela dinâmica dos propulsores principais, mais lentos que os propulsores de túnel.



Figura 84 – Forças demandadas pelo controlador DP de cada modelo, na ausência de condição ambiental.

# 8.1.2 ACOMPANHAMENTO DE DISTÂNCIA RELATIVA NA PRESENÇA DE DISTÚRBIOS AMBIENTAIS

Para os ensaios com ondas, foram selecionadas três diferentes ondas, todas com mesma altura de aproximadamente 0,06 m (correspondente a 2,5 m de altura no navio real) e com 3,14 rad/s, 6,28 rad/s e 9,42 rad/s de frequência central. Essas frequências correspondem respectivamente a períodos de aproximadamente 13s, 6,5s e 4,3s em escala real. A velocidade do vento foi mantida constante em todos os

ensaios, correspondente a 22 m/s em escala real. Devido à geometria do tanque, em todos os ensaios a direção de incidência de onda e vento nos modelos foi no sentido negativo do eixo *x* global. A Figura 85 ilustra as direções de incidência dos agentes ambientais nos navios.



Figura 85 – Direção de incidência dos agentes ambientas (fora de escala).

A referência do nó virtual foi mantida constante e igual a (0 m, 0 m) com 0° de aproamento.

Da Figura 86 a Figura 91 são apresentados os resultados dos ensaios com condição ambiental. Para todos os ensaios, serão apresentados gráficos para as direções de *x*, *y* e  $\psi$ , os sinais  $\Delta$ , bem como as posições para os navios PSV 1 e 2 e aliviador 3. Também serão mostrados os gráficos das distâncias relativas entre os modelos.


Figura 86 – Sinal  $\Delta_i$  e posição dos modelos para vento e onda de 3,141 rad/s.



Figura 87 – Set-point de posição relativa ( $\Delta_{AB}$ ) e posição relativa entre os modelos M510A e M510B, para vento e onda de 3,141 rad/s.



Figura 88 – Sinal  $\Delta_i$  e posição dos modelos para vento e onda de 6,283 rad/s.



Figura 89 – Set-point de posição relativa ( $\Delta_{AB}$ ) e posição relativa entre os modelos M510A e M510B, para vento e onda de 6,283 rad/s.



Figura 90 – Sinal  $\Delta_i$  e posição dos modelos para vento e onda de 9,424 rad/s.

Observa-se que em todos os ensaios, ao se alterar o valor do sinal  $\Delta_A(t)$ , o valor estipulado da distância relativa entre os navios ( $\Delta_{AB}(t)$ ) é alcançado antes que os modelos alcancem sua posição de equilíbrio. Como não é possível reproduzir a mesma fase das ondas usadas no tanque no simulador, as oscilações provocadas pelas ondas nos modelos em escala não correspondem às oscilações verificadas pelos ensaios numéricos. No entanto, de um modo geral, o mesmo comportamento pode ser verificado, com oscilações de período e amplitudes aproximadamente iguais. Há uma exceção para o caso de *sway*, onde se observa uma maior discrepância entre os resultados do ensaio no tanque de provas e o ensaio numérico. De fato, embora a incidência dos agentes ambientais seja de proa, o que

justifica a quase ausência de movimento em *sway* observada nos ensaios numéricos, devido aos efeitos de interação hidrodinâmicos entre corpos (mais sobre a influência dos efeitos de interação hidrodinâmico no sistema de DP pode ser encontrado em Queiroz Filho, 2010) e ondas irradiadas e refletidas nas paredes do tanque, o ensaio no tanque apresenta maior movimentação nesta direção comparativamente com o ensaio numérico.



Figura 91 – Set-point de posição relativa ( $\Delta_{AB}$ ) e posição relativa entre os modelos M510A e M510B, para vento e onda de 9,424 rad/s.

Para o caso de *yaw*, observam-se oscilações de longo período observadas tanto nos ensaios físicos, quanto nos numéricos. Tal efeito explica-se pela alteração na direção de incidência do vento em relação ao navio durante as manobras. O mínimo esforço provocado por este agente ambiental ocorre justamente quando a direção de incidência deste em relação ao navio é de proa ou popa. Durante a manobra de *yaw*, ocorre alteração na direção de incidência do vento este agente ambiental que era próximo ao navio, portanto o esforço provocado por este agente ambiental que era próximo ao mínimo aumenta significativamente. Devido à natureza constante deste agente ambiental, a compensação deste ocorre principalmente pelo termo integral do

controlador DP de cada navio. Ao retornar para a posição original, o esforço causado pelo vento reduz consideravelmente levando a um sobressinal (*overshoot*) na posição do navio. Tal efeito, ao se repetir, provoca as oscilações de longo período observadas tanto nos ensaios físicos, quanto nos numéricos. A Figura 92 mostra as forças demandas pelos controladores DP de cada modelo em cada propulsor para as três diferentes condições ambientais.



Vento e onda de 9,425 rad/s

Figura 92 – Forças demandadas pelo controlador DP de cada modelo, para as três condições ambientais ensaiadas.

#### 8.2 ACOMPANHAMENTO DO NÓ VIRTUAL

Semelhante aos ensaios anteriores, o objetivo destes ensaios será avaliar a resposta do sistema a variação da posição do nó virtual. Para tal, serão aplicados três degraus na posição do nó virtual: um para cada grau de liberdade controlado, respectivamente em 0,2 m, 0,2 m, e 10°. O cenário de simulação será semelhante ao do item anterior, com os rebocadores posicionados em (0 m; 0,4 m; 0°) e (0 m; - 0,4 m; 0°). O nó virtual da formação será posicionado na origem do sistema de eixos. O posicionamento relativo entre os navios não será variado durante estes ensaios. Os três navios, bem como o nó virtual serão aproados na longitudinal do tanque. A Figura 93 ilustra o cenário.



Figura 93 - Cenário do ensaio com as respectivas manobras do nó virtual em x, y e  $\psi$  (fora de escala).

Todas as manobras serão realizadas apenas na presença de distúrbios ambientais (onda e vento). As mesmas condições ambientais aplicadas aos ensaios anteriores serão aplicadas a estes ensaios: com onda de aproximadamente 0,06 m de altura, com 3,14 rad/s, 6,28 rad/s e 9,42 rad/s de frequência central. A velocidade do vento foi mantida constante em todos os ensaios, correspondente a 22 m/s em escala real. Devido à geometria do tanque, em todos os ensaios a direção de incidência de onda e vento nos modelos foi no sentido negativo do eixo *x* global. A Figura 85 ilustra as direções de incidência dos agentes ambientais nos navios.

Da Figura 94 a Figura 96 são apresentados os resultados das manobras de acompanhamento ao nó virtual, bem como a simulação equivalente.



Figura 94 – Sinal  $\Delta_i$  e posição dos modelos para vento e onda de 3,141 rad/s.



Figura 95 – Sinal  $\Delta_i$  e posição dos modelos para vento e onda de 6,283 rad/s.



Figura 96 – Sinal  $\Delta_i$  e posição dos modelos para vento e onda de 9,424 rad/s.

Observa-se que conforme o esperado, para as três condições ambientais os modelos acompanharam a posição do nó virtual. Na comparação com o ensaio numérico, observa-se um aumento nos movimentos de *sway* e principalmente *yaw* devido aos efeitos de interação hidrodinâmicos entre os corpos e ondas irradiadas e refletidas pelos modelos nas paredes do tanque. As curvas demonstram comportamento semelhante, sendo possível observar-se uma oscilação em *yaw* em ambos os ensaios causada pelo vento. Devido à incidência de proa do vento, qualquer variação de aproamento dos modelos gera um súbito aumento dos esforços provocados pelo vento, causando a oscilação observada.

A distância relativa entre os modelos pouco se alterou por conta da manobra como poder ser visto através das figuras abaixo. Tal fato se deve à suavização do sinal  $\Gamma_i$  causada pela realimentação da posição do modelo *j*, conforme mostrado no item 6.3.1, para as simulações numéricas.



Figura 97 – Posição relativa entre os modelos para vento e onda de 3,141 rad/s.



Figura 98 – Posição relativa entre os modelos para vento e onda de 6,283 rad/s.



Figura 99 – Posição relativa entre os modelos para vento e onda de 9,424 rad/s.

## 8.3 VALIDAÇÃO DA DINÂMICA EM MALHA FECHADA

O objetivo destes ensaios será a validação da dinâmica em malha fechada e do critério de projeto adotado. Para tal, sinais senoidais com diferentes frequências (0,1 rad/s, 0,2 rad/s, 0,3 rad/s, 0,5 rad/s, 1,0 rad/s e 3,0 rad/s) serão aplicados ao nó virtual, nos três graus de liberdade. Assumindo-se que o sistema é linear, o sinal  $\Gamma$  gerado também será senoidal de mesma frequência do seno aplicado à posição do nó virtual e assim, pode-se obter a resposta em frequência do sistema em malha fechada experimentalmente e compará-la com a resposta teórica. Também é possível verificar se os navios acompanham o sinal  $\Gamma$  dentro da especificação de projeto ( ${}^{\mathbf{E}_i}/{\Gamma_i}$ ). As amplitudes do sinal senoidal aplicado ao nó virtual serão de 0,2 m



Figura 100 – Sinais senoidais aplicados à posição do nó virtual em x, y e  $\psi$  (fora de escala).

### 8.3.1 VALIDAÇÃO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA EXPERIMENTAL

Neste item será feito o levantamento da resposta em frequência em malha fechada dos modelos  $\frac{X(jw)}{\Gamma(jw)}$ . O objetivo é a validação da dinâmica em malha fechada utilizada para o desenvolvimento do controlador cooperativo. Como exemplo, são mostrados os gráficos do sinal  $\Gamma$  juntamente com a posição no respectivo grau de liberdade para os ensaios da Figura 101 a Figura 106.



Figura 101 – Sinal  $\Gamma_i$  e posição dos modelos para sinal senoidal de variação da posição do nó virtual de 0,2 rad/s.



Figura 102 – Sinal  $\Gamma_i$  e posição dos modelos para sinal senoidal de variação da posição do nó virtual de 0,3 rad/s.



Figura 103 – Sinal  $\Gamma_i$  e posição dos modelos para sinal senoidal de variação da posição do nó virtual de 0,5 rad/s.



Figura 104 – Sinal  $\Gamma_i$  e posição dos modelos para sinal senoidal de variação da posição do nó virtual de 0,7 rad/s.



ângulo  $\psi$ 

Figura 105 – Sinal  $\Gamma_i$  e posição dos modelos para sinal senoidal de variação da posição do nó virtual de 1,0 rad/s.



Figura 106 – Sinal  $\Gamma_i$  e posição dos modelos para sinal senoidal de variação da posição do nó virtual de 3,0 rad/s.

A partir das curvas de resposta dos modelos em relação ao sinal Γ, pode-se obter a resposta em frequência em malha fechada dos modelos, mostrada na Figura 107.



Figura 107 – Resposta em frequência de malha fechada  $({}^{X_i}/{}_{\Gamma_i})$  obtida experimentalmente para os modelos M510A e M510B e do modelo matemático simplificado.

Observa-se que na banda de rejeição, as curvas experimentais apresentam atenuação menor que a esperada para os casos de *surge* e *yaw*. Tal fato pode ser explicado por assimetrias não modeladas no sistema de propulsão. Na banda-passante, observa-se uma concordância satisfatória entre as curvas, validando-se desta maneira o modelo matemático simplificado utilizado para os cálculos teóricos.

### 8.3.2 VALIDAÇÃO DO CRITÉRIO DE PROJETO

O objetivo deste item será validar o critério de projeto adotado. O controle cooperativo foi projetado para que os navios acompanhassem o sinal  $\Gamma$  com erro de

até 40% para frequências até 0,22 rad/s. Assumindo-se que o sistema é linear, o sinal senoidal aplicado ao nó virtual gera um sinal  $\Gamma$  de mesma frequência, cuja amplitude pode ser medida. Do mesmo modo, o sinal de erro  $E(j\omega)$  possui mesma frequência cuja amplitude também pode ser medida. Desta forma pode-se calcular a razão  $\frac{|E(j\omega)|}{|\Gamma(j\omega)|}$ , mostrada na Tabela 26 para as frequências de 0,1; 0,2 e 0,3 rad/s.

Madala	Diração	Frequência (rad/s)						
Modelo	Direçao	0,1	0,2	0,3				
	Surge	22,8%	34,0%	44,3%				
M510A	Sway	26,3%	33,1%	51,2%				
	Yaw	24,9%	29,8%	45,3%				
	Surge	23,3%	37,5%	48,3%				
M510B	Sway	26,7%	33,3%	49,4%				
	Yaw	21,7%	38,2%	50,6%				

Tabela 26 -  $|\mathbf{E}_i(jw)|/|\mathbf{\Gamma}_i(jw)|$  em porcentagem para as três diferentes frequências aplicadas ao nó virtual.

De acordo com o critério de projeto adotado,  $\frac{|E(j\omega)|}{|\Gamma(j\omega)|} \le 40\%$  para frequências menores que 0,22 rad/s. Observa-se que o critério é atendido: para as frequências de 0,1 rad/s e 0,2 rad/s a razão  $\frac{|E(jw)|}{|\Gamma(jw)|}$  é sempre menor que 40%. Já para a frequência de 0,3 rad/s, a razão  $\frac{|E(jw)|}{|\Gamma(jw)|}$  fica maior que 40% conforme o esperado.

## 9 CONCLUSÃO E CONTINUIDADE

#### 9.1 CONCLUSÃO

A presente pesquisa apresentou o desenvolvimento de um controle cooperativo, baseado nas técnicas de controle consensual, e sua aplicação a uma frota de navios dotados com sistema de posicionamento dinâmico. Uma abordagem de líder-seguidor combinada com a manutenção de formação rígida foi utilizada, onde o líder da formação é virtual. Foi proposta uma arquitetura de integração com o sistema DP de cada navio do tipo serial, onde o sistema DP fica responsável em estabilizar a dinâmica de cada navio através de uma malha de realimentação interna. O controlador cooperativo por sua vez, fica responsável em gerar *set-points* para o sistema DP, baseado nos sinais de distância relativa e posição dos navios da frota e do nó virtual. Combinados, os dois controladores levam o sistema ao desempenho desejado. A vantagem desta arquitetura é aproveitar todo o desenvolvimento já realizado em termos de sistema DP, sendo possível o acoplamento do controlador cooperativo proposto a um navio já dotado com um sistema DP.

Foi executada uma série de simulações numéricas bem como ensaios em tanque de provas para se demonstrar o funcionamento e o desempenho do controle cooperativo. Os ensaios numéricos foram realizados no simulador Dynasim, visandose mostrar a escalabilidade do algoritmo proposto. Para tal foi proposto um cenário com 3 navios sendo dois navios rebocadores típicos e um navio aliviador de classe Suezmax. Foram executadas manobras de variação de distância relativa entre os navios em surge, sway e yaw, assim como manobras de acompanhamento do líder virtual. Todas as manobras foram executadas tanto na ausência, quanto na presença de distúrbios ambientais. Em todos os casos foi mostrado como a distância relativa entre os navios foi controlada, minimizando-se variações na mesma. Foi ainda demonstrado que na presença de distúrbios ambientais, o sistema de múltiplos navios, diminuiu-se a variação da distância relativa quando dotados com o controlador cooperativo em comparação ao sistema de posicionamento convencional.

Foram executados também ensaios experimentais, com dois modelos em escala de 1:42 dos navios rebocadores reais. Os ensaios foram conduzidos no tanque de provas da Engenharia Naval da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Também foram realizadas manobras de variação de distância relativa e de acompanhamento do líder virtual nas direções de *surge*, *sway* e *yaw* com e sem a incidência de onda e vento (corrente não está disponível no tanque). Neste caso, também foi demonstrado o funcionamento do controlador cooperativo. Foi mostrado ainda, a partir do levantamento da resposta em frequência do sistema e que o sistema atende os requisitos de projeto propostos. Simulações numéricas equivalentes para as manobras foram realizadas e comparadas com os ensaios no tanque de provas. Foi mostrada a validade dos ensaios numéricos, uma vez que foi possível se reproduzir pelas simulações o mesmo comportamento observado nos ensaios realizados no tanque de provas.

De uma maneira geral foi demonstrado que o uso do controle cooperativo é uma solução factível à coordenação de manobras de um sistema de múltiplos navios. Um critério de projeto baseado no acompanhamento de sinais de referência foi proposto. Foi mostrado ainda que tal critério foi atendido pelo sistema através de ensaios em tanque de provas.

#### 9.2 CONTINUIDADE

Como continuidade ao trabalho, sugere-se a avaliação que eventuais falhas, restrições ou atrasos na comunicação entre os navios exercem sobre o sistema e sobre o controle de consenso aplicado ao sistema. Alguns trabalhos nesta linha podem ser encontrados em Beard e Stepanyan (2003), McLain e Beard (2005), Ren e Atkins (2007), Ghabcheloo *et al.* (2009).

Sugere-se ainda, como outro ponto de continuidade, o uso de um algoritmo de consenso de segunda ordem. Na presente pesquisa, foi proposto um algoritmo de consenso baseado na posição dos navios. Poder-se-ia incluir no algoritmo de consenso a velocidade dos navios de modo que neste caso o consenso seria obtido tanto na posição quanto na velocidade de cada navio. Comparações com o atual

algoritmo devem ser feitas para se demonstrar as vantagens ou não do novo algoritmo. Trabalhos referentes a algoritmos de consenso de segunda ordem podem ser encontrados em Ren e Atkins (2007), Ren *et al.* (2007), Yu *et al.* (2010) e Yang *et al.* (2011).

## REFERÊNCIAS

ABDESSAMEUD, A.; TAYEBI, A. On consensus algorithms design for double integrator dynamics. **Automatica**, v. 49, n. 1, p. 253–260, jan. 2013.

AGUIAR, A. P. et al. Coordinated Path Following of Multiple UAVs for Time-Critical Missions in the Presence of Time-Varying Communication Topologies. World Congress. Anais... Hilton Head: IFAC, 2008.

AOKI, M.; LI, M. Partial reconstruction of state vectors in decentralized dynamic systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 18, n. 3, p. 289 – 292, 1973.

ARRICHIELLO, F.; CHIAVERINI, S.; FOSSEN, T. I. Formation Control of Underactuated Surface Vessels using the Null-Space-Based Behavioral Control. 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Anais... Beijing: IFAC, 2006.

BALCH, T.; ARKIN, R. C. Behavior-based formation control for multirobot teams. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, v. 14, n. 6, p. 926–939, 1998.

BEARD, R. W.; STEPANYAN, V. Synchronization of Information in Distributed Multiple Vehicle Coordinated Control. **IEEE Conference on Decision and Control Synchronization**, v. 2, p. 2029–2034, 2003.

BELTA, C.; KUMAR, V. **Trajectory design for formations of robots by kinetic energy shaping**. Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.02CH37292). **Anais**... Washington, DC: 2002.

BERNSTEIN, A. J. Analysis of Programs for Parallel Processing. **IEEE Transactions on Electronic Computers**, v. EC-15, n. 5, p. 306–307, 1966.

CHANG, Y.-H.; CHANG, C.-W.; CHAN, W.-C. Fuzzy sliding-mode consensus control for multi-agent systems. Proceedings of the 2011 American Control Conference. Anais... San Francisco: IEEE, 2011.

CHU, K.-C. C. K.-C. Optimal dencentralized regulation for a string of coupled systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 19, n. 3, p. C3–C3, 1974.

CHUNG, F. R. K. Spectral Graph Theory. In: **Regional Conference Series in Mathematics American Mathematical Society**. CBMS Regional Conference Series in Mathematics. [s.l.] American Mathematical Society, 1997. v. 92p. 207.

CORFMAT, J.; MORSE, A. Decentralized control of linear multivariable systems. **Automatica**, v. 12, p. 479–495, 1976.

DA CRUZ, J. J. Controle Robusto Multivariável. 1ª edição ed. São Paulo: EDUSP, 1996.

DANTZIG, G. B.; WOLFE, P. Decomposition Principle for Linear Programs. **Operations Research**, v. 8, n. 1, p. 101–111, 1 fev. 1960.

DAVISON, E.; WANG, S.-H. On the stabilization of decentralized control systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 18, n. 5, p. 473–478, 1 out. 1973.

EGERSTEDT, M.; HU, X.; STOTSKY, A. Control of mobile platforms using a virtual vehicle approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 46, n. 11, p. 1777–1782, 2001.

ESPOSITO, J. M. Distributed Grasp Synthesis for Swarm Manipulation with Applications to Autonomous Tugboats. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Anais... Pasadena: 2008.

ESPOSITO, J. M.; SMITH, E. Cooperative Manipulation on the Water Using a Swarm of Autonomous Tugboats. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Anais... Pasadena: 2008.

FALTINSEN, O. M.; SORTLAND, B. Slow drift eddy making damping of a ship. **Applied Ocean Research**, v. 9, n. 1, p. 37–46, jan. 1987.

FAX, J. A.; MURRAY, R. M. Graph laplacians and stabilization of vehicle formations. World Congress. Anais... Barcelona: 2001.

FAX, J. A.; MURRAY, R. M. Information Flow and Cooperative Control of Vehicle Formations. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 49, n. 9, p. 1465–1476, set. 2004.

FEEMSTER, M.; ESPOSITO, J.; NICHOLSON, J. Manipulation of Large Object by Swarms of Autonomous Marine Vehicles, Part I: Rotational Motions. System Theory, 2006. SSST '06. Proceeding of the Thirty-Eighth Southeastern Symposium on, p. 205–209, 2006.

FOSSEN, T. I. **Guidance and Control of Ocean Vehicles**. Universidade de Michigan: John Wiley and Sons, 1994.

FOSSEN, T.; PEREZ, T. Kalman filtering for positioning and heading control of ships and offshore rigs. **IEEE Control Systems Magazine**, v. 29, n. 6, p. 32–46, 1 dez. 2009.

FUJARRA, A. L. C. et al. Experimental and Numerical Evaluation of the Installation of Sub-Sea Equipments for Risers Support. ASME 20008 27nd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. Anais... Estoril: ASME, 1 jan. 2008.

GHABCHELOO, R. et al. Coordinated Path-Following in the Presence of Communication Losses and Time Delays. **SIAM Journal on Control and Optimization**, v. 48, n. 1, p. 234–265, 2009.

GOLDIN, D. On the controllability and weight controllability of double integrator consensus systems. **Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control**, p. 686–691, 2013.

HARRIS, R. I. The nature of wind in the modern design of wind-sensitive structures. **Industry Research and Information Association**, v. 270, p. 29–55, 1971.

HO, Y. C. Optimal Decentralized Regulation for a String. **IEEE Photonics Technology Letters**, v. 21, n. 8, p. C3, 1973.

HOW, J.; KING, E.; KUWATA, Y. Flight demonstrations of cooperative control for UAV teams. AIAA 3rd "Unmanned Unlimited" Technical Conference, v. 1, n. 7, p. 505–513, 2004.

IHLE, I.-A. F.; JOUFFROY, J.; FOSSEN, T. I. Formation Control of Marine Surface Craft: A Lagrangian Approach. **IEEE Journal of Oceanic Engineering**, v. 31, n. 4, p. 922–934, 2006.

IHLE, I.-A. F.; SKJETNE, R.; FOSSEN, T. I. Nonlinear formation control of marine craft with experimental results. 2004 43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC) (IEEE Cat. No.04CH37601). Anais... Nassau: 2004.

ITTC. **Report of the Seakeeping Committee.15th International Towing Tank Conference**. [s.l: s.n.].

KAMINER, I. et al. Coordinated Path Following for Time-Critical Missions of Multiple

**UAVs via L1 Adaptive Output Feedback Controllers**. AIAA Guidance Navigation and Control Conference. **Anais**... Hilton Head: 2007.

KYRKJEBØ, E.; PETTERSEN, K. Y. **Ship replenishment using synchronization control**. 6th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft. **Anais**... Oxford: 2003.

LAU, R.; PERSIANO, R.; VARAIYA, P. Decentralized information and control: A network flow example. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 17, n. 4, 1972.

LAWTON, J.; BEARD, R. W.; HADAEGH, F. Y. **Elementary attitude formation maneuvers via leader-following and behavior-based control**. in AIAA Guid.,Nav.,&Contr. Conf. **Anais**... Denver: 2000.

LEONARD, N. E.; FIORELLI, E. Virtual leaders, artificial potentials and coordinated control ofgroups. **Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.01CH37228)**, v. 3, 2001.

LIU, L.; WANG, D.; PENG, Z. Cooperative dynamic positioning of multiple offshore vessels with persistent ocean disturbances via iterative learning. Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference. Anais... IEEE, jul. 2014.Disponível em: <a href="http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6896462">http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6896462</a>>. Acesso em: 13 jan. 2016

**Marine Traffic**. Disponível em: <a href="https://www.marinetraffic.com/pt/ais/details/ships/">https://www.marinetraffic.com/pt/ais/details/ships/</a>. Acesso em: 24 abr. 2015.

MARSHAK, T. A. Computation in Organization: The Comparison of Price Mechanisms and Other Adjustment Processes. In: **Decision and Organization**. [s.l: s.n.]. p. 237–281.

MCLAIN, T. et al. Cooperative control of UAV rendezvous. American Control, v. 3, p. 2309–2314, 2001.

MCLAIN, T.; BEARD, R. **Trajectory planning for coordinated rendezvous of unmanned air vehicles**. Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation. **Anais**... Denver: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 14 ago. 2000.

MCLAIN, T. W.; BEARD, R. W. Coordination Variables, Coordination Functions, and Cooperative Timing Missions. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, v. 28, n. 1, p. 150–161, 2005.

MERRIS, R. Laplacian matrices of graphs: a survey. Linear algebra and its applications, v. 10010, p. 143–176, 1994.

MORBIDI, F. The deformed consensus protocol. Automatica, v. 49, n. 10, p. 3049–3055, 2013.

MÜNZ, U.; PAPACHRISTODOULOU, A.; ALLGÖWER, F. Robust consensus controller design for nonlinear relative degree two multi-agent systems with communication constraints. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 56, n. 1, p. 145–151, 2011.

NEWMAN, N. J. Marine Hydrodynamics. Cambridge, MA: MIT Press, 1977.

NISHIMOTO, K. et al. Numerical Offshore Tank: Development of Numerical Offshore Tank for Ultra Deep Water Oil Production Systems. Volume 1: Offshore Technology; Ocean Space Utilization. Anais... ASME, 1 jan. 2003.Disponível em: <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=1575049>. Acesso em: 5 mar. 2016 NISHIMOTO, K.; FUCATU, C. H.; MASETTI, I. Q. Dynasim—A Time Domain Simulator of Anchored FPSO. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, v. 124, n. 4, p. 203, 1 nov. 2002.

OU, L. L. et al. Distributed  $H\infty$  PID feedback for improving consensus performance of arbitrary-delayed multi-agent system. International Journal of Automation and Computing, v. 11, n. 2, p. 189–196, 2014.

PARKER, L. E. Current State of the Art in Distributed Autonomous Mobile Robotics. **Distributed Autonomous Robotic Systems**, v. 4, p. 3–12, 2000.

QUEIROZ FILHO, A. DO N.; TANNURI, E. A. Cooperative Control Applied to DP Systems - Numerical Analysis. Control Applications in Marine Systems. Anais... Osaka: 17 set. 2013a.

QUEIROZ FILHO, A. N. Estudo da Influência dos Efeitos de Interação Hidrodinâmicos em Operações de Alívio Auxiliadas por Sistemas DP. [s.l.] Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2010.

QUEIROZ FILHO, A. N.; TANNURI, E. A. Cooperative Control Applied to Multi-Vessel **DP Operations - Numerical and Experimental Analysis**. Dynamic Positioning Conference. **Anais**... Houston, TX: Marine Technology Society, 2013b.

QUEIROZ FILHO, A. N.; TANNURI, E. A. **Experimental Results of Cooperative Control Applied to Multi-Vessel DP Operations**. ASME 2013 32nd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. **Anais**... Nantes: 9 jun. 2013c.

QUEIROZ FILHO, A. N.; TANNURI, E. A.; DA CRUZ, J. J. A Shuttle Tanker Position Cooperative Control Applied to Oil Transfer Operations Based on the LQG/LTR Method. Manoeuvring and Control of Marine Craft. Anais... Arenzano: 19 set. 2012.

QUEIROZ FILHO, A. N.; ZIMBRES, M.; TANNURI, E. A. Development and Validation of a Customizable Dp System for a Full Bridge Real Time Simulator. Proceedings of the ASME 2014 33rd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. Anais... San Francisco: 2014.

RAO, S.; GHOSE, D. Sliding mode control-based algorithms for consensus in connected swarms. **International Journal of Control**, v. 84, n. 9, p. 1477–1490, 2011.

REN, W. On Consensus Algorithms for Double-Integrator Dynamics. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 53, n. 6, p. 1503–1509, jul. 2008.

REN, W.; ATKINS, E. Distributed multi-vehicle coordinated control via local information exchange. Journal of Robust and Nonlinear Control, n. November 2006, p. 1002–1033, 2007.

REN, W.; BEARD, R.; ATKINS, E. A survey of consensus problems in multi-agent coordination. American Control Conference. Anais... Portland, OR: 2005.

REN, W.; BEARD, R.; MCLAIN, T. Coordination variables and consensus building in multiple vehicle systems. Lecture Notes in Control and Information Sciencies, v. 309, p. 171–188, 2005.

REN, W.; BEARD, R. W. Formation feedback control for multiple spacecraft via virtual structures. **IEE Proceedings - Control Theory and Applications**, v. 151, n. 3, p. 357–368, 2004.

REN, W.; BEARD, R. W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically

changing interaction topologies. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 50, n. 5, p. 655–661, maio 2005.

REN, W.; CHAO, H. Experimental validation of consensus algorithms for multivehicle cooperative control. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 16, n. 4, p. 745–752, 2008.

REN, W.; MOORE, K. L.; CHEN, Y. High-Order and Model Reference Consensus Algorithms in Cooperative Control of MultiVehicle Systems. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, v. 129, n. 5, p. 678, 2007.

REN, W.; SORENSEN, N. Distributed coordination architecture for multi-robot formation control. **Robotics and Autonomous Systems**, v. 56, n. 4, p. 324–333, 2008.

REN WEI; BEARD, R. W.; KINGSTON, D. B. Multi-agent kalman consensus with relative uncertainty. Proceedings of the 2005, American Control Conference. Anais... Portland: IEEE, 2005.

SAATY, T. L.; BUSACKER, R. G. Finite Graphs and Networks. Society for Industrial and Applied Mathematics, v. 8, No. 2, p. 243–245, 1966.

SANDBERG, I. W. On Conditions Under Which It Is Possible To Synchronize Digital Transmission Systems. **Bell System Technical Journal**, v. 48, n. 6, p. 1999–2022, 8 jul. 1969.

SANDERS, C.; TACKER, E.; LINTON, T. A new class of decentralized filters for interconnected systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 19, n. 3, 1974.

SHEIKHOLESLAM, S.; DESOER, C. A. Control of interconnected nonlinear dynamical systems: The platoon problem. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 37, n. 6, p. 806–810, 1992.

**Shell**. Disponível em: <http://www.shell.no/products-services/ep/ormenlange/no/facts.html>. Acesso em: 12 mar. 2015.

SMITH, E. T.; FEEMSTER, M. G.; ESPOSITO, J. M. Swarm manipulation of an unactuated surface vessel. Proceedings of the Annual Southeastern Symposium on System Theory. Anais... Macon: 2007.

WAMIT INC. Wave Analysis Program: Reference Manual. [s.l.] Wamit inc., 2010.

WANG, P. K. C. Navigation Strategies for Multiple Autonomous Mobile Robots Moving in Formation. Journal of Robotic Systems, v. 8, n. 2, p. 177–195, 1991.

WU, Y. et al. **Robust consensus control in networks of agents with singular systems**. 2010 8th IEEE International Conference on Control and Automation, ICCA 2010. **Anais**... Xiamen: 2010.

YANG, C. X. et al. Fast consensus tracking of multiagent systems with diverse communication delays and input delays. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2014, p. 10, 2014.

YANG, H.; ZHANG, Z.; ZHANG, S. Consensus of second-order multi-agent systems with exogenous disturbances. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, v. 21, n. 9, p. 945–956, 2011.

YOU, K.; LI, Z.; XIE, L. Consensus condition for linear multi-agent systems over randomly switching topologies. **Automatica**, v. 49, n. 10, p. 3125–3132, 2013.

YOU, K.; XIE, L. Network topology and communication data rate for consensusability of discrete-time multi-agent systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 56, n. 10, p. 2262–2275, 2011.

YU, W.; CHEN, G.; CAO, M. Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems. **Automatica**, v. 46, n. 6, p. 1089–1095, jun. 2010.

ZHANG, J.-F.; MA, C.-Q. Necessary and Sufficient Conditions for Consensusability of Linear Multi-Agent Systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 55, n. 5, p. 1263–1268, 2010.

ZHANG, X. The Laplacian eigenvalues of graphs: a survey. Linear Algebra Research Advances, n. 10531070, p. 35, 2011.

# **APÊNDICE A – MODELO DO PSV MAERSK HANDLER**

Abaixo são fornecidos os parâmetros do modelo do PSV Maersk Handler.

Parâmetro	Valor
Comprimento total LOA	80,0 m
Comprimento entre perpendiculares LPP	69,3 m
Boca	18,0 m
Calado Máximo	6,6 m
Pontal	9,0 m
Área lateral projetada exposta	1.280 m²
Área frontal projetada exposta	1.280 m²
Área lateral projetada submersa	544,0 m²
Área frontal projetada submersa	118,0 m²

Tabela 27 - Principais dimensões do navio PSV.

As matrizes de massa (M), massa adicional na frequência zero ( $M_{ad}$ ), e amortecimento potencial ( $B_p$ ), são dadas abaixo:

	<b>M</b> =	7240 0 0 0 0 0	0 7240 0 0 0 0	0 0 7240 0 0 0	1,47	$     \begin{array}{c}       0 \\       0 \\       0 \\       \times 10^{5} \\       0 \\       0     \end{array} $	2,75	$ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \times 10^{6} \\ 0 \end{array} $	2,75	$ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \times 10^{6} \end{bmatrix} $	$\begin{pmatrix} t \\ t \\ t \\ t.r \\ t.r \\ t.r \end{pmatrix}$	t t n t.m n t.m n t.m	t t t.m t.m t.m	t.m t.m t.m t.m t.m	t = t.m t = t.m t = t.m $t^2 = t.m$ $t^2 = t.m$	$\begin{array}{cccc} t & t.m \\ t & t.m \end{array}$	$\begin{pmatrix} l \\ l \\ l \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ \end{pmatrix}$
М	ad																
=	64 ( 50	1,0 ) 7,6 )	0 6404 0 3198	511, 0 1,28 × 0	.7 10 <sup>4</sup>	0 3048 0 6 24 ×	8 10 <sup>4</sup>	4,46 × 0 6,90 × 0	10 <sup>4</sup> 10 <sup>4</sup>	0 797 0 1 19 ×	2 10 <sup>5</sup>	$ \begin{bmatrix} t \\ t \\ t \\ t \\ m \end{bmatrix} $	t t t t m	t t t t m	t.m t.m t.m t.m <sup>2</sup>	t.m t.m t.m t.m <sup>2</sup>	t.m t.m t.m $t.m^2$
	3,46	, × 10 <sup>4</sup> )	0 7918	6,90 × 0	10 <sup>4</sup>	0 1,20 ×	10 <sup>5</sup>	3,27 × 0	10 <sup>6</sup>	0 1,56 ×	10 <sup>6</sup>	$\begin{bmatrix} t.m \\ t.m \\ t.m \end{bmatrix}$	t.m t.m	t.m t.m	$t.m^2$ $t.m^2$	$t.m^2$ $t.m^2$	$\left[ t.m^2 \\ t.m^2 \right] \right)$

B	)											
	г О	0	$3 \times 10^{-3}$	0	$1.5 \times 10^{-2}$	01	/[ t/s	t/s	t	t.m/s	t.m/s	t.m/s
	Ő	0	0	0	0	õ	t/s	t/s	t	t.m/s	t.m/s	t.m/s
	$1 \times 10^{-3}$	0	3430	0	$3,12 \times 10^{4}$	0	t/s	t/s	t	t.m/s	t.m/s	t.m/s
=	0	0	0	$1,84  imes 10^{4}$	0	0	t.m/s	t.m/s	t.m/s	$t.m^2/s$	$t.m^2/s$	$t.m^2/s$
	$4 \times 10^{-3}$	0	$3,12 \times 10^{4}$	0	$1,23 \times 10^{6}$	0	t.m/s	t.m/s	t.m/s	$t.m^2/s$	$t.m^2/s$	$t.m^2/s$
	L O	0	0	0	0	0]	Lt.m/s	t.m/s	t.m/s	t.m²/s	t.m²/s	$t.m^2/s$

Abaixo são mostrados os operadores de amplitude de resposta (RAOs) e os coeficientes de deriva no plano horizontal para incidência de 0°, 45° e 90°.



Figura 108 – RAOs para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de surge.



Figura 109 – RAOs para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de sway.



Figura 110 - RAOs para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de yaw.



Figura 111 – Coeficientes de deriva para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de surge.



Figura 112 – Coeficientes de deriva para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de sway.


Figura 113 – Coeficientes de deriva para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de yaw.

Abaixo são mostrados os coeficientes de arrasto hidrodinâmicos (para cálculo das forças de correnteza) e aerodinâmicos (para o cálculo das forças de vento).



Figura 114 – Coeficientes de arrasto hidrodinâmicos para surge, sway e yaw.



Figura 115 – Coeficientes de arrasto aerodinâmicos para surge, sway e yaw.

## APÊNDICE B – MODELO DO NAVIO ALIVIADOR NAVION STAVANGER

Abaixo são fornecidos os parâmetros do modelo do navio aliviador Navion Stavanger.

Parâmetro	Valor
Comprimento total LOA	277,4 m
Comprimento entre perpendiculares LPP	277,4 m
Boca	46,0 m
Calado	16,45 m
Pontal	23,6 m
Área lateral projetada exposta	2.975 m²
Área frontal projetada exposta	493 m²
Área lateral projetada submersa	4.563 m²
Área frontal projetada submersa	756 m²

Tabela 28 - Principais dimensões do navio aliviador.

As matrizes de massa (M), massa adicional média ( $M_{ad}$ ), e amortecimento potencial ( $B_p$ ), são dadas abaixo:

- 7	1
1	V]
-	-

=	$\begin{bmatrix} 1,76 \times 10^5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$0 \\ 1,76 \times 10^{5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ $	$0 \\ 0 \\ 1,76 \times 10^{5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0$	$ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 4,97 \times 10^7 \\ 0 \\ 0 \end{array} $	$0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 7,68 \times 10^8 \\ 0$	$ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 8,17 \times 10^8 \end{array} $	$\begin{pmatrix} t \\ t \\ t \\ t.m \\ t.m \\ t.m \end{pmatrix}$	t t t.m t.m t.m	t t t t t.m t t.m t t.m t	$\begin{array}{cccc}t.m & t\\t.m & t\\t.m & t\\t.m^2 & t\\t.m^2 & t\\t.m^2 & t\end{array}$	t.m t t.m t t.m t $.m^2$ t. $.m^2$ t. $.m^2$ t.	$ \begin{bmatrix} .m \\ .m \\ .m \\ .m \\ m^2 \\ m^2 \\ m^2 \end{bmatrix} $
М	ad											
=	$\begin{bmatrix} 1,09 \times 10^{4} \\ 0 \\ 7551 \\ 0 \\ 2,32 \times 10^{6} \end{bmatrix}$	$0 \\ 1,31 \times 10^{5} \\ 0 \\ -2,88 \times 10^{5} \\ 0$	7550 0 3,91 × 10 <sup>5</sup> 0 2,99 × 10 <sup>6</sup>	$0 \\ -2,88 \times 10^{5} \\ 0 \\ 1,29 \times 10^{7} \\ 0$	$2,32 \times 10$ 0 $2,99 \times 6$ 0 $1,26 \times 10$		$\binom{1}{5}{7} \left( \begin{bmatrix} t \\ t \\ t \end{bmatrix} \right)^{7}$	t t t t t t m t.m m t.m	t t n t.m n t.m	t.m t.m $t.m^2$ $t.m^2$	t.m t.m $t.m^2$ $t.m^2$	$\begin{array}{c}t.m\\t.m\\t.m\\t.m^2\\t.m^2\end{array}$
	L 0	$1,44  imes 10^{5}$	0	$1,37 \times 10^{7}$	0	$4,45 \times 10^{-10}$	$ ^8$ $Lt$ .	m t.r	n t.m	t.m²	t.m²	$t.m^{2}$

$\boldsymbol{B}_{\boldsymbol{\gamma}}$	)											
	г О	0	0	0	$4 \times 10^{-3}$	01	$\int t/s$	t/s	t	t.m/s	t.m/s	t.m/s
	0	0	0	0	0	0	t/s	t/s	t	t.m/s	t.m/s	t.m/s
	0	0	$5,77 \times 10^{4}$	0	$9.60 \times 10^{5}$	0	t/s	t/s	t	t.m/s	t.m/s	t.m/s
=	0	0	0	$6,40 \times 10^{5}$	0	0	t.m/s	t.m/s	t.m/s	$t.m^2/s$	$t.m^2/s$	$t.m^2/s$
	$4 \times 10^{-3}$	0	$9,60 \times 10^{5}$	0	$2,05 \times 10^{8}$	0	t.m/s	t.m/s	t.m/s	$t.m^2/s$	$t.m^2/s$	$t.m^2/s$
	L O	0	0	0	0	0]	(t,m/s)	t.m/s	t.m/s	$t.m^2/s$	$t.m^2/s$	$t.m^2/s$

Abaixo são mostrados os operadores de amplitude de resposta (RAOs) e os coeficientes de deriva no plano horizontal para incidência de 0°, 45° e 90°.



Figura 116 – RAOs para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de surge.



Figura 117 – RAOs para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de sway.



Figura 118 – RAOs para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de yaw.



Figura 119 - Coeficientes de deriva para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de surge.



Figura 120 – Coeficientes de deriva para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de sway.



Figura 121 – Coeficientes de deriva para incidência de 0°, 45° e 90° para direção de yaw.

Abaixo são mostrados os coeficientes de arrasto hidrodinâmicos (para cálculo das forças de correnteza) e aerodinâmicos (para o cálculo das forças de vento). Os coeficientes são apresentados de 0° a 180°. Para 180° a 360° são considerados simétricos e por isso não serão apresentados.



Figura 122 – Coeficientes de arrasto hidrodinâmicos para surge, sway e yaw.



Figura 123 - Coeficientes de arrasto aerodinâmicos para surge, sway e yaw.