UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ESCOLA POLITÉCNICA

MARCOS ALVES RABELO

**ESTUDO EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO
ESTRUTURAL DE BARRAS CURVAS**

São Paulo, 2009

MARCOS ALVES RABELO

**ESTUDO EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO
ESTRUTURAL DE BARRAS CURVAS**

Dissertação apresentada ao Departamento
de Engenharia Mecânica da Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
como parte dos requisitos para a obtenção
do título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração: Engenharia de
Controle e Automação Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Celso Pupo Pesce

São Paulo, 2009

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de setembro de 2009.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Rabelo, Marcos Alves

**Estudo experimental do comportamento estrutural de barras curvas / M.A. Rabelo. -- ed.rev. -- São Paulo, 2009.
181 p.**

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

**1. Estabilidade 2. Barras 3. Flambagem 4. Estruturas (Com -
portamento estrutural) I. Universidade de São Paulo. Escola
Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II. t.**

DEDICATÓRIA

A meus pais, Sebastião e Maria.

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos ao Prof. Dr. Celso Pupo Pesce, pela orientação, apoio e discussões que ampliaram meus conhecimentos e horizontes, tornando possível a concretização desta dissertação.

Ao Prof. Dr. André Luis Condino Fugarra, pelo imenso apoio e discussões no desenvolvimento do aparato experimental e ensaios.

Aos Profs. Drs. Clovis de Arruda Martins, Roberto Ramos Junior e José Augusto Penteado Aranha pelas discussões e auxílio nas interpretações dos resultados experimentais.

Ao Prof. Dr. Amilton Sinatora, por ter-me direcionado na Escola Politécnica e pelas palavras de incentivo a cada rápido encontro pelos corredores da escola.

Ao Prof Dr Marcílio Alves e ao Eng. Rafael Celeghini do Grupo de Mecânica dos Sólidos e Impacto em Estruturas (GMSIE), sempre prontos a atender minhas solicitações de filmagem e pelos excelentes filmes editados.

Ao Eng. Amin Assad Neto, companheiro incansável na busca do funcionamento pleno do aparato experimental.

Ao Eng. Rodrigo Sauri Lavieri, sempre pronto a auxiliar um companheiro de laboratório em dificuldades. Muito obrigado pela elaboração dos croquis iniciais do projeto e das rotinas Matlab que tanto auxiliaram as análises.

Ao meu companheiro de ensaios, Oygres Siqueira sempre disposto a oferecer sua experiência para o sucesso dos ensaios. A instrumentação se torna fácil em mãos habilidosas.

Aos Engenheiros Alfredo Gay Neto e Rodrigo Provasi, pelas simulações que auxiliaram as análises e compreensão dos resultados.

Ao Eng. Gilberto Tanasovici e seus colaboradores da empresa PROTEMAQ, pela construção, montagem e assistência técnica durante os ensaios.

Aos meus colegas de laboratório Edna Moratto, Flávia Milo dos Santos, Leonardo Casetta, Luigi Carvalho Greco e Marilda Nagamini pelas opiniões, discussões, colaborações e momentos de diversão.

Aos meus pais e irmãos, meus pilares de sustentação e incentivadores ferrenhos da busca pelo saber!

A minha amada esposa Kerstin L. Rabelo, por entender os momentos de dedicação ao trabalho e apoio incondicional.

A todos aqueles que, de alguma forma, prestaram auxílio durante a elaboração deste trabalho.

Meu especial agradecimento ao CENPES/PETROBRAS, pelo auxílio financeiro, no âmbito do projeto PETROBRAS/FUSP 1595 intitulado “Desenvolvimento de um Modelo Analítico-Numérico para Avaliação de Instabilidade de Armaduras de Dutos Flexíveis sob Carregamentos Combinados”, para a construção do dispositivo experimental, sem o qual não seria possível a realização deste trabalho. Em especial, ao Dr. Anderson B. Custódio.

A ANP e ao PRH-19 através do Dr. Jairson de Lima e do Prof. Dr. Hernani L. Brinati, pelo suporte financeiro através de seu programa de bolsas de mestrado.

RESUMO

A presente dissertação trata do estudo experimental do comportamento estrutural de barras helicoidais assentadas sobre superfície cilíndrica e sujeitas a cargas de compressão. Aparato experimental específico foi projetado e construído para este fim. O projeto, bem como a aferição deste aparato, é descrito em detalhes. Este aparato permite ajustar as barras através de um sistema de apoios constituídos por uma série de rolamentos, que podem ser posicionados de forma a conferir liberdade de deslocamento à barra em duas direções distintas: radial (normal à superfície cilíndrica de assentamento) e lateral (tangencial; bi-normal). A aplicação de carga compressiva se faz na direção tangencial à hélice não-deformada. Barras com seção transversal circular e retangular, com diversos comprimentos livres de flambagem e para diferentes ângulos de assentamento, foram ensaiadas. Estudos preliminares, com barras retas, permitiram avaliar as condições efetivas de engastamento proporcionadas pelo aparato. Nestes casos foi possível induzir o fenômeno de flambagem, recuperando-se, consistentemente, os valores de cargas críticas previstas pela teoria de Euler e avaliando-se o grau de engastamento proporcionado pelo aparato experimental. Filmagem com câmera de alta velocidade permitiu observar o fenômeno de instabilidade. O comportamento estrutural das barras curvas, de seção circular e retangular, foi então estudado. Tanto o comprimento livre quanto o ângulo de assentamento foi variado. O estudo permitiu levantar base de dados experimentais do comportamento de barras helicoidais nessas condições de carregamento e de condições de contorno. No entanto, para nenhuma das diversas condições ensaiadas foi possível induzir o fenômeno de instabilidade. Tal fato poderia dar subsídios a inferências acerca do estudo da instabilidade de tubos flexíveis do tipo *birdcaging*.

Palavras-Chave: Barras. Estabilidade. Instabilidade. Flambagem. Estruturas. Comportamento Estrutural. Experimental. Hélice. Flexão. Torção.

ABSTRACT

This dissertation deals with an experimental study on the structural behavior of bars supported on a helical cylindrical surface and subject to compressive loads. A special experimental apparatus was designed and built for this purpose. The design, as well as the adjustment of such an apparatus is described in details. The device allows one adjusting the bars by using a system consisting of a series of bearings that can be positioned to give freedom to the structure in two different directions: radial (normal to the cylindrical surface) and lateral (tangential or bi-normal). The compressive load is applied in the tangential direction of the helix. Bars with circular and rectangular cross sections, with various buckling lengths and different helix angles, were tested. Preliminary studies with straight bars, have allowed to evaluate the boundary conditions offered by the apparatus. In these cases, it was possible to induce the phenomenon of buckling, obtaining, consistently, the values of critical loads provided by the theory of Euler and to evaluate the boundary conditions provided by the apparatus. The use of a high-speed camera allowed to observe the phenomenon of instability. The structural behavior of curved bars of circular and rectangular sections was also studied. Both, the test free length as the helix angle were varied. The study enabled us to get a huge amount of experimental data about the behavior of helical bars, subjected such loading and boundary conditions. However, the phenomenon of instability could not be induced, for any condition tested. This fact could collaborate for further inferences about the study of the birdcaging instability at flexible pipes.

Keywords: Stability. Instability. Buckling. Structures. Structural behaviour. Helix. Bending. Torsion.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores de rotação, velocidade e torque ao longo do sistema de transmissão de movimento	63
Tabela 2 – Comprimento livre L_e (de flambagem) versus número de rolamentos usados no confinamento.	77
Tabela 3 – Altura H entre rolamentos confinantes correspondente a L_e , L_e calculado e medido e o número de rolamentos utilizados para o confinamento.	82
Tabela 4 – P_{cr} calculada para barras retas com $\varnothing = 5\text{mm}$. (liberdade no sentido radial).....	84
Tabela 5 - P_{cr} calculada para barras retas com seção 9 x 3mm. (liberdade no sentido radial).....	84
Tabela 6 - P_{cr} calculada para barras retas com seção 9 x 3mm. (liberdade no sentido lateral).....	84
Tabela 7 - P_{cr} calculada de barras retas com $\varnothing = 5\text{mm}$ para comparação com barras curvas.	85
Tabela 8 - P_{cr} calculada de barras retas com $\varnothing = 5\text{mm}$ para comparação com barras curvas	85
Tabela 9 - P_{cr} calculada de barras retas com seção 9 x 3mm para comparação com barras curvas.....	85
Tabela 10 - P_{cr} calculada de barras retas com seção 9 x 3mm para comparação com barras curvas.....	86
Tabela 11 - P_{cr} calculada de barras retas com seção 9 x 3mm para comparação com barras curvas.....	86
Tabela 12 - P_{cr} calculada de barras retas com seção 9 x 3mm para comparação com barras curvas.....	86
Tabela 13 – P_{cr} [N] obtidas nos ensaios de 1 a 8 com a barra 01 para $L_e = 1355\text{mm}$	89
Tabela 14 – Desvio padrão das P_{cr} médias para a barra 1	91
Tabela 15 – P_{cr} [N] obtidas nos ensaios de 237 a 244 com barra 11 e $L_e = 1355, 1230$ e 975mm	98

Tabela 16 – Barra 11 - P_{cr} [N] obtidas nos ensaios de 347 a 352 - $L_e = 1355, 1230$ e 975mm.....	105
Tabela 17 – Dados gerais dos ensaios com barras curvas com H correspondente a 1 passo e $\frac{1}{4}$ de passo. ΔP : variação da carga; Δd_{ver} : variação do deslocamento.....	149
Tabela 18 – Valores da constante C	180

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Ilustração da plataforma e sistemas de exploração – Fonte: Google Images -19/01/2009.	19
Figura 2 - Ilustração das seções de um tubo flexível - Fonte: Google Images - 19/01/2009.	24
Figura 3 – Ilustração da carcaça intertravada – corte longitudinal [30]	24
Figura 4 – Ilustração de camadas de pressão circunferencial [30]	25
Figura 5 – Tubo flexível após falha por instabilidade [11].....	27
Figura 6 – Resumo de colunas engastadas com condições de contorno e carga crítica [17].....	32
Figura 7 – Exemplo de diagrama de Carregamento x Deflexão de uma barra reta [17]	33
Figura 8 – Eixo central em sua configuração deformada S_i , os eixos principais de flexo-torção $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ e o triedro de Frenet-Serret $(\vec{n}, \vec{b}, \vec{t})$ [30].	36
Figura 9 – Ilustração do Triedro de Cosserat [45].....	41
Figura 10 – Diagrama de bifurcações para uma barra perfeitamente reta e o diagrama de bifurcações alterado por imperfeições [2].	44
Figura 11 – Exemplo de colunas submetidas a forças seguidoras [12]	46
Figura 12 – Arranjo geral do aparato construído por Wood, Saw e Saunders [12]....	49
Figura 13 – Esquema do aparato construído por Suryanarayana e McCann [39].....	49
Figura 14 – Cilindro com os rasgos e anel de acionamento.....	53
Figura 15 – Cilindro com os rasgos mais largos e anel de acionamento	54
Figura 16 – Concepção do sistema tubular e detalhe do anel.....	55
Figura 17 – Esboço da armação	56
Figura 18 – Detalhe da posição dos rolamentos	56
Figura 19 – Vista geral da estrutura do equipamento de ensaios	58
Figura 20 – Detalhe dos anéis, parafusos e rolamentos.....	59
Figura 21 – Detalhe dos dispositivo para a célula de carga e montagens.....	60
Figura 22 – Detalhe dos suportes para LVDT.....	61
Figura 23 – Detalhamento do cabeçote, guias, copo acionador e fuso de esferas....	62
Figura 24 – Detalhe dos anéis com ranhuras	62

Figura 25 – Detalhes do conjunto montado – caixa de redução, controlador e motor de passo.....	64
Figura 26 – Manivela de aproximação e travamento do conjunto de anéis.....	64
Figura 27 – Detalhe do alinhamento dos rolamentos	67
Figura 28 – Exemplo de confinamento da barra reta (condição de contorno).....	69
Figura 29 – Exemplo de confinamento para testes de instabilidade lateral.....	69
Figura 30 – Equipamento de aquisição de dados LYNX ADS 2000	72
Figura 31 – Fluxo ilustrativo da instrumentação	75
Figura 32 – Condição de contorno e ajuste dos rolamentos para ensaios de instabilidade com liberdade no sentido lateral	80
Figura 33 – Ajuste dos rolamentos na configuração helicoidal.....	81
Figura 34 - Detalhe do posição relativa entre barra e célula de carga	83
Figura 35 – Exemplo de Medições – Barra 1 – Ensaio 1 – P [N] em marrom e d_{ver} [mm] em azul. Ambos ao longo do tempo [s].....	90
Figura 36 – Exemplos de flambagem em barras retas. (A): flambagem radial, (B) flambagem com tendência devido ao plano da curvatura inicial.	92
Figura 37 – Barra 4 - $\varnothing = 5\text{mm}$ – Ensaio 97 – Repetição número 1 – $L_e = 1355\text{mm}$ - sentido radial.	94
Figura 38 – Barra 4 - $\varnothing = 5\text{mm}$: Compilação de dados médios obtidos durante as medições da P_{cr} (liberdade no sentido radial).	95
Figura 39 – Exemplo de instabilidade radial em barras com seção transversal retangular	97
Figura 40 - Barra 11 – Ensaio 237 – Força em marrom [N] e o deslocamento vertical em azul [mm]. Ambos ao longo do tempo em segundos.....	99
Figura 41 – Barra 12- 9 x 3mm – Ensaio 252 – Repetição número 3 – $L_e = 1355\text{mm}$ - sentido radial.	101
Figura 42 - Barra 12 - 9 x 3mm - Compilação de dados médios obtidos durante as medições da P_{cr} (liberdade no sentido radial).	102
Figura 43 – Exemplo de instabilidade lateral em barras com seção transversal retangular	103
Figura 44 – Barra 11 – 9 x 3mm – Ensaio 352 – Repetição número 10 – $L_e = 975\text{mm}$	106

Figura 45 – Barra 11 - 9 x 3mm – Compilação de dados médios obtidos durante as medições da P_{cr} Gráficos A, B, C e D: engastada em ambas as extremidades;.....	108
Figura 46 – Exemplo de comportamento de barra curva livre no sentido radial.....	112
Figura 47 – Ângulos de assentamento.....	113
Figura 48 – Exemplos de alojamento da barra no rasgo do anel.....	115
Figura 49 – Folgas entre barra e parafuso acionador e barra e borda do rasgo.	116
Figura 50 – Barra 21 – $\varnothing = 5\text{mm}$ - Ensaio 407 – Repetição número 01 – $L_e = 1365\text{mm}$	116
Figura 51 – Barra 21 – $\varnothing = 5\text{mm}$ - Ensaio 531 – Repetição número 05 – $L_e = 1365\text{mm}$	118
Figura 52 – Exemplos de alojamento da barra no rasgo de 30° do anel.	120
Figura 53 - Folgas entre barra e parafuso acionador e barra e borda do rasgo.	120
Figura 54 – Barra 31 – 9 x 3mm - Ensaio 443 – Repetição número 2 – $L_e = 1365\text{mm}$	121
Figura 55 – Barra 31 – 9 x 3mm - Ensaio 495 – Repetição número 04 – $L_e = 1365\text{mm}$	122
Figura 56 – Barra instrumentada e posição dos extensômetros	124
Figura 57 - Barra 37 – 9 x 3mm – (A) Liberdade sentido Radial: Ensaio 484 – Repetição número 03 –.....	126
Figura 58 – Barra 41 – 9 x 3mm - Ensaio 571 – Repetição número 8 – $L_e = 1365\text{mm}$	128
Figura 59 – Barra 47 – 9 x 3mm - Ensaio 619 – Repetição número 04 – $L_e = 1365\text{mm}$	129
Figura 60 - Barra 33 – 9 x 3mm – Ensaio 638 – Repetição número 10 – $L_e = 880\text{mm}$. – $\beta = 30^\circ$. (liberdade no sentido radial)	131
Figura 61 – Vista do dispositivo modificado para ensaios em barras com L_e correspondente a um passo.	131
Figura 62 – Modelo de instabilidade em barra vertical [36]	134
Figura 63 – Grau de engastamento x Carga Crítica – Barra 4 – $\varnothing = 5\text{mm}$ – Ensaio 97 – Orientação 0°	136
Figura 64 – Grau de engastamento médio x L_e - Barras retas - $\varnothing = 5\text{mm}$ (liberdade no sentido radial)	137

Figura 65 - Grau de engastamento médio $\times L_e$ - Barras retas - 9 x 3mm (liberdade no sentido radial)	137
Figura 66 - Grau de engastamento médio $\times L_e$ - Barras retas - 9 x 3mm (liberdade no sentido lateral)	138
Figura 67 – Posicionamento da trena laser no meio do vão livre	140
Figura 68 – Vista do aparato para ensaios com barras de altura total próximas a dois passos.	141
Figura 69 – Barra 33 – 9 x 3mm – Ensaios 451 e 682 - Gráfico A: $H = 1365\text{mm}$	143
Figura 70 – Barra 33 – 9 x 3mm – $\beta = 30^\circ$ – L_e correspondente a um passo – A: dados brutos do ensaio – B: $P \times d_{\text{ver}}$ – C: $d_{\text{rad}} \times d_{\text{ver}}$ – D: $P \times d_{\text{rad}}$ (liberdade no sentido radial)	146
Figura 71 - Barra 33 – 9 x 3mm – $\beta = 30^\circ$ – $H = 190\text{mm}$ (1/4 passo) – A: dados brutos do ensaio – B: $P \times d_{\text{ver}}$ – C: $d_{\text{rad}} \times d_{\text{ver}}$ – D: $P \times d_{\text{rad}}$. (liberdade no sentido radial)	148
Figura 72 - Barra 23 com $H = 740\text{mm}$ – $\Phi = 5\text{mm}$ – mostrando:	151
Figura 73 – Médias dos ensaios $H = 735\text{mm}$ (1 passo).....	153
Figura 74 - Médias dos ensaios $H = 735\text{mm}$ (1 passo) – sem a influência do atrito e folgas. Coeficiente de rigidez em (A): $k = 0,55\text{N/mm}$; ver Tabela 17.....	155
Figura 75 – Carga de instabilidade. Resultado da simulação numérica de Stump & Heijden [38]. A linha pontilhada mostra os valores para $\beta = 0$ ($L/a=10$). Valores de β em radianos.	156
Figura 76 – Dados experimentais comparados com simulação numérica de Stump & Heijden [38].....	157
Figura 77 - Barra sob compressão e torção [41]	166
Figura 78 – Representação da geometria de uma hélice cilíndrica de passo longo e constante.....	179
Figura 79 – Filmagem de barras retas (acima) e barras curvas (abaixo).....	181

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto Romano

P, P_n	Carga de compressão
P_{cr}	Carga crítica de compressão
x, y, z, X, Y, Z	Coordenadas ortogonais
u, v, w	Componentes do deslocamento
l	Comprimento da barra
E	Módulo de elasticidade de Young
I	Momento de inércia
EI	Rigidez flexional
A	Área da seção transversal, constante de integração
B, C, D	Constantes de integração
Q_i	Força de cisalhamento, força cortante
k	Parâmetro de carga ($k = P/EI$), passo normalizado
m, n	Numero inteiro, raiz de equação
M_t, M_x, M_y	Momento de torção
J	Constante torsional
G	Módulo de cisalhamento
GJ	Rigidez torsional ($C = GJ$)
r	Raio da barra com seção circular
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	Eixos principais de flexo torção
$\vec{n}, \vec{b}, \vec{t}$	Triedro de Frenet - Serret
f_i	Ângulo, força por unidade de comprimento
T	Força normal
L_{med}	Comprimento medido
L_{cal}	Comprimento calculado
L_e	Comprimento livre para ensaio (de flambagem)
H	Altura correspondente a L_e
h	Passo da hélice

d_{rad}	Deslocamento radial (direção radial)
d_{ver}	Deslocamento vertical (deslocamento do cabeçote)

Alfabeto Grego

α_i	Constante torsional
χ_i	Curvatura
τ_i	Tortuosidade
λ_i	Parâmetro adimensional
δ	Deflexão da barra
Φ	Parâmetro adimensional
β	Ângulo de assentamento da hélice

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	18
2. MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS	23
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	29
3.1 Considerações iniciais	29
3.2 Barras Retas.....	31
3.2.1 Barra reta sujeita à compressão	31
3.2.2 Barra reta sujeita à compressão e torção.....	34
3.2 Barras curvas.....	35
3.3.1 Barra sujeita a um carregamento genérico cujo eixo principal forma uma curva qualquer no espaço na situação deformada.....	36
3.3.2 Barra elástica forçada a acompanhar a superfície de um cilindro – deformação estática	40
3.4 Imperfeições iniciais: influências e implicações nos ensaios	43
3.5 O caso da força seguidora	45
3.6 Trabalhos experimentais envolvendo barras.....	47
4. APARATO E METODOLOGIA EXPERIMENTAIS	51
4.1 Premissas fundamentais	52
4.2 Desenvolvimento do equipamento de testes.....	53
4.3 Construção do equipamento de teste	57
4.3.1 Descrição dos componentes do equipamento de testes	57
4.3.1.1 Estrutura de aço	58
4.3.1.2 Conjunto de anéis deslizantes com roletes, parafusos e arruelas	59
4.3.1.3 Dispositivo ajustável para célula de carga	60
4.3.1.4 Suportes para transdutor de deslocamento linear (LVDT).....	61
4.3.1.5 Cabeçote deslizante em guias, copo acionador com parafusos e fuso de esferas.....	61
4.3.1.6 Anéis com ranhuras	62
4.3.1.7 Conjunto motor de passo, controlador e redutor.....	63
4.3.1.8 Manivela para aproximação inicial do conjunto	64
4.4 Fabricação dos espécimes a serem ensaiados.....	65
4.5 Metodologia Experimental.....	66

4.5.1 Análise inicial do funcionamento do equipamento de testes e do sistema de aquisição de dados	66
4.5.1.1 Preparação dos anéis, alinhamento dos roletes, posicionamento da célula de carga e o funcionamento do conjunto de transmissão de movimento	67
4.5.1.2 Análise do equipamento de aquisição de dados e acessórios	71
4.5.1.2.1 – Célula de Carga	71
4.5.1.2.2 Transdutor de deslocamento linear (LVDT) e trena laser;	72
4.5.1.2.3 Sistema de aquisição de dados	72
4.5.1.2.4 Programa de aquisição de dados	73
4.5.1.2.5 Programa de análise de dados	73
4.5.1.2.6 Extensômetro uniaxial e triaxial (roseta)	73
4.5.1.2.7 Cabos manga e cabo torcido para instrumentação	74
4.5.1.2.8 Computador	74
4.5.1.2.9 Fluxo da instrumentação	74
4.5.2 Detalhamento da metodologia experimental	75
4.5.2.1 Metodologia utilizada nas barras retas	76
4.5.2.2 Metodologia utilizada nas barras curvas (helicoidalmente conformadas)	81
4.6 Cálculo da Carga Crítica segundo a teoria de Euler para os casos estudados	83
5 ESTUDO DE CASO: BARRAS RETAS	87
5.1 Ensaios com barras retas de seção transversal circular	88
5.2 Ensaios com barras retas de seção transversal retangular	96
5.2.1 Instabilidade com Liberdade Radial	96
5.2.2 Instabilidade com Liberdade Lateral	103
5.3 Considerações sobre os ensaios com barras retas	109
6 ESTUDO DE CASO: BARRAS CURVAS	111
6.1 Barras curvas helicoidalmente conformadas com ângulo de assentamento de 30°	113
6.1.1 Barras curvas com seção transversal circular de diâmetro 5mm	114
6.1.1.1 Comportamento com Liberdade Radial	114
6.1.1.2 Comportamento com Liberdade Lateral	117
6.2 Barras com seção transversal retangular 9 x 3mm	118

6.2.1 Comportamento com Liberdade Radial.....	118
6.2.2 Comportamento com Liberdade Lateral.....	121
6.3 Barras com seção transversal retangular 9 x 3mm – Instrumentada.....	123
6.4 Barras curvas helicoidalmente conformadas com ângulo de assentamento de 35°	126
6.4.1 Comportamento com Liberdade Radial.....	127
6.4.2 Comportamento com Liberdade Lateral.....	128
6.5 Barras com comprimento de flambagem equivalente a um passo e a um quarto de passo	129
7 RESULTADOS DE ANÁLISE E DISCUSSÕES	132
7.1 Barras retas	132
7.2 Barras curvas.....	138
7.2.1 Confrontação com Simulações de Stump & Heijden.....	156
8.CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	158
9 REFERÊNCIAS	162
10 APÊNDICES.....	166
Apêndice A - A fórmula de Greenhill.....	166
Apêndice B -Dispositivo de Testes: Desenhos construtivos	170
Apêndice C - Dados técnicos do equipamento de aquisição de dados e acessórios	175
Apêndice D - Exemplo de matriz de ensaios	178
Apêndice E – Geometria de uma hélice cilíndrica sem deformação	179
Apêndice F – CD – ROM – Filmes	181

1. INTRODUÇÃO

A instabilidade elástica de estruturas mecânicas tem sido alvo de estudos ao longo dos anos. Segundo LOVE [27], na introdução histórica de sua obra, as primeiras considerações acerca da natureza da resistência dos sólidos são devidas a Galileo Galilei e descritas em sua obra *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche Intorno a Due Nuove Scienze*, publicada na cidade holandesa de Leiden, em 1638.

Daquela época até os dias de hoje, muitos cientistas dedicaram-se ao estudo da teoria da elasticidade, da resistência dos materiais, da estabilidade elástica de estruturas e sua crescente aplicação na engenharia. Uma das razões para tal dedicação é o fato de que muitos elementos em engenharia civil e mecânica são modelados e analisados como barras devido à simplicidade que estas proporcionam na análise dos fenômenos, bem como na utilização de condições de contorno.

O estudo da instabilidade de estruturas mecânicas em engenharia é de vital importância na compreensão dos fenômenos que promovem a falha estrutural. Neste trabalho, desenvolve-se estudo experimental do comportamento estrutural de barras retas e curvas submetidas a carregamento de compressão (comportamento linear). O estudo experimental do comportamento estrutural em barras, através de ensaios que forneçam dados consistentes e inéditos, permite aprofundar o conhecimento do comportamento estrutural de sistemas mecânicos.

Exemplos de sistemas mecânicos que utilizam estruturas construídas com barras curvas carregadas compressivamente são encontrados na indústria *offshore*. Cita-se, por exemplo, os tubos flexíveis que são largamente empregados na exploração de petróleo no Brasil e no mundo.

A produção de gás e petróleo no Brasil vem aumentando significativamente ao longo dos anos e, em especial, a exploração em águas profundas e ultra profundas tem crescido rapidamente. Este fato permitiu ao Brasil chegar à auto-suficiência na produção de petróleo. Naturalmente, os meios de produção têm que acompanhar este desenvolvimento e com isso a tecnologia envolvida torna-se mais complexa e exige das empresas e centros de desenvolvimento uma incessante busca de novas

soluções tecnológicas. Hoje o Brasil é um dos maiores especialistas mundiais na exploração de gás e petróleo em águas extremamente profundas e com isso é possuidor de tecnologia de ponta desenvolvida por nossa engenharia.

O Brasil possui uma das maiores empresas de produção de petróleo do mundo, detentora de alta tecnologia na exploração de hidrocarbonetos. As plataformas por ela utilizadas acessam os campos petrolíferos no fundo do mar através de dutos rígidos ou flexíveis que transportam o petróleo e o gás dos reservatórios submersos para as plataformas ou navios de exploração conforme ilustrado na Figura 1. Hoje a utilização dos tubos flexíveis, para o transporte dos fluidos bem como dos cabos umbilicais, que são utilizados na comunicação e controle dos poços, permite que poços em águas ultra profundas sejam explorados comercialmente.

Figura 1 – Ilustração da plataforma e sistemas de exploração – Fonte: Google Images -19/01/2009.

Os tubos flexíveis e cabos umbilicais são estruturalmente semelhantes. Formados por camadas de reforço e proteção, os tubos flexíveis possuem em sua parte central uma carcaça intertravada por onde corre o fluido sendo escoado. Já os cabos

umbilicais, que também são constituídos por camadas de reforço e proteção, têm em sua parte central um núcleo eletro-hidráulico por onde a comunicação com os sistemas submersos é realizada.

O estudo do comportamento estrutural destes tubos e cabos, bem como seus modos de falha é de vital importância para o desenvolvimento de tecnologia de ponta, viabilidade econômica e preservação do meio ambiente. Compreender o comportamento da estrutura em estudo não é somente avaliar modelos analíticos ou numéricos e estudar os resultados retirados de ensaios experimentais. É imperioso que resultados experimentais, analíticos e numéricos sejam confrontados entre si com a finalidade de validar ou rejeitar as hipóteses consideradas e identificar as discrepâncias. A análise da estabilidade estrutural dos tubos flexíveis e cabos umbilicais permite que os modos de falha das estruturas internas sejam avaliados, previstos e evitados.

A análise da estabilidade global dos tubos flexíveis e cabos umbilicais, ou seja, a determinação da carga crítica de flambagem é de fundamental importância nos projetos desses sistemas. Da mesma forma, o estudo local da instabilidade das estruturas internas dos tubos flexíveis é importante no desenvolvimento, por exemplo, dos tendões das armaduras. Esse conhecimento auxilia o projetista a utilizar valores de dimensionamento compatíveis com a estrutura a ser construída, evitando o uso de coeficientes de segurança muito elevados e consequentemente minimizando o alto custo de construção.

Em geral, os modos de falha mais comuns em tubos flexíveis e cabos umbilicais, no que tange à instabilidade local, são a flambagem lateral e a radial. A radial é facilmente caracterizada pela formação de gaiola ou *birdcaging*. Esses dois tipos de instabilidade ocorrem a partir do momento em que a estrutura, que está carregada compressivamente, perde a capacidade de suportar um pequeno acréscimo de carga. Se este acréscimo ocorre, a estrutura torna-se instável e busca uma nova posição de equilíbrio. CUSTÓDIO [11] cita que a fase inicial do desenvolvimento da instabilidade em armaduras de tubos flexíveis e cabos umbilicais sofre o efeito de diversos fatores que dependem da estrutura e do carregamento aplicado, de modo

que logo após a perda de estabilidade, as instabilidades radiais ou laterais não ocorrem de maneira distinta.

Durante a investigação dos experimentos realizados sob instabilidade de barras e descritos na literatura disponível, observou-se que um aparato experimental que permitisse o estudo do comportamento de barras curvas carregadas compressivamente, compelidas a permanecer na superfície de um cilindro e submetida a esforços de flexo-torção não era descrito.

Desta forma, com o intuito de estudar os fenômenos estruturais em barras e sua aplicação na investigação dos modos de falha dos tendões das armaduras de cabos umbilicais e tubos flexíveis, um aparato experimental foi construído com a finalidade de promover a flambagem de barras retas e curvas objetivando a observação do fenômeno e a obtenção de dados relevante à pesquisa.

A fim de atingir as metas propostas, o texto a seguir é organizado em 7 capítulos adicionais. O capítulo 2 trata da motivação e objetivos do presente trabalho fazendo alusão à atividade de exploração de petróleo em grandes profundidades. No capítulo 3 é apresentada uma revisão bibliográfica e elementos de fundamentação teórica no estudo do comportamento estrutural de barras retas e curvas e uma discussão acerca dos trabalhos experimentais disponíveis. O capítulo 4 aborda, com detalhes, o desenvolvimento e construção do aparato experimental e seus componentes a metodologia de ensaios. O capítulo 5 dedica-se ao estudo de casos com barras retas de seção transversal circular e retangular, tratando o problema de instabilidade.

O estudo de casos com barras curvas são descritos no capítulo 6. Barras com seção transversal circular e retangular são ensaiadas com ênfase ao levantamento experimental do comportamento estrutural decorrente da aplicação de cargas tangenciais à hélice. Análises complementares dos resultados experimentais são objeto de discussão do capítulo 7. Finalmente o capítulo 8 traz considerações finais e algumas sugestões para trabalhos futuros.

O texto é ainda complementado pelo capítulo dedicado às referências utilizadas e por 5 apêndices escritos e um na forma digital, o qual traz registros de filmes do fenômeno da instabilidade de barras retas, realizados com câmera de alta velocidade.

2. MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

A indústria do petróleo carrega em seu bojo a necessidade constante de desenvolvimento de tecnologia e sua rápida aplicação em campo. Compreender os problemas de campo, pesquisar a fundo suas causas, determinar as conseqüências sociais, econômicas e ambientais e, especialmente, retirar de todos esses eventos o conhecimento que permita aos cientistas e construtores de estruturas aplicadas à indústria *offshore*, a prevenção de acidentes e o constante aprimoramento dos meios de exploração. Sempre visando a uma exploração economicamente viável e a preservação do meio ambiente.

Com a descoberta de campos petrolíferos cada vez mais profundos, a exigência de novas tecnologias e a solução de problemas de campo, trouxe muitas oportunidades para a pesquisa aplicada e grandes desafios aos pesquisadores. Dentre estes desafios, encontra-se o estudo da instabilidade de estruturas tais como cabos umbilicais e tubos flexíveis.

A exploração de petróleo e gás em campos *offshore* cresceu nas últimas três décadas de forma consistente e progressiva, levando o Brasil a auto-suficiência em petróleo e provavelmente, em mais alguns anos, também a auto-suficiência em gás natural. Para a exploração das bacias petrolíferas brasileiras em lamina de águas profundas e ultra-profundas foram desenvolvidos sistemas flexíveis de comunicação, controle e transporte destes fluidos. Como escrito anteriormente, os que permitem o transporte dos fluidos são conhecidos por tubos flexíveis e os que promovem a comunicação com a unidade produtora são chamados de cabos umbilicais.

Estes sistemas flexíveis são formados por estruturas complexas constituídas por diversas camadas metálicas e plásticas combinadas e concêntricamente dispostas ao redor do eixo central do duto formando uma estrutura com grande rigidez torsional e axial, porém com baixa rigidez flexional (Figura 2).

Figura 2 - Ilustração das seções de um tubo flexível - Fonte: Google Images - 19/01/2009.

As principais camadas estruturais de um tubo flexível são: carcaça intertravada de aço, camada plástica interna, camada circunferencial de pressão, armadura de tração interna, armadura de tração externa e camada plástica externa.

A carcaça intertravada de aço é a camada mais interna do tubo. Sua função principal é evitar o colapso do tubo flexível devido à pressão hidrostática externa ou à pressão de estrangulamento gerada pelas armaduras quando este é submetido à tração. A Figura 3 ilustra esta camada.

Figura 3 – Ilustração da carcaça intertravada – corte longitudinal [30]

Em seguida surge a camada plástica interna. É uma camada termoplástica extrudada sobre a carcaça intertravada e tem como finalidade conter os fluidos transportados pelo tubo. Garante a estanqueidade do tubo e auxilia na distribuição mais uniforme das cargas aplicadas sobre a carcaça intertravada.

Na seqüência, aparecem as camadas circunferenciais de pressão. Sua função é dar suporte à camada plástica interna quando ocorrem grandes pressões internas. Ela é construída em aço de baixo carbono e a Figura 4 mostra dois exemplos.

Figura 4 – Ilustração de camadas de pressão circunferencial [30]

As armaduras de tração interna e externa ou tendões são construídos com aço carbono e têm como funções dar suporte à camada plástica interna e proporcionar resistência axial ao tubo. São enroladas helicoidalmente com ângulos de assentamento determinados em projeto e cujos sentidos de enrolamento são opostos. Sua seção transversal é retangular.

A última camada estrutural de um tubo flexível é a camada plástica externa. Analogamente à camada plástica interna, ela é construída em material plástico extrudado sobre a armadura externa. Tem com objetivos manter os tendões das

armaduras na posição correta evitando sobreposições e proteger as demais camadas contra danos, abrasão e corrosão.

A exploração de petróleo e gás é de extrema importância para a economia brasileira e mundial e muitos trabalhos sobre temas atinentes a esta área foram publicados e outros estão em desenvolvimento. A análise de linhas flexíveis é um desses temas e, da análise da literatura específica, observa-se que a ênfase maior é dada à análise global desses sistemas.

Os estudos disponíveis para a previsão da distribuição de esforços nas diversas camadas são baseados em modelos analíticos simplificados e em geral apoiados em hipóteses clássicas. Esses modelos, desenvolvidos para prever o comportamento da resposta das linhas flexíveis em condições normais de operação datam da década de 80, porém “... não construíram solidamente métodos para a estimativa de alguns modos de falha mais complexos, particularmente aqueles associados à instabilidade local das suas camadas” (CUSTÓDIO [11], 2005, p.1)

Conhecer os modos de falha por instabilidade estrutural é um aspecto importantíssimo no que diz respeito tanto a aspectos econômicos quanto ambientais. A falha de um tubo flexível, por exemplo, implicará em paralisação de atividades, substituição do equipamento, possível vazamento de fluido e conseqüentemente gerando elevados custos econômicos e ambientais.

Um exemplo de instabilidade estrutural da armadura de um tubo flexível pode ser vista na Figura 5.

Como motivação para este trabalho, buscou-se um tema atual e importante para a indústria do petróleo e o desenvolvimento de novos conhecimentos. Com esse foco, elaborou-se nesta dissertação um estudo experimental do comportamento estrutural de barras curvas tendo em vista sua aplicação no estudo do comportamento local das armaduras metálicas de tubos flexíveis e cabos umbilicais com relação a sua instabilidade estrutural.

Separando um tendão da armadura de um tubo flexível ou cabo umbilical, tem-se uma barra curva helicoidalmente conformada. Assim, o estudo do comportamento estrutural de um tendão foi desenvolvido representando o mesmo como uma barra.

E para tal estudo, um aparato experimental inédito foi desenvolvido e construído. Seu tipo construtivo permite que tanto barras retas quanto barras helicoidalmente conformadas em diversos ângulos sejam ensaiadas.

Figura 5 – Tubo flexível após falha por instabilidade [11]

Com o objetivo de conhecer o comportamento das barras submetidas à compressão, mantidas em contato com um cilindro e confinadas no sentido radial e/ou lateral, experimentos desenvolvidos com o intuito de estudar o fenômeno da instabilidade tanto no sentido radial quanto no lateral, forneceram dados que permitem compreender melhor e enriquecer o conhecimento de alguns dos fenômenos envolvidos.

Este trabalho objetiva a busca de dados técnicos relevantes e originais que contribuam para o enriquecimento do conhecimento da instabilidade de estruturas usadas na indústria *offshore* e sua utilização em modelos numéricos.

Resumidamente, as metas desta dissertação abrangeram os seguintes tópicos:

- i) Desenvolvimento de experimento científico para a realização de ensaios que permitam a observação dos fenômenos da instabilidade lateral e radial em barras retas e helicoidalmente conformadas em ângulos distintos;
- ii) Aquisição de dados experimentais que permitam analisar e tirar conclusões significativas sobre o comportamento de estruturas mecânicas representadas por barras;
- iii) Criar base experimental para uso em futuras comparações.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Considerações iniciais

O propósito deste capítulo é apresentar uma revisão bibliográfica da literatura técnica e científica existente sobre o comportamento estrutural de barras retas e curvas sujeitas à compressão (comportamento linear), abordando questões fundamentais (hipóteses clássicas). Ao mesmo tempo, os fundamentos teóricos são discutidos e analisados bem como o são os experimentos relacionados ao tema, propostos nesta dissertação.

Um dos precursores na solução de problemas de instabilidade elástica em membros submetidos a carregamentos de compressão foi Leonhard Paul Euler. No “*Additamentum I - De Curvis Elasticis* – pp. 245-310” de seu trabalho “*E65 -- Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici lattissimo sensu accepti*”, Euler trata deste tema na primeira metade do século XVIII (originalmente publicado como livro em 1744) [54] estimulado por Daniel Bernoulli através de sugestões enviadas por carta em 1742 [54].

Durante os séculos XVIII e XIX, vários cientistas desenvolveram pesquisas importantes na área como, por exemplo, CLEBSCH, KIRCHHOFF e LOVE. Cita-se, por exemplo, o trabalho de LOVE, A.E.H., “*A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*” [27] onde o autor desenvolve amplo texto na área da elasticidade de barras, placas e cascas.

Mais recentemente, em especial durante o século XX, outros cientistas desenvolveram importantes trabalhos na área de estabilidade elástica. Obras importantes como as de TIMOSHENKO e GERE em “*Theory of Elastic Stability*” [41], ATANACKOVIC, T.M. em “*Stability Theory of Elastic Rods*” [4] , ELISHAKOFF, I [12],[13] e TEODURESCU, P.P. [40] exercem forte influência nos desenvolvimentos atuais.

No campo *offshore* muitos cientistas desenvolvem pesquisa em instabilidade aplicada a estruturas utilizadas nesta área. Menciona-se, por exemplo, estudos realizados em tubos flexíveis, largamente empregados em produção *offshore*, para o escoamento de hidrocarbonetos e que têm em sua estrutura camadas metálicas descritas anteriormente.

Diversos autores publicaram trabalhos nesta área como, por exemplo, TEODORESCU [40], RAMOS [30], RAMOS et al. [31], [32], [33], ELISHAKOFF [12], [13], WITZ & TAN [51], [52], VAN DER HEIJDEN et al. [45], [46], [47], [48] entre outros.

Os conceitos de estabilidade e configurações de equilíbrio podem ser consultados em uma revisão básica no livro de MONTEIRO, L.H.A, "Sistemas Dinâmicos" [28]. Para uma análise mais profunda destes conceitos, o trabalho de GUCKENHEIMER, J. HOLMES, P., "*Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields*" [19] é uma referência importante.

O objetivo deste capítulo é apresentar os principais assuntos relacionados a esta dissertação, descrevendo bibliografia e temas pertinentes. Com o intuito de abranger a teoria envolvida e os estudos experimentais constante em publicações e artigos, dividimos esta revisão nos seguintes tópicos:

- Breve apresentação dos modelos que regem os estudos em barras retas e suas condições de contorno;
- Apresentação dos modelos que regem os estudos de barras curvas submetidas à compressão e as condições de contorno envolvidas;
- A influência das imperfeições iniciais e suas implicações nos ensaios;
- O caso da força seguidora;
- Análise dos estudos experimentais disponíveis na literatura e artigos;
- Cálculo de carga crítica segundo a teoria de Euler para os casos estudados.

3.2 Barras Retas

O problema da instabilidade de uma barra reta sujeita a uma carga de compressão foi primeiramente solucionado por Leonhard Euler em 1744. Euler, em seus estudos, chegou a uma carga crítica de compressão a partir da qual o sistema deixa de ser estável e passa a ser instável.

Com o passar dos anos, diversos autores trabalharam arduamente nesta teoria, produzindo diversas obras importantes. Entre eles podemos citar TIMOSHENKO & GERE [41], BRUSH e ALMROTH [9] e ALLEN e BULSON [1]. Em sua obra, TIMOSHENKO & GERE [41] usam um linguajar mais antigo no desenvolvimento da teoria. Já BRUSH e ALMROTH [9] e ALLEN e BULSON [1] utilizam, em suas obras, uma abordagem mais moderna no desenrolar da teoria usando conceitos de autovalor, autovetor e bifurcações.

3.2.1 Barra reta sujeita à compressão

A equação geral que rege a elástica de uma barra submetida a carregamento de compressão P e cuja direção de aplicação é mantida constante ao longo do tempo independente do caminho percorrido, é escrita como

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + P \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad (1)$$

Ou definindo $k^2 = \frac{P}{EI}$ pode-se reescrevê-la como

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + k^2 \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad (2)$$

Para o caso de uma barra reta ideal engastada em uma extremidade e livre em outra sujeita a uma força de compressão P , as condições de contorno são escritas como

$$\begin{aligned}
 y = \frac{dy}{dx} = 0 & \quad x = 0 \\
 \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d^3 y}{dx^3} + k^2 \frac{dy}{dx} = 0 & \quad x = l
 \end{aligned} \quad (3)$$

Da equação (2) e das condições de contorno (3), chega-se à equação característica, que fornece os autovalores P_n (cargas críticas) do problema:

$$P_n = (2n-1)^2 \frac{EI\pi^2}{4l^2} \quad (4)$$

A menor carga crítica ocorre quando $n = 1$ (n inteiro positivo), o que corresponde ao menor autovalor. Esta carga é conhecida como Carga de Euler.

Outros tipos de condições de contorno de barras submetidas à compressão são descritos na literatura técnica. A Figura 6 mostra casos comuns e suas cargas críticas. O fator K , chamado de Fator de Comprimento Efetivo, é uma constante que relaciona o comprimento efetivo L_e e o comprimento real da barra L ($L_e = KL$).

(a) Coluna apoiada por pinos em ambas as extremidades	(b) Coluna engastada-livre	(c) Coluna engastada em ambas as extremidades	(d) Coluna engastada-apoiada por pinos
$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$	$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$	$P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$	$P_{cr} = \frac{2,046 \pi^2 EI}{L^2}$

$L_e = L$	$L_e = 2L$	$L_e = 0,5L$	$L_e = 0,699L$
$K = 1$	$K = 2$	$K = 0,5$	$K = 0,699$

Figura 6 – Resumo de colunas com condições de contorno e carga crítica [17]

No que tange à estabilidade de barras retas submetidas à compressão, existe um momento em que a carga aplicada chega ao valor de carga crítica. Este ponto de transição entre o equilíbrio estável e o equilíbrio instável recebe o nome de ponto de bifurcação. Para cada valor de n na equação (4) temos um ponto de bifurcação representativo da condição de equilíbrio. Na Figura 7, o ponto P_{cr} é um exemplo de ponto de bifurcação.

Quando a barra deixa de ser ideal devido à influência de outras situações que passam a agir sobre ela, as condições de equilíbrio se alteram. A Figura 7 mostra um diagrama com exemplos de tipos de influência que uma barra pode sofrer. A linha A mostra uma barra ideal elástica com pequenas deformações. A linha B, por sua vez, ilustra uma barra ideal elástica sofrendo grandes deformações. Já a linha C trás um exemplo de barra elástica com imperfeições. E por último, a linha D apresenta uma barra inelástica com imperfeições. Vale observar que o gráfico da Figura 7 é simétrico com relação ao eixo das ordenadas, quando na situação ideal.

Figura 7 – Exemplo de diagrama de Carregamento x Deflexão de uma barra reta [17]

3.2.2 Barra reta sujeita à compressão e torção

Os problemas envolvendo a estabilidade de barras são tratados em profundidade por autores como LOVE [27], TIMOSHENKO & GERE [41], BRUSH e ALMROTH [9], ATANACKOVIC [4] e outros. Autores como RAMOS [30] e ARANHA et al. [3] aplicam esses conceitos em trabalhos relacionados a tubos flexíveis e cabos umbilicais.

No capítulo 2 de sua obra *Theory of Elastic Stability*, TIMOSHENKO & GERE [41] tratam da estabilidade de barras submetidas a forças de compressão analisando diversos casos. No item 2.21 desta obra, os autores discorrem sobre barras submetidas a forças de compressão não conservativas como, por exemplo, a força seguidora, da qual trataremos no item 3.5. Deduzem também a famosa fórmula de Greenhill aplicada a uma barra submetida a uma força axial de compressão P e a um momento de torção M_t . Greenhill investigou este problema no século XIX e chegou à expressão

$$\frac{P}{EI} + \left(\frac{M_t}{2EI} \right)^2 = \frac{\pi^2}{l^2} \quad (5)$$

relacionando os carregamentos aplicados à barra, sua rigidez flexional EI e o comprimento da barra l . Em sua dedução, Greenhill assumiu uma barra reta e prismática com os momentos principais de inércia da seção transversal iguais. A instabilidade ocorre se o lado esquerdo da equação (5) for maior que o lado direito.

Esta mesma expressão é deduzida por LOVE [27] no capítulo XIX item 272 de sua obra, onde trata dos problemas que envolvem o equilíbrio de barras e sua estabilidade.

A dedução desta expressão pode ser consultada no apêndice A desta dissertação.

3.3 Barras curvas

O estudo de barras submetidas a carregamento genérico e cujo eixo principal descreve uma curva qualquer no espaço, na configuração deformada, foi primeiramente desenvolvido por Kirchhoff e Clebsch conforme relata LOVE [27] na introdução histórica de sua obra. A obra de LOVE [27] “*A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*” é, sem dúvida, um dos trabalhos mais citados na literatura pesquisada. Ele discute as equações diferenciais de equilíbrio de uma barra delgada, cujo eixo em sua configuração deformada é descrito por uma curva qualquer no espaço e submetida a carregamento genérico. No início do capítulo XVIII, LOVE cita que existem muitos problemas físicos e técnicos que podem ser tratados como se fossem barras finas e longas.

Além de LOVE [27], outros autores desenvolveram trabalhos na área como ATANACKOVIC [4] e RAMOS [30].

RAMOS, no anexo A de sua tese de doutorado, descreve as deduções das equações diferenciais de equilíbrio feitas por LOVE [27] com um linguajar moderno e didático.

A obra de ATANACKOVIC “*Stability Theory of Elastic Rods*” é um excelente compêndio que, como seu título mostra, versa sobre a teoria da estabilidade de barras elásticas. O livro inicia com os conceitos gerais e análise básica da estabilidade. Segue um capítulo descrevendo as equações básicas da teoria de barras. No capítulo 3, o autor define configurações de equilíbrio estável e instável seguindo o método de Euler também chamado de análise da estabilidade pelo método estático. No capítulo seguinte, utiliza o método de energia para a análise da estabilidade e por fim, no capítulo 5, ele analisa a estabilidade de barras pelo método dinâmico ou método de Liapunov. O livro é recheado de exemplos de aplicação e uma vasta lista de referências finaliza a obra.

3.3.1 Barra sujeita a um carregamento genérico cujo eixo principal forma uma curva qualquer no espaço na situação deformada – Equações diferenciais de equilíbrio.

Como citado anteriormente, LOVE [27] deduz as equações diferenciais de equilíbrio para barras no espaço e submetidas a carregamento genérico e RAMOS [30] as apresenta em sua tese de doutorado. O resumo a seguir é baseado na tese de doutorado de RAMOS.

Suponha uma barra representada pelo seu eixo central deformado S_i , os eixos principais de flexo-torção em um ponto e o triedro de Frenet –Serret neste mesmo ponto, conforme mostrado na Figura 8.

Figura 8 – Eixo central em sua configuração deformada S_i , os eixos principais de flexo-torção

$(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ e o triedro de Frenet-Serret $(\vec{n}, \vec{b}, \vec{t})$ [30].

Sejam $(\vec{i}, \vec{j})$ as direções dos eixos principais de flexão, $(\vec{n}, \vec{b})$ as direções principais de curvatura do eixo deformado e f_i o ângulo formado pelo versor normal $\vec{n}$ e o plano principal de flexão (y, z) . Valem então as seguintes relações entre os versores das bases $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ e $(\vec{n}, \vec{b}, \vec{t})$:

$$\begin{bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin f_i & -\cos f_i & 0 \\ \cos f_i & \sin f_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{n} \\ \vec{b} \\ \vec{t} \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} \vec{n} \\ \vec{b} \\ \vec{t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin f_i & \cos f_i & 0 \\ -\cos f_i & \sin f_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{bmatrix} \quad (6)$$

As relações de Frenet são definidas como:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{n}}{dS_i} &= \tau_i \vec{b} - \chi_i \vec{t} \\ \frac{d\vec{b}}{dS_i} &= -\tau_i \vec{n} \\ \frac{d\vec{t}}{dS_i} &= \chi_i \vec{n} \end{aligned} \quad (7)$$

sendo χ_i e τ_i a curvatura e a tortuosidade¹ de um ponto genérico da curva em análise.

Por outro lado, o vetor curvatura pode ser definido como

$$\vec{K}_i = \chi_i \vec{b} \quad (8)$$

Derivando a primeira das equações (6) e utilizando as relações (7) e (8) chega-se ao tensor de curvatura, que relaciona as taxas de variação dos versores $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ao triedro de Frenet,

¹ Tortuosidade é a propriedade da curva em ser tortuosa (torcida; ter muitas voltas). Love define em sua obra a medida de tortuosidade como $1/W$

$$\begin{bmatrix} \frac{d \vec{i}}{dS_i} \\ \frac{d \vec{j}}{dS_i} \\ \frac{d \vec{k}}{dS_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \kappa_{ii} & -\kappa_{yi} \\ -\kappa_{ii} & 0 & \kappa_{xi} \\ \kappa_{yi} & -\kappa_{xi} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{n} \\ \vec{b} \\ \vec{t} \end{bmatrix} \quad (9)$$

onde κ_{xi} e κ_{yi} são as componentes do vetor curvatura segundo os eixos principais de flexão da barra e κ_{ii} é uma grandeza definida como $\kappa_{ii} = \frac{df_i}{dS_i} + \tau_i$.

Durante o processo de deformação da barra, tensões internas surgem nas seções transversais. Para uma dada seção, esses esforços internos são estaticamente equivalentes a uma força aplicada no centróide e a um binário, cujas componentes, com relação aos eixos principais de flexo-torção ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$), são representadas por Q_x , Q_y e T , sendo as duas primeiras as forças cortantes nas direções $\vec{i}$ e $\vec{j}$ e a última componente a força normal.

As componentes do binário nesta seção são descritas por M_x e M_y que representam os momentos fletores e por M_z o momento de torção. Assim, os esforços na seção escolhida são indicados por:

$$\begin{aligned} Q_x &= \iint (\tau_{zx}) dx dy & M_x &= \iint (\sigma_z y) dx dy \\ Q_y &= \iint (\tau_{zy}) dx dy & M_y &= -\iint (\sigma_z x) dx dy \\ T &= \iint (\sigma_z) dx dy & M_z &= \iint (\tau_{zy} x - \tau_{zx} y) dx dy \end{aligned} \quad (10)$$

Sendo $\tau_{zx}, \tau_{zy}, \sigma_z$ as tensões atuantes na seção.

Trabalhando os esforços externos aplicados na barra e impondo o equilíbrio de forças e momentos que agem sobre o elemento em estudo chega-se às equações diferenciais de equilíbrio de forças e momentos do elemento.

Equilíbrio de forças:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Q_x}{\partial S_i} - Q_y \kappa_{ii} + T \kappa_{yi} + f_x &= 0 \\
 \frac{\partial Q_y}{\partial S_i} - T \kappa_{xi} + Q_x \kappa_{ii} + f_y &= 0 \\
 \frac{\partial T}{\partial S_i} - Q_x \kappa_{yi} + Q_y \kappa_{xi} + f_z &= 0
 \end{aligned} \tag{11}$$

Equilíbrio de momentos:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial M_x}{\partial S_i} - M_y \kappa_{ii} + M_z \kappa_{yi} - Q_y + m_x &= 0 \\
 \frac{\partial M_y}{\partial S_i} - M_z \kappa_{xi} + M_x \kappa_{ii} - Q_x + m_y &= 0 \\
 \frac{\partial M_z}{\partial S_i} - M_x \kappa_{yi} + M_y \kappa_{xi} + m_z &= 0
 \end{aligned} \tag{12}$$

Os esforços externos distribuídos por unidade de comprimento da barra deformada e decompostos nas direções dos eixos principais de flexo-torção são chamando respectivamente de $f_x, f_y, f_z, m_x, m_y, m_z$.

3.3.2 Barra elástica forçada a acompanhar a superfície de um cilindro – deformação estática

A deformação estática de barras elásticas forçadas a acompanhar um cilindro tem sido motivo de investigação de alguns autores dentre os quais cita-se G.H.M. VAN DER HEIJDEN [45], [46], [47], [48], J.M.T. THOMPSON [45] e A.R.CHAMPNEYS [46].

Esses autores utilizam a Teoria de Cosserat para desenvolver e formular o problema da barra ideal (sem peso) longa, compelida por forças distribuídas apropriadamente, a permanecer na superfície de um cilindro. Esta teoria modela a barra como uma linha no espaço (a linha de centro) dotada de propriedades mecânicas. Escolhendo-se uma origem para a coordenada s do comprimento do arco da barra, determina-se a configuração completa da barra por um sistema coordenado definido pelo triedro de Cosserat $\{\vec{d}_1, \vec{d}_2, \vec{d}_3\}$ ilustrado na Figura 9. Os vetores $\vec{d}_1$ e $\vec{d}_2$ são posicionados nos eixos principais de inércia na seção transversal da barra em análise e o vetor $\vec{d}_3$ é tomado tangencialmente à barra. O vetor $\vec{r}(s)$ descreve a linha de centro da barra com relação a um sistema coordenado fixo. Dessa forma,

$$\vec{d}_3 = \frac{d\vec{r}}{ds}.$$

Figura 9 – Ilustração do Triedro de Cosserat [45]

Esta teoria está bem desenvolvida em *Nonlinear Problems of Elasticity* de S.S.ANTMAN [2] e em VAN DER HEIJDEN & THOMPSON [45], [46]. São também largamente utilizados conceitos de geometria diferencial e ângulos de Euler, cuja definição pode ser consultada em LOVE [27]². Segundo ANTMAN [2], na introdução do capítulo 4 de sua obra, a Teoria de Cosserat “... tem várias virtudes:..., ela não é baseada em aproximações geométricas ou suposições mecânicas *ad hoc*. É mais geral do que as teorias padrão usadas em mecânica estrutural”³.

Em seus estudos, VAN DER HEIJDEN utiliza a formulação de Cosserat e cita que a existência do confinamento tem o efeito de acoplar as equações de forças e momentos com as equações dos vetores diretores de Cosserat que descrevem a orientação da barra em estudo.

O autor considera que a barra elástica sem peso, inextensível e inicialmente reta está acompanhando a superfície de um cilindro submetida a uma tração T e a um momento de torção M , aplicados na direção do eixo do cilindro. Assume também

² Ver também a analogia cinética de Kirchhoff que pode ser consultada em LOVE [27] e ANTMAN [2]

³ Tradução do autor desta dissertação.

que o sistema aplicador de força e momento deixa livre para deslizar sem atrito os extremos da barra. A barra é considerada inicialmente reta e passível de flambagem e torção. Cisalhamento e deformação axial são desconsiderados.

As equações de equilíbrio, segundo a Teoria de Cosserat, de uma barra forçada a permanecer na superfície do cilindro são escritas da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\vec{n}}{ds} &= \vec{f} && \text{Balanço de Força} \\
 \frac{d\vec{m}}{ds} + \frac{d\vec{r}}{ds} \times \vec{n} &= \vec{0} && \text{Balanço de Momento} \\
 \frac{d\vec{r}}{ds} &= \vec{d}_3 && \text{Equação da linha de centro} \\
 \frac{d(\vec{d}_i)}{ds} &= \vec{u} \times \vec{d}_i \quad i=1, 2, 3 && \text{Equações dos vetores diretores}
 \end{aligned} \tag{13}$$

Sendo $\vec{m}$ e $\vec{n}$ respectivamente os momentos e forças internas, $\vec{f}$ uma força de corpo externa desconhecida por unidade de comprimento do arco s atuando na barra na direção normal ao cilindro e $\vec{u}$ o vetor deformação ($\vec{u} = u_1 \vec{d}_1 + u_2 \vec{d}_2 + u_3 \vec{d}_3$), cujos componentes com relação à base dos vetores diretores são as curvaturas e a torção. As relações constitutivas lineares que regem a interação entre tensão e deslocamento são escritas como

$$u_1 = \frac{1}{B_1} \vec{m} \cdot \vec{d}_1 \quad u_2 = \frac{1}{B_2} \vec{m} \cdot \vec{d}_2 \quad u_3 = \frac{1}{C} \vec{m} \cdot \vec{d}_3 \tag{14}$$

onde B_1 e B_2 são as constantes de rigidez flexional e C a rigidez torsional.

VAN DER HEIJDEN discute em seus trabalhos um modelo adimensional para as equações de equilíbrio (13) bem como discorre sobre a importância das simetrias na determinação da multiplicidade das soluções. Para uma barra isotrópica, VAN DER HEIJDEN reduz as equações de equilíbrio adimensionais a um sistema oscilador

equivalente, de um grau de liberdade, realizando uma análise através de diagramas fase-plano.

3.4 Imperfeições iniciais: influências e implicações nos ensaios

Nos desenvolvimentos teóricos em geral, as hipóteses assumidas consideram que os sistemas a serem modelados são perfeitos. Um exemplo disso são as suposições utilizadas no estudo de barras tais como, barras consideradas perfeitamente retas e suas propriedades mecânicas constantes ao longo dela.

Estruturas reais sempre apresentam algum tipo de imperfeição, as chamadas imperfeições iniciais. Exemplos destas são as imperfeições geométricas, as cargas excêntricas em colunas, tensão residual em sistemas soldados, entre outras.

As imperfeições que ocorrem em barras submetidas a cargas compressivas dividem-se, conforme sugerido por SINGER, ARBOCZ e WELLER [36] no capítulo 4, em

1. Excentricidade de carregamento	Excentricidade da carga;
Variação no módulo de elasticidade;
Desigualdade de áreas e formas de seções transversais;
Não homogeneidade do material;
2. Curvatura Inicial	Curvatura inicial;
Variação do módulo de elasticidade;
3. Redução da resistência dos materiais	Tensão residual;
Não homogeneidade do material;
Falhas e defeitos locais, como vazios e delaminações em compósitos;

Os autores também citam que “investigações teóricas e experimentais têm mostrado que o grau no qual a presença de imperfeições iniciais afetam a ocorrência de bifurcações em carregamento de flambagem depende da particular combinação de carga externa e o tipo de estrutura em consideração.”

Uma abordagem matemática de imperfeições é feita por ANTMAN [2] em sua obra. Ele toma como exemplo uma barra livre em uma extremidade e engastada em outra submetida a uma carga de compressão. Se a barra não é perfeitamente reta ou a carga aplicada é excêntrica, o diagrama de bifurcações é alterado como mostrado na Figura 10.

Figura 10 – Diagrama de bifurcações para uma barra perfeitamente reta e o diagrama de bifurcações alterado por imperfeições [2].

ANTMAN cita que o estudo matemático dos efeitos de muitos parâmetros de imperfeição pode ser bastante complicado; porém, desprezar algum parâmetro pode levar a instabilidades perigosas que não são evidentes em diagramas como os da Figura 10. Segundo o autor, a teoria da singularidade, recentemente criada, pode ser usada para determinar precisamente quantos parâmetros são necessários para descrever “aproximadamente” todas as possíveis respostas locais para qualquer sistema de imperfeições.

As imperfeições iniciais atuam diretamente no comportamento da barra durante a aplicação de um carregamento. Para barras retas, por exemplo, a carga crítica de Euler calculada é, em geral, maior que a carga medida. Isso mostra que as

imperfeições em uma barra abaixam a carga crítica e conseqüentemente alteram a estabilidade da mesma.

3.5 O caso da força seguidora

Na grande maioria dos casos estudados na literatura, os carregamentos aplicados em barras sujeitas à compressão são considerados normais à seção transversal da barra e mantêm sua direção inicial ao longo do tempo independente do caminho seguido pelo ponto de aplicação da força. Isso permite considerar nos estudos apenas a posição inicial e final do espécime em análise e forças conservativas atuando. Nestes casos, métodos de energia podem ser usados nos cálculos (métodos estáticos).

No caso de forças não conservativas, diversos autores, como por exemplo, TIMOSHENKO & GERE [41] e ELISHAKOFF [12] mencionam que esses métodos estáticos são inadequados para tratar os problemas envolvendo tais tipos de forças. Eles citam que é melhor utilizar, na manipulação de forças não conservativas, critérios dinâmicos de estabilidade.

Um exemplo de força não conservativa citada em artigos e livros dedicados ao estudo da estabilidade dinâmica de estruturas é a chamada Força Seguidora (*Follower Force*).

Exemplo de definição de força seguidora é a de BOLOTIN, apud ELISHAKOFF [12] em seu artigo “*Nonconservative problems in the theory of elastic stability*”: “... forças que durante o processo de perda de estabilidade seguem alguma lei particular que diferem das aplicadas à força peso.”⁴

Outra definição é dada por TIMOSHENKO & GERE [41] na página 153 como “... uma força compressiva constante P aplicada à coluna permanecendo, durante a flambagem, na direção da tangente à curva de deflexão na extremidade da coluna”.

5

⁴ Tradução do autor desta dissertação

⁵ Tradução do autor desta dissertação

O artigo de ELISHAKOFF [12] discute de forma clara os estudos feitos por diversos autores sobre a força seguidora em colunas de Beck, Reut e Leipholz. Apresenta as equações de carga crítica desenvolvidas e as condições de contorno. Debate o uso do critério dinâmico e cita que “... os problemas com forças não conservativas pedem tratamento dinâmico”. Discorre também sobre os ensaios experimentais realizados ao longo dos anos pelos experimentadores e os resultados alcançados.

A Figura 11 mostra exemplos de carga seguidora em colunas citadas no artigo acima.

Figura 11 – Exemplo de colunas submetidas a forças seguidoras [12]

Nesta dissertação, o aparato experimental, através de anel com rasgos no ângulo a ser testado, permite que a força aplicada nas barras helicoidalmente conformadas seja mantida perpendicular à seção transversal da barra durante o carregamento, aproximando-se de uma força seguidora.

3.6 Trabalhos experimentais envolvendo barras

Uma análise dos artigos e livros publicados acerca dos trabalhos experimentais envolvendo barras mostra que a produção de experimentos relacionados à análise estrutural de barras e sua instabilidade tem sido constante e de grande valia no entendimento dos fenômenos. Unindo a crescente capacidade computacional às simulações numéricas e aos experimentos, têm-se obtido proveitosos resultados e avanços na área.

Um importante compêndio intitulado *BUCKLING EXPERIMENTS – Experimental Methods in Buckling of Thin-Walled Structures* [36] e [37] sobre experimentos em barras, colunas, placas, cascas e estruturas foi escrito por SINGER, ARBOCZ e WELLER em dois volumes. Essas obras contêm ampla descrição de experimentos realizados por diversos cientistas em universidades ao redor do mundo e em diversas épocas.

No volume 1 os autores trabalham os conceitos físicos básicos de estabilidade, comportamento de estruturas na flambagem e pós flambagem, considerações sobre modelamento e descrição de experimentos. Discutem elementos básicos na experimentação de flambagem de estruturas, experimentos clássicos como o de Von Kármán, modelos mecânicos e métodos como o de Southwell. Os experimentos são descritos com vasto material de apoio como desenhos, gráficos e fotografias que facilitam o entendimento e, se necessário, a reprodução em laboratório.

No volume 2, os autores discutem o estado da arte em métodos experimentais relacionados à flambagem de estruturas através do ponto de vista do experimentador, enfatizando a forte dependência entre experimentação e teoria. Neste volume são examinadas placas, cascas, estruturas compostas, condições de contorno, condições de carregamentos, influência de imperfeições, ensaios não destrutivos e comentários sobre medições. Como no primeiro volume, os autores fazem farto uso de desenhos, fotografias e gráficos na explanação da teoria e dos experimentos.

Segundo SINGER, ARBOCZ e WELLER [36], uma coluna submetida a carregamento de compressão axial não é somente o primeiro e clássico exemplo de instabilidade elástica e estudos de pós flambagem, mas também o elemento que mais foi submetido a estudos experimentais e teóricos desde as investigações experimentais de Petrus van Musschenbroek, em 1729.

Como exemplo dos experimentos citados por SINGER, ARBOCZ e WELLER [36] pode-se citar os de Von Kármán realizados na Universidade de Göttingen. Ele utilizou uma máquina hidráulica com capacidade de compressão de 150 toneladas e que permitia ensaiar espécimes de até 1000 mm de comprimento com seção máxima de $20 \times 30\text{mm}^2$. Von Kármán usava no máximo 20% da capacidade da máquina a fim de garantir a rigidez do dispositivo e eliminar a possibilidade de excentricidade do carregamento resultante da flambagem dos pilares da máquina. Compara seus resultados com de outros experimentadores e observa que seus resultados estão muito próximos das cargas teóricas de Euler. Von Kármán criou dispositivos que permitiam manter o espécime em teste o mais alinhado possível com a linha de carregamento de forma a diminuir as fontes de erros.

Com relação a experimentos envolvendo força seguidora, ELISHAKOFF [12] dedica o item 3 de seu artigo para discutir alguns experimentos relevantes no que tange a uma barra reta sendo submetida a uma força seguidora. Pode-se citar, por exemplo, o método experimental desenvolvido por WOOD, SAW e SAUNDERS em "*The Kinetic Stability of a Tangentially Loaded Strut*", 1969, para aplicar uma força tangencial na extremidade de uma coluna. As forças tangenciais na coluna são obtidas pela reação de um jato de água em uma caixa presa à extremidade da coluna e que se move livremente junto com ela. Um desenho ilustrativo do aparato pode ser visto na Figura 12.

Figura 12 – Arranjo geral do aparato construído por Wood, Saw e Saunders [12]

SURYANARAYANA e McCANN [39], em seu artigo, estudam experimentalmente a influência do atrito e curvatura na flambagem e pós flambagem lateral de barras mantidas dentro de um cilindro. Estudam também o retorno da barra flambada à sua posição inicial e a presença de histerese com e sem a aplicação de vibração. Descrevem o aparato utilizado (Figura 13) e o experimento passo a passo, mostrando desde a barra reta, sua flambagem na forma senoidal e finalmente a flambagem helicoidal.

Figura 13 – Esquema do aparato construído por Suryanarayana e McCann [39]

Outros trabalhos experimentais nesta área foram desenvolvidos por autores como VAN DER HEIDJEN, G.H.M., GOSS, V.G.A., THOMPSON, J.M.T., NEUKIRCH, S. [49] e CHAMPNEYS, A.R., VAN DER HEIDJEN, G.H.M., e THOMPSON, J.M.T.[50].

Dentre os trabalhos experimentais consultados e analisados em artigos e livros sobre barras submetidas à compressão, flexão e torção não foi encontrado algum que falasse explicitamente do estudo da instabilidade estrutural de uma barra conformada helicoidalmente, compelida a permanecer ao redor de um cilindro e submetida a carregamento de compressão. Da mesma forma não foi encontrado experimento sobre a instabilidade estrutural de barras retas apoiadas em um cilindro submetidas a carregamento de compressão.

4. APARATO E METODOLOGIA EXPERIMENTAIS

O aparato e a metodologia para o estudo experimental de barras retas e curvas (helicoidalmente conformadas), com seção transversal circular ou retangular, assentadas sobre a superfície de um cilindro e submetidas a carregamentos de compressão são apresentados neste capítulo. O equipamento de teste, o qual será referido ao longo do texto como aparato, dispositivo ou equipamento de teste, utilizado no experimento foi exaustivamente discutido até chegar-se à configuração final descrita neste trabalho.

Neste capítulo descreve-se a seqüência de eventos do desenvolvimento do equipamento de ensaios, desde a idéia inicial até a construção do aparato que é um dos produtos gerados neste trabalho.

Como comentado anteriormente, observou-se, durante a pesquisa bibliográfica sobre os equipamentos construídos e ensaios realizados sobre barras retas e curvas apoiadas na superfície externa de um cilindro e submetidas a carregamento de compressão, que não existia um equipamento com tais características. Isso motivou à construção de um aparato original que pudesse ensaiar os tipos de barras acima mencionadas e que oferecesse possibilidade de manuseio e a utilização de uma diversidade grande de espécimes (variação no ângulo de assentamento β).

Buscou-se criar um dispositivo com flexibilidade suficiente para atender às necessidades do estudo no que diz respeito à forma da barra, se reta ou helicoidalmente conformada, ao modo de aplicação da carga na barra, à existência ou não de confinamento, ao tipo de flambagem desejado, radial ou lateral e ao cuidado com a influência do atrito.

Faz-se necessário comentar que o objetivo destes experimentos é proporcionar uma melhor compreensão dos fenômenos fundamentais envolvidos na instabilidade (flambagem) lateral e radial, bem como colher resultados experimentais que possam ser comparados com os obtidos em modelos teóricos.

Em termos gerais, define-se instabilidade radial como o fenômeno que ocorre quando a barra submetida a um carregamento de compressão ultrapassa a carga crítica e fisicamente desloca-se no sentido do raio do cilindro. Já a instabilidade lateral ocorre quando a carga crítica é ultrapassada e, devido a restrições radiais, a barra desloca-se fisicamente na direção tangente à superfície do cilindro.

4.1 Premissas fundamentais

Durante o desenvolvimento do dispositivo e dos testes a serem realizados, algumas hipóteses foram levantadas e discutidas. Cita-se, por exemplo, a discussão sobre como seriam aplicados os carregamentos, como seriam realizadas as medições de força e/ou deslocamento, o tipo de confinamento que permitisse ora flambagem lateral ora flambagem radial, detalhes da geometria da seção transversal da barra, a necessidade do uso de extensometria e quais grandezas deveriam ser monitoradas durante os ensaios.

A discussão da concepção do dispositivo de ensaios e dos experimentos levou em consideração as premissas a seguir enumeradas:

1. Serão ensaiadas barras retas e barras helicoidalmente conformadas;
2. As barras a serem ensaiadas terão seção transversal circular e retangular;
3. As barras retas e as barras helicoidalmente conformadas e assentadas em volta do cilindro serão comprimidas até a flambagem;
4. As grandezas monitoradas durante os ensaios serão os deslocamentos verticais e cargas. Os deslocamentos verticais (deslocamento do cabeçote) serão medidos com o auxílio de um transdutor de deslocamento linear (LVDT) e as cargas através de células de carga;
5. Os ensaios com barras helicoidalmente conformadas terão ângulos de assentamento de 30°, 35° e 40°;
6. Todo e qualquer mecanismo que possa mascarar o foco da investigação como, por exemplo, atrito, deverá ser minimizado;
7. Algumas barras serão instrumentadas através de extensometria e a filmagem com câmera de alta velocidade complementar a parte de visualização do ensaio.

4.2 Desenvolvimento do equipamento de testes

O equipamento de testes foi desenvolvido, como dito anteriormente, pensando nas diversas possibilidades de ensaios a serem realizados e nas premissas descritas no item 4.1.

A primeira idéia que surgiu foi a construção de um cilindro de aço usinado no diâmetro a ser estudado. Na superfície deste cilindro, rasgos seriam usinados com os ângulos pré determinados na confecção das barras. O objetivo destes rasgos era a limitação lateral do movimento da barra ao longo do cilindro de forma a não permitir a flambagem lateral e possibilitar o estudo da flambagem radial conforme pode ser visto na Figura 14.

Ainda nesta figura, mostra-se na parte superior deste cilindro, um anel com pequenos apêndices que, posicionados nos sulcos, deslizariam de forma a comprimir a barra a ser ensaiada.

O sistema seria movimentado através de conjunto pinhão e cremalheira acionado por manivela e com passo muito reduzido quando comparado com o passo da barra.

Figura 14 – Cilindro com os rasgos e anel de acionamento

Para estudar a flambagem lateral, imaginou-se o alargamento dos rasgos em determinada posição do cilindro, conforme mostrado na Figura 15, permitindo assim manter o mesmo sistema de acionamento acima descrito.

Figura 15 – Cilindro com os rasgos mais largos e anel de acionamento

O estudo da flambagem lateral em cilindro com rasgos alargados, conforme mostrado na Figura 15 demandaria um sistema de confinamento da barra no cilindro de forma a impedir que a flambagem radial ocorresse, já que a tendência da instabilidade é ocorrer no eixo de menor inércia.

Percebeu-se que esse tipo de construção carregava uma dificuldade de visualização dos ensaios e uma grande dificuldade de construção, pois seriam necessários cilindros com rasgos verticais para as barras retas e cilindros com rasgos nos ângulos de assentamento determinados para as barras helicoidais, além dos alargamentos citados.

Outro detalhe importante considerado foi à conformação das barras helicoidais. Sabe-se que uma variação nos ângulos de assentamento ocorre durante a conformação destas barras no processo produtivo e que sem dúvida, causaria um grande problema no seu ajuste aos rasgos. Decidiu-se, perante os problemas previstos, utilizar esta solução como parâmetro inicial da concepção e desenvolver um aparato que permitisse ajustes rápidos e precisos.

Com o amadurecimento da idéia, partiu-se para a construção de um dispositivo de testes que tolerasse os ajustes necessários para as diversas situações a ensaiar.

Assim, um sistema tubular composto de anéis ajustáveis que se encaixam e deslizam, arruelas e rolamentos fixos por parafusos foi concebido. Os parafusos correm por furos oblongos de maneira a permitir o ajuste global do sistema conforme ilustrado na Figura 16.

Figura 16 – Concepção do sistema tubular e detalhe do anel

Esse sistema tubular ajustável é montado em uma armação rígida, cujo esboço é mostrado na Figura 17. É composto da base, onde são assentados os anéis montados, colunas laterais, chapa superior, reforços e um sistema de acionamento do espécime de teste composto de um motor de passo, fuso de esferas, caixa de redução, copo acionador dotado de parafusos e um anel com ranhura onde é assentada a barra a ser testada e por onde correrá o copo acionador com parafusos. O confinamento das barras foi projetado para ser imposto pelos rolamentos laterais e superiores, conforme mostrado na Figura 18, permitindo a observação e estudo do comportamento específico das barras confinadas. Para o estudo da instabilidade radial, os rolamentos superiores são afastados e atuam somente os laterais. Já para o estudo da instabilidade lateral, os rolamentos laterais solitários são afastados e os rolamentos superiores mantidos na posição. Chamaremos de rolamentos solitários, os rolamentos posicionados no furo oblongo do lado direito do anel do ponto de vista de um observador colocado na frente dos furos.

Figura 17 – Esboço da armação

Durante o desenvolvimento do dispositivo de testes e dos ensaios, previu-se a criação das condições de contorno de maneira simples e consistente através das restrições com rolamentos, buscando assim evidenciar os mecanismos de instabilidade.

Figura 18 – Detalhe da posição dos rolamentos

Com respeito ao monitoramento das grandezas estudadas, suportes de fixação para um transdutor de deslocamento linear (LVDT) foram projetados de maneira a permitir sua fixação na parte superior da coluna do dispositivo. A ligação do LVDT ao cabeçote móvel do dispositivo de testes é realizada por uma pequena barra de alumínio. Uma trena laser foi usada para medir o deslocamento radial em algumas

barras. Para a medição da carga aplicada à barra, um dispositivo específico, posicionado na parte inferior do aparato de testes, foi desenhado de maneira a alojar uma célula de carga que por sua vez, recebe a extremidade inferior da barra. Esse dispositivo foi delineado de forma a ser usado nas diversas configurações de medição.

4.3 Construção do equipamento de testes

Com a finalização do projeto do dispositivo de testes e seus componentes, partiu-se para a construção propriamente dita. Decidiu-se utilizar na construção da estrutura do equipamento colunas com perfil C em aço 1020 devido à facilidade de aquisição no mercado. Na usinagem dos anéis e suporte dos rolamentos optou-se pelo uso do mesmo aço. Os demais equipamentos foram adquiridos no mercado convencional. Desenhos técnicos ilustrativos mostrando o conjunto e componentes são mostrados no apêndice B.

4.3.1 Descrição dos componentes do equipamento de testes

O aparato de testes é constituído pelos seguintes componentes:

1. Estrutura de aço 1020;
2. Anéis deslizantes com rolamentos ajustáveis;
3. Dispositivo ajustável para célula de carga;
4. Suportes para transdutor de deslocamento linear (LVDT);
5. Cabeçote deslizante em guias;
6. Copo acionador com parafusos acionadores;
7. Anel com ranhuras em ângulo e anel com ranhuras retas;
8. Caixa de Redução (1:100);
9. Motor de Passo e Controlador com ajuste de velocidade;
10. Fuso de esferas;
11. Manivela para aproximação inicial do conjunto.

4.3.1.1 Estrutura de aço

A estrutura que suporta todos os anéis e demais equipamentos foi construída com colunas de perfil C em aço 1020 nas colunas laterais e base. Uma chapa de aço no mesmo material faz o fechamento da estrutura na parte superior como pode ser visualizado na Figura 19.

Figura 19 – Vista geral da estrutura do equipamento de ensaios

4.3.1.2 Conjunto de anéis deslizantes com rolamentos, parafusos e arruelas

Os anéis, que formam a estrutura tubular representativa de um tubo flexível, foram usinados em aço 1020, numerados e ajustados um a um de forma a deslizarem entre si quando solicitados. Foram construídos 90 anéis sendo que, cada anel possui dois furos oblongos que alojam conjuntos formados por parafusos M6 x 30, arruelas e rolamentos. Os rolamentos superiores são afixados ao parafuso por uma forquilha usinada. Esses conjuntos são móveis dentro dos furos oblongos de forma a permitir rápido ajuste. Um pequeno parafuso na parte diametralmente oposta aos furos oblongos tem a função de prender e travar cada anel no anterior garantindo assim, o ajuste escolhido. Os anéis foram zincados (galvanizados) com a finalidade de promover um contraste entre a barra e os anéis, facilitando a visualização do ensaio e as filmagens. A Figura 20 detalha esses componentes.

Figura 20 – Detalhe dos anéis, parafusos e rolamentos

4.3.1.3 Dispositivo ajustável para célula de carga

Como o aparato de testes foi projetado para ensaiar barras retas e barras helicoidalmente conformadas com ângulos distintos, um dispositivo ajustável para alojar a célula de carga foi construído. Esse dispositivo, projetado pensando nas várias possibilidades de comprimento das barras e ângulos de assentamento, fica apoiado em um anel. Isso permite variar o comprimento das barras. O alojamento da célula é montado sobre uma rótula que através de um parafuso fixa-se no dispositivo. Após cada ajuste, este conjunto é travado no ângulo desejado conforme mostrado na Figura 21.

Figura 21 – Detalhe dos dispositivo para a célula de carga e montagens

4.3.1.4 Suportes para transdutor de deslocamento linear (LVDT)

Com a finalidade de afixar o LVDT na coluna da estrutura do aparato de testes, suportes simples em alumínio foram confeccionados e instalados conforme Figura 22.

Figura 22 – Detalhe dos suportes para LVDT

4.3.1.5 Cabeçote deslizante em guias, copo acionador com parafusos e fuso de esferas

O sistema desenvolvido para a aplicação de força nas barras é composto por um cabeçote montado em guias de precisão e um copo com parafusos por onde o movimento é transmitido até a barra, gerando o carregamento. Esse copo é unido ao cabeçote por um mecanismo composto por rolamentos de esferas de maneira a permanecer com movimento livre (“louco”). O cabeçote é movimentado através de um fuso de esferas conectado por um eixo à caixa de redução. A Figura 23 apresenta detalhes dos componentes.

Figura 23 – Detalhamento do cabeçote, guias, copo acionador e fuso de esferas.

4.3.1.6 Anéis com ranhuras

Com o intuito de manter sempre a barra na mesma posição e garantir que o parafuso que aplica a carga chegue até a barra, dois anéis com ranhuras foram projetos e construídos. O primeiro anel possui ranhuras paralelas ao eixo central do conjunto de anéis deslizantes (0° com relação ao eixo citado). O segundo anel foi construído com ranhuras que fazem 30° , 35° e 40° com o eixo acima descrito. A Figura 24 mostra os anéis.

Figura 24 – Detalhe dos anéis com ranhuras

4.3.1.7 Conjunto motor de passo, controlador e caixa de redução

Todo o movimento gerado para acionar as barras é produzido por um motor de passo Tamagawa TS3103N40 que fornece torque de 0,5Nm. A rotação do motor é transmitida a uma caixa de redução (1:100) através de correia dentada e roldanas que fornecem uma redução de 1:1,75. Da caixa de redução sai um eixo que se conecta ao fuso de esferas. A Tabela 1 mostra os valores de rotação, velocidade e torque ao longo do sistema de transmissão de movimento e torque.

Tabela 1 – Valores de rotação, velocidade e torque ao longo do sistema de transmissão de movimento

Rotação do motor de passo [rpm]	Rotação após primeira redução (1:1,75) [rpm]	Rotação no fuso de esferas após segunda redução (1:100) [rpm]	Velocidade vertical do cabeçote (velocidade de carregamento) [m/s]
150	85,71	0,86	0,00014
600	342,86	3,43	0,00057
1200	685,71	6,86	0,00114
1500	857,14	8,57	0,00143

Torque do motor de passo [Nm]	Torque após primeira redução (1:1,75) [Nm]	Torque após segunda redução (1:100) [Nm]
0,5	0,875	87,5

O motor de passo é gerido por um controlador Autronics MD2U-ID20 que permite variar a rotação do motor em 150, 600, 1200 e 1500 rpm. A Figura 25 mostra alguns detalhes. Tanto o controlador como o motor de passo são alimentados por uma fonte Icel 0 – 30V, 0 – 6A bivolt.

Figura 25 – Detalhes do conjunto montado – caixa de redução, controlador e motor de passo

4.3.1.8 Manivela para aproximação e fixação do conjunto

Para finalizar todo o conjunto do aparato de testes, uma manivela montada na parte superior do conjunto tem a função de centralizar os anéis e trava-los. Ela garante que os anéis montados, segundo a configuração escolhida, não se movimentem durante os ensaios. Essa manivela pode ser vista na Figura 19 e na Figura 26.

Figura 26 – Manivela de aproximação e travamento do conjunto de anéis

4.4 Fabricação dos espécimes a serem ensaiados

A proposta deste trabalho é analisar o comportamento estrutural de barras curvas buscando essencialmente entender os fenômenos fundamentais que regem o processo de flambagem radial e lateral. A literatura pesquisada ofereceu vasto material teórico sobre barras retas e seus modos de instabilidade.

Como o dispositivo de testes foi construído de tal forma que barras retas e helicoidalmente conformadas fosse ensaiadas, optou-se por iniciar os estudos por barras retas com seção transversal circular de 5mm e barras retas com seção transversal retangular de 9 x 3mm de forma a comparar os resultados obtidos nos primeiros ensaios com o cálculos teóricos. Com os resultados dos cálculos, pode-se observar a robustez e precisão do dispositivo. Na sequência, foram ensaiadas as barras helicoidalmente conformadas.

O diâmetro de 5 mm foi escolhido por dois motivos principais. O primeiro motivo foi a facilidade de aquisição das barras circulares, pois é um material usado normamente pela indústria na produção de molas helicoidais. O segundo foi mostrado pelos cálculos das forças de compressão que ofereceram valores mais conveniente em termos de carga e equipamentos (células de carga) disponíveis.

Já a barra com dimensões 9 x 3mm foi escolhida baseada nas geometrias utilizadas na construção de tendões usados em tubos flexíveis para aplicação em campo. Neste caso, foi necessário a laminação do aço por ser tratarem de medidas especiais.

O material escolhido para confeccionar as amostras foi o aço 1070. Este aço, além de ser comum na produção de molas helicoidais e, conseqüentemente, de fácil aquisição, possui propriedades mecânicas semelhantes às propriedades do aço usado na construção das armaduras de tubos flexíveis.

Para fabricar os espécimes, uma empresa especialista na fabricação de molas helicoidais foi contratada. Foram solicitadas 10 amostras de barras retas com seção transversal circular de 5mm, 10 amostras de barras retas com seção transversal

retangular 9 x 3mm e 10 amostras de barras conformadas helicoidalmente para cada um dos ângulos escolhidos e para cada seção transversal, perfazendo um total de 80 amostras.

A fabricação das barras retas foi de fácil execução. As barras helicoidalmente conformadas exigiram bastante cuidado e precisão devido ao longo passo e a necessidade de manter o diâmetro interno da barra dentro das especificações. Atenção especial foi dada à necessidade de manter a face de 9mm com o mínimo de torção possível, garantindo assim que, quando montada no aparato, a barra mantivesse esta face encostada nos anéis.

4.5 Metodologia Experimental

Com a construção do equipamento de testes, iniciou-se o processo de análise do funcionamento do conjunto como um todo. Essa análise inicial teve como primeiro objetivo conhecer cada componente trabalhando simultaneamente com os demais e observar possíveis problemas. Como segundo objetivo, investigou-se em detalhes o funcionamento do aparato visando a elaboração de uma metodologia de ensaios para as barras retas e helicoidalmente conformadas.

Em razão do ineditismo do equipamento, optou-se por iniciar as análises pelas barras retas com seção transversal circular. Uma barra de testes foi utilizada neste momento.

4.5.1 Análise inicial do funcionamento do equipamento de testes e do sistema de aquisição de dados

Neste item, descrever-se-á a preparação do aparato de testes, os ajustes realizados nos anéis, rolamentos e barras, as regulagens do sistema de transmissão de movimento e torque, bem como a descrição dos equipamentos de aquisição de dados utilizados nos ensaios.

4.5.1.1 Preparação dos anéis, alinhamento dos rolamentos, posicionamento da célula de carga e o funcionamento do conjunto de transmissão de movimento

Como a escolha foi iniciar os ensaios com as barras retas, a primeira atividade foi alinhar todos os anéis de maneira a garantir que a barra permanecesse paralela ao eixo dos anéis e perpendicular à base do dispositivo que abriga a célula de carga. Para realizar esse procedimento, um prumo foi amarrado a um dos parafusos do copo acionador. Em seguida cada anel foi montado, alinhado e travado no anel antecedente através do pequeno parafuso descrito no item 4.3.1.2. O alinhamento foi realizado através dos rolamentos solitários, ou seja, aqueles que estão posicionados à direita do anel, tomando como referencia um observador olhando frontalmente para os furos oblongos. Na Figura 27 mostra-se os rolamentos após o alinhamento.

Figura 27 – Detalhe do alinhamento dos rolamentos

Com os anéis alinhados e travados um a um, encaixa-se o anel com ranhuras no último anel e aproxima-se a manivela de aproximação e fixação dos anéis para prendê-los e mantê-los na posição de ensaio. Foram alinhados 77 anéis para receberem as barras a serem testadas em diversos comprimentos livres. Por comprimento livre, chama-se a distância entre os rolamentos confinantes na parte superior e inferior entre os quais a barra fica livre para flambar. Com relação aos demais anéis, quatro foram usados para apoiar o dispositivo ajustável para a célula de carga e os restantes reservados.

Com a finalização do alinhamento dos anéis, uma barra de teste com seção transversal circular de diâmetro 5mm foi posicionada e os demais rolamentos

ajustados de maneira a manter a barra confinada lateralmente. Em seguida, o dispositivo que acolhe a célula de carga foi regulado.

Durante esta fase, observou-se que, conforme o tipo de instabilidade a ser estudada, radial ou lateral, e o tipo de barra a ser ensaiada, os anéis devem ser ajustados cuidadosamente e o confinamento, promovido pelos rolamentos, variado de diversas formas.

Para os ensaios com barras retas, os rolamentos solitários foram alinhados conforme descrito acima. Em seguida, os demais conjuntos de rolamentos foram aproximados da barra de forma a confiná-la lateralmente e a permitir ensaios de instabilidade radial. As condições de contorno são promovidas pelos rolamentos superiores que são regulados conforme o ensaio tanto nos anéis superiores como nos inferiores, conforme o comprimento de flambagem definido.

A fim de buscar pela simetria do sistema a ser analisado, determinou-se que o mesmo número de rolamentos superiores que confinam a barra na parte de cima do aparato seja o mesmo que confina a barra na parte inferior do conjunto de anéis. Os demais rolamentos superiores são girados 180° em relação a barra. Um exemplo de confinamento para barras retas é mostrado na Figura 28.

Figura 28 – Exemplo de confinamento da barra reta (condição de contorno)

No que tange aos ensaios de instabilidade lateral, o conjunto de rolamentos alojados no furos oblongos da esquerda, tomando como referência um observador olhando frontalmente para estes furos, são mantidos alinhados e encostados na barra. Os rolamentos superiores são todos ajustados em cima da barra, confinando-a radialmente, e os rolamentos solitários são afastados para a direita de forma a permitir o deslocamento lateral da barra. Neste caso, as condições de contorno são geradas pelos rolamentos solitários que são aproximados da barra conforme o comprimento de flambagem escolhido. Na Figura 29 apresenta-se um exemplo de tal regulação.

Figura 29 – Exemplo de confinamento para testes de instabilidade lateral

Com relação aos ensaios com barras helicoidalmente conformadas, o procedimento de ajuste do equipamento é o mesmo, com exceção dos anéis. Estes são ajustados um a um com o ângulo da barra em análise e para cada barra. Isso é necessário devido à pequena variação no ângulo derivada do processo de conformação da barra, como já observado anteriormente. O sistema de confinamento da barra e de liberação do comprimento de flambagem é o mesmo das barras retas. Naturalmente, o dispositivo ajustável da célula de carga é regulado para que a superfície superior da célula de carga fique perpendicular à barra.

Após a instalação, ajuste e fixação dos anéis, anel com ranhuras e barra, iniciou-se a análise do sistema de transmissão do movimento que é composto pelo motor de passo e seu controlador, caixa de redução e fuso de esferas.

Os primeiros acionamentos mostraram a necessidade de um ajuste fino no controlador de forma a extrair do motor de passo todo o torque por ele gerado. Sem esse ajuste, o motor de passo esquenta muito e por diversas vezes foi incapaz de gerar movimento.

Em seguida, foi realizada a primeira aproximação do copo com parafusos do anel com ranhuras e encaixado um parafuso. Esse parafuso foi baixado até o primeiro contato com a barra. Com o parafuso correndo livremente pelo rasgo do anel, iniciaram-se os primeiros acionamentos da barra com o intuito de verificar o comportamento do sistema como um todo e análise dos rolamentos que promovem as condições de contorno. Diversos acionamentos foram realizados a fim de testar a robustez do equipamento.

Nesta fase, vários acertos foram necessários tais como a melhor fixação entre o fuso de esferas e o eixo de conexão com a caixa de redução, ajuste na fixação do eixo de conexão na caixa de redução e ajuste na altura relativa entre o copo acionador e a base da manivela de aproximação e fixação dos anéis. Este último ajuste foi necessário para que a porca de fixação do copo com parafusos no cabeçote (Figura 23) não toque, durante a descida, a base da manivela, cujo eixo passa pelo interior do copo.

4.5.1.2 Análise do equipamento de aquisição de dados e acessórios

Após a análise da montagem e funcionamento dos anéis, rolamentos e barras, passou-se à verificação do equipamento de aquisição e análise de dados previstos durante a fase de projeto do dispositivo de testes.

O conjunto de equipamentos de aquisição de dados, softwares de aquisição e análise dos dados, sensores utilizados e demais acessórios usados durante os ensaios são nomeados a seguir.

1. Células de carga de 1kN e 2kN;
2. Transdutor de deslocamento linear de 600mm (LVDT);
3. Sistema de aquisição de dados;
4. Programa de aquisição de dados;
5. Programa de análise de dados;
6. Extensômetro uniaxial;
7. Extensômetro triaxial;
8. Cabos manga e cabo torcido para instrumentação e
9. Computador.

4.5.1.2.1 – Célula de Carga

Durante o projeto do equipamento, discutiu-se os tipos de ensaios que seriam realizados. Baseados nessas discussões, cálculos das forças compressivas esperadas para barras retas foram realizados utilizando a teoria de Euler para flambagem de colunas. Com os valores determinados, chegou-se a conclusão que para as medições de flambagem radial, uma célula de 1kN seria suficiente. Já para as medições da instabilidade lateral, as cargas calculadas foram maiores e neste caso optou-se por utilizar uma célula de carga de 2kN. As características técnicas das células HBM utilizadas são apresentadas no apêndice C.

4.5.1.2.2 Transdutor de deslocamento linear (LVDT) e trena laser;

Para o registro do deslocamento vertical do cabeçote e conseqüentemente do parafuso que promove o carregamento da barra, foi instalado um transdutor de deslocamento linear de 600mm. Este LVDT foi fixado na coluna do aparato de testes através dos suportes descritos no item 4.3.1.4. A Figura 22 mostra o sensor montado na coluna.

O registro do deslocamento radial das barras foi feito através de uma trena laser LEUZE modelo ODSL 8. Características técnicas do LVDT GEFRA e da trena laser utilizados são mostradas no apêndice C.

4.5.1.2.3 Sistema de aquisição de dados

O sistema de aquisição de dados escolhido para a conexão dos sensores e gravação dos sinais foi o sistema LYNX ADS 2000 com controlador AC2122 e condicionador AI2164. Uma foto deste equipamento é mostrada na Figura 30.

Figura 30 – Equipamento de aquisição de dados LYNX ADS 2000

Este sistema é comandado por um programa de aquisição de dados residente em um computador. O ADS 2000 recebe os sinais medidos pelos sensores e envia,

através de uma interface ethernet, os dados ao computador que contém o programa de aquisição de sinais.

4.5.1.2.4 Programa de aquisição de dados

O programa de aquisição de dados utilizado nos ensaios é o AqDados 7.02 da LYNX. Este permitiu que todos os procedimentos operacionais necessários para calibração e aferição dos sensores fossem executados de maneira rápida e precisa.

4.5.1.2.5 Programa de análise de dados

Este programa também desenvolvido pela LYNX é chamado de AqDAnalysis. Foi amplamente utilizado na verificação imediata das medições realizadas e nas análises pós medições.

A visualização imediata dos sinais após cada medição, permitiu avaliar rapidamente a qualidade do sinal e possíveis problemas ocorridos nas medições permitindo assim que, se necessário, o sensor fosse regulado, nova aferição realizada e a medição repetida.

4.5.1.2.6 Extensômetro uniaxial e triaxial (roseta)

Algumas barras foram instrumentadas com o intuito de buscar, nos sinais mais precisos fornecidos pela extensometria, detalhes que a célula de carga não tinha sensibilidade suficiente para captar em algumas situações. Por exemplo, a compressão sofrida pela barra, a carga crítica, a torção e a flexão.

Foram utilizados na instrumentação extensômetros do fabricante KYOWA cujas características técnicas são apresentadas no apêndice C.

4.5.1.2.7 Cabos manga e cabo torcido para instrumentação

Os cabos manga foram usados nas ligações entre o LVDT e o sistema de aquisição de dados, na conexão entre o controlador do motor de passo e a fonte de alimentação e na chave liga/desliga do motor de passo.

Os cabos torcidos foram utilizados para conectar os extensômetros ao sistema de aquisição de dados.

As características técnicas de cada cabo são exibidas no apêndice C.

4.5.1.2.8 Computador

O computador usado no controle do sistema de aquisição e armazenamento dos dados possui processador Intel CORE 2 DUO com 1,86GHz e memória RAM de 1GB.

4.5.1.2.9 Fluxo da instrumentação

Um fluxo ilustrativo das conexões dos sensores e equipamentos utilizados durante os ensaios é mostrado na Figura 31.

Figura 31 – Fluxo ilustrativo da instrumentação

4.5.2 Detalhamento da metodologia experimental

Com o término das análises do equipamento de testes, do sistema de aquisição de dados e dos sensores, uma metodologia experimental foi elaborada de modo a garantir a repetibilidade dos ensaios e a obtenção de dados confiáveis.

Em todos os ensaios, a evolução da força de compressão imposta à barra foi monitorada pela célula de carga posicionada na parte inferior da barra e a variação do deslocamento do copo com parafusos, que promove o carregamento da barra, foi acompanhado por um LVDT preso à lateral do dispositivo de testes e conectado ao cabeçote. No caso onde as barras foram instrumentadas, além da célula de carga e

do LVDT, extensômetros uniaxiais e triaxiais foram utilizados. Alguns ensaios com barras curvas tiveram o deslocamento da barra, no sentido radial, medidos por uma trena laser.

O registro da evolução das grandezas medidas e a visualização do fenômeno da instabilidade, ou seja, o momento em que a carga crítica é alcançada, ultrapassada e o seu comportamento pós flambagem, foi gravado utilizando o sistema AqDados.

4.5.2.1 Metodologia utilizada nas barras retas

A primeira fase dos ensaios iniciou-se com as barras retas (0° de ângulo de assentamento) no sentido radial com o objetivo de reproduzir os modelos constantes na literatura e a observação do fenômeno da instabilidade em sistemas simples.

Estes ensaios foram importantes, não somente pela reprodução dos modelos básicos de instabilidade, mas também permitiram observar e entender o potencial do dispositivo, seus limites em termos de força e deslocamento admissíveis, a calibração e demais ajustes necessários.

Como definido na fase de observação e conhecimento do dispositivo de testes, os rolamentos laterais foram aproximados da barra a ser testada, deixando uma leve folga. Essa folga é necessária para garantir que não haja interferência dos rolamentos na barra e, conseqüentemente, minimizar a influência do atrito nas laterais.

Em seguida, as condições de contorno foram estipuladas. Determinou-se que as condições de engastamento da barra, devido ao tipo construtivo do aparato, fossem as condições de uma coluna engastada em ambas as extremidades. Naturalmente, essa condição de engastamento foi verificada para cada situação ensaiada a fim de se atestar se correspondia ao preconizado.

Para criar esse tipo de engastamento, os rolamentos superiores foram posicionados em cima da barra como pode ser visualizado na Figura 28. É importante citar que, durante a regulagem, observou-se que os rolamentos deveriam ser apenas

encostados na barra sem um aperto severo da porca de ajuste com a finalidade de minimizar o efeito do atrito entre a barra e os anéis. Este fato foi notado nas primeiras medições e em especial no retorno do copo acionador. A barra, devido ao atrito elevado, quando as porcas eram muito apertadas, não voltava à sua posição inicial.

Cumprе salientar que o número de rolamentos superiores utilizados na estruturação das condições de contorno é o mesmo na parte superior e inferior da barra. Esse modo de organizar as condições de contorno garante a simetria nos ensaios e uma distribuição uniforme de esforços nos pontos de engastamento.

Com as condições de engastamento e posicionamento dos rolamentos superiores definidas, os comprimentos livres de flambagem L_e a serem examinados foram fixados conforme Tabela 2. Na verdade, o comprimento determinado foi uma consequência do número de rolamentos escolhidos. A escolha dos comprimentos baseou-se nos cálculos iniciais de estimação das cargas de flambagem e nos limites do dispositivo. Foram escolhidos comprimentos que fornecessem pequenos valores de cargas críticas de flambagem e outros que permitissem grandes valores de cargas críticas.

Tabela 2 – Comprimento livre L_e (de flambagem) versus número de rolamentos usados no confinamento.

L_e medido [mm]	Número de rolamentos confinantes em cada extremidade
1355	5
1230	8
975	14
810	18
555	24

Definidas as condições de contorno e comprimentos de flambagem, procedeu-se, na sequência, à calibração dos sistema de aquisição de dados. O programa de

aquisição de dados, que controla os sistema de aquisição de dados ADS 2000, oferece duas possibilidades de aferição dos sensores:

- Aferição por regressão linear
- Aferição por ganho e ponto de referência

Na aferição por regressão linear, constrói-se uma tabela com os valores de tensão na entrada do canal de conversão A/D e os respectivos valores das grandezas físicas a serem medidas. Através destes pontos, o sistema AqDados calcula, por regressão linear, a melhor reta que passa por esses pontos e os limites do fundo de escala para o canal, ou seja, determina os valores das grandezas correspondentes aos limites de entrada do conversor A/D através da reta construída na regressão linear. O sistema AqDados bem como outros sistemas de medição, referem-se às grandezas físicas com unidades de engenharia.

Já na aferição por ganho e ponto de referência, é necessário conhecer o ganho do condicionador de sinais dado em volts por unidade da grandeza a ser medida. É preciso também conhecer um ponto de referência para a construção da reta de aferição do sensor.

Pela facilidade de manuseio, escolheu-se o sistema de aferição por regressão linear e os valores utilizados podem ser vistos no Apêndice C. Com relação à tensão de entrada do conversor A/D, o sistema oferece um recurso que aumenta a precisão do ponto zero. Com o sensor em repouso, faz-se a leitura, em tempo real, da tensão na entrada do conversor. Essa leitura é gravada e vinculada ao valor zero da grandeza a ser medida.

Aferidos os sensores, os canais habilitados do sistema de aquisição de dados são balanceados. Na sequência, a calibração por *shunt cal* dos mesmos canais é realizada. *Shunt Cal* é um resistor interno de alta precisão que calibra as tensões e grandezas físicas escolhidas.

Com os sensores e sistema de aquisição de dados aferidos, balanceados e calibrados, procederam-se as medições. Para cada comprimento de flambagem, foi

calculado o valor da carga crítica esperada, cujos valores podem ser consultados na Tabela 4.

Essas cargas foram a referência para os ensaios. Nas primeiras medições, foi utilizado o programa de análise de dados para a verificação do sinal gravado e do valor da carga crítica obtida. Adquirida a confiança necessária no sistema de medição, passou-se a verificar os valor gravados por amostragem.

A gravação do ensaio iniciava com o acionamento do ícone de gravação e a leitura de todos os sensores em repouso por aproximadamente 5 segundos com o objetivo de obter uma referência no zero da leitura. Em seguida o motor de passo era acionado e a barra comprimida até que a carga crítica calculda fosse atingida e superada. Em seguida, desligava-se o motor de passo e aguardava-se algo em torno de 5 segundos. Após esse tempo de espera, invertia-se o movimento do motor de passo de forma a descarregar a barra. Quando o ponto zero do deslocamento era alcançado, o motor de passo era desligado. Aguardava-se por mais 5 segundos e finalizava-se a gravação do sinal. Uma discussão detalhada dos valores obtidos durante os ensaios será realizada nos itens referentes aos testes.

Este procedimento foi repetido nas barras retas e helicoidalmente conformadas com seção transversal circular e seção transversal retangular para o estudo do comportamento radial e lateral. Foram realizadas, para cada comprimento de flambagem, 10 repetições com o intuito de garantir representatividade e confiabilidade estatística.

O estudo da instabilidade lateral foi realizado nas barras retas de seção transversal retangular e o procedimento de medição e gravação foi o mesmo. Para o ajuste dos rolamentos confinantes da barra, manteve-se os rolamentos laterais na mesma posição utilizada nos ensaios de instabilidade lateral e ajustou-se todos os rolamentos superiores acima da barra, confinando-a. Afastou-se, em seguida, os rolamentos solitários para a direita de quem observa o dispositivo olhando para os furos oblongos. Isso liberou a barra para que a flambagem fosse lateral conforme Figura 32. Os primeiros acionamentos mostraram que os rolamentos superiores, quando encostados na barra, causam uma força de atrito que o sistema de

acionamento não consegue vencer. Devido a este fato, todos os rolamentos superiores foram afastados levemente de forma a não encostar na barra. A folga gerada nesses ensaios será discutida nos itens referentes aos ensaios de instabilidade lateral.

Figura 32 – Condição de contorno e ajuste dos rolamentos para ensaios de instabilidade com liberdade no sentido lateral

As condições de contorno foram criadas a partir dos rolamentos solitários. Estes foram aproximados da barra conforme os comprimentos definidos na Tabela 4.

Com o objetivo de verificar as influências de imperfeições iniciais, determinou-se que cada barra com seção transversal circular fosse testada em quatro orientações distintas chamadas de 0° , 90° , 180° e 270° . Uma posição inicial era marcada com tinta e os testes realizados. Em seguida a barra era rotacionada no sentido horário de 90° , novamente marcada com tinta e mais uma bateria de testes era realizada. E para cada velocidade foi repetido o procedimento.

No caso das barras com seção transversal retangular, estabeleceu-se que fossem testadas em duas orientações distintas nomeadas 0° e 180° . Iniciava-se o procedimento de testes com a face chamada 0° e após todas as repetições, determinadas pela matriz de ensaios, a face era trocada e o procedimento repetido.

Todas as barras foram numeradas sequencialmente, sendo as barras retas com seção transversal circular numeradas de 1 a 10. As barras retas de seção transversal retangular foram numeradas de 11 a 20 e as barras helicoidalmente conformadas com 30° de ângulo de assentamento e seção transversal circular numeradas de 21 a 30. As de seção retangular e conformadas com 30° de ângulo de assentamento foram numeradas de 31 a 40 e assim por diante.

4.5.2.2 Metodologia utilizada nas barras curvas (helicoidalmente conformadas)

Finalizados os ensaios de instabilidade radial e lateral nas barras retas, iniciou-se a preparação do dispositivo para receber as barras helicoidalmente conformadas com ângulo de assentamento de 30°.

O processo teve início com a retirada de todos os anéis e escolha de uma barra para iniciar os testes. Os anéis foram ajustados um a um, acompanhando a barra, até chegar ao anel com rasgos helicoidais. Após essa primeira fase, os rolamentos laterais foram aproximados da barra (Figura 33) de forma a deixar uma leve folga. Essa folga foi necessária para que a influência do atrito fosse minimizada.

Figura 33 – Ajuste dos rolamentos na configuração helicoidal

Prosseguindo na montagem, as condições de contorno para o estudo da instabilidade radial foram criadas com o ajuste dos rolamentos superiores. Para essa definição, escolheu-se um número inicial de rolamentos superiores confinantes conforme Tabela 3. Esses rolamentos superiores, ajustados na parte superior e

inferior do dispositivo, forneceram uma altura H correspondente ao comprimento livre L_e (de flambagem). A partir desse primeiro comprimento, foi-se fechando o confinamento e consequentemente o comprimento de flambagem a cada quarto de volta perfazendo um total de 4 comprimentos livres.

Tabela 3 – Altura H entre rolamentos confinantes correspondente a L_e , L_e calculado e medido e o número de rolamentos utilizados para o confinamento.

H Medido [mm]	L_e calculado [mm]	L_e medido [mm]	Número de rolamentos	Orientação de Medição
1365	1576	1700	6	0
1050	1212	1280	14	90°
720	831	860	22	180°
380	439	485	30	270°

Esse procedimento foi repetido para cada barra de maneira a garantir seu ajuste correto. Isso foi necessário em razão da leve variação do ângulo de assentamento produzido pelo processo de fabricação da barra.

Com relação ao confinamento radial e lateral da barra, o método de limitar seu movimento em uma determinada direção foi o mesmo usado nas barras retas. Definidas as condições de engastamento e posicionamento dos rolamentos superiores e laterais, os comprimentos de flambagem a serem examinados foram fixados conforme Tabela 3.

Estando as condições de contorno e comprimentos livres fixados, procedeu-se, na sequência, a calibração dos sistema de aquisição de dados seguindo o mesmo método descrito para as barras retas e que pode ser consultado no Apêndice C.

Com os sensores e sistema de aquisição de dados aferidos, balanceados e calibrados, realizaram-se as medições. Para cada comprimento livre, foi calculado o valor da carga crítica esperada para barras retas a fim de compara-los com os valores obtidos nos ensaios com barras curvas. Estes valores podem ser consultados nas tabelas do item 4.6.

O procedimento de leitura e gravação dos dados foi o mesmo utilizado nas barras retas. Um detalhe importante no caso das barras helicoidalmente conformadas foi a necessidade de ajustar a posição da célula de carga para cada barra, a fim de garantir a perpendicularidade entre o eixo principal da barra e a face da célula (Figura 34).

Figura 34 - Detalhe do posição relativa entre barra e célula de carga

4.6 Cálculo da Carga Crítica segundo a teoria de Euler para os casos estudados

Neste item são apresentadas as tabelas de número 4 a 12 com o cálculo das cargas críticas envolvidas nos ensaios realizados. Serão usadas ao longo do trabalho como base de referência para a análise dos ensaios efetuados. Para o cálculo das cargas críticas, com liberdade de deslocamento no sentido radial, foi utilizado o eixo de menor inércia; para os casos com liberdade no sentido lateral, o de maior inércia. H é a altura entre os dois rolamentos que definem o vão livre de ensaio, L_e o comprimento livre a ser ensaiado (de flambagem), ds o elemento de arco da hélice e P_{cr} a carga crítica.

Tabela 4 – P_{cr} calculada para barras retas com $\varnothing = 5\text{mm}$. (liberdade no sentido radial).

H = L_e Medido [mm]	P_{cr} [N] Engastada em ambas as extremidades	P_{cr} [N] Apoiada por pinos em ambas as extremidades	P_{cr} [N] Engastada - apoiada por pinos
1355	138,53	34,63	70,86
1230	168,12	42,03	85,99
975	267,56	66,89	136,86
810	387,67	96,92	198,29
555	825,74	206,43	422,37

Tabela 5 - P_{cr} calculada para barras retas com seção 9 x 3mm. (liberdade no sentido radial).

H = L_e Medido [mm]	P_{cr} [N] Engastada em ambas as extremidades	P_{cr} [N] Apoiada por pinos em ambas as extremidades	P_{cr} [N] Engastada - apoiada por pinos
1355	91,44	22,86	46,77
1230	110,97	27,74	56,76
975	176,60	44,15	90,33
810	255,88	63,97	130,88
555	545,03	136,26	278,78

Tabela 6 - P_{cr} calculada para barras retas com seção 9 x 3mm. (liberdade no sentido lateral).

H = L_e Medido [mm]	P_{cr} [N] Engastada em ambas as extremidades	P_{cr} [N] Apoiada por pinos em ambas as extremidades	P_{cr} [N] Engastada - apoiada por pinos
1355	822,94	205,73	420,93
1230	998,70	249,68	510,84
975	1589,42	397,35	812,99
810	2302,91	575,73	1177,94
555	4905,24	1226,31	2509,03

Tabela 7 - P_{cr} calculada de barras retas com $\varnothing = 5\text{mm}$ para comparação com barras curvas. $\beta = 30^\circ$ (liberdade no sentido radial).

H [mm] Medido	L_e^6 calculado [mm]	P_{cr} [N] Engastada em ambas as extremidades	P_{cr} [N] Engastada – livre	P_{cr} [N] engastada - apoiada por pinos
1365	1576	102,38	6,40	52,37
1050	1212	173,03	10,81	88,50
720	831	367,98	23,00	188,22
380	439	1321,06	82,57	675,72

Tabela 8 - P_{cr} calculada de barras retas com $\varnothing = 5\text{mm}$ para comparação com barras curvas $\beta = 30^\circ$ (liberdade no sentido lateral).

H Medido [mm]	L_e^6 calculado [mm]	P_{cr} [N] Engastada em ambas as extremidades	P_{cr} [N] Engastada – livre	P_{cr} [N] Engastada - apoiada por pinos
1365	1576	102,38	6,40	52,37
1050	1212	173,03	10,81	88,50
720	831	367,98	23,00	188,22
380	439	1321,06	82,57	675,72

Tabela 9 - P_{cr} calculada de barras retas com seção 9 x 3mm para comparação com barras curvas $\beta = 30^\circ$ (liberdade no sentido radial).

H Medido [mm]	L_e^6 calculado [mm]	P_{cr} [N] Engastada em ambas as extremidades	P_{cr} [N] Engastada – livre	P_{cr} [N] Engastada - apoiada por pinos
1365	1576	67,58	4,22	34,57
1050	1212	114,21	7,14	58,42
720	831	242,88	15,18	124,24
380	439	871,96	54,50	446,01

⁶ Comprimento livre correspondente à hélice retificada.

Tabela 10 - P_{cr} calculada de barras retas com seção 9 x 3mm para comparação com barras curvas $\beta = 30^\circ$ (liberdade no sentido lateral).

H Medido [mm]	L_e^7 calculado [mm]	P_{cr} [N] Engastada em ambas as extremidades	P_{cr} [N] Engastada – livre	P_{cr} [N] Engastada - apoiada por pinos
1365	1576	608,19	38,01	311,09
1050	1212	1027,85	64,24	525,74
720	831	2185,96	136,62	1118,12
380	439	7847,67	490,48	4014,08

Tabela 11 - P_{cr} calculada de barras retas com seção 9 x 3mm para comparação com barras curvas $\beta = 35^\circ$ (liberdade no sentido radial).

H Medido [mm]	L_e^7 calculado [mm]	P_{cr} [N] Engastada em ambas as extremidades	P_{cr} [N] Engastada – livre	P_{cr} [N] Engastada - apoiada por pinos
1365	1666	60,46	3,78	30,93
1050	1282	102,18	6,39	52,26
720	879	217,30	13,58	111,15
380	464	780,13	48,76	399,04

Tabela 12 - P_{cr} calculada de barras retas com seção 9 x 3mm para comparação com barras curvas. $\beta = 35^\circ$ (liberdade no sentido lateral).

H medido [mm]	L_e^7 calculado [mm]	P_{cr} [N] Engastada em ambas as extremidades	P_{cr} [N] Engastada – livre	P_{cr} [N] Engastada - apoiada por pinos
1365	1666	544,14	34,01	278,33
1050	1282	919,60	57,47	470,37
720	879	1955,74	122,23	1000,36
380	464	7021,15	438,82	3591,32

⁷ Comprimento livre correspondente à hélice retificada.

5 ESTUDO DE CASO: BARRAS RETAS

Com o aparato experimental pronto e componentes ajustados, com o equipamento de aquisição de sinais testado e os sensores funcionando perfeitamente, com os protótipos a serem ensaiados adquiridos e dentro das especificações solicitadas e com a metodologia de ensaios determinada e verificada durante os primeiros acionamentos de verificação do aparato, iniciaram-se os ensaios dos casos estudados.

Algumas perguntas iniciais balizaram as primeiras provas. A primeira a ser respondida foi se a velocidade de carregamento da barra permitida pela variação de rotação do motor afetaria a carga crítica da barra tanto radialmente como lateralmente. As indagações seguintes foram sobre as imperfeições iniciais. Qual a influência das imperfeições iniciais na carga crítica de flambagem? Quais imperfeições podem ser observadas de imediato? Essas questões sobre as imperfeições foram decisivas na elaboração da metodologia de ensaios e geraram a necessidade de realizar ensaios com a mesma barra em várias posições, como descrito na metodologia de testes.

Outra pergunta formulada foi se somente a célula de carga seria suficientemente precisa na busca da carga crítica em todas as situações ou seria necessária a instrumentação das barras? Como e onde os extensômetros deveriam ser instalados? Quais barras deveriam receber a instrumentação? Que tipos de extensômetros disponíveis deveriam ser utilizados, uniaxial e/ou triaxial? Como seria a visualização do fenômeno? A filmagem do fenômeno deveria ser em velocidade normal ou em alta velocidade? Essas e outras questões surgidas ao longo do trabalho serão detalhadas nos itens seguintes.

As tabelas do item 4.6 contêm as cargas críticas calculadas segundo a teoria de Euler para comparação com os diversos ensaios realizados.

Todos os ensaios foram conduzidos dentro do limite elástico do material, possibilitando o uso de cada espécime diversas vezes sem alterar suas características iniciais.

Uma matriz de ensaios para cada situação a ser ensaiada foi elaborada como forma de garantir a execução seqüencial de todos os ensaios previstos. Ela é composta pelos números de cada barra, as rotações do motor de passo e as posições assumidas pela barra em cada repetição. Um exemplo da matriz de ensaios pode ser visto no apêndice D.

Filmes mostrando os fenômenos de instabilidade em barras retas e fotos da filmagem podem ser consultadas no anexo F.

5.1 Ensaios com barras retas de seção transversal circular

Os ensaios com barras retas iniciaram-se com as de seção transversal circular de diâmetro 5mm. O conjunto de 10 barras adquirido foi ensaiado e as barras numeradas conforme citado anteriormente.

Visando conhecer a capacidade do aparato de testes em reproduzir a carga de Euler, as influências das imperfeições iniciais e a influência da velocidade de carregamento na carga crítica das barras, iniciaram-se os ensaios com a barra de número 1.

Cumprir citar que todos os ensaios desta fase foram realizados no sentido de estudar o comportamento radial das barras (Figura 36). Foram estipulados cinco comprimentos livres de flambagem para as barras retas que podem ser vistos na Tabela 4 com as respectivas cargas críticas para três tipos de engastamento.

Para cada um dos comprimentos, a barra foi ensaiada nas orientações determinadas (0° , 90° , 180° e 270°) e para todas as rotações do motor de passo (1500, 1200, 600 e 150) escolhidas. Como a quantidade de parâmetros a serem variados era bastante grande, os ensaios com a barra número 1 demandaram longo tempo de execução.

Investigando a influência da velocidade de carregamento, foram realizados inicialmente ensaios para os comprimentos 1355 e 1230mm em todas as velocidades do motor de passo e para os comprimentos 975, 810 e 555mm a 1500 e 1200 rpm. Sempre rotacionando a barra nas orientações definidas e repetindo 10

vezes cada situação de ensaio escolhida. A Tabela 13 exemplifica os dados tabulados.

Tabela 13 – P_{cr} [N] obtidas nos ensaios de 1 a 8 com a barra 01 para $L_e = 1355\text{mm}$.

	Ensaio 1	Ensaio 2	Ensaio 3	Ensaio 4	Ensaio 5	Ensaio 6	Ensaio 7	Ensaio 8
Repetição Nr								
1	132,93	333,33	119,42	94,91	134,76	332,29	121,68	88,01
2	129,93	328,50	116,37	91,67	128,47	340,36	121,44	81,47
3	125,90	303,02	114,59	96,56	124,00	328,50	120,34	72,48
4	121,80	291,89	113,37	99,01	121,44	317,93	121,50	71,57
5	114,59	327,16	113,13	97,85	121,38	334,31	123,03	71,44
6	123,88	330,46	110,44	96,26	135,19	335,96	113,49	81,83
7	120,58	435,82	122,78	95,77	129,14	320,74	121,32	79,88
8	116,18	400,07	121,50	94,18	123,76	320,31	121,62	71,75
9	112,39	399,21	121,50	82,20	120,64	327,95	115,45	80,73
10	115,08	391,76	120,58	82,08	122,60	334,00	120,77	80,86
Média	121,33	354,12	117,37	93,05	126,14	329,24	120,06	78,00

RPM	1500				1200			
0°	X				X			
90°		X				X		
180°			X				X	
270°				X				X

Com um total de 56 escolhas de combinações de parâmetros e perfazendo um total de 560 repetições (ensaios), a barra de número um forneceu os primeiros resultados importantes.

A Figura 35 exemplifica as medições realizadas na barra 01 ensaio 001. A figura mostra as medições de força e deslocamento vertical (do cabeçote) em função do tempo. Observa-se a fase de carregamento da barra, o momento da carga crítica e em seguida o descarregamento da barra. Pode-se observar que a força não volta ao ponto zero, caracterizando a presença do atrito no retorno.

Figura 35 – Exemplo de Medições – Barra 1 – Ensaio 1 – P [N] em marrom e d_{ver} [mm] em azul.
Ambos ao longo do tempo [s].

Quando comparadas estatisticamente, ou seja, observando a dispersão dos valores, as cargas medidas para uma determinada posição da barra têm o desvio padrão variando entre 0,18 e 15,49. Os desvios padrão das cargas críticas médias obtidas para as quatro posições medidas na barra 1 e relativas às rotações de acionamento podem ser visto na Tabela 14.

Tabela 14 – Desvio padrão das P_{cr} médias para a barra 1

H = L _e [mm]	Orientação de medição	0°	90°	180°	270°
1355		4,02	12,50	1,96	10,23
1230		1,95	3,70	6,15	6,93
975		2,27	13,21	1,74	3,41
810		15,49	0,18	2,88	9,06
555		159,97	167,86	3,78	9,89

Pela observação dos valores de cargas críticas medidas e pela análise dos desvios padrão para os dados da barra 1 é possível afirmar que a carga crítica não sofre variação significativa para a faixa de rotação gerada pelo motor de passo. Os valores discrepantes para o comprimento de flambagem 555mm nas duas orientações iniciais devem-se, provavelmente, a um ajuste do aparato devido às forças elevadas envolvidas. Após essas medições iniciais, um ajuste no eixo de transmissão do movimento para o fuso de esferas foi necessário de forma a garantir a precisão dos ensaios.

Com a conclusão de que a velocidade de acionamento não influencia a carga crítica, decidiu-se, a fim de tornar os ensaios mais ágeis, utilizar a rotação de 1500rpm do motor de passo em todos os ensaios a partir da barra número dois. Com essa resolução, foram ensaiadas as barras de 2 a 10. As dez barras retas com seção transversal circular permitiram um total de 2360 ensaios.

As observações realizadas sobre cada barra durante as medições e os dados delas gerados, mostram que a reprodução da carga crítica de Euler para as barras em estudo foi consistente com a teoria e os cálculos mostrados na Tabela 4. Mostram também que as diferenças entre as cargas teóricas e as medidas são explicadas pelas condições iniciais de cada barra, ou seja, pelas imperfeições iniciais que cada uma carrega.

As imperfeições mais observadas nas barras retas com seção transversal circular foram as curvaturas iniciais. A curvatura variava de acordo com a posição de ensaio

da barra e ficava mais evidente ou menos evidente de acordo com a variação da orientação do ensaio (0° , 90° , 180° e 270°). Além disso, observou-se que durante o acionamento e para algumas posições de montagem, a barra tendia a flambar para frente, quando estava com baixa influência das imperfeições, e para a esquerda ou direita dependendo do plano da curvatura inicial (Figura 36 - B).

Figura 36 – Exemplos de flambagem em barras retas. (A): flambagem radial, (B) flambagem com tendência devido ao plano da curvatura inicial.

Outra imperfeição inicial gerada no acionamento é a produzida pelo ponto de aplicação da força na barra. Essa variação pequena, mas existente, é gerada pela folga entre o parafuso M6 de aplicação da força e os bordos do rasgo do anel que confina a barra. O rasgo, que foi concebido para receber barras com seção transversal circular e retangular, possui dimensão de 9,50mm e o parafuso, de diâmetro de 6mm, geraram uma folga lateral de 1,75mm. Além dessa folga, existe a curvatura natural do parafuso devido ao diâmetro e a folga existente entre o parafuso e o alojamento deste no copo acionador. Todas essas folgas produziram uma flutuação no ponto de aplicação da força em todos os ensaios.

Naturalmente, por ser um material de produção normal de molas helicoidais da indústria, o aço escolhido carrega em seu bojo outras imperfeições que demandariam uma análise mais profunda envolvendo metalografia e análises físico químicas de caracterização do material a fim de detectar a homogeneidade, a variação do módulo de elasticidade, falhas e defeitos do material, dentre outras possíveis análises que fogem do escopo principal desta dissertação.

Outro ponto interessante a ser discutido é a escolha das condições de contorno e sua comparação com a teoria. Como mencionado anteriormente, as barras, para os ensaios de instabilidade radial, foram confinadas lateralmente pelos rolamentos e as condições de contorno geradas pelos rolamentos superiores. Estes foram aproximados da barra, tanto na parte superior quanto na parte inferior do aparato, de forma a buscar simetria. Exemplos desta montagem podem ser observadas na Figura 21, Figura 24, Figura 28 e Figura 29. Quando os valores de carga medidos são comparados com os valores calculados, percebe-se que as condições de contorno escolhidas estão muito próximas das de uma coluna engastada em ambas as extremidades (vide Tabela 4).

Com relação à instrumentação utilizada, percebe-se que a célula de carga e o LVDT foram suficientes para a detecção e gravação do momento da ocorrência do fenômeno da instabilidade. Para o caso em análise, além do LVDT de 600mm de curso usado em todos os ensaios, foi usada a célula de carga de 1kN. Exemplos de gráficos obtidos com o sistema de aquisição são mostrados na Figura 37.

Figura 37 – Barra 4 - $\varnothing = 5\text{mm}$ – Ensaio 97 – Repetição número 1 – $L_e = 1355\text{mm}$ - sentido radial.

O gráfico A mostra o deslocamento vertical em azul e o carregamento em vermelho ao longo do tempo de medição. O gráfico B mostra detalhe da carga crítica que caracteriza a instabilidade radial ao longo do tempo (momento em que ocorre a flambagem da barra). Neste exemplo a carga de flambagem medida é de 138,60N. Quando comparada com a carga crítica teórica, cujo valor é 138,53N, comprova-se que o aparato reproduz a carga de Euler. No gráfico C observa-se a força versus o deslocamento vertical e, detalhe no gráfico D.

Os gráficos da Figura 38 expõem o comportamento dos valores médios compilados durante os testes para a barra de número 4 nas quatro posições ensaiadas. Define-se L_{med} como o comprimento medido e L_{cal} como o comprimento calculado a partir da carga crítica de flambagem medida e admitindo condições de contorno engastada em ambas as extremidades.

Figura 38 – Barra 4 - $\varnothing = 5\text{mm}$: Compilação de dados médios obtidos durante as medições da P_{cr} (liberdade no sentido radial).

Observa-se nestes gráficos que conforme o comprimento de flambagem é reduzido, a razão entre os valores calculados e medidos de carga e comprimento de flambagem para as quatro orientações da barra aproximam-se. Isso ocorre devido à redução da influência das imperfeições iniciais da barra nos maiores valores de carga medidos. No entanto, a tendência é o afastamento da condição de engastamento ideal. Este ponto será explorado com maiores detalhes no capítulo 7.

5.2 Ensaaios com barras retas de seção transversal retangular

Para os ensaios de instabilidade radial e lateral, a rotação do motor, como mencionada no item anterior, foi mantida a 1500rpm em todos os acionamentos e para cada situação ensaiada, 10 repetições foram efetuadas.

As barras foram testadas em duas orientações chamadas de 0° e 180°. Essas posições caracterizaram-se pela disposição escolhida para a face de 9mm que está sempre encostada nos anéis. A orientação 0° é a escolhida para a primeira bateria de ensaios. Ao final desta, a barra era retirada do aparato e as faces de 9mm trocadas de posição e a barra remontada.

5.2.1 Instabilidade com liberdade Radial

Prosseguindo os ensaios, iniciou-se a preparação do aparato para receber as barras retas com seção transversal retangular e realização dos testes visando o estudo da instabilidade radial (Figura 39). Mantiveram-se os rolamentos solitários e alinhados na posição e afastou-se o conjunto de rolamentos da esquerda. Posicionou-se a primeira barra e o conjunto de rolamentos da esquerda foi aproximado de maneira a deixar uma folga mínima com a barra garantindo que o atrito entre barra e rolamentos fosse minimizado.

Figura 39 – Exemplo de instabilidade radial em barras com seção transversal retangular

Em seguida, as condições de contorno foram criadas para o primeiro comprimento de flambagem. Os comprimentos de flambagem foram mantidos conforme os usados nas barras retas com seção transversal circular. A

Tabela 5 traz estes comprimentos e as cargas de flambagem teóricas calculadas considerando eixo de menor inércia.

As condições de engastamento foram mantidas nos mesmos moldes da barra com seção circular. Os rolamentos superiores foram levemente encostados na face de 9mm da barra, de forma a permitir a movimentação de descida e subida da barra durante os testes sem que o atrito tivesse grande influência.

A Tabela 15 ilustra as cargas críticas medidas para a barra reta com seção retangular no sentido radial.

Tabela 15 – P_{cr} [N] obtidas nos ensaios de 237 a 244 com barra 11 e $L_e = 1355, 1230$ e 975mm .

	Ensaio 237	Ensaio 238	Ensaio 239	Ensaio 242	Ensaio 243	Ensaio 244
Repetição Nr						
1	81,80	96,84	163,49	78,99	92,93	155,37
2	82,78	91,95	162,14	78,56	88,77	154,51
3	82,78	93,60	162,45	79,36	88,40	154,63
4	81,07	94,76	162,63	80,09	86,51	155,00
5	81,37	88,83	162,57	80,21	86,94	154,27
6	82,72	93,42	162,08	79,11	87,06	154,76
7	82,78	94,52	161,04	80,09	87,79	155,00
8	78,44	94,40	160,74	79,84	87,55	155,24
9	82,96	94,40	161,41	79,60	87,61	154,33
10	81,92	94,09	161,10	77,64	87,55	155,12
Média	81,86	93,68	161,97	79,35	88,11	154,82
Comprimento de Flambagem [mm]	1355	1230	975	1355	1230	975
RPM	1500					
0°	X	X	X			
90°						
180°				X	X	X
270°						

As dez barras retas com seção transversal retangular, ensaiadas no sentido radial, permitiram um total de 1000 ensaios.

A Figura 40 exemplifica as medições realizadas na barra 11 ensaio 237. A figura mostra as medições de força e deslocamento vertical (do cabeçote) em função do tempo. É mostrada a fase de carregamento da barra, o momento da carga crítica e em seguida o descarregamento da barra. Pode-se observar que a força não volta ao ponto zero, caracterizando a presença do atrito no retorno.

Figura 40 - Barra 11 – Ensaio 237 – Força em marrom [N] e o deslocamento vertical em azul [mm]. Ambos ao longo do tempo em segundos.

As cargas obtidas durante as medições, quando comparadas com as cargas calculadas teoricamente, mostram que as condições de engastamento estão de acordo com uma coluna engastada em ambas as extremidades e a reprodução da carga de Euler pelo aparato é muito boa. Pelo estudo dos números, observa-se que as diferenças entre as cargas teóricas e as medidas são explicadas pela existência das imperfeições iniciais das barras, cujo efeito é reduzido conforme o comprimento de flambagem varia do maior comprimento para o menor.

Como nas barras de seção circular, as imperfeições mais observadas nas barras retas com seção transversal retangular são relacionadas à curvatura. Esta curvatura variava de acordo com a posição de montagem da barra. Como exemplo do papel exercido pela curvatura inicial nos testes, cita-se a situação em que uma curvatura inicial forte, com a parte côncava voltada para o lado dos anéis, era observada na posição de montagem escolhida para começar os ensaios. Na sequência dos testes

e com a barra na outra posição, observava-se que a carga crítica aumentava devido ao esforço que a barra fazia para vencer esta curvatura contrária à direção do movimento a partir dos anéis, pois agora a parte côncava estava voltada para o lado contrário aos anéis.

Outra imperfeição inicial gerada no acionamento é a produzida pelo ponto de aplicação da força na barra. Essa variação pequena é gerada pela folga de 1,75mm entre o parafuso M6 de aplicação da força e os bordos do rasgo do anel que confina a barra. Já a folga entre a barra de 9mm e parede lateral do rasgo é de 0,25mm e mantêm a barra bem ajustada. A curvatura natural do parafuso, devida ao diâmetro, e a folga existente entre o parafuso e o alojamento deste no copo acionador produzem outra folga. Todas essas folgas geram uma flutuação no ponto de aplicação da força em todos os ensaios.

Sem dúvida, uma análise mais profunda das possíveis imperfeições iniciais, como as citadas no item anterior, poderia ser realizada, mas não faz parte do escopo deste trabalho. Como discutido anteriormente, o material usado nestas barras de seção retangular 9 x 3mm foi trefilado especialmente para os ensaios, visto que estas dimensões não são normais de produção da indústria de molas helicoidais. O objetivo de confeccionar barras com essas dimensões foi obter espécimes com as mesmas medidas usadas na construção de tendões de tubos flexíveis da indústria petrolífera.

As condições de contorno foram geradas como nos itens anteriores. Exemplo desta montagem pode ser observado na Figura 28.

Com relação à instrumentação utilizada, os mesmos sensores usados nos ensaios com barras de seção circular foram utilizados. Exemplos de gráficos obtidos com o sistema de aquisição são mostrados na Figura 41.

Figura 41 – Barra 12- 9 x 3mm – Ensaio 252 – Repetição número 3 – $L_e = 1355\text{mm}$ - sentido radial.

O gráfico A mostra o deslocamento vertical em azul e o carregamento em vermelho ao longo do tempo de medição. O gráfico B mostra detalhe da carga crítica que caracteriza a instabilidade radial ao longo do tempo (momento em que ocorre a flambagem da barra). Neste exemplo a carga de flambagem medida é de 91,55N. Quando comparada com a carga crítica teórica, cujo valor é 91,44N, comprova-se que o aparato reproduz a carga de Euler. O gráfico C mostra o gráfico da força versus deslocamento vertical; detalhe no gráfico D.

Os gráficos da Figura 42 mostram o comportamento dos valores médios compilados durante os testes para a barra de número 12 nas duas posições ensaiadas.

Figura 42 - Barra 12 - 9 x 3mm - Compilação de dados médios obtidos durante as medições da P_{cr} (liberdade no sentido radial).

Como no caso das barras com seção transversal circular, a influência das imperfeições iniciais vai diminuindo à medida que o comprimento de flambagem é reduzido, quando são comparados os ensaios nas duas possíveis orientações da barra.

5.2.2 Instabilidade com Liberdade Lateral

Finalizados os ensaios de análise da instabilidade radial, iniciou-se o procedimento de ajuste do aparato de testes para a realização dos ensaios de instabilidade lateral com barras retas de seção transversal retangular (Figura 43).

Figura 43 – Exemplo de instabilidade lateral em barras com seção transversal retangular

A barra de número 11 foi instalada como se fosse realizar o ensaio com liberdade radial. Em seguida, todos os rolamentos superiores foram posicionados acima da barra e encostados levemente. Na sequência, os rolamentos solitários à direita foram afastados até o final do furo oblongo liberando espaço para que o fenômeno da instabilidade lateral ocorresse. Com a barra e os rolamentos posicionados, criaram-se as condições de engastamento. Os rolamentos solitários laterais foram aproximados, tanto na parte de cima como na parte inferior do aparato obedecendo aos comprimentos de flambagem escolhidos. Exemplos desta montagem podem ser observados na Figura 29 e na Figura 32.

Os comprimentos livres foram mantidos conforme os usados no item anterior. A Tabela 6 traz estes comprimentos e as cargas de flambagem teóricas calculadas.

As forças calculadas são bastante elevadas, como mostra a Tabela 6 e atenção especial foi dada à instrumentação. O LVDT usado foi mantido e a célula de carga substituída pela de 2kN. Com isso, tomou-se a decisão de somente ensaiar as barras com os comprimentos de flambagem de 1355, 1230 e 975mm de forma a garantir a integridade da célula de carga e dos componentes do aparato de ensaios. Esses componentes, tais como o fuso de esferas, cabeçote, caixa de redução e motor não haviam sido submetidos a tal esforço e todos foram observados nos primeiros ensaios.

Com as definições iniciais tomadas, começaram-se os ensaios visando ao estudo da instabilidade lateral.

O primeiro acionamento da barra 11 mostrou que o ajuste dos rolamentos superiores, apesar de levemente encostados, estavam causando um atrito tão elevado que a barra não conseguia ser acionada. Analisando esse conjunto de rolamentos, percebeu-se que, se a forquilha que suporta o rolete e que promove o confinamento radial fosse girada de 180° e uma porca fosse acrescentada à já existente, ambas com espessura média de 1 mm, o rolete não mais tocaria a barra. Criou-se assim uma folga de aproximadamente 4 mm entre a barra e o rolete em questão.

Essa folga criou uma situação interessante em algumas barras. Elas passaram a sofrer uma leve movimentação no sentido radial para depois flambar lateralmente. Porém a maioria das barras, seguindo as condições de engastamento, flambou lateralmente sem passar pelo estágio supracitado. A compilação de números apresentada na Tabela 16 ilustra as cargas críticas medidas para a barra reta com seção retangular no sentido lateral.

Tabela 16 – Barra 11 - P_{cr} [N] obtidas nos ensaios de 347 a 352 - $L_e = 1355, 1230$ e 975mm

	Ensaio 347	Ensaio 348	Ensaio 349	Ensaio 350	Ensaio 351	Ensaio 352
Repetição Nr						
1	556,95	578,44	860,16	498,11	585,43	888,07
2	520,91	573,31	828,12	505,31	572,01	872,56
3	419,72	567,68	-	507,14	573,96	837,87
4	413,26	522,69	846,15	497,62	556,39	839,95
5	453,02	601,67	408,95	526,30	584,94	843,00
6	440,91	474,76	874,11	523,98	570,30	884,77
7	436,87	554,97	832,21	475,16	570,91	797,08
8	422,19	557,90	877,29	492,98	567,62	780,35
9	441,02	545,06	827,21	518,73	574,82	769,23
10	440,16	455,69	845,77	487,00	583,97	801,23
Média	454,50	543,22	800,00	503,23	574,04	831,41
Comprimento de Flambagem [mm]	1355	1230	975	1355	1230	975

RPM	1500					
0°	X	X	X			
90°						
180°				X	X	X
270°						

As dez barras retas com seção transversal retangular, testadas no sentido lateral, permitiram um total de 600 ensaios.

As cargas críticas medidas durante os ensaios, quando comparadas com as cargas críticas calculadas teoricamente, mostram que as condições de engastamento devido às folgas introduzidas, concordam com uma coluna engastada em uma extremidade e apoiada por pinos na outra. A folga produzida causou uma alteração das condições de contorno até agora utilizadas, de certo modo mostrando mais uma possibilidade para o dispositivo de ensaios. Nesta condição a reprodução da carga de Euler pelo aparato é muito boa.

As imperfeições iniciais observadas nas barras retas com seção transversal retangular são as mesmas observadas nos ensaios de instabilidade radial. São mostrados na Figura 44, exemplos de gráficos obtidos nestas medições.

Figura 44 – Barra 11 – 9 x 3mm – Ensaio 352 – Repetição número 10 – $L_e = 975\text{mm}$.

O gráfico A mostra as curvas de deslocamento vertical, em azul e de carregamento, em vermelho, ao longo do tempo de medição. O gráfico B mostra detalhe da carga crítica que caracteriza a instabilidade radial ao longo do tempo (momento em que ocorre a flambagem da barra). Neste exemplo a carga de flambagem medida é de 818,30N, que quando comparada com a carga crítica teórica para uma barra engastada em ambas as extremidades, cujo valor é 1589,42N, observa-se que as condições de contorno foram alteradas. Comparando o valor obtido com os valores da Tabela 6, encontra-se o valor de 812,99N correspondente a condições de contorno que concordam com uma coluna engastada em uma extremidade e apoiada por pinos na outra. Nos gráficos C e D, observam-se os gráficos da força versus deslocamento vertical e detalhe.

Pode-se observar no gráfico A que o copo acionador sofre uma redução de velocidade a partir dos 3,5mm. Isso ocorre devido ao baixo torque / potência do motor.

Os gráficos da Figura 45 mostram o comportamento dos valores médios compilados durante os testes para a barra de número 11 nas duas posições ensaiadas e para duas condições de contorno.

Figura 45 – Barra 11 - 9 x 3mm – Compilação de dados médios obtidos durante as medições da

P_{cr} Gráficos A, B, C e D: engastada em ambas as extremidades;

Gráficos: E, F, G e H: Engastada – apoiada por pinos
(liberdade no sentido lateral).

Estes gráficos mostram que a redução das influências iniciais à medida que o comprimento de flambagem é diminuído. Eles também mostram as diferenças entre cargas medidas e cargas calculadas caracterizando a mudança nas condições de contorno.

5.3 Considerações sobre os ensaios com barras retas

Ao final dos ensaios com barras retas de seção transversal circular e retangular, contabilizou-se um total de 4060 testes. Deste montante, somente 6 ensaios não puderam ser aproveitados por problemas de gravação do sinal, ou seja, 0,15% do total de ensaios realizados. Isso comprova a robustez do aparato experimental, do sistema de aquisição de dados e a correta escolha dos sensores utilizados. Essa quantidade de ensaios também foi importante nas intervenções realizadas no aparato com o intuito de sanar os problemas encontrados e aumentar a confiança na rigidez do sistema como um todo.

Com relação ao aparato de testes, os ensaios com barras retas foram de grande importância para o conhecimento do dispositivo, a verificação da reprodução das cargas de Euler, o que ocorreu de forma consistente, e para a inspeção da influência das imperfeições iniciais nestas cargas. Outro ponto importante analisado foi o comportamento das condições de contorno geradas em cada situação e a sua aderência a um dos modelos teóricos existentes.

O atrito é um fenômeno importante e interessante que acompanhou todos os ensaios. Em muitos casos foi detectado logo no início, pois não permitia que a barra fosse acionada, exigindo assim a introdução de uma folga entre rolamentos e barras. Em outros casos foi observado no retorno das barras durante o processo de descarregamento. Neste último exemplo, quando o LVDT voltava ao ponto zero, a célula de carga acusava uma carga residual ocasionada pelo atrito.

Vale um comentário sobre as imperfeições iniciais. Sendo as barras produzidas em condições normais da indústria, carregaram consigo imperfeições geradas durante o processo produtivo. Curvatura inicial foi a imperfeição mais observada. Esta variava bastante em cada barra. Algumas vezes apresentava-se de forma leve, quase imperceptível e em outras situações de forma severa. É interessante citar que essas curvaturas foram naturalmente sendo reduzidas e seus efeitos conseqüentemente minimizados, com a diminuição dos comprimentos livres. Um exemplo interessante da influência destas curvaturas pode ser comprovado nos ensaios com barras retas de seção transversal circular. Se a curvatura apresentava-se severa na posição

zero, a carga de Euler medida era menor do que a carga teórica. Já na posição 180° , a curvatura fazia com que a barra tendesse a flambar para o lado dos anéis. Como isso não era possível, o aparato tinha que vencer a força gerada pela barra sendo empurrada na direção dos anéis para em seguida ocorrer a flambagem. E isso, sem sombra de dúvida, ocorria com carga mais elevada.

Com o equipamento de testes ajustado e em pleno funcionamento e com a confiança de que ele estava reproduzindo as condições impostas, partiu-se para os ensaios com barras curvas helicoidalmente conformadas.

6 ESTUDO DE CASO: BARRAS CURVAS

Findados os ensaios com barras retas, começou-se a preparação do aparato de testes para receber as barras helicoidais. O ajuste das barras nos anéis foi, no caso das barras curvas, mais moroso devido à necessidade de desmontar todos os anéis e remontá-los acompanhando o ângulo de conformação para cada barra. Isso ocorria devido à natural variação de produção das barras e à dificuldade inerente ao processo de conformação de uma helicóide com passo longo.

Ensaio com barras helicoidalmente conformadas e posicionadas ao redor de um cilindro sendo estas submetidas a carregamentos de compressão por uma força perpendicular à sua seção transversal são originais e, portanto sem a possibilidade de comparação com modelos existentes, conhecidos e testados. O aparato experimental permite que seja aplicado um carregamento na barra através de uma força muito próxima de uma força seguidora.

Neste estudo de caso, *pôde ser observado que as cargas críticas não foram atingidas*. Espera-se que uma barra helicoidalmente conformada apresente uma carga crítica de flambagem superior às cargas críticas de barras retas com características de ensaio semelhante. Com a finalidade de comparar os valores obtidos durante os ensaios com os valores de cargas críticas para barras retas, cálculos das cargas, segundo a teoria de Euler, foram apresentados nas tabelas do item 4.6. Esses cálculos foram realizados com o comprimento livre calculado.

Todos os testes foram conduzidos dentro do limite elástico do material (Figura 46), possibilitando o uso de cada espécime diversas vezes sem alterar suas características iniciais. Foram ensaiadas barras com ângulos de assentamento de 30° e 35° (Figura 47) em quatro comprimentos livres, sem qualquer evidência de instabilidade. Em uma única situação de ensaio, sob liberdade de deslocamento radial, com barra de ângulo de assentamento de 30° e comprimento livre de ensaio correspondente à altura de ¼ de passo, a carga de compressão foi aumentada até que a amostra entrasse em regime elasto-plástico. Mesmo assim, não houve qualquer evidência de instabilidade.

Figura 46 – Exemplo de comportamento de barra curva livre no sentido radial.

No capítulo 7 serão discutidos os resultados obtidos nos ensaios com barras helicoidalmente conformadas.

O apêndice C mostra o cálculo do elemento de arco ds correspondente ao deslocamento no sentido da hélice e da constante C que converte o deslocamento vertical em deslocamento no sentido da hélice.

Como nas barras retas, a rotação do motor foi mantida a 1500rpm em todos os acionamentos e, para cada situação ensaiada, 10 repetições foram efetuadas. As barras foram testadas em uma única posição, a única possível.

No anexo F, podem ser consultados as filmagens do comportamento das barras realizadas durante os ensaios.

Figura 47 – Ângulos de assentamento

6.1 Barras curvas helicoidalmente conformadas com ângulo de assentamento de 30°

Escolheram-se as barras com ângulo de 30° para o início dos testes. As barras de seção circular foram numeradas de 21 a 30 e as barras de seção retangular de 31 a 40.

6.1.1 Barras curvas com seção transversal circular de diâmetro 5mm

6.1.1.1 Comportamento com Liberdade Radial

Dando continuidade aos ensaios, iniciou-se a preparação do aparato para receber as barras helicoidalmente conformadas com seção transversal circular e realização dos testes do comportamento radial. Os preparativos dos ensaios envolvendo esse tipo de barra exigiram, como já comentados, a desmontagem de todos os anéis e a troca do anel com rasgos.

Desmontados os anéis e escolhida a barra 21 para o primeiro ajuste, iniciou-se a remontagem prendendo, em primeiro lugar, o anel com rasgos no copo acionador e fixando nele a barra. Esta ficou pendurada no início dos ajustes até que os primeiros anéis inferiores fossem montados segundo o ângulo (30°) fornecido pela barra e os rolamentos solitários ajustados. Com os anéis reposicionados, o copo acionador foi ajustado no último anel e a manivela de aproximação travou o conjunto. Na sequência, o outro conjunto de rolamentos foi aproximado deixando uma leve folga. Com essa regulagem, o confinamento lateral foi finalizado.

Em seguida, as condições de contorno foram criadas para o primeiro comprimento livre. Para isso, os rolamentos superiores foram posicionados em cima da barra de forma a manter uma folga entre o rolamento e a barra de 4 mm. Lembra-se que essa folga é necessária para minimizar o efeito do atrito.

Das dez barras helicoidais com seção transversal circular, nove foram ensaiadas no sentido radial, perfazendo um total de 360 ensaios. A décima barra não foi testada devido a problemas de ajuste final.

As barras helicoidais com seção transversal circular ajustaram-se bem ao contorno do cilindro formado pelos anéis. Como consequência direta desse ajuste, observou-se maior influência do atrito entre barra e anéis no início do movimento. A barra inicialmente afastava-se levemente dos anéis para em seguida começar a descida em direção à célula de carga. No retorno, no momento em que o carregamento era retirado, a barra, a partir de certo instante, não mais acompanhava o copo

acionador. Isso é possível observar nos gráficos, através da carga residual restante, após o sensor de deslocamento voltar ao ponto zero e depois de se promover o retorno da barra com as mãos, até encostá-la no parafuso acionador. Neste momento a carga voltava a zero.

Outro ponto analisado foi a posição relativa da barra dentro da fenda do anel com rasgos. Em alguns casos, como por exemplo, a barra 21, a extremidade superior alojou-se obliquamente no rasgo após ajustes. Já a barra 23 alojou-se bem e sem necessidade de regulagens extras, como pode ser visto na Figura 48.

Figura 48 – Exemplos de alojamento da barra no rasgo do anel.

A barra 23 ficou tão bem ajustada no aparato que seu atrito com os anéis era bastante baixo. Isso permitiu que ela ficasse bem solta e com isso a célula de carga registrava, no ponto zero, uma carga em torno de 1N.

Como nos casos anteriores, uma imperfeição inicial que chama a atenção é a produzida pelo ponto de aplicação da força na barra. Essa variação pequena é gerada tanto pela folga de 1,75mm entre o parafuso M6 de aplicação da força e os bordos do rasgo do anel que confina a barra quanto pela folga entre barra e borda do rasgo. Essa folga entre a barra de 5mm de diâmetro e a parede do rasgo é de 2,25mm. Todas essas folgas (Figura 49) produziram uma flutuação no ponto de aplicação da força em todos os ensaios.

Figura 49 – Folgas entre barra e parafuso acionador e barra e borda do rasgo.

Sem dúvida, uma análise mais aprofunda das possíveis imperfeições iniciais poderia ser realizada, mas não faz parte do escopo deste trabalho. A Figura 50 exemplifica os ensaios desenvolvidos com as barras em questão.

Figura 50 – Barra 21 – $\Phi = 5 \text{ mm}$ - Ensaio 407 – Repetição número 01 – $L_e = 1365 \text{ mm}$.
(liberdade no sentido radial)

O gráfico A mostra o deslocamento vertical em azul e o carregamento em vermelho ao longo do tempo de medição. O gráfico B mostra detalhe da curva de carregamento. Nos gráficos C e D, observam-se os gráficos da força versus deslocamento vertical e o detalhe da curva de carregamento respectivamente.

6.1.1.2 Comportamento com liberdade Lateral

Findos os ensaios do comportamento radial, iniciou-se a preparação do aparato para os testes de deslocamento lateral com as barras de seção circular. Novamente, os preparativos dos ensaios exigiram a desmontagem de todos os anéis para ajuste e adequação às variações de cada barra.

Desmontados os anéis e escolhida a barra 21 para os ajustes iniciais, o procedimento de regulação seguiu os mesmos passos citados anteriormente. Os ensaios com as nove barras retas com seção transversal circular forneceram um total de 360 ensaios.

São válidas para este caso, as mesmas observações feitas no item anterior referentes ao efeito do atrito e às imperfeições iniciais.

Os gráficos apresentados na Figura 51 mostram exemplo dos dados analisados.

O gráfico A mostra a curva de deslocamento vertical em azul e a de carregamento em vermelho, ao longo do tempo de medição. O gráfico B mostra detalhe do carregamento. No gráfico C, observa-se o gráfico da força versus deslocamento vertical; com detalhe, em D.

Figura 51 – Barra 21 – $\varnothing = 5\text{mm}$ - Ensaio 531 – Repetição número 05 – $L_e = 1365\text{mm}$
(Liberdade no sentido lateral)

6.2 Barras com seção transversal retangular 9 x 3mm

6.2.1 Comportamento com Liberdade Radial

Finalizados os ensaios de deslocamento radial com as barras helicoidais com seção circular, preparou-se o aparato para receber as barras helicoidalmente conformadas com seção transversal retangular e a realização dos testes de comportamento radial. Do mesmo modo que nas barras com seção circular, os preparativos destes ensaios exigiram a desmontagem de todos os anéis. Neste caso, foi necessário a desmontagem e ajuste de cada anel em todas as preparações para a colocação do espécime a ser ensaiado, devido às variações de produção, um pouco mais acentuadas nestas barras.

Desmontados os anéis e escolhida a barra 31 para o primeiro ajuste, iniciou-se a remontagem prendendo o anel com rasgos no copo acionador e fixando nele a barra. Toda a sequência de regulação e confinamento lateral é idêntica à praticada no item anterior. As dez barras retas com seção transversal retangular testadas permitiram um total de 400 ensaios.

O ajuste das barras helicoidais com seção transversal retangular ao contorno do cilindro formado pelos anéis é bastante laborioso, já que a tendência desse tipo de geometria é sofrer uma torção durante o processo de fabricação. Isso exigiu um trabalho cuidadoso na fabricação das barras e as variações, inerentes ao processo de manufatura, exigiram montagens individuais a fim de respeitar as características de cada espécime.

Neste conjunto de barras, a presença do atrito é maior devido às imperfeições iniciais e a área de contato entre barra e anéis. Assim, como nas barras anteriormente testadas, a principal imperfeição encontrada é a curvatura inicial. A influência do atrito pode ser observada no retorno da barra, quando, a partir de certo ponto, a barra não continua seu regresso até o ponto inicial permanecendo acionando a célula de carga.

Outro ponto analisado foi a posição relativa da barra dentro da fenda do anel com rasgos. Em alguns casos, como por exemplo, a barra 31, a extremidade superior exigiu um ajuste especial para alojar-se no rasgo. Por outro lado, a barra 40 acomodou-se perfeitamente, como pode ser visto na Figura 52.

Novamente existe a imperfeição inicial produzida no ponto de aplicação da força na barra. Essa variação pequena é produzida tanto pela folga de 1,75mm entre o parafuso M6 de aplicação da força e os bordos do rasgo do anel que confina a barra como pela folga entre a barra e a parede lateral do rasgo que é de 0,25mm. A soma dessas folgas causa uma flutuação no ponto de aplicação da força em todos os ensaios (Figura 53).

Barra 40

Barra 31

Figura 52 – Exemplos de alojamento da barra no rasgo de 30° do anel.

Figura 53 - Folgas entre barra e parafuso acionador e barra e borda do rasgo.

Como nos itens anteriores, uma análise aprofundada das possíveis imperfeições iniciais poderia ser realizada, porém não é o objetivo principal deste trabalho.

Os gráficos apresentados na Figura 54 mostram exemplo dos dados analisados.

Figura 54 – Barra 31 – 9 x 3mm - Ensaio 443 – Repetição número 2 – $L_e = 1365\text{mm}$
(Liberdade no sentido radial).

O gráfico A mostra a curva do deslocamento em azul e a do carregamento em vermelho, ao longo do tempo de medição. O gráfico B mostra detalhe da carga. No gráfico C, observa-se o gráfico da força versus deslocamento; detalhe no gráfico D.

6.2.2 Comportamento com Liberdade Lateral

Concluídos os ensaios radiais com as barras helicoidais de seção retangular, iniciou-se a preparação do aparato para os testes de comportamento com liberdade lateral. Novamente, os preparativos dos ensaios exigiram a desmontagem de todos os anéis para ajuste e adequação às variações de cada barra.

Desmontados os anéis e escolhida a barra 31 para as adequações necessárias, o procedimento de ajuste foi idêntico ao descrito no item anterior. A diferença neste caso concentra-se no modo de posicionar a barra e os anéis. A primeira ação era

posicionar a barra nos anéis e verificar a distância relativa entre ela e os rolamentos. Em todas as 10 barras foi necessária a desmontagem de dois terços dos anéis e a remontagem destes um a um segundo o ângulo de conformação da barra. Em seguida, o conjunto de rolamentos da esquerda era aproximado e os rolamentos superiores ajustados na barra. Os rolamentos solitários foram mantidos afastados e posicionados no extremo direito do furo oblongo, e as condições de contorno criadas para o primeiro comprimento de flambagem.

Os ensaios com as dez barras retas com seção transversal retangular forneceram um total de 400 ensaios. São válidas para este caso, as mesmas observações feitas no item anterior referentes ao atrito e às imperfeições iniciais.

Os gráficos apresentados na Figura 55 mostram exemplo dos dados analisados.

Figura 55 – Barra 31 – 9 x 3mm - Ensaio 495 – Repetição número 04 – $L_e = 1365\text{mm}$.

(liberdade no sentido lateral)

O gráfico A mostra o deslocamento em azul e o carregamento em vermelho ao longo do tempo de medição. O gráfico B mostra detalhe da carga. No gráfico C, observa-se o gráfico da força versus deslocamento; detalhe da evolução do carregamento, no gráfico D.

6.3 Barras com seção transversal retangular 9 x 3mm – Instrumentada

Durante os ensaios, observou-se que, no caso das barras helicoidalmente conformadas, o gráfico de evolução do carregamento não evidencia cargas críticas de instabilidade. Decidiu-se, portanto, usar a extensometria como método de análise experimental adicional.

Com esse objetivo, a barra de número 37 foi instrumentada com dois extensômetros do tipo triaxial e quatro do tipo uniaxial. Os extensômetros triaxiais foram colados no centro da barra e em faces opostas. Já os uniaxiais foram colados, também em ambas as faces, acima e abaixo do centro da barra a uma distância tal que os extensômetros ficaram geometricamente a $+ 90^\circ$ e $- 90^\circ$ do centro da barra. A Figura 56 mostra o posicionamento dos extensômetros.

Após a instrumentação, a barra foi cuidadosamente montada no aparato e as ligações dos extensômetros com o sistema de aquisição de dados providenciadas. Essas ligações foram alteradas nos extensômetros uniaxiais, para as medições de flexão e de compressão.

Com o intuito de manter a integridade dos extensômetros e conhecer o comportamento dos mesmos durante os primeiros ensaios, escolheram-se 1365, 1050 e 720mm como as alturas livres de ensaio a serem testadas. Para cada teste, 5 repetições foram realizadas e um total de 55 ensaios executados nos sentidos radial e lateral.

Figura 56 – Barra instrumentada e posição dos extensômetros

Os gráficos apresentados na Figura 57 ilustram os resultados obtidos dos ensaios nos sentidos radiais e laterais. Nestes gráficos observa-se o comportamento da barra com relação ao carregamento aplicado e a evolução da compressão e flexão ao longo do tempo nos pontos instrumentados.

A torção, à qual a barra é submetida ao longo dos ensaios com liberdade no sentido lateral, pode ser visualizada nos gráficos abaixo. Observa-se que a torção aumenta até $1,125\mu\text{m/m}$ (gráfico C) e em seguida começa a diminuir. Esse ponto coincide com o momento em que a força altera sua inclinação e a carga sobe mais rapidamente. Devido às limitações físicas do dispositivo não foi possível chegar ao ponto de bifurcação.

Figura 57 - Barra 37 – 9 x 3mm – (A) Liberdade sentido Radial: Ensaio 484 – Repetição número 03 – (B), (C) Liberdade sentido Lateral: Ensaio 491 – Repetição número 2. Todos em função do tempo.

Outro ponto interessante que pode ser observado no gráfico (C) é a torção residual de $0,7\mu\text{m/m}$ que coincide com a força residual de 19,05N devido ao efeito do atrito.

6.4 Barras curvas helicoidalmente conformadas com ângulo de assentamento de 35°

Os ensaios com barras com ângulo de assentamento de 35° seguiram os mesmos passos dos ensaios realizados com as barras de ângulo de assentamento de 30° . Neste caso, foram ensaiadas somente as barras de seção transversal retangular numeradas de 41 a 50.

6.4.1 Comportamento com Liberdade Radial

A montagem das barras e ajuste dos anéis seguiu os mesmos procedimentos realizados nas barras testadas. Iniciaram-se os ensaios com a barra de número 41 criando-se as condições de contorno para o primeiro comprimento livre. As dez barras retas com seção transversal retangular testadas permitiram um total de 360 ensaios. A barra 50 não foi ensaiada devido a problemas de acomodação no dispositivo.

A imperfeição inicial produzida no ponto de aplicação da força na barra é relevante e produz uma variação na aplicação do carregamento. Essa variação pequena é produzida tanto pela folga de 1,75mm entre o parafuso M6 de aplicação da força e os bordos do rasgo do anel que confina a barra como pela folga entre a barra e a parede lateral do rasgo que é de 0,25mm. A soma dessas folgas causa uma flutuação no ponto de aplicação da força em todos os ensaios (vide Figura 53).

Os gráficos apresentados na Figura 58 mostram exemplos dos dados analisados. É notório o efeito do atrito no descarregamento (gráfico A).

O gráfico A mostra: deslocamento vertical em azul e carregamento em vermelho, ao longo do tempo de medição. O gráfico B mostra detalhe do carregamento. No gráfico C, observa-se o gráfico da força versus deslocamento vertical; detalhe em D.

Figura 58 – Barra 41 – 9 x 3mm - Ensaio 571 – Repetição número 8 – $L_e = 1365\text{mm}$
(liberdade no sentido radial)

6.4.2 Comportamento com Liberdade Lateral

Concluídos os ensaios de comportamento livre na direção radial, iniciou-se a preparação do aparato para os testes com liberdade na direção lateral. Novamente, os preparativos dos ensaios exigiram a desmontagem de todos os anéis para ajuste e adequação às variações de cada barra. Iniciaram-se os ensaios com a barra 47.

Dando seqüência ao conjunto de medidas necessárias ao desenvolvimento dos ensaios, foram criadas as condições de contorno para o primeiro comprimento livre de ensaio. Para isso, os rolamentos solitários foram aproximados da barra e fixados. Os ensaios, neste caso, foram realizados nas barras 47, 48 e 49.

Os gráficos apresentados na Figura 59 mostram exemplos dos dados analisados. Novamente, o efeito do atrito, no carregamento e descarregamento, é visível.

Figura 59 – Barra 47 – 9 x 3mm - Ensaio 619 – Repetição número 04 – $L_e = 1365\text{mm}$.
(liberdade no sentido lateral)

O gráfico A mostra o deslocamento vertical em azul e o carregamento em vermelho, ao longo do tempo de medição. O gráfico B mostra detalhe do carregamento. No gráfico C, observa-se o gráfico da força versus deslocamento vertical; detalhe no gráfico D. Notar o patamar inicial na curva de carregamento, com valor aproximado de 2,5N. Seu significado será discutido no capítulo seguinte.

6.5 Barras com comprimento de flambagem correspondente a um passo e a um quarto de passo.

Durante os ensaios, percebeu-se que o tamanho da amostra e a utilização de grande quantidade de rolamentos para criar as condições de contorno, influenciavam os resultados através do atrito gerado e das acomodações

necessárias. Assim, resolveu-se reduzir o tamanho da altura da amostra e realizar ensaios com comprimentos de flambagem correspondentes a um (1) passo e a um quarto ($1/4$) de passo.

A primeira é uma escolha natural, posto que o passo da hélice é um dos dois parâmetros geométricos que caracterizam este tipo de curva. A segunda escolha está associada à observação experimental de que o comprimento típico da região de instabilidade, do tipo *birdcaging*, em tubos flexíveis, tem ordem de magnitude de um (1) a dois (2) diâmetros de assentamento da hélice; ver CUSTÓDIO [11]. No presente caso, a relação $\frac{1}{4}$ de passo-diâmetro é de 1,36 no caso de ângulo de assentamento de 30° e de 1,12, se este ângulo for de 35° .

Decidiu-se realizar ensaios com liberdade no sentido radial e lateral. Foram realizados ensaios com barras com ângulo de assentamento de 30° e 35° , sendo que para cada situação 5 repetições foram realizadas. A Figura 60 mostra exemplos dos dados obtidos para barra com comprimento de flambagem L_e equivalente a um passo.

O dispositivo modificado para ensaios com as barras acima citadas, é mostrado na Figura 61. No capítulo seguinte, os resultados obtidos nesses ensaios são analisados e discutidos.

Figura 60 - Barra 33 – 9 x 3mm – Ensaio 638 – Repetição número 10 – $L_e = 880\text{mm}$. – $\beta = 30^\circ$.

(liberdade no sentido radial)

Figura 61 – Vista do dispositivo modificado para ensaios em barras com L_e correspondente a um passo.

7 RESULTADOS DE ANÁLISE E DISCUSSÕES

Neste capítulo apresentar-se-ão os resultados das análises dos ensaios realizados com barras retas e helicoidalmente conformadas e uma discussão acerca dos mesmos. O capítulo está dividido em duas partes sendo que a primeira versa sobre as barras retas e a segunda sobre as barras helicoidalmente conformadas.

Os ensaios com barras retas permitiram o conhecimento pleno do aparato, a recuperação das cargas de Euler e a análise do grau de engastamento a que as barras foram submetidas. Evidenciou-se também a influência do atrito nos ensaios através da análise dos gráficos.

Por sua vez, os ensaios com barras curvas permitiram avaliar seu comportamento quando livres para deslocarem-se no sentido radial ou lateral e observar o efeito do atrito e das imperfeições iniciais no resultado dos testes. Outro ponto importante a destacar foi a comprovação de que o aparato experimental possui limitações e deve ser modificado para que as cargas críticas sejam atingidas. O curso do cabeçote e o torque do motor de passo foram as limitações físicas determinantes.

Em ambos os casos, os dados obtidos nos ensaios foram confrontados com as cargas críticas apresentadas nas tabelas do item 4.6. No caso das barras retas, a comparação foi direta. Nas barras curvas, o objetivo foi comparar as cargas medidas com as cargas críticas calculadas para barras retas, utilizando um comprimento livre igual ao usado nos ensaios com barras curvas. É esperado que as cargas críticas em barras curvas sejam maiores que as de barras retas.

7.1 Barras retas

Os ensaios com barras retas de seção transversal circular e retangular forneceram um total de 4060 ensaios. Esses testes foram de extrema importância no ajuste global do dispositivo, no conhecimento do modo de operação do mesmo e na elaboração da metodologia de ensaios para cada caso estudado.

A reprodução das cargas de Euler foi um dos objetivos dos ensaios com barras retas. Em ambas as seções transversais, as cargas foram recuperadas e as divergências existentes foram devidas às imperfeições iniciais, especialmente as de curvatura, cujos efeitos foram sendo reduzidos à medida que o comprimento de flambagem foi diminuído. Os itens 5.1 e 5.2 mostram as cargas críticas medidas durante os ensaios e a reprodução das cargas críticas teóricas. Nesses itens os gráficos mostram claramente o momento (ponto de bifurcação) em que ocorre a flambagem e pode-se, sem sobra de dúvida, afirmar que este é o ponto onde a rigidez da barra à carga axial é alterada de maneira significativa.

Como já citado anteriormente, as condições de engastamento foram construídas com o intuito de reproduzir uma coluna engastada em ambas as extremidades. Ao analisar as cargas medidas nos ensaios com liberdade no sentido radial, percebe-se que as barras retas com seção circular e com seção retangular reproduziram a condição estipulada em projeto. Esta constatação foi realizada através da análise das cargas medidas em comparação às cargas teóricas calculadas usando a teoria de Euler. Já a análise das cargas medidas com as barras de seção retangular ensaiadas com liberdade no sentido lateral, mostrou que as condições de engastamento aproximam-se de barras retas engastadas em uma extremidade e apoiadas por pinos na outra extremidade. Neste último caso e como já mencionado anteriormente, foi necessário afastar levemente os rolamentos superiores de forma a permitir uma pequena folga, eliminando assim a força normal atuando na face de 9 mm da barra e conseqüentemente o atrito gerado.

As análises das condições de engastamento feitas até esse ponto são baseadas nas cargas medidas confrontadas com as cargas teóricas calculadas com base na teoria de Euler. Com o intuito de analisar de forma consistente a influência das condições de contorno e o grau de engastamento nos ensaios nos cálculos a seguir, condições de contorno gerais para uma coluna com extremidades elasticamente restritas a rotação e rigidamente restritas a deslocamentos laterais, conforme ilustrado na Figura 62. Essa teoria está desenvolvida em BRUSH e ALMROTH [9] página 24 e é resumida a seguir.

Figura 62 – Modelo de instabilidade em barra vertical [36]

As condições de contorno gerais para a barra da Figura 62 são expressas como

$$\begin{aligned}
 y = 0 \quad \text{e} \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{M_1}{\alpha_1} \quad \text{em} \quad x = 0 \\
 y = 0 \quad \text{e} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{M_2}{\alpha_2} \quad \text{em} \quad x = L
 \end{aligned} \tag{15}$$

onde M_1 e M_2 são os momentos fletores e α_1 e α_2 as constantes de molas flexionais nas extremidades da barra.

Utilizando a equação geral de equilíbrio (2) e tomando como solução geral

$$y = A \sin kx + B \cos kx + Cx + D, \tag{16}$$

sendo $k^2 = \frac{P}{EI}$ conforme já definido,

e manipulando as condições de contorno e as equações, chega-se à equação característica,

$$(1 - \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_1 \lambda_2 \Phi^2) \Phi \sin \Phi + (2 + \lambda_1 \Phi^2 + \lambda_2 \Phi^2) \cos \Phi - 2 = 0, \tag{17}$$

onde os parâmetros λ_1 , λ_2 e Φ são definidos pelas relações

$$\lambda_1 = \frac{EI}{\alpha_1 L}, \lambda_2 = \frac{EI}{\alpha_2 L} \text{ e } \Phi = kL \quad (18)$$

Uma solução aproximada baseada em cálculos numéricos foi desenvolvida por NEWMARK apud BRUSH e ALMROTH [9]

$$\Phi^2 = \pi^2 \frac{(\lambda_1 + 0,4)(\lambda_2 + 0,4)}{(\lambda_1 + 0,2)(\lambda_2 + 0,2)} \quad (19)$$

$$P_{cr} = \frac{(\lambda_1 + 0,4)(\lambda_2 + 0,4)}{(\lambda_1 + 0,2)(\lambda_2 + 0,2)} \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (20)$$

A equação (20) nos fornece a carga crítica de flambagem de uma barra em função das constantes de rigidez nas extremidades da barra.

Considerando que $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ e inserindo as cargas críticas médias, medidas durante os ensaios realizados, na equação (20) obtém-se o parâmetro λ . Com esse parâmetro calculado, determina-se o *grau de engastamento* ($1 - \lambda$) das barras. Uma expressão para o grau de engastamento pode ser obtida a partir da manipulação da expressão (20):

$$1 - \lambda = \frac{1,4 \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{EI}{P_{cr}}} - 1,2}{\frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{EI}{P_{cr}}} - 1} \quad (21)$$

A Figura 63 exemplifica a curva fornecida por esta expressão. O gráfico foi construído com os resultados do ensaio 97 (10 repetições) da barra 4 ($L_e = 1355\text{mm}$ – orientação de ensaio 0°). Neste caso, as 10 repetições estão muito próximas da carga de Euler calculada (138,53N) e observa-se que o grau de engastamento varia de 99,5% a 100%. Esse exemplo mostra que o grau de engastamento, para barras

com liberdade no sentido radial e comprimento elevado é muito bom e que as condições de contorno para uma barra engastada em ambas as extremidades são reproduzidas.

Figura 63 – Grau de engastamento x Carga Crítica – Barra 4 – $\varnothing = 5\text{mm}$ – Ensaio 97 – Orientação 0° (liberdade no sentido radial)

Analisando os valores obtidos para $(1 - \lambda)$, observa-se que o grau de engastamento decresce com a diminuição do comprimento de flambagem. Nos maiores comprimentos de flambagem dos ensaios na direção radial, tanto para barras com seção circular quanto retangular, a variação do grau de engastamento está entre 90% e 100%. Já para valores menores do comprimento de flambagem, a variação ocorre entre 70% e 90%. Na barra com seção retangular e com liberdade no sentido de flambagem lateral, o grau de engastamento é menor e varia de 65% a 82%.

Com os valores de cargas críticas determinados pelos ensaios, calculou-se os valores de $(1 - \lambda)$ para cada barra, em cada posição de montagem e para os comprimentos de flambagem ensaiados. Em seguida, uma média por barra e por comprimento foi determinada. Por fim, as médias das médias por comprimento foram computadas, obtendo-se o grau de engastamento médio para cada comprimento ensaiado.

Os gráficos gerados com o grau de engastamento médio das barras retas, com seção transversal circular e retangular, são apresentados nas Figura 64, Figura 65 e Figura 66 ratificando a diminuição do engastamento com a redução do comprimento livre de ensaio.

Figura 64 – Grau de engastamento médio x L_e - Barras retas - Ø= 5mm (liberdade no sentido radial)

Figura 65 - Grau de engastamento médio x L_e - Barras retas - 9 x 3mm (liberdade no sentido radial)

Figura 66 - Grau de engastamento médio x L_e - Barras retas - 9 x 3mm (liberdade no sentido lateral)

É interessante notar que, no caso dos ensaios no sentido lateral, a carga crítica medida está próxima de uma barra modelável como se engastada em uma extremidade e praticamente apoiada por pinos na outra. Como exemplo, cita-se o ensaio 252 da barra 11 na posição de ensaio 180°. Os valores de carga obtidos para o comprimento de flambagem de 975mm estão próximos dos valores calculados para uma barra engastada em uma extremidade e apoiada por pinos na outra (812,99N), conforme Tabela 6. Para uma barra engastada em ambas as extremidades, o cálculo da carga crítica através da teoria de Euler fornece 1589,42N. Este exemplo mostra que as condições de contorno inicialmente projetadas foram modificadas pelas folgas introduzidas nestes ensaios.

7.2 Barras curvas

Tendo adquirido conhecimento acerca do comportamento do dispositivo experimental através do estudo das barras retas e conhecendo sua capacidade de reproduzir as cargas de Euler, iniciaram-se os ensaios com barras curvas. A ausência de referências que permitissem comparar os resultados advindos dos ensaios ampliou o grau de dificuldade na compreensão dos mesmos e na determinação de eventuais pontos de instabilidade da estrutura.

Estudando a literatura disponível sobre ensaios em colunas retas de SINGER, ARBOCZ e WELLER [36] e [37], depreende-se que os ensaios experimentais em barras apresentam uma grande variação em seus dados devido a razões como, por exemplo:

- Imperfeições geométricas (desalinhamento);
- Excentricidade na aplicação do carregamento;
- Não homogeneidade do material;
- Tensão residual;
- Variação na aplicação do carregamento devido ao sistema (motor);
- Imperfeições nos apoios.

Sem dúvida, os ensaios com barras curvas sofrem esses efeitos e outros como o atrito entre as barras e cilindro, o atrito entre barra e rolamentos, imperfeições geradas no processo produtivo de conformação, imperfeições no contato entre barra e o parafuso que aplica o carregamento, dentre outros.

Os autores citam que a flambagem local de barra pode ser verificada através do decréscimo da sua rigidez axial e visualizada nos gráficos através da mudança de inclinação da curva.

Com esses pontos em mente, os dados obtidos nos ensaios de barras curvas foram analisados. Cumpre salientar que, as análises foram realizadas sobre os testes em barras curvas com ângulos de assentamento de 30° e 35°. Para a manipulação dos dados ensaiados utilizou-se o programa AqDAnalysis e rotinas Matlab.

É importante frisar que as medições com trena laser ocorreram de tal forma que a barra aproximava-se da trena (Figura 67). Como o zero da trena está na barra, os dados obtidos para o deslocamento radial são negativos e podem ser visualizados nos gráficos das figuras retiradas do AqDAnalysis. A manipulação dos dados em Matlab permitiu inverter o sinal dos dados e os gráficos gerados a partir deste programa apresentam o deslocamento radial positivo.

Figura 67 – Posicionamento da trena laser no meio do vão livre

Os ensaios iniciais foram realizados com quatro comprimentos livres diferentes, iniciando-se com o de maior valor. As amostras tinham aproximadamente uma altura total de dois passos (2 h) (Figura 68) e os comprimentos livres L_e de ensaios correspondentes a H, eram ajustados conforme já descrito. Naturalmente, o número de rolamentos que promoviam o confinamento aumentava conforme o comprimento livre diminuía.

As análises dos gráficos mostraram que esse aumento no número de rolamentos confinantes causava um aumento no efeito do atrito. Como consequência, vencer este atrito e eliminar as folgas próprias do aparato foi a primeira fase de todos os ensaios. Essa fase do ensaio pode ser vista nos gráficos, logo no início das medições e foi notada durante os testes através da observação direta da barra.

Para diminuir esses efeitos, decidiu-se ensaiar barras menores. A nova altura de ensaio escolhida foi a correspondente a um passo. Assim, as barras foram cortadas com uma altura total tal que permitisse o uso de apenas 3 rolamentos na geração das condições de engastamento e a redução da influência de folgas e atrito.

Figura 68 – Vista do aparato para ensaios com barras de altura total próximas a dois passos.

Os gráficos da Figura 69 ilustram a diferença existente entre ensaios com liberdade no sentido radial, com amostras de seção transversal retangular, cujas alturas H de ensaio são 1365 e 735mm. É possível observar que o vencimento do atrito e o ajuste das folgas no carregamento ocorreram, para o gráfico (A) em torno dos 10N e no (B) por volta de 5N.

A influência do atrito no retorno também é evidente nos dois gráficos. No (A), a barra retorna até o ponto onde ela fica presa pelo atrito e permanece acionando a célula ao redor dos 10N. Já o gráfico (B), mostra este efeito em torno dos 6N. É interessante observar que a ordem de grandeza da influência do atrito e das folgas do aparato, no carregamento e no descarregamento, é a mesma.

Comparando os valores máximos de carga aplicados na barra nas duas situações da Figura 69 com os valores da Tabela 9 que mostra as cargas críticas de flambagem (engastada em ambas as extremidades) de uma barra reta de mesmo comprimento, observa-se que o valor de 15N está muito distante do calculado para uma barra reta segundo a teoria de Euler. Em outras palavras, certamente a

instabilidade de barra curva não foi atingida. As filmagens realizadas (apêndice F) corroboram essa afirmação. Nelas, não é possível visualizar o momento da flambagem como nas barras retas.

(A)

Figura 69 – Barra 33 – 9 x 3mm – Ensaios 451 e 682 - Gráfico A: H = 1365mm.

Gráfico B: H = 735mm (um passo) ($\beta = 30^\circ$) (liberdade no sentido radial).

Em ambos os gráficos observa-se que a repetibilidade dos ensaios é muito boa. Esse fato comprova que a metodologia de teste e o dispositivo estavam bem afinados.

Nos ensaios com liberdade no sentido lateral, a influência do atrito e folgas pode ser visualizada na Figura 59 do item 6.4.2, onde um patamar próximo a 2,5N no carregamento mostra este efeito.

Os gráficos, mostrados na Figura 70, obtidos com os dados da barra 33 de comprimento livre de ensaio L_e correspondente a um passo, mostram $P \times d_{\text{ver}}$ e d_{rad} (medido com trena laser) $\times d_{\text{ver}}$. Novamente a repetibilidade e a região de ajuste, em função de folgas e atrito, ficam evidentes. O deslocamento vertical pode ser

convertido em deslocamento tangente à hélice (ds) através da multiplicação pela constante C calculada com base na teoria de hélice cilíndrica. A dedução da constante e seus valores para um passo e $\frac{1}{4}$ de passo são apresentados no apêndice E.

(A)

(B)

(C)

(D)

Figura 70 – Barra 33 – 9 x 3mm – $\beta = 30^\circ$ – L_e correspondente a um passo – A: dados brutos do ensaio – B: $P \times d_{ver}$ – C: $d_{rad} \times d_{ver}$ – D: $P \times d_{rad}$ (liberdade no sentido radial)

Neste exemplo, observa-se um comportamento interessante da barra no sentido radial detectado pela medição com trena laser. Examinando-se os gráficos (C) e (D), percebe-se que a barra, sendo submetida ao carregamento, começa a retornar no sentido dos anéis quando o deslocamento vertical atinge 20mm e o deslocamento radial 54,35mm. Provavelmente, a barra sofre uma flexo-torção maior na região de medição fazendo-a retornar, enquanto o restante da barra continua se distanciando.

Da mesma forma, as barras foram ensaiadas com comprimento livre de ensaio correspondente a $\frac{1}{4}$ de passo. Para que esses ensaios pudessem ser realizados, rolamentos foram aproximados até que o comprimento a ser testado estivesse na medida desejada. Os gráficos da Figura 71 mostram detalhes dos ensaios realizados com a barra 33.

(A)

(B)

(C)

(D)

Figura 71 - Barra 33 – 9 x 3mm – $\beta = 30^\circ$ – H = 190mm (1/4 passo) – A: dados brutos do ensaio – B:

$P \times d_{ver}$ – C: $d_{rad} \times d_{ver}$ – D: $P \times d_{rad}$. (liberdade no sentido radial)

Estudando minuciosamente os gráficos do carregamento versus o deslocamento vertical obtidos para os comprimentos livres ensaiados nas diversas barras, chama a atenção o fato de que após a região de ajuste e vencimento do atrito, a barra, em geral, segue linearmente seu trajeto reforçando o fato de que a carga de flambagem para barras curvas não foi atingida devido a limitações do aparato.

A Tabela 17 exibe valores para barras ensaiadas com comprimento livre correspondente a 1 passo e $\frac{1}{4}$ de passo. São expostos os valores da constante C, que converte o valor da altura de teste H em comprimento livre L_e de ensaio na direção da hélice (d_s) e o coeficiente de rigidez k da curva na região após influência do atrito e folgas para os ângulos de assentamento ensaiados.

Tabela 17 – Dados gerais dos ensaios com barras curvas com H correspondente a 1 passo e $\frac{1}{4}$ de passo. ΔP : variação da carga; Δd_{ver} : variação do deslocamento.

		$\beta = 30^\circ$		Seção Transversal: 9 x 3 mm		Radial			
Barra	Ensaio	H [mm]	L_e [mm]	C	L_e/H	ΔP [N]	Δd_{ver} [mm]	k [N/mm]	Obs
33	682	735	861,42	1,172	1,172	5	11,17	0,45	
33	638	720	848,16	1,178	1,178	5	11,5	0,43	
36	680	780	900,12	1,154	1,154	5,42	6,14	0,88	
36	675	780	900,12	1,154	1,154	3,98	10	0,40	
36	676	780	900,12	1,154	1,154	5,33	8,52	0,63	1° patamar
36	676	780	900,12	1,154	1,154	5	4,34	1,15	2° patamar
36	632	710	839,93	1,183	1,183	10	29,32	0,34	
38	684	735	861,42	1,172	1,172	8	16,22	0,49	
38	635	720	848,16	1,178	1,178	15	30,17	0,50	
38	636	720	848,16	1,178	1,178	10,85	22,31	0,49	
33	683	190	487,73	2,567	2,567	50	2	25,00	1° patamar
33	683	190	487,73	2,567	2,567	100	2	50,00	2° patamar
36	681	190	487,73	2,567	2,567	150	2,25	66,67	
36	672	200	491,6	2,458	2,458	114,29	2	57,15	
36	677	205	493,64	2,408	2,408	400	6,67	59,97	
38	674	200	491,6	2,458	2,458	200	6	33,33	

		$\beta = 35^\circ$		Seção Transversal: 9 x 3 mm		Radial			
Barra	Ensaio	H [mm]	L_e [mm]	C	L_e/H	ΔP [N]	Δd_{ver} [mm]	k [N/mm]	Obs
42	656	740	865,06	1,169	1,169	5	9,38	0,53	
47	653	740	865,06	1,169	1,169	10	19,05	0,52	
49	650	740	865,06	1,169	1,169	10	16,62	0,60	
42	659	205	493,64	2,408	2,408	200	14,71	13,60	

Os valores dos coeficientes de rigidez das curvas, excluindo a região de influência do atrito e folgas, ratificam a linearidade das curvas e sua repetibilidade ao redor de uma média. A eliminação da região de ajuste deu-se através de uma translação do gráfico em estudo para a origem (Figura 74).

Um ponto interessante de discussão ocorre quando a trena detecta uma variação acentuada no comportamento da barra. Isso ocorre na barra com comprimento livre de ensaio correspondente a um passo, a aproximadamente 12N e na barra com comprimento livre correspondente a $\frac{1}{4}$ de passo, a aproximadamente 230N. Nestes pontos, a barra, que se aproximava da trena, começa a retornar em direção aos anéis e em seguida começa novamente a se afastar. Este é o momento onde, além da flexão, inicia-se uma torção na barra, gerando a variação na medição detectada pela trena laser. Provavelmente, o uso da extensometria acusaria de forma clara este efeito.

No caso da barra com comprimento livre de $\frac{1}{4}$, o gráfico (A), mostra a variação citada de 1,8mm aproximadamente no deslocamento radial entre 20 e 40 segundos de medição. Equivalente, nos demais gráficos da Figura 71, à região compreendida entre 4,3 a 6,5mm de deslocamento vertical. Em seguida, a força sobe rapidamente, o que pode ser visualizado por uma mudança na inclinação da curva e pela análise dos valores da constante de rigidez na Tabela 17 para a barra em análise.

Essa variação no comportamento radial medido pela trena laser não é observado nas barras retas com seção transversal circular, como pode ser visto na Figura 72. Percebe-se, porém que, existe uma mudança no coeficiente angular da curva do deslocamento radial, quando o carregamento está em 3N. A partir deste ponto, a barra afasta-se mais rapidamente dos anéis. Provavelmente, ocorre neste ponto uma pequena torção na barra aumentando sua rigidez flexional e que poderia ser detectada por extensometria. Como o momento de inércia da barra com seção circular é igual em todas as direções, o efeito da torção da barra não é observado.

(A)

(B)

Figura 72 - Barra 23 com $H = 740\text{mm}$ – $\Phi = 5\text{mm}$ – mostrando:

(A) P , d_{ver} e d_{rad} x tempo; (B): P e d_{rad} x d_{ver} ($\beta = 30^\circ$).

As médias dos ensaios desenvolvidos com barras de seção transversal retangular com comprimento livre associado a um passo (Figura 73) corroboram as afirmações

feitas sobre o efeito do atrito, folgas e cargas máximas atingidas nos testes. O mesmo ocorre quando são analisadas as médias para barras com comprimento livre associado a $\frac{1}{4}$ passo.

(A)

(B)

Figura 73 – Médias dos ensaios H = 735mm (1 passo)

Os gráficos da Figura 74 ilustram o comportamento das barras da Figura 73 após a translação. Os valores de P , d_{rad} e d_{ver} para transladar o gráfico foram obtidos no AqDAnalysis.

$$P = 5,038\text{N}$$

$$d_{ver} = 5,959\text{mm}$$

$$d_{rad} = 23,15\text{mm}$$

(A)

(B)

(C)

Figura 74 - Médias dos ensaios $H = 735\text{mm}$ (1 passo) – sem a influência do atrito e folgas.
Coeficiente de rigidez em (A): $k = 0,55\text{N/mm}$; ver Tabela 17.

7.2.1 Confrontação com Simulações de Stump & Heijden

O artigo publicado por Stump & Heijden [38] analisa numericamente, através de um modelo analítico não linear, a instabilidade em vigas sob carregamento compressivo e rotação. Esta análise considera que a relação entre o comprimento livre de flambagem e o raio da hélice é constante e igual a 10 ($L/a = 10$). Os autores utilizam o modelo para simular uma barra reta ($\beta = 0^\circ$) e barras com diversos ângulos de assentamento β .

O item 4 daquele artigo trata da flambagem de vigas com diversos ângulos de assentamento. Gráficos traçados, com os valores obtidos nas simulações para vários valores de β , são apresentados na Figura 75, mostrando a evolução da carga axial aplicada e adimensionalizada pelo encurtamento da barra em função do ângulo de assentamento β .

Figura 75 – Carga de instabilidade. Resultado da simulação numérica de Stump & Heijden [38]. A linha pontilhada mostra os valores para $\beta = 0$ ($L/a=10$). Valores de β em radianos.

A inclusão dos dados experimentais no gráfico da Figura 75, feita a seguir, mostrará que os valores obtidos durante os ensaios estão distantes das cargas críticas de flambagem para barras helicoidalmente conformadas.

A Figura 76 apresenta, no gráfico A, os valores experimentais inseridos no gráfico de Stump e Heijden [38] e o gráfico B apresenta um aumento da região tracejada. Foram utilizados dados experimentais de barras com ângulo de assentamento de 30° (0,5236 rad) e com seção transversal circular de 5 mm. A relação entre o

comprimento livre de flambagem e o raio da barra é de 11,26 ($L/a=11,26$), valor próximo do parâmetro adotado nas simulações de Stump e Heijden. Consistentemente, as curvas experimentais de carga versus deslocamento, correspondentes a ângulo de assentamento de 30 graus (0,5236 rad), seguem a tendência teórica apresentada no gráfico (A). Os valores experimentais atingidos são muito inferiores àqueles que caracterizariam instabilidade, conforme anteriormente observado.

(A)

(B)

Figura 76 – Dados experimentais comparados com simulação numérica de Stump & Heijden [38].

8 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os resultados das análises dos dados adquiridos durante os experimentos possibilitam enumerar as seguintes conclusões:

- O aparato é robusto e atendeu, em parte, as necessidades do estudo. Foram realizados mais de 6700 ensaios válidos com o aparato, sendo 4060 com barras retas e os demais com barras curvas. O total de ensaios aos quais o dispositivo foi submetido é superior, devido aos acionamentos iniciais de análise do equipamento e regulação durante os testes.
- O equipamento desenvolvido durante a elaboração deste trabalho é capaz de reproduzir as cargas de Euler para barras retas evidenciando o momento em que ocorre a instabilidade (ponto de bifurcação). Além disso, o funcionamento do aparato é regular e sensível o suficiente para a detecção das cargas e deslocamentos. Esta afirmação é comprovada pelos resultados obtidos em termos de cargas e pela repetibilidade alcançada nos ensaios.
- Nos ensaios com barras retas com liberdade de deslocamento no sentido radial, o grau de engastamento mostrou-se consistente com o projeto do dispositivo, ou seja, reproduziram-se as condições de engastamento de uma coluna engastada em ambas as extremidades. Isso foi constatado confrontando os resultados de carga obtidos nos ensaios com os resultados dos cálculos usando a teoria de Euler bem como através do cálculo teórico usando condições de contorno gerais para uma coluna com extremidades elasticamente restritas à rotação e rigidamente restritas a deslocamentos laterais.
- Por outro lado, os ensaios com barras retas com liberdade no sentido lateral mostraram que a existência de folgas levou as condições de engastamento a serem alteradas, aproximando-as das de uma coluna engastada em uma extremidade e apoiada por pinos em outra. Esse fato foi comprovado comparando as cargas obtidas experimentalmente com as cargas calculadas pela teoria de Euler.

- Com relação às barras curvas, o equipamento permitiu analisar o comportamento de flexão e torção das barras. Devido a limitações físicas do aparato, a carga crítica não pôde ser atingida e registrada. Para barras com grandes comprimentos livres, o curso do cabeçote foi insuficiente. Já para os casos onde o comprimento livre de ensaio era correspondente a $\frac{1}{4}$ de passo, a baixa potência do motor de passo constituiu-se no fator limitante.
- Todos os testes foram conduzidos dentro do limite elástico do material, possibilitando o uso de cada espécime diversas vezes sem alterar suas características iniciais. Foram ensaiadas barras com ângulos de assentamento de 30° e 35° em quatro comprimentos livres, sem qualquer evidência de instabilidade.
- Em uma única situação de ensaio, sob liberdade de deslocamento radial, com barra de seção retangular, de ângulo de assentamento de 30° e comprimento livre de ensaio correspondente à altura livre de $\frac{1}{4}$ de passo, a carga de compressão foi aumentada até que a amostra entrasse em regime elasto-plástico. Mesmo assim, não houve qualquer evidência de instabilidade da barra. Tal fato impediu que as metas originais desta investigação, que previam que fossem obtidos dados experimentais elementares aplicáveis ao estudo de instabilidade de tubos flexíveis do tipo *birdcaging*, pudessem ser efetivamente atingidas.
- Em todos os ensaios com barras curvas, o efeito do atrito esteve presente, atuando no comportamento estrutural da barra de forma mais significativa no início do carregamento.
- Os diversos comprimentos livres testados mostraram que o número de rolamentos de apoio usados no confinamento está diretamente relacionado ao aumento do efeito do atrito. Para reduzir esta influência, barras com comprimento total menor e, conseqüentemente, com comprimento livre para ensaios menores foram utilizadas.
- A influência das imperfeições iniciais, como por exemplo, a curvatura inicial e a variação na conformação das barras, mostraram-se importantes nos

resultados dos ensaios. Em geral, estas imperfeições agem de maneira a reduzir a carga. Isso pode ser observado durante os ensaios com a variação dos comprimentos livres de teste para uma mesma barra, confirmando conhecimento de literatura.

- Durante a medição em barras com seção transversal retangular usando trena laser (liberdade de deslocamento no sentido radial), pôde ser observada uma variação associada à torção, que ocasionou um interessante fenômeno de retorno da barra em direção ao dispositivo de ensaios. Após um valor máximo de torção ser atingido, a barra voltou a se afastar do aparato. O mesmo fenômeno não foi observado nas barras com seção transversal circular devido à igualdade dos momentos de inércia.

Como sugestão de trabalhos futuros, podemos citar:

- Simulações em elementos finitos, utilizando as condições de contorno e de carregamento usados no experimento;
- Estudar em detalhes as tensões e deformações em barras retas e curvas através de extensometria permitindo uma melhor compreensão dos fenômenos envolvidos;
- Estudar experimentalmente a pós flambagem das barras retas e curvas.
- Com relação ao dispositivo experimental construído e espécimes testados, melhorias devem ser executadas a fim de suprir as deficiências encontradas ao longo dos ensaios como, por exemplo, a medição da carga crítica de flambagem em barras curvas. As possíveis melhorias a serem feitas no aparato e amostras são listadas a seguir:
 1. Montagem de uma célula de carga na parte superior do aparato a fim de medir a carga aplicada pelo cabeçote;

2. Aumento do curso de acionamento através do aumento da altura do copo acionador e dos anéis com rasgo de forma a permitir um maior deslocamento vertical do cabeçote;
3. Aumento das guias que direcionam o cabeçote;
4. Utilização de um motor de passo com maior torque;
5. Eventual troca do fuso de esferas e das guias;
6. Para os ensaios referentes ao estudo do comportamento com liberdade no sentido lateral, alterar a forma de confinamento superior de forma a permitir um maior trajeto da amostra;
7. Encontrar um fabricante de barras helicoidalmente conformadas que forneça corpos de prova mais precisos de forma a minimizar as imperfeições geométricas decorrente do processo produtivo, diminuindo assim as interferências de contato da amostra com o dispositivo que aumentam o efeito do atrito;
8. Outro ponto a ser melhorado é a aplicação do carregamento nas barras, que foi projetado pensando em aplicar uma força seguidora. O modo construtivo do sistema de aplicação da força por parafuso produz uma componente normal ao rasgo, gerando atrito. Minimizar este atrito aproxima a força aplicada a uma força seguidora.
9. Confeção de barras com valores variados de comprimento total;
10. Ensaiar amostras confeccionadas com outros materiais como, por exemplo, materiais compósitos.

9 REFERÊNCIAS

- [1] ALLEN, H.G., BULSON, P.S., Background to buckling – McGraw-Hill (UK) – 1980
- [2] ANTMAN S.S., “Nonlinear Problems of Elasticity” – 2nd Edition – SPRINGER – 2005.
- [3] ARANHA, J.A.P.; PINTO, M.O.; SILVA, R.M.C.; On the dynamic compression of risers: an analytical expression for the critical load. Applied Ocean Research, v23, n.2, p.83-91 – 2001.
- [4] ATANACKOVIC, T.M., Stability theory of elastic rods – World Scientific Publishing: Singapore – 1997.
- [5] BARROS, I.Q., Elasticidade: Exposição baseada no livro de M.E.Gurtin: An introduction to Continuum Mechanics. – 2003.
- [6] BEER, F.P., JOHNSTON, E.R., Resistência dos Materiais, McGrawHill – 1982.
- [7] BENDER, C.M., ORZAG, S.A., Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers. Springer – 1999.
- [8] BORESI, A.P., CHONG, K.P., Elasticity in engineering Mechanics, Elsevier, 1987.
- [9] BRUSH, D.O., ALMROTH, B.O., Buckling of bars, plates, and shells – McGraw-Hill, Inc. – 1975.
- [10] BUTKOV, E., Física Matemática, LTC Editora – 1988
- [11] CUSTÓDIO, A.B., Modelo analítico para estimativa de falha por instabilidade em armaduras de dutos flexíveis. COPPE, UFRJ. Tese (Doutorado) – 2005.
- [12] ELISHAKOFF, I. “Controversy associated with the so-called “Follower Forces”: critical overview”. Applied Mechanics Reviews, March 2005, vol 58, pp117-142, 2005
- [13] ELISHAKOFF, I.; CAI, G.Q.; J.H. STARNES, JR. “Nonlinear buckling of a column with initial imperfection via stochastic and non stochastic convex models”. Int. J. Non linear Mechanics, vol 29, No I, pp. 71-82, 1994.
- [14] FÉRET, J., LEROY, J.M., ESTRIER, P., “Calculation of stresses and slip in structural layers of unbounded flexible pipes”. J. of Offshore Mech. and Artic Engineering, New York, v109, p.263-269, 1987.
- [15] FÉRET, J., LEROY, J.M., ESTRIER, P., “Calculation of stresses and slips in flexible armour layers with layers interaction”. J. of Offshore Mech. and Artic Engineering, New York, v117, p.469-474, 1995.
- [16] FUNG, Y.C., “Foundations of Solid Mechanics”, Prentice-Hall, 1965
- [17] GERE, J.M., “Mecânica dos Materiais” Thomson, 5ª edição – 2003.

- [18] GOTTLIEB, O., PERKINS, N.C., "Local and global bifurcation analyses of a spatial cable elastica". J. of Applied Mechanics, New York, v.66, n.2, p.352-360, June, 1999.
- [19] GUCKENHEIMER, J., HOLMES, P., "Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields". Springer Verlag, 1990.
- [20] GURTIN, M.E., "An Introduction to Continuum Mechanics", New York: Academic Press – 1981.
- [21] HAHN, B. D., Essential MATLAB for Scientists and Engineers – Butterworth / Heinemann – 2002.
- [22] HALE, J.K., KOÇAK, H., Dynamics and Bifurcations. Springer – 1991.
- [23] HOLMGREN, R.A., "A first course in discrete dynamical systems". Springer – 1994.
- [24] HUANG, Nai-Chien, "Theory of Elastic Slender Curved Rods" - Dept of Aerospace and Mechanical Eng., Univ. of Notre Dame, Indiana, USA – Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP) Vol 24 – 1973.
- [25] KEVORKIAN, J., COLE, J.D., 1981, "Perturbation methods in applied mathematics. Springer-Verlag, Applied Mathematical Sciences - 34, 558 p., New York – 1981.
- [26] KNAPP, R.H., "Derivation of a new stiffness matrix for helically armoured cables considering tension and torsion". Int.J. for Numer. Meth. In engineering, London, v.14,n.4,p515-529,1979.
- [27] LOVE, A treatise on the mathematical theory of elasticity. 4 ed. New York. Dover publications -1944.
- [28] MONTEIRO, L.H.A., Sistemas Dinâmicos. 2 ed. Livraria da Física Editora – 2006
- [29] PESCE, C.P., Mecânica de cabos e tubos submersos lançados em "catenária": uma abordagem analítica e experimental. São Paulo, 1997. Tese de livre docência – Escola Politécnica – USP.
- [30] RAMOS JR, R., Modelos analíticos no estudo do comportamento estrutural de tubos flexíveis e cabos umbilicais. Escola Politécnica, USP. Tese (Doutorado) – 2001.
- [31] RAMOS JR, R., PESCE, C.P., "A consistent analytical model to predict the structural behaviour of flexible risers subjected to combined loads". J. of Offshore Mechanics and Artic Engineering, 126(2),141-146, 2004.

- [32] RAMOS JR, R., PESCE, C.P., "A stability analysis of risers subjected to dynamic compression coupled with twisting". *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 125(3), 183-189, 2003.
- [33] RAMOS JR, R., PESCE, C.P., MARTINS, C.A., "A new analytical expression to estimate the bending stiffness of flexible risers" *Proceedings of the 22nd International Conference of Offshore Mechanics and Arctic Engineering – OMAE03*, v.1, p 519-522, 2003.
- [34] RASBAND, S.N., "Chaotic dynamics of nonlinear systems". Wiley, 1990.
- [35] RUBIN, M.B., "Numerical solution procedures for nonlinear elastic rods using the theory of a Cosserat point" - *International Journal of Solids and Structures* 38: 4395 – 4437, 2001.
- [36] SINGER, J., ARBOCZ, J., WELLER, T. – "Buckling Experiments: Experimental methods in buckling of thin-walled structures – Basic concepts, columns, beams and plates" – volume 1, John Willey & Sons, Inc. – 1998.
- [37] SINGER, J., ARBOCZ, J., WELLER, T. – "Buckling Experiments: Experimental methods in buckling of thin-walled structures – Basic concepts, columns, beams and plates" – volume 2, John Willey & Sons, Inc. – 2002.
- [38] STUMP, D.M., VAN DER HEIJDEN, G.H.M.- "Birdcaging and the collapse of rods in fixed-grip compression" - *International Journal of Solids and Structures* 38: 4265 – 4278, 2001.
- [39] SURYANARAYANA, P.V.R., McCANN, R.C., "An experimental study of buckling and post-buckling of laterally constrained rods" – *Journal of Energy Resources Technology* – vol 117, 115 – 124, 1995.
- [40] TEODORESCU, P.P., "On the buckling of a column in an elastic medium". *Int. J. Engng Sci.* Vol 19 No 12 pp. 1749-1755, 1981
- [41] TIMOSHENKO, S.P., GERE, J.M., "Theory of Elastic Stability", McGraw-Hill, 2nd Edition, 1961.
- [42] TIMOSHENKO, S.P., GOODIER, J.N., "Theory of Elasticity" – 3rd Edition – McGraw Hill Co., 1970.
- [43] TIMOSHENKO, S.P., "Strength of Materials – Part I" – 3rd Edition – Krieger Publishing Company, 1976.
- [44] TIMOSHENKO, S.P., "Strength of Materials – Part II" – 3rd Edition – D. Van Nostrand Company, INC., 1959.

- [45] VAN DER HEIJDEN, G.H.M., THOMPSON, J.M.T., "Helical and localised buckling in twisted rods: a unified analysis of the symmetric case" – Nonlinear Dynamics 21: 71-99, 2000
- [46] VAN DER HEIJDEN, G.H.M., CHAMPNEYS, A.R., THOMPSON, J.M.T., "Spatially complex localization in twisted elastic rods constrained to a cylinder" – International Journal of Solids and Structures 39: 1863 – 1883, 2002.
- [47] VAN DER HEIJDEN, G.H.M., FRASER, W.B., "Helical collapse of a whirling elastic rod forced to lie on a cylinder" – Journal of Applied Mechanics – vol 70, 771 – 774, 2003.
- [48] VAN DER HEIJDEN, G.H.M., "The static deformation of a twisted elastic rod constrained to lie on a cylinder" – The Royal Society – Proc. R. Soc., Lond. A (2001) 457, 695-715, 2001.
- [49] VAN DER HEIJDEN, G.H.M., GOSS, V.G.A., THOMPSON, J.M.T., NEUKIRCH, S., "Experiments on snap bucking, hysteresis and loop formation in twisted rods" – Society of Experimental Mechanics – vol 45, pp 101 – 111 - Nr 2 April 2005.
- [50] VAN DER HEIJDEN, G.H.M., THOMPSON, J.M.T. e CHAMPNEYS, A.R. "Spatially complex localization after one-twist-per-wave equilibria in twisted circular rods with initial curvature" - The Royal Society – Proc. R. Soc., Lond. A (1997) 355, 2151-2174, 1997.
- [51] WITZ, J.A., TAN, Z., "On the axial-torsional structural behaviour of flexible pipes, umbilicals and marine cables". Marine Structures, Barking, v.5,p.205-227,1992.
- [52] WITZ, J.A., TAN, Z., "On the flexural structural behaviour of flexible pipes, umbilicals and marine cables". Marine Structures, Barking, v.5, p.229-249, 1982.
- [53] ZIEGLER, Hans, "On the concept of elastic stability" - Advances in Applied Mechanics – Vol IV, 1956.
- [54] site: <http://math.dartmouth.edu/~euler/> - Consultado em 05/03/2007.

10 APÊNDICES

Apêndice A - A fórmula de Greenhill

Para o caso de uma barra sujeita à força de compressão P e momento de torção M_t , com as extremidades unidas aos suportes por sistema esférico ideal e livre para girar em todas as direções, TIMOSHENKO & GERE [41] e LOVE [27] deduzem a equação de A. G. Greenhill.

Figura 77 - Barra sob compressão e torção [41]

Assume-se que P e M_t mantêm a direção inicial durante o processo de flambagem. Com essas condições, o momento de torção M_t é não conservativo devido ao fato de que seu trabalho depende do modo como a tangente no extremo da barra se move durante a flambagem.

Considere uma tangente na extremidade A da barra (Figura 77) levemente fletida e levada à sua posição através de rotações ao redor dos eixos y e z por ângulos $\frac{dz}{dx}$ e $\frac{dy}{dx}$. O momento de torção M_t permanece na horizontal durante as rotações e não produz trabalho. Por outro lado, pode-se supor que as rotações em torno dos eixos y e z ocorrem com ângulo $\frac{(\sqrt{dy^2 + dz^2})}{dx}$ e a posição final da tangente é obtida através de rotação em torno do eixo x . Esta última etapa produz trabalho e caracteriza um sistema com forças não conservativas.

Com a finalidade de determinar a carga crítica deste sistema, consideram-se as duas projeções do sistema mostradas na Figura 77, pois a curva de deflexão da barra não é uma curva plana. Outra suposição é que os momentos principais de inércia da seção transversal da barra são iguais. Seja uma seção transversal m-n na barra com eixos principais de inércia paralelos aos eixos y e z . Após a flambagem, as direções destes eixos passam a ser y' e z' . Considerando-se a porção superior da barra, a fim de derivar a equação diferencial da curva de deflexão, calculam-se os momentos da força P aplicada com relação a, y' e z' como $M_{y'} = Pz$ e $M_{z'} = -Py$. As componentes do momento de torção com relação aos mesmos eixos são escritos como $M_{ty'} = -M_t dy/dx$ e $M_{tz'} = -M_t dz/dx$.

Para cada plano, as equações diferenciais assumem a forma

$$EI \frac{d^2 z}{dx^2} = -Pz + M_t \frac{dy}{dx} \quad (A1)$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -Py + M_t \frac{dz}{dx} \quad (A2)$$

cujas soluções gerais são

$$y = A \operatorname{sen}(m_1 x + \alpha_1) + B \operatorname{sen}(m_2 x + \alpha_2) \quad (\text{A3})$$

$$z = A \cos(m_1 x + \alpha_1) + B \cos(m_2 x + \alpha_2) \quad (\text{A4})$$

Sendo A, B, α_1, α_2 constantes de integração e m_1, m_2 raízes da equação quadrática,

$$E I m^2 + M_t m - P = 0 \quad (\text{A5})$$

As condições de contorno para a determinação das constantes acima nas extremidades da barra são

$$\begin{aligned} y_{x=0} &= 0, \quad y_{x=l} = 0 \\ z_{x=0} &= 0, \quad z_{x=l} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

Aplicando estas constantes nas equações (A3) e (A4), obtém-se

$$A \operatorname{sen} \alpha_1 + B \operatorname{sen} \alpha_2 = 0 \quad (\text{A7})$$

$$A \cos \alpha_1 + B \cos \alpha_2 = 0 \quad (\text{A8})$$

$$A \operatorname{sen}(m_1 l + \alpha_1) + B \operatorname{sen}(m_2 l + \alpha_2) = 0 \quad (\text{A9})$$

$$A \cos(m_1 l + \alpha_1) + B \cos(m_2 l + \alpha_2) = 0 \quad (\text{A10})$$

Trabalhando as equações acima chega-se a

$$A[\operatorname{sen}(m_1 l + \alpha_1) - \operatorname{sen}(m_2 l + \alpha_1)] = 0 \quad (\text{A11})$$

$$A[\cos(m_1 l + \alpha_1) - \cos(m_2 l + \alpha_1)] = 0 \quad (\text{A12})$$

A condição para que se obtenham os menores valores de P e M_t para os quais a flambagem ocorre é:

$$m_1 l - m_2 l = \pm 2\pi \quad (\text{A13})$$

Ou, usando a equação (A5), chega-se a chamada Equação de Greenhill

$$\frac{M_t^2}{4EI} + P = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (\text{A14})$$

Observa-se nesta equação que quando M_t é nulo tem-se a Equação de Euler para a carga crítica. Por outro lado, quando P é nulo obtém-se o valor do torque que produz a flambagem da barra.

Abordagens para este problema podem ser encontradas em autores como ZIEGLER [52].

Apêndice B - Dispositivo de Testes: Desenhos construtivos

Este apêndice mostra alguns desenhos construtivos do dispositivo de testes e seus componentes.

Figura B1 – Vista geral do dispositivo de ensaios

Figura B2 – Detalhe do Copo Acionador com parafusos

Figura B3 – Detalhe dos anéis e rolamentos

Figura B4 – Detalhe do fuso de esferas

Figura B5 – Detalhe do suporte da célula de carga

Apêndices C - Dados técnicos do equipamento de aquisição de dados e acessórios

Características técnicas das células de carga utilizadas:

- Célula de 1kN
Fabricante: HBM
Tipo: C9B/1kN
Sensibilidade: 0,9964mV/V
Desvio da linearidade: 0,057%
Histerese relativa: 0,088%
- Célula de 2kN
Fabricante: HBM
Tipo: C9B/2kN
Sensibilidade: 1,0003mV/V
Desvio da linearidade: 0,141%
Histerese relativa: 0,040%

Características técnicas do LVDT e Trena Laser utilizado:

- LVDT
Fabricante: GEFTRAN
Modelo: PK-M-0600
Curso: 600mm
Linearidade: 0,05%
Resistência: 10kΩ
- Trena Laser
Fabricante: Leuze Electronic
Modelo: ODSL 8
Range de medição: 20 a 400mm
Resolução: ≤ 0,1mm

Características técnicas dos extensômetros utilizados:

- Extensômetro Uniaxial

Fabricante: KYOWA

Tipo: KFG-2-120-C1-11

Gage factor: 2,10 +/- 1,0%

Resistência: 119,8 +/- 0,2 Ω

- Extensômetro Triaxial

Fabricante: KYOWA

Tipo: KFG-2-120-D17-11

Gage factor: 2,10 +/- 1,0%

Resistência: 119,6 +/- 0,4 Ω

Características técnicas dos cabos utilizados:

- Cabo manga

Medidas: 4 x 24 AWG – BT

Número de fios: 4

Blindagem: simples

- Cabo torcido

Medidas: 5 x 0,025mm² – 33 AWG

Número de fios: 5

Condutor: multifilar em cobre nu: 0,025mm²

Resistência aproximada: 0,68 Ω /m (20°C)

Valores utilizados na aferição das células de carga e LVDT:

Sensor	Tensão na entrada do canal de conversão A/D [V]	Valor da grandeza a ser medida
Célula de carga de 1kN	0	0N
	5	1000N
Célula de carga de 2kN	0	0N
	5	2000N
LVDT	0	0mm
	10	600mm

Apêndice D - Exemplo de matriz de ensaios

Este apêndice mostra como exemplo, a matriz de ensaios usada nos testes de instabilidade radial com barras retas.

ENSAIO 1: INSTABILIDADE RADIAL EM BARRAS RETAS 9 x 3 mm																			
Barra retas Nr	Comprimento de flambagem [m]				Velocidade de Atonamento [rpm]				Posição da barra		Condição de Contorno								OBS.
	1.355	1.230	0.975	0.840	150	600	1200	1500	0°	180°	Bimastada				Biapiolada				
											1.355	1.230	0.975	0.840	1.355	1.230	0.975	0.840	ja medida [N]
11	X				X				X		X				X				
						X			X		X				X				
							X		X		X				X				
					X				X		X				X				
						X				X	X				X				
										X	X	X			X				
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					
										X	X			X					

Apêndice E – Geometria de uma hélice cilíndrica sem deformação

Seja uma hélice de passo constante h e raio a .

Geometria de uma hélice cilíndrica de passo longo

Figura 78 – Representação da geometria de uma hélice cilíndrica de passo longo e constante.

As equações paramétricas que a definem são:

$$\begin{aligned} x &= a \cos \phi \\ y &= a \sin \phi \\ z &= \frac{h}{2\pi} \phi \end{aligned} \tag{E1}$$

Seja, por definição, o passo normalizado escrito por:

$$k = \frac{h}{2\pi} \tag{E2}$$

Assim, o elemento de arco ds é escrito

$$ds = \left(a^2 + k^2 \right)^{1/2} d\phi \tag{E3}$$

De (E1) temos que $z = \frac{h}{2\pi} \phi$. Então

$$dz = \frac{h}{2\pi} d\phi \quad \text{ou} \quad d\phi = \frac{2\pi}{h} dz \quad (\text{E4})$$

Usando (E4) em (E3) chega-se a

$$ds = \frac{1}{k} (a^2 + k^2)^{1/2} dz \quad (\text{E5})$$

A equação (E5) permite que os deslocamentos verticais sejam convertidos nos deslocamentos no sentido da hélice e de atuação da força seguidora.

Fazendo

$$C = \frac{1}{k} (a^2 + k^2)^{1/2} \quad (\text{E6})$$

tem-se para valores de C:

Tabela 18 – Valores da constante C

Seção Transversal	β [°]	$\varnothing_{\text{médio}}$ [mm]	h [mm]	C
Retangular	30	71,5	735	1,172
		71,5	190	2,567
Circular	30	72,5	735	1,176
		72,5	190	2,597
Retangular	35	71,5	740	1,169
		71,5	205	2,408

Apêndice F – CD – ROM – Filmes

Neste CD-ROM, encontram-se gravados os filmes realizados durante os experimentos e que apresentam os fenômenos estudados.

Figura 79 – Filmagem de barras retas (acima) e barras curvas (abaixo)

As filmagens foram realizadas para cada situação ensaiada. Os filmes mostram a instabilidade em barras retas e o comportamento em barras curvas. Como exemplificam as fotos acima, a máquina era posicionada conforme o tipo de comportamento estudado - e um sistema de luz especial completava o esquema de filmagem. A máquina era acionada e imediatamente após o efeito filmado era parada. Os dados eram então transferidos a um computador e editados. A velocidade de captura era ajustada para cada situação.