HUMBERTO DE CAMARGO GISSONI

Método para análise da interação fluido-estrutura em travessas do pré-distribuidor de turbinas hidráulicas

Tese apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Doutor em
Ciências

São Paulo
2015

HUMBERTO DE CAMARGO GISSONI

Método para análise da interação fluido-estrutura em travessas do pré-distribuidor de turbinas hidráulicas

Tese apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Doutor em
Ciências

Área de Concentração:
Engenharia Mecânica

Orientador:
Professor Doutor Celso Pupo Pesce

São Paulo

2015

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 03 de setembro de 2015

Assinatura do autor:

Assinatura do orientador:

Catálogo-na-publicação

Gissoni, Humberto

Método para análise da interação fluido-estrutura em travessas do pré distribuidor de turbinas hidráulicas / H. Gissoni -- versão corr. -- São Paulo, 2015.

198 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Turbinas hidráulicas 2.Interação fluido-estrutura 3.Vórtices dos fluidos
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

À minha esposa Tereza, sempre.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Celso Pupo Pesce pelo apoio e confiança.

Ao Prof. Dr. Matthias Heil da Escola de Matemática da Universidade de Manchester pela atenção e suporte em pontos específicos da biblioteca oomph.

Ao Prof. Dr. Fábio Saltara, por diversas sugestões importantes na área de dinâmica dos fluidos computacional.

Ao colega Rodrigo Palos Barile pelas simulações do escoamento no Ansys CFX que enriqueceram muito este trabalho.

Ao colega Alexandre D'Agostini Neto pela inesgotável disposição em compartilhar sua experiência na análise computacional de escoamentos.

À Voith Hydro pelo suporte à realização deste trabalho.

RESUMO

Um dos grandes desafios enfrentados pelos fabricantes de turbinas hidráulicas é prevenir o aparecimento de vibrações induzidas pelo escoamento nas travessas do pré-distribuidor e pás do rotor. Considerando apenas as travessas, e atribuídos a tais vibrações, foram relatados 28 casos de trincas ou ruídos anormais nas últimas décadas, que acarretaram enormes prejuízos associados a reparos, atrasos e perda de geração. O estado da arte na prevenção destes problemas baseia-se na utilização de sofisticados, e caros, programas comerciais de dinâmica dos fluidos computacional para o cálculo transiente do fenômeno. Este trabalho faz uma ampla revisão bibliográfica e levantamento de eventos de trincas ou ruídos ocorridos em travessas nos últimos 50 anos. Propõe, então, um enfoque alternativo, baseado exclusivamente em ferramentas de código aberto. A partir de hipóteses simplificadoras devidamente justificadas, o problema é formulado matematicamente de forma bidimensional, no plano da seção transversal da travessa, levando em conta a interação fluido-estrutura. Nesta estratégia, as equações de Navier-Stokes são resolvidas pelo método dos elementos finitos por meio da biblioteca gratuita *oomph-lib*. Um código especial em C++ é desenvolvido para o problema de interação fluido-estrutura, no qual o fenômeno de turbulência é levado em consideração por meio de um algoritmo baseado no modelo de Baldwin-Lomax. O método proposto é validado por meio da comparação dos resultados obtidos com referências e medições disponíveis na literatura, que tratam de problemas de barras retangulares suportadas elasticamente. O trabalho finaliza com a aplicação do método a um estudo de caso envolvendo uma travessa particular.

Palavras-chave: Turbinas hidráulicas. Interação fluido-estrutura. Vórtices dos fluidos.

ABSTRACT

One of the biggest challenges for hydraulic turbine manufacturers is to prevent vortex-induced vibration on the stay vanes and runner blades. Only regarding stay vanes, 28 cases of cracks or unusual noises attributed to such vibrations were reported in the past decades leading to huge costs due to repair, delays and lack of generation. The state of the art today is to use powerful and expensive commercial computational fluid dynamics software to address the required transient phenomena. The present work carries out a comprehensive survey on occurred events in stay vanes during the last 50 years. Then, an alternative approach, based only on free open-source tools, is proposed. From due justified simplifying assumptions, the problem is formulated two-dimensionally, in the stay vane cross section plane, taking the fluid-structure interaction into account. In such a strategy, the Navier-Stokes equations are solved using *oomph-lib*, an object-oriented, finite-element library. A special C++ computational code is developed to deal with the fluid-structure interaction problem, in which turbulence is considered through a special algorithm, based on the Baldwin-Lomax model. The proposed method is validated through comparisons with an aerodynamics benchmark and an experimental measurement of oscillating rectangular bars both available in the literature. The method is finally applied to a case study of a particular stay vane.

Keywords: Hydraulic turbine. Fluid-structure interaction. Vortex-induced vibration.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Roda d'água com pás de madeira.	25
Figura 3.2 - Turbina Pelton da usina Electroperu.	26
Figura 3.3 - Principais componentes de uma turbina Francis (Usina de Três Gargantas - China).	27
Figura 3.4 - Principais componentes de uma turbina Kaplan (Usina de Yacyretá - Argentina).	28
Figura 3.5 - Pré-Distribuidor pouco antes da montagem na obra.	28
Figura 3.6 – Planta do pré-distribuidor mostrando os diferentes tipos de travessa para uma máquina Kaplan.	29
Figura 3.7 - Campo de aplicação das turbinas Pelton, Francis e Kaplan.	30
Figura 3.8 - Modelo bidimensional de formação do vórtice em torno de cilindro circular.	32
Figura 3.9 - Perfil de velocidades na camada limite.	33
Figura 3.10 - Diferentes regimes de escoamento na camada limite em uma placa plana.	33
Figura 3.11 - Efeito do gradiente de pressão no perfil de velocidades na camada limite. PI = ponto de inflexão.	36
Figura 3.12 - Parâmetros para definição do número de Strouhal da esteira.	41
Figura 3.13 – Número experimental de Strouhal da esteira em função do número de Reynolds para placas planas.	41
Figura 3.14 - Regimes de escoamento ao redor de um cilindro em função do número de Reynolds.	43
Figura 3.15 - Efeito da sincronização para diferentes formatos de aresta de saída.	46
Figura 3.16 - Amplitudes de vibração durante a sincronização para diferentes formatos de aresta de saída.	47
Figura 3.17 - Efeito da vibração transversal na correlação do desprendimento dos vórtices.	48
Figura 3.18 - Modificação da aresta de saída da pá do rotor da usina de Parker.	49
Figura 3.19 - Amplitude da aceleração transversal na pá número 2 do rotor da turbina de Parker, antes e depois da modificação.	50
Figura 3.20 - Aresta de saída com concavidade no centro.	51
Figura 3.21 - Novo conceito de projeto de pré-distribuidor.	57

Figura 3.22 - Placas amortecedoras - vista em perspectiva.....	58
Figura 3.23 - Placas amortecedoras - vista em corte e planta.	59
Figura 3.24 - Usina de Donje - Suécia.	59
Figura 4.1 - Condições do escoamento no canal formado pelas travessas.	62
Figura 4.2 - Frequência de excitação e deformação da travessa em função da potência da máquina.	63
Figura 4.3 - Modos de vibração.....	63
Figura 4.4 - Efeito da aresta de saída na frequência de emissão dos vórtices.	66
Figura 4.5 – Definição da velocidade v_w e dimensão d_w características para o cálculo do número de Strouhal.	67
Figura 4.6 - Dimensões da seção transversal da travessa.....	68
Figura 4.7 – Número de Strouhal calculado com base na dimensão da aresta de saída (Δ) e na distância entre os pontos de separação do escoamento (X).	69
Figura 4.8 - (a) Seção transversal do hidrofólio testado, (b) Detalhe das duas geometrias diferentes de aresta de saída ensaiadas.	70
Figura 4.9 - Frequência do pico espectral da velocidade vertical nas imediações da aresta de saída.....	71
Figura 4.10 - Perfil NACA 0009 com o comprimento truncado próximo à aresta de saída (<i>blunt trailing edge</i>).	71
Figura 4.11 - Detalhe das arestas de saída.	72
Figura 4.12 - Número de Strouhal modificado para diferentes velocidades do escoamento.....	73
Figura 4.13 - Número de Griffin para diferentes velocidades do escoamento.....	74
Figura 4.14 - Frequência de emissão de vórtices em função do Re.	75
Figura 4.15 - Frequência de emissão de vórtices em função do Re, transição forçada.	75
Figura 4.16 - Número de Strouhal da esteira em função do Re.	76
Figura 4.17 - Variação do ângulo de ataque em função da posição circunferencial da travessa.....	77
Figura 4.18 - Configuração do ensaio para avaliação da influência do posicionamento da palheta diretriz na largura da esteira da travessa.....	78
Figura 4.19 - Largura da esteira com e sem palheta diretriz a jusante para abertura $a_0 = 40$ mm e $a_0 = 32$ mm.	78
Figura 4.20 - Croqui orientativo para cálculo da velocidade da água.....	80

Figura 4.21 - Comparação entre resultados numéricos e experimentais medidos na obra.	81
Figura 4.22 - Estrutura do aparato de testes de (DONALDSON, 1956).	82
Figura 4.23 - Perfis de aresta de saída analisados.	83
Figura 4.24 - Amplitude de vibração em função da velocidade para vários perfis.....	84
Figura 4.25 - Amplitude de vibração para velocidades mais altas.....	84
Figura 4.26 - Arranjo do modelo ensaiado por (GREENWAY e WOOD, 1973).....	85
Figura 4.27 - Variação da amplitude da pressão acústica para diferentes ângulos no chanfro da aresta de saída.....	86
Figura 4.28 - Variação da intensidade do vórtice em função do ângulo Φ . (a) Hidrofólio fixo (b) Hidrofólio oscilando.	86
Figura 4.29 - Intensidade da amplitude de vibração em função do perfil da aresta de saída.	87
Figura 4.30 - Espectro de potência das flutuações de pressão na aresta de saída (lado de pressão), para diferentes números de Reynolds (valores $\times 10^6$). (a) Aresta de referência (b) Aresta modificada.	88
Figura 4.31 - Intensidade normalizada do rotacional medida por meio do PIV. Aresta de saída original (a) $Re = 4 \times 10^6$. Aresta de saída modificada (b) $Re = 1,4 \times 10^6$ (c) $Re = 4 \times 10^6$ (d) $Re = 17 \times 10^6$ (e) $Re = 50 \times 10^6$	89
Figura 4.32 - Comparação entre os resultados numéricos e experimentais para chanfros na aresta de saída de 60° e 27°	91
Figura 4.33 - Desvio padrão do sinal de vibração em função do número de Reynolds para diferentes formatos da aresta de saída.....	92
Figura 4.34 - Visualização da esteira por meio da vorticidade normalizada. (a) Aresta truncada (b) Aresta oblíqua.	92
Figura 4.35 - Visualização da dinâmica da esteira durante sincronização para o perfil com aresta de saída truncada e oblíqua.	93
Figura 4.36 - Visualização da dinâmica da esteira para o perfil com aresta de saída oblíqua e do tipo Donaldson.....	94
Figura 4.37 - Detalhe do ponto de separação para o perfil 1.	96
Figura 4.38 - Campo de vorticidades para os perfis 13, 2 e 1.	97
Figura 4.39 - Detalhe do ponto de separação do escoamento para os perfis 6 e 11.	97
Figura 4.40 - Visualização da esteira para diferentes arestas de saída.	97

Figura 4.41 - Croqui idealizado do escoamento na aresta de saída.	98
Figura 4.42 - Características da emissão de vórtices em função do adimensional $\frac{(dU_t / dh)^{ss}}{U_0 / \Delta y}$	100
Figura 4.43 - Intensidade relativa do vórtice em função da amplitude de vibração normalizada.	101
Figura 4.44 - Intensidade dos vórtices no final da região de formação para diferentes velocidades do escoamento.	101
Figura 4.45 - Perfil NACA 0009 ensaiado por (AUSONI, 2009).	103
Figura 4.46 - Amplitude de vibração induzida pelos vórtices para diferentes velocidades do escoamento.	103
Figura 4.47 - Sinal no tempo, espectrografia e espectro médio do sinal de vibração, para a condições com e sem sincronização.	104
Figura 4.48 - Modos naturais do hidrofólio testado.	105
Figura 4.49 - Campos de velocidades típicos na esteira do hidrofólio para a condição sem sincronização em quatro instantes diferentes de tempo.	106
Figura 4.50 - Campos de velocidades típicos na esteira do hidrofólio para a condição de sincronização em dois instantes diferentes de tempo.	107
Figura 4.51 - Modelo estrutural.	107
Figura 4.52 - Linhas de corrente ao redor da travessa sujeita à oscilação forçada.	108
Figura 4.53 - Modelo analisado com um grau de liberdade.	109
Figura 4.54 - Comparação entre o ângulo de oscilação calculado numericamente e medido experimentalmente.	109
Figura 4.55 - Oscilador rotacional com um grau de liberdade, momento externo causado pelo escoamento.	110
Figura 4.56 - Modelo computacional ensaiado (1/5 do conjunto total). Parte em cinza corresponde ao fluido, enquanto parte em azul é o sólido (rotor Francis).	111
Figura 5.1 - Distribuição de pressão pelo método URANS (à esquerda) e VLES (à direita).	114
Figura 5.2 - Vorticidade calculada pelo método k-ε (à esquerda) e SAS (à direita).	114
Figura 5.3 - Vórtices cavitando na condição de carga nominal (a) durante ensaio de modelo (b) simulados por LES.	116
Figura 5.4 - Viscosidade turbilhonar do modelo Baldwin-Lomax.	121
Figura 5.5 – Placa plana submersa em fluido.	125

Figura 5.6 – Valores de Γ para modos flexionais e torcionais de uma viga em balanço.....	128
Figura 5.7 – Valores de Γ para os modos flexionais de uma placa bi-engastada. .	129
Figura 5.8 – Configuração da malha ao redor da travessa para três condições: situação inicial, travessa 20 mm acima e 20 mm abaixo.....	135
Figura 5.9 – Croqui indicando processo de mapeamento dos pontos para cálculo da viscosidade turbilhonar.....	137
Figura 6.1 – BARC - Modelo e domínio para estudos computacionais.	140
Figura 6.2 – BARC – Valores médios do coeficiente de arrasto (C_D) e sustentação (C_L) obtidos em 36 simulações.....	141
Figura 6.3 – BARC - Desvio padrão da variação no tempo do coeficiente de sustentação (std- C_L) e número de Strouhal (St_D) obtidos em 30 e 25 simulações, respectivamente.	142
Figura 6.4 – CFX - Malha utilizada na simulação com detalhe ao redor do perfil....	144
Figura 6.5 – CFX - Velocidade na direção do escoamento.	145
Figura 6.6 – CFX - Velocidade na direção perpendicular ao escoamento.	145
Figura 6.7 – CFX – Viscosidade turbilhonar calculada pelo método k- ω SST.	146
Figura 6.8 – CFX – Variação da velocidade na direção perpendicular ao escoamento 25 mm a jusante do retângulo.	147
Figura 6.9 – CFX – Variação das forças de arrasto e sustentação.	147
Figura 6.10 – Variação da velocidade horizontal (u_1) na direção perpendicular para diferentes condições de contorno. (a) Condição de Dirichlet, (b) Condição de Neumann, (c) Condição de simetria.	148
Figura 6.11 – oomph - Malha utilizada na simulação.	149
Figura 6.12 – oomph - Velocidade na direção do escoamento [m/ s].....	150
Figura 6.13 – oomph - Velocidade na direção perpendicular ao escoamento [m/ s].	150
Figura 6.14 – oomph – Variação da força de arrasto.	150
Figura 6.15 – oomph – Variação da força de sustentação.	151
Figura 6.16 – BARC – Avaliação dos valores médios do coeficiente de arrasto (C_D) e sustentação (C_L).....	152
Figura 6.17 – BARC – Avaliação do desvio padrão da variação no tempo do coeficiente de sustentação (std- C_L) e número de Strouhal (St_D).....	152

Figura 6.18 – Arranjo experimental para ensaios de vibração em grades de usinas hidrelétricas.	155
Figura 6.19 – Resposta lateral de uma barra com ângulo zero de incidência.	155
Figura 6.20 – Velocidade na direção do escoamento [m/ s].	156
Figura 6.21 – Velocidade na direção perpendicular ao escoamento [m/ s].	157
Figura 6.22 – Campo de pressões [Pa].	157
Figura 6.23 – Campo de vorticidade [1/ s].	157
Figura 6.24 – Variação da força de arrasto.	158
Figura 6.25 – Variação da força de sustentação.	158
Figura 6.26 – Malha utilizada na simulação da estrutura livre para oscilar na direção perpendicular ao escoamento.	160
Figura 6.27 – Resposta lateral de uma barra com ângulo zero de incidência.	160
Figura 6.28 – Velocidade na direção do escoamento [m/ s].	161
Figura 6.29 – Velocidade na direção perpendicular ao escoamento [m/ s].	161
Figura 6.30 – Variação da força de arrasto.	162
Figura 6.31 – Variação da força de sustentação.	162
Figura 6.32 – Variação da posição do centro de gravidade na direção perpendicular ao escoamento.	163
Figura 6.33 – Perfil da travessa a ser estudada, dimensões em mm.	163
Figura 6.34 – Malha utilizada para simulação da travessa fixa.	164
Figura 6.35 – Velocidade na direção do escoamento [m/ s].	165
Figura 6.36 – Velocidade na direção perpendicular ao escoamento [m/ s].	165
Figura 6.37 – CFX - Malha utilizada na simulação.	166
Figura 6.38 – CFX - Velocidade na direção do escoamento [m/ s].	167
Figura 6.39 – CFX - Velocidade na direção perpendicular ao escoamento [m/ s]. ...	167
Figura 6.40 – Malha utilizada para simulação da travessa livre para oscilar.	169
Figura 6.41 – Velocidade na direção do escoamento [m/ s].	169
Figura 6.42 – Velocidade na direção perpendicular ao escoamento [m/ s].	169
Figura 6.43 – Variação da força de sustentação.	170
Figura 6.44 – Variação da posição do centro de gravidade na direção perpendicular ao escoamento.	170
Figura 6.45 – Velocidade na direção do escoamento [m/ s].	171
Figura 6.46 – Velocidade na direção perpendicular ao escoamento [m/ s].	171
Figura 6.47 – Variação da força de sustentação.	171

Figura 6.48 – Variação da posição do centro de gravidade na direção perpendicular ao escoamento.....	172
--	-----

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Regimes de escoamento ao redor de um corpo de seção retangular em função do número de Reynolds.....	44
Tabela 3.2 – Relação experimental entre o número de Strouhal (St) e o número de Reynolds (Re) para o escoamento em geometrias retangulares. B/D corresponde à razão entre o comprimento e a largura do retângulo.....	45
Tabela 3.3 - Incidência de trincas ou ruídos em travessas.	52
Tabela 4.1 - Números de Strouhal experimentais.	67
Tabela 4.2 - Número de Strouhal em função da abertura da palheta (a_0).	79
Tabela 4.3 - Tipo de perfil da aresta de saída, espessura, amplitude de vibração e frequência de emissão dos vórtices.	96
Tabela 6.1 – Resumo dos resultados experimentais para o BARC.....	143
Tabela 6.2 – Dimensões adotadas nas simulações numéricas. Notação conforme Figura 6.1.	143
Tabela 6.3 – Características do fluido adotado nas simulações numéricas.	143
Tabela 6.4 – Resumo dos resultados da simulação de acordo com BARC utilizando o Ansys CFX.	147
Tabela 6.5 – Comparação entre os resultados obtidos para o BARC, utilizando oomph, CFX e medidos experimentalmente por (SCHEWE, 2013).	151
Tabela 6.6 – Fatores de amortecimento medidos experimentalmente em travessas de pré-distribuidores no ar.....	168

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BARC	<i>Benchmark on the Aerodynamics of a Rectangular 5:1 Cylinder</i> – Referência para a aerodinâmica de prismas retangulares com razão de aspecto 5:1
BDF	<i>Backward Differentiation Formula</i> - Fórmula de Diferenciação Regressiva
EPFL	École polytechnique fédérale de Lausanne
CFD	<i>Computational fluid dynamics</i> - Dinâmica dos fluidos computacional
DES	<i>Detached eddy simulation</i> – Modelos híbridos de média de Reynolds e simulação das grandes escalas
LDV	<i>Laser-Doppler velocimetry</i> - Velocimetria Laser
LES	<i>Large eddy simulation</i> - Simulação das grandes escalas
NAVMI	<i>Non-dimensional added virtual mass increment</i> – Incremento adimensional da massa adicional
PIV	<i>Particle image velocimetry</i> - Velocimetria por imagem de partículas
POD	<i>Proper-Orthogonal-Decomposition</i> - Decomposição ortogonal própria
SAS	<i>Scale-adaptive simulation</i> – Método de escalas adaptativas
SST	<i>Shear stress transport</i> - Transporte da tensão cisalhante
URANS	<i>Unsteady Reynolds averaged Navier-Stokes</i> – Método não-permanente de solução das equações de Navier-Stokes com média de Reynolds
VLES	<i>Very large eddy simulation</i> - Simulação das maiores escalas

LISTA DE SÍMBOLOS

a_0	Abertura das palhetas diretrizes
a_1	Constante para o modelo $k - \omega$ SST
A	Comprimento da placa, área da seção transversal da viga
A_o^+	Constante para o modelo Baldwin-Lomax
A_y	Amplitude transversal de vibração
$\arg_1, \arg_2$	Variáveis de cálculo das funções de mistura para o modelo $k - \omega$ SST
B	Comprimento da travessa (corda), comprimento do retângulo, largura da placa
c	Velocidade do som no fluido
C_{cp}, C_{Kleb}, C_{wk}	Constantes para o modelo Baldwin-Lomax
C_D	Coeficiente de arrasto
C_L	Coeficiente de sustentação
D	Espessura da travessa, largura do retângulo, diâmetro do cilindro
D_{st}	Rigidez flexional da placa
D_x	Comprimento do domínio fluido
D_y	Largura do domínio fluido
DTi	Diâmetro de localização da aresta de saída da travessa
d	Dimensão característica, espessura da placa
d^*	Largura transversal da esteira
E	Módulo de elasticidade da estrutura
f_{ar}	Frequência natural da estrutura no ar (em Hz)
f_f	Frequência natural da estrutura no fluido (em Hz)
f_s	Frequência de emissão dos vórtices (em Hz)
f_v	Frequência de vibração (em Hz)
F	Fator baseado na teoria das faixas, resultante das forças atuando na estrutura
F_1, F_2	Funções de mistura para o modelo $k - \omega$ SST
F_{Kleb}	Função de intermitência de Klebanoff

$F_{\max}, F_{wake}$	Funções para o modelo Baldwin-Lomax
F_x	Força na direção do escoamento (força de arrasto)
F_y, F_L	Força na direção perpendicular ao escoamento (força de sustentação)
h	Espessura do corpo na região da aresta de saída, espessura da placa
H	Queda líquida da turbina
k	Energia cinética da turbulência, rigidez da estrutura
k_{BL}	Constante para o modelo Baldwin-Lomax
l	Dimensão característica
l_{mix}	Comprimento da mistura
L	Altura da travessa, comprimento da viga
m	Massa da estrutura
m_a	Massa adicional para um corpo vibrando em um fluido
m_n	Massa modal
n	Rotação da turbina, número de elementos da amostra
nq	Rotação específica da turbina
p	Pressão
p_{eff}	Pressão efetiva
P_k, P_ω	Funções para o modelo $k - \omega$ SST
Q	Vazão de água da turbina
R	Raio de arredondamento das arestas
Re	Número de Reynolds
S^*	Número de Strouhal da esteira
St	Número de Strouhal
t	Tempo
T	Tempo de referência
u_τ	Velocidade de atrito
u, v	Velocidades do escoamento
u', v'	Flutuações de velocidade do escoamento
U_0	Velocidade de convecção dos vórtices
U_{dif}	Diferença entre velocidades para o modelo Baldwin-Lomax

U_r	Velocidade reduzida
U, V	Velocidades do escoamento
x, y	Coordenadas cartesianas
y	Distância até a parede
y^+	Distância adimensional até a parede
z	Deslocamento vertical da placa
$\tilde{z}$	Deslocamento vertical da placa em relação à posição de equilíbrio
α	Constante para o modelo Baldwin-Lomax
β	Ângulo entre a travessa e uma linha radial que passa pela aresta de saída
$\beta_1, \beta_2, \beta^*$	Constantes para o modelo $k - \omega$ SST
δ	Espessura da camada limite
δ^*, δ_1	Espessura de deslocamento da camada limite
δ_{ij}	Delta de Kronecker
$\Delta\alpha$	Variação do ângulo de ataque na travessa
Δx	Cota horizontal inicial do retângulo
Δy	Largura transversal da esteira
ε	Taxa de dissipação da energia cinética da turbulência
ϕ	Constante para o modelo $k - \omega$ SST, função potencial de velocidade
ϕ_n	Função que descreve a forma de vibração do modo n de uma viga
Γ	Circulação, variável para cálculo da massa adicional
γ_1, γ_2	Constantes para o modelo $k - \omega$ SST
κ	Variável para cálculo da massa adicional em função do modo natural
μ	Viscosidade dinâmica do fluido
μ_{st}	Número de onda modal da placa
μ_t	Viscosidade dinâmica turbilhonar
ν	Viscosidade cinemática do fluido
ν_{st}	Coeficiente de Poisson do material da estrutura
ν_{eff}	Viscosidade cinemática efetiva
ν_t	Viscosidade cinemática turbilhonar

ν_{Ti}	Viscosidade cinemática turbilhonar na camada interna
ν_{To}	Viscosidade cinemática turbilhonar na camada externa
ρ	Densidade do fluido
ρ_{st}	Densidade do material da estrutura
σ_{k1}, σ_{k2}	Constantes para o modelo $k - \omega$ SST
$\sigma_{\omega1}, \sigma_{\omega2}$	Constantes para o modelo $k - \omega$ SST
τ_{ij}	Tensor das tensões de Reynolds
τ_w	Tensão de cisalhamento na parede.
ω	Vorticidade, taxa de dissipação específica da energia cinética da turbulência
ω_{ar}	Frequência natural da estrutura no ar (em rad/ s)
ω_f	Frequência natural da estrutura no fluido (em rad/ s)
Ω	Valor absoluto da vorticidade

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
2	OBJETIVOS	22
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	24
3.1	HISTÓRIA DAS MÁQUINAS HIDRÁULICAS	24
3.1.1	Tipos de turbinas hidráulicas	26
3.2	GERAÇÃO E DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES	31
3.2.1	Mecanismo físico	31
3.2.2	Camada limite	32
3.2.3	Vorticidade e circulação	37
3.2.4	Dependência do número de Reynolds	39
3.3	VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES	46
3.4	RETROSPECTO DAS TRINCAS EM TRAVESSAS	48
4	ANÁLISE CRÍTICA DO FENÔMENO	61
4.1	DETERMINAÇÃO DA FREQUÊNCIA DE EMISSÃO DOS VÓRTICES	65
4.2	INTENSIDADE DAS FORÇAS HIDRÁULICAS	82
4.3	SINCRONIZAÇÃO E INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA	102
5	MÉTODO DE CÁLCULO PROPOSTO	112
5.1	DINÂMICA DO ESCOAMENTO	112
5.1.1	Modelos de turbulência	113
5.2	MODELO ESTRUTURAL	123
5.2.1	Cálculo da massa adicional	123
5.2.2	Resposta dinâmica da estrutura	130
5.2.3	Correção de instabilidade numérica	132
5.3	FERRAMENTAS DE CÁLCULO	133
5.3.1	Funcionamento da biblioteca oomph	134
5.3.2	Elementos fluidos na biblioteca oomph	136
5.3.3	Solução das equações de turbulência	136
6	RESULTADOS	140
6.1	AVALIAÇÃO DO MÉTODO DE CÁLCULO DA DINÂMICA DO ESCOAMENTO	140
6.1.1	Resultados do programa Ansys CFX com o modelo k-ω SST	144

6.1.2	Resultados do programa desenvolvido na biblioteca oomph com o modelo Baldwin-Lomax	148
6.2	AVALIAÇÃO DA INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA	154
6.2.1	Estrutura livre para oscilar na direção perpendicular ao escoamento.....	159
6.3	ESCOAMENTO EM TRAVESSAS DO PRÉ-DISTRIBUIDOR.....	163
6.3.1	Escoamento com a travessa fixa.....	164
6.3.2	Escoamento com a travessa livre para oscilar na direção perpendicular ao escoamento	168
7	CONCLUSÕES	174
	REFERÊNCIAS.....	177
	APÊNDICE A – DESENVOLVIMENTO DAS FÓRMULAS PARA CÁLCULO DA MASSA ADICIONAL	184
	APÊNDICE B - CÓDIGO FONTE DAS ROTINAS PARA CÁLCULO DA TURBULÊNCIA CONFORME BALDWIN-LOMAX.....	190
	APÊNDICE C - REFERÊNCIAS DA TABELA DE INCIDÊNCIA DE TRINCAS OU RUÍDOS EM TRAVESSAS	197

1 INTRODUÇÃO

Desde o surgimento da primeira turbina hidrelétrica a potência destas máquinas só tem aumentado. Existem, hoje, turbinas Francis com potência de até 800 megawatts. Cada uma destas máquinas poderia alimentar uma cidade brasileira com cerca de 3,8 milhões de habitantes.

Este contínuo aumento da potência é motivado por razões econômicas, já que o custo por megawatt gerado diminui com o aumento da potência unitária da máquina. Como consequência direta desta tendência, tem-se o aumento do tamanho das turbinas. Além disso, em busca de uma maior competitividade, os fabricantes têm utilizado sua experiência e métodos de cálculo mais modernos para redução da massa dos componentes. Como consequência, as estruturas se tornaram mais esbeltas e portanto, mais suscetíveis a vibrações, especialmente aquelas associadas à ressonância com as forças induzidas pelo escoamento. Os componentes mais afetados são as pás de rotores e as travessas do pré-distribuidor. Desde o primeiro caso de falha em travessas, publicado em 1968 e atribuído às vibrações decorrentes da emissão de vórtices de von Kármán, pelo menos outros 27 foram relatados, sendo o mais recente deles em 2015. Isto indica que, apesar das muitas análises teóricas e experimentais realizadas, a fundamentação do problema ainda não está totalmente compreendida ou adequadamente difundida.

O objetivo deste trabalho, portanto, é propor um método de estudo mais aprofundado do comportamento dinâmico tanto das travessas quanto do fluido, já que uma análise consistente, detalhada e antecipada desta interação poderá prevenir muitas das falhas verificadas atualmente.

A proposta desta pesquisa é estender o estudo realizado durante o trabalho de mestrado concluído em 2005, cujo título é "Análise Mecânica de Vibrações em Travessas do Pré-Distribuidor de Turbinas Hidráulicas" (GISSONI, 2005). Naquela ocasião o foco se deu principalmente na parcela estrutural do fenômeno da vibração induzida pelo escoamento, enquanto agora o enfoque é no cálculo combinado da interação fluido-estrutura.

2 OBJETIVOS

Como já mencionado, o objetivo deste estudo é propor uma metodologia de cálculo que seja capaz de integrar os comportamentos dinâmicos da estrutura e do fluido de forma que possa ser utilizada no dimensionamento de travessas do pré-distribuidor de turbinas hidráulicas prevenindo falhas associadas às forças induzidas pelo escoamento.

Esta premissa implica em um modelo que preserve as características mais relevantes do fenômeno sem, por outro lado, incorrer em custos computacionais que tornem sua aplicação industrial inviável.

No decorrer deste trabalho diversos aspectos do escoamento em travessas serão analisados e para cada um deles o enfoque proposto estará em linha com o espírito mencionado no parágrafo anterior.

Pretende-se ainda esclarecer uma série de dúvidas relacionadas ao fenômeno, muitas delas inclusive advindas da pesquisa anterior, tais como:

- Frequentemente, o comportamento transiente do escoamento em travessas é estimado por meio da utilização do número de Strouhal. Qual o intervalo de validade desta hipótese e qual a ordem de grandeza das incertezas?
- Experimentalmente sabe-se que existe uma forte correlação entre o comportamento da esteira de vórtices e o formato da aresta de saída da travessa. Em função da grande diversidade de geometrias envolvidas, isto implica que um cálculo analítico do escoamento não é suficiente. Seria assim uma análise numérica imprescindível?
- Rigorosamente, o fenômeno de geração e desprendimento de vórtices é tridimensional. Por outro lado, o esforço computacional associado a uma análise tridimensional é de outra ordem de magnitude quando comparado a um cálculo bidimensional. Qual dos dois enfoques é o mais adequado para o problema em questão?
- O escoamento em travessas de turbinas hidráulicas é extremamente turbulento. Entre os diversos modelos de turbulência disponíveis, levando-se em conta qualidade e desempenho, qual o mais adequado para esta aplicação?

- Historicamente, o aparecimento de trincas em travessas está associado a condições de ressonância entre a frequência de emissão dos vórtices e a frequência natural da travessa na água. Como modelar esta interação fluido-estrutura?
- É prática corriqueira na engenharia de turbinas hidráulicas assumir que a frequência natural de uma travessa submersa é 70% do valor da frequência natural desta mesma travessa no ar. A mencionada dissertação de mestrado já demonstrou, porém, que este fator varia com a geometria da peça e o modo natural em questão. Como determinar o fator de redução da frequência natural, na água, de forma mais precisa? É possível utilizar um modelo analítico ou deve-se partir para soluções numéricas?
- Escoamento com emissão de vórtices em estruturas flexíveis pode levar a uma sincronização entre a frequência de desprendimento de vórtices e a frequência de vibração do componente em questão. A extensão deste fenômeno depende de diversos fatores entre eles: a flexibilidade da estrutura e a intensidade dos vórtices. Como modelar e quantificar o fenômeno de sincronização para uma travessa de turbina hidráulica?

De modo a abordar as questões acima, a redação desta tese foi estruturada conforme os tópicos a seguir:

- Apresentação da história das máquinas hidráulicas e seus tipos;
- Introdução e breve resumo do fenômeno de geração e desprendimento de vórtices, bem como da vibração induzida pelos mesmos;
- Retrospecto detalhado das trincas em travessas de turbinas hidráulicas;
- Análise das principais características do fenômeno, como frequência de emissão dos vórtices, intensidade das forças hidráulicas e interação fluido-estrutura;
- Apresentação do método proposto de cálculo, tanto para o escoamento quanto para a parte estrutural;
- Avaliação dos cálculos da dinâmica do escoamento e interação fluido-estrutura e apresentação dos primeiros resultados para travessas do pré-distribuidor;
- Conclusões e sugestões para futuras pesquisas.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta revisão foi dividida da seguinte forma: primeiramente uma apresentação das máquinas hidráulicas, percorrendo a respeito da sua origem e dos principais tipos de turbinas. A seguir, um breve resumo do conceito da geração e desprendimento de vórtices e a vibração induzida por estes. Finalmente, um histórico detalhado dos casos de falha de travessas associados à vibração pelo desprendimento de vórtices é apresentado.

3.1 HISTÓRIA DAS MÁQUINAS HIDRÁULICAS

O comportamento da água e os fenômenos por ela produzidos têm sido observados pelo homem há milhares de anos. Civilizações muito anteriores à era cristã já construíam obras hidráulicas voltadas à irrigação e ao armazenamento de água. Os gregos foram os primeiros a desenvolver máquinas hidráulicas para bombeamento, com a finalidade de retirar água dos porões dos navios (SIMONE, 2000) e por volta de 250 a.C., Arquimedes propôs a primeira bomba hidráulica (LEOTTA, 2003). As rodas d'água, apesar de já conhecidas pelos romanos, passaram a ser utilizadas intensivamente apenas no século XIV, enquanto o desenvolvimento da primeira turbina “moderna” é creditado a Benoit Fourneyron em 1833 (ARNDT, 1991).

Grande parte da evolução no projeto das turbinas hidráulicas se deu na Europa, especialmente na França, durante o século XIX. O interesse francês decorreu do fato de o país não dispor de reservas de carvão natural abundantes como a Inglaterra e necessitar de energia para a revolução industrial. Dessa forma, no final do século XIX, a transformação da energia hídrica em elétrica se tornou um promissor ramo de estudos e investimentos, além de seu papel estratégico. Até então, a energia desenvolvida pelas turbinas vinha sendo utilizada diretamente, de forma mecânica, através de eixos, correias e polias.

A aplicação de energia hídrica mais antiga na América do Norte remonta a 1605, com uma roda d'água fornecendo energia mecânica para um moinho em Port Royal (LEOTTA, 2003). As primeiras rodas d'água eram de madeira, conforme Figura 3.1,

e consistiam de cinco partes principais: o eixo, os braços, os anéis externos, o anel interno de fechamento e as pás ou conchas.

Figura 3.1 - Roda d'água com pás de madeira.

Fonte: ALLIS-CHALMERS ELECTRICAL REVIEW, 1954 apud (LEOTTA, 2003).

Durante o século XIX, o desenvolvimento das máquinas hidráulicas fez com que estas rodas fossem enclausuradas para manter a água confinada e melhorar o rendimento; além disto, alguns mecanismos de regulação foram criados. Com a viabilização da luz elétrica, por Thomas Edison, o interesse em converter energia mecânica em elétrica fez com que os estudos nesta área se tornassem bem mais intensos e justamente nessa época diversos tipos de turbinas foram patenteados. Os três tipos de turbina mais utilizados atualmente foram desenvolvidos a partir da metade do século XIX (LAURIA, 2001). O primeiro deles é a turbina Francis, que foi proposta por James B. Francis em 1847 por meio de um aperfeiçoamento da turbina Howd (1837), que por sua vez era baseada na turbina de Fourneyron. Em 1877, Lester A. Pelton construiu uma turbina em que jatos tangenciais acionavam pás em forma de concha; esta máquina recebeu o nome de turbina Pelton e teve sua patente registrada em 1880. E finalmente, em 1913, Viktor Kaplan patenteou um novo tipo de máquina *Propeller* com variação do passo das pás, surgindo então, a máquina Kaplan.

3.1.1 Tipos de turbinas hidráulicas

As turbinas hidráulicas convertem a energia de um fluxo hidráulico em energia mecânica, que é disponibilizada às pontas de um eixo motriz. Em uma usina hidrelétrica, essa energia é entregue a um gerador elétrico e este a converte em energia elétrica.

Existem vários modos de se classificar os diferentes tipos de turbinas hidráulicas. Um dos mais conhecidos é dividi-las em duas categorias - turbinas de ação e turbinas de reação:

- Turbinas de ação: operam somente com a energia cinética da água. Toda a energia potencial da água é transformada em cinética antes de chegar às conchas do rotor da turbina. Isto significa que a pressão à entrada do rotor é igual à pressão à saída do mesmo. O tipo de turbina de ação mais conhecido é a turbina Pelton. Os rotores das turbinas tipo Pelton são acionados por jatos de água que atingem suas conchas que têm formato de colher dupla (lado a lado), separadas por um septo. Os jatos são gerados e direcionados através de um ou mais injetores que possuem agulhas reguladoras acionadas por servomotores hidráulicos que controlam a vazão. Quando o jato atinge o rotor, ele é dividido pelo septo das conchas e é expulso pelas laterais das mesmas. A Figura 3.2 apresenta um croqui de um rotor Pelton de seis jatos.

Figura 3.2 - Turbina Pelton da usina Electroperu.

- Turbinas de reação: estas turbinas operam com a energia em forma cinética e de pressão, pois só parte da energia potencial é transformada em cinética; isto significa que as pressões à entrada e à saída do rotor são diferentes. Os dois tipos de turbinas de reação mais conhecidos são Francis e Kaplan. A turbina Kaplan possui pás móveis, comandadas por um servomotor hidráulico localizado dentro do rotor ou no eixo da turbina. Os rotores Francis, por sua vez, possuem pás fixas. Os principais componentes das turbinas Francis e Kaplan aparecem respectivamente na Figura 3.3 e na Figura 3.4. A travessa do pré-distribuidor, que é a principal motivação deste trabalho, é típica de máquinas Francis e Kaplan.

Figura 3.3 - Principais componentes de uma turbina Francis (Usina de Três Gargantas - China).

Fonte: (GISSONI, 2005).

Figura 3.4 - Principais componentes de uma turbina Kaplan (Usina de Yacyretá - Argentina).

Fonte: (LEOTTA, 2003).

O pré-distribuidor aparece com mais detalhes na foto da Figura 3.5.

Figura 3.5 - Pré-Distribuidor pouco antes da montagem na obra.

Fonte: (GISSONI, 2005).

O percurso da água nas turbinas de reação pode ser explicado, resumidamente, da seguinte forma: a água que vem do reservatório de montante é guiada para o rotor da turbina, num primeiro momento, pela caixa espiral. A caixa espiral é normalmente um conduto com a forma de um caracol que tem como principal finalidade distribuir o fluxo de água igualmente por toda a periferia do rotor. A seguir, a água segue por entre as travessas do pré-distribuidor, que além da função de manter o ângulo de entrada adequado, transmitem esforços da turbina para as fundações em concreto. As travessas também evitam que a caixa espiral se “abra” demasiadamente devido à pressão da água em seu interior. A vazão de água admitida na turbina é controlada pelo posicionamento das palhetas diretrizes. Quanto mais abertas forem as palhetas, maior a vazão hidráulica. Finalmente, no rotor da turbina, a diferença de pressão de água entre os dois lados das pás faz com que o conjunto gire. A transformação para energia elétrica se dará no gerador.

Como parte da função da travessa é homogeneizar o escoamento vindo da caixa espiral e este não é idêntico por todo o perímetro, é muito comum, especialmente em máquinas Kaplan, que em uma turbina haja travessas com perfis diferentes em função da sua posição circunferencial. Um exemplo, para turbinas Kaplan, aparece na Figura 3.6.

Figura 3.6 – Planta do pré-distribuidor mostrando os diferentes tipos de travessa para uma máquina Kaplan.

Fonte: (GISSONI, 2005).

O campo de aplicação de cada um dos três tipos mais importantes de turbinas hidráulicas é apresentado na Figura 3.7. A turbina bulbo é uma variação da turbina Kaplan.

Figura 3.7 - Campo de aplicação das turbinas Pelton, Francis e Kaplan.

Fonte: VOITH HYDRO apud (LEOTTA, 2003).

A escolha do tipo e das dimensões da máquina depende basicamente da queda onde esta irá operar e da vazão a ser turbinada. A rotação específica da turbina n_q , que aparece na abscissa do gráfico acima, é calculada pela seguinte equação:

$$n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{0,75}} \quad (3.1)$$

Onde:

n é rotação da turbina em rpm;

Q é a vazão de água em m³/s;

H é a queda líquida da máquina em mca (metros de coluna de água).

A rotação específica, conforme definição acima, corresponde à rotação que uma máquina teria no seu ponto de maior rendimento se operasse com uma queda de 1 mca e uma vazão de 1 m³/s. Fundamentada nas leis de semelhança, a rotação específica é utilizada para escalar o protótipo em função do modelo, em escala reduzida, testado em laboratório.

3.2 GERAÇÃO E DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES

Durante a operação da máquina, o escoamento da água ao redor das travessas do pré-distribuidor - e também das pás do rotor - pode formar uma esteira de vórtices, o que ocasiona uma flutuação na força de pressão transversal à direção do escoamento. Esta flutuação pode induzir vibrações excessivas, ruídos e em alguns casos, ressonâncias capazes de levar estes componentes à falha estrutural. É fundamental, portanto, que alguns conceitos associados ao fenômeno de geração e desprendimento de vórtices sejam abordados.

3.2.1 Mecanismo físico

Quando um corpo rombudo, um cilindro ou uma travessa do pré-distribuidor, por exemplo, é submetido a um escoamento, pode ocorrer a formação de uma esteira de vórtices a jusante deste corpo.

Um corpo rombudo (*bluff body*) é aquele cuja geometria provoca separação no escoamento ao seu redor, que ocorre em uma porção considerável de sua superfície. Esta separação faz com que apareçam duas camadas cisalhantes livres (*free shear layers*) a jusante do corpo. Estas camadas possuem vorticidade de sinais opostos podendo levar a um sistema instável, com consequente formação de vórtices de rotação oposta que se desprendem alternadamente.

Em corpos rombudos com cantos vivos o ponto de separação é fixo e se dá nestas arestas; porém, quando a superfície do corpo é caracterizada por variações suaves de curvatura, a posição do ponto de separação depende de sua forma, da incidência do escoamento e de sua velocidade.

O mecanismo físico bidimensional envolvido no fenômeno de formação e desprendimento de vórtices ao redor de um cilindro pode ser explicado por meio do modelo proposto por (GERRARD, 1966), reproduzido na Figura 3.8.

Figura 3.8 - Modelo bidimensional de formação do vórtice em torno de cilindro circular.

Fonte: (GERRARD, 1966).

As partículas de fluido da camada cisalhante, carregadas pela velocidade induzida pela camada oposta, podem seguir três caminhos:

- a) elas podem imiscuir-se com o vórtice que está se formando no lado oposto reduzindo a circulação deste, já que possuem uma vorticidade com sinal inverso;
- b) podem se mover em direção à camada cisalhante oposta interrompendo a alimentação de circulação para este vórtice; assim, este adquire sua circulação final e desprende-se da camada cisalhante a partir da qual se formou;
- c) as partículas podem retornar na direção da esteira próxima ao corpo colaborando para a formação de um novo vórtice agora na parte oposta da esteira.

3.2.2 Camada limite

Como a esteira de vórtices está diretamente relacionada à separação da camada limite na superfície do corpo submetido ao escoamento, o item a seguir apresenta alguns dos principais conceitos da camada limite.

A teoria de escoamento potencial, que pressupõe fluido invíscido e escoamento originalmente irrotacional, foi aplicada com relativo sucesso durante os séculos XVIII e XIX. Havia, porém, uma séria limitação. A integração do campo de pressão ao longo da superfície do corpo indicava uma força de arrasto nula, em evidente desacordo às observações experimentais. Esta discordância foi chamada de paradoxo de D'Alembert.

No início do século XX, Prandtl propôs haver uma pequena região próxima à parede do corpo em que os efeitos da viscosidade fossem relevantes. Ele chamou esta região de camada limite. Prandtl formulou também o princípio da aderência, ou seja,

não há deslizamento do fluido próximo à parede. Uma representação esquemática deste conceito aparece na Figura 3.9.

Figura 3.9 - Perfil de velocidades na camada limite.

Fonte: adaptada de (ZOBELI, 2011).

O princípio de D'Alembert pôde, então, ser explicado porque uma parte significativa da força de arrasto surgia em função do atrito provocado pelas camadas de fluido adjacentes à parede. Fenômeno que era desprezado na teoria de fluido ideal.

Com base na teoria da camada limite de Prandtl, o escoamento em corpos afilados pode ser, então, estudado em duas regiões distintas: região próxima às paredes do corpo (camada limite) e região na qual a ação da viscosidade é desprezível, onde pode ser utilizada a teoria do escoamento potencial (fluido ideal).

A camada limite normalmente se desenvolve ao longo da superfície de um corpo passando por dois regimes: escoamento laminar e escoamento turbulento, com uma região de transição entre elas, como mostrado na Figura 3.10.

Figura 3.10 - Diferentes regimes de escoamento na camada limite em uma placa plana.

Fonte: (SCHIOZER, 1990).

A espessura da camada limite é usualmente definida como a distância entre a parede do corpo e o ponto onde a velocidade do fluido atinge o valor de 99% da velocidade do escoamento externo, que é medida ao longe do corpo. Esta definição, porém, é arbitrária, outro critério e que permite uma interpretação mais física é o conceito de espessura de deslocamento. Esta espessura corresponde à distância que a parede deveria ser deslocada para que o fluxo de massa no escoamento invíscido fosse igual ao do escoamento viscoso real. Representa o deslocamento das linhas de corrente provocado pelos efeitos viscosos.

Equações de Prandtl da camada limite

As equações de Navier-Stokes na forma conservativa para um escoamento incompressível de fluido newtoniano sem forças de campo e com densidade e viscosidade constantes são:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.3)$$

A eq.(3.2) é a equação da continuidade ou conservação de massa enquanto a eq.(3.3) corresponde à equação de balanço da quantidade de movimento.

Conforme demonstrado em (SCHLICHTING e GERSTEN, 2000), para um escoamento em regime permanente e bidimensional, na camada limite, estas equações podem ser aproximadas por:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.4)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} \quad (3.5)$$

que são conhecidas como as equações de Prandtl da camada limite.

Separação da camada limite

Quando há um gradiente de pressão adverso no escoamento externo à camada limite, ou seja, $dp/dx > 0$, as partículas de fluido são desaceleradas, perdendo energia cinética. Isto pode causar uma inversão no sentido do escoamento, fenômeno conhecido por separação.

Matematicamente isto equivale a:

$$\left. \frac{du}{dy} \right|_{parede} = 0 \quad (3.6)$$

Retomando a equação da camada limite de Prandtl.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} \quad (3.7)$$

e lembrando que na parede, $u = v = 0$, vale então:

$$\nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} \quad (3.8)$$

ou

$$\left. \frac{d^2 u}{dy^2} \right|_{parede} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (3.9)$$

Isto indica que, na parede, o sinal da segunda derivada da velocidade é totalmente definido pelo gradiente de pressão.

Analisando-se com atenção a Figura 3.11 pode-se perceber, porém, que na região mais externa da camada limite, a taxa de variação da componente tangencial da velocidade na direção normal à parede do corpo deve, obrigatoriamente, ser negativa, pois a velocidade nesta região tende assintoticamente à velocidade do escoamento externo. No limite, para $y \rightarrow \infty$, a taxa de variação da velocidade deve chegar a zero.

Desta forma, no caso de um gradiente favorável de pressão, a segunda derivada da velocidade parte, na parede, de um valor negativo, pois $dp/dx < 0$, e tende monotonicamente para zero na região mais externa. Como consequência, a primeira

derivada, ou seja, a variação da velocidade, não deve ter nenhuma inflexão e será sempre positiva até se aproximar de zero no limite mais externo da camada limite.

Para esta situação, portanto, é impossível, pelo menos para regime permanente, que a primeira derivada da velocidade seja zero na parede, ou seja, não há separação.

Este caso está representado pelo croqui (a) da Figura 3.11 e a situação limite, $dp/dx = 0$, aparece no croqui (b).

Para um gradiente adverso de pressão, no entanto, a segunda derivada da velocidade parte de um valor positivo, fica negativa, até um valor máximo em módulo e a seguir tende assintoticamente para zero. No ponto em que $d^2u/dy^2 = 0$ tem-se um ponto de inflexão no perfil de velocidades e isto permite a possibilidade de existência de um valor $du/dy = 0$ na parede e como consequência, a separação do escoamento. A demonstração de que esta é uma condição necessária, mas não suficiente é o exemplo do croqui (c) na Figura 3.11.

Figura 3.11 - Efeito do gradiente de pressão no perfil de velocidades na camada limite. PI = ponto de inflexão.

Fonte: adaptada de (WHITE, 1998).

3.2.3 Vorticidade e circulação

Como já mencionado, os vórtices da esteira estão relacionados ao fluxo de circulação que ocorre próximo ao ponto de separação. Desta forma uma análise da vorticidade e da circulação na camada limite se faz necessária. As deduções a seguir foram baseadas em (MENEZHINI, 2002).

Vorticidade é definida como o rotacional do campo de velocidades, ou seja:

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} \quad (3.10)$$

A partir da equação de conservação da quantidade de movimento eq.(3.3), caso bidimensional, a equação de transporte da vorticidade pode, então, ser escrita na forma:

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + u \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \vec{\omega}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{\omega}}{\partial y^2} \right) \quad (3.11)$$

Para uma camada limite bidimensional a componente z da vorticidade é:

$$\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.12)$$

Admitindo-se, então, uma fina camada cisalhante, obtém-se a vorticidade na camada limite:

$$\omega_z = - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.13)$$

A relação entre vorticidade e circulação vem do teorema de Stokes.

$$\Gamma = \oint \vec{V} \cdot d\vec{l} = \int (\nabla \times \vec{V})_z dx dy = \int \omega_z dx dy \quad (3.14)$$

Na parede, tem-se:

$$\left. \frac{d^2 u}{dy^2} \right|_{\text{parede}} = - \left. \frac{\partial \omega_z}{\partial y} \right|_{\text{parede}} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (3.15)$$

Enquanto na separação:

$$\omega_z|_{\text{parede}} = 0 \quad (3.16)$$

e, para regime permanente, a eq.(3.11) pode ser escrita como:

$$(\vec{V} \cdot \nabla) \omega_z = \nu \nabla^2 \omega_z, \quad (3.17)$$

o que indica que a advecção de vorticidade deve igualar-se à difusão.

O módulo da vorticidade total por comprimento unitário da camada limite é:

$$-\int_0^\delta \omega_z dy = \int_0^\delta \frac{du}{dy} dy = U_s, \quad (3.18)$$

onde U_s é a velocidade do escoamento potencial na vizinhança da separação.

Esta vorticidade total é igual à circulação por comprimento unitário na camada limite.

$$\frac{d\Gamma}{dx} = U_s \quad (3.19)$$

A taxa total de fluxo de vorticidade é

$$\int_0^\delta u \frac{du}{dy} dy = \frac{U_s^2}{2} \quad (3.20)$$

que é equivalente à taxa de fluxo de circulação

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{U_s^2}{2} \quad (3.21)$$

e, finalmente, a taxa de variação do fluxo de vorticidade ou de $\frac{d\Gamma}{dt}$ em relação a x é:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{U_s^2}{2} \right) = U_s \frac{dU_s}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} \quad (3.22)$$

Esta equação mostra que a vorticidade é introduzida pela parede na camada limite, quando o gradiente de pressão é favorável $\left(\frac{dp}{dx} < 0\right)$, e retirada no caso de gradiente adverso $\left(\frac{dp}{dx} > 0\right)$.

3.2.4 Dependência do número de Reynolds

Conforme detalhado por (MENEZHINI, 2002), a importância da geometria do corpo está relacionada a possíveis diferenças nos ângulos das linhas de corrente separando-se da parede do corpo. Estes ângulos dependem dos diferentes processos de separação: se em canto vivo, bordo de fuga chanfrado ou em superfície contínua com gradiente adverso de pressão. O último caso é bastante influenciado pelo número de Reynolds Re .

O número de Reynolds é um número adimensional característico do escoamento e trata da relação entre as forças de inércia e as forças viscosas. Sua definição é dada pela eq.(3.23).

$$Re = \frac{U d}{\nu} \quad (3.23)$$

Onde U é a velocidade característica do escoamento, d é um comprimento característico e ν é a viscosidade cinemática do fluido.

As forças na direção do escoamento F_x e perpendicular a ele F_y podem ser apresentadas por unidade de comprimento e na forma adimensional definindo-se os seguintes coeficientes:

Coeficiente de arrasto:

$$C_D = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho U^2 d} \quad (3.24)$$

Coeficiente de sustentação:

$$C_L = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \rho U^2 d} \quad (3.25)$$

Onde ρ é a densidade do fluido.

Em 1896 Lorde Rayleigh definiu outro adimensional bastante utilizado no estudo da emissão de vórtices, que veio a ser conhecido como número de Strouhal St e obedece à definição abaixo:

$$St = \frac{f_s d}{U} \quad (3.26)$$

Sendo f_s a frequência de emissão dos vórtices.

Desta forma, para um escoamento com desprendimento de vórtices, o número de Strouhal associa a frequência de emissão destes vórtices a um comprimento e uma velocidade característicos desse escoamento.

Observações experimentais mostram que quanto mais rombudo o corpo, maior o coeficiente de arrasto e que o número de Strouhal varia inversamente com a largura da esteira de vórtices. Além disso, um aumento da pressão na base causa uma diminuição na frequência de emissão dos vórtices.

Baseado nestas observações (ROSHKO, 1954) definiu uma variação do número de Strouhal que foi chamada de número de Strouhal da esteira S^* e segue a fórmula abaixo:

$$S^* = \frac{f_s d^*}{U_s} \quad (3.27)$$

Onde d^* (ou d' , como no croqui da Figura 3.12) é a largura transversal da esteira e U_s é a velocidade do escoamento próxima ao ponto de separação.

Figura 3.12 - Parâmetros para definição do número de Strouhal da esteira.

Fonte: (ROSHKO, 1954).

Em 1959 (BAUER, 1959), um orientado de Roshko, propôs que para placas planas a largura da esteira fosse aproximada por:

$$d^* = d + 2\delta^* \quad (3.28)$$

Onde:

d é a espessura da placa;

δ^* é a espessura de deslocamento da camada limite.

Os valores encontrados do número de Strouhal da esteira S^* variaram entre 0,20 e 0,26, conforme pode ser visto no gráfico da Figura 3.13.

Figura 3.13 – Número experimental de Strouhal da esteira em função do número de Reynolds para placas planas.

Fonte: adaptada de (BAUER, 1959).

O número de Reynolds é um excelente parâmetro para uma análise qualitativa do escoamento ao redor de um corpo. A Figura 3.14 extraída de (SCHLICHTING e GERSTEN, 2000) mostra uma representação visual destas diferenças para um cilindro. Neste caso, o comprimento característico na definição de Re é o diâmetro do cilindro.

Para números de Reynolds $< 3\sim 4$, não há separação do escoamento ou geração de vórtices.

Para a faixa de Re compreendida entre aproximadamente 4 e 40, ocorre a separação da camada limite na parte posterior do cilindro, com a formação de um par de vórtices estacionários. Nesta faixa o tamanho da esteira cresce linearmente com Re .

As oscilações na esteira começam quando se atinge um valor crítico de Re , ao redor de 40. Estas oscilações se estendem até Re ao redor de 90. A partir daí e até Re da ordem de 150~300, ocorre o fenômeno do desprendimento regular de vórtices na forma de uma esteira de von Kármán. Este regime é chamado de laminar.

Para $300 < Re < \sim 1 \times 10^5$ ocorre o regime subcrítico de geração de vórtices e ondas de instabilidade começam a se formar nas camadas cisalhantes formadas a partir dos pontos de separação. Neste regime, mesmo os vórtices próximos à região da base do cilindro são turbulentos e conforme se aumenta o Re , mais a montante se desloca o ponto de transição para turbulência na camada cisalhante. Nesta faixa de Re , a camada limite é laminar quando ocorre a separação, ou seja, o ponto de transição para turbulência acontece apenas na camada cisalhante na região de formação dos vórtices.

Na região do chamado regime crítico, Re entre 1×10^5 e $3,5 \times 10^6$, existe uma tendência da camada cisalhante aderir novamente à superfície do corpo e o escoamento é bastante instável. Um aumento no número de Reynolds faz com que o ponto de transição turbulenta se mova para montante, até atingir o ponto de separação.

Com um novo aumento no Re ($> 3,5 \times 10^6$) passa-se ao regime pós-crítico onde a geração de vórtices volta a ser regular.

Figura 3.14 - Regimes de escoamento ao redor de um cilindro em função do número de Reynolds.

Faixa de número de Reynolds	Regime do escoamento	Forma do escoamento	Característica do escoamento	Número de Strouhal Sr
$Re \rightarrow 0$	Escoamento de Stokes		Escoamento permanente, sem esteira	—
$3 - 4 < Re < 30 - 40$	Pares de vórtices na esteira		Escoamento permanente, separação simétrica	—
$\frac{30}{40} < Re < \frac{80}{90}$	Início da esteira de vórtices de von Karman		Laminar, esteira instável	—
$\frac{80}{90} < Re < \frac{150}{300}$	Pura esteira de vórtices de von Karman		Esteira de vórtices de von Karman	$0.14 < Sr < 0.21$
$\frac{150}{300} < Re < \frac{10^5}{1.3 \cdot 10^5}$	Regime subcrítico		Laminar, com instabilidades na esteira de vórtices	$Sr = 0.21$
$\frac{10^5}{1.3 \cdot 10^5} < Re < 3.5 \cdot 10^6$	Regime crítico		Separação laminar Recolamento turbulento Separação turbulenta Esteira turbulenta	Sem uma frequência preferencial
$3.5 \cdot 10^6 < Re$	Regime pós-crítico		Separação turbulenta	$0.25 < Sr < 0.30$

Fonte: adaptada de (SCHLICHTING e GERSTEN, 2000).

Para geometrias retangulares o número disponível de referências na literatura é consideravelmente menor do que para cilindros. Um bom exemplo aparece na Tabela 3.1 adaptada de (ALMEIDA, MANSUR e SILVEIRA-NETO, 2008), que foi baseada em visualizações experimentais do escoamento por Lindquist, em 2000. Nesta tabela, o comprimento característico para o número de Reynolds é a dimensão do retângulo perpendicular à direção do escoamento, enquanto a velocidade característica do fluido corresponde à velocidade livre da corrente ao longe.

Tabela 3.1 – Regimes de escoamento ao redor de um corpo de seção retangular em função do número de Reynolds.

Intervalo de Re	Padrão do escoamento
$Re < 40$
$38 < Re < 46$
$42 < Re < 56$
$50 < Re < 150$
$100 < Re < 200$
$150 < Re < 250$
$200 < Re < 350$
$350 < Re$

Fonte: adaptada de (ALMEIDA, MANSUR e SILVEIRA-NETO, 2008).

A principal diferença, quando comparado ao escoamento em cilindros, é a formação de uma ou mais bolhas recirculantes na lateral do retângulo dependendo do número de Reynolds e do comprimento desta aresta. Estas bolhas aparecem em função da separação da camada limite no bordo de entrada do retângulo, diretamente relacionada à presença de cantos vivos nesta região. Como será detalhado mais adiante neste trabalho, as travessas do pré-distribuidor de uma máquina hidráulica são projetadas para máximo rendimento hidráulico. Desta maneira, o formato curvo na região de entrada e o alinhamento entre a travessa e as linhas de corrente do escoamento previnem a formação deste tipo de bolha em travessas reais. A emissão de vórtices a jusante é, porém, na maioria dos casos, análoga a das geometrias retangulares apresentadas.

Considerando que neste trabalho o interesse maior reside em prever o comportamento do escoamento para altos números de Reynolds, a Tabela 3.2 apresenta uma compilação de medições experimentais do número de Strouhal para geometrias retangulares disponíveis na literatura. Também nesta tabela, o comprimento característico para o número de Reynolds e para o número de Strouhal é a dimensão do retângulo perpendicular à direção do escoamento (largura – D), enquanto a velocidade característica do fluido corresponde à velocidade livre da corrente ao longe.

Tabela 3.2 – Relação experimental entre o número de Strouhal (St) e o número de Reynolds (Re) para o escoamento em geometrias retangulares. B/D corresponde à razão entre o comprimento e a largura do retângulo.

Referência	Re	B/D	St
Nakamura e Yoshimura (1982)	5500-55000	5	~0,115
Nakamura e Yoshimura (1986)	4800-57600	1,8-3,6	~0,118
Nakamura et al. (1991)	1000-3000	20	~0,115
Okajima et al. (1982)			~0,105
Okajima (1983)	42000		~0,105
Parker e Welsh (1983)	26600	4,1	0,106
Stokes e Welsh (1986)	9800	7,6	0,109
Knisely (1990)	3700	3,2	0,124
Matsumoto (2005)	40000	3	0,132
Ricciardelli e Marra (2008)	63600	7,3	0,116
Schewe (2006,2009)	26400	10,8	0,111

Fonte: adaptada de (MANNINI, SODA e SCHEWE, 2011).

Atentar que na definição do número de Strouhal adotada por (BAUER, 1959), a dimensão característica foi tomada como a largura da esteira, enquanto na tabela acima corresponde à largura do retângulo.

3.3 VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES

Como mencionado em (MENECHINI, 2002), o fenômeno de geração e desprendimento de vórtices pode ser significativamente alterado quando o corpo rombudo está oscilando ou quando este corpo estiver submetido a um escoamento oscilatório. Em determinados intervalos de amplitude e frequência de vibração, o próprio movimento do corpo pode controlar a geração e desprendimento de vórtices. Este fenômeno é conhecido como sincronização.

Como demonstrado em diversos trabalhos sobre escoamento em cilindros ou placas suportados em bases elásticas, se a amplitude de oscilação do corpo submetido ao escoamento for grande o bastante, esta pode realimentar a esteira de vórtices de tal forma que a frequência de emissão dos vórtices se torne idêntica à frequência natural do corpo na água e em um determinado intervalo, praticamente independente da velocidade de aproximação do fluido. A sincronização pode ser observada na Figura 3.15 e na Figura 3.16, extraídas de (GUMMER e HENSMAN, 1992) e baseadas no trabalho de (TOEBES e EAGLESON, 1961).

Figura 3.15 - Efeito da sincronização para diferentes formatos de aresta de saída.

Fonte: (GUMMER e HENSMAN, 1992) adaptada de (TOEBES e EAGLESON, 1961).

Figura 3.16 - Amplitudes de vibração durante a sincronização para diferentes formatos de aresta de saída.

Fonte: (GUMMER e HENSMAN, 1992) adaptada de (TOEBES e EAGLESON, 1961).

Mais do que isso, conforme apontado por (BLEVINS, 1977), esta vibração do corpo próxima da frequência de emissão dos vórtices possui um forte efeito de organização da esteira. Sob estas condições a correlação no desprendimento dos vórtices aumenta rapidamente. O índice de correlação é uma medida da tridimensionalidade do escoamento. Assim, correlação igual a 1 indica que o escoamento é bidimensional com todos os vórtices sendo desprendidos com a mesma fase e frequência por toda a altura do corpo. Um exemplo desta correlação para o caso de um escoamento ao redor de cilindro pode ser visto na Figura 3.17. No gráfico, A_y corresponde à amplitude transversal de vibração e D ao diâmetro do cilindro. Neste caso, a dimensão D é também representativa da largura da esteira.

Figura 3.17 - Efeito da vibração transversal na correlação do desprendimento dos vórtices.

Fonte: adaptada de TOEBES, 1969 apud (BLEVINS, 1977).

Do ponto de vista estrutural, um índice de correlação igual a 1 é a condição mais crítica.

3.4 RETROSPECTO DAS TRINCAS EM TRAVESSAS

Para um melhor entendimento do histórico das trincas em travessas de pré-distribuidores de turbinas hidráulicas, vale a pena analisar, primeiramente, um fenômeno correlato que foi o aparecimento de trincas em pás de rotores Francis. Como será visto mais adiante, se o primeiro caso documentado de trincas em travessas apareceu em 1968, já em 1952 (PARMAKIAN e JACOBSON, 1952) relataram um caso de trincas nas pás do rotor Francis da usina de Parker. Relatos de vibrações indesejadas em rotores Francis já existiam desde 1930, mas não havia

nenhum registro do aparecimento de trincas. Naqueles casos o problema foi solucionado basicamente por meio de dois enfoques: soldando um perfil de aço entre pás adjacentes na altura do meio destas ou afinando por esmerilhamento a aresta de saída da pá.

Na usina de Parker, após uma tentativa infrutífera com os perfis de aço, decidiu-se pela modificação da aresta de saída. Ver Figura 3.18.

Figura 3.18 - Modificação da aresta de saída da pá do rotor da usina de Parker.

Fonte: adaptada de (PARMAKIAN e JACOBSON, 1952).

As vibrações foram eliminadas e as trincas não voltaram a aparecer. A variação na amplitude de aceleração da pá, antes e depois da modificação, pode ser conferida no gráfico da Figura 3.19.

Figura 3.19 - Amplitude da aceleração transversal na pá número 2 do rotor da turbina de Parker, antes e depois da modificação.

Fonte: adaptada de (PARMAKIAN e JACOBSON, 1952).

Foi especulado que a provável causa seria a ressonância devida aos vórtices de von Kármán. É digno de nota que as mais bem sucedidas estratégias utilizadas na década de 50 para redução da vibração de rotores surtiriam efeito num eventual caso de ressonância com vórtices. A soldagem do perfil de aço evitaria a ressonância por meio do aumento da frequência natural das pás enquanto a mudança da aresta de saída deslocaria a frequência de excitação. Entre as duas alternativas discutidas, o chanfro na aresta de saída é a mais adequada pelos seguintes motivos: é normalmente mais simples de ser implementada já que a geometria da aresta pode ser alterada por esmerilhamento, não há soldas adicionais, o que minimiza o risco de eventuais tensões residuais no rotor e conforme verificado em algumas usinas, pode elevar sensivelmente a potência da turbina, pois se aumenta a área de descarga de água na saída do rotor e com a redução dos vórtices, diminuem-se as perdas no escoamento associadas à força de arrasto. Apesar de aparentemente não testada em laboratório, a alternativa da solda

do perfil nas pás deve reduzir levemente o rendimento e chegou a causar problemas de cavitação em algumas unidades. A cavitação foi eliminada com a modificação da localização do perfil. As arestas de saída eram originalmente espessas devido ao fato de as pás dos rotores Francis serem normalmente fundidas e para se evitar trabalho e custo adicional de retirada de material.

Conforme comentado por (DONALDSON, 1956), em 1953 foram testadas, supostamente pela primeira vez, arestas de saída de pás com uma concavidade no centro. Os testes foram realizados nos rotores das usinas de Osage e Canyon Ferry com resultados satisfatórios.

Figura 3.20 - Aresta de saída com concavidade no centro.

Fonte: (DONALDSON, 1956).

Em 1968 (GOLDWAG e BERRY, 1968) apresentaram o primeiro trabalho sobre a ocorrência de trincas em travessas de pré-distribuidores, referente à usina de Little Long, de propriedade da Ontario Hydro. As trincas foram associadas à fadiga causada por forças dinâmicas produzidas pela emissão de vórtices de von Kármán. A aresta de saída foi modificada e o problema minimizado, mas reparos eventuais continuam até hoje (DÖRFLER, SICK e COUTU, 2013).

Desde então, diversos estudos sobre vibrações em pás e travessas associados aos vórtices de von Kármán foram produzidos. Dessa forma, seria de se imaginar que a questão dos vórtices estaria equacionada. Como o próprio exemplo de Little Long atesta, este não é o caso. Desde 1968, pelo menos outros 27 casos de trincas em travessas foram relatados como pode ser observado na Tabela 3.3. Muitos são reincidentes e vários bastante recentes. Fica claro, portanto, que apesar de todos os esforços, o cálculo da ocorrência ou não de ressonância associada à geração e desprendimento de vórtices ainda não está dominado ou suficientemente difundido.

Tabela 3.3 - Incidência de trincas ou ruídos em travessas.

Nome da usina País Tipo de máquina	Ano em que as trincas foram encontradas	Queda da Máquina [mca]	Potência Unitária [MW]	Frequência de Vibração [Hz]	Perfil da Aresta de Saída		Tensões dinâmicas p.a.p.		Observações
					Antes	Depois	Antes	Depois	
Little Long Canadá Propeller	1963	27,4	62,6	38			---	~ 8	Trincas encontradas nas travessas de espessura <= 57 mm. Travessas de 38 mm de espessura vibravam em modo torcional, demais travessas afetadas vibravam em modo flexional. Com uma taxa mais lenta, trincas continuavam reaparecendo.
Donje Suécia Kaplan	1967	33	30	93	---	Chanfrada em relação à original	---	4	Foram realizadas 2 tentativas de modificação da aresta de saída. Primeira alteração resultou em tensões de 10 MPa.
Tabka 1 Síria Kaplan	1970	49	103	---	---	---	---	---	---
Chavantes Brasil Francis	1974	74	102	---			---	---	---
Ilha Solteira Brasil Francis	1976	48	167,8	---			---	---	Após 7300 hrs de operação trincas foram encontradas em apenas 1 travessa. Esta travessa foi a única modificada. Após leve aumento de potência na usina, trincas voltaram a aparecer. Problema persiste.
Marimbondo Brasil Francis	1976	60,3	180	83			17	5	Medições foram até P=192 MW. Aparentemente pouco antes da ressonância completa.
Funil Brasil Francis	1976	67	74	70			6,5 (trav. longa) 20,3 (trav. curta)	5 (trav. longa) 3 (trav. curta)	Maior incidência de trincas nas travessas curtas. Trincas só foram descobertas após 9 anos de operação, graças a uma investigação motivada pelo aparecimento de trincas em outras turbinas do mesmo proprietário de Funil. Chapas amortecedoras também foram testadas.
Capivara Brasil Francis	1976	50	163	46			---	35	Mesmo após diversas modificações na aresta de saída trincas continuavam a aparecer. Problema só foi resolvido em 2007 com outra modificação na aresta.

Nome da usina País Tipo de máquina	Ano em que as trincas foram encontradas	Queda da Máquina [mca]	Potência Unitária [MW]	Frequência de Vibração [Hz]	Perfil da Aresta de Saída		Tensões dinâmicas p.a.p.		Observações
					Antes	Depois	Antes	Depois	
Angostura México Francis	1977	91,5	184	150			90	40 (com chapa amortece- dora 5)	Travessas curtas vibravam muito mais que as travessas longas. Travessas curtas vibravam em modo torcional.
Infiernillo México Francis	1977	101	173	---			---	---	Chapas amortecedoras também foram instaladas.
La Villita México Francis	1977	44	75	---			150	100 (nova aresta) 50 (nova espessu- ra)	Uma travessa se separou completamente ficando presa entre as palhetas e danificando o rotor. Espessura das travessas passou de 54 para 90 mm.
Malpaso México Francis	1977	85	---	---	---	---	---	---	---
Água Vermelha Brasil Francis	1978	60	250	---			82 (com 234 MW)	12 (com 252 MW)	Trincas persistem até hoje.
São Simão Brasil Francis	1979	71	272	73			200 (p/ travessa de 90 mm) 9.5 (p/ travessa de 100 mm)	3.5 (p/ travessa de 90 mm) 9,5 (p/ travessa de 100 mm)	Somente as travessas de 90 mm apresentaram trincas. As trincas também só apareceram nas unidades 1, 3 e 5. Unidades 2, 4 e 6 não apresentaram problemas. Atribuído a diferenças na geometria do conduto forçado. Ressonância ocorria na região de sobre-potência da máquina.
Sobradinho Brasil Kaplan	1980	27	178	---			16 (máx.) 7 (mín.)	---	Apenas as travessas 5 a 12 (grupo III) apresentaram trincas.
Itumbiara Brasil Francis	1981	80	354	100			170	6,4	---

Nome da usina País Tipo de máquina	Ano em que as trincas foram encontradas	Queda da Máquina [mca]	Potência Unitária [MW]	Frequência de Vibração [Hz]	Perfil da Aresta de Saída		Tensões dinâmicas p.a.p.		Observações
					Antes	Depois	Antes	Depois	
Djerdap I Sérvia Kaplan	1983	27,2	193,5	37		---	15	---	Tensões foram medidas a 90 mm da região de aparecimento de trincas. Análises continuam até hoje.
Nipawin Canadá Kaplan	1986	32,6	86	---			166	20	---
--- Iugoslávia Kaplan	1986	---	60	52	---	---	80	---	Ressonância com as palhetas. Visível pela vibração das alavancas. Vibração eliminada por meio da conexão de travessas adjacentes.
Nkula Falls Malavi Francis	1992	52	21	329			---	---	---
Yacyreta Argentina Kaplan	1996	21,3	154	25 e 58			26 (25 Hz) 68 (58 Hz)	4	Com a potência da máquina igual a 50 MW, travessa vibrava com frequência de 25 Hz. Com a potência de 107 MW, travessa vibrava a 58 Hz.
Mian Hua Tan China Francis	2002	87,6	153	165 e 200	---	---	---	---	Com P=120 MW travessas 15 a 22 vibram a 165 Hz. Quando P=140 MW travessas 6 a 14 vibram a 200 Hz.
Zongpingxi China ---	2005	---	18	---	---	---	---	---	---
Middle Marsyangdi Nepal Francis	2009	105	38	---			---	---	Travessas menores eram excitadas na condição de máxima potência. Modificação da aresta de saída eliminou o problema.
Revelstoke U5 Canadá Francis	2011 (ruído anormal)	127	512	270	---	---	---	---	Forte ruído para potências acima de 450 MW. Ruído desapareceu após modificações na aresta de saída do grupo II de travessas.

Nome da usina País Tipo de máquina	Ano em que as trincas foram encontradas	Queda da Máquina [mca]	Potência Unitária [MW]	Frequência de Vibração [Hz]	Perfil da Aresta de Saída		Tensões dinâmicas p.a.p.		Observações
					Antes	Depois	Antes	Depois	
Three Gorges China Francis	antes de 2011 (ruído anormal)	80	700	112		---	---	---	Não há menção a trincas mas sim a um forte ruído quando a potência da máquina estava ao redor de 500 MW.
Cach. Dourada U9 Brasil Kaplan	2013	30	105	---	---	---	---	---	Trincas foram descobertas após inspeção relacionada a acidente com rotor Kaplan.
Waneta Canadá Francis	2015 (ruído anormal)	61	176	205		---	---	---	Durante o comissionamento vibrações ao redor de 205 Hz foram detectadas no flange do pré-distribuidor.

As referências utilizadas para preenchimento da Tabela 3.3 aparecem no APÊNDICE C.

A década de 60, quando as primeiras trincas em travessas começaram a aparecer, foi um período de grandes mudanças no projeto de turbinas hidráulicas. Em 1960, o tamanho e a potência das turbinas não eram muito diferentes daqueles do pós-guerra, porém, já no final da década, os valores de potência haviam sido multiplicados por quatro. Como nessa época a ênfase estava nas unidades de baixa queda localizadas nas Américas e na Rússia, a maior parte das mudanças ficou concentrada em unidades de alta rotação específica, o que juntamente com altas potências, implica em grandes máquinas.

As questões financeiras influenciaram: o aumento do tamanho das máquinas, a adoção de máquinas com maior rotação específica para uma dada queda e a utilização de métodos de cálculo mais sofisticados para reduzir os fatores de segurança e obter componentes mais otimizados.

O aumento no tamanho dos componentes acarretou mudanças nos processos de fabricação e montagem na obra. Componentes fundidos e parafusados na obra não eram mais viáveis e os fabricantes passaram, então, para as construções soldadas, com muitas destas soldas sendo realizadas no campo. Como consequência, aumentou-se também a quantidade de usinagem realizada na obra.

Todos os fatores citados acima contribuíram de alguma forma para o surgimento de trincas em travessas do pré-distribuidor, a saber:

- Se para uma mesma queda utiliza-se o projeto de uma turbina com rotação específica igual ao de uma turbina já em operação, as leis da homologia indicam que esta nova máquina deve operar satisfatoriamente. Se por outro lado, a rotação específica é aumentada e não existem mais referências em funcionamento, o fabricante passa a depender tão somente de ensaios em modelo reduzido e cálculos para prever o funcionamento da nova turbina;
- O aumento da rotação específica para uma dada queda leva a um aumento na velocidade do escoamento e a travessas mais finas, o que aumenta sobremaneira a possibilidade de ressonância com vórtices;
- Componentes fundidos, com seus grandes raios de arredondamento e por consequência, menores tensões concentradas, possuem grande resistência à fadiga, enquanto componentes soldados, não;

- Soldas realizadas no campo, não importa quão cuidadosamente tenham sido executadas, criam um risco maior de tensões residuais, já que um completo alívio de tensões nem sempre é possível.

Os primeiros pré-distribuidores soldados tinham uma geometria muito similar a dos fundidos, ou seja, os anéis superior e inferior possuíam uma curvatura que acompanhava a curvatura da caixa espiral. Este tipo de projeto, apesar de excelente hidraulicamente, acarretava altas tensões de flexão na região da aresta de entrada das travessas, quando a caixa espiral era pressurizada. Para resolver este problema, foi criado o pré-distribuidor do tipo caixa onde a inércia do anel era muito maior, o que proporcionava uma distribuição mais uniforme do momento fletor pela seção transversal das travessas. Isto permitiu travessas mais finas ou mais curtas na direção do escoamento mantendo-se o mesmo nível de tensões admissíveis. As frequências naturais, porém, caíram sensivelmente. Figura 3.21 ilustra bem essa mudança.

Figura 3.21 - Novo conceito de projeto de pré-distribuidor.

Fonte: adaptada de (CASACCI, LOURDEAUX e WEGNER, 1982).

Entre as ocorrências de trincas em travessas citadas na Tabela 3.3 não há evidências de nenhum caso em que o fabricante da turbina não tivesse assumido a responsabilidade pela correção do problema, mas situações deste tipo sempre acarretam perdas de geração e só depois de algum tempo de operação, a solução apresentada pode ser considerada confiável. As turbinas da Tabela 3.3 foram

projetadas pelos mais diversos fabricantes, o que indica claramente que o problema é geral e não restrito a um fabricante em particular.

A descrição do fenômeno é similar para a maioria delas. A primeira indicação de que algo estava errado foram ruídos ou vibrações, normalmente a partir de aberturas do distribuidor iguais ou superiores a 70% do valor nominal. Apesar de incomuns, estes efeitos não foram considerados graves o bastante para impedir a operação comercial da máquina. Porém, já na primeira inspeção, ao redor de 2000 horas de operação, trincas foram encontradas nas travessas no ponto de união destas com os anéis do pré-distribuidor. Estas trincas tipicamente se originam na aresta de saída, mas podem partir também da aresta de entrada. As trincas têm seu início normalmente em defeitos localizados na solda. Para turbinas com diferentes tipos de travessas é muito comum que apenas algumas delas apresentem trincas, normalmente as mais flexíveis.

Na imensa maioria dos casos a causa das trincas foi associada aos vórtices de von Kármán.

A solução consistiu em reparo da solda e modificação da aresta de saída para reduzir a amplitude das vibrações. A solução, porém só pôde ser considerada adequada após considerável tempo em operação e paradas para vistoria da máquina. Nos poucos casos em que a modificação da aresta de saída não foi suficiente para resolver o problema, (GREIN e STAEHLE, 1978), por exemplo, o fabricante instalou “placas amortecedoras” que são chapas horizontais conectando travessas adjacentes pela seção localizada no meio da altura da travessa. Esta solução, entretanto causa uma diminuição no rendimento da turbina além de perder a homologia com o modelo. A Figura 3.22 e a Figura 3.23 ilustram esta solução.

Figura 3.22 - Placas amortecedoras - vista em perspectiva.

Fonte: (GREIN e STAEHLE, 1978).

Figura 3.23 - Placas amortecedoras - vista em corte e planta.

Fonte: (GREIN e STAEHLE, 1978),

Não raro, as vibrações nas travessas, induzidas pelos vórtices, podem ser sentidas em outros pontos da usina. Um exemplo é a usina de Donje na Suécia, conforme relatado por (BENKÖ e HOLMÉN, 1970). A usina é do tipo Kaplan com potência de 30 MW e queda de 33 mca e está representada na Figura 3.24.

Figura 3.24 - Usina de Donje - Suécia.

Fonte: (BENKÖ e HOLMÉN, 1970).

As vibrações eram tão intensas que eram sentidas no piso da turbina (F) e no piso do gerador (G). Chegaram a provocar inclusive movimento relativo entre os pisos da casa de força e a rocha ao redor (E). Uma inspeção constatou que várias travessas estavam trincadas. As arestas de saída foram, então, chanfradas. Após esta modificação, a tensão máxima medida nas travessas foi 10 MPa pico a pico. Com um novo ajuste nas arestas de saída, a tensão máxima foi reduzida para 4 MPa pico a pico.

Os dados da Tabela 3.3 permitem chegar às seguintes conclusões empíricas:

- O fenômeno é mais comum em turbinas de baixa queda, normalmente abaixo de 100 mca;
- Em todos os casos em que a frequência de vibração foi medida, as travessas estavam vibrando em uma de suas frequências naturais na água, ou seja, a travessa estava em ressonância, situação em que as tensões dinâmicas são altas o bastante para causar fadiga;
- Com base nos valores de tensão medidos antes das modificações, pode-se inferir que tensões dinâmicas da ordem de 20 MPa pico a pico podem levar travessas a trincarem;
- Uma travessa em ressonância pode atingir tensões dinâmicas da ordem de 200 MPa pico a pico;
- Após as modificações as tensões dinâmicas máximas se mantiveram, em geral, abaixo de 10 MPa pico a pico.

4 ANÁLISE CRÍTICA DO FENÔMENO

As condições do escoamento em uma travessa típica podem ser vistas na Figura 4.1 extraída de (GUMMER e HENSMAN, 1992). Esta figura apresenta a configuração em cascata formada pelas travessas (*stay vanes*) e palhetas diretrizes (*guide vanes*). O valor do número de Reynolds Re na região da aresta de saída é normalmente ao redor de 5×10^5 a 1×10^6 , com estes valores obedecendo à seguinte definição:

$$Re = \frac{U_e \times D}{\nu} \quad (4.1)$$

Onde:

U_e é a velocidade do escoamento nas imediações da aresta de saída;

D é a espessura da travessa representada na Figura 4.1;

ν é viscosidade cinemática da água.

Caso se utilize como dimensão característica a largura da esteira, os números de Re ficam entre 1×10^5 e 5×10^5 .

Como já discutido no item 3.2.2, considerando a proporção entre as forças inerciais e as forças viscosas em diferentes pontos do escoamento, uma aproximação aceitável é considerá-lo composto de duas regiões: uma camada limite viscosa próxima à superfície da travessa e uma região de escoamento invíscido entre as travessas.

O escoamento na camada limite tem uma influência desprezível na região do escoamento invíscido, porém, o crescimento da camada limite é determinado pelos gradientes de pressão na região invíscida.

A camada limite começa logo após o ponto de estagnação e após uma curta distância, o escoamento na camada limite passa de laminar a turbulento. A camada limite turbulenta continua, então, a aumentar de espessura ao redor das duas superfícies da travessa, lado de alta pressão e lado de baixa pressão, sob a influência do escoamento invíscido, até que ocorra a separação do escoamento da superfície da travessa. A separação ocorre pelo fato de a camada limite ter atingido uma espessura crítica ou por haver uma mudança brusca na geometria da travessa que force a separação. A separação do escoamento não precisa, necessariamente,

ocorrer à mesma distância do ponto de estagnação nos dois lados da travessa, especialmente se não houver uma mudança abrupta na geometria.

Figura 4.1 - Condições do escoamento no canal formado pelas travessas.

Fonte: adaptada de (GUMMER e HENSMAN, 1992).

Esta separação pode gerar uma esteira de vórtices a partir da aresta de saída, o que cria uma variação na pressão hidráulica atuando na travessa, com frequência igual à de emissão dos vórtices. Se a intensidade da força hidráulica for grande o bastante e a frequência de vibração próxima à frequência natural da travessa na água, irá ocorrer ressonância, resultando em vibrações ainda maiores. Grandes amplitudes de vibração, por outro lado, podem afetar o ponto de separação do escoamento levando a frequência de emissão dos vórtices para o mesmo valor da frequência natural da travessa na água, mesmo variando-se os valores da velocidade do escoamento numa determinada faixa. Este fenômeno é conhecido como sincronização.

A frequência natural da travessa no ar pode ser calculada com razoável precisão por métodos analíticos ou pelo método dos elementos finitos. Para maiores detalhes, ver

(GISSONI, 2005). É importante ressaltar que a frequência natural fundamental, ou primeira frequência de flexão, não é a única a ser considerada; a primeira frequência natural torcional também é relevante. Esta afirmação pode ser comprovada analisando-se as observações da Tabela 3.3 ou por meio da Figura 4.2 e da Figura 4.3, extraídas do trabalho de (GREIN e STAEHLE, 1978) relativo à usina de Angostura. Como não há registros de travessas em ressonância com quaisquer outros modos naturais, este trabalho focará apenas nos dois já mencionados.

Figura 4.2 - Frequência de excitação e deformação da travessa em função da potência da máquina.

Fonte: (GREIN e STAEHLE, 1978).

Figura 4.3 - Modos de vibração.

Fonte: (GREIN e STAEHLE, 1978).

Para o cálculo da frequência natural na água, existem três alternativas: métodos analíticos, cálculo por elementos finitos utilizando elementos do tipo fluido e medição experimental. No estudo de (GISSONI, 2005), os três métodos foram apresentados ainda que os métodos analíticos de uma forma bastante simplificada. Nesta pesquisa o foco será em um modelo analítico mais sofisticado para cálculo da massa adicional conforme poderá ser visto mais adiante no item 5.2.1.

O estudo da vibração em travessas, ou hidrofólios, pode ser dividido em duas vertentes: ensaios experimentais e cálculos numéricos.

Os primeiros ensaios experimentais se concentram entre 1950 e 1980 e consistiram, basicamente, de informações visuais e algumas poucas medições de amplitude e frequência de oscilação. Depois de um intervalo de aproximadamente duas décadas, surge uma nova sequência de ensaios, que se estende até hoje, associada a equipamentos mais modernos de medição como o LDV (*laser-Doppler velocimetry*) e o PIV (*Particle image velocimetry*). Agora as variáveis monitoradas incluem, além de frequência e amplitude de vibração, modos naturais, espessura da camada limite, vorticidade, etc.

Os cálculos numéricos com a utilização de CFD (*Computational Fluid Dynamics*) para determinação da vibração em travessas começaram no final da década de 1980. Uma análise em regime permanente do escoamento era utilizada para estimativa da espessura da camada limite na região da aresta de saída; este resultado, juntamente com o número de Strouhal da esteira, determinava a frequência esperada de vibração. Alguns exemplos são: (LIESS, 1986), (FISHER, GUMMER e LIESS, 1994) e (FISHER, 2000).

No começo do século XXI começaram a aparecer os primeiros cálculos transitórios do escoamento, porém a travessa continuava imóvel. Análises em que a interação fluido-estrutura era de fato considerada para os escoamentos turbulentos de uma máquina hidráulica só começaram a ser publicados a partir de 2007, como uma consequência direta da evolução dos programas comerciais.

Com base nos resultados experimentais e numéricos disponíveis até o momento, nas próximas seções serão avaliados três itens cruciais para o entendimento da vibração induzida por vórtices em travessas: frequência de emissão de vórtices, intensidade das forças hidráulicas e interação fluido-estrutura/ sincronização.

4.1 DETERMINAÇÃO DA FREQUÊNCIA DE EMISSÃO DOS VÓRTICES

O primeiro passo é a validação do número de Strouhal para descrição do fenômeno do escoamento em placas ou hidrofólios.

Já em 1952 (GONGWER, 1952) comprovou que a frequência de vibração de uma placa plana sujeita a um determinado escoamento variava linearmente com a velocidade da água e concluiu que esta se devia aos vórtices de von Kármán. Por outro lado observou também que um afinamento da aresta de saída, mantendo-se a velocidade da água constante, fazia a frequência subir e se a aresta de saída fosse fina o bastante, nenhuma vibração era perceptível. Esta observação implica que se o número de Strouhal pode ser assumido aproximadamente constante, a dimensão característica na definição do St deve variar com a espessura na aresta de saída e não com a espessura da placa, por exemplo. De forma empírica, Gongwer utilizou os resultados de seus diferentes ensaios para encontrar uma dimensão característica que levasse a um St constante. O número de Strouhal encontrado foi ao redor de 0,18~0,19 e esta dimensão característica foi definida como a soma da espessura da aresta de saída e uma “espessura virtual” que seria função da espessura de deslocamento da camada limite em ambos os lados na região da aresta de saída.

Outra demonstração da necessidade da seleção de fatores consistentes para o cálculo do número de Strouhal aparece na Figura 4.4, adaptada do trabalho de (HESKESTAD e OLBERTS, 1959). Na figura, todas as placas testadas possuíam a mesma espessura, porém devido a diferenças na geometria da aresta de saída, os valores da frequência de emissão dos vórtices chegam a variar por um fator de dois.

Figura 4.4 - Efeito da aresta de saída na frequência de emissão dos vórtices.

Fonte: adaptada de (HESKESTAD e OLBERTS, 1959).

Enfoque similar ao sugerido por (GONGWER, 1952) foi adotado em 1987, por (LIESS, 1987), a partir de valores de vibração em travessas medidos no campo e simulações do escoamento em regime permanente. Liess aplicou o conceito proposto por (ROSHKO, 1954) e (BAUER, 1959), ou seja, considerou a largura da esteira como dimensão característica para cálculo do número de Strouhal e adotou a velocidade nesta região como representativa do fenômeno. Ele definiu, ainda, a largura da esteira como igual à distância entre os pontos de separação do escoamento mais a espessura de deslocamento da camada limite dos dois lados da travessa, conforme pode ser visto na Figura 4.5.

Figura 4.5 – Definição da velocidade v_w e dimensão d_w características para o cálculo do número de Strouhal.

Fonte: adaptada de (LIESS, 1987).

Os resultados aparecem na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Números de Strouhal experimentais.

Usina	Aresta de Saída	Número de Strouhal	L [mm]	B [mm]	D [mm]
São Simão		0,28	2035	840	100
Água Vermelha		0,24	2215	777	89
Ilha Solteira		0,26	2140	755	90
Marimbondo		0,22	1830	730	80
Itumbiara		0,22	2130	954	140

Fonte: adaptada de (LIESS, 1987).

Na Tabela 4.1, L é a altura da travessa, enquanto B e D podem ser vistos na Figura 4.6.

Figura 4.6 - Dimensões da seção transversal da travessa.

Fonte: o autor.

A variação do número de Strouhal encontrada, entre 0,22 e 0,28, se assemelha bastante àquela encontrada por Bauer para placas planas, entre 0,20 e 0,26.

Em uma análise tanto experimental quanto numérica, (MIYAGAWA, FUKAO e KAWATA, 2004) investigaram o comportamento do escoamento em travessas com diferentes tipos de aresta de saída e encontraram um número de Strouhal aproximadamente constante quando a distância entre os pontos de separação do escoamento no lado de pressão e sucção foi adotada como dimensão característica na definição do St. Como pode ser visto na Figura 4.7, para esta definição o número de St é aproximadamente 0,20. Se a espessura de deslocamento das camadas limites fosse considerada, este número certamente subiria, eventualmente se aproximando dos valores encontrados por Liess.

Figura 4.7 – Número de Strouhal calculado com base na dimensão da aresta de saída (Δ) e na distância entre os pontos de separação do escoamento (X).

Fonte: adaptada de (MIYAGAWA, FUKAO e KAWATA, 2004).

A justificativa anterior está amparada nos resultados em CFD de (VU, NENNEMANN, *et al.*, 2007) que, na simulação de um perfil de aerofólio, encontraram números de Strouhal da ordem de 0,235 quando a dimensão característica foi definida como a espessura da aresta de saída, equivalente a distância entre os pontos de separação neste caso, mais a espessura de deslocamento da camada limite em ambos os lados do aerofólio.

Em 2005, Bourgoyne, Ceccio e Dowling (BOURGOYNE, CECCIO e DOWLING, 2005) realizaram o experimento em laboratório em que a estrutura analisada

provavelmente mais se aproximou de uma travessa de uma grande turbina em tamanho real. Foram apresentados resultados de medições para um hidrofólio com largura (*span*) de 3,05 m, uma corda de 2,134 m e dois tipos diferentes de aresta de saída. Os números de Reynolds (utilizando a corda como dimensão de referência) destes ensaios variaram entre $1,4 \times 10^6$ e 50×10^6 . De forma a facilitar a comparação, utilizando a espessura máxima do hidrofólio como referência, o Re variou entre $1,1 \times 10^5$ e 4×10^6 , o que engloba a faixa usual do número de Reynolds para o escoamento em travessas. O modelo ensaiado aparece na Figura 4.8, a geometria de referência possui na aresta de saída um ângulo de 44 graus, enquanto no perfil modificado este ângulo é 56 graus.

Figura 4.8 - (a) Seção transversal do hidrofólio testado, (b) Detalhe das duas geometrias diferentes de aresta de saída ensaiadas.

Fonte: adaptada de (BOURGOYNE, CECCIO e DOWLING, 2005).

A Figura 4.9 mostra a frequência encontrada no pico de oscilação da velocidade vertical para diferentes números de Reynolds. Na definição do St foi utilizada a

largura nominal da esteira ($0,01 \times C$, neste caso). Para a geometria de referência (*baseline*) que é a mais próxima de uma travessa, o valor de St variou entre $1,15/2\pi = 0,18$ e $1,5/2\pi = 0,24$. Valores, portanto, coerentes com os já encontrados por Liess.

Figura 4.9 - Frequência do pico espectral da velocidade vertical nas imediações da aresta de saída.

Fonte: adaptada de (BOURGOYNE, CECCIO e DOWLING, 2005).

Dignas de nota são também as medições realizadas no túnel para ensaios de cavitação em alta velocidade da Escola de Lausanne, primeiramente por (AUSONI, 2009) e depois por (ZOBELRI, 2011). O perfil ensaiado por Ausoni, bem como as condições de fixação, aparecem na Figura 4.10.

Figura 4.10 - Perfil NACA 0009 com o comprimento truncado próximo à aresta de saída (*blunt trailing edge*).

Fonte: adaptada de (AUSONI, 2009).

Em 2011, Zobeiri estendeu os ensaios de Ausoni para mais dois tipos diferentes de aresta de saída. O tipo oblíquo com um chanfro de 30° e o chamado tipo Donaldson, ver (DONALDSON, 1956) ou o perfil 10 da Figura 4.23, composto basicamente de um chanfro de 45° com um raio de transição suave. Os detalhes das três arestas de saída estudadas aparecem na Figura 4.11.

Figura 4.11 - Detalhe das arestas de saída.

Fonte: adaptada de (ZOBELRI, 2011).

Neste experimento para a estimativa da frequência de emissão dos vórtices, Ausoni avaliou dois enfoques.

No primeiro a largura da esteira foi aproximada pela somatória da espessura do corpo na região da aresta de saída h mais a espessura de deslocamento das camadas limites δ_1 no lado de sucção e pressão nesta mesma região.

$$St_{(h+2\delta_1)} = \frac{f_s(h+2\delta_1)}{C_{ref}} \quad (4.2)$$

O resultado da aplicação desta fórmula para o ensaio em questão pode ser visto na Figura 4.12.

Figura 4.12 - Número de Strouhal modificado para diferentes velocidades do escoamento.

Fonte: adaptada de (AUSONI, 2009).

Quando a transição da camada limite de laminar para turbulenta é forçada na região da aresta de entrada (*tripped transition*), como se espera em uma travessa real, o número de Strouhal modificado aproxima com bastante precisão os valores medidos e pode ser considerado como igual a 0,214. Porém, no caso da transição natural da camada limite, o número de Strouhal modificado só passa a ser constante a partir de velocidades do escoamento acima de 11 m/ s quando assume, então, o valor 0,235. Este fenômeno está relacionado à transição da camada limite para turbulenta ao redor desta velocidade.

No segundo enfoque, a largura da esteira foi determinada com base nos dados medidos da esteira no final da região de formação dos vórtices, conforme sugerido por Griffin. Este número de Strouhal modificado ganha, então, o nome de número de Griffin St_{y_f} e obedece à seguinte definição:

$$St_{y_f} = \frac{f_s y_f}{C_{ref}} \quad (4.3)$$

Onde y_f corresponde à largura da esteira no final da região de formação dos vórtices.

Conforme pode ser verificado na Figura 4.13, para este ensaio o número de Griffin pode ser considerado constante e igual a 0,129 em todas as condições estudadas.

Figura 4.13 - Número de Griffin para diferentes velocidades do escoamento.

Fonte: adaptada de (AUSONI, 2009).

Apesar de matematicamente elegante este procedimento não é prático visto que para se determinar as propriedades da esteira no final da região de formação dos vórtices é necessário um cálculo transiente detalhado do escoamento ou uma medição bastante rigorosa. Se qualquer uma destas alternativas estiver disponível, a frequência de excitação das forças hidráulicas também estará e o problema resolvido.

Talvez motivado pela consideração acima, Zobeiri não adotou em seu trabalho o número de Griffin e escolheu o primeiro enfoque mencionado por Ausoni, ou seja, a largura da esteira foi aproximada pela somatória da espessura do corpo na aresta de saída mais a espessura de deslocamento das camadas limites no lado de sucção e pressão nesta mesma região.

Ele comprovou também a influência da localização do ponto de transição da camada limite, de laminar para turbulenta, na linearidade entre a frequência de excitação e a velocidade do escoamento, conforme pode ser visto na Figura 4.14.

Figura 4.14 - Frequência de emissão de vórtices em função do Re .

Fonte: adaptada de (ZOBELRI, 2011).

Quando esta transição é forçada, neste caso, próxima à aresta de entrada, o comportamento se torna linear, ver Figura 4.15.

Figura 4.15 - Frequência de emissão de vórtices em função do Re , transição forçada.

Fonte: adaptada de (ZOBELRI, 2011).

Como não dispunha de dados da espessura da camada limite no lado de sucção, Zobeiri preparou o gráfico da Figura 4.16 apenas para demonstrar que a hipótese da invariabilidade do número de Strouhal baseado na espessura de deslocamento da camada limite é aceitável. Imaginando-se que a espessura de deslocamento da camada limite no lado de sucção seja da mesma ordem que no lado de pressão, o número de Strouhal deve ficar ao redor de 0,23, em linha com os valores esperados para este tipo de geometria.

Figura 4.16 - Número de Strouhal da esteira em função do Re.

Fonte: (ZOBELRI, 2011).

Antes de uma conclusão definitiva a respeito da frequência de emissão dos vórtices, é fundamental avaliar também a influência de outros dois fenômenos no comportamento do escoamento na travessa: variação do ângulo de ataque e influência do posicionamento a jusante da palheta diretriz na esteira.

Com base em ensaios de modelo, sabe-se que o ângulo de ataque nas travessas varia com a posição circunferencial de cada travessa. Assim, tomando-se como referência a vista em planta do pré-distribuidor, cada uma das travessas da usina experimenta um ângulo de incidência diferente. Quando todas as travessas da usina possuem o mesmo perfil e o mesmo posicionamento angular, típico de máquinas Francis até a década de 80, a variação do ângulo de incidência pode ser

representada pela Figura 4.17. Conforme dados desta referência (LIESS, 1986), de (CASACCI, LOURDEAUX e WEGNER, 1982) e (FISHER, GUMMER e LIESS, 1994) uma variação no ângulo de ataque da ordem de 20° pode levar a uma variação na frequência de emissão dos vórtices de até 25%. Máquinas Kaplan e máquinas Francis mais recentes, que em geral apresentam mais de um tipo de geometria de travessa, experimentam variações menores no ângulo de incidência e por consequência, na frequência de emissão dos vórtices.

Figura 4.17 - Variação do ângulo de ataque em função da posição circunferencial da travessa.

Fonte: adaptada de (LIESS, 1986).

(BELYKH, GORBENKO, *et al.*, 1990) estudaram outro possível efeito de segunda ordem no desprendimento de vórtices em travessas; a presença da palheta diretriz a jusante interferindo com a esteira do escoamento.

As medições foram realizadas em modelo reduzido e a Figura 4.18 mostra a configuração do ensaio.

A largura da esteira foi observada para quatro condições: palhetas diretrizes com aberturas $a_0 = 40, 32$ e 24 mm e sem nenhuma palheta. A Figura 4.19 apresenta uma comparação visual entre o comportamento da esteira de vórtices sem as palhetas a jusante e com duas aberturas diferentes das palhetas.

Os resultados aparecem na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Número de Strouhal em função da abertura da palheta (a_0).

a_0 , [mm]	40	32	24
St	0,285	0,334	0,366

Fonte: (BELYKH, GORBENKO, *et al.*, 1990)

Para este caso em particular, $a_0 = 40$ mm representa a condição de máxima potência da máquina, $a_0 = 32$ mm representa o ponto ótimo e $a_0 = 24$ mm indica uma operação em cargas parciais.

O aumento do número de Strouhal, ou em outras palavras da frequência adimensional, decorre do fato de que o fechamento das palhetas causa um estreitamento da passagem, diminuindo, portanto, a largura da esteira; como pela teoria dos vórtices de von Kármán, a frequência de emissão varia inversamente com a largura da esteira, esta diminuição na largura da esteira deve aumentar a frequência de emissão dos vórtices.

De acordo com (FISHER, GUMMER e LIESS, 1994), travessas com um ponto de separação bem definido, normalmente chanfradas na aresta de saída, são menos sensíveis a estas variações no ângulo de abertura da palheta.

Com base nos dados apresentados é possível propor um método empírico para estimativa da frequência de emissão de vórtices em uma travessa de turbina hidráulica. Vale ressaltar, porém, que o objetivo do procedimento a seguir não é substituir o cálculo transiente do escoamento, mas apenas permitir aos engenheiros envolvidos uma estimativa rápida da ordem de grandeza da frequência de interesse.

Esta estimativa pressupõe as seguintes hipóteses:

- Escoamento bidimensional;
- Projeto hidráulico adequado da travessa, de modo que a separação do escoamento se dê na aresta de saída, ou muito próxima dela;
- Ângulo de ataque similar para todas as travessas da usina;
- Condição de interesse está próxima da potência máxima da máquina;
- Espessura da aresta de saída é 5 mm ou mais. Para arestas mais finas, é bastante provável que o fenômeno de emissão de vórtices não aconteça, mas a confirmação só poderá vir de um cálculo detalhado do escoamento;
- Incerteza no valor da frequência calculada de pelo menos +/- 20%.

Considerando-se que a largura da esteira possa ser aproximada pela somatória da espessura da aresta de saída e das espessuras de deslocamento da camada limite nos dois lados da travessa e tomando-se como referência os cálculos e ensaios já realizados, é razoável propor um número de Strouhal constante e da ordem de 0,22~0,23.

Para uma estimativa rápida e simplificada da espessura média de deslocamento da camada limite a eq.(4.4) pode ser utilizada. As hipóteses adotadas na sua dedução estão detalhadas em (GISSONI, 2005).

$$\delta^* = \frac{B}{138,8} \quad (4.4)$$

Sendo B o comprimento da travessa (corda) em mm conforme Figura 4.6.

A velocidade considerada deve ser aquela nas imediações da aresta de saída U_e e pode ser aproximada por:

$$U_e = \frac{Q}{\pi \times DTi \times L \times \cos \beta} \quad (4.5)$$

Onde:

Q é vazão da turbina para uma dada condição de operação;

DTi é o diâmetro de localização da aresta de saída da travessa (ver Figura 4.20);

L é a altura da passagem de água = altura da travessa;

β é o ângulo entre a travessa e uma linha radial que passa pela aresta de saída (ver Figura 4.20).

Figura 4.20 - Croqui orientativo para cálculo da velocidade da água.

Fonte: (GISSONI, 2005).

Por fim, vale lembrar que, mesmo os cálculos transientes em CFD, quando aplicados a casos reais de vibrações em travessas, apresentam desvios da ordem de 15% na determinação da frequência de emissão dos vórtices, como pode ser observado na Figura 4.21 extraída de (VU, NENNEMANN, *et al.*, 2007).

Figura 4.21 - Comparação entre resultados numéricos e experimentais medidos na obra.

Fonte: adaptada de (VU, NENNEMANN, *et al.*, 2007).

De fato, a maior limitação da aplicação do número de Strouhal para o escoamento em travessas não é a incerteza no valor estimado da frequência de emissão de vórtices e sim o fato que este método não consegue distinguir que certas geometrias previnem a emissão de uma esteira organizada de vórtices e tão pouco perceber o impacto no comportamento do escoamento se a separação da camada limite ocorrer antes da aresta de saída. Desta forma, a utilização do número de Strouhal só é recomendada em casos em que há evidências de vibrações anormais na usina e pretende-se avaliar rapidamente se estas vibrações podem estar associadas à geração e desprendimento de vórtices na travessa. Para assegurar que em um novo projeto não haja a formação de uma esteira organizada de vórtices, um método mais robusto como o CFD ou ensaios experimentais é obrigatório.

4.2 INTENSIDADE DAS FORÇAS HIDRÁULICAS

Uma vez estudada a frequência de emissão dos vórtices, o próximo passo é avaliar a intensidade da força associada, bem como o formato da esteira a jusante do corpo.

Provavelmente o primeiro trabalho experimental motivado por vibrações associadas à emissão de vórtices em turbinas hidráulicas tenha sido o de Donaldson, em 1956 (DONALDSON, 1956). O ponto de partida foi o aparecimento de fortes vibrações no rotor da segunda turbina de Canyon Ferry para potências acima de 60% da nominal. A potência nominal das unidades geradoras de Canyon Ferry era de 17,5 MW e a primeira máquina havia entrado em operação sem maiores problemas. As vibrações associadas à segunda turbina, porém eram audíveis, faixa de 180 Hz, e podiam ser sentidas em outros pisos da casa de força. Como os modelos analíticos disponíveis até aquele momento não conseguiam esclarecer a razão desta vibração, decidiu-se pela preparação de um ensaio experimental. Um impulso adicional à realização deste experimento veio quando a terceira unidade entrou em operação e apresentou um comportamento idêntico ao da segunda.

A estrutura utilizada e os perfis de aresta de saída testados podem ser vistos, respectivamente, na Figura 4.22 e Figura 4.23.

Figura 4.22 - Estrutura do aparato de testes de (DONALDSON, 1956).

Fonte: adaptada de (DONALDSON, 1956).

Figura 4.23 - Perfis de aresta de saída analisados.

Fonte: adaptada de (DONALDSON, 1956).

A placa de teste foi feita em alumínio e seu comprimento determinado de forma que a frequência natural na água estivesse ao redor das frequências esperadas de emissão de vórtices. As medições foram realizadas com extensômetros e os rasgos apresentados na Figura 4.2 tiveram como objetivo amplificar as deformações medidas.

Os resultados estão representados na Figura 4.24 e na Figura 4.25. A legenda dos gráficos compara as máximas amplitudes de vibração dos diferentes perfis com a do perfil retangular (número 1), adotado como referência. O valor 100%, portanto, corresponde a uma amplitude relativa de 72 que foi o valor máximo estimado para o perfil retangular.

Analisando-se os resultados percebe-se que as menores amplitudes de vibração estão associadas a arestas de saída chanfradas em especial com raios de transição suaves. Um destes perfis, o de número 10, é o preferido até hoje em turbinas hidráulicas e em homenagem ao seu inventor é chamado de Donaldson.

Figura 4.24 - Amplitude de vibração em função da velocidade para vários perfis.

Fonte: adaptada de (DONALDSON, 1956).

Figura 4.25 - Amplitude de vibração para velocidades mais altas.

Fonte: adaptada de (DONALDSON, 1956).

Em ensaio posterior, (TOEBES e EAGLESON, 1961) chegaram à conclusão semelhante sugerindo que a melhor maneira de prevenir a vibração associada à emissão de vórtices seria adotar uma aresta de saída aerodinâmica (*streamlined*) tendendo a uma espessura final igual a zero.

Com o objetivo de definir um critério mais claro, (GREENWAY e WOOD, 1973) mediram a variação na amplitude de vibração para diferentes chanfros na aresta de saída utilizando um túnel de vento. Utilizaram a pressão acústica como um indicador desta vibração. O arranjo adotado pode ser visto na Figura 4.26, enquanto os resultados aparecem na Figura 4.27. Uma análise desta última indica que a vibração desaparece para ângulos menores ou iguais a 30 graus.

Figura 4.26 - Arranjo do modelo ensaiado por (GREENWAY e WOOD, 1973).

Fonte: (GREENWAY e WOOD, 1973).

Greenway e Wood realizaram também um segundo experimento utilizando um túnel de água. Neste caso, o escoamento era reproduzido por meio do movimento do perfil de interesse pelo tanque. Este perfil estava montado em uma estrutura móvel acima do tanque que podia se deslocar tanto na direção longitudinal quanto transversal. Os primeiros ensaios foram realizados com a estrutura se movendo apenas na direção longitudinal o que seria correspondente a um hidrofólio fixo sujeito a um escoamento com velocidade constante. Em uma segunda etapa, foi adicionado ao perfil um deslocamento transversal com uma frequência de oscilação igual à de emissão de vórtices do ensaio anterior. Uma avaliação da intensidade dos vórtices foi obtida por meio da medição da circulação ao redor de cada vórtice. Para tanto, foram utilizados um microscópio e fotografias sequenciais do escoamento de forma a estimar a velocidade de partículas de poliestireno previamente dissolvidas na água.

Figura 4.27 - Variação da amplitude da pressão acústica para diferentes ângulos no chanfro da aresta de saída.

—, túnel vazio ; $\times$, $\phi = 90^\circ$; $\circ$, $\phi = 75^\circ$; $\square$, $\phi = 60^\circ$; $\diamond$, $\phi = 45^\circ$; $|$, $\phi = 30^\circ$

Fonte: adaptada de (GREENWAY e WOOD, 1973).

Com base nestes ensaios, alertaram também que o impacto dos chanfros com ângulos menores no comportamento global da estrutura aparece, de fato, quando a estrutura está oscilando. Quando esta é mantida fixa, a intensidade dos vórtices é aproximadamente igual, independentemente do chanfro na aresta de saída. Graficamente isto pode ser observado na Figura 4.28.

Figura 4.28 - Variação da intensidade do vórtice em função do ângulo ϕ . (a) Hidrofólio fixo (b) Hidrofólio oscilando.

Fonte: adaptada de (GREENWAY e WOOD, 1973).

Isto sinaliza que medições de amplitudes sem uma análise da possível ressonância entre a frequência de emissão dos vórtices e a frequência natural da estrutura podem levar a conclusões equivocadas.

De forma a compilar o conhecimento até aquele momento, (CHEN e FLORJANCIC, 1975) prepararam um gráfico, baseado em resultados experimentais de diversos trabalhos, que apresenta uma visão qualitativa da intensidade da força induzida pelos vórtices. Uma reprodução deste gráfico aparece na Figura 4.29.

Figura 4.29 - Intensidade da amplitude de vibração em função do perfil da aresta de saída.

Fonte: adaptada de (CHEN e FLORJANCIC, 1975).

O novo aumento da amplitude que aparece na parte direita do gráfico, associado a ângulos muito agudos, estaria relacionado a uma nova aderência do escoamento à parede e, neste caso, as excitações mais elevadas se deveriam a uma segunda separação do escoamento.

Até o final do século XX, o gráfico acima era a melhor referência disponível para um projetista em busca do perfil mais apropriado para o projeto da aresta de saída de uma travessa ou pá. A partir daí, outras opções surgiram como os cálculos numéricos do escoamento e novos ensaios utilizando equipamentos mais modernos de medição como o LDV (*laser-Doppler velocimetry*) e o PIV (*Particle image velocimetry*).

O primeiro ensaio desta nova geração foi o realizado por (BOURGOYNE, CECCIO e DOWLING, 2005) cuja descrição do experimento foi apresentada na seção 4.1. Rever, em especial, a Figura 4.8. Uma vez mais a geometria com o ângulo mais agudo na aresta de saída e raios suaves de concordância se mostrou mais adequada. Vale mencionar que a geometria de referência neste estudo se aproximava muito do chanfro tipo Donaldson.

Figura 4.30 - Espectro de potência das flutuações de pressão na aresta de saída (lado de pressão), para diferentes números de Reynolds (valores $\times 10^6$). (a) Aresta de referência (b) Aresta modificada.

Fonte: adaptada de (BOURGOYNE, CECCIO e DOWLING, 2005).

Pelo gráfico da Figura 4.30, percebe-se que a maior flutuação de pressão foi medida na aresta de saída com o perfil modificado, com maior intensidade ao redor de $Re = 4 \times 10^6$. Na abscissa deste gráfico, Δy^{nom} corresponde à espessura nominal da esteira ($0,01 \times C$, neste caso).

Figura 4.31 - Intensidade normalizada do rotacional medida por meio do PIV. Aresta de saída original (a) $Re = 4 \times 10^6$. Aresta de saída modificada (b) $Re = 1,4 \times 10^6$ (c) $Re = 4 \times 10^6$ (d) $Re = 17 \times 10^6$ (e) $Re = 50 \times 10^6$.

Fonte: (BOURGOYNE, CECCIO e DOWLING, 2005).

Técnicas mais avançadas de medição finalmente permitiram uma visualização melhor da organização dos vórtices a jusante da aresta de saída, como mostrado na Figura 4.31.

Partículas de fluido rotacionando na direção horária aparecem em branco, enquanto em preto estão representadas as partículas que se movem na direção anti-horária. Para a aresta de saída de referência não houve mudança significativa no comportamento para os diferentes números de Reynolds, de modo que a figura (a) é uma boa representação para todos eles. Na aresta modificada, as alterações foram mais sensíveis, conforme pode se comprovar nas figuras (b), (c), (d) e (e). Visualmente percebe-se que a esteira de vórtices mais organizada aparece na figura (c), ou seja, para $Re = 4 \times 10^6$, como já esperado com base nos resultados da Figura 4.30.

Outra representação visual dos vórtices do escoamento aparece em (MOSALLEM, 2008), nesta ocasião foram ensaiados experimental e numericamente dois chanfros diferentes para a aresta de saída de uma placa plana sujeita ao escoamento em água. No ensaio, bolhas de cavitação foram utilizadas para visualização dos vórtices. O número de Reynolds considerado foi da ordem de 10^5 , sendo a dimensão característica a espessura da placa. A correlação entre o modelo numérico e o experimental foi boa, como pode ser visto na Figura 4.32. Ainda nesta figura podem-se perceber os diferentes padrões de emissão de vórtices para cada uma das geometrias. Para o chanfro a 60° (a) dois vórtices similares, um no lado de pressão e um no lado de sucção, são criados e convectados para jusante gerando uma esteira organizada. No caso do chanfro de 27° (b), entretanto, a camada limite no lado superior separa gradualmente sob o efeito do gradiente adverso de pressão enquanto no lado inferior a separação é instantânea no canto vivo. Como efeito tem-se um vórtice muito maior no lado superior que inibe o crescimento do vórtice inferior; a consequência é uma esteira assimétrica a jusante do corpo.

Figura 4.32 - Comparação entre os resultados numéricos e experimentais para chanfros na aresta de saída de 60° e 27°.

(a) Aresta de saída com chanfro de 60°

(b) Aresta de saída com chanfro de 27°

Fonte: adaptada de (MOSALLEM, 2008).

Mais uma visualização experimental dos vórtices aparece no trabalho de (ZOBELIRI, 2011). As geometrias ensaiadas foram mostradas na Figura 4.11.

Uma análise qualitativa da amplitude de vibração para cada uma das arestas de saída pode ser feita a partir dos gráficos da Figura 4.33. Percebe-se que os resultados estão coerentes com as referências anteriores que indicavam redução na vibração para arestas de saída chanfradas ou do tipo Donaldson.

A avaliação da vibração foi feita por meio de um medidor laser posicionado a montante da aresta de saída a uma distância equivalente a 10% da corda do perfil ensaiado.

As imagens da Figura 4.34 obtidas via PIV-POD na condição de sincronização, tanto para a aresta de saída truncada quanto para a aresta oblíqua, mostram que para o perfil truncado a separação se dá simetricamente nas arestas do bordo de fuga, enquanto no caso oblíquo o vórtice inferior se separa antes, mais a montante, e começa a se formar junto ao chanfro; como consequência, há uma colisão entre este vórtice e o primeiro vórtice superior acarretando uma redistribuição da vorticidade com parte sendo levada para fora da esteira. Desta forma, a amplitude de vibração é

reduzida. A visualização dos escoamentos, apresentada na Figura 4.35, confirma esta conclusão.

Figura 4.33 - Desvio padrão do sinal de vibração em função do número de Reynolds para diferentes formatos da aresta de saída.

Fonte: adaptada de (ZOBELRI, 2011).

Figura 4.34 - Visualização da esteira por meio da vorticidade normalizada. (a) Aresta truncada (b) Aresta oblíqua.

Fonte: adaptada de (ZOBELRI, 2011).

Figura 4.35 - Visualização da dinâmica da esteira durante sincronização para o perfil com aresta de saída truncada e oblíqua.

Fonte: adaptada de (ZOBELI, 2011).

Não ocorre sincronização para a aresta de saída do tipo Donaldson, o que dificulta um pouco a visualização do escoamento, mas ainda assim, este pode ser conferido na Figura 4.36. Nesta mesma figura, e apenas para comparação, aparece também o escoamento em uma aresta oblíqua, já apresentado na Figura 4.35.

Figura 4.36 - Visualização da dinâmica da esteira para o perfil com aresta de saída oblíqua e do tipo Donaldson.

Fonte: adaptada de (ZUBEIRI, 2011)

Dos resultados experimentais apresentados pode-se concluir que geometrias não simétricas da aresta de saída levam a diferentes vórtices no lado de pressão e sucção e esta assimetria colabora na redução das vibrações. Faltava analisar um pouco melhor o comportamento das arestas de saída do tipo Donaldson.

(D'AGOSTINI NETO, 2007) realizou um estudo numérico bidimensional do escoamento ao redor de travessas do pré-distribuidor. A análise foi dividida em duas etapas: na primeira com a travessa fixa, o objetivo foi avaliar os modelos de turbulência e a influência de diferentes perfis da aresta de saída na frequência e intensidade das forças hidráulicas no corpo; a segunda etapa incluiu uma modelagem da interação fluido-estrutura por meio de um enfoque particionado e será detalhada mais adiante.

Os resultados da primeira análise aparecem na Tabela 4.3. De forma geral, percebe-se que arestas de saída mais finas têm menos propensão à emissão de vórtices. Dois casos, porém merecem uma atenção mais cuidadosa.

Os perfis 1, 2 e 13 possuem a mesma espessura na aresta de saída, mas o comportamento de cada um deles é particular. O perfil 1 apresenta uma frequência de emissão de vórtices sensivelmente maior que os demais. Isto é justificado por D'Agostini em função da menor espessura no momento de separação do escoamento. A Figura 4.37 ilustra esta afirmação. O ponto de separação foi definido visualmente com base na mudança de direção do vetor velocidade. A diferença entre as amplitudes de vibração pode ser antecipada por meio de uma análise do campo de vorticidades associado a cada geometria, conforme apresentado na Figura 4.38.

Os perfis 6 e 11 possuem exatamente a mesma espessura na aresta de saída com uma importante diferença: no perfil 6 o chanfro foi feito no lado de sucção, enquanto no perfil 11 pelo lado de pressão. O comportamento não poderia ser mais diferente, já que no perfil 6 o desprendimento de vórtices foi eliminado e enquanto permaneceu no perfil 11. A explicação está relacionada ao ponto de separação do escoamento no lado de sucção, mostrado na Figura 4.39. No perfil 6 este se moveu a montante o que impediu a formação de vórtices nesta região enquanto no perfil 11 continuou na aresta de saída. Processo semelhante foi aplicado aos perfis 8 e 12; neste caso não houve muita diferença porém, porque o ponto de separação no lado de sucção continuou na aresta de saída.

Tabela 4.3 - Tipo de perfil da aresta de saída, espessura, amplitude de vibração e frequência de emissão dos vórtices.

Perfil	Esp (mm)	Cl Amp	Freq (Hz)	Perfil	Esp (mm)	Cl Amp	Freq (Hz)
1	32	0.013	34.96	7	20	0.019	40.32
2	32	0.031	29.41	8	24	0.036	34.60
3	4	0.000	0.00	9	28	0.057	31.44
4	8	0.000	0.00	10	0	0.000	0.00
5	12	0.000	0.00	11	16	0.026	43.47
6	16	0.000	0.00	12	24	0.049	34.97
				13	32	0.072	30.12

Fonte: (D'AGOSTINI NETO, 2007).

Figura 4.37 - Detalhe do ponto de separação para o perfil 1.

Fonte: (D'AGOSTINI NETO, 2007).

Figura 4.38 - Campo de vorticidades para os perfis 13, 2 e 1.

Fonte: (D'AGOSTINI NETO, 2007).

Figura 4.39 - Detalhe do ponto de separação do escoamento para os perfis 6 e 11.

Fonte: (D'AGOSTINI NETO, 2007).

Os resultados sugerem, portanto, que uma geometria adequada pode prevenir a formação de vórtices completamente e não apenas minimizá-los.

Conclusão semelhante foi obtida por (MIYAGAWA, FUKAO e KAWATA, 2004). A figura abaixo demonstra que para certas geometrias não há uma esteira organizada de vórtices.

Figura 4.40 - Visualização da esteira para diferentes arestas de saída.

Fonte: adaptada de (MIYAGAWA, FUKAO e KAWATA, 2004).

Dentre as referências experimentais pesquisadas, apenas (BOURGOYNE, CECCIO e DOWLING, 2005) propuseram um cálculo analítico da intensidade baseado em valores globais do escoamento. O desenvolvimento aparece a seguir.

Utilizando como referência o croqui da Figura 4.41, o escoamento no lado de sucção está representado pelas coordenadas t , na direção do escoamento, e h , perpendicular.

Figura 4.41 - Croqui idealizado do escoamento na aresta de saída.

Fonte: (BOURGOYNE, CECCIO e DOWLING, 2005).

A hipótese principal é que a intensidade do fenômeno de desprendimento dos vórtices está diretamente relacionada à flutuação de velocidade v' responsável por iniciar a formação do primeiro vórtice no lado de pressão. Assim a razão $\frac{v'}{U_0}$ determinaria o nível de perturbação para a instabilidade da camada cisalhante no lado de pressão. Assumindo que os vórtices responsáveis por v' venham do lado de sucção já que são os mais próximos da aresta de saída no momento da formação do vórtice no lado de pressão, pode-se estimar v' por meio da relação abaixo.

$$\frac{v'}{U_0} \approx \frac{\Gamma^{ss}}{2\pi R U_0} \quad (4.6)$$

A circulação no vórtice do lado de sucção Γ^{ss} pode ser avaliada, ainda, pela integral do total de vorticidade que passa pela aresta de saída durante uma oscilação do escoamento.

$$\Gamma^{ss} \approx \frac{(dU_t / dh)^{ss} \delta U_0}{f_s} \quad (4.7)$$

Onde:

$(dU_t / dh)^{ss}$ representa a vorticidade no lado de sucção;

δ é a espessura da camada cisalhante no lado de sucção;

f_s a frequência de desprendimento dos vórtices;

U_0 é uma estimativa da velocidade de convecção dos vórtices.

Combinando as equações (4.6) e (4.7), adotando $\delta \approx R$, aproximando St como uma constante e eliminando-se o termo 2π , encontra-se:

$$\frac{v'}{U_0} \propto \frac{(dU_t / dh)^{ss}}{f_s} = \frac{1}{St} \frac{(dU_t / dh)^{ss}}{U_0 / \Delta y} \propto \frac{(dU_t / dh)^{ss}}{U_0 / \Delta y} \quad (4.8)$$

Lembrando que, neste caso:

$St = \frac{f_s \Delta y}{U_0}$ e Δy é a largura da esteira.

Assim, considerando-se $\frac{v'}{U_0}$ como um bom indicador da intensidade dos vórtices,

esta razão pode ser calculada por meio de parâmetros globais do escoamento. Conforme mencionado por Bourgoyne, Ceccio e Dowling, o termo do lado direito da

eq.(4.8) é similar ao termo $\frac{h}{\delta^*}$ proposto por (BLAKE, 1986), onde h , neste caso,

corresponde a espessura vertical do corpo na aresta de saída e δ^* é a média entre a espessura de deslocamento da camada limite do lado de sucção e pressão. Com base em dados disponíveis até a década de 80, Blake sugeriu que para escoamentos turbulentos com altos números de Re ($\geq 10^6$), haveria forte emissão de

vórtices quando $\frac{h}{\delta^*} \geq 0,3$. Combinando-se esta hipótese com a aproximação da

espessura média de deslocamento da camada limite na aresta de saída apresentada na eq.(4.4) e os comprimentos (cordas) B de grandes travessas, ilustrados na Tabela 4.1, chega-se a um valor limite para a espessura na aresta de saída h , da ordem de 2 mm, o que está próximo da observação empírica que sugere que esta espessura não deve ultrapassar 4 mm.

A Figura 4.42 mostra, para o ensaio em questão, os resultados em função do termo do lado direito da eq.(4.8). Estão representados também valores medidos por Blake. Uma análise do gráfico (a) mostra que o pico espectral da velocidade vertical dos diversos ensaios colapsa ao redor de uma única curva. Conclusão semelhante pode ser inferida dos gráficos (b) pico espectral das larguras, (c) pico espectral da razão entre áreas e (d) nível geral de flutuação. Vale ressaltar que as diferenças entre as arestas de saída são consideradas neste modelo analítico por meio das seguintes variáveis:

- Δy que é maior, por exemplo, para a geometria modificada já que os pontos de separação da camada limite do lado de sucção e pressão estão mais distantes na direção vertical, e
- $(dU_t/dh)^{ss}$ que tende a ser maior para a geometria modificada porque a camada limite no lado de sucção no momento da separação não é tão difusa quanto na geometria original.

Figura 4.42 - Características da emissão de vórtices em função do adimensional $\frac{(dU_t/dh)^{ss}}{U_0/\Delta y}$.

Aresta de saída 45° arredondada ▲; Aresta de saída 25° arredondada ▼; Aresta de saída 25° truncada ◀.

Os bons resultados encontrados para esta modelagem sinalizam que a intensidade de emissão dos vórtices é mais dominada pelo comportamento da camada limite no lado de sucção do que de pressão do perfil. Os resultados de (MOSALLEM, 2008) apresentados na Figura 4.32 também sinalizam nesta direção.

Também em linha com a proposta de Bourgoyne, Ceccio e Dowling, (AUSONI, 2009) demonstra na Figura 4.43 que a intensidade do vórtice varia linearmente com velocidade do deslocamento da aresta de saída perpendicular ao escoamento. O aumento pode chegar a 20% e é um fator independente da organização da esteira.

Figura 4.43 - Intensidade relativa do vórtice em função da amplitude de vibração normalizada.

Fonte: adaptada de (AUSONI, 2009).

A variação linear da intensidade do vórtice com a velocidade do escoamento pode ser vista na figura abaixo.

Figura 4.44 - Intensidade dos vórtices no final da região de formação para diferentes velocidades do escoamento.

Fonte: adaptada de (AUSONI, 2009).

4.3 SINCRONIZAÇÃO E INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

O primeiro experimento projetado para observar e entender o fenômeno da sincronização em placas planas com alto Re foi provavelmente o de (EAGLESON, DAILY e NOUTSOPOLOUS, 1963). Neste trabalho Eagleson et al. experimentaram um sistema de um grau de liberdade consistindo de uma placa rígida fixa a uma mola de torção. Foi percebida a existência de três regiões no que diz respeito ao comportamento da placa em relação à velocidade do escoamento:

- 1- Região de aumento da velocidade. Vibração é senoidal e amplitude variável. O número de Strouhal é constante, ou seja, a frequência de vibração aumenta linearmente com a velocidade do escoamento;
- 2- Amplitude de vibração é grande e estável. Análise do sinal de vibração mostra uma frequência harmônica superposta à frequência natural. A amplitude desta parcela harmônica aumenta com a frequência. Número de Strouhal varia inversamente com a velocidade;
- 3- Amplitude de vibração é pequena e variável e o número de Strouhal volta a aumentar linearmente com a velocidade.

Verificou-se que, na segunda região, a frequência não mais aumentou com a velocidade, mas sim estacionou perto da frequência natural e a frequência de excitação passou a depender da vibração. Isto nada mais é que o fenômeno da sincronização.

Uma análise experimental mais elaborada deste fenômeno foi realizada apenas em 2009 por (AUSONI, 2009). Durante estes ensaios, a amplitude de vibração foi avaliada por meio de um medidor laser direcionado para o corpo do hidrofólio em um ponto de coordenada $x/L=0,8$ e $z/B=0,75$. A definição de x , L , z e B segue o indicado originalmente na Figura 4.10, reproduzida novamente na Figura 4.45, por facilidade.

As amplitudes obtidas, em função da velocidade do escoamento, podem ser vistas na Figura 4.46.

Figura 4.45 - Perfil NACA 0009 ensaiado por (AUSONI, 2009).

Fonte: adaptada de (AUSONI, 2009).

Figura 4.46 - Amplitude de vibração induzida pelos vórtices para diferentes velocidades do escoamento.

Fonte: adaptada de (AUSONI, 2009).

Percebe-se pela Figura 4.46 que o hidrofólio passa por 3 frequências naturais. A primeira, a 660 Hz e $Re = 29 \times 10^3$, corresponde ao 1º modo flexional, a 890 Hz e $Re = 38,6 \times 10^3$ aparece o 1º modo torcional e, finalmente, a 1860 Hz e $Re = 90,2 \times 10^3$, é o 2º modo flexional que é excitado. A figura mostra, ainda, que apenas para o modo torcional ocorre o fenômeno de sincronização bem caracterizado. Detalhes da vibração para diferentes números de Reynolds aparecem na Figura 4.47, enquanto os modos naturais aparecem na Figura 4.48.

Figura 4.47 - Sinal no tempo, espectrografia e espectro médio do sinal de vibração, para as condições com e sem sincronização.

Fonte: adaptada de (AUSONI, 2009).

Figura 4.48 - Modos naturais do hidrofólio testado.

(a) 1º modo flexional: $Re_n=29.0 \cdot 10^3$, $f_n=660$ Hz (b) 1º modo torcional: $Re_n=38.6 \cdot 10^3$, $f_n=890$ Hz (c) 2º modo flexional: $Re_n=90.2 \cdot 10^3$, $f_n=1860$ Hz

Fonte: adaptada de (AUSONI, 2009).

Uma comparação entre os campos de velocidade na condição sem e com sincronização mostra claramente o efeito de organização dos vórtices na última condição, situação em que a amplitude dos deslocamentos na região da aresta de saída aproxima o processo de geração de vórtices a um fenômeno bidimensional. Este processo contribui para um aumento na intensidade da vibração exatamente como inferido por Blevins a partir da Figura 3.17.

Figura 4.49 - Campos de velocidades típicos na esteira do hidrofólio para a condição sem sincronização em quatro instantes diferentes de tempo.

Fonte: adaptada de (AUSONI, 2009).

Figura 4.50 - Campos de velocidades típicos na esteira do hidrofólio para a condição de sincronização em dois instantes diferentes de tempo.

Fonte: adaptada de (AUSONI, 2009).

Pelos resultados apresentados percebe-se a importância de se considerar o efeito da sincronização na dinâmica do escoamento em travessas. Em um cálculo numérico do escoamento, porém, este fenômeno só pode ser capturado por meio de uma análise que inclua a interação fluido-estrutura.

Possivelmente, a primeira referência publicada de um cálculo de interação fluido-estrutura aplicado para uma travessa de pré-distribuidor seja o de (MOUNSIF, 1997). Nesse trabalho, a travessa foi modelada como um elemento indeformável com dois graus de liberdade: translação na direção perpendicular ao escoamento e rotação. Este modelo aparece de forma esquemática na Figura 4.51.

Figura 4.51 - Modelo estrutural.

Fonte: adaptada de (MOUNSIF, 1997).

O escoamento foi simulado em duas condições: travessa sujeita a vibrações forçadas no sentido perpendicular ao escoamento (Figura 4.52) e travessa livre para oscilar. Como mencionado pelo autor, a principal limitação desta análise foi a modelagem sem turbulência.

Figura 4.52 - Linhas de corrente ao redor da travessa sujeita à oscilação forçada.

Fonte: (MOUNSIF, 1997).

Na segunda parte de sua pesquisa em 2007, D'Agostini considerou também a interação entre a travessa e o escoamento. A travessa foi modelada como um corpo indeformável com um grau de liberdade, perpendicular à direção do escoamento. Para modelagem da interação fluido estrutura foi utilizado um enfoque particionado, ou seja, primeiramente o escoamento era resolvido no programa comercial Fluent; a seguir a pressão obtida ao redor da travessa era integrada e a força resultante aplicada a um modelo analítico massa-mola-amortecedor para cálculo do deslocamento da travessa. A malha era, então, atualizada com a nova posição da travessa e o processo retomado.

Avaliando que uma análise acoplada entre a estrutura e o escoamento demanda ainda muito tempo, o grupo de pesquisadores da EPFL, (MÜNCH, AUSONI, *et al.*, 2008), propôs um modelo mais simples, em que o carregamento hidrodinâmico linearizado atua sobre um hidrofólio rígido com apenas um grau de liberdade, o de rotação. Os valores de inércia adicional, amortecimento e rigidez do fluido foram obtidos de ensaios no túnel de alta velocidade para testes de cavitação. O ângulo de rotação (α) foi limitado a 2° .

Figura 4.53 - Modelo analisado com um grau de liberdade.

Fonte: (MÜNCH, AUSONI, *et al.*, 2008).

Um código em Fortran foi utilizado para acoplar a equação de oscilação do hidrofólio ao programa de cálculo do escoamento, Ansys CFX 11. O método adotado foi o URANS com o modelo de turbulência SST. A aderência entre o modelo numérico e o experimental, para esta pequena faixa de oscilação, foi muito boa, como pode ser comprovado na Figura 4.54.

Figura 4.54 - Comparação entre o ângulo de oscilação calculado numericamente e medido experimentalmente.

Fonte: adaptada de (MÜNCH, AUSONI, *et al.*, 2008).

(NENNEMANN e PARKINSON, 2010) utilizaram um conceito bastante similar ao de Mounsif para estudar a vibração nas palhetas da turbina bomba de YiXing. Neste caso, o interesse era pelo modo torcional e a palheta foi idealizada como um sistema com um grau de liberdade, o de rotação, sem amortecimento. A representação aparece na Figura 4.55 e a semelhança com a Figura 4.51 é evidente.

Figura 4.55 - Oscilador rotacional com um grau de liberdade, momento externo causado pelo escoamento.

Fonte: adaptada de (NENNEMANN e PARKINSON, 2010).

Este modelo foi acoplado ao programa comercial CFX10 por meio de rotinas em Fortran. A atualização da malha a cada mudança de posição da palheta foi processada por um algoritmo interno do CFX e o momento na palheta causado pelo escoamento foi extraído do programa e utilizado na equação de equilíbrio a cada instante de tempo. O modelo de turbulência adotado não foi mencionado.

Ainda em 2010, aproveitando as novas funcionalidades do programa comercial Ansys para simulação, pelo método particionado, da interação fluido-estrutura, diversos trabalhos foram publicados. O foco de (DOMPIERRE e SABOURIN, 2010) foi na interação rotor-estator. O modelo de turbulência adotado foi o $k-\epsilon$.

Os resultados foram comparados com as soluções independentes tanto mecânica quanto do escoamento e também com medições. A avaliação foi positiva. O modelo tridimensional, porém, ainda consumiu muito tempo de processamento, neste exemplo, 95 dias para um computador com 4 núcleos e 12 gigabytes de memória. O domínio computacional aparece na Figura 4.56.

Figura 4.56 - Modelo computacional ensaiado (1/5 do conjunto total). Parte em cinza corresponde ao fluido, enquanto parte em azul é o sólido (rotor Francis).

Fonte: (DOMPIERRE e SABOURIN, 2010).

(SCHMUCKER, FLEMMING e COULSON, 2010) utilizaram as novas funcionalidades para estudar a pá de uma turbina *propeller* e compararam com dados disponíveis de medições em modelo. Destacaram que esta simulação é, ainda, uma tarefa difícil para os programas comerciais disponíveis. O modelo de turbulência foi o SST.

Esta tarefa prosseguiu com a análise de uma pá de turbina bulbo (SCHMUCKER, ASCHENBRENNER, *et al.*, 2010), cujo objetivo era examinar se as grandes deflexões, em especial na aresta de saída, afetavam o rendimento hidráulico da máquina. A conclusão foi que existe uma variação positiva de aproximadamente 0,1% no rendimento. O modelo de turbulência escolhida foi novamente o SST.

Neste trabalho, como será detalhado mais adiante, para o cálculo da interação fluido-estrutura a geometria da travessa foi assumida indeformável e sua movimentação determinada pelas reações em duas molas: uma de torção e uma linear. Arranjo similar, portanto, ao da Figura 4.51, porém considerando os efeitos da turbulência.

5 MÉTODO DE CÁLCULO PROPOSTO

Com base nas considerações apresentadas no capítulo 4, será proposto um modelo de cálculo adequado para caracterizar o fenômeno da interação fluido-estrutura em travessas do pré-distribuidor de turbinas hidráulicas.

Isto implica em adotar hipóteses simplificadoras, mas sem perder a essência do fenômeno.

5.1 DINÂMICA DO ESCOAMENTO

Os resultados da seção 4.2 mostram que o efeito do formato da aresta de saída no comportamento do escoamento é de primeira ordem e qualquer modelo de cálculo escolhido deve ser capaz de capturar esta característica. Este nível de detalhe só pode ser atingido com métodos capazes de discretizar o domínio e resolver as equações de Navier-Stokes até nas menores dimensões geométricas. Os principais candidatos são, então, o Método dos Elementos Finitos e o Método dos Volumes Finitos. Neste trabalho a opção foi pelo Método dos Elementos Finitos e os detalhes serão esclarecidos mais adiante.

Apesar de ser possível estimar a frequência de desprendimento dos vórtices por meio de um cálculo do escoamento em regime permanente e a adoção de um número de Strouhal da esteira, o fenômeno de emissão de vórtices é totalmente transiente e, portanto, só pode ser corretamente visualizado por meio de uma análise também transiente. Além disso, para uma dada geometria, é fundamental determinar se haverá ou não uma esteira organizada de vórtices. Por estas razões, a análise adotada neste trabalho foi transiente.

Cálculos numéricos do escoamento podem se dar em duas ou três dimensões. Em 2004, dois trabalhos estudaram esta alternativa para o escoamento em travessas. Utilizando o programa comercial Fluent, (ANTONSEN e NIELSEN, 2004) concluíram que para um cálculo transiente a análise tridimensional consumiu 20 vezes mais tempo computacional que a bidimensional para um resultado virtualmente idêntico. Conclusão semelhante foi encontrada também por (MIYAGAWA, FUKAO e

KAWATA, 2004) utilizando LES (*Large Eddy Simulation*) com modelo Smagorinsky. Apenas uma simulação foi realizada com o modelo tridimensional e o resultado foi similar à análise bidimensional e aos valores experimentais. O esforço computacional, porém foi muito diferente e o estudo prosseguiu apenas com as simulações numéricas bidimensionais.

Os dados da Tabela 3.3 também sinalizam que os problemas em travessas estão associados a condições de ressonância, situação em que o escoamento se comporta de uma maneira aproximadamente bidimensional, como pôde ser visto na Figura 4.50. Este é mais um argumento para a adoção de um modelo bidimensional nesta pesquisa.

Lembrando, conforme apresentado no capítulo 4, que o número de Reynolds para o escoamento em travessas é da ordem de 10^5 é fundamental, ainda, escolher um modelo adequado de turbulência.

5.1.1 Modelos de turbulência

Como cada um dos modelos disponíveis de turbulência possui suas particularidades, vale a pena buscar na bibliografia o histórico de cada um deles no cálculo do escoamento em turbinas hidráulicas.

Até aproximadamente o final do século XX, o método $k-\varepsilon$ era o método mais adotado para máquinas hidráulicas. Havia, porém, algumas limitações importantes quando aplicado ao cálculo de escoamentos com vórtices.

Em 2003, com o objetivo de reduzir o ruído causado pelo desprendimento de vórtices na aresta de saída de um rotor Francis, (RUPRECHT, KIRSCHNER, *et al.*, 2003) realizaram diversos cálculos por CFD para modelar a esteira de vórtices. A primeira tentativa utilizando o modelo de turbulência padrão $k-\varepsilon$ não foi bem sucedida; a aplicação do modelo $k-\varepsilon$ expandido de Kim e Chen, entretanto, proporcionou resultados melhores. Ainda assim, os autores concluíram que modelos do tipo URANS (*Unsteady Reynolds averaged Navier-Stokes*) como o $k-\varepsilon$ tendem a superestimar o amortecimento dos vórtices, quando comparados a modelos VLES (*very large eddy simulation*), por exemplo. Uma comparação entre os resultados com os dois métodos aparece na Figura 5.1.

Figura 5.1 - Distribuição de pressão pelo método URANS (à esquerda) e VLES (à direita).

Fonte: (RUPRECHT, KIRSCHNER, *et al.*, 2003).

Conclusão semelhante foi encontrada por (KECK e SICK, 2008) que mencionaram que a alta difusão do método $k-\epsilon$, acaba suavizando a forma da esteira. Uma comparação entre o modelo $k-\epsilon$ e o modelo SAS aparece na figura a seguir.

Figura 5.2 - Vorticidade calculada pelo método $k-\epsilon$ (à esquerda) e SAS (à direita).

Fonte: (KECK e SICK, 2008).

Ainda mais crítica foi a avaliação de (MIYAGAWA, FUKAO e KAWATA, 2004), na qual optaram pelo LES (*Large Eddy Simulation*) com modelo Smagorinsky uma vez que o modelo $k-\epsilon$ não foi capaz de captar os vórtices na esteira.

Em resposta às limitações do método $k-\epsilon$, muitos fabricantes e pesquisadores migraram então para o $k-\omega$ SST proposto por (MENTER, 1992).

Esta versão foi desenvolvida a partir do modelo $k-\omega$ desenvolvido por Wilcox em 1988. As principais motivações foram eliminar a forte dependência do método original do valor da taxa de dissipação turbulenta na corrente livre e melhorar o

comportamento para escoamentos com gradientes de pressão adversos na camada limite.

O k- ω SST é similar ao modelo de Wilcox na região da camada limite entre a superfície e 50% da espessura; a partir daí ele vai mudando gradualmente para a versão para altos números de Reynolds do modelo k- ϵ (em uma formulação k- ω) de Jones-Launder. Esta transição é realizada por meio de funções de mistura, *blending functions*. A sigla SST corresponde a *Shear Stress Transport*, transporte da tensão cisalhante, e é baseada na hipótese de Bradshaw que assume que a tensão de Reynolds de cisalhamento é proporcional à energia cinética turbulenta. Desta forma este termo adicional foi introduzido na definição da viscosidade turbilhonar.

(VU, NENNEMANN, *et al.*, 2007) utilizaram o programa comercial Ansys-CFX, em testes com três modelos de turbulência diferentes: k- ω , SST e Reynolds-Stress- ω . Conforme os autores, a diferença entre os resultados foi inferior a 1%.

Em seu trabalho, (D'AGOSTINI NETO, 2007) estudou detalhadamente os modelos k- ϵ e k- ω SST para o escoamento em travessas e concluiu que o modelo mais adequado para este tipo de aplicação era o k- ω SST.

Finalmente, em 2011, (PANG, LÜ, *et al.*, 2011) também utilizaram o método k- ω SST dentro do programa Fluent para cálculo da frequência de emissão dos vórtices nas travessas de algumas máquinas da usina de Três Gargantas.

O constante aumento do poder computacional tem permitido, ainda, um incremento na utilização dos métodos LES e VLES.

Além da experiência positiva de (RUPRECHT, KIRSCHNER, *et al.*, 2003) com o VLES e (MIYAGAWA, FUKAO e KAWATA, 2004) com o LES, outros autores também relataram bons resultados com estes métodos.

(WANG, 2005) utilizou LES em uma comparação com medições experimentais de aeroacústica em aerofólios, enquanto em 2008, (MAGNOLI e SCHILLING, 2008) realizaram várias simulações com diferentes modelos de turbulência aplicados ao cálculo do escoamento em máquinas hidráulicas, algumas delas associadas à emissão de vórtices pelas pás do rotor. Os autores informaram que os quatro métodos analisados: URANS, SAS, DES e LES foram capazes de identificar as oscilações de pressão relativas ao desprendimento de vórtices na aresta de saída das pás do rotor, mas apenas o LES foi capaz de reproduzir a esteira de vórtices com a amplitude de pulsação de pressão adequada; visualmente, isto pode ser conferido na Figura 5.3.

Figura 5.3 - Vórtices cavitando na condição de carga nominal (a) durante ensaio de modelo (b) simulados por LES.

Fonte: (MAGNOLI e SCHILLING, 2008).

Considerando a boa experiência com o método $k-\omega$ SST para o escoamento em travessas e a diferença de esforço computacional entre este método e o LES, nesta pesquisa o $k-\omega$ SST será utilizado como referência. O método de turbulência adotado, porém, será outro. Neste trabalho a modelagem da turbulência será baseada no método de Baldwin-Lomax. O modelo proposto por (BALDWIN e LOMAX, 1978) é um método algébrico adequado para o escoamento em placas planas, ou geometrias simples, e altos números de Reynolds. Para estes tipos de problemas seu desempenho é comparável aos métodos de duas equações a um custo computacional significativamente menor. (GENÇ, 2003), por exemplo, comparou 3 modelos algébricos (Cebeci-Smith, Michel et al. e Baldwin-Lomax) e dois modelos de 2 equações ($k-\epsilon$ e $k-\omega$) para um escoamento em uma placa plana, concluindo que os modelos algébricos se comportam muito bem para este tipo de configuração sendo a melhor opção quando o gradiente adverso de pressão é pequeno. A validade deste enfoque para o caso particular do escoamento em travessas será comprovada por meio da comparação com os resultados pelo método $k-\omega$ SST.

Tanto o Baldwin-Lomax quanto o $k-\omega$ SST são métodos não-permanentes de média de Reynolds, em inglês conhecidos como URANS *Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes* e baseados na hipótese de Boussinesq.

Conforme já apresentado nas eqs.(3.2) e (3.3), as equações de Navier-Stokes para um escoamento incompressível e com densidade e viscosidade constantes são:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (5.2)$$

Aplicando-se a decomposição de Reynolds para representar uma grandeza do escoamento como a composição de duas parcelas, uma representativa do escoamento médio no tempo e outra relacionada às flutuações devidas à turbulência, pode-se demonstrar, ver (WILCOX, 2006) ou (SALTARA e PEDRÃO, 2012), que as equações de Navier-Stokes assumem a forma abaixo:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}_j \bar{u}_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (5.4)$$

Onde o último termo do lado direito da eq.(5.4) corresponde ao tensor das tensões de Reynolds. Conforme descrito em (FREIRE, MENUT e SU, 2002), em 1877 Boussinesq propôs a hipótese de que as tensões de Reynolds fossem proporcionais à deformação do escoamento médio, agindo de forma análoga às tensões viscosas. Para um escoamento incompressível e unidirecional ao longo de uma placa infinita obtém-se, então:

$$-\overline{u'_i u'_j} = -\overline{u' v'} = \nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (5.5)$$

Onde:

u' é a flutuação de velocidade associada à componente $\bar{u}$;

v' é a flutuação de velocidade associada à componente normal à superfície;

ν_t é a viscosidade turbilhonar;

$\bar{u}$ a velocidade paralela à superfície da placa;

y é a direção normal à superfície da placa.

Em 1925, Prandtl propôs em sua hipótese do comprimento de mistura l_{mix} que:

$$-\overline{u'v'} = l_{mix}^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (5.6)$$

De maneira que:

$$\nu_t = l_{mix}^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \quad (5.7)$$

A hipótese de Prandtl foi o ponto de partida para o método de Baldwin-Lomax. Expandindo o conceito para um escoamento bidimensional ou tridimensional, tem-se:

$$\nu_{eff} = \nu + \nu_t \quad (5.8)$$

Kolmogorov apud (FREIRE, MENUT e SU, 2002) propôs, em 1942, uma forma generalizada para a hipótese de Boussinesq que se tornou a base para o desenvolvimento dos modelos baseados na viscosidade turbilhonar (*eddy viscosity models* em inglês) inclusive o k- ω SST.

$$-\overline{u'_i u'_j} = -\delta_{ij} \frac{2}{3} k + \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (5.9)$$

Substituindo-se a eq.(5.9) na eq.(5.4):

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_j \bar{u}_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}_{eff}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu_{eff} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (5.10)$$

Onde:

$$p_{eff} = \bar{p} + \frac{2}{3} \rho k \quad (5.11)$$

E novamente:

$$\nu_{eff} = \nu + \nu_t \quad (5.12)$$

De acordo com as equações (5.8), (5.11) e (5.12), para os modelos analisados e sob o ponto de vista computacional os efeitos da turbulência podem ser levados em consideração apenas com a adoção de novos valores efetivos para a viscosidade e/ou pressão.

Como já apresentado, o método k- ω SST é uma combinação entre o k- ω original e o modelo k- ϵ de Jones-Launder (em uma formulação k- ω). Como os métodos que lhe

deram origem, o k- ω SST é um modelo de turbulência com duas equações. Um resumo da formulação aparece a seguir.

Equações conforme k- ω original

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_{k1} \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \omega}{\partial x_j} = \gamma_1 P_\omega - \beta_1 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_{\omega 1} \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (5.14)$$

Método k- ε de Jones-Launder (em uma formulação k- ω)

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_{k2} \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \omega}{\partial x_j} = \gamma_2 P_\omega - \beta_2 \rho \omega^2 + 2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_{\omega 2} \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (5.16)$$

Onde

$$P_k = \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (5.17)$$

$$P_\omega = \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \omega \delta_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (5.18)$$

Aplicando as funções de mistura, as equações (5.13) e (5.14) são multiplicadas por F_1 enquanto as equações (5.15) e (5.16) são multiplicadas por $(1 - F_1)$ e as equações do novo modelo se tornam:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \omega}{\partial x_j} = & \gamma P_\omega - \beta \rho \omega^2 + 2(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{\mu_t}{k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (5.20)$$

Cada constante ϕ no novo modelo é calculada por meio da seguinte equação:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (5.21)$$

O índice 1 se aplica às constantes do modelo k- ω original, enquanto o índice 2 se refere às constantes do modelo k- ϵ adaptado.

Finalmente, a viscosidade turbilhonar é definida como:

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} = \frac{k}{\omega} \quad (5.22)$$

E conforme a hipótese de Boussinesq, eq.(5.9), o tensor das tensões de Reynolds τ_{ij} é dado por:

$$\tau_{ij} = -\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (5.23)$$

Para determinação de F_1 , primeiramente uma variável auxiliar $\arg_1$ é definida:

$$\arg_1 = \max \left(\min \left(\frac{\sqrt{k}}{0,09 \omega y}; 0,45 \frac{\omega}{\Omega} \right); \frac{400 \nu}{y^2 \omega} \right), \quad (5.24)$$

onde Ω é o valor absoluto da vorticidade e y a distância até a superfície mais próxima. A variável F_1 pode então ser calculada como:

$$F_1 = \tanh((\arg_1)^4) \quad (5.25)$$

Para levar em consideração o transporte das tensões cisalhantes, uma modificação na definição da viscosidade turbilhonar é necessária.

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; \Omega)} \quad (5.26)$$

Desta maneira, nas regiões em que aparece um gradiente adverso de pressão e, portanto, $\Omega > a_1 \omega$, a equação acima evita que os valores de ν_t sejam superestimados. Nas demais regiões, a eq.(5.22) é preservada.

Para assegurar que esta modificação se aplique apenas nos escoamentos na camada limite, outra função de mistura F_2 é definida. A eq.(5.26) se torna, então:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; \Omega F_2)} \quad (5.27)$$

De forma análoga à F_1 , a função de mistura F_2 é definida com o auxílio de uma variável auxiliar $\arg_2$.

$$\arg_2 = \max\left(2 \frac{\sqrt{k}}{0,09 \omega y}; \frac{400 \nu}{y^2 \omega}\right) \quad (5.28)$$

Com F_2 sendo calculada como:

$$F_2 = \tanh((\arg_2)^2) \quad (5.29)$$

O método Baldwin-Lomax, por outro lado, é um modelo de turbulência algébrico baseado na teoria do comprimento de mistura de Prandtl e sua principal vantagem, quando comparado a outros modelos algébricos, é que em sua formulação não são utilizadas propriedades da camada limite, que muitas vezes são difíceis de determinar em escoamentos com separação.

O método é um modelo de 2 camadas, sendo a viscosidade turbilhonar calculada conforme a equação abaixo.

$$\nu_T = \begin{cases} \nu_{Ti}, & y \leq y_m \\ \nu_{To}, & y > y_m \end{cases} \quad (5.30)$$

O comportamento da viscosidade na camada interna e externa, bem como a definição de y_m , aparecem na Figura 5.4.

Figura 5.4 - Viscosidade turbilhonar do modelo Baldwin-Lomax.

Enquanto as fórmulas para cálculo da viscosidade na camada interna são:

$$\nu_{Ti} = l_{mix}^2 \Omega \quad (5.31)$$

$$l_{mix} = k_{BL} y \left[1 - e^{-y^+ / A_o^+} \right] \quad (5.32)$$

A distância adimensional da parede y^+ é dada por:

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (5.33)$$

e a velocidade de atrito u_τ pela eq.(5.34), onde τ_w é a tensão de cisalhamento na parede.

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (5.34)$$

As equações para cálculo da viscosidade na camada externa são:

$$\nu_{To} = \alpha C_{cp} F_{wake} F_{Kleb} (y; y_{\max} / C_{Kleb}) \quad (5.35)$$

$$F_{wake} = \min \left[y_{\max} F_{\max}; C_{wk} y_{\max} U_{dif}^2 / F_{\max} \right] \quad (5.36)$$

$$F_{\max} = \frac{1}{k} \left[\max_y (l_{mix} \Omega) \right] \quad (5.37)$$

E $y_{\max}$ é o valor de y para o qual $l_{mix} \Omega$ atinge o seu valor máximo.

Os valores das constantes são:

$$k_{BL} = 0,40 \quad \alpha = 0,0168 \quad A_o^+ = 26 \quad (5.38)$$

$$C_{cp} = 1,6 \quad C_{Kleb} = 0,3 \quad C_{wk} = 1 \quad (5.39)$$

F_{Kleb} é a função de intermitência de Klebanoff reproduzida na eq. (5.40).

$$F_{Kleb} = \left[1 + 5,5 \left(\frac{y}{y_{\max} / C_{Kleb}} \right)^6 \right]^{-1} \quad (5.40)$$

E U_{dif} é definida como:

$$U_{dif} = \left(\sqrt{U^2 + V^2} \right)_{\max} - \left(\sqrt{U^2 + V^2} \right)_{y=y_{\max}} \quad (5.41)$$

5.2 MODELO ESTRUTURAL

Uma vez escolhida a simulação bidimensional do escoamento, a modelagem da estrutura fica limitada. Ainda assim, certas considerações devem ser feitas.

Conforme (LIESS, 1987) a amplitude esperada do deslocamento de uma travessa mesmo em ressonância é da ordem de 1~2 mm; este fato associado à geometria típica de uma travessa, ver por exemplo a Tabela 4.1, justifica a adoção da hipótese de deslocamentos “de corpo rígido” das seções transversais.

A modelagem bidimensional do escoamento implica também que as condições de ressonância só podem ser simuladas para o primeiro modo de flexão e o primeiro modo de torção. Como já discutido brevemente no capítulo 4, esta hipótese está perfeitamente adequada ao fenômeno de ressonância em travessas pois, entre os 28 exemplos mencionados na Tabela 3.3 não há nenhum registro de ressonância com outro modo natural. (GISSONI, 2005) apresenta uma proposta analítica para explicar esta característica do fenômeno.

Resta, então, definir como calibrar o coeficiente de rigidez das molas responsáveis pela rotação e translação da seção transversal. Como estas molas devem reproduzir a condição de ressonância da estrutura tridimensional no fluido, é fundamental uma estimativa da frequência natural dos dois primeiros modos naturais do sistema na água.

5.2.1 Cálculo da massa adicional

Para determinação da frequência natural da estrutura no fluido será utilizado o conceito de massa adicional, com este cálculo baseado na teoria de escoamento potencial.

Conforme (BLEVINS, 2001), esta hipótese apresenta resultados satisfatórios, desvios inferiores a 10% quando comparados a ensaios experimentais, se as três condições abaixo forem satisfeitas:

$$\frac{A_y(2\pi f_v)}{c} \ll 1 \quad (5.42)$$

$$\frac{A_y}{d} < 1 \quad (5.43)$$

$$\frac{(2\pi f_v)d^2}{\nu} > 10000 \quad (5.44)$$

Obedecendo às seguintes definições:

A_y é a amplitude de vibração na direção de interesse, f_v é a frequência de vibração, c a velocidade do som no fluido, d uma dimensão característica e ν a viscosidade cinemática do fluido.

Para o cálculo de travessas, em geral, vale: $A_y \approx 1\text{ mm}$, como descrito acima, $f \leq 329\text{ Hz}$, conforme referências experimentais da Tabela 3.3, $c \approx 1480\text{ ms}^{-1}$ e $\nu = 1 \times 10^{-6}\text{ m}^2\text{s}^{-1}$, para água ao redor de 20° C . Considerando a dimensão d como a largura da esteira e $d \geq 10\text{ mm}$, as condições se tornam:

$$\frac{A_y(2\pi f_v)}{c} = 1,39 \times 10^{-3} \ll 1 \quad (5.45)$$

$$\frac{A_y}{d} = 0,1 < 1 \quad (5.46)$$

$$\frac{(2\pi f_v)d^2}{\nu} = 207000 > 10000 \quad (5.47)$$

Os resultados acima demonstram que a adoção do cálculo da massa adicional por meio da teoria de escoamento potencial para o problema em análise é justificável.

O desenvolvimento matemático do conceito da massa adicional para placas retangulares submersas apresentado abaixo segue o proposto por (HOSSEINI-HASHEMI, KARIMI e ROKNI, 2012), mas raciocínio análogo foi adotado também por (HADDARA e CAO, 1996) e (KERBOUA, LAKIS, *et al.*, 2008).

Uma placa plana, uniforme e em posição horizontal está totalmente submersa em um fluido. Ela está posicionada de tal modo que a distância para a parede superior e a parede inferior seja idêntica, conforme indicado na Figura 5.5. Essa placa apresenta oscilações flexionais de pequena amplitude e o fluido deslocado reage com pressões dinâmicas $p_U(x, y, t)$ e $p_L(x, y, t)$ respectivamente nas faces superior e inferior da placa.

Figura 5.5 – Placa plana submersa em fluido.

Fonte: o autor.

Para uma placa de comprimento A , largura B e espessura h de um material cuja densidade é ρ_{st} , a rigidez flexional D_{st} é escrita conforme definição abaixo:

$$D_{st} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu_{st}^2)} \quad (5.48)$$

Sendo E o módulo de elasticidade e ν_{st} o coeficiente de Poisson deste material e desconsiderando efeitos como: ortotropia, grandes deflexões, deformações decorrentes da força cortante e alterações na inércia em função da rotação, a resposta dinâmica da placa obedece à eq.(5.49). Ver, por exemplo, (LEISSA, 1973).

$$\rho_{st}h \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial t^2} + D_{st} \nabla^4 \tilde{z} = p_L(x, y, t) - p_U(x, y, t) \quad (5.49)$$

Onde $\tilde{z}$ corresponde ao deslocamento vertical da placa em relação à sua posição de equilíbrio.

Se o fluido, de densidade ρ , for assumido como homogêneo e o escoamento como incompressível, invíscido e irrotacional, a função potencial da velocidade deve satisfazer a equação de Laplace na forma:

$$\nabla^2 \phi(x, y, z, t) = 0 \quad (5.50)$$

Enquanto a pressão em qualquer ponto pode ser aproximada pela equação transiente de Bernoulli ignorando os termos não-lineares.

$$\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + p = 0 \quad (5.51)$$

A modelagem adotada acima despreza o empuxo de Arquimedes e as deformações associadas ao peso próprio da chapa. Isto é plenamente justificado porque as equações obtidas serão utilizadas para o cálculo da massa adicional de placas retangulares submersas na posição vertical.

Aproveitando da simetria do problema, a eq.(5.49) pode ser rearranjada na forma:

$$\rho_{st} h \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial t^2} - 2p_L(x, y, t) + D_{st} \nabla^4 \tilde{z} = 0 \quad (5.52)$$

E conforme detalhamento apresentado no APÊNDICE A, $p_L(x, y, t)$ obedece à equação:

$$p_L = -\frac{\rho}{\mu_{st}} \left(\frac{1 + C_1 e^{\mu_{st} h}}{1 - C_1 e^{\mu_{st} h}} \right) \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial t^2} \quad (5.53)$$

De forma que a eq.(5.52) pode ser reescrita como:

$$\rho_{st} h \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial t^2} + 2 \frac{\rho}{\mu_{st}} \left(\frac{1 + C_1 e^{\mu_{st} h}}{1 - C_1 e^{\mu_{st} h}} \right) \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial t^2} + D_{st} \nabla^4 \tilde{z} = 0 \quad (5.54)$$

$$\left[\rho_{st} h + 2 \frac{\rho}{\mu_{st}} \left(\frac{1 + C_1 e^{\mu_{st} h}}{1 - C_1 e^{\mu_{st} h}} \right) \right] \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial t^2} + D_{st} \nabla^4 \tilde{z} = 0 \quad (5.55)$$

A massa adicional total m_a correspondente ao efeito do fluido acima e abaixo da placa é definida como:

$$m_a = \frac{2\rho}{\mu_{st}} \left(\frac{1 + C_1 e^{\mu_{st} h}}{1 - C_1 e^{\mu_{st} h}} \right) \quad (5.56)$$

onde o parâmetro C_1 é dado por (ver APÊNDICE A):

$$C_1 = e^{-2\mu_{st} h_1} \quad (5.57)$$

Encontra-se, finalmente:

$$m_a = \frac{2\rho}{\mu_{st}} \left(\frac{1 + e^{\mu_{st}(h-2h_1)}}{1 - e^{\mu_{st}(h-2h_1)}} \right) \quad (5.58)$$

Quando $|2h_1| \gg h$ a equação acima tende a:

$$m_a = \frac{2\rho}{\mu_{st}} \quad (5.59)$$

A relação entre a frequência natural da placa no ar ω_{ar} e no fluido ω_f é dada pela seguinte relação.

$$\omega_f = \omega_{ar} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m_a}{m}}} \quad (5.60)$$

Lembrando que $m = \rho_{st}h$ e substituindo a eq.(5.59), obtém-se:

$$\frac{\omega_f}{\omega_{ar}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\rho}{\rho_{st}} \frac{2}{\mu_{st}h}}} \quad (5.61)$$

Neste caso μ_{st} é o número de onda modal cuja unidade dimensional é o inverso do comprimento. Analisando o problema com base na teoria das faixas (*strip theory*) esta dimensão tem que corresponder à largura da placa B e, portanto:

$$\frac{\omega_f}{\omega_{ar}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\rho}{\rho_{st}} \frac{B}{h} NAVMI}} \quad (5.62)$$

Neste caso, a variável $NAVMI$ já incorpora o fator 2 e é conhecida na literatura pela denominação em inglês *Non-dimensional added virtual mass increment*.

Com base nos diversos resultados experimentais disponíveis, sabe-se que esta variável depende do modo natural em análise bem como da razão de aspecto B/A .

Entre as propostas para cálculo de $NAVMI$, optou-se neste trabalho pelo caminho sugerido por (VAN EYSDEN e SADER, 2006) que apresentam uma formulação analítica para os fatores $NAVMI$ de uma viga em balanço.

Esta variável pode então, ser expressa da seguinte maneira:

$$NAVMI = F.\Gamma(\kappa) \quad (5.63)$$

onde F é um valor calculado pela teoria das faixas que corresponde a $\pi/4$ para os modos flexionais e $3\pi/32$ para os modos torcionais enquanto Γ é um valor que tende a 1 para os primeiros modos de uma viga e 0 para os modos mais altos. Em seu trabalho (VAN EYSDEN e SADER, 2006) propõem que Γ seja correlacionado com κ , que é definido como:

$$\kappa = \lambda(n) \frac{B}{A} \quad (5.64)$$

onde:

$\lambda(n)$ é o fator adimensional utilizado para o cálculo da frequência natural do modo n ;

B é a largura da placa;

A é o comprimento da placa.

(VAN EYSDEN e SADER, 2006) apresentam ainda este fator na forma gráfica para vigas em balanço.

Figura 5.6 – Valores de Γ para modos flexionais e torcionais de uma viga em balanço.

Fonte: adaptada de (VAN EYSDEN e SADER, 2006).

Para o caso em questão na ausência de uma formulação matemática para o cálculo de Γ para uma placa engastada nas duas extremidades opostas e livre nas demais,

optou-se por um enfoque empírico calibrado com base nos valores experimentais disponíveis na bibliografia, notadamente (HADDARA e CAO, 1996) e (VU, THOMAS, *et al.*, 2007).

A equação encontrada para Γ aparece a seguir.

$$\Gamma = \frac{1}{1 + \left(\frac{\kappa}{3,9}\right)^{3,6}} \quad (5.65)$$

E na forma gráfica:

Figura 5.7 – Valores de Γ para os modos flexionais de uma placa bi-engastada.

Fonte: o autor.

Dentro do intervalo pesquisado, uma comparação entre os valores da frequência natural na água calculada conforme o enfoque acima e os valores experimentais, resultou em desvios da ordem de 10%. Vale ressaltar que para os modos torcionais cujos dados medidos se restringem apenas aos dois primeiros modos, o valor adotado para Γ é 1.

Retomando brevemente a eq.(5.60), repetida abaixo por facilidade:

$$\omega_f = \omega_{ar} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m_a}{m}}} \quad (5.66)$$

Neste caso, o valor de m deve corresponder à massa modal m_n para o modo de interesse. Adotando-se a modelagem de uma viga com massa por unidade de comprimento constante, vale:

$$m_n = \rho_{st} A \int_0^L \phi_n^2 dx \quad (5.67)$$

onde:

ρ_{st} é a densidade do material da viga;

A é área da seção transversal da viga;

ϕ_n é a função que descreve a forma de vibração do modo n ;

L é o comprimento da viga.

Conforme (BLEVINS, 2001) para o caso de uma viga bi-engastada:

$$\int_0^L \phi_n^2 dx = L \quad (5.68)$$

e portanto:

$$m_n = \rho_{st} AL \quad (5.69)$$

ou seja, neste caso a massa modal corresponde à própria massa da viga.

5.2.2 Resposta dinâmica da estrutura

Para avaliar o comportamento dinâmico da estrutura foi utilizado o método de Newmark considerando a hipótese de aceleração média. O detalhamento para o deslocamento na direção y aparece abaixo. Para a rotação o raciocínio é análogo.

Partindo de:

$$m\ddot{y}_i + c\dot{y}_i + ky_i = F_i \quad (5.70)$$

O objetivo é resolver:

$$m\ddot{y}_{i+1} + c\dot{y}_{i+1} + ky_{i+1} = F_{i+1} \quad (5.71)$$

Tomando-se, por conveniência, o valor médio da aceleração entre dois passos de integração, tem-se que a aceleração em um instante intermediário, τ é:

$$\ddot{y}_\tau = \frac{\ddot{y}_{i+1} + \ddot{y}_i}{2} \quad (5.72)$$

E desta forma, a velocidade no instante $i+1$ é:

$$\dot{y}_{i+1} = \dot{y}_i + \frac{\ddot{y}_{i+1} + \ddot{y}_i}{2} \Delta t \quad (5.73)$$

Enquanto o deslocamento se torna:

$$y_{i+1} = y_i + \dot{y}_i \Delta t + \frac{\ddot{y}_{i+1} + \ddot{y}_i}{2} \frac{\Delta t^2}{2} \quad (5.74)$$

Subtraindo a eq.(5.71) da (5.70):

$$m\Delta\ddot{y}_i + c\Delta\dot{y}_i + k\Delta y_i = \Delta F_i \quad (5.75)$$

Rearranjando a eq.(5.73):

$$\dot{y}_{i+1} - \dot{y}_i = \Delta\dot{y}_i = \frac{\Delta\ddot{y}_i + 2\ddot{y}_i}{2} \Delta t = \frac{\Delta t}{2} \Delta\ddot{y}_i + \Delta t\ddot{y}_i \quad (5.76)$$

E a eq.(5.74):

$$y_{i+1} - y_i = \Delta y_i = \dot{y}_i \Delta t + \frac{\Delta\ddot{y}_i + 2\ddot{y}_i}{2} \frac{\Delta t^2}{2} = \dot{y}_i \Delta t + \frac{\Delta t^2}{4} \Delta\ddot{y}_i + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{y}_i \quad (5.77)$$

Isolando $\Delta\ddot{y}_i$ da equação anterior:

$$\Delta\ddot{y}_i = \frac{4}{\Delta t^2} \left(\Delta y_i - \dot{y}_i \Delta t - \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{y}_i \right) = \frac{4}{\Delta t^2} \Delta y_i - \frac{4}{\Delta t} \dot{y}_i - 2\ddot{y}_i \quad (5.78)$$

E substituindo na eq.(5.76):

$$\Delta\dot{y}_i = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{4}{\Delta t^2} \Delta y_i - \frac{4}{\Delta t} \dot{y}_i - 2\ddot{y}_i \right) + \Delta t\ddot{y}_i = \frac{2}{\Delta t} \Delta y_i - 2\dot{y}_i \quad (5.79)$$

Substituindo agora as equações (5.78) e (5.79) na eq.(5.75):

$$m \left(\frac{4}{\Delta t^2} \Delta y_i - \frac{4}{\Delta t} \dot{y}_i - 2\ddot{y}_i \right) + c \left(\frac{2}{\Delta t} \Delta y_i - 2\dot{y}_i \right) + k\Delta y_i = \Delta F_i \quad (5.80)$$

E rearranjando:

$$\left(\frac{4m}{\Delta t^2} + \frac{2c}{\Delta t} + k \right) \Delta y_i = \Delta F_i + \left(\frac{4m}{\Delta t} + 2c \right) \dot{y}_i + 2m\ddot{y}_i \quad (5.81)$$

Definindo ainda:

$$\hat{k} = \frac{4m}{\Delta t^2} + \frac{2c}{\Delta t} + k \quad (5.82)$$

$$\Delta\hat{F}_i = \Delta F_i + \left(\frac{4m}{\Delta t} + 2c \right) \dot{y}_i + 2m\ddot{y}_i \quad (5.83)$$

Encontra-se:

$$\Delta y_i = \frac{\Delta \hat{F}_i}{\hat{k}} \quad (5.84)$$

Lembrando da eq.(5.70) que no instante inicial:

$$\ddot{y}_0 = \frac{F_0 - c\dot{y}_0 - ky_0}{m} \quad (5.85)$$

O equacionamento está concluído.

5.2.3 Correção de instabilidade numérica

Como alertado por (PAÏDOUSSIS, PRICE e DE LANGRE, 2011) e demonstrado por (CAUSIN, GERBEAU e NOBILE, 2005), quando a razão entre a massa estrutural e a massa adicional é menor do que um e esquemas explícitos de integração são utilizados para a equação dinâmica que rege a estrutura, o método apresenta instabilidades numéricas.

Para resolução deste problema, o seguinte procedimento foi adotado, conforme sugerido por (BELANGER, PAÏDOUSSIS e DE LANGRE, 1995).

Para um corpo com um grau de liberdade, como já indicado na eq.(5.70), vale:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F \quad (5.86)$$

onde neste caso F é a força aplicada pelo fluido em reação ao movimento relativo do corpo.

Assumindo que o movimento do corpo seja da forma:

$$y = a \sin \omega t \quad (5.87)$$

E por consequência:

$$\dot{y} = a\omega \cos \omega t \quad (5.88)$$

e

$$\ddot{y} = -a\omega^2 \sin \omega t \quad (5.89)$$

Aproximando-se a força aplicada pelo fluido por:

$$F = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (5.90)$$

E aplicando a eq.(5.89):

$$F = \frac{-A}{a\omega^2} \ddot{y} + B \cos \omega t \quad (5.91)$$

Lembrando que a parcela inercial da força hidrodinâmica é, por definição, linearmente proporcional à massa adicional m_a , a equação de movimento (5.86) pode ser escrita na forma:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = -m_a \ddot{y} + B \cos \omega t \quad (5.92)$$

Somando-se, agora, o termo $m_a \ddot{y}$ dos dois lados da equação:

$$(m + m_a) \ddot{y} + c\dot{y} + ky = -m_a \ddot{y} + m_a \ddot{y} + B \cos \omega t \quad (5.93)$$

percebe-se que em teoria conhecendo-se o valor exato de $m_a \ddot{y}$ é possível anular do lado direito da equação a parcela da força em fase com a aceleração, eliminando por consequência, a instabilidade. Na prática, conforme verificado por (BELANGER, PAÏDOUSSIS e DE LANGRE, 1995) não é necessário o valor exato de m_a e basta que o valor adotado seja maior que 50% do valor teórico para que a instabilidade numérica seja eliminada. Este procedimento foi utilizado no cálculo da travessa apresentado no item 6.3.2.

5.3 FERRAMENTAS DE CÁLCULO

Como regra geral para implementação dos métodos de cálculo, foi dada ênfase a ferramentas gratuitas e de distribuição livre. As principais opções disponíveis atualmente, para cálculo da interação fluido-estrutura, são: FEniCS, OpenFOAM e oomph.

O projeto FEniCS¹ é resultado de uma cooperação entre grupos de pesquisa das seguintes instituições: Simula, Universidade de Cambridge, Universidade de Chicago, Universidade Texas Tech e KTH Royal. Para cálculo da interação fluido-estrutura o principal módulo disponível é o Unicorn. Este programa roda no ambiente

¹ Disponível em fenicsproject.org.

Linux e é um solver unificado para mecânica do contínuo baseado no método dos elementos finitos. A linguagem de programação é C++.

OpenFOAM² é desenvolvido pela OpenCFD Ltd e ESI Group e distribuído pela Fundação OpenFOAM. Este pacote é uma biblioteca de programas em C++ desenvolvida para a solução numérica de equações diferenciais parciais pelo método dos volumes finitos.

Finalmente, o oomph³ é também uma biblioteca desenvolvida em C++ com linguagem orientada a objeto e utilização do método dos elementos finitos. Foi escrita e é atualmente mantida, pelos professores Heil e Hazel da Escola de Matemática da Universidade de Manchester. Funciona no sistema operacional Linux.

5.3.1 Funcionamento da biblioteca oomph

Após alguns testes e verificando a potencialidade e a documentação disponível para cada uma das bibliotecas de código aberto mencionadas acima, optou-se pela utilização da biblioteca oomph.

Para uso das funções desta biblioteca, o usuário deve escrever um programa utilizando a linguagem C++.

Conforme detalhado por (HEIL e HAZEL, 2006) esta biblioteca é baseada no método dos elementos finitos e o sistema algébrico de equações não-lineares que surge da discretização totalmente acoplada do problema multifísico é construído por meio de um processo de montagem de elemento por elemento. De forma geral, as derivadas no tempo são tratadas de modo implícito e um método de segunda ordem é utilizado para os termos transientes nas equações do fluido. Neste caso, foi utilizado o método BDF, do inglês *Backward Differentiation Formula*. A biblioteca também proporciona uma grande variedade de estratégias para a atualização dos nós em função do movimento das fronteiras.

Como a malha do escoamento tem em sua definição um módulo de elasticidade fictício, isto lhe garante certa flexibilidade. Para os problemas analisados nesta pesquisa, em que a região da malha sujeita aos maiores deslocamentos é a mais refinada e se localiza aproximadamente no centro do domínio, na prática o que

² Disponível em www.openfoam.com/.

³ Disponível em www.oomph-lib.org.

ocorre é que as deformações nestes elementos são mínimas, sendo absorvidas pelos elementos maiores localizados próximos à fronteira externa do domínio. A Figura 5.8 apresenta um exemplo para o comportamento da malha com a travessa se movendo 20 mm para cima e 20 mm para baixo. O deslocamento imposto foi apenas para facilitar a visualização da capacidade de adaptação da malha, lembrando que em condições reais, mesmo em ressonância, a amplitude de movimentação da travessa é da ordem de 1~2 mm.

Figura 5.8 – Configuração da malha ao redor da travessa para três condições: situação inicial, travessa 20 mm acima e 20 mm abaixo.

Fonte: o autor.

A resolução do problema é feita por meio do método de Newton, já implementado na biblioteca.

Para a criação da malha, triangular no caso desta análise bidimensional, foi utilizada outra ferramenta gratuita, o programa *triangle*⁴.

A triangulação realizada é do tipo Delaunay e pode ser obtida a partir de um diagrama de Voronoi. Maiores detalhes do algoritmo adotado aparecem em (SHEWCHUK, 2001).

Para visualização dos resultados foi escolhido o programa Paraview⁵ também de distribuição gratuita.

⁴ Disponível em <http://www.cs.cmu.edu/~quake/triangle.html>.

⁵ Disponível em www.paraview.org/.

5.3.2 Elementos fluidos na biblioteca oomph

De forma geral, assume-se que os comprimentos e coordenadas tenham sido adimensionalizados em relação a uma dimensão característica do problema l ; da mesma forma, o tempo deve ter sido adimensionalizado em relação a um intervalo de tempo T . Considerando ainda uma velocidade representativa U para adimensionalização das velocidades, as equações de Navier-Stokes para um fluido incompressível Newtoniano, equações (3.2) e (3.3), podem ser reescritas como:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5.94)$$

e

$$\text{Re} \left(St \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5.95)$$

Obedecendo ainda às seguintes definições:

$$\text{Re} = \frac{\rho U l}{\mu}, \quad St = \frac{l}{UT} \quad \text{e a pressão adimensionalizada pelo fator } \frac{\mu U}{l}.$$

As equações (5.94) e (5.95) implementadas na forma arbitrária Euleriana-Lagrangeana são a base de todos os elementos Navier-Stokes da biblioteca.

A pressão é interpolada linearmente em função dos valores armazenados nos vértices de cada elemento como proposto por (TAYLOR e HOOD, 1973). A interpolação das velocidades é quadrática. As equações de velocidade e pressão são resolvidas simultaneamente em uma única matriz.

5.3.3 Solução das equações de turbulência

Considerando que normalmente as escalas de tempo associadas com a turbulência são muito menores que às do escoamento principal, base inclusive da hipótese da média de Reynolds, as equações de cálculo da turbulência são muito mais rígidas. Desta forma, o processo numérico mais utilizado é resolver as equações de Navier-Stokes do escoamento principal utilizando valores de viscosidade turbilhonar da iteração anterior e uma vez concluído este processo, resolver as equações da turbulência e retomar o ciclo.

Este método, defendido por (WILCOX, 2006), (MENTER, 1992), (FERZIGER e PERIC, 2002) e (KUZMIN e MIERKA, 2006), foi o adotado neste trabalho.

A implementação do método de Baldwin-Lomax em malhas não-estruturadas não é trivial (MAVRIPILIS, 1990), porque, conforme apresentado na seção 5.1.1, o cálculo da viscosidade turbilhonar em um ponto depende da distância deste ponto à parede mais próxima e da variação da grandeza $F_{\max}$ nesta linha; informações estas não disponíveis facilmente em uma malha não-estruturada. O cálculo destes valores para cada elemento em cada instante de tempo também não é viável em função do tempo computacional que acrescenta ao processo.

Neste trabalho, após a geração da malha para solução do escoamento, uma nova estrutura é criada para armazenamento das variáveis para o cálculo da viscosidade turbilhonar. O algoritmo, aplicado para cada elemento da malha é detalhado a seguir e está representado esquematicamente na Figura 5.9 para um elemento A qualquer.

Figura 5.9 – Croqui indicando processo de mapeamento dos pontos para cálculo da viscosidade turbilhonar.

Fonte: o autor.

Primeiramente é calculada a menor distância entre o centro deste elemento e cada uma das fronteiras do sólido; além disso, é avaliada a distância até o centro teórico da esteira.

O menor entre estes valores define o ponto de interesse. Uma variável de controle armazena se a referência é uma parede ou a esteira. Com o objetivo de reduzir tempo de processamento, o processo para este elemento é interrompido se a

referência adotada é uma parede, porém o ponto está tão longe que o cálculo da viscosidade turbilhonar seria desnecessário. Isto depende basicamente do campo de vorticidades do escoamento e para os exemplos estudados, por meio de uma análise empírica, esta distância foi fixada em 50 mm. Para uma avaliação desta hipótese, ver a distribuição da viscosidade turbilhonar apresentada na Figura 6.7.

Partindo, então, do ponto na parede, ou na linha de centro da esteira, e de posse da coordenada do centro do elemento de interesse, o programa determina uma reta entre estes pontos e vai avançando ponto a ponto nesta reta, sendo que para cada um destes pontos, é necessário varrer a malha do fluido para identificar em qual elemento ele está localizado.

O passo deste avanço, ou em outras palavras, a distância entre cada ponto mapeado na reta, depende do tamanho do elemento associado ao ponto anterior; utilizando a área deste elemento, o passo é determinado com o valor teórico médio da aresta do elemento, de forma que na média a reta tenha um ponto mapeado em cada elemento que ela atravesse. Como a viscosidade turbilhonar é calculada apenas elemento a elemento, um número exagerado de pontos aumentaria o tempo computacional sem acrescentar nenhuma precisão ao cálculo. Além disso, o passo variável adotado permite que distribuição dos pontos na reta seja compatível com o grau de refinamento da malha em cada região do domínio atravessada pela reta. Na Figura 5.9 estes pontos aparecem representados como pequenos círculos.

Complementarmente, cada vez que um elemento da malha do fluido é mapeado, uma variável de controle é atualizada de forma que mais adiante este elemento não dispare a determinação de uma nova reta.

As informações em cada uma destas retas são armazenadas com o seguinte critério:

1º campo – coordenada x do ponto na fronteira do sólido ou na linha de centro da esteira;

2º campo – coordenada y do ponto na fronteira do sólido ou na linha de centro da esteira;

3º campo – variável de controle: 1 para fronteira do sólido e -1 para linha de centro da esteira;

A partir daí, para cada elemento mapeado na reta, são armazenados o número deste elemento, a distância até o ponto de início da reta (fronteira do sólido ou linha

de centro da esteira) e as coordenadas locais no elemento relativas ao ponto de interseção com a reta.

Para o computador utilizado nesta pesquisa, cujos detalhes serão dados mais adiante, o processo completo de mapeamento destas retas para uma malha com aproximadamente 10000 elementos leva em torno de 20 minutos.

O passo seguinte corresponde ao cálculo da viscosidade turbilhonar. Como todos os elementos de interesse foram mapeados em pelo menos uma reta, o critério de busca agora se restringe às retas.

Para cada reta, o processo está descrito abaixo:

Se o ponto de origem da reta for a fronteira do sólido, é calculada a velocidade de atrito. Em seguida para cada ponto da reta o produto $l_{mix}\Omega$ é calculado; a rotina é interrompida quando o primeiro pico desta função é encontrado. Este procedimento sugerido por (WILCOX, 2006) evita que eventuais perturbações no escoamento levem à determinação de um valor equivocado de F_{max} e consequentemente da viscosidade turbilhonar. A velocidade absoluta do fluido neste momento também é armazenada para o cálculo da diferença de velocidades no caso de uma esteira, conforme eq.(5.41). A velocidade máxima nesta equação é definida como 99% da velocidade ao longe.

Determinado então F_{wake} conforme eq.(5.36), a viscosidade em cada ponto da reta é calculada por meio da aplicação das eqs.(5.31) ou (5.35) conforme o caso.

O processo de cálculo da viscosidade turbilhonar de todos os elementos da malha é repetido a cada instante de tempo e leva da ordem de 2 centésimos de segundo.

Desta forma, o procedimento descrito acima, em um cálculo transiente, normalmente com milhares de passos de tempo, tem um impacto praticamente desprezível no tempo computacional.

O código fonte das duas rotinas descritas acima está disponível no APÊNDICE B deste trabalho.

Lembrando que o valor da viscosidade turbilhonar em cada elemento da malha é sempre calculado com base na vorticidade e velocidades disponíveis na interação anterior. Após a atualização dos valores de viscosidade turbilhonar, o cálculo prossegue para a próxima interação e para uma nova solução das equações de Navier-Stokes.

6 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados da metodologia de cálculo proposta, cujos fundamentos foram apresentados no capítulo 5. Primeiramente, cada etapa da modelagem será avaliada por meio de comparações com resultados disponíveis na literatura. Ao final, a primeira aplicação do modelo completo a uma travessa real será apresentada.

6.1 AVALIAÇÃO DO MÉTODO DE CÁLCULO DA DINÂMICA DO ESCOAMENTO

O primeiro item a ser avaliado são os resultados relacionados à dinâmica do escoamento. Para tanto, foi escolhida uma configuração utilizada como referência para validação de resultados aerodinâmicos experimentais e numéricos e de certa forma, semelhante ao escoamento em travessas. Ela foi designada pelo acrônimo BARC; da língua inglesa: *Benchmark on the Aerodynamics of a Rectangular 5:1 Cylinder*.

Apesar de tratar de uma geometria tridimensional, o BARC foca basicamente no escoamento em um retângulo com razão de aspecto 5 para 1, ângulo de ataque nulo e nenhuma outra superfície ao redor. O número de Reynolds sugerido é entre 2×10^4 e 6×10^4 . Uma representação gráfica aparece na Figura 6.1.

Figura 6.1 – BARC - Modelo e domínio para estudos computacionais.

Fonte: adaptada de (BRUNO, SALVETTI e RICCIARDELLI, 2014).

Em 2014, após 4 anos recebendo e compilando dados de diversos pesquisadores, (BRUNO, SALVETTI e RICCIARDELLI, 2014) publicaram os resultados. Entre as várias simulações numéricas recebidas houve diferentes enfoques quanto a modelagem física, métodos numéricos e tamanho do domínio. Com relação à modelagem da turbulência, 51% das contribuições utilizaram LES, 30% DES e 29% URANS, lembrando que esta última foi a adotada também neste trabalho. Para a discretização numérica foram utilizados códigos abertos (OpenFOAM), programas comerciais (Fluent) e códigos proprietários. Todos eles baseados no método dos volumes finitos, sendo a única exceção, o código proprietário, detalhado em (OUVRARD, KOOBUS, *et al.*, 2010), cuja discretização foi baseada em uma combinação entre o método dos elementos finitos para o termo difusivo e dos volumes finitos para os termos convectivos. Um domínio bidimensional foi adotado em 30% das simulações.

Os valores médios dos coeficientes de arrasto e sustentação obtidos por estas simulações numéricas estão representados na Figura 6.2. A definição do coeficiente de arrasto obedece ao apresentado na eq.(3.24), enquanto o coeficiente de sustentação é definido pela eq.(3.25); em ambos a dimensão de referência é o lado do retângulo perpendicular à direção do escoamento, D conforme Figura 6.1.

Figura 6.2 – BARC – Valores médios do coeficiente de arrasto (C_D) e sustentação (C_L) obtidos em 36 simulações.

Fonte: adaptada de (BRUNO, SALVETTI e RICCIARDELLI, 2014).

A Figura 6.3 mostra o desvio padrão da variação no tempo do coeficiente de sustentação para 30 simulações, além do número de Strouhal para 25 ensaios numéricos. O desvio padrão na força de sustentação foi calculado com base em uma amostra dos valores, com n elementos, e de acordo com a eq.(6.1) e o número de Strouhal obedece às seguintes definições: dimensão característica igual ao lado do retângulo perpendicular à direção do escoamento (dimensão D da Figura 6.1) e velocidade característica igual a do escoamento ao longe.

$$std(F_L) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (F_{L_i} - \bar{F}_L)^2}{n-1}} \quad (6.1)$$

Figura 6.3 – BARC - Desvio padrão da variação no tempo do coeficiente de sustentação ($std-C_L$) e número de Strouhal (St_D) obtidos em 30 e 25 simulações, respectivamente.

Fonte: adaptada de (BRUNO, SALVETTI e RICCIARDELLI, 2014).

A quantidade de informações disponível por meio de ensaios experimentais é bem menor e normalmente se limita ao número de Strouhal. O valor médio do número de Strouhal obtido em 11 experimentos foi 0,113. Uma exceção digna de nota é o trabalho de (SCHEWE, 2013), conforme apresentado na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Resumo dos resultados experimentais para o BARC.

(SCHEWE, 2013)	
Número de Strouhal	0,111
Coeficiente médio de arrasto	1,03
Coeficiente médio de sustentação	~ 0
Desvio padrão do coef. de sustentação	~ 0,4

Fonte: (SCHEWE, 2013).

A geometria adotada nas simulações realizadas no presente trabalho, além de obedecer aos critérios do BARC, reproduz o arranjo experimental ensaiado por (NGUYEN e NAUDASCHER, 1991). Utilizando como referência a notação empregada na Figura 6.1, os valores adotados foram:

Tabela 6.2 – Dimensões adotadas nas simulações numéricas. Notação conforme Figura 6.1.

Variável	Descrição	Valor	Unidade
D	Largura do retângulo	10	mm
B	Comprimento do retângulo	50	mm
D_y	Largura do domínio fluido	200	mm
D_x	Comprimento do domínio fluido	800	mm
Δx	Cota horizontal inicial do retângulo	250	mm
R	Raio de arredondamento das arestas	0	mm

Fonte: o autor.

Em todas as simulações, o fluido adotado foi água com as propriedades indicadas na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 – Características do fluido adotado nas simulações numéricas.

Variável	Descrição	Valor	Unidade
	Fluido	Água	
ρ	Densidade	1000	Kg/ m ³
μ	Viscosidade dinâmica	1×10^{-3}	Pa . s

Fonte: o autor.

Como já adiantado na seção 5.1.1, além dos valores compilados no BARC, simulações baseadas no modelo de turbulência $k-\omega$ SST, neste caso obtidas por meio do programa comercial Ansys CFX, serão também adotadas para avaliar a adequação do modelo Baldwin-Lomax para este tipo de aplicação.

6.1.1 Resultados do programa Ansys CFX com o modelo $k-\omega$ SST

Todos os resultados apresentados nesta seção foram obtidos por meio de simulações utilizando o método dos volumes finitos no programa comercial Ansys CFX e estão detalhados em (BARILE, 2015a). Os fluxos advectivos foram avaliados utilizando-se um esquema de alta resolução que é essencialmente de segunda ordem e com um comportamento limitado da solução, enquanto que a discretização temporal foi efetuada por um método implícito de segunda ordem. No Ansys CFX, as equações de velocidade e pressão são resolvidas simultaneamente e em uma mesma matriz.

O número de Reynolds adotado foi 2×10^4 , o que corresponde, para esta geometria em particular, a uma velocidade horizontal ao longe de 2 m/s e este valor foi imposto na entrada do domínio. Uma condição de parede com deslizamento (*free-slip wall*) foi adotada nas fronteiras superior e inferior do domínio do fluido. Na saída, uma pressão relativa nula foi considerada.

Como o Ansys CFX não apresenta a opção de simulação bidimensional, um enfoque quase-2D foi adotado, com o comprimento do domínio na direção perpendicular ao plano de interesse de 10 mm. Ao redor do perfil foi utilizada uma malha estruturada com elementos hexaédricos, enquanto que nas regiões um pouco mais afastadas adotou-se uma malha não estruturada com elementos tetraédricos. O valor de y^+ para os elementos mais próximos às paredes foi 3,4. A malha totalizava 342300 elementos e 203835 nós e aparece na Figura 6.4.

Figura 6.4 – CFX - Malha utilizada na simulação com detalhe ao redor do perfil.

Fonte: (BARILE, 2015a).

O passo de tempo (*time-step*) considerado foi 0,001 segundo, o que, como poderá ser comprovado mais adiante, correspondeu a 46 passos de tempo por período de oscilação do escoamento.

Os campos de velocidade na direção do escoamento e perpendicular a esta direção aparecem, respectivamente, na Figura 6.5 e Figura 6.6.

Figura 6.5 – CFX - Velocidade na direção do escoamento.

Fonte: (BARILE, 2015a).

Figura 6.6 – CFX - Velocidade na direção perpendicular ao escoamento.

Fonte: (BARILE, 2015a).

Como referência, a Figura 6.7 mostra a viscosidade turbilhonar calculada pelo método k- ω SST.

Figura 6.7 – CFX – Viscosidade turbilhonar calculada pelo método k- ω SST.

Fonte: (BARILE, 2015a).

O número de Strouhal foi calculado com base na frequência de oscilação da velocidade perpendicular ao escoamento medida 25 mm a jusante do corpo. Esta variação aparece no gráfico da Figura 6.8, ressaltando que os valores iniciais representam efeitos transitórios associados ao início da simulação. O valor calculado da frequência foi 21,7 Hz.

Os valores das forças de sustentação e arrasto também foram computados e aparecem na Figura 6.9. A faixa de tempo escolhida tem por objetivo eliminar os transitórios associados ao início do cálculo e já mencionados anteriormente.

Finalmente, a Tabela 6.4 mostra uma compilação dos resultados encontrados utilizando a mesma notação do BARC.

Figura 6.8 – CFX – Variação da velocidade na direção perpendicular ao escoamento 25 mm a jusante do retângulo.

Fonte: (BARILE, 2015a).

Figura 6.9 – CFX – Variação das forças de arrasto e sustentação.

Fonte: (BARILE, 2015a).

Tabela 6.4 – Resumo dos resultados da simulação de acordo com BARC utilizando o Ansys CFX.

Ansys CFX	
Número de Strouhal	0,109
Coeficiente médio de arrasto	1,091
Coeficiente médio de sustentação	-0,032
Desvio padrão do coef. de sustentação	0,96

Fonte: (BARILE, 2015a).

6.1.2 Resultados do programa desenvolvido na biblioteca oomph com o modelo Baldwin-Lomax

De maneira geral, a geometria e as condições de contorno consideradas foram idênticas às simuladas com o programa Ansys CFX, com uma única exceção que será detalhada mais adiante. Lembrando que neste caso o cálculo foi puramente bidimensional e utilizando o método dos elementos finitos. Conforme mencionado na seção 5.3.1, para os termos transientes nas equações do fluido foi utilizado o método BDF que é implícito e de segunda ordem, enquanto que as equações de velocidade e pressão, assim como no Ansys CFX, foram resolvidas simultaneamente em uma única matriz, porém de acordo com o método proposto por (TAYLOR e HOOD, 1973).

Após algumas análises de sensibilidade, optou-se pela utilização nas paredes superior e inferior do domínio da mesma condição de contorno adotada na saída, ou seja, condição de Neumann com valor nulo, ao invés da hipótese de parede com deslizamento.

Uma comparação entre os perfis de velocidade obtidos com diferentes condições de contorno nas fronteiras superior e inferior do domínio para uma simulação semelhante foi realizada por (BERRONE, GARBERO e MARRO, 2011) e aparece na Figura 6.10.

Figura 6.10 – Variação da velocidade horizontal (u_1) na direção perpendicular para diferentes condições de contorno. (a) Condição de Dirichlet, (b) Condição de Neumann, (c) Condição de simetria.

Fonte: (BERRONE, GARBERO e MARRO, 2011).

Conforme mostrado no gráfico (a) da Figura 6.10, ao se impor, nas fronteiras superior e inferior do domínio, o valor da velocidade horizontal ao longe, neste caso 1, percebe-se uma variação acentuada no perfil da velocidade nesta região. No caso

(c), condição de simetria, o perfil de velocidades é mais homogêneo, porém o valor da velocidade horizontal ao longe não é recuperado nas fronteiras superior e inferior. A opção (b), condição de Neumann, é a que apresenta o melhor resultado neste caso.

Analizando-se a Figura 6.11, percebe-se que o domínio fluido foi dividido em 3 regiões para geração da malha: região imediatamente ao redor do corpo e de formação do primeiro vórtice, área principal da esteira e demais regiões do domínio. O objetivo foi limitar o refinamento da malha às regiões mais relevantes de modo a reduzir a quantidade de elementos e por consequência, o tempo da simulação.

Figura 6.11 – oomph - Malha utilizada na simulação.

Fonte: o autor.

A malha mostrada acima foi gerada pelo programa triangle e é composta por 5681 elementos triangulares com 6 nós cada. O valor de y^+ para os nós mais próximos às paredes foi 24. A solução de cada passo de tempo levou aproximadamente 40 segundos em um computador portátil doméstico com processador i7 de 1,8 GHz - 4 núcleos e 8 Gigabytes de memória RAM. Durante a simulação apenas um dos núcleos foi utilizado.

Ilustrações dos campos de velocidades, na direção principal do escoamento e na direção perpendicular a esta, aparecem respectivamente na Figura 6.12 e Figura 6.13.

Os gráficos da Figura 6.14 e da Figura 6.15 apresentam a variação no tempo da força de arrasto e de sustentação. Os valores iniciais, até aproximadamente 1 segundo, representam os efeitos transitórios associados ao início da simulação. Neste caso, o fluido estava em repouso e foi gradualmente acelerado até atingir a velocidade média de 2 m/s. O passo de tempo adotado no cálculo foi o mesmo da simulação anterior com o Ansys CFX, ou seja, 0,001 segundo.

Figura 6.12 – oomph - Velocidade na direção do escoamento [m/ s].

Fonte: o autor.

Figura 6.13 – oomph - Velocidade na direção perpendicular ao escoamento [m/ s].

Fonte: o autor.

Figura 6.14 – oomph – Variação da força de arrasto.

Fonte: o autor.

Para determinação do número de Strouhal, foi utilizada a frequência de variação da força de sustentação que neste caso foi 19 Hz.

Figura 6.15 – oomph – Variação da força de sustentação.

Fonte: o autor.

A Tabela 6.5 mostra uma comparação entre os resultados obtidos pela biblioteca oomph, o Ansys CFX e os resultados experimentais de (SCHEWE, 2013), todos utilizando a notação do BARC.

Tabela 6.5 – Comparação entre os resultados obtidos para o BARC, utilizando oomph, CFX e medidos experimentalmente por (SCHEWE, 2013).

	oomph	Ansys CFX	(SCHEWE, 2013)
Número de Strouhal	0,095	0,109	0,111
Coeficiente médio de arrasto	0,915	1,091	1,03
Coeficiente médio de sustentação	0,101	-0,032	~ 0
Desvio padrão do coef. de sustentação	0,79	0,96	~ 0,4

Fonte: o autor.

Para facilitar a avaliação, é possível superpor os resultados acima aos gráficos da Figura 6.2 e Figura 6.3. Adotando-se a seguinte notação:

oomph ———— ,
 CFX (BARILE, 2015a) ———— ,
 Experimental (SCHEWE, 2013) ———— ,
 obtêm-se:

Figura 6.16 – BARC – Avaliação dos valores médios do coeficiente de arrasto (C_D) e sustentação (C_L).

Fonte: adaptada de (BRUNO, SALVETTI e RICCIARDELLI, 2014).

Figura 6.17 – BARC – Avaliação do desvio padrão da variação no tempo do coeficiente de sustentação ($std-C_L$) e número de Strouhal (St_D).

Fonte: adaptada de (BRUNO, SALVETTI e RICCIARDELLI, 2014).

Analisando-se os gráficos da Figura 6.16 e da Figura 6.17, percebe-se que, de maneira geral, os resultados obtidos via oomph com modelo de turbulência de Baldwin-Lomax e por meio do Ansys CFX com o modelo $k-\omega$ SST estão dentro da faixa de incerteza determinada pela compilação das diversas simulações do BARC. A única exceção é o valor do coeficiente de arrasto médio calculado pelo oomph que está abaixo das demais referências, mas ainda assim próximo, desvio de aproximadamente 5%, à faixa prevista pela maioria das simulações numéricas. Vale lembrar ainda que a força de arrasto não é o foco desta pesquisa.

Apesar de compatível com as demais referências coletadas pelo BARC, chama a atenção o valor absoluto do coeficiente médio de sustentação obtido pelo oomph para um problema simétrico, ou seja, para o qual se esperava um valor igual a zero. Conforme (BRUNO, SALVETTI e RICCIARDELLI, 2014), esta característica não é exclusiva dos modelos computacionais e nos arranjos experimentais em diversos casos este desvio também foi relevante. Com relação aos experimentos, acredita-se que esteja relacionado a três causas principais: distúrbios no escoamento de entrada, desalinhamentos e imprecisões de fabricação na geometria do modelo. Como as simulações numéricas não são afetadas por nenhuma destas causas, um escoamento assimétrico só pode ser consequência de fenômenos numéricos. Entre os quais o que mais se destaca é a adoção de malhas não simétricas, opção utilizada tanto na simulação no oomph quanto no Ansys CFX.

Entre as principais grandezas do escoamento compiladas pelo BARC e apresentadas nos gráficos acima, a maior variância é encontrada no desvio padrão da variação no tempo do coeficiente de sustentação. Esta grandeza é fundamental para o estudo da interação fluido-estrutura e para este caso em particular os resultados do oomph com o modelo de Baldwin-Lomax se aproximaram mais da média das simulações numéricas e da única referência experimental disponível, que as simulações do Ansys CFX com o modelo $k-\omega$ SST.

Falta avaliar ainda a frequência de emissão dos vórtices, ou na sua forma adimensional, o número de Strouhal. Diferentemente da variação do coeficiente de sustentação, neste caso a imensa maioria das simulações numéricas e experimentais converge para um mesmo número, ao redor de 0,11. É razoável supor, portanto que neste caso o valor encontrado via oomph esteja subestimado em algo ao redor de 15%. Provavelmente a razão esteja relacionada ao tamanho dos elementos da malha para este problema específico. Para reduzir o custo

computacional, o número de elementos adotados na simulação via oomph foi bastante reduzido, sendo mais de uma ordem de grandeza inferior ao utilizado no Ansys e nas demais referências do BARC, mesmo corrigindo-se para uma análise bidimensional. Outra indicação nesta direção é uma comparação entre os resultados apresentados na Figura 6.15 e mais adiante na Figura 6.25. A geometria da malha nos dois casos é idêntica, só que como a velocidade do escoamento é 20 vezes menor no segundo caso, pode-se dizer que para esta condição a malha está mais refinada.

Finalmente, é importante mencionar que uma avaliação visual dos campos de velocidade obtidos pelo Ansys CFX, Figura 6.5 e Figura 6.6, e oomph, Figura 6.12 e Figura 6.13, indica que, para este caso em particular, os modelos k- ω SST e Baldwin-Lomax se comportaram de maneira bastante semelhante.

6.2 AVALIAÇÃO DA INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

Uma vez avaliada, a dinâmica do escoamento, o próximo passo foi incorporar a interação com a estrutura no cálculo. Na presente abordagem bidimensional, a estrutura é representada por uma seção transversal, a qual é considerada como um corpo rígido com dois graus de liberdade: movimentação na direção perpendicular à do escoamento e rotação.

Para avaliação do modelo de cálculo, foram reproduzidas as condições do ensaio experimental apresentado em (NGUYEN e NAUDASCHER, 1991). Nesta ocasião diversas geometrias típicas de grades de turbinas hidráulicas foram ensaiadas em água. Para controlar o amortecimento do sistema foi utilizado um sistema eletromagnético. Os detalhes do arranjo experimental aparecem na Figura 6.18.

De especial interesse para este trabalho, é o perfil retangular com razão de aspecto 5:1, livre para vibrar na direção perpendicular ao escoamento. Esta geometria corresponde ao tipo R5 e aparece destacada em verde na Figura 6.19. As medidas da seção transversal escolhida são 50 mm x 10 mm.

Figura 6.18 – Arranjo experimental para ensaios de vibração em grades de usinas hidrelétricas.

Fonte: adaptada de (NGUYEN e NAUDASCHER, 1991).

Figura 6.19 – Resposta lateral de uma barra com ângulo zero de incidência.

Fonte: adaptada de (NGUYEN e NAUDASCHER, 1991).

As velocidades da água no ensaio variaram de 0,08 a 0,4 m/ s, enquanto a frequência natural da estrutura podia ser ajustada entre 1 e 6 Hz, valor este medido em água parada.

A primeira etapa desta análise computacional foi a determinação da frequência de emissão dos vórtices com a estrutura fixa e uma velocidade média de entrada da água de 0,1 m/ s. A malha e condições de contorno foram idênticas às da seção anterior, ou seja, 5681 elementos triangulares com 6 nós. Em função das diferentes velocidades dos escoamentos, porém, o valor de y^+ para os nós mais próximos às paredes foi significativamente inferior, atingindo um valor da ordem de 2.

O passo de tempo adotado foi 0,01 segundo, o que correspondeu a 65 passos de tempo por período de emissão de vórtices.

O campo de velocidades na direção principal do escoamento aparece na Figura 6.20 enquanto que o campo de velocidades na direção perpendicular está representado na Figura 6.21.

O campo de pressões e o campo de vorticidade aparecem, respectivamente, na Figura 6.22 e Figura 6.23.

Figura 6.20 – Velocidade na direção do escoamento [m/ s].

Fonte: o autor.

Figura 6.21 – Velocidade na direção perpendicular ao escoamento [m/ s].

Fonte: o autor.

Figura 6.22 – Campo de pressões [Pa].

Fonte: o autor.

Figura 6.23 – Campo de vorticidade [1/ s].

Fonte: o autor.

Os gráficos da Figura 6.24 e da Figura 6.25 apresentam respectivamente, a variação no tempo da força de arrasto e de sustentação. Novamente, os valores iniciais representam os efeitos transitórios associados à aceleração do fluido, do repouso à velocidade média na entrada, neste caso de 0,1 m/ s.

Figura 6.24 – Variação da força de arrasto.

Fonte: o autor.

Figura 6.25 – Variação da força de sustentação.

Fonte: o autor.

A frequência de variação da força de sustentação é avaliada em 1,52 Hz, o que corresponde a um número de Strouhal com base na largura do retângulo (0,01 m) de 0,152.

6.2.1 Estrutura livre para oscilar na direção perpendicular ao escoamento

De forma a antecipar as características do cálculo de uma travessa real, nesta simulação a massa da estrutura foi considerada como:

$$m = 0,01 \cdot 0,05 \cdot 7850 = 3,925 \text{ kg} / m \quad (6.2)$$

onde o valor de 7850 kg/ m³ corresponde à densidade do aço, enquanto que a resposta dinâmica foi calculada conforme modelagem apresentada na seção 5.2.2 e amortecimento igual a zero.

Para se obter a curva de resposta do sistema a diferentes condições, o parâmetro modificado foi a velocidade reduzida U_r .

$$U_r = \frac{U}{f_f D} \quad (6.3)$$

onde:

U é a velocidade do escoamento ao longe;

f_f corresponde a frequência natural da estrutura na água;

D é a largura do perfil.

A velocidade do escoamento foi mantida constante e igual a 0,1 m/ s para todas as simulações, de forma que a única modificação entre elas foi o valor assumido para a frequência natural da estrutura na água. Recordando que esta última é calculada por meio da seguinte equação:

$$f_f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m + m_a}} \quad (6.4)$$

E o valor da massa adicional m_a foi estimado, com base na teoria de escoamento potencial, como:

$$m_a = \frac{\pi \cdot 0.05^2}{4} 1000 = 1,96 \text{ kg} / m \quad (6.5)$$

Desta forma, a cada simulação, o valor da rigidez da estrutura k era modificado com base no novo valor assumido para a velocidade reduzida.

Para diminuir o tempo de processamento, o número de elementos da malha foi reduzido para 3299; as demais condições continuaram idênticas às apresentadas anteriormente. A malha simulada está representada na Figura 6.26.

Figura 6.26 – Malha utilizada na simulação da estrutura livre para oscilar na direção perpendicular ao escoamento.

Fonte: o autor.

A curva de resposta obtida aparece na Figura 6.27.

Figura 6.27 – Resposta lateral de uma barra com ângulo zero de incidência.

Fonte: o autor.

Uma comparação com os resultados de (NGUYEN e NAUDASCHER, 1991) conforme Figura 6.19, indica uma boa correlação entre a amplitude máxima

calculada e a medida por estes autores, o que sinaliza que a modelagem detalhada na seção 5.2.2 foi capaz de capturar de forma adequada a interação fluido-estrutura. O desvio de quase 30% encontrado no valor da velocidade reduzida correspondente à máxima amplitude de vibração está associado a diferenças entre a frequência de emissão de vórtices medida experimentalmente e a calculada numericamente para este caso específico. A razão para esta discrepância não está clara e deve ser objeto de estudos mais aprofundados.

Os campos de velocidade, para a condição de ressonância, $U_r = 6,4$, aparecem na Figura 6.28 e Figura 6.29, enquanto as variações da força de arrasto e sustentação estão representadas respectivamente na Figura 6.30 e Figura 6.31.

Figura 6.28 – Velocidade na direção do escoamento [m/ s].

Fonte: o autor.

Figura 6.29 – Velocidade na direção perpendicular ao escoamento [m/ s].

Fonte: o autor.

Figura 6.30 – Variação da força de arrasto.

Fonte: o autor.

Figura 6.31 – Variação da força de sustentação.

Fonte: o autor.

A Figura 6.32 mostra a movimentação transversal da estrutura no tempo pelo efeito do escoamento ao redor. Como já apresentado na Figura 6.27, a amplitude de deslocamento máxima corresponde a aproximadamente 6% da largura do perfil ou 0,6 mm.

Figura 6.32 – Variação da posição do centro de gravidade na direção perpendicular ao escoamento.

Fonte: o autor.

6.3 ESCOAMENTO EM TRAVESSAS DO PRÉ-DISTRIBUIDOR

Após a avaliação do modelo computacional por meio das verificações anteriores, este será aplicado a um caso real de escoamento em travessas.

A geometria escolhida é de uma travessa originalmente projetada no final da década de 70 e que ainda hoje, após diversas modificações, convive com o aparecimento de trincas a cada dois anos aproximadamente.

O perfil original da travessa aparece abaixo.

Figura 6.33 – Perfil da travessa a ser estudada, dimensões em mm.

Fonte: o autor.

Como os detalhes originais não estão todos disponíveis, a análise partirá da hipótese de um escoamento na entrada da travessa com uma velocidade média de 8 m/s que é um valor convencional para este tipo de turbina.

Apesar de o modelo matemático adotado para as travessas ser idêntico ao já aplicado para os perfis retangulares, em função das maiores velocidades, frequências e dimensões envolvidas, o esforço computacional é bastante superior e espera-se que os primeiros resultados apresentados a seguir possam ser melhorados com a utilização de uma malha mais refinada e/ ou um passo de tempo menor. Utilizando o computador pessoal cuja configuração já foi descrita no item 6.1.2, a simulação com a travessa fixa demorou em torno de 4 dias e com a travessa livre para se movimentar o cálculo demandou aproximadamente 4 semanas.

6.3.1 Escoamento com a travessa fixa

A primeira simulação do escoamento foi realizada com a travessa fixa. A malha ensaiada continha 9448 elementos e aparece em detalhes na Figura 6.34, para esta configuração de malha, o valor de y^+ para os nós mais próximos às paredes foi da ordem de 280. As condições de contorno adotadas foram as mesmas das simulações anteriores, com exceção das fronteiras superior e inferior. Como o escoamento não é simétrico, a utilização da condição de Neumann nestas fronteiras levava a grandes perturbações no escoamento. Assim, ela foi substituída pela condição de Dirichlet com a velocidade horizontal igual a do escoamento ao longe. O passo de tempo adotado na simulação foi 0,001 segundo de forma que foram apenas 27 passos de tempo por período de emissão do vórtice.

Figura 6.34 – Malha utilizada para simulação da travessa fixa.

Uma inspeção visual do campo de velocidades representado na Figura 6.35 e Figura 6.36, confirma que o fenômeno de emissão de vórtices foi capturado. A frequência de emissão foi medida e avaliada em 37 Hz.

Figura 6.35 – Velocidade na direção do escoamento [m/ s].

Fonte: o autor.

Figura 6.36 – Velocidade na direção perpendicular ao escoamento [m/ s].

Fonte: o autor.

Apesar de difícil mensuração, a amplitude da variação da força de sustentação encontrada foi ao redor de 250 N/ m. Como a altura desta travessa é 2215 mm, isto corresponde a uma amplitude de variação da força de sustentação de apenas 554 N.

Na ausência de maiores detalhes experimentais e para efeito de comparação, a mesma geometria foi simulada no programa comercial Ansys CFX com modelo de

turbulência k- ω SST por (BARILE, 2015b). Novamente foi utilizado um enfoque quase-2D, com a espessura na direção perpendicular ao plano de interesse de 10 mm. A malha foi gerada com elementos hexaédricos em um total de 1953000 elementos e 2080101 nós. O valor de y^+ para os elementos mais próximos às paredes foi 0,07. Uma representação da malha aparece na Figura 6.37.

Figura 6.37 – CFX - Malha utilizada na simulação.

Fonte: (BARILE, 2015b).

Assim como no caso da simulação com a biblioteca oomph, nas fronteiras superior e inferior do domínio foi utilizada a condição de Dirichlet com a velocidade horizontal igual a do escoamento ao longe, ou seja, 8 m/ s.

O passo de tempo considerado foi 0,0005 segundo, o que correspondeu a 42 passos de tempo por período de oscilação.

Os campos de velocidade na direção do escoamento e perpendicular a esta direção estão ilustrados, respectivamente, na Figura 6.38 e Figura 6.39. Nesta simulação, o fenômeno de emissão de vórtices foi também capturado.

O valor de frequência de desprendimento de vórtices encontrado foi 47,6 Hz e a amplitude da força de sustentação calculada 335 N/ m.

Figura 6.38 – CFX - Velocidade na direção do escoamento [m/ s].

Fonte: (BARILE, 2015b).

Figura 6.39 – CFX - Velocidade na direção perpendicular ao escoamento [m/ s].

Fonte: (BARILE, 2015b).

6.3.2 Escoamento com a travessa livre para oscilar na direção perpendicular ao escoamento

Com o objetivo de testar a robustez do modelo de cálculo na condição mais crítica, ou seja, na ressonância, nesta simulação a rigidez da mola na direção perpendicular ao escoamento foi ajustada de forma que a frequência natural do conjunto fosse idêntica à frequência de emissão dos vórtices calculada pela biblioteca oomph, ou seja, 37 Hz.

Como no cálculo do escoamento na travessa, a massa adicional é maior que a massa estrutural, esta simulação pode ser afetada pelas instabilidades numéricas apresentadas no item 5.2.3. Isto posto, os próximos resultados foram obtidos utilizando-se do procedimento de correção descrito no item acima mencionado.

Conforme Tabela 6.6, extraída de (GISSONI, 2005), os fatores de amortecimento medidos em travessas de turbinas hidráulicas no ar, normalmente ficam entre 0,5% e 1,0%. Assim a análise com a travessa livre para oscilar na direção perpendicular ao escoamento foi realizada para estas duas condições de amortecimento estrutural.

Tabela 6.6 – Fatores de amortecimento medidos experimentalmente em travessas de pré-distribuidores no ar.

Tipo de vibração		Máq. Kaplan (ALBIJANIC, MARJANOVIC, <i>et al.</i> , 1990)	Máq. Francis (IPT, 2004)
1° modo	Flexional	1,0%	0,5%
2° modo	Torcional	0,5%	0,2%
3° modo	Flexional	0,5%	0,5%
4° modo	Torcional	0,3%	0,5%

Fonte: (GISSONI, 2005).

A malha teve que ser refinada na região da esteira chegando a 14690 elementos. O passo de tempo da simulação também foi reduzido para 0,0002 segundos equivalente, portanto, a 135 passos de tempo por período de emissão de vórtices.

A Figura 6.40 apresenta a malha ensaiada.

Figura 6.40 – Malha utilizada para simulação da travessa livre para oscilar.

Fonte: o autor.

O campo de velocidades obtido, adotando-se um fator de amortecimento de 0,5%, é ilustrado na Figura 6.41 e Figura 6.42.

Figura 6.41 – Velocidade na direção do escoamento [m/ s].

Fonte: o autor.

Figura 6.42 – Velocidade na direção perpendicular ao escoamento [m/ s].

Fonte: o autor.

A variação da força de sustentação aparece na Figura 6.43, enquanto o deslocamento transversal da travessa está representado na Figura 6.44.

Figura 6.43 – Variação da força de sustentação.

Fonte: o autor.

Figura 6.44 – Variação da posição do centro de gravidade na direção perpendicular ao escoamento.

Fonte: o autor.

Os próximos resultados foram obtidos com um fator de amortecimento igual a 1%. A Figura 6.45 e a Figura 6.46 mostram o campo de velocidades. A variação da força de sustentação e a movimentação da travessa aparecem, respectivamente, na Figura 6.47 e Figura 6.48.

Figura 6.45 – Velocidade na direção do escoamento [m/ s].

Fonte: o autor.

Figura 6.46 – Velocidade na direção perpendicular ao escoamento [m/ s].

Fonte: o autor.

Figura 6.47 – Variação da força de sustentação.

Fonte: o autor.

Figura 6.48 – Variação da posição do centro de gravidade na direção perpendicular ao escoamento.

Fonte: o autor.

O primeiro ponto a ser destacado é a variação no valor da força de sustentação quando são comparados o modelo com a travessa fixa, para o qual foi encontrado um valor de aproximadamente 250 N/ m (ver página 165), e aquele da travessa livre para oscilar, em uma condição de ressonância. Para os exemplos estudados, a amplificação da força de sustentação na ressonância ficou entre 150 e 200 vezes. Este resultado mostra-se compatível com as avaliações de (LIESS, 1987) e (GISSONI, 2005) segundo as quais, a menos que em condição de ressonância, o fenômeno de emissão de vórtices não é capaz de causar danos a uma travessa.

As amplitudes calculadas de deslocamento da travessa são da ordem de 2,2 mm para a simulação com fator de amortecimento igual a 0,5% e ao redor de 1,7 mm para o caso de um fator de amortecimento de 1%.

Utilizando-se a aproximação de uma viga biengastada e impondo-se estes deslocamentos no centro da travessa, encontram-se tensões pico a pico nas extremidades da estrutura de 256 MPa e 198 MPa para fatores de amortecimento de 0,5% e 1%, respectivamente.

Comparando-se estes resultados com os valores experimentais apresentados na Tabela 3.3, percebe-se que a metodologia proposta avalia de forma correta a ordem de magnitude das tensões em uma travessa em ressonância.

Também digno de nota, é o aparecimento de descolamentos do escoamento na aresta de entrada a partir de uma determinada amplitude de vibração da travessa.

Este descolamento gera vórtices que se movem junto ao corpo da travessa até serem emitidos na região da aresta de saída juntamente com os vórtices originais. Este fenômeno pode ser observado nas seguintes figuras: Figura 6.41, Figura 6.42, Figura 6.45 e Figura 6.46. Como o deslocamento relativo da estrutura é pequeno, este comportamento possivelmente se deve mais à aproximação da geometria na entrada da travessa, em que o raio foi modelado por meio de pequenos segmentos de reta, do que a uma particularidade física do escoamento. Um cálculo futuro, em que o contorno simulado se aproxime mais da geometria real da travessa, poderá esclarecer esta questão.

7 CONCLUSÕES

Como adiantado na introdução deste texto, a principal motivação do presente trabalho consistiu em propor um modelo de cálculo baseado em ferramentas de código aberto capaz de prever o fenômeno de interação fluido-estrutura que leva a travessa do pré-distribuidor à ressonância, fenômeno que vem preocupando fornecedores de turbinas hidráulicas e geradoras de energia elétrica por quase 50 anos.

A exemplo da maioria dos problemas de engenharia, e em especial aqueles que envolvem a interação fluido-estrutura, a modelagem do fenômeno completo se faz a partir da conjunção de diversas abordagens em etapas encadeadas. Desta forma, a cada passo desta pesquisa, houve um cuidado especial para que o processo escolhido fosse o mais sintético e adequado possível, de modo a não por em risco a viabilidade da modelagem como um todo, especialmente visando uma aplicação industrial.

O primeiro passo metodológico consistiu em uma seleção cuidadosa e bastante abrangente da bibliografia disponível. Considerando-se que a última compilação publicada do tema *trincas em travessas* deu-se há 23 anos, espera-se que o material aqui coletado e apresentado proporcione uma adequada atualização a todos aqueles envolvidos neste assunto. Além de resgatar alguns aspectos históricos do fenômeno, o material reunido apresenta o estado atual da arte no que se refere a vibrações induzidas por vórtices em turbinas hidráulicas.

A análise do material coletado demonstrou, por exemplo, que uma representação adequada do fenômeno de emissão dos vórtices só seria possível por meio de uma modelagem bastante fiel da geometria da travessa. Por esta razão, uma solução numérica pelo método dos elementos finitos, utilizando a biblioteca oomph-lib, foi a adotada neste trabalho.

Se por um lado, as rotinas já disponíveis na biblioteca computacional escolhida permitiram a solução das equações do escoamento de uma forma mais expedita, por outro, houve a necessidade de desenvolvimento de um código fonte específico para a modelagem da turbulência, até então não disponível. Estas rotinas, reproduzidas no APÊNDICE B deste trabalho, abrem um novo caminho para os usuários da oomph-lib agregando a possibilidade de cálculo de escoamentos

turbulentos às já diversas funcionalidades desta biblioteca. Vale ressaltar ainda, como já demonstrado no corpo desta tese, que o método proposto é bastante eficiente de forma que custo computacional adicional para se resolver as equações de turbulência é mínimo.

A comparação dos resultados da dinâmica dos fluidos computacional com referências disponíveis na literatura e balizada pelo uso de um reconhecido programa comercial, foi encorajadora, demonstrando a viabilidade da modelagem adotada, inclusive com relação à opção pelo método de Baldwin-Lomax para cálculo da turbulência.

Espera-se que com algumas modificações no código fonte, em especial a adequação a processamento paralelo, seja possível aumentar o número de elementos na malha e reduzir os passos de tempo o que deve aprimorar ainda mais os resultados, mantendo o tempo computacional total compatível com uma aplicação industrial.

Outro código fonte específico foi preparado para o cálculo da interação fluido-estrutura e a avaliação dos valores obtidos em comparação com as medições experimentais disponíveis na literatura foi bastante positiva. A aplicação de um método para correção de instabilidades numéricas fez deste programa uma aplicação viável mesmo nos casos em que a massa adicional é superior à massa da estrutura.

Fez parte também deste trabalho, o desenvolvimento de um método analítico de cálculo da massa adicional para os diferentes modos de vibrar de uma travessa de turbina hidráulica. Isto permitirá uma estimativa rápida e precisa das frequências naturais de uma travessa na água, sem a necessidade de recorrer a ensaios submersos ou a modelos de cálculo mais sofisticados.

Atividades de pesquisa naturalmente ensejam continuidade e extensão. Algumas sugestões são ora aventadas:

- Adaptação do programa para processamento paralelo de modo a melhor aproveitar a capacidade computacional atual;
- Análise sistemática do processo de convergência numérica para casos-base;
- Inclusão de procedimento de integração com passo adaptativo;
- Análises paramétricas com foco especial na geometria da aresta de saída;
- Correlações teórico-experimentais extensivas;

- Modelagem tridimensional do fenômeno de interação fluido-estrutura.

Espera-se que o enfoque inovador apresentado, que combina as diversas vertentes da modelagem do problema - desde a geração da malha até o cálculo dos deslocamentos da estrutura - em uma única simples ferramenta, seja suficientemente motivador à sua aplicação em novos projetos e, conseqüentemente, incentive a utilização, teste e aprimoramento da ferramenta de forma a contribuir efetivamente para solução definitiva do problema de trincas em travessas.

REFERÊNCIAS

- ALBIJANIC, R. et al. **Modal analysis in the dynamic identification of vital hydrounit components**. IAHR SYMPOSIUM. Belgrade: [s.n.]. 1990. p. 1-11. Paper A3.
- ALMEIDA, O.; MANSUR, S. S.; SILVEIRA-NETO, A. On the flow past rectangular cylinders: physical aspects and numerical simulation. **Engenharia Térmica**, v. 7, p. 55-64, Junho 2008.
- ANTONSEN, Ø.; NIELSEN, T. K. **CFD simulation of von Karman vortex shedding**. IAHR SYMPOSIUM, 22. Stockholm: [s.n.]. 2004. CD-ROM, Paper A09-1.
- ARNDT, R. E. A. Hydraulic turbines. In: GULLIVER, J. S.; ARNDT, R. E. A. **Hydropower engineering handbook**. New York: McGraw-Hill, 1991. p. 4.1-4.67.
- ARONSON, A. Y.; ZABELKIN, V. M.; PYLEV, I. M. Causes of cracking in stay vanes of Francis turbines. **translated from Gidrotekhnicheskoe Stroitel'stvo**, April 1986.
- AUSONI, P. **Turbulent vortex shedding from a blunt trailing edge hydrofoil**. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. [S.l.], p. 169. 2009.
- BALDWIN, B. S.; LOMAX, H. **Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows**. AIAA 16th Aerospace Sciences Meeting. Huntsville: [s.n.]. 1978. p. 9.
- BARILE, R. **Validação de Benchmark para escoamento com emissão de vórtices em perfil retangular**. Voith Hydro. [S.l.], p. 27. 2015a.
- BARILE, R. **Análise de escoamento em travessa do pré-distribuidor**. Voith Hydro. [S.l.], p. 18. 2015b.
- BAUER, A. B. **Vortex formation and shedding from a two-dimensional, thin, flat plate parallel to the free stream**. California Institute of Technology. Pasadena, p. 47. 1959.
- BELANGER, F.; PAÏDOUSSIS, M. P.; DE LANGRE, E. Time-marching analysis of fluid-coupled systems with large added-mass. **AIAA Journal**, v. 33, April 1995. 752-757.
- BELYKH, V. A. et al. **Experimental determination of Karman vortex separation frequency from stay vane hydrofoil and effect of guide vane cascade on it**. IAHR SYMPOSIUM, 15. Belgrade: [s.n.]. 1990. p. 1-9. Paper F5.
- BENKÖ, G. B.; HOLMÉN, E. K. **Comments on causes of and remedies for structural vibrations in hydroelectric plants**. IAHR SYMPOSIUM, 5. Stockholm: [s.n.]. 1970. p. 1-16. Paper C-5.

BERRONE, S.; GARBERO, V.; MARRO, M. Numerical simulation of low-Reynolds number flows past rectangular cylinders based on adaptive finite element and finite volume methods. **Computers & Fluids**, v. 40, 2011. p. 92-112.

BLAKE, W. K. **Mechanics of Flow-Induced Sound and Vibration**. Orlando: Academic Press, Inc., 1986.

BLEVINS, R. D. **Flow-induced vibration**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1977.

BLEVINS, R. D. **Formulas for natural frequency and mode shape**. Malabar, Florida: Krieger Publishing Company, 2001.

BORDEASU, I.; POPOVICIU, M. O.; NOVAC, D. M. Analyse of the cracks occurred on the stay vanes of the power plant Iron Gates I turbines. **Machine Design**, v. 4, No. 2, 2012. p. 103-106.

BOURGOYNE, D. A.; CECCIO, S. L.; DOWLING, D. R. Vortex shedding from a hydrofoil at high Reynolds number. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 531, 2005. p. 293-324.

BRUNO, L.; SALVETTI, M. V.; RICCIARDELLI, F. Benchmark on the Aerodynamics of a Rectangular 5:1 Cylinder: An overview after the first four years of activity. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 126, 2014. p. 87-106.

CASACCI, S.; LOURDEAUX, B.; WEGNER, M. **Comportement dynamique des avant-distributeurs de grandes turbines Francis**. IAHR SYMPOSIUM, 11. Amsterdam: [s.n.]. 1982. p. 1-14.

CAUSIN, P.; GERBEAU, J. F.; NOBILE, F. Added-mass effect in the design of partitioned algorithms for fluid-structure problems. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, v. 194, 2005. p. 4506-4527.

CHEN, Y. N.; FLORJANCIC, D. **Karman-vortex-induced vibrations on guide vanes with slender trailing edges**. CONFERENCE ON VIBRATIONS AND NOISE IN PUMP, FAN AND COMPRESSOR INSTALLATIONS. Southampton: [s.n.]. 1975. p. 69-77.

CIEM - CONSÓRCIO ITAIPU ELETRO MECÂNICO. **Report on the dynamic behaviour of the stay vanes**. [S.I.]. 1979.

D'AGOSTINI NETO, A. **Estudo de vibrações induzidas pelo escoamento em pré-distribuidores de turbinas hidráulicas usando CFD**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 117. 2007.

DOMPIERRE, F.; SABOURIN, M. **Determination of turbine runner dynamic behaviour under operating condition by a two-way staggered fluid-structure interaction method**. 25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Timisoara: [s.n.]. 2010. p. 9.

DONALDSON, R. M. Hydraulic-turbine runner vibration. **Transactions of the ASME**, Chicago, July 1956. p. 1141-1147. Apresentado a Diamond Jubilee Annual Meeting of the ASME, Chicago, 1955.

DÖRFLER, P.; SICK, M.; COUTU, A. Selected Field Experience. In: DÖRFLER, P.; SICK, M.; COUTU, A. **Flow-Induced Pulsation and Vibration in Hydroelectric Machinery**. Londres: Springer-Verlag, 2013. Cap. 8, p. 199-224.

EAGLESON, P. S.; DAILY, J. W.; NOUTSOPOLOUS, G. K. **Flow induced vibration of flat plates: the mechanism of self-excitation**. Massachusetts Institute of Technology. [S.l.], p. 62. 1963. (Report no. 58).

FERZIGER, J. H.; PERIC, M. **Computational Methods for Fluid Dynamics**. 3a. ed. [S.l.]: Springer, 2002.

FISHER, R. K. **Study of the possibility of altering vibration at XLD project attributed to an interaction of von Karman vortices and the stay vanes**. Voith York. [S.l.], p. 15. 2000.

FISHER, R. K.; GUMMER, J. H.; LIESS, C. Stayvane vibrations in the Nkula Falls turbines. **Hydropower & Dams**, p. 15-20, jan. 1994.

FREIRE, A. P. S.; MENUT, P. P. M.; SU, J. (Eds.). **Turbulência: Anais da I Escola de Primavera em Transição e Turbulência**. Rio de Janeiro: ABCM - Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 2002. 292 p.

GAJIC, A.; MANZALOVIC, P.; PREDIC, Z. **Modification of the trailing edges of the large stay vanes and their influence on dynamic stresses**. 25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Timisoara: [s.n.]. 2010. p. 9.

GENÇ, B. Z. **Implementation and comparison of turbulence models on a flat plate problem using a Navier-Stokes solver**. The Middle East Technical University. [S.l.], p. 102. 2003.

GERRARD, J. H. The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 25, part 2, 1966. p. 401-413.

GISSONI, H. C. **Análise mecânica de vibrações em travessas do pré-distribuidor de turbinas hidráulicas**. Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 172. 2005.

GOLDWAG, E.; BERRY, D. G. Von Karman vortexes cause stay vane cracking on propeller turbines at the Little Long Generating Station of Ontario Hydro. **Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Power**, Pittsburgh, July 1968. p. 213-217. Apresentado a Winter Annual Meeting of the ASME, Pittsburgh, 1967.

GONGWER, C. A. A study of vanes singing in water. **Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics**, State College, Dez. 1952. p. 432-438. / Apresentado a National Conference of the Applied Mechanics Division of the ASME, State College, 1952 /.

GREENWAY, M. E.; WOOD, C. J. The effect of a bevelled trailing edge on vortex shedding and vibration. **Journal of Fluid Mechanics**, 1973. p.323-335. Vol. 61, part 2.

GREIN, H.; STAEHLE, M. **Fatigue cracking in stay vanes of large Francis turbines**. IAHR SYMPOSIUM. Fort Collins: [s.n.]. 1978. p. 365-378.

GUMMER, J. H.; HENSMAN, P. C. A review of stayvane cracking in hydraulic turbines. **Water Power & Dam Construction**, p. 32-42, August 1992.

HADDARA, M. R.; CAO, S. A study of the dynamic response of submerged rectangular flat plates. **Marine structures**, v. 9, 1996. p. 913-933.

HEIL, M.; HAZEL, A. L. **oomph-lib - An Object-Oriented Multi-Physics Finite-Element Library**. Fluid-Structure Interaction Modelling, Simulation, Optimization. [S.I.]: Springer. 2006. p. 19-49.

HESKESTAD, G.; OLBERTS, D. R. Influence of trailing-edge geometry on hydraulic-turbine-blade vibration resulting from vortex excitation. **Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering**, 1959. p. 1-7. / Apresentado a Hydraulic Conference of the ASME, Ann Arbor, 1959 /.

HOSSEINI-HASHEMI, S.; KARIMI, M.; ROKNI, H. Natural frequencies of rectangular Mindlin plates coupled with stationary fluid. **Applied Mathematical Modelling**, v. 36, 2012. p. 764-778.

IPT. **Dynamic measurements on pit 3 of Three Gorges Hydropower Plant**. Divisão de Tecnologia de Transportes e Agrupamento de Engenharia Naval e Oceânica. São Paulo. 2004. (Technical Report 67919).

KECK, H. et al. **Recent developments in the dynamic analysis of water turbines**. 2nd IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems. Timisoara: [s.n.]. 2007. p. 9-20.

KECK, H.; SICK, M. Thirty years of numerical flow simulation in hydraulic turbomachines. **Acta Mechanica**, v. 201, 2008. p. 211-229.

KERBOUA, Y. et al. Vibration analysis of rectangular plates coupled with fluid. **Applied Mathematical Modelling**, v. 32, 2008. p. 2570-2586.

KRMELJ, F. **Experimental research of reasons for oscillations of guide and stay vanes of particular Francis and Kaplan turbines**. CONFERENCE ON HYDRAULIC MACHINERY. Ljubljana: [s.n.]. 1988. p. 219-226.

KUZMIN, D.; MIERKA, O. **On the implementation of the k – e turbulence model in incompressible flow solvers based on a finite element discretization**. Int. Conference Boundary and Interior Layers. Göttingen: [s.n.]. 2006.

LAURIA, D. **Modelagem do escoamento em máquinas hidráulicas de fluxo (dinâmica dos fluidos aplicada)**. Apostila do curso PMC5819 – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo. 2001.

LEISSA, A. W. The free vibration of rectangular plates. **Journal of Sound and Vibration**, v. 31 (3), 1973. p. 257-293.

LEOTTA, A. **Análise do escoamento em comportas de emergência instaladas no tubo de sucção de máquinas Kaplan**. Universidade de São Paulo. São Paulo, p. 146. 2003.

LI, L.; LUI, X.; LI, C. Analysis and Treatment of Cracks along the Stay Vane of water Turbine in Zongpingxi Hydropower Station. **Journal of Xihua University**, v. 29, Núm. 3, maio 2010. p. 3.

LIESS, C. The cause and avoidance of vortex-excited vibrations of turbine stay vanes. **Voith Research and Construction**, v. 32e, p. 6.1-6.8, 1986.

LIESS, C. **Flow induced stress fluctuations in stay vanes of large hydraulic turbines**. INTERNATIONAL CONFERENCE ON FLOW INDUCED VIBRATIONS. Bowness-on-Windermere: [s.n.]. 1987. p. 157-170.

MAGNOLI, M. V.; SCHILLING, R. **Vortex shedding in Francis runners trailing edges**. 24th Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Foz do Iguaçu: [s.n.]. 2008. p. 11.

MANNINI, C.; SODA, A.; SCHEWE, G. Numerical investigation on the three-dimensional unsteady flow past a 5:1 rectangular cylinder. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, 99, 2011. 469-482.

MAVRIPLIS, D. J. **Algebraic turbulence modeling for unstructured and adaptive meshes**. NASA Langley Research Center. Hampton, p. 30. 1990. (182035).

MENEGHINI, J. R. **Projetos de pesquisa no tópico geração e desprendimento de vórtices no escoamento ao redor de cilindros**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo. 2002.

MENTER, F. R. **Improved Two-Equation k- ω Turbulence Models for Aerodynamic Flows**. NASA. [S.I.], p. 31. 1992. (Technical Memorandum 103975).

MIYAGAWA, K.; FUKAO, S.; KAWATA, Y. **Study on stay vane instability due to vortex shedding**. IAHR SYMPOSIUM, 22. Stockholm: [s.n.]. 2004. p. CD-ROM. Paper B12-2.

MOSALLEM, M. M. Numerical and experimental investigation of beveled trailing edge flow fields. **Journal of Hydrodynamics**, v. 20(3), 2008. p. 273-279.

MOUNSIF, S. **An unsteady numerical simulation of an oscillating airfoil with structural coupling**. COBEM - Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica. Bauru: [s.n.]. 1997.

MÜNCH, C. et al. **Hydro elastic behavior of vibrating blades**. IAHR 24th Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Foz do Iguaçu: [s.n.]. 2008.

MUSKATIROVIC, J.; PREDIC, Z. **Analysis of hydrodynamic pressure acting on stay vanes of Kaplan turbines**. INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON LARGE

HYDRAULIC MACHINERY & ASSOCIATED EQUIPMENTS. Beijing: [s.n.]. 1989. p. 90-101.

NENNEMANN, B.; PARKINSON, E. **YiXing pump turbine guide vane vibrations: problem resolution with advanced CFD analysis**. 25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Timisoara: [s.n.]. 2010. p. 9.

NGUYEN, T. D.; NAUDASCHER, E. Vibration of beams and trashracks in parallel and inclined flows. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 117, 1991. p. 1056-1076.

OUVRARD, H. et al. Classical and variational multiscale LES of the flow around a circular cylinder on unstructured grids. **Computers and Fluids**, 39(7), 2010. p. 1083-1094.

PAÏDOUSSIS, M. P.; PRICE, S. J.; DE LANGRE, E. **Fluid-structure interactions - Cross-flow-induced instabilities**. New York: Cambridge University Press, 2011.

PANG, L. et al. Vortex Shedding Simulation and Vibration Analysis of Stay Vanes of Hydraulic Turbine. **Chines Journal of Mechanical Engineering**, v. 22, 2011. p. 66-73.

PARMAKIAN, J.; JACOBSON, R. S. Measurement of hydraulic-turbine vibration. **Transactions of the ASME**, Atlantic City, jul 1952. p. 733-741. Apresentado a Annual Meeting of the ASME, Atlantic City, 1951.

ROCHA, G.; WERNICKE, G. **Hydraulic turbine noise induced by Karman vortices**. IAHR SYMPOSIUM, 14. Trondheim: [s.n.]. 1988. p. 279-293.

ROSHKO, A. **On the drag and shedding frequency of two-dimensional bluff bodies**. NACA. Washington, p. 29. 1954. Technical note 3169.

RUPRECHT, A. et al. **Noise reduction in a small Francis trubine caused by vortex shedding at the trailing edge, numerical analysis and field test**. IAHR - International Association for Hydraulic and Research - Workgroup meeting. Stuttgart: [s.n.]. 2003. p. 12.

SALTARA, F.; PEDRÃO, N. Comparação entre simulações LES e URANS para escoamentos ao redor de corpos rombudos. **Turbulência**, São Paulo, v. 8, 2012. p. 17-55.

SCHEWE, G. Reynolds-number-effects in flow around a rectangular cylinder with aspect ratio 1:5. **Journal of Fluids and Structures**, v. 39, 2013. p. 15-26.

SCHIOZER, D. **Mecânica dos fluidos**. São Paulo: Araguaia, 1990.

SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K. **Boundary layer theory**. 8. ed. [S.l.]: Springer, 2000.

SCHMUCKER, H. et al. **Fluid structure interaction simulation on a bulb turbine**. Hydro 2010. Lisboa: [s.n.]. 2010. p. 8.

SCHMUCKER, H.; FLEMMING, F.; COULSON, S. **Two-way coupled fluid structure interaction simulation of a propeller turbine**. 25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Timisoara: [s.n.]. 2010. p. 10.

SHEWCHUK, J. R. **Delaunay Refinement Algorithms for Triangular Mesh Generation**. University of California at Berkeley. [S.I.], p. 54. 2001.

SIMONE, G. A. **Centrais e aproveitamentos hidrelétricos: Uma introdução ao estudo**. São Paulo: Érica, 2000.

TAYLOR, C.; HOOD, P. A numerical solution of the Navier-Stokes equations using the finite element technique. **Computer & Fluids**, v. 1, 1973. p. 73-100.

TOEBES, G. H.; EAGLESON, P. S. Hydroelastic vibrations of flat plates related to trailing edge geometry. **Journal of Basic Engineering**, dez. 1961. p. 671-678.

VAN EYSDEN, C. A.; SADER, J. E. Resonant frequencies of a rectangular cantilever beam immersed in a fluid. **Journal of Applied Physics**, 2006.

VU, T. C. et al. **Unsteady CFD prediction of von Kármán vortex shedding in hydraulic turbine stay vanes**. Hydro 2007. Granada, Spain: [s.n.]. 2007.

VU, V. H. et al. **Effect of added mass on submerged vibrated plates**. 25th Seminar on Machinery Vibration. [S.I.]: [s.n.]. 2007. p. 40.1-40.15.

WANG, M. **Computation of trailing-edge aeroacoustics with vortex shedding**. Center for Turbulent Research. [S.I.], p. 379-388. 2005.

WERNICKE, G.; KIRCHNER, H.; ULITH, P. **comentários a respeito do trabalho: Fatigue cracking in stay vanes of large Francis turbines**. IAHR SYMPOSIUM. Fort Collins: [s.n.]. 1978. p. 203-211.

WHITE, F. M. **Fluid mechanics**. 4. ed. [S.I.]: McGraw-Hill, 1998.

WILCOX, D. C. **Turbulence Modeling for CFD**. 3. ed. [S.I.]: DCW Industries, Inc., 2006.

ZOBEIRI, A. **Effect of hydrofoil trailing edge geometry on wake dynamics**. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Lausanne, p. 112. 2011.

APÊNDICE A – DESENVOLVIMENTO DAS FÓRMULAS PARA CÁLCULO DA MASSA ADICIONAL

Conforme eq.(5.51), para a placa em análise vale:

$$\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + p = 0 \quad (\text{A.1})$$

Aplicando-se a equação acima nas faces superior e inferior da placa,

$$\rho \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{z=h/2} + p_U = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\rho \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{z=-h/2} + p_L = 0 \quad (\text{A.3})$$

E substituindo na eq.(5.49), copiada abaixo por facilidade:

$$\rho_{st} h \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial t^2} + D_{st} \nabla^4 \tilde{z} = p_L(x, y, t) - p_U(x, y, t) \quad (\text{A.4})$$

$$\rho_{st} h \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial t^2} + \rho \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{z=-h/2} - \rho \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{z=h/2} + D_{st} \nabla^4 \tilde{z} = 0 \quad (\text{A.5})$$

O pequeno deslocamento devido à flexão da placa pode ser expresso na forma:

$$\tilde{z}(x, y, t) = \bar{z}(x, y) T(t) \quad (\text{A.6})$$

Assumindo ainda que a função potencial da velocidade possa ser representada conforme abaixo.

$$\phi(x, y, z, t) = G(x, y, t) F(z) \quad (\text{A.7})$$

E substituindo a eq.(A.7) na eq.(5.50). Copiada a seguir por facilidade:

$$\nabla^2 \phi(x, y, z, t) = 0 \quad (\text{A.8})$$

Tem-se:

$$\nabla^2(G(x, y, t)F(z)) = 0 \quad (\text{A.9})$$

Lembrando que:

$$\nabla^2(G(x, y, t)F(z)) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}(G(x, y, t)F(z)) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(G(x, y, t)F(z)) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}(G(x, y, t)F(z)) \quad (\text{A.10})$$

E analisando a equação acima em cada uma das coordenadas separadamente:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(G(x, y, t)F(z)) = G(x, y, t) \frac{\partial^2 F(z)}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial G(x, y, t)}{\partial x} \frac{\partial F(z)}{\partial x} + F(z) \frac{\partial^2 G(x, y, t)}{\partial x^2} \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(G(x, y, t)F(z)) = F(z) \frac{\partial^2 G(x, y, t)}{\partial x^2} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}(G(x, y, t)F(z)) = G(x, y, t) \frac{\partial^2 F(z)}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial G(x, y, t)}{\partial y} \frac{\partial F(z)}{\partial y} + F(z) \frac{\partial^2 G(x, y, t)}{\partial y^2} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}(G(x, y, t)F(z)) = F(z) \frac{\partial^2 G(x, y, t)}{\partial y^2} \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}(G(x, y, t)F(z)) = G(x, y, t) \frac{\partial^2 F(z)}{\partial z^2} + 2 \frac{\partial G(x, y, t)}{\partial z} \frac{\partial F(z)}{\partial z} + F(z) \frac{\partial^2 G(x, y, t)}{\partial z^2} \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}(G(x, y, t)F(z)) = G(x, y, t) \frac{\partial^2 F(z)}{\partial z^2} \quad (\text{A.16})$$

Encontra-se:

$$\nabla^2(G(x, y, t)F(z)) = F(z) \frac{\partial^2 G(x, y, t)}{\partial x^2} + F(z) \frac{\partial^2 G(x, y, t)}{\partial y^2} + G(x, y, t) \frac{\partial^2 F(z)}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{A.17})$$

Rearranjando:

$$G(x, y, t) \frac{\partial^2 F(z)}{\partial z^2} + F(z) \left(\frac{\partial^2 G(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G(x, y, t)}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{\partial^2 F(z)}{\partial z^2} + \frac{\nabla^2 G(x, y, t)}{G(x, y, t)} F(z) = 0 \quad (\text{A.19})$$

Promovendo uma mudança de variável e lembrando que F é função apenas de z .

$$\frac{d^2 F(z)}{dz^2} - \mu_{st}^2 F(z) = 0 \quad (\text{A.20})$$

Onde μ_{st}^2 é uma constante real e μ_{st} é o número de onda.

A solução geral da eq.(A.20) é:

$$F(z) = A_1 e^{\mu_{st} z} + A_2 e^{-\mu_{st} z} \quad (\text{A.21})$$

A solução adotada é da forma exponencial e não trigonométrica porque a perturbação no fluido deve tender a zero ao se afastar da placa. A_1 e A_2 são constantes que devem ser determinadas.

Nas regiões de interface entre fluido e placa vale o conceito da impermeabilidade e, portanto:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=h/2} = \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=-h/2} = \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} \quad (\text{A.22})$$

Focando na interface superior e aplicando-se a eq.(A.7), encontra-se:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=h/2} = \left. \frac{\partial G(x, y, t) F(z)}{\partial z} \right|_{z=h/2} = \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} \quad (\text{A.23})$$

$$\left. \frac{\partial G(x, y, t) F(z)}{\partial z} \right|_{z=h/2} = G(x, y, t) \left. \frac{\partial F(z)}{\partial z} \right|_{z=h/2} = \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} \quad (\text{A.24})$$

Lembrando que F é função apenas de z e utilizando mais uma vez a eq.(A.7).

$$\left. \frac{\phi(x, y, z, t)}{F(z)} \frac{dF(z)}{dz} \right|_{z=h/2} = \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} \quad (\text{A.25})$$

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{F(z)}{\left. \frac{dF(z)}{dz} \right|_{z=h/2}} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} \quad (\text{A.26})$$

Aplicando-se raciocínio análogo para a interface inferior.

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{F(z)}{\left. \frac{dF(z)}{dz} \right|_{z=-h/2}} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} \quad (\text{A.27})$$

Utilizando a eq.(A.21), obtém-se:

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{A_1 e^{\mu_{st} z} + A_2 e^{-\mu_{st} z}}{\left. \frac{dF(z)}{dz} \right|_{z=h/2}} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} \quad (\text{A.28})$$

Para a face superior da placa e

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{A_1 e^{\mu_{st} z} + A_2 e^{-\mu_{st} z}}{\left. \frac{dF(z)}{dz} \right|_{z=-h/2}} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} \quad (\text{A.29})$$

Para a superfície inferior da placa.

Para determinação das constantes A_1 e A_2 devem-se aplicar as condições de contorno.

Na fronteira inferior do fluido, a componente normal da velocidade é zero e, portanto, vale:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=-h_1} = 0 \quad (\text{A.30})$$

Aplicando-se a condição da eq.(A.30) na eq.(A.29):

$$A_1 \mu_{st} e^{\mu_{st} z} - A_2 \mu_{st} e^{-\mu_{st} z} \Big|_{z=-h_1} = 0 \quad (\text{A.31})$$

$$A_1 \mu_{st} e^{-\mu_{st} h_1} - A_2 \mu_{st} e^{\mu_{st} h_1} = \mu_{st} e^{-\mu_{st} h_1} - \frac{A_2}{A_1} \mu_{st} e^{\mu_{st} h_1} = 0 \quad (\text{A.32})$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\mu_{st} e^{-\mu_{st} h_1}}{\mu_{st} e^{\mu_{st} h_1}} = e^{-2\mu_{st} h_1} = C_1 \quad (\text{A.33})$$

Retomando agora a eq.(A.29).

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{e^{\mu_{st} z} + C_1 e^{-\mu_{st} z}}{A_1 \mu_{st} e^{-\mu_{st} \frac{h}{2}} - A_2 \mu_{st} e^{\mu_{st} \frac{h}{2}}} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} \quad (\text{A.34})$$

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{e^{\mu_{st} z} + C_1 e^{-\mu_{st} z}}{\mu_{st} \left(e^{-\mu_{st} \frac{h}{2}} - C_1 e^{\mu_{st} \frac{h}{2}} \right)} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} \quad (\text{0.35})$$

E relembrando a eq.(A.3).

$$p_L = -\rho \frac{e^{-\mu_{st}\frac{h}{2}} + C_1 e^{\mu_{st}\frac{h}{2}}}{\mu_{st} \left(e^{-\mu_{st}\frac{h}{2}} - C_1 e^{\mu_{st}\frac{h}{2}} \right)} \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial t^2} \quad (\text{A.36})$$

$$p_L = -\frac{\rho}{\mu_{st}} \left(\frac{1 + C_1 e^{\mu_{st}h}}{1 - C_1 e^{\mu_{st}h}} \right) \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial t^2} \quad (\text{A.37})$$

Para o fluido na parte superior, o raciocínio é análogo, ou seja:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=h_1} = 0 \quad (\text{A.38})$$

Desta forma, o processo aplicado para a superfície inferior pode ser replicado para a superfície superior.

Aplicando-se a condição da eq.(A.38) na eq.(A.28):

$$A_1 \mu_{st} e^{\mu_{st}z} - A_2 \mu_{st} e^{-\mu_{st}z} \Big|_{z=h_1} = 0 \quad (\text{A.39})$$

$$A_1 \mu_{st} e^{\mu_{st}h_1} - A_2 \mu_{st} e^{-\mu_{st}h_1} = \mu_{st} e^{\mu_{st}h_1} - \frac{A_2}{A_1} \mu_{st} e^{-\mu_{st}h_1} = 0 \quad (\text{A.40})$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\mu_{st} e^{\mu_{st}h_1}}{\mu_{st} e^{-\mu_{st}h_1}} = e^{2\mu_{st}h_1} = \frac{1}{C_1} \quad (\text{A.41})$$

Retomando agora a eq.(A.28).

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{e^{\mu_{st}z} + \frac{1}{C_1} e^{-\mu_{st}z}}{A_1 \mu_{st} e^{\mu_{st}\frac{h}{2}} - A_2 \mu_{st} e^{-\mu_{st}\frac{h}{2}}} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} \quad (\text{A.42})$$

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{e^{\mu_{st}z} + \frac{1}{C_1} e^{-\mu_{st}z}}{\mu_{st} \left(e^{\mu_{st}\frac{h}{2}} - \frac{1}{C_1} e^{-\mu_{st}\frac{h}{2}} \right)} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} \quad (\text{A.43})$$

E relembando a eq.(A.2).

$$p_U = -\rho \frac{e^{\mu_{st}\frac{h}{2}} + \frac{1}{C_1} e^{-\mu_{st}\frac{h}{2}}}{\mu_{st} \left(e^{\mu_{st}\frac{h}{2}} - \frac{1}{C_1} e^{-\mu_{st}\frac{h}{2}} \right)} \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial t^2} \quad (\text{A.44})$$

$$p_U = -\frac{\rho}{\mu_{st}} \left(\frac{1 + \frac{1}{C_1} e^{-\mu_{st}h}}{1 - \frac{1}{C_1} e^{-\mu_{st}h}} \right) \frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial t^2} \quad (\text{A.45})$$

Após uma pequena manipulação algébrica pode-se demonstrar que $p_U = -p_L$, o que era esperado visto que o problema é simétrico.

APÊNDICE B - CÓDIGO FONTE DAS ROTINAS PARA CÁLCULO DA TURBULÊNCIA CONFORME BALDWIN-LOMAX

```
// mapping normal lines from the solid surface and wake center line

void BL_mapping_elements()
{
    cout << "Starting mapping the mesh \n";

    const unsigned n_element = Fluid_mesh_pt->nelement();

    // vector was used instead of Vector (oomph) because Vector does not support bool
    vector<bool> mapped;
    mapped.resize(n_element,false);

    // loop in the fluid elements
    for(unsigned e=0;e<n_element;e++)
    {
        if (!mapped[e])
        {
            //Cast to a fluid element
            ELEMENT *el_pt =
                dynamic_cast<ELEMENT*>(Fluid_mesh_pt->element_pt(e));

            // triangle center is at local coordinates 0.3333, 0.3333
            Vector<double> El_center(2);
            El_center[0]=0.3333;
            El_center[1]=0.3333;

            double x3 = el_pt->interpolated_x(El_center,0);
            double y3 = el_pt->interpolated_x(El_center,1);

            double xwall=0;
            double ywall=0;
            long double mindist = 9999999;
            int control = 1;
            // control = 1 (closest to a solid boundary), control = -1 (closest to wake centerline)

            // check first for minimum distance to the solid boundaries

            // loop in the boundaries
            for (unsigned i=0;i<Problem_Parameter::solid_points.size()-1;i++)
            {
                double x1 = Problem_Parameter::solid_points[i][0];
                double y1 = Problem_Parameter::solid_points[i][1];

                double x2 = Problem_Parameter::solid_points[i+1][0];
                double y2 = Problem_Parameter::solid_points[i+1][1];

                // Auxiliary & output variables
                double l2, u, x, y, dist;

                // (distance between 1st and 2nd point of the boundary)^2
                l2 = (x2 - x1) * (x2 - x1) + (y2 - y1) * (y2 - y1);

                // Auxiliary variable
                u = ((x3 - x1) * (x2 - x1) + (y3 - y1) * (y2 - y1)) / l2;

                // Correcting u in case mesh point (x3, y3) is projecting outside the boundary line segment
                if (u < 0) u = 0;
                else if (u > 1) u = 1;
            }
        }
    }
}
```

```

// Calculation of the intersection point x, y
x = x1 + u * (x2 - x1);
y = y1 + u * (y2 - y1);

// Calculation of the distance between x3, y3 and x, y (= minimum distance^2)
dist = (x3 - x) * (x3 - x) + (y3 - y) * (y3 - y);

if (dist < mindist)
{
    mindist = dist;
    xwall = x;
    ywall = y;
}

} // end of solid boundaries loop

// checking now distance to the center line of the wake

// Note: make automatic in future
// center of boundary 6
double x1 = 0.4;
double y1 = 0.1;

// center of boundary 2
double x2 = 0.9;
double y2 = 0.1;

// Auxiliary & output variables
long double l2, u, x, y, dist;

// (distance between 1st and 2nd point of the boundary)^2
l2 = (x2 - x1) * (x2 - x1) + (y2 - y1) * (y2 - y1);

// Auxiliary variable
u = ((x3 - x1) * (x2 - x1) + (y3 - y1) * (y2 - y1)) / l2;

// Correcting u in case mesh point (x3, y3) is projecting outside the boundary line segment
if (u < 0) u = 0;
else if (u > 1) u = 1;

// Calculation of the intersection point x, y
x = x1 + u * (x2 - x1);
y = y1 + u * (y2 - y1);

// Calculation of the distance between x3, y3 and x, y (= minimum distance^2)
dist = (x3 - x) * (x3 - x) + (y3 - y) * (y3 - y);

if (dist < mindist)
{
    mindist = dist;
    xwall = x;
    ywall = y;
    control = -1;
}

mindist = sqrt(mindist);

double delta = 0;
bool inside = true;
double xlast = xwall;
double ylast = ywall;
double length = 0;

int maprows;
maprows = Problem_Parameter::map.size();

```

```

if ((control==1) && (mindist > 0.05))
{
    inside = false;
    mapped[e]=true;
}
else
{
    Problem_Parameter::map.resize(maprows+1);
    Problem_Parameter::map[maprows].resize(3);
    Problem_Parameter::map[maprows][0]=xwall;
    Problem_Parameter::map[maprows][1]=ywall;
    Problem_Parameter::map[maprows][2]=control;

    // Structure of vector (array) map
    // one row for each mapped point in the boundary or wake center line
    // each mesh element is responsible for one mapped point unless this element was included
    // already in a previous mapping
    // first 2 cells of the row = coordinates (x,y) of point in the boundary or wake
    // third cell = variable control
    // remaining cells = intercepted elements from the wall (or wake) to the outside
    // for each element there are four cells: element#, distance to the wall (or wake),
    // local coordinates of the intersection point (x,y)
}

while (inside == true)
{
    Vector<double> target(2);
    target[0]=xlast;
    target[1]=ylast;

    for (unsigned e1=0;e1<n_element;e1++)
    {
        ELEMENT *el1_pt =
            dynamic_cast<ELEMENT*>(Fluid_mesh_pt->element_pt(e1));
        GeomObject *geom_obj_pt=0;
        Vector<double> loccoord(2);

        Locate_zeta_helpers::Max_newton_iterations = 10;
        Locate_zeta_helpers::N_local_points = 2;
        Locate_zeta_helpers::Newton_tolerance = 1.0e-7;
        Locate_zeta_helpers::Rounding_tolerance = 1.0e-11;

        el1_pt->locate_zeta(target,geom_obj_pt,loccoord,false);

        if (geom_obj_pt!=0)
        { // element has been located
            int index;

            if ((length>mindist) && (e1!=e) && (!mapped[e]))
            {
                // this condition is to prevent jumping over element e
                index=Problem_Parameter::map[maprows].size();
                Problem_Parameter::map[maprows].resize(index+4);
                Problem_Parameter::map[maprows][index]=e;
                Problem_Parameter::map[maprows][index+1]=mindist;
                Problem_Parameter::map[maprows][index+2]=El_center[0];
                Problem_Parameter::map[maprows][index+3]=El_center[1];
                mapped[e]=true;
            }
            index=Problem_Parameter::map[maprows].size();
            Problem_Parameter::map[maprows].resize(index+4);
            Problem_Parameter::map[maprows][index]=e1;
            Problem_Parameter::map[maprows][index+1]=length;
            Problem_Parameter::map[maprows][index+2]=loccoord[0];
            Problem_Parameter::map[maprows][index+3]=loccoord[1];
            mapped[e1]=true;
        }
    }
}

```

```

        delta = sqrt(4 / sqrt(3) * el1_pt->size() );
        break;
    }
} // end of elements loop

length = length + delta;
xlast = xlast + delta * (x3 - xwall)/mindist;
ylast = ylast + delta * (y3 - ywall)/mindist;

// Note: make more general in future
if ((xlast > 0.9) || (xlast < 0.1) || (ylast > 0.2) || (ylast < 0.0) || ((length > 0.05) && (control == 1)))
{
    inside = false;
}

} // end while

// resizing viscosity Vectors based on the number of elements in the mesh
Problem_Parameter::visctemp.resize(n_element,1);

}

// Calculation of the eddy viscosity acc. to Baldwin-Lomax model
// Ref. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD, 3rd Edition, 2006

void BL_viscosity_calculation()
{
    int maprows;
    maprows = Problem_Parameter::map.size();

    cout << "Starting eddy viscosity calculation \n";

    const unsigned n_element = Fluid_mesh_pt->nelement();

    // Vector to control if eddy viscosity in each element is up to date
    vector<bool> viscupdated;
    viscupdated.resize(n_element,false);

    // Baldwin-Lomax constants
    double k=0.4;
    double a0plus = 26;
    double cwk = 1;
    double alpha = 0.0168;
    double ccp = 1.6;
    double ckleb = 0.3;

    // loop in the normal lines
    for (unsigned nl=0; nl<maprows; nl++)
    {
        double frictionvelocity=0;

        // calculating friction velocity
        // only for the 1st element of the line (at the wall)
        // does not apply for wakes

        int e;
        e=Problem_Parameter::map[nl][3];

        ELEMENT *el_pt =
            dynamic_cast<ELEMENT*>(Fluid_mesh_pt->element_pt(e));

        // point is in the solid boundary
        if (Problem_Parameter::map[nl][2]==1)
        {
            Vector<double> loccoord(2);
            loccoord[0]=Problem_Parameter::map[nl][5];

```

```

loccoord[1]=Problem_Parameter::map[nl][6];

// surface shear stress at the wall
// Note: double-check formula
DenseMatrix<double> strainrate(2,2);
el_pt->strain_rate(loccoord,strainrate);
double shearstress;
shearstress = 2 * strainrate(0,1);

double viscosity;
viscosity = 1e-6;

frictionvelocity = sqrt(viscosity*abs(shearstress));
}

// looking for Fmax
// stoping at the first peak
int index;
index=Problem_Parameter::map[nl].size();

// Baldwin-Lomax variables
double Fmax=0;
double ymax=0;
double velocFmax=0;
double y=0;
double yplus;
double lmix;

// j contains the element number, j+1 is the distance to the wall (wake)
for (unsigned j=7;j<index-3;j=j+4)
{
    int el;
    el=Problem_Parameter::map[nl][j];
    ELEMENT *el1_pt =
        dynamic_cast<ELEMENT*>(Fluid_mesh_pt->element_pt(el));

    y=Problem_Parameter::map[nl][j+1];

    if (Problem_Parameter::map[nl][2]==-1)
    {
        lmix = k * y;
    }
    else
    {
        double viscosity;
        viscosity = 1e-6;
        yplus=frictionvelocity*y/viscosity;
        lmix = k * y * (1 - exp((-yplus)/a0plus));
    }

    // looking for intersection point
    Vector<double> loccoord(2);
    loccoord[0]=Problem_Parameter::map[nl][j+2];
    loccoord[1]=Problem_Parameter::map[nl][j+3];
    Vector<double> vortex(1);
    el1_pt->get_vorticity(loccoord,vortex);

    // velocity at Fmax will be used only for wakes
    double velocx = el1_pt->interpolated_u_nst(loccoord,0);
    double velocity = el1_pt->interpolated_u_nst(loccoord,1);
    double veloc = sqrt(velocx*velocx + velocity*velocity);

    double f;
    f = 1 / k * (lmix * abs(vortex[0]));
    if (f>Fmax)
    {
        Fmax = f;
    }
}

```



```

    ymax = y;
    velocFmax = veloc;
}
else break;

} // end elements loop

double udif;

// to speed up calculation vmax will be assumed as
// velocity at inlet * 0.99
// a more elegant (although slower) way would be to find vmax
// for each radial line

double vmax;

// Note: 2 is the inlet velocity for this particular problem,
// make automatic in future
vmax = 0.99*2;

if (Problem_Parameter::map[nl][2]==1) velocFmax = 0;
udif = vmax - velocFmax;

double fwake;

if ((ymax * Fmax) < (cwk*ymax*udif*udif/Fmax)) fwake = (ymax * Fmax);
else fwake = (cwk*ymax*udif*udif/Fmax);

// calculate now eddy viscosity for all the elements in the radial line

for (unsigned j=3;j<index-3;j=j+4)
{
    int el;
    el=Problem_Parameter::map[nl][j];

    if (!viscupdated[el])
    {
        y=Problem_Parameter::map[nl][j+1];

        ELEMENT *el2_pt =
            dynamic_cast<ELEMENT*>(Fluid_mesh_pt->element_pt(el));

        double fkleb;
        fkleb = 1 / (1+5.5 * pow((y/(ymax/ckleb)),6));

        double eddyviscosity;
        eddyviscosity = alpha * ccp * fwake * fkleb;

        if (Problem_Parameter::map[nl][2]==1)
        {
            double viscosity;
            viscosity = 1e-6;
            yplus=frictionvelocity*y/viscosity;
            lmix = k * y * (1 - exp((-yplus)/a0plus));

            // looking for intersection point
            Vector<double> loccoord(2);
            loccoord[0]=Problem_Parameter::map[nl][j+2];
            loccoord[1]=Problem_Parameter::map[nl][j+3];
            Vector<double> vortex(1);
            el2_pt->get_vorticity(loccoord,vortex);

            double viscoin;
            viscoin = lmix * lmix * abs(vortex[0]);

            if (viscoin < eddyviscosity) eddyviscosity=viscoin;
        }
    }
}

```

```
eddyviscosity = eddyviscosity / 1e-6;  
eddyviscosity = 1 + eddyviscosity;  
  
Problem_Parameter::visctemp[el]=eddyviscosity;  
el2_pt->viscosity_ratio_pt() = &Problem_Parameter::visctemp[el];  
viscupdated[el]=true;  
}  
  
} // end elements loop  
  
} // end of normal lines loop  
  
}
```

APÊNDICE C - REFERÊNCIAS DA TABELA DE INCIDÊNCIA DE TRINCAS OU RUÍDOS EM TRAVESSAS

Little Long, Canadá

(GOLDWAG e BERRY, 1968), (DÖRFLER, SICK e COUTU, 2013).

Donje, Suécia

(GUMMER e HENSMAN, 1992), (BENKÖ e HOLMÉN, 1970).

Tabka 1, Síria

(GUMMER e HENSMAN, 1992).

Chavantes, Brasil

(GUMMER e HENSMAN, 1992).

Ilha Solteira, Brasil

(GUMMER e HENSMAN, 1992).

Marimbondo, Brasil

(GUMMER e HENSMAN, 1992), (WERNICKE, KIRCHNER e ULITH, 1978), (CIEM - CONSÓRCIO ITAIPU ELETRO MECÂNICO, 1979).

Funil, Brasil

(GUMMER e HENSMAN, 1992), (WERNICKE, KIRCHNER e ULITH, 1978).

Capivara, Brasil

(ARONSON, ZABELKIN e PYLEV, 1986), (D'AGOSTINI NETO, 2007).

Angostura, México

(GUMMER e HENSMAN, 1992), (GREIN e STAEHLE, 1978).

Infiernillo, México

(GUMMER e HENSMAN, 1992).

La Villita, México

(GUMMER e HENSMAN, 1992).

Malpaso, México

(GUMMER e HENSMAN, 1992).

Água Vermelha, Brasil

(GUMMER e HENSMAN, 1992), (CASACCI, LOURDEAUX e WEGNER, 1982), (CIEM - CONSÓRCIO ITAIPU ELETRO MECÂNICO, 1979).

São Simão, Brasil

(GUMMER e HENSMAN, 1992), (CASACCI, LOURDEAUX e WEGNER, 1982),
(CIEM - CONSÓRCIO ITAIPU ELETRO MECÂNICO, 1979).

Sobradinho, Brasil

(GUMMER e HENSMAN, 1992).

Itumbiara, Brasil

(ROCHA e WERNICKE, 1988).

Djerdap I, Sérvia

(MUSKATIROVIC e PREDIC, 1989), (GAJIC, MANZALOVIC e PREDIC, 2010),
(BORDEASU, POPOVICIU e NOVAC, 2012).

Nipawin, Canadá

(GUMMER e HENSMAN, 1992).

---, Iugoslávia

(KRMELJ, 1988).

Nkula Falls, Malavi

(FISHER, GUMMER e LIESS, 1994).

Yacyreta, Argentina

(GISSONI, 2005).

Mian Hua Tan, China

(GISSONI, 2005).

Zongpingxi, China

(LI, LUI e LI, 2010).

Middle Marsyangdi, NepalRevelstoke U5, CanadáThree Gorges, China

(PANG, LÜ, *et al.*, 2011).

Cachoeira Dourada, BrasilWaneta, Canadá.