GUILHERME FABIANO MENDONÇA DOS SANTOS
Análise de segurança de veículo ferroviário de carga em tangente considerando a excitação periódica da via permanente
considerando a excitação periodica da via permanente
São Paulo
2015

#### **GUILHERME FABIANO MENDONÇA DOS SANTOS**

Análise de segurança de veículo ferroviário de carga em tangente considerando a excitação periódica da via permanente

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração: Dinâmica e Controle

Orientador: Prof. Dr. Roberto Spinola

Barbosa

São Paulo 2015

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.
São Paulo, 22 de maio de 2015.
Assinatura do autor
Assinatura do orientador

### Catalogação-na-publicação

Santos, Guilherme Fabiano Mendonça dos Análise de segurança de veículo ferroviário de carga em tangente considerando a excitação periódica da via permanente / G.F.M. dos Santos. – versão corr. -- São Paulo, 2015. 113 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Ferrovias 2.Dinâmica 3.Descarrilhamento 4.Simulação computacional I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

SANTOS, G. F. M. dos. **Análise de segurança de veículo ferroviário de carga em tangente considerando a excitação periódica da via permanente**. São Paulo. 2015. 113 pp. Tese (Doutorado) Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

#### **AGRADECIMENTOS**

À Vale S.A., em particular aos meus gestores e colegas de trabalho que acreditaram neste projeto e me incentivaram até a sua conclusão.

Aos meus pais, Saul e Maria José, e esposa Zinia que não me deixaram desistir.

Ao meu orientador Prof. Dr. Roberto Spinola Barbosa e a Universidade de São Paulo pela excelência nos conhecimentos transmitidos.

#### **RESUMO**

SANTOS, G. F. M. dos. **Análise de segurança de veículo ferroviário de carga em tangente considerando a excitação periódica da via permanente**. 2015, 113f Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015

Uma ocorrência ferroviária tem danos imprevisíveis, desde um simples atraso do horário do trem enquanto o socorro ferroviário encarrilha o vagão, até prejuízos milionários com grande perda de ativos (material rodante e via permanente) e, em casos extremos, até vidas humanas. Portanto, as ferrovias nacionais sempre buscam maneiras de programar ações que minimizam este risco. Uma das principais ações é estabelecer critérios de manutenção sempre justos. Entretanto, estes critérios geralmente não contemplam de maneira conjunta a dinâmica veicular e a geometria da via permanente. Neste sentido, este trabalho elabora um modelo matemático de um vagão ferroviário de alta capacidade em conjunto com a flexibilidade do suporte da via permanente. O modelo matemático foi validado e considerado satisfatório, a partir da comparação das frequências naturais obtidas no vagão real e na comparação de seu resultado produzido a partir de uma entrada medida com equipamentos de controle de geometria de linha e de medições dinâmicas realizadas por vagão instrumentado. Um método estratégico para análise da segurança do veículo foi sugerida e utilizada mostrando-se capaz de determinar os comprimentos de onda da via permanente que devem ser priorizados na manutenção, bem como na análise da segurança do vagão quando na adoção de restrições de velocidades.

Palavras chave: Ferrovias, Dinâmica Veicular, Descarrilamento e Simulação computacional

**ABSTRACT** 

SANTOS, G. F. M. dos. Safety analysis of a railway car in tangent considering

the periodic excitation of the permanent way. 2015, 113f Tese (Doutorado) –

Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

A railway derailment is usually an unpredictable, damage from a simple train delay of

to a big goods loss of assets (rolling stock and permanent way) and, in extremely

cases, even human lives. Therefore, the Brazilian's railways are always implementing

actions that minimize this risk of a derailment. One of the main actions is to establish

tight maintenance criteria. However, these usually do not consider the vehicle

dynamics and the geometry of the permanent way together. Thus, this paper

develops a mathematical model of a high capacity railcar together with the flexibility

of the support of the permanent way. The mathematical model was validated and

considered satisfactory, by comparing the natural frequencies obtained between the

model and a real vehicle tested in the field. In addition, the model results were

compared against filed measurements of an instrumented wagon and a track

geometric data. A strategic method to analysis the operational safety analysis was

suggested and used proving to be able to determine the wavelength of the

permanent way that should be prioritized in the maintenance action as well as when

adopting speed restriction.

Keywords: Railway, Vehicle Dynamics, Derailment, Computer simulation

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	OBJETIVOS E MOTIVAÇÃO DO TRABALHO	17
2.1	Organização	18
2.2	Métodos	19
3	DINÂMICA VEICULAR E LIMITES DE SEGURANÇA OPERACIONAL	20
3.1	Caracterização da via permanente	20
3.2	Mecanismo de direcionamento do rodeiro ferroviário	22
3.3	Modos de movimento do vagão ferroviário	25
	Limites de segurança operacional	
	4.2 Proposição de Barbosa	
	4.3 Limites determinados pela norma da AAR	
4	MODELAGEM DO VAGÃO GDU E DA VIA PERMANENTE	32
4.1	Introdução à modelagem de sistemas mecânicos e estudo da resposta	32
	Modelagem do veículo ferroviário	
	2.1 Modelagem do tipo "meio-veículo" do vagão GDU	
	<ul><li>2.2 Modelagem do vagão completo</li></ul>	
٦.	2.3 Ensaio modal para levalitamento das propriedades do vagao ODO	00
4.3	Modelagem da Via Permanente	67
4.	.3.1 Modelagem da Infraestrutura da Via Permanente	67
	4.3.1.1 Modelagem do Trilho	
1	4.3.1.2 Modelagem do Lastro e Dormente	
4.	3.2 Modelagem das irregularidades da Via Permanente	12
4.4	Interação dinâmica entre os modelos do veículo e da via permanente	72
5	VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL	75
5.1	Validação experimental	75
5.2	Simulação computacional	82
6	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES DE TRABALHOS FUTUROS	100
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	103
8	APÊNDICE A – PROGRAMAS COMPUTACIONAIS DESENVOI VIDOS.	107

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Custo por ocorrência na EFC entre ago-07 e ago-11	.17
Figura 3.1 – Representação das irregularidades da via permanente (Garg, 1984)	.21
Figura 3.2 – Busca do rodeiro pelo centro da via, Almeida 2006	.23
Figura 3.3 – Comportamento lateral estável	.23
Figura 3.4 – Comportamento lateral estável e cíclico (Porto, 1986)	.24
Figura 3.5 – Comportamento lateral instável (Porto, 1986)	.24
Figura 3.6 – Truque ferroviário (3 peças), Sisdelli 2.006	.25
Figura 3.7 – Modos clássicos de movimento do vagão, Barbosa 2007	.27
Figura 3.8 – Contato roda-trilho e forças envolvidas (Dukkipati, 2000)	.28
Figura 3.9 – Representação gráfica da Equação de Nadal	.29
Figura 4.1 – Sistema massa-mola-amortecedor	.33
Figura 4.2 – Comportamento das raízes no plano complexo	.34
Figura 4.3 – Curvas de ampliação de amplitudes de vibração para um sistema	.36
Figura 4.4 – Sistema massa-mola-amortecedor com excitação pela base	.37
Figura 4.5 – Diagrama de blocos funcional	.38
Figura 4.6 – Representação do modelo tipo "meio-veículo" do vagão ferroviário	.45
Figura 4.7 – Vagão tipo GDU utilizado no ensaio modal	.48
Figura 4.8 – Resposta do sistema para entradas em fase e V = 1 m/s	.51
Figura 4.9 – Resposta do sistema para entradas em oposição fase e V = 1 m/s	.51
Figura 4.10 – Diagrama de Bode	.52
Figura 4.11 – Amplitude de q3 em função da velocidade de translação	.53
Figura 4.12 – Esboço do vagão utilizado na modelagem	.54
Figura 4.13 – Desenho esquemático com a localização dos sensores laterais no	
vagão (vista lateral)	.60
Figura 4.14 – Desenho esquemático com a localização dos sensores verticais no	
vagão (vista superior)	.60
Figura 4.15 – Sensor LDZ4	.61
Figura 4.16 – Travamento das cunhas de fricção (amortecimento)	.61
Figura 4.17 – História temporal dos sensores verticais para o modo de balanço	
lateral	.62
Figura 4.18 – Espectro em frequência (Hz) dos sensores verticais para o modo de	<del>;</del>
balanço lateral	.63

Figura 4.19 – História temporal dos sensores laterais para o modo de balanço	
direção64	4
Figura 4.20 – História temporal dos sensores verticais para o modo vertical (bounce)	
6 <sub>4</sub>	4
Figura 4.21 – História temporal dos sensores verticais para o modo de arfagem (pitch)69	5
Figura 4.22 – Seção transversal de uma ferrovia típica (Porto, 2004)6	
Figura 4.23 – Ilustração do modelo da infraestrutura utilizado (adaptada de Correa	
2003)68	8
Figura 4.24 – Elemento de viga e graus de liberdade68	
Figura 4.25 – Ilustração da interação veículo via simplificada (adaptada de Correa	
2003)72	2
Figura 5.1 – Carro Controle EM10079	5
Figura 5.2 – Vagão instrumentado utilizado pela Vale70	
Figura 5.3 – Sensor aplicado à suspensão do vagão instrumentado7	
Figura 5.4 – Deflexão da suspenção secundária do vagão instrumentado7	7
Figura 5.5 – Desnivelamento transversal medido em dez/1278	8
Figura 5.6 – Comparação entre o resultado medido e o simulado com o modelo	
completo em <i>MatLab</i> 78	8
Figura 5.7 – Rodeiro Instrumentado79	9
Figura 5.8 – Comparação entre o resultado medido experimentalmente e o modelo	
matemático para primeira roda direita do vagão80	O
Figura 5.9 – Comparação entre o resultado medido experimentalmente e o modelo	
matemático para primeira roda esquerda do vagão80	O
Figura 5.10 - Densidade espectral do resultado das simulações (superior) e	
medidos em campo com rodeiro instrumentado (inferior). (a) roda direita, (b)	
roda esquerda8	1
Figura 5.11 – Exemplo da excitação da via permanente82	2
Figura 5.12 – Fluxograma da simulação computacional realizada83	3
Figura 5.13 – Espectro de frequência espacial do desnivelamento transversal84	4
Figura 5.14 – Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade	÷
transversal periódica com comprimento de onda de 4,3 m86	ô

Figura 5.15 – Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para
irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 4,3 m86
Figura 5.16 – Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade
transversal periódica com comprimento de onda de 5,3 m87
Figura 5.17 – Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para
irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 5,3 m87
Figura 5.18 – Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade
transversal periódica com comprimento de onda de 5,8 m88
Figura 5.19 – Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para
irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 5,8 m88
Figura 5.20 - Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade
transversal periódica com comprimento de onda de 6,0 m89
Figura 5.21 – Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para
irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 6,0 m89
Figura 5.22 – Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade
transversal periódica com comprimento de onda de 7,1 m90
Figura 5.23 – Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para
irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 7,1 m90
Figura 5.24 – Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade
transversal periódica com comprimento de onda de 11,9 m91
Figura 5.25 – Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para
irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 11,9 m91
Figura 5.26 – Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade
transversal periódica com comprimento de onda de 18 m92
Figura 5.27 – Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para
irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 18 m92
Figura 5.28 – Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade
transversal periódica com comprimento de onda de 24 m93
Figura 5.29 – Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para
irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 24 m93
Figura 5.30 – Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade
transversal periódica com comprimento de onda de 30 m94

Figura 5.31 – Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para
irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 30 m94
Figura 5.32 - Relação de dependência entre a velocidade na qual o movimento se
amplifica e o comprimento de onda da excitação96
Figura 5.33 - Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade
transversal periódica com comprimento de onda de 9,30 m e velocidade de 80
km/h97
Figura 5.34 - Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para
irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 9,30 m e
velocidade de 80 km/h97
Figura 5.35 – Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade
transversal periódica com comprimento de onda de 11,60 m e velocidade de 80
km/h98
Figura 5.36 - Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para
irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 11,60 m e
velocidade de 80 km/h98

### LISTA DE TABELAS

Tabela 4-1 – Tipos de Funções Resposta em Frequência	37
Tabela 4-2 – Derivadas parciais das velocidades dos corpos com respeito a cada	
velocidade generalizada	46
Tabela 4-3 – Propriedades mecânicas do vagão	49
Tabela 4-4: Variáveis do modelo e sua descrição	55
Tabela 4-5: Graus de liberdade de cada componente do modelo	55
Tabela 4-6: Frequências naturais e centro de gravidade para o vagão GDU	65
Tabela 4-7: Rigidez da suspensão secundária	66
Tabela 4-8: Frequências naturais medidas em campo e no modelo para o vagão	
GDU	66
Tabela 5-1 – Sumário dos resultados das simulações	95

## 1 INTRODUÇÃO

No Brasil a primeira ferrovia data do final do século XIX, sendo que, por volta de 1950, o governo federal decidiu unificar administrativamente as 18 estradas de ferro federais, criando a Rede Ferroviária Federal S.A. (RFFSA) com cerca de 37.000 km de extensão. Mais tarde, as ferrovias da malha paulista (pertencentes ao Governo do Estado de São Paulo) também foram incorporadas à RFFSA, dentro do processo de desestatização que terminou com a extinção da Rede Ferroviária Federal em 1.999.

O que se viu desde então foi um crescente desenvolvimento do setor ferroviário de carga, promovido principalmente por mineradoras que teriam seus negócios inviabilizados, se fossem utilizados outros modais de transporte. Por exemplo, se fosse utilizado o sistema rodoviário, com qualidade da manutenção e investimentos adequados, transportar 100 milhões de toneladas de minério de ferro por ano, significa a necessidade de cerca de 6.000 caminhões por dia desembarcando no destino final, isto provavelmente tornaria o minério de ferro um dos minerais mais preciosos, impactando toda uma cadeia produtiva.

A Estrada de Ferro de Carajás (EFC), entre os estados Brasileiros do Pará e o Maranhão, possui aproximadamente 900 quilômetros de extensão de linha singela e bitola nominal de 1,6 metros (também chamada de bitola larga) e transporta principalmente minério de ferro proveniente da região sul do Pará, precisamente Carajás-PA. Atualmente, o trem típico é formado por 330 vagões, tração distribuída em três blocos iguais e com velocidade máxima autorizada de 80 km/h para o trem vazio e 70 km/h no caso carregado.

O vagão mais utilizado no transporte é o tipo gôndola (com descarga em virador, chamado de GDT) projetado para o máximo de 130 toneladas brutas de carga, isto significa 32,5 toneladas brutas por eixo, porém recentemente a EFC tem adquirido vagões de capacidade ainda maior, ou seja, 37,5 toneladas por eixo, chamado de GDU. Este último será o objeto de estudo desta tese.

Cada vagão possui oito rodas de aço especial de 965,2 mm de diâmetro (38 polegadas), ou seja, cada roda descarrega sobre os trilhos uma carga estática aproximada de 16 toneladas, distribuída em uma área da ordem de 1 cm². Imaginase que esta seja uma das maiores razões pela qual as despesas com rodas se situe entre os três principais custos de uma ferrovia.

Ademais do custo, as rodas ferroviárias também figuram como principal ator na análise da segurança operacional do transporte, pois delas dependem o suporte e direcionamento do veículo. Conscientes deste fato, as grandes ferrovias estão cada vez mais interessadas em formar grupos para o gerenciamento do contato rodatrilho, que incluem técnicas de esmerilhamento de trilhos, desenvolvimento de perfis de contato otimizados, lubrificação, dinâmica veicular, entre outros.

Do ponto de vista operacional busca-se constantemente eliminar quaisquer restrições impostas pela via permanente ou pelo material rodante, seja ela de circulação ou de velocidade. Entretanto, sobre esta última condição, decisões não podem ser tomadas com base apenas na experiência ou considerando apenas um lado da interação veículo via sob pena de infringir um de seus principais valores, a *Segurança*. Justifica-se, portanto, a necessidade da busca de um bom entendimento da dinâmica veicular sob a ótica da segurança operacional utilizando-se, por exemplo, de simulações computacionais validadas por medidas de campo.

A forma mais comum de se estudar a segurança no transporte ferroviário é analisar a relação entre os esforços presentes no contato roda e trilho, particularmente a razão entre a carga lateral (transversal) e vertical. O critério mais conhecido para definição de um limite para esta razão é o estabelecido pela Equação de Nadal (Equação (1.1)), amplamente empregada no meio ferroviário (Barbosa, 2005):

$$\frac{L}{V} = \frac{\tan(\alpha) - \mu}{1 + \mu \tan(\alpha)} \tag{1.1}$$

Sendo:

L = força lateral;

V = força vertical;

 $\alpha$  = ângulo do plano de contato da roda e trilho;

 $\mu$  = coeficiente de atrito.

Assim, definir um limite seguro é uma questão que envolve apenas propriedades geométricas e tribológicas do par em contato, todavia conhecer o limite não é suficiente, deve-se determinar se os esforços reais, atuantes no contato roda e trilho, são inferiores a este limite.

Infelizmente, as solicitações no contato roda trilho dependem da resposta dinâmica (saída) do veículo dada à excitação (entrada) oriunda da trajetória do veículo, ou seja, a segurança depende das características do vagão e do meio por onde este trafega.

Portanto, é tecnicamente insuficiente analisar apenas a geometria da via permanente ou ainda o veículo. Os dois sistemas devem ser analisados em conjunto a todo tempo, conforme é demonstrado na literatura através de vários resultados simulação (Li, 2007 e 2008) e medidas de campo, pois uma boa parte dos limites geométricos definidos podem não produzir situações de risco real, sendo a recíproca também verdadeira.

## 2 OBJETIVOS E MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

Uma ocorrência ferroviária tem danos imprevisíveis, desde um simples atraso do horário do trem enquanto o socorro ferroviário encarrilha o vagão, até prejuízos milionários com grande perda de ativos (material rodante e via permanente) e, em casos extremos, vidas humanas.

Na Estrada de Ferro Carajás da Vale, os acidentes (descarrilamentos) ocorridos durante o período de agosto de 2007 a agosto de 2011 com causas atribuídas à imperfeição da geometria da via possuem os custos apurados em R\$ 12,7 milhões. Este custo deve-se fundamentalmente à perda do material rodante e de reparação da infraestrutura da via permanente. A Figura 2.1 ilustra este custo para o período citado, na qual nota-se que a variação do prejuízo é muito elevada de uma ocorrência para outra.

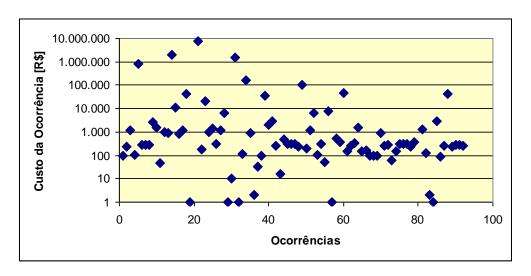


Figura 2.1 – Custo por ocorrência na EFC entre ago-07 e ago-11

Por outro lado, os critérios de inspeção da geometria da via permanente são adotados considerando-se apenas características básicas do veículo como a distância entre eixos do truque e altura do centro de gravidade.

Neste sentido, a literatura (Li, 2007) revela através de simulações computacionais que somente cerca de 40% dos locais identificados com irregularidades na via permanente acima de um determinado limite de manutenção em uma ferrovia na Suécia, resultariam em elevada carga dinâmica na via. Isto quer

dizer que, sob o ponto de vista da degradação da infraestrutura da via, dever-se-ia intervir apenas em 40% das exceções registradas.

Desta forma, o número elevado de ocorrências com causa atribuída à geometria da via permanente e principalmente, o elevado custo destas, aliada à falta de critérios de manutenção da via permanente que considerem a dinâmica veicular, motivam a realização desta tese.

Entretanto, estudar dinâmica veicular requer necessariamente a elaboração de modelos matemáticos, porém conforme Grando (2012) comenta, esta tarefa tem sido dividida em duas fases históricas. A primeira até a década de 80, na qual os pesquisadores utilizavam teorias clássicas da mecânica para escrever as equações matemáticas. Já em tempos mais recentes, com a evolução da informática, o meio tem optado para adotar programas computacionais dedicados. Uma das contribuições desta tese é utilizar métodos clássicos, como a Segunda Lei de Newton, para escrever as equações de movimento de modo se tenha ao final um modelo totalmente aberto e o completo domínio de suas entradas e saídas.

Assim, este trabalho visa elaborar um modelo matemático, validá-lo com medidas experimentais e estudar a resposta do veículo ferroviário às irregularidades geométricas periódicas da via permanente. Com este estudo será possível determinar com segurança que tipo de irregularidade da geometria deve-se considerar prioritário na estratégia de manutenção da via permanente de forma a contemplar também a dinâmica veicular.

Desta forma, a contribuição inédita deste trabalho é desenvolver uma metodologia para a avaliação da segurança operacional de maneira que se analise a dinâmica veicular (resposta efetiva do veículo) simultaneamente com a amplitude e conteúdo espectral da irregularidade geométrica da via permanente que atual com excitação do sistema.

## 2.1 ORGANIZAÇÃO

A tese será organizada em 7 (sete) capítulos, a saber:

Primeiro: Introdução com a apresentação do problema;

Segundo: objetivo e motivação do trabalho, bem como a sua organização;

Terceiro: Dinâmica Veicular e Limites de Segurança Operacional;

Quarto: Modelagem do Vagão GDU e da Via Permanente;

Quinto: Validação experimental e simulação computacional;

Sexto: Conclusões e Recomendações Finais

Sétimo: Referências Bibliográficas;

#### 2.2 MÉTODOS

A metodologia a ser adotada neste trabalho compreende etapas de modelagem, simulação computacional e validação com ensaios de campo.

A etapa de modelagem pode ser dividida em duas fases, a saber:

 A primeira será a construção do modelo do veículo utilizando-se dados de pesquisas anteriores realizadas pela Vale;

 A segunda fase será a modelagem da via permanente. Primeiramente será realizada uma modelagem analítica e posteriormente pretendem-se utilizar medições geométricas da via e tratamento adequado dos dados para a validação do modelo do veículo.

A etapa de validação da modelagem será realizada com ensaios de campo. Utilizando-se de sensores específicos para medição dos movimentos modais do vagão.

A última etapa será a análise das simulações com os modelos validados. Isto permitirá inferir sobre a qualidade da via permanente, sob o ponto de vista de irregularidades periódicas, recomendando novos critérios de manutenção a ser realizados, a fim de se garantir a segurança do transporte ferroviário.

# 3 DINÂMICA VEICULAR E LIMITES DE SEGURANÇA OPERACIONAL

Mecanicamente simples, a presença de elementos de natureza elementar como atrito seco e folgas entre componentes, a análise da dinâmica de veículos ferroviários praticamente obriga a utilização de ferramentas computacionais e soluções empíricas.

A eficiência e a produtividade de um sistema ferroviário são dependentes diretamente da qualidade e desempenho do material rodante. Este por sua vez, possui interação com a via permanente sendo afetado principalmente pela geometria e irregularidades da via. Desta forma, é impossível estudar um sem olhar para o outro, ou seja, deve-se analisar o vagão, a via e a interação destes.

#### 3.1 CARACTERIZAÇÃO DA VIA PERMANENTE

Para o material rodante (vagões e locomotivas), a via permanente pode ser definida como a excitação externa aos veículos, ou seja, sua modelagem é obrigatória para o estudo da interação dinâmica do veículo, desempenho dos vagões, conforto dos passageiros, etc.

As imperfeições na via permanente são um resultado da aplicação dos esforços oriundos da interação com os veículos ferroviários e das condições ambientais tais como: chuva, contaminação, vento e até uma qualidade de manutenção inadequada. Geralmente, as irregularidades se originam de forma branda e evoluem a condições críticas dependendo das características individuais da ferrovia.

Utilizam-se na prática quatro tipos de parâmetros geométricos para se definir as irregularidades de uma via permanente em tangente (reta):

 alinhamento horizontal: média da posição lateral dos trilhos com relação ao centro da via;

alinhamento = 
$$(y_e - y_d) / 2$$

superelevação: diferença entre as cotas verticais dos dois trilhos;

superelevação = 
$$z_e - z_d$$

perfil vertical: média entre as cotas verticais dos dois trilhos;

perfil vertical = 
$$(z_e + z_d) / 2$$

bitola: distância no plano horizontal entre os dois trilhos;

bitola = 
$$y_e - y_d$$

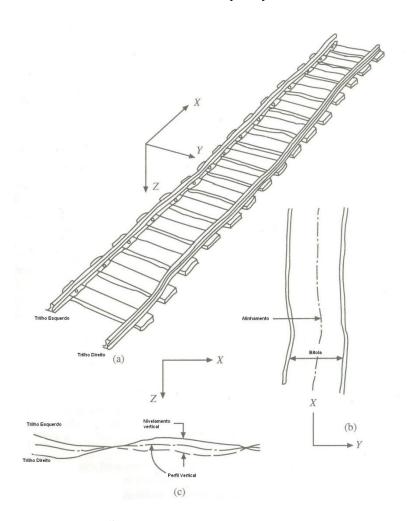


Figura 3.1 – Representação das irregularidades da via permanente (Garg, 1984)

Sendo x, y, z as coordenadas nas direções definidas pela Figura 3.1, "e" representa o trilho esquerdo e "d" o direito.

A variação da superelevação em uma determinada distância é chamada de empeno. Este defeito é muito comum nas ferrovias e de certa forma inevitável em curvas de transição.

Embora haja algumas normas internacionais para limitação e definições das tolerâncias das irregularidades, no Brasil cada ferrovia adota seus próprios critérios baseando-se em suas experiências e capacidade de manutenção, pois quanto mais apertada à tolerância, maiores são os investimentos necessários.

Matematicamente as irregularidades são tratadas utilizando-se funções especiais que melhor as representam sejam periódicas (em caso de juntas entre barras de trilhos) ou randômicas (utiliza-se a densidade espectral de frequência, Lei, 2002).

#### 3.2 MECANISMO DE DIRECIONAMENTO DO RODEIRO FERROVIÁRIO

O rodeiro é um componente fundamental do truque, sendo comum a todos os veículos ferroviários (locomotivas, carros de passageiros e vagões) e o seu direcionamento é determinado principalmente pela interação roda-trilho.

Este mecanismo de interação é fundamental para a dinâmica dos veículos desde que os rodeiros são corpos rígidos em contato sólido com os trilhos. Esta dinâmica depende das forças e momentos desenvolvidos pela interação roda-trilho e pela velocidade do veículo.

Em função da conicidade das rodas ferroviárias, a tendência de um rodeiro nos trilhos é:

- procurar a linha de centro da via permanente;
- girar em direção à linha de centro da via permanente, quando lateralmente deslocado, isto na via em tangente (reta);

 procurar achar uma posição deslocada lateralmente, quando em curva, onde os diâmetros das rodas sejam proporcionais aos comprimentos dos trilhos interno e externo.



Figura 3.2 – Busca do rodeiro pelo centro da via, Almeida 2006.

Para análise deste comportamento lateral (Figura 3.2) de auto excitação é mais facilmente observado em um trecho reto de uma via, mantendo-se a velocidade constante, poderemos observar um dos três casos típicos.

#### a) Comportamento Estável

Inicia-se o movimento oscilatório devido à perturbação da via e este tende a zero no decorrer do tempo. A velocidade do rodeiro é denominada subcrítica e o movimento é estável. A Figura 3.3 ilustra um comportamento lateral estável típico.

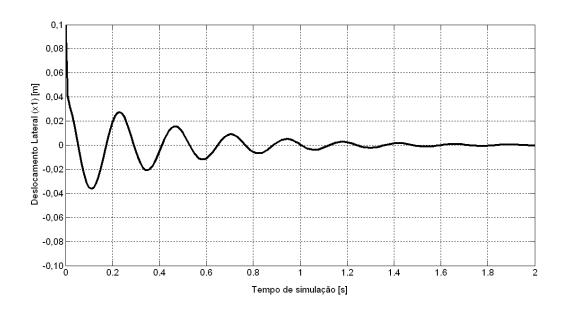


Figura 3.3 – Comportamento lateral estável

#### b) Comportamento Cíclico

Inicia-se o movimento oscilatório devido à perturbação da via, no qual as amplitudes diminuem, tendem a um movimento senoidal, através do tempo. A velocidade do rodeiro é denominada crítica e o movimento é estável e cíclico (Figura 3.4).

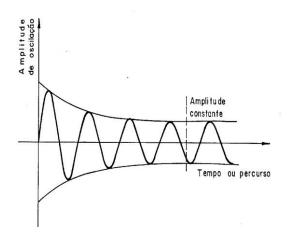


Figura 3.4 – Comportamento lateral estável e cíclico (Porto, 1986)

#### c) Comportamento Instável

Inicia-se o movimento oscilatório devido à perturbação da via, no qual as amplitudes tendem a crescer (Figura 3.5), que provocará finalmente o choque do friso da roda com o trilho, ocasionando o movimento de "zig-zag" do rodeiro. A velocidade do rodeiro é denominada supercrítica e o movimento é instável.

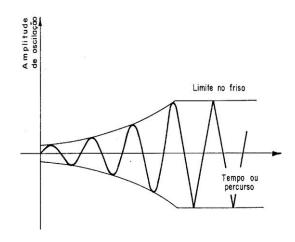


Figura 3.5 - Comportamento lateral instável (Porto, 1986).

#### 3.3 MODOS DE MOVIMENTO DO VAGÃO FERROVIÁRIO

Os veículos ferroviários convencionais são compostos de uma caixa apoiada normalmente em 2 truques. Basicamente os truques são estruturas suportadas por um ou mais rodeiros. Os veículos ferroviários mais comuns utilizam dois rodeiros por truque, sendo que as configurações de truques podem ser classificadas em 3 grandes categorias: truque de carro de passageiro (carros de longo percurso, veículos metroviários e de subúrbios), truques de vagões de carga e truques de locomotiva.

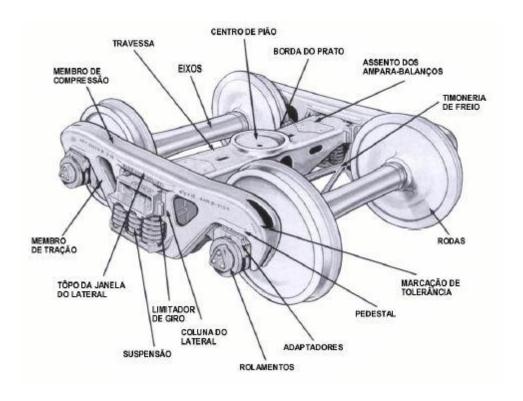


Figura 3.6 - Truque ferroviário (3 peças), Sisdelli 2.006.

A grande maioria dos truques convencionais de vagões de carga no Brasil segue o padrão da AAR (Association os American Railroads), compondo-se dos seguintes elementos:

- rodeiro (rodas + eixo) 2 unidades
- rolamentos e caixa de rolamentos 4 unidades
- laterais 2 unidades
- travessa 1 unidade

grupo de molas para suspensão (projetada para cada carga por eixo)

O vagão ferroviário possui 6 modos de movimentos clássicos conforme ilustrados na Figura 3.7. Sendo 3 de translação (Longitudinal, Vertical e Lateral) e 3 de rotação (Balanço Lateral, Arfagem e Direção). Há ainda o balanço lateral inferior e superior que se tratam da combinação dos movimentos de balanço lateral com a translação lateral da caixa.

A tarefa envolvida na modelagem matemática de forma manual e tradicional do veículo ferroviário é praticamente impossível se aproximações não forem feitas. Desta forma chegar-se-á a um sistema de equações diferenciais que podem ser escritas na forma típica de espaço e estados conforme mostrado nas Equações que seguem:

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + [B]\{u\}$$

$$\{y\} = [C]\{x\} + [D]\{u\}$$
(3.1)

$$\{y\} = [C]\{x\} + [D]\{u\} \tag{3.2}$$

na qual {x} é o vetor de estados, {u} o vetor de entradas, {y} o vetor de saídas e [A] a matriz dinâmica do sistema. A resolução das equações acima permitirá estudar os movimentos citados.

Entretanto, há disponíveis no mercado hoje avançados programas computacionais que tornam o estudo da dinâmica veicular uma tarefa de rotina para os militantes na área. Podem-se citar o NUCARS e o VAMPIRE como os programas mais utilizados na atualidade. Assim, é possível modelar e simular todas as condições reais como perfis de roda e trilho, característica da suspensão e imperfeições a via permanente.

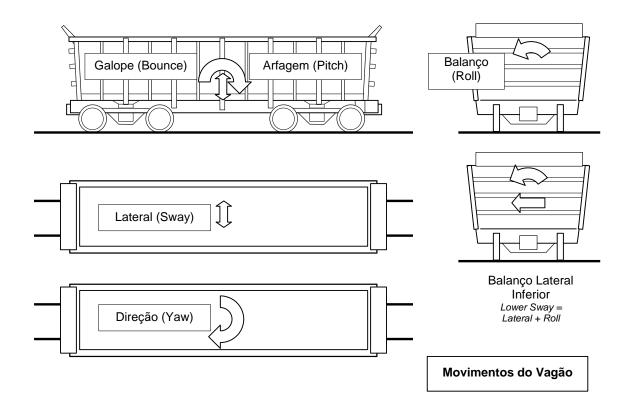


Figura 3.7 – Modos clássicos de movimento do vagão, Barbosa 2007

#### 3.4 LIMITES DE SEGURANÇA OPERACIONAL

A análise do processo de descarrilamento é crucial para a avaliação da segurança operacional. O fenômeno do descarrilamento é determinado pela interação de vários efeitos não lineares, incluindo a variação do ponto de contato entre a roda e o trilho, ângulo de contato, geometria da região de contato e as forças de interação.

Encontram-se disponíveis na literatura várias formulações que guiam o processo de descarrilamento (Barbosa, 2005) sempre o relacionando com a razão entre as forças lateral e vertical na região de contato. Comumente chamado de razão ou coeficiente de descarrilamento, este parâmetro é denotado por L/V, na qual L e V são as forças lateral e vertical no friso da roda respectivamente. O coeficiente L/V é utilizado como uma medida de segurança operacional para os veículos ferroviários, sendo que há diversos limites estabelecidos para ele. A seguir busca-se explorar as diversas formulações deste indicador de segurança.

#### 3.4.1 Equação de Nadal

Sem dúvidas esta é a formulação mais famosa e utilizada no meio ferroviário. A Figura 3.8 apresenta vista transversal da seção de contato entre a roda-trilho e as forças envolvidas podem-se obter as Equações (3.3) e (3.4):

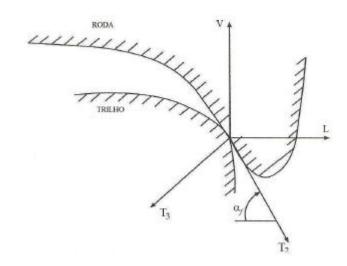


Figura 3.8 – Contato roda-trilho e forças envolvidas (Dukkipati, 2000)

$$L = T_2 \cos(\alpha) - T_3 \sin(\alpha) \tag{3.3}$$

$$-V = T_2 \operatorname{sen}(\alpha) + T_3 \cos(\alpha) \tag{3.4}$$

$$T2 = \mu T3 \tag{3.5}$$

Na qual:

L = a força lateral;

V = a força vertical;

 $T_2$  = a força de atrito no plano de contato;

T<sub>3</sub> a força normal ao plano de contato;

 $\alpha$  = é o ângulo do plano de contato;

 $\mu$  = é o coeficiente de atrito entre as partes em contato.

Substituindo as Equações (3.5) na (3.4) e (3.3) tem-se a Equação (3.6).

$$\frac{L}{V} = \frac{\tan(\alpha) - \mu}{1 + \mu \tan(\alpha)} \tag{3.6}$$

A Equação (3.6) é a famosa equação de Nadal para o limite de descarrilamento (Barbosa, 2005). Esta equação não leva em consideração o ângulo de ataque do rodeiro (yaw) nem tão pouco o efeito de rotação (spin) devido a ângulo cônico do friso da roda. O friso da roda é considerado como se estivesse escorregando no trilho. Entretanto a equação de Nadal é uma das mais práticas equações e fornece o valor crítico para o coeficiente de descarrilamento (L/V).

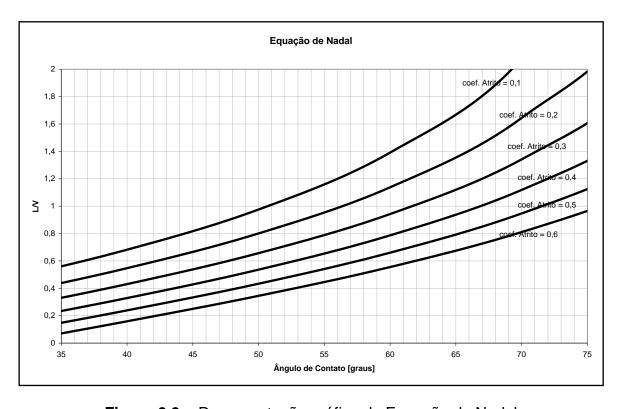


Figura 3.9 - Representação gráfica da Equação de Nadal

A Figura 3.9 apresenta a Equação de Nadal de forma gráfica, onde pode ser observada a grande influência do valor do coeficiente de atrito na determinação do limite de descarrilamento. Desta forma, a lubrificação de curvas pode contribuir fortemente para a segurança operacional. Por exemplo, para um ângulo típico de contato de  $65^{\circ}$  tem-se do gráfico que o limite para um trilho seco ( $\mu$ =0,5) L/V = 0,80 enquanto se a superfície de contato estiver lubrificada de modo que  $\mu$ =0,2, o valor limite de L/V, segundo Nadal é de 1,35, ou seja, 68% maior ou mais difícil de descarrilar.

#### 3.4.2 Proposição de Barbosa

A Equação de Nadal apresentada no item anterior considera apenas que o rodeiro possui ângulo de ataque nulo, ou seja, o rodeiro possui seu eixo de direção longitudinal paralelo ao eixo da via ou em posição radial em caso de inscrição em curvas. Entretanto, sabe-se que, devido às restrições geométricas e a dinâmica do movimento, o rodeiro quase sempre se inscreve sob um ângulo de ataque diferente de zero e neste caso a equação de Nadal não seria adequada.

Buscando endereçar a questão do ângulo de ataque, Barbosa, 2005 propõe uma nova formulação para o critério de segurança expresso pela Equação (3.7).

$$\frac{L}{V} = \frac{A\mu - B\tan\alpha}{B + A\mu\tan\alpha} \tag{3.7}$$

$$A = kx \operatorname{sen}(\psi) + (1 + ky) \cos(\psi)$$

$$B = \sqrt{kx^2 + 1 + 2ky + ky^2}$$
(3.8)

na qual:

kx = relação entre as forças longitudinais e transversais na região do contato rodatrilho;

ky = razão entre as forças de acoplamento e transversais na região de contato rodatrilho.

 $\psi$  = ângulo de ataque do rodeiro.

Em seu trabalho o autor apresenta gráficos com os valores limites de L/V calculados a partir de sua proposição e conclui que o efeito da presença de um ângulo de ataque não nulo é fundamental no processo de descarrilamento. Entretanto, este contribui a favor da segurança (eleva o valor do limite crítico) em comparação ao limite de Nadal, ou seja, Nadal torna-se mais conservador. Pode-se entender, portanto, a razão da Equação de Nadal ser tão utilizada e confiável no meio ferroviário.

#### 3.4.3 Limites determinados pela norma da AAR

A maioria das ferrovias nacionais segue as recomendações da AAR (*Association of American Railroads*) em suas operações, limites de segurança e práticas de manutenção. Dentre os vários volumes e capítulos de sua norma, pode-se destacar o Capitulo XI (*Service-worthiness tests and analyses for new freight cars*) que estabelece procedimentos experimentais e limites de segurança para o coeficiente L/V. Evidentemente, por ser uma norma prática, esta tende a ser conservativa, pois deve abranger o maior número de casos possíveis.

A Vale utiliza essas recomendações e limites em suas operações e todas as inspeções com rodeiros instrumentados ou qualquer teste de aceitação técnica de um novo veículo ou modificação deste são realizados para as tolerâncias abaixo:

	Valor Máximo de L/V para uma Roda	1,0
	Valor Máximo do Somatório de L/V para um Eixo	1,5
•	Valor máximo da soma de L/V de um dos lados do truque	0,6
	Mínima carga vertical V (% da carga nominal estática)	10%
	Tempo de Permanência em estado de anormalidade.	50 ms

#### 4 MODELAGEM DO VAGÃO GDU E DA VIA PERMANENTE

Para um bom entendimento da dinâmica é conveniente realizar uma pequena introdução sobre modelagem matemática começando por sistemas simples, tipo massa, mola e amortecedor de um grau de liberdade. Embora o modelo seja básico, ele permite explorar todos os conceitos importantes. Assim, este capítulo se inicia com uma introdução à modelagem de sistemas mecânicos e estudo da resposta. Na sequência, o veículo terá sua dinâmica vertical modelada utilizando-se a aproximação conhecida como "meio-veículo". Por fim, um modelo mais completo do vagão completo, com 15 graus de liberdade, será modelado através das Equações de Lagrange.

# 4.1 INTRODUÇÃO À MODELAGEM DE SISTEMAS MECÂNICOS E ESTUDO DA RESPOSTA

Considere o sistema massa, mola e amortecedor de 1 (um) grau de liberdade mostrado na Figura 4.1. Através do diagrama de corpo livre e aplicando a 2ª. Lei de Newton pode-se obter facilmente a Equação (4.1) que governa o movimento.

$$F(t) - F_s(t) - F_d(t) = m\ddot{x}(t)$$
 (4.1)

Na qual F(t), Fs(t) e Fd(t) são as forças de excitação, de mola e amortecimento, respectivamente; m representa a massa e  $\ddot{x}(t)$  a aceleração do corpo. Sabe-se que  $F_s(t) = k \; x(t)$  e  $F_d(t) = c \; \dot{x}(t)$  a Equação (4.1) torna-se:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \tag{4.2}$$

sendo que c é a constante de amortecimento e k a rigidez da mola.

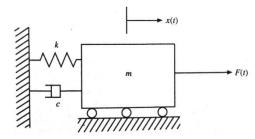


Figura 4.1 – Sistema massa-mola-amortecedor

O estudo da Equação (4.2) pode ser realizado em duas partes:

- F(t) = 0 Chamado sistema livre ou natural, e
- F(t) ≠ 0 Chamado sistema forçado.

#### Definindo-se:

• Frequência natural:  $w_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 

• Fator de amortecimento:  $\xi = c/(2mw_n)$ 

A Equação (4.2) para o sistema livre (F(t) = 0) pode ser reescrita da forma:

$$\ddot{x}(t) + 2\xi w_n \dot{x}(t) + w_n^2 x(t) = 0$$
(4.3)

Uma solução para a Equação (4.3) é obtida quando  $x(t) = Ae^{st}$ , sendo A uma constante e s um parâmetro a ser determinado. Assim, como  $Ae^{st} \neq 0$  deve-se resolver:

$$s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2 = 0 (4.4)$$

A Equação (4.4), também chamada de equação característica do sistema, possui as seguintes raízes, dependendo do valor de  $\xi = c/(2mw_n)$ 

Se  $\xi$  < 1: Sistema sub-amortecido;

$$s_1, s_2 = (-\xi \pm i\sqrt{1 - \xi^2})w_n \tag{4.5}$$

$$x(t) = e^{(-\frac{c}{2m}t)} [A\cos(w_d t) + Bsen(w_d t)]$$
 (4.6)

A e B são constantes a serem determinadas em função das condições iniciais e  $w_d = w_n \sqrt{1 - \xi^2}$ . Neste caso, ocorre oscilação.

Se  $\xi > 1$ : Sistema super-amortecido;

$$s_1, s_2 = (-\xi \pm i\sqrt{\xi^2 - 1})w_n \tag{4.7}$$

$$x(t) = Ae^{(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})} w_n t + Be^{(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})} w_n t$$
(4.8)

Neste caso não há oscilação, ou seja, a massa não passa pela posição de original com o mesmo sentido da velocidade inicial uma segunda vez.

Se  $\xi = 1$ : Sistema criticamente amortecido;

$$s_1 = s_2 = -\frac{c}{2m} = -w_n \tag{4.9}$$

$$x(t) = (A + Bt)e^{-\frac{c}{2m}t}$$
 (4.10)

Neste caso também não há oscilação.

A Figura 4.2 mostra a representação gráfica no plano real-imaginário da localização das raízes s1 e s2. Quando  $\xi=0$  as raízes são complexas e conjugadas no valor " $\pm i \ w_n$ ". À medida de  $\xi$  cresce, elas se afastam do eixo imaginário sobre a circunferência mostrada na figura, até que para  $\xi=1$ , tem-se uma única raiz real ( $-w_n$ ). Quando  $\xi>1$ , as raízes são reais e tendem a se separarem (diferentes) até que no limite, uma seja zero e a outra raiz tende ao infinito.

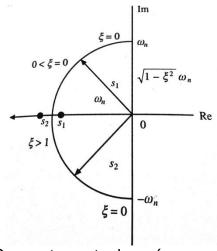


Figura 4.2 - Comportamento das raízes no plano complexo

Para a análise do sistema forçado por uma excitação do tipo harmônica deve-se considerar  $F(t) = F_0 \cos(wt)$ , sendo  $F_0$  a amplitude e w a frequência da excitação, desta forma a Equação (4.2) fica:

$$\ddot{x}(t) + 2\xi w_n \dot{x}(t) + w_n^2 x(t) = (F_0/k) w_n^2 \cos(wt)$$
(4.11)

A solução da Equação (4.11) é composta por duas partes, solução transiente e permanente (particular). A primeira solução é amortecida e permanece na resposta por tempo determinado restando apenas a solução permanente. Para resolver a Equação (4.11), considera-se que a solução seja da forma:

$$x(t) = X\cos(wt - \phi) \tag{4.12}$$

Na qual, X é a amplitude da resposta e  $\Phi$ , o ângulo de fase. Assim, tem-se:

$$X((w_n^2 - w^2)\cos(wt - \phi) - 2\xi w_n w sen(wt - \phi)) = (F_0/k) w_n^2 \cos(wt)$$
(4.13)

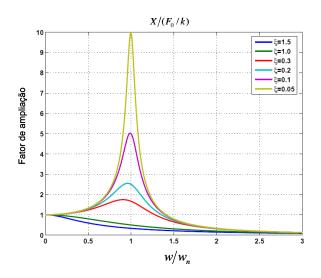
Após certa manipulação algébrica, chega-se:

$$X/(F_0/k) = \{ (1 - (w/w_n)^2)^2 + (2\xi(w/w_n))^2 \}^{-1/2}$$
(4.14)

$$\phi = \tan^{-1} \{ (2\xi(w/w_n)) / (1 - (w/w_n)^2)$$
 (4.15)

Nota-se nas Equações (4.14) e (4.15) que a amplitude  $X/(F_0/k)$  o ângulo da fase são funções da razão  $w/w_n$  e do fator de amortecimento  $\xi$ . Assim, para  $w/w_n <<1$ , a amplitude da resposta  $X/(F_0/k) \cong 1$  e a fase a zero. Por outro lado, se  $w/w_n >>1$ ,  $X/(F_0/k) \cong 0$  e a fase tende ao valor de 180°. Situação extrema ocorre quando a frequência de excitação é igual à frequência natural do sistema, ou seja,  $w/w_n = 1$ , a amplitude torna-se  $X/(F_0/k) = 1/2 \xi$ .

O exposto pode ser colocado de forma gráfica, como mostrado na Figura 4.3.



**Figura 4.3 –** Curvas de ampliação de amplitudes de vibração para um sistema com 1 (um) grau de liberdade. (Silva, 2009)

Assim, a solução completa do sistema definido pela Equação (4.11) é:

$$x(t) = A_1 e^{(-iw_n t)} \cos(w_d t + \phi_1) + \frac{F_0}{k} \frac{\cos(wt - \phi)}{\sqrt{(1 - (w/w_n)^2)^2 + (2\xi(w/w_n))^2}}$$
(4.16)

Na qual, A1 e Φ1 são determinados a partir das condições iniciais e são diferentes dos valores encontrados para a resposta livre, pois parte do termo transiente da Equação (4.16) é devido ao termo forçante (permanente).

Se a excitação da Equação (4.11) for representada na forma complexa:

$$(F_0/k)w_n^2 e^{-iwt} = X_s w_n^2 e^{-iwt}$$
 (4.17)

E a resposta seja considerada como mostra a Equação (4.18), esta pode ser substituída na Equação (4.11) retornando a Equação (4.19):

$$x(t) = X e^{-iwt} (4.18)$$

$$\frac{X}{X_s} = [1 - (w/w_n)^2 - 2i\xi(w/w_n)]^{-1} = H(w)$$
(4.19)

Na qual H(w) é conhecido como a função resposta em frequência (FRF) do sistema e seu módulo, mostrado na Equação (4.20) representa a fator de ampliação, ou seja, como relaciona a entrada e a resposta do sistema.

$$|H(w)| = \left[ (1 - (w/w_n)^2)^2 + (2\xi(w/w_n))^2 \right]^{-1/2}$$
(4.20)

Pode-se representar uma FRF graficamente de diferentes formas, sendo o Diagrama de Bode mais comum. Isto consiste em descrever o módulo e a fase da função resposta em frequência com a amplitude em dB  $(20*log_{10}(|H(w)|))$ .

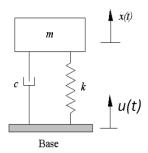
Note que na Equação (4.20) a função H(w) foi definida pela razão entre as amplitudes da resposta e da entrada em termos de deslocamento. Entretanto a FRF também pode ser descrita em função dos sinais de aceleração e velocidade, conforme apresentado na Tabela 4-1.

Tabela 4-1 – Tipos de Funções Resposta em Frequência

Resposta medida	FRF	Inverso da FRF
Deslocamento	$H(\omega)$ , Compliância	Rigidez dinâmica
Velocidade	$j\omega H(\omega)$ , Mobilidade	Impedância
Aceleração	$j^2\omega^2H(\omega)$ , Inertância	Massa aparente

na qual:  $j = \sqrt{-1}$ 

Entretanto, em sistemas dinâmicos veiculares como o ferroviário, a excitação geralmente é originária da base, conforme mostrado na Figura 4.4, na qual a excitação *u(t)* advém das irregularidades da geometria da via permanente.



**Figura 4.4 –** Sistema massa-mola-amortecedor com excitação pela base Para o sistema mostrado na Figura 4.4, a equação de movimento é dada por:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = c\dot{u}(t) + ku(t)$$
 (4.21)

Assumindo que a excitação seja harmônica da forma:

$$u(t) = U \operatorname{sen}(wt) \tag{4.22}$$

Na qual U é a amplitude da irregularidade periódica em [metros].

A Equação (4.21) pode ser reescrita da forma:

$$\ddot{x}(t) + 2\xi w_n \dot{x}(t) + w_n^2 x(t) = 2\xi w_n w U \cos(wt) + w_n^2 U sen(wt)$$
 (4.23)

A Equação (4.23) possui solução mostrada pela Equação (4.24):

$$x(t) = w_n U \left[ \frac{w_n^2 + (2\xi w)^2}{(w_n^2 - w^2)^2 + (2\xi w_n w)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \cos(wt - \phi_1 - \phi_2)$$
 (4.24)

Sendo:

$$\phi_{1} = \tan^{-1} \left( \frac{2\xi w_{n} w}{w_{n}^{2} - w^{2}} \right)$$
 (4.25)

$$\phi_2 = \tan^{-1} \left( \frac{w_n}{2\xi w} \right) \tag{4.26}$$

Desta forma, a função resposta em frequência ( $H_b(w)$ ) para o sistema da Figura 4.4 é dada por:

$$H(w) = \left[ \frac{1 + (2\xi \frac{w}{w_n})^2}{\left(1 - (\frac{w}{w_n})^2\right)^2 + \left(2\xi \frac{w}{w_n}\right)^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(4.27)

Para o caso geral, a excitações mostradas na Equação (4.17) e/ou Equação (4.22) pode ser generalizada para quando a força de excitação é periódica com múltiplas frequências fundamentais ou, em caso extremo, para sinais aleatórios que possuem larga banda de frequência em seu conteúdo. Desta forma, a excitação pode ser modelada (Felício, 2010) através da densidade espectral de potência *S(w)* e o diagrama de blocos do sistema pode ser ilustrado conforme mostrado na Figura 4.5 (Barbosa, 2011).

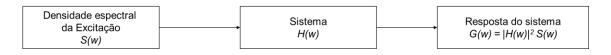


Figura 4.5 - Diagrama de blocos funcional

O sistema de 1 (um) grau de liberdade estudado pode ser generalizado para múltiplos graus (*n* = número de graus de liberdade). Neste caso pode-se demonstrar que as equações de movimento são:

$$[M]_{nxn} \left\{ \ddot{x}(t) \right\}_{nx1} + [C]_{nxn} \left\{ \dot{x}(t) \right\}_{nx1} + [K]_{nxn} \left\{ x(t) \right\}_{nx1} = \left\{ f(t) \right\}_{nx1}$$
(4.28)

Na qual [M], [C] e [K] são as matrizes de inércia, amortecimento e rigidez do sistema, respectivamente e n é o número de graus de liberdade do sistema.

A Equação (4.28) pode ser escrita na forma de espaço de estados (Ogata, 1993)

$$\begin{bmatrix} \{\dot{x}(t)\} \\ \{\ddot{x}(t)\} \end{bmatrix}_{2nx1} + [A]_{2nx2n} \begin{bmatrix} \{x(t)\} \\ \{\dot{x}(t)\} \end{bmatrix}_{2nx1} = [B]_{2nn} \{f(t)\}_{nx1}$$
(4.29)

Sendo que:

$$[A]_{2nx2n} = \begin{bmatrix} [0]_{nxn} & [I]_{nxn} \\ [[M]^{-1}[K]]_{nxn} & [[M]^{-1}[C]]_{nxn} \end{bmatrix}$$
(4.30)

$$[B]_{2nxn} = \begin{bmatrix} [0]_{nxn} \\ [M]_{nxn}^{-1} \end{bmatrix}$$
 (4.31)

Assim, a Função Resposta em Frequência para o sistema de múltiplos graus de variáveis fica (Cruz, 1996):

$$H(iw) = (iw[I] - [A])^{-1}[B]$$
(4.32)

Na qual [I] é a matriz identidade.

A visualização gráfica da função resposta em frequência do sistema de vários graus de liberdade é comumente feita através do Digrama de Bode para os Valores Singulares Máximos  $(\sigma_{_{M}}(H(iw)))$  e Mínimos  $(\sigma_{_{m}}(H(iw)))$ , Cruz, 1996.

Barbosa em 2011 propôs uma interessante forma de analisar a segurança do veículo baseando-se na distribuição de probabilidade da força de contato vertical definida pela Equação (4.33). Segundo o autor, a partir de um determinado momento, o valor *Fc* – probabilidade de perda de contato da roda – torna-se muito elevada e a segurança não pode mais ser garantida.

$$Fc = \left[\int_{w_{\min}}^{w_{\max}} G(w)dw\right]^{0.5} \tag{4.33}$$

## 4.2 MODELAGEM DO VEÍCULO FERROVIÁRIO

Para o processo de simulação computacional, o vagão de minério tipo GDU precisa ser modelado matematicamente. Esta tarefa foi realizada das seguintes formas:

- Modelo de "meio-veículo" realizado através da técnica de Kane;
- Modelo de um veículo com 15 graus de liberdade utilizando-se o a Equação de Lagrange e o programa MatLab.
- Ensaio Modal para levantamento das características de inércia e da suspensão do vagão GDU;

# 4.2.1 Modelagem do tipo "meio-veículo" do vagão GDU

Há disponíveis na literatura diversos métodos para modelagem matemática dos sistemas multicorpos (Barbosa, 1999). Um dos métodos mais comuns utiliza-se das chamadas Equações de Lagrange que é baseada na variação da energia cinética (V) e potencial (Q) dos corpos.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial (V - Q)}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial (V - Q)}{\partial q_r} + \sum_{j=1}^m \frac{\partial \phi_j}{\partial \dot{q}_r} \lambda_j - F_r = 0$$
(4.34)

Na qual:

V = energia cinética do sistema de partículas;

Q = energia potencial do sistema de partículas;

 $q_r$ = "r-ésima" coordenada generalizada;

 $\dot{q}_{r}$ = "r-ésima" derivada temporal da coordenada generalizada correspondente;

 $\lambda_j$  = "j-ésimo" multiplicador de Lagrange;

 $\phi_j$  = "j-ésimo" vínculo não holônomo;

 $F_r$  = "r-ésima" força generalizada.

Como se observa a utilização das Equações de Lagrange exige o conhecimento das energias cinéticas e potências do sistema e, principalmente, de suas derivadas com respeito ao tempo. Esta característica pode ser muito onerosa para o caso de sistemas de múltiplos graus de liberdade e corpos.

Por outro lado, Kane em 1985, partindo do princípio dos trabalhos virtuais (Princípio de D'Alembert) apresentou uma maneira objetiva de se derivar as equações do movimento. Embora a originalidade seja discutível (Baruh, 1999), o método é conhecido com Método de Kane.

Dado um sistema de N partículas sujeito às forças e vínculos externos. Cada força externa  $\vec{F}_k$  pode ser reposicionada no centro de gravidade  $\vec{G}_k$ , do corpo "k" adicionando um momento de transporte  $\vec{M}_k$ . O mesmo pode ser realizado para as forças  $\vec{F}_k^c$  (e momentos  $\vec{M}_k^c$ ) de vínculos. Realizando-se o equilíbrio das forças, temse a Equação 4.35.

$$\vec{F}_k + \vec{F}_k^* + \vec{F}_k^c = 0 \tag{4.35}$$

Na qual  $\vec{F}_k^* = -m_k a_k$  é chamada de forças de inércia para o "k-ésimo" corpo, sendo k=1, 2, ..., N.

Considerando-se o trabalho virtual realizados pelas forças totais e inerciais mostrado na Equação (4.36) e substituindo a Equação (4.35), obtém a Equação (4.37), considerando que o trabalho virtual das forças de vínculo é nulo ( $\vec{F}_k^c \cdot \delta r_k = 0$ ).

$$\delta W = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \cdot \delta r_i \tag{4.36}$$

$$\delta W = (\vec{F}_{ki} + \vec{F}_k^*) \cdot \delta r_k = 0 \tag{4.37}$$

ou

$$\delta W = (\vec{F}_k + \vec{F}_k^*) \cdot \frac{\partial \vec{r}_k}{\partial q_r} \delta q_r = 0$$
 (4.38)

Na qual  $\vec{r}_k = \vec{r}_k(q_r,t)$  é o vetor posição de cada partícula (ou corpo). Então:

$$\dot{\vec{r}}_k = \frac{\partial \vec{r}_k}{\partial q_r} \frac{dq_r}{dt} + \frac{\partial \vec{r}_k}{\partial t} = \frac{\partial \vec{r}_k}{\partial q_r} \dot{q}_r + \frac{\partial \vec{r}_k}{\partial t}$$
(4.39)

Realizando a derivada parcial da velocidade da partícula  $\vec{r}_k ou \, \vec{v}_k$  com respeito à velocidade generalizada  $\dot{q}_r$  chega-se à igualdade:

$$\frac{\partial \vec{r}_k}{\partial \dot{q}_r} = \frac{\partial \vec{r}_k}{\partial q_r} = \frac{\partial \vec{v}_k}{\partial \dot{q}_r} \tag{4.40}$$

Dado que o deslocamento virtual  $\delta q_r$  é arbitrário pode-se reescrever a Equação (4.38) na forma:

$$f_r + f_r^* = 0 ag{4.41}$$

Sendo que:

 $f_r = \vec{F}_k \cdot \frac{\partial \vec{v}_k}{\partial \dot{q}_r}$  é a força ativa generalizada e

 $f_r^* = \vec{F}_k^* \cdot \frac{\partial \vec{v}_k}{\partial \dot{q}_r}$  é a força de inércia generalizada.

De maneira análoga pode-se derivar as equações para os momentos generalizados ativos  $M_r$  e os devido à inércia  $M_r^*$  como:

$$M_{r} = \vec{T}_{k} \cdot \frac{\partial \vec{\omega}_{k}}{\partial \dot{q}_{r}} \tag{4.42}$$

$$M_{r}^{*} = -(\vec{\alpha}_{k} \cdot \vec{\vec{I}} + \vec{\omega}_{k} \times \vec{\vec{I}} \cdot \vec{\omega}_{k}) \cdot \frac{\partial \vec{\omega}_{k}}{\partial \dot{q}_{r}}$$

$$(4.43)$$

Nas quais,

 $\vec{T}_{\scriptscriptstyle k}$  = torque aplicado no "k-ésimo" corpo;

 $\vec{\alpha}_{k}$  = aceleração do "k-ésimo" corpo;

 $\vec{l}$  = momento de inércia polar;

 $\vec{\omega}_k$  = velocidade angular do "k-ésimo" corpo;

Por fim, considerando a superposição de forças e momentos, chega-se à principal equação do Método de Kane.

$$F_r + F_r^* = 0 ag{4.44}$$

Na qual:

$$F_r = f_r + M_r \tag{4.45}$$

$$F_r^* = f_r^* + M_r^* (4.46)$$

O equacionamento descrito permite escrever um algoritmo para a utilização da metodologia, resumido nos seguintes pontos:

- i. Nominar pontos de interesse dos corpos: centro de massa, local de aplicação das forças, etc.
- ii. Determinar as coordenadas e velocidades generalizadas;

- iii. Calcular as velocidades angulares e aceleração de todos os corpos e nos pontos importantes;
- iv. Construir a tabela com as derivadas parciais das velocidades dos corpos com respeito a cada velocidade generalizada;
- v. Escrever as equações de movimento utilizando a Equação (4.44).

Uma vez definida a metodologia, neste caso a de Kane, utiliza-se o procedimento descrito para a construção das equações de movimento do sistema mecânico representado pela Figura 4.6.

O primeiro passo é definir e nominar os pontos de interesse e/ou centro de massas. Na Figura 4.6 estes pontos, além dos componentes da suspensão estão representados, a saber:

- Caixa do vagão
  - Massa M e Inércia J=Jz
- Suspensão secundária
  - o Rigidez dianteira e traseira Kt e Kr, respectivamente
  - o Coeficiente de amortecimento dianteiro e traseiro Ct e Cr;
- Massas M1 e M2 que representam as massas das laterais do truque dianteiro e traseiro, respectivamente;
- Suspensão primária, sendo que em vagões de minério é composto por uma palmilha de borracha.
  - Rigidez dianteira e traseira K1 e K2, respectivamente;
  - Coeficiente de amortecimento dianteiro e traseiro C1 e C2;
- Ponto de contato entre a roda e trilho u1 e u2.

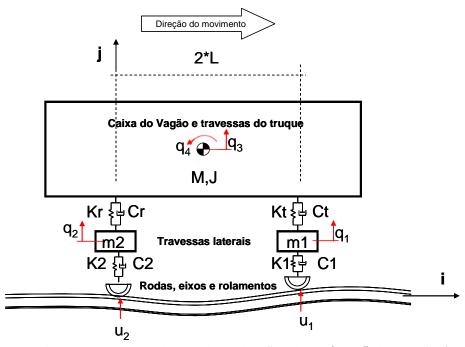


Figura 4.6 – Representação do modelo tipo "meio-veículo" do vagão ferroviário

Segue-se com a determinação dos vetores posição na forma  $\vec{r}_k = \vec{r}_k(q_r,t)$  e sua derivada temporal

$$\vec{r}_1 = 2L \vec{i} + q_1 \vec{j} \quad \Rightarrow \quad \dot{\vec{r}}_1 = \dot{q}_1 \vec{j} \tag{4.47}$$

$$\vec{r}_2 = 0 \, \vec{i} + q_2 \, \vec{j} \implies \dot{\vec{r}}_2 = \dot{q}_2 \, \vec{j}$$
 (4.48)

$$\vec{r}_3 = L \vec{i} + q_3 \vec{j} \implies \dot{\vec{r}}_3 = \dot{q}_3 \vec{j} \tag{4.49}$$

$$\vec{r}_{u1} = 2L \,\vec{i} + u_1 \,\vec{j} \implies \dot{\vec{r}}_{u1} = \dot{u}_1 \,\vec{j}$$
 (4.50)

$$\vec{r}_{u2} = 0 \ \vec{i} + u_2 \ \vec{j} \implies \dot{\vec{r}}_{u2} = \dot{u}_2 \ \vec{j}$$
 (4.51)

A caixa do vagão ainda possui outra coordenada generalizada  $q_{\scriptscriptstyle 4}$  que é o ângulo de arfagem do centro de gravidade do corpo superior. Assim,

$$w = \dot{q}_4 \vec{k} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \ddot{q}_4 \vec{k} \tag{4.52}$$

As Equações (4.47) a (4.51) e (4.52) representam também as velocidades generalizadas. A obtenção das acelerações dos pontos de interesses (que envolvem as coordenadas generalizadas) é direta e está suprimida deste texto.

O próximo passo é construir uma tabela com as derivadas parciais das velocidades dos corpos com respeito a cada velocidade generalizada e este resultado é mostrado na Tabela 4-2.

**Tabela 4-2 –** Derivadas parciais das velocidades dos corpos com respeito a cada velocidade generalizada

	$rac{\partial  \dot{r}_1}{\partial \dot{q}_r}$	$rac{\partial  \dot{r}_2}{\partial \dot{q}_r}$	$rac{\partial  \dot{r}_{_3}}{\partial \dot{q}_{_T}}$	$\frac{\partial w}{\partial \dot{q}_r}$
$\dot{q}_{_1}$	$\vec{j}$	0	0	0
$\dot{q}_{\scriptscriptstyle 2}$	0	$ec{j}$	0	0
$\dot{q}_3$	0	0	$\vec{j}$	0
$\dot{q}_4$	0	0	0	$\vec{k}$

Seguindo a metodologia adotada devem-se calcular as forças de inércia generalizadas, isto é Equação (4.41) e (4.46) aplicando os resultados das derivadas parciais mostrados na Tabela 4-2. Desta forma:

$$F_1^* = -m_1 \ddot{q}_1 \tag{4.53}$$

$$F_2^* = -m_2 \ddot{q}_2 \tag{4.54}$$

$$F_3^* = -m_3 \, \ddot{q}_3 \tag{4.55}$$

$$F_4^* = -J_Z \ddot{q}_4 \tag{4.56}$$

Por fim, devem-se calcular as forças ativas generalizadas conforme Equação (4.45), porém para esta tarefa utilizam-se os diagramas de corpo livre de cada corpo considerando-se o sistema em equilíbrio, de tal modo dispensar as forças gravitacionais.

Assim, para os corpos 1, 2 e 3:

$$F_{1} = \vec{F}_{1} \cdot \frac{\partial \dot{r}_{1}}{\partial \dot{q}_{1}} = \begin{pmatrix} -C1*(\dot{q}_{1} - \dot{u}_{1}) \ \vec{j} + Ct*(\dot{q}_{3} + \dot{q}_{4}L - \dot{q}_{1}) \ \vec{j} \\ -K1*(q_{1} - u_{1}) \ \vec{j} + Kt*(q_{3} + q_{4}L - q_{1}) \ \vec{j} \end{pmatrix} * \vec{j}$$
 (4.57)

$$F_{2} = \vec{F}_{2} \cdot \frac{\partial \dot{r}_{2}}{\partial \dot{q}_{2}} = \begin{pmatrix} -C2*(\dot{q}_{2} - \dot{u}_{2}) \ \vec{j} + Cr*(\dot{q}_{3} - \dot{q}_{4}L - \dot{q}_{2}) \ \vec{j} \\ -K2*(q_{2} - u_{2}) \ \vec{j} + Kr*(q_{3} - q_{4}L - q_{2}) \ \vec{j} \end{pmatrix} * \vec{j}$$
(4.58)

$$F_{3} = \vec{F}_{3} \cdot \frac{\partial \dot{r}_{3}}{\partial \dot{q}_{3}} = \begin{pmatrix} -Ct * (\dot{q}_{3} + \dot{q}_{4}L - \overline{q}_{1}) & \vec{j} - Cr * (\dot{q}_{3} - \dot{q}_{4}L - \dot{q}_{2}) & \vec{j} \\ -Kt * (q_{3} + q_{4}L - q_{1}) & \vec{j} - Kr * (q_{3} - q_{4}L - q_{2}) & \vec{j} \end{pmatrix} * \vec{j}$$
 (4.59)

$$M_{3} = \vec{T}_{3} \cdot \frac{\partial \vec{\omega}_{3}}{\partial \dot{q}_{4}} = \begin{pmatrix} -LCt^{*}(\dot{q}_{3} + \dot{q}_{4}L - \dot{q}_{1}) \ \vec{k} + LCr^{*}(\dot{q}_{3} - \dot{q}_{4}L - \dot{q}_{2})\vec{k} \\ -LKt^{*}(q_{3} + q_{4}L - q_{1}) \ \vec{k} + LKr^{*}(q_{3} - q_{4}L - q_{2})\vec{k} \end{pmatrix} * \vec{k}$$
(4.60)

Finalmente podem-se escrever as equações que governam o movimento utilizando-se da Equação (4.44) e das Equações (4.53) à (4.60). As equações de movimento, quando escritas sob a forma de matrizes, terão a estrutura da Equação (4.61):

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{u(t)\}$$
(4.61)

Na qual:

$$[M] = \begin{bmatrix} m1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Jz \end{bmatrix}, \text{ chamada matriz de massa do sistema}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C1 + Ct & 0 & -Ct & -LCt \\ 0 & C2 + Cr & -Cr & LCr \\ -Ct & -Cr & Ct + Cr & L(Ct - Cr) \\ -LCt & LCr & L(Ct - Cr) & L^2(Ct + Cr) \end{bmatrix}, \text{ chamada matriz de amortecimento}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K1 + Kt & 0 & -Kt & -LKt \\ 0 & K2 + Kr & -Kr & LKr \\ -Kt & -Kr & Kt + Kr & L(Kt - Kr) \\ -LKt & LKr & L(Kt - Kr) & L^2(Kt + Kr) \end{bmatrix}, \text{ matriz de rigidez}$$

$$\{u(t)\} = \begin{cases} K1^*u_1(t) + C1^*\dot{u}_1(t) \\ K2^*u_2(t) + C2^*\dot{u}_2(t) \\ 0 \\ 0 \end{cases}, \text{ vetor da excitação externa (ou entradas)}$$

$$\{q\} = egin{cases} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{cases}$$
 , coordenadas generalizadas.

Para completar a Equação (4.61) faz necessário definir os valores de cada parâmetro do modelo físico. Estes valores podem ser estimados a partir das informações de projeto do fabricante e medições experimentais.

Para isto, o vagão ferroviário tipo GDU mostrado na Figura 4.7 foi utilizado na realização de um ensaio experimental para levantamento das frequências naturais, conhecido como Ensaio Modal que será mais bem detalhado na seção 4.2.3. Neste ensaio, sensores de deslocamento são especificamente instalados para coletar a resposta livre do vagão a uma excitação impulsiva. Com a informação a priori dos modos de movimentos e da massa pode-se medir sua frequência e calcular a rigidez associada. Outras informações como altura do centro de gravidade e momento de inércia (Jz) também podem ser estimadas a partir dos resultados deste ensaio.



Figura 4.7 – Vagão tipo GDU utilizado no ensaio modal.

A associação entre o modelo simplificado mostrado na Figura 4.6 e o vagão GDU da Figura 4.7 é feita considerando-se as informações da Tabela 4-3, extraída dos testes de campo.

Tabela 4-3 – Propriedades mecânicas do vagão

Item	Parâmetro	Sigla	Valor	Unidade
	Massa	М	111253	kg
	Momento de Inércia	Jz	640000	kg-m2
Massa suspensa (Corpo principal do vagão e travessa central do truque	Comprimento entre truques	2*L	5,410	m
	Freqüencia natural (vertical)	wq3	13,06	rad/s
	Freqüencia natural (galope)	wq4	14,76	rad/s
Suspensão secundária	Rigidez	Kt = Kr	9501	kN/m
- Cuspensao secundana	Amortecimento	Ct = Cr	175127	Ns/m
Massa não suspensa (Laterais)	Massa	m1 = m2	8992	kg
Suspensão Primaria (palmilha de borracha)	Rigidez	K1 = K2	175118	kN/m
Ouspensao i initalia (pairillila de bortacila)	Amortecimento	C1 = C2	3502	Ns/m

Etapa importante para as simulações é definição das excitações, ou seja, as entradas forçantes  $\{u(t)\}$ . Este procedimento será detalhado mais adiante neste capítulo, porém para avaliar o modelo de "meio-veículo" aqui proposto, será utilizada uma entrada do tipo:

$$u_1(t) = A \ sen(\omega t) \tag{4.62}$$

$$\dot{u}_1(t) = A \ \omega \cos(\omega t) \tag{4.63}$$

$$u_2(t) = A \operatorname{sen}(\omega(t - \varphi)) \tag{4.64}$$

$$\dot{u}_{2}(t) = A \, \omega \cos(\omega \, (t - \varphi)) \tag{4.65}$$

Nas quais:

A = amplitude da imperfeição (nas simulações realizadas A = 0,005 m).

 $\omega$  =  $2*\pi*\frac{V}{\lambda}$  , sendo V a velocidade de translação na direção  $\vec{i}$  e  $\lambda$  o comprimento de onda da imperfeição.

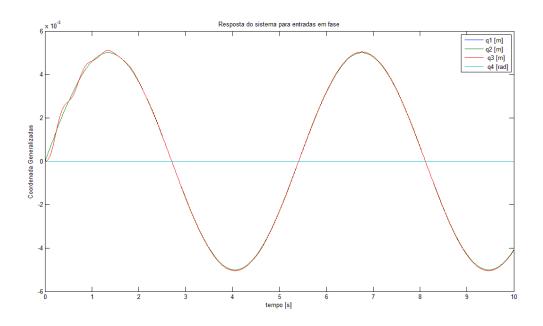
 $\varphi = \frac{2L}{V}$ , corresponde à defasagem no tempo entre  $u_1$  e  $u_2$  devido ao comprimento do vagão (2L).

Desta forma, é fácil demonstrar que se  $\lambda = 2L$  as excitações  $u_1$  e  $u_2$  estarão em fase. Por outro lado, as entradas estão defasadas em 90 graus se  $\lambda = 4L$ .

Na prática, se as entradas forem em fase o movimento esperado para o vagão é vertical puro. Por outro lado, o movimento de galope ocorrerá para o outro caso. Assim, a combinação dos movimentos só ocorrerá se o comprimento de onda não for múltiplo inteiro da base rígida do vagão.

Uma vez que todas as variáveis estão definidas segue-se com a simulação computacional utilizando o programa MatLab. A integração das equações de movimento (Equações 4.28) pode ser realizada facilmente neste programa através da função *Isim.m*, que simula a resposta de modelos escrita em forma de espaço de estados com entradas arbitrárias.

A primeira simulação será realizada considerando uma velocidade de translação V = 1 m/s e com entradas  $u_1$  e  $u_2$  em fase, ou seja,  $\lambda = 2L$ . Observa-se na Figura 4.8 que o sistema entra em regime permanente após cerca de 2 s e que a amplitude de todas as coordenadas generalizadas muito próximas e iguais à amplitude A de  $u_1$  e  $u_2$ , ou seja, 0,005 m. Conclui-se que, como esperado o sistema, em baixa velocidade, está se comportando como um corpo rígido único.



**Figura 4.8 –** Resposta do sistema para entradas em fase e V = 1 m/s.

Por outro lado, a Figura 4.9 mostra o sistema à mesma velocidade, porém com excitações com fases opostas, isto é  $\lambda = 4L$ . A oposição de fase é claramente observada entre as coordenadas q1, q2 e pela ausência de movimento vertical do corpo do vagão (q3).

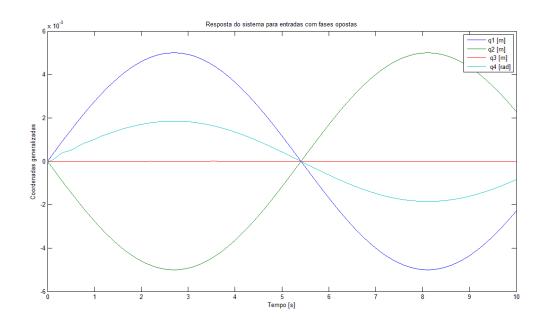


Figura 4.9 - Resposta do sistema para entradas em oposição fase e V = 1 m/s.

Outra maneira importante de avaliar o modelo é através das frequências naturais. Como visto, o modelo possui 4 graus de liberdade, porém devido às

particularidades dos parâmetros e simetria, dois destes graus de liberdade, os relacionados às coordenadas q1 e q2, devem ser iguais.

Para sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas, MIMO, sugere-se (Cruz, 1996) a utilização da Figura 4.10, conhecido com Diagrama de Bode, a fim de se estimar as frequências naturais. Nesta figura, tem-se que as frequências são:

$$\begin{vmatrix} wq_3 \\ wq_4 \\ wq_1 \\ wq_2 \end{vmatrix} = \begin{cases} 12,7 \\ 14,4 \\ 143,1 \\ 143,1 \end{cases}$$
 rad/s

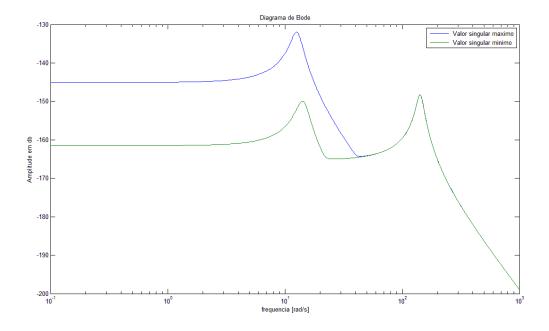


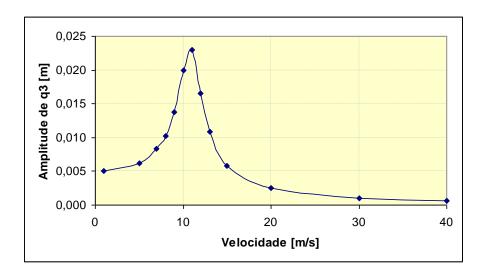
Figura 4.10 - Diagrama de Bode.

Assim, para reproduzir uma entrada na primeira frequência wq3 = 12,7 rad/s (associada ao movimento vertical da massa suspensa), o veículo deve trafegar a uma velocidade de aproximadamente:

$$V = f * 2L = (12,7/6,28) * 5,410 \cong 11 \, m/s$$

A verificação pode ser feita com de uma varredura de velocidades e registrando a amplitude de q3. O gráfico mostrado na Figura 4.11 mostra que a amplitude de q3 cresce substancialmente entre 10 e 12 m/s, confirmando a estimativa anterior

(Tabela 4-3). Convém observar que a amplitude de q3 tende ao valor nulo à medida que a velocidade aumenta, isto pode contradizer a prática muito comum nas ferrovias em reduzir os limites de velocidade tolerados com foco em aumentar a segurança operacional.



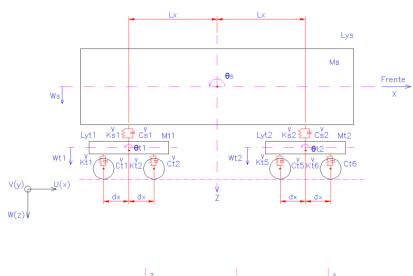
**Figura 4.11 –** Amplitude de q3 em função da velocidade de translação.

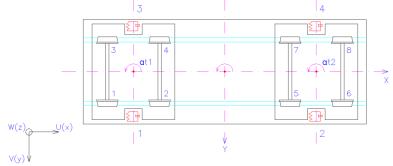
A coerência do modelo simplificado foi demonstrada e este já habilita o analista a explorar diversos casos reais que este possa se deparar na prática. Nas seções que seguem será realizada uma descrição do modelo completo do vagão.

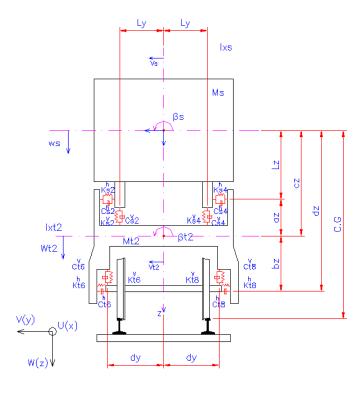
A modelagem da entrada será mais bem explorada na tese inclusive com a análise de medições reais da geometria da via permanente formando, portanto, todo o embasamento necessário para a análise completa da segurança operacional considerando a interação veículo e a via.

# 4.2.2 Modelagem do vagão completo

Este Capítulo apresenta o equacionamento de um modelo matemático de 15 (onze) graus de liberdade para estudo da dinâmica de um vagão. A Figura 4.12 apresenta um desenho geral do vagão, seus corpos e detalhes da suspensão.







**Figura 4.12 –** Esboço do vagão utilizado na modelagem

Tabela 4-4: Variáveis do modelo e sua descrição

Variável	Descrição		
$m_s$	Massa da caixa do vagão		
$m_{t1}$	Massa da lateral e travessa do truque 1		
$m_{t2}$	Massa da lateral e travessa do truque 2		
Ixs	Momento de inércia da caixa, em torno do eixo x		
lys	Momento de inércia da caixa, em torno do eixo y		
Izs	Momento de inércia da caixa, em torno do eixo z		
I(x,y,z)t1	Momento de inércia do conjunto dianteiro em torno do eixo (x,y,z)		
I(x,y,z)3	Momento de inércia do conjunto traseiro em torno do eixo (x,y,z)		

Cada componente apresenta os graus de liberdade listados na Tabela 4-5.

Tabela 4-5: Graus de liberdade de cada componente do modelo

	Deslocamento				
Componento	Lateral	Vertical	Balanço Arfagem Direção		
Componente			"Roll"	"Pitch"	"Yaw"
(1) Caixa do vagão	$W_s$	$V_s$	$\theta_{\scriptscriptstyle s}$	$oldsymbol{eta}_{s}$	$\alpha_s$
(2) Lateral + Travessa do truque 1	$W_{t1}$	$v_{t1}$	$ heta_{\scriptscriptstyle t1}$	$oldsymbol{eta}_{t1}$	$lpha_{{\scriptscriptstyle t}1}$
(3) Lateral + Travessa do truque 2	$W_{t2}$	$v_{t2}$	$ heta_{t2}$	$oldsymbol{eta}_{t2}$	$\alpha_{t2}$

As equações de movimento do vagão foram obtidas através do método de Lagrange (Equação 4.34) e estão demostradas, já no formato didático, nas 15 Equações que se seguem (15 graus de liberdade).

Deslocamento vertical (bounce) da massa m<sub>s</sub>:

$$m_{s} \overset{..}{w}_{s} + c_{s1}^{v} \overset{..}{(w_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} + l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t1} - l_{y} \dot{\beta}_{t1})} + c_{s1}^{v} \overset{..}{(w_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} + l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t2} - l_{y} \dot{\beta}_{t2})} + c_{s3}^{v} \overset{..}{(w_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} + l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t2} - l_{y} \dot{\beta}_{t2})} + c_{s3}^{v} \overset{..}{(w_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} + l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t2} - l_{y} \dot{\beta}_{t2})} + c_{s3}^{v} \overset{..}{(w_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t1} - l_{y} \dot{\beta}_{t1})} + c_{s4}^{v} \overset{..}{(w_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} + l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t2} - l_{y} \dot{\beta}_{t2})} + c_{s3}^{v} \overset{..}{(w_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t1} - l_{y} \dot{\beta}_{t1})} + c_{s4}^{v} \overset{..}{(w_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t2} - l_{y} \dot{\beta}_{t2})} + c_{s4}^{v} \overset{..}{(a.66)}$$

Deslocamento lateral da massa m<sub>s</sub>:

$$m_{s} \ddot{v}_{s} + c_{s1}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) + c_{s2}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) + c_{s3}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) + c_{s3}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) + c_{s3}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{z} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) + c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{z} \dot{\beta$$

Rotação em torno do eixo transversal (pitch) da massa m<sub>s</sub>:

$$I_{ys} \ddot{\theta}_{s} + c_{s1}^{v} (\dot{w}_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} + l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t1} - l_{y} \dot{\beta}_{t1}) l_{x} - c_{s2}^{v} (\dot{w}_{s} - l_{x} \dot{\theta}_{s} + l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t2} - l_{y} \dot{\beta}_{t2}) l_{x} +$$

$$c_{s3}^{v} (\dot{w}_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t1} + l_{y} \dot{\beta}_{t1}) l_{x} - c_{s4}^{v} (\dot{w}_{s} - l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t2} + l_{y} \dot{\beta}_{t2}) l_{x} +$$

$$k_{s1}^{v} (w_{s} + l_{x} \theta_{s} + l_{y} \beta_{s} - w_{t1} - l_{y} \beta_{t1}) l_{x} - k_{s2}^{v} (w_{s} - l_{x} \theta_{s} + l_{y} \beta_{s} - w_{t2} - l_{y} \beta_{t2}) l_{x} +$$

$$k_{s3}^{v} (w_{s} + l_{x} \theta_{s} - l_{y} \beta_{s} - w_{t1} + l_{y} \beta_{t1}) l_{x} - k_{s4}^{v} (w_{s} - l_{x} \theta_{s} - l_{y} \beta_{s} - w_{t2} + l_{y} \beta_{t2}) l_{x} = F_{\theta_{s}}$$

$$(4.68)$$

Rotação em torno do eixo longitudinal (roll) da massa m<sub>s</sub>:

$$I_{xs} \ddot{\beta}_{s} + c_{s1}^{v} (\dot{w}_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} + l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t1} - l_{y} \dot{\beta}_{t1}) l_{y} + c_{s2}^{v} (\dot{w}_{s} - l_{x} \dot{\theta}_{s} + l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t2} - l_{y} \dot{\beta}_{t2}) l_{y} - c_{s3}^{v} (\dot{w}_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t1} + l_{y} \dot{\beta}_{t1}) l_{y} - c_{s4}^{v} (\dot{w}_{s} - l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t2} + l_{y} \dot{\beta}_{t2}) l_{y} + k_{s1}^{v} (w_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - w_{t1} - l_{y} \dot{\beta}_{t1}) l_{y} + k_{s2}^{v} (w_{s} - l_{x} \dot{\theta}_{s} + l_{y} \dot{\beta}_{s} - w_{t2} - l_{y} \dot{\beta}_{t2}) l_{y} - k_{s3}^{v} (w_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - w_{t1} + l_{y} \dot{\beta}_{t1}) l_{y} - k_{s4}^{v} (w_{s} - l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - w_{t2} + l_{y} \dot{\beta}_{t2}) l_{y} - k_{s3}^{v} (\dot{w}_{s} - l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) l_{z} + (-\dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) l_{z}] - c_{s2}^{h} [(\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s}) l_{z} + (-\dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) l_{z}] - k_{s1}^{h} [(\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) l_{z} + (-\dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) l_{z}] - c_{s4}^{h} [(\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s}) l_{z} + (-\dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) l_{z}] - k_{s1}^{h} [(\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) l_{z} + (-\dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) l_{z}] - k_{s2}^{h} [(\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s}) l_{z} + (-\dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) l_{z}] - k_{s3}^{h} [(\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) l_{z} + (-\dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) l_{z}] - k_{s4}^{h} [(\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s}) l_{z} + (-\dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) l_{z}] - k_{s3}^{h} [(\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) l_{z} + (-\dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) l_{z}] - k_{s4}^{h} [(\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s}) l_{z} + (-\dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) l_{z}] - k_{s3}^{h} [(\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) l_{z} + (-\dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) l_{z}] - k_{s4}^{h} [(\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s}) l_{z} + (-\dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) l_{z}] - k_{s4}^{h} [(\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s}$$

Rotação em torno do eixo vertical (yaw) da massa m<sub>s</sub>:

$$I_{zs} \overset{\dots}{\alpha}_{s} + c_{s1}^{h} (-\overset{\dots}{v}_{s} + l_{z} \overset{\dots}{\beta}_{s} + l_{x} \overset{\dots}{\alpha}_{s} + \overset{\dots}{v}_{t1} + a_{z} \overset{\dots}{\beta}_{t1}) l_{x} - c_{s2}^{h} (-\overset{\dots}{v}_{s} + l_{z} \overset{\dots}{\beta}_{s} - l_{x} \overset{\dots}{\alpha}_{s} + \overset{\dots}{v}_{t2} + a_{z} \overset{\dots}{\beta}_{t2}) l_{x} + \\ c_{s3}^{h} (-\overset{\dots}{v}_{s} + l_{z} \overset{\dots}{\beta}_{s} + l_{x} \overset{\dots}{\alpha}_{s} + \overset{\dots}{v}_{t1} + a_{z} \overset{\dots}{\beta}_{t1}) l_{x} - c_{s4}^{h} (-\overset{\dots}{v}_{s} + l_{z} \overset{\dots}{\beta}_{s} - l_{x} \overset{\dots}{\alpha}_{s} + \overset{\dots}{v}_{t2} + a_{z} \overset{\dots}{\beta}_{t2}) l_{x} + \\ k_{s1}^{h} (-v_{s} + l_{z} \beta_{s} + l_{x} \alpha_{s} + v_{t1} + a_{z} \beta_{t1}) l_{x} - k_{s2}^{h} (-v_{s} + l_{z} \beta_{s} - l_{x} \alpha_{s} + v_{t2} + a_{z} \beta_{t2}) l_{x} + \\ k_{s3}^{h} (-v_{s} + l_{z} \beta_{s} + l_{x} \alpha_{s} + v_{t1} + a_{z} \beta_{t1}) l_{x} - k_{s4}^{h} (-v_{s} + l_{z} \beta_{s} - l_{x} \alpha_{s} + v_{t2} + a_{z} \beta_{t2}) l_{x} = F_{\alpha}.$$

$$(4.70)$$

## Deslocamento vertical (bounce) da massa m<sub>t1</sub>

$$m_{t1} \ddot{w}_{t1} - c_{s1}^{v} (\dot{w}_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} + l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t1} - l_{y} \dot{\beta}_{t1}) - c_{s3}^{v} (\dot{w}_{s} + l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t1} - l_{y} \dot{\beta}_{t1}) - k_{s1}^{v} (w_{s} + l_{x} \theta_{s} + l_{y} \beta_{s} - w_{t1} - l_{y} \beta_{t1}) - k_{s3}^{v} (w_{s} + l_{x} \theta_{s} - l_{y} \beta_{s} - w_{t1} + l_{y} \beta_{t1}) + c_{t1}^{v} (\dot{w}_{t1} + d_{x} \dot{\theta}_{t1} + d_{y} \dot{\beta}_{t1}) + c_{t2}^{v} (\dot{w}_{t1} - d_{x} \dot{\theta}_{t1} + d_{y} \dot{\beta}_{t1}) + c_{t3}^{v} (\dot{w}_{t1} + d_{x} \dot{\theta}_{t1} - d_{y} \dot{\beta}_{t1}) + k_{t1}^{v} (w_{t1} - d_{x} \dot{\theta}_{t1} + d_{y} \beta_{t1}) + k_{t2}^{v} (w_{t1} - d_{x} \dot{\theta}_{t1} + d_{y} \beta_{t1}) + k_{t2}^{v} (w_{t1} - d_{x} \dot{\theta}_{t1} + d_{y} \beta_{t1}) + k_{t3}^{v} (w_{t1} + d_{x} \dot{\theta}_{t1} - d_{y} \dot{\beta}_{t1}) + k_{t4}^{v} (w_{t1} - d_{x} \dot{\theta}_{t1} - d_{y} \dot{\beta}_{t1}) + k_{t4}^{v} (w_{t1} - d_{x} \dot{\theta}_{t1} - d_{y} \dot{\beta}_{t1}) = F_{w_{t1}}$$

$$(4.71)$$

#### Deslocamento lateral da massa m<sub>t1</sub>:

$$m_{t1} \ddot{v}_{t1} - c_{s1}^{h} (\dot{v}_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) - c_{s3}^{h} (\dot{v}_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) - k_{s3}^{h} (\dot{v}_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) - k_{s3}^{h} (\dot{v}_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t1} - a_{z} \dot{\beta}_{t1}) + c_{t1}^{h} (\dot{v}_{t1} - b_{z} \dot{\beta}_{t1} + d_{x} \dot{\alpha}_{t1}) + c_{t3}^{h} (\dot{v}_{t1} - b_{z} \dot{\beta}_{t1} - d_{x} \dot{\alpha}_{t1}) + c_{t4}^{h} (\dot{v}_{t1} - b_{z} \dot{\beta}_{t1} + d_{x} \dot{\alpha}_{t1}) + k_{t1}^{h} (\dot{v}_{t1} - b_{z} \dot{\beta}_{t1} - d_{x} \dot{\alpha}_{t1}) + k_{t3}^{h} (\dot{v}_{t1} - b_{z} \dot{\beta}_{t1} - d_{x} \dot{\alpha}_{t1}) + k_{t4}^{h} (\dot{v}_{t1} - b_{z} \dot{\beta}_{t1} + d_{x} \dot{\alpha}_{t1}) + k_{t3}^{h} (\dot{v}_{t1} - b_{z} \dot{\beta}_{t1} - d_{x} \dot{\alpha}_{t1}) + k_{t4}^{h} (\dot{v}_{t1} - b_{z} \dot{\beta}_{t1} + d_{x} \dot{\alpha}_{t1}) = F_{v_{t1}}$$

## Rotação em torno do eixo transversal (pitch) da massa m<sub>t1</sub>:

$$I_{yt1} \ddot{\theta}_{t1} + c_{t1}^{v} (\dot{w}_{t1} + d_{x} \dot{\theta}_{t1} + d_{y} \dot{\beta}_{t1}) d_{x} - c_{t2}^{v} (\dot{w}_{t1} - d_{x} \dot{\theta}_{t1} + d_{y} \dot{\beta}_{t1}) d_{x} + c_{t3}^{v} (\dot{w}_{t1} + d_{x} \dot{\theta}_{t1} - d_{y} \dot{\beta}_{t1}) d_{x} - c_{t2}^{v} (\dot{w}_{t1} - d_{x} \dot{\theta}_{t1} + d_{y} \dot{\beta}_{t1}) d_{x} + c_{t3}^{v} (\dot{w}_{t1} - d_{x} \dot{\theta}_{t1} - d_{y} \dot{\beta}_{t1}) d_{x} + k_{t1}^{v} (w_{t1} + d_{x} \dot{\theta}_{t1} + d_{y} \dot{\beta}_{t1}) d_{x} - k_{t2}^{v} (w_{t1} - d_{x} \dot{\theta}_{t1} + d_{y} \dot{\beta}_{t1}) d_{x} + k_{t3}^{v} (w_{t1} + d_{x} \dot{\theta}_{t1} - d_{y} \dot{\beta}_{t1}) d_{x} - k_{t4}^{v} (w_{t1} - d_{x} \dot{\theta}_{t1} - d_{y} \dot{\beta}_{t1}) d_{x} = F_{\theta_{t1}}$$

$$(4.73)$$

# Rotação em torno do eixo longitudinal (roll) da massa m<sub>t1</sub>:

$$I_{xt1}\ddot{\beta}_{t1} - c_{s1}^{\nu}(\dot{w}_{s} + l_{x}\dot{\theta}_{s} + l_{y}\dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t1} - l_{y}\dot{\beta}_{t1})l_{y} + c_{s3}^{\nu}(\dot{w}_{s} + l_{x}\dot{\theta}_{s} - l_{y}\dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t1} + l_{y}\dot{\beta}_{t1})l_{y} - k_{s1}^{\nu}(w_{s} + l_{x}\dot{\theta}_{s} + l_{y}\dot{\beta}_{s} - w_{t1} - l_{y}\dot{\beta}_{t1})l_{y} + k_{s3}^{\nu}(w_{s} + l_{x}\dot{\theta}_{s} - l_{y}\dot{\beta}_{s} - w_{t1} + l_{y}\dot{\beta}_{t1})l_{y} + c_{s1}^{\mu}[(-\dot{v}_{s} + l_{z}\dot{\beta}_{s} + l_{x}\dot{\alpha}_{s})a_{z} + (\dot{v}_{t1} + a_{z}\dot{\beta}_{t1})a_{z}] + c_{s3}^{\mu}[(-\dot{v}_{s} + l_{z}\dot{\beta}_{s} + l_{x}\dot{\alpha}_{s})a_{z} + (\dot{v}_{t1} + a_{z}\dot{\beta}_{t1})a_{z}] + k_{s1}^{\mu}[(-\dot{v}_{s} + l_{z}\dot{\beta}_{s} + l_{x}\dot{\alpha}_{s})a_{z} + (\dot{v}_{t1} + a_{z}\dot{\beta}_{t1})a_{z}] + k_{s3}^{\mu}[(-\dot{v}_{s} + l_{z}\dot{\beta}_{s} + l_{x}\dot{\alpha}_{s})a_{z} + (\dot{v}_{t1} + a_{z}\dot{\beta}_{t1})a_{z}] + (4.74)$$

$$c_{t1}^{\mu}(\dot{w}_{t1} + d_{x}\dot{\theta}_{t1} + d_{y}\dot{\beta}_{t1})d_{y} + c_{t2}^{\nu}(\dot{w}_{t1} - d_{x}\dot{\theta}_{t1} + d_{y}\dot{\beta}_{t1})d_{y} - c_{t3}^{\mu}(\dot{w}_{t1} + d_{x}\dot{\theta}_{t1} - d_{y}\dot{\beta}_{t1})d_{y} - c_{t4}^{\nu}(\dot{w}_{t1} - d_{x}\dot{\theta}_{t1} - d_{y}\dot{\beta}_{t1})d_{y} + k_{t1}^{\nu}(\dot{w}_{t1} + d_{x}\dot{\theta}_{t1} + d_{y}\dot{\beta}_{t1})d_{y} + k_{t2}^{\nu}(\dot{w}_{t1} - d_{x}\dot{\theta}_{t1} + d_{y}\dot{\beta}_{t1})d_{y} - c_{t1}^{\mu}(\dot{v}_{t1} - d_{x}\dot{\theta}_{t1} - d_{x}\dot{\alpha}_{t1})d_{y} - k_{t4}^{\nu}(\dot{w}_{t1} - d_{x}\dot{\theta}_{t1} - d_{y}\dot{\beta}_{t1})d_{y} - c_{t1}^{\mu}(\dot{v}_{t1} - b_{z}\dot{\beta}_{t1} - d_{x}\dot{\alpha}_{t1})b_{z} - k_{t3}^{\mu}(\dot{v}_{t1} - b_{z}\dot{\beta}_{t1} - d_{x}\dot{\alpha}_{t1})b_{z} - c_{t3}^{\mu}(\dot{v}_{t1} - b_{z}\dot{\beta}_{t1} - d_{x}\dot{\alpha}_{t1})b_{z} - k_{t3}^{\mu}(\dot{v}_{t1} - b_{z}\dot{\beta}_{t1} - d_{x}\dot{\alpha}_{t1})b_{z} - k_{t4}^{\mu}(\dot{v}_{t1} - b_{z}\dot{\beta}_{t1} - d_{x}\dot{\alpha}_{t1})b_{z} - k_{t4}^{\mu}(\dot{v}_$$

Rotação em torno do eixo vertical (yaw) da massa m<sub>t1</sub>:

$$I_{zt1} \overset{...}{\alpha}_{t1} + c_{t1}^{h} (-\dot{v}_{t1} + b_z \overset{...}{\beta}_{t1} + d_x \overset{...}{\alpha}_{t1}) d_x - c_{t2}^{h} (-\dot{v}_{t1} + b_z \overset{...}{\beta}_{t1} - d_x \overset{...}{\alpha}_{t1}) d_x + c_{t3}^{h} (-\dot{v}_{t1} + b_z \overset{...}{\beta}_{t1} + d_x \overset{...}{\alpha}_{t1}) d_x - c_{t4}^{h} (-\dot{v}_{t1} + b_z \overset{...}{\beta}_{t1} - d_x \overset{...}{\alpha}_{t1}) d_x + k_{t1}^{h} (-v_{t1} + b_z \beta_{t1} + d_x \alpha_{t1}) d_x - k_{t2}^{h} (-v_{t1} + b_z \beta_{t1} - d_x \alpha_{t1}) d_x + k_{t3}^{h} (-v_{t1} + b_z \beta_{t1} + d_x \alpha_{t1}) d_x - k_{t4}^{h} (-v_{t1} + b_z \beta_{t1} - d_x \alpha_{t1}) d_x = F_{\alpha_{t1}}$$

$$(4.75)$$

#### Deslocamento vertical (bounce) da massa m<sub>t2</sub>:

$$m_{t2} \ddot{w}_{t2} - c_{s2}^{v} (\dot{w}_{s} - l_{x} \dot{\theta}_{s} + l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t2} - l_{y} \dot{\beta}_{t2}) - c_{s4}^{v} (\dot{w}_{s} - l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - \dot{w}_{t2} + l_{y} \dot{\beta}_{t2}) - k_{s2}^{v} (w_{s} - l_{x} \theta_{s} + l_{y} \beta_{s} - w_{t2} - l_{y} \beta_{t2}) - k_{s4}^{v} (w_{s} - l_{x} \theta_{s} - l_{y} \beta_{s} - w_{t2} + l_{y} \beta_{t2}) + k_{t5}^{v} (\dot{w}_{t2} + d_{x} \dot{\theta}_{t2} + d_{y} \dot{\beta}_{t2}) + c_{t7}^{v} (\dot{w}_{t2} + d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\beta}_{t2}) + c_{t6}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} + d_{y} \dot{\beta}_{t2}) + k_{t6}^{v} (w_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\beta}_{t2}) + k_{t6}^{v} (w_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\beta}_{t2}) + k_{t8}^{v} (w_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\beta}_{t2}) + k_{t8}^{v} (w_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\beta}_{t2}) + k_{t8}^{v} (w_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\beta}_{t2}) = F_{w_{t2}}$$

$$(4.76)$$

#### Deslocamento transversal (sway) da massa m<sub>t2</sub>:

$$m_{t2} \ddot{v}_{t2} - c_{s2}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) - c_{s4}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) - k_{s2}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) - k_{s2}^{h} (\dot{v}_{s} - l_{z} \dot{\beta}_{s} + l_{x} \dot{\alpha}_{s} - \dot{v}_{t2} - a_{z} \dot{\beta}_{t2}) + c_{t5}^{h} (\dot{v}_{t2} - b_{z} \dot{\beta}_{t2} - d_{x} \dot{\alpha}_{t2}) + k_{t5}^{h} (\dot{v}_{t2} - b_{z} \dot{\beta}_{t2} - d_{x} \dot{\alpha}_{t2}) + k_{t5}^{h} (\dot{v}_{t2} - b_{z} \dot{\beta}_{t2} + d_{x} \dot{\alpha}_{t2}) + k_{t5}^{h} (\dot{v}_{t2} - b_{z} \dot{\beta}_{t2} - d_{x} \dot{\alpha}_{t2}) + k_{t6}^{h} (\dot{v}_{t2} - b_{z} \dot{\beta}_{t2} + d_{x} \dot{\alpha}_{t2}) + k_{t7}^{h} (\dot{v}_{t2} - b_{z} \dot{\beta}_{t2} - d_{x} \dot{\alpha}_{t2}) + k_{t8}^{h} (\dot{v}_{t2} - b_{z} \dot{\beta}_{t2} + d_{x} \dot{\alpha}_{t2}) = F_{v_{t2}}$$

$$(4.77)$$

#### Rotação em torno do eixo transversal (pitch) da massa m<sub>t2</sub>:

$$I_{yt2} \ddot{\theta}_{t2} + c_{t5}^{v} (\dot{w}_{t2} + d_{x} \dot{\theta}_{t2} + d_{y} \dot{\beta}_{t2}) d_{x} - c_{t6}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} + d_{y} \dot{\beta}_{t2}) d_{x} + c_{t7}^{v} (\dot{w}_{t2} + d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\beta}_{t2}) d_{x} - c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} + d_{y} \dot{\beta}_{t2}) d_{x} + c_{t7}^{v} (\dot{w}_{t2} + d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\beta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\beta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\beta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\beta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2} - d_{y} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} - d_{x} \dot{\theta}_{t2}) d_{x} + c_{t8}^{v} (\dot{w}_{t2} -$$

Rotação em torno do eixo longitudinal (roll) da massa mt2:

$$I_{xt2} \dot{\beta}_{t2} - c_{s2}^{v} (w_{s} - l_{x} \dot{\theta}_{s} + l_{y} \dot{\beta}_{s} - w_{t2} - l_{y} \dot{\beta}_{t2}) l_{y} + c_{s4}^{v} (w_{s} - l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - w_{t2} + l_{y} \dot{\beta}_{t2}) l_{y} - k_{s2}^{v} (w_{s} - l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - w_{t2} + l_{y} \dot{\beta}_{t2}) l_{y} + k_{s4}^{v} (w_{s} - l_{x} \dot{\theta}_{s} - l_{y} \dot{\beta}_{s} - w_{t2} + l_{y} \dot{\beta}_{t2}) l_{y} + c_{s2}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + c_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}) a_{z}] + k_{s4}^{h} [(-v_{s} + l_{z} \dot{\beta}_{s} - l_{x} \dot{\alpha}_{s}) a_{z} + (v_{t2} + a_{z} \dot{\beta}_{t2}$$

Rotação em torno do eixo vertical (yaw) da massa m<sub>t2</sub>:

$$I_{zt2} \overset{\circ}{\alpha}_{t2} + c_{t5}^{h} (-v_{t2} + b_z \overset{\circ}{\beta}_{t2} + d_x \overset{\circ}{\alpha}_{t2}) d_x - c_{t6}^{h} (-v_{t2} + b_z \overset{\circ}{\beta}_{t2} - d_x \overset{\circ}{\alpha}_{t2}) d_x + c_{t7}^{h} (-v_{t2} + b_z \overset{\circ}{\beta}_{t2} + d_x \overset{\circ}{\alpha}_{t2}) d_x - c_{t8}^{h} (-v_{t2} + b_z \overset{\circ}{\beta}_{t2} - d_x \overset{\circ}{\alpha}_{t2}) d_x + k_{t5}^{h} (-v_{t2} + b_z \overset{\circ}{\beta}_{t2} + d_x \overset{\circ}{\alpha}_{t2}) d_x - k_{t6}^{h} (-v_{t2} + b_z \overset{\circ}{\beta}_{t2} - d_x \overset{\circ}{\alpha}_{t2}) d_x + k_{t5}^{h} (-v_{t2} + b_z \overset{\circ}{\beta}_{t2} - d_x \overset{\circ}{\alpha}_{t2}) d_x = F_{\alpha}.$$

$$(4.80)$$

As equações de movimento podem ser em notação matricial da seguinte forma:

$$[M]\{U\}+[C]\{U\}+[K]\{U\}=\{F\}$$
(4.81)

Nesta equação, o vetor de deslocamento esta mostrado abaixo.

$$\left\{U\right\}^T = \begin{bmatrix} w_s & v_s & \theta_s & \beta_s & \alpha_s & w_{t1} & v_{t1} & \theta_{t1} & \beta_{t1} & \alpha_{t1} & w_{t2} & v_{t2} & \theta_{t2} & \beta_{t2} & \alpha_{t2} \end{bmatrix} (4.82)$$

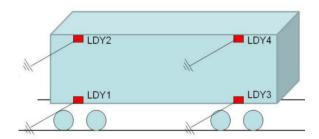
Os vetores de velocidade e aceleração podem ser encontrados a partir, respectivamente, da derivada e segunda derivada com relação ao tempo do deslocamento

## 4.2.3 Ensaio modal para levantamento das propriedades do vagão GDU

O ensaio modal consiste em excitar os modos de corpo rígido vagão (Figura 3.7) e deixá-lo vibrar livremente de tal sorte a registrar a frequência natural. Este ensaio foi realizado em uma parceria Vale, Amsted-Maxion e TTCI (*Transportation Technology Center, Inc.*).

Sensores de deslocamento foram utilizados para medir as frequências fundamentais do vagão que foram utilizadas para determinar os momentos de inércia e a rigidez da suspensão. Um sistema de aquisição de dados digital foi utilizado e os dados foram coletados a uma frequência de amostragem de 300Hz, sendo aplicado um filtro passa baixa de 100Hz.

A Figura 4.13 mostra um desenho esquemático da localização dos sensores nos vagões. Nesta Figura LDY1, LDY2, LDY3 e LDY4 representam deslocamentos laterais em cada cabeceira do vagão.



**Figura 4.13 –** Desenho esquemático com a localização dos sensores laterais no vagão (vista lateral).

Por outra vista, apresenta a localização dos sensores verticais (LDZ1 a LDZ5) instalados na caixa do vagão e medidos com relação ao solo.



**Figura 4.14 –** Desenho esquemático com a localização dos sensores verticais no vagão (vista superior).

Com efeito ilustrativo, Figura 4.15 a mostra o sensor LDZ4 fixado na extremidade do vagão.



Figura 4.15 - Sensor LDZ4

Embora a capacidade do vagão seja 150.000 kg (peso bruto máximo), o veículo utilizado no Ensaio Modal estava carregado com apenas 116.200 kg (peso bruto máximo), sendo a tara deste estimada em 22.000 kg. O amortecimento do vagão foi desativado através do travamento das cunhas de fricção (Figura 4.16) e as folgas dos ampara balanços foram bloqueadas.



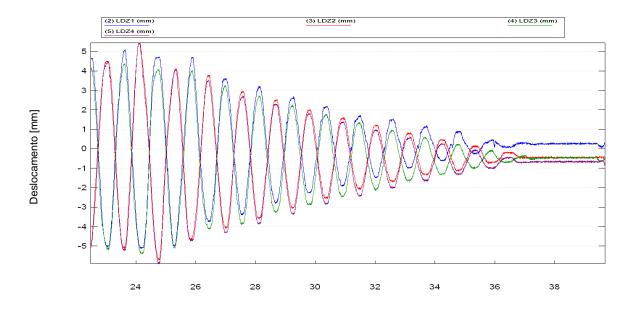
Figura 4.16 – Travamento das cunhas de fricção (amortecimento)

Todos os modos de vibrar do vagão foram excitados manualmente com o auxilio de uma alavanca. O modo vertical (bounce) foi excitado no centro do vagão, já o modo de arfagem (pitch) foi obtido a partir da de um impulso na extremidade e na linha de centro do vagão. Os modos de balanço lateral e de direção foram excitados de modo análogos pela lateral do vagão.

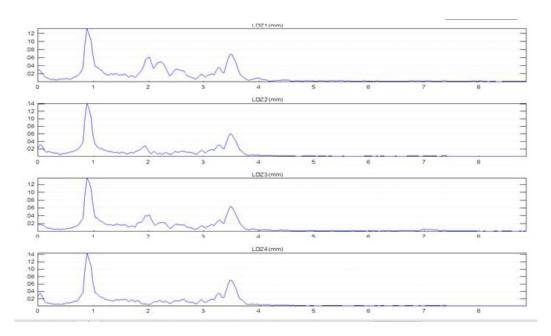
Os deslocamentos medidos foram utilizados para determinar as frequências naturais de corpo rígido do vagão. Estas frequências foram utilizadas para

determinar a altura do centro de gravidade, a rigidez da suspensão secundária e os momentos de inércia. Wilson, 1997, apresenta o equacionamento o cálculo destas informações a partir dos dados coletados.

A Figura 4.17 mostra a história temporal dos dados coletados pelos sensores de deslocamento verticais (LDZ1 ao LDZ4) obtidos com excitação lateral adequada para excitar os modos de balanço lateral superior e inferior. O espectro em frequência (Figura 4.18) destes dados revela as frequências naturais dos modos, sendo 0,9 Hz para o balanço inferior e 3,5 Hz para o superior.



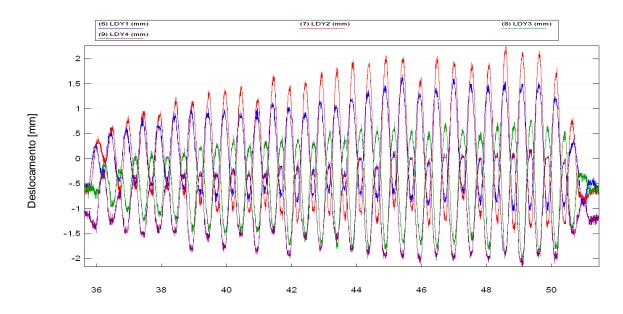
**Figura 4.17 –** História temporal dos sensores verticais para o modo de balanço lateral.



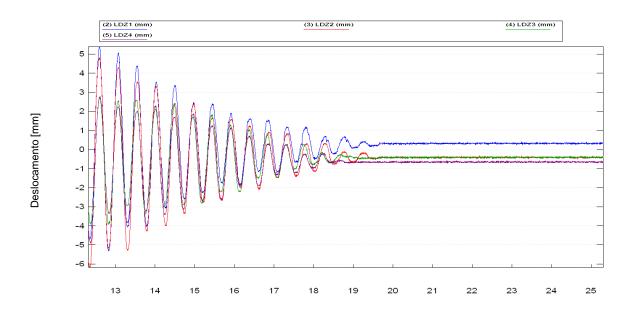
**Figura 4.18 –** Espectro em frequência (Hz) dos sensores verticais para o modo de balanço lateral.

O modo de direção (yaw) é obtido com excitação lateral na cabeceira do vagão e medindo-se os descolamentos laterais da caixa do vagão. A Figura 4.19 mostra o resultado deste procedimento em termos dos deslocamentos laterais. A frequência natural obtida foi de 1,8 Hz.

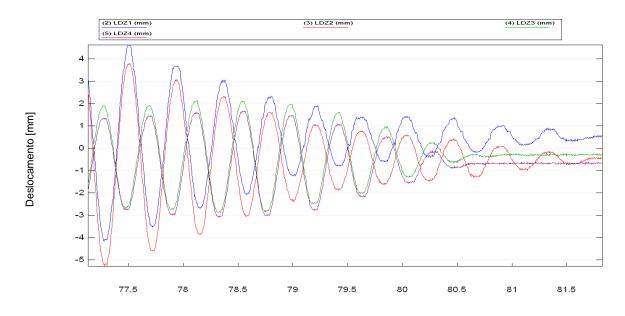
Os movimentos vertical (bounce) e de arfagem (pitch) são os mais fáceis de serem obtidos devido à inércia da carga. A Figura 4.20 e a Figura 4.21 apresentam as séries temporais para os transdutores verticais. Desta forma, as frequências são: vertical: 2,1 Hz e arfagem (pitch) 2,4 Hz.



**Figura 4.19 –** História temporal dos sensores laterais para o modo de balanço direção.



**Figura 4.20 –** História temporal dos sensores verticais para o modo vertical (bounce).



**Figura 4.21 –** História temporal dos sensores verticais para o modo de arfagem (pitch).

A Tabela 4-6 resume os resultados obtidos para as frequências naturais e a altura do centro de gravidade. Nesta Tabela, PBM significa Peso Bruto Máximo e o valor medido foi para o vagão com 116,2 t.

Tabela 4-6: Frequências naturais e centro de gravidade para o vagão GDU

Modo	Valor medido [Hz]	Estimativa para PBM = 150 t [Hz]
Vertical (Bounce)	2,1	1,9
Arfagem (Pitch)	2,4	2,3
Direção (Yaw)	1,8	1,6
Balanço lateral superior	3,3	3,1
Balanço lateral inferior	0,9	0,8
	[m]	[m]
Centro de gravidade [m]	2,391	2,345

A partir das frequências naturais podem ser obtidos os valores das rigidezes da suspensão secundária e os valores dos momentos de inércia. Estes valores estão resumidos na

Tabela 4-7. Uma boa referência de vibrações, em particular Hartog, 1985 pode ser utilizada para o equacionamento que também apresentado no Capítulo 4.2.1 desta tese.

**Tabela 4-7**: Rigidez da suspensão secundária

Propriedade	Valor medido [kN/m]	Estimativa para PBM = 150 t [kN/m]
Rigidez vertical (por truque)	9.501	9.483
Rigidez lateral (por truque)	4.827	3.697
	[kN-m/rad]	[kN-m/rad]
Rigidez de arfagem	139.038	138.774
Rigidez de direção	82.285	63.026
Rigidez de rolagem	11.465	11.443
	[kg-m2]	[kg-m2]
Inércia de arfagem	640.000	664.000
Inércia de direção	640.000	664.000
Inércia de rolamento	130.000	120.000

Utilizando-se os parâmetros descritos na Tabela 4-3 e o modelo completo em formato de espaço de estados, as frequências naturais do vagão modelado podem ser obtidas através de um diagrama de Bode e tabeladas como se segue:

**Tabela 4-8**: Frequências naturais medidas em campo e no modelo para o vagão GDU

Modo	Estimativa para PBM = 150 t [Hz]	Resposta do modelo matemático [Hz]	Erro %
Vertical (Bounce)	1,85	1,84	-0,5%
Arfagem (Pitch)	2,30	2,29	-0,4%
Direção (Yaw)	1,55	1,41	-9,0%
Balanço lateral superior	3,09	2,90	-6,1%
Balanço lateral inferior	0,78	0,77	-1,3%

Observa-se na que as frequências naturais do modelo completo demostram que este representa satisfatoriamente o sistema físico. Entretanto, nota-se que as maiores fragilidades na representação matemática do modelo estão nos movimentos que envolvem deslocamento lateral do corpo do vagão sobre o conjunto de molas helicoidais da suspensão.

#### 4.3 MODELAGEM DA VIA PERMANENTE

A Figura 4.22 mostra uma seção transversal típica de uma via permanente de uma ferrovia de carga, na qual são mostrados os seguintes elementos: trilhos, fixação, placas de apoio, dormente, lastro, sub lastro e sub leito. Os trilhos são conectados aos dormentes através de um sistema de fixações e placas de apoio. Este conjunto descarrega os esforços gerados pela dinâmica do veículo nos dormentes que os distribuem às demais camadas da via permanente até chegar ao subleito.



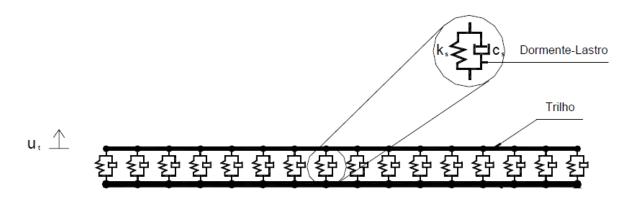
**Figura 4.22 –** Seção transversal de uma ferrovia típica (Porto, 2004).

Neste cenário, é comum realizar a separação entre a modelagem da infraestrutura e a da geometria da via permanente. Desta forma, a primeira estaria relacionada aos parâmetros físicos construtivos e a segunda à descrição da geometria e variação das cotas de posição fundamentalmente do ponto de contato entre as rodas e os trilhos, denominadas de irregularidades.

## 4.3.1 Modelagem da Infraestrutura da Via Permanente

A infraestrutura da via permanente modelada nesta tese é composta por trilho suportado pelo conjunto, fixação, dormente e lastro. O subleito abaixo do lastro será considerado como a base do modelo e não possui nenhum grau de liberdade.

Neste modelo, as fixações e os dormentes são considerados como um sistema mola/amortecedor em paralelo se conecta ao trilho e ao subleito. A Figura 4.23 ilustra esta aproximação. Nesta Figura,  $U_t$  é o deslocamento vertical do trilho.



**Figura 4.23 –** Ilustração do modelo da infraestrutura utilizado (adaptada de Correa 2003).

## 4.3.1.1 Modelagem do Trilho

A modelagem do trilho é realizada utilizando-se a técnica do Método de Elementos Finitos e se dá por meio de um conjunto de elementos de viga do tipo Euler-Bernoulli (Cavalcante, 2010). Nesta aproximação, cada elemento de viga possui 6 (seis) graus de liberdade, a saber:

- y<sub>2,4</sub> deslocamentos verticais dos nós;
- y<sub>1,3</sub> deslocamentos axiais dos nós;
- θ<sub>1,2</sub> rotação dos nós;



Figura 4.24 – Elemento de viga e graus de liberdade.

Desta forma, a função que fornece os deslocamentos no sistema pode ser aproximada pela expressão:

$$y(x,t) = \sum_{i}^{N} \psi_{i}(x) y_{i}(t)$$
 (4.83)

Na Equação (4.83), as funções de forma  $\psi_i(x)$  satisfazem as condições de contorno para os graus de liberdade  $y_i(t) = \{y_1 \ y_2 \ \theta_1 \ y_3 \ y_4 \ \theta_2\}^T$  – incluindo os graus de liberdade de rotação – da viga mostrada na Figura 4.24.

A solução geral para a deflexão de vigas sujeitas a carregamento em suas extremidades é do tipo polinomial cúbica o que resulta nas funções de forma mostrada pelas equações (4.84) a (4.89):

$$\psi_1(x) = 1 - \frac{x}{L} \tag{4.84}$$

$$\psi_2(x) = 1 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \tag{4.85}$$

$$\psi_3(x) = x \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \tag{4.86}$$

$$\psi_4(x) = \frac{x}{L} \tag{4.87}$$

$$\psi_5(x) = 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \tag{4.88}$$

$$\psi_6(x) = \frac{x^2}{L} \left( \frac{x}{L} - 1 \right) \tag{4.89}$$

Utilizando-se o princípio dos trabalhos virtuais e a equação básica da deflexão de vigas, qualquer coeficiente de rigidez associado com a flexão desta pode ser expresso na forma, sendo i, j =2, 3, 5 e 6:

$$k_{ij} = \int_0^L EI \frac{\partial^2 \psi_i(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \psi_j(x)}{\partial x^2} d(x)$$
 (4.90)

Nesta, E é o módulo de elasticidade do material do trilho e I o momento de inércia da seção transversal.

Denotando por "A" a área da seção transversal, os coeficientes associados aos esforços axiais de uma viga e i, j = 1 e 4, tem-se

$$k_{ij} = \int_0^L EA \frac{\partial \psi_i(x)}{\partial x} \frac{\partial \psi_j(x)}{\partial x} d(x)$$
 (4.91)

Assim, para um seguimento de viga uniforme, os coeficientes de rigidez formam a matriz mostrada pela Equação (4.101)

$$k_{e} = \frac{EI}{L^{3}} \begin{bmatrix} \frac{AL^{2}}{I} & 0 & 0 & -\frac{AL^{2}}{I} & 0 & 0\\ 0 & 12 & 6L & 0 & -12 & 6L\\ 0 & 6L & 4L^{2} & 0 & -6L & 2L^{2}\\ -\frac{AL^{2}}{I} & 0 & 0 & \frac{AL^{2}}{I} & 0 & 0\\ 0 & -12 & -6L & 0 & 12 & -6L\\ 0 & 6L & 2L^{2} & 0 & -6L & 4L^{2} \end{bmatrix}$$
(4.92)

De maneira análoga pode-se calcular os coeficientes de massa correspondente às coordenadas nodais da viga, considerando um material com massa  $\overline{m}$  uniformemente distribuída. Assim, os efeitos de flexão e axiais resultam na matriz da Equação (4.93).

$$m_e = \frac{\overline{m}L}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0\\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L\\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2\\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0\\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L\\ 0 & 13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix}$$
(4.93)

O amortecimento considerado será do tipo proporcional (*Rayleigh*) à massa e à rigidez, conforme mostrado na próxima equação:

$$c_e = 2\beta \ m_e + 2\gamma \ k_e \tag{4.94}$$

Sendo,  $\beta e \gamma$  fatores de proporcionalidade (Correa, 2003)

Assim, dada a discretização do trilho por elementos finitos tipo barra sobre apoios discretos (mola-amortecedor) que representam o conjunto lastro e dormente, a equação de movimento dos trilhos é dada na forma geral:

$$M_t \ddot{U}_t + C_t \dot{U}_t + K_t U_t = F(t) \tag{4.95}$$

Na qual:

 $M_{t_i}$   $C_t$  e  $K_{t_i}$  são, respectivamente, a matriz de massa, amortecimento e rigidez do trilho no sistema global de coordenadas;

 $\ddot{U}_t$ ,  $\dot{U}_t$  e  $U_t$  são em ordem os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento trilho no sistema global de coordenadas;

F(t) o vetor das forças externas aplicadas ao trilho.

# 4.3.1.2 Modelagem do Lastro e Dormente

O conjunto formado pelo Lastro e Dormente (Figura 4.23) foi modelado como elementos tipo mola e amortecedor lineares, cujas propriedades mecânicas (coeficientes de rigidez e de amortecimento) são definidas segundo os graus de liberdade nodais.

Desta forma, as matrizes de rigidez e amortecimento da conexão são dadas por:

$$K_{con}^{G} = \begin{bmatrix} k_{x} & 0 & 0 & -k_{x} & 0 & 0\\ 0 & k_{y} & 0 & 0 & -k_{y} & 0\\ 0 & 0 & k_{z} & 0 & 0 & -k_{z}\\ -k_{x} & 0 & 0 & k_{x} & 0 & 0\\ 0 & -k_{y} & 0 & 0 & k_{y} & 0\\ 0 & 0 & -k_{z} & 0 & 0 & k_{z} \end{bmatrix}$$
(4.96)

$$C_{con}^{G} = \begin{bmatrix} c_{x} & 0 & 0 & -c_{x} & 0 & 0\\ 0 & c_{y} & 0 & 0 & -c_{y} & 0\\ 0 & 0 & c_{z} & 0 & 0 & -c_{z}\\ -c_{x} & 0 & 0 & c_{x} & 0 & 0\\ 0 & -c_{y} & 0 & 0 & c_{y} & 0\\ 0 & 0 & -c_{z} & 0 & 0 & c_{z} \end{bmatrix}$$
(4.97)

Nas quais:

 $k_{x,y,z}$  e  $c_{x,y,z}$  são, respectivamente, os coeficientes de rigidez e amortecimento no sistema global e seus valores são encontrados na literatura (Campos, 2003).

## 4.3.2 Modelagem das irregularidades da Via Permanente

A via permanente além de introduzir o processo de direcionamento do veículo, impõem acelerações ao veículo que dependem de sua velocidade (Barbosa, 1999). Desta forma, para o caso veicular, a excitação do sistema é fundamentalmente oriunda da base.

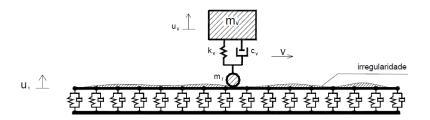
Assim, para a correta simulação e análise do comportamento do veículo deve-se conhecer a geometria (vide Capítulo 3.1) no ponto de interação com o veículo, ou seja, no contato da roda com o trilho.

As irregularidades ao longo da via possuem característica periódica, aleatória ou uma combinação destas duas. As irregularidades periódicas, por exemplo relacionadas com o comprimento padrão da barra de trilho, podem causar uma excitação no veículo coincidente com alguma frequência natural deste, conforme visto no Capítulo 4.2.1.

Nesta tese será considerada apenas excitações do tipo periódica e harmônica, ou seja, serão representadas através de uma função padrão seno, na qual será objeto de variação o comprimento de onda destas.

# 4.4 INTERAÇÃO DINÂMICA ENTRE OS MODELOS DO VEÍCULO E DA VIA PERMANENTE

Após a realização da modelagem do veículo e da via permanente separadamente, deve-se realizar o acoplamento entre os modelos, conforme mostrado na Figura 4.25).



**Figura 4.25 –** Ilustração da interação veículo via simplificada (adaptada de Correa 2003).

Aplicando-se à  $2^a$ . Lei de Newton ao esquema mostrado na Figura 4.25, pode-se obter a equação de movimento para a massa  $m_v$ :

$$m_v \ddot{u}_v + c_v (\dot{u}_v - \dot{U}_t^*) + k_v (u_v - U_t^*) = f_r \tag{4.98}$$

Na qual:

 $\dot{U}_t^*$  e  $U_t^*$  – velocidade e deslocamento nodais do trilho no ponto de contato da roda com a superfície do trilho

 $f_r = c_v \dot{u}_{ir} + k_v u_{ir}$  – força de interação dinâmica entre o veículo e a via permanente, atuando sobre o veículo devido às irregularidades.

A equação de movimento associado ao trilho é dada por (Equação 4.113):

$$M_t \ddot{U}_t + C_t \dot{U}_t + K_t U_t = F_v - P_s \tag{4.99}$$

$$P_{\mathcal{S}} = C_{\mathcal{S}} \ddot{U}_t + K_{\mathcal{S}} U_t \tag{4.100}$$

$$F_{v} = (m_{v} + m_{r})g - m_{r}(\ddot{U}_{t}^{*} + \ddot{u}_{ir}) + c_{v}[\dot{u}_{v} - (\dot{U}_{t}^{*} + \dot{u}_{ir})] + k_{v}[u_{v} - (U_{t}^{*} + u_{ir})]$$
(4.101)

As Equações (4.113 a 4.115) podem ser manipuladas algebricamente de modo a serem escritas em um único sistema inercial de referência que acople todas as equações diferenciais que regem o comportamento do sistema formado pelo veículo e a via permanente, a saber:

$$\begin{bmatrix} m_{v} & 0 \\ 0 & (M_{t} + m_{r}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_{v} \\ \ddot{\upsilon}_{t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{v} & -c_{v} \\ -c_{v} & (C_{t} + C_{s} + c_{v}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_{v} \\ \dot{\upsilon}_{t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{v} & -k_{v} \\ -k_{v} & (K_{t} + K_{s} + k_{v}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{v} \\ U_{t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{r} \\ (m_{r} + m_{v})g - f_{iv} \end{bmatrix}$$
(4.102)

Na qual:

 $f_{iv} = m_r \ddot{u}_{ir} + c_v \dot{u}_{ir} + k_v u_{ir}$ , a força de interação devido às irregularidades entre a estrutura e o veículo;

 $\ddot{u}_{ir}$ ,  $\dot{u}_{ir}$  e  $u_{ir}$  são as primeiras e segundas derivadas e a própria função das irregularidades geométricas.

 $m_r, c_v, k_v \ e \ m_v$  a massa das rodas dos veículos, amortecimento, rigidez e massa do veículo, respectivamente.

Na modelagem realizada, os parâmetros da via utilizados foram conforme Lei, 2002:

- flexibilidade do suporte da via utilizado foi de 60 MN/m
- amortecimento do suporte 9 kNs/m;
- área da seção transversal do trilho: 0,7708x10<sup>-2</sup> m<sup>2</sup>;
- massa do dormente: 250 kg;

A solução das equações de movimento se dá através de integração numérica, sendo que neste trabalho foi utilizado o método de Newmark (Lei, 2002).

## 5 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

### 5.1 Validação experimental

O modelo matemático completo também foi validado experimentalmente. Para esta tarefa foram utilizados dois recursos importantes que tem sido utilizado continuamente pela operadora ferroviária: carro controle EM-100 e o vagão instrumentado.

A Figura 5.1 apresenta o carro controle que se trata de um veículo ferroviário projetado para medir principalmente a geometria da via permanente. Dentre as medidas coletadas com equipamento, neste trabalho utilizaram-se apenas o nivelamento transversal entre os trilhos esquerdo e direito.



Figura 5.1 – Carro Controle EM100

O vagão instrumentado (Figura 5.2) é na verdade um vagão de serviço regular de transporte de carga que recebeu uma instrumentação insuficiente para registrar a resposta do veículo à excitação da via permanente. O diferencial deste produto é que, por se tratar de um vagão regular, as medições são realizadas em condições reais de operação, tanto quando vazio, quanto carregado e continuamente, 24 horas/dia.



**Figura 5.2 –** Vagão instrumentado utilizado pela Vale

A instrumentação embarcada no vagão é composta de (Santos, 2014):

- 06 baterias utilizadas como fonte de energia elétrica;
- 14 painéis solares para carregamento elétrico das baterias;
- 04 sensores de deslocamento da suspensão deflexão das molas;
- 02 gabinetes com sistema de aquisição de dados e controle do sistema;
- 01 haste rígida instrumentada para medição dos esforços longitudinais;
- 01 transdutor de pressão para o encanamento geral do sistema de freio;
- 01 sistema de posicionamento e transmissão e dados via satélite.



Figura 5.3 – Sensor aplicado à suspensão do vagão instrumentado

Nesta tese, o parâmetro selecionado para validação do modelo foi o deslocamento vertical da suspensão, na qual foi utilizado um sensor com uma mola pré-tensionada para monitorar a deflexão vertical do conjunto de molas (Figura 5.4). Os dados foram coletados a uma taxa de 1 ponto por metro e o vagão estava trafegando a uma velocidade 13,2 m/s. Infelizmente, esta taxa de aquisição dos dados limita a abrangência das análises de forma que alguns fenômenos visíveis em frequências elevadas podem não estar representados.



Figura 5.4 – Deflexão da suspenção secundária do vagão instrumentado.

Com a finalidade de validar o modelo matemático desenvolvido foi realizada a medição com o carro controle do desnivelamento transversal da via permanente, sendo que os resultados estão apresentados na Figura 5.5. As medidas foram coletadas a partir do marco quilométrico 27,0 da Estrada de Ferro Carajás. Este

trecho é plano, em tangente e o carro controle estava programado para registrar as medidas a cada 0,25 m. Dado que a velocidade de translação do veículo era de 22,2 m/s, resulta em uma taxa de aquisição de aproximadamente 90 Hz.

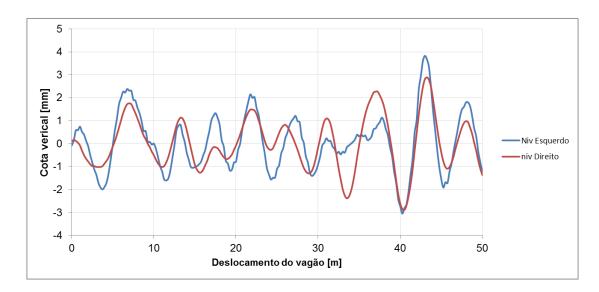
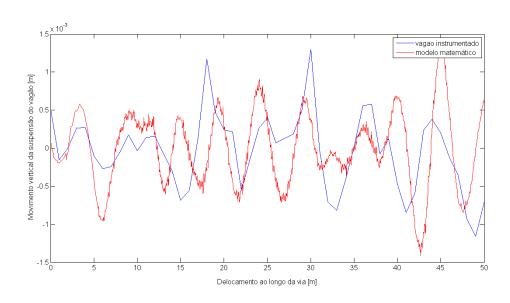


Figura 5.5 - Desnivelamento transversal medido em dez/12

Uma vez que a geometria da via permanente, ou seja excitação do sistema, está definida, esta foi introduzida no modelo matemático do vagão completo e sua resposta registrada e comparada com as medidas reais do vagão instrumentado, no mesmo trecho e aproximadamente no mesmo período.



**Figura 5.6 –** Comparação entre o resultado medido e o simulado com o modelo completo em *MatLab*.

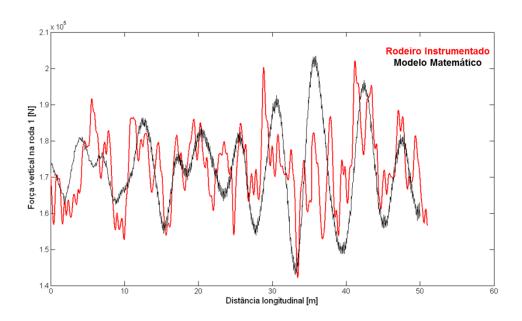
A análise dos resultados da Figura 5.6 permite inferir que a resposta do modelo utilizando as medições de geometria reais é razoavelmente similar ao medido no vagão físico. As diferenças em amplitude encontradas podem estar correlacionadas a parâmetros não controlados nas medições de campo, como rigidez da via permanente e/ou a aproximações das não linearidades existentes no vagão (rigidez de contato no prato de pião e amortecimento).

Uma terceira validação dos modelos também foi realizada através da comparação direta dos resultados das simulações e de medições reais de campo dos valores dos esforços vertical no contato da roda com o trilho. Para isto, foi utilizado um rodeiro especialmente instrumentado (Figura 5.7) para as medições dos esforços verticais. Magel, 2008 faz uma breve descrição sobre a utilização desta ferramenta.

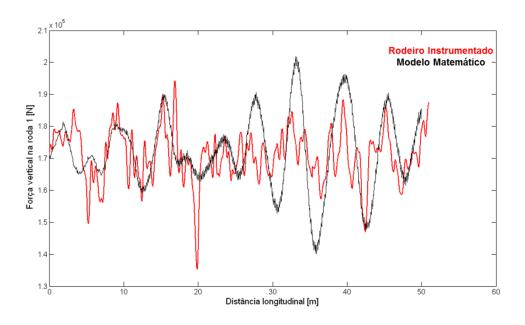


**Figura 5.7 –** Rodeiro Instrumentado.

A **Figura 5.8** e **Figura 5.9** apresentam os resultados das medições dos esforços verticais nas rodas do primeiro rodeiro (de ataque) do vagão em comparação com os valores oriundos das simulações computacionais do modelo matemático. Qualitativamente é possível observar que há uma boa correlação entre os dados, considerando o fato que se trata de medidas reais em ambiente pouco controlado.

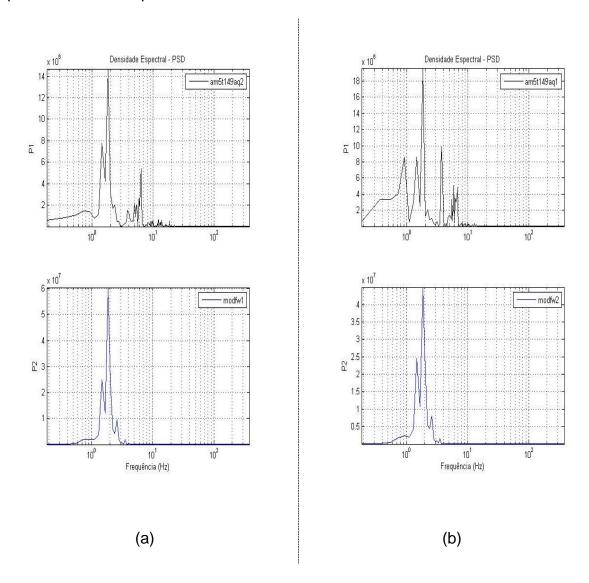


**Figura 5.8 –** Comparação entre o resultado medido experimentalmente e o modelo matemático para primeira roda direita do vagão.



**Figura 5.9 –** Comparação entre o resultado medido experimentalmente e o modelo matemático para primeira roda esquerda do vagão.

A análise de correlação espectral entre os sinais mostrados na **Figura 5.8** está apresentado em sequencia.



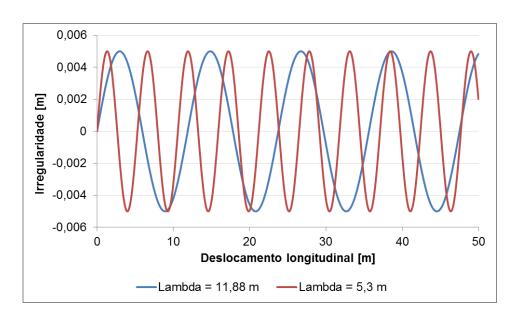
**Figura 5.10 –** Densidade espectral do resultado das simulações (superior) e medidos em campo com rodeiro instrumentado (inferior). (a) roda direita, (b) roda esquerda.

Na **Figura 5.10** a legenda *modfw1* e *modfw2* representam os sinais da força vertical da roda direita e esquerda respectivamente. Já *am5t149aq1* e *am5t149aq2* são os mesmos parâmetros, porém medidos com o rodeiro instrumentado. Nota-se que há uma boa correlação espectral entre os valores medidos e simulados computacionalmente. Observa-se um conteúdo na frequência entre 3 e 4 Hz nos sinais medidos que são originários da frequência de rotação do roteiro.

Entretanto, considerando a boa correlação das frequências modais e o resultado dinâmico mostrado, o modelo foi considerado com adequado para a realização das simulações que se seguem.

#### 5.2 Simulação computacional

Para a realização das simulações computacionais é necessário definir qual será a geometria típica da ferrovia a ser utilizada. Grando em 2012 realizou uma extensiva análise considerando desnivelamento transversal periódico defasado entre os trilhos direito e esquerdo da ferrovia, pois um de seus objetivos era analisar o movimento de balanço lateral (*roll*). Portanto, nesta tese apenas o desnivelamento transversal com os trilhos esquerdo e direito em fase foi considerado já que esta condição foi verificada experimentalmente (Figura 5.5), todavia não foi considerada diferença de amplitude entre as ondas entre os trilhos da mesma seção transversal, que poderia excitar também o modo lateral. Esta condição seria de difícil padronização, controle e não está prevista nas normas técnicas aplicadas. A Figura 5.11 reproduz dois exemplos da excitação periódica considerados, sendo onda em azul com comprimento de onda 11,88 m e a vermelha 5,3 m.



**Figura 5.11 –** Exemplo da excitação da via permanente.

A estratégia de simulação foi adotada conforme ilustra o fluxograma da Figura 5.12. A inovação nesta metodologia está em considerar como gatilho de

manutenção não apenas a amplitude da irregularidade como preconizam os manuais práticos de campo das ferrovias e recomendações de agencias regulatórias como a *Federal Railroad Administration* (FRA) Americana, mas também foi considerado o comprimento de onda das irregularidades.

Neste fluxograma realiza-se uma varredura de velocidade do vagão partindo-se de uma geometria de via normatizada ou medida em campo. Se houver ampliação de amplitude de oscilação de algum grau de liberdade para uma determinada velocidade dentro dos limites da varredura, recalcula-se o comprimento de onda necessário para que esta frequência amplificada seja também sintonizada a uma velocidade operacional ou tipicamente a máxima velocidade autorizada.

Realizam-se novas simulações em busca de condições de insegurança<sup>1</sup>. Se encontrado, adotam-se medidas corretivas de manutenção e ou operacional, ou seja, realiza-se o nivelamento da linha ou aplicam-se restrições de velocidade até que o problema seja solucionado.

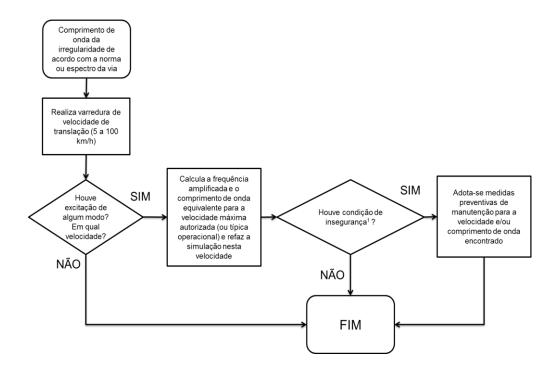


Figura 5.12 – Fluxograma da simulação computacional realizada.

-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Nesta tese define-se como condição de insegurança a amplificação da amplitude do grau de liberdade o que implicará em um alívio da carga vertical nas rodas do veículo.

Neste sentido, o ponto de partida para a construção da excitação periódica da via permanente. Sabe-se (Grando, 2012) que o comprimento das barras de trilhos que são instaladas nas ferrovias nacionais tem comprimento que variam entre 12 e 24m, sendo a última a mais comum. Estas barras são unidas por junta soldada formando trilhos longos soldados (TLS) que podem chegar até 360 m de comprimento. Assim, neste trabalho foram adotados os comprimentos de onda de 6, 11,88 (comprimento padrão Americano), 12, 24 e 30 m.

Outra forma de construir a via teórica para a simulação é realizar uma análise espectral das medidas de desnivelamento real da via permanente, mostrados na Figura 5.5. Aplicando-se a Transformada Rápida de Fourier (FFT) obtém-se o espectro de frequência espacial do desnivelamento transversal. Devido ao comprimento total da ferrovia analisado nesta tese (50m), a faixa de frequência recuperável é de até 10m. Entretanto, como exposto no parágrafo anterior, outros comprimentos de onda foram propositalmente adicionados nas análises.

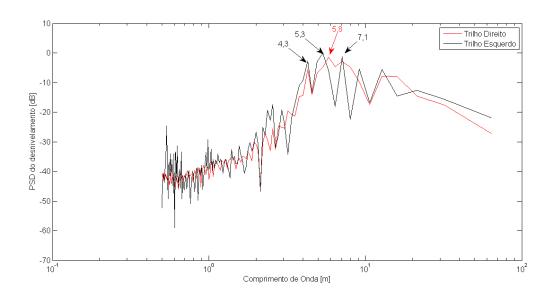


Figura 5.13 – Espectro de frequência espacial do desnivelamento transversal

O resultado mostrado na Figura 5.13 indica que os quatro comprimentos de ondas com maior magnitude são: 4,3 m, 5,3 m, 5,8 m e 7,1 m. Estes comprimentos de onda também foram utilizados na construção das irregularidades para a aplicação da estratégia de análise e simulação adotada.

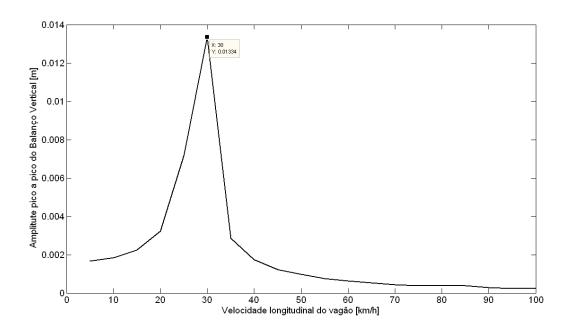
A velocidade de translação do veículo foi variada entre 5 e 100 km/h, em incrementos de 5 km/h.

O critério para avaliação de segurança mais praticado na literatura é a medida da razão entre a força lateral e vertical nas rodas do vagão. Entretanto, é razoavelmente difícil realizar a medida deste parâmetro em regime regular de operação, sendo que a forma mais conhecida é a utilização de rodeiros instrumentados. Entretanto, estes equipamentos possuem difícil calibração, operação e manutenção. Outro fator negativo é o alto custo de aquisição que inviabiliza sua utilização continuamente.

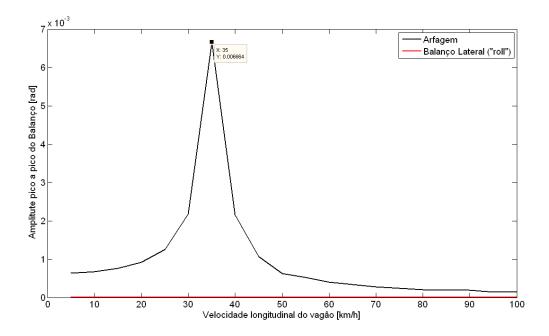
Por outro lado, a utilização de vagões instrumentados (Figura 5.2) para monitoramento e aferição de segurança tem demostrado uma boa ferramenta (Santos, 2014) e este equipamento, como já descrito, monitora basicamente os movimentos (de corpo rígido) da caixa do vagão.

Desta forma, a proposta desta tese é avaliar os movimentos de balanço vertical (bounce), balanço lateral (roll) e o movimento de arfagem (pitch), pois assim será possível utilizá-los na rotina de inspeções com os equipamentos disponíveis.

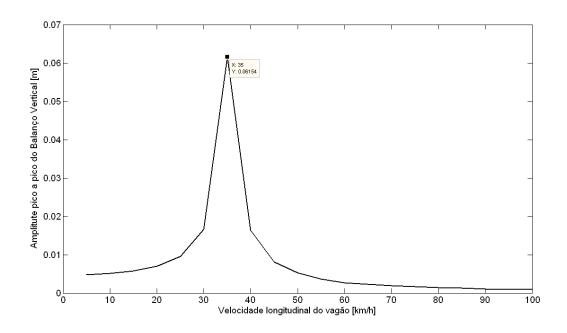
Os resultados das diversas simulações estão mostrados nas figuras que se seguem. Nestas são mostradas as amplitudes pico a pico para os graus de liberdade citados. Os resultados foram sumarizados na Tabela 5-1 disponibilizada após as figuras com gráficos das simulações. Convém notar que, embora a simulação tenha sido realizada até a velocidade de 100 km/h, o veículo foi projeto para operar até 80 km/h.



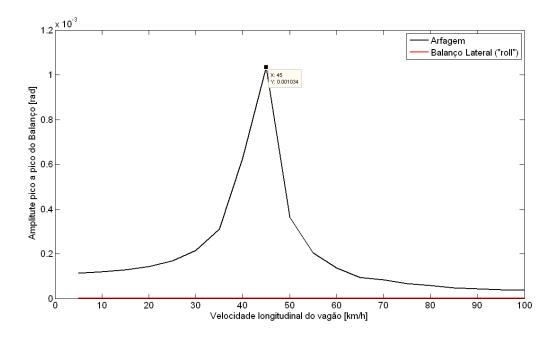
**Figura 5.14 –** Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 4,3 m.



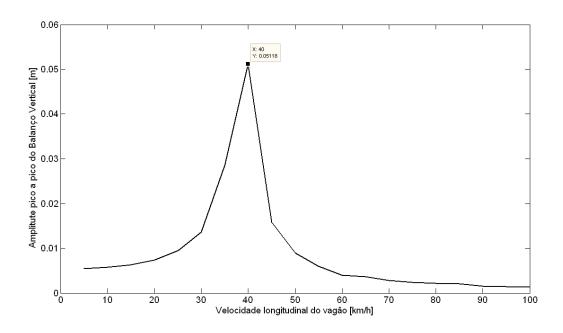
**Figura 5.15 –** Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 4,3 m.



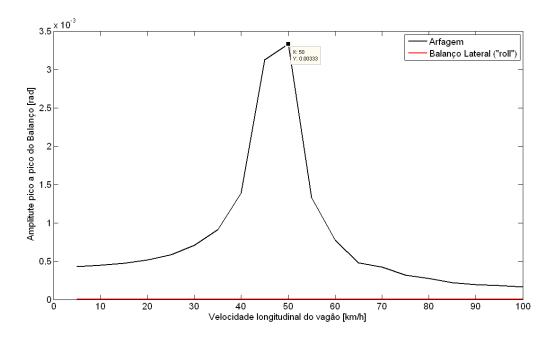
**Figura 5.16 –** Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 5,3 m.



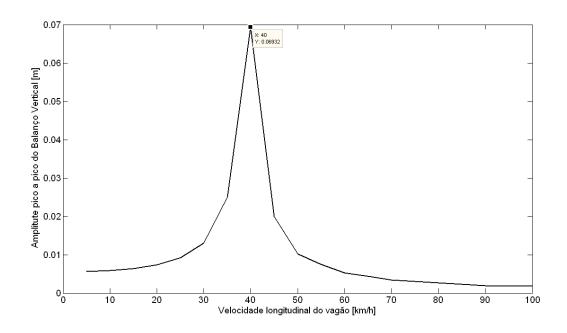
**Figura 5.17 –** Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 5,3 m.



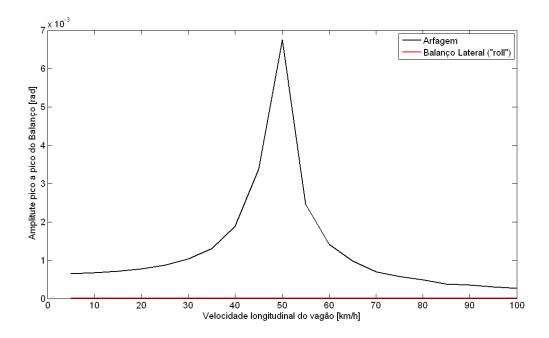
**Figura 5.18 –** Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 5,8 m.



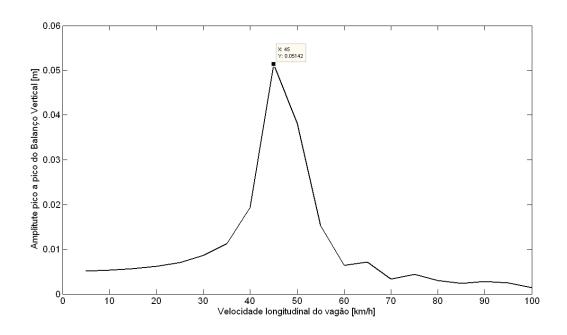
**Figura 5.19 –** Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 5,8 m.



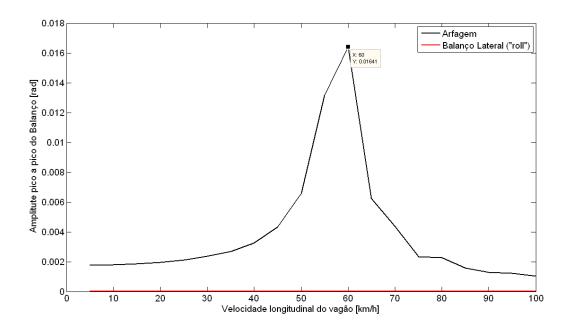
**Figura 5.20 –** Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 6,0 m.



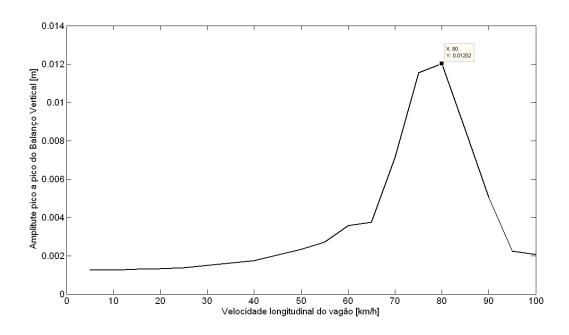
**Figura 5.21 –** Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 6,0 m.



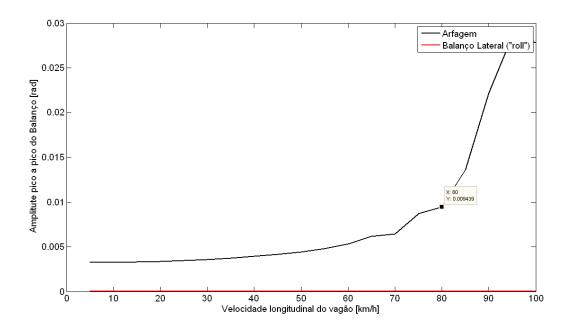
**Figura 5.22 –** Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 7,1 m.



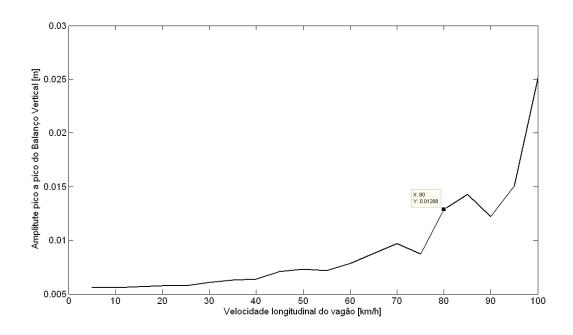
**Figura 5.23 –** Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 7,1 m.



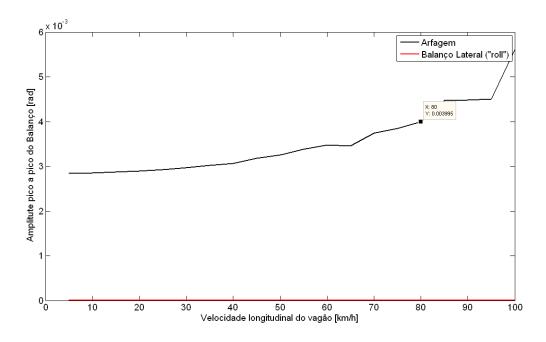
**Figura 5.24 –** Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 11,9 m.



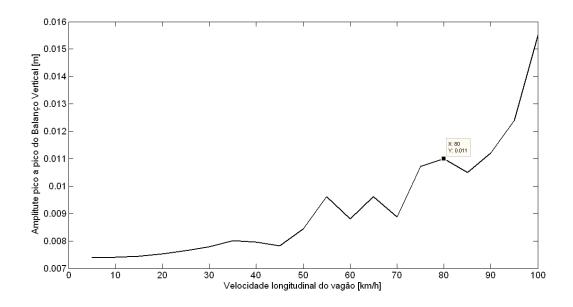
**Figura 5.25 –** Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 11,9 m.



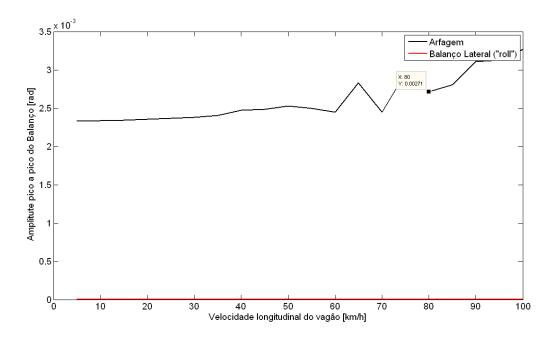
**Figura 5.26 –** Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 18 m.



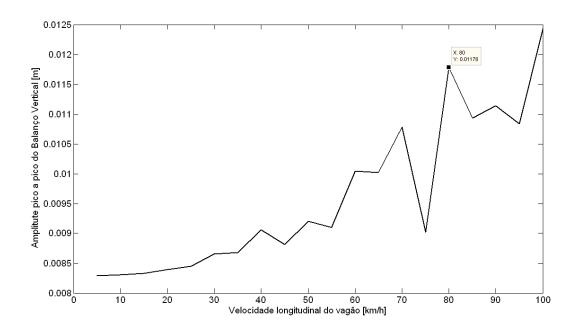
**Figura 5.27 –** Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 18 m.



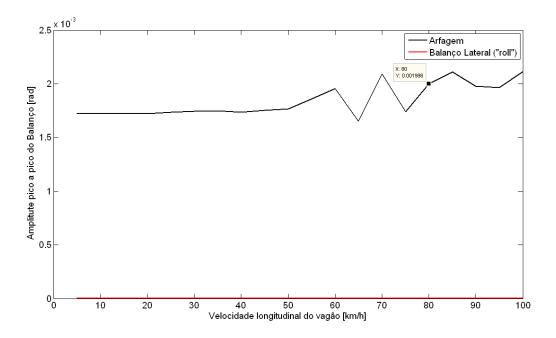
**Figura 5.28 –** Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 24 m.



**Figura 5.29 –** Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 24 m.



**Figura 5.30 –** Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 30 m.



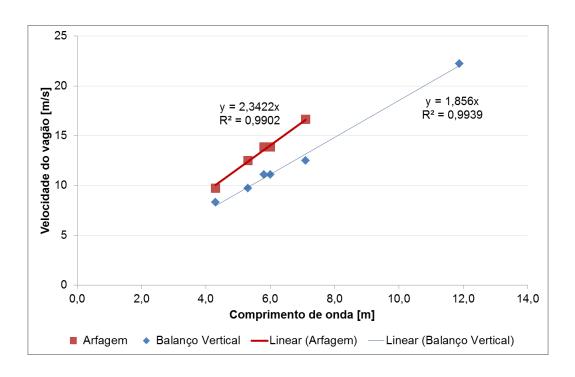
**Figura 5.31 –** Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 30 m.

Uma observação importante dos resultados foi que à medida que se aumenta o comprimento de onda, a velocidade na qual a amplitude do movimento se amplifica também se eleva. Isto é explicado pelo fato que há uma relação de dependência direta e linear entre a velocidade e o comprimento de onda. Neste caso, como pode se observar na Figura 5.32, esta relação é aproximadamente a frequência natural do respectivo modo do vagão.

**Tabela 5-1 –** Sumário dos resultados das simulações

Comprimento de onda [m]	Velocidade [km/h]	Modo amplificado	Frequência de excitação [Hz]	Comprimento de onda para a velocidade máxima autorizada [80 km/h]			
4,3	30	Balanço Vertical	1,94				
4,3	35	Arfagem	2,26	9,8			
5,3	35	Balanço Vertical	1,83	12,1			
5,3	45	Arfagem	2,36	9,4			
5,8	40	Balanço Vertical	1,92				
5,8	50	Arfagem	2,39	9,3			
6,0	40	Balanço Vertical	1,85				
6,0	50	Arfagem	2,31	9,6			
7,1	45	Balanço Vertical	1,76	12,6 9,5 11,9 11,9			
7,1	60	Arfagem	2,35				
11,9	80	Balanço Vertical	1,87				
11,9	80	Arfagem	1,87				
12,0	80	Balanço Vertical	1,85	12,0			
12,0	80	Arfagem	1,85	12,0			
18,0	80	Balanço Vertical	1,23	18,0			
18,0	80	Arfagem	1,23	18,0			
24,0	80	Balanço Vertical	0,93	24,0			
24,0	80	Arfagem	0,93	24,0			
30,0	80	Balanço Vertical	0,74	30,0			
30,0	80	Arfagem	0,74	30,0			

Seguindo com a metodologia proposta, foi criada na Tabela 5-1 a coluna mais a direita que apresenta qual seria o comprimento de onda que excitaria o vagão na mesma frequência anterior, porém na velocidade máxima operacional. Entretanto, esta análise só se justifica para aqueles comprimentos cuja respectiva velocidade foi menor que 80 km/h.

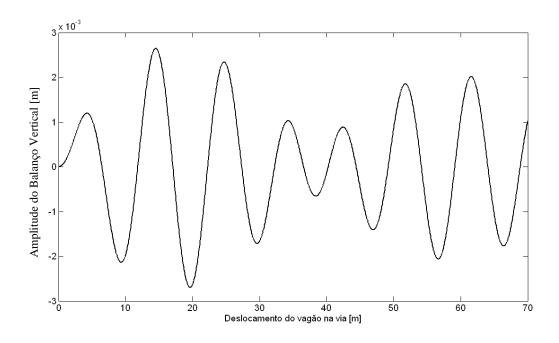


**Figura 5.32 –** Relação de dependência entre a velocidade na qual o movimento se amplifica e o comprimento de onda da excitação.

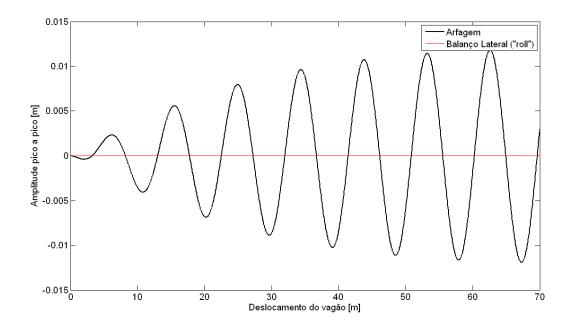
Assim, o vagão virtual foi novamente submetido às irregularidades para este novo comprimento de onda, porém na velocidade operacional máxima, a fim de se verificar se o modo continua sendo excitado. Estes resultados estão mostrados na Figura 5.33 a Figura 5.36. Devido à similaridade dos resultados, estão mostrados apenas dois exemplos que ilustram completamente o fenômeno encontrado.

Na Figura 5.33 observa-se a ocorrência de batimento no movimento da vertical do vagão enquanto na Figura 5.34 o movimento de arfagem é continuamente amplificado. Não há excitação do movimento lateral, como já era esperado. Por outro lado, nas Figura 5.35 Figura 5.36 a situação se torna oposta, ou seja, batimento no movimento de arfagem e amplificação contínua do movimento vertical. Esta análise confere com o modo esperado mostrado na Tabela 5-1.

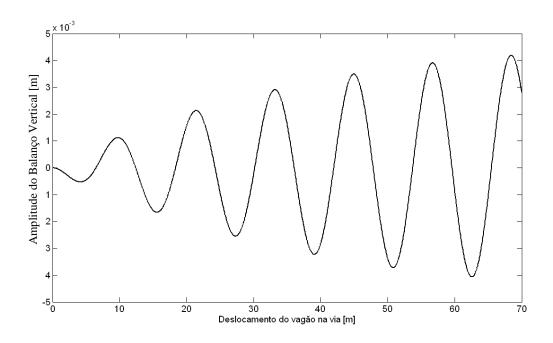
.



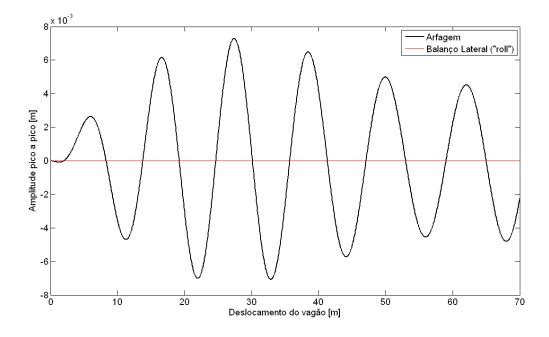
**Figura 5.33 –** Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 9,30 m e velocidade de 80 km/h.



**Figura 5.34 –** Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 9,30 m e velocidade de 80 km/h.



**Figura 5.35 –** Amplitude pico a pico do balanço vertical do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 11,60 m e velocidade de 80 km/h.



**Figura 5.36 –** Amplitude pico a pico do balanço lateral e arfagem do vagão para irregularidade transversal periódica com comprimento de onda de 11,60 m e velocidade de 80 km/h.

Embora a prática dos operadores ferroviários seja apenas adotar medidas corretivas de geometria de linha baseado em amplitude da irregularidade, os resultados mostraram que a análise do conteúdo espectral da via permanente é fundamental para a determinação da segurança operacional. Novas tecnologias para avaliação de qualidade da via permanente têm sido desenvolvidas em convergência com esta constatação (Babosa, 2013 e Barbosa, *to appear*).

Para o caso particular analisado, o vagão de minério de ferro de maior capacidade em operação no Brasil possui pontos de atenção quando operado em velocidades entre 30 e 50 km/h em geometrias de linhas com comprimento de ondas próximo à distância entre truques, neste caso 5,410 m. As análises mostraram que, as irregularidades da via permanente entre 4 e 7 m devem ser suavizadas ao máximo. Caso não seja possível, a operadora não deve aplicar restrições de velocidades na faixa citada.

# 6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho objetivou elaborar um modelo matemático, validá-lo com medidas experimentais e estudar a resposta do veículo ferroviário às irregularidades geométricas periódicas da via permanente. Com este estudo foi possível determinar com segurança que tipo de irregularidade da geometria deve-se considerar como prioritário na estratégia de manutenção da via permanente de forma a contemplar também a dinâmica veicular.

O objetivo de elaborar modelos matemáticos foi cumprido de duas formas, uma simplificada (4 graus de liberdade) e outra mais completa (15 graus de liberdade) de um veículo ferroviário de carga foram realizadas. As equações de movimento para o modelo simplificado foram obtidas pelo método de Kane, enquanto o segundo pelo de Lagrange. A flexibilidade do suporte da via permanente foi também modelada adequadamente incluindo-se o acoplamento entre as duas dinâmicas.

Embora as Equações de Lagrange exijam o conhecimento das energias cinéticas e potências do sistema e, principalmente, de suas derivadas com respeito ao tempo, as características de simetria do modelo do vagão permitiram sua modelagem.

A combinação das características da geometria da via, modelada de forma harmônica, com a resposta do veículo revelou-se fundamental para o estudo da segurança operacional, sendo que as frequências naturais do veículo que determinam suas velocidades críticas devem ser conhecidas antes de qualquer determinação sobre velocidade autorizada de tráfego e principalmente na imposição de restrições de velocidade.

O modelo do veículo simplificado mostrou-se uma poderosa ferramenta para avaliações rápidas da estabilidade vertical do vagão e deve ser minimamente adotado na prática.

O modelo mais completo, de 15 graus de liberdade, foi validado e considerado satisfatório, a partir da comparação das frequências naturais obtidas no vagão real e na comparação de seu resultado produzido dada uma entrada medida com equipamentos de controle de geometria de linha e de medições dinâmicas realizadas por vagão instrumentado

A estratégia adotada ilustrada pelo fluxograma da Figura 5.12 foi devidamente utilizada e mostrou-se ser eficiente na determinação dos comprimentos de onda da via permanente que devem ser priorizados na manutenção, bem como na análise da segurança do vagão quando na adoção de restrições de velocidades. Particularmente ao vagão tipo GDU, identificou-se que este possui pontos de atenção em velocidades entre 30 e 50 km/h. Também se notou que, nesta faixa de velocidades, os comprimentos de ondas (da geometria da via) críticos estão entre 4 e 7 metros. Desta forma a medidas a serem tomadas estariam embasadas na resposta efetiva do veículo em particular às condições da via permanente local.

Desta forma, pode-se concluir o trabalho atendeu seus objetivos e contribuiu de maneira inovadora para o desenvolvimento acadêmico e profissional do meio ferroviário Brasileiro.

Como sugestão para trabalhos futuros, tem-se:

- Expandir a caracterização espectral da via permanente para o alinhamento longitudinal;
- Realizar análise de sensibilidade da resposta do modelo aos parâmetros construtivos do suporte da via permanente;
- Aprimorar a modelagem da rigidez lateral do vagão e truque de modo a melhorar a representatividade do modo de guinada;
- Utilizar novas tecnologias de avaliação de qualidade da via férrea baseandose na dinâmica inversa (Babosa, 2013 e Barbosa, to appear);
- Detalhar o modelo do vagão para contemplar a dinâmica do rodeiro e possibilitar a inclusão de diferentes perfis de roda e trilho;

•	Detalhar modelo	de truque	de 3	peças	incluindo	não	linearidades	do	sistema
	de amortecimen	ito;							

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AAR, **Association of American Railroads, Capitulo XI**, Service-worthiness tests and analyses for new freight cars, 1993.
- Almeida, Fabio Cardoso. **Análise das Forças de Contato e Comportamento Dinâmico de Rodeiro Ferroviário**. 2006. 132p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) Universidade de São Paulo (EP-USP).
- Barbosa, R. S., Ferreira, S. I., "Estudo para determinação das causas de descarrilamento: avaliação da resposta dinâmica dos vagões na via" Rede Ferroviária Federal S.A., São Paulo, 94 p., (Relatório Técnico IPT n. 33.802), 1995.
- Barbosa, R. S., Costa, A., "Dinâmica do rodeiro ferroviário", Revista Brasileira de Ciências Mecânicas ABCM, v. 18, n. 4, pp. 318-329, 1996.
- Barbosa, R. S. Aplicação de Sistemas Multicorpos na dinâmica de Veículos Guiados. 1.999, 273p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) Universidade de São Paulo (EESC-USP).
- Barbosa, R. S. Interação de contato do par roda/Trilho. Congresso Nacional de Engenharia Mecânica CONEM, Natal-RN, 2000.
- Barbosa, R. S. **Safety Criterion for Railway Vehicle Derailment.** 8th International Heavy Haul Conference, International Heavy Haul Association-IHHA, Rio de Janeiro, 2005.
- Babosa, R. S., Avaliação de Desempenho Dinâmico do Vagão de Minério Tipo GDT. Relatório Técnico 030/2005, FUSP, 2005
- Babosa, R. S., Investigação experimental do comportamento dinâmico de vagão de minério tipo GDE em tráfego na via com travessão (EFVM-CVRD). Relatório Técnico 010/2007, FUSP, 2007.
- Barbosa, R. S. Vehicle Dynamic Response Due to Pavement Roughness. J. of Braz. Soc. of Mech. Sci & Eng, Vol. 23, No. 3, 302-307pp, 2011.

- Barbosa, R. S. Vehicle Dynamic Safety in Measured Rough Pavement. Journal of Transportation Engineering, Vol. 137, No. 5, 305-310pp, 2011.
- Babosa, R. S., Avaliação do Sistema Inercial de Recuperação e Identificação da Qualidade e Segurança da Via Férrea. Relatório de Pesquisa RP-008-2013, Departamento de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2013.
- Barbosa, R. S., New Method for Railway Track Quality Identification Through the Safety Dynamic Performance of Instrumented Railway Vehicle. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, to appear.
- Baruh, H. Analytical Dynamics, McGraw-Hill, 1999
- Cavalcante, E. B., Implementação Computacional Para Análise Dinâmica Plana E Espacial De Pontes Ferroviárias Considerando Interação Veículo-Estrutura. Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, 133p., 2010.
- Cruz, J. J. da. Controle Robusto Multivariável. Edusp, São Paulo, SP, 1996.
- Correa, W. da L., **Vibrações em Pontes Ferroviárias.** 2003, 116p., Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro RJ.
- Dukkipati, R. V. Vehicle Dynamics. CRC Press, Boca Raton, 2000, 591 p.
- Durali, M., Jalili, M. M. Investigation of wagon derailment moving on random rail irregularities using nonlinear 3-dimentional model. IJE Transactions B: Applications, Vol. 21, No. 4, 385-400pp, 2008.
- Felício, L. C., **Modelagem da dinâmica de sistemas e estudo da resposta,** Editora Rima, São Carlos, São Paulo, Brazil, 2010, 551p.
- Garg, V. K., Dukkipati, R. V. **Dynamics of Railway Vehicle Systems**, Academic Press, Canada, 407 p., 1984
- GRANDO, D.. Modelagem de Vagão Ferroviário em Sistema Multicorpos e
   Avaliação do Comportamento Dinâmico em Via Tangente com
   Desnivelamento Transversal Periódico. 2012. 184 pp.. Dissertação (Mestrado)

- Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.
- Grupta, S., Liu, W. F., Degrande, G., Lombaert, G., Liu, W. N., **Prediction of vibrations induced by underground railway traffic in Beijing.** Journal of Sound and Vibration, Vol. 310, 608-630pp, 2008
- Hartog, J., P., D., Mechanical Vibrations. McGraw Hill, New York, 1985.
- Kane, T., R., Levinson, D. **Dynamics: Theory and applications**, Mc Graw-Hill, 1985
- Lei, X., Noda, N. A., Analyses of dynamic response of vehicle and track coupling system with random irregularity of track vertical profile. Journal of Sound and Vibration, Vol. 258(1), 147–165, 2002.
- Li, M. X. D., Berggren, E. G., Berg, M. Assessment of vertical track geometry quality based on simulations of dynamic track-vehicle interaction. Proceedings of IHHA Special Technical Session, Kiruna, Sweden, 11-13 June 2007.
- Li, M. X. D., Berggren, E. G., Berg, M. Persson, I., Assessing track geometry quality based on wavelength spectra and track-vehicle dynamic interaction. Vehicle System Dynamics, Vol 46, Supplement, 261-276pp, 2008.
- Magel, E., Tajaddini, A., Trosino, M., Kalousek, J., **Traction, Forces, Wheel Climb** and **Damage in high-speed railway operations.** Wear, Vol. 265, 1446-1451, 2008.
- Porto, A. A. G., Contribuição ao procedimento de avaliação de truques ferroviários através do comportamento dinâmico da via. 1986. 215 pp.. Tese (Doutorado) Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1986.
- Porto, T. G., **PTR 2501 Ferrovias**. Apostila, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- Santos, G. F. M. dos, Reichl, P. Visualizing rail data using integrated tools to enhance understanding and planning. Conference on Railway Excellence, CORE 2014, Adelaide, Australia, 2014.

- Silva, S. da. **Vibrações Mecânicas.** Notas de Aulas, 2ª. Versão, Unioeste, Foz do Iguaçu, 2009.
- Sisdelli, A. Estudo de desgastes de rodas e suas consequências no material rodante e na via permanente. 2006, 64p. Monografia (Especialização em Transporte Ferroviário de Carga) Instituto Militar de Engenharia.
- Ogata, K., 1993, **Engenharia de Controle Moderno**, Ed. Prentice/Hall do Brasil, 2<sup>a</sup> Edição,Rio de Janeiro, Brazil.
- Wang, T., L., **Impact in railway truss bridge.** Computers & Structures, Vol. 49, No. 6, 1045-1054pp, 1993.
- Wilson, N. G, Urban C. L, Burnett M., S. Rail vehicle dynamic parameter identification. Rail Transportation. (Publication) RTD, v 13, p 83-87, American Society of Mechanical Engineers, Rail Transportation Division; 1997.
- Wu, Y., Yang, Y., Yau, J., Three-Dimensional Analysis of Train-Rail-Bridge Interaction Problems. Vehicle System Dynamics, Vol. 36, No. 1, 1-35pp, 2001
- Wu, Y., Yang, Y., Steady-state response and riding comfort of trains moving over a series of simply supported bridges. Engineers Structures, Vol. 25, 251-265pp, 2003.

# 8 APÊNDICE A – PROGRAMAS COMPUTACIONAIS DESENVOLVIDOS

```
clear all
close all
clc
global BRT BRV BRTV
vel_ciclo = [40];
exc=1:
             %0
                       para
                                   aleatória:
                                                           para
                                                                       harmônica
   carroc=1; %0 nao, 1 sim.
entrada15
ppr = ms*9.81/8;
for ciclo = 1:length(vel_ciclo)
vel_cr = vel_ciclo(ciclo);
v = vel_cr/3.6; % velocidade [m/s]
x = 0:0.014624159:50; % deslocamento [m]
t = x ./ v;
dt = t(4) - t(3);
LEA = max(x); %
I = 0.57; % fonte: artigo do Dam
BRT = 1.828; % GDU
BRV = 5.410; % GDU
BRTV = BRT + BRV;
m_{inicial} = 10;
% LEA = comprimento da via à frente e a atras do vagão [m]
% BRT = base rígida do truque [m]
% BRV = base rígida do vagão [m]
% I = tamanho do elemento finito do trilho [m] ou espaçamento entre
% dormentes
% m_inicial = localização inicial do primeiro rodeiro sobre a via [m]
[Mt,Ct,Kt,nnos,element,rho,I,Area,mp]=matriz_global(I, LEA, BRT, BRV);
%function [M,C,K,nnos,element,rho,I,A]=matriz_global(I, LEA, BRT, BRV
% condições iniciais
uu = zeros(15, length(x)+1);
upu = zeros(15,length(x)+1);
uppu = zeros(15, length(x)+1);
% uu(5,1)=10/1000;
ul.esq = zeros(3*nnos, 1);
ul.dir = ul.esq;
upl = ul;
```

```
uppl = ul;
y = zeros(8,1);
yp=y;
II = zeros(8,1);
Ilp=II;
if exc<1
[zr,zl,yl,yr] = irreg\_claus2(BRT,BRV,x);
% function [zr,zl,yl,yr] = irreg_claus2(BRT,BRV,x)
% [irreg,v_irreg] = irreg_nd_6nd(x,BRV,BRT);
for i = 1:4
zr(:,i) = zr(:,i) - mean(zr(:,i));
zl(:,i) = zl(:,i) - mean(zl(:,i));
yl(:,i) = yl(:,i) - mean(yl(:,i));
yr(:,i) = yr(:,i) - mean(yr(:,i));
end
irreg=zeros(length(x),8);
irreg(:,[3,4,7,8]) = zI;
irreg(:,[1,2,5,6]) = zr;
v_irreg(2:length(irreg),:)=v_irreg;
v_irregl(2:length(irregl),:)=v_irregl;
v_{irreg(1,:)}=zeros(1,8);
end
if exc>0
A = 0.005:
freq = 1;
lambda = 9.5:
irreg = [A*sin(2*pi*(v/lambda)*t') A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-BRT/v)')...
    A*sin(2*pi*(v/lambda)*t') A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-BRT/v)')...
    A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-BRV/v)') A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-BRTV/v)')...
    A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-BRV/v)') A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-BRTV/v)')];
v_irreg = zeros(size(irreg));
v_{irreg} = diff(irreg)/(t(5)-t(4));
v_irreg(2:length(irreg),:)=v_irreg;
irregp = [A*sin(2*pi*(v/lambda)*t') A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-BRT/v)')...
    A*sin(2*pi*(v/lambda)*t') A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-BRT/v)')...
```

```
A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-(BRV-BRT/2)/v)')
                                                        A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-(BRTV-
   BRT/2)/v)')...
    A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-(BRV-BRT/2)/v)')
                                                        A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-(BRTV-
   BRT/2)/v)')];
v_irregp = zeros(size(irregp));
v_{irregp} = diff(irregp)/(t(5)-t(4));
v_irregp(2:length(irregp),:)=v_irregp;
irregr = [A*sin(2*pi*(v/lambda)*t') A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-BRT/v)')...
    A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-BRT/(2*v))') A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-(BRT-BRT/2)/v)')...
    A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-BRV/v)') A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-BRTV/v)')...
    A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-(BRV-BRT/2)/v)')
                                                        A*sin(2*pi*(v/lambda)*(t-(BRTV-
   BRT/2)/v)')];
v irregr = zeros(size(irregr));
v_{irregr} = diff(irregr)/(t(5)-t(4));
v_irregr(2:length(irreg),:)=v_irregr;
if carroc==1
  clear irreg irregl
  [irreg,irregl]=carro_controle(x);
  disp('carro controle on')
end
v_irreg = diff(irreg)/dt;
v_irregl = diff(irregl)/dt;
v_irreg(2:length(irreg),:)=v_irreg;
v irregl(2:length(irregl),:)=v irregl;
v_irreg(1,:)=zeros(1,8);
v_irregl(1,:)=zeros(1,8);
end
FW=zeros(1,8);
FL=FW:
step = 1;
Qveh=zeros(15,1);
yx = zeros(length(irreg),8);
ypx=yx;
yl = zeros(length(irregl),8);
for i=1:length(x)
```

```
%for i=1:length(t)
[pw,aw,bw]=wheel position(m inicial,I,v*(step-1)*dt,BRT,BRV);
%function [pw,aw,bw]=wheel_position(m_inicial,l,desloc,BRT,BRV)
[Mcar1,Ccar1,Kcar1,Qveh] = vagao_151_4_irregl(t,v,step,Qveh,irreg,yx,yl,irregl); %
   a versão 3 foi feita como na dissertação
% inicio do integrador das equações de movimento pelo método de Newmark
% VAGÃO
[uu,upu,uppu]
   newmark_linear(Mcar1,Kcar1,Ccar1,1,Qveh(:,step),dt,uppu,uu,step); % para
   o veículo
[Qtrack,Fw,FW,yx,ypx,ya,yb,uuf,FI,FL]
   Qtrack2_4(pw,aw,bw,y,yp,ul,upl,irreg,v_irreg,nnos,element,rho,l,Area,1.6/2,step,
   mp,FW,FL,yx,ypx,II,IIp);
[ul.esq,upl.esq,uppl.esq]
   newmark_linear(Mt,Kt,Ct,1,Qtrack(:,1),dt,uppl.esq,upl.esq,ul.esq,step); % para as
   posições 1 e 5 da vp
[ul.dir,upl.dir,uppl.dir]
   newmark_linear(Mt,Kt,Ct,1,Qtrack(:,2),dt,uppl.dir,upl.dir,ul.dir,step); % para as
   posições 2 e 6 da vp
step = step+1;
[vel_cr x(i) step length(t)]
Ya(1,i) = ya;
Yb(1,i) = yb;
end
%MATRIZ GLOBAL
% function [M,C,K]=matriz_global(I, LEA, BRT, BRV)
%
% M = matriz de massa global
% C = matriz de amortecimento global
% K = matriz de rigidez global
% nnos = número de nós;
% element = matrix de relação dos nós entre os elementos
% Montagem da matriz global da discreticação por MEF da via
% LEA = comprimento da via à frente do vagão [m]
% BRT = base rígida do truque [m]
% BRV = base rígida do vagão [m]
% I = tamanho do elemento finito do trilho [m] ou espacamento entre
% dormentes
```

```
function [M,C,K,nnos,element,rho,l,A,mp]=matriz_global(l, LEA, BRT, BRV)
%fonte dos dados Lei, 2002
apha = 1e2;
beta = 1e2:
A = 0.7708e-2; %area da seção tranversal do trilho
rho = 7.83e3; %densidade do trilho
E = 2.1e11; %módulo de elasticidade do trilho
I = 0.3203e-4; %momento de inércia
mdorm = 250; %massa do dormente
mbalast = 305; % massa da brita
mp = mdorm + mbalast; % massa da via elastica
Kx1 = 1.2e7; %N/m
Ky1 = Kx1;
Cx1 = 1e6; %Ns/m
Cy1 = Cx1;
CI = 15; %comprimento atras do vagao [m]
nelemen = round((CI+LEA)/I+(BRT+BRV)/I);
nnos = nelemen + 1;
for i = 1:nelemen
  element(i,:)=[i i+1];
end
M = zeros (3 * nnos, 3 * nnos);
C = zeros (3 * nnos, 3 * nnos);
K = zeros (3 * nnos, 3 * nnos);
for e = 1: nelemen;
  index = element(e,:);
  index2=[3*index(1)-2 3*index(1)-1 3*index(1) 3*index(2)-2 3*index(2)-1 3*index(2)];
  keb = (E*I/(I^3))* ...
     [A*I^2/I 0 0 - A*I^2/I 0 0;
     0 12 6*1 0 -12 6*1;
     0 6*1 4*1^2 0 -6*1 2*1^2;
     -A*I^2/I 0 0 A*I^2/I 0 0;
     0 -12 -6*1 0 12 -6*1
     0 6*1 2*1^2 0 -6*1 4*1^2];
  kee = diag([Kx1 Ky1 0 Kx1 Ky1 0]);
  k = keb + kee:
  meb = (rho*A*I/420)*...
```

```
[140 0 0 70 0 0
    0 156 22*I 0 54 -13*I;
    0 22*1 4*1^2 0 13*1 -3*1^2;
    70 0 0 140 0 0;
    0 54 13*I 0 156 -22*I;
    0 13*I -3*I^2 0 22*I 4*I^2];
  mee = diag([mp mp 0 mp mp 0]);
  m = meb + mee;
  cee = diag([Cx1 Cy1 0 Cx1 Cy1 0]);
  c = apha * meb + beta * keb + cee;
  K(index2,index2) = K(index2,index2) + k;
  M(index2,index2) = M(index2,index2) + m;
  C(index2,index2) = C(index2,index2) + c;
end
% NEWMARK LINEAR
%-----%
% Classical Newmark Method for time integration considering linear
% system
%
% function [disp,vel,acc] = newmark_linear(M,K,Damp,Bt,F,t,acc,vel,disp,step)
%
% Input:
% M: mass matrix
% K: stiffness matrix
% Damp: damping matrix
% Bt: dof to excitation
% F: excitation force
% t: time vector
% disp: initial displacement vector
% vel: initial velocity vector
% step: passo de integração
%
% Output
% disp: displacement vector
% vel: velocity vector
% acc: acceleration vector
%-----
function [disp,vel,acc] = newmark_linear(M,K,Damp,Bt,F,dt,acc,vel,disp,step)
% Newmark parameters
```

```
gamma = 1/2;
Beta = 1/4;
if step<2
% Initialization
acc(:,step)=inv(M)*(Bt*0*F-Damp*vel(:,step)-K*disp(:,step));
end
%for i =2:length(t);
% Prediction
vel(:,step+1) = vel(:,step)+(1-gamma)*dt*acc(:,step);
disp(:,step+1) = disp(:,step)+dt*vel(:,step)+(.5-Beta)*(dt^2)*acc(:,step);
% Equilibrium equation
S = M + gamma*dt*Damp + Beta*(dt^2)*K;
acc(:,step+1) = inv(S)*(Bt*F - Damp*vel(:,step+1) - K*disp(:,step+1));
% Correction
vel(:,step+1) = vel(:,step+1) + dt*gamma*acc(:,step+1);
disp(:,step+1) = disp(:,step+1) + (dt^2)*Beta*acc(:,step+1);
%size(vel),size(disp)
end
%-----
```