UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

RAFAEL DE CARVALHO PUGLISI

**PROJETO E ANÁLISE EXPERIMENTAL DE UM ATENUADOR
DE VIBRAÇÕES ELETROMAGNÉTICO SINTONIZÁVEL
(SEMI-ATIVO) COM CAPTAÇÃO ENERGÉTICA**

SÃO PAULO

2019

RAFAEL DE CARVALHO PUGLISI

**PROJETO E ANÁLISE EXPERIMENTAL DE UM ATENUADOR DE VIBRAÇÕES
ELETROMAGNÉTICO SINTONIZÁVEL (SEMI-ATIVO) COM CAPTAÇÃO
ENERGÉTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **Mestre em Ciências**.

Área de Concentração: Engenharia de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury.

SÃO PAULO

2019

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo na publicação

Puglisi, Rafael

Projeto e Análise Experimental de um Atenuador de Vibrações Eletromagnético Sintonizável (Semi-Ativo) com Captação Energética / R. Puglisi -- versão corr. -- São Paulo, 2019.

233 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Controle vibracional 2. Atenuador eletromagnético sintonizável
3. Captação energética 4. Transdução eletromagnética vibratória 5. Dispositivo semi-ativo I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

AGRADECIMENTOS

À minha família. À equipe de trabalho e amigos, Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury, por despertar minha motivação e equilíbrio neste período de aprendizado através de diálogos frutíferos e inspiradores. Agradeço à Escola Politécnica da USP e à CAPES por prover suporte necessário para o desenvolvimento deste trabalho. Ao Prof. Dr. Flávio Celso Trigo, que me auxiliou no desenvolvimento do projeto em diversas perspectivas e reflexões. Ao Prof. Dr. Marko Ackermann, que compartilhou de reflexões e trouxe à luz questões fundamentais. Ao Centro Universitário FEI por cooperar com instalações laboratoriais e maquinários. Aos meus amigos e colegas de pós-graduação, Rafael Sanchez Souza, André de Souza Mendes e Éverton Lins de Oliveira, que me apoiaram em diversas ocasiões e me iluminaram com reflexões e ferramentas, tornando um período de longa meditação em algo rico e divertido.

Tu és breve.
Ao atravessar, atreva-se.
Atreva-se a se atravessar.
Atravesse-se,
és breve como através.
É através de tu que atreve-se.
Enquanto atravessa tu és breve.

PUGLISI, R. C. **Projeto e Análise Experimental de um Atenuador de Vibrações Eletromagnético Sintonizável (Semi-Ativo) com Captação Energética**. 2019. 233p. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

RESUMO

A natureza vibratória, oriunda da transferência energética, manifesta-se em todos os sistemas e estruturas. Na engenharia, essa transferência energética se revela como um fenômeno vibratório indesejável ou desejável. Em sistemas mecânicos, o controle dinâmico para mitigação de vibrações indesejáveis se realiza através de diversas técnicas e configurações, entre os mais usuais, o Amortecedor de Massa Sintonizável (AMS). No entanto, sabe-se que seu desempenho é suscetível a alterações nas frequências de operação e na natureza das excitações. Em sistemas elétricos, as vibrações do ambiente podem ser desejáveis e convertidas em energia elétrica útil para a realimentação de rede de sensores sem fio e computação pervasiva. A fim de combinar estes fenômenos e reduzir custos de operação, é necessário projetar dispositivos sintonizáveis robustos capazes de operar eficientemente em uma banda larga de frequências. Portanto, este trabalho visa projetar e analisar experimentalmente um atenuador de vibrações eletromagnético sintonizável (semi-ativo) com captação energética (AEMSCE) através da introdução deliberada de não linearidades. O AEMSCE consiste em um sistema massa-mola-amortecedor não linear com um ímã oscilante central orientado sob forças repulsivas magnéticas e uma bobina instalada, sendo capaz de dissipar as vibrações da estrutura e convertê-las em energia elétrica útil. Os recursos e parâmetros do AEMSCE são apresentados e identificados. O fator de transdução eletromagnético que acopla o sistema mecânico ao elétrico é quantificado. Mostra-se que a variação da distância entre ímãs promove ao sistema ressonância ajustável e que a força de restauração magnética resultante apresenta uma faixa de operação linear. No trabalho, verifica-se que o campo de máxima captação energética está contido na faixa de operação linear confirmando a relevância deste campo linear. O comportamento do sistema é analisado considerando as influências da força restauradora magnética, das forças amortecidas e da força de atrito. A partir dessas análises e das aproximações realizadas, apresenta-se estratégias de controle passivas e técnicas de otimização para mitigação, cuja resultante é um campo de atenuação ótimo, assim como desenvolve-se métodos de otimalidade para maximizar a conversão energética do AEMSCE, cuja resultante é um amortecimento elétrico ótimo ou um amortecimento admissível ótimo (deslocamento máximo). Métodos analíticos e simulações numéricas são desenvolvidos em todo o trabalho com diferentes configurações para analisar a robustez e eficiência do dispositivo, através do comportamento dinâmico vibratório à resposta transiente e estacionária induzido por excitação de base harmônica. De maneira geral, os resultados mostram que os parâmetros de sintonia e amortecimento do AEMSCE podem ser combinados e ajustados para ampliar o controle de vibrações da estrutura e maximizar a captação energética, principalmente na ressonância. Verifica-se que existe uma relação de importância da tensão induzida e do amortecimento elétrico, através da variação da resistência de carga no resistor, com a atenuação e captação energética. Por fim, este trabalho buscou apresentar os melhores métodos e resultados de parâmetros de amortecimento a fim de obter informações como guia de projeto para otimizar os dispositivos futuros e para a proposição de incorporar um controle semiativo ao AEMSCE. Como forma de melhorar o desempenho em aplicações futuras, é possível combinar as propriedades ótimas resultantes e ajustá-las através de estratégias de controle semiativa, explorando a dinâmica linear e não linear do sistema.

Palavras-chave: Controle vibracional. Atenuador eletromagnético sintonizável. Captação energética. Transdução eletromagnética vibratória. Dispositivo semi-ativo.

PUGLISI, R. C. **Design and Experimental Analysis of a Tuned Electromagnetic Vibration Absorber (Semi-Active) with Energy Harvesting.** 2019. 233p. MSc. Thesis, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

ABSTRACT

Vibratory nature, derived from the energy transfer, manifests itself in all systems and structures. In engineering, this energy transfer is revealed as an undesirable or desirable vibrational phenomenon. In mechanical systems, the dynamic control to mitigate undesirable vibrations is achieved through several techniques and configurations, among the most usual, the Tunable Mass Damper (TMD). However, it is known that their performance is susceptible to changes in the operating frequencies and the nature of the excitations. In electrical systems, ambient vibrations may be desirable and converted into useful electrical energy for the feedback of wireless sensors network and pervasive computing. In order to combine these phenomena and reduce operating costs, it is necessary to design robust tunable devices capable of operating efficiently over a wide frequency band. Therefore, this work aims to design and experimentally analyze a tunable electromagnetic vibrations absorber (semi-active) with energy harvesting (TEMAEH) through the deliberated introduction of non-linearities. TEMAEH consists of a non-linear mass-spring-damper system with a central oscillating magnet oriented under magnetic repulsive forces and a coil installed, being able to dissipate vibrations of the structure and convert them into useful electrical energy. The TEMAEH features and parameters are presented and identified. Electromagnetic transduction factor that couples the mechanical to electrical system is quantified. It is shown that the variation of the distance between magnets provides adjustable resonance to the system and that the resulting magnetic restoring force has a linear operating range. In the work, it is verified that the field of maximum energy harvesting is contained in the linear operating range confirming the relevance of this linear field. The behavior of the system is analyzed considering the influences of magnetic restoring force, damped forces and frictional force. From these analyzes and the approximations performed, passive control strategies and optimization techniques for mitigation are presented, resulting in an optimum attenuation field, as well as optimization methods to maximize the energy conversion of the TEMAEH, resulting in an optimum electric damping or optimum permissible damping (maximum displacement). Analytical methods and numerical simulations are developed throughout the work with different configurations to analyze the robustness and efficiency of the device through the dynamic behavior of vibration to the transient and stationary response induced by harmonic based excitation. In general, the results show that the tuning and damping parameters of the TEMAEH can be combined and adjusted to increase the vibration control of the structure and to maximize energy harvesting, especially in resonance. It is verified that there is a relation of importance of the induced voltage and the electrical damping, through the variation of the load resistance in the resistor, with the attenuation and power generation. Finally, this work sought to present the best methods and results of damping parameters in order to obtain information as a project guide to optimize future devices and for the proposition to incorporate a semiactive control to TEMAEH. As a way to improve performance in future applications, it is possible to combine the resulting optimal properties and adjust them through semiactive control strategies, exploring the linear and non-linear dynamics of the system.

Keywords: Vibration control. Tunable electromagnetic absorber. Energy harvesting. Electromagnetic vibration transduction. Semi-active device.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Objetivos	22
1.2	Estrutura Do Trabalho.....	23
2	REVISÃO DA LITERATURA	25
2.1	Atenuadores	25
2.1.1	Isolamento do Equipamento frente à Oscilação de Base	26
2.1.2	Controle Passivo Linear	28
2.1.3	Controle Passivo Não Linear	29
2.1.4	Controle Ativo	30
2.1.5	Controle Híbrido	31
2.1.6	Controle Semi-Ativo	31
2.2	Métodos de Conversão Energética.....	32
2.2.1	Eletrostático.....	33
2.2.2	Piezoelétrico.....	33
2.2.3	Eletromagnético	34
2.2.4	Captação Energética Linear	35
2.2.5	Captação Energética Não Linear	37
2.2.5.1	<i>Osciladores Mono-estáveis</i>	<i>38</i>
2.2.5.2	<i>Osciladores Bi-estáveis.....</i>	<i>40</i>
2.2.6	Conclusão da Revisão e Justificativas	40
3	PROJETO E CONSTRUÇÃO DO AEMSCE.....	42
3.1	Projeto e Construção	42
3.1.1	Dispositivo AEMSCE	46
3.1.1.1	<i>Ímã Permanente.....</i>	<i>49</i>
3.1.1.2	<i>Dimensionamento da Bobina</i>	<i>51</i>
3.1.1.3	<i>Rolamento Linear.....</i>	<i>55</i>
3.1.1.4	<i>Eixo de Bronze.....</i>	<i>55</i>
3.1.1.5	<i>Mancais e Suporte Base</i>	<i>56</i>
3.2	Aparato de Teste	56
3.2.1	Acelerômetro e Enconder.....	58
3.3	Conclusão	58
4	MODELAGEM DO SISTEMA	59

4.1	Subsistema Mecânico	59
4.1.1	Força Restauradora Elástica	60
4.1.2	Modelo Dinâmico Friccional	61
4.1.2.1	<i>Atrito de Coulomb</i>	61
4.1.2.2	<i>Atrito Viscoso Equivalente de Coulomb</i>	63
4.1.3	Restrições de Contorno	64
4.2	Subsistema Elétrico	65
4.2.1	Modelo de Conversão de Energia	65
4.2.2	Circuito Elétrico	72
4.3	Sistema Global	73
4.4	Espaço de Estados	75
4.4.1	Representação do AEMSCE em Espaço de Estados	77
4.5	Conclusão	80
5	IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS DO SISTEMA	81
5.1	Sistema Primário	81
5.2	Fator de Transdução Eletromagnético	84
5.2.1	Ensaio em Queda Livre	84
5.2.2	Coeficiente de Amortecimento Elétrico	93
5.3	Indutância	94
5.4	Força de Restauração Magnética	95
5.4.1	Rigidez Não Linear	96
5.4.2	Campo de Operação - Rigidez Linear	100
5.5	Forças Resistivas Amortecidas	105
5.5.1	Fator de Amortecimento Elétrico	114
5.6	Conclusão	115
6	AEMSCE - RESPOSTA TRANSIENTE	117
6.1	Atenuação De Vibrações Em Resposta Transiente	117
6.1.1	Influência do Amortecimento Elétrico	122
6.2	Captação Energética Transiente	124
6.3	Conclusão	130
7	AEMSCE - REGIME PERMANENTE	131
7.1	Atenuação de Vibrações em Regime Permanente	131
7.2	Excitação Harmônica por Amplitude de Aceleração Fixa	132
7.2.1	Estrutura sem Amortecimento e AEMSCE Amortecido	132

7.2.2	Otimidade	135
7.2.3	Estrutura Amortecida e AEMSCE Amortecido.....	143
7.2.4	Otimidade	145
7.3	Excitação Harmônica por Amplitude de Deslocamento Fixo	150
7.3.1	Estrutura Amortecida e AEMSCE Amortecido.....	150
7.3.2	Estrutura sem Amortecimento e AEMSCE Amortecido	152
7.3.3	Resposta Dinâmica do AEMSCE	153
7.3.3.1	<i>Análise do AEMSCE para Estrutura Não Amortecida em Regime</i>	<i>154</i>
7.3.3.2	<i>Análises do Campo Ótimo do AEMSCE para Estrutura Não Amortecida</i>	<i>162</i>
7.3.3.3	<i>Análise do AEMSCE para Estrutura Amortecida em Regime</i>	<i>169</i>
7.3.3.4	<i>Análises do Campo Ótimo do AEMSCE para Estrutura Amortecida</i>	<i>174</i>
7.4	Captação Energética em Regime Permanente	181
7.4.1	Análise da Captação Energética	183
7.5	Conclusão	191
8	CONVERSÃO DE ENERGIA	192
8.1	Conversão Harmônica para Deslocamento Fixo e Estrutura Não Amortecida.....	192
8.1.1	Análise (I) para Estrutura Não Amortecida	194
8.1.1.1	<i>Conversão Energética para Deslocamento Admissível.....</i>	<i>198</i>
8.1.2	Análise (II) para Estrutura Não Amortecida	202
8.1.2.1	<i>Conversão Energética para Deslocamento Admissível.....</i>	<i>204</i>
8.2	Conversão Harmônica para Deslocamento Fixo e Estrutura Amortecida.....	206
8.3	Conversão Harmônica para Aceleração Fixa.....	211
8.4	Conclusão	212
9	CONCLUSÕES	213
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	219
	APÊNDICE 1 - VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE - MDGL.....	228
	APÊNDICE 2 - EXCITAÇÃO HARMÔNICA FORÇADA.....	231
A2.1	Deslocamento Relativo	231
A2.2	Deslocamento Absoluto	232

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Modelo de isolamento para excitação de base.	26
Figura 2.2: Transmissibilidade para excitação de base: a) Magnitude (H); b) Fase (φ).	27
Figura 2.3: Transmissibilidade (movimento relativo) para excitação de base: a) Magnitude (H); b) Fase (φ).	28
Figura 2.4: Modelo de controlador semi-ativo para atenuação de vibração.	32
Figura 2.5: Modelo simplificado de um transdutor eletromagnético de vibração.	34
Figura 2.6: Energia potencial vs. diferentes valores para o parâmetro α . A bifurcação ocorre com duas áreas estáveis que correspondem aos vales da função e um pico instável.	39
Figura 2.7: Diagrama esquemático do dispositivo monoestável proposto por [17].	39
Figura 2.8: Diagrama esquemático do dispositivo bi-estável proposto por [99].	40
Figura 3.1: Dispositivo AEMSCE sem bobina, instrumentado e montado na Shaker Table Quanser.	43
Figura 3.2: Desenho do dispositivo AEMSCE.	44
Figura 3.3: Modelo do AEMSCE sob excitação de base e carga externa aplicada.	45
Figura 3.4: Diagramas de corpo livre para o AEMSCE sob excitação de base.	45
Figura 3.5: Vista superior do dispositivo AEMS montado na Shaker Table Quanser.	46
Figura 3.6: Diagrama esquemático do dispositivo AEMSCE (distância máxima).	47
Figura 3.7: Diagrama esquemático do dispositivo AEMS (distância mínima).	47
Figura 3.8: Ímã neodímio N42 30x20x10mm (ExIxA).	50
Figura 3.9: Carretel de PEAD [106].	51
Figura 3.10: Eixos de ajuste do dispositivo AEMSCE.	52
Figura 3.11: Dimensões da bobina cilíndrica.	53
Figura 3.12: Rolamento deslizante linear [108].	55
Figura 3.13: Dispositivo AEMSCE montado na Shaker Table Quanser.	57
Figura 3.14: UPM-180-25B e placa Q8 da Quanser.	57
Figura 3.15: Instrumentação do AEMSCE sem bobina (CE) instalada.	58
Figura 4.1: Representação do modelo LuGre.	61
Figura 4.2: Diagrama do corpo livre do sistema secundário.	62
Figura 4.3: Representação dos limites de curso do sistema secundário.	64
Figura 4.4: Modelo análogo do conversor eletromagnético (bobina).	66
Figura 4.5: Modelo simplificado da dinâmica do AEMSCE.	67
Figura 4.6: Diagrama esquemático do movimento do ímã sob ação de uma espira.	68
Figura 4.7: Diagrama esquemático da relação entre as distâncias z , d e c	71
Figura 4.8: Circuito elétrico.	72
Figura 4.9: Diagrama do corpo livre do sistema secundário.	73
Figura 5.1: Resultado experimental da vibração livre da estrutura [118].	82
Figura 5.2: Variação no fator de amortecimento da vibração livre da estrutura [118].	83

Figura 5.3: Ensaio em queda livre com diferentes bobinas testadas.	85
Figura 5.4: Ensaio em queda livre para a determinação do fator de transdução eletromagnético.	86
Figura 5.5: Simulação cinemática do ensaio em queda livre.	87
Figura 5.6: Fator de transdução eletromagnético analítico $k_t(teo.)$ com valores obtidos experimentalmente para a Bobina #339922 ($R_{carga} = 20,6\Omega$).	88
Figura 5.7: Validação para a Bobina #339922 ($R_{carga} = 20,6\Omega$): a) Comparação entre a tensão teórica no resistor (valores obtidos experimentalmente) com a tensão experimental no resistor; b) Comparação entre a potência teórica (valores obtidos experimentalmente) com a potência experimental.	89
Figura 5.8: Validação para a Bobina #339924 ($R_{carga} = 20,6\Omega$): a) Comparação entre a tensão teórica no resistor (valores obtidos experimentalmente) com a tensão experimental; b) Comparação entre a potência teórica (valores obtidos experimentalmente) com a potência experimental.	90
Figura 5.9: Tensão do resistor (V_{carga}) vs. resistência do resistor (R_{carga}) teórica com valores experimentais para a Bobina #339922.	92
Figura 5.10: Tensão do resistor (V_{carga}) vs. resistência do resistor (R_{carga}) teórica com valores experimentais para a Bobina #339923.	92
Figura 5.11: Energia dissipada no resistor (E_{carga}) em função da resistência de carga do resistor (R_{carga}) para a Bobina #339922.	93
Figura 5.12: Coeficiente de amortecimento elétrico (c_e) em função das resistências de carga (R_{carga}) para diferentes bobinas.	94
Figura 5.13: Arranjo do teste estático para determinar a relação de deslocamento da força. ..	96
Figura 5.14: Ensaio estático com célula de carga.	96
Figura 5.15: Ensaio estático com célula de carga calibrado.	96
Figura 5.16: Diagrama de força do arranjo do ímã.	98
Figura 5.17: Função em série de potência (F1): a) medições de deslocamento de força magnética e dados ajustados; b) relação de deslocamento de força total para diferentes espaçamentos de ímã.	98
Figura 5.18: Função exponencial (F2): a) medições de deslocamento de força magnética e dados ajustados; b) relação de deslocamento de força total para diferentes espaçamentos de ímã.	99
Figura 5.19: Função em série de potência (cúbica) (F3): a) medições de deslocamento de força magnética e dados ajustados; b) relação de deslocamento de força total para diferentes espaçamentos de ímã.	99
Figura 5.20: Força restauradora elástica vs. deslocamento para diferentes distâncias d_0 para (F1).	101
Figura 5.21: Linearização para (F1): Força restauradora elástica vs. distâncias; d_{05} e d_{06} .	102
Figura 5.22: Linearização para (F1): Força restauradora elástica vs. distâncias; d_{07} e d_{08} .	102
Figura 5.23: Linearização para (F3): Força restauradora elástica vs. distâncias; d_{05} e d_{06} .	104
Figura 5.24: Linearização para (F3): Força restauradora elástica vs. distâncias; d_{07} e d_{08} .	104
Figura 5.25: Diagrama esquemático para determinação do atrito seco.	106

Figura 5.26: Comparação da força elástica entre o Modelo I-3 e o Modelo I na condição de excitação (#1) em regime: a) deslocamento do sistema primário, x_p ; b) velocidade relativa do sistema secundário, $z = x_a - x_p$	108
Figura 5.27: Validação para a posição na condição de excitação (#1) em regime: a) Modelo I-3; b) Modelo I.....	108
Figura 5.28: Validação para a velocidade na condição de excitação (#1) em regime: a) Modelo I-3; b) Modelo I.	109
Figura 5.29: Validação para a posição na condição de excitação (#2) em resposta transiente: a) Modelo I-3; b) Modelo I.	109
Figura 5.30: Análise para a posição na condição de excitação (#1) em regime: a) Modelo I; b) Modelo II.	110
Figura 5.31: Análise para a velocidade na condição de excitação (#1) em regime: a) Modelo I; b) Modelo II.	111
Figura 5.32: Análise para a posição na condição de excitação (#1) em regime: a) Modelo II; b) Modelo III.	112
Figura 5.33: Frequência mínima de excitação vs. fator de amortecimento mecânico para diferentes amplitudes de excitação (energia inicial) referente à distância d_{08} para a Bobina #339922 ($R_{carga} = 20,6\Omega$).....	113
Figura 5.34: Frequência mínima de excitação vs. fator de amortecimento mecânico para diferentes amplitudes de excitação (energia inicial) referente à distância d_{07} para a Bobina #339922 ($R_{carga} = 20,6\Omega$).....	113
Figura 5.35: Amortecimento elétrico vs. resistência de carga para diferentes bobinas referente à distância d_{08}	114
Figura 5.36: Amortecimento elétrico vs. resistência de carga para diferentes bobinas referente à distância d_{07}	115
Figura 5.37: Amortecimento elétrico vs resistência de carga para a Bobina #339922 e diferentes distâncias d_0	115
Figura 6.1: Resultados da simulação para a condição inicial de $X = 2 \times 10^{-2}(m)$: a) deslocamento do AEMSCE; b) porcentagem da energia total instantânea no AEMSCE; c) tensão no resistor.	119
Figura 6.2: Resultados da simulação para a condição inicial de $X = 3 \times 10^{-2}(m)$: a) deslocamento do AEMSCE; b) porcentagem da energia total instantânea no AEMSCE; c) tensão no resistor.	120
Figura 6.3: Resultados da simulação para a condição inicial de $X = 4 \times 10^{-2}(m)$: a) deslocamento do AEMSCE; b) porcentagem da energia total instantânea no AEMSCE; c) tensão no resistor.	120
Figura 6.4: Porcentagem de energia inicial dissipada no AEMSCE vs. energia inicial (deslocamento inicial) para a Bobina #339922 ($d_{08}, R_{carga} = 20,6 \Omega$).....	122
Figura 6.5: Porcentagem de energia inicial dissipada no AEMSCE vs. energia inicial (deslocamento inicial) para diferentes resistências de carga em relação à Bobina #339922 (d_{08}).....	123
Figura 6.6: Resultados da simulação para a condição inicial de $X = 4 \times 10^{-2}(m)$: a) deslocamento do AEMSCE; b) porcentagem da energia total instantânea no AEMSCE; c) tensão no resistor.	124

Figura 6.7: Resultados da simulação para a condição inicial de $X = 2 \times 10^{-2}(m)$ da Bobina #339922: a) Tensão e potência no resistor Modelo I; b) Tensão e potência no resistor Modelo II.	126
Figura 6.8: Resultados da simulação para a condição inicial de $X = 4 \times 10^{-2}(m)$ da Bobina #339922: a) Tensão e potência no resistor Modelo I ; b) Tensão e potência no resistor Modelo II.	127
Figura 6.9: Resultados da simulação para a condição inicial de $X = 7 \times 10^{-2}(m)$ da Bobina #339922: a) Tensão e potência no resistor Modelo I ; b) Tensão e potência no resistor Modelo II.	128
Figura 6.10: $M(R_{carga})$ vs. resistência de carga no resistor para a Bobina #339922.	129
Figura 6.11: Porcentagem da energia dissipada no resistor vs. resistência de carga no resistor para diferentes deslocamentos iniciais Bobina #339922 (d_{08}).	130
Figura 7.1: H_2 vs r para amortecimento elétrico ξ_e variável e estrutura não amortecida sob aceleração fixa.	136
Figura 7.2: H_2 vs r para amortecimento mecânico ξ_m variável e estrutura não amortecida sob aceleração fixa.	137
Figura 7.3: $H_{2(otm)}$ vs r para amortecimento elétrico ξ_e variável e estrutura não amortecida sob aceleração fixa.	140
Figura 7.4: a) Frequência de sintonia ótima f_{otm} vs μ ; b) Frequências de entrada independente do amortecimento $r_{1,2(otm)}$ vs μ	141
Figura 7.5: Fator de amortecimento ótimo $\xi_{a(otm)}$ vs μ	141
Figura 7.6: Ganho máximo do AEMSCE (frequência e amortecimentos ótimos): a) $H_{2(otm)}$ vs μ ; b) $H_{4(otm)}$ vs μ	142
Figura 7.7: Razão máxima entre ganhos $H_{4(otm)}/H_{2(otm)}$ vs μ	142
Figura 7.8: Fator de amortecimento equivalente $\xi_{a(otm)eq}$ vs μ para AEMSCE ótimo e estrutura não amortecida.	143
Figura 7.9: H_6 vs r para amortecimento elétrico ξ_e variável e estrutura amortecida sob aceleração fixa.	146
Figura 7.10: $H_{6(otm)}$ vs μ em função de ξ_p variável sob aceleração fixa.	147
Figura 7.11: $H_{8(otm)}$ vs μ em função de ξ_p variável sob aceleração fixa.	148
Figura 7.12: $H_{8(otm)}/H_{6(otm)}$ vs μ em função de ξ_p variável sob aceleração fixa.	148
Figura 7.13: f_{otm} vs μ em função de ξ_p variável sob aceleração fixa.	149
Figura 7.14: $\xi_{a(otm)}$ vs μ em função de ξ_p variável sob aceleração fixa.	149
Figura 7.15: Fator de amortecimento equivalente $\xi_{a(otm)eq}$ vs μ para AEMSCE ótimo estrutura amortecida.	150
Figura 7.16: H_2 vs r para amortecimento elétrico ξ_e variável e estrutura amortecida sob deslocamento fixo.	152
Figura 7.17: H_2 vs r para amortecimento elétrico ξ_e variável e estrutura não amortecida sob deslocamento fixo.	153
Figura 7.18: Ganho H_2 vs da frequência normalizada r para $\xi_p = 0$ dados pelos valores Tabela 21.	155

Figura 7.19: Resposta dinâmica em regime (Simulação #1) - Sec. 7.3.3.1: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.....	157
Figura 7.20: Resposta dinâmica em regime (Simulação #2) - Sec. 7.3.3.1: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.....	159
Figura 7.21: Resposta dinâmica em regime (Simulação #3) - Sec. 7.3.3.1: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.....	160
Figura 7.22: Resposta dinâmica em regime (Simulação #4) - Sec. 7.3.3.1: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.....	161
Figura 7.23: Excitação por amplitude de deslocamento fixo para $H_{2(otm)}$ em função de $\xi_{a(otm)}$	163
Figura 7.24: Excitação por amplitude de deslocamento fixo para $H_{4(otm)}$ em função de $\xi_{a(otm)}$	164
Figura 7.25: Resposta dinâmica em regime (Simulação #1) - Sec. 7.3.3.2: a) Modelo II; b) Modelo III.	165
Figura 7.26: Resposta dinâmica em regime (Simulação #2) - Sec. 7.3.3.2: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.....	166
Figura 7.27: Resposta dinâmica em regime (Simulação #3) - Sec. 7.3.3.2: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.....	167
Figura 7.28: Resposta dinâmica em regime (Simulação #4) - Sec. 7.3.3.2: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.....	168
Figura 7.29: Ganho H_6 vs da frequência normalizada r para $\xi_p \neq 0$ dados pelos valores Tabela 21.....	170
Figura 7.30: Resposta dinâmica em regime (Simulação #1) - Sec. 7.3.3.3: a) Modelo II; b) Modelo III.	171
Figura 7.31: Resposta dinâmica em regime (Simulação #2) - Sec. 7.3.3.3: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.....	172
Figura 7.32: Resposta dinâmica em regime (Simulação #3) - Sec. 7.3.3.3: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.....	173
Figura 7.33: Resposta dinâmica em regime (Simulação #4) - Sec. 7.3.3.3: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.....	174
Figura 7.34: $H_{6(otm)}$ em função de ξ_p	176
Figura 7.35: $H_{8(otm)}$ em função de ξ_p	176
Figura 7.36: Resposta dinâmica em regime (Simulação #1) - Sec. 7.3.3.4: a) Modelo II; b) Modelo III.	178
Figura 7.37: Resposta dinâmica em regime (Simulação #2) - Sec. 7.3.3.4: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.....	179
Figura 7.38: Resposta dinâmica em regime (Simulação #3) - Sec. 7.3.3.4: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.....	180
Figura 7.39: Resposta dinâmica em regime (Simulação #4) - Sec. 7.3.3.4: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.....	181
Figura 7.40: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (i) e $\omega = 7 \text{ rad/s}$ (Simulação #1): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.....	184

Figura 7.41: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (i) (Simulação #1): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.	185
Figura 7.42: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (i) (Simulação #2): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.	185
Figura 7.43: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (i) (Simulação #3): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.	186
Figura 7.44: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (i) (Simulação #4): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.	187
Figura 7.45: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (i) (Simulação #5): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.	187
Figura 7.46: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (ii) (Simulação #1): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.	189
Figura 7.47: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (ii) (Simulação #2): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.	189
Figura 7.48: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (ii) (Simulação #3): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.	190
Figura 7.49: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (ii) (Simulação #4): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.	190
Figura 7.50: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (ii) (Simulação #5): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.	191
Figura 8.1: Análise (I); Potência média normalizada em função do amortecimento elétrico e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental.	194
Figura 8.2: Análise (I); Amortecimento elétrico ótimo para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental.	196
Figura 8.3: Análise (I); Potência média normalizada em função do amortecimento elétrico e da frequência de excitação normalizada para a Bobina #339922 com frequência de sintonia ótima.	197
Figura 8.4: Análise (I); Amortecimento elétrico ótimo para a Bobina #339922 com frequência de sintonia ótima.	198
Figura 8.5: Análise (I); Potência média normalizada em função da frequência de excitação normalizada estrutura não amortecida.	198
Figura 8.6: Análise (I); Amortecimento ótimo admissível em função da relação de amplitudes normalizadas e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental.	200
Figura 8.7: Análise (I); Potência admissível em função da relação de amplitudes normalizadas e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental.	201
Figura 8.8: Análise (I); Potência máxima admissível em função da relação de amplitudes normalizadas e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia ótima.	201
Figura 8.9: Análise (II); Potência média normalizada em função do amortecimento elétrico e da frequência de excitação normalizada para a Bobina #339922 com frequência de sintonia experimental e $r = 1$	203

Figura 8.10: Análise (II); Amortecimento elétrico ótimo para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental e $r = 1$.	204
Figura 8.11: Análise (I); Potência admissível em função da relação de amplitudes normalizadas e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental.	205
Figura 8.12: Análise (I); Potência admissível em função da relação de amplitudes normalizadas e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia ótima.	206
Figura 8.13: Análise (I) ($\xi_p \neq 0$); Potência média normalizada em função do amortecimento da estrutura e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental.	207
Figura 8.14: Análise (I); Potência média normalizada em função do amortecimento elétrico e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental e fator de amortecimento da estrutura experimental $\xi_p(exp)$.	208
Figura 8.15: Análise (I); Amortecimento elétrico ótimo para a Bobina #339922 com frequência de sintonia experimental, $\xi_p(exp)$.	209
Figura 8.16: Análise (I); Potência média normalizada em função do amortecimento elétrico e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia ótima e fator de amortecimento da estrutura experimental $\xi_p(exp)$.	209
Figura 8.17: Análise (I); Amortecimento elétrico ótimo para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia ótima e $\xi_p(exp)$.	210
Figura 8.18: Análise (I); Potência média normalizada em função da frequência de excitação normalizada para $\xi_p(exp)$.	210
Figura 9.1: Modelo do AEMSCE com Controle Semi-Ativo.	218
Figura A1.1: Excitação de base em 1GDL.	228
Figura A1.2: Excitação de base em MGD L.	229

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Razão mássica do AEMSCE para cada bobina projetada.	48
Tabela 2 - Características magnéticas do ímã de neodímio (NdFeB) [105].	50
Tabela 3 - Características físicas e térmicas do ímã de neodímio (NdFeB) [105].	50
Tabela 4 - Propriedades do ímã N42.	50
Tabela 5 - Dimensões dos fios de cobre esmaltado (AWG).	51
Tabela 6 - Dimensões do carretel de PEAD.	52
Tabela 7 - Dimensões e propriedades das bobinas.	54
Tabela 8 - Parâmetros do sistema primário sem AEMS (sistema secundário, ma).	84
Tabela 9 - Ensaio em queda livre (ímã permanente).	86
Tabela 10 - Resultados experimentais e analíticos, $R_{carga} = 20,6\Omega$	88
Tabela 11 - Resultados experimentais e analíticos, $R_{carga} = 50,7\Omega$	90
Tabela 12 - Resultados experimentais e analíticos, $R_{carga} = 205,6\Omega$	91
Tabela 13 - Resultados experimentais e analíticos, $R_{carga} = 506,6\Omega$	91
Tabela 14 - Análise da indutância.	95
Tabela 15 - Faixa de operação linear (F1) do AEMSCE ($d_{01} - d_{04}$).	101
Tabela 16 - Faixa de operação linear (F1) do AEMSCE ($d_{05} - d_{08}$).	102
Tabela 17 - Faixa de operação linear (F3) do AEMSCE ($d_{05} - d_{08}$).	104
Tabela 18 - Parâmetros para determinação da força resistiva amortecida.	107
Tabela 19 - Modelos para simulação e validação.	107
Tabela 20 - Resultados calculados para percentual de energia dissipada.	121
Tabela 21 - Resultados obtidos da seção 7.3.1 e 7.3.2.	154
Tabela 22 - Parâmetros de simulação em regime permanente.	154
Tabela 23 - Amortecimento do AEMS para estrutura não amortecida.	156
Tabela 24 - Amortecimento ótimo do AEMSCE para estrutura não amortecida.	164
Tabela 25 - Amortecimento do AEMSCE para estrutura amortecida.	170
Tabela 26 - Amortecimento ótimo do AEMS para estrutura amortecida.	177
Tabela 27 - Simulações do Caso (i).	184
Tabela 28 - Simulações Caso (ii).	188

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIações

AMS - Amortecedor de Massa Sintonizável.

WSN - Wire Sensor Network.

MEMS - Micro Eletromechanical System.

AEMS - Atenuador Eletromagnético Sintonizável.

AEMSCE - Atenuador Eletromagnético Sintonizável com Captação Energética.

AMA - Amortecedor de Massa Auxiliar.

ALS - Amortecedor de Líquido Sintonizável.

NES - Nonlinear Energy Sink.

AMH - Amortecedor de Massa Híbrida.

FEM - Força Eletromotriz.

CAPÍTULO I

1 INTRODUÇÃO

Na natureza, a transferência de energia se revela através do comportamento vibratório de seus eventos, de tal sorte que esses fenômenos atingem as mais variadas estruturas e sistemas construídos pelo ser humano. Em muitos casos, essa vibração é indesejada e seus efeitos são prejudiciais ao sistema, ocasionando operações impróprias em maquinários, rupturas em estruturas civis, instabilidades, desconfortos e ruídos. Em outras palavras, excitações próximas as frequências de ressonância podem causar amplitudes de oscilação elevadas e levar o sistema a falhas. Dessa maneira, para que sistemas e estruturas preservem sua estabilidade e operacionalidade, é necessário realizar o controle e monitoramento dinâmico de vibrações. O controle dinâmico, independentemente de suas características não-lineares ou lineares, classifica-se como: passivo, ativo, híbrido e semi-ativo, provendo alterações nas propriedades de rigidez e amortecimento da estrutura, seja pela adição de dispositivos auxiliares, seja pela ação de forças externas. O controle passivo, e.g., amortecedor de massa sintonizável (AMS) [1], é comumente empregado por sua viabilidade, i.e., baixos custos de funcionamento e manutenção. No entanto, seu desempenho é suscetível à natureza das excitações e a alterações nas frequências de operação. Portanto, para ampliar a capacidade mitigadora, reduzir custo de operação e melhorar sua robustez, é necessário projetar dispositivos sintonizáveis e desenvolver técnicas de otimização [2], para que possam ser eficientemente utilizados em uma ampla faixa de frequências, operando de forma passiva ou ativa, ou da combinação de ambas, semi-ativa [3]. O controle semi-ativo possui a confiabilidade do passivo e a adaptabilidade do ativo, com consumos inferiores de energia. Um aspecto muito intrigante dos atenuadores dinâmicos não lineares sintonizáveis, com rigidez não linear magnética, é sua capacidade mitigadora em amplas faixas de frequências atuando sob controle vibracional passivo, tanto em respostas transitórias quanto forçadas [4].

Por outro lado, o fenômeno vibratório pode ser desejável e benéfico ao sistema. Dentre as grandes questões científicas e econômicas, está a presente difusão das relações entre o consumo energético, desafios tecnológicos na geração de energia e a diversidade de fontes

geradoras renováveis, i.e., fontes geradoras descentralizadas reduzem a perda de energia associada à rede de transmissão e os impactos ambientais decorrentes do seu funcionamento. Nesse contexto, o desenvolvimento de dispositivos inteligentes de geração de energia autônoma e rede de sensores sem fio (WSN) tem ganhado interesse na engenharia nos últimos anos, desde aplicações industriais, civis, militares até hospitalares, buscando cada vez mais elevar a eficiência, conforto e segurança. Máquinas e veículos com geração energética autônomas embarcadas tendem a ser mais versáteis e flexíveis em zonas remotas, no que se refere à manutenção e mobilidade. Dessa forma, o desenvolvimento dos WSN tem recebido atenção nas últimas décadas [5], principalmente, devido aos avanços em baterias de alta densidade energética, compactação da eletrônica e sistemas computacionais integrados, minimizando custos relacionados, e.g., ao cabeamento, consumo e mobilidade. Entretanto, a alimentação do WSN invoca desafios na sua implementação e algumas desvantagens: baterias com limitações energéticas, recarregamentos excessivos, substituição de baterias, e descarte dispendioso dos resíduos químicos acarretando problemas ambientais severos. Baseado nesse cenário, como alternativa para resolver estas questões, introduz-se a captação de energia através de transdutores de vibração, i.e., converte-se energia do ambiente vibracional [6] em energia elétrica útil sem a necessidade de armazenamento de energia (bateria). A adição de baterias ao circuito elétrico dos transdutores vibracionais são opcionais e podem auxiliar para melhorar o desempenho quanto a geração energética. Os transdutores vibracionais são, geralmente; piezoelétricos [7], eletromagnéticos [8] e dispositivos micro-eletromecânico (MEMS) [9], por efeito da magnetostricção [10] e ligas com memória magnética [11]. Uma abordagem geral para a comparação dos diferentes mecanismos de conversão é apresentada em [12]. Métodos de otimização também são empregados em transdutores vibracionais para potencializar a conversão energética [13].

Portanto, este trabalho de pesquisa, através da transdução de vibração eletromagnética, une controle de vibrações sintonizáveis, passivo e semi-ativo, com captação energética (AEMSCE). Nos últimos anos, uma multiplicidade de transdutores de vibração eletromagnética foi desenvolvida [14,15] para diferentes instalações, aplicações industriais e monitoramento estruturais, e é nesse sentido que este trabalho realiza uma investigação experimental.

1.1 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é projetar e analisar experimentalmente um atenuador de vibrações eletromagnético sintonizável semi-ativo capaz de captar energia (AEMSCE) através da introdução deliberada de não linearidades. De uma perspectiva ampla, isso implica que o AEMSCE possa ser projetado e fabricado com alguns recursos complementares valiosos. O primeiro aspecto, o atenuador dinâmico eletromagnético não linear sintonizável, com rigidez não linear magnética, poderia ampliar a banda efetiva de frequências mitigadas passivamente, tanto em resposta transitória quanto harmônica forçada. Simultaneamente, transdução de vibração eletromagnética não linear poderia aumentar a banda de captação energética. Uma vez que as propriedades elásticas e amortecidas do AEMSCE fossem obtidas experimentalmente, poderiam prever as respostas do sistema e ser sintonizadas pelo controle semi-ativo. O segundo aspecto, concentra-se no desenvolvimento e análise de estratégia de controle passiva e captação energética onde o AEMSCE revela comportamento dinâmico linear à priori, devido à presença desse campo no sistema. Em relação ao campo linear de operação sob análise forçada harmônica, busca-se aplicar técnicas de otimização consolidadas para atenuação, cuja resultante é um campo de atenuação ótimo, e desenvolver métodos de otimização para maximizar a conversão energética do AEMSCE, cuja resultante é um amortecimento elétrico ótimo ou amortecimento admissível ótimo (deslocamento máximo). Dessa maneira, este trabalho propõe, como forma de melhorar a robustez do AEMSCE em aplicações futuras, combinar as propriedades ótimas resultantes e ajustá-las através da implementação de um eventual controlador semi-ativo. Em outras palavras, enquanto o sistema opera passivamente dentro do campo de sintonia ótima, o sistema capta energia. O controle semi-ativo, cujo ajuste em malha fechada seria dado pelo amortecimento elétrico ótimo, só seria sintonizado para manter o sistema operando dentro do campo de atenuação ótimo. É através da variação da corrente elétrica da bobina que o amortecimento elétrico seria ajustado em tempo real. Esta dissertação se dedica somente ao controle passivo sintonizável e captação energética. O estudo em questão buscou determinar os melhores resultados de parâmetros de amortecimento a fim de obter informações para a proposição de um dispositivo complementar semiativo.

Para que o objetivo geral seja alcançado, os objetivos específicos são traçados:

1. Projetar e construir um dispositivo atenuador de vibrações eletromagnético sintonizável (passivo e semi-ativo) que seja capaz de captar energia vibratória,

em referência à um aparato de teste que consiste em um sistema primário (oscilador linear) e que permite o teste da resposta transitória assim como resposta harmonicamente forçada.

2. Identificar e validar experimentalmente os parâmetros do sistema com foco principal nos efeitos do fator de transdução eletromagnético, da rigidez magnética e da força de atrito.
3. Identificar o campo linear de operação e maximização da captação energética nesse campo do AEMSCE.
4. Realizar simulações numéricas e análises do desempenho do AEMSCE em resposta transiente.
5. Aplicar técnicas de otimização para ampliar o campo de operação linear do AEMSCE, realizando simulações numéricas e análises do desempenho em regime permanente, com e sem amortecimento na estrutura.
6. Apresentar e modelar técnicas de otimização à conversão energética, para estabelecer parâmetros de projeto tais como, propriedades amortecidas elétrica ótimas e amortecidas admissíveis ótimas (deslocamento máximo).

1.2 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho consiste em nove capítulos. Uma breve descrição sobre cada um deles é apresentado a seguir:

Neste primeiro capítulo foi introduzida a importância em se realizar o controle vibracional e a captação energética de sistemas e estruturas, traçando os principais objetivos deste trabalho. Através da revisão bibliográfica e da natureza das aplicações, são discutidas no Capítulo II as principais pesquisas e as metodologias mais eficientes desenvolvidas neste campo.

O Capítulo III dedica-se a caracterizar o aparato de teste e o projeto do AEMSCE. São apresentados os princípios básicos, as equações dinâmicas preliminares, os critérios de projeto e o dimensionamento dos componentes elétricos e mecânicos. Descreve-se a construção e a instrumentação do AEMSCE.

O Capítulo IV concentra-se no desenvolvimento do modelo mecânico e elétrico do AEMSCE e nas equações dinâmicas resultantes acopladas. Realiza-se a formulação em espaço de estados do sistema para desenvolver as simulações numéricas e análises necessárias.

O Capítulo V concentra-se em identificar experimentalmente os principais parâmetros que compõem o AEMSCE. Analisam-se e validam-se as principais influências destes parâmetros no comportamento do AEMSCE, principalmente, no que diz respeito ao fator de transdução eletromagnético, força restauradora magnética e força de atrito. São apresentados os modelos dinâmicos resultantes.

No Capítulo VI, apresentam-se os resultados e análises às formulações matemáticas da dinâmica do AEMSCE através de métodos energéticos à resposta transiente, tanto para atenuação de vibrações quanto para captação energética.

No Capítulo VII, apresentam-se as formulações matemáticas e as análises para as condições de otimalidade sob excitação de base harmônica, com e sem amortecimento na estrutura. Os resultados e análises do AEMSCE à resposta dinâmica em regime permanente são apresentados.

O Capítulo VIII concentra-se no desenvolvimento de métodos analíticos para a determinação da potência gerada no AEMSCE sob excitação de base em regime permanente. As condições de otimalidade dos parâmetros da conversão energética são tratadas, considerando as perdas dissipativas e restrições físicas do AEMSCE.

No Capítulo IX são apresentadas as conclusões, comentários finais e sugestões para futuros desenvolvimentos.

CAPÍTULO II

2 REVISÃO DA LITERATURA

De acordo com os objetivos deste trabalho, os desafios de pesquisa e desenvolvimento associados ao AEMSCE são estendidos pela literatura atual para revelar a importância deste tema na engenharia.

2.1 Atenuadores

O comportamento dinâmico de atenuadores é um tanto consolidado na literatura [16]. A maneira mais efetiva de reduzir as vibrações indesejáveis é modificar a fonte de vibração. Existem duas maneiras de atenuar um sistema: isolar a fonte de vibração da base ou isolar a fonte de vibração de um sistema em interesse. No que se refere ao primeiro caso, alguns mecanismos e estruturas podem ser modificados a tal condição diretamente na fonte emissora, e.g., um eixo em rotação deve estar balanceado o que reduz a força de excitação causada por desbalanceamento. Na ausência de um atenuador, a força devida ao desbalanceamento será diretamente transmitida ao solo, criando excitações indesejáveis. Considerando a perspectiva de uma análise sísmica, a modificação da fonte de vibração se torna inatingível. Dessa forma, o segundo caso é também referido como isolamento de base, e o objetivo é reduzir o deslocamento vibracional transmitido através da oscilação de base, e.g., sistema de suspensão de veículos ou absorvedores de choques.

Com o propósito de acrescentar às características dos atenuadores e ampliar sua utilização, incorpora-se a possibilidade de captação energética. Basicamente, os transdutores de vibração eletromagnéticos diferem em tamanho, arquitetura de acoplamento eletromagnético, condições de excitação e desempenho de saída. Portanto, apresentam-se algumas arquiteturas de atenuadores dinâmicos que buscam obter as melhores condições para potencializar a captação energética.

2.1.1 Isolamento do Equipamento frente à Oscilação de Base

O atenuador apresentado na Figura 2.1 isola o equipamento da oscilação oriunda da base. Esse tipo de arquitetura, requer apenas um único ponto de contato (sustentação), i.e., base vibratória. É comumente analisado na literatura, visto ser mais adequado à captação energética, uma vez que a dissipação de energia pode ser representada por um amortecedor eletromagnético [17].

Figura 2.1: Modelo de isolamento para excitação de base.

A equação do movimento Eq. (2.1) que descreve a dinâmica do sistema é:

$$m_p \ddot{x}_p + c_p \dot{x}_p + k_p x_p = c_p \dot{y} + k_p y \quad (2.1)$$

Como se trata de uma equação diferencial não homogênea por conta da excitação de base, a resposta estacionária (solução particular) sobreposta a resposta transiente (solução homogênea) compõem a resposta dinâmica (solução) total. Após o sistema alcançar o regime permanente, a resposta transiente se tornar desprezível, a massa suspensa passa a vibrar na mesma frequência que a base, dependendo da frequência de excitação da base.

No caso da resposta transitória do sistema mostrado na Fig. 2.1, a massa primária é excitada por uma perturbação inicial. A equação de movimento para este sistema é a Eq. (2.2), e suas respectivas respostas são determinadas usando a definição clássica, dadas pela frequência natural $\omega_p = \sqrt{\frac{k_p}{m_p}}$ e o fator de amortecimento $\zeta_p = \frac{c_p}{2\sqrt{k_p m_p}}$.

$$m_p \ddot{x}_p + c_p \dot{x}_p + k_p x_p = 0 \quad \dot{x}_p(0), x_p(0) \quad (2.2)$$

O principal problema na resposta transitória, quando o sistema primário é posto em vibração livre na frequência natural ω_p para um sistema com baixo coeficiente de

amortecimento, são os longos períodos de oscilação. As vibrações sustentadas no sistema são indesejadas, o objetivo é absorver essas vibrações e reduzir o tempo em que elas estão presentes.

Para uma excitação de base harmônica, $y = Y \sin(\omega t - \varphi)$, sob a análise vibratória da Eq. (2.1), a transmissibilidade de amplitude da Eq. (2.3) e a fase Eq. (2.4), com a curva de resposta representada pela magnitude na Figura 2.2.

$$\frac{X}{Y} = T = \sqrt{\frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (2.3)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta r^3}{1 + (4\zeta^2 - 1)r^2} \right) \quad (2.4)$$

Figura 2.2: Transmissibilidade para excitação de base: a) Magnitude (H); b) Fase (φ).

Para captação energética, é mais interessante analisar o movimento relativo, visto que, em contraste com a vibração forçada, o amortecedor não é sujeito ao mesmo deslocamento que a massa concentrada. A Eq. (2.5) apresenta a magnitude de resposta e a Eq. (2.6) a fase, as respectivas curvas de resposta são mostradas na Figura 2.3.

$$\frac{X - Y}{Y} = \frac{Z}{Y} = \frac{r^2}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (2.5)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta r}{1 - r^2} \right) \quad (2.6)$$

Figura 2.3: Transmissibilidade (movimento relativo) para excitação de base: a) Magnitude (H); b) Fase (ϕ).

Uma interpretação clássica do regime permanente em osciladores descritos por equações ordinárias de segunda ordem é que: na ressonância, o trabalho das forças externas atuantes no sistema é exclusivamente devido ao amortecimento; para frequências mais altas do que a frequência natural, grande parte do trabalho é contra a força de D'Alembert, já para frequências abaixo da frequência ressonante, o trabalho é contra a força elástica.

2.1.2 Controle Passivo Linear

Tradicionalmente, a absorção de vibrações é realizada através da implementação de um atenuador linear sintonizável (AMS). O AMS consiste em um sistema secundário massa-mola-amortecedor fixado à estrutura primária a fim de mitigar vibrações indesejáveis passivamente à priori. É um dispositivo de controle amplamente utilizado devido a sua viabilidade de projeto e instalação [18,19]. Através do ajuste dos parâmetros do AMS pode ser conseguida uma mitigação eficaz de vibrações para uma faixa de operação restrita, principalmente em regime permanente. O sistema global nessa configuração apresenta duas frequências naturais e dois modos de vibrar [16]. Os AMS são projetados para sintonizar predominantemente em uma dada frequência modal da estrutura, geralmente, para o primeiro modo de vibrar. O sistema não se adapta a solicitações cujas frequências se afastam da frequência de excitação para qual o AMS foi calibrado [20]. Se não trabalham na excitação correspondente de projeto, tendem a perder consideravelmente a eficiência de controle, obtendo eventuais respostas amplificadas e baixa eficiência de conversão energética [21]. Além do mais, há uma larga margem das frequências de excitações que perturbam um sistema, o que pode comprometer o desempenho do AMS.

Dentre os sistemas de controle passivo encontram-se também os amortecedores de líquido sintonizados, (ALS). Estes dispositivos adicionam amortecimento indireto à estrutura. Absorvem energia estrutural através da movimentação viscosa do líquido [22]. Nos últimos anos têm-se efetuado estudos sobre a aplicação de ligas de memória de forma (SMA) para o controle passivo de vibrações em estruturas. As propriedades mais importantes das ligas são a superelasticidade e o efeito de memória de forma [23]. Em [24], os autores buscaram reduzir as vibrações provocadas por uma carga harmônica utilizando um AMS, em uma estrutura flexível através de um pêndulo invertido. Em [25], usando o mesmo tipo de AMS, estudaram o controle de vibrações de uma torre eólica *offshore*. Fez-se uma análise do comportamento da torre em decorrência da ação dos ventos e de seu próprio funcionamento a fim de obter informações para a proposição de um controle semi-ativo.

É possível encontrar o valor ótimo para coeficiente de amortecimento viscoso de um amortecedor de massa auxiliar (AMA), denominado também como (AMS), anexado a um sistema vibratório com carregamento forçado em seu único grau de liberdade. A metodologia proposta em [2] apresenta a determinação dos parâmetros ótimos para razões de massas. Parte do desenvolvimento será apresentado detalhadamente no Capítulo VI.

Entretanto, quando se utiliza um único amortecedor, ocorre uma ligeira amplificação das vibrações em outros modos. Uma forma de sanar este problema é adicionando outros dispositivos de controle ressonantes [26], sintonizados nas demais frequências de vibrações da estrutura, atenuadores lineares equivalentes [27], atenuadores dinâmicos lineares com restrições a amplitudes [28] ou a proposição de um dispositivo semiativo. Uma extensa revisão nestas estratégias é realizada em [29]. Um resumo sobre os mecanismos de controle passivo mais comuns, utilizados em aplicações práticas, pode ser encontrado em [19].

O projeto de controladores passivos, devido à sua simplicidade, torna-se mais efetivo em termos de custos com um rendimento satisfatório para uma operação constante e estável.

2.1.3 Controle Passivo Não Linear

Nos últimos anos, o estudo dos atenuadores não-lineares tem recebido muita atenção. Consistem, em sua maioria, por um oscilador com uma pequena massa, uma rigidez não linear e um amortecedor linear, anexado a um sistema primário [30]. Em [31] discute-se a diferença entre os atenuadores de vibração não lineares convencionais e o NES (nonlinear energy sink), demonstrando que a diferença está na falta de rigidez linear no NES. Diversos trabalhos

examinam as condições das não linearidades e sua efetividade quanto à mitigação de vibrações frente à uma ampla faixa de frequências [4,32]. As descrições do fenômeno produzido variam dependendo do objetivo do sistema que está sendo analisado. A eficácia do atenuador é atribuída a uma condição de ressonância em que o oscilador não linear corresponde sempre à frequência do oscilador linear. Em [33], o fenômeno de ressonância é designado de maneira mais significativa como transferência de energia direcionada (TET). Uma das características intrigantes do NES, é que seu projeto não precisa ser pré-definido. A concepção dos atenuadores dinâmicos não lineares, especificamente o NES, é sua capacidade de alterar dinamicamente a frequência, ampliando a robustez do sistema se comparado a outros métodos de controle de vibração.

Para um sistema harmonicamente forçado, o NES também se revelou como efetivo na absorção de vibrações e, sob certas condições, superior ao AMS [34]. Um dos critérios do NES é apresentar uma rigidez essencialmente não-linear, i.e., com campo linear desprezível. Entretanto, essa condição pode se revelar difícil e depende substancialmente do projeto.

Portanto, este trabalho de pesquisa investiga cuidadosamente a influência do comportamento linear no desempenho do AEMSCE, uma vez que a dinâmica linear em atenuadores não lineares se demonstra relevante na literatura. Será apresentado no decorrer deste trabalho que o comportamento dinâmico linear detectado, seja nos parâmetros obtidos experimentalmente, seja nas análises às respostas dinâmicas, pode ampliar a faixa de frequências atenuadas e maximizar a captação energética contidas no campo linear. Isso será tratado detalhadamente nos capítulos seguintes.

2.1.4 Controle Ativo

Basicamente, um sistema de controle ativo utiliza algum dispositivo externo chamado de atuador. O controle ativo atua em malha fechada e depende frequentemente de medições *on-line* da resposta do sistema, e o controle passivo não. As aplicações de sistemas de controle ativo também implicam o aumento do custo direto e de manutenção quando comparados com os sistemas passivos [20, 35]. O controle ativo tem uma estrutura versátil e adaptável, embora os principais inconvenientes sejam o consumo de energia, altos custos, riscos de inoperância e a instabilidade operacional, se o controlador ou parâmetros do modelo estiverem mal dimensionados [36].

Os sistemas de controle ativo foram aplicados a uma variedade de problemas e estruturas. Por exemplo, minimiza-se as vibrações transmitidas a uma pessoa em um veículo: um controlador duplo para suspensão de assento ativo em [37] é investigado experimentalmente, enquanto em [38] uma suspensão de assento ativa tem como objetivo reduzir a amplitude nas frequências que correspondem às frequências características do corpo humano. Existem também sistemas que podem ser adaptados em pórticos de edifícios e constituem um sistema de aplicação de forças de controle [39] ou cabos ativos cuja tensão é controlada pela ação de atuadores eletro-hidráulicos. Os sistemas de controle ativo são eficientes quando se pretende controlar estruturas sujeitas a ações do vento ou a sismos moderados. O fato de se poder alterar as características de vários modos de vibração constitui uma das vantagens em relação aos sistemas passivos [40].

2.1.5 Controle Híbrido

Uma maneira de combinar as qualidades do controle ativo e passivo (AMS), é o controle híbrido (AMH) [41]. Esse tipo de controle demanda forças de magnitude inferiores nos atuadores, reduzindo o custo de operação, e possibilitam um desempenho mais eficiente, ampliando a banda efetiva de frequências atenuadas. No AMH, a parcela ativa pode somente entrar em operação no momento em que a resposta da estrutura exceder a capacidade mitigadora da parcela passiva [42]. A vantagem do controle híbrido é de que, na ausência de energia, o sistema passivo ainda oferece um certo grau de proteção à estrutura.

2.1.6 Controle Semi-Ativo

Os parâmetros de amortecimento e rigidez da unidade do controle semiativo podem ser ajustados em tempo real para adaptação à variação da condição operacional. Por um lado, eles preservam a confiabilidade do método passivo, mesmo em caso de perda de potência. Por outro lado, eles possuem a versatilidade e adaptabilidade dos sistemas ativos com consumo inferior de energia. De um modo geral, as propriedades mecânicas das unidades de controle semiativas, podem ser ajustadas com base na realimentação da resposta medida e/ou a excitação, resultando em controle de vibração de banda larga. A Figura 2.4 ilustra um arranjo típico para um esquema de controle semi-ativo.

Figura 2.4: Modelo de controlador semi-ativo para atenuação de vibração.

Alguns exemplos de controle semiativo incluem dispositivos de controle de rigidez, amortecedores eletroreológicos (ER) [43], amortecedores magnetoreológicos (MR) [44] e dispositivos de controle de fricção [45]. O funcionamento dos sistemas semiativos requer baixa quantidade de energia, podendo esta ser fornecida através de baterias, tornando o controle imune a problemas de alimentação [20]. Ajuste na rigidez pode ser alcançada variando o número efetivo de espiras em uma mola helicoidal usada como atenuador com rigidez variável proposto em [46]. Em [47] é realizado um experimento e validação de um amortecedor eletro-hidráulico com captação de energia para suspensão. No atenuador eletromagnético semiativo ajustável (eletromagnetic vibration absorber - EMVA), a rigidez das molas magnéticas é variada quando se varia a corrente elétrica [3].

Um transdutor eletromagnético foi construído para ser auto sintonizável em malha fechada [48, 49], controlando ativamente a magnitude das forças repulsivas entre ímãs externos e uma viga. Implementações foram também desenvolvidas baseadas em diferentes princípios, e.g., em [5] usam-se forças magnéticas perpendiculares ao eixo principal da viga do piezoelétrico para sintonizar a frequência de ressonância. A diferença deste tipo de controle para o controle híbrido é que não necessita de um atuador externo, i.e., possui a característica de alterar as propriedades do sistema, e controladas de forma ótima, reduzem a vibração do sistema.

2.2 Métodos de Conversão Energética

O conceito de captação de energia em sistemas oscilatórios tem recebido interesse nos últimos anos em diversos campos de atuação onde pretende-se converter energia do ambiente, ondas eletromagnéticas [50] e energia cinética, em energia elétrica útil. Em [14, 51-52] afirma-se que isso pode ser alcançado usando três métodos diferentes: eletrostático, piezoelétrico e eletromagnético.

Alguns trabalhos têm investigado o desenvolvimento de conversores de energia para os sistemas microeletromecânicos de baixa potência ou MEMS (low-power micro-electromechanical systems) [53-54]. A ação motivadora está presente no desenvolvimento de redes de sensores sem fio usados em ambientes inacessíveis ou potencialmente hostis, e que possibilitem transmitir informações de forma remota. Além disso, têm sido utilizados também em aplicações como baterias recarregáveis, sensores em pneus de automóveis, veículos não tripulados, sensores médicos embutidos e implantados, e monitoriamento da saúde estrutural [55]. Essa tecnologia fornece um futuro promissor para o desenvolvimento de sensores de auto-alimentação, que demandam baixo consumo de energia.

2.2.1 Eletrostático

Geradores eletrostáticos precisam de uma fonte externa de tensão para criar uma quantidade de carga inicial nas placas internas do condensador. Como consequência desta acumulação de carga é gerada uma força eletrostática entre as duas placas. Uma fonte de vibração ambiente é então utilizada para trabalhar contra esta força eletrostática que resulta numa alteração na capacitância e, conseqüentemente, uma força eletromotriz sendo induzida nos circuitos do dispositivo [56-57]. A desvantagem evidente dos geradores eletrostáticos é sua necessidade de uma fonte de energia externa. Este tipo de capacitor variável alimenta um circuito elétrico em [58]. Para esse sistema eletromecânico, a conversão de energia é proporcional à máxima taxa de capacitância [59].

2.2.2 Piezoelétrico

Uma abordagem bastante usual são os materiais piezoelétricos, caracterizados por uma microestrutura cristalina capaz de gerar polarização elétrica enquanto sujeita à uma tensão mecânica [60]. A polarização criada é entrada para um circuito energeticamente condicionado como a diferença de potencial entre dois eletrodos. Claramente, tais materiais têm grande potencial no que diz respeito às aplicações de captação de energia. Foram propostas muitas soluções de captação de energia piezoelétrica diferentes, a maioria das quais utiliza uma fonte de vibração ambiente para induzir tensão num material piezoelétrico. Por exemplo, vários autores têm investigado dispositivos piezoelétricos que colhem a energia do impacto, de compósitos e fontes acústicas [7, 61-62]. Uma revisão das tecnologias piezoelétricas atuais pode

ser encontrada em [63-64]. Analogamente, um material magnetoestritivo produzirá um campo magnético quando deformado. Se houver uma bobina condutora próxima, este campo magnético irá gerar uma tensão através da bobina [65].

2.2.3 Eletromagnético

A conversão de energia eletromagnética é baseada na lei de Lenz relativa à lei de indução de Faraday, variação no fluxo magnético de um circuito resultará na indução de uma força eletromotriz (FEM) [66]. Tipicamente, isto é conseguido construindo um dispositivo, sistema massa-mola-amortecedor, de tal modo que a energia vibracional é transferida para a massa oscilante (ímã permanente) envolvida por uma bobina, provocando alterações no campo magnético da bobina e induzindo tensão através do seu fio condutor Figura 2.5. A tensão gerada está diretamente relacionada à velocidade relativa entre a bobina e o ímã, onde maiores velocidades induzem maiores tensões [67-69].

Figura 2.5: Modelo simplificado de um transdutor eletromagnético de vibração.

Na literatura, os transdutores de vibração eletromagnéticos existentes variam de 0,1 a 100 cm³ de tamanho e de centenas de nW a 100 mW de potência. Deve-se dizer que uma comparação absoluta é bastante difícil, pois até o momento, pouco tem se investigado no desenvolvimento de um padrão de teste para transdutores eletromagnéticos. Os dispositivos foram testados sob diferentes condições (harmônica vs. impulso vs. excitação estocástica, carga resistiva simples vs. carga combinada vs. circuito de carga complexa, ...). Além disso, os parâmetros relevantes para uma comparação absoluta são frequentemente omitidos ou ambíguos (que componentes estão incluídos no volume denotado, rms vs. amplitude vs. valores de pico a pico, ...). Em [68] aborda-se uma maneira de classificar os transdutores de vibração eletromagnéticos através da arquitetura de acoplamento eletromagnético, onde a densidade de potência normalizada (potência relacionada com o volume e a amplitude de excitação) dos

protótipos existentes é utilizada como base para a comparação. Uma extensa revisão dos transdutores de vibração eletromagnética foi apresentada em conjunto com as leis de dimensionamento básico em [8, 27, 49, 70-78]. Este trabalho de pesquisa se dedica ao projeto de transdutores da variedade eletromagnética e, conseqüentemente, este método de transdução será discutido com mais detalhe nas seções seguintes.

2.2.4 Captação Energética Linear

Em [14] a dinâmica de captação energética baseia-se em um dispositivo eletromagnético linear, semelhante a Figura 2.5, onde o amortecedor foi usado para representar uma combinação de perdas mecânicas e a transferência energética dos domínios mecânicos para o elétrico. A suposição de que o fator de transdução eletromagnético possa ser modelado como um elemento dissipativo de amortecimento viscoso linear foi empregado em vários trabalhos [13, 51-53, 67, 83] e discutido mais detalhadamente nos capítulos seguintes. Vários dispositivos têm sido propostos com transdutores de energia sintonizáveis [79-82] que permitem alterar sua frequência natural em resposta a mudanças na frequência de excitação através da realimentação da própria energia produzida. A potência máxima que pode ser extraída da vibração está relacionada com a potência dissipada no amortecedor [14]. Excitando o dispositivo na forma senoidal, admitindo-se que a amplitude de deslocamento de base é fixa e independente da frequência de excitação, i.e., $y = Y \sin(\omega t)$, uma expressão para a potência média de saída por ciclo é dada por [14]:

$$\bar{P} = \frac{\xi \omega^3 r^3 Y^2 m}{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2} \quad (2.7)$$

Conseqüentemente, quando excitado na ressonância ($r = 1$):

$$\bar{P}_{res} = \frac{\omega^3 Y^2 m}{4\xi} \quad (2.8)$$

onde r é a razão entre a frequência de excitação e a natural do dispositivo, ξ é a razão de amortecimento (assumindo que todas as perdas de energia são contabilizadas pelo fator de transdução eletromagnético), m é a massa do ímã e Y é a amplitude do deslocamento.

Ao realizar uma análise em relação à proporcionalidade da frequência de excitação, concluiu-se em [14], que "o desempenho do gerador é susceptível a ter potência elevada em

aplicações onde há frequências altas de vibração". Todavia, em [83] afirma-se que "o conversor deve ser concebido para ressoar na frequência fundamental mais baixa no espectro de entrada". Para esclarecer o que pode parecer duas afirmações contraditórias, admite-se a amplitude da aceleração de base como sendo independente da frequência de excitação, $\ddot{y} = A \sin(\omega t)$, i.e.:

$$Y = A/\omega^2 \quad (2.9)$$

Logo, a potência é agora inversamente proporcional à frequência de excitação, das Eqs. (2.7) e (2.8) obtém-se:

$$\bar{P} = \frac{A^2}{\omega} \frac{\xi r^3 m}{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2} \quad (2.10)$$

Na ressonância, tem-se:

$$\bar{P}_{res} = \frac{A^2 m}{4\omega \xi} \quad (2.11)$$

Portanto, algumas considerações quanto aos espectros de frequência de excitações devem ser analisadas ao projeto de conversores de energia. Nota-se que para um cenário onde as frequências de excitação são elevadas, as condições definidas pelas Eqs. (2.7) e (2.8) revelam-se mais adequadas para qualificar o desempenho da potência gerada. Entretanto, em ambientes de baixa frequência de excitações, a potência gerada definidas pelas Eqs. (2.10) e (2.11) respondem de maneira mais satisfatória. Por meio de observações experimentais, relata-se em [52] que, à medida que se eleva a frequência de excitação, os níveis de aceleração associados às vibrações ambientes tendem a diminuir. Em geral, a literatura converge em algumas conclusões sobre captação energética linear o que pode se revelar útil nas definições dos parâmetros para projeto [14, 51-54, 83].

Constata-se que a potência máxima gerada nos dispositivos (conversores lineares) ocorre na frequência de ressonância. Sabe-se, no entanto, que os osciladores lineares sintonizam em banda estreita de operação e seu desempenho é susceptível à variação da frequência de excitação. Da teoria de vibrações lineares [84] e que se aplica a conversor energéticos lineares, mostra-se que o aumento do amortecimento do dispositivo, que se realiza especificamente pelo aumento do fator de transdução eletromagnético, amplia a largura de banda efetiva da potência gerada. Entretanto, a extensão de banda útil dada por este método provoca redução nas

amplitudes mais elevadas, principalmente na amplitude máxima que pode ser alcançada quando o dispositivo é excitado na ressonância, o que reduz a potência máxima gerada.

Nesse ponto, como solução às restrições físicas do dispositivo e a maximização da captação energética devido à elevadas amplitudes de oscilação, a potência máxima produzida deve ser orientada pelas limitações definidas ao deslocamento máximo admissível do dispositivo assim como a massa do íma oscilante deve ser a maior possível dentro do volume disponível do dispositivo. No que diz respeito à eletrônica, é frequentemente admitido que o dispositivo esteja simplesmente entregando energia elétrica a um resistor de carga [51, 53]. Embora, em termos práticos, seria provavelmente mais útil que um dispositivo de captação de energia forneça eletricidade a um mecanismo de armazenamento de energia, este trabalho concentra suas análises diretamente na potência gerada na carga do resistor.

2.2.5 Captação Energética Não Linear

Diversos trabalhos apresentados na literatura propõem alternativas para melhorar a robustez dos conversores energéticos através das não linearidades impostas ao sistema. Em outras palavras, as características não lineares são integradas aos transdutores eletromagnéticos a fim de ampliar a gama de frequências e obter captação energética de banda larga. Em geral, os conversores não lineares podem ser classificados como: monoestável e biestável (ou seja, dispositivos com um ou dois pontos de equilíbrio). Por exemplo, um ímã de levitação para a rigidez não-linear foi estudado em [17], para o qual os autores conseguiram um aumento moderado na faixa de frequência. Em [85], propõe-se o mesmo conceito de massa magnética levitada onde a análise teórica prevê um aumento na faixa de frequência de operação. Em ambos os exemplos, os sistemas são monoestáveis e estão sujeitos ao fenômeno de salto típico de dinâmica não linear.

O trabalho presente questiona a influência das não linearidades introduzidas sobre a capacidade de captação energética do dispositivo AEMSCE. Essa abordagem de projeto apresenta efeitos significativos ao desempenho do conversor energético para frequências de ressonância. Um dispositivo exclusivamente linear pode apresentar comportamento insatisfatório quando não consegue atuar em frequências de ressonância não coincidentes com frequências de excitação. Embora não seja objetivo do trabalho de pesquisa que um único sistema possa suprir a maioria das variáveis presentes, salienta-se que estratégias alternativas são necessárias para expandir os parâmetros de projetos a serem implementados na melhoria da

extração de energia através do projeto do AEMSCE. De acordo com o diagnóstico de trabalhos anteriores, no qual investigou-se a resposta em frequência para sistemas similares a esse, observa-se que sistemas não lineares se revelam potencialmente benéficos em melhorar a captação de energia nos conversores.

2.2.5.1 Osciladores Mono-estáveis

Diversos métodos de análise, modelos analíticos e aproximações experimentais permitem descrever a dinâmica de osciladores não lineares. Em alguns casos, o comportamento dinâmico dos osciladores não lineares pode ser expresso pela formulação de Duffing, devido à natureza das forças restauradoras elásticas envolvidas. Mesmo com uma variedade de métodos para solucionar a formulação e de sua aparência simples, a equação é difícil de resolver a respostas transientes e forçadas [86-89]. A equação (2.12), em sua forma geral, é dada por:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} - kx + k_n x^3 = F(t) \quad (2.12)$$

onde m é a massa, c é amortecimento viscoso, k e k_n representam molas lineares e cúbicas, respectivamente, e $F(t)$ a força excitadora. O efeito do amortecimento considera as dissipações de energias, tanto elétricas (transdução eletromagnética) quanto mecânicas. O oscilador de Duffing especificamente, apresenta um modelo onde sua energia potencial é uma composição de dois efeitos simétricos opostos:

$$U = -\frac{1}{2}\alpha x^2 + \frac{1}{4}x^4 \quad (2.13)$$

onde α é um parâmetro de ponderação, que depende do projeto, e.g., distância entre ímãs. Uma transformação importante ocorre quando $\alpha = 0$. Para $\alpha < 0$, o sistema possui apenas um ponto de equilíbrio estável, i.e., mono-estável. Para $\alpha > 0$, o sistema possui três posições de equilíbrio, um instável e duas estáveis, i.e., bi-estável. O gráfico da Figura 2.6, também encontrado em [90-91], relaciona a variação da energia potencial em função do parâmetro α , e possui características relevantes a respeito de estabilidade e bifurcação.

Figura 2.6: Energia potencial vs. diferentes valores para o parâmetro α . A bifurcação ocorre com duas áreas estáveis que correspondem aos vales da função e um pico instável.

Em [17], o dispositivo proposto, Figura 2.7, consiste em um ímã oscilante central suspenso na presença de forças repulsivas, devida à orientação dos dois ímãs exteriores. No trabalho, foi mostrado que a força de restauração magnética resultante pode ser modelada como uma mola com uma não linearidade cúbica e que a frequência natural do dispositivo pode ser ajustada alterando a distância entre os ímãs, sugerido também em [92]. Uma região de múltiplas soluções foi criada, chamadas soluções energéticas superior e inferior. Sugeriu-se que se projetasse um dispositivo de captação de energia capaz de manter a solução superior (estável) para conceder uma largura de banda maior a possíveis variações na frequência de excitação.

Figura 2.7: Diagrama esquemático do dispositivo monoestável proposto por [17].

A não linearidade presente no oscilador de Duffing é conhecida por produzir vários fenômenos interessantes, incluindo regiões de múltiplas soluções e comportamento caótico [93]. Outros dispositivos mono-estáveis com não-linearidades tipo Duffing foram também analisados em [94-96].

2.2.5.2 Osciladores Bi-estáveis

De acordo com a literatura, osciladores bi-estáveis podem revelar potenciais benéficos em relação ao desempenho de banda larga assim como em baixas frequências para captação energética quando comparados aos mono-estáveis. Os projetos de osciladores bi-estáveis têm sido concebidos devido ao fato de, sob condições de excitação apropriadas, seu comportamento dinâmico poder criar velocidades maiores do que as alcançadas em um dispositivo monoestável. Por exemplo, em [99], a potência gerada do dispositivo pode ser aprimorada significativamente se sintonizada de tal forma que seu ímã oscilante central seja capaz de saltar regularmente entre soluções de alta e baixa energia periódica, definidas pelas posições de equilíbrio do sistema.

Alguns trabalhos [97-98] mostram que se as soluções periódicas de alta energia forem asseguradas, o sistema pode gerar maior potência do que para soluções caóticas. Neste caso, uma resposta periódica pode ser preferível com relação à eletrônica de potência do dispositivo, mesmo se a solução caótica ampliar a banda efetiva, o que se revela também no monoestável.

Figura 2.8: Diagrama esquemático do dispositivo bi-estável proposto por [99].

Em relação ao trabalho apresentado em [98], à excitações aleatórias gaussianas de ruído branco, questiona-se a necessidade da utilização do dispositivo biestável, uma vez que dispositivo mono-estável também possui soluções semelhantes de alta e baixa energia. Outros trabalhos [100-102] exploram os comportamentos dos bi-estáveis sob diferentes excitações, e demonstram que esses tipos de osciladores se destacam também por apresentarem respostas satisfatórias à captação energética quando excitados em baixa frequência (sub-harmônicos).

2.2.6 Conclusão da Revisão e Justificativas

Neste capítulo, foi realizada uma revisão geral sobre os trabalhos existentes e uma revisão atualizada da literatura no campo de controle de vibrações e nos métodos de conversão

energética relevantes para este trabalho, concentrando a pesquisa nos elementos necessários para o projeto e análise de um AEMSCE. Por esse motivo, mais de 100 artigos foram revisados. As seguintes conclusões podem ser extraídas desta revisão e servem de alicerce para a condução deste trabalho:

- O desenvolvimento analítico e experimental para dinâmica linear de atenuadores e conversores energéticos é consolidado na literatura, tanto em relação aos efeitos de seus parâmetros ao desempenho do sistema quanto na aquisição de dados experimentais.
- O fenômeno de ressonância é essencialmente analisado e relevante ao controle dinâmico de vibrações e à captação energética.
- Grande parte dos trabalhos realizados estão focados em excitação harmônicas e periódicas, mas há crescimento em análises de excitações aleatórias.
- Existe uma variedade de arquiteturas de atenuadores e transdutores de vibração eletromagnéticos aplicados, porém, em sua grande maioria, a escolha da arquitetura não é justificada e comparada a outras.
- Em muitos projetos, o dimensionamento dos componentes mais importantes que integram o sistema (ímã, bobina, rolamentos, etc), os critérios de projetos, e as influências de algumas não linearidades significativas (magnéticas e friccionais) são muitas vezes baseadas em suposições, sem teor técnico, e até mesmo negligenciadas.
- Existem algumas discordâncias na literatura a respeito dos benefícios obtidos através da introdução deliberada de não-linearidades do tipo Duffing em dispositivos de captação de energia.
- Existe uma variedade de arquiteturas aplicadas que se concentram em aumentar a faixa de frequência de operação usando dispositivos sintonizáveis. O desafio é alimentar os atuadores, controladores e circuito elétricos operando simultaneamente.
- Existe um vínculo de desempenho na ampliação da banda efetiva de mitigação de vibrações em conjunto com a maximização da captação energética contida nesta banda de operação.

CAPÍTULO III

3 PROJETO E CONSTRUÇÃO DO AEMSCE

Este capítulo descreve o projeto e a construção do atenuador de vibrações eletromagnético sintonizável com captação energética (AEMSCE), considerando os critérios de projeto, de fabricação e seleção de componentes. Algumas considerações do modelo matemático são feitas preliminarmente para realizar o dimensionamento do dispositivo (AEMSCE). O desenvolvimento mais detalhado da modelagem é realizado no Capítulo IV. Para projetar e construir o dispositivo consideram-se a força restauradora magnética ajustável, os efeitos do atrito, o fator de transdução eletromagnético e as forças amortecidas resistivas.

O AEMSCE é concebido de maneira que possibilite o ajuste de três parâmetros físicos responsáveis pela variação das propriedades do sistema: distância de mancais ajustável (força restauradora magnética), intercambiabilidade de ímãs e de bobinas (fator de transdução eletromagnético) e resistência de carga do resistor (fator de transdução eletromagnético).

3.1 Projeto e Construção

O principal objetivo desta pesquisa é o projeto e construção de um dispositivo que seja capaz de se comportar como atenuador dinâmico e conversor energético. Dessa maneira, utiliza-se do equipamento da Quanser Shaker Table (empresa canadense fabricante de aparatos de testes didáticos) como referência de projeto ao AEMSCE, a fim de se testar experimentalmente a eficácia do dispositivo frente às solicitações mitigadoras (AEMS) e de captação energética (CE).

Essa seção se concentra no projeto e construção da parte mecânica e elétrica do dispositivo. Dessa forma, para conseguir o desempenho desejado, o projeto e construção do AEMSCE se orienta através das técnicas e análises construtivas de atenuadores com a introdução deliberada de não linearidades, visando a ampliação do desenvolvimento e análises em trabalhos futuros.

O aparato ilustrado na Figura 3.1, constitui-se de três sistemas descritos pelos deslocamentos horizontais: o sistema primário (x_p), o sistema secundário (x_a) e a base oscilante (y). A base desliza sobre uma superfície orientada por guias lineares, a qual transmite a excitação ao sistema primário através de duas lâminas metálicas laterais. O sistema primário é composto basicamente pelo conjunto: rolamentos de esferas deslizantes, ímãs laterais de neodímio fixo aos mancais, bobina e plataforma. O sistema secundário consiste em um ímã central de neodímio fixo ao eixo de bronze, o qual desliza ao longo dos rolamentos sob o efeito da interação eletromagnética do sistema. Em outras palavras, equilibra-se o ímã na posição central devido à uma força restauradora elástica magnética repulsiva não-linear causada pela ação dos ímãs exteriores fixos aos mancais. Os mancais por sua vez podem ser ajustados (distância entre ímãs) permitindo que a rigidez do sistema varie, oferecendo uma ressonância ajustável ao sistema (Fig. 3.2). Fonte de discussão deste trabalho e que será abordado com detalhes na seção seguinte.

Figura 3.1: Dispositivo AEMSCE sem bobina, instrumentado e montado na Shaker Table Quanser.

Definem-se duas configurações para o dispositivo a priori relacionadas à presença da bobina no sistema, i.e., à influência do fator de transdutor eletromagnético. A bobina é

responsável pela ação de forças amortecidas e pela captação energética no sistema. A primeira configuração é definida apenas pelo oscilador não-linear AEMS e o sistema oferece apenas atenuação. Em outras palavras, na ausência da bobina, não há força amortecida oriunda do fator de transdução eletromagnético, logo, também não há conversão energética (CE) (Fig. 3.1). A segunda configuração é completa e definida como AEMSCE, i.e., na presença da bobina incrementa-se amortecimento e captação energética no sistema (Fig. 3.2). Este trabalho de pesquisa se concentra na segunda configuração. Para as análises à resposta dinâmica do Capítulo V até o Capítulo VII, o ímã oscilante (atenuador) será chamado por AEMS, i.e, sistema secundário.

Utiliza-se o programa NX Unigraphics (software de desenho 3D) para projetar o AEMSCE (Fig. 3.2). Na Figura 3.2 é possível identificar o AEMSCE e representar o sistema primário (oscilador linear) constituído pelos mancais laterais, plataforma de base, placas metálicas laterais (não visualizada), ímãs fixos aos mancais, dispositivo da bobina e bobina. O sistema secundário (oscilador não linear) é representado pelo eixo de bronze e o ímã central.

Figura 3.2: Desenho do dispositivo AEMSCE.

O modelo paramétrico da Figura 3.3 define um sistema secundário sendo o AEMSCE representado por um oscilador não-linear, e um sistema primário representado por um oscilador-linear induzido por uma excitação de base. Em resumo, o sistema secundário, o sistema primário e a base excitadora podem ser representados, inicialmente, como uma configuração massa-mola-amortecedor. O sistema secundário apresenta amortecimento mecânico, amortecimento elétrico, forças de restauração elásticas e forças de atrito a serem determinadas. Os diagramas de corpo livre são mostrados na Figura 3.4 sem a carga externa aplicada, $p(t)$.

Figura 3.3: Modelo do AEMSCE sob excitação de base e carga externa aplicada.

Figura 3.4: Diagramas de corpo livre para o AEMSCE sob excitação de base.

Através da segunda lei de Newton da dinâmica, as equações do movimento podem ser definidas para o sistema combinado (AEMSCE). A equação do movimento que descreve a dinâmica do sistema é:

$$m_p \ddot{x}_p = -c_p(\dot{x}_p - \dot{y}) - k_p(x_p - y) + c_a(\dot{x}_a - \dot{x}_p) + F(\dot{z}) + f(z) \quad (3.1)$$

$$m_a \ddot{x}_a = -c_a(\dot{x}_a - \dot{x}_p) - F(\dot{z}) - f(z) \quad (3.2)$$

onde m representa a massa, c , o amortecimento viscoso, os índices p e a denotam o sistema primário e sistema secundário, respectivamente. O termo F está em função da velocidade relativa e representa a força de atrito e pode conter não linearidades que serão apresentadas na seção 4.1.2. A componente $f(z)$ representa a força de restauração elástica, é se dá por uma

função não linear do deslocamento relativo z . A mola representa a força de restauração magnética não-linear e será quantificada nos próximos capítulos.

3.1.1 Dispositivo AEMSCE

Como descrito na seção 3.1, os ímãs externos fixos aos mancais podem ser deslocados sobre a plataforma, permitindo que as distâncias entre os ímãs centrais (oscilantes) e os ímãs externos (fixos) sejam alteradas através da alocação dos furos (Figura 3.5).

Figura 3.5: Vista superior do dispositivo AEMS montado na Shaker Table Quanser.

A seleção da haste de bronze assim como dos rolamentos de esferas deslizantes foi efetuada sob critérios de projeto (detalhados nas seções seguintes), onde se tem como fator determinante o baixo amortecimento mecânico oriundo do atrito entre os materiais. Uma outra característica para o projeto do AEMSCE é que não há restrições dinâmicas pré-definidas, mas algumas considerações orientativas de desempenho que servem como critério de projeto. Em outras palavras, o dispositivo pode revelar comportamentos lineares e não lineares que combinados podem ser úteis ao desempenho. Por exemplo, o dispositivo pode apresentar uma força de restauração elástica linear para pequenas oscilações, bem como componentes não lineares para oscilações maiores. Isso concede ao sistema um recurso potencialmente benéfico da não linearidade na força de restauração magnética, permitindo que a ressonância linear possa ser ajustada por meio das alterações no deslocamento estático, i.e., da distância entre ímãs.

Na Figura 3.6 o ímã central é colocado entre os dois ímãs exteriores fixos aos mancais, equilibrando-se o ímã central com uma força magnética repulsiva não-linear. Ressalta-se que a não linearidade é uma característica integrante do projeto de AEMSCE.

Figura 3.6: Diagrama esquemático do dispositivo AEMSCE (distância máxima).

A Figura 3.6 e a Figura 3.7 apresentam a distância máxima (d_{08}) e mínima (d_{05}) entre ímãs respectivamente. As influências desses espaçamentos serão analisadas no Capítulo V.

Figura 3.7: Diagrama esquemático do dispositivo AEMS (distância mínima).

Alterando o espaçamento entre os ímãs fixos (sistema primário) e o oscilante (sistema secundário) a força de restauração elástica pode ser significativamente alterada, permitindo uma variação na energia potencial do dispositivo. A força magnética gerada entre dois ímãs é dada por [103]:

$$F_m = \frac{C_m}{d^2} \quad (3.3)$$

onde d é a distância que separa dois ímãs, e C_m é a constante magnética que depende da força dos ímãs e do meio em que operam. Da Eq. (3.3) pode-se constatar que a força gerada não é linear em relação à distância de separação. No Capítulo V, uma melhor aproximação para a força restauradora não-linear do sistema será analisada.

A construção do dispositivo AEMSCE impõe características quanto à escolha de materiais, seleção de componentes e montagem. Este trabalho de pesquisa não discute os

processos de fabricação, o dimensionamento de componentes auxiliares e determinadas matérias subjacentes, mas vale salientar que são indispensáveis na execução do projeto e contribuem para as propriedades físicas do AEMSCE, e.g. a rugosidade, geometria de alinhamento, etc. Entender alguns fenômenos, e.g., a fadiga, decorrente das vibrações na estrutura, podem aumentar a durabilidade e prevenir ao mau funcionamento do AEMSCE. Em outras palavras, o AEMSCE pode falhar devido à fadiga se os deslocamentos $x_a(t)$ forem elevados. Portanto, limites são frequentemente colocados no valor máximo da amplitude X_a pelo projetista.

As propriedades mecânicas e eletromagnéticas que foram julgados essenciais para a construção desse projeto são abordados, tais como atrito, lubrificação, temperatura e campo eletromagnéticos, assim como os sensores e transdutores que constituem a instrumentação para análises às respostas experimentais.

A capacidade do AEMSCE em lidar com uma condição de operação variável é uma questão de robustez. O desempenho pode ser determinado de acordo com a sensibilidade e adaptabilidade do AEMSCE. O parâmetro de projeto que serve de base para avaliar desempenhos referentes à atenuadores de forma geral é a sua razão de massa Eq. (3.4), definida como:

$$\mu = \frac{m_a}{m_p} \quad (3.4)$$

Para o caso do AMS clássico, observa-se que à medida que μ aumenta, as frequências naturais divergem, distanciando-se do ponto de operação ideal do atenuador. Portanto, se μ for muito pequeno, o sistema combinado não tolerará muita flutuação na frequência de excitação. Geralmente, considera-se para projeto entre 1% e 15% ($0,01 \leq \mu \leq 0,15$). Valores baixos resultam em uma robustez fraca e valores elevados aumentam o custo e a carga indesejada no sistema.

Para as análises deste trabalho foram construídas quatro bobinas. Os valores das massas do sistema primário e do sistema secundário encontram-se na Tabela 8. As relações mássicas são apresentadas na Tabela 1 para cada bobina.

Tabela 1 - Razão mássica do AEMSCE para cada bobina projetada.

Bobina	NOM.	#339273	#339922	#339923	#339924	UNIDADE
Relação mássica	μ	8,8	9,6	9,5	9,7	%

Para o projeto do AEMSCE também foram consideradas as características amortecidas como parâmetro fundamental. Embora a presença de amortecimento no AEMSCE reduza a capacidade de anular a vibração do sistema primário em frequências de excitação específicas para qual foi projetado, como no caso de alguns AMS clássicos, por outro lado, o amortecimento pode ser adicionado de forma benéfica para impedir amplitudes elevadas (ressonância), melhorar a largura de banda efetiva de atenuação, e no caso de o AEMSCE, aumentar a capacidade de geração energética na faixa de operação, como será detalhadamente discutido neste trabalho de pesquisa.

Outro critério para o projeto do AEMSCE, em relação à literatura para atenuadores não lineares citadas ao longo do Capítulo II e que servem como orientação de desempenho, é que, para grandes deslocamentos em sistemas rígidos, o sistema revela alta frequência. À medida que a amplitude da oscilação diminui, a frequência também tende a diminuir. Para o projeto do AEMSCE as forças de restauração fazem com que o sistema oscile em torno de um único ponto de equilíbrio (mono-estável). Ainda como desempenho orientativo para o projeto do AEMSCE em base à literatura, tem-se que as maiores amplitudes no início do movimento correspondem aos maiores montantes de energia e frequências alcançadas no sistema. A medida que a energia é dissipada através do amortecimento, as frequências também diminuem. Essa variação de frequência, em determinadas regiões indica que existe uma dependência do nível de energia para ativar a parte não linear, e que o desempenho pode depender da energia presente no sistema.

3.1.1.1 *Ímã Permanente*

Para geradores (motores) elétricos de alta performance é necessário que os ímãs permanentes apresentem um elevado campo coercitivo (ou coercividade H_c), e elevada indução remanente (ou remanência B_r) [104]. Um elevado H_c impede que o ímã seja facilmente desmagnetizado e um alto valor de B_r resulta em um fluxo magnético elevado. Uma das características dos ímãs de Neodímio-Ferro-Boro (NdFeB) é a redução da remanência e da coercividade com o aumento da temperatura. Os ímãs de NdFeB usados são adequados para trabalharem com temperaturas de até 180°C [105] e possuem remanência e coercividade elevadas quando comparado ao ímã de ferrite (cerâmico), resultando maior energia. Desta forma, geradores projetados com NdFeB têm dimensões menores do que com ímãs de ferrite.

Esta característica é fundamental ao dimensionamento quando as restrições físicas do AEMSCE são relevantes e a aplicação do dispositivo demanda dimensões compactas.

Sua intensidade pode ser medida pelo seu produto energético máximo, expreso em megaGauss-Oersteds (1 MGOe = 7,957 kJ/m³). O ímã selecionado para o projeto é o neodímio N42 (Figura 3.8). Trata-se de um NdFeB com intensidade de 42 MGOe e com uma resistência a temperatura de trabalho contínuo de 80°C [105]. Os parâmetros físicos do ímã estão listados na Tabela 2 até Tabela 4.

Figura 3.8: Ímã neodímio N42 30x20x10mm (ExIxA).

Tabela 2 - Características magnéticas do ímã de neodímio (NdFeB) [105].

Grade	Br	Hc	Hd	BH max
	Ramanência	Força Coercitiva	Força Coercitiva Intrínseca	Produto da Energia Máxima
	G	Oe	Oe	MGOe
N-35	11.400 / 11.800	>10.800	>12.000	33,0 / 36,0
N-42	12.900 / 13.300	>11.600	>12.000	40,0 / 43,0
N-48	13.800 / 14.200	> 10.500	>12.000	46,0 / 49,0
N-50	13.800 / 14.500	>10.500	>12.000	47,0 / 51,0

Tabela 3 - Caracterísitcas físicas e térmicas do imã de neodímio (NdFeB) [105].

Grade	Densidade	Temperatura de Curto	Temperatura Máxima do Trabalho	Coeficiente de Temperatura	
	g/cm*	°C	°C	Br %I°C	Hc % / °c
N-35	7,4	310	80	-0,12	-0,6
N-42	7,45	310	80	-0,12	-0,6
N-48	7,5	310	80>	-0,12	-0,6
N-50	7,5	310	80	-0,12	-0,6

Tabela 4 - Propriedades do ímã N42.

ÍMÃ PERMANENTE (N42)	
massa	0,029 (kg)
comprimento	10 (mm)
raio externo	15 (mm)
raio interno	10 (mm)

A seleção dos ímãs N42 se deve ao fato de apresentarem um elevado campo magnético, tornado-se eficazes quanto a potência gerada na captação energética, bem como possuírem um valor mássico reduzido e dimensões compactas. Ressalta-se que o dispositivo foi concebido de maneira que os ímãs possam ser substituídos por outros ímãs que possam oferecer distintos campos magnéticos, permitindo-se assim uma variação quanto à captação de energia.

3.1.1.2 Dimensionamento da Bobina

As bobinas são construídas de fio de cobre revestido com esmalte enrolado (Tabela 5) em torno de um carretel de PEAD (Polipropileno), como na Figura 3.9 e pode ser visto na Tabela 6. O suporte de fixação do carretel é projetado sobre necessidade de que o ímã oscilante se movimente livremente e rente às paredes do diâmetro interno do carretel, o suficiente para que a potência gerada seja máxima. Para atender essa necessidade, o suporte de fixação oferece uma ajustagem em três direções (eixos) solidárias ao dispositivo como mostrado na Figura 3.10.

Figura 3.9: Carretel de PEAD [106].

Tabela 5 - Dimensões dos fios de cobre esmaltado (AWG).

FIO DE COBRE	NOM.	UNIDADE	AWG 28	AWG 30
Diâmetro externo	D_f	mm	0,3211	0,2546
Área da secção	A_f	mm ²	0,08	0,051
Número de espiras por cm	-	N/cm	28,4	35,6
Massa por quilômetro	m_f	kg/km	0,72	0,45
Resistência por quilômetro	R'_b	Ω/km	212,5	333,3
Capacidade		A	0,23	0,15

Tabela 6 - Dimensões do carretel de PEAD.

CARRETEL	NOM.	VALOR	UNIDADE
Largura furo	<i>A</i>	32	mm
Altura furo	<i>B</i>	32	mm
Comprimento do carretel	<i>C</i>	45	mm
Largura do carretel	<i>D</i>	62	mm
Largura do eixo	<i>E</i>	33	mm
Altura do carretel	<i>F</i>	62	mm
Comprimento enrolado	<i>G</i>	43	mm
Altura do eixo	<i>H</i>	33	mm

Figura 3.10: Eixos de ajuste do dispositivo AEMSCE.

As resistências das bobinas podem ser calculadas se o processo de enrolamento for conhecido. O fator de preenchimento de cobre é definido como a razão entre a área total do fio (sem isolamento) A_l e a seção transversal da área de enrolamento A_w [107] Eq. (3.5):

$$FF = \frac{A_l}{A_w} = \frac{\pi \cdot D_f^2 \cdot N}{4 \cdot A_w} \quad (3.5)$$

onde D_f indica o diâmetro do fio (sem isolamento). As bobinas deste trabalho, podem ser aproximadas por bobinas cilíndricas (Figura 3.11), por não haver grandes divergências geométricas quanto aos critérios de enrolamento. O fator de preenchimento é uma medida de quão eficiente o fio é empacotado na área ou volume da bobina. Utiliza-se um fator de 0,6 por exibir um típico valor FF para aplicações dessa natureza. Em [107] observa-se que não há possibilidade para o cálculo teórico do fator de cobre para diâmetros de fio menor que $200 \mu m$. Isso ocorre porque as camadas de arame não são ordenadas sistematicamente e o enrolamento aleatório ocorre.

Figura 3.11: Dimensões da bobina cilíndrica.

Para um determinado fator de preenchimento de cobre [68], o número de enrolamentos na direção longitudinal e lateral pode ser determinado como:

$$[N_{long}] = \frac{2 \cdot h_b}{D_f \sqrt{\pi / FF}} \quad (3.6)$$

$$[N_{lat}] = \frac{2 \cdot (r_2 - r_1)}{D_f \sqrt{\pi / FF}} \quad (3.7)$$

e o número de voltas (N) é expresso por:

$$N = [N_{long}] \cdot [N_{lat}] \quad (3.8)$$

onde D_f é o diâmetro do fio, l_f é o comprimento total do fio dentro da bobina, r_1 é o raio interno da bobina, r_2 é o raio externo da bobina e h_b é a altura da bobina.

Em [49], o número de voltas do fio (N) pode ser encontrado através da expressão:

$$N = \frac{l_f}{2\pi\bar{R}} = \frac{4 \cdot FF \cdot (r_2 - r_1) \cdot h_b}{\pi \cdot D_f^2} \quad (3.9)$$

onde $\bar{R}$ é o raio médio da bobina. A resistência da bobina é:

$$l_f = N \cdot 2\pi \frac{(r_2 + r_1)}{2} \quad (3.10)$$

$$R_b = l_f \cdot R_b' \quad (3.11)$$

ou

$$R_b = \rho \frac{l_f}{\left(\frac{\pi \cdot D_f^2}{4}\right)} \quad (3.12)$$

onde ρ é a resistividade elétrica do fio ($\rho = 1,724 \times 10^{-8} \Omega m$). Esta expressão assume que o isolamento do fio é insignificamente delgado, de modo que o diâmetro total do fio (l_f) seja o mesmo que o diâmetro do fio sem isolamento. As dimensões físicas das bobinas estão listadas na Tabela 7. A resistência de projeto foi utilizada como parâmetro fixo para a fabricação das bobinas.

Tabela 7 - Dimensões e propriedades das bobinas.

BOBINA	NOM	#339273	#339922	#339923	#339924	UNIDADE
AWG	AWG	28	28	28	30	-
Resistência de projeto	R_b	-	10	20	10	Ω
Raio interno	r_1	17,5	17,5	17,5	17,5	mm
Raio externo	r_2	31,2	18,8	20,0	18,0	mm
Altura	h_b	43	43	43	43	mm
Número de enrolamentos	N	4370	413	799	269	voltas
Resistência por metro	R_b'	0,2125	0,2125	0,2125	0,3333	Ω/m
Comprimento do fio	l_f	188,2	47,1	94,1	30,0	m
Resistência da bobina med.	R_b	250,55	14,28	28,58	14,41	Ω
Erro de projeto	E_{pro}	-	30	30	30	%

Verifica-se que resistência da bobina medida em relação a resistência de projeto definida apresenta um erro de projeto relativamente pequeno. Isso se deve ao fato de baixos valores de resistências de projeto serem sensíveis a variações e suscetíveis a desvios, o que influencia diretamente no valor medido. Essas variações podem ser justificadas pelo fato de os valores dos diâmetros dos arames selecionados para este trabalho serem próximos a $200 \mu m$, o que dificulta a exatidão na determinação do cálculo do fator de preenchimento assim como, de um possível enrolamento aleatório na fabricação da bobina que não permitiu que o enrolamento fosse sistematicamente ordenado.

3.1.1.3 Rolamento Linear

Com a finalidade de diminuir as perdas mecânicas oriundas do atrito entre superfícies de contato e que dificilmente podem ser ajustadas por controle semiativo, seleciona-se o rolamento deslizante de esferas LBBR 8-2LS (Figura 3.12). Este rolamento apresenta baixo nível de resistência à rolagem [108] e cumpre as necessidades de operação do AEMSCE. O rolamento linear é composto por uma gaiola de polímero com segmentos de pista feitos de aço temperado para guiar conjuntos de esferas dentro do sistema completo. Esferas recirculantes fornecem deslocamento ilimitado em movimento de baixo atrito. O rolamento adapta-se à série de dimensões 1, de acordo com a norma ISO 10285.

Figura 3.12: Rolamento deslizante linear [108].

A resistência ao movimento (fricção) em um sistema de deslizamento linear é afetada, para além da carga, por um certo número de outros fatores, o tipo e tamanho do rolamento, da velocidade de funcionamento, bem como a qualidade do lubrificante e a quantidade de lubrificante utilizado. A faixa de temperatura de funcionamento constante permitida para rolamentos de esferas linear (LBBR 8-2LS) é de -20°C a 80°C . Picos de temperaturas mais baixas e mais altas podem ser toleradas por breves períodos. Em condições normais de funcionamento, em particular, quando a carga mínima for observada, a velocidade permitida é 5 m/s e a aceleração admissível é de 100 m/s^2 [108].

3.1.1.4 Eixo de Bronze

Para reduzir o coeficiente de amortecimento do sistema secundário e amplificar o movimento de translação do eixo entre os rolamentos, utiliza-se o bronze. O bronze possui elevada resistência à corrosão, não-ferroso e não magnetizado, o que é determinante para as análises quanto ao comportamento do AEMSCE. Frequentemente, adiciona-se chumbo para melhorar as propriedades lubrificantes ou de antifricção das ligas, além da usinabilidade. O zinco é, da mesma forma, eventualmente adicionado, atua como desoxidante gerando

resistência mecânica. Assim, é muito usado em diversas máquinas e indústrias. Geralmente, o coeficiente de atrito estático entre bronze e aço com lubrificação variam entre 0,1 e 0,2 [109]. Os valores serão estimados experimentalmente no Capítulo V.

3.1.1.5 Mancais e Suporte Base

O polipropileno, enquadra-se entre os termoplásticos de menor peso específico ($0,92\text{g/cm}^3$) e maior resistência química disponíveis, além de ser excelente material para resistir às radiações eletromagnéticas [110], quesito esse fundamental no que se refere a conservação e concentração do campo magnético da bobina do AEMSCE. Apresenta impermeabilidade a líquidos e gases, não reage com a grande maioria de agentes químicos industriais e farmacêuticos. Apresenta mínima absorção de água (menor que 0,03%), o que lhe concede boa estabilidade dimensional, e pode ser soldado e moldado.

3.2 Aparato de Teste

Para realizar a investigação experimental utiliza-se o equipamento Quanser Shaker Table (Fig. 3.1). O equipamento, basicamente, consiste em uma mesa vibratória rigidamente fixada a um fusão de esfera acionada por um motor, e duas lâminas laterais sustentam uma plataforma, onde instala-se um acelerômetro para medir a aceleração da massa primária. Para a análise da resposta transitória do sistema (vibração livre), a base pode ser rigidamente fixa. Um sensor de posição (encoder) será responsável por medir o deslocamento do sistema secundário (massa deslizando) relativo ao sistema primário.

Além do sistema a ser controlado, há também componentes que monitoram e controlam o sistema. O UPM-180-25B (Universal Power Module) atua no motor da Shaker Table, monitora o acelerômetro (ADXL201E), o encoder (ELP-ENC-USD-E2-1024) e os limites de curso. A bobina fixa ao dispositivo atua como um conversor energético que pode operar, como gerador energético na condição de controle passivo de vibrações, ou como um atuador na condição de controle semi-ativo de vibrações (Figura 3.13).

Figura 3.13: Dispositivo AEMSCE montado na Shaker Table Quanser.

Os dados de entrada analógicos são coletados pela placa de aquisição de dados Q8, que também fornece o sinal de saída para o amplificador de potência (Figura 3.14). A leitura da posição do sistema secundário (ímã oscilante) registrada pelo encoder é enviada diretamente para a placa Q8 (Figura 3.14). Esta mesma placa Q8 recebe informações da UPM e faz a comunicação com o computador. A programação de controle e detecção é produzida usando o ambiente Matlab® Simulink®.

Figura 3.14: UPM-180-25B e placa Q8 da Quanser.

A instrumentação é fundamental para o efetuar as medições futuras de maneira a serem confiáveis e respeitarem os propósitos do AEMSCE, no que se refere ao controle passivo e ao semi-ativo. Tanto o acelerômetro quanto o encoder compõem o sistema primário e a montagem completa do dispositivo sob o aparato de teste é mostrado na Figura 3.15.

Figura 3.15: Instrumentação do AEMSCE sem bobina (CE) instalada.

3.2.1 Acelerômetro e Encoder

O sistema primário é equipado com um acelerômetro (ADXL210E) capacitivo DC que mede acelerações com faixa de escala de $\pm 10g$ [111]. O ADXL210E tem baixo custo, 2 eixos com saída digital e baixa potência de consumo ($< 0.6mA$), o que se revela interessante ao AEMSCE, pois, através da energia captada passivamente do movimento oscilatório, o sistema possa realimentar seus próprios sensores e transdutores. O valor típico do ruído é de $200\mu g\sqrt{Hz}$ permitindo sinais abaixo de $2mg$ (em frequências de banda de 60 Hz) para ser resolvido. O acelerômetro tem a capacidade de medir tanto as acelerações dinâmicas (AC), e.g., vibrações, quanto acelerações estáticas (DC), e.g., gravidade. Embora o acelerômetro fixo ao aparato já esteja calibrado de fábrica, as propriedades do sinal condicionado do circuito podem variar dependendo das condições externas, e.g., umidade e temperatura. Portanto, é possível ajustar o offset do potenciômetro assim como seu ganho de acordo com a orientação desejada.

O encoder fixo ao sistema primário (ELP-CON-USD-E2-1024) é um US Digital, possui um único eixo óptico [111]. Ele oferece alta resolução de 4096 voltas por revolução, i. e. 1024 linhas por revolução com dois canais na quadratura.

3.3 Conclusão

Neste capítulo foi tratado um dos principais objetivos deste trabalho que é o projeto e construção do AEMSCE. As equações dinâmicas preliminares, os critérios de projetos mais relevantes e o dimensionamento dos principais componentes foram apresentados. Por último, foi descrita a instrumentação realizada.

CAPÍTULO IV

4 MODELAGEM DO SISTEMA

Este capítulo descreve o desenvolvimento matemático das equações dinâmicas do AEMSCE a fim de testar seu comportamento. Para modelar o dispositivo com fidelidade, leva-se em conta os efeitos do atrito, as forças restauradoras elásticas, o fator de transdução eletromagnético e os amortecimentos oriundos do comportamento mecânico e eletromagnético do sistema. O fato de alguns dos fenômenos apresentarem não linearidades torna a dinâmica complexa da perspectiva de descrevê-los analiticamente. Dessa forma, o trabalho aqui presente baseia-se da literatura ampla e sólida para definir, entre os mais variados modelos, o mais adequado ao problema específico. O fator de transdução eletromagnético do dispositivo foi modelado, e mostra-se que o modelo descreve com rigor a transferência de energia do domínio mecânico para o elétrico. Uma vez que as equações dinâmicas são definidas, utiliza-se o método em espaço de estados e um solver numérico no ambiente MATLAB para resolvê-las.

4.1 Subsistema Mecânico

Essa seção se concentra na modelagem da parte mecânica do dispositivo. Observe que uma compreensão mais profunda dos sistemas não-lineares só pode ser obtida pelo uso simultâneo de técnicas analíticas e numéricas como descrito no Capítulo II e III. O primeiro passo para descrever o modelo é entender as forças que atuam no sistema. As equações do movimento são obtidas através da mecânica Newtoniana.

Admiti-se que a massa da fonte de vibração é muito maior que a massa do AEMSCE e que a fonte de vibração é uma fonte infinita de potência, ou seja, a fonte de vibração não é afetada pelo movimento do AEMSCE.

Do modelo da Figura 3.5, as equações de movimento para o sistema podem ser expressas pela Eq. (4.2) e Eq. (4.3) somente para excitação de base, onde x_a e x_p são os deslocamentos absolutos, e z é o deslocamento relativo entre o ímã oscilante (sistema secundário) e o sistema primário Eq. (4.1).

$$z = x_a - x_p \quad (4.1)$$

$$m_p \ddot{x}_p + c_p \dot{x}_p + k_p x_p - c_a \dot{z} - F(\dot{z}) - f(z) = c_p \dot{y} + k_p y \quad (4.2)$$

$$m_a \ddot{x}_a + c_a \dot{z} + F(\dot{z}) + f(z) = 0 \quad (4.3)$$

onde o termo da força de excitação de base pode ser expresso na forma:

$$y = Y_0 \text{sen}(\omega t) \quad (4.4)$$

O sistema oscila harmonicamente com Y_0 sendo a amplitude de deslocamento e ω a frequência de excitação. Usando identidades trigonométricas, o termo de excitação forçada da Eq. (4.2) pode ser expresso na forma simplificada como:

$$c_p \dot{y} + k_p y = Y_0 \sqrt{(k_p)^2 + (c_p Y_0 \omega)^2} \text{sen}(\omega t + \varphi) \quad (4.5)$$

4.1.1 Força Restauradora Elástica

Conforme citado no Capítulo III, a atenuação de vibrações é alcançada quando o sistema primário é excitado, e o conjunto do sistema secundário, haste e ímãs central, oscila sob ação das forças restauradoras elásticas não lineares, oriundas da orientação magnética repulsiva. Alterando o espaçamento entre os ímãs fixos e o ímã oscilante a força de restauração elástica pode ser modificada, possibilitando uma variação na energia potencial e concedendo ao AEMSCE ressonância ajustável (Fig. 3.8).

O termo $f(z)$, força de restauração induzida da Eq. (4.3) e Eq. (4.4), é uma função não linear do deslocamento z . A mola representa a força de restauração magnética não-linear e será quantificada no Capítulo V. Embora a força elástica de não linearidade cúbica seja utilizada em alguns trabalhos na literatura [112], há algumas discordâncias na comunidade sobre o uso destes modelos. Portanto, será apresentada a formulação de não linearidade cúbica para comparação deste trabalho, mas as análises não se limitam a esse modelo. O comportamento do AEMSCE e as validações adequadas a força restauradora estão relatadas no Capítulo V. A força restauradora elástica cúbica não linear é dada na forma:

$$f(z) = kz(1 + \mu_{nl}z^2) = k_a(z) + k_n(z)^3 \quad (4.6)$$

onde k_a é a rigidez linear, k_n a rigidez cúbica, μ_{nl} é o parâmetro de não linearidade que é positivo para endurecimento e negativo para molas de amolecimento. Como já foi mencionado, para o AEMSCE ter um bom desempenho em termos de captação de energia, o amortecimento mecânico deve ser mantido o mínimo.

4.1.2 Modelo Dinâmico Friccional

A força resistiva de contato precisa ser avaliada. Este fenômeno se reproduz, mesmo com o uso de rolamentos lineares para reduzir o atrito entre a haste de bronze e o rolamento. Consequentemente, a equação de movimento para o dispositivo foi reescrita como:

$$F = F_{at} \quad (4.7)$$

$$m_p \ddot{x}_p + c_p \dot{x}_p + k_p x_p - c_a \dot{z} - F_{at}(\dot{z}) - f(z) = c_p \dot{y} + k_p y \quad (4.8)$$

$$m_a \ddot{x}_a + c_a \dot{z} + F_{at}(\dot{z}) + f(z) = 0 \quad (4.9)$$

onde F_{at} foi escolhido para representar a força na haste do ímã central devido ao atrito. Existem muitos modelos de atrito diferentes disponíveis, e.g., Coulomb, tangente hiperbólica e LuGre [113]. Por exemplo, o modelo de LuGre baseia-se na hipótese de que a interação entre duas superfícies pode ser modelada como corpos rígidos que fazem contato através de um conjunto de "cerdas" distribuídas aleatoriamente (Figura 4.1).

Figura 4.1: Representação do modelo LuGre.

4.1.2.1 Atrito de Coulomb

Entre os modelos de atrito mais antigos e mais conhecidos por sua confiabilidade, está o modelo de atrito de Coulomb (também conhecido como atrito seco) (Figura 4.2).

Figura 4.2: Diagrama do corpo livre do sistema secundário.

Quando o bloco está em repouso, o equilíbrio dita que a força de atrito deve ser igual à força aplicada:

$$F_{at} = F_p \quad (4.10)$$

O bloco permanecerá em repouso desde que a força aplicada satisfaça a desigualdade.

$$F_p \leq \mu_s |N| \quad (4.11)$$

onde μ_s é o coeficiente estático de atrito e N é a força normal no ímã a partir da superfície de contato. A força normal atua perpendicularmente à superfície de contato. Quando o ímã central é mantido em repouso por fricção, a equação de movimento não se aplica pois $\dot{x}_a$ e $\ddot{x}_a$ são zero. No entanto, quando a desigualdade acima não é satisfeita para o ímã em repouso, o ímã começará a se mover e a equação de movimento é aplicável. Neste caso, a força de restauração devida ao atrito é dada por:

$$F_{at} = -\mu_k |N| \operatorname{sgn}(\dot{z}) = F_c \operatorname{sgn}(\dot{z}) \quad (4.12)$$

onde μ_k é o coeficiente de atrito dinâmico. Observe que a força de atrito se opõe à direção de movimento do bloco. Os coeficientes de atrito dependem dos dois materiais em contato, e eles devem ser determinados experimentalmente. A função sgn é representada por:

$$\operatorname{sgn}(\dot{z}) = \begin{cases} 1, & \dot{z} > 0 \\ 0, & \dot{z} = 0 \\ -1, & \dot{z} < 0 \end{cases} \quad (4.13)$$

O uso da função sgn garante que a força de atrito sempre se opõe ao movimento do ímã oscilante. Com um único parâmetro, a vantagem óbvia do modelo de amortecimento de

Coulomb é a sua simplicidade, embora não seja capaz de modelar alguns dos fenômenos que são tipicamente associados a sistemas de atrito (aprofundado ao modelo LuGre). Além disso, a não linearidade da função sgn devido à sua descontinuidade em zero pode dificultar a análise. Análises mais detalhadas sobre a interação das forças resistivas friccionais na dinâmica do AEMSCE se encontram na seção 5.5.

4.1.2.2 Atrito Viscoso Equivalente de Coulomb

Uma abordagem energética um tanto eficiente que simplifica as não linearidades do atrito e trata-o como uma força amortecida viscosa equivalente, é a equivalência em representar o atrito seco como um amortecimento friccional viscoso equivalente. Para o sistema em um grau de liberdade com vibração harmonicamente forçada a energia dissipada pelo amortecedor em um ciclo é dada:

$$E_\alpha = \int c_f \dot{x}_a dx_a \quad (4.14)$$

$$E_\alpha = \pi c_f X_a^2 \omega_p \quad (4.15)$$

A energia dissipada pelo atrito seco em um ciclo:

$$E_\beta = 4F_{at}X_a \quad (4.16)$$

Transformando esse sistema em um sistema amortecido equivalente através da igualdade da Eq. (4.15) com a Eq. (4.16), obtém-se:

$$c_f = c_{eq(fat)} = \frac{4\mu_k m_a g}{\pi \omega_p X_a} \quad (4.17)$$

$$\xi_f = \frac{2\mu_k g}{\pi \omega_p \omega_a X_a} \quad (4.18)$$

Neste caso, a força de restauração devida ao atrito equivalente para um grau de liberdade é dada por:

$$F_{at_eq} = -\frac{4\mu_k m_a g}{\pi \omega_p X_a} \dot{z} \quad (4.19)$$

As análises das não linearidades devido ao atrito serão consideradas nos capítulos seguintes, e serão tratadas pelo modelo de Coulomb. Uma vez em movimento, salvo em resposta transiente, a aproximação energética através dos coeficientes de amortecimento viscosos equivalentes será usada para efeito de simplificação. Para sistemas com vários graus de liberdade, utiliza-se o mesmo princípio de energia dado nesta seção, porém, realiza-se análise modal [109].

4.1.3 Restrições de Contorno

Além da equação do movimento, existem restrições cinemáticas quanto ao movimento do ímã imposto pelas posições dos mancais. A Figura 4.3 indica a posição de um extremo inferior do curso (d_1) e a posição do extremo superior do curso (d_2). Assim, a posição do ímã está determinada entre d_1 e d_2 .

Figura 4.3: Representação dos limites de curso do sistema secundário.

No limite inferior, a velocidade não pode ser negativa. No limite superior, a velocidade não pode ser positiva, assim:

$$\begin{aligned} \dot{z} &\geq 0 \text{ se } z = d_1 \\ \dot{z} &\leq 0 \text{ se } z = d_2 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Sem essas condições de contorno, o modelo mostraria a posição do ímã (d) crescendo indefinidamente, principalmente na ressonância. As extremidades dos mancais previnem a

instabilidade e fazem com que o ímã oscile dentro dos limites de posicionamento dos mesmos. Embora os limites físicos do AEMSCE sejam definidos a priori, as análises realizadas no Capítulo VII em estado estacionário exibem resultados superiores aos limites de curso, principalmente quando o sistema opera próximo à ressonância. O Capítulo VIII apresenta um modelo de conversão energética definido para deslocamentos relativos máximos admissíveis $Z_{\text{máx}}$, com a finalidade de enriquecer os critérios de projeto para um AEMSCE por meio de fatores de amortecimentos ótimos relativos à conversão energética.

4.2 Subsistema Elétrico

A tensão de saída do AEMSCE está relacionada com a relação específica do fator de transdução eletromagnético; logo, fatores como tamanho, propriedades de material e configuração geométrica de ímã, bobina e circuito elétrico desempenham um papel fundamental. Nesta seção, o componente elétrico do dispositivo é considerado e acoplado à porção mecânica do modelo. Em seguida, o circuito elétrico é analisado. Por tratar-se de um circuito de resistência de carga, a energia produzida está restrita ao resistor de carga, que não é capaz de armazenar energia alguma. Análises experimentais e validações do modelo serão discutidas no Capítulo V.

4.2.1 Modelo de Conversão de Energia

A presença de uma massa oscilante constituída por ímãs abre a possibilidade de conversão energética. Durante as perturbações, os ímãs irão gerar uma variação do campo magnético. A adição de uma bobina fixa dentro do campo variável permitirá que uma tensão seja induzida na bobina, respeitando as equações de Maxwell-Faraday para o eletromagnetismo.

O método proposto é realizado por ação de uma única bobina consistindo em raio interno e externo que circundará o ímã oscilante, como mostrado no modelo da Figura 4.4. O diagrama esquemático do dispositivo eletromecânico completo é mostrado na Figura 3.3, onde a bobina está montada na plataforma de tal forma que ela se encontra alinhada ao ímã oscilante. Nesta configuração, o sistema atua como um transdutor de vibração eletromagnética.

Figura 4.4: Modelo análogo do conversor eletromagnético (bobina).

De acordo com a Figura 4.4, e com os propósitos deste trabalho, além da capacidade de geração energética (CE) e controle passivo na condição ótima, o conversor (bobina) oferece também a possibilidade de atuar como um controlador semi-ativo quando há energização reversa da bobina. Em outras palavras, através do ajuste das forças resistivas eletromagnéticas o sistema manteria a sua condição ótima de atenuação passiva para que o sistema seja capaz de coletar energia nesse campo. Embora esse trabalho se concentre no controle de atenuação passiva ótima e geração energética, vale apresentar a versatilidade do AEMSCE para trabalhos futuros.

Para escrever o modelo de indução eletromagnética, nos referimos ao diagrama esquemático da Figura 4.5 que apresenta o princípio da conversão de energia e ilustra a relação dinâmica. De acordo com o trabalho de [53], a força magnética da bobina é assumida como sendo proporcional à velocidade relativa entre o ímã central e enrolamento exterior da bobina.

Para desenvolver um modelo geral do AEMSCE e determinar os efeitos do seu sistema elétrico, um modelo simplificado isolado de uma bobina em conjunto com a Eq. (4.1) e um ímã pode ser expresso por:

$$m_a \ddot{z} + c_a \dot{z} + F_{at}(\dot{z}) + f(z) = -m_a \ddot{x}_p \quad (4.21)$$

onde c_a representa o coeficiente de amortecimento usados para descrever o amortecimento mecânico à priori.

Figura 4.5: Modelo simplificado da dinâmica do AEMSCE.

Nos transdutores de vibração eletromagnéticos, o mecanismo de transdução é baseado na lei de indução de Faraday. Seguindo esta lei, a variação de fluxo magnético através de um circuito condutor fará com que uma tensão seja induzida nesse circuito. Esta tensão induzida é a chamada força eletromotriz (FEM). O fluxo magnético é definido como:

$$\varphi_m = \iint_A B dA \quad (4.22)$$

Portanto, a força eletromotriz se relaciona à variação do fluxo magnético temporal, expressa na forma:

$$\varepsilon = - \frac{d\varphi_m}{dt} \quad (4.23)$$

e escrita vetorialmente como:

$$\varepsilon = \oint_{l_w} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (4.24)$$

onde $\vec{v}$ é a velocidade relativa entre a bobina e o ímã oscilante, $\vec{B}$ é a densidade de fluxo magnético gerada pelo ímã, l_w é o comprimento do fio que compõem a bobina e $d\vec{l}$ é um comprimento de vetor diferencial que aponta tangencialmente ao fio.

A Figura 4.6 apresenta um anel condutor (bobina), um ímã permanente, e as coordenadas usadas para descrever o campo magnético em torno do ímã. Neste diagrama, o anel está se movendo para baixo com uma velocidade $\vec{v}$ em direção ao ímã estacionário (porque a tensão induzida depende da velocidade relativa, isto é equivalente ao ímã que se move para cima com uma velocidade $\vec{v}$ em direção a um anel estacionário). Uma técnica eficaz para

modelar um ímã permanente é tratar o ímã como um dipolo magnético, isto é, dois monopolos magnéticos separados por uma pequena distância [112]. O ímã é ilustrado com um vetor de momento de dipolo magnético M indicando a orientação e a intensidade do campo magnético. O raio do anel é a , e a distância que separa o centro do ímã à bobina é z . Os vetores unitários, $\hat{z}$, $\hat{a}$, e ângulo $\hat{\beta}$, apontados na direção positiva. Devido à simetria do ímã cilíndrico, o campo de densidade de fluxo tem apenas componentes B_a na direção $\hat{a}$ (componente radial) e B_z na direção $\hat{z}$ (componente axial).

Figura 4.6: Diagrama esquemático do movimento do ímã sob ação de uma espira.

A velocidade e o campo magnético podem ser divididos em componentes direcionais e combinados na lei de Faraday.

$$\vec{v} = -\dot{z}\hat{z} \quad (4.25)$$

$$\vec{B} = B_z\hat{z} + B_a\hat{a} \quad (4.26)$$

$$\varepsilon = \oint_{l_w} (-\dot{z}\hat{z}) \times (B_z\hat{z} + B_a\hat{a}) \cdot d\vec{l}\hat{\beta} = -\dot{z} \oint_{l_w} B_a \cdot d\vec{l} \quad (4.27)$$

A partir daqui, há múltiplas abordagens para determinar o fator de transdução eletromagnético. Frequentemente pesquisadores têm tratado a densidade de fluxo magnético como uniforme sobre o volume da bobina e constante sobre toda a amplitude do movimento do ímã [51, 14]. Essas premissas levam a fator de transdução eletromagnético na forma:

$$k_t = B_a l_w \quad (4.28)$$

Esta abordagem simplifica análise de captação de energia. No entanto, uma hipótese de densidade de fluxo constante, em alguns casos, não pode ser admitida, devido à grande amplitude de movimento do ímã e à grande variação da densidade de fluxo magnético na bobina. Alguns artigos determinaram experimentalmente o fator de transdução em função da posição do ímã [114]. Outras fontes avaliaram o fator de transdução ao campo de densidade de fluxo magnético utilizando integrais elípticas e realizando integrações numéricas [115-116]. Outros autores modelaram o ímã e a bobina usando uma abordagem de elementos finitos para avaliar o fator de acoplamento [30].

Aqui umas das abordagens será avaliar analiticamente a expressão do fator de transdução eletromagnético em conjunto com análises experimentais (Capítulo V). O procedimento aqui produz um fator de transdução não linear similar ao produzido em [112].

A partir da equação (4.27), a única componente do campo magnético responsável pela indução de uma tensão é a componente radial B_a . A magnitude de B_a em um ponto de interesse depende da força do material magnético e da localização no plano (z, a) . O campo magnético radial pode então ser escrito como uma função das distâncias:

$$\varepsilon = -\dot{z} \oint_{l_w} B_a(z, a) \cdot dl \quad (4.29)$$

O termo integral na Eq. (4.29) é o chamado fator de transdução eletromagnético, k_t . Este termo é o acoplamento direto entre os sistemas mecânico e elétrico, e será designado como:

$$k_t(z, a) = - \oint_{l_w} B_a(z, a) dl = - \left(\frac{1}{l_w} \oint_{l_w} B_a(z, a) dl \right) l_w \quad (4.30)$$

Observa-se que o termo entre parênteses é uma média da densidade de fluxo radial ao longo do comprimento do fio dentro da bobina. A média pode ser aproximada como a média de B_a sobre a área da bobina [76].

$$k_t(z, a) = - \left(\frac{1}{l_w} \oint_{l_w} B_a(z, a) d\vec{l} \right) l_w = - \left(\frac{1}{A_b} \oint_{A_b} B_a(z, a) dA \right) l_w \quad (4.31)$$

$$k_t(z, a) = -\bar{B}_a(z, a)l_w \quad (4.32)$$

O fator de transdução pode então ser mostrado na forma reduzida, onde $\bar{B}_a$ representa a densidade de fluxo radial médio através da seção transversal da bobina. A média pode ser também aproximada como a média de B_a sobre o volume da bobina:

$$k_t(z, a) = -\left(\frac{1}{l_w} \oint_{l_w} B_a(z, a) d\vec{l}\right) l_w = -\left(\frac{1}{V_b} \oint_{V_b} B_a(z, a) dV\right) l_w \quad (4.33)$$

onde V_b é o volume da bobina e dV é um elemento de volume infinitesimal, que em coordenadas cilíndricas é:

$$dV = ada \cdot dc \cdot d\beta \quad (4.34)$$

Da Figura 4.7, as novas variáveis d e c estão relacionadas a z através da equação:

$$z = c - d \quad (4.35)$$

Como o campo magnético só mudará na direção z o fator de transdução pode ser reduzido em termos de deslocamento relativo:

$$k_t(z) = -\bar{B}_a(z)l_w \quad (4.36)$$

Em seguida, uma expressão para B_a é necessária, uma vez que a integral da densidade de fluxo magnético depende da distância de separação entre o ímã e a bobina. Para um dipolo magnético, a componente do campo de densidade de fluxo magnético na direção a é:

$$B_a = \frac{3\mu_0}{4\pi} M \frac{az}{(a^2 + z^2)^{5/2}} \quad (4.37)$$

4.2.2 Circuito Elétrico

Na implementação do AEMSCE, a carga elétrica será um circuito de carga analógico que não é capaz de armazenar energia. Primeiro, é utilizado um circuito de resistência de carga para verificar experimentalmente o modelo e avaliar o desempenho do conversor. A Figura 4.8. este circuito:

Figura 4.8: Circuito elétrico.

Na análise, a bobina está em série com uma tensão de entrada (ε) induzida pelo ímã oscilante, uma indutância da bobina (L_b) e uma resistência da bobina (R_b). Um potenciômetro instalado ao circuito e representado pelo resistor de carga (R_{carga}) é conectado à bobina e completa o circuito elétrico. O potenciômetro modifica as propriedades eletromagnéticas (amortecimento elétrico) do sistema e fornece ao AEMSCE flexibilidade em atuação, propriedades que serão analisadas nos capítulos seguintes. Quando o ímã está se movendo e induzindo uma tensão, uma corrente (i) flui através do circuito. A equação para o circuito elétrico é obtida aplicando a lei de Kirchhoff para o circuito elétrico da Figura 4.8.

$$\varepsilon - L_b \frac{di}{dt} - R_b i - R_{carga} i = 0 \quad (4.41)$$

Chamando a relação de acoplamento entre a tensão induzida e a velocidade do ímã:

$$\varepsilon = k_t \dot{z} \quad (4.42)$$

vem,

$$L_b \frac{di}{dt} + (R_b + R_{carga}) i = k_t \dot{z} \quad (4.43)$$

A indutância do circuito, em alguns casos, não oferece solicitações relevantes ao sistema. Dessa forma, pode-se desprezá-la para baixas frequências de oscilação, como será

detalhada no Capítulo V. Para a simplificação das equações elétricas deste capítulo, a indutância da bobina será negligenciada ajustando $L_b = 0$.

$$i = \frac{k_t}{(R_b + R_{carga})} \dot{z} \quad (4.44)$$

4.3 Sistema Global

As seções anteriores discutiram o subsistema mecânico e elétrico. Esses subsistemas podem agora ser combinados em um modelo de sistema global. O domínio mecânico (força de entrada e a velocidade relativa da massa) e o domínio elétrico (FEM e corrente induzida) estão relacionados através do fator de transdução eletromagnético k_t . Através da conservação de energia, a potência dentro do circuito elétrico é a potência transferida do ímã devido ao efeito eletromagnético é:

$$\varepsilon i = F_e \dot{z} \quad (4.45)$$

onde i é a corrente na bobina [117]. A lei de Lenz estabelece que, para uma condição de circuito fechado, a tensão (FEM) produzida na bobina fará com que uma corrente flua. Esta corrente criará um campo magnético que se opõe ao campo magnético que causou a corrente, ou seja, a corrente leva a uma força que se opõe ao movimento relativo. Esta interação provoca uma força eletromecânica de retorno que é dada por:

$$F_e = k_t i \quad (4.46)$$

A Figura 4.9 demonstra as relações simplificadas das forças atuando no sistema secundário (ímã oscilante).

Figura 4.9: Diagrama do corpo livre do sistema secundário.

Aplicando a segunda lei de Newton, a equação de movimento pode ser definida como:

$$m_a \ddot{x}_a + c_m \dot{z} + F_{at}(\dot{z}) + F_e(\dot{z}) + f(z) = 0 \quad (4.47)$$

onde c_m é o amortecimento mecânico. O valor do coeficiente de amortecimento elétrico (c_e) é determinado pelo fator de transdução eletromagnético, bem como pela resistência total na bobina e da carga, se dará na forma:

$$c_e = \frac{k_t^2}{(R_b + R_{carga})} \quad (4.48)$$

Especificamente, amortecimento elétrico surge devido à introdução da bobina no AEMSCE para converter a energia vibratória em energia elétrica.

$$m_a \ddot{x}_a + (c_m + c_e) \dot{z} + F_{at}(\dot{z}) + f(z) = 0 \quad (4.49)$$

$$c_a = c_m + c_e \quad (4.50)$$

onde c_a é o coeficiente de amortecimento usado para descrever o amortecimento mecânico e elétrico combinados. As saídas elétricas dependem apenas da frequência de excitação e da força em torno do campo magnético. Depois de efetuar o desenvolvimento eletrodinâmico do sistema, obtém-se as equações dinâmicas finais:

$$m_p \ddot{x}_p + c_p \dot{x}_p + k_p x_p - \left(c_m + \frac{k_t^2}{(R_b + R_{carga})} \right) \dot{z} - F_{at}(\dot{z}) - f(z) = c_p \dot{y} + k_p y \quad (4.51)$$

$$m_a \ddot{x}_a + \left(c_m + \frac{k_t^2}{(R_b + R_{carga})} \right) \dot{z} + F_{at}(\dot{z}) + f(z) = 0 \quad (4.52)$$

É importante ressaltar que esse desenvolvimento explicita a relação eletromagnética do sistema e o movimento dinâmico da estrutura apenas para um andar com o AEMSCE fixado em seu topo. Para análises que virão nas seções seguintes, algumas simplificações e ajustes de modelo serão efetuadas, visando o propósito desse trabalho que é a implementação de estratégias de controle passivas mitigadoras e captação energética.

A análise mostrada acima é baseada na suposição de que há movimento relativo entre o ímã central e a estrutura principal. Consequentemente, essa abordagem só é válida se:

$$\left| m_a \ddot{x}_a + \left(c_m + \frac{k_t^2}{(R_b + R_{carga})} \right) \dot{z} + f(z) \right| \geq |F_{at}(\dot{z})| \quad (4.53)$$

A influência na dinâmica do AEMSCE sobre essa equação será discutida com mais detalhe no Capítulo V. Após a obtenção da tensão através da carga resistiva, pode-se estimar a tensão e potência que será entregue ao sistema:

$$V_{carga} = i R_{carga} = \frac{k_t^2 R_{carga}}{(R_b + R_{carga})} \dot{z} \quad (4.54)$$

$$P_{carga} = i^2 R_{carga} = \frac{k_t^2 R_{carga}}{(R_b + R_{carga})^2} \dot{z}^2 \quad (4.55)$$

Mais detalhes acerca do desenvolvimento dessas equações encontram-se no Capítulo VII.

4.4 Espaço de Estados

Uma vez que a estrutura está sujeita a carregamentos dinâmicos, o AEMSCE promove a dissipação da energia do sistema. No sentido de testar a eficiência do AEMSCE, utiliza-se o método em espaço de estados para resolver as equações dinâmicas através do ambiente computacional Matlab-Simulink.

Neste trabalho, utiliza-se do método dinâmico de análise com acelerações de base harmônicas horizontais $\ddot{y}(t)$ e forças externas harmônicas $p(t)$. Embora, o desenvolvimento matemático incorpore os carregamentos dinâmicos externos, para análises às respostas dinâmicas deste trabalho, o AEMSCE se concentrará somente as excitações de base.

As equações dinâmicas finais não lineares Eq. (4.51-4.52) são traduzidas para o caso de excitação à aceleração de base. Dois modelos simplificados lineares são desenvolvidos neste capítulo com o mero propósito de ampliar e facilitar algumas análises deste trabalho. Para efeitos de simplificação, o desenvolvimento analítico apresentado em espaço de estados se dedicará somente aos sistemas lineares, embora, não haja grandes dificuldades em descrevê-los

para sistemas não lineares. Em geral, para executar as simulações digitais, as soluções foram aproximadas usando a técnica de integração numérica Runge-Kutta de 4ª ordem.

Para as análises seguintes, utiliza-se do modelo da Figura 3.5 descrito sob excitação de aceleração de base harmônica. Além disso, as coordenadas do sistema primário x_p , e do sistema secundário x_a , indicados na Figura 3.5, passam a ser definidos como deslocamentos relativos à base (Apêndice I). Sistema com vários graus de liberdades pode ser visto no Apêndice I.

As excitações de base harmônicas para todos os casos são expressas na forma:

$$\ddot{y} = -Y_0 \omega^2 \text{sen}(\omega t) \quad (4.56)$$

Para as equações não lineares, em geral, a força de atrito $F_{at}(\dot{z})$ é dada pelo atrito de Coulomb Eq. (4.12) e a força restauradora elástica $f(z)$ determinada pela interação magnética. As equações dinâmicas finais do AESMCE são expressas por:

$$m_p \ddot{x}_p + c_p \dot{x}_p + k_p x_p - \left(c_m + \frac{k_t^2}{(R_b + R_{carga})} \right) \dot{z} - F_{at}(\dot{z}) - f(z) = -m_p \ddot{y} + p \quad (4.57)$$

$$m_a \ddot{x}_a + \left(c_m + \frac{k_t^2}{(R_b + R_{carga})} \right) \dot{z} + F_{at}(\dot{z}) + f(z) = -m_a \ddot{y} \quad (4.58)$$

$$\xi_m = \frac{c_m}{2m_a \omega_a}; \quad \xi_e = \frac{k_t^2}{2m_a \omega_a (R_b + R_{carga})} \quad (4.59)$$

onde, ξ_m e ξ_e , são o amortecimento mecânico e elétrico, respectivamente. As forças de atrito das equações não lineares serão simplificadas, quando mencionadas, para coeficientes de atrito viscoso equivalente, dados na forma:

$$c_f \equiv F_{at} \quad (4.60)$$

$$c_{ca} = c_m + c_f \quad (4.61)$$

$$c_a = c_{ca} + c_e \quad (4.62)$$

$$\xi_f = \{0; 0,01; \dots; 1,00\} \quad (4.63)$$

Um dos métodos consolidados para determinação do coeficiente de atrito viscoso equivalente é a transformação em coordenadas modais [109]. Como não é o propósito deste trabalho investigar e apresentar a formulação modal para obtenção do coeficiente de atrito viscoso equivalente, sua simplificação aqui presente é razoável nas condições apresentadas. Em outras palavras, deseja-se apenas verificar a presença de um amortecimento friccional no sistema através da variação de um fator de amortecimento mecânico equivalente ξ_{ca} . Algumas análises referentes à essa simplificação são tratadas no Capítulo V.

Para o primeiro modelo linear (T1), x_p é o deslocamento entre o sistema primário e a excitação de base, e x_a o deslocamento do AEMSCE, i.e, ambos em relação à base $\ddot{y}$. A equação de movimento para o sistema excitado pela aceleração de base:

$$m_p(\ddot{x}_p + \ddot{y}) + c_p\dot{x}_p + k_p x_p - c_a(\dot{x}_a - \dot{x}_p) - k_a(x_a - x_p) = p \quad (4.64)$$

$$m_a(\ddot{x}_a + \ddot{y}) + c_a(\dot{x}_a - \dot{x}_p) + k_a(x_a - x_p) = 0 \quad (4.65)$$

$$\begin{bmatrix} m_p & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_p + c_a & -c_a \\ -c_a & c_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_p + k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_p \\ x_a \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} m_p \\ m_a \end{Bmatrix} \ddot{y} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} p \quad (4.66)$$

Para o segundo modelo linear (T2), x_p é mantido, e z é o deslocamento relativo entre o sistema secundário e o sistema primário, ambos referidos ao referencial $\ddot{y}$.

$$m_p(\ddot{x}_p + \ddot{y}) + c_p\dot{x}_p + k_p x_p - c_a\dot{z} - k_a z = p \quad (4.67)$$

$$m_a(\ddot{z} + \ddot{x}_p + \ddot{y}) + c_a\dot{z} + k_a z = 0 \quad (4.68)$$

$$\begin{bmatrix} m_p & 0 \\ m_a & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_p & -c_a \\ 0 & c_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_p & -k_a \\ 0 & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_p \\ z \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} m_p \\ m_a \end{Bmatrix} \ddot{y} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} p \quad (4.69)$$

4.4.1 Representação do AEMSCE em Espaço de Estados

Para a representação do sistema, considera-se para os desenvolvimentos seguintes apenas a excitação oriunda da aceleração de base como de interesse deste trabalho, embora não haja complicações e adicionar o carregamento externo.

A partir das Eq. (4.66) e Eq. (4.69) é possível reescrever as equações do movimento na forma matricial:

$$\mathbf{M}_T \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}_T \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}_T \mathbf{q}(t) = -\mathbf{J}_{sismo} \ddot{y}(t) \quad (4.70)$$

Para T1, as matrizes são expressas na forma:

$$\mathbf{M}_{T1} = \begin{bmatrix} m_p & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \quad (4.71)$$

$$\mathbf{C}_{T1} = \begin{bmatrix} c_p + c_m + c_e + c_f & -c_m - c_e - c_f \\ -c_m - c_e - c_f & c_m + c_e + c_f \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

$$\mathbf{K}_{T1} = \begin{bmatrix} k_p + k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

Para T2, as matrizes são expressas na forma:

$$\mathbf{M}_{T2} = \begin{bmatrix} m_p & 0 \\ m_a & m_a \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

$$\mathbf{C}_{T2} = \begin{bmatrix} c_p & -c_m - c_e - c_f \\ 0 & c_m + c_e + c_f \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

$$\mathbf{K}_{T2} = \begin{bmatrix} k_p & -k_a \\ 0 & k_a \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

onde as matrizes $\mathbf{M}_T$, $\mathbf{K}_T$ e $\mathbf{C}_T$, são as matrizes de massa, rigidez e amortecimento do sistema, respectivamente, e $\mathbf{J}_{sismo}$ a matrix de excitação, preenchida da seguinte forma:

$$\mathbf{J}_{sismo} = \begin{bmatrix} m_p \\ m_a \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

Substituindo as grandezas envolvidas pelos valores disponíveis no Capítulo V, a representação do sistema segundo a formulação em espaço de estados obriga que as equações do movimento sejam reescritas em relação à segunda derivada das coordenadas generalizadas. As equações do movimento podem ser acopladas na seguinte equação matricial:

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) = -\mathbf{M}_T^{-1}\mathbf{K}_T\mathbf{q}(t) - \mathbf{M}_T^{-1}\mathbf{C}_T\dot{\mathbf{q}}(t) - \mathbf{M}_T^{-1}\mathbf{J}_{sismo}\ddot{\mathbf{y}}(t) \quad (4.78)$$

Na formulação de Espaço de Estados, as equações do movimento podem ser reescritas num sistema com mais equações diferenciais, mas de grau inferior.

Todas as variáveis podem ser alocadas em vetores dando origem às seguintes equações:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, t) \quad (4.79)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, u, t) \quad (4.80)$$

Para sistemas lineares invariantes no tempo, as equações (4.79) e (4.80) não dependem do tempo e assim a representação em espaço de estados é dada pelas seguintes equações:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \quad (4.81)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \mathbf{u}(t) \quad (4.82)$$

A matriz $\mathbf{A} [n \times n]$ é denominada matriz de estado ou dinâmica, $\mathbf{B} [n \times r]$ é a matriz de entrada, $\mathbf{C} [m \times n]$ é matriz de saída e $\mathbf{D} [m \times r]$ a matriz de transmissão direta. Onde o vetor de estado, $\mathbf{x}(t)$, inclui as coordenadas generalizadas e as suas primeiras derivadas. Para as simulações numéricas, o vetor de saída, $\mathbf{y}(t)$, será constituído pelas variáveis medidas por todos os estados.

Para T1, concluí-se que o comportamento da estrutura pode ser determinado através do seguinte vetor de estado:

$$\mathbf{x}(t) = [x_p \ x_a \ \dot{x}_p \ \dot{x}_a]^T \quad (4.83)$$

Para T2, o vetor de estado é dado:

$$\mathbf{x}(t) = [x_p \ z \ \dot{x}_p \ \dot{z}]^T \quad (4.84)$$

Para o AEMSCE, a única variável de entrada corresponde ao sinal da aceleração da base, logo, a equação de estado pode ser obtida a partir da equação:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{sismo}\ddot{\mathbf{y}}(t) \quad (4.85)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{K}_s & -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{C}_s \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{J}_{sismo} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \quad (4.86)$$

Em virtude de se considerar uma análise experimental à resposta dinâmica do AEMSCE futura, em acordo com a instrumentação dada no Capítulo III e o modelo simplificado linear (T1), o comportamento da estrutura poderá ser determinado por intermédio da posição x_a e da aceleração $\ddot{x}_p$ que são coordenadas relativas à base.

$$\mathbf{y}(t) = [x_a \quad \ddot{x}_p]^T \quad (4.87)$$

onde o vetor de saída, $\mathbf{y}(t)$, é constituído pelas variáveis medidas pelos sensores instalados na estrutura, enconder e acelerômetro.

4.5 Conclusão

Neste capítulo, o modelo mecânico e elétrico do AEMSCE é acoplado e as equações dinâmicas finais obtidas. O desenvolvimento em espaço de estados é realizado para as simulações numéricas e análises das próximas seções.

$$z = x_a - x_p \quad (4.88)$$

$$m_p \ddot{x}_p + c_p \dot{x}_p + k_p x_p - \left(c_m + \frac{k_t^2}{(R_b + R_{carga})} \right) \dot{z} - F_{at}(\dot{z}) - f(z) = -m_p \ddot{y} \quad (4.89)$$

$$m_a \ddot{x}_a + \left(c_m + \frac{k_t^2}{(R_b + R_{carga})} \right) \dot{z} + F_{at}(\dot{z}) + f(z) = -m_a \ddot{y} \quad (4.90)$$

CAPÍTULO V

5 IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS DO SISTEMA

Neste capítulo os principais parâmetros do AEMSCE são identificados usando as várias técnicas para validar o modelo. Inicia-se analisando o sistema primário. Em seguida, para determinar e validar experimentalmente o fator de transdução eletromagnético (amortecimento elétrico) utiliza-se a abordagem do ensaio em queda livre. Como propósito fundamental deste trabalho, analisa-se a influência dos resistores de carga na tensão induzida e no amortecimento elétrico do sistema que afetam a atenuação e captação energética. São apresentados os efeitos da indutância no sistema. Através de ensaios estáticos, verifica-se a rigidez não linear do sistema secundário (ímã oscilante) devida às forças restauradoras elásticas magnéticas. Observa-se que essas forças restauradoras e o fator de transdutor eletromagnético apresentam campos lineares, que podem ser explorados para aprimorar o desempenho do AEMSCE. São realizadas análises dinâmicas em relação às forças resistivas de atrito no AEMSCE assim como são determinados os fatores de amortecimento elétricos.

5.1 Sistema Primário

Primeiramente, propõe-se um modelo matemático simples para representar o sistema primário. As análises experimentais e registros feito em [118] sobre o equipamento Quanser Shaker Table fornecem elementos para a determinação e análise do sistema primário deste capítulo, visto que o AEMSCE foi projetado sob as características do equipamento Quanser conforme discutido no Capítulo III. As discussões e parâmetros julgados mais relevantes para este trabalho, realizados em [118], serão apresentados nesta seção.

A primeira análise será a de vibração livre com o sistema sujeito a uma perturbação inicial. A análise experimental é ilustrada na Figura 5.1 com tempo total e o de amostragem obtidos para a determinação da frequência natural estimada. A equação do movimento que rege a dinâmica do modelo de um grau de liberdade é dada pela Eq. (2.2).

Figura 5.1: Resultado experimental da vibração livre da estrutura [118].

$$T = 4,1 \text{ s}$$

$$\Delta t = 2 \text{ s}$$

$$\omega_t = 12,9 \text{ rad/s} = 2,05 \text{ Hz}$$

O resultado experimental mostra que, após alguns segundos, o sistema começa a amortecer de forma não linear. Utiliza-se os resultados experimentais obtidos em [118] onde, para um sistema linear a rigidez da mola, representada pelas lâminas laterais, é determinada por.

$$k_p = 427,79 \text{ N/m}$$

Através do decremento logarítmico δ é possível estimar o valor do fator de amortecimento ζ experimentalmente [10].

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{x(t)}{x(t + nT)} \right) \quad (5.1)$$

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \quad (5.2)$$

onde $x(t)$ é um pico positivo, $x(t + nT)$ é qualquer número inteiro de picos sucessivos e ζ é o fator de amortecimento. Para melhor estimar o valor do fator de amortecimento, o valor de x_1

(amplitude do primeiro ciclo) foi mantido fixo e o valor de x_2 foi alterado para cada valor de pico subsequente e o valor de n (número de ciclos entre as medidas) ajustados apropriadamente. Foram obtidas 30 estimativas para o fator de amortecimento, que deveriam ser muito próximas se o sistema fosse linear. No entanto, as estimativas (Figura 5.2), mostram uma variação significativa do fator de amortecimento de até 30% ao longo da vibração livre até o repouso, o que pode indicar não linearidade do sistema real.

Figura 5.2: Variação no fator de amortecimento da vibração livre da estrutura [118].

$$\delta \cong 0,0784$$

Logo, pela média, o fator de amortecimento é:

$$\zeta_t \cong 0,0124$$

Demonstra-se também que uma abordagem ao modelo de amortecimento por histerese, oriundos do atrito dos planos internos das lâminas laterais, possa ser considerada desprezível em relação ao seu baixo fator de amortecimento obtido experimentalmente. O coeficiente de amortecimento é então determinado usando a Eq. (5.4).

$$c_p = 0,8239 \text{ Ns/m}$$

Uma vez determinados os valores de rigidez k_p e amortecimento c_p encontrados em [118], as frequências naturais e fatores de amortecimentos correspondentes às novas massas m_p

do AEMSCE são listados na Tabela 8. As massas de todos os componentes do sistema primário e secundário foram medidas experimentalmente através de uma balança.

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k_p}{m_p}} \quad (5.3)$$

$$\zeta_p = \frac{c_p}{2\omega_p m_p} \quad (5.4)$$

Tabela 8 - Parâmetros do sistema primário sem AEMS (sistema secundário, m_a).

SISTEMA PRIMÁRIO	NOM.	#339273	#339922	#339923	#339924	UNIDADE
Rigidez	k_p	427,79				N/m
Coeficiente de amortecimento	c_p	0,8239				Ns/m
Massa	m_p	3,213	2,924	2,974	2,895	kg
Frequência natural	ω_p	11,54	12,10	11,99	12,16	rad/s
Fator de amortecimento	ζ_p	0,011	0,012	0,012	0,012	-

5.2 Fator de Transdução Eletromagnético

Primeiramente, examina-se o fator de transdução eletromagnético através dos valores experimentais do ensaio em queda livre empregando-se métodos analíticos. Em seguida, analisa-se a influência das resistências de carga na dinâmica do sistema, na tensão induzida e na energia dissipada nos resistores.

5.2.1 Ensaio em Queda Livre

Para examinar o modelo completo do AEMSCE é necessário validar a expressão para o fator de transdução eletromagnético. Uma maneira simples de realizar isso é liberar o ímã oscilante através de uma bobina. O modelo de conversão energética pode ser reduzido ao caso de um ímã em queda livre de acordo com a expressão Eq. (5.5):

$$m_a = 0,281 \text{ kg}$$

$$m_a \ddot{z} + k_t(z)i = -m_a g \quad (5.5)$$

onde z é a posição do ímã, i é a corrente através da bobina, m_a é a massa do sistema secundário, k_t é o fator de transdução eletromagnético e g é a aceleração devida à gravidade. O atrito vertical ao rolamento do eixo de bronze é desprezado, devido ao baixo valor apresentado.

Figura 5.3: Ensaio em queda livre com diferentes bobinas testadas.

A Figura 5.3 apresenta a configuração do ensaio em queda livre. A configuração de teste consiste em uma bobina fixa e um ímã deslizante. O sistema secundário é liberado a partir de uma distância inicial (posição de repouso) e atravessa a bobina verticalmente. Os terminais das diferentes bobinas são conectados em série com diferentes resistores de carga a um osciloscópio. A tensão medida em cada bobina, variando-se a resistência dos resistores, foi comparada à tensão prevista pelo modelo. A energia dissipada através do resistor de carga foi calculada a partir da tensão medida usando a Eq. 4.54 e Eq. 4.55 em conjunto com a Eq. 7.95.

Foram realizados ensaios com as quatro bobinas projetadas conforme Capítulo III. Para cada bobina foram realizados três ensaios com quatro resistências de carga distintas. A energia total dissipada para cada resistência foi calculada em média nos três ensaios. A Tabela 9 lista os parâmetros para o teste de queda livre. Neste teste, a bancada de apoio Figura 5.4 foi tomada como referência das cotas $z = 0$ (ref. bancada).

Figura 5.4: Ensaio em queda livre para a determinação do fator de transdução eletromagnético.

O único parâmetro no modelo que não pode ser facilmente medido é o momento do dipolo magnético M . Dessa forma, o momento de dipolo magnético de um ímã permanente pode ser estimado através da equação.

$$M = \frac{B_r V_m}{\mu_0} \quad (5.6)$$

onde B_r é a densidade de fluxo magnético residual do ímã permanente, V_m é o volume do ímã e μ_0 é a permeabilidade do vácuo ($\mu_0 \stackrel{\text{def}}{=} 4\pi 10^{-7} \text{ N/A}^2 \approx 1,2566 10^{-6} \text{ Tm/A}$) [112]. A densidade de fluxo residual para um ímã neodímio N42 segundo as especificações do fabricante encontra-se na Tabela 2 até a Tabela 4 do Capítulo III.

Tabela 9 - Ensaio em queda livre (ímã permanente).

QUEDA LIVRE (ÍMÃ PERMANENTE)	NOM.	VALOR	UNIDADE
Volume	V_m	3,927	$(10^{-6}) \text{ m}^3$
Densidade de fluxo magnético residual	B_r	1,31	T
Momento de dipolo magnético	M	4,094	Am^2
Distância inicial	z_0	0,235	m
Distância final	z_f	0,069	m

Os testes foram realizados com diferentes resistências de carga medidas experimentalmente (potenciômetro). Em relação à Eq.(4.48), o primeiro $R_{carga} = 20,6\Omega$

(Tabela 10), aplicará uma grande quantidade de amortecimento, o segundo $R_{carga} = 50,7\Omega$ (Tabela 11), uma quantidade moderada de amortecimento, o terceiro $R_{carga} = 205,6\Omega$ (Tabela 12) baixa quantidade de amortecimento e o quarto $R_{carga} = 506,6\Omega$ (Tabela 13) baixíssima quantidade de amortecimento. A Figura 5.5 apresenta o resultado da simulação do ensaio em queda livre da trajetória cinemática do ímã em referência a Eq. (5.7). Para as análises seguintes, a posição $z = 0$ (ref. ímã) é redefinida a partir da posição de repouso do ímã.

$$V_{carga} = \frac{k_t(z)R_{carga}}{(R_b + R_{carga})} \dot{z} \quad (5.7)$$

Figura 5.5: Simulação cinemática do ensaio em queda livre.

$$V_{carga(p1)} \rightarrow z \cong 62 \text{ mm (ref. ímã)} \equiv z \cong 106 \text{ mm (ref. ban)} \therefore \dot{z}_p \cong 1,103 \text{ m/s} \rightarrow t \cong 0,112 \text{ s}$$

$$V_{carga(p2)} \rightarrow z \cong 106 \text{ mm (ref. ímã)} \equiv z \cong 62 \text{ mm (ref. ban)} \therefore \dot{z}_p \cong 1,442 \text{ m/s} \rightarrow t \cong 0,146 \text{ s}$$

Onde $\dot{z}_p$ é a velocidade dos respectivos picos da Fig. 5.6. Como a tensão induzida é proporcional à velocidade, quanto maior a velocidade em queda livre maior será a tensão induzida na bobina.

$$V_{carga(máx)} = V_{carga(p2)} \quad (5.8)$$

$$k_{t(máx)} = \frac{V_{carga(máx)}(R_b + R_{carga})}{R_{carga}\dot{z}_p} \quad (5.9)$$

Tabela 10 - Resultados experimentais e analíticos, $R_{carga} = 20,6\Omega$.

SISTEMA SECUNDÁRIO ($R_{carga} = 20,6\Omega$)	NOM.	#339922	#339923	#339924	UNIDADE
Resistência da bobina exp.	R_b	14,28	28,58	14,41	Ω
Resistência de carga exp.	R_{carga}	20,6	20,6	20,6	Ω
Fator de transdução máx.	k_t	1,83	3,42	1,23	$T.m$
Tensão de carga máx.	V_{carga}	1,56	2,07	1,05	V
Fator de transdução exp. máx.	$k_{t(exp)}$	2,16	3,97	1,41	$T.m$
Tensão de carga exp. máx.	$V_{carga(exp)}$	1,84	2,40	1,20	V
Erro de tensão	E_{ten}	15,2	13,8	12,5	%
Erro de transdução	E_{kt}	15,3	13,9	12,8	%

Figura 5.6: Fator de transdução eletromagnético analítico $k_t(teo.)$ com valores obtidos experimentalmente para a Bobina #339922 ($R_{carga} = 20,6\Omega$).

O centro da bobina para esse ensaio está posicionado em $z = 83 \text{ mm}$ relativo a posição de repouso do ímã deslizando Figura 5.6. Observa-se que as amplitudes máximas do fator de transdução ocorrem nas proximidades da bobina, isto é, na saída e entrada da bobina alinhada a sua face. Nota-se que entre os dois picos máximos existe um campo que varia linearmente. Além disso, o fluxo magnético varia ora positivo, ora negativo, isso provoca corrente alternada na bobina. Ressalta-se que, o fator de transdução teórico é obtido através dos valores experimentais do ensaio em queda livre.

As análises seguintes concentram-se na validação em resposta entre o comportamento teórico e o experimental. Para isso, a cinemática do modelo analítico é ajustada ao experimento

em queda livre de modo que uma análise comparativa comportamental se realize. Em outras palavras, alguns leves desvios podem ocorrer nesse ajuste cinemático.

Figura 5.7: Validação para a Bobina #339922 ($R_{carga} = 20,6\Omega$): a) Comparação entre a tensão teórica no resistor (valores obtidos experimentalmente) com a tensão experimental no resistor; b) Comparação entre a potência teórica (valores obtidos experimentalmente) com a potência experimental.

Verifica-se na Figura 5.7, que os comportamentos do modelo analítico descrevem com fidelidade os resultados obtidos experimentalmente do ensaio em queda livre. Nota-se que a tensão induzida experimentalmente na saída do ímã da bobina é maior do que na entrada da bobina, devida às maiores velocidades na saída. A influência de simplificações, e.g., ajuste cinemático, e divergências de parâmetros calculados e obtidos do fabricante, faz com que o comportamento do modelo teórico divirja sutilmente dos valores experimentais, e.g., os picos de amplitudes. Observa-se que os valores experimentais se revelam ligeiramente superiores aos valores teóricos. Embora haja divergências mínimas entre o modelo teórico e valores experimentais as curvas apresentam comportamentos semelhantes, o que faz válida a utilização do modelo analítico para descrever a dinâmica do AEMSCE.

De acordo com as Figuras (5.6-5.8), demonstra-se que a máxima captação energética ocorre quando o ímã oscilante induz os máximos valores de tensão. Portanto, para o cálculo do fator de transdução eletromagnético, o modelo analítico resultante descreve o AEMSCE com confiabilidade e precisão necessária, permitindo utilizá-lo nas análises dos capítulos seguintes.

Figura 5.8: Validação para a Bobina #339924 ($R_{carga} = 20,6\Omega$): a) Comparação entre a tensão teórica no resistor (valores obtidos experimentalmente) com a tensão experimental; b) Comparação entre a potência teórica (valores obtidos experimentalmente) com a potência experimental.

Substituindo a Bobina #339922 pela Bobina #339924 (Figura 5.8), observa-se que a tensão induzida reduz (Figura 5.7). Isso ocorre porque o número de enrolamentos e o diâmetro do fio de cobre da Bobina#339924 são menores que da Bobina#339922. Esses fatores estão diretamente vinculados com os resultados obtidos no fator de transdução eletromagnético e na tensão induzido no resistor.

Tabela 11 - Resultados experimentais e analíticos, $R_{carga} = 50,7\Omega$.

SISTEMA SECUNDÁRIO ($R_{carga} = 50,7\Omega$)	NOM.	#339922	#339923	#339924	UNIDADE
Resistência da bobina exp.	R_b	14,28	28,58	14,41	Ω
Resistência de carga exp.	R_{carga}	50,7	50,7	50,7	Ω
Fator de transdução máx.	k_t	1,83	3,42	1,23	$T.m$
Tensão de carga máx.	V_{carga}	2,06	3,15	1,38	V
Fator de transdução exp. máx.	$k_{t(exp)}$	2,20	3,73	1,42	$T.m$
Tensão de carga exp. máx.	$V_{carga(exp)}$	2,48	3,44	1,60	V
Erro de tensão	E_{ten}	16,9	8,4	13,4	%
Erro de transdução	E_{kt}	16,8	8,3	13,4	%

Os erros obtidos nas Tabelas (10-13) são relativamente pequenos, visto a grande quantidade de variáveis calculadas que influenciam a dinâmica do sistema.

Tabela 12 - Resultados experimentais e analíticos, $R_{carga} = 205,6\Omega$.

SISTEMA SECUNDÁRIO ($R_{carga} = 205,6\Omega$)	NOM.	#339922	#339923	#339924	UNIDADE
Resistência da bobina exp.	R_b	14,28	28,58	14,41	Ω
Resistência de carga exp.	R_{carga}	205,6	205,6	205,6	Ω
Fator de transdução máx.	k_t	1,83	3,42	1,23	$T.m$
Tensão de carga máx.	V_{carga}	2,47	4,33	1,66	V
Fator de transdução exp. máx.	$k_{t(exp)}$	2,20	3,86	1,43	$T.m$
Tensão de carga exp. máx.	$V_{carga(exp)}$	2,96	4,88	1,92	V
Erro de tensão	E_{ten}	16,6	11,3	13,5	%
Erro de transdução	E_{kt}	16,8	11,4	13,9	%

Tabela 13 - Resultados experimentais e analíticos, $R_{carga} = 506,6\Omega$.

SISTEMA SECUNDÁRIO ($R_{carga} = 506,6\Omega$)	NOM.	#339922	#339923	#339924	UNIDADE
Resistência da bobina exp.	R_b	14,28	28,58	14,41	Ω
Resistência de carga exp.	R_{carga}	506,6	506,6	506,6	Ω
Fator de transdução máx.	k_t	1,83	3,42	1,23	$T.m$
Tensão de carga máx.	V_{carga}	2,57	4,67	1,73	V
Fator de transdução exp. máx.	$k_{t(exp)}$	2,17	4,28	1,43	$T.m$
Tensão de carga exp. máx.	$V_{carga(exp)}$	3,04	5,84	2,00	V
Erro de tensão	E_{ten}	15,5	20,0	13,5	%
Erro de transdução	E_{kt}	15,7	20,1	13,9	%

Nota-se ainda que entre os picos máximos gerados, a variação de tensão é aproximadamente linear e o valor de k_t permanece constante entre os instantes $\dot{z}_{p_máx}$, conferindo um campo de linearidade para as bobinas. Esta análise faz uma suposição na verificação do fator de transdução; que a força de Lorentz aplicada ao sistema é linear. Isso é contraditório com o fator de transdução não-linear calculado na Seção 4.2. É importante notar que o deslocamento e a velocidade do AEMSCE são 90° fora de fase um do outro. Isso implica que, quando o deslocamento for máximo, a velocidade é mínima. Os valores mais baixos de k_t correspondentes a grandes deslocamentos terão pouca influência, devido à componente de baixa velocidade. Portanto, o amortecimento será definido pelos valores mais altos de k_t , onde o deslocamento é pequeno, mas a velocidade é alta. Parece razoável então, que o fator de transdução possa ser descrito linearmente e aproximadamente o valor máximo de k_t . Isto concede ao AEMSCE uma característica intrigante e de grande relevância a este trabalho, onde

a máxima captação energética ocorre em pequenas amplitudes de oscilação, i.e., próxima a bobina. Será demonstrado também que nesse mesmo campo a atenuação do sistema converge para uma faixa de operação linear. Isso é discutido com detalhes ao longo do trabalho.

Figura 5.9: Tensão do resistor (V_{carga}) vs. resistência do resistor (R_{carga}) teórica com valores experimentais para a Bobina #339922.

A Figura 5.9 e Figura 5.10 demonstram que existe uma relação da resistência do resistor com a tensão induzida, i.e., para elevadas resistências de carga maiores tensões induzidas. Embora essa relação de imediato pareça direta, existem não linearidades envolvidas neste comportamento e a possibilidade de uma resistência ótima correspondente.

Figura 5.10: Tensão do resistor (V_{carga}) vs. resistência do resistor (R_{carga}) teórica com valores experimentais para a Bobina #339923.

Para obter uma análise sobre a eficiência na captação energética, examina-se a energia dissipada no resistor (Figura 5.11). O gráfico da energia dissipada no resistor demonstra que; o que se revelava à princípio uma conclusão imediata nas Figuras (5.9-5.10), no entanto, verifica-se a existência de uma resistência de carga ótima para energia dissipada de acordo com as configurações da Bobina#339922. O valor ótimo da resistência de carga é aproximadamente $R_{carga(otm)} = 17\Omega$. Portanto, o desempenho do AEMSCE pode ser mensurado pela energia dissipada no resistor e que será discutido também nos próximos capítulos.

Figura 5.11: Energia dissipada no resistor (E_{carga}) em função da resistência de carga do resistor (R_{carga}) para a Bobina #339922.

5.2.2 Coeficiente de Amortecimento Elétrico

O coeficiente de amortecimento é definido pela Eq. (4.48). Na Figura 5.12, demonstra-se que, quanto maior o fator de transdução eletromagnético, maiores são os coeficientes de amortecimento elétrico do sistema. É possível constatar novamente que, para menores resistências de carga no resistor, maiores valores de amortecimentos obtidos. A variação no amortecimento elétrico permite ao AEMSCE a capacidade de obter um amortecimento ajustável, o que favorece a mitigação de vibrações e captação energética.

Esse trabalho se concentra em apresentar a influência do amortecimento elétrico na dinâmica do sistema. Embora, essas variações sejam feitas manualmente, vale ressaltar a possibilidade de realizar esses ajustes através de técnicas de controle semiativa.

Figura 5.12: Coeficiente de amortecimento elétrico (c_e) em função das resistências de carga (R_{carga}) para diferentes bobinas.

Nas seções seguintes serão utilizados os parâmetros experimentais encontrados nesse capítulo. O fator do amortecimento elétrico será apresentado na seção 5.5.1 por depender da rigidez (distância entre ímãs) do sistema secundário.

Para todas as análises seguintes deste trabalho, a Bobina #339922 com $R_{carga} = 20,6\Omega$ e fator de transdução eletromagnético analítico será utilizada, salvo quando for mencionado o uso de outra bobina ou configuração. Os termos potência consumida, produzida e extraída são equivalentes em todas análises deste trabalho, e se refere a potência de saída no resistor.

5.3 Indutância

A indutância das bobinas consideradas pode ser determinada de acordo com as aproximações de Wheeler [119] para o desenvolvimento eletrodinâmico:

$$L_b = \frac{3,15 \cdot 10^{-5} R_m^2 N^2}{6R_m + 9h_b + 10(r_2 - r_1)} \quad (5.10)$$

$$R_m = \frac{1}{2}(r_2 + r_1) \quad (5.11)$$

Geralmente, para um circuito elétrico de corrente alternada, a indutância da bobina desempenha um papel significativo (Tabela 14). A corrente alternada fará com que a bobina

tenha uma reatância, juntamente com a resistência estática, gerando uma impedância. Para baixas frequências de vibração pode-se simplificar ainda mais, considerando a impedância complexa da bobina:

$$Z_b = R_b + j\omega L_b \quad (5.12)$$

De acordo com a Eq. (5.10), o valor calculado da indutância da Bobina #339922 é $L_{b(\#339922)} = 3,47 \text{ mH}$. Para o aparato de teste, a frequência máxima de condução não ultrapassa 25 Hz. Usando esse limite de frequência superior, da Eq. (5.12) a reatância total pode ser determinada como:

$$X_{total(\#339922)} = j\omega L_b = 2\pi(25)L_b = 0,55\Omega$$

Tabela 14 - Análise da indutância.

BOBINA	NOM.	#339273	#339922	#339923	#339924	UNIDADE
Resistência	R_b	250,55	14,28	28,58	14,41	Ω
Indutância	L_b	532,39	3,47	13,47	1,44	mH
Reatância	X_b	83,63	0,55	2,12	0,23	Ω
Erro	E_{rea}	25,03	3,68	6,90	1,55	%

Nota-se que a reatância da Bobina #339273 é significativa para o circuito elétrico, i.e., a indutância não é desprezível para este caso e seu valor deve ser considerado na expressão do circuito elétrico Eq. (4.43) no caso em utilizá-la no AEMSCE.

A reatância das demais bobinas representa aproximadamente 7% da resistência total. Para simplificar as equações elétricas, a indutância da bobina pode ser desprezada $L_b = 0$. Dessa forma, a equação para determinar a corrente é expressa por:

$$i = \frac{k_t}{R_b + R_{carga}} \dot{z} \quad (5.13)$$

5.4 Força de Restauração Magnética

Conforme discutido nas seções anteriores, os ímãs de efeito repulsivos são responsáveis pela força de restauração elástica magnética do sistema secundário. O dispositivo permite alterar a distância entre os ímãs fixos dos mancais em relação ao ímã oscilante, o que concede ao AEMSCE a existência de uma ressonância ajustável.

5.4.1 Rigidez Não Linear

Para compreender os efeitos da força restauradora criada pelos ímãs, foi conduzida uma série de ensaios estáticos medindo a força gerada entre os ímãs, Figura 5.14 e Figura 5.15. Um ímã foi colocado num suporte ligado a uma célula de carga (Figura 5.13) que foi fixada rigidamente a um dispositivo auxiliar ajustável enquanto que o outro ímã é orientado repulsivamente ao ímã fixo e posto separados colinearmente por distâncias d_0 determinadas previamente por uma escala.

Figura 5.13: Arranjo do teste estático para determinar a relação de deslocamento da força.

Figura 5.14: Ensaio estático com célula de carga.

Figura 5.15: Ensaio estático com célula de carga calibrado.

Uma série de medições de força pelo deslocamento foram registradas e diversas curvas foram tratadas e ajustadas a fim de encontrar a melhor curva característica da força restauradora magnética. Genericamente, a variável s é a distância de separação e os coeficientes são obtidos utilizando um procedimento de mínimos quadrados. Foi verificada a qualidade dos coeficientes de uma sobreposição das medidas experimentais para as funções. Relações de força-deslocamento foram então formuladas por escrito, e a distância de separação foi admitida como uma função do deslocamento do centro de ímãs, z . As relações de força-deslocamento para $F_{m2}(z)$ e $F_{m1}(z)$ podem ser expressas de acordo com cada ajuste proposto (Figura 5.16), utilizando MATLAB. Uma primeira análise foi feita escolhendo uma função em série de potência (Figura 5.17a) na forma:

$$F_m(s) = \alpha s^\beta \quad (5.14)$$

$$\alpha = 0,0164; \beta = -1,533$$

Para uma segunda análise escolheu-se uma função exponencial (Figura 5.18a):

$$F_m(s) = \alpha e^{\beta s} \quad (5.15)$$

$$\alpha = 0,08004; \beta = -3,679$$

Uma terceira análise partiu da função em série de terceira ordem [17] (Figura 5.19a):

$$F_m(s) = \sum_{i=0}^3 \alpha_i s^i \quad (5.16)$$

$$\alpha_3 = -2,914 \times 10^5; \alpha_2 = 4,159 \times 10^4; \alpha_1 = -2007; \alpha_0 = 34,24$$

Na Figura 5.16, a força de restauração magnética total F_m para o espaçamento simétrico do ímã pode ser expressa como a soma das forças. A força total para espaçamentos de ímãs pode ser derivada para diferentes curvas características que descrevam o comportamento elástico do sistema secundário (AEMS).

Figura 5.16: Diagrama de força do arranjo do ímã.

A força de restauração elástica total é dada pela soma vetorial das forças restauradoras que atuam sobre os ímãs externos fixos aos mancais,

$$F_m(z) = F_{m2}(z) - F_{m1}(z) \quad (5.17)$$

Para o ajuste das curvas, foi primeiro usada a função em série de potência (Figura 5.17b):

$$F_m(z) = \alpha(d_0 - z)^\beta - \alpha(z + d_0)^\beta \quad (5.18)$$

Figura 5.17: Função em série de potência (F1): a) medições de deslocamento de força magnética e dados ajustados; b) relação de deslocamento de força total para diferentes espaçamentos de ímã.

Uma segunda análise é feita com a função exponencial (Figura 5.18b):

$$F_m(z) = \alpha e^{\beta(d_0 - z)} - \alpha e^{\beta(z + d_0)} \quad (5.19)$$

Figura 5.18: Função exponencial (F2): a) medições de deslocamento de força magnética e dados ajustados; b) relação de deslocamento de força total para diferentes espaçamentos de ímã.

Finalmente, escolheu-se uma função em série de potência [17] (Figura 5.19b).

$$F_m(z) = \sum_{i=0}^3 \alpha_i (d_0 - z)^i - \sum_{i=0}^3 \alpha_i (z + d_0)^i \quad (5.20)$$

Figura 5.19: Função em série de potência (cúbica) (F3): a) medições de deslocamento de força magnética e dados ajustados; b) relação de deslocamento de força total para diferentes espaçamentos de ímã.

Observa-se que a curva que melhor descreve todos valores experimentais coletados é a primeira análise, dada pela função em série de potências (Figura 5.17a). A função polinomial, utilizada por alguns autores, se ajusta apenas parcialmente aos valores experimentais neste

ensaio, principalmente, aos valores iniciais. Este trabalho não pretende justificar as divergências entre curvas em relação ao experimento, mas ambas serão discutidas quanto à sua importância nas análises dinâmicas da força de atrito na próxima seção.

Todas as curvas ajustadas com os valores experimentais apresentam uma faixa de operação linear nas Figuras (5.17b-5.19b). Para pequenas oscilações, a força é proporcional ao deslocamento.

A força não-linear gerada pelos ímãs pode ser claramente vista, tornando-se mais evidente à medida que d_0 diminui na Figura (5.17a-5.19a). As Figuras (5.17b-5.19b) mostram que para a amplitude de deslocamento em z , um dos principais componentes da força de restauração magnética é linear. Embora a força seja não-linear em grandes faixas de deslocamento, para este projeto, reduzir a distância d_0 para aumentar a não linearidade resulta em uma componente de rigidez linear significativa. Em geral, as análises do AEMSCE deste trabalho se concentram nesse campo.

Uma inspeção das equações, levará a duas importantes conclusões: alterações no espaçamento do ímã, d_0 , irão alterar a rigidez linear e a ressonância; e alterações no espaçamento dos ímãs alterará a importância da não linearidade, aumentando ou diminuindo a influência da rigidez linear. Nas seções seguintes será discutido que alteração nas ressonâncias lineares em função da distância do ímã segue aproximadamente uma relação de ajuste linear até atingir uma tolerância final.

5.4.2 Campo de Operação - Rigidez Linear

A força restauradora magnética será analisada sob o campo de rigidez linear apresentado, pelo fato da relevância deste campo no desempenho do sistema e da possibilidade de se expandir a eficiência de atenuação e de captação energética do AEMSCE.

De acordo com os resultados experimentais obtidos na seção 5.4.1, a curva que melhor traduz o comportamento da força restauradora elástica para o AEMSCE pode ser expressa na forma:

$$f(z) = \alpha(d_0 - z)^\beta - \alpha(z + d_0)^\beta \quad (5.21)$$

Admite-se que na presença de pequenas perturbações as variáveis variam localmente na condição de operação. Conhecido o ponto de equilíbrio do sistema $\bar{z} = 0$, utiliza-se a expansão da Série de Taylor dada na forma:

$$y = f(z) \quad (5.22)$$

$$y = f(\bar{z}) + \left. \frac{df}{dz} \right|_{z=\bar{z}} (z - \bar{z}) + \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2f}{dz^2} \right|_{z=\bar{z}} (z - \bar{z})^2 + \dots \quad (5.23)$$

Desprezando os termos de ordem mais elevada em torno da posição de equilíbrio, tem-se:

$$y = f(\bar{z}) + \frac{df}{dz} (z - \bar{z}) \quad (5.24)$$

A faixa de operação é definida como:

$$\text{Faixa de operação} = z = z_2 - z_1 \quad (5.25)$$

$$k_a = \frac{F_2 - F_1}{z_2 - z_1} \quad (5.26)$$

A Figura 5.20 apresenta a função da força restauradora magnética em relação ao deslocamento para diferentes distâncias d_0 .

Figura 5.20: Força restauradora elástica vs. deslocamento para diferentes distâncias d_0 para (F1).

Tabela 15 - Faixa de operação linear (F1) do AEMSCE ($d_{01} - d_{04}$).

FAIXA DE OPERAÇÃO	NOM.	d_{01}	d_{02}	d_{03}	d_{04}	UNIDADE
Rigidez linear	k_a	2095,9	1011,4	574,7	362,1	N/m
Faixa de operação	$z_2 - z_1$	6	10	15	20	mm
Frequência natural exp.	ω_a	86,4	60,0	45,2	35,9	rad/s

A Tabela 15 apresenta para cada distância fixa entre os mancais, as curvas linearizadas sob o campo de operação linear, Figuras (5.21-5.22). Os ângulos de inclinação das retas representam o módulo de elasticidade linear.

Figura 5.21: Linearização para (F1): Força restauradora elástica vs. distâncias; d_{05} e d_{06} .

Figura 5.22: Linearização para (F1): Força restauradora elástica vs. distâncias; d_{07} e d_{08} .

Tabela 16 - Faixa de operação linear (F1) do AEMSCE ($d_{05} - d_{08}$).

FAIXA DE OPERAÇÃO	NOM.	d_{05}	d_{06}	d_{07}	d_{08}	UNIDADE
Rigidez linear	k_a	149,9	69,7	38,7	24,1	N/m
Faixa de operação	$z_2 - z_1$	30	50	70	90	mm
Frequência natural exp.	ω_a	23,1	15,8	11,7	9,3	rad/s

Na Tabela 16, nota-se que quanto maior a distância d_0 fixa entre os mancais, menor o valor do coeficiente de rigidez linear, e maior a faixa de operação obtida. Fixa a distância máxima d_{0g} no AEMSCE, não haverá influências significativas da não linearidade oriunda da força restauradora magnética no comportamento do ímã oscilante para este campo. Além disso, como já mencionado nas seções anteriores, a captação máxima de energia se situa próxima a bobina. Portanto, pode-se afirmar que a faixa de operação linear definida pela força restauradora magnética corresponde à máxima conversão energética definida pelo fator de transdução eletromagnético.

Alguns trabalhos demonstram que as forças restauradoras magnéticas podem ser descritas por não linearidade cúbica. Com a objetivo de analisar as curvas ajustadas experimentais das forças restauradoras deste trabalho em comparação às aproximações encontradas na literatura, serão realizadas algumas análises para estudar as influências entre o modelo de não linearidade cúbica e o modelo ajustado pela função potência, ambos tratados por meio dos valores experimentais coletados.

Para o cálculo da frequência linear sintonizável, a curva polinomial ajustada Eq. (5.16) em consideração aos valores experimentais parciais coletados Eq. (5.20), apresenta uma componente de rigidez linear e outra não linear Eq. (5.27).

Resolvendo a Eq. (5.20), obtém-se:

$$f(z) = (2\alpha_1 + 4d_0\alpha_2 + 6d_0^2\alpha_3)z + 2\alpha_3z^3 = k_a z + k_n z^3 \quad (5.27)$$

$$\alpha_3 = -2,914 \times 10^5; \alpha_2 = 4,159 \times 10^4; \alpha_1 = -2007; \alpha_0 = 34,24$$

onde $2\alpha_1 + 4d_0\alpha_2 + 6d_0^2\alpha_3$ é o coeficiente de rigidez linear e $2\alpha_3$ é o coeficiente de rigidez não linear. As Figuras (5.23-5.24) e Tabela 17 apresentam os resultados obtidos referente a esse desenvolvimento.

Figura 5.23: Linearização para (F3): Força restauradora elástica vs. distâncias; d_{05} e d_{06} .

Figura 5.24: Linearização para (F3): Força restauradora elástica vs. distâncias; d_{07} e d_{08} .

Tabela 17 - Faixa de operação linear (F3) do AEMSCE ($d_{05} - d_{08}$).

FAIXA DE OPERAÇÃO	NOM.	d_{05}	d_{06}	d_{07}	d_{08}	UNIDADE
Rigidez linear	k_a	101,8	228,9	1142,9	2843,7	N/m
Faixa de operação	$z_2 - z_1$	25	30	40	50	mm
Frequência natural exp.	ω_a	19,0	28,5	63,8	100,6	rad/s

Da Tabela 17, o valor do coeficiente de rigidez linear obtido para cada distância fixa, somente se equivaleria à aproximação pela série de potência, se os espaçamentos fossem fixos na posição d_{05} à priori. Isso ocorre, pois, a curva ajustada pela função polinomial foi aproximada para os valores iniciais experimentais que representam melhor o comportamento

dos valores coletados. Nota-se que até a distância d_{05} ambas as curvas se assemelham e apresentam rigidez compatíveis. Caso fosse considerado a totalidade dos valores coletados experimentalmente, seria adequado uma investigação mais detalhada sobre a curva polinomial com não linearidade cúbica para descrever a dinâmica do AEMSCE.

Portanto, apenas o termo não linear da função polinomial será considerado quando esse modelo for requerido nas análises. A abordagem aqui presente se concentra a pequenos deslocamentos delimitados ao campo de operação linear. Embora se aprecie a função polinomial de terceira ordem para análises comparativas deste trabalho, nos Capítulos VI e VII a função potência ajustada experimentalmente será utilizada devido à sua confiabilidade.

5.5 Forças Resistivas Amortecidas

Nessa seção realizam-se análises dinâmicas das forças resistivas amortecidas, principalmente as forças afetadas por fricção que agem no AEMSCE. As forças de fricção são apresentadas e validadas juntamente com simulações numéricas.

De acordo com as equações dinâmicas Eq. (4.89-4.90) sob aceleração de base do Capítulo IV, para que haja movimento relativo entre o ímã oscilante e a base do dispositivo, as forças que atuam sobre a massa devem ser grandes o suficiente para superar o atrito no sistema. Consequentemente, essa abordagem só é válida se:

$$\left| m_a \ddot{x}_a + \left(c_m + \frac{k_t^2}{(R_b + R_{carga})} \right) \dot{z} + f(z) + m_a \ddot{y} \right| \geq |F_c \operatorname{sgn}(\dot{z})| \quad (5.28)$$

Como resultado, a frequência em que o sistema secundário começa a se mover em relação à base será denominada frequência de escorregamento, ou frequência mínima de excitação. Para condição de operação linear, o modelo pode ser simplificado, visto que a parcela não linear da força restauradora é desprezível na configuração da distância d_{08} .

$$\left| m_a \ddot{x}_a + \left(c_m + \frac{k_t^2}{(R_b + R_{carga})} \right) \dot{z} + k_a z + m_a \ddot{y} \right| \geq |F_c \operatorname{sgn}(\dot{z})| \quad (5.29)$$

As equações (5.28) e (5.29) podem ser usadas para prever a frequência mínima em que o sistema secundário se move em relação ao sistema primário com um grau razoável de

precisão. Para certas aplicações é mais apropriado definir o atrito estático em termos do ângulo máximo do qual um dos corpos inicia o movimento:

$$\tan(\theta) = \mu_s \quad (5.30)$$

onde θ é o ângulo com a horizontal e μ_s é o coeficiente de atrito estático entre o eixo de bronze e o rolamento linear de esferas. O coeficiente de atrito estático foi estimado pela inclinação da plataforma até o sistema secundário começar a deslizar (Figura 5.25).

Figura 5.25: Diagrama esquemático para determinação do atrito seco.

A partir dessa abordagem, o coeficiente de atrito estático (μ_s) e dinâmico (μ_k) foram determinados:

$$\theta \cong 12^\circ \rightarrow \mu_s = 0,21; \mu_k = 0,16$$

O modelo do AEMSCE para dinâmica não linear sempre incluirá atrito por Coulomb com os valores dos coeficientes indicados.

Conforme discutido na seção 5.4.2 e para as simulações seguintes, utilizam-se os valores da Tabela 18. Para cada caso a frequência deve satisfazer a seguinte expressão, considerando a equação não linear (5.28):

$$\omega \geq \omega_{min} \quad (5.31)$$

Para efeitos de análise e de acordo com os critérios de projeto do AEMSCE, será considerado um baixo valor do coeficiente de amortecimento mecânico, visto que as forças de atrito que agem no sistema são mais significativas, principalmente na faixa de operação linear. Essa abordagem é conduzida mesmo quando for considerada a aproximação pelo coeficiente de amortecimento viscoso equivalente.

$$c_m = 0,1 \rightarrow \xi_m \cong 2\%$$

$$c_e = 0,096 \rightarrow \xi_e \cong 2\%$$

Tabela 18 - Parâmetros para determinação da força resistiva amortecida.

FORÇA RESISTIVA AMORTECIDA	N.	BOBINA #339922 ($R_{carga} = 20,6\Omega, d_{08}$)							UN
		$x_p = 0$							
		# 1	# 2	-	-	-	-	-	
Frequência de excitação	ω	10	0	-	-	-	-	-	rad/s
Amplitude de excitação	Y_0	0,01	0	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	m
Posição sistema secundário	x_a	0	0,03	0	0	0	0	0	m
Freq. de escorregamento não linear	ω_{min}	9,02	-	7,38	6,41	5,71	5,22	4,83	rad/s

De acordo com as equações do movimento obtidas no Capítulo IV, para auxiliar às análises deste trabalho e demonstrar as aproximações e simplificações realizadas na dinâmica do AEMSCE, utiliza-se a Tabela 19.

Tabela 19 - Modelos para simulação e validação.

TIPOS DE MODELO DINÂMICO DO AEMSCE	FORÇA DE ATRITO (F_{at})	FORÇA DE RESTAURAÇÃO ELÁSTICA MAGNÉTICA ($f(z)$)
Modelo I	$F_c sgn(\dot{z})$	$\alpha(d_0 - z)^\beta - \alpha(z + d_0)^\beta$
Modelo I-3	$F_c sgn(\dot{z})$	$k_a z + k_n z^3$
Modelo II	$F_c sgn(\dot{z})$	$k_a z$
Modelo III	c_f	$k_a z$

A Figura 5.26 compara a resposta dinâmica entre a função polinomial de não linearidade cúbica com a função potência não linear, ambas excitadas por uma aceleração de base harmônica definidas pela primeira condição de excitação, onde a amplitude de deslocamento é fixa e independente da frequência de excitação, Eq. (4.56).

Próximo a frequência de ressonância do sistema, nota-se que, na Figura 5.26(a) da resposta do sistema primário em ambos os modelos, as forças restauradoras magnética ajustadas resultam em comportamentos semelhantes, embora haja variações na resposta transiente. Para o regime permanente, a divergência entre as amplitudes é relativamente pequena. A Figura 5.26(b) demonstra que a velocidade relativa entre o sistema secundário e o primário é maior na função potência, o que é de extremo interesse para a captação energética. Isso será discutido com detalhe nas seções seguintes.

Figura 5.26: Comparação da força elástica entre o Modelo I-3 e o Modelo I na condição de excitação (#1) em regime: a) deslocamento do sistema primário, x_p ; b) velocidade relativa do sistema secundário, $\dot{z} = \dot{x}_a - \dot{x}_p$.

Figura 5.27: Validação para a posição na condição de excitação (#1) em regime: a) Modelo I-3; b) Modelo I.

É possível observar na Figura 5.27(a) em relação à atenuação, que o sistema primário oscila com amplitudes similares para ambas as funções, o que concede boas capacidades mitigadoras. Porém, nessas condições, a amplitude do sistema secundário para a função potência é maior. Nota-se ainda que a função polinomial apresenta uma rigidez maior aplicada ao sistema. Na Figura 5.28(b), verifica-se que a velocidade relativa da função potência é maior que a função polinomial, o que oferece condições mais favoráveis quanto à captação energética.

Figura 5.28: Validação para a velocidade na condição de excitação (#1) em regime: a) Modelo I-3; b) Modelo I.

A Figura 5.29 demonstra que na vibração livre definida pela segunda condição de excitação e por uma perturbação inicial de baixa energia dentro do campo de operação linear, as forças resistivas amortecidas, principalmente a força de atrito, exercem influência significativa na dinâmica do AEMSCE. Nota-se ainda que a função polinomial, devido à presença da componente linear, faz com que o sistema oscile em torno da posição de equilíbrio momentaneamente. O ímã oscilante em ambas as curvas, permanece em repouso em posições distintas da posição de equilíbrio, uma vez que a força de atrito supera as forças aplicadas ao sistema.

Figura 5.29: Validação para a posição na condição de excitação (#2) em resposta transiente: a) Modelo I-3; b) Modelo I.

Após os testes iniciais, Figuras (5.26-5.29), ficou evidente que a resposta do AEMSCE é sensível aos efeitos de atrito. Portanto, o objetivo do AEMSCE nesse momento é tratar de pequenas amplitudes de deslocamentos, visando o desempenho do campo linear e da máxima captação energética contida nessa faixa de operação.

Na Figura 5.30(a), para a primeira condição de excitação próximo à ressonância, verifica-se uma leve amplificação da amplitude do sistema primário com AEMSCE em relação ao sistema primário sem AEMS instalado, enquanto que, na Figura 5.30(b), o AEMSCE oferece alguma capacidade de atenuação. Observa-se também que as amplitudes de oscilação do AEMSCE são relativamente próximas em ambos os modelos, e o mesmo acontece em relação às amplitudes do sistema primário atenuado. Para ambos os modelos, os limites físicos do AEMSCE definidos por d_{08} são ultrapassados, principalmente devido às ressonâncias. Análises mais detalhadas são apresentadas nos Capítulos VI e VII.

A rigidez linear nessas condições de teste se aproxima da rigidez não-linear, logo, a frequência mínima de excitação pode ser determinada pelas características não lineares do sistema. Portanto, nesta abordagem, o AEMSCE poderá ser simplificado para rigidez linear uma vez que as características de excitação vencem as condições das forças resistivas de atrito definidas pela rigidez não linear.

Figura 5.30: Análise para a posição na condição de excitação (#1) em regime: a) Modelo I; b) Modelo II.

Nas configurações dadas pela Figura 5.31, nota-se que as velocidades relativas para os dois modelos são expressivas, conferindo excelente captação energética ao AEMSCE, que serão detalhadas no Capítulo VII. Portanto, as simplificações adotadas, principalmente no que

se refere às forças restauradoras elásticas, demonstram um grau de confiabilidade satisfatório, tornando o modelo adequado para analisar o comportamento do AEMSCE dentro do campo linear. Logo, é possível introduzir técnicas de otimização para atenuação em osciladores lineares para ampliar a banda efetiva de atenuação, resultando em um campo linear ótimo. Esse assunto será amplamente discutido no Capítulo VII.

Uma vez que o sistema está em movimento, a força de atrito será aproximada à uma força amortecida viscosa equivalente c_f . Os valores de c_f apenas representam a presença de uma resistência fricional ao movimento e, por efeitos de simplificação, esses valores são acrescidos somente com esse propósito. Nessa abordagem, seus valores podem ser supridos ao amortecimento mecânico na forma de um amortecimento viscoso equivalente, sem cumprir o rigor matemático do desenvolvimento modal, conforme discutido na seção 4.4.

Figura 5.31: Análise para a velocidade na condição de excitação (#1) em regime: a) Modelo I; b) Modelo II.

A obtenção dos valores de c_f não será demonstrada neste trabalho, pois o interesse aqui é identificar a influência das forças resistivas amortecidas à atenuação e conversão energética do AEMSCE. Essa, portanto, é uma análise apenas qualitativa do fator de amortecimento por atrito viscoso equivalente ξ_f no sistema.

A força de atrito (F_{at}) é substituída pelo coeficiente de atrito viscoso equivalente Eq. (4.57-4.63) para o Modelo III, aproximando na forma:

$$c_f \equiv F_c \therefore c_f = 0,441 \rightarrow \xi_f = 0,0847$$

$$\xi_a = \xi_m + \xi_f + \xi_e \quad (5.32)$$

onde o coeficiente de atrito viscoso é varia no intervalo definido por $\xi_f = \{0; 0,01; \dots; 1,00\}$.

Figura 5.32: Análise para a posição na condição de excitação (#1) em regime: a) Modelo II; b) Modelo III.

Na Figura 5.32, nota-se que a aproximação dada por amortecimento viscoso equivalente, no que se refere à atenuação, apresenta condições levemente mais favoráveis. É possível observar novamente, que as amplitudes de oscilação são próximas, o que confere o uso do modelo pelo coeficiente equivalente válido sob as circunstâncias já discutidas.

Esse modelo será utilizado para analisar o AEMSCE na faixa de operação linear quando excitado harmonicamente na condição de regime permanente, a fim de se realizar uma análise comparativa com os modelos dinâmicos e de captação energética que serão desenvolvidos no Capítulo VII.

As frequências mínimas de excitação em regime que são responsáveis pelo movimento do AEMSCE (Figura 5.33) são analisadas em relação ao fator de amortecimento mecânico juntamente com as amplitudes de excitações.

$$\omega \geq \omega_{min}(Y_0) \quad (5.33)$$

De acordo com a Figura 5.33, para a distância entre ímãs (d_{08}), verifica-se que, conforme o fator de amortecimento mecânico do sistema secundário aumenta a frequência mínima para que o sistema secundário vença as forças resistivas também aumenta. Além disso,

nota-se que a amplitude de oscilação da base (Y_0) provoca um deslocamento nas frequências mínimas de excitação, isto é, quanto menor a magnitude de energia de entrada, maior será a frequência mínima de excitação requerida.

Figura 5.33: Frequência mínima de excitação vs. fator de amortecimento mecânico para diferentes amplitudes de excitação (energia inicial) referente à distância d_{08} para a Bobina #339922 ($R_{carga} = 20,6\Omega$).

Ao comparar a Figura 5.34 em relação à Figura 5.33, examina-se a influência da rigidez do sistema secundário quando as distâncias entre mancais são alteradas. Nota-se que o aumento da rigidez do sistema (d_{07}) em relação ao (d_{08}) provoca um aumento no fator de amortecimento mecânico, devido à alteração na frequência natural do sistema secundário. Logo, os ângulos de inclinação das curvas são maiores em (d_{07}) do que em (d_{08}).

Figura 5.34: Frequência mínima de excitação vs. fator de amortecimento mecânico para diferentes amplitudes de excitação (energia inicial) referente à distância d_{07} para a Bobina #339922 ($R_{carga} = 20,6\Omega$).

5.5.1 Fator de Amortecimento Elétrico

O fator de amortecimento elétrico depende da rigidez do sistema secundário, conforme demonstrado no Capítulo IV.

$$\xi_e = \frac{k_t^2}{2m_a\omega_a(R_b + R_{carga})} \quad (5.34)$$

Da mesma maneira que já foi constatado a respeito do coeficiente de amortecimento elétrico, observa-se na Figura 5.35 que o fator de amortecimento elétrico aumenta à medida que a resistência de carga no resistor diminui. Demonstra-se ainda que, quanto maior o fator de transdução eletromagnético maior será o amortecimento elétrico obtido. É importante enfatizar que os valores obtidos experimentalmente são maiores do que os valores determinados analiticamente, porém, os comportamentos das curvas são semelhantes, o que nos permite usar o modelo analítico adequadamente.

Figura 5.35: Amortecimento elétrico vs. resistência de carga para diferentes bobinas referente à distância d_{08} .

Na Figura 5.35 em relação à Figura 5.36, verifica-se a influência da distância entre ímãs para todas bobinas, e conclui-se que quanto maior a rigidez do sistema (menor distância d_0) menor será o fator de amortecimento elétrico. Esse fenômeno concede ao AEMSCE a possibilidade de uma ressonância ajustável. Esse fenômeno é observado na Figura 5.37.

Figura 5.36: Amortecimento elétrico vs. resistência de carga para diferentes bobinas referente à distância d_{07} .

Figura 5.37: Amortecimento elétrico vs resistência de carga para a Bobina #339922 e diferentes distâncias d_0 .

Novamente, percebe-se que quanto maior o fator de transdução eletromagnético segundo cada bobina, maior será o fator amortecimento elétrico. Será adotada a configuração da distância d_{08} (Bobina #339922) com sua respectiva rigidez linear para determinar os fatores de amortecimento elétricos nos Capítulos VI e VII.

5.6 Conclusão

Este capítulo apresentou resultados experimentais para validar o modelo AEMSCE, cujos principais componentes do sistema foram identificados usando as várias técnicas. Os

parâmetros do sistema primário são obtidos e analisados. As massas de todos os componentes do sistema primário e secundário foram medidas experimentalmente. Análises experimentais do teste em queda livre validaram o modelo de fator de transdução eletromagnético, examinando-se as influências da variação das resistências de carga na tensão induzida, na potência e energia dissipada no resistor. Verificou-se que o fator de transdução eletromagnético age linearmente no campo de máxima captação energética, apesar da dependência do deslocamento. Com o fator de transdução, analisou-se o coeficiente de amortecimento elétrico. Examinou-se a indutância no circuito e suas simplificações, demonstrando que em certas condições ela pode ser admitida desprezível. As forças de restauração elásticas magnéticas foram obtidas e analisadas através dos ensaios estáticos e do ajuste de curvas para descrever os resultados experimentais. Verificou-se os efeitos das não linearidades na rigidez do AEMSCE, assim como os campos de operação linear (rigidez linear). Analisou-se a distância entre os ímãs fixo e o ímã oscilante, conferindo a ressonância ajustável do sistema. Através de simulações dinâmicas em respostas transientes e estacionárias do AEMSCE, examinou-se a influências das forças resistivas amortecidas no sistema, principalmente, a força de atrito. Essas análises permitiram encontrar a frequência mínima de excitação do AEMSCE para iniciar o movimento. Tanto para a força restauradora elástica quanto para as forças de atrito, os modelos de não linearidades cúbicas e da função potência obtidos experimentalmente foram comparados e analisados, e concluiu-se que as abordagens e simplificações são válidas dentro das condições definidas. Averiguaram-se as aproximações realizadas pelo coeficiente amortecido por atrito viscoso equivalente. Por fim, estudou-se o amortecimento elétrico de acordo com os espaçamentos entre ímãs definidos. Em geral, foram analisadas as influências dos parâmetros identificados nessa seção em relação à capacidade de mitigação e captação energética. Com estas informações, as equações finais do movimento podem ser escritas também na forma abaixo denominada como Modelo III:

$$m_p \ddot{x}_p + c_p \dot{x}_p + k_p x_p - \left(c_m + c_f + \frac{k_t^2}{(R_b + R_{carga})} \right) \dot{z} - k_a z = -m_p \ddot{y} \quad (5.35)$$

$$m_a \ddot{x}_a + \left(c_m + c_f + \frac{k_t^2}{(R_b + R_{carga})} \right) \dot{z} + k_a z = -m_a \ddot{y} \quad (5.36)$$

CAPÍTULO VI

6 AEMSCE - RESPOSTA TRANSIENTE

Este capítulo analisa o comportamento do AEMSCE em resposta transiente por meio de métodos energéticos. A primeira seção se concentra em estudar a capacidade atenuadora do AEMSCE. A segunda seção aborda o potencial em captação energética do sistema completando os propósitos do AEMSCE. Este capítulo obtém as equações do modelo e analisa os parâmetros que influenciam a dinâmica do sistema.

6.1 Atenuação de Vibrações em Resposta Transiente

Para analisar o sistema dado pelas Eqs. (4.89-4.90), é útil definir alguns parâmetros que deixarão claro o desempenho do AEMSCE. Uma abordagem mais precisa e direta para estudar a resposta do sistema é tratá-lo em termos de energia. Para ser compatível ao aparato de teste, o sistema primário será perturbado, dado pelas condições iniciais do sistema definidas por $x_p(0) = X$, $x_a(0) = X$, $\dot{x}_p(0) = 0$, $\dot{x}_a(0) = 0$. Neste caso, toda a energia inicial armazenada estará no sistema primário, o que conduz ao deslocamento relativo nulo.

Para obter uma visão quantitativa da atenuação de vibrações em resposta transiente, uma série de simulações são apresentadas em diferentes níveis iniciais de energia. Para cada uma das simulações, a resistência de carga é $R_{carga} = 20,6(\Omega)$, que corresponde a um amortecimento total máximo de $c_{e_{max}} = 0,0960 (Ns/m)$ da Bobina #339922 (d_{08}). O coeficiente de transdução eletromagnético é considerado constante e seu valor é máximo, de acordo com as conclusões realizadas no Capítulo V para o campo linear.

A energia de entrada inicial total para o sistema é igual à energia potencial armazenada no sistema primário:

$$E_{int}(0) = \frac{k_p X^2}{2} \quad (6.1)$$

A energia total presente no primário pode ser escrita como a soma das energias potencial e cinética:

$$E_p(t) = \frac{m_p \dot{x}_p(t)^2}{2} + \frac{k_p x_p(t)^2}{2} \quad (6.2)$$

Da mesma forma, a energia total presente no tempo t dentro do AEMSCE, considerando as não linearidades da força de restauração magnética, pode ser encontrada como a soma das energias potencial e cinética:

$$E_{AEMSCE}(t) = \frac{m_a \dot{x}_a(t)^2}{2} - \left\{ \frac{ad_0}{b+1} + \frac{a(x_a(t) - x_p(t))}{b+1} \right\} [d_0 + (x_a(t) - x_p(t))]^b - \left\{ \frac{ad_0}{b+1} - \frac{a(x_a(t) - x_p(t))}{b+1} \right\} [d_0 - (x_a(t) - x_p(t))]^b \quad (6.3)$$

O modelo do AEMSCE será simplificado para a condição de operação linear como definida no Capítulo V, onde as Eqs. (5.36-5.37) são definidas como Modelo III. Para uma análise mais precisa em resposta transiente nessas condições, é necessário considerar $\dot{x}_a(t)$ e $x_a(t)$ através das não linearidades oriundas da força restauradora magnética e da força de atrito Eq. (4.57-4.58) representado pelo Modelo I, expressa na forma:

$$E_{AEMSCE_linear}(t) = \frac{m_a \dot{x}_a(t)^2}{2} + \frac{k_a (x_a(t) - x_p(t))^2}{2} \quad (6.4)$$

A dinâmica do Modelo II é definida pelas não linearidades da força de atrito e pela simplificação da rigidez das forças restauradoras elásticas no campo de rigidez linear como já discutido.

Uma medida muito útil para avaliar a efetividade do AEMSCE e determinar se houve sintonia, é analisar a porcentagem de energia total instantânea armazenada no seu interior, que pode ser escrita como a energia presente dentro do AEMSCE sobre a energia total do sistema no momento t .

$$R(t) = \frac{E_{AEMSCE}(t)}{E_p(t) + E_{AEMSCE}(t)} \times 100 \quad (6.5)$$

A primeira simulação representará um nível baixo de energia inicial, com o deslocamento inicial sendo $X = 2 \times 10^{-2}(m)$ ou um valor energético inicial de $E_{int} = 8,556 \times 10^{-2} (J)$, com os resultados exibidos na Figura 6.1. A resposta para o sistema é

dominada pelo sistema primário que oscila na sua frequência natural. O AEMSCE contribui minimamente, sendo que a maior parte da energia permanece no sistema primário. Com esse nível de energial inicial, o sistema oscila dentro do campo linear no qual, para resposta transiente há grande influência da força de atrito e pequenos efeitos para a força restauradora elástica. Embora a absorção de vibrações seja fraca, ainda há alguma tensão induzida na bobina, devido às velocidades relativas entre o sistema primário e o secundário.

Figura 6.1: Resultados da simulação para a condição inicial de $X = 2 \times 10^{-2}(m)$: a) deslocamento do AEMSCE; b) porcentagem da energia total instantânea no AEMSCE; c) tensão no resistor.

Na segunda simulação, o nível de energia é aumentado. O deslocamento inicial é $X = 3 \times 10^{-2}(m)$ ou um valor energético inicial de $E_{int} = 1,925 \times 10^{-1}(J)$, com os resultados mostrados na Figura 6.2. Observa-se que neste nível de energia o AEMSCE fornece, embora por um curto período, resultados mais expressivos com maiores amplitudes e melhor absorção de vibração. Nota-se que após o período de atenuação, o sistema secundário oscila em posição distinta do sistema primário, devido à força de atrito do sistema ser expressiva. Com o aumento da energia inicial, há um aumento adicional na tensão induzida no resistor.

Figura 6.2: Resultados da simulação para a condição inicial de $X = 3 \times 10^{-2}(m)$: a) deslocamento do AEMSCE; b) porcentagem da energia total instantânea no AEMSCE; c) tensão no resistor.

A Figura 6.3 reporta a resposta para um deslocamento inicial superior de $X = 4 \times 10^{-2}(m)$, ou energia inicial de $E_{int} = 3,422 \times 10^{-1}(J)$. Verifica-se que o AEMSCE, nessas condições, oferece melhor capacidade de atenuação, principalmente, pela influência da força restauradora elástica magnética no sistema, visto que o sistema oscila no limite correspondente ao campo linear. A energia se acomoda ao sistema primário em aproximadamente $t = 1,80$ s. A tensão induzida através do resistor também se elevou com a energia inicial adicional.

Figura 6.3: Resultados da simulação para a condição inicial de $X = 4 \times 10^{-2}(m)$: a) deslocamento do AEMSCE; b) porcentagem da energia total instantânea no AEMSCE; c) tensão no resistor.

Para entender melhor o desempenho dessas simulações, uma boa medida é observar a porcentagem total de energia que é dissipada pelo amortecimento do AEMSCE. Este valor é a porcentagem da energia inicial dissipada através do amortecimento total do AEMSCE durante a resposta total e fornece uma boa referência para o desempenho. É definido como:

$$E_{DAEMSCE} = \frac{c_a}{E_{int}} \int_0^t \left(\dot{x}_a(t) - \dot{x}_p(t) \right)^2 dt \times 100 \quad (6.6)$$

Para efeitos de simplificação novamente, considera-se a força resistiva de atrito constante no sistema:

$$c_f \equiv F_c \quad (6.7)$$

A Tabela 20 apresenta a energia dissipada no AEMSCE para cada deslocamento inicial, contendo as três simulações acima analisadas. A Figura 6.4 relata a energia dissipada em função da energia inicial.

Tabela 20 - Resultados calculados para percentual de energia dissipada.

Bobina #339922 ($R_{carga} = 20,6\Omega$)

$X (m)$	$E_{int} (J)$	$E_{RAEMSCE} (\%)$
5×10^{-3}	$5,3 \times 10^{-3}$	0,0029
1×10^{-2}	$2,14 \times 10^{-2}$	0,008
$1,5 \times 10^{-2}$	$4,81 \times 10^{-2}$	0,2049
2×10^{-2}	$8,556 \times 10^{-2}$	4,59
$2,5 \times 10^{-2}$	$1,337 \times 10^{-1}$	15,06
3×10^{-2}	$1,925 \times 10^{-1}$	28,00
4×10^{-2}	$3,422 \times 10^{-1}$	42,39
5×10^{-2}	$5,347 \times 10^{-1}$	45,60
6×10^{-2}	$7,70 \times 10^{-1}$	47,50
7×10^{-2}	1,05	46,43
8×10^{-2}	1,37	46,06
$8,5 \times 10^{-2}$	1,55	45,50
9×10^{-2}	1,73	45,26
1×10^{-1}	2,14	42,43
$1,5 \times 10^{-1}$	4,81	28,25
2×10^{-1}	8,56	23,36

Os resultados da Figura 6.4 demonstram que para baixos valores de deslocamento inicial, até 17 mm , a força de atrito do sistema atua de forma significativa. Nota-se que o AEMSCE apresenta excelente desempenho na atenuação de vibrações em resposta transiente quando os níveis de energias iniciais (deslocamentos) estão contidos no campo ótimo entre 60 mm e 90 mm , devido às forças restauradoras magnéticas ganharem relevância. É também nessa faixa que se situa o deslocamento máximo permitido do sistema secundário d_{08} .

Embora os altos níveis de energia mostrem uma diminuição no desempenho, o AEMSCE, no entanto, é capaz de direcionar a transferência de energia mitigando grande parte das vibrações.

Figura 6.4: Porcentagem de energia inicial dissipada no AEMSCE vs. energia inicial (deslocamento inicial) para a Bobina #339922 ($d_{08}, R_{carga} = 20,6\ \Omega$).

6.1.1 Influência do Amortecimento Elétrico

Como já mencionado nos capítulos anteriores, o AEMSCE proposto neste trabalho tem uma característica única que pode ser alterada facilmente ao seu desempenho geral; ou seja, o amortecimento elétrico. A resistência de carga pode ser alterada o que, por sua vez, altera a corrente induzida no sistema elétrico que está diretamente relacionada à força de Lorentz e ao amortecimento. Logo, com o aumento do amortecimento, o sistema pode dissipar mais energia.

Para examinar este efeito, uma série de simulações foi conduzida para determinar a energia dissipada pelo AEMSCE definida pela Eq. (6.6) para uma gama de resistências de carga e deslocamentos iniciais. A Figura 6.5 apresenta os resultados, demonstrando que uma diminuição na resistência de carga e, consequentemente, aumento no amortecimento elétrico,

realmente melhora o desempenho de atenuação. Observa-se novamente que, até 17 mm, a força de atrito apresenta grande influência e à medida que a força restauradora magnética ganha importância, o desempenho da atenuação aumenta. A resistência de carga começa a exibir relevância mais significativa ao sistema a partir de um ponto crítico, nesse caso de aproximadamente 35 mm.

Figura 6.5: Porcentagem de energia inicial dissipada no AEMSCE vs. energia inicial (deslocamento inicial) para diferentes resistências de carga em relação à Bobina #339922 (d_{08}).

Uma nova simulação, mostrada na Figura 6.6, é realizada para o deslocamento $X = 4 \times 10^{-2}(m)$. Nesse caso com maior resistência de carga de $R_{carga} = 50,7(\Omega)$, que corresponde a um nível menor de amortecimento de $c_{e_{max}} = 0,0515 (Ns/m)$, verifica-se que, embora pouco perceptível, os tempos de oscilações são minimamente elevados de 68,7% de atenuação do AEMSCE para 68,86%. Além do aumento no tempo de oscilação, há uma diminuição significativa na tensão através do resistor de 0,76V para 0,57V, o qual é possível observar na Figura 6.6 em comparação com a Figura 6.3. Claramente há uma relação entre o amortecimento e a tensão.

Figura 6.6: Resultados da simulação para a condição inicial de $X = 4 \times 10^{-2}(m)$: a) deslocamento do AEMSCE; b) porcentagem da energia total instantânea no AEMSCE; c) tensão no resistor.

6.2 Captação energética transiente

Com o propósito de analisar e validar a captação energética em resposta transiente, uma série de simulações foi conduzida para verificar as influências das forças restauradoras magnéticas não lineares assim como o efeito de suas simplificações, na tensão, potência e energia dissipada no resistor.

Conforme relatado na última seção, aumentar o amortecimento elétrico alterando a resistência de carga impacta na tensão induzida no resistor do AEMSCE. Para examinar esse fenômeno, a quantidade de energia consumida pelo resistor pode ser definida como a soma da potência dissipada pelo resistor de carga durante o tempo t :

$$E_{carga} = \int_0^t P_{carga} dt \quad (6.8)$$

Em comparação à quantidade de energia dissipada pelo AEMSCE, essa energia pode ser expressa como uma porcentagem da energia inicial total no sistema como:

$$E_{carga\%} = \frac{1}{E_{int}} \int_0^t P_{carga} dt \times 100 \quad (6.9)$$

onde P_{carga} é dado pela Eq. (4.55), dando a porcentagem total de energia inicial consumida pela carga como:

$$E_{carga\%} = \frac{1}{E_{int}} \frac{k_t^2 R_{carga}}{(R_b + R_{carga})^2} \int_0^t (\dot{x}_a(t) - \dot{x}_p(t))^2 dt \times 100 \quad (6.10)$$

De acordo com a Tabela 20, a primeira simulação representa um deslocamento inicial de $X = 2 \times 10^{-2}(m)$. Com os resultados exibidos na Figura 6.7, é possível observar que, dentro do campo linear, para pequenos deslocamentos iniciais, a não linearidade oriunda das molas magnéticas não afeta significativamente a captação energética transiente quando comparada com o modelo simplificado, isto é, os comportamentos de ambas as curvas se assemelham e a aproximação para o Modelo II simplificado linear é razoável. Nota-se que as forças resistivas de atrito nesse campo possuem grande influência devido às descontinuidades.

A energia coletada pelo resistor é de $E_{carga} = 0,3495 (mJ)$. Esse valor representa em torno de $E_{carga\%} = 0,41\%$ comparado à energia disponível inicial, e representa um valor de pouca expressão.

Figura 6.7: Resultados da simulação para a condição inicial de $X = 2 \times 10^{-2}(m)$ da Bobina #339922: a) Tensão e potência no resistor Modelo I; b) Tensão e potência no resistor Modelo II.

A Figura 6.8 apresenta a resposta para um deslocamento inicial aumentado para $X = 4 \times 10^{-2}(m)$. O sistema ainda atua dentro do campo linear e nota-se que não há diferenças expressivas na tensão coletada, logo, pode-se ser utilizado o modelo simplificado (Modelo II). A força de atrito se torna significativa somente no cessar do movimento, devido ao fato de a energia inicial ser maior do que da Figura 6.7. A energia de carga é maior do que a obtida no ensaio de queda livre seção 5.2.1, visto a presença das forças elásticas oriundas das molas magnéticas.

A energia coletada pelo resistor é $E_{carga} = 12,91 (mJ)$, maior do que na Figura 6.7. Esse valor representa em torno de $E_{carga\%} = 3,77\%$ comparado à energia disponível inicial, o que se revela como um valor maior do que o obtido anteriormente.

Figura 6.8: Resultados da simulação para a condição inicial de $X = 4 \times 10^{-2} \text{ (m)}$ da Bobina #339922: a) Tensão e potência no resistor Modelo I ; b) Tensão e potência no resistor Modelo II.

A Figura 6.9 apresenta a resposta para um deslocamento inicial maior, $X = 7 \times 10^{-2} \text{ (m)}$. Observa-se que as não linearidades do sistema oriundas da força de atrito e da força elástica não linear influenciam de forma significativa o sistema, logo, neste caso, utilizar o modelo simplificado não condiz com a dinâmica e captação de energia do AEMSCE. Como demonstrado na seção anterior, a energia inicial ainda respeita os limites físicos (d_{08}) do dispositivo, e o sistema é perturbado de acordo com a condição ótima, Figura 6.5. As forças elásticas das molas magnéticas potencializam o impulso dado e obtém maior quantidade de energia coletada pelo conversor, apesar de ser pequena em relação a energia inicial do sistema

primário. A energia coletada pelo resistor é de $E_{carga} = 41,99 \text{ (mJ)}$, maior do que do gráfico anterior. Esse valor representa em torno de $E_{carga\%} = 4,01\%$ comparado à energia disponível inicial.

Figura 6.9: Resultados da simulação para a condição inicial de $X = 7 \times 10^{-2} \text{ (m)}$ da Bobina #339922: a) Tensão e potência no resistor Modelo I ; b) Tensão e potência no resistor Modelo II.

A Eq. (6.10) tem uma notável semelhança com a Eq. (6.6), sendo quase a mesma para a porcentagem de energia dissipada através do amortecimento elétrico c_e . Expressando a Eq. (6.10) em termos apenas do amortecimento elétrico e do fator de transdução, obtém-se:

$$E_{RAEMSCE} = \frac{1}{E_{int}} \frac{k_t^2}{(R_b + R_{carga})} \int_0^t (\dot{x}_a(t) - \dot{x}_p(t))^2 dt \times 100 \quad (6.10)$$

que é quase idêntico ao $E_{carga\%}$, sendo a principal diferença os termos:

$$Q(R_{carga}) = \frac{R_{carga}}{R_b + R_{carga}} \quad (6.11)$$

O termo $Q(R_{carga})$ é um fator não dimensional que expressa a quantidade de energia disponível para a captação a partir da quantidade de energia amortecida pelo AEMSCE. A Figura 6.10 mostra como $Q(R_{carga})$ muda com a resistência da carga. Uma resistência maior indica que mais potência poderia ser extraída do amortecimento. Infelizmente, isso é contrário à Figura 6.5, onde o amortecimento máximo ocorre com menor resistência de carga. Esse fenômeno se revela como uma das mais relevantes discussões deste trabalho, e será abordado também na resposta em regime.

Figura 6.10: $Q(R_{carga})$ vs. resistência de carga no resistor para a Bobina #339922.

Aplicando a Eq. (6.10) para uma série de simulações para diferentes resistências de carga e deslocamentos iniciais, a Figura 6.11 mostra a porcentagem de energia dissipada no resistor inicialmente disponível para a captação de energia. Evidentemente, há uma compensação entre a quantidade de amortecimento e a potência extraída no estado transitório. Os efeitos provocados pelo $Q(R_{carga})$ representam desvios relativamente pequenos, porém serve como indicativo da relação entre o desempenho de vibração e da energia coletada no AEMSCE.

Notavelmente, para a energia inicial ideal e com a seleção adequada de resistência de carga, o sistema é capaz de coletar aproximadamente 4,3% da energia inicial. É possível, então, que se o projetista conhece o nível de energia de entrada transitória para o sistema, um dispositivo AEMSCE ideal pode ser feito para absorver e captar energia nessa condição.

Figura 6.11: Porcentagem da energia dissipada no resistor vs. resistência de carga no resistor para diferentes deslocamentos iniciais Bobina #339922 (d_{08}).

6.3 Conclusão

Neste capítulo, analisou-se a capacidade mitigadora do AEMSCE para resposta transiente através de métodos energéticos. Verificou-se as influências das forças restauradoras magnéticas e da força de atrito no comportamento transitório do AEMSCE para atenuação. Examinou-se a influência das resistências de carga no amortecimento elétrico do sistema em relação à atenuação para perturbações iniciais, e constatou-se a existência de um campo ótimo. Avaliou-se a capacidade de captação de energia do AEMSCE e das aproximações ao modelo, através da verificação da tensão induzida e da potência gerada nos resistores de carga. Verificou-se a energia dissipada no resistor e foi introduzido um indicador para avaliar a energia extraída do sistema útil a atenuação e captação energética.

CAPÍTULO VII

7 AEMSCE - REGIME PERMANENTE

Este capítulo analisa o comportamento do AEMSCE em resposta estacionária sob aceleração de base harmônica a partir de métodos determinísticos de resposta do Capítulo IV e dos parâmetros obtidos no Capítulo V. Utilizam-se duas abordagens para estudar a capacidade atenuadora do AEMSCE. A primeira abordagem, concentra-se no desenvolvimento analítico linear para excitações harmônicas com amplitude de aceleração fixa e independente da frequência de excitação para dois casos: estrutura com e sem amortecimento. Através dessa abordagem, emprega-se o conceito de otimalidade do AEMSCE. A segunda abordagem, baseia-se no desenvolvimento analítico similar e conceitos definidos prévios para os dois casos. O sistema, no entanto, é tratado sob excitações harmônicas com amplitude de deslocamento fixo e independente da frequência de excitação, o que revela algumas peculiaridades nas equações obtidas. Para esta última abordagem, analisa-se a resposta dinâmica do AEMSCE, respeitando as não linearidades, as simplificações e os parâmetros ótimos obtidos, tanto no que se refere ao desempenho à mitigação de vibrações quanto ao potencial de captação energética.

7.1 Atenuação de Vibrações em Regime Permanente

Como já discutidos nos Capítulos I a III, um dos principais objetivos do AEMSCE, portanto, é dissipar energia da estrutura, principalmente reduzindo as amplitudes de ressonância e ampliando a banda efetiva de atenuação. Dessa forma, é necessário definir os parâmetros que permitam cumprir esses objetivos.

Através da técnica de otimização para osciladores lineares definida inicialmente por Den Hartog [2] e posteriormente desenvolvidas por outros autores, determinam-se os parâmetros ótimos do AEMSCE que ampliam sua capacidade de mitigação passiva, principalmente no que se refere à faixa de operação linear definida no Capítulo V. As técnicas para otimalidade serão apresentadas neste capítulo.

Em Den Hartog, determina-se a frequência de ajuste ótimo e o amortecimento ótimo do AMS para sistemas principais não amortecidos somente submetidos a força externa harmônica.

Em [120], os autores utilizam os procedimentos de Den Hartog para estruturas não amortecidas submetidas a excitação harmônica onde a amplitude de aceleração é fixa para todas as frequências de entrada. Em [121-122] verifica-se o mesmo procedimento para fontes de excitação harmônica e aleatória. Soluções numéricas para os parâmetros ótimos em sistemas principais (estruturas) amortecidos foram obtidas para a excitação de forças externas harmônicas [123], e excitações de base harmônicas independentes das frequências de entrada, tanto para amplitude de deslocamento fixo quanto para amplitude de aceleração fixa [124].

Como as soluções para sistemas amortecidos exigem os valores ótimos de sistemas não amortecidos, o procedimento de Den Hartog para encontrar os parâmetros ótimos de sistemas não amortecidos será descrito primeiramente. O modelo será desenvolvido tanto para as forças externas quanto para excitação de base, porém as análises se concentrarão nas respostas as excitações de base como mencionado ao longo deste trabalho. Embora o método de otimalidade aqui presente seja desenvolvido para osciladores lineares, os efeitos dos parâmetros ótimos serão analisados na resposta dinâmica do AEMSCE considerando também as não linearidades do sistema.

7.2 Excitação Harmônica por Amplitude de Aceleração Fixa

Nesta seção será apresentado o desenvolvimento analítico e definido o conceito de otimalidade para o projeto do AEMSCE. Utilizam-se as equações dinâmicas para o deslocamento relativo do AEMSCE de acordo com Eq. (4.69). Essa abordagem é introduzida, pois expõe de forma direta a resposta dos ganhos relativos do AEMSCE, e também se revelará útil para o Capítulo VIII. O desenvolvimento para deslocamento absoluto desta seção encontra-se no Apêndice II.

7.2.1 Estrutura sem Amortecimento e AEMSCE Amortecido

Representando o deslocamento da massa principal em relação à base x_p , e deslocamento do AEMS x_a , conforme Figura 3.5, e simplificando a Eq. (4.69) para uma estrutura sem amortecimento $\xi_p = 0$. O sistema principal excitado pela aceleração da base $\ddot{y}$, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} m_p & 0 \\ m_a & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -c_a \\ 0 & c_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_p & -k_a \\ 0 & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_p \\ z \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} m_p \\ m_a \end{Bmatrix} \ddot{y} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} p \quad (7.1)$$

Quando a excitação de base é harmônica e sua amplitude de aceleração é fixa e independente da frequência, as soluções são expressas na forma:

$$\ddot{y} = Ge^{i\omega t} \quad \therefore G = -\omega^2 Y_0 \quad (7.2)$$

$$p = \hat{p}e^{i\omega t} \quad (7.3)$$

sendo G e $\hat{p}$ números reais. As soluções para os deslocamentos são:

$$x_p = X_p e^{i\omega t} \quad (7.4)$$

$$z = Z_0 e^{i\omega t} \quad (7.5)$$

onde as amplitudes de resposta X_p e Z_0 são consideradas complexas. As partes real e imaginária de $\ddot{y}$ correspondem a entradas cossenoidais e senoidais respectivamente. Verifica-se que a inclusão dos termos de amortecimento nas equações produz uma diferença de fases entre a excitação e a resposta do sistema. Substituindo as Eqs. (7.2-7.5) na Eq. (7.1) e cancelando o termo $e^{i\omega t}$, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} -m_p \omega^2 + k_p & -ic_a \omega - k_a \\ -m_a \omega^2 & -m_a \omega^2 + ic_a \omega + k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_p \\ z \end{Bmatrix} = -Ge^{i\omega t} \begin{Bmatrix} 1 \\ \mu \end{Bmatrix} + \hat{p}e^{i\omega t} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7.6)$$

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 + \omega_p^2 & -i2\omega\mu\xi_a\omega_a - \mu\omega_a^2 \\ -\mu\omega^2 & -\mu\omega^2 + i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_p \\ Z_0 \end{Bmatrix} = -G \begin{Bmatrix} 1 \\ \mu \end{Bmatrix} + \hat{p} \begin{Bmatrix} m_p^{-1} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7.7)$$

onde $\omega_p = \sqrt{\frac{k_p}{m_p}}$, e $\omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}}$ são as frequências naturais da massa principal e do sistema secundário, respectivamente, $\xi_p = \frac{c_p}{2\omega_p m_p}$, fator de amortecimento do sistema principal e $\xi_a = \xi_m + \xi_f + \xi_e$, são os fatores de amortecimento mecânico, atrito viscoso equivalente e elétrico associados ao sistema secundário do AEMSCE apresentados no Capítulo V. A razão entre a massa do sistema secundário e o sistema primário é $\mu = \frac{m_a}{m_p}$ definida no Capítulo III.

As soluções para as equações dinâmicas são:

$$X_p = \frac{\hat{p}}{k_p D_2} (f^2 - r^2 + i2\xi_a r f) - \frac{Gm_p}{k_p D_2} [(1 + \mu)f^2 - r^2 + i2\xi_a r f(1 + \mu)] \quad (7.8)$$

$$Z_0 = \frac{\hat{p}r^2}{k_p D_2} - \frac{Gm_p}{k_p D_2} \quad (7.9)$$

onde $f = \frac{\omega_a}{\omega_p}$ representa a frequência de sintonia normalizada e $r = \frac{\omega}{\omega_p}$ representa a frequência de excitação normalizada. A equação acima é uma função dos parâmetros f , ξ_m , ξ_e , ξ_f , ξ_p e μ . Para as soluções para deslocamentos absolutos vide Apêndice II. Considerando apenas a excitação de base, ou seja, não há solicitação de carga externa na massa do sistema primário ($\hat{p} = 0$), tem-se:

$$X_p = -\frac{Gm_p}{k_p D_2} [(1 + \mu)f^2 - r^2 + i2\xi_a r f(1 + \mu)] \quad (7.10)$$

$$Z_0 = -\frac{Gm_p}{k_p D_2} \quad (7.11)$$

$$D_2 = \mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2) + i2\xi_a r f[r^2(1 + \mu) - 1] \quad (7.12)$$

Estas mesmas equações podem ser expressas na forma polar como:

$$X_p = \frac{\hat{p}}{k_p} H_1 e^{i\delta_1} - \frac{Gm_p}{k_p} H_2 e^{i\delta_2} \quad (7.13)$$

$$Z_0 = \frac{\hat{p}}{k_p} H_3 e^{-i\delta_3} - \frac{Gm_p}{k_p} H_4 e^{-i\delta_3} \quad (7.14)$$

onde os fatores H_i definem a amplificação da resposta pseudo-estática e os δ_i são os ângulos de fase entre a resposta e a excitação. Os termos H_i estão descritos a seguir:

$$H_1 = \frac{\sqrt{(f^2 - r^2)^2 + (2\xi_a r f)^2}}{|D_2|} \quad (7.15)$$

$$H_2 = \frac{\sqrt{[(1 + \mu)f^2 - r^2]^2 + [2\xi_a r f(1 + \mu)]^2}}{|D_2|} \quad (7.16)$$

$$H_3 = \frac{r^2}{|D_2|} \quad (7.17)$$

$$H_4 = \frac{1}{|D_2|} \quad (7.18)$$

$$|D_2| = \sqrt{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)]^2 + \{2\xi_a r f[r^2(1 + \mu) - 1]\}^2} \quad (7.19)$$

Os ângulos de fases são expressos por:

$$\delta_1 = \alpha_1 - \delta_3 \quad (7.20)$$

$$\delta_2 = \alpha_2 - \delta_3$$

$$\tan \delta_3 = \frac{2\xi_a r f[r^2(1 + \mu) - 1]}{\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)} \quad (7.21)$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{2\xi_a r f}{f^2 - r^2} \quad (7.22)$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{2\xi_a r f(1 + \mu)}{(1 + \mu)f^2 - r^2} \quad (7.23)$$

O desenvolvimento para a variável $x_a(t)$ absoluta, Eq. (4.66), é apresentada no Apêndice II. Para o caso em que se considera apenas a excitação de base, a amplitude é dada por:

$$X_a = \sqrt{\frac{[(1 + \mu)f^2 - r^2 + 1]^2 + [2\xi_a r f(1 + \mu)]^2}{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)]^2 + \{2\xi_a r f[r^2(1 + \mu) - 1]\}^2}} \quad (7.24)$$

7.2.2 Otimalidade

Para projetar um AEMSCE ótimo, primeiro precisa-se definir otimalidade, isto é, o que o projetista considera ótimo. Den Hartog realizou um tratamento detalhado (seção 7.1) sob otimização e definiu a otimalidade como:

1. $H_P = H_Q$, ou seja, a amplitude em r_P igual a amplitude em r_Q , em que os dois pontos fixos são ajustados para alturas iguais;
2. $H_P = H_Q = H_{m\acute{a}x}$, isto é, os picos da curva em r_P e r_Q , respectivamente. Em outras palavras, ao escolher corretamente um valor para amortecimento, ξ_a , a curva é ajustada para passar com uma tangente horizontal através de um dos r_P e r_Q .

No que segue, a solução correspondente para a excitação de base é examinada e os valores ótimos das propriedades do AEMSCE para esta solicitação é estabelecida.

A Figura 7.1 abaixo mostra a variação de H_2 para específicos valores de μ e da razão de sintonia f , e vários valores do fator de amortecimento elétrico que influenciam no ξ_a . Quando $\xi_a = 0$, existem dois picos com amplitudes infinitas dos dois lados de $r = 1$. Assim que ξ_a aumenta, os picos se aproximam e mergem para um único pico em $r \approx 1$. Os comportamentos das amplitudes sugerem que exista um valor ótimo de ξ_a para uma dada configuração do atenuador (m_a and k_a , ou equivalentes μ e f).

Figura 7.1: H_2 vs r para amortecimento elétrico ξ_e variável e estrutura não amortecida sob aceleração fixa.

O valor máximo do ganho H_2 ocorre para uma frequência de trabalho ω muito particular, denominada de frequência de ressonância, ou ω_{res} . Logo, localiza-se a razão r correspondente tomando-se o valor definido por $r_{res} = \frac{\omega_{res}}{\omega_p}$.

Utilizando a condição de máximo do ganho em relação à r , calcula-se a expressão da frequência de ressonância ω_{res} das Figuras 7.1 e 7.2 através da seguinte forma:

$$\frac{\partial H_2(\xi_p = 0, \xi_a = 0)}{\partial r} = 0 \begin{cases} r_{res}^1 = 0,86 \leftrightarrow H_2 = 109,10 \\ r_{res}^2 = 1,17 \leftrightarrow H_2 = 60,16 \end{cases} \quad (7.25)$$

Observa-se na Figura 7.1 e Figura 7.2, que todas as curvas se intersectam em dois pontos comuns, P e Q. Desde que todas as curvas correspondem a diferentes valores de ξ_a , as localizações de P e Q dependem apenas de parâmetros de μ e f . Nota-se, à medida que o fator do amortecimento aumenta, tanto para o termo elétrico ξ_e quanto para o termo mecânico ξ_m , as amplitudes de ressonância do AEMSCE reduzem. Entretanto, existe um ponto crítico em que o aumento do fator de amortecimento volta a amplificar os ganhos.

Figura 7.2: H_2 vs r para amortecimento mecânico ξ_m variável e estrutura não amortecida sob aceleração fixa.

Rearrajando a Eq. (7.16), obtém-se:

$$\frac{\omega_p^2 X_p}{G} = H_2 = \sqrt{\frac{[(1 + \mu)f^2 - r^2]^2 + [2rf(1 + \mu)]^2 \xi_a^2}{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)]^2 + \{2\xi_a r f[r^2(1 + \mu) - 1]\}^2}} \quad (7.26)$$

Conduzindo essas observações, podemos expressar a Eq. (7.26) na forma:

$$\frac{\omega_p^2 X_p}{G} = \sqrt{\frac{A^2 + B^2 \xi_a^2}{C^2 + D^2 \xi_a^2}} = \frac{B}{D} \sqrt{\frac{A^2/B^2 + \xi_a^2}{C^2/D^2 + \xi_a^2}} \quad (7.27)$$

Assim, os parâmetros ótimos do sistema são determinados assumindo dois valores de r , de tal forma que o fator H_2 independe da taxa de amortecimento ξ_a . Estes pontos, P e Q, são conhecidos como invariantes, ou seja, sendo A e C independentes da taxa de amortecimento, atendem à seguinte condição:

$$\frac{A}{C} = \frac{B}{D} \quad (7.28)$$

$$\frac{(1 + \mu)f^2 - r^2}{\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)} = \pm \frac{1 + \mu}{r^2(1 + \mu) - 1} \quad (7.29)$$

O sinal de mais na equação acima dá uma raiz trivial $r = 0$. Com o sinal de menos, obtém-se a Eq. (7.31):

$$\left| \frac{A}{C} \right| = \left| \frac{B}{D} \right| \quad (7.30)$$

$$r^4 - \left[(1 + \mu)f^2 + \frac{1 + 0,5\mu}{1 + \mu} \right] r^2 + f^2 = 0 \quad (7.31)$$

Para esta equação, há duas raízes positivas, r_1 e r_2 , representando as coordenadas horizontais dos pontos fixos P e Q nas Figuras (7.1-7.2). Embora r_1 e r_2 sejam independentes de ξ_a , eles permanecem como função de f e μ .

Da Figura 7.3, para os valores experimentais do AEMSCE, em relação a razão de massa (μ) e a frequência de sintonia (f), a curva de resposta que atravessa tangencialmente sobre o ponto mais elevado dos dois pontos fixos, P e Q, é a que possui o menor ganho, logo, o amortecimento correspondente para essa condição é ótimo. Os ganhos máximos podem ser ainda mais reduzidos alterando a frequência de sintonia f , onde as amplitudes dos dois pontos fixos alternam-se para realizar o ajuste desejável. O caso mais favorável é onde a frequência de sintonia tem amplitudes iguais nos dois pontos fixos de acordo com os critérios de otimalidade definidos. Assim, para encontrar os parâmetros ótimos do AEMSCE para estruturas não amortecidas, deve ser feita uma escolha adequada da frequência de sintonia f que respeita a primeira condição da otimalidade e um amortecimento ξ_a que satisfaça a segunda condição ótima. Para encontrar a frequência de sintonia ótima f_{otm} , devemos selecionar um valor de ξ_a tal que a Eq. (7.16) se realiza na forma:

$$H_2^{P,Q} = \left| \frac{B}{D} \right| = \frac{1 + \mu}{|r_{1,2}^2(1 + \mu) - 1|} \quad (7.32)$$

que é infinito e simétrico em torno de:

$$r = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu}} \quad (7.33)$$

O sinal de menos é adicionado porque as coordenadas horizontais dos dois pontos fixos, r_1 e r_2 , estão em diferentes lados do ponto do infinito. Ajustar os dois pontos fixos a amplitudes equivalentes resulta em:

$$|r_1^2(1 + \mu) - 1| = |r_2^2(1 + \mu) - 1| \quad (7.34)$$

Portanto, substituindo r_1 e r_2 , raízes obtidas da Eq. (7.31), na Eq. (7.34), obtém-se a seguinte relação para a frequência de sintonia ótima Eq. (7.35):

$$f_{ótimo} = \frac{\sqrt{1 - 0,5\mu}}{1 + \mu} \quad (7.35)$$

Logo,

$$\omega_{aótimo} = \omega_p f_{ótimo} \quad (7.36)$$

$$k_{aótimo} = m_a (\omega_{aótimo})^2 = \mu k_p (f_{ótimo})^2 \quad (7.37)$$

As raízes da Eq. (7.31) para f_{otm} podem ser resolvidas, expressa na forma:

$$r_{1,2otm} = \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{0,5\mu}}{1 + \mu}} \quad (7.38)$$

Logo, a amplitude normalizada ótima será:

$$H_{2otm} = \frac{1 + \mu}{\sqrt{0,5\mu}} \quad (7.39)$$

O fator de amortecimento ótimo para a frequência de sintonia ótima (f_{otm}) pode ser encontrado ajustando as inclinações da curva da Eq. (7.26) dada na forma:

$$\left. \frac{dX_p}{dr} \right|_{r=r_{1,2otm}} = 0 \quad (7.40)$$

Por fim, a expressão do amortecimento ótimo na frequência ótima é expressa por:

$$\xi_{aotm} = \sqrt{\frac{\mu(3 - \sqrt{0,5\mu})}{8(1 + \mu)(1 - 0,5\mu)}} \quad (7.41)$$

$$c_{aotm} = 2\xi_{aotm}\omega_a m_a = \mu f_{otm}(2\xi_{aotm}\omega_p m_p) \quad (7.42)$$

A frequência de ressonância normalizada para a Figura 7.3:

$$\frac{\partial H_2(\xi_p = 0, \xi_a = 0)}{\partial r} = 0 \begin{cases} r_{res}^1(f_{otm}) = 0,81 \leftrightarrow H_2 = 68,40 \\ r_{res}^2(f_{otm}) = 1,10 \leftrightarrow H_2 = 77,14 \end{cases} \quad (7.43)$$

Figura 7.3: $H_{2(otm)}$ vs r para amortecimento elétrico ξ_e variável e estrutura não amortecida sob aceleração fixa.

As Figura 7.4 e Figura 7.5 apresentam a variação dos parâmetros ótimos do AEMSCE em relação a razão de massa μ , definida pelas configurações finais do Capítulo V.

A resposta à amplitude relativa para as condições ótimas do AEMSCE através da Eq. (7.14), lida com a amplitude normalizada $H_{4_{otm}}$, Figura 7.6(b). Uma comparação da dinâmica do sistema secundário em relação ao movimento do sistema principal é mostrada na Figura 7.7.

Figura 7.4: a) Frequência de sintonia ótima f_{otm} vs μ ; b) Frequências de entrada independente do amortecimento $r_{1,2(otm)}$ vs μ .

Figura 7.5: Fator de amortecimento ótimo $\xi_{a(otm)}$ vs μ .

Figura 7.6: Ganho máximo do AEMSCE (frequência e amortecimentos ótimos): a) $H_{2(otm)}$ vs μ ; b) $H_{4(otm)}$ vs μ .

Figura 7.7: Razão máxima entre ganhos $H_{4(otm)}/H_{2(otm)}$ vs μ .

Uma abordagem de projeto auxiliar é determinar um fator de amortecimento ótimo equivalente de acordo com a relação mássica. A amplificação máxima para um sistema de um grau de liberdade amortecido sem AMS sob excitação de base é dado na forma:

$$H = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (7.44)$$

Desde que ξ seja pequeno, uma aproximação razoável:

$$H \approx \frac{1}{2\xi} \quad (7.45)$$

Expressando $H_{2_{otm}}$ em uma forma similar, pode-se obter uma medida de fator de amortecimento equivalente $\xi_{a(otm)_{eq}}$ para o sistema principal na forma Figura 7.8:

$$\xi_{a(otm)_{eq}} = \frac{1}{2H_{2_{otm}}} \quad (7.46)$$

Figura 7.8: Fator de amortecimento equivalente $\xi_{a(otm)_{eq}}$ vs μ para AEMSCE ótimo e estrutura não amortecida.

7.2.3 Estrutura Amortecida e AEMSCE Amortecido

Todos os sistemas reais contêm algum amortecimento. Avaliar o efeito do amortecimento da estrutura na sintonia ótima do AEMSCE é uma consideração de projeto importante. Admitindo-se o sistema sujeito, tanto às cargas externas quanto à oscilação de base, Eq. (4.69).

Novamente, quando a excitação de base é harmônica e sua amplitude de aceleração é fixa e independente da frequência, isto é, $\ddot{y} = Ge^{i\omega t}$, a razão da amplitude de vibração da massa principal para a amplitude de entrada pode ser expressa por:

$$\begin{bmatrix} -m_p\omega^2 + ic_p\omega + k_p & -ic_a\omega - k_a \\ -m_a\omega^2 & -m_a\omega^2 + ic_a\omega + k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_p \\ z \end{Bmatrix} = -Ge^{i\omega t} \begin{Bmatrix} 1 \\ \mu \end{Bmatrix} + \hat{p}e^{i\omega t} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7.47)$$

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 + i2\omega\xi_p\omega_p + \omega_p^2 & -i2\omega\mu\xi_a\omega_a - \mu\omega_a^2 \\ -\mu\omega^2 & -\mu\omega^2 + i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_p \\ Z_0 \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} 1 \\ \mu \end{Bmatrix} G + \begin{Bmatrix} m_p^{-1} \\ 0 \end{Bmatrix} \hat{p} \quad (7.48)$$

Para o mesmo desenvolvimento realizado na seção 7.2.1, as soluções devido à excitação harmônica, tanto em relação à carga externa quanto à oscilação de base, são expressas na forma polar por:

$$X_p = \frac{\hat{p}}{k_p} H_5 e^{i\delta_5} - \frac{Gm_p}{k_p} H_6 e^{i\delta_6} \quad (7.49)$$

$$Z_0 = \frac{\hat{p}}{k_p} H_7 e^{-i\delta_7} - \frac{Gm_p}{k_p} H_8 e^{i\delta_8} \quad (7.50)$$

onde os fatores H_i definem a amplificação da resposta pseudo-estática e os δ_i são os ângulos de fase entre a resposta e a excitação. Os termos H_i estão descritos a seguir:

$$H_5 = \frac{\sqrt{(f^2 - r^2)^2 + (2\xi_a r f)^2}}{|D_3|} \quad (7.51)$$

$$H_6 = \frac{\sqrt{((1 + \mu)f^2 - r^2)^2 + [2\xi_a r f(1 + \mu)]^2}}{|D_3|} \quad (7.52)$$

$$H_7 = \frac{r^2}{|D_3|} \quad (7.53)$$

$$H_8 = \frac{\sqrt{1 + (2\xi_p r)^2}}{|D_3|} \quad (7.54)$$

Onde:

$$|D_3| = \sqrt{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2) + 4\xi_p \xi_a r^2 f]^2 + 4r^2 \{\xi_p(r^2 - f^2) + \xi_a f[r^2(1 + \mu) - 1]\}^2} \quad (7.55)$$

As equações acima são funções dos parâmetros f , ξ_m , ξ_e , ξ_f , ξ_p e μ . Os ângulos de fase são dados por:

$$\begin{aligned}\delta_5 &= \alpha_1 - \delta_7 \\ \delta_6 &= \alpha_2 - \delta_7 \\ \delta_8 &= \alpha_3 - \delta_7\end{aligned}\tag{7.56}$$

$$\tan\delta_7 = 2 \frac{\xi_p r(r^2 - f^2) + \xi_a f r[r^2(1 + \mu) - 1]}{\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2) + 4\xi_p \xi_a r^2 f}\tag{7.57}$$

$$\tan\alpha_1 = \frac{2\xi_a r f}{f^2 - r^2}\tag{7.58}$$

$$\tan\alpha_2 = \frac{2\xi_a r f(1 + \mu)}{(1 + \mu)f^2 - r^2}\tag{7.59}$$

$$\tan\alpha_3 = 2\xi_p r\tag{7.60}$$

O desenvolvimento para a variável $x_a(t)$ para o caso geral da Eq. (4.69) é apresentado no Apêndice II. Para o caso em que se considera apenas a excitação de base e a amplitude:

$$X_a = \sqrt{\frac{[(1 + \mu)f^2 - r^2 + 1]^2 + [2\xi_p r + 2\xi_a r f(1 + \mu)]^2}{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2) + 4\xi_p \xi_a r^2 f]^2 + 4r^2\{\xi_p(r^2 - f^2) + \xi_a f[r^2(1 + \mu) - 1]\}^2}}\tag{7.61}$$

A proporção da amplitude de deslocamento da massa principal para a amplitude de entrada pode ser resolvida como

$$\frac{\omega_p^2 X_p}{G} = \sqrt{\frac{[(1 + \mu)f^2 - r^2]^2 + [2rf(1 + \mu)]^2 \xi_a^2}{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2) + 4\xi_p \xi_a r^2 f]^2 + 4r^2\{\xi_p(r^2 - f^2) + \xi_a f[r^2(1 + \mu) - 1]\}^2}}\tag{7.62}$$

7.2.4 Otimalidade

Através da Figura 7.9 demonstra-se que as curvas de ganho para diferentes fatores de amortecimento do AEMSCE não se interceptam em quaisquer pontos fixos comuns. Assim, a solução dos parâmetros ótimos para sistemas amortecidos não pode ser obtida diretamente

usando o mesmo método para sistemas não amortecidos, seção 7.2.2. Os valores de parâmetros ótimos para sistemas amortecidos podem ser determinados somente por uma análise numérica ótima através do ajuste de curvas [124].

Figura 7.9: H_6 vs r para amortecimento elétrico ξ_e variável e estrutura amortecida sob aceleração fixa..

$$\frac{\partial H_6(\xi_p \neq 0; f = 1)}{\partial r} = 0 \rightarrow \begin{cases} r_{res}^1 = 0,86 \leftrightarrow H_6 = 57,89 \\ r_{res}^2 = 1,17 \leftrightarrow H_6 = 24,72 \end{cases} \quad (7.63)$$

Desde que $|D_3|$ envolva ξ_p , não se pode estabelecer expressões analíticas para a frequência ótima de sintonia e a razão de amortecimento ótimo em termos da razão de massa. Nesse caso, estes parâmetros também dependem de ξ_p . Simulações realizadas em [124] apresentam métodos de otimização numérica para picos mínimos, e podem ser aplicadas para avaliar H_6 e H_8 para a faixa de r , dados os valores para μ , f , ξ_p e ξ_a . Por conveniência, as expressões matemáticas obtidas serão utilizadas nessa seção.

Iniciando com valores específicos para μ e ξ_p , diagramas de H_6 versus r podem ser gerados pela faixa de f e ξ_a ; em seguida, os menores valores de H_6 são definidos como estados ótimos. Repetindo esse processo para diferentes valores de μ e ξ_p , produzem-se os dados comportamentais necessários para projetar o sistema atenuador.

As equações para os parâmetros ótimos sintonizáveis de f e ξ_a são determinadas por ajuste de curvas otimizados, e as equações são expressas na forma [124]:

$$f_{otm}(\xi_p) = \left(\frac{\sqrt{1-0,5\mu}}{1+\mu} + \sqrt{1-2\xi_p^2} - 1 \right) - (2,375 - 1,034\sqrt{\mu} - 0,426\mu)\xi_p\sqrt{\mu} - (3,730 - 16,903\sqrt{\mu} - 20,496\mu)\xi_p^2\sqrt{\mu} \quad (7.64)$$

$$\xi_{a_{otm}}(\xi_p) = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)(1-0,5\mu)}} + (0,151\xi_p - 0,170\xi_p^2) + (0,163\xi_p - 4,980\xi_p^2)\mu \quad (7.65)$$

A Figura 7.10 apresenta a variação do valor máximo do sistema primário para a condição ótima, $H_{6(otm)}$. A Figura 7.11 apresenta a resposta da amplitude normalizada correspondente do AEMSCE $H_{8(otm)}$. Observa-se, para ambos os casos, que adicionar amortecimento na estrutura gera efeitos consideráveis para pequenos valores de μ . A razão entre o ganho do AEMSCE e ganho do sistema primário é dado por:

$$\frac{Z_0}{X_p} = \frac{H_8}{H_6} = \frac{\sqrt{1 + (2\xi_p r)^2}}{\sqrt{((1+\mu)f^2 - r^2)^2 + [2\xi_a r f(1+\mu)]^2}} \quad (7.66)$$

Se ξ_p é pequeno, a razão é essencialmente independente de ξ_p . Os valores ótimos das razões de frequência e de amortecimento gerados através das simulações são plotados na Figura (7.13-7.14).

Figura 7.10: $H_{6(otm)}$ vs μ em função de ξ_p variável sob aceleração fixa.

Figura 7.11: $H_{8(otm)}$ vs μ em função de ζ_p variável sob aceleração fixa.

Figura 7.12: $H_{8(otm)}/H_{6(otm)}$ vs μ em função de ζ_p variável sob aceleração fixa.

Figura 7.13: f_{otm} vs μ em função de ξ_p variável sob aceleração fixa.

Figura 7.14: $\xi_{a(otm)}$ vs μ em função de ξ_p variável sob aceleração fixa.

Uma abordagem de projeto auxiliar, é determinar um fator de amortecimento ótimo equivalente de acordo com a relação mássica, como já apresentado. Utilizando a Eq. (7.46), $H_{6(otm)}$ pode ser convertida para uma razão de amortecimento equivalente para o sistema primário (Figura 7.15) por:

$$\xi_{a(otm)eq} = \frac{1}{2H_{6(otm)}} \quad (7.68)$$

Figura 7.15: Fator de amortecimento equivalente $\xi_a (otm)_{eq}$ vs μ para AEMSCE ótimo estrutura amortecida.

7.3 Excitação Harmônica por Amplitude de Deslocamento Fixo

Esta seção, baseia-se em grande parte, no desenvolvimento analítico e conceitos de otimalidade definidos na seção 7.2. Entretanto, para esta seção, o sistema é tratado sob excitação de base harmônica para amplitudes de deslocamento fixo e independente das frequências de excitação. Embora o procedimento seja semelhante a seção 7.2, os parâmetros obtidos podem apresentar algumas divergências que serão apontadas. De um modo geral, a abordagem linear aqui presente é utilizada nas análises das respostas dinâmicas do AEMSCE, salvo no caso das não linearidades, e na modelagem da conversão energética do Capítulo VIII.

7.3.1 Estrutura Amortecida e AEMSCE Amortecido

Representando o deslocamento do sistema primário em relação ao solo x_p , e deslocamento do AEMSCE x_a , conforme Figura 3.5, a equação dinâmica é definida pela Eq. (4.66). Quando a excitação de base ($\ddot{y}$) é harmônica e sua amplitude de deslocamento é fixa e independente das frequências de entrada, isto é, $y = Y_0 e^{i\omega t}$, a resposta no estado estacionário do sistema pode ser resolvida a partir de:

$$x_p = X_p e^{i\omega t}; x_a = X_a e^{i\omega t}; p = \hat{p} e^{i\omega t} \quad (7.69)$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} -\omega^2 + i2\omega(\xi_p\omega_p + \mu\xi_a\omega_a) + \omega_p^2 + \mu\omega_a^2 & -i2\omega\mu\omega_a\xi_a - \mu\omega_a^2 \\ -i2\omega\mu\omega_a\xi_a - \mu\omega_a^2 & -\mu\omega^2 + i2\omega\mu\omega_a\xi_a + \mu\omega_a^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_p \\ x_a \end{Bmatrix} \\
& = \omega^2 Y_0 \begin{Bmatrix} 1 \\ \mu \end{Bmatrix} + \hat{p} \begin{Bmatrix} m_p^{-1} \\ 0 \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{7.70}$$

A amplitude de deslocamento para o sistema primário (X_p) em relação à amplitude de entrada (Y_0) pode ser resolvida como:

$$\frac{X_p}{Y_0} = \frac{r^2 \sqrt{[(1 + \mu)f^2 - r^2]^2 + [2rf(1 + \mu)]^2 \xi_a^2}}{\sqrt{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2) + 4\xi_p \xi_a r^2 f]^2 + 4r^2 \{ \xi_p(r^2 - f^2) + \xi_a f[r^2(1 + \mu) - 1] \}^2}} \tag{7.71}$$

onde $f = \frac{\omega_a}{\omega_p}$ representa a frequência de sintonia normalizada e $r = \frac{\omega}{\omega_p}$ representa a frequência de entrada normalizada. A equação acima é uma função dos parâmetros f , ξ_m , ξ_e , ξ_f , ξ_p e μ . Alterar esses parâmetros pode afetar a magnitude da amplitude de vibração. Os parâmetros ótimos para sistemas principais amortecidos para deslocamento fixos e que independem das frequências de excitação [124] são dados na forma:

$$\begin{aligned}
f_{(otm)}(\xi_p, \mu) = & \left(\frac{\sqrt{1 + 0,5\mu}}{1 + \mu} + \frac{1}{\sqrt{1 - 2\xi_p^2}} - 1 \right) - (0,288 - 0,661\sqrt{\mu} - 1,120\mu)\xi_p\sqrt{\mu} \\
& - (2,298 - 6,739\sqrt{\mu} - 8,316\mu)\xi_p^2\sqrt{\mu}
\end{aligned} \tag{7.72}$$

$$\xi_{a(otm)}(\xi_p, \mu) = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} + 0,151\xi_p - 0,187\xi_p^2 + 0,238\xi_p\mu \tag{7.73}$$

É possível observar que os parâmetros ótimos obtidos diferem dos obtidos na seção 7.2, devido à condição de excitação definida e aos procedimentos numéricos realizados em [124]. Na Figura 7.16, como discutido na seção 7.2.2, nota-se que para sistemas principais amortecidos não há ponto de cruzamento. Na frequência de sintonia entre o AMESCE e o sistema principal, o aumento do fator do amortecimento elétrico no sistema reduz as amplitudes de ressonância.

Figura 7.16: H_2 vs r para amortecimento elétrico ξ_e variável e estrutura amortecida sob deslocamento fixo.

7.3.2 Estrutura sem Amortecimento e AEMSCE Amortecido

Quando a estrutura não possui amortecimento, $\xi_p = 0$, a amplitude de vibração do sistema primário torna-se:

$$\frac{X_p}{Y_0} = \frac{r^2 \sqrt{[(1 + \mu)f^2 - r^2]^2 + [2rf(1 + \mu)]^2 \xi_a^2}}{\sqrt{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)]^2 + \{2\xi_a r f[r^2(1 + \mu) - 1]\}^2}} \quad (7.74)$$

A Figura 7.17 apresenta o ganho do sistema primário como uma função da relação de frequência de entrada, r , e de amortecimento elétrico ξ_e , para o sistema definido por $f = 1$, e os parâmetros obtidos no Capítulo V. Os parâmetros ótimos para sistemas principais não amortecidos [124] são dados na forma:

$$f_{otm}(\mu) = \frac{\sqrt{1 + 0,5\mu}}{1 + \mu} \quad (7.75)$$

$$\xi_{aotm}(\mu) = \sqrt{\frac{\mu}{8(1 + \mu)} \left(3 \pm \sqrt{\frac{\mu}{2 + \mu}} \right)} \cong \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \quad (7.76)$$

Nota-se, novamente, que para sistemas principais não amortecidos, há ponto de cruzamento, i.e., os pontos comuns não dependem do tipo de excitação harmônica. Conforme

assinalado, a Figura 7.17 revela que todas as curvas dos diferentes ξ_a , se cruzam em dois pontos, P e Q.

Figura 7.17: H_2 vs r para amortecimento elétrico ξ_e variável e estrutura não amortecida sob deslocamento fixo.

Nota-se na Figura 7.17 novamente, à medida que o fator do amortecimento elétrico aumenta, as amplitudes de ressonância do AEMSCE reduzem-se. Quando $\xi_a = 0$, existem dois picos com amplitudes infinitas dos dois lados de $r = 1$. Assim que ξ_a aumenta, os picos se aproximam e mergem para um único pico em $r \approx 1$.

Utilizando a condição de máximo do ganho em relação à r , calcula-se a expressão da frequência de ressonância ω_{res} das Figuras 7.16 e 7.17 através da seguinte forma:

$$\frac{\partial H_2(\xi_p = 0, \xi_a = 0)}{\partial r} = 0 \begin{cases} r_{res}^1 = 0,86 \leftrightarrow H_2 = 42,81 \\ r_{res}^2 = 1,17 \leftrightarrow H_2 = 33,84 \end{cases} \quad (7.77)$$

$$\frac{\partial H_2(\xi_p = 0, \xi_a = 0)}{\partial r} = 0 \begin{cases} r_{res}^1 = 0,86 \leftrightarrow H_2 = 80,67 \\ r_{res}^2 = 1,17 \leftrightarrow H_2 = 82,36 \end{cases} \quad (7.78)$$

7.3.3 Resposta Dinâmica do AEMSCE

Esta seção se concentra em analisar o AEMSCE à resposta dinâmica em regime permanente em referência às equações da seção 7.3.1 e seção 7.3.2.

A frequência natural do sistema principal sem o AEMS (sistema secundário) é $\omega_p \cong 12,10 \text{ rad/s}$ e do AEMS sozinho para a distância d_{08} é $\omega_a \cong 9,26 \text{ rad/s}$.

A frequência de sintonia experimental pode ser expressa na forma:

$$f = f_{exp} = \frac{\omega_a}{\omega_p} \quad (7.79)$$

A Tabela 21 apresenta os resultados obtidos da seção 7.3.1 e da seção 7.3.2, que serão usados para as análises da resposta dinâmica do AEMSCE das seções seguintes.

Tabela 21 - Resultados obtidos da seção 7.3.1 e 7.3.2.

FATORES DO AEMSCE	N.	BOBINA #339922 ($R_{carga} = 20, 6\Omega, d_{08}$)
Razão de massas	μ	0,0961
Freq. de sintonia	f	0,7656
Freq. de sintonia ótima ($\xi_p = 0$)	f_{otm}	0,9340
Fator de amortecimento ótimo ($\xi_p = 0$)	ξ_{a_otm}	0,1813
Freq. de sintonia ótima ($\xi_p \neq 0$)	f_{otm}	0,9342
Fator de amortecimento ótimo ($\xi_p \neq 0$)	ξ_{a_otm}	0,1833

7.3.3.1 Análise do AEMSCE para Estrutura Não Amortecida em Regime

Nesta seção, as análises às repostas dinâmicas do AEMSCE são apresentadas para o regime permanente sem amortecimento na estrutura, $c_p = 0$. As configurações gerais foram definidas no decorrer dos capítulos anteriores. Como foi demonstrado no capítulo V, as não linearidades da força de restauração magnética praticamente não afetam o campo linear assim como as simplificações ao modelo linear (Modelo III) só são válidas acima da frequência mínima de excitação em regime. Embora tenha sido relatado a presença desses fenômenos, vale construir algumas outras observações acerca desses comportamentos em relação às respostas dinâmicas do AEMSCE em regime. A Tabela 22 exhibe as condições de excitação para as simulações e análises dinâmicas do AEMSCE para este capítulo.

Tabela 22 - Parâmetros de simulação em regime permanente.

ATENUAÇÃO EM REGIME PERMANENTE	N.	SIMULAÇÃO BOBINA #339922($R_{carga} = 20,6\Omega, d_{08}$)				UN.
		$x_p = x_a = 0$				
		# 1	# 2	# 3	# 4	
Frequência de excitação	ω	9	10	12	15	rad/s
Amplitude de excitação	Y_0	0,01				m

A frequência de excitação mínima para a amplitude fornecida pela Tabela 22 é:

$$\omega_{\min}(Y_0 = 0,01) \cong 9,0 \text{ rad/s}$$

Uma vez determinada a frequência de sintonia experimental (f) Tabela 21, e o fator de amortecimento do sistema secundário (ξ_a), as amplitudes de ressonância nas condições apresentadas para o AEMSCE que são definidas pela Eq. (7.80) e exibidas na Figura 7.18 são:

$$\xi_a = 0,1226 \leftrightarrow c_a = 0,6329 \text{ N.s/m} \left\{ \begin{array}{l} c_e = 0,0960 \leftrightarrow \xi_e = 0,01845 \\ c_m = 0,1 \leftrightarrow \xi_m = 0,019 \\ c_f = 0,441 \leftrightarrow \xi_f = 0,085 \end{array} \right.$$

Figura 7.18: Ganho H_2 vs da frequência normalizada r para $\xi_p = 0$ dados pelos valores Tabela 21.

$$\frac{\partial H_2(f = 0,7656; \xi_a = 0,1226)}{\partial r} = 0 \left\{ \begin{array}{l} r_{res}^1(f) = 0,72 \leftrightarrow H_2 = 1,74 \\ r_{res}^2(f) = 1,05 \leftrightarrow H_2 = 13,29 \end{array} \right. \quad (7.80)$$

A Figura 7.18 revela que a presença de amortecimento diminui a amplitude de ressonância e amplia a largura de banda efetiva de operação. Embora o gráfico de ganho normalizado da Figura 7.18 seja válido para sistemas lineares à priori, pode ser útil como parâmetro de referência para analisar as respostas do AEMSCE considerando as não linearidades do sistema. A Tabela 23 apresenta as amplitudes máximas de resposta em regime do AEMSCE de acordo com os modelos da Tabela 19.

Tabela 23 - Amortecimento do AEMS para estrutura não amortecida.

$\xi_a(\xi_p = 0)$	N.	SIMULAÇÃO – VIDE TABELA 22				UN
		# 1	# 2	# 3	# 4	
Sem o AEMS (sistema secundário)						
Amplitude estrutura	X_p	0,02128	0,0393	∞	0,06357	m
Modelo I						
Velocidade relativa	z	0,1248	0,5324	1,459	1,083	m/s
Amplitude estrutura	X_p	0,01511	0,04719	0,1207	0,04237	m
Amplitude AEMS	X_a	0,01599	0,1097	0,1933	0,09923	m
Modelo II						
Velocidade relativa	z	0,1255	0,7509	1,858	0,373	m/s
Amplitude estrutura	X_p	0,01491	0,01902	0,05807	0,02887	m
Amplitude AEMS	X_a	0,01574	0,07148	0,1083	0,01702	m
Modelo III						
Velocidade relativa	z	0,8692	0,8602	1,86	0,5079	m/s
Amplitude estrutura	X_p	0,01708	0,01503	0,06163	0,03156	m
Amplitude AEMS	X_a	0,1062	0,08379	0,1068	0,00936	m

De acordo com os valores obtidos na Tabela 23 para a Simulação #1, a Figura 7.19 revela que para uma frequência de excitação de base ω próxima a frequência mínima $\omega_{\min}$, há uma influência expressiva da força de atrito não linear no sistema AEMSCE, como já constatado nos capítulos anteriores. Os modelos da Figura 7.19(a) e Figura 7.19(b) apresentam comportamento de resposta semelhantes em regime, o que comprova a forte influência do atrito sobre as forças restauradoras elásticas. Portanto, a simplificação para o coeficiente de atrito viscoso nesse caso é inadequada, como mostra a amplitude de resposta da Figura 7.19(c).

Quando comparados os Modelo I e II com o sistema principal sem o AEMS (sistema secundário), ambos oferecem alguma capacidade mitigadora em picos de deslocamentos, principalmente por operarem próximos a frequência de ressonância do sistema linear $r_{res}^{-1}(f) = 0,72$. Embora haja mínima atenuação, as velocidades relativas entre o sistema secundário e o primário do AEMSCE são praticamente desprezíveis, visto a forte influência do atrito no sistema, o que reduz a eficiência quanto à captação energética. Mais detalhes sobre o desempenho de conversão energética serão apresentados na seção 7.4.

Uma vez ultrapassada a frequência mínima de excitação, como mostrado na Figura 7.20 até a Figura 7.22, o efeito da força de atrito não linear começa a se dissipar, logo, a aproximação

linear para um coeficiente viscoso se torna razoável dependendo da condição de excitação. Porém, para frequências mais elevadas, as forças restauradoras magnéticas não lineares podem vir a ganhar importância.

Figura 7.19: Resposta dinâmica em regime (Simulação #1) - Sec. 7.3.3.1: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.

As não linearidades contidas na resposta da Figura 7.20(a), demonstram que o AEMSCE não fornece atenuação ao sistema primário se comparado ao sistema principal sem AEMS. Verifica-se um batimento no início da resposta, mas que se dissipa ao longo do tempo. Esse fenômeno ocorre também no sistema principal sem AEMS, o que demonstra para ambos os casos uma aproximação à ressonância do sistema.

As respostas das Figuras 7.20(b) e 7.20(c) são semelhantes, e apresentam alguma atenuação ao sistema primário em comparação ao sistema principal sem AEMS. Nota-se que para essa condição de excitação de base, o sistema linear dado na Figura 7.18 se equipara à resposta da Figura 7.20(c), operando entre as frequências de ressonância do AEMSCE, $r_{res}^1(f)$ e $r_{res}^2(f)$. Embora haja algumas divergências entre os três modelos da Tabela 19 para esta condição de excitação, as simplificações são razoáveis, principalmente no que se refere às amplitudes de deslocamentos. É possível observar ainda que as forças restauradoras magnéticas não lineares ganham relevância à medida que o sistema se aproxima da ressonância. Isso ocorre, pois, com deslocamentos mais elevados a força magnética se amplifica. A Figura 7.20(d) representa a velocidade relativa do sistema simplificado linear Modelo III.

Em geral, para os três modelos próximos à ressonância, o AEMSCE começa a fornecer velocidades relativas mais elevadas entre o AEMS (sistema secundário) e a estrutura (sistema primário) contribuindo fortemente para a captação de energia.

Figura 7.20: Resposta dinâmica em regime (Simulação #2) - Sec. 7.3.3.1: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.

Na Figura 7.21, o sistema primário sem AEMS oscila na sua frequência natural, e por se tratar de um sistema não amortecido, vibra em ressonância com oscilações tendendo ao infinito. Com o aumento da frequência de excitação de base, principalmente operando próxima a frequência de ressonância do sistema, o AEMSCE concede excelente capacidade de atenuação se comparado ao sistema principal sem AEMS, mesmo na ocorrência de ganhos mais elevados em relação as Figura 7.20 e Figura 7.19.

Nota-se na resposta da Figura 7.21(a) a presença de batimento no comportamento do AEMSCE para o Modelo I, e nesse caso a força restauradora magnética é mais expressiva do que nas Figuras 7.21(b) e Figura 7.21(c). Embora na ressonância, o AEMSCE apresente deslocamentos maiores, se afastando do campo linear, as simplificações referentes ao Modelo III são justificadas, pelo fato que, após um longo período de oscilação os três modelos se equiparam em regime. A Figura 7.21(d) representa a velocidade relativa do sistema simplificado Modelo III. Nessas condições, o sistema oferece maiores velocidades relativas se comparado às respostas das Figura 7.19 e 7.20, o que contribui significativamente para a captação de energia. Portanto, próximo à ressonância do sistema, o AEMSCE fornece elevada capacidade de geração de energia, e que será também constatado na seção 7.4.1.

Figura 7.21: Resposta dinâmica em regime (Simulação #3) - Sec. 7.3.3.1: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.

Para a resposta dinâmica, na Figura 7.22, em geral, o AEMSCE oferece ótima atenuação se comparado a estrutura sem o AEMS. Nota-se, no entanto, uma diminuição na capacidade mitigadora do AMESCE ao se afastar da ressonância. Esse afastamento provoca uma redução nas velocidades relativas, e consequentemente, reduz a eficiência quanto a captação energética. Em outras palavras, existe uma relação dos ganhos do sistema com as velocidades relativas, e consequentemente, da atenuação com a capacidade de conversão de energia.

A Figura 7.22(a) apresenta o fenômeno de batimento, o que demonstra que as não linearidades, principalmente da força restauradora magnética possui um grau de importância na

dinâmica do AEMSCE se comparado as Figuras 7.22(b) e Figura 7.22(c). A Figura 7.22(d) representa a velocidade relativa do Modelo III.

Figura 7.22: Resposta dinâmica em regime (Simulação #4) - Sec. 7.3.3.1: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.

Finalmente, observa-se que as não linearidades oriundas das forças restauradoras magnéticas podem prolongar o campo de ressonância (alta energia) comparando-se o Modelo I com o Modelo II e III. Esse fenômeno revela-se como um potencial em desempenho à atenuações e captação energética, principalmente para atenuadores não lineares. Constata-se que, na ressonância, a simplificação da força de atrito não linear para o coeficiente de atrito viscoso é válida, porém, a força de restauração magnética se torna significativa. Nesse caso, o efeito do amortecimento no sistema não permite que as amplitudes na ressonância cresçam

infinitamente. Nota-se que alguns deslocamentos máximos obtidos na Tabela 23 ultrapassam o limite físico do dispositivo para a oscilação do AEMS (ímã central), definido pela distância d_{08} .

7.3.3.2 Análises do Campo Ótimo do AEMSCE para Estrutura Não Amortecida

Nesta seção, os valores ótimos obtidos através da Eqs. (7.75-7.76) exibidos na Tabela 21, são analisados para resposta da estrutura não amortecida. Embora, os parâmetros ótimos sejam determinados para sistemas lineares a priori, serão examinadas também suas influências na resposta à dinâmica não linear dos Modelos I e II do AEMSCE. Para as análises seguintes, utilizam-se os procedimentos equivalentes às condições referidas na Tabela 22.

Os valores de amortecimento são ajustados para que o sistema AEMSCE atue no campo ótimo linear. Isso fornece uma das características mais intrigantes deste trabalho abrindo possibilidades para aperfeiçoar a banda de atenuação de vibrações assim como, aumentar a eficiência de captação energética, principalmente, através do ajuste do fator de amortecimento elétrico. Introduzir esses parâmetros ótimos na resposta do AEMSCE, considerando as não linearidades, pode revelar comportamentos mitigatórios e de captação de energia interessantes.

A frequência de sintonia ótima (f_{otm}) e o amortecimento ótimo $\xi_{a(otm)}$ são exibidos na Tabela 21 e as componentes parciais amortecidas mostradas abaixo:

$$\xi_{a(otm)} = \xi_e + \xi_m + \xi_f \quad (7.81)$$

$$\xi_{a(otm)} = 0,1813 \leftrightarrow c_a = 0,9436 \text{ N.s/m} \left\{ \begin{array}{l} c_e = 0,0960 \leftrightarrow \xi_e = 0,01845 \\ c_f = 0,441 \leftrightarrow \xi_f = 0,085 \\ c_{ma} = 0,4066 \leftrightarrow \xi_{ma} = 0,07785 \end{array} \right.$$

A Figura 7.23 apresenta a amplitude normalizada ($H_{2(otm)}$) para a estrutura do AEMSCE. Ao verificar o fator de amortecimento $\xi_{a(otm)}$, nota-se uma diminuição nas amplitudes de ressonância em comparação à Figura 7.18, revelando-se benéfico ao desempenho de atenuação para essa banda de frequências. O mesmo fenômeno ocorre no ganho ($H_{4(otm)}$) da Figura 7.24 para o AEMSCE.

Figura 7.23: Excitação por amplitude de deslocamento fixo para $H_{2(otm)}$ em função de $\xi_{a(otm)}$.

Os valores da ressonância (Figura 7.23) são expressos por:

$$\frac{\partial H_{2(otm)}(f_{otm} = 0,9340; \xi_{a(otm)} = 0,1813)}{\partial r} = 0 \begin{cases} r_{res}^1(f_{otm}) = 0,87 \leftrightarrow H_{2(otm)} = 4,677 \\ r_{res}^2(f_{otm}) = 1,08 \leftrightarrow H_{2(otm)} = 4,674 \end{cases} \quad (7.82)$$

Nota-se que os ganhos nas frequências de ressonância são idênticos e os dois pontos fixos, P e Q, permanecem, i.e., nesses pontos a variação do fator de amortecimento não altera o ganho do sistema. Isso ocorre devido ao procedimento de otimização realizado.

Para a Figura 7.24, as frequências de ressonância do AEMSCE são:

$$\frac{\partial H_{4(otm)}(f_{otm} = 0,9340; \xi_{a(otm)} = 0,1813)}{\partial r} = 0 \leftrightarrow r_{res}^1(f_{otm}) = 0,87 \leftrightarrow H_{4(otm)} = 12,46 \quad (7.83)$$

Figura 7.24: Excitação por amplitude de deslocamento fixo para $H_{4(otm)}$ em função de $\xi_{a(otm)}$.

Para realizar uma análise comparativa do AEMSCE sem amortecimento na estrutura principal em relação aos parâmetros ótimos obtidos:

$$\xi_p = 0 \begin{cases} f = 0,7656 \leftrightarrow \xi_a = 0,1226 \\ f_{otm} = 0,9340 \leftrightarrow \xi_{a(otm)} = 0,1813 \end{cases}$$

Observa-se que o amortecimento ótimo $\xi_{a(otm)}$ é maior do que o amortecimento ξ_a , concedendo ao sistema uma redução nas amplitudes normalizadas de ressonância assim como um aumento na banda efetiva de frequências mitigadas. Esse fenômeno é ocasionado também pelo aumento da frequência de sintonia ótima f_{otm} em relação à frequência de sintonia experimental f .

Portanto, há a possibilidade de alterarmos o fator de amortecimento elétrico do sistema a fim de se ajustar o campo de atenuação de vibrações. A Tabela 24 apresenta os valores às respostas simuladas da Tabela 22 segundo os três modelos dinâmicos da Tabela 19.

Tabela 24 - Amortecimento ótimo do AEMSCE para estrutura não amortecida.

$\xi_{a(otm)}(\xi_p = 0)$	N.	SIMULAÇÃO – VIDE TABELA 22				UN
		# 1	# 2	# 3	# 4	
Modelo I						
Velocidade relativa	z	0,08509	0,5265	0,8814	0,3418	m/s
Amplitude estrutura	X_p	0,015	0,03973	0,1099	0,02769	m

Amplitude AEMS	X_a	0,015	0,0955	0,1863	0,0184	m
Modelo II						
Velocidade relativa	z	0,08128	0,5943	1,816	0,3127	m/s
Amplitude estrutura	X_p	0,015	0,02327	0,06478	0,02764	m
Amplitude AEMS	X_a	0,015	0,06005	0,1072	0,01901	m
Modelo III						
Velocidade relativa	z	0,6008	0,7585	1,803	0,3127	m/s
Amplitude estrutura	X_p	0,01624	0,01933	0,06848	0,03073	m
Amplitude AEMS	X_a	0,07425	0,07521	0,1089	0,0124	m

A Figura 7.25, nas condições dadas, revela comportamento semelhante ao analisado na seção 7.3.3.1 em relação à influência do atrito no sistema, e que foi amplamente discutido. É possível constatar também que, devido ao aumento do amortecimento no sistema AEMSCE, as velocidades relativas para os três modelos diminuíram.

Figura 7.25: Resposta dinâmica em regime (Simulação #1) - Sec. 7.3.3.2: a) Modelo II; b) Modelo III.

As considerações feitas na seção 7.3.3.1, em linhas gerais, se aplicam às Figuras (7.26-7.28), o que torna válidas e razoáveis as aproximações realizadas. As principais características divergentes serão apontadas e correlacionadas.

Nas Figuras (7.25(a)-7.28(a)), nota-se, de um modo geral, que as amplitudes de resposta do sistema secundário (AEMSCE) para o Modelo I, o qual contém as não linearidades elásticas e amortecidas, diminuíram em relação a seção 7.3.3.1, principalmente, devido ao aumento do fator de amortecimento no AEMSCE. Em relação ao Modelo I, nas quatro condições de excitação de base, reduziu-se a amplitude de resposta do sistema primário do AEMSCE.

Observa-se também uma variação nas frequências de resposta do sistema devido às não linearidades presentes. Para todos os casos, verifica-se que o acréscimo de amortecimento no sistema faz com que o tempo de acomodação se reduza, diminuindo o número de oscilações até atingir a frequência em regime.

A Figura 7.26(a) para segunda condição, assim como na 7.3.3.1, o sistema não oferece atenuação ao se aproximar da ressonância para o Modelo I. Na Figura 7.26(b) e Figura 7.26(c), verifica-se a presença de atenuação, embora menor que a seção anterior. É possível notar novamente uma queda na velocidade relativa afetando o desempenho de conversão energética.

Figura 7.26: Resposta dinâmica em regime (Simulação #2) - Sec. 7.3.3.2: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.

Na Figura 7.27 para a condição de excitação definida, ao operar próxima a ressonância, o Modelo I apresenta amplitudes de resposta para o sistema primário e secundário do AEMSCE

menor do que na seção 7.3.3.1, enquanto que para os Modelos II e III há uma amplificação no deslocamento do sistema primário do AEMSCE. Isso ocorre, pois, o amortecimento ótimo tende, na banda de frequências de operação, nivelar as amplitudes normalizadas de resposta. É possível verificar esse fenômeno, em específico para o caso linear, na Figura 7.23 ($\xi_{a(otm)}$). Em outras palavras, as forças restauradoras magnéticas exercem influência significativas na ressonância devido às elevadas amplitudes de resposta. Comprova-se novamente, que aumento do amortecimento no sistema reduz as velocidades relativas, o qual resulta em uma diminuição no potencial de captação de energia para todos os modelos testados.

Figura 7.27: Resposta dinâmica em regime (Simulação #3) - Sec. 7.3.3.2: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.

Na condição de excitação para a Figura 7.28(a), o aumento no amortecimento é notado se comparado com a Figura 7.22(a). Nessa condição, os três modelos apresentam capacidade mitigadora quando comparados à estrutura sem o AEMS instalado. Embora os Modelos (II-III) apresentem amplificação nas amplitudes de resposta do sistema primário do AEMSCE, ocasionado pelo aumento do amortecimento do sistema, as velocidades relativas são inferiores à seção anterior. Nesse caso, o Modelo I foi o que teve a maior queda na velocidade relativa se comparada à seção anterior. Nota-se também, que ao passar pela ressonância há uma mudança de fase de oscilação do sistema.

Figura 7.28: Resposta dinâmica em regime (Simulação #4) - Sec. 7.3.3.2: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.

Portanto, com a introdução do amortecimento ótimo no AEMSCE, há uma ampliação na banda efetiva de frequência de operação atenuadas e uma redução nas amplitudes de

ressonância. Esse fenômeno é constatado principalmente para os sistemas lineares, mas também pode se revelar para o Modelo I com as não linearidades inclusas. Na ressonância, observa-se a maior capacidade de conversão energética, embora reduzida com a introdução de amortecimento no AEMSCE.

Nota-se que a capacidade mitigadora do AEMSCE, em geral, é efetiva próxima à ressonância do sistema primário se comparado ao sistema sem AEMS. Mesmo com a redução das velocidades relativas encontradas nas Figuras (7.25-7.28), os modelos apresentam potencial de captação de energia.

A atenuação passiva com os parâmetros ótimos implementados no AEMSCE para estrutura sem amortecimento oferece bons resultados de atenuação, se comparados à estrutura sem o AEMS instalado. O AEMSCE, nessas condições, é capaz de prover ótimas condições de captação de energia. Em outras palavras, variar o amortecimento do sistema se torna interessante para redução de vibrações e para conversão de energia, podendo ser realizada através do ajuste do fator de amortecimento elétrico. Portanto, com este propósito em tornar mais eficiente a atenuação do sistema, pode-se, através de um sistema de controle por retroalimentação em malha fechada, utilizar da própria energia vibratória coletada para ajustar de forma ativa o fator de amortecimento elétrico do sistema. Isso fornece ao AEMSCE a característica semi-ativa para controle de atenuação.

7.3.3.3 *Análise do AEMSCE para Estrutura Amortecida em Regime*

Nesta seção, as análises às repostas dinâmicas do AEMSCE são apresentadas para o regime permanente com amortecimento na estrutura $c_p \neq 0$. As configurações gerais foram apresentadas no decorrer do Capítulo V, e os procedimentos estabelecidos na seção 7.3.3.1. Utiliza-se novamente a Tabela 19 para representar os modelos simulados e a Tabela 22 com as condições de excitações para realizar as respectivas análises.

$$c_p = 0,8239 \text{ N.s/m} \rightarrow \xi_p = 0,0117$$

Os parâmetros experimentais e calculados são dados pela Tabela 21. Os picos de ressonância nessas condições para o AEMSCE, como na Figura 7.29, são:

$$\frac{\partial H_6(f = 0,7656; \xi_a = 0,1226)}{\partial r} = 0 \begin{cases} r_{res}^1(f) = 0,72 \leftrightarrow H_6 = 1,703 \\ r_{res}^2(f) = 1,05 \leftrightarrow H_6 = 10,08 \end{cases} \quad (7.84)$$

A amplitude normalizada H_6 da Figura 7.29 se comparado a H_2 da Figura 7.18, possui amplitude de ressonância menor para o primeiro pico e segundo pico, devido à introdução de amortecimento no sistema principal.

Figura 7.29: Ganho H_6 vs da frequência normalizada r para $\xi_p \neq 0$ dados pelos valores Tabela 21.

Os picos das amplitudes máximas às respostas dinâmicas estão descritos na Tabela 25:

Tabela 25 - Amortecimento do AEMSCE para estrutura amortecida.

$\xi_a(\xi_p \neq 0)$	N.	GRÁFICOS – VIDE TABELA 20				UN
		# 1	# 2	# 3	# 4	
Sem AEMS (sistema secundário)						
Amplitude estrutura	X_p	0,01147	0,02327	0,3581	0,02985	m
Modelo I						
Velocidade relativa	z	0,1192	0,5276	0,6868	1,028	m/s
Amplitude estrutura	X_p	0,01491	0,04141	0,06015	0,04079	m
Amplitude AEMS	X_a	0,01605	0,1015	0,1294	0,08729	m
Modelo II						
Velocidade relativa	z	0,1131	0,7037	1,727	0,3645	m/s
Amplitude estrutura	X_p	0,01493	0,01922	0,05473	0,02816	m
Amplitude AEMS	X_a	0,01587	0,07085	0,09758	0,01775	m
Modelo III						
Velocidade relativa	z	0,8503	0,08412	1,681	0,5037	m/s

Amplitude estrutura	X_p	0,01671	0,01471	0,05571	0,03124	m
Amplitude AEMS	X_a	0,1041	0,08228	0,09755	0,01016	m

Ao comparar os valores obtidos na Tabela 25 com a Tabela 23, verifica-se que a presença de amortecimento no sistema primário, mesmo que mínima, faz com que haja uma diminuição nas amplitudes do sistema principal sem o AEMS instalado. Esse fenômeno se destaca, principalmente próximo à ressonância, onde as amplitudes de oscilação são finitas neste caso.

A Figura 7.30 revela comportamento similar às análises concluídas na seção 7.3.3.1 e 7.3.3.2 sobre a influência do atrito no AEMSCE nestas condições. Os efeitos relatados anteriormente em relação às forças restauradoras elásticas magnéticas se aplicam assim como as simplificações discutidas das não linearidades, Figura (7.30-7.33).

Figura 7.30: Resposta dinâmica em regime (Simulação #1) - Sec. 7.3.3.3: a) Modelo II; b) Modelo III.

Nota-se também, que no geral, o amortecimento na estrutura reduz as velocidades relativas para todos os três modelos sob as quatro condições apresentados pela Tabela 22. Em outras palavras, a introdução de amortecimento no sistema primário reduz o desempenho do AEMSCE frente à captação energética.

De acordo com as respostas dinâmicas e os valores apresentados na Tabela 25, existe um alongamento da frequência superior (alta energia) e uma diminuição de intensidade nas amplitudes de resposta para o Modelo I, devido às não linearidades do sistema, principalmente, no que diz respeito à força restauradora magnética. Esse alongamento pode ser justificado posteriormente pela presença do fenômeno de salto, típicos de sistemas dinâmicos não

lineares. Embora as maiores amplitudes de oscilação para o Modelo I se concentrem na terceira condição de excitação, i.e., na ressonância, as maiores velocidades estão na quarta condição onde revala-se um batimento para o Modelo I.

Ao analisar a resposta dinâmica da Figura 7.31 em relação à Figura 7.20, comprova-se uma redução, tanto nas amplitudes ao deslocamento do AEMSCE para os três modelos quanto ao tempo de acomodação da estrutura com a adição de amortecimento. Embora haja algumas distinções nas intensidades entre os modelos, os fenômenos amplamente relatados na seção 7.3.3.1 são razoavelmente semelhantes aos fenômenos e resultados obtidos nessa seção, salvo as características aqui mencionadas.

Figura 7.31: Resposta dinâmica em regime (Simulação #2) - Sec. 7.3.3.3: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.

Figura 7.32: Resposta dinâmica em regime (Simulação #3) - Sec. 7.3.3.3: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.

Portanto, conclui-se que o AEMSCE, com base as observações feitas na seção 7.3.3.1 e as realizadas nesta seção, apresenta características satisfatórias quanto à atenuação, principalmente na ressonância quando comparado à estrutura sem o AEMS (sistema secundário). Na ressonância, o AEMSCE produz as maiores velocidades relativas, e como já constatado, oferece excelente potencial à conversão energética. Porém, nessa condição, ocorrem os maiores deslocamentos também, e os limites físicos do AEMSCE devem ser respeitados e levados em conta no seu projeto. Considerar os deslocamentos máximos na captação energética será discutido no Capítulo VIII.

Por um lado, a presença do amortecimento na estrutura pode ser benéfica à estabilidade estrutural no sentido de absorção de energia. Por outro lado, à medida que se aumenta o

amortecimento na estrutura, as velocidades relativas obtidas no AEMSCE são reduzidas, o que pode vir a comprometer a captação de energia. Isso será melhor abordado na seção 7.4.

Figura 7.33: Resposta dinâmica em regime (Simulação #4) - Sec. 7.3.3.3: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.

7.3.3.4 Análises do Campo Ótimo do AEMSCE para Estrutura Amortecida

Para esta seção, os parâmetros ótimos obtidos através da seção 7.3.1 exibidos na Tabela 21, são analisados à resposta da estrutura amortecida do AEMSCE. Ressalta-se que as condições de otimalidade realizadas para estruturas amortecidas diverge, em alguns aspectos, para estruturas não amortecidas da seção 7.3.3.2. Para as análises seguintes, utilizam-se os

mesmos procedimentos desenvolvidos anteriormente para as condições referidas da Tabela 22. O amortecimento ótimo é:

$$\xi_{a(otm)}(\xi_p) = \xi_e + \xi_m + \xi_f \quad (7.85)$$

$$\xi_{a(otm)}(\xi_p) = 0,1833 \leftrightarrow c_{a(otm)}(\xi_p) = 0,9540 \text{ N.s/m} \begin{cases} c_e = 0,0960 \leftrightarrow \xi_e = 0,01845 \\ c_f = 0,441 \leftrightarrow \xi_f = 0,085 \\ c_{ma} = 0,417 \leftrightarrow \xi_{ma} = 0,0799 \end{cases}$$

A Figura 7.34 apresenta o ganho ($H_{6(otm)}$) da estrutura para os parâmetros ótimos obtidos em relação a variação de amortecimento no sistema principal. Pode-se observar que, o aumento no amortecimento na estrutura reduz a amplitude normalizada obtida. Isso acontece, pois existe uma relação na determinação da frequência de sintonia ótima (f_{otm}) e do fator de amortecimento ótimo ($\xi_{a(otm)}$) com o amortecimento presente no sistema principal. O mesmo fenômeno ocorre no ganho do AEMSCE ($H_{8(otm)}$) da Figura 7.35.

Os valores da ressonância Figura 7.34 são expressos por:

$$\frac{\partial H_{6(otm)}(f_{otm}(\xi_p); \xi_{a(otm)}(\xi_p))}{\partial r} = 0 \begin{cases} r_{res}^1(f_{otm}) = 0,87 \leftrightarrow H_{6(otm)} = 4,305 \\ r_{res}^2(f_{otm}) = 1,09 \leftrightarrow H_{6(otm)} = 4,272 \end{cases} \quad (7.86)$$

Observa-se que o sistema foi ajustado, pois os ganhos nas frequências de ressonância da Figura 7.34 são idênticos. Novamente, isso acontece devido ao procedimento de otimização realizado.

Para a Figura 7.35, as frequências de ressonância do AEMSCE são:

$$\frac{\partial H_{8(otm)}(f_{otm}(\xi_p); \xi_{a(otm)}(\xi_p))}{\partial r} = 0 \leftrightarrow r_{res}^1(f_{otm}) = 0,87 \leftrightarrow H_{8(otm)} = 11,35 \quad (7.87)$$

Figura 7.34: $H_{6(otm)}$ em função de ξ_p .

Figura 7.35: $H_{8(otm)}$ em função de ξ_p .

Uma análise comparativa completa para o AEMSCE referente aos quatro casos apresentados neste capítulo, seção 7.3.3.1 até a seção 7.3.3.4, expressas por:

$$\xi_p = 0 \begin{cases} f = 0,7656 \leftrightarrow \xi_a = 0,1226 \\ f_{otm} = 0,9340 \leftrightarrow \xi_{a(otm)} = 0,1813 \end{cases}$$

$$\xi_p \neq 0 \begin{cases} f = 0,7656 \leftrightarrow \xi_a = 0,1226 \\ f_{otm}(\xi_p) = 0,9342 \leftrightarrow \xi_{a(otm)}(\xi_p) = 0,1833 \end{cases}$$

Com a introdução de amortecimento no sistema primário, mesmo que pequeno $\xi_p = 0,0117$, é possível observar que o amortecimento ótimo $\xi_{a(otm)}(\xi_p)$ é um tanto maior que o amortecimento ξ_a e que o amortecimento ótimo para a estrutura sem amortecimento $\xi_{a(otm)}$. Embora o amortecimento da estrutura obtido experimentalmente seja baixíssimo e não afete expressivamente os valores calculados, é importante indicar o aumento da frequência de sintonia ótima $f_{otm}(\xi_p)$, em relação à frequência de sintonia experimental f , e uma diminuição em relação à f_{otm} . Essas alterações provocam no sistema uma redução nas amplitudes normalizadas de ressonância, tanto em relação ao AEMSCE sem amortecimento ótimo quanto em relação aos ganhos $H_{2(otm)}$ da seção 7.3.3.2.

Portanto, existe a possibilidade de ajustar os fatores de amortecimento do sistema, principalmente no que se refere ao amortecimento elétrico, a fim de se estender o campo de atenuação de vibrações. A Tabela 26 apresenta os valores às respostas simuladas para cada condição segundo os três modelos dinâmicos.

Tabela 26 - Amortecimento ótimo do AEMS para estrutura amortecida.

$\xi_{a(otm)}(\xi_p \neq 0)$	N.	GRÁFICOS – VIDE TABELA 20				UN
		# 1	# 2	# 3	# 4	
Modelo I						
Velocidade relativa	z	0,08411	0,5232	0,6908	0,3324	m/s
Amplitude estrutura	X_p	0,01511	0,03942	0,05942	0,02711	m
Amplitude AEMS	X_a	0,01478	0,095	0,126	0,01869	m
Modelo II						
Velocidade relativa	z	0,08548	0,574	1,611	0,3049	m/s
Amplitude estrutura	X_p	0,01507	0,02303	0,05875	0,02707	m
Amplitude AEMS	X_a	0,01459	0,05856	0,09867	0,0189	m
Modelo III						
Velocidade relativa	z	0,5853	0,7364	1,575	0,4682	m/s
Amplitude estrutura	X_p	0,01597	0,01897	0,0601	0,03036	m
Amplitude AEMS	X_a	0,07259	0,07343	0,09656	0,01322	m

Os comportamentos atribuídos e examinados nas seções anteriores referente às respostas do AEMSCE para cada excitação, são similares para as respostas desta seção, Figuras (7.36-7.39), com algumas peculiaridades. Portanto, as observações aqui relatadas se concentram nas divergências mais significativas novamente.

Ao analisar a Tabela 26, referente às repostas dinâmicas das Figuras (7.36-7.39), em relação à Tabela 24 e à Tabela 25, nota-se, principalmente, que a presença de amortecimento na estrutura e o aumento do amortecimento no AEMS (sistema secundário), reduz as velocidades relativas e, conseqüentemente, o desempenho na captação energética para todos os modelos testados. Verifica-se também que o tempo de acomodação reduz-se com o aumento do amortecimento no AEMS, diminuindo o número de oscilações.

A adição de amortecimento na estrutura para o Modelo I acarreta em um deslocamento na frequência de ressonância do AEMSCE se comparado à Tabela 25, ou seja, a introdução de amortecimento produz alguns efeitos em relação às não linearidades contidas no sistema. Ao examinar a Tabela 26 em relação à Tabela 25, verifica-se que na condição da primeira excitação, novamente, o atrito exerce considerável influência no sistema. Conforme o atrito reduz seu grau de importância, as forças restauradoras magnéticas ganham relevância no sistema para o Modelo I, como amplamente abordado nas seções anteriores.

Figura 7.36: Resposta dinâmica em regime (Simulação #1) - Sec. 7.3.3.4: a) Modelo II; b) Modelo III.

Para o Modelo I, na segunda e terceira condições de excitação em comparação a Tabela 25, houve uma redução nas amplitudes de respostas do sistema primário e do sistema secundário do AEMSCE, o qual se justifica pela presença da força restauradora magnética não linear. Em relação ao Modelo II e III nestas condições, é possível observar que as amplitudes do sistema principal aumentaram se comparado a Tabela 25. Porém, logo após a ressonância, o inverso é relatado na quarta condição de excitação para o Modelo II e III, i.e., há uma redução na amplitude do sistema primário, devido, principalmente, à mudança de fase de oscilação.

Em geral, as respostas dinâmicas das Figuras 7.36 até a Figura 7.39 apresentam ótima atenuação para os Modelos II e III se comparados ao sistema principal amortecido sem AEMS instalado.

Figura 7.37: Resposta dinâmica em regime (Simulação #2) - Sec. 7.3.3.4: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.

Figura 7.38: Resposta dinâmica em regime (Simulação #3) - Sec. 7.3.3.4: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.

Nota-se que a capacidade mitigadora do AEMSCE, em geral, é efetiva próxima à ressonância do sistema conforme Tabela 26. Em outras palavras, no que diz respeito aos três modelos quando o AEMS é acoplado, o AEMSCE apresenta excelente capacidade de atenuação se comparado ao sistema sem o AEMS. Embora a conversão de energia reduza com o acréscimo de amortecimento no AEMS e no sistema principal, o sistema AEMSCE ainda fornece excelente desempenho quanto a captação energética, principalmente na ressonância.

Na seção seguinte será analisado como essas velocidades relativas contribuem para a captação de energia, i.e., na tensão induzida e energia dissipada no resistor de carga.

Figura 7.39: Resposta dinâmica em regime (Simulação #4) - Sec. 7.3.3.4: a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III; d) Velocidade relativa do Modelo III.

7.4 Captação Energética em Regime Permanente

Conforme se revelou nos resultados das simulações e respostas dinâmicas da seção 7.3, existe um excelente potencial para a captação energética no AEMSCE. Através dos métodos apresentados, as velocidades e amplitude relativas do AEMSCE podem ser úteis para determinar a potência de saída do sistema, i.e., a potência máxima que pode ser extraída da vibração convertida em potência dissipada na resistência de carga do resistor.

A velocidade relativa pode ser aproximada tomando a primeira derivada em relação ao tempo do deslocamento relativo entre o sistema secundário e primário, expressa na forma:

$$\dot{z}(t) = \omega Z_0 \cos(\omega t - \varphi) \quad (7.88)$$

Ao tratar as equações (4.54) e (4.55) obtidas no Capítulo IV, por uma abordagem alternativa que conduz a mesma conclusão, onde a energia elétrica pode ser calculada a partir da potência instantânea dada pelas Eqs. (7.89-7.90):

$$F_e = c_e \dot{z} = \frac{k_t^2}{(R_b + R_{carga})} \dot{z} \quad (7.89)$$

$$\varepsilon i = F_e \dot{z} = \frac{k_t^2 \dot{z}^2}{(R_b + R_{carga})} = \frac{k_t^2 \dot{z}^2 R_b}{(R_b + R_{carga})^2} + \frac{k_t^2 \dot{z}^2 R_{carga}}{(R_b + R_{carga})^2} \quad (7.90)$$

Portanto, a potência produzida pelo AEMSCE é a potência dissipada em toda a carga do resistor (P_{carga}), definida pela Eq. (4.55) e expressa na forma:

$$P_{carga} = i^2 R_{carga} = \frac{V_{carga}^2}{R_{carga}} = \frac{k_t^2 R_{carga}}{(R_b + R_{carga})^2} \dot{z}^2 \quad (7.91)$$

Da Eq. (7.88), a potência instantânea gerada no resistor de carga pode ser escrita também como:

$$P(t) = \frac{d}{dt} \int_0^z c_e \dot{z} dz = c_e \omega^2 Z_0^2 \cos^2(\omega t - \varphi) \quad (7.92)$$

Logo, a energia consumida por ciclo (E_{ciclo}) e a potência média ($\bar{P}$) são definidas como:

$$E_{ciclo} = c_e \omega^2 Z_0^2 \int_0^{\tau=2\pi/\omega} \cos^2(\omega t - \varphi) dt \quad (7.93)$$

$$\bar{P} = \frac{E_{ciclo}}{\tau} = \frac{c_e \omega^2 Z_0^2}{2} \quad (7.94)$$

Para o resistor do AEMSCE, a energia total consumida de carga (E_{carga}) e a potência média ($\bar{P}_{carga}$), são:

$$E_{carga} = \int_{t=0}^T P_{carga} dt \quad (7.95)$$

$$\bar{P}_{carga} = \frac{E_{carga}}{T} = \frac{1}{T} \int_{t=0}^T P_{carga} dt \quad (7.96)$$

onde T é o tempo de execução de uma simulação ou o tempo de execução da experiência.

Da velocidade relativa, Eq. (7.88), considerando a resposta em estado estacionário e admitindo seus valores máximos, obtém-se a amplitude relativa máxima na forma:

$$\dot{z}_{m\acute{a}x} = \omega Z_0 \quad (7.97)$$

Portanto, a potência máxima consumida em regime no resistor de carga pode ser definida como:

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{k_t^2 R_{load}}{(2R_{coil} + R_{load})^2} Z_0^2 \omega^2 \quad (7.98)$$

7.4.1 Análise da Captação Energética

De acordo com a formulação apresentada, esta seção se concentra em analisar a captação energética do AEMSCE em estado estacionário contendo amortecimento na estrutura. Para verificar o desempenho, a captação de energia em resposta temporal, examinam-se a tensão e energia dissipada no resistor de carga obtidos através dos parâmetros e os resultados obtidos na seção 7.3. Primeiramente, serão analisadas as respostas para o caso (i) seção 7.3.3.3, e em seguida para caso (ii), seção 7.3.3.4.

$$c_p = 0,8239; T = 30s$$

$$\xi_p \neq 0 \begin{cases} \text{caso (i)} \rightarrow f = 0,7656 \leftrightarrow \xi_a = 0,1226 \\ \text{caso (ii)} \rightarrow f_{otm}(\xi_p) = 0,9342 \leftrightarrow \xi_{a(otm)}(\xi_p) = 0,1833 \end{cases}$$

A Figura 7.40 apresenta a resposta para uma frequência de excitação no valor de $\omega = 7 \text{ rad/s}$ para o caso (i). Nota-se que, o AEMSCE opera abaixo da frequência mínima de

excitação necessária para que o sistema vença a força de atrito resultante do sistema secundário, discutido no Capítulo V. Portanto, as não linearidades oriundas da força de atrito são expressivas e influenciam significativamente a dinâmica do sistema, sobrepondo-se a variação da força restauradora elástica para os Modelos (I-II), conforme tratado na seção 7.3. Na Figura 7.40, verifica-se também a presença de um ruído na tensão gerada no resistor, podendo ser atribuído às descontinuidades do modelo de atrito não linear e ao fenômeno stick slip.

Figura 7.40: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (i) e $\omega = 7 \text{ rad/s}$ (Simulação #1): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.

Para baixas frequências de excitação, as não linearidades oriundas das forças resistivas de atrito são significativas nas tensões geradas nos resistores. Para investigar com mais profundidade o *caso (i)*, realizam-se algumas análises adicionais, dadas pelas condições da Tabela 27 em conjunto com os parâmetros da seção 7.3.3.2:

Tabela 27 - Simulações do Caso (i).

Caso (i)	N.	BOBINA #339922 ($R_{carga} = 20,6\Omega$)					UN
		$x_p = x_a = 0$					
		# 1	# 2	# 3	# 4	# 5	
Frequência de excitação	ω	9	10	11	12	15	rad/s
Amplitude de excitação	Y_0	0,01					m
Energia dissipada no resistor (Modelo I)	$E_{carga}(T)$	13,456	295,3	792,1	585,2	517,9	mJ
Energia dissipada no resistor (Modelo II)	$E_{carga}(T)$	12,106	421,0	802,3	2500,6	128,4	mJ
Energia dissipada no resistor (Modelo III)	$E_{carga}(T)$	582,3	594,2	820,5	2340,1	236,6	mJ

Em relação à Figura 7.41, é possível observar novamente o efeito da força de atrito no sistema, o que invalida a utilização do Modelo III para esta condição de excitação. Nota-se que as energias dissipadas médias nos resistores são pequenas para o Modelo I e Modelo II, e que a simplificação para o Modelo III linear é inadequada.

Figura 7.41: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (i) (Simulação #1): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.

De acordo com a Figura 7.42 e a Figura 7.43, observa-se que o AEMSCE se aproxima da frequência de ressonância. Esse comportamento resulta em velocidades relativas maiores e, conseqüentemente, tensões e energias dissipadas nos resistores mais elevadas, o que é favorável à captação energética.

Figura 7.42: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (i) (Simulação #2): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.

Figura 7.43: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (i) (Simulação #3): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.

Ao analisar os resultados obtidos da Tabela 27 em relação à Tabela 25, no que diz respeito ao Modelo I, nota-se que, embora os maiores picos de velocidades relativas encontrem-se na Figura 7.33(a) (Simulação #4), a energia dissipada média resultante nesse período é menor, como mostrado na Figura 7.45. Nessas condições, é possível dizer que as não linearidades contidas na dinâmica do modelo podem ocasionar um alongamento da frequência de alta energia (ressonância) assim como, uma diminuição de intensidade nas amplitudes de resposta. Isso pode ser justificado, pela presença de batimento e do fenômeno de salto em sistemas dinâmicos não lineares. Ao tratar o Modelo I da Figura 7.43, observa-se que o sistema contém a maior tensão induzida e a maior energia dissipada média no resistor em relação às outras condições de excitação mensuradas, o que comprova que o sistema oscila próximo à ressonância (alta energia) em uma possível configuração dinâmica estável. Na Figura 7.44 do Modelo I, relata-se uma perturbação inicial no início da tensão induzida e uma redução na energia dissipada média, revelando a influência das não linearidades na dinâmica do AEMSCE.

Portanto, essas análises demonstram que a tensão induzida e a energia dissipada no resistor podem ser ótimos indicativos para prever as não linearidades presentes no sistema. Enquanto a tensão destaca as repostas às velocidades relativas, a energia dissipada média pode ser vinculada a estabilidade do sistema.

Figura 7.44: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (i) (Simulação #4): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.

Verifica-se que na condição de excitação dadas pela Simulação #2 e Simulação #3, as energias dissipadas médias nos três modelos são similares. Logo, para estas condições, a aproximação aos três modelos de tensão no resistor e energia dissipada média é razoável, o que permite utilizar o modelo simplificado linear pela facilidade em análise. Para as frequências mais elevadas, as não linearidades ganham importância, e essa aproximação não é adequada.

De acordo com a Figura 7.44, para os Modelos (I-II) operando na frequência de ressonância, como demonstrado nas seções anteriores, encontram-se as maiores energias dissipadas médias no resistor de carga, oferecendo o maior potencial à conversão de energia.

Figura 7.45: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (i) (Simulação #5): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.

Nota-se que em alguns resultados existe uma resposta transiente de maior intensidade, com altos picos de energia. Quanto maior a energia inicial (deslocamento inicial) maior será a energia dissipada no resistor em resposta transiente como constatado no Capítulo VI. Entretanto, no regime permanente, considera-se a energia média no período amostrado e, por isso, mesmo com altos picos de energia no único do movimento, a energia dissipada resultante pode ser menor, principalmente, ao se afastar da frequência de ressonância do sistema.

Portanto, embora na ressonância encontre-se a maior capacidade de captação energética independente do modelo aplicado, no geral, o AEMSCE é capaz de converter energia vibratória em energia elétrica quando vencidas as forças de atrito do sistema.

Para as análises seguintes, utiliza-se da Tabela 28 em conjunto com os resultados obtidos da seção 7.3.3.4, para os parâmetros ótimos definidos em relação à estrutura amortecida, caso (ii).

Tabela 28 - Simulações Caso (ii).

Caso (ii)	N.	BOBINA #339922 ($R_{carga} = 20,6\Omega$)					UN
		$(x_p = x_a = 0)$					
		# 1	# 2	# 3	# 4	# 5	
Frequência de excitação	ω	9	10	11	12	15	rad/s
Amplitude de excitação	Y_0	0,01					m
Energia dissipada no resistor (Modelo I)	$E_{carga}(T)$	5,742	275,7	727,8	534,8	114,1	mJ
Energia dissipada no resistor (Modelo II)	$E_{carga}(T)$	5,579	258,9	718,4	2107,5	87,0	mJ
Energia dissipada no resistor (Modelo III)	$E_{carga}(T)$	268,8	442,5	758,0	2000,4	197,1	mJ

Em linhas gerais, como foi discutido a fundo na seção 7.3.3.4, nota-se que o aumento de amortecimento no AEMS provoca uma redução nas velocidades relativas. Essa diminuição resulta na diminuição da resposta à tensão induzida no resistor, Figura (7.46-7.50), assim como redução na energia dissipada média resultante.

É possível constatar novamente, que o acréscimo de amortecimento no sistema secundário (AEMS) reduz o tempo de acomodação da resposta em regime para os três modelos das Figuras (7.46-7.50). Os efeitos do aumento do amortecimento nas energias dissipadas do Modelo I são relativamente menores do que as encontradas no Modelo II e III, devido à influência da força de restauração magnética não linear. Em geral, os fenômenos relatados para o caso (i) se aplicam para o caso (ii), salvo as considerações aqui descritas. Verifica-se que o

amortecimento ótimo, embora reduza a eficiência energética, oferece ótimos desempenhos para a captação energética.

Figura 7.46: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (ii) (Simulação #1): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.

Figura 7.47: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (ii) (Simulação #2): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.

Figura 7.48: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (ii) (Simulação #3): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.

Figura 7.49: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (ii) (Simulação #4): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.

Figura 7.50: Tensão induzida no resistor de carga V_{carga} para o caso (ii) (Simulação #5): a) Modelo I; b) Modelo II; c) Modelo III.

7.5 Conclusão

Neste capítulo, o desenvolvimento analítico e numérico do método de otimalidade para controle vibracional passivo foi apresentado e empregado no AEMSCE para estruturas não amortecidas e amortecidas com duas configurações distintas de excitação harmônica em estado estacionário. Constatou-se que a capacidade atenuadora do AEMSCE no campo ótimo é ampliada e pode ser alcançada pelo ajuste dos parâmetros de amortecimento e sintonia, principalmente pela variação do fator de amortecimento elétrico. Os diagramas relativos aos parâmetros ótimos e ganhos normalizados do AEMSCE são apresentados e servem como parâmetros de projeto. Simulações e análises do AEMSCE à resposta dinâmica permanente sob excitação harmônica com estrutura amortecida e não amortecida foram realizadas com foco na influência do campo ótimo e dos parâmetros ajustáveis. Examinaram-se as influências das forças restauradoras magnéticas e da força de atrito no comportamento do AEMSCE assim como as simplificações dos modelos atribuídos. Concluiu-se que o campo ótimo de atenuação do AEMSCE reduz as elevadas amplitudes de ressonância e aumenta a banda efetiva de operação. Na ressonância, o sistema apresenta elevadas velocidades relativas e excelente potencial para captação energética. Avaliou-se a capacidade de captação de energia do AEMSCE e das aproximações ao modelo através da verificação da tensão induzida e da potência gerada nos resistores de carga em regime. Verificou-se a energia dissipada resultante no resistor em regime.

CAPÍTULO VIII

8 CONVERSÃO DE ENERGIA

O propósito deste capítulo é apresentar um método analítico linear para determinar a potência gerada no AEMSCE em estado estacionário. Através deste método, analisam-se as características ótimas do amortecimento elétrico no sistema, visando ampliar os critérios de projeto do dispositivo e seu desempenho quanto à atenuação e captação de energia. Pretende-se estudar dois parâmetros ao projeto do AEMSCE, fator de amortecimento elétrico ótimo e o fator admissível ótimo (deslocamento máximo permitido) com a possibilidade de introduzir perdas mecânicas e amortecimento na estrutura. Serão realizadas análises da conversão de energia através da variação de parâmetros experimentais e dos parâmetros mitigatórios ótimos obtidos anteriormente. Primeiro, examina-se a estrutura não amortecida, depois estuda-se o sistema primário amortecido, ambos sob excitação para amplitudes de deslocamento fixo e independentes da frequência de excitação. Para aceleração fixa, modelos diretos já obtidos serão somente apresentados. O principal objetivo é entender o comportamento do fator de amortecimento elétrico na conversão de energia assim como suas influências na atenuação.

8.1 Conversão Harmônica para Deslocamento Fixo e Estrutura Não Amortecida

Esta seção se concentra no desenvolvimento de modelo analítico linear para examinar a potência gerada no AEMSCE sem amortecimento na estrutura [13-14]. Pretende-se definir e analisar dois parâmetros de projeto, fator de amortecimento elétrico ótimo e o deslocamento máximo admissível no projeto do AEMSCE, variando os parâmetros experimentais e ótimos obtidos. As excitações de base são definidas para amplitudes de deslocamento fixo e independentes da frequência de excitação (seção 7.3), dado na forma:

$$\ddot{y} = \omega^2 Y_0 e^{i\omega t} \quad (8.1)$$

O método dos ganhos apresentado anteriormente tem outra vantagem em que a amplitude relativa do sistema é explicitamente descrita, o que se torna útil para determinar a

potência de saída. Para desenvolver essa seção utiliza-se a formulação e valores obtidos no Capítulo VII.

Os modelos de ganhos desenvolvidos na seção 7.2 para aceleração fixa Eq. (7.14) são modificados para excitação sob amplitude de deslocamento fixo. Portanto, para determinar analiticamente a potência gerada no AEMSCE utiliza-se a o deslocamento relativo dado por:

$$Z_0 = -\frac{\omega^2 Y_0 m_p}{k_p} H_4 e^{i\delta_4} \quad (8.2)$$

$$\frac{Z_0}{Y_0} = r^2 H_4 = \frac{r^2}{|D_2|} \quad (8.3)$$

Da seção 7.4, com a velocidade sendo aproximada pela Eq. (7.88) e a potência gerada definida pela Eq. (7.94), a potência média gerada pode ser expressa na forma:

$$\bar{P} = \frac{c_e \omega^2}{2} \left(\frac{Y_0 r^2}{|D_2|} \right)^2 \quad (8.4)$$

$$\bar{P} = \frac{m_a \xi_e f \omega^3 r^3 Y_0^2}{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)]^2 + \{2\xi_a r f[r^2(1 + \mu) - 1]\}^2} \quad (8.5)$$

Nota-se que a potência média gerada Eq. (8.5) é definida através dos parâmetros do AEMSCE e das condições de excitação do sistema. As análises seguintes têm como objetivo verificar a influência do fator de amortecimento do sistema secundário ξ_a (definido na seção 7.3) por meio do ajuste do amortecimento elétrico ξ_e e mecânico ξ_m , da frequência de sintonia, f , e da frequência de entrada normalizada r .

São estudados dois parâmetros de projeto para o AEMSCE em relação à conversão de energia, fator de amortecimento elétrico ótimo e o deslocamento máximo admissível. Dessa forma, a potência consumida média ($\bar{P}$) será analisada em relação aos efeitos dos fatores experimentais e ótimos determinados por ξ_a . A frequência de sintonia (f) também será analisada sobre as influências de seus valores experimentais e ótimos na potência média extraída.

Inicia-se realizando a Análise (I), onde todo amortecimento do AEMSCE é oriundo do amortecimento elétrico, ou seja, não há perdas no sistema ($\xi_a = \xi_e$). Para a Análise (II), o

amortecimento do AEMSCE possui parcela mecânica e elétrica, $\xi_a = \xi_{ca} + \xi_e$. Para cada análise, examina-se a conversão de energia para o deslocamento máximo admissível, devido às restrições físicas do dispositivo serem determinantes ao projeto do AEMSCE. Assim, os modelos e considerações a seguir só são válidas para aproximação linear do AEMSCE respeitando o Modelo III analisado nos capítulos anteriores. Por outro lado, caso sejam introduzidas as não linearidades das forças restauradoras magnéticas e da força de atrito do AEMSCE, uma outra abordagem deve ser introduzida e os modelos seguintes precisariam ser novamente deduzidos.

Considera-se para todas as análises a seguir a amplitude de base fixa $Y_0 = 0,01m$ e a frequência de excitação $\omega = 10 \text{ rad/s}$ para a Bobina #339922. Os demais parâmetros seguem as condições definidas nos capítulos anteriores.

8.1.1 Análise (I) para Estrutura Não Amortecida

Esta seção realiza a primeira análise, onde todo amortecimento do AEMSCE é oriundo do amortecimento elétrico ($\xi_a = \xi_e$). A Figura 8.1 apresenta a potência média consumida definida pela frequência de sintonia experimental em função do fator de amortecimento elétrico e da frequência normalizada.

Figura 8.1: Análise (I); Potência média normalizada em função do amortecimento elétrico e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental.

Observa-se na Figura 8.1, que próximo das frequências de ressonância, existem dois picos máximos para a potência média consumida no resistor de carga. À medida que o fator de amortecimento elétrico aumenta, a potência gerada também aumenta. Pode ser visto que há uma tendência clara de maior potência convertida para frequências mais altas de entrada. Isso acontece quando as vibrações de maior frequência carregam mais energia.

A Figura 8.1 também sugere a existência de um fator de amortecimento ótimo para uma dada frequência de entrada. A primeira derivada parcial da potência amortecida em relação ao amortecimento elétrico é tomada, de acordo com a Eq. (8.6).

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial \xi_e} = 0 \leftrightarrow \xi_e = \xi_e^{ext} = \pm \frac{\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)}{2fr[r^2(1 + \mu) - 1]} \quad (8.6)$$

Obtendo a segunda derivada parcial em relação à mesma variável, esta definirá se o ponto é máximo ou mínimo:

$$\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \xi_e^2} (\xi_e = \xi_e^{ext}) < 0 \text{ para } r > 1 \quad (8.7)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \xi_e^2} (\xi_e = \xi_e^{ext}) > 0 \text{ para } r < 1 \quad (8.8)$$

Assim, a condição para otimalidade é definida pela Eq. (8.9) e Eq. (8.10), exibido na Figura 8.2.

$$\xi_e^{otm} = -\frac{\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)}{2fr[r^2(1 + \mu) - 1]} \text{ para } r < 1 \quad (8.9)$$

$$\xi_e^{otm} = \frac{\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)}{2fr[r^2(1 + \mu) - 1]} \text{ para } r > 1 \quad (8.10)$$

A Figura 8.2 apresenta a curva estimada (vermelha) para o fator de amortecimento elétrico ótimo. Embora a curva não represente exatamente os valores máximos de potência média gerada, essa aproximação é razoável para ser utilizada como parâmetro de projeto na produção de um AEMSCE.

Figura 8.2: Análise (I); Amortecimento elétrico ótimo para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental.

Esta condição de otimalidade pode ser entendida a partir de seus princípios físicos e do surgimento de alguns paradoxos aparentes, i.e., maior amortecimento elétrico é desejado por mais potência gerada e menor amortecimento elétrico é desejado para que maiores amplitudes na ressonância possam gerar maiores montantes de potência (seção 7.3). A Figura 8.1 e a Figura 8.2 confirmam que é desejável deslocar as condições de operação para a ressonância, uma vez que amplifica a potência consumida.

Para a Figura 8.3, analisa-se a influência da frequência de sintonia ótima obtida na seção 7.3. Nota-se uma redução na frequência de ressonância e, conseqüentemente, uma diminuição na potência consumida para fator de amortecimento elétrico nulo. Embora haja uma redução na ressonância com o aumento da frequência de sintonia, é possível observar que, à medida que o fator de amortecimento elétrico aumenta, a potência média gerada também aumenta em comparação a Figura 8.1, demonstrando uma compensação dada pela frequência de sintonia.

Figura 8.3: Análise (I); Potência média normalizada em função do amortecimento elétrico e da frequência de excitação normalizada para a Bobina #339922 com frequência de sintonia ótima.

A Figura 8.4 apresenta a curva estimada para o fator de amortecimento elétrico ótimo. Nota-se que o estreitamento provocado pela frequência de sintonia ótima apresenta picos para a potência consumida mais elevados, devido ao fator de amortecimento ótimo.

A Figura 8.5 compara as Figuras 8.3 e Figura 8.1 através das análises e valores obtidos no Capítulo VII. Verifica-se que o amortecimento ótimo do AEMSCE amplia a banda de potência consumida, i.e., a captação de energia do AEMSCE torna-se mais efetiva para uma gama maior de frequências. Porém, o amortecimento ótimo reduz os maiores picos de potência gerados. Embora o aumento do amortecimento no sistema reduza a amplitude de potência consumida, principalmente na ressonância, o aumento de banda de frequências para captação energética se torna mais significativo.

Ao introduzir os parâmetros ótimos de amortecimento $\xi_{a(otm)}$ e sintonia f_{otm} da seção 7.3, verifica-se um aumento na banda efetiva de frequências para captação energética. Embora haja uma redução na potência máxima captada em relação à ressonância, o sistema pode operar na condição ótima de atenuação e ainda ampliar a banda efetiva da conversão energética.

Figura 8.4: Análise (I); Amortecimento elétrico ótimo para a Bobina #339922 com frequência de sintonia ótima.

Figura 8.5: Análise (I); Potência média normalizada em função da frequência de excitação normalizada estrutura não amortecida.

8.1.1.1 Conversão Energética para Deslocamento Admissível

O valor ideal do fator de amortecimento elétrico ótimo ξ_e^{otm} obtido anteriormente, pode, no entanto, violar as restrições físicas impostas pelo projeto do AEMSCE, sendo a mais fundamental delas o limite de curso (amplitude) Z_{max} , que se refere à distância definida entre

ímãs d_0 . Se o valor de ξ_e^{otm} resulta em um limite Z_{max} excedido para o sistema, um ξ_e^{otm} maior deve ser escolhido, de modo que a amplitude de oscilação seja reduzida logo abaixo de limite, fazendo com que o ciclo de ressonância seja alcançado para esta condição [13]. Portanto, a potência máxima gerada é alcançada operando de forma mais próxima a ξ_e^{otm} possível, observando a restrição de deslocamento Z_{max} .

Para garantir que este limite de curso não seja ultrapassado, o limite para o movimento do ímã oscilante, $Z_{m\acute{a}x}$, é imposto na Eq. (8.3):

$$\frac{Z_{m\acute{a}x}}{Y_0} = \frac{r^2}{|D_2|} \quad (8.11)$$

O fator de amortecimento admissível ótimo é dado pelo rearranjo da amplitude do estado estacionário em (8.11):

$$\xi_{Z_{m\acute{a}x}}^{otm} = \frac{1}{2fr[r^2(1+\mu) - 1]} \sqrt{r^4 \left(\frac{Y_0}{Z_{max}} \right)^2 - [(r^2 - 1)(f^2 - r^2) + \mu r^2 f^2]^2} \quad (8.12)$$

Portanto, o fator de amortecimento resultante para o AEMSCE nesta condição, pode ser expresso na forma:

$$\xi_{Z_{m\acute{a}x}}^{otm} = \xi_a = \xi_e \quad (8.13)$$

Ao analisar a Figura 8.6, verifica-se que $\xi_{Z_{m\acute{a}x}}^{otm}$ ganha relevância de projeto principalmente na ressonância, devido ao fato de se encontrar as maiores amplitudes. Nota-se que à medida que a relação $\frac{Y_0}{Z_{max}}$ aumenta no sistema, o fator de amortecimento $\xi_{Z_{m\acute{a}x}}^{otm}$ também aumenta.

Figura 8.6: Análise (I); Amortecimento ótimo admissível em função da relação de amplitudes normalizadas e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental.

A Eq. (8.12) fornece a relação de amortecimento total admissível para o caso em que a amplitude de movimento de base em conjunto com o amortecimento ótimo Eqs. (8.9-8.10) forneça um deslocamento relativo do sistema secundário que excede as restrições de projeto. Em outras palavras, se $Z_{máx}$ não for excedido para uma determinada amplitude de base Y_0 , o valor ótimo de amortecimento é dado pela Eqs. (8.9-8.10). Caso contrário, o amortecimento ótimo é dado pela Eq. (8.12). A potência gerada para a condição de deslocamento admissível é expressa por:

$$\bar{P}_{Z_{máx}}^{otm} = \frac{m_a \xi_{Z_{máx}}^{otm} f \omega^3 r^3 Y_0^2}{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)]^2 + \{2 \xi_{Z_{máx}}^{otm} r f [r^2(1 + \mu) - 1]\}^2} \quad (8.14)$$

As potências geradas para frequência de sintonia experimental na Figura 8.7 demonstram que para maiores relações $\frac{Y_0}{Z_{máx}}$, próxima à frequência de ressonância, obtêm-se as maiores potências consumidas no resistor. Entretanto, o inverso ocorre, à medida que a frequência de sintonia aumenta (Figura 8.8), ou seja, para $\frac{Y_0}{Z_{máx}}$ maiores, haverá menor conversão de energia.

Figura 8.7: Análise (I); Potência admissível em função da relação de amplitudes normalizadas e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental.

Portanto, em torno do campo de ressonância, usa-se o fator de amortecimento $\xi_{Z_{\max}}^{otm}$ na determinação da potência consumida pelo AEMSCE como referência inicial de projeto, pois, baixos níveis de amortecimento levam a grandes amplitudes. Entretanto, se o sistema secundário do AEMSCE oscilar respeitando os limites $Z_{\max}$, utiliza-se o amortecimento elétrico ótimo ξ_e^{otm} na determinação da potência consumida no resistor.

Figura 8.8: Análise (I); Potência máxima admissível em função da relação de amplitudes normalizadas e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia ótima.

8.1.2 Análise (II) para Estrutura Não Amortecida

A redução do amortecimento elétrico ξ_e leva a uma situação na qual o amortecimento mecânico residual ξ_{ca} (componente mecânica e friccional) torna-se relevante. Efeitos como força de atrito, histerese do material, arraste induzido pelo ar e outros, foram amplamente apresentados no Capítulo IV e V e são possíveis fontes de amortecimento mecânico residual. Em [13] apresenta uma formulação para a potência convertida para excitações de base de um grau de liberdade em função da relação de amortecimento elétrico e do amortecimento mecânico. Utilizando o mesmo procedimento para a determinação da potência gerada no resistor das Eqs. (8.2-8.4) e reescrevendo a Eq. (8.5), obtém-se:

$$\bar{P} = \frac{m_a \xi_e f \omega^3 r^3 Y_0^2}{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)]^2 + \{2\xi_a r f[r^2(1 + \mu) - 1]\}^2} \quad (8.15)$$

onde o fator de amortecimento mecânico residual foi definido como:

$$\xi_{ca} = \xi_m + \xi_f \therefore \xi_a = \xi_{ca} + \xi_e \quad (8.16)$$

A Figura 8.9 apresenta a potência gerada média no resistor em função do amortecimento mecânico residual e do amortecimento elétrico para $r = 1$. Nota-se que existe uma relação de importância entre esses fatores para a captação energética, i.e., quanto menor o amortecimento mecânico, maior será o amortecimento elétrico.

Figura 8.9: Análise (II); Potência média normalizada em função do amortecimento elétrico e da frequência de excitação normalizada para a Bobina #339922 com frequência de sintonia experimental e $r = 1$.

Se o amortecimento mecânico residual for significativo no sistema, o fator de amortecimento elétrico deve ser reotimizado. A Figura 8.9 também sugere a existência de um fator de amortecimento ótimo para uma dada frequência de entrada. De acordo com os procedimentos já realizados, o amortecimento elétrico ótimo é obtido:

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial \xi_e} = 0 \quad (8.17)$$

$$\xi_e^{otm} = \pm \frac{1}{2fr[r^2(1+\mu)-1]} \sqrt{[(r^2-1)(f^2-r^2)+\mu r^2 f^2]^2 + 4\xi_{ca}^2 r^2 f^2 [r^2(1+\mu)-1]^2} \quad (8.18)$$

Portanto, neste caso, o fator de amortecimento resultante para o AEMSCE é expresso na forma:

$$\xi_a = \xi_{ca} + \xi_e^{otm} \quad (8.19)$$

A Figura 8.10 apresenta a curva ótima para valores de amortecimento mecânico em função do amortecimento elétrico. Essa relação fornece um excelente critério de projeto para a construção do AEMSCE para o caso em que o amortecimento da estrutura é desprezível.

Figura 8.10: Análise (II); Amortecimento elétrico ótimo para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental e $r = 1$.

Pode ser visto nas Figuras 8.9 e 8.10 que a grande potência gerada é obtida à custa de uma grande amplificação (ganhos) oriundos do movimento de base. Entretanto, como mencionado anteriormente, o AEMSCE possui restrições físicas determinadas pelos espaçamentos entre ímãs e que precisam ser consideradas no desenvolvimento do projeto.

8.1.2.1 Conversão Energética para Deslocamento Admissível

Com a introdução do amortecimento mecânico residual no sistema, deve-se calcular novamente o fator de amortecimento ótimo admissível para o deslocamento máximo. Em outras palavras, para uma massa elevada do ímã oscilante operando em altas amplitudes de vibração ou para um pequeno fator de amortecimento mecânico, o valor ótimo do amortecimento elétrico pode, novamente, violar o limite máximo de deslocamento interno. Da Eq. (8.11) tem-se:

$$\xi_{Zmax}^{otm} = \frac{1}{2fr[r^2(1+\mu) - 1]} \sqrt{r^4 \left(\frac{Y_0}{Z_{max}} \right)^2 - [(r^2 - 1)(f^2 - r^2) + \mu r^2 f^2]^2 - \xi_{ca}} \quad (8.20)$$

$$\xi_{ca} = \xi_m + \xi_f \quad (8.21)$$

$$\xi_e = \xi_{Zmax}^{otm} \quad (8.22)$$

Portanto, o fator de amortecimento resultante para o AEMSCE, pode ser expresso na forma:

$$\xi_a = \xi_{ca} + \xi_{Z_{max}}^{otm} \quad (8.23)$$

$$\bar{P}_{Z_{max}}^{otm} = \frac{m_a \xi_{Z_{max}}^{otm} f \omega^3 r^3 Y_0^2}{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)]^2 + \{2\xi_a r f[r^2(1 + \mu) - 1]\}^2} \quad (8.24)$$

Para um valor de amortecimento mecânico residual de $\xi_{ca} = 0,1$, as potências geradas para frequência de sintonia experimental Figura 8.11 demonstram que para maiores relações $\frac{Y_0}{Z_{max}}$, próxima a frequência de ressonância, maiores potências consumidas no resistor são obtidas. Entretanto, como já averiguado, o inverso ocorre à medida que a frequência de sintonia aumenta Figura 8.12, ou seja, para amplitudes $\frac{Y_0}{Z_{max}}$ maiores, haverá menor conversão de energia. Se comparado com as Figuras 8.7 e 8.8, houve uma diminuição nas potências geradas, devido o acréscimo de amortecimento mecânico residual no AEMSCE.

Figura 8.11: Análise (I); Potência admissível em função da relação de amplitudes normalizadas e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental.

Figura 8.12: Análise (I); Potência admissível em função da relação de amplitudes normalizadas e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia ótima.

8.2 Conversão Harmônica para Deslocamento Fixo e Estrutura Amortecida

Nesta seção será analisada a influência do amortecimento na estrutura do AEMSCE na conversão energética sob os valores obtidos na seção 7.3. Os procedimentos aqui apresentados são semelhantes aos realizados na seção 8.1, e por isso, a extensão de suas análises pode ser introduzida nesta seção de forma sucinta. Da Eq. (7.54), para determinar analiticamente a potência gerada no sistema utiliza-se a o deslocamento relativo dado por:

$$Z_0 = -\frac{Gm_p}{k_p} H_8 e^{i\delta_8} \quad (8.25)$$

$$\frac{Z_0}{Y_0} = r^2 H_8 = \frac{r^2 \sqrt{1 + (2\xi_p r)^2}}{|D_3|} \quad (8.26)$$

Portanto, a potência média gerada pode ser escrita na forma:

$$\bar{P} = \frac{m_a \xi_e f \omega^3 r^3 Y_0^2 [1 + (2\xi_p r)^2]}{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2) + 4\xi_p \xi_a r^2 f]^2 + 4r^2 \{\xi_p (r^2 - f^2) + \xi_a f [r^2 (1 + \mu) - 1]\}^2} \quad (8.27)$$

onde o fator de amortecimento do sistema primário do AEMSCE foi definido no capítulo IV.

Para as análises seguintes, utiliza-se a Análise (I), onde todo amortecimento do sistema secundário do AEMSCE é oriundo do amortecimento elétrico ($\xi_a = \xi_e$), similar a seção 8.1.1.

Com a introdução de amortecimento na estrutura do AEMSCE na Figura 8.13, é possível observar que para valores pequenos, próximo à zero, o sistema obtém maior capacidade de conversão energética, o que ocorre devido às frequências de ressonância.

Figura 8.13: Análise (I) ($\xi_p \neq 0$); Potência média normalizada em função do amortecimento da estrutura e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental.

Se o amortecimento na estrutura for significativo, o fator de amortecimento elétrico deve ser re-otimizado. A Eq. (8.27) também sugere a existência de um fator de amortecimento ótimo para uma dada frequência de entrada. De acordo com a Eq. (8.17), tem-se:

$$\xi_e^{otm} = \pm \frac{\tau}{\sigma} \quad (8.28)$$

Onde:

$$\begin{aligned} \tau = & [(\mu^2 r^4 + 2\mu r^4 - 2\mu r^2 + r^4 + 4r^2 \xi_p^2 - 2r^2 + 1)(f^4 \mu^2 r^4 + 2f^4 \mu r^4 - 2f^4 \mu r^2 + f^4 r^4 \\ & + 4f^4 r^2 \xi_p^2 - 2f^4 r^2 + f^4 - 2f^2 \mu r^6 + 2f^2 \mu r^4 - 2f^2 r^6 - 8f^2 r^4 \xi_p^2 + 4f^2 r^4 \\ & - 2f^2 r^2 + r^8 + 4r^6 \xi_p^2 - 2r^6 + r^4)]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (8.29)$$

$$\sigma = 2f(\mu^2 r^5 + 2\mu r^5 - 2\mu r^3 + r^5 + 4r^3 \xi_p^2 - 2r^3 + r) \quad (8.30)$$

As Eqs. (8.28-8.30) foram obtidas através de um método numérico. É possível observar que quanto menor for o valor de ξ_p maior será o valor de ξ_e^{otm} . A Figura 8.14 apresenta a potência gerada em função dos parâmetros experimentais. Nota-se que a presença de amortecimento na estrutura reduz os picos da ressonância da potencia normalizada obtida em comparação a Figura 8.1, sem amortecimento na estrutura. Constata-se também, que a segunda frequência de ressonância reduz o potencial de conversão de energia.

Novamente, verifica-se que à medida que o fator de amortecimento elétrico aumenta para um dado valor, a potência consumida pelo resistor aumenta. Portanto, revela-se o mesmo contraste, o qual para baixos valores de amortecimento elétrico, maiores quantidades de potência gerada ao operar na ressonância, enquanto que, para maiores valores de amortecimento elétrico maior será sua relevância e, conseqüentemente, maior será a energia convertida.

Figura 8.14: Análise (I); Potência média normalizada em função do amortecimento elétrico e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia experimental e fator de amortecimento da estrutura experimental $\xi_p(exp)$.

A Figura 8.15 apresenta, através da curva vermelha, os valores do amortecimento elétrico ótimo para esta condição.

Na Figura 8.16, como já relatado na Figura 8.3, nota-se uma redução na frequência de ressonância se comparada à Figura 8.14 e, conseqüentemente, uma diminuição na potência consumida para fator de amortecimento elétrico nulo. Embora haja uma redução na ressonância com o aumento da frequência de sintonia, à medida que o fator de amortecimento elétrico aumenta, a potência média gerada também aumenta em comparação a Figura 8.14. Isso

demonstra que há uma compensação dada pela frequência de sintonia. A Figura 8.17 apresenta a curva estimada (vermelha) para o fator de amortecimento elétrico ótimo nessa condição.

Figura 8.15: Análise (I); Amortecimento elétrico ótimo para a Bobina #339922 com frequência de sintonia experimental, $\xi_p(exp)$.

Figura 8.16: Análise (I); Potência média normalizada em função do amortecimento elétrico e da frequência de excitação normalizada para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia ótima e fator de amortecimento da estrutura experimental $\xi_p(exp)$.

A Figura 8.18 compara as Figuras 8.14 e Figura 8.16 advindos dos valores obtidos na seção 7.3, e é possível observar que o amortecimento ótimo da atenuação do AEMSCE aumenta a banda de captação de energia, mas reduz os maiores picos de geração energética.

Figura 8.17: Análise (I); Amortecimento elétrico ótimo para a Bobina # 339922 com frequência de sintonia ótima e $\xi_p(exp)$.

Figura 8.18: Análise (I); Potência média normalizada em função da frequência de excitação normalizada para $\xi_p(exp)$.

8.3 Conversão Harmônica para Aceleração Fixa

Para esta seção, apresenta-se a formulação sob conversão energética harmônica para amplitude de aceleração fixa e indendente da frequência de excitação. Para tal, realiza-se o mesmo procedimento da seção 8.1 e seção 8.2. No entanto, a excitação é descrita por amplitude de aceleração fixa $\ddot{y} = G e^{i\omega t}$ conforme seção 7.1 e 7.2. Para estrutura não amortecida tem-se:

$$\frac{\omega_p^2 Z_0}{G} = H_4 = \frac{1}{|D_2|} \quad (8.31)$$

Portanto a potência gerada no resistor é:

$$P = \frac{c_e \omega^2}{2} \left(\frac{G}{\omega_p^2 |D_2|} \right)^2 \quad (8.32)$$

$$P = \frac{m_a \xi_e f r^2 G^2 \omega_p^{-1}}{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2)]^2 + \{2\xi_a r f[r^2(1 + \mu) - 1]\}^2} \quad (8.33)$$

De acordo com o procedimento da seção 8.2, para estrutura amortecida tem-se:

$$\frac{\omega_p^2 Z_0}{G} = H_8 = \frac{\sqrt{1 + (2\xi_p r)^2}}{|D_3|} \quad (8.34)$$

$$P = \frac{m_a \xi_e f r^2 G^2 \omega_p^{-1} [1 + (2\xi_p r)^2]}{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2) + 4\xi_p \xi_a r^2 f]^2 + 4r^2 \{\xi_p(r^2 - f^2) + \xi_a f[r^2(1 + \mu) - 1]\}^2} \quad (8.35)$$

De acordo com a seção 2.2.4, ao analisar a Eq. (8.5) pode-se verificar que a energia gerada é proporcional ao cubo da frequência de excitação, ou seja, o AEMSCE tem um desempenho para captação energética satisfatório em aplicações onde há tendência para frequência elevadas de vibração. Ao analisar a Eq. (8.35), observa-se que a potência gerada é maior para frequência de excitação menores, o que nos leva a projetar o AEMSCE para a menor frequência fundamental. Portanto, as excitações de baixa frequência podem ser usadas para a condição onde a amplitude de aceleração de base é independente da frequência de excitação, enquanto as excitações de alta frequência são desejáveis para a condição onde a amplitude de

deslocamento de base é independente da frequência de excitação. Nota-se, no entanto, para que essas afirmações sejam válidas, é necessário realizar uma análise mais cuidadosa em relação às frequências de ressonância do AEMSCE. Lembrando que os níveis de aceleração tendem a diminuir com o aumento da frequência de excitação, pode-se, pelo menos, concluir que para o projeto do AEMSCE, uma consideração cuidadosa deve ser dada aos espectros de excitação.

8.4 Conclusão

Neste capítulo foi apresentado o método analítico linear para conversão energética do AEMSCE com os valores experimentais e valores ótimos mitigatórios obtidos nos capítulos anteriores. Os dois parâmetros fundamentais ao projeto do AEMSCE para conversão de energia, fator de amortecimento elétrico ótimo e o fator admissível ótimo (deslocamento máximo permitido) foram desenvolvidos e analisados com a possibilidade de introduzir perdas mecânicas e amortecimento na estrutura. Em relação à variação do amortecimento elétrico no AEMSCE constatou-se um paradoxo aparente, onde pequenos valores de amortecimento elétrico atingem maiores potências geradas na ressonância. No entanto, à medida que a importância do amortecimento elétrico aumenta no sistema, a potência consumida também pode crescer. Devido às elevadas amplitudes de oscilação oriundas da ressonância e as restrições dimensionais do AEMSCE, foi apresentado o fator admissível ótimo (deslocamento máximo permitido) como parâmetro de projeto para conversão energética. Relatou-se que o fator admissível ótimo é requisitado somente quando os valores do amortecimento elétrico ótimo excederem as restrições de curso do sistema secundário do AEMSCE. Caso contrário, utiliza-se o amortecimento elétrico ótimo para a determinação da potência consumida no sistema. A introdução de perdas mecânicas (amortecimento mecânico residual) faz com que as amplitudes máximas da potência gerada diminuam, i.e., existe uma relação de importância entre os amortecimentos. O mesmo fenômeno ocorre com a inclusão de amortecimento na estrutura em relação ao amortecimento elétrico. Conclui-se também que é possível introduzir o amortecimento mitigatório ótimo para aumentar a banda efetiva de captação energética do AEMSCE. Portanto, os valores dos parâmetros ótimos mitigatórios, do amortecimento elétrico ótimo e do fator admissível ótimo podem ser ajustados e cruzados para aumentar de forma simultânea a banda efetiva de operação para atenuação e captação de energia, visando maximizar a potência gerada. Para alcançar tal desempenho pode-se aplicar no AEMSCE o controle semi-ativo.

CAPÍTULO IX

9 CONCLUSÕES

O propósito deste trabalho consistiu em projetar e analisar experimentalmente um atenuador de vibrações eletromagnético sintonizável semi-ativo com captação energética (AEMSCE) através da introdução deliberada de não linearidades. De acordo com a literatura e dentre os objetivos tratados, o AEMSCE foi concebido de maneira que permitisse ampliar a banda efetiva de mitigação de vibrações indesejáveis à estrutura através da dissipação de energia vibracional e, simultaneamente, converter essa energia dissipativa amortecida em potencial elétrico sob banda larga. O projeto do AEMSCE concentrou-se também na proposição de estratégias de controle eficientes que ampliassem a banda efetiva de atenuação do sistema primário reduzindo as amplitudes de oscilação assim como maximizasse o desempenho da captação energética em banda larga do conversor (bobina).

Nesse contexto, os principais critérios de projeto, dimensionamentos, propriedades e seleção de componentes, tanto elétricos quanto mecânicos, foram apresentados de modo a permitir projetar e fabricar o AEMSCE com alto desempenho exibindo seus principais recursos. O primeiro recurso atribuído ao dispositivo, que o caracterizou como atenuador eletromagnético não linear sintonizável, foi a introdução de uma rigidez não linear magnética ajustável dada pela interação das forças repulsivas dos ímãs (fixos e oscilantes). Essa característica concedeu ao sistema uma ressonância ajustável através da variação da distância entre ímãs e a capacidade em ampliar a banda efetiva de mitigação. Além da força restauradora magnética oriunda dos ímãs, o projeto e instalação dos conversores (bobinas) no sistema permitiu a realização da conversão energética e a existência de uma força amortecida elétrica. Em outras palavras, isto fornece ao AEMSCE a possibilidade em aumentar a banda efetiva de captação de energia assim como atuar em estratégias de controle semi-ativas através da força amortecida elétrica, como segundo e terceiro, respectivamente.

Dessa forma, o AEMSCE foi projetado de forma que possibilite o ajuste de três parâmetros físicos responsáveis pela variação das propriedades do sistema: distância de mancais ajustável (força restauradora magnética), intercambiabilidade de ímãs e de bobinas

(fator de transdução eletromagnético) e resistência de carga do resistor (fator de transdução eletromagnético).

Para sustentar o projeto, foi realizada uma metodologia de modelagem analítica para descrever a interação dinâmica entre o subsistema mecânico e elétrico. Através da variação do fluxo magnético e da força eletromotriz induzida na bobina provocada pelas velocidades relativas entre o ímã oscilante e a bobina, desenvolveu-se analiticamente o fator de transdução eletromagnético capaz de acoplar os dois subsistemas em um sistema global definindo as equações dinâmicas resultantes. O modelo matemático do fator de transdução eletromagnético obtido varia não linearmente com o deslocamento relativo. Este fator é utilizado para determinar a corrente elétrica do circuito, o amortecimento elétrico e a tensão induzida na bobina. Para descrever as equações dinâmicas finais, também foram consideradas a força restauradora magnética ajustável, os efeitos do atrito e as forças amortecidas resistivas. O modelo final foi obtido tanto para carregamentos externos solicitantes harmônicos quanto para excitação de base harmônica, porém, este trabalho concentrou-se nas análises somente para excitação de base. Uma vez que as equações dinâmicas foram definidas, foi utilizado o método em espaço de estados e um solver numérico no ambiente MATLAB para resolvê-las.

Um dos propósitos deste trabalho foi identificar as principais propriedades e parâmetros do AEMSCE experimentalmente utilizando várias técnicas para validar o modelo. Para os parâmetros do sistema primário foram utilizados métodos lineares tradicionais de identificação em conjunto com algumas das informações disponíveis na literatura. Em seguida, os resultados e análises experimentais obtidos através do ensaio em queda livre validaram o modelo do fator de transdução eletromagnético, examinando-se os efeitos da variação das resistências de carga na tensão induzida, potência e energia dissipada no resistor. Verificou-se que, embora os valores obtidos experimentalmente fossem sutilmente superiores aos valores analíticos, foi possível validar o comportamento entre as respostas, o suficiente para adotar o modelo analítico do fator de transdução eletromagnético para as análises do AEMSCE. Conclui-se que o fator de transdução eletromagnético revela um campo aproximado linear e que, segundo as considerações realizadas para as maiores velocidades relativas, pode ser simplificado por um valor constante e máximo resultando em um campo de máxima captação energética. Analisou-se o coeficiente de amortecimento elétrico para as bobinas e foi constatado que, valores menores de resistência de carga resultam em valores maiores de amortecimento, até atingir um ponto crítico ótimo. Em outras palavras, a influência dos resistores de carga no amortecimento elétrico, na tensão induzida e na energia dissipada afetam a atenuação e captação energética do

sistema. Verificou-se a influência da indutância no sistema, e para as condições definidas foi considerada desprezível.

As forças de restauração elásticas magnéticas foram analisadas através do ensaio estático experimental com célula de carga, onde ajustaram-se curvas capazes de descrever e validar o comportamento da rigidez não linear magnética do AEMSCE. Os resultados obtidos foram analisados e aproximados para o campo de operação linear (rigidez linear), revelando-se de fundamental importância no desempenho do sistema. Analisou-se a ressonância ajustável do sistema através da distância entre os ímãs fixo e o ímã oscilante. Concluiu-se que o campo linear de máxima captação de energia atua dentro da faixa de operação linear.

Em seguida, através de simulações dinâmicas em respostas transientes e estacionárias do AEMSCE, examinou-se as forças resistivas amortecidas no sistema, principalmente a influência da força de atrito, considerando as simplificações e validações aos modelos testados. Essas análises permitiram encontrar a frequência mínima de excitação para que em estado estacionário o sistema secundário inicie o movimento. Por fim, foi analisado os efeitos da variação dos espaçamentos entre os ímãs no fator de amortecimento elétrico. Em geral, foram analisadas as influências dos parâmetros identificados em relação à capacidade de mitigação e captação energética, e revelou-se que os campos lineares resultantes podem ser explorados para aprimorar o desempenho do AEMSCE.

Com as propriedades elásticas e amortecidas do AEMSCE definidas, analisou-se a capacidade mitigadora do sistema para resposta transiente através de métodos energéticos. Verificou-se a efetividade do AEMSCE para a dissipação de energia (atenuação) em estado transitório considerando as influências das forças restauradoras magnéticas e da força de atrito, através das aproximações aos modelos testados. Em relação ao desempenho à atenuação para perturbações iniciais, foi examinado a influência das resistências de carga no amortecimento elétrico e, constatou-se a existência de um campo ótimo. Concluiu-se também que o aumento da resistência de carga pode melhorar a efetividade do AEMSCE, concedendo ao sistema a possibilidade de ajuste de desempenho. Avaliou-se a capacidade de captação de energia do AEMSCE em resposta transiente para os modelos testados, através da tensão induzida, da potência gerada e energia dissipada nos resistores de carga. Assim como para a atenuação, foi constatado que, o aumento da resistência de carga no sistema aumenta a energia dissipada no resistor. Em outras palavras, conclui-se que existe uma relação de importância entre a resistência de carga com o desempenho à atenuação e captação de energia.

Para controle vibracional passivo linear foram apresentados o desenvolvimento analítico do método de otimalidade tradicional para estruturas não amortecidas e a metodologia numérica da otimalidade para estruturas amortecidas, ambos empregados ao AEMSCE para duas condições de excitação harmônica em regime permanente. Concluiu-se que o ajuste dos parâmetros de amortecimento e sintonia do sistema, principalmente pela variação do fator de amortecimento elétrico, podem reduzir as amplitudes normalizadas do sistema primário e ampliar a banda efetiva de mitigação configurando o campo ótimo de atenuação para o AEMSCE. Os diagramas relativos aos parâmetros ótimos e ganhos normalizados do AEMSCE são apresentados e podem servir como parâmetros de projeto. Simulações e análises do AEMSCE à resposta dinâmica permanente, com foco na influência do campo ótimo e dos parâmetros ajustáveis, foram realizadas sob excitação de base harmônica com deslocamento fixo para estrutura amortecida e não amortecida. Examinou-se as influências das forças restauradoras magnéticas e da força de atrito no comportamento do AEMSCE para os modelos testados, demonstrando que a introdução de não linearidades pode ampliar a margem efetiva de operação. Concluiu-se que os parâmetros ótimos mitigatórios do AEMSCE reduzem as amplitudes de ressonância e aumentam a banda efetiva de operação, assim como a introdução de amortecimento na estrutura reduz as amplitudes de oscilação.

Em geral, conclui-se que o AEMSCE apresenta excelentes respostas de atenuação em relação ao sistema principal sem o AEMS (atenuador), principalmente quando ele opera próxima à ressonância. Porém, para excitações que se afastam das frequências de sintonia do sistema, pode haver algumas amplificações. Para os modelos testados, concluiu-se que na ressonância, o AEMSCE apresenta elevadas velocidades relativas revelando-se como excelente potencial para a conversão energética. A captação de energia do AEMSCE às respostas dinâmicas em regime permanente foi analisada através da tensão induzida, da potência gerada e da energia dissipada média ao resistor de carga, variando-se os parâmetros de amortecimento e sintonia para o caso da estrutura amortecida. Conforme revelado para a atenuação em regime, observou-se que as maiores quantidades de energia dissipada no resistor de carga estão próximas a ressonância.

O fato importante para o projeto de um AEMSCE é que a captação energética bem-sucedida pode ser obtida sem afetar significativamente a absorção de vibrações. Na verdade, a capacidade de alterar o amortecimento do sistema permite modificar facilmente o sistema de acordo com as condições ambientes.

Neste caso, a escolha entre incorporar o AEMSCE versus incluir amortecimento no sistema primário depende da natureza do problema estrutural, da confiabilidade das duas alternativas e dos custos relativos. A fixação de um dispositivo AEMSCE geralmente, devido à sua simplicidade, é mais apropriado para aperfeiçoar o desempenho de uma estrutura existente onde acesso aos componentes estruturais pode ser uma tarefa difícil. Deve-se ainda considerar outros fatores no projeto do AEMSCE tais como, a quantidade admissível de massa instalada na estrutura, o tempo de acomodação do sistema, estabilidade, e a superfície de contato menos rugosas para baixos níveis de energia de excitação. Além disso, outros critérios para dimensionar de forma ótima o AEMSCE podem ser admitidos, como, por exemplo, minimizar a aceleração estrutural, deslocamento máximo da estrutura, velocidade e aceleração mínima da estrutura principal, e máximo amortecimento efetivo do sistema.

Como propósito deste trabalho, foi apresentado o desenvolvimento de um método analítico linear para conversão energética do AEMSCE utilizando os valores experimentais e valores ótimos mitigatórios. Para maximizar a captação de energia do AEMSCE, os dois principais parâmetros de projeto foram propostos, o fator de amortecimento elétrico ótimo e o fator de amortecimento admissível ótimo (deslocamento máximo permitido), com a possibilidade de introduzir perdas mecânicas e amortecimento na estrutura. Conclui-se que existe uma relação entre as máximas potências geradas com a importância do amortecimento elétrico no sistema, principalmente na ressonância, tanto com a introdução de perdas mecânicas residuais como amortecimento na estrutura. Além disso, constatou-se que, devido às elevadas amplitudes de oscilação na ressonância e às restrições dimensionais do AEMSCE, é preciso considerar o amortecimento admissível ótimo como parâmetro de projeto. O fator admissível ótimo é solicitado na determinação da potência consumida somente quando as amplitudes de oscilação obtidas pelo valor do amortecimento elétrico ótimo excederem os limites de curso do sistema secundário. Conclui-se também que é possível introduzir o amortecimento mitigatório ótimo para aumentar a banda efetiva de captação energética do AEMSCE.

Portanto, um dos propósitos deste trabalho foi projetar o AEMSCE de maneira que pudesse ampliar seu desempenho em trabalhos futuros, combinando as propriedades ótimas resultantes, tanto de atenuação quanto de captação energética, e ajustando-as através da implementação de um controlador semi-ativo. Esta dissertação se dedicou somente às análises do controle passivo sintonizável e captação energética, principalmente no campo linear.

Para trabalhos futuros, o AEMSCE pode ser explorado de várias formas interessantes. Como forma de melhorar a robustez do sistema, estratégias de controle semi-ativas podem ser

aplicadas para ajustar os parâmetros do sistema. Dessa maneira, pode-se aumentar, de forma simultânea, a banda efetiva de operação para atenuação e captação de energia, visando maximizar a potência gerada. Uma das estratégias possíveis é trabalhar com os parâmetros ótimos. Em outras palavras, enquanto o sistema operar passivamente dentro do campo linear de sintonia ótima, o sistema pode captar energia. O controle semi-ativo só seria sintonizado (amortecimento elétrico ótimo) para manter o sistema operando dentro do campo de atenuação ótimo. É através da variação da corrente elétrica da bobina que o amortecimento elétrico seria ajustado em tempo real.

Figura 9.1: Modelo do AEMSCE com Controle Semi-Ativo.

Outras sugestões de trabalhos futuros: investigar e validar experimentalmente as respostas dinâmicas do AEMSCE, explorando os recursos do dispositivo, os campos lineares ótimos e expandindo o estudo e análise das não linearidades na dinâmica do sistema. Por fim, a possibilidade de submeter o sistema a outros tipos de excitação tais como, periódicas e aleatórias, e analisar seus efeitos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] S. G. Kelly. *Fundamentals of Mechanical Vibrations*, 2nd ed., McGraw-Hill Higher Education, 2000.
- [2] J. P. Den Hartog. *Mechanical Vibrations*, 4th ed., McGraw-Hill, New York, 1956.
- [3] J. Liu and K. Liu. *A tunable electromagnetic vibration absorber: characterization and application*. Journal of Sound and Vibration, vol. 295, 708-724, 2006.
- [4] O. Gendelman, L. I. Manevitch, A. F. Vakakis and R. M'Closkey. *Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators: Part I - Dynamics of the underlying Hamiltonian systems*. Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME, vol. 68, pp. 34-41, 2001.
- [5] V. R. Challa, M. G. Prasad, and F. T. Fisher. *Towards an autonomous self-tuning vibration energy harvesting device for wireless sensor network applications*. Smart Materials and Structures, 20(2):025004, 2011.
- [6] M. Pereyma. *Overview of the modern state of the vibration energy harvesting devices*. Proceedings of MEMSTECH 2007, Lviv-Polyana, (2007), pp. 107–112. ISBN: 978-966-553614-7.
- [7] H. A. Sodano, D. J. Inman. *Comparison of piezoelectric energy harvesting devices for recharging batteries*. J. Intell. Mater. Syst. Struct. 16(10), pp. 799–807 (2005).
- [8] D. P. Arnold. *Review of microscale magnetic power generation*. IEEE Transactions on Magnets. 43(11), 3940–3951 (2007).
- [9] J. O. Mur Miranda. *Electrostatic vibration to electric energy conversion*. PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology MIT, Cambridge, 2004.
- [10] L. Wang, F.G. Yuan. *Vibration energy harvesting by magnetostrictive material*. Smart Mater. Struct. 17(4), 045009 (2008).
- [11] I. Karaman, B. Basaran and H. E. Karaca. *Energy harvesting using martensite variant reorientation mechanism in a NiMnGa magnetic shape memory alloy*. Appl. Phys. Lett. 90(17), 172505 (2007).
- [12] S. Roundy. *On the effectiveness of vibration-based energy harvesting*. J. Intell. Mater. Syst. Struct. 16(10), 809–823 (2005).
- [13] P. D. Mitcheson, T. C. Green, E. M. Yeatman, and A. S. Holmes. *Architectures for vibration-driven micropower generators*. Journal of Microelectromechanical Systems, 13(3):429–440, 2004.

-
- [14] C. B. Williams and R. B. Yates. *Analysis of a micro-electric generator for microsystems*. Sensors and Actuators A: Physical, 52(1-3):8 – 11, 1996. ISSN 0924-4247.
 - [15] R. Amirtharajah. *Design of low power VLSI systems powered by ambient mechanical vibration*. PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1999.
 - [16] D. J. Inman, *Engineering Vibration*, 3rd ed., Pearson Education, Inc., 2008.
 - [17] B. P. Mann and N. D. Sims. *Energy harvesting from the nonlinear oscillations of magnetic levitation*. Journal of Sound and Vibration, vol. 319, pp. 515-530, 2009.
 - [18] G. W. Housner, L. A. Bergman, T. K. Caughey and A. G. Chassiakos. *Structural Control: Past, Present, and Future*. Journal of Engineering Mechanics, v.123, n.9, p. 897-971, 1997.
 - [19] S. M. A Beneveli. *Controle Híbrido para Atenuação de Vibrações em Edifícios*. 2002. 257 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. 2002.
 - [20] T. T. Soong, B. F. Spencer Jr. *Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice*. Engineering Structures, 24:243–259, 2002.
 - [21] E. S. Leland, P. K. Wright. *Resonance tuning of piezoelectric vibration energy scavenging generators using comprehensive axial preload*. Smart Materials and Structures, 15(5):1413, 2006.
 - [22] T. T. Soong, G. F. Dargush. *Passive energy dissipation systems in structural engineering*. Chichester: John Wiley & Sons, 1997.
 - [23] L. Janke, C. Czaderski, M. Motavalli, and J. Ruth. *Applications of shape memory alloys in civil engineering structures-overview, limits and new ideas*. Materials and Structures, 38:578–592, 2005. 10.1007/BF02479550.
 - [24] S. M. Avila, J. L. V. Brito, A. Brasiliano, and J. C. B. Perroni. *Análise dinâmica numérica e experimental de um modelo reduzido utilizando um amortecedor de massa sintonizado (AMS)*. In: XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering - CILAMCE 2005, Guarapari, Espírito Santo, Brasil. Proceeding. Brazilian Assoc. for Comp. Mechanics (ABMEC) & Latin American Assoc. of Comp. Methods in Engineering (AMC), 2005. Paper CIL 05-0635.
 - [25] P. V. B. Guimarães, S. M. Avila, M. A. M. Shzu, Z. J. G. Prado, and M. V. G. Moraes. *Vibration control of an offshore wind turbine modeled as an inverted pendulum*. In: 11th International Conference on Vibration Problems, 2013, Lisbon, Portugal.
 - [26] S. M. Shahruz. *Design of mechanical band-pass filters for energy scavenging*. Journal of Sound and Vibration, 292(3-5):987–998, 2006.

-
- [27] D. Zhu, M. J. Tudor, and S. P. Beeby. *Strategies for increasing the operating frequency range of vibration energy harvesters: a review*. Measurement Science & Technology, 21(2), 2009.
 - [28] M. S. M. Soliman, E. M. Abdel-Rahman, E. F. El-Saadany, R. R. Mansour. *A wideband vibration-based energy harvester*. J. Micromech. Microeng. 18(11), 115021 (2008). 11 pp.
 - [29] T. J. Kaźmierski and S. Beeby. *Energy Harvesting Systems: Principles, Modeling and Applications*. Springer, p1-78, 2011.
 - [30] D. Kremer, K. Liu. *A nonlinear energy sink with an energy harvester: Harmonically forced resposes*. Journal of Sound and Vibration, 410 282-302, 2017.
 - [31] A. H. Nayfeh and D. T. Mook, *Nonlinear Oscillations*. New York; Toronto: Wiley, 1979.
 - [32] A. F. Vakakis and O. Gendelman. *Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators: Part II - Resonance capture*. Journal of Applied Mechanics Transactions of the ASME, vol. 68, pp. 42-48, 2001.
 - [33] A. F. Vakakis, O. V. Gendelman, L. A. Bergman, D. M. McFarland, G. Kerschen and Y. S. Lee. *Nonlinear targeted energy transfer in mechanical and structural systems*. Nonlinear Targeted Energy Transfer in Mechanical and Structural Systems, 2008.
 - [34] G. Gatti and M. J. Brennan. *On the effects of system parameters on the response of a harmonically excited system consisting of weakly coupled nonlinear and linear oscillators*. Journal of Sound and Vibration, vol. 330, pp. 4538-4550, 2011.
 - [35] B. F. Spencer Jr. and S. Nagarajaiah. *State of the art of structural control*. Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 129:845–856, 2003.
 - [36] C. R. Fuller, S. J. Elliott and P. A. Nelson. *Active Control of Vibration*. London; San Diego: Academic Press, c1996.
 - [37] I. Maciejewski. *Control system design of active seat suspensions*. Journal of Sound and Vibration, vol. 331, pp. 1291-1309, 2012.
 - [38] W. Sun, J. Li, Y. Zhao and H. Gao. *Vibration control for active seat suspension systems via dynamic output feedback with limited frequency characteristic*. Mechatronics, vol. 21, pp. 250-260, 2011.
 - [39] Y. P. Wang T. T. Soong, A. M. Reinhorn. *Full-scale implementation of active control. I: Design and simulation*. ASCE, 117:3516–3536, 1991.
 - [40] C. M. R. Moutinho. *Controlo de vibrações em estruturas de engenharia civil*. PhD thesis, Departamento de engenharia civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2007.

-
- [41] G. Lee-Glauser, G. Ahmadi, L. G. Horta. *Integrated passive-active vibration absorber for multistory buildings*. Journal of Structural Engineering, v.123, n.4, p. 499-504, 1997.
 - [42] S. Xue, J. Tobita, S. Kurita, M. Izumi. *Mechanics and dynamics of intelligent passive vibration control system*. Journal of Engineering Mechanics, v.123, n.4, p. 322327, 1997.
 - [43] Y. Sun. *Control of torsional rotor vibrations using an electrorheological fluid dynamic absorber*. Journal of Sound and Vibration, vol. 17, pp. 1253-1264, 2011.
 - [44] D. York, X. Wang and F. Gordaninejad. *A new MR fluid-elastomer vibration isolator*. Journal of Intelligent Material: System Structures, vol. 18, pp. 12211225, 2007.
 - [45] B. F. Spencer Jr. and S. Nagarajaiah. *State of the art of structural control*. Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 129:845–856, 2003.
 - [46] M. A. Franchek, M. W. Ryan and R. J. Bernhard. *Adaptive passive vibration control*. Journal of Sound and Vibration, 189(5), 565-585, 1995.
 - [47] Y. Zhang, H. Chen, K. Guo, X. Zhang, S. E. Li. *Eletro-hidraulic damper for energy harvesting suspension: Modeling, prototyping and experimental validation*. Applied Energy 199 1-2, 2017.
 - [48] D. Zhu, S. Roberts, J. Tudor, S. Beeby. *Closed loop frequency tuning of a vibration-based micro-generator*. In PowerMEMS 2008+ microEM2008, pages 229-232, Sendai, Japan, Nov, 2008.
 - [49] D. Zhu, S. Roberts, J. Tudor, S. Beeby. *Design and experimental characterization of a tunable vibration-based electromagnetic micro-generator*. Sens. Actuators A 158(2), 284-293 (2010).
 - [50] J. R. Farmer. *A comparison of power harvesting techniques and related energy storage issues*. Master Thesis, Blacksburg, Virginia State University, 2007.
 - [51] P. D. Mitcheson. *Analysis and optimisation of energy-harvesting micro-generator systems*. PhD Thesis, University of London, London, 2005.
 - [52] S. P. Beeby, M. J. Tudor, and N. M. White. *Energy harvesting vibration sources for microsystems applications*. Measurement Science and Technology, 17(12): R175, 2006.
 - [53] N. G. Stephen. *On energy harvesting from ambient vibration*. Journal of Sound and Vibration, 293(1-2):409 – 425, 2006.
 - [54] S. Roundy, P. K. Wright, and J. Rabaey. *A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes*. Computer Communications, 26(11):1131–1144, 2003.
 - [55] D. J. Inman and S. Priya. *Energy Harvesting Technologies*. New York, NY: Springer, 2009.

-
- [56] C. He, M.E. Kiziroglou, D. C. Yates, and E.M. Yeatman. *MEMS energy harvester for wireless biosensors*. In Micro Electro Mechanical Systems (MEMS), 2010 IEEE 23rd International Conference on, pages 172-175, jan. 2010.
 - [57] S. Boisseau, G Despesse, and A Sylvestre. *Optimization of an electret-based energy harvester*. Smart Materials and Structures, 19(7):075015, 2010.
 - [58] E. O. Torres and G. A. Rincón-Mora. *Electrostatic energy harvester and li-ion charger circuit for micro-scale applications*. In 49th IEEE International Midwest Symposium on Circuits and Systems, San Juan, Puerto Rico, 2006.
 - [59] G. Murillo, G Abadal, F. Torres, J. L. Lopez, J. Gilner, A. Uranga, and N. Barniol. *Harvester-on-chip: Design of a proof of concept prototype*. Microelectronic Engineering, 86(46):1183 – 1186, 2009.
 - [60] L. Solymar and D. Walsh. *Electrical properties of materials*. Oxford, 7th edition, 2004.
 - [61] M. Umeda, K. Nakamura, S. Ueha. *Energy storage characteristics of piezo-generator using impact induced vibrations*. Japan Journal of Applied Physics 36 (1997) 3146-3151.
 - [62] J. H. Cho, R. F. Bahr, C. D Richards. *Efficiency of energy conversion by piezoelectrics*. Applied Physics Letters 89, 2006, 104-107.
 - [63] A. Erturk and D. J. Inman. *Piezoelectric energy harvesting*. John Wiley and Sons, 2011.
 - [64] S. Saadon and O. Sidek. *A review of vibration-based MEMS piezoelectric energy harvesters*. Energy Conversion and Management, vol. 52, pp. 500504, 2011.
 - [65] L. Wang and F. G. Yuan. *Energy harvesting by magnetostrictive material (MsM) for powering wireless sensors in SHM*. In Proceedings of SPIE 6529: 652941, 2007.
 - [66] R. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands. *The Feynman lectures on Physics*, volume II. Addison-Wesley, 1964.
 - [67] B. P. Mann and N. D. Sims. *On the performance and resonant frequency of electromagnetic induction energy harvesters*. Journal of Sound and Vibration, vol. 329, pp. 1348-1361, 2010.
 - [68] D. Spreemann and Y. Manoli. *Electromagnetic Vibration Energy Harvesting Devices*. Springer, 2012.
 - [69] C. Serre, A. Perez-Rodriguez, N. Fondevilla, E. Martincic, S. Martinez. *Design and implementation of mechanical resonators for optimized inertial electromagnetic microgenerators*. Microsyst. Technol. 14(4–5), 653–658 (2008).

-
- [70] N. N. H. Ching, H. Y. Wong, W. J. Li, P. H. W. Leong, Z. Wen. *A laser–micromachined multi–modal resonating power transducer for wireless sensing system*. Sens. Actuators A 97–98, 685–690 (2002)
 - [71] C. R. Saha, T. O’Donnel, N. Wang, P. Mc Closkey. *Electromagnetic generator for harvesting energy from human motion*. Sens. Actuators A 147, 248–253 (2008).
 - [72] D. J. Domme. *Experimental and analytical characterization of a transducer for energy harvesting through electromagnetic induction*. Master Thesis, Virginia State University, Petersburg, 2008.
 - [73] N. Wang, D.P. Arnold. *Fully batch–fabricated MEMS magnetic vibrational energy harvesters*. In Proceedings of PowerMEMS 2009, Washington, DC, December 2009, pp. 348–351.
 - [74] S. Park, K.C. Lee. *Design and analysis of a microelectromagnetic vibration transducer used as an implantable middle ear hearing aid*. J. Micromech. Microeng. 12(5), 505–511 (2002). 7 pp
 - [75] T. von Buren, G. Troster. *Design and optimization of a linear vibration–driven electromagnetic micro–power generator*. Sens. Actuators A 135, 765–775 (2007).
 - [76] L. Zuo, B. Scully, J. Shestani, Y. Zhou. *Design and characterization of an electromagnetic energy harvester for vehicle suspensions*. Smart Mater. Struct. 19(4), 045003 (2010)
 - [77] P. Niu, P. Chapman, L. DiBerardino, E. Hsiao–Wecksler. *Design and optimization of a biomechanical energy harvesting device*. In Power Electronics Specialists Conference PESC, Rhodes, 2008, pp. 40624069.
 - [78] Z. Hadas, C. Ondrusek, V. Singule. *Power sensitivity of vibration energy harvester*. Microsyst. Technol. 16(5), 691–702 (2010).
 - [79] V. R. Challa, M. G. Prasad, Y. Shi and F. T. Fisher. *A vibration energy harvesting device with bidirectional resonance frequency tunability*. Smart Materials and Structures, 17(1), 2008.
 - [80] R. Masana and M. F. Daqaq. *Electromechanical modeling and nonlinear analysis of axially loaded energy harvesters*. Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME, 133(1), 2011.
 - [81] D. Zhu, M. J. Tudor, and S. P. Beeby. *Strategies for increasing the operating frequency range of vibration energy harvesters: a review*. Measurement Science & Technology, 21(2), Feb 2010.

-
- [82] B. Yang, C. Lee, W. Xiang, J. Xie, H. H. Johnny, K. K. Rama, P. L. Siew, and H. Feng. *Electromagnetic energy harvesting from vibrations of multiple frequencies*. Journal of Micromechanics and Microengineering, 19(3), MAR 2009.
 - [83] C. B. Williams, C. Shearwood, M. A. Harradine, P. H. Mellor, T. S. Birch, and R. B. Yates. *Development of an electromagnetic micro-generator*. IEE Proceedings: Circuits, Devices and Systems, 148(6):337–342, 2001.
 - [84] S. S. Rao. *Mechanical vibrations*. Addison-Wesley, 1995.
 - [85] Y. Zhu, J. W. Zu and L. Guo. *A Magnetolectric Generator for Energy Harvesting from the Vibration of Magnetic Levitation*. IEEE Trans. Magn., vol. 48, pp. 3344-3347, 2012 Nov, 2012.
 - [86] D. W. Jordan and P. Smith. *Nonlinear Ordinary Differential Equations: An Introduction to Dynamical Systems*. Oxford Applied and Engineering Mathematics. Oxford University Press, 1999.
 - [87] J. J. Stoker. *Nonlinear Vibrations*. Pure and applied mathematics. Interscience, 1950.
 - [88] A. H. Nayfeh. *Perturbation methods*. Physics textbook. John Wiley & Sons, 2000.
 - [89] K. Worden and G. R. Tomlinson. *Nonlinearity in structural dynamics: detection, identification, and modelling*. Institute of Physics Pub., 2001.
 - [90] R. Seydel. *Practical bifurcation and stability analysis: from equilibrium to chaos*. Springer-Verlag, 2nd edition, 1994.
 - [91] I. Kovacic and M. J. Brennan, editors. *The Duffing equation: nonlinear oscillators and their phenomena*. Wiley, 2011.
 - [92] D. D. Quinn, A. L. Triplett, L. A. Bergman, and A. F. Vakakis. *Comparing linear and essentially nonlinear vibration-based energy harvesting*. Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME, 133(1), 2011.
 - [93] J. M. T. Thompson and H. B. Stewart. *Nonlinear dynamics and chaos*. Wiley, 2002.
 - [94] D. A. W. Barton, S. G. Burrow, and L. R. Clare. *Energy harvesting from vibrations with a nonlinear oscillator*. Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME, 132(2):0210091–0210097, 2010.
 - [95] B. Marinkovic and H. Koser. *Demonstration of wide bandwidth energy harvesting from vibrations*. Smart Materials and Structures, 21(6), 2012.
 - [96] H. Liu, C. Lee, T. Kobayashi, C. J. Tay, and C. Quan. *A new s-shaped mems pzt cantilever for energy harvesting from low frequency vibrations below 30 Hz*. Microsystem Technologies, 18(4):497–506, 2012.

-
- [97] A. Erturk and D.J. Inman. *Broadband piezoelectric power generation on highenergy orbits of the bistable duffing oscillator with electromechanical coupling*. Journal of Sound and Vibration, 330(10):2339–2353, 2011.
 - [98] L. Gammaitoni, I. Neri, and H. Vocca. *Nonlinear oscillators for vibration energy harvesting*. Applied Physics Letters, 94(16), 2009.
 - [99] B. P. Mann and B. A. Owens. *Investigations of a nonlinear energy harvester with a bistable potential well*. Journal of Sound and Vibration, 329(9):1215–1226, 2010.
 - [100] R. Masana and M.F. Daqaq. *Energy harvesting in the super-harmonic frequency region of a twin-well oscillator*. Journal of Applied Physics, 111(4), 2012.
 - [101] N. Cohen, I. Bucher, and M. Feldman. *Slow-fast response decomposition of a bi-stable energy harvester*. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012.
 - [102] T. Galchev, H. Kim, and K. Najafi. *Micro power generation for harvesting low-frequency and nonperiodic vibrations*. Microelectromechanical Systems, 20(4):852-866, 2011.
 - [103] A. Carrella, M. J. Brennan, T. Waters and K. Shin. *On the design of a high-static-low-dynamic stiffness isolator using linear mechanical springs and magnets*. Journal of Sound and Vibration, vol. 315, pp. 712-720, 2008.
 - [104] WEG, Motor de Ímãs Permanentes e Inversor de Frequência, Departamento de P&D do Produto - Motores - WEG Equipamentos Elétricos S.A, 2015.
 - [105] Koímãs, disponível www.koimas.com.br, 2015.
 - [106] CSWSP, disponível www.cswsp.com.br/carretel-bobina, 2017.
 - [107] E. Kallenbach, R. Eick, P. Quendt, T. Strohla, K. Feindt, M. Kallenbach. Elektromagnete Grundlagen, Berechnung, Entwurf und Anwendung. Teubner, Stuttgart, 2003. ISBN 3-519-16163-X.
 - [108] Manual Técnico SKF de Rolamentos Lineares, disponível www.skf.com/binary/82-55843/SKF_6402_EN_11_10_19_GB_high.pdf, 2015.
 - [109] L. F. F. Miguel. *Estudo teórico e experimental de amortecedores de vibração por atrito*. Dissertação de Mestrado, Universidade do Rio Grande do Sul, Engenharia Civil, 2002.
 - [110] N. Martins. *Misturas físicas de polipropileno com aditivos condutores: obtenção, caracterização e aplicação para blindagem eletromagnética*. Dissertação UFSC, Engenharia de Materiais, 2012.
 - [111] Shake Table user's guide, Quanser, Canada, 2008.
 - [112] A. J. Sneller and B. P. Mann. *On the nonlinear electromagnetic coupling between a coil and an oscillating magnet*. Journal of Physics D: Applied Physics, 43(29), 2010.

-
- [113] de Wit, C. Canudas, H. Olsson, K. J. Astrom, and P. Lischinsky. *New model for control of systems with friction*. IEEE Transactions on Automatic Control, 40(3):419–425, 1995.
 - [114] J. Liu and S. Garrett. *Characterization of a small moving-magnet electrodynamic linear motor*. Journal of the Acoustical Society of America, vol. 118, no. 4, p. 2289–2294, 2005.
 - [115] D. Spreemann, D. Hoffmann, B. Folkmer and Y. Manoli. *Numerical optimization approach for resonant electromagnetic vibration transducer designed for random vibration*. Journal of Micromechanics and Microengineering, vol. 18, 2008.
 - [116] B. Delinchant, F. Wurtz, J.-P. Yonnet and J.-L. Coulomb. *Interaction between ring-shaped permanent magnets with symbolic gradients: application to magnetic bearing system optimization*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 47, no. 5, pp. 1418-1421, 2011
 - [117] J. Cannarella, J. Selvaggi, S. Salon, J. Tichy and D.-A. Borca-Tasciuc. *Coupling factor between the magnetic and mechanical energy domains in electromagnetic power harvesting applications*. IEEE Transactions of Magnetics, vol. 47, no. 8, pp. 2076-2080, 2011.
 - [118] R. T. Miyoshi. *Avaliação experimental e controle de vibrações induzidas por oscilação de base*. Relatório Final de IC, Departamento de Engenharia Mecânica da FEI, 2013.
 - [119] H. A. Wheeler. *Simple Inductance Formulas for Radio Coils*. Radio Engineers, Proceedings of the Institute Of, vol. 16, pp. 1398-1400, 1928.
 - [120] G. B. Warbuton, E. O. Ayorinde. *Minimizing structural vibrations with absorbers*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 8, 219-236 (1980).
 - [121] G. B. Warbuton. *Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol, 381-401 (1982).
 - [122] S. V. Bakrez and R. S. Jangid. *Optimum parameters of tuned mass damper for damped main system*. Struct. Control Health Monit. 14:448–470 (2007).
 - [123] A. G. Thompson. *Optimum tuning and damping of a dynamic vibration absorber applied to a force excited and damped primary system*. J. Sound and Vibration. 77, 403-415 (1981).
 - [124] H. C. Tsai and G. C. Lin. *Optimum tuned-mass dampers for minimizing steady -state response of support-excited and damped systems*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 22,957-973 (1993).

APÊNDICE 1 - VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE - MDGL

A força efetiva da excitação de base, que gera o comportamento dinâmico na estrutura, é definida baseando-se no fato da força de inércia (massa) ser proporcional ao deslocamento total do sistema, enquanto a força de restauração elástica e a força amortecida são proporcionais ao deslocamento relativo. Assim, o sistema de um grau de liberdade sujeito a uma aceleração de base como visto na Figura 9.2, apresenta a seguinte equação do movimento:

$$\ddot{x}_i = \ddot{y} + \ddot{x}_p \quad (\text{A1.1})$$

Figura A1.1: Excitação de base em 1GDL.

$$\begin{aligned} m_p(\ddot{y} + \ddot{x}_p) + c_p\dot{x}_p + k_p x_p &= 0 \\ m_p\ddot{x}_p + c_p\dot{x}_p + k_p x_p &= -m_p\ddot{y} \\ m_p\ddot{x}_p + c_p\dot{x}_p + k_p x_p &= -F_{ef}(t) \end{aligned} \quad (\text{A1.2})$$

sendo que, $\ddot{y}$ é a aceleração do solo proveniente do evento sísmico; $F_{ef}(t)$ é a força efetiva do sismo. Para um sistema com n graus de liberdade (Figura 9.3), de maneira análoga ao sistema anterior, a equação do movimento é expressa por:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = -\mathbf{M}\mathbf{I}\ddot{y} = \mathbf{F}_e \quad (\text{A1.3})$$

onde $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{K}$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente; $\mathbf{X}$, $\dot{\mathbf{X}}$ e $\ddot{\mathbf{X}}$ são os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração, respectivamente; $\mathbf{I}$ é um vetor unitário; e $\mathbf{F}_e$ é o vetor da força efetiva aplicada a cada grau de liberdade da estrutura, em função do tempo.

Figura A1.2: Excitação de base em MGD.L.

A equação (A1.3) pode ser transformada em uma série de equações desacopladas, expressando $\mathbf{X}(t)$, em termos de um conjunto de vetores modais, φ_j , e assumindo $\mathbf{C}$ proporcional.

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{j=1}^n \varphi_j q_j(t) \quad (\text{A1.4})$$

Estes vetores são soluções do seguinte problema de autovalor:

$$\mathbf{K}\varphi_j = \omega_j^2 \mathbf{M}\varphi_j \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (\text{A1.5})$$

e satisfaz a relação de ortogonalidade:

$$\varphi_j^T \mathbf{K}\varphi_j = \omega_j^2 \varphi_j^T \mathbf{M}\varphi_j \delta_{ij} \quad (\text{A1.6})$$

onde δ_{ij} é a função delta dirac. Portanto, a equação de movimento (A1.3) se torna:

$$\tilde{\mathbf{M}}\ddot{q}_j + \tilde{\mathbf{C}}\dot{q}_j + \tilde{\mathbf{K}}q_j = -\Gamma_j \tilde{\mathbf{M}}\ddot{y} \quad (\text{A1.7})$$

onde $\tilde{\mathbf{M}} = \varphi_j^T \mathbf{M} \varphi_j$, é a massa modal, $\tilde{\mathbf{C}} = \tilde{\mathbf{M}} 2\xi_j \omega_j$, é o amortecimento modal, $\tilde{\mathbf{K}} = \tilde{\mathbf{M}} \omega_j^2$, ξ_j e ω_j são o fator de amortecimento e a frequência natural do modo. No caso particular de excitação de base, o fator de participação é expresso na forma:

$$\Gamma_j = \frac{-\varphi_j^T \mathbf{M} \mathbf{I}}{\varphi_j^T \mathbf{M} \varphi_j} \quad (\text{A1.8})$$

APÊNDICE 2 - EXCITAÇÃO HARMÔNICA FORÇADA

De acordo com a Figura 3.5, esta seção apresenta o desenvolvimento analíticos das equações dinâmicas lineares para a obtenção das amplitudes normalizadas quando as forças amortecidas são aproximadas por uma função linear em referência ao Modelo III.

A2.1 Deslocamento Relativo

Em referência à Eq. (4.69) para amplitude de deslocamento relativo, o desenvolvimento a seguir é tratado sob excitação de base onde a amplitude de aceleração fixa e independente da frequência de excitação.

$$\begin{bmatrix} m_p & 0 \\ m_a & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_p & -c_a \\ 0 & c_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_p & -k_a \\ 0 & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_p \\ z \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} m_p \\ m_a \end{Bmatrix} \ddot{y} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} p \quad (\text{A2.1})$$

Para o sistema sujeito a excitação de base e carregamento dinâmico na forma:

$$\ddot{y} = G e^{i\omega t}; \quad p = \hat{p} e^{i\omega t} \quad (\text{A2.2})$$

e as soluções escritas por:

$$x_p = X_p e^{i\omega t}; \quad z = Z_0 e^{i\omega t} \quad (\text{A2.3})$$

Substituindo a Eq. (A2.2) e Eq. (A2.3) na Eq. (A2.1), obtém-se:

$$\begin{aligned} (-m_p \omega^2 + i c_p \omega + k_p) X_p + (-i c_a \omega - k_a) Z_0 &= -m_p G + \hat{p} \\ -m_a \omega^2 X_p + (-m_a \omega^2 + i c_a \omega + k_a) Z_0 &= -m_a G \end{aligned} \quad (\text{A2.4})$$

$$\left(\begin{bmatrix} k_p & -k_a \\ 0 & k_a \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_p & 0 \\ m_a & m_a \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} c_p & -c_a \\ 0 & c_a \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} X_p \\ Z_0 \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} m_p \\ m_a \end{Bmatrix} G + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \hat{p} \quad (\text{A2.5})$$

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 + i2\omega\xi_p\omega_p + \omega_p^2 & -i2\omega\mu\xi_a\omega_a - \mu\omega_a^2 \\ -\mu\omega^2 & -\mu\omega^2 + i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_p \\ Z_0 \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} 1 \\ \mu \end{Bmatrix} G + \begin{Bmatrix} m_p^{-1} \\ 0 \end{Bmatrix} \hat{p} \quad (\text{A2.6})$$

$$(K - \omega^2 M + j\omega C) \begin{Bmatrix} X_p \\ Z_0 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} G \\ \mu G \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} m_p^{-1} \\ 0 \end{Bmatrix} \hat{p} \quad (\text{A2.7})$$

Isolando as amplitudes de resposta, têm-se:

$$\begin{Bmatrix} X_p \\ Z_0 \end{Bmatrix} = (K - \omega^2 M + j\omega C)^{-1} \left[\begin{Bmatrix} G \\ \mu G \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} m_p^{-1} \\ 0 \end{Bmatrix} \hat{p} \right] \quad (\text{A2.8})$$

$$\begin{Bmatrix} X_p \\ Z_0 \end{Bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} -\mu\omega^2 + i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2 & i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2 \\ \mu\omega^2 & -\omega^2 + i2\omega\xi_p\omega_p + \omega_p^2 \end{bmatrix} \left[\begin{Bmatrix} G \\ \mu G \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} m_p^{-1} \\ 0 \end{Bmatrix} \hat{p} \right]}{\det(K - \omega^2 M + j\omega C)} \quad (\text{A2.9})$$

Logo, as amplitudes normalizadas correspondentes:

$$X_p = \frac{[-\mu\omega^2 + i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2]\{G\} + [i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2]\{\mu G\} + [-\mu\omega^2 + i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2]\{\hat{p}m_p^{-1}\}}{\det(K - \omega^2 M + j\omega C)} \quad (\text{A2.10})$$

$$Z_0 = \frac{[\mu\omega^2]\{G\} + [-\omega^2 + i2\omega\xi_p\omega_p + \omega_p^2]\{\mu G\} + [\mu\omega^2]\{\hat{p}m_p^{-1}\}}{\det(K - \omega^2 M + j\omega C)} \quad (\text{A2.11})$$

A2.2 Deslocamento Absoluto

De acordo com o Modelo III, e em referência à Eq. (4.66) para amplitude de deslocamento absoluto, o desenvolvimento a seguir é tratado sob excitação de base onde a amplitude de deslocamento fixo e independente da frequência de excitação.

$$\begin{bmatrix} m_p & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_p + c_a & -c_a \\ -c_a & c_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_p + k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_p \\ x_a \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m_p \\ m_a \end{Bmatrix} \ddot{y} + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} p \quad (\text{A2.12})$$

Para o sistema sujeito a excitação de base e carregamento dinâmico na forma:

$$\ddot{y} = -\omega^2 Y_0 e^{i\omega t}; \quad p = \hat{p} e^{i\omega t} \quad (\text{A2.13})$$

e as soluções escritas por:

$$x_p = X_p e^{i\omega t}; \quad x_a = X_a e^{i\omega t} \quad (\text{A2.14})$$

Substituindo a Eq. (A2.13) e Eq. (A2.14) na Eq. (A2.12), obtém-se:

$$\begin{aligned} [-m_p\omega^2 + i(c_p + c_a)\omega + (k_p + k_a)]X_p + (-ic_a\omega - k_a)X_a &= -m_p\omega^2 Y_0 + \hat{p} \\ (-ic_a\omega - k_a)X_p + (-m_a\omega^2 + ic_a\omega + k_a)X_a &= -m_a\omega^2 Y_0 \end{aligned} \quad (\text{A2.15})$$

$$\left(\begin{bmatrix} k_p + k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_p & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} c_p + c_a & -c_a \\ -c_a & c_a \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} X_p \\ X_a \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} m_p \\ m_a \end{Bmatrix} \omega^2 Y_0 + \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \hat{p} \quad (\text{A2.16})$$

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} -\omega^2 + i2\omega(\xi_p\omega_p + \mu\xi_a\omega_a) + \omega_p^2 + \mu\omega_a^2 & -i2\omega\mu\omega_a\xi_a - \mu\omega_a^2 \\ -i2\omega\mu\omega_a\xi_a - \mu\omega_a^2 & -\mu\omega^2 + i2\omega\mu\omega_a\xi_a + \mu\omega_a^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_p \\ X_a \end{Bmatrix} \\ &= -\begin{Bmatrix} 1 \\ \mu \end{Bmatrix} \omega^2 Y_0 + \begin{Bmatrix} m_p^{-1} \\ 0 \end{Bmatrix} \hat{p} \end{aligned} \quad (\text{A2.17})$$

$$(K - \omega^2 M + j\omega C) \begin{Bmatrix} X_p \\ X_a \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} \omega^2 Y_0 \\ \mu\omega^2 Y_0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} m_p^{-1} \\ 0 \end{Bmatrix} \hat{p} \quad (\text{A2.18})$$

Isolando as amplitudes de resposta, têm-se:

$$\begin{Bmatrix} X_p \\ X_a \end{Bmatrix} = (K - \omega^2 M + j\omega C)^{-1} \left[\begin{Bmatrix} \omega^2 Y_0 \\ \mu\omega^2 Y_0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \hat{p}m_p^{-1} \\ 0 \end{Bmatrix} \right] \quad (\text{A2.19})$$

$$\begin{Bmatrix} X_p \\ X_a \end{Bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} -\mu\omega^2 + i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2 & i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2 \\ i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2 & -\omega^2 + i2\omega(\xi_p\omega_p + \mu\xi_a\omega_a) + \omega_p^2 + \mu\omega_a^2 \end{bmatrix} \left[\begin{Bmatrix} \omega^2 Y_0 \\ \mu\omega^2 Y_0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \hat{p}m_p^{-1} \\ 0 \end{Bmatrix} \right]}{\det(K - \omega^2 M + j\omega C)} \quad (\text{A2.20})$$

Logo, as amplitudes normalizadas correspondentes:

$$X_p = \frac{[-\mu\omega^2 + i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2]\{\omega^2 Y_0\} + [i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2]\{\mu\omega^2 Y_0\} + [-\mu\omega^2 + i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2]\{\hat{p}m_p^{-1}\}}{\det(K - \omega^2 M + i\omega C)} \quad (\text{A2.21})$$

$$X_a = \frac{[i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2]\{G\} + [-\omega^2 + i2\omega(\xi_p\omega_p + \mu\xi_a\omega_a) + \omega_p^2 + \mu\omega_a^2]\{\mu G\} + [i2\omega\mu\xi_a\omega_a + \mu\omega_a^2]\{\hat{p}m_p^{-1}\}}{\det(K - \omega^2 M + j\omega C)} \quad (\text{A2.22})$$

Para o caso onde o sistema é sujeito somente à excitação de base, têm-se:

$$X_a = \sqrt{\frac{[(1 + \mu)f^2 - r^2 + 1]^2 + [2\xi_p r + 2\xi_a r f(1 + \mu)]^2}{[\mu r^2 f^2 - (r^2 - 1)(r^2 - f^2) + 4\xi_p \xi_a r^2 f]^2 + 4r^2\{\xi_p(r^2 - f^2) + \xi_a f[r^2(1 + \mu) - 1]\}^2}} \quad (\text{A2.23})$$