Juan Carlos Cutipa-Luque

Identificação e Controle de um Veículo Submersível Autônomo Sub-atuado

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Mecânica.

São Paulo
2012

Juan Carlos Cutipa-Luque

Identificação e Controle de um Veículo Submersível Autônomo Sub-atuado

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Área de concentração:
Engenharia de Controle e Automação Mecânica

Orientador:
Prof. Dr. Décio Crisol Donha

São Paulo
2012

Dedico este trabalho com gratidão e amor
a meu pai Prof. Ing. Juan Cutipa Luque.

A minha família: Maricecy, Milena,
Julia, John, Reynold e Richard.

Agradecimentos

Aos professores de pós-graduação dos Departamentos de Eng. Mecânica, Naval, Mecatrônica e Elétrica, da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, pelos seus ensinamentos nas disciplinas que cursei durante a minha formação. Agradeço ao Professor Prof. Dr. Décio Donha pela orientação na realização deste trabalho, pelas inúmeras discussões sobre técnicas de controle centralizado e sub-atuado, entre outras áreas. Agradeço ao Prof. Dr. Ettore de Barros do Laboratório de Veículos Não Tripulados (LVNT) do Departamento de Engenharia Mecatrônica, por disponibilizar o submersível Pirajuba para a realização de testes de controle, pelo encaminhamento e orientação dos métodos de identificação de sistemas. Ao Prof. Dr. Jaime da Cruz do Departamento de Engenharia Eléctrica, quem sempre esteve disposto a me ouvir e apoiar esclarecendo-me sobre sistemas de controle multivariável. Ao Prof. Dr. Helio Morishita do Departamento de Engenharia Naval, pelas discussões e ensinamentos sobre sistemas não lineares e controle não-linear de sistema marítimos. Ao Dr. Flávio Soares, com quem inicialmente compartilhei sala de estudos no Laboratório de Dinâmica e Controle do Departamento de Engenharia Mecânica, pelo compartilhamento de sua experiência sobre construção de VSAs. Ao Dr. Juan Pablo Julca Avila com quem discuti métodos de identificação de sistemas e pelo fornecimento de dados experimentais de manobras do veículo submarino não tripulado semi-autônomo LAURS. Ao Eng. João Dantas, pelos esclarecimentos na modelagem hidrodinâmica do VSA, pelo fornecimento de coeficientes hidrodinâmicos relativos aos momentos de 'munk' do veículo Pirajuba. À equipe do LVNT (Luciano, João, Lucas, Rodrigo e William), pelo incansável esforço na construção e funcionamento do Pirajuba. A Lucas Machado pelo apoio na integração dos controladores $\mathscr{H}_\infty$ no sistema embarcado do veículo submersível autônomo.

Agradeço à FAPESP (Fundação de Amparo e Pesquisa do Estado de São Paulo), pela bolsa outorgada e que fez possível a apresentação do meu trabalho em congressos e conferências internacionais. À Profa. Cristina Borba pelas revisões dos artigos em língua inglesa.

Agradeço aos incentivadores da minha inclinação pela atividade acadêmica. Aos professores e orientadores que tive durante minha graduação na Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, por seus ensinamentos. Aos Professores Dr. Daniel Yanyachi e Dr. Raúl Yanyachi, pelo apoio e motivação constante em continuar com os estudos de pós-graduação. Ao Dr. Raul Yanyachi, Diretor da estação de observação espacial da NASA Characato-Arequipa, pelas vi-

sitas técnicas feitas que aumentaram meu interesse pela pesquisa. Ao Prof. Dr. Victor Hugo Rivera pelo convite e à *Universidad Católica de Santa Maria* Arequipa - Peru, pela oportunidade de dar aulas. Aos colegas do Instituto Tecnológico TECSUP de Arequipa, onde trabalhei por um período curto e onde também aprendi a excelência do ensino tecnológico.

Agradeço a todos os colegas das salas onde passei, pelo compartilhamento do conhecimento. Pela amizade, agradeço aos amigos que fiz neste longo período: Décio, Ivan, Crhistian, Joan, Pablo, Alexis, Eli, José, Saulo, Elizir, Simone, Edson e Darlene. Agradeço à minha família que sempre esteve do meu lado, me outorgando a confiança e o apoio. Finalmente, com gratidão infinita, a Deus, pela vida, pela motivação que recebi nos momentos de desânimo que tive no decorrer do desenvolvimento deste trabalho.

Resumo

O presente trabalho apresenta a descrição de um modelo matemático completo em seis graus de liberdade para um Veículo Submersível Autônomo (VSA) sub-atuado. Desenvolveram-se métodos de identificação de sistemas para identificar o modelo não linear do veículo. A fim de evitar problemas de divergência na estimação de parâmetros hidrodinâmicos do modelo, usou-se o método de transformação paramétrica. Usou-se o filtro estendido de Kalman como estratégia para o processo de estimação de parâmetros quando ruídos de natureza gaussiana estavam presentes no modelo e nas medidas. Com o objetivo de estimar um maior número de parâmetros de uma só vez, empregou-se o método de máxima verossimilhança. Os experimentos mostraram que o filtro de Kalman responde bem à estimação de parâmetros específicos, porém, divergiu facilmente à estimação de múltiplos parâmetros. Uma alternativa que apresentou melhor desempenho foi o método de máxima verossimilhança. Testaram-se manobras circulares e de zig-zags para a obtenção de dados do veículo. Para os ensaios experimentais, utilizou-se o VSA sub-atuado do Laboratório de Veículos Não Tripulados (LVNT) do Departamento de Engenharia Mecatrônica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Validou-se o modelo identificado mediante o simulador do veículo.

Numa segunda etapa, desenvolveram-se controladores $\mathscr{H}_\infty$ capazes de controlar a dinâmica do VSA em seus seis graus de liberdade. Projetaram-se controladores SISO (uma entrada e uma saída) e MIMO (múltiplas entradas e múltiplas saídas) com o fim de avaliar o acoplamento dinâmico do sistema. Projetaram-se controladores centralizados robustos para garantir as condições de operação num ambiente marinho e em condições de laboratório próximas às de uma aplicação real. As leis de controle são baseadas na técnica de sensibilidade mista $\mathscr{H}_\infty$ que garantem condições de robustez do sistema de controle, tanto no desempenho quanto na estabilidade. Uma estrutura de controle de dois graus de liberdade (2GL) produziu melhores propriedades de desempenho comparada com a estrutura do controlador de um grau de liberdade. Compararam-se as respostas dos controladores descentralizados SISO e os controladores centralizados. O controlador 2GL garantiu as especificações do projeto, inclusive aquelas definidas no domínio do tempo. Um controlador central pode controlar o veículo na realização de manobras complexas em três dimensões que emulem a inspeção ou monitoramento de sistemas *offshores* ou outras tarefas comuns na exploração submarinha. O trabalho apresenta também a integração dos algoritmos de controle com o sistema de tempo real embarcado, os sensores inerciais de navegação, os motores elétricos para os atuadores lemes e o propulsor, o banco de baterias e o processador central ARM7 de 32 bits de ponto fixo. Traduziram-se os algoritmos de controle de ordem elevada para a aritmética de ponto fixo produzindo a execução rápida e, no possível, evitando a ocorrência de transbordamento de dados.

Abstract

This work presents a full six degrees-of-freedom mathematical model description of a sub-actuated Autonomous Underwater Vehicle (AUV). The work developed methods of System Identification for identifying the nonlinear model of the vehicle. In order to avoid divergence problems in the process of hydrodynamic, it used the parametric transformation technique. It used the extended Kalman filter to estimate the model parameters subject to Gaussian noise, in the process and in the measurements. In order to tackle the problem of multiple parameter estimation at once, the work used the maximum likelihood approach. The experimental results showed that the Kalman filter approach is better when the aim is to estimate a specific parameter, however, it diverges easily when the aim is to estimate multiple parameters. The maximum likelihood technique showed better response to estimate multiple parameters of the model. Zig-zag and circular standard maneuvers were tested with the identification algorithms. For experimental tests, an AUV, namely Pirajuba and constructed by the Unmanned Vehicle Laboratory (LVNT), were used. Results were also assessed using an AUV six degrees of freedom simulator.

In a second stage, the work developed $\mathscr{H}_\infty$ controllers to manoeuvre the vehicle in six-degrees-of-freedom. Decoupled SISO (single input and single output variables) and MIMO (multiple input and multiple output variables) controllers were synthesized in order to validate the coupling dynamics of the AUV. Moreover, centralized robust controllers were developed to control the vehicle in the sea and in test tanks with extreme conditions close to the ocean environmental. The control techniques were based in the $\mathscr{H}_\infty$ mixed sensitivity approach which guarantees robust performance and stability of the sub-actuated system. A structure of two-degrees-of-freedom (2GL) controller presented better performance compared with the classic single $\mathscr{H}_\infty$ controller of one degree of freedom structure. A comparison between responses was used to validate the decoupling and centralized controllers. The 2GL controller has good performance specifications despite these defined in the time domain. A central controller can control the AUV in complex maritime task that require complex and three-dimensional manoeuvres. The work deals also with the implementation issues coding these advanced control algorithms into the real time embedded system including inertial sensors, electric motors for the propeller and actuator surfaces, battery banks, and the unit central process ARM7 of 32 bits of fixed point. The control algorithms were translated from floating point to fixed point arithmetic avoiding data overflow, seeking simplicity and fast task execution.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas

Lista de Símbolos

1 Introdução **1**

1.1 Objetivo 2

1.2 Revisão Bibliográfica 3

1.3 Contribuições da tese 6

2 Modelagem do Veículo **8**

2.1 Introdução 8

2.2 Características do veículo 8

2.3 Sistema de Coordenadas 11

2.4 Cinemática do Veículo 11

2.5 Dinâmica de Corpo Rígido do Veículo 13

2.5.1 Equações de Translação e de Rotação 13

2.6 Coeficientes Hidrodinâmicos 14

2.6.1 Massa Adicionada 15

2.6.2 Resistência ao Avanço 18

2.6.3 Arrasto Cruzado 18

2.6.4 Propulsor 19
2.6.5 Esforços de Sustentação 21
2.7 Esforços Restauradores 23
2.8 Modelo Não Linear do Veículo 24
2.9 Modelo Dinâmico Vetorial 27
2.10 Modelos desacoplados 30
2.10.1 Dinâmica horizontal 30
2.10.2 Dinâmica vertical 32
2.11 Linearização 33
2.11.1 Modelos lineares desacoplados 34

3 Identificação do Sistema 36

3.1 Filtro de Kalman Estendido 37
3.2 Método de Máxima Verossimilhança 38
Otimização da função custo 39
3.3 Transformação de parâmetros 41
3.4 Resultados 41

4 Sistema de Controle 49

4.1 Introdução 49
4.2 Abordagem de Projeto 50
4.3 Representação do Sistema Dinâmico Linear 51
4.4 Controlabilidade e Observabilidade 52
4.5 Incertezas 53
4.5.1 Incertezas Estruturadas 54
4.5.2 Incertezas Sem-estrutura 54
4.6 Especificações e Limitações de Desempenho 55

4.6.1 Normalização 58
4.7 Estabilidade 58
4.7.1 Estabilidade Robusta 59
4.8 Desempenho 60
4.8.1 Desempenho Robusto 61
4.8.2 Formatação das Funções de Sensibilidade 63
4.8.3 Configuração de Dois Portos 64
4.9 Metodologia da Sensibilidade Mista 65
4.10 Controlador 66
4.10.1 Formulação do Problema de Controle 66
4.10.2 Algoritmo geral $\mathscr{H}_\infty$ 68
4.11 Controlador de dois graus de liberdade (2GL) 69
4.12 Desigualdades Matriciais Lineares 71
4.12.1 Estrutura do problema LMI 71
4.13 Implementação 72
4.14 Controle de Guinada 74
4.15 Controle Guinada Profundidade 85
4.16 Controlador Central 90

5 Conclusões **103**
5.1 Sugestões para trabalhos futuros 104

Referências Bibliográficas **106**

Apêndice A – Hidrodinâmica do VSA **114**
A.1 Coeficientes Hidrodinâmicos do Veículo 114

Apêndice B – Script em Matlab **119**
B.1 Identificação 119

B.2 Controle 123

Apêndice C – Ferramentas Matemáticas **125**

C.1 Valores Singulares 125

C.2 Norma $\mathscr{H}_2$ e $\mathscr{H}_\infty$ 126

C.3 Funções de sensibilidade 126

Apêndice D – Dados do projeto do controlador **128**

D.1 Planta $G(s)$ 128

D.2 Geração de código 129

Lista de Figuras

2.1 Veículo Submersível Autônomo do LVNT. 10

2.2 Características dimensionais do Pirajuba (unidades em cm) 10

2.3 Sistema de coordenadas para o VSA, referencial fixo e referencial móvel 12

2.4 Curvas características do propulsor para o veículo submersível autônomo K_T, K_Q e η_0 21

3.1 Estimação de parâmetros do VSA: Y'_v, μ'_Y, e Y'_r 44

3.2 Estimação de parâmetros do VSA: N'_v, μ'_N, e N'_r 45

3.3 Estimação de parâmetros do VSA: $Y'_{v|v|}$, e $N'_{v|v|}$ 46

3.4 Estimação de parâmetros do VSA: Y'_{δ_r}, e N'_{δ_r} 47

3.5 Respostas das variáveis observadas e do modelo identificado usando o método de máxima verossimilhança 48

4.1 Sistema de controle clássico 51

4.2 Incerteza aditiva 55

4.3 Incerteza multiplicativa na saída 55

4.4 Barreiras de Robustez e Especificações para S e T 57

4.5 Estabilidade Robusta, SISO 60

4.6 Desempenho Robusto 62

4.7 Função de Ponderação W_S 64

4.8 Função de Ponderação W_C 64

4.9 Configuração Genérica de Dois Portos 65

4.10 Estrutura do controlador centralizado de dois graus de liberdade K 70

4.11 Controlador de dois graus de liberdade 70

4.12 Resposta de controlador de ângulo de guinada à variação do sinal de erro. Sinal contínuo do erro (-), sinal discreto do controle (o) 74

4.13 Ensaio experimental com o VSA (cortesia do LVNT) 75

4.14 Função de sensibilidade S e inversa da função de ponderação $1/W_S$ 77

4.15 Função de sensibilidade complementar T e inversa da função de ponderação $1/W_T$ 78

4.16 Função de sensibilidade do controlador C e inversa da função de ponderação $1/W_C$ 78

4.17 Função de transferência $W_S S$ 79

4.18 Função de transferência $W_T T$ 79

4.19 Função de transferência $W_C C$ 80

4.20 Resposta da velocidade de guinada do veículo submersível autônomo para o modelo não linear 81

4.21 Movimento do leme δ_r 82

4.22 Resposta do sistema de controle guinada 83

4.23 Resposta degrau do sistema de controle guinada 83

4.24 Resposta degrau do sistema de controle guinada 84

4.25 Resposta pulso quadrado do sistema de controle guinada 84

4.26 Pólos e zeros de K próximos do eixo $j\omega$ 90

4.27 Ensaio experimental do sistema de controle central guinada-profundidade . . . 91

4.28 Resposta experimental do sistema de controle $\mathscr{H}_\infty$ guinada-profundidade 92

4.29 Ensaios experimentais do sistema de controle central guinada-profundidade . . 93

4.30 Pólos e zeros do controlador K de 28 estados, 2 saídas e 8 entradas. 97

4.31 Função de sensibilidade (S) e inversa da função de ponderação ($1/W_S$) 98

4.32 Função de sensibilidade complementar (T) e inversa da função de ponderação ($1/W_T$) 99

4.33 Função de sensibilidade do controlador (C) e inversa da função de ponderação ($1/W_C$) 99

4.34 Matriz de Transferência $W_S S$ 100

4.35 Matriz de Transferência $W_T T$ 100

4.36 Matriz de Transferência $W_C C$ 100

4.37 Resposta ao degrau unitário do sistema de controle 2GL 101

4.38 Resposta ao degrau unitário do sistema de controle 2GL com filtro R 102

C.1 Matriz Pequena e Grande, valores singulares 125

C.2 Sistema realimentado 127

D.1 Diagrama de blocos do controlador central 2GL 130

Lista de Tabelas

2.1 Características principais do veículo 9

2.2 Sistema de Coordenadas 11

3.1 Coeficientes hidrodinâmicos do veículo submersível autônomo 43

3.2 Estimação de parâmetros do veículo usando o método de máxima verossimilhança 44

4.1 Pólos e zeros de transmissão da planta $G(s)$ 87

4.2 Pólos e zeros de transmissão do controlador $K(s)$ segundo Riccati 88

4.3 Pólos e zeros de transmissão do controlador $K(s)$ segundo LMI 89

4.4 Pólos e zeros de transmissão da planta $G(s)$ 95

4.5 Pólos e zeros de transmissão do controlador $K(s)$ 96

A.1 Parâmetros do veículo submersível autônomo 115

A.2 Relação entre os parâmetros dimensionais e os não dimensionais do veículo . . 116

A.3 Parâmetros adimensionais do veículo submersível autônomo 117

A.4 Coeficientes principais do veículo 118

Lista de Abreviaturas

VSA Veículo Submersível Autônomo

LVNT Laboratório de Veículos Não Tripulados do Departamento de Engenharia Mecatrônica da USP

PRJB VSA Pirajuba do LVNT

GL Grau de Liberdade

LIT Linear Invariante no Tempo

EDOs Equações Diferenciais Ordinarias

CFD Dinâmica de Fluidos Computacionais (*Computational Fluid Dynamics*)

SISO Sistema dinâmico escalar, uma entrada e uma saída (*Single Input and Single Output*)

MIMO Sistema dinâmico multivariável, várias entradas e várias saídas (*Multiple Input and Multiple Output*)

ER Estabilidade Robusta

DR Desempenho Robusto

Lista de Símbolos

A seguir apresentam-se os principais símbolos usados no percurso do trabalho. Os símbolos relativos a variáveis escalares são representados por letras minúsculas e cursivas. Os vetores são representados por letras minusculas tipográficas. No entanto, pela sua relevância, algumas variáveis escalares são também nomeadas com letras maiúsculas. As matrizes sempre são representadas por letras maiúsculas. Veja a tabela seguinte para maiores detalhes.

símbolo	descrição	página
	Capítulo 2	
$0_m x_m y_m z_m$	referencial móvel	11
u	velocidade de *avanço (surge velocity)* do VSA	11
v	velocidade de *deriva (sway velocity)* do VSA	11
w	velocidade de *arfagem (heave velocity)* do VSA	11
p	velocidade rotacional de *balanço (roll rate)* do VSA	11
q	velocidade rotacional de *caturro (pitch rate)* do VSA	11
r	velocidade rotacional de *guinada (yaw rate)* do VSA	11
$Oxyz$	referencial fixo	11
x	posição do VSA na direção de *avanço*	11
y	posição do VSA na direção de *deriva*	11
z	posição do VSA na direção de *arfagem*	11
ϕ	atitude do VSA na direção de *balanço (roll)*	11
θ	atitude do VSA na direção de *caturro (pitch)*	11
ψ	atitude do VSA na direção de *guinada (yaw)*	11
$\dot{\psi}$	velocidade de guinada em relação ao referencial fixo (*yaw rate*).	98
υ	vetor de velocidade do VSA em relação ao móvel ($0uvw$)	12
η	vetor de velocidade do VSA em relação ao ($0_m x_m y_m z_m$)	12
J	matriz de transformação de coordenadas	12
W	peso total do veículo submerso	24
B	empuxo hidrostático	24
C_G	centro de gravidade	24

continua...

símbolo	descrição	página
C_B	centro do empuxo hidrostático	24
W	peso do veículo	24
M_A	matriz de massa adicional	17
K_T	coeficiente de empuxo do propulsor	20
K_Q	coeficiente de torque do propulsor	20
$\mathtt{x}(t)$	vetor de estados	29
$\mathtt{y}(t)$	vetor de estados medidos	29
$\mathtt{u}(t)$	vetor de controle	29
$\mathtt{f}(.)$	função vetorial de estado	29
$\mathtt{g}(.)$	função vetorial das observações	29
	Capítulo 3	
$\mathtt{x}(t)$	vetor de estados	38
$\mathtt{z}(t)$	vetor de estados medidos	38
$\mathtt{u}(t)$	vetor de controle	38
$\mathtt{f}(.)$	função vetorial de estado	29
$\mathtt{h}(.)$	função vetorial de medida	29
$\mathtt{w}(t)$	ruídos no vetor de estados	38
$\mathtt{v}(t)$	ruídos no vetor de estados medidos	38
$\mathscr{N}$	Distribuição normal gaussiana	38
Θ	Vetor de parâmetros estimados	38
P	matriz de covariância do erro	38
Q	matriz de covariância de $\mathtt{w}$	38
R	matriz de covariância de $\mathtt{v}$	38
K	matriz de ganho do filtro de kalman	38
F	matriz jacobiana de $\mathtt{f}$	38
H	matriz jacobiana de $\mathtt{h}$	38
$\hat{\mathtt{x}}$	vetor de estados estimado	38
$\hat{\mathtt{y}}$	vetor de estados medidos estimado	39
$\mathtt{q}$	vetor de inovações	39
$\mathscr{B}$	matriz de covariância de $\mathtt{q}$	39
$\mathtt{p}$	função de máxima verosimilhança	39
J	função de custo para estimar Θ	39
	Capítulo 4	

continua...

símbolo	descrição	página
$\dot{z}$	velocidade de submersão (*depth rate*)	101
$\mathtt{x}(t)$	vetor de estados do sistema	51
$\mathtt{y}(t)$	vetor de saída do sistema	51
$\mathtt{u}(t)$	vetor de controle do sistema	51
A	matriz de estados do sistema	51
B	matriz de controle do sistema	51
C	matriz de observador de estados do sistema	51
D	matriz do sistema	51
$G_{\triangle}$	planta Real	55
G	planta Nominal	51
$\mathbb{R}$	campo dos números reais	51
$\triangle_A$	incerteza Aditiva	55
$\triangle_M$	incerteza Multiplicativa	55
S	função de sensibilidade	56
T	função de sensibilidade complementar	56
C	(KS) função de sensibilidade do controlador	56
W_S	função de ponderação da sensibilidade	63
W_T	função de ponderação da sensibilidade complementar	63
W_C	função de ponderação da sensibilidade do controlador	63
$P(s)$	Planta Generalizada	65
$K(s)$	controlador	65
$\mathtt{w}$	distúrbios externos ou entradas exogenas	65
$\mathtt{z}$	sinal do erro	65
W_{model}	função de transferência de ajuste de malha aberta	70
$L(s)$	função de transferência de malha aberta	60

1 Introdução

Atividades submarinas, cada vez mais intensas no Brasil, para a exploração de recursos marinhos, pesquisas biológicas e aspectos relativos à segurança nacional têm levado ao estudo e ao desenvolvimento de diversos tipos de veículos submersíveis de pequeno porte.

O potencial tecnológico e econômico dos veículos submersíveis autônomos é apreciável, principalmente, em atividades como busca e prospecção de petróleo e gás natural em águas profundas; coleta de dados para pesquisas relacionadas ao meio-ambiente e à biologia marinha; inspeção de grandes estruturas flutuantes ou subaquáticas além da atuação em missões militares e da segurança nacional. Os veículos submersíveis, mostram-se também eficazes nas missões de resgate de vítimas e equipamentos perdidos em acidentes.

Ao nível mundial, diversas instituições vêm desenvolvendo projetos de veículos submersíveis autônomos (VSAs), alguns deles bastante ambiciosos como o projeto do Urashima da rede JAMSTEC (*Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology*) no Japão. O custo elevado dos projetos mais audaciosos faz com que países mais desenvolvidos liderem o processo de inovação e pesquisa. Embora a lista de países e instituições internacionais que desenvolvem VSAs seja extensa, podem-se apontar, além do Japão, alguns projetos pelos resultados expressivos obtidos recentemente como a *Naval Postgraduate School* nos Estados Unidos, o Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa em Portugal, o *Norwegian Institute of Technology* na Noruega, o *International Submarine Engineering* no Canadá e os projetos da rede francesa IFREMER (*Institut Français de Recherche pour l'Exploitation de la Mer*).

Nas últimas décadas, muitos avanços científicos ocorreram na área dos veículos submersíveis autônomos. Muitos deles são apresentados em (MURRAY, 2002; ROBERTS; SUTTON, 2006). Avanços nesta área são também expostos em conferências e periódicos especializados (ANDRIEVSKY; FRADKOV, 2004; ROBERTS, 2008; CHUNG; MISRA; SHIM, 2008; CUTIPA-LUQUE; DONHA, 2009; CUTIPA-LUQUE; DONHA, 2011).

1.1 Objetivo

Este trabalho tem dois objetivos principais. O primeiro objetivo é identificar um modelo matemático em seis graus de liberdade que represente a dinâmica de um veículo submersível autônomo. A partir do conhecimento do modelo, seu comportamento, seus parâmetros hidrodinâmicos principais envolvidos, um segundo objetivo é desenvolver uma lei de controle robusta que seja capaz de satisfazer as especificações do projeto de controlador, e mante-las apesar das extremas condições de operação para as quais o veículo está sendo projetado. O sistema de controle robusto deverá controlar o veículo inclusive quando exista presença de perturbações, incertezas na modelagem, dinâmicas não modeladas, e ruídos a que estão sujeito os sensores inerciais. Os resultados do sistema de controle proposto devem ser validados numericamente e, principalmente, através de ensaios experimentais.

O VSA Pirajuba está ainda em fase de construção e está sendo desenvolvido pelo LVNT. Assim, a construção do modelo dinâmico para o VSA em seus seis graus de liberdade, a derivação de modelos desacoplados que representem dinâmicas desacopladas (movimentos horizontais e movimentos verticais) são objetivos secundários deste trabalho. Controladores para as dinâmicas desacopladas serão desenvolvidos, validados, e comparados através de resultados numéricos e experimentalmente.

O modelo matemático que representa o comportamento físico do VSA é composto por equações diferenciais ordinárias cujos principais coeficientes representam parâmetros hidrodinâmicos associados a fenômenos físicos como, por exemplo, o arrasto e sustentação quando veículo se movimenta debaixo da água. Esses coeficientes são validos para determinadas condições, na maioria das vezes aproximados e restritos a certas condições. A estimação de esses coeficientes através de ensaios experimentais é necessária já que nem sempre os resultados analíticos são verificados ou validados. Aqui, a identificação do sistema pode ser entendida como a área que desenvolve e usa métodos de estimação de parâmetros com o objetivo de obter ou validar o modelo matemático do submersível(LJUNG, 1999, 2008).
Para o processo de identificação do AUV sub-atuado, técnicas de estimação para modelos paramétricos lineares e não lineares serão usadas para estimar, simultaneamente, os coeficientes hidrodinâmicos do veículo. A identificação do sistema VSA, nos seis graus de liberdade, é uma tarefa complexa pela dificuldade em alcançar a convergência simultânea de dezenas de parâmetros envolvidos, pela limitação do número de variáveis observadas, e por apresentar múltiplas soluções, não garantindo a veracidade da solução obtida. Para superar esse problema, algumas simplificações no modelo serão realizadas e técnicas e métodos baseados no filtro de Kalman e na função de máxima verossimilhança são empregadas (HWANG, 1980; KLEIN; MORELLI,

2006; LJUNG, 2008). Usam-se modelos paramétricos dos tipos linear e não-linear, com maior ênfase no último já que os termos não lineares representam melhor as dinâmicas do sistema. Técnicas de controle avançado, expostas em (LUQUE, 2007; LUQUE; DONHA, 2008b), são utilizadas para obter controladores que garantam estabilidade e desempenho robustos no sistema controlado. Estabilidade e desempenho robustos são requeridos já que o veículo deverá operar sobre a ação de distúrbios e ruídos presentes no sistema. As correntezas marinhas, por exemplo, estão presentes no ambiente submarinho e os sensores inerciais de navegação são sensíveis a ruídos externos. Para validar os métodos, tanto de identificação quanto de controle, vai-se usar o VSA do Laboratório de Veículos Não Tripulados (LVNT) do Departamento de Engenharia Mecatrônica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

1.2 Revisão Bibliográfica

Veículos submersíveis autônomos tem sido desenvolvidos desde o seculo passado usados nas três grandes áreas: industria offshore, exploração de recursos naturais e fins de defesa. O avanço tecnológico causou a redução significativa de equipamentos e sensores que esses veículos embarcam (KING, 1998; YUN et al., 1999), incrementando o interesse das instituições acadêmicas no desenvolvimento desses veículos. Assim há uma lista de veículos submersíveis desenvolvidos no mundo inteiro (VALAVANIS et al., 1997). Já no Brasil, podemos citar os veículos Laurs, Jau I, Jaú II e Pirajuba (AVILA, 2003, 2008; PRADO, 2009; de BARROS; FREIRE; DANTAS, 2010). O estudo e desenvolvimento desses veículos acompanham trabalhos associados às grandes áreas de Modelagem, de Identificação e de Controle de sistemas marítimos. O presente trabalho aborda técnicas de Identificação e de Controle para um VSA de forma torpedo. Inicialmente, os resultados serão validados através de simulações numéricas. O veículo Pirajuba do LVNT será usado para testes experimentais que também validem os algoritmos.

Neste trabalho, usa-se a representação do modelo em equações diferenciais ordinárias semelhantes às encontradas em Fossen (1994). Modelos desacoplados reduzem a complexidade dos problemas de identificação e de controle (SILVESTRE; PASCOAL, 2005, 2007).

Embora a modelagem de veículos submersíveis seja um tema bem estudado e desenvolvido, a obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos que formam a estrutura do modelo ainda continua sendo um tema de interesse e discussão já que grande parte deles é obtido usando métodos empíricos ou semi-empíricos. Os principais coeficientes hidrodinâmicos foram obtidos por ensaios experimentais calculados no LVNT. A identificação de sistemas é baseada nos trabalhos de Ljung (1999). Métodos de identificação de sistemas para sistemas não lineares são expostos nas pesquisas recentes e, atualmente, continuam sendo foco de pesquisa nesta área (LJUNG,

2008; NELLES, 2000). Embora exista uma ampla bibliografia sobre a aplicação de métodos de identificação de sistemas para sistemas robóticos, a bibliografia sobre identificação de veículos submersíveis ainda é reduzida (MARCO; HEALEY, 1998; CUTIPA-LUQUE; DONHA, 2009). O método de identificação neste trabalho é do tipo caixa cinza, já que existe um modelo VSA com uma estrutura matemática conhecida expressa em equações diferenciais e, onde, alguns coeficientes devem ser identificados (CUTIPA-LUQUE; DONHA, 2009; CUTIPA-LUQUE; DONHA, 2011).

Os métodos de estimação baseados em mínimos quadrados são frequentemente utilizados para identificar parâmetros hidrodinâmicos de sistemas marítimos. Hwang (1980) identificou problemas de unicidade na solução do problema de identificação de um navio. Posteriormente, Avila (2008) confirmou a ocorrência deste fenômeno na estimação de múltiplos parâmetros do modelo hidrodinâmico do veículo submersível Laurs. Como mostraremos a seguir, a identificação do VSA está sujeita a este problema, e o método de transformação paramétrica é usado para mitigar esse problema.

Outra abordagem, bastante usada na identificação de sistemas aeronaves, é o método de máxima verosimilhança (HOFF; COOK, 1996; MACIEL et al., 2006; MACIEL; GOES, 2007). Neste trabalho mostra-se que o método de máxima verosimilhança pode ser a estratégia correta quando o objetivo é estimar múltiplos parâmetros do VSA (CUTIPA-LUQUE; DONHA, 2011). Uma abordagem mais recente sugere ainda o uso do método do erro filtrado, que consiste no uso do filtro estendido de Kalman e o método de máxima verosimilhança (MACIEL; GOES, 2007).

O número de artigos relacionados a métodos de identificação de sistemas aplicados a VSA é bem reduzido. No entanto, métodos de identificação de sistemas baseados em mínimos quadrados vêm sendo aplicados a veículos submersíveis operados remotamente. Podem ser citados os trabalhos de identificação dos veículos Romeo, Uris e Laurs, respectivamente (INDIVERI, 1998; RIDAO et al., 2004; AVILA, 2008).

Avila (2008) sugere um método de identificação de sistemas baseado em mínimos quadrados utilizando múltiplos ensaios experimentais, consequentemente a realização de vários testes. Prado (2009) usa um método baseado em mínimos quadrados para identificar o veículo submersível Jaú II. O método de identificação de veículos submersíveis demanda geralmente maiores recursos por empregar Mecanismos de Movimento Planar MMP e testes em tanque de provas. Fossen, Sagatun e Sorensen (1996) usam o filtro de Kalman estendido utilizando duas medidas em paralelo para identificar o sistema de posicionamento de um navio. As técnicas de inteligencia artificial podem também ser utilizadas em problemas de estimação de parâmetros de

modelos não lineares (SAYYAADI; URA, 1999; RENTSCHLER; HOVER; CHRYSSOSTOMIDIS, 2006a).

Neste trabalho, técnicas baseadas em filtros de Kalman e em máxima verosimilhança foram escolhidas para determinar os principais parâmetros hidrodinâmicos do VSA e identificar o modelo matemático que represente o comportamento físico do veículo e suas dinâmicas.

Quanto ao problema de controle, observou-se avanços consideráveis nas estratégias de controle aplicadas aos sistemas envolvidos. As estratégias variam do controle ótimo basadas no principio máximo de Pontryagin (PONTRYAGIN et al., 1962), passando pela sua variante chamada de controle por modos deslizantes (UTKIN, 1978) e até chegar aos métodos de decomposição (CHERNOUSKO; ANANIEVSKI; RESHMIN, 2008). No entanto, as técnicas de controle lineares basadas em ferramentas analíticas como a análise funcional e a álgebra vetorial continuam ganhando notoriedade na aplicação bem-sucedida de casos práticos, controlando sistemas com alto grau de acoplamentos dinâmicos, garantindo estabilidade inclusive quando submetidos a perturbações externas, incertezas no modelo e ruídos provenientes dos sensores.

É preciso realçar que aumentou o interesse no controle de veículos submersíveis motivado primeiramente pela indústria de petróleo, óleo e gás natural, pela exploração do vasto ambiente marinho ainda desconhecido em busca de novos recursos naturais e, também, pelo setor militar (CANHETTI, 1998; ROBERTS; SUTTON, 2006). Existe um número extenso de publicações sobre técnicas de controle avançado, no entanto as publicações sobre aplicações reais é pequena. Destacam-se os trabalhos de (SILVESTRE; PASCOAL, 1997, 2005; MAURYA et al., 2006; SILVESTRE; PASCOAL, 2007) que aplicam técnicas de controle avançadas $\mathscr{H}_\infty$ para sintetizar controladores escalares com o objetivo de controlar o veículo em movimentos desacoplados. Healey e Lienard (1993) aplicam a técnica de controle em modos deslizantes para controlar um VSA. No Brasil, o trabalho de Zakartchouk Junior (2010) (ZAKARTCHOUK JUNIOR, 2010) que usa técnicas de controle não linear *backsteping* para controlar um modelo de navio destaca pela apresentação de resultados experimentais usando uma técnica de controle avançada. Os trabalhos de controle de um veículo submersível operado remotamente usando a técnica de estruturas variáveis (DA CUNHA; COSTA; HSU, 1995; HSU et al., 2000) adotam destaque pelos resultados experimentais. A publicação de resultados experimentais é muito reduzida é escassa devido a aspectos de segurança de patentes e ao alto custo do projeto de construção e desenvolvimento.

A técnica de controle $\mathscr{H}_\infty$ ganhou interesse na aplicação de controle de sistemas multivariáveis. Lundström, Skogestad e Doyle (1999) utilizaram uma extensão do trabalho de (MCFARLANE; GLOVER, 1990) para controlar um processo industrial de destilação melhorando

o desempenho. A configuração do controlador resultante é denominada controlador $\mathscr{H}_\infty$ de dois graus de liberdade ou 2GL. O presente trabalho desenvolve o controle em dois graus de liberdade para implementar o controle robusto do VSA sub-atuado tanto nos movimentos desacoplados quanto nos seus seis graus de liberdade. O esforço no projeto de um controle em seis graus de liberdade é maior e, portanto, há poucos trabalhos que abordam esse problema em aplicações reais. A estrutura do controlador de 2GL permite melhoria do desempenho que algumas vezes é degradado pelo elevado conservadorismo da técnica de controle. Um bom desempenho e forte estabilidade são especificações importante do projeto de controle do veículo já que o veículo deverá operar no espaço submarino.

1.3 Contribuições da tese

1. Construção do modelo dinâmico em seis graus de liberdade para o VSA do LVNT. O veículo Pirajuba não tem sido modelado. O presente trabalho construí um modelo em seis graus de liberdade a partir de equações empíricas e semi-empíricas padrão utilizadas em veículos de forma de torpedo.

2. Desenvolvimento de técnicas de identificação de sistemas para o veículo, usando o filtro estendido de Kalman e o método de máxima verosimilhança. O método de mínimos quadradois é uma técnica clássica utilizada para resolver o problema de estimação de parâmetros de veículos submersíveis. Este trabalho aplica o método de máxima verosimilhança usado em identificação de modelos de aeronaves. Os resultados mostraram-se bastante promissores e podem ser aplicados na estimação simultânea de um maior número de parâmetros.

3. Neste trabalho usou-se a técnica de transformação paramétrica para evitar a divergência dos parâmetros estimados. Manobras zig-zag e circulares foram testadas através do deslocamento do leme vertical. Embora essa técnica seja desenvolvida para um modelo de navio e submarino. Os resultados aqui obtidos mostraram-se satisfatórios para a identificação de modelos VSA.

4. Há poucos resultados experimentais sobre a aplicação da técnica de controle $\mathscr{H}_\infty$ em veículos submersíveis, sejam autônomos ou operados remotamente. Não tem-se reportado resultados experimentais do uso de controladores MIMO centralizados. O presente trabalho desenvolve e implementa diversos controladores SISO $\mathscr{H}_\infty$ para controlar os movimentos do veículo. Propõe controladores centralizados MIMO que garantam robustez na estabilidade e no desempenho para o sistema VSA sub-atuado.

5. Controladores centralizados apresentam geralmente uma robustez muito conservadora e podem causar a degradação do desempenho. O presente trabalho contribui também no desenvolvimento de uma estrutura para a melhoria do desempenho do sistema controlado através de uma estrutura de dois graus de liberdade (2GL)

6. Neste trabalho, implementaram-se também os controladores de ordem elevada em processadores de aritmética de ponto fixo. O custo computacional destes controladores é elevado e geralmente são implementados em computadores com recursos elevados. Este trabalho mostra a implementação de controladores num microcontrolador baseado num processador ARM7 de 32 bits. Para a otimização do código, o algoritmo de controle foi expressado na aritmética de ponto fixo.

7. Testes experimentais que validem técnicas de controle $\mathscr{H}_\infty$ para veículos submersíveis são pouco publicados na literatura. O presente trabalho valida os algoritmos de controle mediante testes experimentais, avaliando as dinâmicas desacopladas e o modelo dinâmico completo do veículoi.

2 Modelagem do Veículo

2.1 Introdução

Para atingir os objetivos principais deste trabalho, é necessário a construção de um modelo matemático que represente o comportamento físico do veículo submersível. O modelo, obtido por equações empíricas e semi-empíricas, recebe o nome de modelo nominal, representa o comportamento do sistema VSA, apresenta um certo grau de incertezas devido ao uso de aproximações e dinâmicas não modeladas. O modelo nominal será usado na estimação de parâmetros procurando identificar experimentalmente o modelo VSA. O modelo nominal, previa ajuste de seus parâmetros por métodos de identificação de sistemas, será também utilizado para a síntese de controladores $\mathscr{H}_\infty$.

Nesta seção, definem-se as características principais do veículo submersível autônomo, as equações que governam seus movimentos, as equações semi-empíricas para obter os coeficientes hidrodinâmicos de arrasto e de sustentação, as derivadas hidrodinâmicas e demais coeficientes associados à sua dinâmica. O veículo usado é chamado de Pirajuba e pertence ao LVNT.

O modelo matemático consiste de equações cinemáticas e dinâmicas, sendo que as últimas incluem a descrição de forças e momentos externos. No entanto, primeiramente descrevem-se as características principais do veículo submersível. Por exemplo, a geometria e massa do corpo, a geometria dos atuadores e superfícies de controle, equipamentos embarcados, sensores, atuadores, banco de baterias, equipamentos adicionais de emergência.

2.2 Características do veículo

A figura 2.1 apresenta o veículo Pirajuba do LVNT de comprimento total de $1,742$ m, diâmetro de $0,234$ m, e masa total de $52,5$ m. O veículo é propelido através de um motor propulsor de corrente contínua que gera o empuxo na direção de avanço numa velocidade de cruzeiro de 1

Tabela 2.1: Características principais do veículo

Parâmetros	Valor	Unidades	Descrição
m	52,5	kg	massa do veículo
a	2,17e-1	m	comprimento proa
b	1,25e-0	m	comprimento da parte cilíndrica
c	3,37e-1	m	comprimento da popa
d	2,34e-2	m	diâmetro do veículo
l	1,74e+0	m	comprimento total
θ_m	25	graus	ângulo de Myring
a_{off}	0	m	comprimento do *offset* na proa
l_f	1,47e+0	m	corpo frontal $(a+b-a_{off})$
c_{off}	5,80e-2	m	comprimento do *offset* na popa $(a+b+c-l)$
x	—	m	ordenada Myring
n	2	—	coeficiente exponencial de Myring

m/s e velocidade máxima de 2 m. As duas superfícies de controle, leme vertical e leme horizontal, permitem a realização de manobras no espaço submarino. O deslocamento máximo das superfícies de controle é ± 20.

As principais características do veículo Pirajuba são resumidas na Tabela 2.1 e na figura 2.2. O casco hidrodinâmico do veículo é projetado baseado nos coeficientes de Myring (MYRING, 1976). A forma do casco permite reduzir o arrasto hidrodinâmico e é estabelecida pelas equações seguintes:

$$r_{proa} = \frac{1}{2}d\left[1-\left(\frac{x+a_{off}-a}{a}\right)^2\right]^{1/n}, \tag{2.1}$$

$$r_{medio} = \frac{d}{2}, \text{ e} \tag{2.2}$$

$$r_{popa} = \frac{1}{2}d - \left[\frac{3d}{2c^2}-\frac{tan\theta_m}{c}\right]\left(x-l_f\right)^2 + \left[\frac{d}{c^3}-\frac{tan\theta_m}{c^2}\right]\left(x-lf\right)^3. \tag{2.3}$$

As geometrias de cascos esbeltos permitem reduzir o arrasto hidrodinâmico. Hoerner (1965) sugere formas esbeltas para a redução do arrasto através da relação $l/d > 6$. As formas geométricas da proa e da popa podem ser alteradas através dos coeficientes a e θ procurando minimizar o arrasto hidrodinâmico. Todos os parâmetros do casco hidrodinâmico do Pirajuba foram definidos pelo LVNT, adaptados a partir do casco hidrodinâmico do veículo indiano MAYA (MAURYA et al., 2006; de BARROS; FREIRE; DANTAS, 2010).

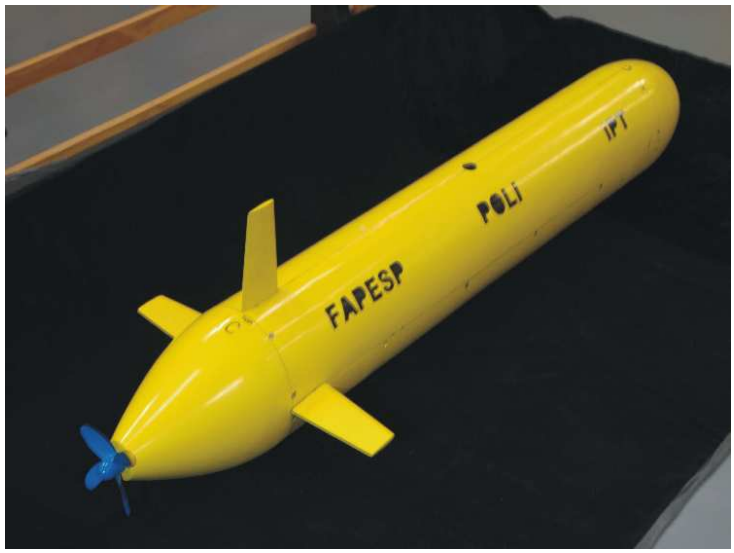


Figura 2.1: Veículo Submersível Autônomo do LVNT.

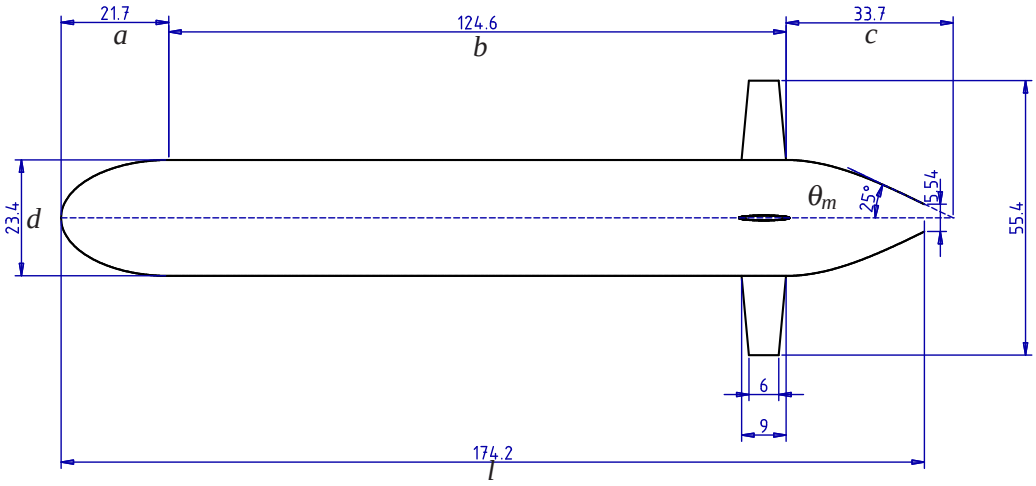


Figura 2.2: Características dimensionais do Pirajuba (unidades em cm)

2.3 Sistema de Coordenadas

Seis coordenadas são necessárias para determinar a posição e atitude de um veículo submersível no meio marinho. As três primeiras coordenadas descrevem o movimento linear do veículo ao longo do eixo x, y e z, e as três últimas coordenadas descrevem o movimento rotacional do veículo. Os seis graus de liberdade do Veículo Submersível Autônomo (VSA) são definidos como: *avanço*, *deriva*, *arfagem*, *balanço*, *caturro* e *guinada*; associados, respectivamente às variáveis x, y e z e rotações ao redor destes mesmos eixos, conforme apresenta a tabela 2.2 e na figura 2.3.

Tabela 2.2: Sistema de Coordenadas

	descrição	forças e momentos	velocidade linear e angular	posição e atitude
avanço	mov. na direção x	X	u	x
deriva	mov. na direção y	Y	v	y
arfagem	mov. na direção z	Z	w	z
balanço	rot. ao redor do eixo x	K	p	ϕ
caturro	rot. ao redor do eixo y	M	q	θ
guinada	rot. ao redor do eixo z	N	r	ψ

2.4 Cinemática do Veículo

O movimento do sistema de referência móvel $0_m x_m y_m z_m$ (referencial móvel) é definido em relação a um sistema de referência inercial $0xyz$ (referencial fixo), ver figura 2.3. O movimento do veículo em seis graus de liberdade pode ser descrito utilizando-se os vetores (FOSSEN, 1994; ROBERTS; SUTTON, 2006):

$$\begin{aligned}
\eta_1 &= [x \quad y \quad z]^T; \quad \eta_2 = [\phi \quad \theta \quad \psi\,]^T; \quad \eta = [\eta_1, \quad \eta_2]^T \\
\upsilon_1 &= [u \quad v \quad w]^T; \quad \upsilon_2 = [p \quad q \quad r]^T; \quad \upsilon = [\upsilon_1, \quad \upsilon_2]^T \\
\tau_1 &= [X \quad Y \quad Z]^T; \quad \tau_2 = [K \quad M \quad N]^T; \quad \tau = [\tau_1, \quad \tau_2]^T;
\end{aligned} \tag{2.4}$$

onde η descreve a posição e orientação do veículo em relação ao referencial fixo, υ a velocidade de translação e rotação em relação ao referencial móvel, e τ descreve as forças e momentos totais que agem no veículo.

A figura 2.3 ilustra os sistemas de coordenadas utilizados para estabelecer o modelo matemático do veículo submersível. A seguinte transformação de coordenadas relaciona as velocidades de translação entre o sistema de referência inercial e o sistema de referência móvel (FOSSEN,

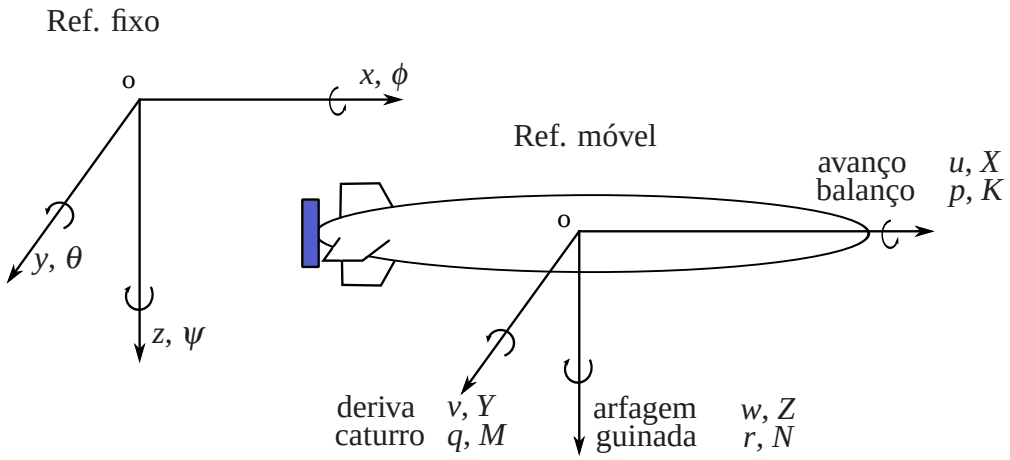


Figura 2.3: Sistema de coordenadas para o VSA, referencial fixo e referencial móvel

1994):

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \mathbf{J_1}(\eta_2) \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}^T, \tag{2.5}$$

onde:

$$\mathbf{J_1}(\eta_2) = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \cos\psi\sin\theta\sin\psi - \sin\psi\cos\phi & \sin\psi\sin\phi - \cos\psi\cos\phi\sin\theta \\ \sin\psi\cos\theta & \cos\phi\cos\psi + \sin\phi\sin\theta\sin\psi & \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \cos\psi\sin\phi \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix}. \tag{2.6}$$

Note-se que $\mathbf{J_1}(\eta_2)$ é ortogonal, isto é:

$$[\mathbf{J_1}(\eta_2)]^{-1} = [\mathbf{J_1}(\eta_2)]^T. \tag{2.7}$$

A segunda transformação de coordenadas relaciona as velocidades rotacionais dos sistemas de coordenadas inercial e móvel:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{J_2}(\eta_2) \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T, \tag{2.8}$$

onde:

$$\mathbf{J_2}(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} & \cos\phi\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \dfrac{\sin\phi}{\cos\theta} & \dfrac{cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix}. \tag{2.9}$$

A equação da cinemática do veículo submersível pode ser expressa através da relação entre o vetor de posição e orientação η e o vetor de posição e orientação υ:

$$\dot{\eta} = \mathbf{J}(\eta)\upsilon, \tag{2.10}$$

onde a matriz de transformação cinemática é expressa por:

$$\mathbf{J}(\eta) = \begin{bmatrix} \mathbf{J_1}(\eta_2) & \mathbf{0_{3\times 3}} \\ \mathbf{0_{3\times 3}} & \mathbf{J_2}(\eta_2) \end{bmatrix}. \tag{2.11}$$

Note-se que $\mathbf{J_2}$ não é definida para um ângulo de caturro de $\theta = 90°$. Isto não é problema sempre e quando o movimento do veículo não passe por esta singularidade. A região de singularidade foi definida pelos intervalos $< -89,99; 90,01 >$ e $< 89,99; 99,01 >$. Outra alternativa é utilizar outra representação cinemática, como quatérnions ou parâmetros de Rodriguez, ver (HUGHES, 1986).

2.5 Dinâmica de Corpo Rígido do Veículo

Trabalhos anteriores apresentam os fundamentos matemáticos para modelar as equações que governam a dinâmica de veículos de forma torpedo (CANHETTI, 1998; LUQUE, 2007). Dado que a geometria do Pirajuba é também do tipo torpedo, adotam-se as expressões usadas nos trabalhos acima citados para obter as equações da dinâmica do corpo rígido do veículo.

2.5.1 Equações de Translação e de Rotação

As equações de movimento do veículo em seis graus de liberdade, três de translação e três de rotação, são expressas de forma geral pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} X_{ext} &= m\left[\dot{u} - vr + wq - x_G\left(q^2 + r^2\right) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})\right] \\ Y_{ext} &= m\left[\dot{v} - wp + ur - y_G\left(r^2 + p^2\right) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})\right] \\ Z_{ext} &= m\left[\dot{w} - uq + vp - z_G\left(p^2 + q^2\right) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p})\right] \end{aligned} \tag{2.12}$$

e

$$
\begin{aligned}
K_{ext} &= I_x\dot{p} - I_{xy}\dot{q} - I_{xz}\dot{r} + (I_z - I_y)rq + I_{yz}(r^2 - q^2) - I_{xz}pq + I_{xy}pr + \\
&\quad m[y_G(\dot{w} + pv - qu) - z_G(\dot{v} + ru - pw)] \\
M_{ext} &= -I_{xy}\dot{p} + I_y\dot{q} - I_{yz}\dot{r} + (I_x - I_z)rp + I_{xz}(p^2 - r^2) - I_{xy}rq + I_{yz}pq + \\
&\quad m[z_G(\dot{u} + qw - rv) - x_G(\dot{w} + pv - qu)] \\
N_{ext} &= -I_{xz}\dot{p} - I_{yz}\dot{q} + I_z\dot{r} + (I_y - I_x)qp + I_{xy}(q^2 - p^2) - I_{yz}pr + I_{xz}qr + \\
&\quad m[x_G(\dot{v} + ru - pw) - y_G(\dot{u} + qw - rv)],
\end{aligned}
\tag{2.13}
$$

onde X_{ext}, Y_{ext} e Z_{ext} representam os somatórios de forças externas atuantes sobre o veículo; K_{ext}, M_{ext} e N_{ext} representam os somatórios dos momentos externos atuantes sobre o veículo; I_x, I_y e I_z são os momentos de inércia ao redor da origem do referência móvel; I_{xy}, I_{yz} e I_{xz} são os momentos de inércia cruzados que serão desprezados por ter valores pequenos e devido à simetria do veículo em dois do seus eixos; x_G, y_G e z_G são as coordenadas do centro de massa do veículo em relação a sua origem.

Os esforços externos são causados por fenômenos físicos relativos a massa adicionada, arrasto hidrodinâmico (resistência ao avanço e arrasto cruzado), esforços gerados pelo propulsor, esforços de sustentação tanto do corpo quanto dos lemes do veículo e os esforços restauradores. As seções seguintes abordam a obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos relativos a esses esforços. O sistema também está submetido a esforços dependentes das condições ambientais do meio submarino, como correntezas e ondas induzidas, não modeladas aqui (FOSSEN, 2002).

2.6 Coeficientes Hidrodinâmicos

A seção anterior apresentou a modelo do veículo em seis graus de liberdade expresso em função de esforços externos X_{ext}, Y_{ext}, Z_{ext}, K_{ext}, M_{ext} e N_{ext}. Esses esforços representam forças e momentos ao quais o veículo é submetido e podem ser linearmente superimpostas (FALTINSEN, 1993). Os coeficientes hidrodinâmicos associados aos esforçoso hidrodinâmicas incluem coeficientes do tipo: N_v, Z_q, K_v, Y_δ, etc. e que dependem da forma do veículo, tamanho, distribuição de inércia e condições de equilíbrio. A obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos abrange uma grande área da mecânica de fluidos. Para sua determinação são usados métodos analíticos, numéricos e empíricos. Métodos analíticos proveem resultados para geometrias não muito complexas que podem ser usadas para comparar soluções obtidas por métodos numéricos. Devido à complexidade associada ao escoamento no meio marinho, dá-se preferência aos métodos empíricos no estudo da hidrodinâmica de estruturas marinhas. Isto principalmente

porque, em primeiro lugar, alguns problemas nessa área ainda esperam por uma solução numérica; segundo, porque os métodos numéricos têm levado a resultados pouco satisfatórios e sua precisão precisa ser validada pelos outros métodos. É portanto aconselhável conduzir o projeto usando-se os três métodos. Trabalhos elaborados nesta ampla área podem ser encontrados em (AVILA, 2003; de BARROS; PASCOAL; DE SA, 2004; RENTSCHLER; HOVER; CHRYSSOSTOMIDIS, 2006b).

Neste trabalho, desenvolveu-se uma revisão de métodos clássicos para a obtenção dos valores nominais desses coeficientes (HOERNER, 1965, 1992; PRESTERO, 2001; RENTSCHLER, 2003). O uso de técnicas de identificação de sistemas, no capítulo seguinte, verificarão e sintonizarão com maior exatidão esses coeficientes.

2.6.1 Massa Adicionada

Massa adicionadas são entendidas como forças e momentos de pressão induzidas devido a um movimento harmônico forçado do corpo rígido e são proporcionais à aceleração do corpo (FOSSEN, 1994). Esses esforços podem ser entendidos são proporcionais à aceleração do veículo e equivalem à quantidade de massa efetiva do fluido que acelera em conjunto com a massa do veículo (LEWIS, 1988). Para corpos esbeltos pode ser aplicada a teoria de *faixas* para o cálculo destes coeficientes, integrando-se os coeficientes bi-dimensionais de massa adicionada ao longo do comprimento do veículo (NEWMAN, 1977). Outra tentativa é usar ferramentas computacionais da dinâmica de fluidos (CFD) para encontrar os coeficientes de massa adicional (BO, 2004; de BARROS; PASCOAL; DE SA, 2008).

A matriz de massa adicionada para o veículo, de geometria simétrica entre os planos *xy* e *xz*, é dada por (NEWMAN, 1977; FOSSEN, 1994):

$$M_A = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & 0 & 0 & m_{26} \\ 0 & 0 & m_{33} & 0 & m_{35} & 0 \\ 0 & & 0 & m_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{53} & 0 & m_{55} & 0 \\ 0 & m_{62} & 0 & 0 & 0 & m_{66} \end{bmatrix}. \tag{2.14}$$

Assumindo que o veículo se movimenta num fluido ideal infinito, os coeficientes de massa adicionada podem ser obtidos como segue (NEWMAN, 1977; BLEVINS, 1979; SMITH, 1994; PRESTERO, 2001; RENTSCHLER, 2003).

O coeficiente de massa adicionada na direção de avanço para um veículo na forma torpedo

é obtido pela expressão seguinte:

$$m_{11} = \frac{4\pi\rho\alpha}{3}\left(\frac{l}{2}\right)\left(\frac{d}{2}\right)^2, \tag{2.15}$$

onde α é a relação entre o comprimento do veículo e o diâmetro. Para o caso do veículo l/d é 7,44 e, segundo a tabela de Blevins (1979)(ver apêndice), esse valor corresponde a um $\alpha = 0,03585$.

Para efeitos de integração e obtenção dos demais coeficientes de massa adicionada, precisam-se usar expressões escritas nos eixos principais de inércia: a massa adicionada por unidade de comprimento de um corpo cilíndrico:

$$m_a(x) = \pi\rho R(x)^2, \tag{2.16}$$

e a massa adicionada de um círculo com lemes:

$$m_{af}(x) = \pi\rho\left(a_f^2 - R(x)^2 + \frac{R(x)^4}{a_f^2}\right), \tag{2.17}$$

onde ρ é a densidade da água, $R(x)$ é o raio por unidade de comprimento, a_f é a área da seção do leme. Em seguida, a força atuante sobre o corpo é obtida pela teoria de faixas integrando-se as expressões acima e usando as relações seguintes (NEWMAN, 1977):

$$m_{22} = \int_{x_t}^{x_f} m_a(x)dx + \int_{x_f}^{x_{f_2}} m_{af}(x)dx + \int_{x_{f_2}}^{x_{b_2}} m_a(x)dx, \tag{2.18}$$

$$m_{53} = -\int_{x_t}^{x_f} xm_a(x)dx - \int_{x_f}^{x_{f_2}} xm_{af}(x)dx - \int_{x_{f_2}}^{x_{b_2}} xm_a(x)dx, \tag{2.19}$$

$$m_{55} = \int_{x_t}^{x_f} x^2m_a(x)dx + \int_{x_f}^{x_{f_2}} x^2m_{af}(x)dx + \int_{x_{f_2}}^{x_{b_2}} x^2m_a(x)dx, \tag{2.20}$$

onde m_{22} representa a massa adicionada na direção de deriva devido ao movimento de deriva, m_{53} representa a massa adicionadas na direção de caturro devido ao movimento de arfagem, m_{35} representa a massa adicionada na direção de arfagem devido ao movimento de caturro, m_{55} representa a massa adicionada na direção de caturro devido ao movimento de caturro, m_{66} representa a massa adicionada na direção de guinada devido ao movimento de guinada, m_{26} representa a massa adicionada na direção de deriva devido ao movimento de guinada e m_{62} representa a massa adicionada na direção de guinada devido ao movimento de deriva.

A massa adicionada na direção de balanço devido ao movimento de balanço, é expressa pela equação de Blevins (1979):

$$m_{44} = \int_{x_f}^{x_{f_2}} \frac{2}{\pi}\rho a^4 dx, \tag{2.21}$$

onde t, x_f, e x_{f_2} são os limites de integração definidos pela forma geométrica do veículo e as

superfícies de controle (ver dados no apêndice A). Pela simetria geométrica do submersível, valem as seguintes relações:

$$m_{62} = m_{26} = -m_{53}, \tag{2.22}$$

$$m_{33} = m_{22} , \tag{2.23}$$

$$m_{35} = m_{53} , \tag{2.24}$$

$$m_{66} = m_{55} . \tag{2.25}$$

Os nomenclatura aqui usada segue a notação (SNAME, 1950) e os coeficientes acima podem ser expressos como:

$$\begin{aligned} X_{\dot{u}} &= -m_{11}, \\ Y_{\dot{v}} &= -m_{22}, \\ Y_{\dot{r}} &= -m_{26}, \\ Z_{\dot{w}} &= -m_{33}, \\ Z_{\dot{q}} &= -m_{35}, \\ K_{\dot{p}} &= -m_{44}, \\ M_{\dot{w}} &= -m_{53}, \\ M_{\dot{q}} &= -m_{55}, \\ N_{\dot{v}} &= -m_{62}, \\ N_{\dot{r}} &= -m_{66}. \end{aligned} \tag{2.26}$$

De acordo com o (SNAME, 1950), por exemplo, $Y = -Y_{\dot{v}}\dot{v}$ representa a força ao longo do eixo y devido à aceleração $\dot{v}$, ou:

$$Y = -Y_{\dot{v}}\dot{v}, \tag{2.27}$$

onde:

$$Y_{\dot{v}} := \frac{\partial Y}{\partial \dot{v}}. \tag{2.28}$$

Das expressões (2.26) derivam-se os termos cruzados de massa adicionada (IMLAY, 1961):

$$
\begin{array}{llll}
X_{wq} = Z_{\dot{w}} & X_{qq} = Z_{\dot{q}} & X_{vr} = -Y_{\dot{v}} & X_{rr} = -Y_{\dot{r}} \\
X_{rp} = -Y_{\dot{p}} & Y_{ur} = X_{\dot{u}} & Y_{wp} = -Z_{\dot{w}} & Y_{pq} = -Z_{\dot{q}} \\
Z_{uq} = -X_{\dot{u}} & Z_{vp} = Y_{\dot{v}} & Z_{rp} = Y_{\dot{r}} & Z_{rp} = Y_{\dot{r}} \\
Z_{pp} = Y_{\dot{p}} & & & \\
 & & & \\
K_{vw} = -(Y_{\dot{v}} - Z_{\dot{w}}) & K_{wr} = -(Y_{\dot{r}} + Z_{\dot{q}}) & K_{vq} = (Z_{\dot{r}} + Z_{\dot{q}}) & K_{pq} = K_{\dot{r}} \\
K_{qr} = -(M_{\dot{q}} - N_{\dot{r}}) & K_{ur} = -X_{\dot{q}} & K_{wp} = -Y_{\dot{p}} & K_{uv} = X_{\dot{w}} \\
M_{uwa} = -(Z_{\dot{w}} - X_{\dot{u}}) & M_{vp} = -Y_{\dot{r}} & M_{rp} = (K_{\dot{p}} - N_{\dot{r}}) & M_{uq} = -Z_{\dot{q}} \\
M_{pp} = -K_{\dot{r}} & M_{rr} = K_{\dot{r}} & N_{uva} = -(X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}}) & N_{wp} = Z_{\dot{q}} \\
N_{pq} = -(K_{\dot{p}} - M_{\dot{q}}) & N_{ur} = Y_{\dot{r}} & N_{vq} = -Y_{\dot{p}} & N_{qr} = -K_{\dot{r}}.
\end{array}
\tag{2.29}
$$

Na equação (2.29) acima, os termos não utilizados na modelagem do VSA foram: Z_{rp}, Z_{pp}, K_{vw}, K_{wr}, K_{vq}, K_{pq}, M_{pp}, M_{rr}, M_{vr}, M_{vp}, N_{wp}, N_{vq} e N_{qr}.

2.6.2 Resistência ao Avanço

Trata-se de uma força que age contra o movimento do submersível no meio fluido. Este esforço dissipativo pode ser de dois tipos: arrasto de fricção, gerado por tensões tangenciais de natureza viscosa entre o fluido e o casco do VSA, e arrasto de forma ou de pressão, causado por diferenças de pressões normais à superfície do corpo à jusante e à montante do veículo. O arrasto do VSA foi modelado pela fórmula quadrática clássica (HOERNER, 1965; TRIANTAFYLLOU; HOVER, 2003):

$$X_{u|u|} = -\frac{1}{2}\rho C_d A_f, \tag{2.30}$$

onde:

$$C_d = \frac{c_{ss}\pi A_p}{A_f}\left(1 + 60\left(\frac{d}{l}\right)^3 + 0.0025\frac{l}{d}\right), \tag{2.31}$$

sendo a área plana do veículo é $A_p = ld$, a área frontal do veículo é expresso por A_f, o coeficiente de Schoenherr's c_{ss} é de $3,397 \times 10^{-3}$ (LEWIS, 1988).

2.6.3 Arrasto Cruzado

O arrasto gerado pelo casco do veículo e pelos lemes atuadores é chamado de arrasto cruzado. O método usado, válido para corpos esbeltos, é similar ao da teoria de faixas, uma aproximação da soma dos arrastos da seção do cruzada do veículo. A seguir, as equações que modelam o

arrasto cruzado (SMITH, 1994; RENTSCHLER, 2003):

$$Y_{v|v|} = -\frac{1}{2}\rho C_{dc}\int_{x_t}^{x_{b_2}} 2R(x)dx - 2\left(\frac{1}{2}\rho S_{flap}C_{df}\right), \tag{2.32}$$

$$M_{w|w|} = -\frac{1}{2}\rho C_{dc}\int_{x_t}^{x_{b_2}} 2xR(x)dx - 2x_{flap}\left(\frac{1}{2}\rho S_{flap}C_{df}\right), \tag{2.33}$$

$$Y_{r|r|} = -\frac{1}{2}\rho C_{dc}\int_{x_t}^{x_{b_2}} 2x|x|R(x)dx - 2x_{flap}|x_{flap}|\left(\frac{1}{2}\rho S_{flap}C_{df}\right), \tag{2.34}$$

$$M_{q|q|} = -\frac{1}{2}\rho C_{dc}\int_{x_t}^{x_{b_2}} 2x^3R(x)dx - 2x_{flap}^3\left(\frac{1}{2}\rho S_{flap}C_{df}\right), \tag{2.35}$$

onde ρ é a densidade da água, $R(x)$ é o raio em função da ordenada de avanço x, C_{dc}=1,1 é o coeficiente de arrasto para um corpo cilíndrico (HOERNER, 1965), S_{flap} é a área plana do leme atuador, e $C_{df} = 0,57$ é o coeficiente de arrasto do leme, derivada por (WHICKER; FEHLNER, 1958; RENTSCHLER, 2003), cujo valor é $C_{df} = 0,1 + 0,7t_r$, onde t_r é a razão entre as larguras superior e inferior do leme.

Pela simetria do casco, valem também as seguintes relações:

$$Z_{w|w|} = Y_{v|v|}, \tag{2.36}$$

$$N_{v|v|} = -M_{w|w|}, \tag{2.37}$$

$$Z_{q|q|} = -Y_{r|r|}, \tag{2.38}$$

$$N_{r|r|} = M_{q|q|}. \tag{2.39}$$

O arrasto cruzado na direção de balanço pode ser modelado pela expressão seguinte:

$$K_{p|p|} = Y_{vvf}r_{mean}^3, \tag{2.40}$$

onde, Y_{vvf} é o coeficiente de arrasto cruzado do leme (ver segunda componente do lado direito da equação (2.32)), r_{mean} é altura do leme relativamente a seu centro de linha. De fato, o valor é muito pequeno e algumas vezes não é considerado (RENTSCHLER, 2003). No entanto, ele pode ser encontrado ou verificado mediante métodos de identificação de sistemas.

2.6.4 Propulsor

Os esforços gerados pelos propulsores são de extrema importância para o movimento e para o controle dos veículos submersíveis. Em Feldman (1979), a força propulsora é modelada pelo termo T_p da equação (2.58) adiante, e o torque ou momento gerado pelos propulsores é modelado pelo termo Q_p da equação (2.61) adiante. O uso de propulsores contra-rotativos é

usual em projetos de torpedo, cuja vantagem principal é a diminuição de efeitos indesejáveis do torque motor e hidrodinâmico atuantes no sistema. Isto leva a uma diminuição na solicitação de lemes e atuadores, e portanto reduz-se a resistência ao avanço. Neste trabalho foram adotados os dados do modelo livre desenvolvido pela Marinha do Brasil, nos trabalhos de Sbragio (1995) e Domiciniano (1996).

Define-se coeficiente de avanço do propulsor por:

$$J = \frac{U_p}{n_p D}, \tag{2.41}$$

onde U_p é a velocidade do fluido que atravessa o propulsor (m/s), D é o diâmetro do propulsor (m) e n_p é a velocidade de rotação do propulsor (rps).
$U_p = U(1 - w_e)$, onde o parâmetro U é a velocidade do veículo e w_e é o coeficiente de esteira, que relaciona a velocidade do veículo com a velocidade da água. O valor de w_e para o projeto do VSA é $0,15$, o que indica que a velocidade da água que entra no propulsor é apenas 85% da velocidade do veículo.

O funcionamento do propulsor na água pode ser caracterizado por dois parâmetros adimensionais: o coeficiente de empuxo e o coeficiente de torque respectivamente dados por:

$$\begin{aligned} K_T &= \frac{T_p}{\rho \eta_p^2 D^4}, \\ K_Q &= \frac{Q_p}{\rho \eta_p^2 D^5}. \end{aligned} \tag{2.42}$$

Estes coeficientes são parametrizados em função do coeficiente de avanço (J), e modelados pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} K_T = &-0,000000000000003J^6 + 0,000000000000023J^5 \\ &-0,000000000000090J^4 - 0,391099999999844J^3 \\ &+0,410543999999879J^2 - 0,719477523199961J \\ &+0,694007999999996, \end{aligned} \tag{2.43}$$

$$\begin{aligned} K_Q = &+0,000048097535082J^7 - 0,000791474657086J^6 \\ &+0,005352904713715J^5 - 0,019173564518949J^4 \\ &+0,011048538899247J^3 - 0,039066575017122J^2 \\ &-0,000427235248190J + 0,066803989291644. \end{aligned} \tag{2.44}$$

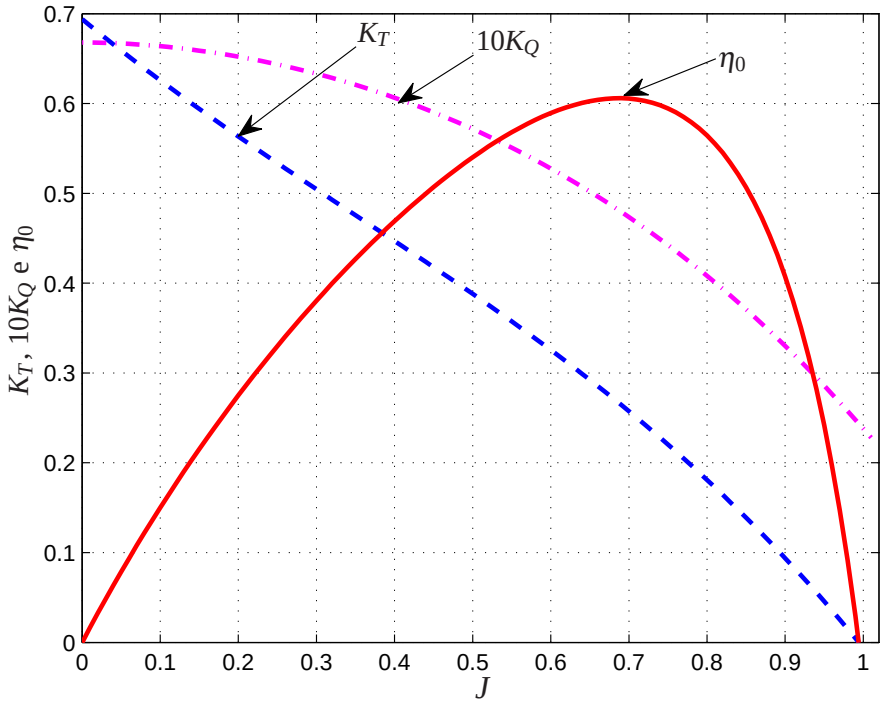


Figura 2.4: Curvas características do propulsor para o veículo submersível autônomo K_T, K_Q e η_0

A eficiência do propulsor é definida por:

$$\eta_0 = \frac{T_p U}{2\pi \eta_p Q_p} = \frac{J K_T}{2\pi K_Q}. \tag{2.45}$$

A figura 2.4 apresenta as curvas características do propulsor K_T , K_Q e η_0 para o VSA em função de J.

2.6.5 Esforços de Sustentação

Esforços de sustentação são esforços normais ao movimento do veículo, que surgem quando o veículo se desloca no fluido. Esses esforços dependem da geometria do casco e lemes do submersível e, também, da velocidade de avanço do veículo. Os esforços de sustentação são modelados de acordo com as fórmulas empíricas bem conhecidas (TRIANTAFYLLOU; HOVER, 2003):

$$L = -\frac{1}{2}\rho A_p C_l u^2, \tag{2.46}$$

onde L é o esforço de sustentação, ρ é a densidade do fluido, A_p é a área projetada do casco do veículo, u é a velocidade do veículo e C_l é o coeficiente de sustentação. A partir da fórmula (2.46) encontram-se os coeficientes de força e momento tanto para o corpo rígido quanto para

os lemes atuadores.

Segundo Prestero (2001), sempre que se garanta a condição estabelecida por Hoerner (1992) ($6,7 \leq \frac{l}{d} \leq 11$) e para ângulos de ataque pequenos ($\tan(\frac{w}{u}) \approx \frac{w}{u}$ e $\tan(\frac{v}{u}) \approx \frac{v}{u}$), os esforços de sustentação gerados pelo veículo podem ser descritos como segue:

$$L_Z = -\frac{1}{2}\rho d^2 C_Z uw \quad e \quad L_Y = -\frac{1}{2}\rho d^2 C_Y uv. \tag{2.47}$$

L_Z e L_Y são os esforços de sustentação relativos ao eixo z e y, respectivamente; C_Z é C_Y são os coeficientes de sustentação associados aos esforços. C_{dy} representará ambas derivadas hidrodinâmicas de sustentação já que têm o mesmo valor devido à simetria do casco do veículo.

De (2.47) resulta Z_{uw} e Y_{uv}, coeficientes usados no modelo matemático do VSA:

$$Z_{uw} = -\frac{1}{2}\rho d^2 C_{yd} \quad e \quad Y_{uv} = -\frac{1}{2}\rho d^2 C_{yd}. \tag{2.48}$$

Os momentos atuantes, devido aos esforços de sustentação do casco do veículo, são:

$$\begin{aligned} M_{uwl} &= -|-0,65l + d_{CB}||Z_{uw}|, \\ N_{uvl} &= -|-0,65l + d_{CB}||Y_{uv}|. \end{aligned} \tag{2.49}$$

Ambos coeficientes acima serão adicionados aos coeficientes hidrodinâmicos M_{uw} e N_{uv} relativos ao momento *Munk*, resultantes da ação da força viscosa do fluido e das massas adicionais. d_{CB} é a distância da proa à origem do sistema de coordenadas, cuja localização coincide com o centro de carena do veículo. A força viscosa está localizada a 0,65 do comprimento total do veículo (PRESTERO, 2001).

Os esforços de sustentação produzidos pelos lemes atuadores também podem ser separados em forças e momentos. Assim, utilizando-se a equação (2.46), para um leme (fólio) as fórmulas empíricas para os esforços de sustentação são dadas como segue:

$$\begin{aligned} L_f &= \frac{1}{2}\rho C_{lf} S_f \delta_e v_e^2, \\ M_f &= x_f L_f, \end{aligned} \tag{2.50}$$

onde C_{lf} é o coeficiente de sustentação do fólio, S_f é a área plana do fólio, δ_e é o ângulo efetivo do fólio, v_e é a velocidade efetiva do fólio, x_f é a posição do fólio relativamente ao sistema de coordenadas móveis. C_{lf} é definido em função do ângulo de ataque (HOERNER, 1992):

$$C_{lf} = \frac{dC_{lf}}{d\alpha} = \frac{2\pi}{1/\alpha + 2/AR} \tag{2.51}$$

onde AR é a razão de aspecto do fólio, dada por:

$$AR = b^2/S_f \tag{2.52}$$

onde b é a largura do fólio e S_f é a área da superfície plana do fólio.
Desta maneira, substituindo as expressões acima (2.51) e (2.52) na equação (2.50) obtêm-se os esforços de sustentação dos lemes atuadores:

$$\begin{aligned} Y_r &= \frac{1}{2}\rho C_{lf} S_f u^2 \delta_r, \\ Z_s &= -\frac{1}{2}\rho C_{lf} S_f u^2 \delta_s, \\ M_s &= \frac{1}{2}\rho C_{lf} S_f x_f u^2 \delta_s, \\ N_r &= \frac{1}{2}\rho C_{lf} S_f x_f u^2 \delta_r. \end{aligned} \tag{2.53}$$

Finalmente, os coeficientes hidrodinâmicos para os esforços de sustentação dos lemes atuadores são:

$$\begin{aligned} Y_{\delta_r} &= \frac{1}{2}\rho C_{lf} S_f, \\ Z_{\delta_s} &= -\frac{1}{2}\rho C_{lf} S_f, \\ M_{\delta_s} &= \frac{1}{2}\rho C_{lf} S_f x_f, \\ N_{\delta_r} &= \frac{1}{2}\rho C_{lf} S_f x_f. \end{aligned} \tag{2.54}$$

2.7 Esforços Restauradores

O veículo experimenta forças e momentos hidrostáticos restauradores devido ao empuxo hidrostático (B). Estas componentes estão em direções laterais e verticais relativos ao movimento do veículo. Obviamente, o peso do VSA é $W = mg$ e o empuxo hidrostático $B = -\rho \nabla g$, onde ρ representa a densidade do fluido e ∇ representa o volume de fluido deslocado.
É necessário expressar essas forças e momentos em relação ao sistema de coordenadas fixo *Oxyz*, para isso usa-se a seguinte matriz de transformação:

$$\overrightarrow{f}_G(\eta_2) = J_1^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix}, \quad \overrightarrow{f}_B(\eta_2) = J_1^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{bmatrix}. \tag{2.55}$$

As forças hidrostáticas e momentos podem ser expressos por:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{F}_{HS} &= \overrightarrow{f}_G - \overrightarrow{f}_B, \\ \overrightarrow{M}_{HS} &= \overrightarrow{r}_G \times \overrightarrow{f}_G - \overrightarrow{r}_B \times \overrightarrow{f}_B. \end{aligned} \tag{2.56}$$

Estas equações levam a equações não lineares para as forças e momentos hidrostáticos, reproduzidas a seguir:

$$\begin{Bmatrix} X_{HS} \\ Y_{HS} \\ Z_{HS} \\ K_{HS} \\ M_{HS} \\ N_{HS} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -(W-B)sen\theta \\ (W-B)cos\theta sen\theta \\ (W-B)cos\theta cos\phi \\ (y_G W - y_B B)cos\theta cos\phi - (z_G W - z_B B)cos\theta sen\phi \\ -(x_G W - x_B B)cos\theta cos\phi - (z_G W - z_B B)sen\theta \\ (x_G W - x_B B)cos\theta sin\phi + (y_G W - y_B B)sen\theta \end{Bmatrix} \tag{2.57}$$

2.8 Modelo Não Linear do Veículo

Na seção anterior apresentou-se a origem dos coeficientes hidrodinâmicos que compõem as forças e momentos sobre o veículo. As equações (2.12) e (2.13) podem ser expandidas, o que leva ao conjunto de equações que modelam o movimento do veículo nos seis graus de liberdade. Avanço (translação na direção do eixo x):

$$\begin{aligned} & m\Big[\dot{u} - vr + wq - x_G(q^2+r^2) + y_G(pq-\dot{r}) + z_G(pr+\dot{q})\Big] \\ =& X_{qq}q^2 + X_{rr}r^2 + X_{rp}rp \\ & X_{vr}vr + X_{wq}wq + X_{\dot{u}}\dot{u} + \\ & X_{u|u|}u|u| + T_p + X_{HS}. \end{aligned} \tag{2.58}$$

Deriva (translação na direção do eixo y):

$$\begin{aligned} & m\Big[\dot{v} - wp + ur - y_G(r^2+p^2) + z_G(qr-\dot{p}) + x_G(pq+\dot{r})\Big] \\ =& Y_{\dot{p}}\dot{p} + Y_{\dot{r}}\dot{r} + Y_{pq}pq + Y_{r|r|}r|r| + \\ & Y_{ur}ur + Y_{up}up + Y_{wp}wp + Y_{\dot{v}}\dot{v} + \\ & Y_{uv}uv + Y_{v|v|}v|v| + Y_{\delta_r}u^2\delta_r + Y_{HS}. \end{aligned} \tag{2.59}$$

Arfagem (translação na direção do eixo z):

$$\begin{aligned}
&m\Big[\dot{w}-uq+vp-z_G(p^2+q^2)+x_G(pr-\dot{q})+y_G(qr+\dot{p})\Big]\\
=&Z_{\dot{q}}\dot{q}+Z_{rp}rp+Z_{q|q|}q|q|+\\
&Z_{\dot{w}}\dot{w}+Z_{uq}uq+Z_{vp}vp+\\
&Z_{uw}uw+Z_{w|w|}w|w|+Z_{\delta_s}u^2\delta_s+Z_{HS}.
\end{aligned} \tag{2.60}$$

Balanço (rotação ao redor do eixo x):

$$\begin{aligned}
&I_x\dot{p}+(I_z-I_y)qr+m\Big[y_G(\dot{w}+vp-uq)-z_G(\dot{v}+ur-wp)\Big]\\
=&K_{\dot{p}}\dot{p}+K_{\dot{r}}\dot{r}+K_{qr}qr+K_{p|p|}p|p|\\
&K_{up}up+K_{ur}ur+K_{\dot{v}}\dot{v}+K_{wp}wp+\\
&K_{uv}uv+K_{\delta_r}u^2\delta_r+Q_p+K_{HS}.
\end{aligned} \tag{2.61}$$

Caturro (rotação ao redor do eixo y):

$$\begin{aligned}
&I_y\dot{q}+(I_x-I_z)rp+m\Big[z_G(\dot{u}+wq-vr)-x_G(\dot{w}+vp-uq)\Big]\\
=&M_{\dot{q}}\dot{q}+M_{rp}rp+M_{q|q|}q|q|+\\
&M_{\dot{w}}\dot{w}+M_{uq}uq+M_{vp}vp+\\
&M_{uw}uw+M_{w|w|}w|w|+M_{\delta_s}u^2\delta_s+M_{HS}.
\end{aligned} \tag{2.62}$$

Guinada (rotação ao redor do eixo z):

$$\begin{aligned}
&I_z\dot{r}+(I_y-I_x)pq+m\Big[x_G(\dot{v}+ur-wp)-y_G(\dot{u}+wq-vr)\Big]\\
=&N_{\dot{p}}\dot{p}+N_{\dot{r}}\dot{r}+N_{pq}pq+N_{r|r|}r|r|+\\
&N_{up}up+N_{ur}ur+N_{wp}wp+N_{\dot{v}}\dot{v}+\\
&N_{uv}uv+N_{v|v|}v|v|+N_{\delta_r}u^2\delta_r+N_{HS}.
\end{aligned} \tag{2.63}$$

Para facilitar a derivação de modelos desacoplados (lineares e não lineares), o conjunto de equações acima pode ser expresso na forma padrão de Feldman (1979), Fossen (1994), cujos coeficientes representam as derivadas hidrodinâmicas e são adimensionais.

Avanço (translação na direção do eixo x):

$$\begin{aligned}
&m\left[\dot{u}-vr+wq-x_G(q^2+r^2)+y_G(pq-\dot{r})+z_G(pr+\dot{q})\right]\\
=&\frac{\rho}{2}l^4\left[X'_{qq}q^2+X'_{rr}r^2+X'_{rp}rp\right]+\\
&\frac{\rho}{2}l^3\left[X'_{vr}vr+X'_{wq}wq+X'_{\dot{u}}\dot{u}\right]+\\
&\frac{\rho}{2}l^2X'_{u|u|}u|u|+T_p+X_{HS}.
\end{aligned} \tag{2.64}$$

Deriva (translação na direção do eixo y):

$$\begin{aligned}
&m\left[\dot{v}-wp+ur-y_G(r^2+p^2)+z_G(qr-\dot{p})+x_G(pq+\dot{r})\right]\\
=&\frac{\rho}{2}l^4\left[Y'_{\dot{p}}\dot{p}+Y'_{\dot{r}}\dot{r}+Y'_{pq}pq+Y'_{r|r|}r|r|\right]+\\
&\frac{\rho}{2}l^3\left[Y'_{r}ur+Y'_{p}up+Y'_{wp}wp+Y'_{\dot{v}}\dot{v}\right]+\\
&\frac{\rho}{2}l^2\left[Y'_{v}uv+Y'_{v|v|}v|v|+Y'_{\delta_r}u^2\delta_r\right]+Y_{HS}.
\end{aligned} \tag{2.65}$$

Arfagem (translação na direção do eixo z):

$$\begin{aligned}
&m\left[\dot{w}-uq+vp-z_G(p^2+q^2)+x_G(pr-\dot{q})+y_G(qr+\dot{p})\right]\\
=&\frac{\rho}{2}l^4\left[Z'_{\dot{q}}\dot{q}+Z'_{rp}rp+Z'_{q|q|}q|q|\right]+\\
&\frac{\rho}{2}l^3\left[Z'_{\dot{w}}\dot{w}+Z'_{q}uq+Z'_{vp}vp\right]+\\
&\frac{\rho}{2}l^2\left[Z'_{w}uw+Z'_{w|w|}w|w|+Z'_{\delta_s}u^2\delta_s\right]+Z_{HS}.
\end{aligned} \tag{2.66}$$

Balanço (rotação ao redor do eixo x):

$$\begin{aligned}
&I_x\dot{p}+(I_z-I_y)qr+m\left[y_G(\dot{w}+vp-uq)-z_G(\dot{v}+ur-wp)\right]\\
=&\frac{\rho}{2}l^5\left[K'_{\dot{p}}\dot{p}+K'_{\dot{r}}\dot{r}+K'_{qr}qr+K'_{p|p|}p|p|\right]\\
&\frac{\rho}{2}l^4\left[K'_{p}up+K'_{r}ur+K'_{\dot{v}}\dot{v}+K'_{wp}wp\right]+\\
&\frac{\rho}{2}l^3\left[K'_{v}uv+K'_{\delta_r}u^2\delta_r\right]+Q_p+K_{HS}.
\end{aligned} \tag{2.67}$$

Caturro (rotação ao redor do eixo y):

$$\begin{aligned}
&I_y\dot{q}+(I_x-I_z)rp+m\Big[z_G(\dot{u}+wq-vr)-x_G(\dot{w}+vp-uq)\Big]\\
=&\frac{\rho}{2}l^5\Big[M'_{\dot{q}}\dot{q}+M'_{rp}rp+M'_{q|q|}q|q|\Big]+\\
&\frac{\rho}{2}l^4\Big[M'_{\dot{w}}\dot{w}+M'_{uq}uq+M'_{vp}vp\Big]+\\
&\frac{\rho}{2}l^3\Big[M'_{w}uw+M'_{w|w|}w|w|+M'_{\delta_s}u^2\delta_s\Big]+M_{HS}.
\end{aligned} \tag{2.68}$$

Guinada (rotação ao redor do eixo z):

$$\begin{aligned}
&I_z\dot{r}+(I_y-I_x)pq+m\Big[x_G(\dot{v}+ur-wp)-y_G(\dot{u}+wq-vr)\Big]\\
=&\frac{\rho}{2}l^5\Big[N'_{\dot{p}}\dot{p}+N'_{\dot{r}}\dot{r}+N_{pq}pq+N'_{r|r|}r|r|\Big]+\\
&\frac{\rho}{2}l^4\Big[N'_{p}up+N'_{r}ur+N'_{wp}wp+N'_{\dot{v}}\dot{v}\Big]+\\
&\frac{\rho}{2}l^3\Big[N'_{v}uv+N'_{v|v|}v|v|+N'_{\delta_r}u^2\delta_r\Big]+N_{HS}.
\end{aligned} \tag{2.69}$$

2.9 Modelo Dinâmico Vetorial

Dada a complexidade do modelo e sua natureza altamente não-linear, é imprescindível o uso de métodos de integração numérica para a solução do sistema de equações obtido. É conveniente então expressar o modelo matemático numa forma vetorial ou matricial simplificada. O modelo dinâmico para veículo pode ser expresso pela forma clássica descrita em SNAME (1950) e Feldman (1979) ou pela forma padrão vetorial apresentada em Fossen (1994):

$$\mathbf{M}\dot{\upsilon}+\mathbf{C}(\upsilon)\upsilon+\mathbf{D}(\upsilon)\upsilon+\mathbf{g}(\eta)=\tau, \tag{2.70}$$

onde $\mathbf{C}(\upsilon)$ is a matriz da força Coriolis-centripeta que inclui termos de massa adicionada, $\mathbf{D}(\upsilon)$ é a matriz de amortecimento, $\mathbf{g}(\eta)$ é o vetor de esforços hidrostáticos e τ é o vetor de entradas de controle. As matrizes podem ser obtidas a partir do modelo (equações (2.64)-(2.69)). No entanto, para fins de integração numérica e manipulação computacional, vai-se usar a relação seguinte:

$$\mathbf{M}\dot{\upsilon}=\mathbf{F}, \tag{2.71}$$

onde $\mathbf{F}$ é um vetor de forças e momentos:

$$\mathbf{F}(\upsilon,\eta,\tau)=-\mathbf{C}(\upsilon)\upsilon-\mathbf{D}(\upsilon)\upsilon-\mathbf{g}(\eta)+\tau. \tag{2.72}$$

A matriz **M** é o vetor **F** são sumarizados pelas expressões seguintes:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & 0 & -mz_G - Y_{\dot{p}} & 0 & mx_G - Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & m - Z_{\dot{w}} & my_G & -mx_G - Z\dot{q} & 0 \\ 0 & -mz_G - K_{\dot{v}} & my_G & I_x - K_{\dot{p}} & 0 & -K_{\dot{r}} \\ mz_G & 0 & -mx_G - M_{\dot{w}} & 0 & I_y - M_{\dot{q}} & 0 \\ -my_G & mx_G - N_{\dot{v}} & 0 & -N_{\dot{p}} & 0 & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix}, \tag{2.73}$$

$$\mathbf{F}(\upsilon, \eta, \tau) = [X \quad Y \quad Z \quad M \quad N \quad K]^T, \tag{2.74}$$

onde:

$$\begin{aligned} X =& m[vr - wq + x_G(q^2 + r^2) - y_G pq - z_G pr] + \\ & \frac{\rho}{2} l^4 \left[X'_{qq} q^2 + X'_{rr} r^2 + X'_{rp} rp \right] + \\ & \frac{\rho}{2} l^3 \left[X'_{vr} vr + X'_{wq} wq \right] + \\ & \frac{\rho}{2} l^2 X'_{u|u|} u|u| + T_p + X_{HS}, \end{aligned} \tag{2.75}$$

$$\begin{aligned} Y =& m[wp - ur + y_G(r^2 + p^2) - z_G qr + x_G qp] + \\ & \frac{\rho}{2} l^4 \left[Y'_{pq} pq + Y'_{r|r|} r|r| \right] + \\ & \frac{\rho}{2} l^3 \left[Y'_r ur + Y'_p up + Y'_{wp} wp \right] + \\ & \frac{\rho}{2} l^2 \left[Y'_v uv + Y'_{v|v|} v|v| + Y'_{\delta_r} u^2 \delta_r \right] + Y_{HS}, \end{aligned} \tag{2.76}$$

$$\begin{aligned} Z =& m[uq - vp + z_G(p^2 + q^2) - x_G rp - y_G rq] + \\ & \frac{\rho}{2} l^4 \left[Z'_{rp} rp + Z'_{q|q|} q|q| \right] + \\ & \frac{\rho}{2} l^3 \left[Z'_q uq + Z'_{vp} vp \right] + \\ & \frac{\rho}{2} l^2 \left[Z'_w uw + Z'_{w|w|} w|w| + Z'_{\delta_s} u^2 \delta_s \right] + Z_{HS}, \end{aligned} \tag{2.77}$$

$$\begin{aligned} K =& (I_y - I_z) rq - m[y_G(pv - qu) - z_G(ru - pw)] + \\ & \frac{\rho}{2} l^5 \left[K'_{qr} qr + K'_{p|p|} p|p| \right] \\ & \frac{\rho}{2} l^4 \left[K'_p up + K'_r ur + K'_{wp} wp \right] + \\ & \frac{\rho}{2} l^3 \left[K'_v uv + K'_{\delta_r} u^2 \delta_r \right] + Q_p + K_{HS}, \end{aligned} \tag{2.78}$$

$$
\begin{aligned}
M =& (I_z - I_x)rp - m[z_G(qw - rv) - x_G(pv - qu)] + \\
& \frac{\rho}{2} l^5 \left[M'_{rp} rp + M'_{q|q|} q|q| \right] + \\
& \frac{\rho}{2} l^4 \left[M'_{uq} uq + M'_{vp} vp \right] + \\
& \frac{\rho}{2} l^3 \left[M'_{w} uw + M'_{w|w|} w|w| + M'_{\delta_s} u^2 \delta_s \right] + M_{HS},
\end{aligned} \tag{2.79}
$$

$$
\begin{aligned}
N =& (I_x - I_y)qp - m[x_G(ru - pw) - y_G(qw - rv)] + \\
& \frac{\rho}{2} l^5 \left[N_{pq} pq + N'_{r|r|} r|r| \right] + \\
& \frac{\rho}{2} l^4 \left[N'_{up} up + N'_{ur} ur + N'_{wp} wp \right] + \\
& \frac{\rho}{2} l^3 \left[N'_{uv} uv + N'_{v|v|} v|v| + N'_{\delta_r} u^2 \delta_r \right] + N_{HS}.
\end{aligned} \tag{2.80}
$$

Assim, a equação que representa a dinâmica do VSA (2.71) e a equação de cinemática (2.10), pode ser reescrita facilmente colocada na forma usual de equações de estado:

$$
\begin{bmatrix} \dot{\upsilon} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M^{-1}F}(\upsilon, \eta, \tau) \\ \mathbf{J}(\eta)\upsilon \end{bmatrix}. \tag{2.81}
$$

O modelo acima pode ser expresso na forma:

$$
\dot{\mathtt{x}}(t) = \mathtt{f}(\mathtt{x}(t), \mathtt{u}(t)) \text{ (equação de evolução de estados)}, \tag{2.82}
$$

onde $\mathtt{x}(t) = \begin{bmatrix} \upsilon & \eta \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{12}$ é o vetor de estados; $\mathtt{u}(t) = \tau = \begin{bmatrix} \eta_p & \delta_r & \delta_s \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^3$ é o vetor de entradas; $\mathtt{f}(.) \in \mathbb{R}^{12}$ é uma função não linear vetorial de estado.

Dependendo do número de variáveis a serem observadas, a equação de saída do sistema não linear é expresso por:

$$
\mathtt{y}(t) = \mathtt{g}(\mathtt{x}(t), \mathtt{u}(t)) \text{ (equação de saídas instantâneas do sistema)}, \tag{2.83}
$$

onde $\mathtt{y}(t) \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de estados medidos, m é o número de variáveis observadas, $\mathtt{g}(.) \in \mathbb{R}^m$ é uma função vetorial contínua e limitada.

A equação diferencial não linear (2.82) resulta das Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) definidas pela dinâmica e cinemática do sistema, Eqs. (2.71) e (2.10), respectivamente. A equação (2.83) define os estados observados do sistema e sua configuração depende do projeto do controlador e os sensores disponíveis. O modelo não linear do VSA aqui utilizado é invariante no tempo e apresenta um forte acoplamento dinâmico entre suas variáveis.

Neste trabalho, controladores SISO serão projetados, tanto para o controle de velocidade de guinada quanto para o controle do ângulo de guinada. Já no projeto de controlador MIMO cen-

tralizado, os sinais ψ e z serão controlados. Um outro controlador centralizado de estrutura 2GL será também projetado sendo capaz de controlar os sinais de balanço ϕ, caturro θ, velocidade de guinada $\dot{\psi}$ e velocidade de submersão $\dot{z}$.

2.10 Modelos desacoplados

2.10.1 Dinâmica horizontal

O alto grau de não linearidade presente no modelo do VSA de ordem completa descrito na seção anterior dificulta a utilização de métodos de identificação de sistemas e, consequentemente, o controle do veículo. Na literatura, é comum encontrar modelos desacoplados para facilitar o estudo, desenvolvimento e implementação dessas abordagens (FOSSEN, 1994; ROBERTS; SUTTON, 2006). A seguir apresentam-se modelos não lineares desacoplados associados a três principais movimentos: longitudinal, lateral e vertical.

O modelo não-linear horizontal é obtido substituindo as relações $u = k$, $k \in \Re$ e $w = p = q = 0$ na dinâmica do modelo (equações (2.64), (2.65), (2.66), (2.67), (2.68) e (2.69)) e na cinemática do modelo dada pelos ângulos de Euler (Eq. (2.5) e (2.8)). Assim, respeitando a representação clássica (SNAME, 1950), o modelo não-linear lateral do VSA é como se segue:

$$\begin{aligned}
\left(m - \frac{\rho}{2} l^3 Y'_{\dot{v}}\right)\dot{v} + \left(m x_G - \frac{\rho}{2} l^4 Y'_{\dot{r}}\right)\dot{r} &= \frac{\rho l^2}{2}\left(Y'_{uv} uv + Y'_{v|v|} v|v| + Y'_{\delta_r} u^2 \delta_r\right) + \\
&\quad \frac{\rho l^3}{2}\left(Y'_{ur} ur\right) - mur, \\
\left(m x_G - \frac{\rho l^4}{2} N'_{\dot{v}}\right)\dot{v} + \left(I_z - \frac{\rho l^5}{2} N'_{\dot{r}}\right)\dot{r} &= \frac{\rho l^3}{2}\left(N'_{uv} uv + N'_{v|v|} v|v| + N'_{\delta_r} u^2 \delta_r\right) +, \\
&\quad \frac{\rho l^4}{2}\left(N'_{ur} ur\right) - m x_G ur, \\
\dot{y} &= v cos(\psi) + u sen(\psi), \\
\dot{\psi} &= r.
\end{aligned} \tag{2.84}$$

O modelo acima pode também ser reescrito na forma vetorial, como segue (FOSSEN, 1994):

$$\mathbf{M}\dot{\upsilon} + \mathbf{C}(\upsilon)\upsilon + \mathbf{D}(\upsilon)\upsilon + \mathbf{g}(\eta) = \tau, \tag{2.85}$$

$$\dot{\eta} = \mathbf{J}(\eta)\upsilon, \tag{2.86}$$

onde o vetor de posição e orientação relativo ao referencial móvel é $\upsilon = \begin{bmatrix} v & r \end{bmatrix}^T$ e o vetor de posição e orientação relativo ao referencial fixo é $\eta \begin{bmatrix} y & \psi \end{bmatrix}^T$, as matrizes do sistema são

agrupadas da forma seguinte:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} (m' - Y'_{\dot{v}})\frac{\rho l^3}{2} & (m'x_G - Y'_{\dot{r}})\frac{\rho l^4}{2} \\ (m'x_G - N'_{\dot{v}})\frac{\rho l^4}{2} & (I'_z - N'_{\dot{r}})\frac{\rho l^5}{2} \end{bmatrix}, \tag{2.87}$$

$$\mathbf{C}(\upsilon) = -\begin{bmatrix} \frac{\rho l^2}{2}u_0 Y'_{uv} & \frac{\rho l^3}{2}u_0\left(Y'_{ur} - m'\right) \\ \frac{\rho l^3}{2}u_0 N'_{uv} & \frac{\rho l^4}{2}u_0\left(N'_{ur} - m'x_G\right) \end{bmatrix}, \tag{2.88}$$

$$\mathbf{D}(\upsilon) = -\begin{bmatrix} \frac{\rho l^2}{2}Y'_{v|v|}|v| & 0 \\ 0 & \frac{\rho l^3}{2}N'_{v|v|}|v| \end{bmatrix}, \tag{2.89}$$

$$\tau = \begin{bmatrix} \frac{\rho l^2}{2}{u_0}^2 Y'_{\delta_r} \\ \frac{\rho l^3}{2}{u_0}^2 N'_{\delta_r} \end{bmatrix}\delta_r, \tag{2.90}$$

$$\mathbf{J}(\eta)\upsilon = \begin{bmatrix} v\cos\psi + u_0\sin\psi \\ r \end{bmatrix}. \tag{2.91}$$

Além das representações clássica e padrão vetorial, existem também outros modelos que frequentemente são encontrados na literatura que derivam-se da simplificação e substituição de certos coeficientes.

Na forma vetorial padrão (FOSSEN, 1994; ROBERTS; SUTTON, 2006), a dinâmica horizontal para as condições de velocidade de cruzeiro constante $u = U$ simplifica a representação do modelo. As relações seguintes são respeitadas $Y_{uv}uv = Y_v v \Rightarrow Y_v = UY_{uv}$ e Y_r, N_v e N_r acompanham a mesma transformação. Os coeficientes de força e momento gerados pelo propulsor podem também ser expressos na forma padrão dimensional (SNAME, 1950), portanto $Y_\delta = Y_{\delta_r}u^2$ e $N_\delta = N_{\delta_r}u^2$. Em consequência, o modelo vetorial pode ser também expresso pela sua forma matricial mais simplificada (ROBERTS; SUTTON, 2006):

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} & 0 & 0 \\ mx_G - N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Y_v & (Y_r - mU) & 0 & 0 \\ N_v & (N_r - mx_G U) & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & U \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v \\ r \\ y \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{v|v|} & Y_{r|r|} \\ N_{v|v|} & N_{r|r|} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v|v| \\ r|r| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_\delta \\ N_\delta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\delta_r. \end{aligned} \tag{2.92}$$

A equação cinemática de acima foi aproximada por sua versão linear quando $\psi \approx 0$. O modelo acima é chamado de modelo matricial dimensional já que os coeficientes envolvidos têm unidades e dimensão.

O modelo deriva/guinada matricial (2.92) pode ser expresso pela forma adimensional matricial (com $U = u_o = cte.$) (ROBERTS; SUTTON, 2006):

$$\begin{bmatrix} \frac{\rho}{2}l^3(m' - Y'_{\dot{v}}) & \frac{\rho}{2}l^4(m'x'_G - Y'_{\dot{r}}) & 0 & 0 \\ \frac{\rho}{2}l^4(m'x'_G - N'_{\dot{v}}) & \frac{\rho}{2}l^5(I_z - N'_{\dot{r}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \frac{\rho}{2}l^2 U Y'_v & \frac{\rho}{2}l^3 U(Y'_r - m') & 0 & 0 \\ \frac{\rho}{2}l^3 U N'_v & \frac{\rho}{2}l^4 U(N'_r - m'x'_G) & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & U \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ y \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\rho}{2}l^2 Y'_{v|v|} & \frac{\rho}{2}l^3 Y'_{r|r|} \\ \frac{\rho}{2}l^3 N'_{v|v|} & \frac{\rho}{2}l^4 N'_{r|r|} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v|v| \\ r|r| \end{bmatrix} +$$
$$\begin{bmatrix} \frac{\rho}{2}l^2 U^2 Y_{\delta_r} \\ \frac{\rho}{2}l^3 U^2 N_{\delta_r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r. \tag{2.93}$$

O modelo acima pode ser expresso na forma genérica (2.82), onde o vetor de estados $\mathrm{x}(t)$ é composto pelas variáveis v, r, y e ψ e o vetor de controle $\mathrm{u}(t)$ é a variável δ_r.

2.10.2 Dinâmica vertical

A dinâmica do veículo no plano vertical, associada aos movimentos de arfagem e de caturro, é derivada e expressa de maneira similar ao caso anterior. Pela simetria do veículo, alguns coeficientes têm valores parecidos a aqueles usados na dinâmica horizontal. Os modelo dimensional matricial é expresso pela relação seguinte (ROBERTS; SUTTON, 2006):

$$\begin{bmatrix} m - Z_{\dot{w}} & -mx_G - Z_{\dot{q}} & 0 & 0 \\ -mx_G - M_{\dot{w}} & I_y - M_{\dot{q}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} Z_w & (Z_q + mU) & 0 & 0 \\ M_w & (M_q - mx_G U) & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -U \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ z \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{w|w|} & Z_{q|q|} \\ M_{w|w|} & M_{q|q|} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w|w| \\ q|q| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_\delta \\ M_\delta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_s, \tag{2.94}$$

e o modelo adimensional matricial é expresso por:

$$
\begin{bmatrix} \frac{\rho}{2}l^2(m'-Z'_{\dot{w}}) & -\frac{\rho}{2}l^4(m'x'_G+Z'_{\dot{q}}) & 0 & 0 \\ -\frac{\rho}{2}l^4(m'x'_G+M'_{\dot{w}}) & \frac{\rho}{2}l^5(I'_y-M'_{\dot{q}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix} \frac{\rho}{2}l^2UZ'_w & \frac{\rho}{2}l^3U(Z'_q+m'U) & 0 & 0 \\ \frac{\rho}{3}l^2UM'_w & \frac{\rho}{3}l^4U(M'_q-m'x'_GU) & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -U \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ z \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\rho}{3}l^2Z'_{w|w|} & \frac{\rho}{3}l^3Z'_{q|q|} \\ \frac{\rho}{3}l^3M'_{w|w|} & \frac{\rho}{3}l^4M'_{q|q|} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w|w| \\ q|q| \end{bmatrix} +
$$

$$
\begin{bmatrix} Z_\delta \\ M_\delta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_s. \tag{2.95}
$$

O modelo acima pode ser expresso na forma genérica (2.82), onde o vetor de estados $\mathtt{x}(t)$ é composto pelas variáveis w, q, z e θ e o vetor de controle $\mathtt{u}(t)$ é a variável δ_s.

2.11 Linearização

É necessário linearizar o modelo do veículo para as leis de controle que se vão aplicar aqui. A linearização é realizada ao redor de um ponto de operação do veículo que satisfaça as equações (2.82) e (2.83). O ponto de operação é definido por $\mathtt{x}_0(t)$, $\mathtt{u}_0(t)$ e $\mathtt{y}_0(t)$ (solução nominal do sistema), que satisfazem às equações não lineares do veículo.
Para a linearização utilizou-se o método das perturbações. Assim, o vetor de estados, o vetor de entradas e o vetor de condições iniciais são substituídos respectivamente por:

$$
\begin{aligned}
\mathtt{x}(t) &= \mathtt{x}_0(t) + \delta\mathtt{x}(t), \\
\mathtt{u}(t) &= \mathtt{u}_0(t) + \delta\mathtt{u}(t), \\
\mathtt{x}_0(t) &= \mathtt{x}_0(t) + \delta\mathtt{x}_0(t).
\end{aligned} \tag{2.96}
$$

Substituindo as variáveis perturbadas nas equações (2.82) e (2.83) e expandindo em *Série*

de Taylor de primeira ordem para o caso multivariável, obtém-se o seguinte sistema:

$$\begin{aligned} \delta\dot{\mathtt{x}}(t) &= \left[\frac{\partial \mathtt{f}}{\partial \mathtt{x}}\right]_{\mathtt{x}_0} \delta\mathtt{x}(t) + \left[\frac{\partial \mathtt{f}}{\partial \mathtt{u}}\right]_{\mathtt{u}_0} \delta\mathtt{u}(t), \\ \delta\mathtt{y}(t) &= \left[\frac{\partial \mathtt{g}}{\partial \mathtt{x}}\right]_{\mathtt{x}_0} \delta\mathtt{x}(t) + \left[\frac{\partial \mathtt{g}}{\partial \mathtt{u}}\right]_{\mathtt{u}_0} \delta\mathtt{u}(t), \end{aligned} \tag{2.97}$$

onde a matriz $\left[\frac{\partial \mathtt{f}}{\partial \mathtt{x}}\right]_{\mathtt{x}_0}$ de ordem $n \times n$ é o Jacobiano, ou as derivadas parciais de $\mathtt{f}$ com respeito a $\mathtt{x}$. As outras matrizes Jacobianas da equação (2.97) são obtidas de maneira similar.
O modelo linearizado na equação (2.97) será invariante no tempo, se a solução nominal for constante, isto é, se a solução nominal corresponder a um ponto de equilíbrio, tal que:

$$\mathtt{f}(\mathtt{x}(t), \mathtt{u}(t)) = A\mathtt{x}(t) + B\mathtt{u}(t), \tag{2.98}$$

$$\mathtt{g}(\mathtt{x}(t), \mathtt{u}(t)) = C\mathtt{x}(t) + D\mathtt{u}(t), \tag{2.99}$$

onde:

$$\begin{aligned} A &= \left[\frac{\partial \mathtt{f}}{\partial \mathtt{x}}\right]_{\mathtt{x}_0} \quad B = \left[\frac{\partial \mathtt{f}}{\partial \mathtt{u}}\right]_{\mathtt{u}_0}, \\ C &= \left[\frac{\partial \mathtt{g}}{\partial \mathtt{x}}\right]_{\mathtt{x}_0} \quad D = \left[\frac{\partial \mathtt{g}}{\partial \mathtt{u}}\right]_{\mathtt{u}_0}. \end{aligned} \tag{2.100}$$

As matrizes A, B, C e D são as derivadas parciais do modelo não linear, avaliadas num ponto de equilíbrio: $\mathtt{x}_0 = [\ u_0 \quad v_0 \quad w_0 \quad p_0 \quad q_0 \quad r_0 \quad x_0 \quad y_0 \quad z_0 \quad \phi_0 \quad \theta_0 \quad \psi_0\ ]^T$, $\mathtt{u}_0 = [\ \eta_{p0} \quad \delta_{r0} \quad \delta_{s0}\ ]^T$. Assim, finalmente, o modelo linear é expresso na forma seguinte:

$$\begin{aligned} \dot{\mathtt{x}}(t) &= A\mathtt{x}(t) + B\mathtt{u}(t), \quad \mathtt{x}(t_0) = \mathtt{x}_0 \\ \mathtt{y}(t) &= C\mathtt{x}(t) + D\mathtt{u}(t). \end{aligned} \tag{2.101}$$

2.11.1 Modelos lineares desacoplados

Os modelos lineares desacoplados são apresentados nesta seção. Nesta seção, serão obtidos modelos lineares desacoplados e de ordem reduzida, respeitando a nomenclatura padrão (SNAME, 1950). Existem poucas não linearidades nos modelos desacoplados. Note-se que os valores dos coeficientes hidrodinâmicos diferem dos coeficientes dos modelos não lineares. Por exemplo, para a dinâmica deriva/guinada o coeficiente linear Y_v é composto, além da sustentação do corpo e do leme, pelo arrasto hidrodinâmico do veículo.

O modelo, então, pode ser representado por:

$$\begin{bmatrix} m-Y_{\dot{v}} & mx_G-Y_{\dot{r}} & 0 & 0 \\ mx_G-N_{\dot{v}} & I_z-N_{\dot{r}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & (Y_r-mU) & 0 & 0 \\ N_v & (N_r-mx_GU) & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & U \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ y \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_\delta \\ N_\delta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r. \tag{2.102}$$

A linearização do modelo na dinâmica arfagem/caturro é realizada de maneira similar ao exposto anteriormente. Assim, o modelo do veículo pode ser expresso como segue:

$$\begin{bmatrix} m-Z_{\dot{w}} & -mx_G-Z_{\dot{q}} & 0 & 0 \\ -mx_G-M_{\dot{w}} & I_y-M_{\dot{q}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_w & (Z_q+mU) & 0 & 0 \\ M_w & (M_q-mx_GU) & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -U \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \\ z \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_\delta \\ M_\delta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_s. \tag{2.103}$$

Tanto para o modelo deriva/guinada, quanto para o modelo arfagem/caturro acima, os esforços hidrostáticos foram cancelados admitindo que o centro de carena está bem próximo do centro de massa do veículo e o empuxo do volume deslocado pelo corpo é igual ao peso do veículo. Ou seja, $x_G \approx x_B$, $y_G \approx y_B$, $z_G \approx z_B$ e $W \approx B$.

3 Identificação do Sistema

Até agora foi apresentada a modelagem do sistema VSA, obtendo-se um modelo não-linear completo em seis graus de liberdade. Nesse modelo pode-se observar que existem dezenas de coeficientes associados a seus respectivos termos hidrodinâmicos. Em sistemas de controle robustos, o sistema é tratado como um conjunto ou família de modelos, representados por um modelo nominal. Os modelos reais podem apresentar erros relativos ao modelo nominal, que são associados às incertezas de seus parâmetros. A tarefa desta seção é encontrar e/ou ajustar esses parâmetros na busca de um modelo nominal que melhor expresse o comportamento do veículo submersível..

Leis de controle geralmente requerem um modelo dinâmico nominal cujas informações expressem da melhor maneira possível o sistema a ser controlado. Portanto, o sucesso da estratégia de controle está associado à exatidão dos parâmetros que descrevem o modelo nominal. As técnicas de controle avançadas, recentemente aplicadas no controle de veículos submersíveis (ROBERTS; SUTTON, 2006; DONHA; LUQUE, 2006a; SILVESTRE; PASCOAL, 2007), LQG/LTR, $\mathscr{H}_2$, $\mathscr{H}_\infty$, $\mu - synthesis$, LMI, etc., requerem modelos nominais para a síntese do controlador. As propriedades de estabilidade e desempenho nestes sistemas controlados são melhoradas na medida em que o modelo nominal apresente maior exatidão. As ferramentas matemáticas e a aplicação das leis físicas geralmente ajudam a estabelecer um modelo matemático apropriado. Porém, para veículos submersíveis, muitos dos parâmetros, determinados pela teoria hidrodinâmica, devem ser determinados experimentalmente através de fórmulas empíricas. Assim, testes experimentais e abordagens de identificação de sistemas são necessários (GELB, 1974; COXON, 1989; KIM et al., 2002).

Desde a década de sessenta, o filtro de Kalman tem sido extensivamente usado na teoria de estimação em áreas muito diferentes (GELB, 1974; LJUNG, 1999; GREWAL; ANDREWS, 2001). Uma variante desta abordagem é o filtro de Kalman estendido que também tem sido aplicado na teoria de estimação com foco na identificação de modelos não lineares. O filtro de Kalman estendido tem se mostrado como uma abordagem apropriada na identificação de sistemas marítimos (HWANG, 1980; LIU, 1984; COXON, 1989; FOSSEN; SAGATUN; SO-

RENSEN, 1996). Essa abordagem será usada na estimação de parâmetros hidrodinâmicos do VSA do LVNT. Recentemente, os métodos de máxima verossimilhança e de erro filtrado têm sido muito aplicados na identificação de aeronaves (HOFF; COOK, 1996; MACIEL et al., 2006; KLEIN; MORELLI, 2006), e por isso serão utilizados também neste trabalho.

A complexidade dos métodos de identificação de sistemas é maior quando pretende-se estimar parâmetros múltiplos de maneira simultânea, principalmente quando o modelo apresenta não linearidades. Nesse contexto, usam- se três abordagens para garantir uma boa estimação dos parâmetros do modelo. A seguir apresentam-se os métodos a serem usados.

3.1 Filtro de Kalman Estendido

Há um número escasso de publicações sobre a identificação de veículos submersíveis (ROBERTS; SUTTON, 2006; ROBERTS, 2008). No entanto, não há avanços significativos nesta área e as técnicas baseadas na abordagem do filtro Kalman estendido continuam tendo uma posição privilegiada na identificação de sistemas (MARCO; HEALEY, 1998; KIM et al., 2002). Marco e Healey (1998) usam a técnica desenvolvida por Hwang (1980) na identificação de parâmetros hidrodinâmicos do veículo para o movimento de avanço. Já em um trabalho mais recente, usando o filtro de Kalman estendido e um observador não-linear baseado na teoria de modos deslizantes, Kim et al. (2002) apresentam simulações dos resultados obtidos na identificação de parâmetros hidrodinâmicos de VSA tipo torpedo.

No entanto, para o caso de identificação de modelos lineares existe um número extenso de abordagens (LJUNG, 1999). Em geral, segundo o processamento de dados, os algoritmos para estimação de parâmetros podem-se classificar em técnicas *on-line* e *off-line*. A preferência parece estar inclinada às abordagens recursivas com técnicas *on-line*. O filtro de Kalman é uma abordagem recursiva que resolve o problema de estimação de estados de modelos dinâmicos que apresentam variáveis aleatórias (processo estocástico). O modelo matemático do VSA pode representar um processo estocástico desde que sejam considerados os ruídos associados à variável de estado e à variável de medida. Para viabilizar a abordagem do filtro de Kalman, os ruídos do processo devem apresentar distribuição normal $\mathcal{N}$ com média de zero.

As observações do modelo são realizadas por sensores inerciais que medem a velocidade e a posição do veículo. Essas medidas são representadas pelo vetor $\mathtt{y}$. Os ruídos no vetor de estados e no vetor de medidas são expressos por $\mathtt{w}$ e $\mathtt{v}$ com suas matrizes de covariância Q e R, respectivamente. O modelo matemático no espaço de estados (Eqs. (2.82) e (2.83)) é expresso

como um processo estocástico na forma seguinte:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathtt{x}}(t) &= \mathtt{f}(\mathtt{x}(t),\mathtt{u}(t)) + \mathtt{w}(t),\\
\mathtt{y}(t) &= \mathtt{g}(\mathtt{x}(t)) + \mathtt{v}(t),\\
\mathtt{w}(t) &\sim \mathscr{N}(0,Q(t)),\\
\mathtt{v}(t) &\sim \mathscr{N}(0,R(t)).
\end{aligned} \tag{3.1}$$

O filtro de Kalman para o processo acima é expresso pela equação seguinte (GELB, 1974; GREWAL; ANDREWS, 2001):

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{\mathtt{x}}}(t) &= \mathtt{f}(\hat{\mathtt{x}}(t),\mathtt{u}(t)) + K(\mathtt{z} - \mathtt{h}(\hat{\mathtt{x}}(t))),\\
\dot{P} &= FP + PF^T + Q - PG^T R^{-1} GP,\\
K &= PG^T R^{-1},
\end{aligned} \tag{3.2}$$

onde P é a matriz de covariância do erro entre os estados reais é os estados estimados, F e G são as matrizes Jacobianas avaliadas no estado estimado atual $\hat{\mathtt{x}}$.

A expressão (3.2) pode resolver o problema de estimação de estados do modelo VSA. Porém, para a solução do problema de estimação de parâmetros do modelo VSA, o vetor de estados $\mathtt{x}$ da equação que define o processo deve ser estendido por $\mathtt{x} = \begin{bmatrix}\mathtt{x} & \Theta\end{bmatrix}^T$, onde Θ é um vetor cujos elementos são os parâmetros do modelo VSA.

3.2 Método de Máxima Verossimilhança

Em aplicações reais de identificação de modelos de veículos submersíveis, os métodos baseados em mínimos quadrados enfrentam o problema de divergência e a incapacidade de identificar um maior número de parâmetros. Recentemente, os métodos de máxima verosimilhança tem ganhado o interesse em aplicações reais de identificação de aeronaves devido ao grande número de parâmetros(). Neste trabalho o método de máxima verosimilhança será usado na identificação do sistema com o objetivo de estimar um maior número de parâmetros de maneira simultânea.

O modelo não linear do VSA representado em espaço de estados (Eqs. (2.82) e (2.83)) pode ser reescrito na forma:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathtt{x}}(t) &= \mathtt{f}(\mathtt{x}(t),\mathtt{u}(t),\Theta) + \mathtt{w}(t), \mathtt{x}(t_0) = \mathtt{x}_0,\\
\mathtt{y}(t) &= \mathtt{g}(\mathtt{x}(t),\mathtt{u}(t),\Theta) + \mathtt{v}(t),\\
\mathtt{z}(k) &= \mathtt{y}(k) + \mathtt{v}(k), k = 1,\ldots,N,
\end{aligned} \tag{3.3}$$

onde $\mathtt{x} \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $\mathtt{u} \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de controle, $\mathtt{w} \in \mathbb{R}^m$ é o vetor que representa os

ruído no processo de característica gaussiana. $\mathtt{y} \in \mathbb{R}^n$ é a variável de estados da saída, Θ é o vetor de estado discreto estimado cuja dimensão depende do número de parâmetros hidrodinâmicos estimadas. As medições do sistema são feitas através da variável $\mathtt{z} \in \mathbb{R}^m$ com um número de N amostras, e $v(k) \in \mathbb{R}^m$ é vetor de ruídos presentes nas medições. $\Theta \in \mathbb{R}^l$ é o vetor de parâmetros hidrodinâmicos que serão estimados. $\mathtt{f}$ e $\mathtt{g}$ são funções não-lineares relativas às equações de estados e de observações, respectivamente.

A função de máxima verossimilhança é definida através do vetor de inovações $\mathtt{q}(k)$:

$$\mathtt{q}(k) = \mathtt{z}(k) - \hat{\mathtt{y}}(k), \tag{3.4}$$

onde $\hat{\mathtt{y}}(k)$ é a saída estimada do modelo que é obtida a partir da expressão do modelo é o vetor estimado $\hat{\Theta}$ pelo método de estimação aqui proposto.
O método de estimação de parâmetros está definida em função da função de máxima verossimilhança expressa como segue:

$$\mathtt{p}(\mathtt{z} \mid \Theta) = (2\pi)^{-n_0/2} \mid \mathscr{B}^{-1}(k) \mid^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2}\mathtt{q}^T(k)\mathscr{B}^{-1}(k)\mathtt{q}(k)\right], \tag{3.5}$$

onde $\mathscr{B}$ é a matriz de covariança do vetor de inovações $\mathtt{q}$. Maximizar a função de verossimilhança equivale a minimizar o negativo do logaritmo da função de verossimilhança, denotado por J (MACIEL et al., 2006):

$$J(\Theta) = -\ln(\mathtt{p}(\mathtt{z} \mid \Theta)) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left[\mathtt{q}^T(k)\mathscr{B}^{-1}(k)\mathtt{q}(k)\right]^T + \ln \mid \mathscr{B}^{-1}(k) \mid\right] + \frac{n_0}{2}\ln(2\pi), \tag{3.6}$$

onde n_0 é a dimensão do vetor de inovações. O termo constante pode ser desprezado já que trata-se de um problema de otimização. Finalmente, a função custo a otimizar é expressa como segue:

$$J(\Theta) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left[\mathtt{q}^T(k)\mathscr{B}^{-1}(k)\mathtt{q}(k)\right]^T + \ln \mid \mathscr{B}^{-1}(k) \mid\right] \tag{3.7}$$

Otimização da função custo

Existem muitos algoritmos que resolvem o problema de otimização da função custo J. O problema de otimização pode ser resolvido usando o algoritmo clássico de Gauss-Newton e de Levenberg-Marquardt (MARQUARDT, 1963; MACIEL et al., 2006; MACIEL; GOES, 2007). No entanto, o segundo método apresenta uma certa vantagem evita a ocorrência de singularidades no algoritmo de otimização, como será visto. Ambos métodos de otimização são frequentemente aplicados em problemas de otimização não linear e o código pode ser encontrado em softwares de prateleira ou de código livre (EATON; BATEMAN; HAUBERG, 2009).

A seguir mostra-se o algoritmo de Gauss- Newton e a sua extensão ao algoritmo de Levenberg-Marquardt. Esses algoritmos, embora sejam complexos, mostram convergência rápida quando se trata de otimizar uma função do tipo quadrática. Para desenvolver esses algoritmos, primeiramente, a função custo $J(\Theta)$ é aproximada por uma função parabólica usando a expansão em série de Taylor.

$$J(\Theta_0+\Delta\Theta) \cong J(\Theta_0) + \Delta\Theta^T \left.\frac{\partial J}{\partial \Theta}\right|_{\Theta=\Theta_0} + \Delta\Theta^T \left.\frac{\partial^2 J}{\partial\Theta\partial\Theta^T}\right|_{\Theta=\Theta_0} \Delta\Theta. \tag{3.8}$$

A otimização é obtida dada a condição seguinte:

$$\frac{\partial}{\partial\Theta}\left[J(\Theta_0+\Delta\Theta)\right] = 0. \tag{3.9}$$

Resolvendo a equação acima (3.8) com a condição (3.9), obtém-se:

$$\left.\frac{\partial J}{\partial\Theta}\right|_{\Theta=\Theta_0} + \left.\frac{\partial^2 J}{\partial\Theta\partial\Theta^T}\right|_{\Theta=\Theta_0} \Delta\Theta = 0, \tag{3.10}$$

onde a solução da equação resulta no vetor variação de parâmetros $\Delta\hat{\Theta}$, expresso por:

$$\Delta\hat{\Theta} = -\left[\left.\frac{\partial^2 J}{\partial\Theta\partial\Theta^T}\right|_{\Theta=\Theta_0}\right]^{-1} \left.\frac{\partial J}{\partial\Theta}\right|_{\Theta=\Theta_0}. \tag{3.11}$$

Assumindo que a matriz Hessiana seja não-singular, o vetor de parâmetros estimados pode ser expresso como segue:

$$\hat{\Theta} = \Theta_0 + \Delta\hat{\Theta}. \tag{3.12}$$

Como a função de custo foi aproximada pela Eq. (3.8), na próxima iteração o processo deve ser repetido assumindo o vetor estimado como novo parâmetro nominal $\Theta_0 = \hat{\Theta}$. Portanto, pode-se generalizar a expressão (3.11) através da equação recursiva:

$$\Theta_{j+1} = \Theta_j - \left[\nabla^2_\Theta J(\Theta_j)\right]^{-1} \nabla^T_\Theta J(\Theta_j), \tag{3.13}$$

onde ∇ é o gradiente de J , cuja matriz Hessiana é $\nabla^2_\Theta J(\Theta_j)$. O cálculo da matriz Hessiana demanda um elevado esforço computacional e é vulnerável a erros numéricos. Para evitar a complexidade no cálculo da matriz Hessiana, o algoritmo Gauss-Newton utiliza a aproximação seguinte:

$$\nabla^2_\Theta J(\Theta) = \sum_{k=1}^{n} \nabla_\Theta \hat{y}_k(\Theta)\,[\mathscr{B}]^{-1}\,\nabla_\Theta \hat{y}_k(\Theta), \tag{3.14}$$

onde os termos associados à derivada segunda não foram considerados. O gradiente da saída estimada é chamado de função de sensibilidade.

A seguir, mostra-se uma extensão do algoritmo de Gauss-Newton, usado por Maciel et

al. (2006), cuja ideia sugere modificar o $\nabla^2_\Theta J(\Theta)$ pela expressão $\nabla^2_\Theta J(\Theta) + \lambda I$ na Eq. (3.13). Assim, a inversão da matriz não é feita de maneira explícita e será resolvida mediante a decomposição em valores singulares, de acordo com a expressão seguinte:

$$\left[\nabla^2_\Theta J(\Theta) + \lambda I\right] \Delta\hat{\Theta} = \nabla^T_\Theta J(\Theta_j). \tag{3.15}$$

Desta maneira, o algoritmo, denominado Levenberg-Marquardt (MACIEL et al., 2006), resolve o problema de não singularidade da matriz Hessiana. Pode-se dizer também que o algoritmo atua como o algoritmo de Gauss-Newton para valores pequenos de λ.

3.3 Transformação de parâmetros

O método de estimação do filtro de Kalman aplicado ao VSA, na dinâmica deriva/guinada, apresentou o problema de divergência de parâmetros. Esse problema foi inicialmente observado por Hwang (1980) no problema de identificação de sistemas de um navio e, recentemente, no problema de identificação de um veículo submersível remotamente operado (AVILA, 2008). Hwang (1980) e Liu (1984) utilizaram o filtro de Kalman estendido para estimar os parâmetros hidrodinâmicos de um navio. Esses trabalhos sugerem o uso de técnicas de processamento paralelo, sobre e sub-estimação e transformação paramétrica, para superar o problema de divergência na identificação de modelo de navios. Neste trabalho, a técnica de transformação de parâmetros será utilizada (HWANG, 1980):

$$\mu'_Y = \frac{(Y'_{ur} - m')}{Y'_{uv}}, \tag{3.16}$$

e

$$\mu'_N = \frac{(N'_{ur} - m' x_G)}{N'_{uv}}. \tag{3.17}$$

Os parâmetros expresso nas equações (3.16) e (3.17) são substituídos o modelo dinâmico deriva/guinada (Eqs. (2.85) e (2.86)).

3.4 Resultados

O modelo completo do VSA expresso em seis graus de liberdade apresenta um número elevado de parâmetros associados aos esforços hidrodinâmicos atuantes no veículo. No entanto, devido a forma geométrica e à simetria do veículo, os parâmetros do modelo horizontal obtido podem ser aproximados aos parâmetros do modelo vertical, reduzindo a complexidade do método de estimação de parâmetros. Neste trabalho, os parâmetros hidrodinâmicos do modelo horizontal

expresso na Eq. (2.84).

Para garantir a convergência dos parâmetros, a transformação paramétrica (3.16) e (3.17) é aplicada ao modelo horizontal do VSA. Os sinais de entrada são do tipo zig-zag e circular. Os coeficientes Y'_{uv}, Y'_{ur}, N'_{uv} e N'_{ur}, representam as dinâmicas lineares do veículo. Os coeficientes $Y'_{v|v|}$ e $N'_{v|v|}$ representam as dinâmicas não lineares do VSA. Os coeficientes Y'_{δ_r} e N'_{δ_r} representam os esforços atuantes gerado pelo deslocamento angular do leme propulsor.

No método de identificação baseado no filtro de Kalman estendido, o vetor de parâmetros Θ é formado por duplas de coeficientes. O modelo é expresso na forma (3.1), sendo que o vetor de estados $\mathtt{x}(t)$ deve ser estendido por $[\ \mathtt{x}\ \ \Theta\ ]^T$. A entrada $\mathtt{u}(t)$ é o deslocamento angular do leme vertical definido por δ_r. A velocidade de deriva v, de guinada r e o angulo de guinada ψ formam o vetor de saída $\mathtt{y}(t)$.

As figuras 3.1 e 3.2 apresentam os resultados experimentais de estimação de parâmetros lineares usando o método de filtro de Kalman estendido. Os parâmetros Y'_* convergem mais rapidamente do que os parâmetros N'_*. A estimação destes parâmetros lineares é boa e fácil de obter mediante manobras zig-zag. Para produzir essa manobra, um sinal retangular com valores máximos de $\pm 5(\pi/180)$ é aplicado ao movimento do leme vertical.

A figura 3.3 apresenta os resultados experimentais da estimação de parâmetros não lineares do modelo que representam os arrasto cruzado.

A figura 3.4 apresenta os resultados experimentais de estimação de parâmetros relativo aos esforços hidrodinâmicos produzidos pela deflexão do leme vertical Y'_{δ_r} e N'_{δ_r}. A estimação é realizada usando a abordagem clássica do filtro de Kalman numa manobra circular colocando o ângulo do leme vertical a $-10(\pi/180)$ radianos.

As equações do filtro de Kalman foram resolvido pelo método de integração de Runge Kutta de 4a ordem, com $0,1$ s de tempo de amostragem. A tabela 3.1 apresenta os coeficientes estimados do modelo identificado.

Os resultados usando o filtro de Kalman estendido apresentam boa convergência. No entanto, o número de parâmetros estimados é limitado a dois. O método de máxima verosimilhança comummente usado em identificação de aeronaves é usado na estimação de múltiplos parâmetros. Antes do processo de estimação, o método de transformação de parâmetros é aplicado no modelo dinâmico. O vetor de parâmetros Θ é formado pelos coeficientes Y'_{uv}, μ'_Y, N'_{uv}, μ'_N, e Y'_{δ_r}. Assim, um maior número de parâmetros será estimado.

A figura 3.5 apresenta resultados de simulação do método de de máxima verosimilhança aplicado para identificar o VSA. O método de Levenberg-Marquardt é usado para resolver o problema de singularidade da matriz Hessiana no processo de otimização. Os sinais corrompidos por ruídos representam as variáveis observadas simuladas e os sinais contínuos suavizados re-

Tabela 3.1: Coeficientes hidrodinâmicos do veículo submersível autônomo

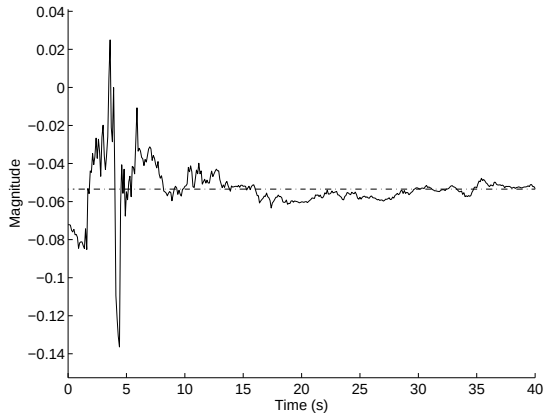
Coeficiente	Modelado	Estimado	Manobra
m	$52,5kg$	———	———
I_z	$10,2N-m$	———	———
ρ	$1030\ kg/m^3$	———	———
x_G	$+0,08560\ m$	———	———
$Y'_{\dot{v}}$	$-0,30\cdot 10^{-1}$	———	———
$Y'_{\dot{r}}$	$+0,16\cdot 10^{-2}$	———	———
$N'_{\dot{v}}$	$+0,16\cdot 10^{-2}$	———	———
$N'_{\dot{r}}$	$-0,22\cdot 10^{-2}$	———	———
Y'_{uv}	$-0,53\cdot 10^{-1}$	$-0,52\cdot 10^{-1}$	zig-zag
Y'_{ur}	$-0,84\cdot 10^{-2}$	-0,87$\cdot 10^{-2}$	zig-zag
N'_{uv}	$+0,49\cdot 10^{-2}$	$+0,50\cdot 10^{-2}$	zig-zag
N'_{ur}	$-0,12\cdot 10^{-2}$	$-0,10\cdot 10^{-2}$	zig-zag
Y'_{δ_r}	$+0,30\cdot 10^{-1}$	$+0,30\cdot 10^{-1}$	circular
N'_{δ_r}	$-0,91\cdot 10^{-2}$	$-0,91\cdot 10^{-2}$	circular
$Y'_{v\|v\|}$	$-0,14$	$-0,14$	zig-zag
$N'_{v\|v\|}$	$+0,97\cdot 10^{-3}$	$+1,06\cdot 10^{-3}$	zig-zag

presentam as respostas do modelo identificado. Observa-se que existe um bom casamento entre as variáveis observadas e a resposta dinâmica do modelo identificado. O ajuste foi determinado pela função 'fit' do Matlab.

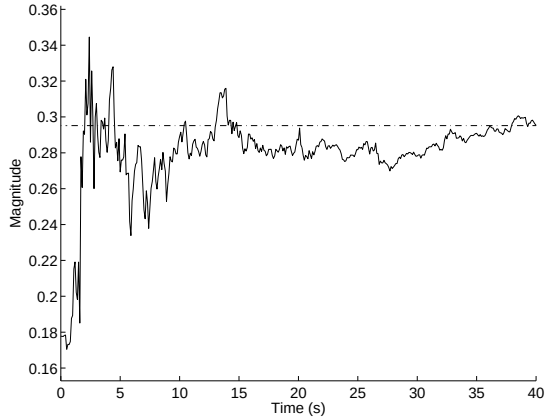
Os resultados mostram-se promissores quando os 5 parâmetros são estimado no modelo. No entanto, a solução não converge quando a maior número de parâmetros. Portanto, a solução dos algoritmos de estimação aplicados a modelos paramétricos depende fortemente da natureza do modelo. Hwang (1980) e Liu (1984) estimaram os parâmetros de navios onde a dimensão do vetor de parâmetros foi limitada por dois. Hoff e Cook (1996), Maciel et al. (2006) estimaram parâmetros de um modelo de aeronave onde a dimensão do vetor Θ é maior do que nove. Neste trabalho, usando o método de máxima verosimilhança, o número máximo de parâmetros que conseguiram-se estimar foram 5. Como sugerido recentemente em (LJUNG, 2008), resulta ainda um desafio a aplicação de métodos de identificação de sistemas a modelos paramétricos não lineares reais, como é o caso aqui estudado.

A tabela 3.1 apresenta a estimação dos parâmetros usando o método de filtro de Kalman estendido. Os parâmetros modelado são próximos dos parâmetros estimados.

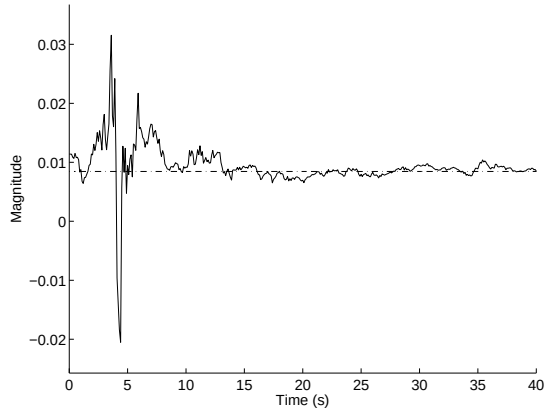
A tabela 3.2 apresenta a estimação dos parâmetros usando o método clássico de máxima verossimilhança. Os parâmetros modelados são próximos dos parâmetros estimados. Não entanto, um maior número de parâmetros são estimados simultaneamente e o erro é maior comparado com os parâmetros estimados pelo método de filtro de Kalman estendido.



(a) Y'_{uv} (-.- modelado, — estimado)



(b) μ'_Y (-.- modelado, — estimado)

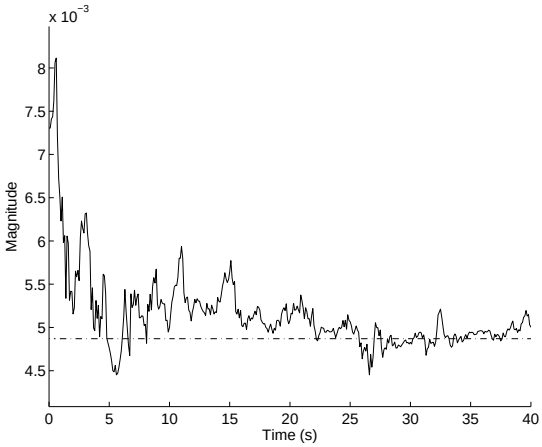


(c) Y'_{ur} (-.- modelado, — estimado)

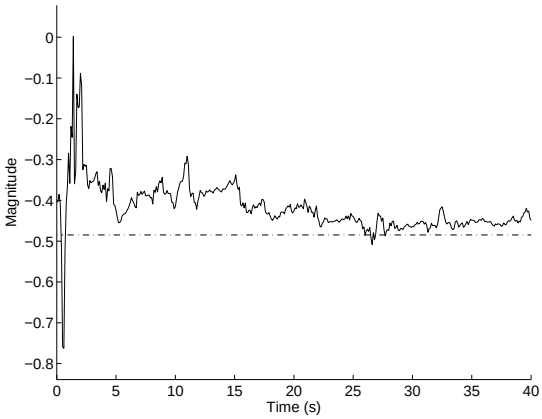
Figura 3.1: Estimação de parâmetros do VSA: Y'_v, μ'_Y, e Y'_r

Tabela 3.2: Estimação de parâmetros do veículo usando o método de máxima verossimilhança

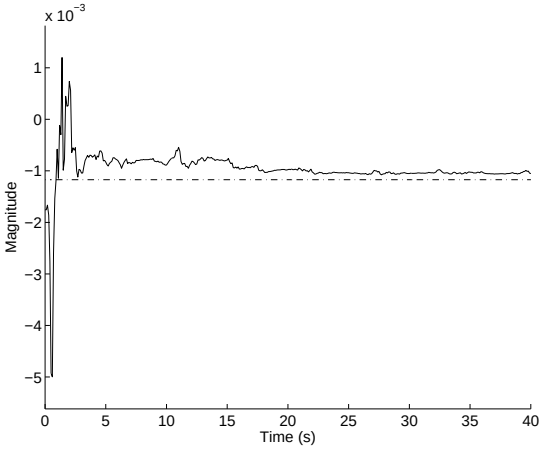
Parâmetro	Modelado	Estimado	Manobra
Θ_1	-0,053463	-0,053732	$15(\pi/180)$ rad zig-zag
Θ_2	+0,295182	+0,286260	"
Θ_3	+0,004870	+0,004414	"
Θ_4	-0,484782	-0,606515	"
Θ_5	+0,030377	+0,031068	"



(a) N'_{uv} (-.- modelado, — estimado)

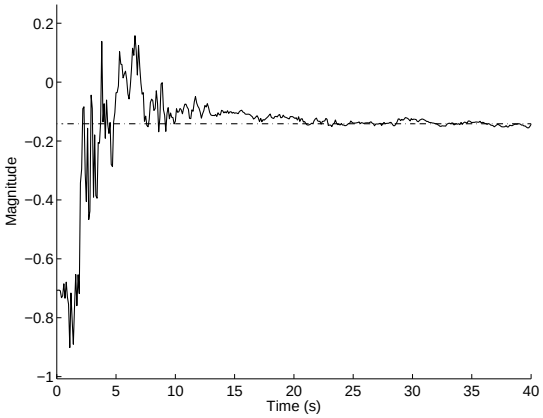


(b) μ'_N (-.- modelado, — estimado)

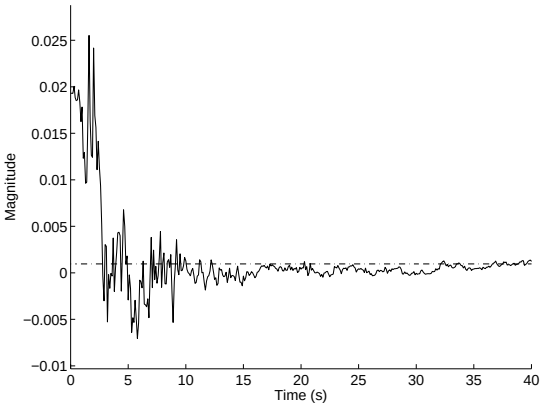


(c) N'_{ur} (-.- modelado, — estimado)

Figura 3.2: Estimação de parâmetros do VSA: N'_v, μ'_N, e N'_r

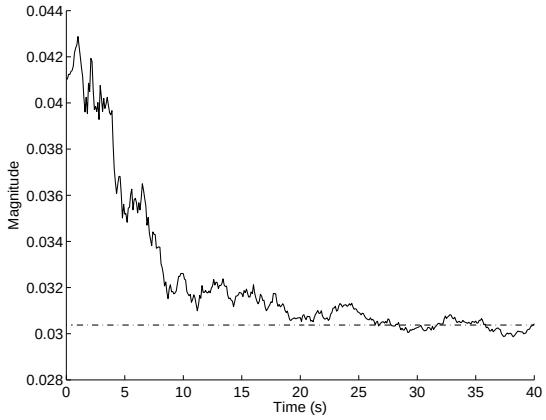


(a) $Y'_{v|v|}$ (-.- modelado, — estimado)

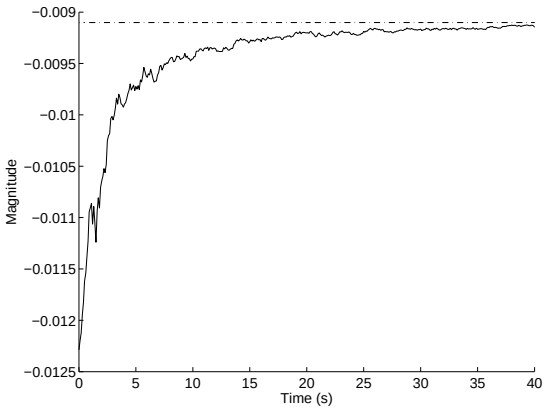


(b) $N'_{v|v|}$ (-.- modelado, — estimado)

Figura 3.3: Estimação de parâmetros do VSA: $Y'_{v|v|}$, e $N'_{v|v|}$



(a) Y'_{δ_r} (-.- modelado, — estimado)



(b) N'_{δ_r} (-.- modelado, — estimado)

Figura 3.4: Estimação de parâmetros do VSA: Y'_{δ_r}, e N'_{δ_r}

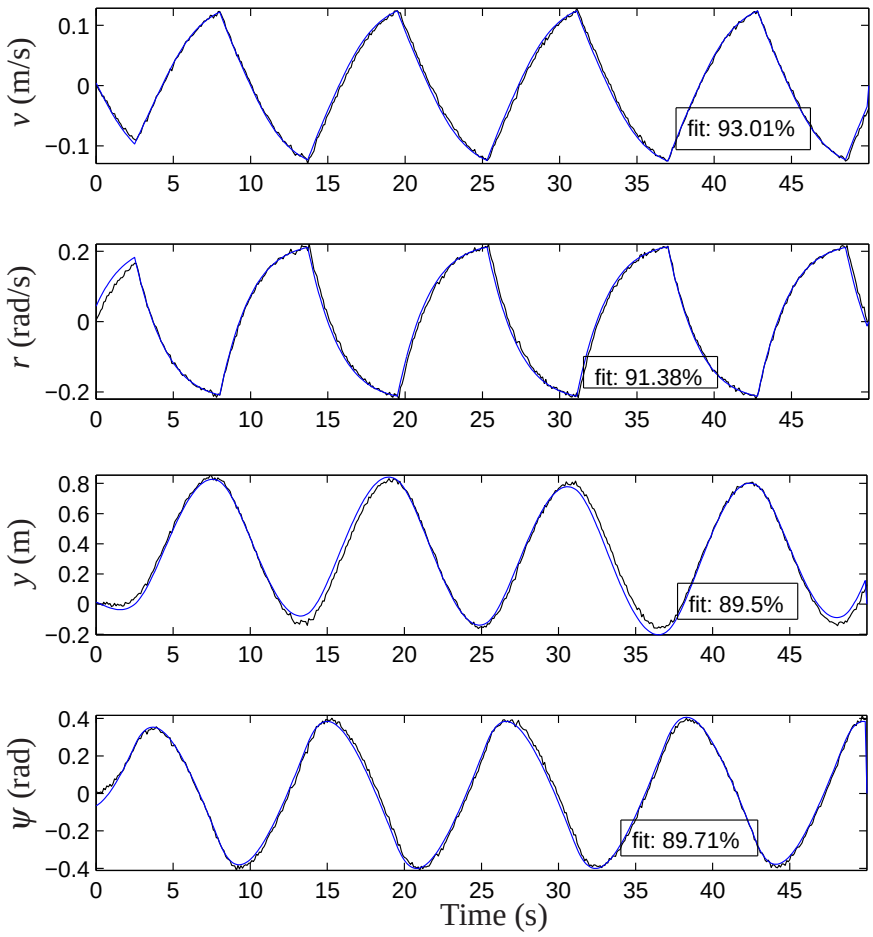


Figura 3.5: Respostas das variáveis observadas e do modelo identificado usando o método de máxima verossimilhança

4 Sistema de Controle

4.1 Introdução

Teorias de controle clássico têm sido aplicadas frequentemente por projetistas para controlar sistemas acoplados e multivariáveis devido à praticidade na síntese de controladores. O controle clássico escalar, baseado na formatação de funções de transferência em malha aberta, embora tenha mostrado sua eficácia e seja aplicado majoritariamente na indústria, não garante condições de estabilidade e desempenho robustos. Os objetivos de controle podem ser comprometidos quando o sistema apresenta incertezas, perturbações e ruídos nas variáveis observadas. Nas últimas duas décadas, técnicas de controle robusto estão sendo aplicadas para garantir estabilidade e desempenho apesar do sistema apresentar distúrbios, ruídos e dinâmicas não-modeladas. Essas técnicas consistem na formatação de certas funções de transferência em malha fechada. Neste capítulo, a técnica de controle robusto $\mathscr{H}_\infty$ é aplicada ao veículo submersível autônomo Pirajuba.

No capítulo de modelagem, observam-se fortes acoplamentos entre as coordenadas do sistema. Alguns desses acoplamentos estão presentes entre as movimentos de balanço e guinada e entre os movimentos de caturro e arfagem. Também existem movimentos acoplados entre as coordenadas horizontais e verticais. Uma estratégia para facilitar o projeto do controlador é desacoplar essas dinâmicas e projetar independentemente cada controlador de forma a garantir índices de estabilidade e desempenho aceitáveis (SILVESTRE; PASCOAL, 2007). Porém, a perda de informação na eliminação do acoplamento, pode comprometer o desempenho do sistema e, no pior dos casos, a estabilidade. Uma outra alternativa é o uso de um controlador central (LUQUE, 2007). Embora a última alternativa possa parecer a melhor, o processo de síntese do controlador aumenta em complexidade quando tratam-se de sistemas multivariáveis sub-atuados (DONHA, 2003).

No presente capítulo apresenta-se a teoria de controle $\mathscr{H}_\infty$ utilizada neste trabalho. O material de referência são os trabalhos de Zhou (2000), Donha (2003), Skogestad e Postlethwaite (2005) e Luque (2007). As teorias de controle robusto linear adotam como referências principais Zames (1979), Francis (1988) e Doyle, Francis e Tannenbaum (1990). A extensão para o controle

não linear pode ser encontrado em Pavel e Fairman (1996), van der Schaft (2000).

O projeto de qualquer controlador envolve basicamente duas tarefas principais: a estabilidade e o ajuste (sintonia) de seus parâmetros para alcançar um desempenho considerado 'ótimo' de acordo com algum critério (índice de desempenho), de forma a satisfazer especificações estabelecidas pelo projetista (DONHA, 2003).

A robustez é uma característica importante de sistemas de controle por pelo menos duas razões. Em primeiro lugar, deve ser preocupação permanente de todo projetista que os sistemas de controle funcionem satisfatoriamente, ainda que as condições de operação sejam distintas daquelas consideradas no modelo de projeto *nominal*. Em segundo lugar, as condições de robustez podem ser utilizadas com o objetivo de se adotar um modelo de projeto intencionalmente simplificado, não só para facilitar a análise, como também por seu impacto sobre a complexidade do controlador resultante (DA CRUZ, 1996).

Se o controlador consegue manter a estabilidade para um certo conjunto de condições distinto da nominal, diz-se que o sistema controlado apresenta *Estabilidade Robusta* (ER) para este conjunto. Analogamente, se o desempenho do sistema controlado não é degradado significativamente, de forma que as especificações do projeto ainda sejam atendidas para uma família incerta de sistemas, oriunda de um único sistema nominal, diz-se que o sistema apresenta *Desempenho Robusto* (DR) (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1995).

Em resumo, a estabilidade e desempenho nominais são definidos para plantas nominais, enquanto que ER e DR são relativos a uma família de plantas, geralmente originárias da planta nominal, e sujeitas a incertezas (de modelo, distúrbio e ruídos) que devem incluir as *incertezas da pior espécie* (*worst case uncertainty*) para o problema considerado.

As teorias de controle apresentadas neste capítulo facilitam a síntese do controlador com estabilidade e desempenho robustos considerando incertezas não-estruturadas no modelo do VSA. A grande vantagem adicional é levar em conta distúrbios e ruídos presentes no sistema, já na fase de síntese.

4.2 Abordagem de Projeto

O processo geral de projeto do controlador para um sistema de controle é basicamente uma iteração entre a síntese de um controlador e a avaliação de seu desempenho. Se o desempenho não é satisfatório, então é preciso ajustar-se algum parâmetro do controlador, por exemplo, modificando-se o ganho proporcional em um controlador PID, ou ajustar algum fator de ponderação no índice de desempenho escolhido, como é o caso de controles ótimos. Para facilitar o entendimento, vai se usar a representação de diagrama de blocos do sistema escalar com reali-

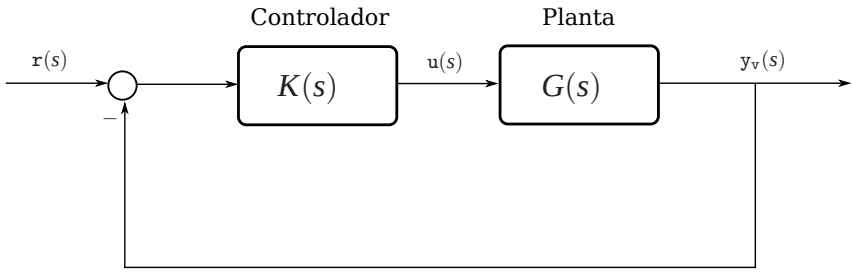


Figura 4.1: Sistema de controle clássico

mentação da figura 4.1. Nessa figura $K(s)$ e $G(s)$ representam, respectivamente, as funções de transferência do controlador e da planta ou processo, $\mathtt{r}(s)$ é a transformada de Laplace do sinal de controle e $\mathtt{y_v}(s)$ é transformada de Laplace do sinal de saída verdadeiro do sistema.

4.3 Representação do Sistema Dinâmico Linear

Como vimos no capitulo (2), após a linearização ao redor de uma posição de equilíbrio, o sistema pode ser representado na forma convencional de equações de estados, como segue-se:

$$\begin{aligned} \dot{\mathtt{x}}(t) &= A\mathtt{x}(t) + B\mathtt{u}(t), \mathtt{x}(t_o) = \mathtt{x}_o, \\ \mathtt{y}(t) &= C\mathtt{x}(t) + D\mathtt{u}(t), \end{aligned} \tag{4.1}$$

onde $\mathtt{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ é o estado do sistema; $\mathtt{x}(t_0)$ é a condição inicial; $\mathtt{u}(t) \in \mathbb{R}^p$ é a entrada do sistema e $\mathtt{y}(t) \in \mathbb{R}^m$ é a saída ou o estado observado.
As matrizes A, B, C, e D, de dimensões adequadas, são compostas de constantes reais.
Usando-se a notação usual, exprimem-se as equações acima por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathtt{x}}(t) \\ \mathtt{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathtt{x}(t) \\ \mathtt{u}(t) \end{bmatrix}, \tag{4.2}$$

A resposta no tempo do sistema dinâmico pode ser determinada por:

$$\begin{aligned} \mathtt{x}(t) &= e^{A(t-t_o)}\mathtt{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)} B\mathtt{u}(\tau) d\tau, \\ \mathtt{y}(t) &= C\mathtt{x}(t) + D\mathtt{u}(t). \end{aligned} \tag{4.3}$$

Aplicando a transformada de Laplace ao sistema de equações (4.1), para condições iniciais quiescentes, pode-se determinar a matriz de transferência de $U(s)$ para $Y(s)$ definida por:

$$Y(s) = G(s)U(s), \tag{4.4}$$

obtendo-se:

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D. \tag{4.5}$$

Nas teorias avançadas de controle é comum o uso da seguinte notação para representar a matriz de transferência $G(s)$, cuja realização no espaço de estado é dada pela quádrupla (A, B, C, D) (ZHOU, 2000):

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \triangleq \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array}\right]. \tag{4.6}$$

Em controle avançado, pode-se distinguir entre as variáveis de estado controladas $\mathtt{z}(t)$ e variáveis de estado observadas $\mathtt{y}(t)$, já que nem sempre $\mathtt{z} \equiv \mathtt{y}$. O vetor de sinais exógenos e ruídos é $\mathtt{w}(t)$. A notação no espaço de estados fica, então:

$$\begin{aligned} \dot{\mathtt{x}}(t) &= A\mathtt{x}(t) + B_1\mathtt{w}(t) + B_2\mathtt{u}(t), \mathtt{x}(t_0) = \mathtt{x}_0, \\ \mathtt{z}(t) &= C_1\mathtt{x}(t) + D_{11}\mathtt{w}(t) + D_{12}\mathtt{u}(t), \\ \mathtt{y}(t) &= C_2\mathtt{x}(t) + D_{21}\mathtt{w}(t) + D_{22}\mathtt{u}(t). \end{aligned} \tag{4.7}$$

Então:

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array}\right]. \tag{4.8}$$

4.4 Controlabilidade e Observabilidade

Esta seção expõe dois conceitos importantes na teoria de sistemas lineares (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1995; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

Definição 4.1 (Controlabilidade) *"O sistema dinâmico descrito em (4.7) ou o par (A, B_2) é controlável se, para qualquer estado inicial $\mathtt{x}(0) = \mathtt{x}_0$, qualquer $t_1 > 0$ e qualquer estado final $\mathtt{x}_1$, existe uma entrada $\mathtt{u}(t)$ tal que $\mathtt{x}(t_1) = \mathtt{x}_1$. De outra maneira o sistema será não controlável"(ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1995).*

Uma maneira simples de verificar a controlabilidade de um sistema de ordem n é a seguinte: dado o par de matrizes (A, B_2), o sistema é controlável se e somente se a matriz de controlabilidade

$$\mathscr{C} \triangleq [\ B_2 \quad AB_2 \quad A^2B_2 \quad \ldots \quad A^{n-1}B_2\ ] \tag{4.9}$$

é de posto n, ie, existe pelo menos um determinante não nulo de ordem n (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1995).

Definição 4.2 (Observabilidade) *"O sistema dinâmico descrito em (4.7) ou o par (A, C_2) é observável se, para qualquer tempo $t_1 > 0$, o estado inicial $\mathtt{x}(0) = \mathtt{x}_0$ pode ser determinado a partir da história no tempo da entrada $\mathtt{u}(t)$ e a saída $\mathtt{y}(t)$ no intervalo $[0, t_1]$. De outra maneira o sistema, ou o par (A, C) é não observável"(ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1995).*

Uma maneira simples de verificar a observabilidade de um sistema de ordem n é a seguinte: dado o par de matrizes (A, C_2), o sistema é observável se a matriz de observabilidade

$$\mathscr{O} \triangleq [\ C_2 \quad C_2A \quad C_2A^2 \quad \dots \quad C_2A^{n-1}\ ]^T \tag{4.10}$$

é de posto n, ie., existe pelo menos um determinante não nulo de ordem n (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1995).

Em resumo, a *controlabilidade* de um sistema indica a possibilidade de transferir o sistema de um estado qualquer à origem (estado nulo), num intervalo finito de tempo, pela aplicação de uma ação de controle conveniente. Por outro lado, a *observabilidade* indica a possibilidade de se determinar os componentes do estado do sistema através de observações da saída do sistema.

Em controle avançado é importante apresentar-se também as seguintes duas definições que determinam a capacidade de estabilizar e detectar o sistema (*estabilizabilidade* e *detectabilidade*) (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1995).

Definição 4.3 *O sistema, ou o par (A, B_2) é estabilizável se existe um estado realimentado $u = Fx$ que estabilize o sistema, i.e., $A + B_2F$ é estável.*

Definição 4.4 *O sistema, ou o par (A, C_2) é detectável se $A + C_2L$ é estável para algum L.*

As definições de estabilizabilidade e detectabilidade são menos restritivas que as definições de controlabilidade e observabilidade (FRIEDLAND; DIRECTOR, 1985).

4.5 Incertezas

As incertezas na planta ou modelo têm diversas origens (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005), cabendo destacar:

1. a existência de erros nos valores dos parâmetros do modelo ou os valores dos parâmetros são desconhecidos;

2. os parâmetros no modelo linear podem variar devido a não linearidades ou variação do ponto de operação;

3. os erros associados aos instrumentos de medição e

4. a estrutura do modelo em altas frequências não é conhecida, é onde as incertezas podem ultrapassar o próprio ganho das plantas. As fontes de incertezas podem se agrupar em dois tipos principais. A seguir, descrevem-se cada uma delas.

4.5.1 Incertezas Estruturadas

Nestes casos, a estrutura do modelo é completamente conhecida (inclusive em altas frequências), mas alguns de seus parâmetros são incertos.

4.5.2 Incertezas Sem-estrutura

Perturbações dependentes da frequência são exemplos típicos de incertezas sem- estrutura. Neste tipo de incertezas, geralmente não há interesse em determinar as origens das incertezas (procura-se apenas estabelecer seus limites superiores, por exemplo, através da norma $\mathscr{H}_\infty$). Embora desconhecidas, as incertezas mais comuns são:

- aditiva, modelada por:

$$G_\triangle = G + \triangle_A W_A, \tag{4.11}$$

- multiplicativa na saída da planta, modelada por:

$$G_\triangle = (I + \triangle_M W_M)\, G. \tag{4.12}$$

Existem outros tipos de incerteza, cujas ilustrações podem se encontrar em (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Nas expressões acima, $G_\triangle$, representa a planta real; G a planta nominal; $\triangle_A$ é a incerteza aditiva; $\triangle_M$ é a incerteza multiplicativa; W_A é a magnitude da incerteza aditiva; W_M é a magnitude da incerteza multiplicativa. Para o pior caso possível $\|\Delta_A\|_\infty \equiv 1$ e $\|\Delta_M\|_\infty \equiv 1$.
A presença de incertezas no sistema é ilustrada nas figuras 4.2 e 4.3.

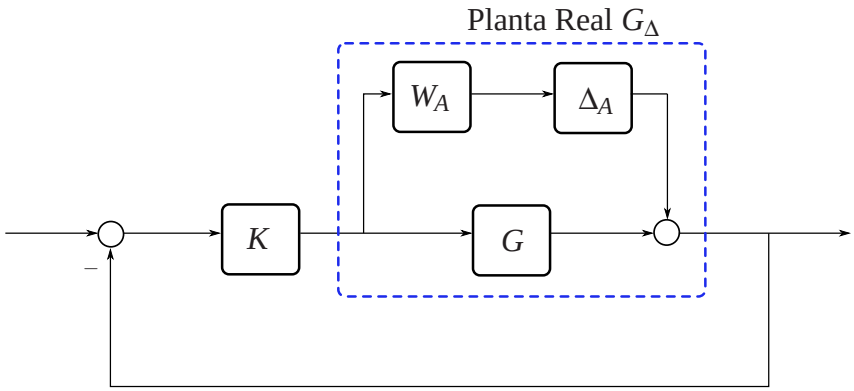


Figura 4.2: Incerteza aditiva

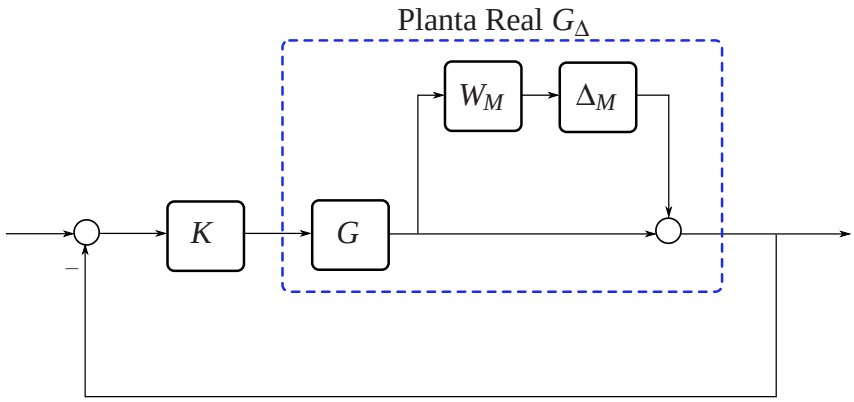


Figura 4.3: Incerteza multiplicativa na saída

4.6 Especificações e Limitações de Desempenho

Um objetivo muito importante de um sistema de controle, além de garantir a estabilidade, é satisfazer um certo conjunto de especificações relativas ao desempenho. Uma das maneiras de se verificar se as especificações foram satisfeitas, é através da magnitude de alguns sinais ou funções de transferências envolvidos. Por exemplo, a magnitude[1] do sinal de erro de acompanhamento (*tracking*) do sistema deve ser pequena, enquanto que os sinais de controle não devem ser muito grandes, ou ainda a matriz de funções de transferência entre um distúrbio e a resposta do sistema deve ser pequena, etc.

O desempenho de um sistema de controle pode ser determinado pela variação de certas funções de transferência com a frequência. Esse método levou ao desenvolvimento de técnicas de controle muito utilizadas atualmente. Um destes métodos é o da formatação de malha-aberta (*open-loop shaping*), que será brevemente discutido. Um método alternativo de controle é oriundo da formatação em malha fechada de determinadas funções envolvendo a realimentação de sinais, como a função de sensibilidade, e a função de sensibilidade complementar. O

[1] ver apêndice C para o formalismo matemático de norma de matrizes

método de formatação de malha fechada utilizado no presente trabalho é o da Sensibilidade Mista (*mixed sensitivity*).

Na teoria de controle avançado é usual a definição de diversas funções de transferência, ligadas à sensibilidade do sistema[2].

Função de Sensibilidade S

$$S(s) = (I + GK(s))^{-1}. \tag{4.13}$$

Função de Sensibilidade Complementar T

$$T(s) = I - S(s). \tag{4.14}$$

Função de Sensibilidade do Controlador C

$$C(s) = KS(s). \tag{4.15}$$

Para o caso escalar, a formatação da função de sensibilidade S é parecida à de um filtro passa-alta, rejeitando distúrbios de baixa frequência e garantindo um bom acompanhamento do sinal de referência. A formatação da função de sensibilidade complementar T é parecida à de um filtro passa-baixa, rejeitando os ruídos em alta frequência provenientes dos sensores e garantindo a estabilidade robusta na presença de incertezas de modelagem. A formatação da função de sensibilidade do controlador C segue a formatação de um filtro passa-alta, limitando a ação de controle relativa à largura de banda da dinâmica do VSA.

Para o caso multivariável, a formatação das funções de sensibilidade são determinadas pelos valores singulares máximos ($\overline{\sigma}$). A forma das funções de sensibilidade tem um impacto direto sobre o desempenho e podem se sumarizados como abaixo (DONHA, 2003; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005; LUQUE, 2007):

Em baixas frequências:

1. $\overline{\sigma}(S)$ pequeno $\Rightarrow$ rejeição de distúrbios;
2. $\overline{\sigma}(T) \cong 1 \Rightarrow$ acompanhamento do sinal de referência.

Em altas frequências:

1. $\overline{\sigma}(T)$ pequeno $\Rightarrow$ atenuação de ruídos;
2. $\overline{\sigma}(C)$ pequeno $\Rightarrow$ controle barato;
3. $\overline{\sigma}(T)$ pequeno $\Rightarrow$ ER na presença de incerteza multiplicativa e

[2]para sua demostração veja-se (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1995; DONHA, 2003)

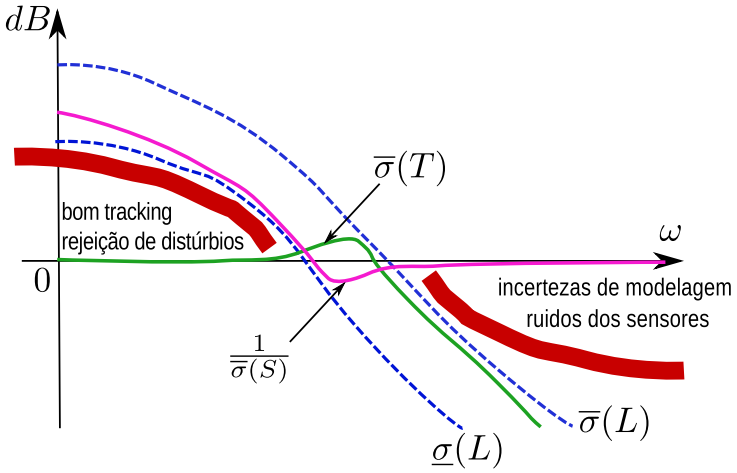


Figura 4.4: Barreiras de Robustez e Especificações para S e T

4. $\overline{\sigma}(C)$ pequeno $\Rightarrow$ ER na presença de incerteza aditiva.

Embora não se vá utilizar a formatação da função de transferência de malha L, como estratégia para sintetizar o controlador, apresentam-se também os requisitos para esta função, bastante úteis na hora de se analisar o projeto:

Em baixas frequências:

1. $\underline{\sigma}(L)$ grande $\Rightarrow$ acompanhamento do sinal de referência;
2. $\underline{\sigma}(L)$ grande $\Rightarrow$ rejeição de distúrbios.

Em altas frequências:

1. $\overline{\sigma}(L)$ pequeno $\Rightarrow$ atenuação de ruídos;
2. $\overline{\sigma}(K)$ pequeno $\Rightarrow$ rejeição de distúrbios;
3. $\overline{\sigma}(L)$ pequeno $\Rightarrow$ ER na presença de incerteza multiplicativa e
4. $\overline{\sigma}(K)$ pequeno $\Rightarrow$ ER na presença de incerteza aditiva.

A figura 4.4 ilustra os requisitos de forma para as funções de transferência de malha e para as funções de transferência de malha fechada. Nesta figura percebe-se que o *pior caso* em alta frequência está associado com o $\overline{\sigma}(L)$, enquanto que o *pior caso* em baixa frequência esta relacionado com o $\underline{\sigma}(L)$. É interessante observar-se também que para o acompanhamento do sinal de referência (*tracking*), para rejeição de perturbações e para insensibilidade paramétrica, geralmente, estabelecem-se restrições em baixa frequência. A rejeição de ruídos provenientes

dos sensores, minimização do consumo de energia de controle, e incertezas não estruturadas de modelagem impõem restrições em alta frequência.
É importante notar-se que na região de baixa frequência, acima da linha $0dB$:

$$\underline{\sigma}(L(j\omega)) \cong \frac{1}{\overline{\sigma}(S(j\omega))}, \tag{4.16}$$

e na região de alta frequência:

$$\overline{\sigma}(L(j\omega)) \cong \overline{\sigma}(T(j\omega)). \tag{4.17}$$

4.6.1 Normalização

A normalização é muito importante na análise e síntese de controladores avançados. Dada a natureza do problema, existem muitas variáveis a ser controladas, de magnitudes diferentes. Uma normalização adequada facilita a busca de parâmetros para a síntese do controlador.
O sistema descrito na equação (4.1) é normalizado através das matrizes de transformação S_u, S_x e S_y, relacionadas com as variáveis de controle, estado, e saída, respectivamente:

$$\begin{aligned} \widetilde{\mathrm{u}} &\leftarrow S_u \mathrm{u}, \\ \widetilde{\mathrm{x}} &\leftarrow S_x \mathrm{x}, \\ \widetilde{\mathrm{y}} &\leftarrow S_y \mathrm{y}. \end{aligned}$$

A normalização requer uma atitude crítica na hora de iniciar o projeto, no sentido de se avaliar o desempenho desejado e sua compatibilidade com os sinais presentes no sistema. Os requisitos são explicitados a partir das magnitudes máximas esperadas das perturbações, dos ruídos, das possíveis mudanças de referência e dos sinais de saída. As decisões serão baseadas nas magnitudes de sinais de referência e distúrbios, em outros sinais de entrada, como os sinais de controle e com os desvios nos sinais de saída (DONHA, 2003). Na implementação do controlador, o processo inverso de normalização deve ser realizado para obter o controlador resultante:

$$K = {S_u}^{-1} K' S_y, \tag{4.18}$$

onde K é o controlador para o sistema VSA e K' é o controlador normalizado encontrado pelo método de sensibilidade mista $\mathscr{H}_\infty$.

4.7 Estabilidade

A estabilidade de sistemas multivariáveis pode ser analisada através do critério de *Nyquist*, e requer considerações adicionais para o estudar a robustez da estabilidade, no caso MIMO.

4.7.1 Estabilidade Robusta

Para ilustrar o problema de estabilidade robusta, considera-se uma planta com incerteza multiplicativa $\|\triangle_M(j\omega)\|_\infty \leq 1, \forall\omega$ na saída da planta, como ilustrado na figura 4.3. Admita-se que o sistema em malha fechada tenha estabilidade nominal, isto é, o sistema é estável quando $\triangle_M(j\omega) = 0, \forall\omega$.

A família de funções de transferência de malha aberta incertas é obtida a partir da função de transferência de malha nominal através da álgebra de diagrama de blocos, dada por:

$$L_\triangle = G_\triangle K = (1+\triangle_M W_M)GK = L + \triangle_M W_M L, \quad \|\triangle_M(j\omega)\| \leq 1, \forall\omega. \tag{4.19}$$

De acordo com o critério de Nyquist, a estabilidade robusta estará garantida se nenhum elemento de $L_\triangle$ contornar o ponto -1, ver figura 4.5.

A figura 4.5 apresenta o gráfico de Nyquist para um sistema escalar genérico, onde $\|W_M L\|$, é o raio de um disco ao redor de um membro nominal $L(jw_i)$, isto é, neste disco estão contidas todas as possíveis $L_\triangle$ para a frequência w_i. A distância entre o ponto -1 e o $L(jw_i)$ é dada por $|1+L(jw_i)|$. Considere-se ainda que toda a família de funções de transferência de malha $L_\triangle(jw)$ seja estável. Da figura 4.5, o ponto -1 não será envolvido mesmo ocorrendo incerteza da *pior espécie* ($\triangle_M = 1$) quando:

$$\begin{aligned}
|W_M L| &< |1+L|, \forall\omega, \\
&\Longleftrightarrow \left|W_M \frac{L}{1+L}\right| < 1, \forall\omega, \\
&\Longleftrightarrow |W_M T| < 1, \forall\omega, \\
&\Longleftrightarrow \|W_M T\|_\infty < 1, \\
&\Longleftarrow \|T\|_\infty < \|W_M\|_\infty^{-1}.
\end{aligned} \tag{4.20}$$

A equação (4.20) sugere que deve existir um limite superior para T (sensibilidade complementar) para se obter estabilidade robusta:

- caso escalar

$$ER \Longleftrightarrow |T| < \left|\frac{1}{W_M}\right|, \tag{4.21}$$

- caso multivariável

$$\begin{aligned}
ER &\Longleftarrow \overline{\sigma}(W_M T) < 1, \forall\omega, \\
&\Longleftarrow \overline{\sigma}(T) < \frac{1}{\overline{\sigma}(W_M)} \forall\omega,
\end{aligned} \tag{4.22}$$

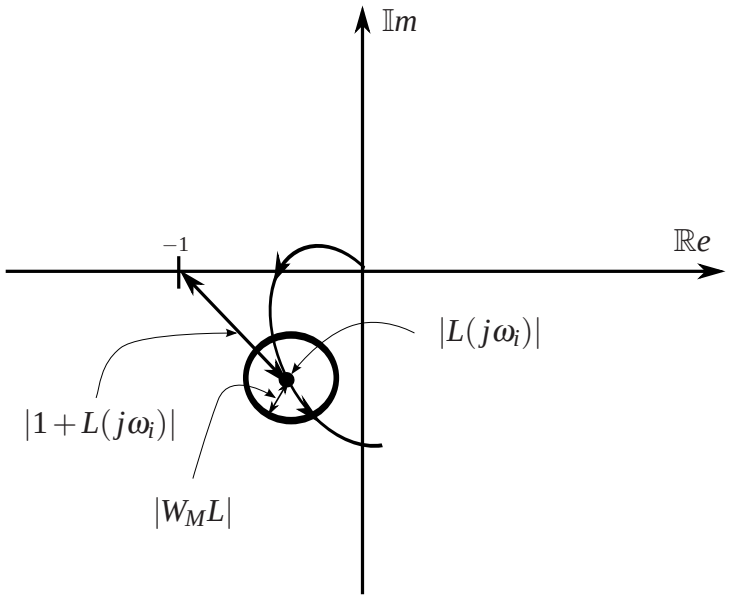


Figura 4.5: Estabilidade Robusta, SISO

a condição acima é suficiente, mas não necessária, isto é, uma violação desta condição não implica necessariamente a perda da estabilidade robusta, mas se ela ocorre a ER está garantida (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

A expressão (4.22) conduz à seguinte expressão para o caso multivariável:

$$\overline{\sigma}(L) < \frac{1}{\overline{\sigma}(W_M)}, \text{para } \omega \text{ em altas frequências.} \tag{4.23}$$

Uma prática muito comum é agregar todos os efeitos de incertezas da planta em um único bloco multiplicativo fictício, de modo que seja possível trabalhar-se com a expressão (4.22).
Em geral, tem-se que:

$$\begin{aligned} &\|S\|_\infty, \|T\|_\infty \text{ grandes} \Rightarrow ER \text{ pobre,} \\ &\|S\|_\infty, \|T\|_\infty \text{ pequenas} \not\Rightarrow \text{ necessariamente } ER. \end{aligned} \tag{4.24}$$

4.8 Desempenho

Embora a estabilidade da malha fechada seja o objetivo prioritário, outro objetivo de igual relevância é a capacidade do sistema manter o desempenho aceitável. Tipicamente, todo sistema está sujeito a perturbações externas, como por exemplo: ruídos nos sensores (navegação e posicionamento), rajadas de vento, ondas e correntezas. Estas perturbações determinam erros de regulação e de acompanhamento do sinal de referência, que tendem a crescer com a severidade das perturbações na maioria de casos práticos. O sistema em malha fechada acaba operando

com um desempenho considerado inaceitável. Daí a necessidade de utilizar um teste de desempenho (DONHA, 2003). O objetivo deste teste de desempenho é indicar a pior degradação de desempenho associada a um tipo de perturbação (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1995).
A amplitude máxima das funções de sensibilidade da bons indicativos de desempenho. Segundo regras práticas, um bom desempenho, tipicamente apresenta:

$$\|S\|_\infty < 6dB, \quad \|T\|_\infty < 2dB. \tag{4.25}$$

Em termos gerais, considera-se que um sistema controlado tem bom desempenho nas seguintes situações:

- quando ele é capaz de seguir um sinal de referência com bastante proximidade;
- quando sua capacidade de recuperação frente a distúrbios externos é boa;
- quando ele apresenta boas características de resposta, apesar das eventuais incertezas de modelagem;
- quando ele apresenta boa rejeição a ruídos de medida na saída e no controle.

4.8.1 Desempenho Robusto

Parte-se da definição de DR para o caso escalar (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005; LUQUE, 2007):

$$\text{DR} \underset{\Leftrightarrow}{\text{def}} \quad |W_S S| < 1 \quad \forall S, \forall \omega, \tag{4.26}$$

$$\Leftrightarrow \quad |W_S| < |1 + L_\Delta| \quad \forall L_\Delta, \forall \omega, \tag{4.27}$$

onde W_S é a função de ponderação do sinal do erro[3], S é a função de sensibilidade do sistema.
A derivação da condição de desempenho para sistemas escalares pode ser feita de modo gráfico, como ilustra a figura 4.6.
Para o DR, requer-se que nenhum membro da família de funções incertas L_Δ cruze o disco de raio W_S com centro em -1. Portanto, se deseja que:

$$|W_S| + |W_M L| < |1 + L|, \quad \forall \omega, \tag{4.28}$$

[3]função de ponderação da sensibilidade do sistema

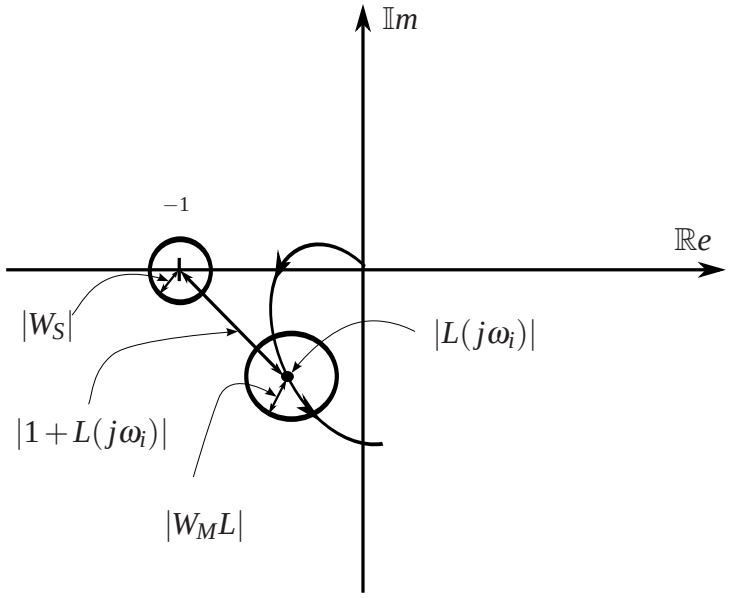


Figura 4.6: Desempenho Robusto

e multiplicando ambos os lados da inequação por $|S|$, obtém-se:

$$|W_S S| + |W_M LS| < 1, \quad \forall\omega \tag{4.29}$$

$$\Leftrightarrow |W_S S| + |W_M T| < 1, \quad \forall\omega \tag{4.30}$$

$$\Leftrightarrow \quad \max_{\omega}(|W_S S| + |W_M T|) < 1 \tag{4.31}$$

A equação (4.31) é a condição de Desempenho Robusto em termos das funções de malha fechada.

A seguir, apresenta-se a generalização de Desempenho Robusto (*DR*), para o caso multivariável, com perturbação na saída, conforme o exposto em (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1995).

Considere-se a figura 4.3 para o tipo de incertezas multiplicativas na saída, onde W_M é a função de ponderação que dá informação das incertezas $\triangle_M$, W_S é a função de ponderação do sinal de erro, S é a função de sensibilidade e T é a função de sensibilidade complementar. Para sistemas MIMO, no pior caso possível ($\|\triangle\|_\infty = 1$), tem-se:

$$\overline{\sigma}(W_S S) + \overline{\sigma}(W_M T) \leq 1, \forall\omega \tag{4.32}$$

A equação (4.32) para sistemas multivariáveis é a generalização da expressão (4.31) para sistemas escalares (DONHA, 2003; LUQUE, 2007).

4.8.2 Formatação das Funções de Sensibilidade

A seguir, apresentam-se métodos práticos para a formatação das funções de Sensibilidade. A aplicação em sistemas SISO é clara, porém em sistemas MIMO é de dificuldade considerável. De acordo com a figura 4.7, a formatação da função de sensibilidade S é feita a partir do conhecimento de especificações de desempenho, procurando-se atingir (ZHOU, 2000)

$$\begin{aligned} &|S(s)| \leq \left| \frac{s}{s/M_s + \omega_b} \right|, s = j\omega, \forall \omega \\ &\Longleftrightarrow |W_S S| \leq 1, W_S = \frac{s/M_s + \omega_b}{s}. \end{aligned} \tag{4.33}$$

Para uma realização prática:

$$W_S = \frac{s/M_s + \omega_b}{s + \omega_b \varepsilon}, \tag{4.34}$$

onde M_s limita o *sobresinal*, normalmente em $2dB$ de amplitude; w_b é limitada pela largura de banda do sistema; ε facilita a implementação computacional do filtro W_S.

De acordo com a figura 4.8, a formatação da função de sensibilidade de custo do controlador C é feita da mesma maneira que o caso anterior, porém com a seguinte função de ponderação:

$$W_C = \frac{s + w_{bc}/M_u}{\varepsilon_1 s + w_{bc}}. \tag{4.35}$$

De modo similar, para a função de sensibilidade complementar T, usa-se a seguinte função de ponderação:

$$W_T = \frac{s + w_{bt}/M_t}{\varepsilon_2 s + w_{bt}}. \tag{4.36}$$

Em todas as ponderações anteriores foi admitido que o canal filtrado (ponderado) é sempre escalar; para o caso MIMO pode-se também utilizar uma formatação por canal (sinal), mas a busca de parâmetros torna-se mais intrincada.

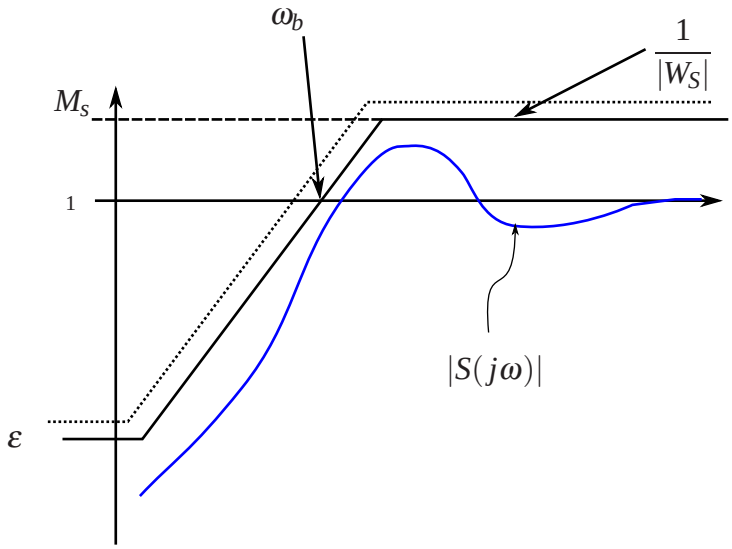


Figura 4.7: Função de Ponderação W_S

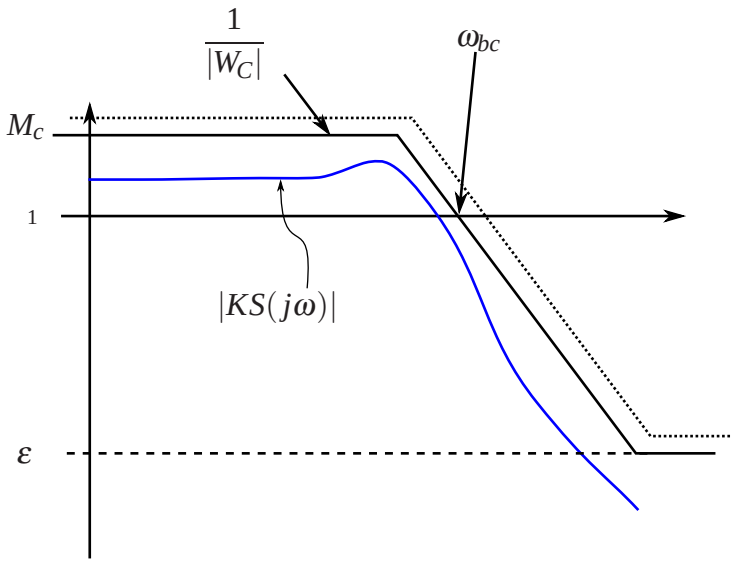


Figura 4.8: Função de Ponderação W_C

4.8.3 Configuração de Dois Portos

A estrutura clássica é modificada para o emprego de técnicas de controle avançado. A nova configuração é conhecida como *Configuração de Dois Portos* (DONHA, 2003). Assim, o sistema após manipulado adquire a configuração da figura 4.9, onde:

- $\mathtt{w} = [\tilde{\mathtt{r}} \quad \tilde{\mathtt{d}}_i \quad \tilde{\mathtt{d}} \quad \tilde{\mathtt{n}}]^T$: vetor de sinais exógenos
- $\mathtt{z} = [\tilde{\mathtt{e}} \quad \tilde{\mathtt{u}} \quad \tilde{\mathtt{y}}]^T$: vetor de sinais de saída controlados
- P: Planta generalizada, que tem cinco entradas ($\mathtt{w}$ e $\mathtt{u}$), e quatro saídas ($\mathtt{z}$ e ε).

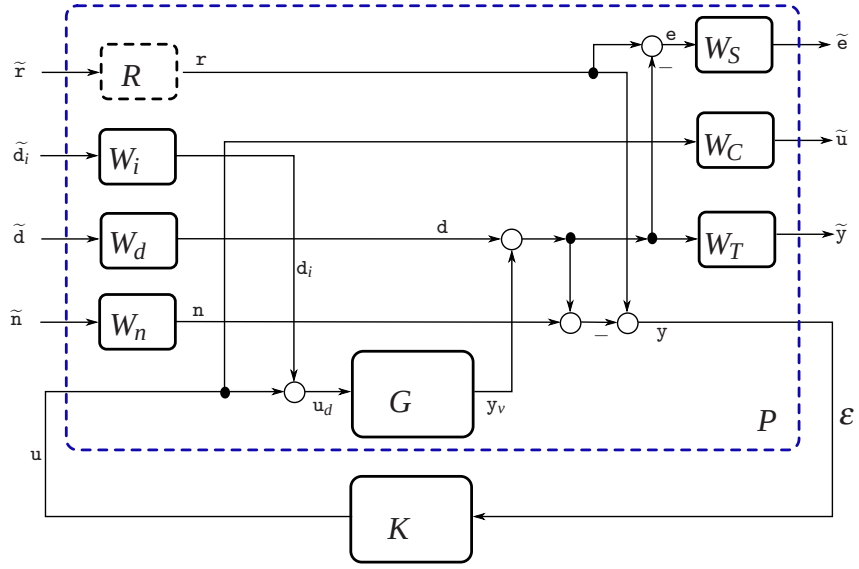


Figura 4.9: Configuração Genérica de Dois Portos

Portanto, a planta generalizada (estendida) $P(s)$ é composta da planta nominal $G(s)$ e das funções de ponderação $W_\bullet(s)$ e $R(s)$, como se mostra na figura 4.9. O sistema também pode ser expresso na forma matricial por (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathtt{z} \\ \varepsilon \end{bmatrix} &= P(s) \begin{bmatrix} \mathtt{w} \\ \mathtt{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathtt{w} \\ \mathtt{u} \end{bmatrix}, \\ \mathtt{u} &= K(s)\varepsilon, \end{aligned} \tag{4.37}$$

onde a realização em espaço de estados de $P(s)$ é como segue:

$$P(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array}\right]. \tag{4.38}$$

4.9 Metodologia da Sensibilidade Mista

"*Sensibilidade Mista é o nome dado ao problema de formatação da função de sensibilidade* $S = (I + GK)^{-1}$, *da função de sensibilidade complementar* $T = I - S$ *e da função de sensibilidade do controlador* $C = KS$"(SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

A partir da figura 4.9, observa-se que S é a função de transferência entre o erro e e o distúrbio externo d, com isto, $1/W_S$ terá uma forma parecida a um filtro passa-alta, e $1/W_C$ e $1/W_T$ terão formas parecidas a filtros passa-baixas (ver equações (4.34), (4.35) e (4.36)).
Dado que o distúrbio ocorre tipicamente em baixa frequência, este será minimizado, se o valor

singular máximo de S é pequeno em baixas frequência. O objetivo, então, é minimizar $\|W_S S\|_\infty$. Em termos práticos, também procura-se bom acompanhamento do sinal de referência, isto se consegue com a construção da seguinte pilha (DONHA, 2003; LUQUE, 2007):

$$N_{\mathtt{zw}} = \left\| \begin{bmatrix} W_S S \\ W_T T \end{bmatrix} \right\|_\infty . \tag{4.39}$$

Caso se deseje estabilidade robusta (ER) além de desempenho robusto (DR), objetivos que podem ser traduzidos em pequena sensibilidade a ruídos e incertezas de qualquer espécie, e adicionalmente se requeira ainda a penalização do uso excessivo de energia para controle, pode ser escolhida a seguinte pilha (DONHA, 2003; LUQUE, 2007):

$$N_{\mathtt{zw}} = \left\| \begin{bmatrix} W_S S \\ W_C C \\ W_T T \end{bmatrix} \right\|_\infty . \tag{4.40}$$

4.10 Controlador

A solução do problema de controle usando a norma $\mathscr{H}_\infty$ é exposta sucitamente nesta seção.

4.10.1 Formulação do Problema de Controle

O problema do controle sub-ótimo $\mathscr{H}_\infty$ pode ser formulado da seguinte maneira: "determinar um controlador $K(s)$ que estabilize o sistema e tal que a matriz de transferência N entre $\mathtt{w}$ e $\mathtt{z}$, seja limitada superiormente pela norma $\mathscr{H}_\infty$".
Considere-se a configuração de dois portos da figura 4.9. Assim, a equação abaixo é a expressão formal do problema:

$$\|N\|_\infty \leq \gamma, \tag{4.41}$$

onde *gamma* $\in \Re^+$ é o valor sub-ótimo obtido. Novamente, considere-se a expressão (4.40), pela abordagem de sensibilidade mista:

$$\|N\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} W_S S \\ W_C C \\ W_T T \end{bmatrix} \right\|_\infty \leq \gamma. \tag{4.42}$$

O problema de controle sub-ótimo $\mathscr{H}_\infty$ se traduz em: determinar o controle $K(s)$ de forma a minimizar a norma infinita da matriz de transferência N entre o sinal exógeno $\mathtt{w}$ e o vetor de

saídas controladas z.
As seguintes hipóteses são consideradas nos problemas $\mathscr{H}_\infty$ (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

1. (A, B_2, C_2) é estabilizável e detectável;
2. D_{12} e D_{21} têm (posto) completo;
3. $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$ tem *posto* de coluna completo para todo ω;
4. $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix}$ tem *posto* de linha completo para todo ω;
5. $D_{11} = 0$, $D_{22} = 0$;
6. $D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$ e $D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix}$;
7. $D_{12}^T C_1 = 0$ e $B_1 D_{21}^T = 0$ e
8. (A, B_1) é estabilizável e (A, C_1) é detectável.

"*A hipótese (1) garante a existência de que K que estabilize o sistema, e (2) é condição suficiente para que os controladores sejam próprios e realizáveis. Os items (3) e (4) garantem a não anulação de pólos e zeros no eixo imaginário, o que implicaria instabilidade da malha fechada. (5) é hipótese convencional em* $\mathscr{H}_2$ *e em alguns casos de* $\mathscr{H}_\infty$ *e será adotada por simplicidade.* $D_{11} = 0$ *implica que não há alimentação direta entre* w *e* z*, de tal forma que a função de transferência entre estas variáveis é estritamente própria;* $D_{22} = 0$ *implica que não há alimentação direta entre* u *e y, de tal forma que a função de transferência entre estas variáveis é também estritamente própria. Esta hipótese é desnecessária em controle* $\mathscr{H}_\infty$*. As igualdades do item (6) geralmente são conseguidas através da normalização dos sinais* u *e y, e uma transformação de unitária de* w *e* z *e não tiram a generalidade do problema. (7) é comum em* $\mathscr{H}_2$*. Por último, (8) pode substituir (3) e (4) se (7) é verdadeiro*"(SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005).

Em geral, os algoritmos $\mathscr{H}_\infty$ encontram um controlador sub-ótimo, tal que para um valor γ, encontra-se um controlador K que estabilize a matriz de transferência na norma-∞ ($\|N\|_\infty < \gamma$). Encontrar um controlador $\mathscr{H}_\infty$ ótimo é complicado numericamente e teoricamente. Isto contrasta com a teoria $\mathscr{H}_2$ onde o controlador ótimo é único e pode ser encontrado através das equações de *Riccati*.

4.10.2 Algoritmo geral $\mathscr{H}_\infty$

Para a configuração genérica de dois portos (figura 4.9), e a realização (4.7), considerando as 8 hipóteses mencionadas na página (66), existe um $K(s)$ que estabilize o sistema, de maneira que $\|N\|_\infty < \gamma$, se e apenas se (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005):

i) X_∞ é solução da equação de Riccati

$$A^T X_\infty + X_\infty A + C_1^T C_1 + X_\infty(\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_\infty = 0 \tag{4.43}$$

tal que $Re\ \lambda_i[A + (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_\infty] < 0, \forall i$ e

ii) $Y_\infty \geq 0$ é solução da equação de Riccati

$$A Y_\infty + Y_\infty A^T + B_1 B_1^T + Y_\infty(\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2) Y_\infty = 0 \tag{4.44}$$

tal que $Re\ \lambda_i[A + Y_\infty(\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2)] < 0, \forall i$; e

iii) $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$

Todos os controladores são determinados pela transformação LFT (veja-se transformação linear LFT em Skogestad e Postlethwaite (2005)):

$$K = F_l(K_c, Q) \tag{4.45}$$

onde:

$$K_c(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A_\infty & -Z_\infty L_\infty & Z_\infty B_2 \\ \hline F_\infty & 0 & I \\ -C_2 & I & 0 \end{array}\right] \tag{4.46}$$

$$F_\infty = -B_2^T X_\infty, \quad L_\infty = -Y_\infty C_2^T, \quad Z_\infty = (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1}, \tag{4.47}$$

$$A_\infty = A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty + B_2 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2, \tag{4.48}$$

ρ é o raio espectral, correspondente ao maior autovalor do produto das soluções matriciais das equações de Riccati; $Q(s)$ é uma função de transferência própria e estável, tal que $\|Q\|_\infty < \gamma$. Para $Q(s) = 0$, chega-se a:

$$K(s) = K_{c_{11}}(s) = -F_\infty(sI - A_\infty)^{-1} Z_\infty L_\infty. \tag{4.49}$$

O controlador da expressão (4.49) é chamado de *controlador central* e tem o mesmo número de estados que a planta estendida $P(s)$. Este controlador utiliza também o Princípio de Separação

como fica explícito na seguinte expressão (DONHA, 2003):

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B_1\gamma^{-2}B_1^T X_\infty \hat{x} + B_2 u + Z_\infty L_\infty (C_2\hat{x} - y), \tag{4.50}$$

$$u = F_\infty \hat{x}. \tag{4.51}$$

Nota: A solução acima é conhecida também como solução DGKF já que foi resolvida por Doyle et al. (1989). Uma outra abordagem usando a teoria de jogos encontra-se em Khargonekar, Petersen e Zhou (1990). Uma solução recente usando desigualdades matriciais foi exposta em Gahinet e Apkarian (1994) e também será utilizada neste projeto.

4.11 Controlador de dois graus de liberdade (2GL)

O controlador, resultado da síntese pelo método até agora apresentado, pode apresentar características desejadas de robustez. Porém, a técnica pode ser muito conservadora devido às incertezas sem-estrutura assumidas e pode degradar algumas especificações do projeto. Portanto, outras estrutura devem ser investigadas para minimizar e eliminar esses problemas, principalmente quando os sistemas são sub-atuados como é o caso de estudo neste trabalho. A figura 4.10 mostra uma estrutura alternativa, onde K é um controlador de dois graus de liberdade com a seguinte estrutura $K = \begin{bmatrix} K_r & K_y \end{bmatrix}^T$. A vantagem no uso de controladores de dois graus de liberdade, também usado por Lundström, Skogestad e Doyle (1999), é melhorar o acompanhamento dos sinais de referência e as especificações temporais do sistema. A figura 4.11 mostra a estrutura do controlador sem as funções de ponderação W_* nem o filtro R. As funções de sensibilidade do sistema controlado podem ser definidas por S, T, e C associadas às saídas $\mathtt{e}$, $\mathtt{y}$, e $\mathtt{u}$, respectivamente. Portanto a matriz de transferência entre as entradas exógenas e as saídas exógenas pode ser expressa pela Eq. (4.52) (LUQUE; DONHA, 2008b, 2008a).

$$\begin{bmatrix} \mathtt{e} \\ \mathtt{y} \\ \mathtt{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} SGK_r - W_{model} & SG & S & -T \\ SGK_r & SG & S & -T \\ (I + K_y G)^{-1} K_r & -T & -K_y S & -K_y S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathtt{r} \\ \mathtt{d}_i \\ \mathtt{d} \\ \mathtt{n} \end{bmatrix}. \tag{4.52}$$

O prefiltro K_r é projetado para atender as especificações temporais do sistema, desempenho enquanto K_y age sobre a estabilidade do sistema. Eventualmente, as especificações do sistema podem ser melhoradas ajustando a função W_{model}. Após a realização das modificações na estrutura do sistema, o processo de síntese do controlador de dois graus de liberdade segue os mesmos passos que dão solução ao problema $\mathscr{H}_\infty$.

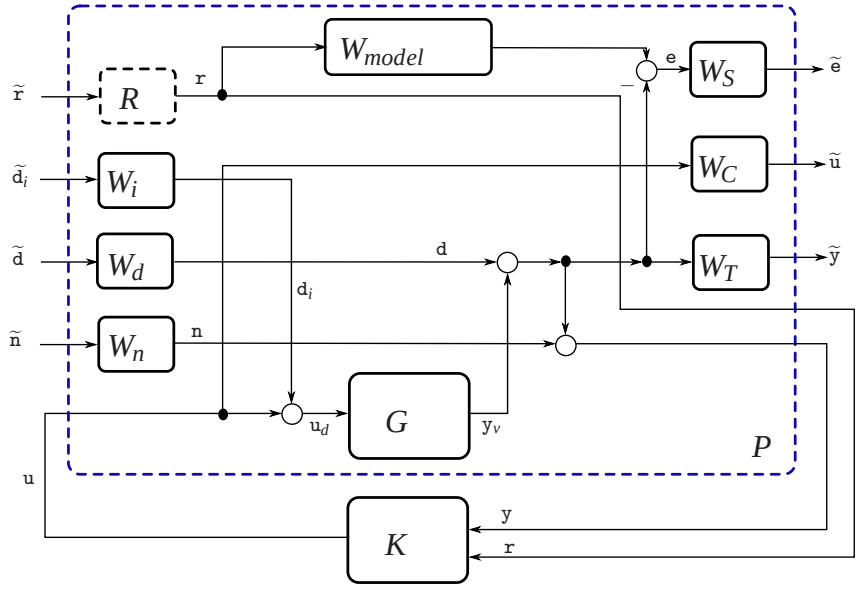


Figura 4.10: Estrutura do controlador centralizado de dois graus de liberdade K

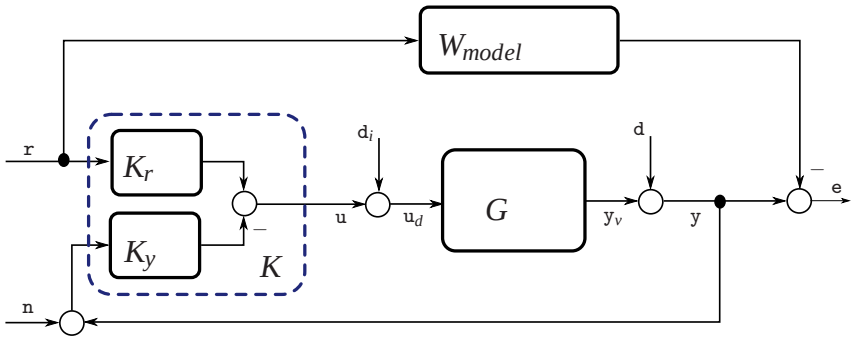


Figura 4.11: Controlador de dois graus de liberdade

A entrada R, projetada para melhorar as características de desempenho do sistema, é interconectada com as entradas referenciais do sistema (ver figura 4.11). Cada elemento da diagonal principal R_i da matriz R pode ser projetado como uma função de transferência de primeira ou segunda ordem. R_i deve satisfazer as especificações temporais da i-ésima variável controlada. Para o caso de uma função de transferência de primeira ordem, R_i pode ser expressa por (LUNDSTRÖM; SKOGESTAD; DOYLE, 1999; LUQUE; DONHA, 2008b):

$$R_i = \frac{k_i}{\tau_i s + 1}, \tag{4.53}$$

onde k_i e τ_i são obtidos a partir das especificações do tempo de assentamento e do erro em regime permanente do sistema.

4.12 Desigualdades Matriciais Lineares

A teoria de desigualdades matriciais lineares foi introduzida por *Lyapunov* há mais de 100 anos atrás. Nos últimos 15 anos novos algoritmos para a solução de problemas LMI foram desenvolvidos. A solução de problemas LMI é baseada na solução de um problema de otimização convexa (BOYD; VANDENBERGHE, 2004). Muitos problemas de controle podem ser expressos na forma de problemas de LMI. Esta característica motiva o uso e estudo das soluções LMI. Uma vantagem das LMI é a flexibilidade permitindo facilmente ajustar e adaptar diversos problemas num problema único LMI. Podem-se citar alguns dos problemas de interesse entre os já resolvidos com o uso de LMIs (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005): projeto de controle $\mathscr{H}_\infty$ (GAHINET; APKARIAN, 1994), projeto de controle $\mathscr{H}_2$ (SATOA; LIUA, 1999), projeto de controle misto $\mathscr{H}_2/\mathscr{H}_\infty$ (KHARGONEKAR; ROTEA, 1991), alocação de pólos, entre outros.

4.12.1 Estrutura do problema LMI

A estrutura básica do problema LMI pode ser expressa por:

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^{m} x_i F_i > 0, \tag{4.54}$$

onde $x \in \mathscr{R}^n$ é uma variável e F_0 e F_i são matrizes reais simétricas constantes. O problema LMI consiste em encontrar x que garanta a desigualdade da Eq. (4.54)

Gahinet e Apkarian (1994), Boyd et al. (1994) apresentaram uma outra maneira de resolver o problema de síntese do controlador $\mathscr{H}_\infty$, baseados na solução de problemas de otimização usando LMIs.

A seguir, apresenta-se um problema de síntese de controlador $\mathscr{H}_\infty$ na forma de um problema de otimização LMI. Calcular a norma $\mathscr{H}_\infty$ da função de transferência N_{zw} do sistema LTI expresso pelas equações $\dot{\mathtt{x}} = A\mathtt{x} + B\mathtt{w}$ e $\mathtt{z} = C\mathtt{x} + D\mathtt{w}$ equivale ao problema de otimização expresso na forma LMI:

$$\min \gamma \tag{4.55}$$

$$\text{tal que:} \begin{bmatrix} A^T X + XA & XB & C^T \\ B^T X & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \tag{4.56}$$

onde $\gamma > 0$ único, é garantido; $X > 0$ único, em geral, não é garantido. As equações (4.56) e (4.59) podem ser rapidamente resolvidas por *software* como o Matlab (GAHINET; APKA-

RIAN, 1994).

Seja a planta estendida $P(s)$ expressa em (4.38), com a simplificação das matrizes de zeros $D_{21} = 0$ e $D_{22} = 0$, e realimentado por $\mathtt{u} = K\mathtt{x}$. O sistema em malha fechada N_{zw} é expresso:

$$\begin{aligned} \dot{\mathtt{x}}(t) &= (A + B_2K)\mathtt{x} + B_1\mathtt{w} \\ \mathtt{z}(t) &= (C_1 + D_{12}K)\mathtt{x} + D_{11}\mathtt{w}. \end{aligned} \tag{4.57}$$

Após transformações algébricas, o problema de síntese do controlador $\mathscr{H}_\infty$ é reduzido ao problema LMI seguinte:

$$\min \gamma \tag{4.58}$$

$$\text{tal que: } \begin{bmatrix} AY + YA' + B_2W + (B_2)W' & * & * \\ C_1Y + D_{12}W & -\gamma I & * \\ B_1' & D_{11}' & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \tag{4.59}$$

onde $Y = X^{-1}$ é não singular e garante a condição $Y > 0$. $W = KY$ é a mudança de variável realizada com o objetivo de colocar o problema na forma LMI. Logo, o problema LMI pode ser resolvido computacionalmente usando o algoritmo de ponto interior (NESTEROV; NEMIROVSKII, 1994; BOYD; VANDENBERGHE, 2004). Com a solução, o controlador $\mathscr{H}_\infty$ para o problema acima é obtido mediante a transformação $K = WY^{-1}$.

Duas vantagens principais da solução LMI em relação à solução de Riccati DGKF (DOYLE et al., 1989) são: i) pode-se evitar o cancelamento de pólos da planta pelos zeros do controlador e ii) uma alternativa para a síntese de controladores $\mathscr{H}_\infty$ quando a planta apresenta zeros no eixo imaginário e outras singularidades. Uma descrição mais extensa da solução do problema de síntese de controladores $\mathscr{H}_\infty$ usando LMIs, pode ser encontrada no trabalho de Gahinet e Apkarian (1994).

4.13 Implementação

A implementação do controlador é feita pela transformação bilinear do tempo contínuo para o discreto (ASTRÖM; WITTENMARK, 1984). Outras abordagens sugerem a síntese direta de um controlador discreto $\mathscr{H}_\infty$ usando métodos polinomiais (GRIMBLE, 1989, 2006).

Algumas considerações são realizadas na implementação do controlador $\mathscr{H}_\infty$ já que podem comprometer ou alterar a resposta do sistema de controle:

- saturação dos sinais de controle ou "windup"

- tempo de amostragem para a discretização
- aritmética de ponto fixo do microprocessador
- ordem elevada das matrizes de estado do controlador

A arquitetura do *hardware* do veículo é modular, composta por módulos intercomunicados pelo protocolo de rede CAN. Cada módulo contém um controlador CAN MCP2515, um microcontrolador LPC2148 que contém o processador ARM7 de 32 bits, conversores A/D e D/A e circuitos de acondicionamento de sinais. Os algoritmos de controle são implementados no módulo que contém os motores elétricos dos atuadores e do propulsor, recebendo dados dos módulos de sensores através da rede. Os sensores embarcados no veículo são: bússola da TCM2 do fabricante *Precision Navigation*, unidade de medidas inerciais VG600 da *Crossbow*, giroscópio E Core2000 da *KVH Industries*, sensor de pressão MLH de *Honeywell*, e o sensor de nível de líquido LLE de *Honeywell* (de BARROS; FREIRE; DANTAS, 2010).
O sinal de controle pode saturar as limitações físicas impostas pelos lemes atuadores. Nessas condições, a ação integral do controlador pode degradar as especificações de desempenho do sistema de controle integrando o erro apesar da saturação dos atuadores. O fenômeno é chamado de 'windup' e degrada os transitórios cada vez que o sinal do erro muda de sinal. A saturação é um tipo de não-linearidade que pode levar o sistema até uma oscilação indesejada de período constante conhecida como ciclo limite. Esses fenômenos podem ser estudados por funções descritivas (veja-se Slotine, Li et al. (1991), Vidyasagar (2002). A ação integral nos controladores clássicos PID pode ser facilmente identificada pela estrutura e podem se aplicar esquemas de realimentação 'antiwindup' para diminuir sua ação (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006). No entanto, essas análises e abordagens não serão usadas aqui já que a estrutura do controlador $\mathscr{H}_\infty$ sintetizado não é conhecida, sendo difícil de identificar a ação integral. No entanto, para reduzir as ocorrências de 'windups', vai-se ponderar o sinal de controle através de $\|W_S KS\|$ atenuando a resposta em altas frequências.
A figura 4.12 apresenta a ação de controle sem ponderação, onde observa-se a ocorrência de saturação no transitório da variação do sinal do erro quadrático. No entanto, na figura 4.12(b) esse fenômeno desaparece em regime permanente. A ponderação da ação de controle vai permitir reduzir as saturações dos atuadores. Artigos recentes expõem técnicas avançadas de 'antiwindups' para a síntese de controladores $\mathscr{H}_\infty$ Grimm et al. (2003), Sofrony, Turner e Postlethwaite (2010).
A seguir, modelos lineares serão usados para a síntese de controladores. A validação do sistema de controle é realizada através de simulações no simulador. Três controles foram avaliados: um controlador SISO para a guinada, um controlador central MIMO guinada-profundidade e um

controlador central MIMO de estrutura 2GL. Resultados dos ensaios experimentais são também apresentados.

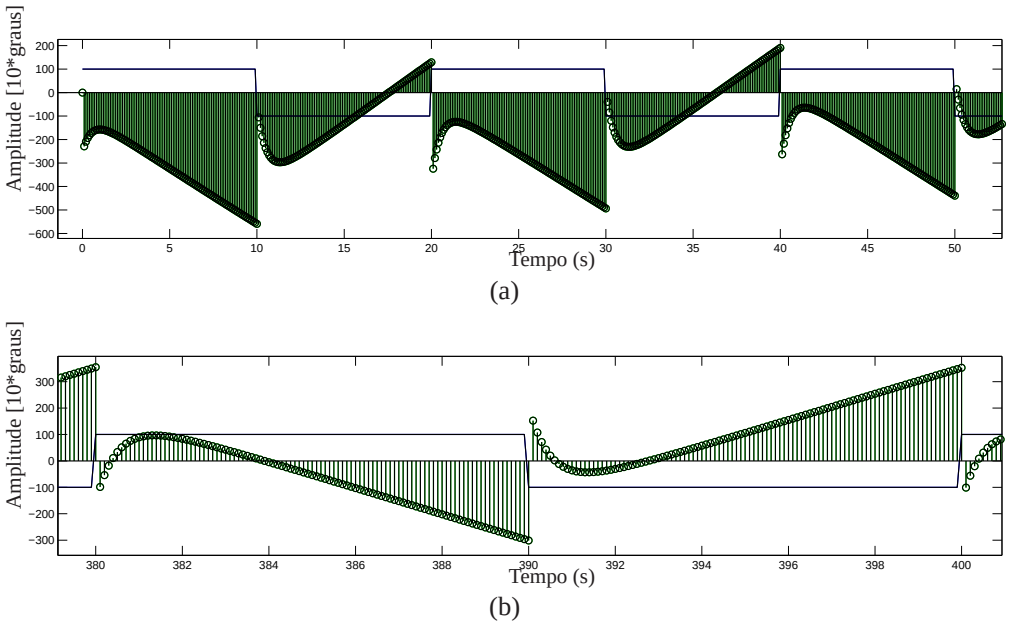


Figura 4.12: Resposta de controlador de ângulo de guinada à variação do sinal de erro. Sinal contínuo do erro (-), sinal discreto do controle (o)

A figura 4.13 apresenta o ensaio experimental típico realizado na piscina do CEPEUSP. Os parâmetros principais para os testes são configurados através do computador que se comunica com o VSA por modem sem-fio RF. O modem RF é acondicionado sobre um flutuador e ligado ao veículo através de um cabo RS-232. O flutuador causa perturbações no sistema e será retirado quando dispositivos de localização, monitoramento e resgate baseados em sonar forem instalados e embarcados no veículo.

4.14 Controle de Guinada

A técnica de controle de sensibilidade mista $\mathscr{H}_\infty$ é baseada na formatação das funções de sensibilidade Eqs. (4.13), (4.14) e (4.15) através das funções de ponderação respectivas. A frequência natural do sistema está próximo de 1 rad/s e as frequências de cruzamento das funções de sensibilidade devem também ser próximas desses valores. Assim, as especificações para o sistema de controle de guinada são resumidas nos seguintes itens:

E1 Estabilidade em malha fechada;

E2 $\overline{\sigma}(S) < 1$ para $\omega < 0,7$rad/s;

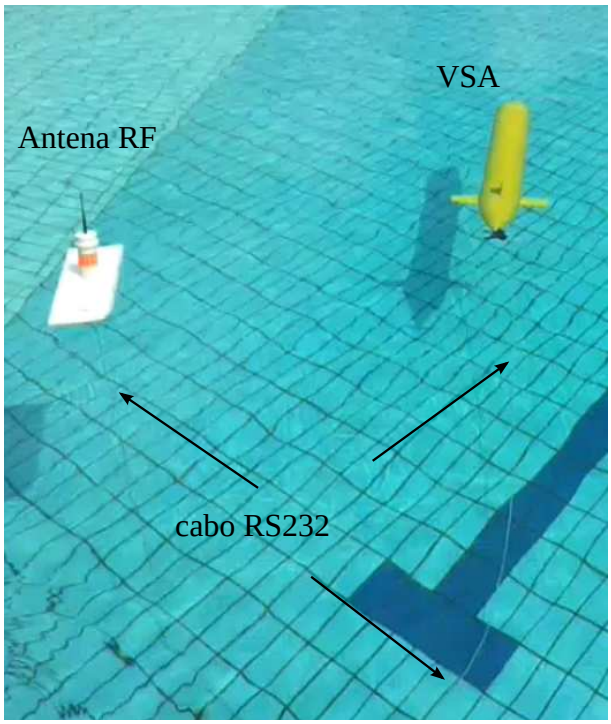


Figura 4.13: Ensaio experimental com o VSA (cortesia do LVNT)

E3 $\overline{\sigma}(T) < 1$ para $\omega > 2$rad/s e

E4 $\overline{\sigma}(C) < 1$ para $\omega > 7$rad/s.

A especificação E1 garante a estabilidade em malha fechada segundo Hurwitz, todos os pólos com parte real negativa. E2 garante a rejeição de distúrbios em frequências baixas que aparecem por causa das correntezas e ondas induzidas no meio submarino. E2 garante também um bom desempenho e acompanhamento do sinal de referência. E3 é relativa à resposta em malha fechada do sistema de controle, rejeita ruídos de alta frequência do sensores e garante uma estabilidade robusta. Eventualmente, a especificação E4 é usada para limitar o consumo de energia dos atuadores.

O modelo linear do veículo é usado para projetar um controlador $\mathscr{H}_\infty$ que garanta as especificações do projeto.

A figura 4.14 apresenta a resposta da função de sensibilidade S para o sistema controlado e a função de ponderação W_S. A figura 4.15 apresenta a função de sensibilidade complementar T para o sistema controlado, e W_T a respectiva função de ponderação. A figura 4.16 apresenta a função de sensibilidade complementar T para o sistema controlado, e W_C a respectiva função de ponderação. As figuras 4.17, 4.18 e 4.19, mostram os valores singulares das funções $W_S S$, $W_T T$, e $W_C C$, respectivamente. Esses resultados permitem avaliar a robustez do sistema.

A figura 4.20 apresenta a resposta do sinal sinal velocidade de guinada r para o modelo não linear. A figura 4.21 apresenta o sinal de movimento do leme δ_r para a realização do comando anterior.

A planta para a síntese do controlador é obtida após linearização do modelo (2.93) e verificação das condições estabelecidas na seção 4.4. A estrutura do controlador foi apresentada em trabalhos anteriores do autor (DONHA; LUQUE, 2006b; LUQUE; DONHA, 2008b) e na figura 4.9. De fato, o sistema é sub-atuado com a posição do ângulo do leme como sinal de controle e a velocidade de deriva e a velocidade de guinada como variáveis a serem controladas. Para o projeto do controlador, a velocidade de guinada r é controlada por um controlador $\mathscr{H}_\infty$, de ordem 7, sintetizado pela técnica de sensibilidade mista. A resposta do sistema não linear controlado, assumindo o modelo da Eq. (2.93), indica robustez no desempenho apesar do modelo apresentar variação paramétrica. A figura 4.20 apresenta a resposta não linear do veículo controlado quando o modelo não linear é exposto à variação dos parâmetros não lineares Y'_{vv} e N'_{vv}, 5 e 20 vezes, respectivamente, em relação do seus valores nominais. As respostas mostram variação mínima confirmando a robustez do projeto de controlador (CUTIPA-LUQUE; DONHA, 2011).

As funções de ponderação para o controlador escalar de velocidade de guinada r são as seguintes (CUTIPA-LUQUE; DONHA, 2011):

$$W_S = \frac{0,5882s^2 + 0,3528s + 0,0529}{s^2 + 0,00046s + 5,29e-08}, \tag{4.60}$$

$$W_T = \frac{s^2 + 13,26s + 43,95}{0,0001s^2 + 0,15s + 56,25}, \tag{4.61}$$

$$W_C = \frac{s + 0.4}{0,0001s + 40}. \tag{4.62}$$

As funções de ponderação para o controlador escalar de ângulo de guinada ψ são as seguintes:

$$W_S = \frac{0,6667s^2 + 1,306s + 0,64}{s^2 + 0,016s + 6,4e-05}, \tag{4.63}$$

$$W_T = \frac{s^2 + 16s + 64}{0,0001s^2 + 0,16s + 64}, \tag{4.64}$$

$$W_C = 1. \tag{4.65}$$

Os valores sub-ótimos de γ obtidos foram de 0,8 e 2,6, para o controlador de velocidade de guinada r e o controlador de ângulo de guinada ψ, respectivamente. A sintonia do controlador de ângulo de guinada foi mais demorada já que a planta apresenta um zero de fase não mínima pela relação $\dot{\psi} = r$. O controle de velocidade de guinada foi validado através de simulações e o controle de ângulo de guinada foi validado experimentalmente.

Os controladores podem ser projetados para um tempo de resposta menor causando uma degradação do desempenho do sistema e um maior esforço na ação de controle, podendo levar a resposta do sistema a oscilações de ciclo limite produzidas pela saturação dos lemes atuadores. Os controladores projetados são vulneráveis a fenômenos de 'windup'. No entanto, a ponderação de KS através de W_C minimiza esse tipo de problema.

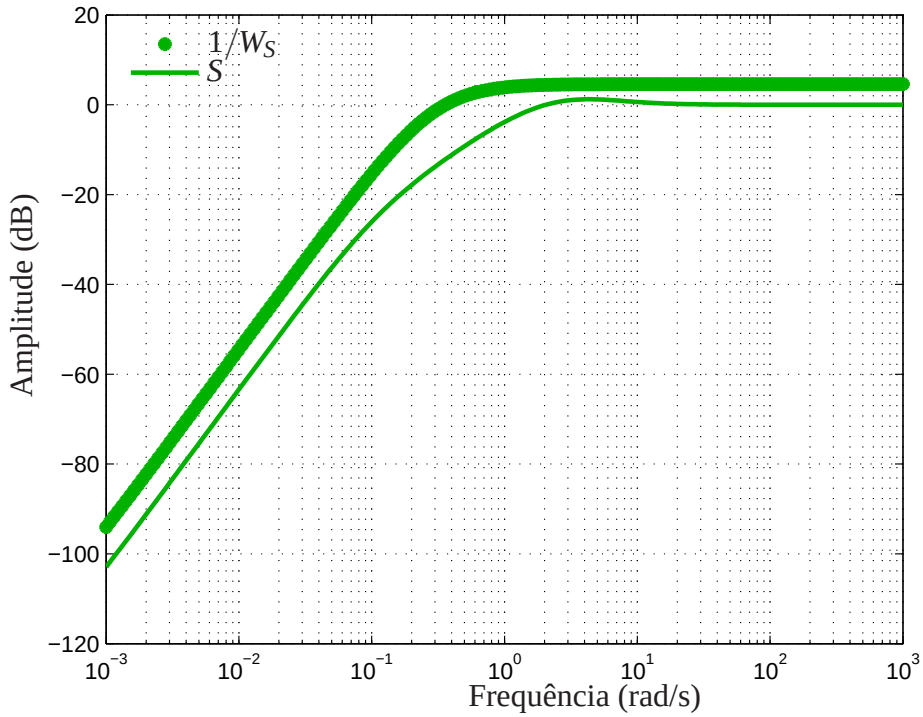


Figura 4.14: Função de sensibilidade S e inversa da função de ponderação $1/W_S$

A seguir, apresentam-se os resultados experimentais do controle do ângulo de guinada. Os testes foram feitos na piscina do CEPUSP[4]. No entanto, futuros ensaios experimentais devem ser realizados no oceano já que as características físicas, a velocidade de cruzeiro do veículo, e os tempos de resposta aqui mostrados, assim o exigem. Nos ensaios experimentais, o VSA é começa a operar livremente (sem controle), acelerando o propulsor até atingir velocidades próximas da velocidade de cruzeiro 1 m/s. Depois desse tempo inicial de aceleração, a velocidade do propulsor permanece constante e ativa-se a ação de controle de guinada $\mathscr{H}_\infty$.

A figura 4.22 apresenta a resposta do veículo controlado acompanhando um sinal de referência de 0 grau de ângulo de guinada. Observa-se que a ação de controle é iniciada em 3 s, tempo para o veículo atingir a sua velocidade de cruzeiro de 1 m/s. Observa-se que o acompanhamento do sinal de referência é estável e converge ao sinal desejado.

[4]Centro Esportivo da Universidade de São Paulo

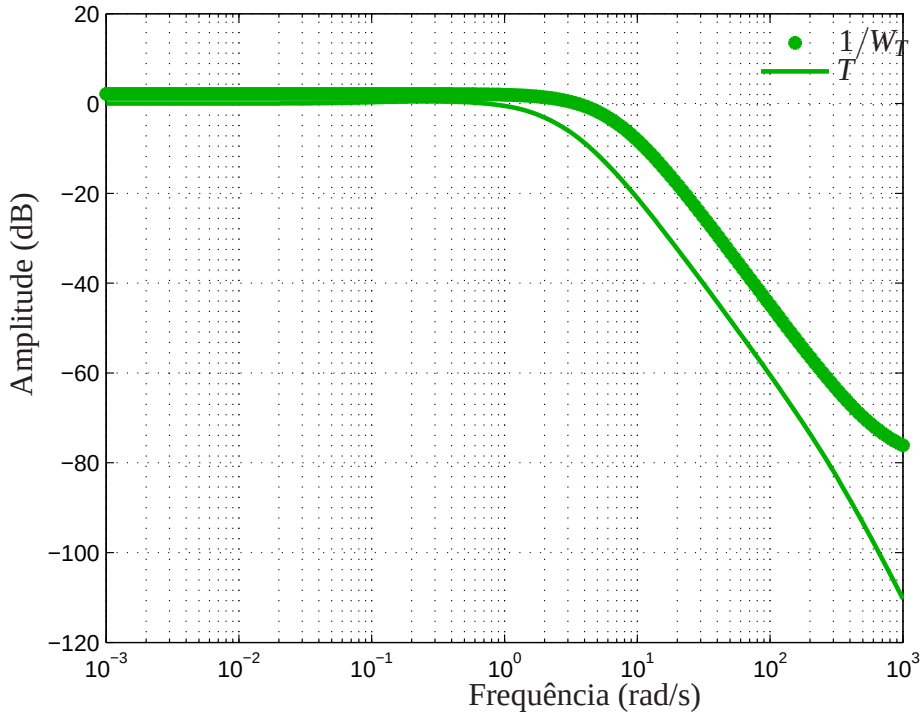


Figura 4.15: Função de sensibilidade complementar T e inversa da função de ponderação $1/W_T$

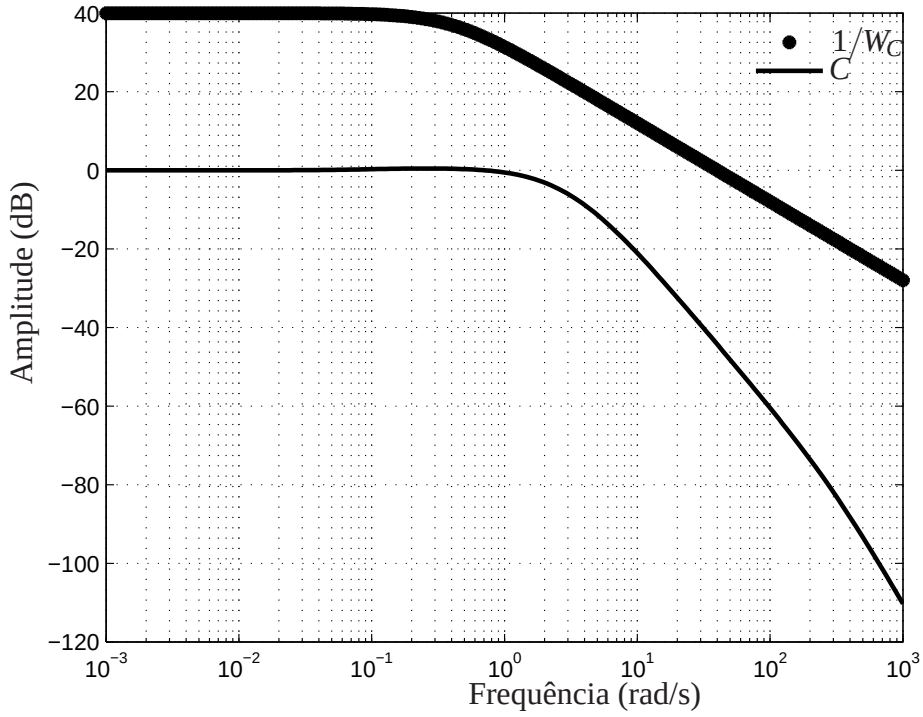


Figura 4.16: Função de sensibilidade do controlador C e inversa da função de ponderação $1/W_C$

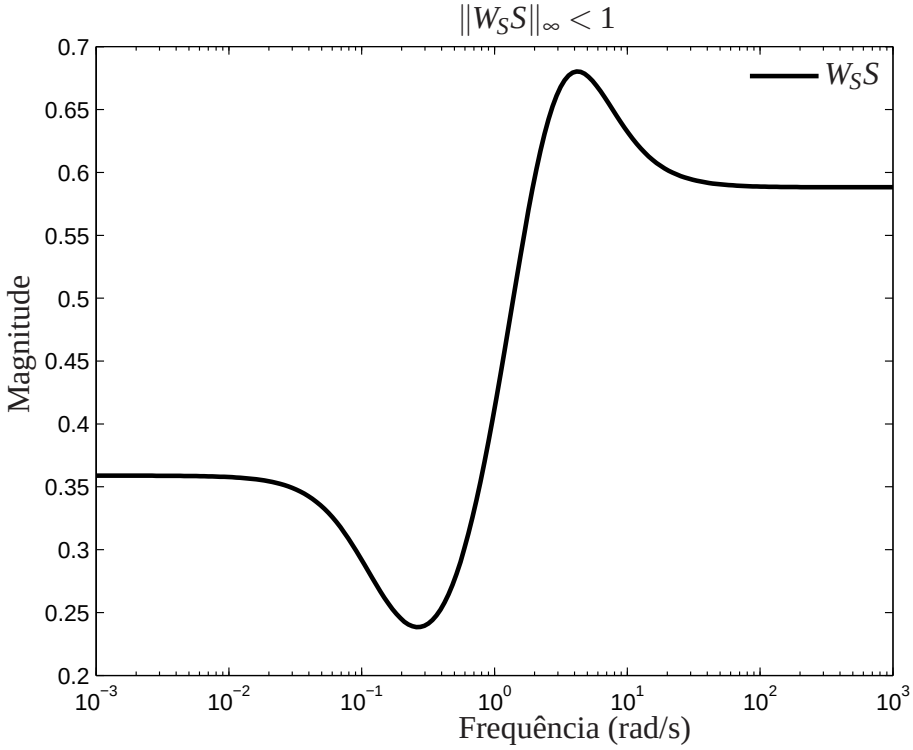


Figura 4.17: Função de transferência $W_S S$

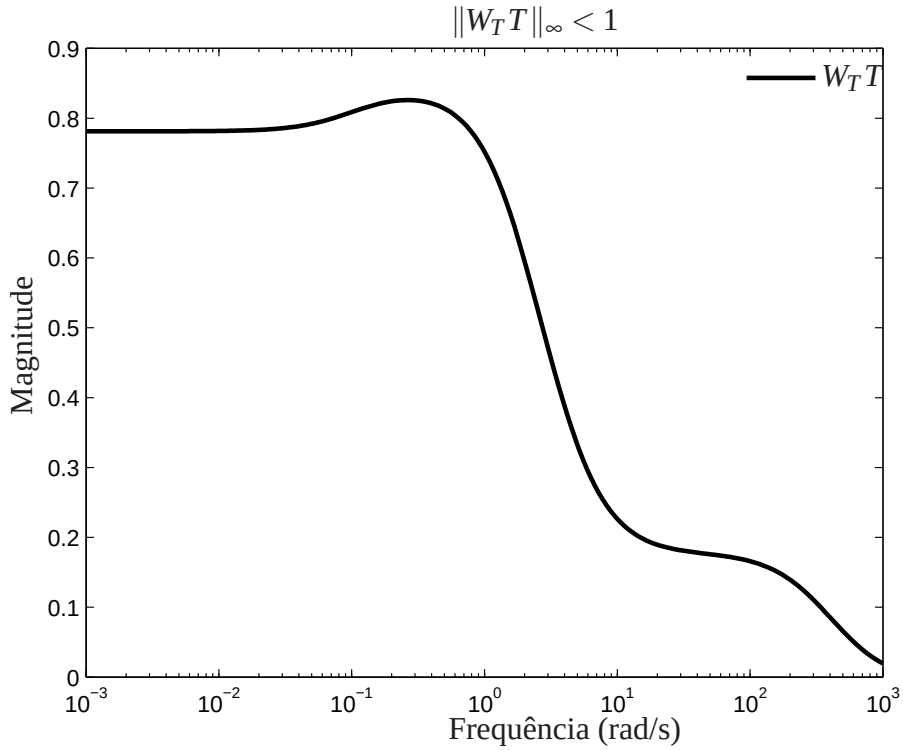


Figura 4.18: Função de transferência $W_T T$

As figuras 4.23 e 4.24 apresentam resultados dos ensaios experimentais sucessivos do controlador $\mathscr{H}_\infty$ para o ângulo de guinada. O sinal de referência ref é um degrau de amplitude

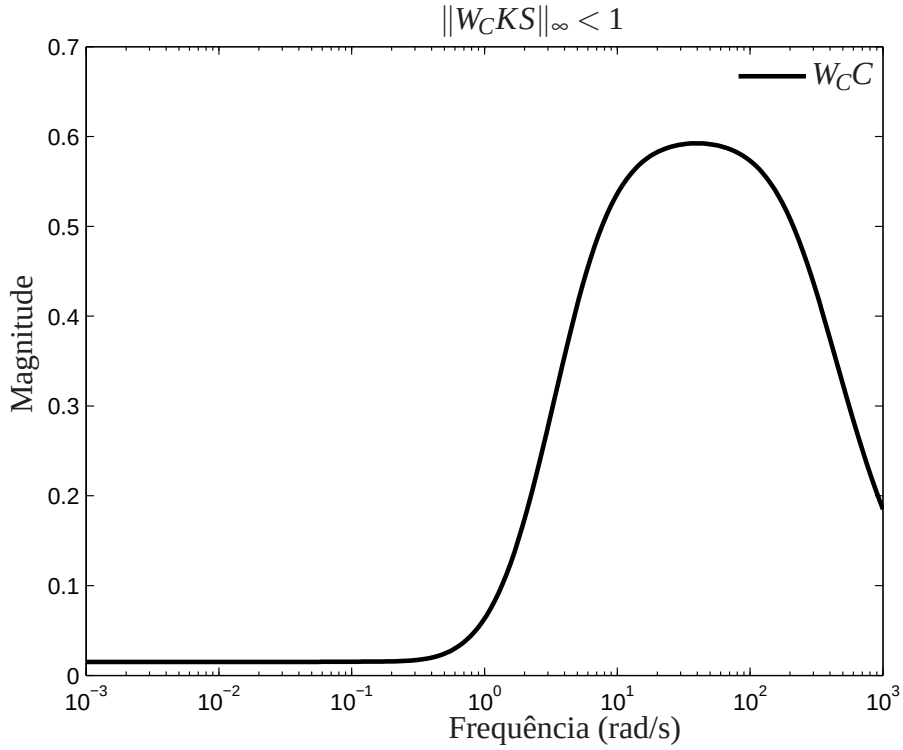
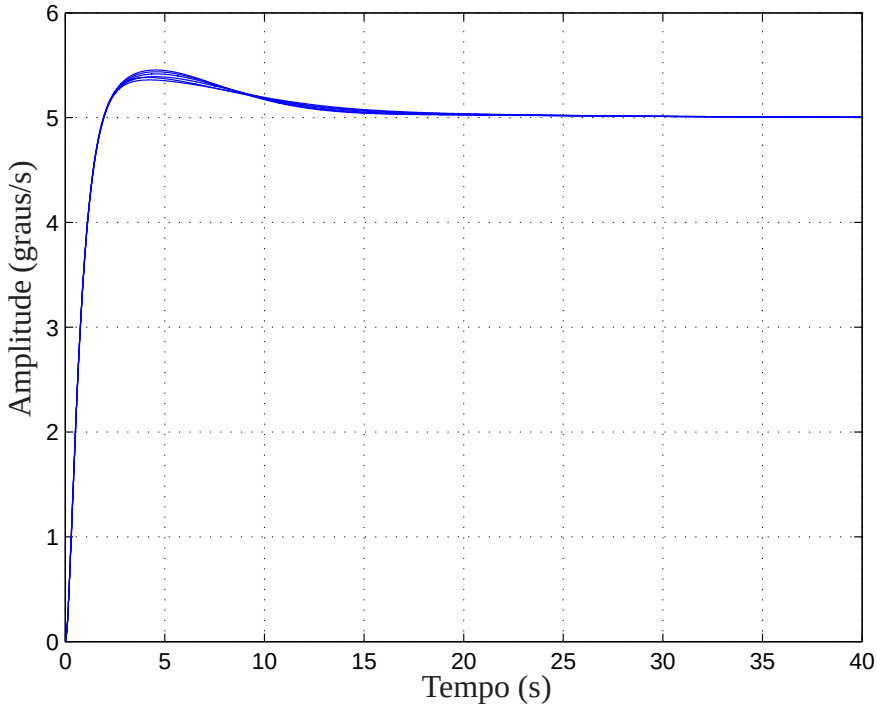


Figura 4.19: Função de transferência $W_C C$

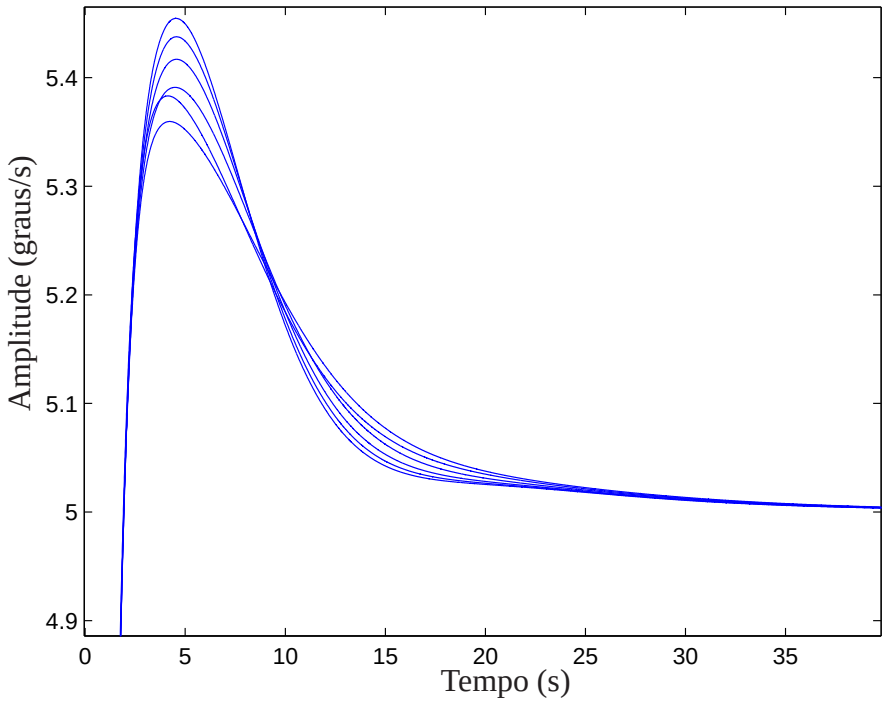
5 graus. O veículo começa a operar livremente sem nenhuma ação de controle até 5 s para atingir a velocidade de cruzeiro. Em seguida, o controle $\mathscr{H}_\infty$ é acionado levando o veículo até o rumo desejado. O leme δ_r atinge um valor máximo de 10 graus e vai decrescendo rapidamente quando o sinal controlado ψ converge ao sinal desejado ref.

Nas figuras 4.22 e 4.24, observa-se que o esforço de controle desaparece quando o erro do sinal de referência se aproxima do zero. A ocorrência desse comportamento é normal e garante um bom desempenho. No entanto, quando há perturbações presentes, o controlador robusto pode solicitar a ação de controle movimentando os lemes, como observado na figura 4.23. Pode-se confirmar também essa rejeição às perturbações observando-se a redução do sinal da velocidade guinada. A perturbação é originada pela dinâmica do flutuador ligado ao veículo através de um cabo RS-232.

A figura 4.25 apresenta a resposta do VSA controlado quando pretende-se acompanhar um sinal de pulso quadrado de amplitude 10 graus e período de 10 s. Observa-se a mudança da ação de controle cada vez que o sinal do erro muda de sinal. O leme δ_r apresenta amplitudes próximas da saturação 20 graus quando o sinal do erro é grande (20 graus). No entanto, não foi possível observar o erro em regime permanente já que o período do sinal de referência é bem curto. No tempo de 16 s, observa-se a ocorrência de saturação do leme em 20 graus. Para a operação do veículo no oceano, sugere-se o uso de um gerador de sinais de referência com



(a) Resposta da velocidade de guinada r (graus/s)



(b) Imagem amplificada de (a) na região do sobre-sinal)

Figura 4.20: Resposta da velocidade de guinada do veículo submersível autônomo para o modelo não linear

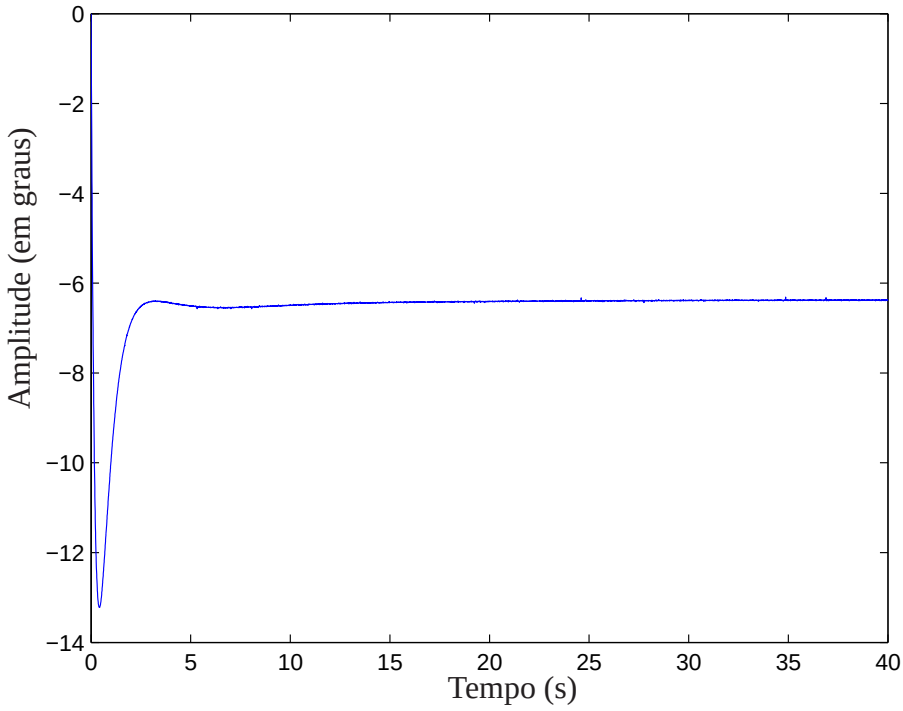


Figura 4.21: Movimento do leme δ_r

funções suaves.

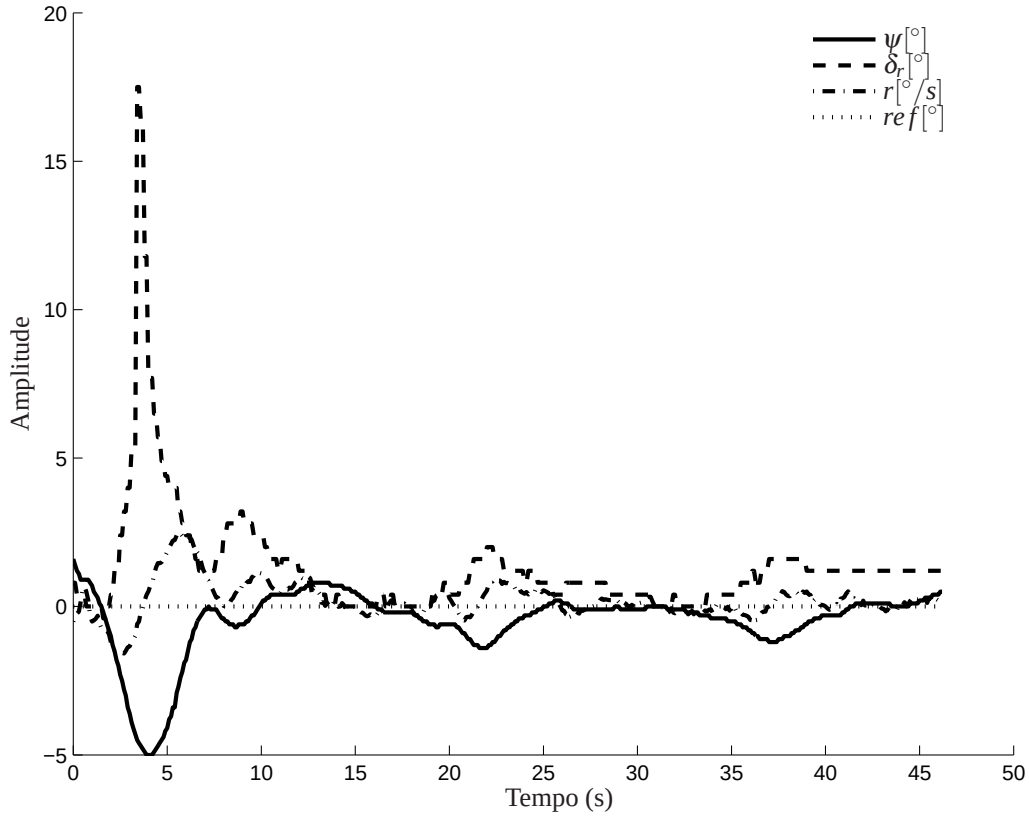


Figura 4.22: Resposta do sistema de controle guinada

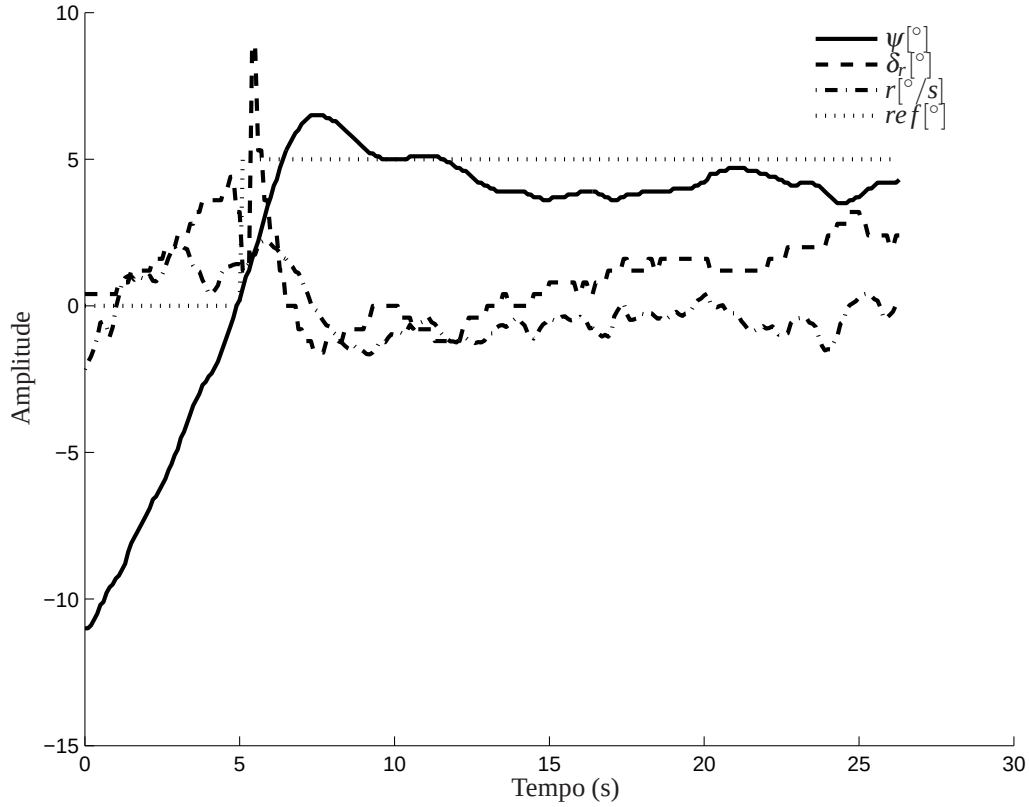


Figura 4.23: Resposta degrau do sistema de controle guinada

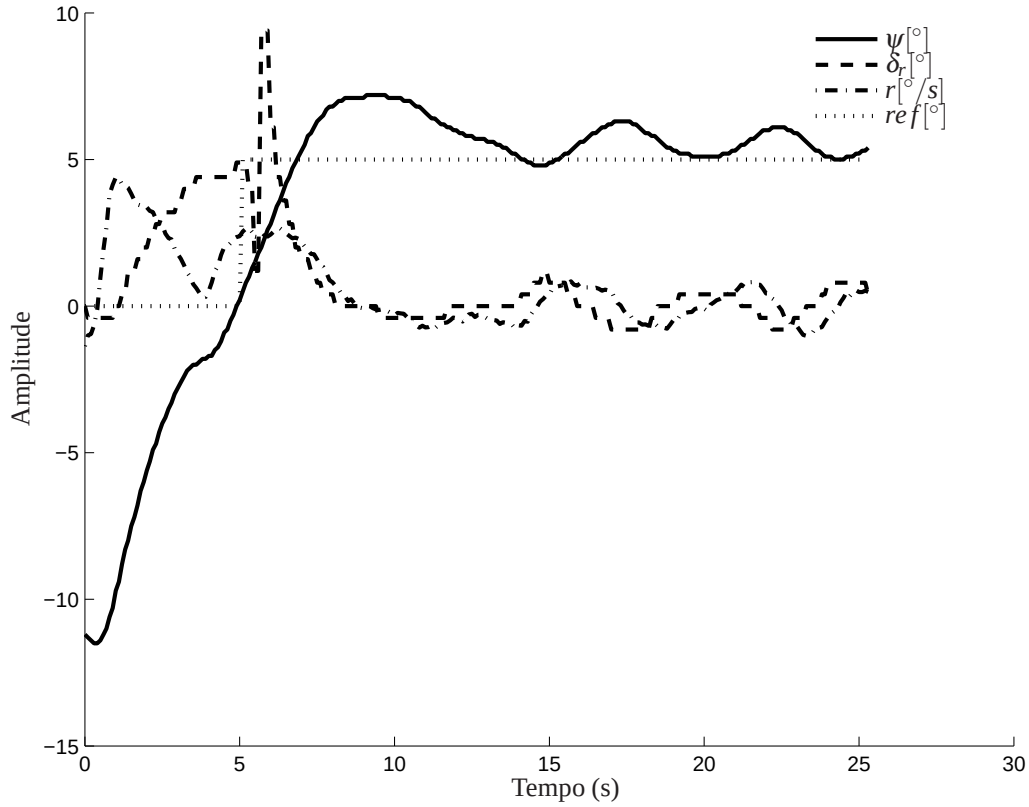


Figura 4.24: Resposta degrau do sistema de controle guinada

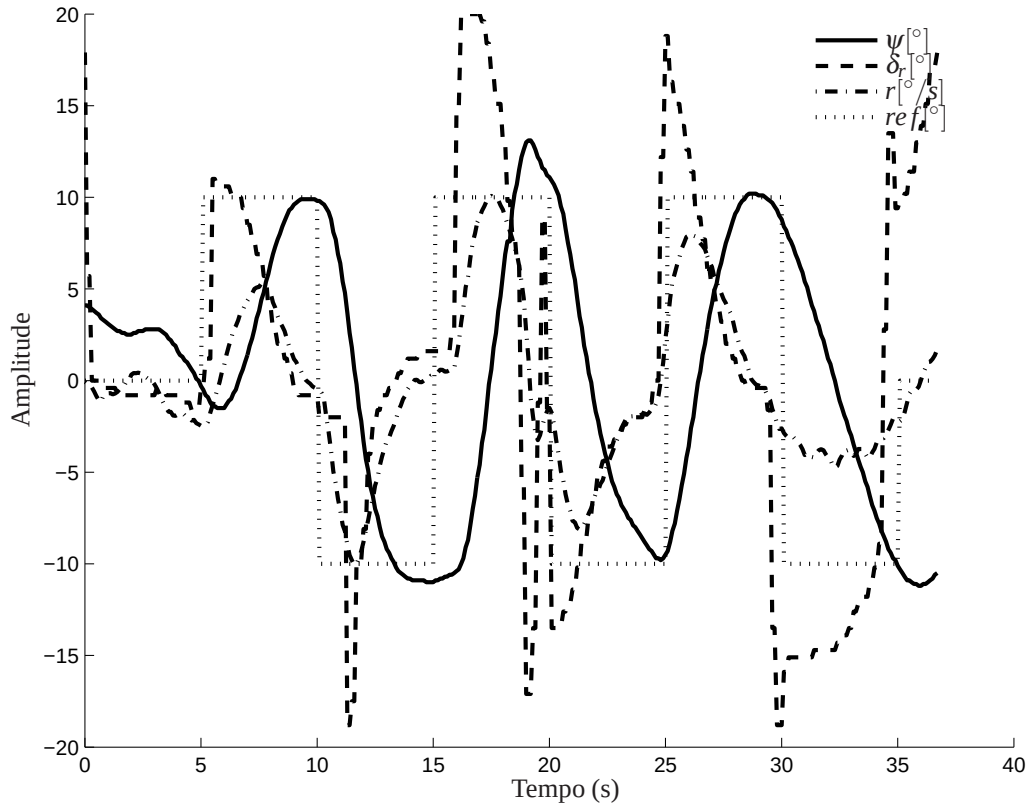


Figura 4.25: Resposta pulso quadrado do sistema de controle guinada

4.15 Controle Guinada Profundidade

Até então, foram projetados controladores escalares para os movimentos desacoplados do VSA. Esses resultados mostraram-se satisfatórios e validaram o modelo nominal identificado do veículo submersível. A seguir, apresenta-se o controle acoplado guinada-profundidade do VSA que pretende controlar os movimentos nas dinâmicas de deriva e arfagem. Pela simetria do casco hidrodinâmico do veículo, os parâmetros da dinâmica de arfagem são aproximados pelos parâmetros da dinâmica de deriva. Esse parâmetros já foram estimados no capitulo anterior e, aqui, o modelo completo de seis graus de liberdade será usado para a síntese do controlador. Porém, segundo a equação (2.57)), os esforços hidrostáticos são diferentes nas direções de deriva e arfagem.

O sistema de controle é estável segundo *Hurwitz* já que todos os pólos têm parte real negativa. A tabela 4.1 apresenta os valores dos pólos e zeros de transmissão da planta $G(s)$. A variável de saída é o vetor $\mathrm{y} = [\psi \quad z]^T$; o vetor de controle é $\mathrm{u} = [\delta_r \quad \delta_s]^T$; e, para garantir as condições estabelecidas na seção 4.4, os estados do sistema foram reduzidos no vetor $\mathrm{x} = [v \quad w \quad q \quad r \quad z \quad \theta \quad \psi]^T$. A planta é multivariável e apresenta singularidades já que há três pólos no eixo imaginário. Esse pólos obedecem à aproximação linear das variáveis ψ, θ e z, como também pode ser observado no modelo linear expresso na equação 2.93. As matrizes de estado do modelo linear guinada-profundidade podem ser encontradas no apêndice D.1. A planta apresenta também zeros de transmissão, sendo que um zero no semiplano direito, em $3,340$. Deve-se evitar o cancelamento de pólos-zeros já que pode comprometer seriamente o desempenho do sistema (GAHINET; APKARIAN, 1994).

A tabela 4.2 apresenta os pólos e zeros do controlador $K(s)$ sintetizado pelo método de Riccati e a tabela 4.3 apresenta os pólos e zeros do controlador $K(s)$ sintetizado pelo método LMI. Observam-se alguns zeros de transmissão do controlador bem próximos dos pólos da planta e podem ser cancelados comprometendo a robustez do sistema de controle. A ordem dos controladores obtidos pelos métodos de Riccati e LMI é de 17 e 16, respetivamente. Observa-se que a solução obtida pelo LMI reduz o valor de gama sub-ótimo para $\gamma = 1,1306$ e leva os zeros de transmissão mais distantes do eixo imaginário até frequências superiores a $\omega_n = 1000$ rad/s. Em contraste, o controlador obtido por Riccati apresentam pólos complexos conjugados na frequência máxima de $\omega_n = 271,12$ rad/s. No entanto, os pólos complexos conjugados da planta $-4,4234e-01 \pm 3,2104e-01j$ e $-5,9257e-01 \pm 2,9054e-01j$ de $G(s)$ coincidem com os zeros de transmissão do controlador obtido por Riccati e podem ser eventualmente cancelados. Os zeros de transmissão da planta $G(s)$ $-4,4982e-01$ e $-5,9771e-01$ coincidem também com os pólos do controlador obtido por Riccati. Já o controlador obtido por LMI

reduz a ocorrência de cancelamento pólos-zeros, embora os valores estejam muito próximos. Este problema, que pode levar à degradação do desempenho, será superado com o projeto de controlador central da seção seguinte. A figura 4.26 apresenta os pólos e zeros de transmissão do controlador sintetizado usando o método de Riccati e os pólos e zeros do controlador sintetizado pelo método LMI.

A figura 4.27 apresenta as respostas de um ensaio experimental típico realizado na piscina do CEPEUSP. O tempo total de adquisição de 51 segundos é limitado pela velocidade de cruzeiro e as dimensões da piscina. No começo de cada ensaio, o propulsor acelera rapidamente e o veículo começa a se movimentar livremente sem nenhuma ação de controle sobre os lemes até atingir a velocidade de cruzeiro de 1 m/s. No tempo de 12 s, o controle $\mathscr{H}_\infty$ é acionado com o objetivo de manter o ângulo de guinada $\psi = 0\,^\circ$ é a profundidade $z = 1$ m. A ação de controle $\mathscr{H}_\infty$ é desativada no tempo de 37 s.

Quando a rotação do propulsor acelera rapidamente, os lemes atuadores são acionados conseguindo desviar o veículo da sua condição inicial. A figura 4.27(c) apresenta o erro entre o sinal de comando e o sinal medido pelo sensor. Observa-se que a perturbação ocorre exatamente no intervalo de aceleração do propulsor deslocando o veículo na direção de balanço ϕ, com amplitude máxima de 26 graus no transitório e menor do que 10 graus em regime permanente (ver figura 4.27(b)).

As figuras 4.28-4.29 apresentam as respostas dos ensaios experimentais do controle guinada-profundidade $\mathscr{H}_\infty$. O intervalo de tempo considerado refere-se quando o VSA está submetido a ação de controle $\mathscr{H}_\infty$ (o intervalo de tempo inicial gasto para a aceleração do propulsor não será mostrado). O VSA deve acompanhar um sinal de rumo ψ desejado e um sinal de profundidade z desejado.

A figura 4.28 apresenta a resposta do sistema de controle guinada-profundidade do veículo submersível autônomo. Os sinais de referência são de 0,1 $^\circ$ para o ângulo de guinada e de 1 m para a profundidade. Observa-se que o veículo tende a acompanhar ambos sinais de referência, O erro em regime permanente é menor do que 0,2 m para a profundidade z. A resposta guinada ψ é oscilatória, convergente e dependente da condição inicial. A resposta da velocidade de guinada r converge a zero quando o ângulo se aproxima do zero. O leme horizontal δ_r apresenta maior deslocamento no começo da manobra, quando o erro do ângulo de guinada é maior.

A figura 4.29 apresenta quatro ensaios experimentais do sistema de controle guinada-profundidade. O controlador foi sintetizado pelo método Riccati com valor $\gamma = 1,93$. As figuras 4.29(a)-4.29(d) apresentam os ensaios experimentais do controle central acoplado guinada-profundidade. Apesar de diversas condições iniciais, o veículo é controlado e as respostas convergem aos va-

Tabela 4.1: Pólos e zeros de transmissão da planta $G(s)$

Planta $G(s)$		
pólo	$\omega_n[rad/s]$	ζ
0	0	—
0	0	—
0	0	—
-4,4234$\times 10^{-1}$+3,2104$\times 10^{-1}$j	5,4656$\times 10^{-1}$	0,81
-4,4234$\times 10^{-1}$-3,2104$\times 10^{-1}$j	5,4656$\times 10^{-1}$	0,81
-5,9257$\times 10^{-1}$+2,9054$\times 10^{-1}$j	6,5997$\times 10^{-1}$	0,90
-5,9257$\times 10^{-1}$-2,9054$\times 10^{-1}$j	6,5997$\times 10^{-1}$	0,90
zero	$\omega_n[rad/s]$	ζ
-4,4982$\times 10^{-1}$	4,4982$\times 10^{-1}$	—
-5,9771$\times 10^{-1}$	5,9771$\times 10^{-1}$	—
+3,3430	3,3430	—

lores desejados. As respostas da guinada ψ apresentam características oscilatórias. O ensaio da figura 4.29(c), de tempo menor de observação, apresenta um maior erro relativamente ao sinal de profundidade desejado. No ensaio 4 (Fig. 4.29(d)), pode-se observar a perturbação causada pelo cabo RS-232 da antena através do vale na guinada ψ e do pico no sinal de caturro θ em torno de $t = 20s$. No entanto, o controlador consegue atenuar essa pertubação levando o veículo aos valores de referência desejados. Há de fato um acoplamento dinâmico no veículo induzido pelo ϕ que varia entre 4 e 8 graus, como foi observado na figura 4.27(b). Um propulsor contra-rotativo ou superfícies de controle adicionais podem ser usados para diminuir esse problema. No entanto, o controle robusto guinada-profundidade projetado, conseguiu garantir a estabilidade do veículo apesar dessas incertezas na dinâmica.

Tabela 4.2: Pólos e zeros de transmissão do controlador $K(s)$ segundo Riccati

$\gamma = 1,98$		
pólo	$\omega_n[rad/s]$	ζ
-1,5170$\times 10^{-3}$	1,5170$\times 10^{-3}$	—
-1,5180$\times 10^{-3}$+5,4211$\times 10^{-8}$j	1,5180$\times 10^{-3}$	1,00
-1,5180$\times 10^{-3}$-5,4211$\times 10^{-8}$j	1,5180$\times 10^{-3}$	1,00
-1,5190$\times 10^{-3}$	1,5190$\times 10^{-3}$	—
-4,4982$\times 10^{-1}$	4,4982$\times 10^{-1}$	—
-5,9758$\times 10^{-1}$	5,9758$\times 10^{-1}$	—
-6,0357$\times 10^{-1}$+1,6303j	1,7384	0,35
-6,0357$\times 10^{-1}$-1,6303j	1,7384	0,35
-1,9328+9,3744$\times 10^{-1}$j	2,1481	0,90
-1,9328-9,3744$\times 10^{-1}$j	2,1481	0,90
-1,2948+1,7916j	2,2106	0,59
-1,2948-1,7916j	2,2106	0,59
-2,3357	2,3357	—
-2,7008$\times 10^{2}$	2,7008$\times 10^{2}$	—
-2,7046$\times 10^{2}$	2,7046$\times 10^{2}$	—
-2,7074$\times 10^{2}$	2,7074$\times 10^{2}$	—
-2,7112$\times 10^{2}$	2,7112$\times 10^{2}$	—
zero	$\omega_n[rad/s]$	ζ
-2,0003$\times 10^{-5}$	2,0003$\times 10^{-5}$	—
-2,0003$\times 10^{-5}$+1,8243$\times 10^{-6}$j	2,0086$\times 10^{-5}$	1,00
-2,0003$\times 10^{-5}$-1,8243$\times 10^{-6}$j	2,0086$\times 10^{-5}$	1,00
-7,4198$\times 10^{-2}$	7,4198$\times 10^{-2}$	—
-7,8447$\times 10^{-2}$	7,8447$\times 10^{-2}$	—
-4,4234$\times 10^{-1}$+3,2104$\times 10^{-1}$j	5,4656$\times 10^{-1}$	0,81
-4,4234$\times 10^{-1}$-3,2104$\times 10^{-1}$j	5,4656$\times 10^{-1}$	0,81
-5,9257$\times 10^{-1}$+2,9054$\times 10^{-1}$j	6,5997$\times 10^{-1}$	0,90
-5,9257$\times 10^{-1}$-2,9054$\times 10^{-1}$j	6,5997$\times 10^{-1}$	0,90
-2,7060$\times 10^{2}$	2,7060$\times 10^{2}$	—
-2,7060$\times 10^{2}$+1,8217$\times 10^{-4}$j	2,7060$\times 10^{2}$	1,00
-2,7060$\times 10^{2}$-1,8217$\times 10^{-4}$j	2,7060$\times 10^{2}$	1,00
-2,7060$\times 10^{2}$	2,7060$\times 10^{2}$	—
-1,0000$\times 10^{3}$	1,0000$\times 10^{3}$	—
-1,0000$\times 10^{3}$	1,0000$\times 10^{3}$	—

Tabela 4.3: Pólos e zeros de transmissão do controlador $K(s)$ segundo LMI

$\gamma = 1,13$		
pólo	$\omega_n[rad/s]$	ζ
-1,0923$\times 10^{-3}$	1,0923$\times 10^{-3}$	—
-1,4199$\times 10^{-3}$	1,4199$\times 10^{-3}$	—
-1,5178$\times 10^{-3}$+8,0020$\times 10^{-6}$j	1,5178$\times 10^{-3}$	1,00
-1,5178$\times 10^{-3}$-8,0020$\times 10^{-6}$j	1,5178$\times 10^{-3}$	1,00
-4,4979$\times 10^{-1}$	4,4979$\times 10^{-1}$	—
-5,9800$\times 10^{-1}$	5,9800$\times 10^{-1}$	—
-9,0050$\times 10^{-1}$+2,2234j	2,3988	0,38
-9,0050$\times 10^{-1}$-2,2234j	2,3988	0,38
-1,9953+2,0475j	2,8589	0,70
-1,9953-2,0475j	2,8589	0,70
-3,0602	3,0602	—
-5,7715	5,7715	—
-1,8347$\times 10^{+2}$	1,8347$\times 10^{2}$	—
-1,8418$\times 10^{+2}$	1,8418$\times 10^{2}$	—
-1,0545$\times 10^{+3}$	1,0545$\times 10^{3}$	—
-1,1252$\times 10^{+3}$	1,1252$\times 10^{3}$	—
zero	$\omega_n[rad/s]$	ζ
-4,8878$\times 10^{-4}$	4,8878$\times 10^{-4}$	—
-6,7610$\times 10^{-3}$+4,8426$\times 10^{-3}$j	8,3164$\times 10^{-3}$	0,81
-6,7610$\times 10^{-3}$-4,8426$\times 10^{-3}$j	8,3164$\times 10^{-3}$	0,81
-6,9807$\times 10^{-2}$	6,9807$\times 10^{-2}$	—
-7,6498$\times 10^{-2}$	7,6498$\times 10^{-2}$	—
-4,4235$\times 10^{-1}$+3,2103$\times 10^{-1}$j	5,4657$\times 10^{-1}$	0,81
-4,4235$\times 10^{-1}$-3,2103$\times 10^{-1}$j	5,4657$\times 10^{-1}$	0,81
-5,9252$\times 10^{-1}$+2,9045$\times 10^{-1}$j	6,5988$\times 10^{-1}$	0,90
-5,9252$\times 10^{-1}$-2,9045$\times 10^{-1}$j	6,5988$\times 10^{-1}$	0,90
-1,8348$\times 10^{2}$	1,8348$\times 10^{2}$	—
-1,8418$\times 10^{2}$	1,8418$\times 10^{2}$	—
-1,0201$\times 10^{3}$	1,0201$\times 10^{3}$	—
-1,0210$\times 10^{3}$	1,0210$\times 10^{3}$	—
-1,0545$\times 10^{3}$	1,0545$\times 10^{3}$	—
-1,1252$\times 10^{3}$	1,1252$\times 10^{3}$	—

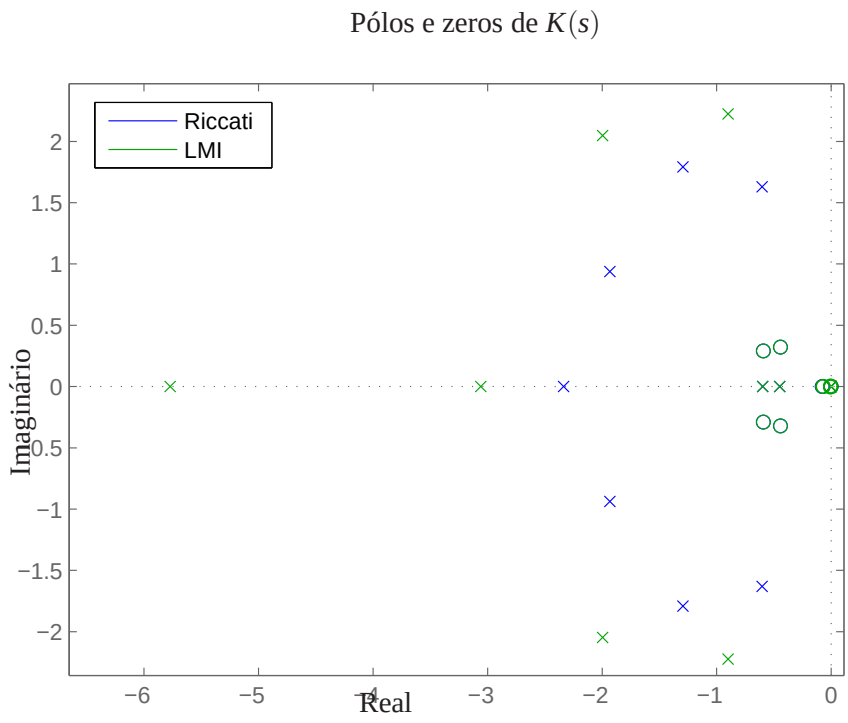
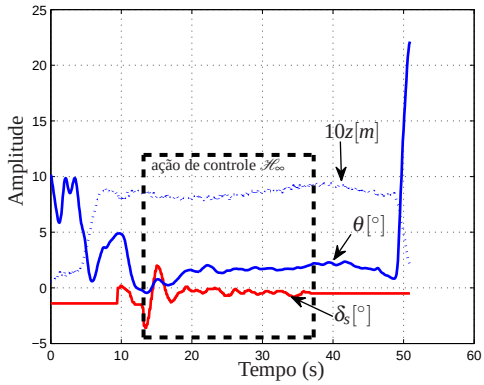


Figura 4.26: Pólos e zeros de K próximos do eixo $j\omega$

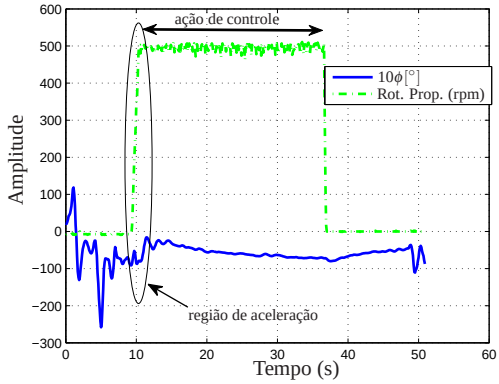
4.16 Controlador Central

O controlador central demanda um maior esforço de projeto na sintonia de parâmetros das funções de ponderação quando o sistema é sub-atuado, como é o caso em estudo. Pretende-se controlar os sinais ϕ, θ, $\dot{\psi}$, e $\dot{z}$ com apenas duas superfícies de controle disponíveis no VSA, δ_r e δ_s. A formatação das funções de ponderação não acompanham a metodologia proposta na seção 4.8.2. Existe um método baseado em algoritmos genéticos para a sintonia desses parâmetros, proposto inicialmente por Donha e Katebi (2004) para a síntese de controladores de navios e de plataformas semi-submersíveis, e usado posteriormente no controle de veículos submersíveis autônomos em Donha e Luque (2006a), Luque e Donha (2007). O método de formatação de funções de ponderação por algoritmos genéticos é usado eficazmente quando a planta é não quadrada, como é o caso do sistema VSA sub-atuado. Com o auxílio dessa técnica vai-se projetar o controlador central para o veículo (CUTIPA-LUQUE; DONHA, 2009, 2010).

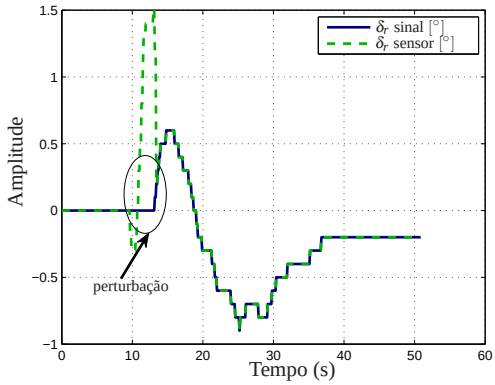
O sistema de controle central é estável segundo *Hurwitz* já que todos os pólos têm parte real negativa. A tabela 4.4 apresenta os valores dos pólos e zeros de transmissão da planta $G(s)$. A variável de controle é o vetor $\mathrm{y} = [\phi \quad \theta \quad \dot{\psi} \quad \dot{z}]^T$; a variável de controle é $\mathrm{u} = [\delta_r \quad \delta_s]^T$; e, para garantir as condições estabelecida na seção 4.4, os estados do sistema foram reduzidos ao vetor $\mathrm{x} = [u \quad v \quad w \quad q \quad r \quad z \quad \theta \quad \psi]^T$. A planta é multivariável e não apresenta singularidades como



(a) Tempo total de aquisição



(b) Rotação do propulsor e balanço ϕ



(c) Perturbação no leme vertical

Figura 4.27: Ensaio experimental do sistema de controle central guinada-profundidade

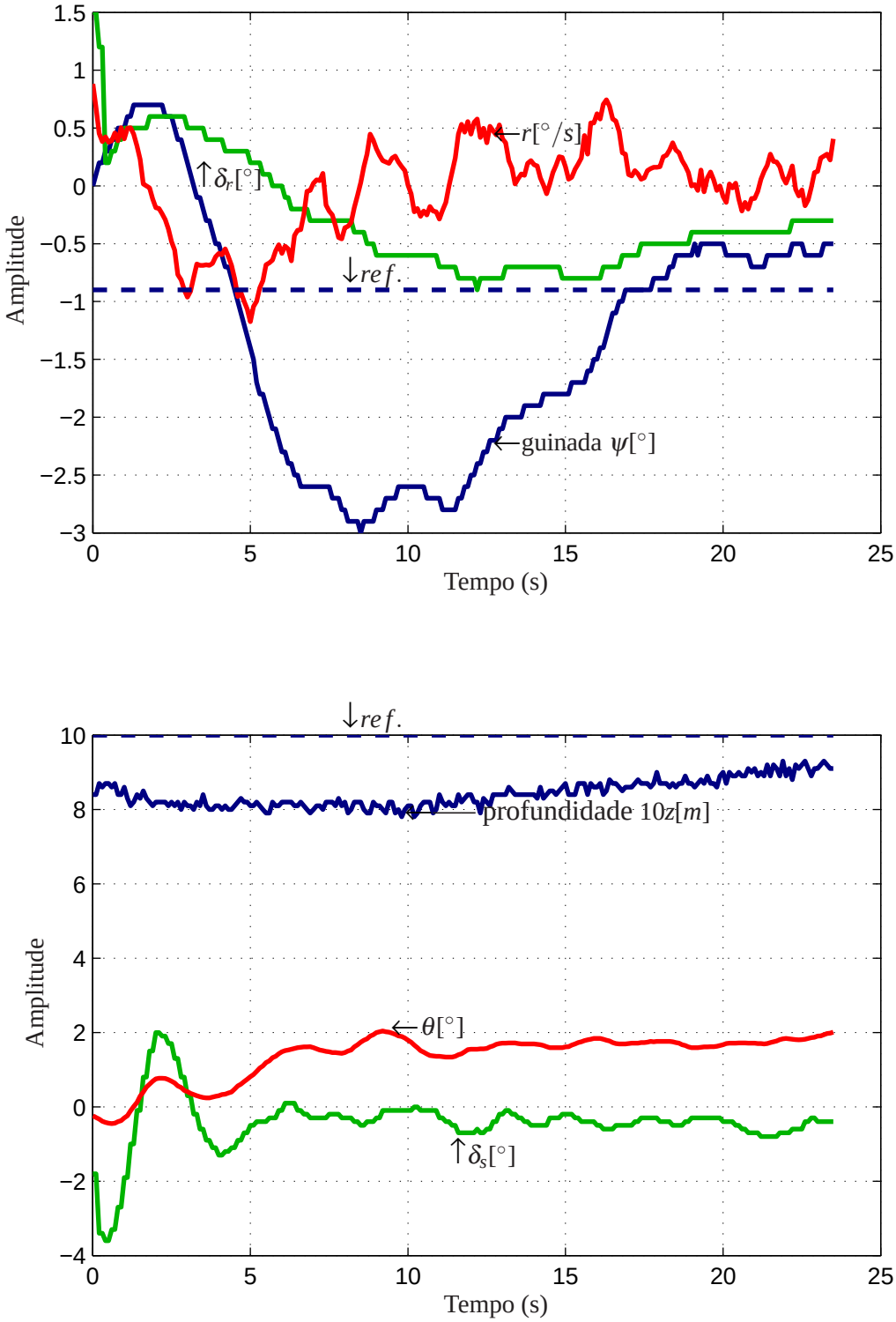
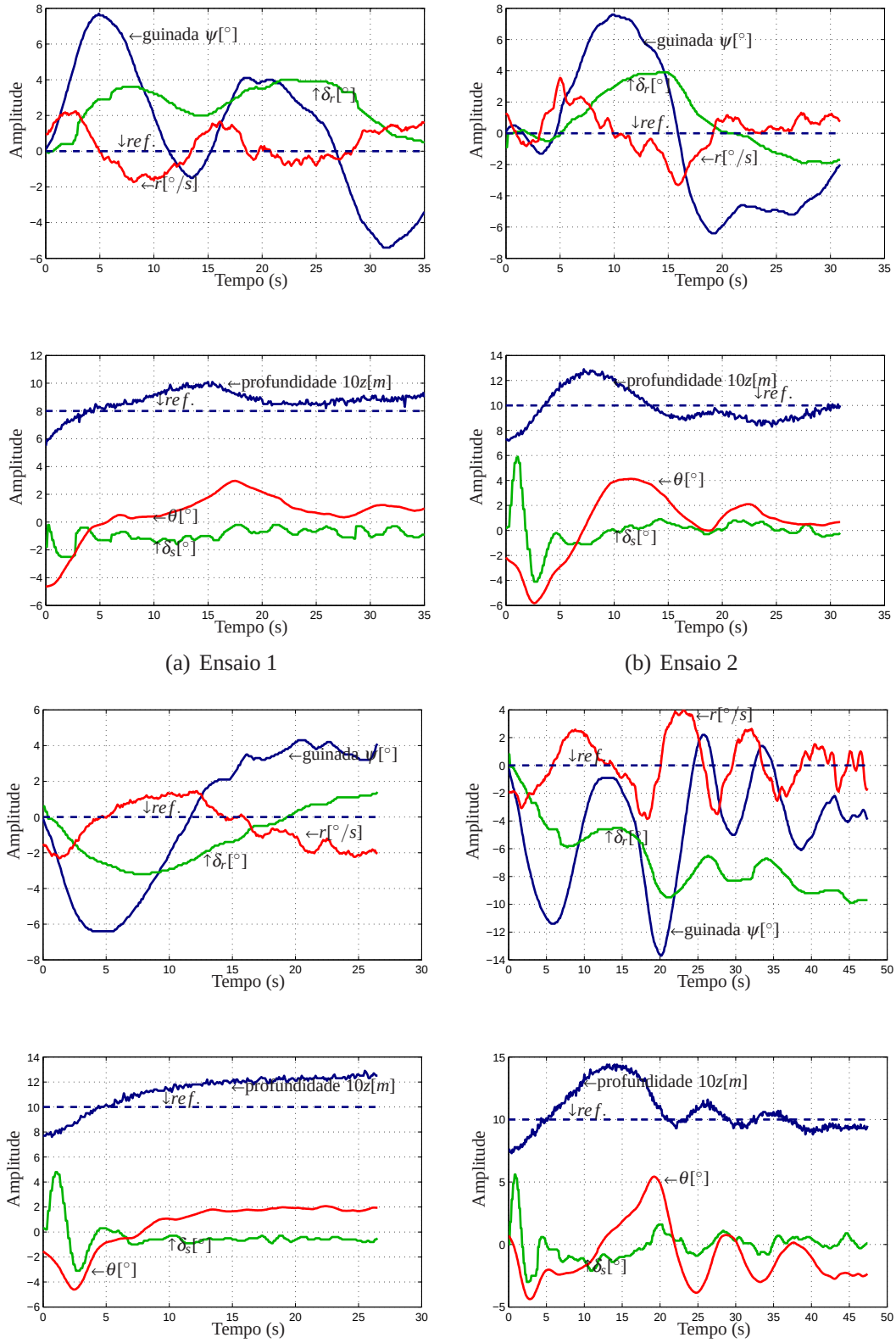


Figura 4.28: Resposta experimental do sistema de controle $\mathscr{H}_\infty$ guinada-profundidade



(a) Ensaio 1

(b) Ensaio 2

(c) Ensaio 3

(d) Ensaio 4

Figura 4.29: Ensaios experimentais do sistema de controle central guinada-profundidade

no caso anterior, já que uma boa escolha de variáveis de controle foi realizada. As matrizes de estado do modelo linear podem ser encontradas no apêndice D.1. A planta não apresenta zeros de transmissão e portanto reduz os problemas de cancelamento de pólos-zeros que poderiam degradar o desempenho do sistema (GAHINET; APKARIAN, 1994).

A tabela 4.5 apresenta os pólos e zeros (de transmissão) do controlador $K(s)$. O primeiro foi através da solução de Riccati e o segundo foi obtido usando LMI, método exposto na seção 4.12 e em Gahinet e Apkarian (1994). A figura 4.30 apresenta os pólos e zeros do controlador no plano complexo. Ao contrário do controlador anterior guinada-profundidade, a solução obtida pelo Riccati é próxima da solução LMI, $\gamma = 1,4148$ e $\gamma = 1,4284$, respetivamente. As frequências dos pólos variam entre $\omega_n = 0,1074$ e $\omega_n = 10,0032\ rad/s$ para Riccati e entre $\omega_n = 0,1107$ e $\omega_n = 15,8544\ rad/s$ para LMI. Os controladores não apresentam zeros de transmissão, o que supera o problema de cancelamento de pólos. A ordem dos controladores obtidos pelos métodos de Riccati e LMI é 28, para ambos.

As figuras 4.31-4.36 apresentam as respostas do controlador central guinada-profundidade. Os valores de gama sub-ótimo obtidos estão entre 1,3 e 2,0, sendo que valores máximos resultam quando a ponderação $\|W_C KS\|$ é inclusa na pilha da Eq. (4.42). Ponderar a função de sensibilidade do controlador implica reduzir o consumo de energia limitando a ação do controle somente para baixas frequências, o que é importante nesta aplicação, onde as baterias são de capacidade limitada. Na implementação, a ponderação de KS reduz as ocorrências de Transbordamento de dados (*overflow*) evitando a saturação do controlador quando o sinal do erro muda significativamente em amplitude.

A sintonia do controlador central para um sistema sub-atuado, é uma tarefa que demanda esforço já que geralmente estes sistemas apresentam acoplamentos dinâmicos entre os movimentos. As funções de ponderação usadas são (DONHA; KATEBI, 2004):

$$\begin{aligned}
W_{S_\phi} &= \frac{s^3 + 1,5s^2 + 2,36s + 1,06}{s^3 + 9,18s^2 + 5,64s + 9,58} \\
W_{S_\theta} &= \frac{s^3 + 0,8s^2 + 0,28s + 2.06}{s^3 + 5,84s^2 + 4,14s + 7,8} \\
W_{S_\psi} &= \frac{s^3 + 4,02s^2 + 5,8s + 2,22}{s^3 + 6,44s^2 + 3,94s + 5,32} \\
W_{S_z} &= \frac{s^3 + 4,22s^2 + 1,7s + 4,76}{s^3 + 9,2s^2 + 8,74s + 9,88}
\end{aligned} \tag{4.66}$$

Tabela 4.4: Pólos e zeros de transmissão da planta $G(s)$

Planta $G(s)$		
pólo	$\omega_n[rad/s]$	ζ
-0,5202	0,5202	1
-0,5514+0,2877j	0,6219	0,8866
-0,5514-0,2877j	0,6219	0,8866
-0,1628+0,8018j	0,8182	0,1990
-0,1628-0,8018j	0,8182	0,1990
-0,8354	0,8354	1
-0,9396+4,3882j	4,4877	0,2094
-0,9396-4,3882j	4,4877	0,2094
zero	$\omega_n[rad/s]$	ζ
—	—	—

$$\begin{aligned} W_{C_{\delta_r}} &= \frac{s^2+4,04s+4,08}{1\text{e-}8s^2+19,16\text{e-}4s+91,782} \\ W_{C_{\delta_s}} &= \frac{s^2+4,04s+4,08}{1\text{e-}8s^2+19,16\text{e-}4s+91,782} \end{aligned} \tag{4.67}$$

$$\begin{aligned} W_{T_\phi} &= \frac{0,2}{1,72s+1} \\ W_{T_\theta} &= \frac{0,36}{7,5s+1} \\ W_{T_{\dot\psi}} &= \frac{0,64}{4,3s+1} \\ W_{T_{\dot z}} &= \frac{1,48}{8,3s+1} \end{aligned} \tag{4.68}$$

$$W_S = \begin{bmatrix} W_{S_\phi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_{S_\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_{S_{\dot\psi}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_{S_{\dot z}} \end{bmatrix} \quad W_T = \begin{bmatrix} W_{T_\phi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_{T_\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_{T_{\dot\psi}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_{T_{\dot z}} \end{bmatrix} \tag{4.69}$$

$$W_C = \begin{bmatrix} W_{C_{\delta_r}} & 0 \\ 0 & W_{C_{\delta_s}} \end{bmatrix} \tag{4.70}$$

Tabela 4.5: Pólos e zeros de transmissão do controlador $K(s)$

Riccati $\gamma = 1,4148$			LMI $\gamma = 1,4284$		
pólo	$\omega_n[rad/s]$	ζ	pólo	$\omega_n[rad/s]$	ζ
-0,1074	0,1074	1	-0,1107	0,1107	1
-0,1389	0,1389	1	-0,1372	0,1372	1
-0,2399	0,2399	1	-0,2460	0,2460	1
-0,3429	0,3429	1	-0,3487	0,3487	1
-0,5918	0,5918	1	-0,5943	0,5943	1
-0,6139	0,6139	1	-0,6152	0,6152	1
-0,7378	0,7378	1	-0,7375	0,7375	1
-0,3121+0,9184j	0,9699	0,32	-0,2943+0,9386j	0,9836	0,30
-0,3121-0,9184j	0,9699	0,32	-0,2943-0,9386j	0,9836	0,30
-0,2591+1,0183j	1,0508	0,25	-0,2592+1,0184j	1,0508	0,25
-0,2591-1,0183j	1,0508	0,25	-0,2592-1,0184j	1,0508	0,25
-0,4424+0,9967j	1,0905	0,41	-0,4558+0,9881j	1,0882	0,42
-0,4424-0,9967j	1,0905	0,41	-0,4558-0,9881j	1,0882	0,42
-0,2602+1,1798j	1,2082	0,22	-0,2718+1,1883j	1,2190	0,22
-0,2602-1,1798j	1,2082	0,22	-0,2718-1,1883j	1,2190	0,22
-1,0696+2,4572j	2,6799	0,40	-1,3836+1,9717j	2,4087	0,57
-1,0696-2,4572j	2,6799	0,40	-1,3836-1,9717j	2,4087	0,57
-3,2198+1,3017j	3,4730	0,93	-0,9446+4,3893j	4,4898	0,21
-3,2198-1,3017j	3,4730	0,93	-0,9446-4,3893j	4,4898	0,21
-0,9449+4,3864j	4,4870	0,21	-4,9344	4,9344	1
-0,9449-4,3864j	4,4870	0,21	-6,3092	6,3092	1
-4,6888	4,6888	1	-5,4709+4,0575j	6,8113	0,80
-2,4880+4,2645j	4,9372	0,50	-5,4709-4,0575j	6,8113	0,80
-2,4880-4,2645j	4,9372	0,50	-9,4689	9,4689	1
-6,0768	6,0768	1	-9,7696+3,3737j	10,3357	0,95
-7,5772	7,5772	1	-9,7696-3,3737j	10,3357	0,95
-9,2792	9,2792	1	-10,4972	10,4972	1
-10,0032	10,0032	1	-15,8544	15,8544	1
zero	$\omega_n[rad/s]$	ζ	zero	$\omega_n[rad/s]$	ζ
—	—	—	—	—	—

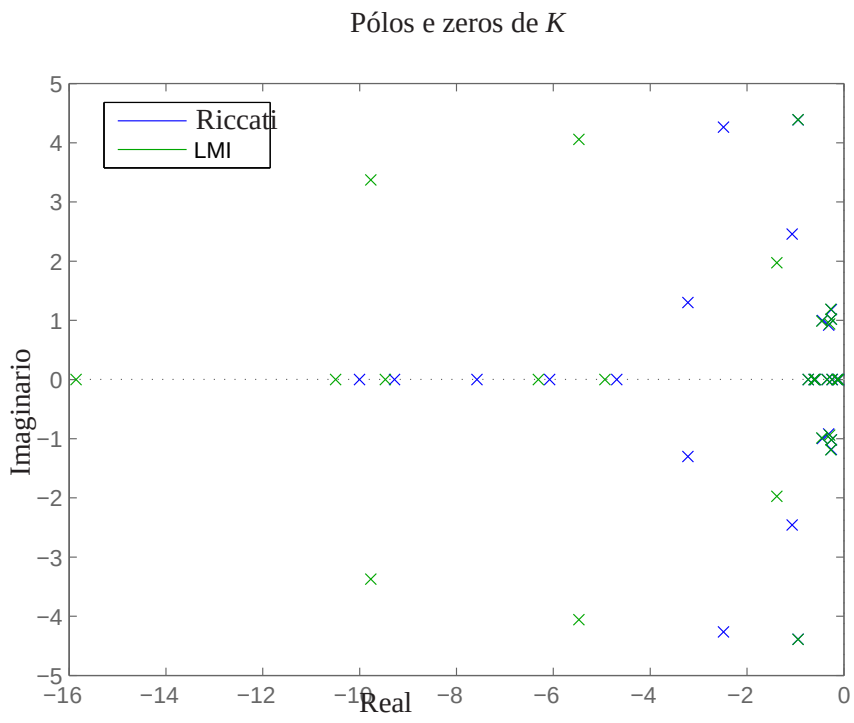
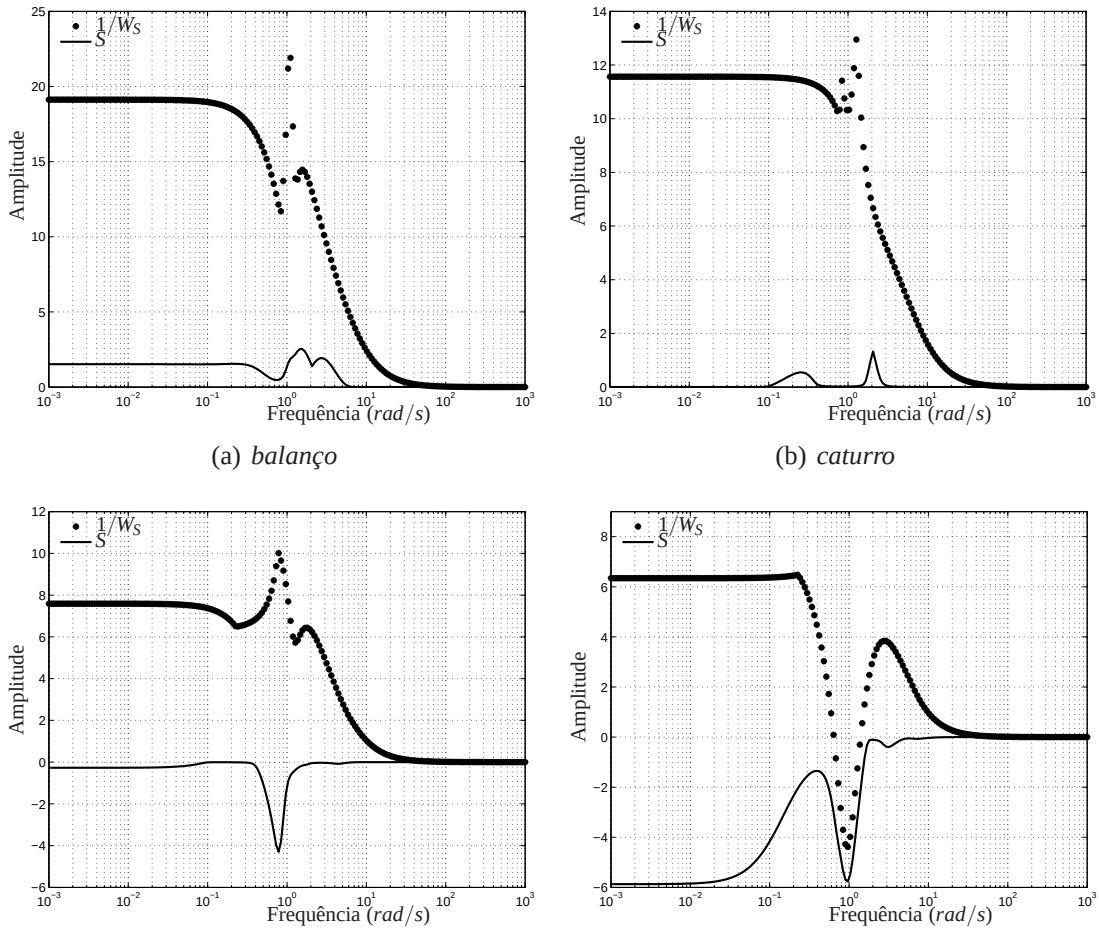


Figura 4.30: Pólos e zeros do controlador K de 28 estados, 2 saídas e 8 entradas.

As figuras 4.34, 4.35, e 4.36 indicam que as propriedades de estabilidade e desempenho robustos do sistema, estabelecidas nas expressões (4.32) e (4.42), foram alcançadas. As figuras 4.37(a)-4.37(d) apresentam simulações da resposta temporal do sistema controlado pelo controlador central $\mathscr{H}_\infty$. Observa-se que há uma degradação significativa do desempenho, o que indica um comportamento típico de controlador sub-atuado multivariável 2GL. No entanto, esses resultados podem ser melhorados com a ação do pré-filtro introduzido na estrutura da figura 4.10. As figuras 4.38(a)-4.38(d) apresentam simulações da resposta ao degrau do sistema de controle usando o controlador $\mathscr{H}_\infty$ de 2GL. O controlador central 2GL consegue controlar o VSA nos seus seis graus de liberdade. Observa-se que os movimentos de balanço e guinada são fortemente acoplados e os movimentos de caturro e arfagem, como esperado, também são acoplados. Esses acoplamentos são típicos dos veículos de forma de torpedo e dificultam ainda mais a sintonia do controlador central (SILVESTRE; PASCOAL, 2007; LUQUE, 2007; LUQUE; DONHA, 2008b).



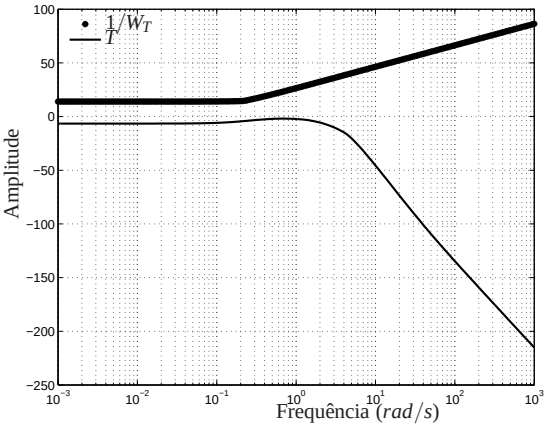
(a) *balanço*

(b) *caturro*

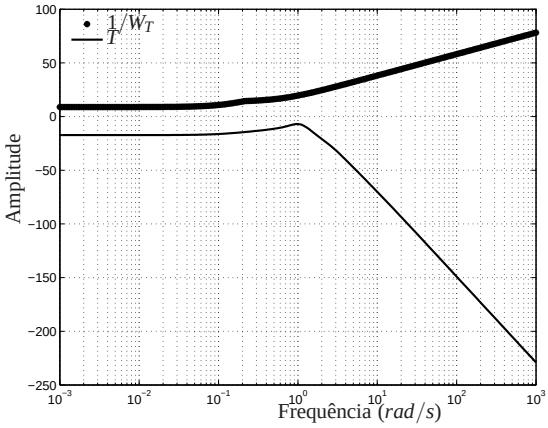
(c) velocidade de *guinada*

(d) velocidade de *submersão*

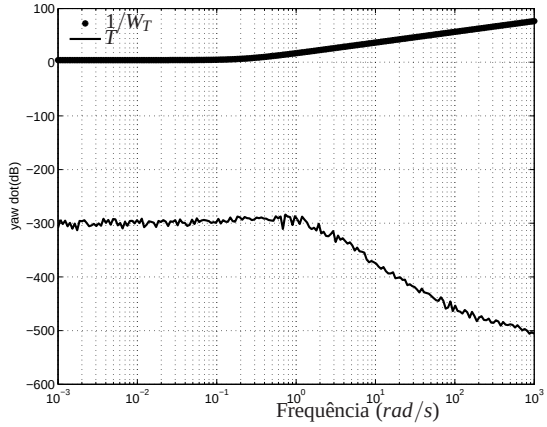
Figura 4.31: Função de sensibilidade (S) e inversa da função de ponderação ($1/W_S$)



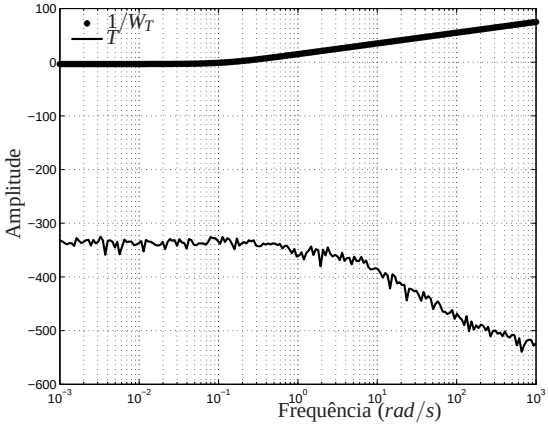
(a) *balanço*



(b) *caturro*

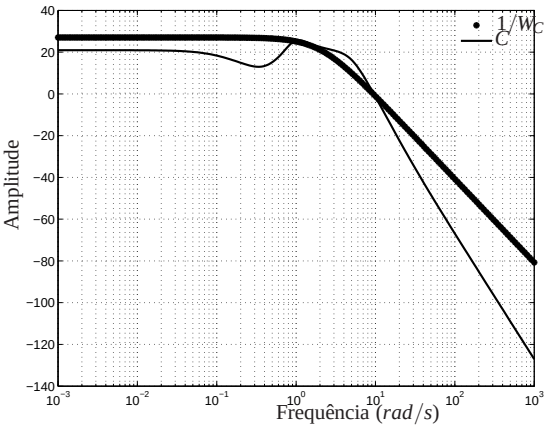


(c) velocidade de *guinada*

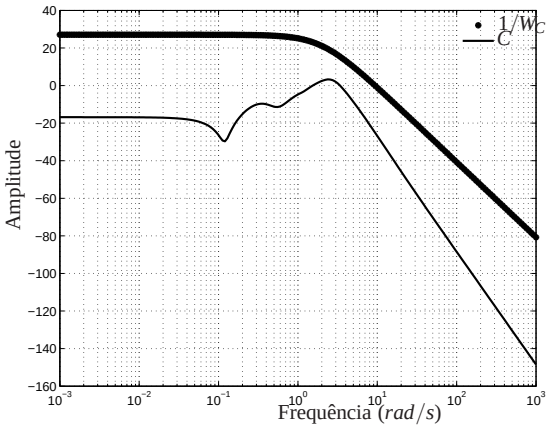


(d) velocidade de *submersão*

Figura 4.32: Função de sensibilidade complementar (T) e inversa da função de ponderação ($1/W_T$)



(a) leme vertical



(b) leme horizontal

Figura 4.33: Função de sensibilidade do controlador (C) e inversa da função de ponderação ($1/W_C$)

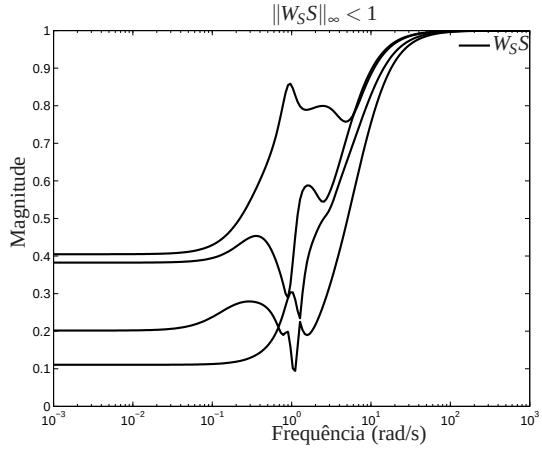


Figura 4.34: Matriz de Transferência $W_S S$

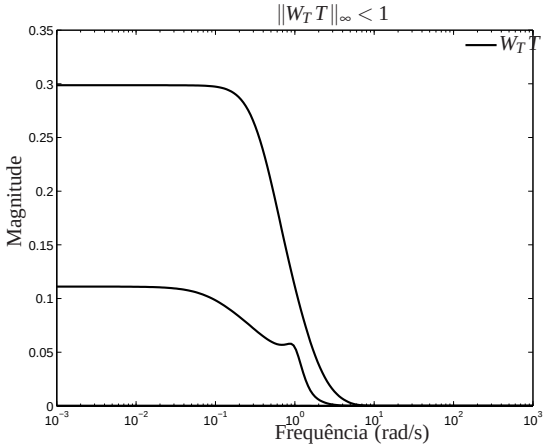


Figura 4.35: Matriz de Transferência $W_T T$

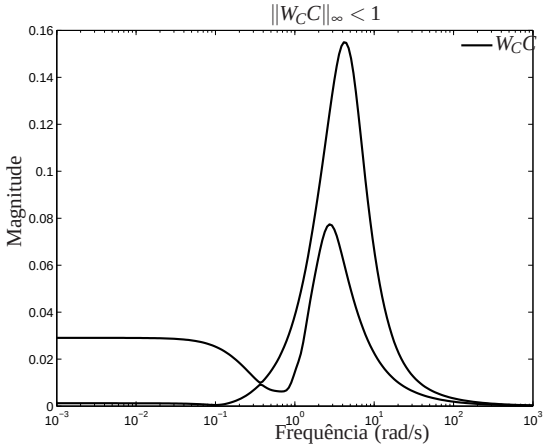
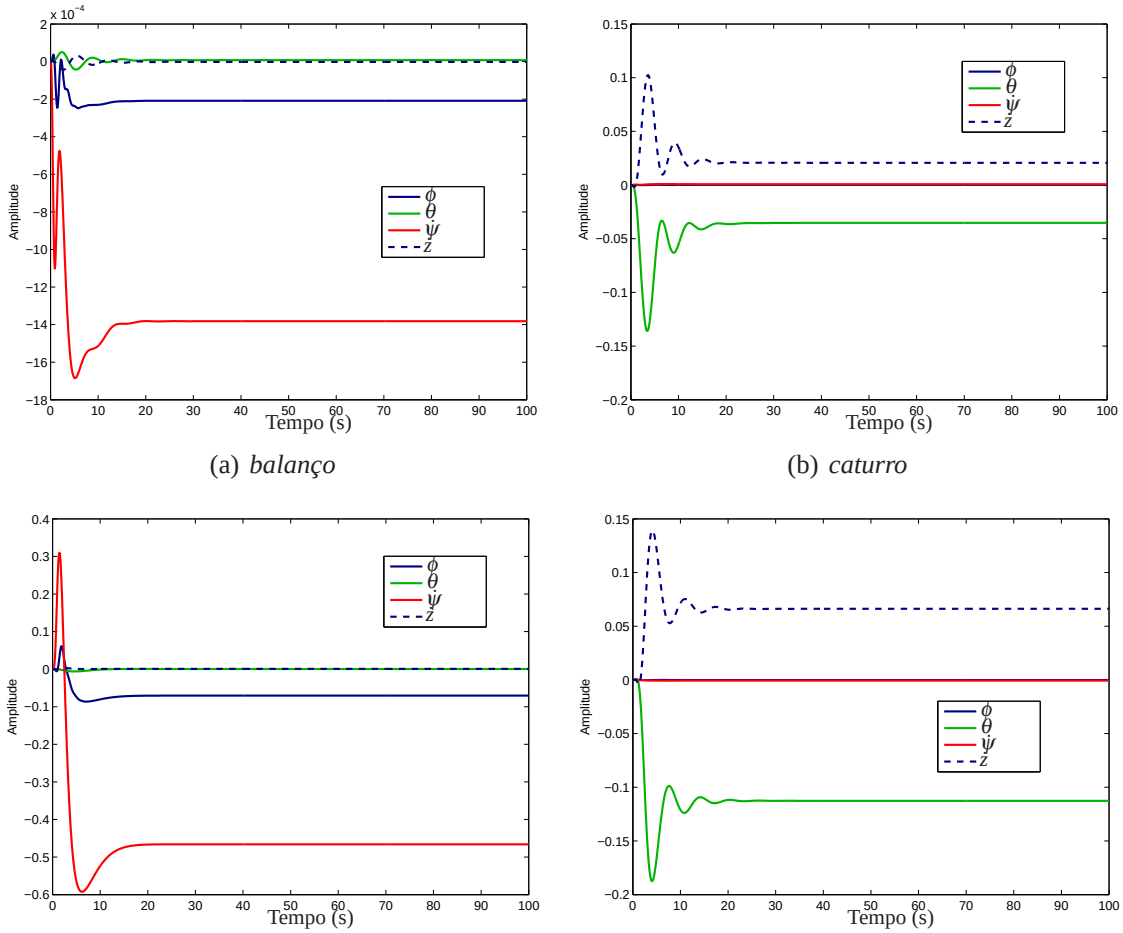


Figura 4.36: Matriz de Transferência $W_C C$



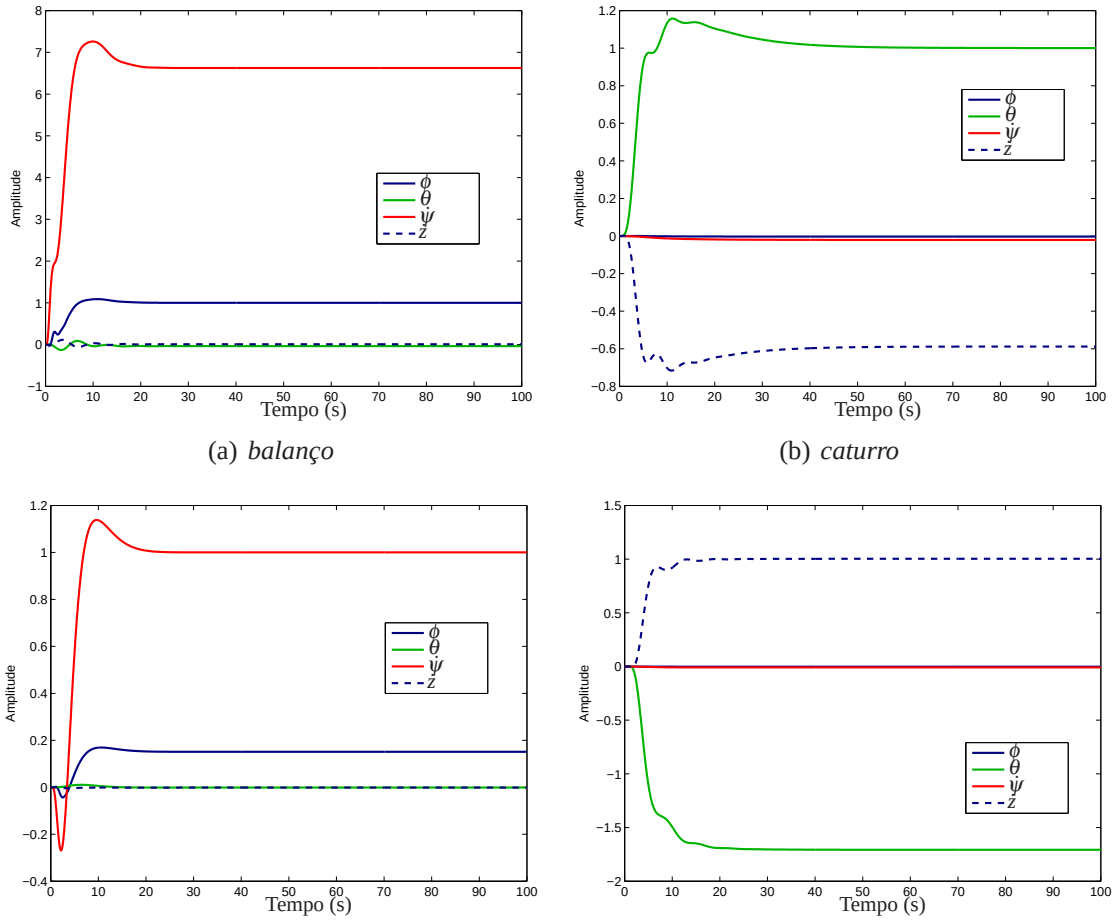
(a) *balanço*

(b) *caturro*

(c) velocidade de *guinada*

(d) velocidade de *submersão*

Figura 4.37: Resposta ao degrau unitário do sistema de controle 2GL



(a) *balanço*

(b) *caturro*

(c) velocidade de *guinada*

(d) velocidade de *submersão*

Figura 4.38: Resposta ao degrau unitário do sistema de controle 2GL com filtro R

5 Conclusões

Neste trabalho, o modelo em seis graus de liberdade para o VSA Pirajuba foi descrito usando o formalismo matemático clássico para veículos submersíveis de forma torpedo (HOERNER, 1965; ABKOWITZ, 1969; HOERNER, 1992; FOSSEN, 1994; PRESTERO, 2001; RENTSCHLER, 2003). A obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos por métodos empíricos e semi-empíricos foi validada mediante o uso de um simulador do VSA. Posteriormente, assumindo os coeficientes encontrados como nominais, estimaram-se os principais parâmetros hidrodinâmicos do VSA a partir de técnicas de identificação de sistemas não lineares. O filtro estendido de Kalman e o método de máxima verossimilhança mostraram resultados satisfatórios na solução do problema de estimação de parâmetros. Porém, o filtro estendido de Kalman aplicado na estimação de parâmetros não lineares do VSA apresentou problemas de unicidade na solução, apresentando convergência para múltiplas soluções. O método de máxima verossimilhança apresentou melhores respostas quando múltiplos parâmetros são estimados. Observa-se que o modelo é mais facilmente identificável quando são realizadas um maior número de observações. A técnica de transformação paramétrica resolveu o problema da divergência da solução na estimação pelo filtro estendido de Kalman. Essa técnica também apresentou melhores resultados com o método de máxima verosimilhança, utilizada quando tentou-se identificar um maior número de parâmetros hidrodinâmicos do veículo na dinâmica horizontal.

Os métodos de identificação de sistemas por etapas como sugere Ávila (2008), são caros já que requerem o uso de tanques de provas, mecanismos de movimento planar MMP, e a disponibilidade do veículo para numerosos ensaios.

O objetivo deste trabalho está orientado a controlar o veículo com uma técnica de controle que garanta especificações de desempenho robustas, inclusive, quando existam incertezas nos parâmetros hidrodinâmicos do modelo VSA.

Usou-se a técnica de sensibilidade mista num sistema sub-atuado com o menor número de variáveis de controle possível, capazes de responder bem as especificações do projeto do controlador do VSA. Certamente, o esforço na busca das funções de ponderação aumenta significativamente quando o número de variáveis controladas é maior. Como foi apresentado, em

sistemas sub-atuados é importante a escolha adequada das variáveis a serem controladas, sendo que as propriedades de controlabilidade são somente válidas para o modelo linear aproximado e podem comprometer a controlabilidade do modelo não linear. Foram obtidos índices de γ próximos de 1, significando uma robustez conservadora do sistema controlado, fazendo-o imune a distúrbios externos de baixa frequência, erros de modelagem e ruídos provenientes dos sensores inerciais de navegação embarcados no veículo.

O controle centralizado mostrou boas propriedades de robustez segundo as respostas frequenciais das sensibilidades. Porém houve bastante degradação no que se refere ao acompanhamento dos sinais de referência no domínio do tempo. A alternativa sugerida na bibliografia foi o uso da estrutura de controle de dois-graus de liberdade 2GL que apresentou resultados promissores e garantiram as especificações no domínio do tempo.

Os controladores sintetizados pelo método de sensibilidade mista apresentaram o fenômeno *wind-up* devido à ação integral. A ponderação da sensibilidade do controlador (KS) consegue reduzir significativamente a ocorrência deste problema. Porém, o grau elevado do controlador eleva o custo computacional do sistema.

Neste trabalho, foram implementados os controladores $\mathscr{H}_\infty$ no sistema de tempo real embarcado do veículo, cujo processador é um ARM7 de 32 bits. Os controladores foram discretizados na frequência de amostragem do sistema inercial de navegação (10Hz). Após discretizados, os algoritmos de controle foram traduzidos de uma aritmética de ponto flutuante para ponto fixo. A validação dos controladores de ordem elevada na aritmética de ponto fixo requer a verificação de problemas de transbordamento de dados (*overflow*) já que os elementos das matrizes de estado do controlador são mal condicionadas. Esse processo de sintonia que considera os valores máximos de entrada e saída, possibilita que o processador execute o algoritmo de controle em tempo real e de maneira mais eficiente.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

- A ocorrência do fenômeno *wind-up* dos controladores pode ser reduzida mediante a ponderação da função de sensibilidade do controlador, adicionando essa ponderação na pilha da síntese do controlador, como foi apresentado neste trabalho. No entanto, trabalhos recentes sugerem o uso de técnicas antiwindups usando LMI (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005; BIANNIC; APKARIAN, 2011; GRIMM et al., 2003).

- A inclusão de sensores que medem velocidades relativas ao referencial fixo garantem a observabilidade do veículo. Como foi apresentado neste trabalho, a convergência da esti-

mação de parâmetros esta estreitamente relacionada com a observabilidade do sistema. A identifiabilidade do modelo do VSA aumenta com um maior número de variáveis observadas. Quando a construção do VSA do LVNT estiver totalmente concluída, e o sensor de velocidades dopler DVL for instalado, sugere-se testar os algoritmos aqui propostos para estimar um maior numero de parâmetros hidrodinâmicos do modelo.i

- Trabalhos que determinam se um modelo paramétrico é identificável podem ser usados para analisar o sistema antes de aplicar o algoritmo de estimação de parâmetros. No entanto, não foram reportados estudos para modelos que apresentem não linearidades atípicas, por exemplo: $Y_{v|v|}v|v|$ (expressão para o arrasto na direção de deriva). Então, a identificabilidade de modelos não lineares de VSAs é um tema a ser aprofundado.

- A sintonia da matriz de covarianças P é uma tarefa que pode demandar tempo quando o objetivo é estimar parâmetros do modelo não linear. Sugere-se usar técnicas de sintonia automática ou variantes do filtro estendido de Kalman, como o UKF (*unscented Kalman filter*) (FUNG; GRIMBLE, 1983; SUN; YANG, 2010).

- Uma realização de testes experimentais de maior duração pode ser realizada para facilitar a convergência dos parâmetros estimados no processo de identificação do modelo VSA.

- O problema de estimação de estados pode também ser colocado na forma de um problema de otimização $\mathscr{H}_\infty$ (CHEN, 2000; SIMON, 2006). Porém, há ainda poucas pesquisas do uso dessas técnicas de estimação na identificação de veículos submersíveis. Esses futuros resultados podem ser validados e comparados com os resultados expostos neste trabalho.

- A guiagem de VSA não foi aplicada neste trabalho. Porém, sugere-se sua implementação para testar o veículo na realização de manobras mais complexas. Alguns resultados de guiagem a partir do sistema controlado podem ser encontrados nos artigos de Healey e Lienard (1993), Healey e Marco (2001), Luque e Donha (2008a, 2008b).

Referências Bibliográficas

ABKOWITZ, M. A. *Stability and Motion Control of Ocean Vehicles*. Cambridge, Massachusetts and London, England: The M.I.T. PRESS, 1969.

ANDRIEVSKY, B.; FRADKOV, A. Trends in the automatic control in aerospace. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, v. 43, p. 278–287, 2004.

ÅSTRÖM, K.; HÄGGLUND, T. *Advanced PID control*. [S.l.]: ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society; Research Triangle Park, NC 27709,, 2006.

ASTRÖM, K.; WITTENMARK, B. *Computer controlled systems: theory and design*. [S.l.]: Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1984.

AVILA, J. J. *Estimação de Coeficientes Hidrodinâmicos de um Veículo Submarino Semi-Autônomo*. 128 p. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica/USP, 2003.

AVILA, J. J. *Modelagem e identificação de parâmetros hidrodinâmicos de um veículo robótico submarino*. Tese (Doutorado) — EPUSP, 2008.

BIANNIC, J.-M.; APKARIAN, P. Anti-windup design via nonsmooth multi-objective $\mathscr{H}_\infty$; optimization. In: *American Control Conference (ACC), 2011*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 4457–4462. ISSN 0743-1619.

BLEVINS, R. *Formulas for natural frequency and mode shape*. [S.l.]: Van Nostrand Reinhold, 1979. ISBN 0442207107.

BO, H. *Hydrodynamic Estimation and Identification*. Dissertação (Master's Thesis) — Trondheim, Norway and Instituto Superior Técnico/ISR, Lisbon, Portugal, 2004.

BOYD, S.; GHAOUI, L. E.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, P. A.: SIAM, 1994. (Society for Industrial and Applied Mathematics).

BOYD, S.; VANDENBERGHE, L. *Convex Optimization*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2004.

CANHETTI, A. C. *Modelo Livre de Submarinos*. 147 p. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Escola Politécnica/USP, São Paulo, 1998.

CHEN, J. *Control Oriented System Identification: An $\mathscr{H}_\infty$ Approach*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2000.

CHERNOUSKO, F. L.; ANANIEVSKI, I. M.; RESHMIN, S. A. *Control of Nonlinear Dynamical Systems: Methods and Applications*. 1st. ed. [S.l.]: Springer-Verlag, 2008. (Communications and Control Engineering).

CHUNG, M. J.; MISRA, P.; SHIM, H. (Ed.). *Proc. of the 17th IFAC World Congress*. Seoul Korea: [s.n.], 2008.

COXON, P. J. *System identification of submarine hydrodynamic coefficients from simple full scale trials*. Dissertação (PhD. Thesis) — Massachusetts Institute of Technology, 1989.

CUTIPA-LUQUE, J. C.; DONHA, D. C. Auv parameter identification. In: *8th Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft, MCMC2009*. Guaruja-SP, Brazil: MCMC2009, 2009.

CUTIPA-LUQUE, J. C.; DONHA, D. C. Underactuated auv robust guidance control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control (submmited)*, p. 17, 2010.

CUTIPA-LUQUE, J. C.; DONHA, D. C. Auv identification and robust control. In: *18th IFAC World Congress*. [S.l.: s.n.], 2011. v. 18, n. 1, p. 14735–14741.

DA CRUZ, J. J. *Controle Robusto Multivariável*. São Paulo, Brasil: EDUSP, 1996.

DA CUNHA, J.; COSTA, R.; HSU, L. Design of a high performance variable structure position control of rovs. *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*, v. 20, n. 1, p. 42–55, jan 1995. ISSN 0364-9059.

de BARROS, E.; FREIRE, L. O.; DANTAS, J. L. D. Development of the pirajuba auv. In: CAMS'10. *Proceedings of the 8th IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems (2010)*. Germany: Universitat Rostock, 2010.

de BARROS, E.; PASCOAL, A.; DE SA, E. Auv dynamics: modelling and parameter estimation using analytical, semi-empirical, and CFD methods. In: CAMS'04. *Proceedings of the IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems*. Ancona, Italy: Dipartimento di Ingegneria Informatica, e dell'Automazione, Università Politécnica delle Marche, 2004. p. 369–376.

de BARROS, E. A.; PASCOAL, A.; DE SA, E. Investigation of a method for predicting auv derivatives. *IEEE Journal of Ocean Engineering*, p. 1627–1636, 2008.

DOMICINIANO, V. *Integração Casco-Motor-Hélice do Modelo-Livre - S3201-8420-RG-01*. Brasil, 1996. Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo, São Paulo, 1995.

DONHA, D. C. *Projeto de Sistemas de Controle Robustos Multivariáveis, Apostila*. São Paulo, Brasil: Poli-USP, 2003.

DONHA, D. C.; KATEBI, R. M. Automatic cost weigth selection in mixed sensitivity controller synthesis. In: CAMS'04. *Proceedings of the IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems*. Ancona, Italy: Dipartimento di Ingegneria Informatica, e dell'Automazione, Università Politécnica delle Marche, 2004. p. 279–284.

DONHA, D. C.; LUQUE, J. C. C. Six dof robust control. In: *Proceedings of the International Control Conference*. Glasgow, Scotland: University of Strathclyde, 2006.

DONHA, D. C.; LUQUE, J. C. C. Underactuated auv robust control. In: *Proceedings of the 7th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft*. Lisbon, Portugal: Instituto Superior Técnico, 2006.

DOYLE, J. C.; FRANCIS, B.; TANNENBAUM, A. *Feedback Control Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Macmillan Publishing Co, 1990.

DOYLE, J. C.; GLOVER, K.; KHARGONEKAR, P. P.; FRANCIS, B. A. State-space solutions to standar $\mathscr{H}_2$ and $\mathscr{H}_\infty$ control problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-34, n. 8, p. 831–847, 1989.

EATON, J.; BATEMAN, D.; HAUBERG, S. *Gnu Octave Version 3. 0. 1 Manual: A High-Level Interactive Language for Numerical Computations*. [S.l.]: Free Software Foundation, 2009.

FALTINSEN, O. *Sea loads on ships and offshore structures*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1993.

FELDMAN, J. *Revised Standard Submarine Equations of Motion*. Bethesda, Maryland 20084: David W. Taylor Naval Ship Research and Development Center, 1979.

FOSSEN, T. *Marine control systems: guidance, navigation and control of ships, rigs and underwater vehicles*. [S.l.]: Marine Cybernetics Trondheim,, Norway, 2002.

FOSSEN, T. I. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. West Sussex PO19 1UD, England: John Whiley & Sons, 1994.

FOSSEN, T. I.; SAGATUN, S. I.; SORENSEN, A. J. Identification of dynamically positioned ships. *Journal of Control Engineering Practice*, v. 4, p. 369–376, 1996.

FRANCIS, B. A. *A course in $\mathscr{H}_\infty$ Control Theory*. Toronto, Canada: Springer-Verlag, 1988.

FRIEDLAND, B.; DIRECTOR, S. *Control Systems Design: An introduction to state-space methods*. [S.l.]: McGraw-Hill Higher Education, 1985.

FUNG, P.; GRIMBLE, M. Dynamic ship positioning using a self-tuning kalman filter. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 28, n. 3, p. 339–350, mar 1983. ISSN 0018-9286.

GAHINET, P.; APKARIAN, P. A linear matrix inequality approach to $\mathscr{H}_\infty$ control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, v. 4, p. 421–448, 1994.

GELB, A. *Applied Optimal Estimation*. [S.l.]: MIT Press, 1974.

GREWAL, A. S.; ANDREWS, A. P. *Kalman filtering: Theory and practice using Matlab*. [S.l.]: John Wiley & Son, 2001.

GRIMBLE, M. J. Minimization of a combined $\mathscr{H}_\infty$ and LQG cost-function for a two-degrees-of-freedom control design. *Automatica*, v. 25, n. 4, p. 635–638, July 1989.

GRIMBLE, M. J. *Robust Industrial Control Systems: Optimal Design Approach for Polynomial Systems*. [S.l.]: John Whiley & Sons, 2006.

GRIMM, G.; HATFIELD, J.; POSTLETHWAITE, I.; TEEL, A.; TURNER, M.; ZACCARIAN, L. Antiwindup for stable linear systems with input saturation: an lmi-based synthesis. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 48, n. 9, p. 1509–1525, sept. 2003. ISSN 0018-9286.

HEALEY, A. J.; LIENARD, D. Multivariable sliding mode control for unmanned underwater vehicles. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 18, n. 3, p. 327–339, 1993.

HEALEY, A. J.; MARCO, D. B. Navigation: Experimental results with the NPS ARIES AUV. *IEEE Journal of Oceanic Engineering, Special Issue on Autonomous Ocean Sampling Networks*, v. 26, n. 4, p. 466–477, 2001.

HOERNER, S. F. *Fluid Dynamics Drag*. PO Box 65283, Vancouver, WA 98665: now published by the Author's estate, 1965. ISBN 9993623938.

HOERNER, S. F. *Fluid Dynamics Lift. 2nd ed.* PO Box 65283, Vancouver, WA 98665: now published by the Author's estate, 1992. ISBN 9998831636.

HOFF, J. C.; COOK, M. V. Aircraft parameter identification using an estimation-before-modelling technique. *Aeronautical Journal*, p. 259–268, 1996.

HSU, L.; COSTA, R.; LIZARRALDE, F.; Da Cunha, J. Dynamic positioning of remotely operated underwater vehicles. *Robotics Automation Magazine, IEEE*, v. 7, n. 3, p. 21–31, sep 2000. ISSN 1070-9932.

HUGHES, P. C. *Spacecraft Attitude Dynamics*. New York, USA: John Whiley & Sons, 1986.

HWANG, W. *Application of system identification to ship maneuvering*. Tese (PhD. Thesis) — Massachusetts Institute of Technology, 1980.

IMLAY, F. H. *The Complete Expressions for Added Mass of a Rigid Body Moving in a Ideal Fluid*. Washington D.C.: David Taylor Model Basin, 1961.

INDIVERI, G. *Modelling and identification of underwater robotic systems*. Tese (Doutorado) — University of Genovai, Italy, 1998.

KHARGONEKAR, P.; PETERSEN, I.; ZHOU, K. Robust stabilization of uncertain linear systems: quadratic stabilizability and $\mathscr{H}_\infty$ control theory. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 35, n. 3, p. 356–361, 1990.

KHARGONEKAR, P. P.; ROTEA, M. A. Mixed $\mathscr{H}_2/\mathscr{H}_\infty$ control: a convex optimization approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 36, n. 7, p. 824–837, 1991.

KIM, J.; KIM, K.; CHOI, H. S.; SEONG, W. Estimation of hydrodynamic coefficients for an auv using nonlinear observers. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 27, n. 4, p. 830–840, 2002.

KING, A. Inertial navigation - 40 years of evolution. *GEC Review*, v. 13, n. 3, 1998.

KLEIN, V.; MORELLI, E. A. *Aircraft System Identification: Theory and Practice*. [S.l.]: AIAA, 2006.

LEWIS, E. Principles of naval architecture. *Society of Naval Architects and Marine Engineers*, 1988.

LIU, G. *Identification of ship hydrodynamic coefficients from simple trial maneuvers during regular ship operations*. Tese (PhD. Thesis) — Massachusetts Institute of Technology, 1984.

LJUNG, L. *System Identification: Theory for the user*. Second. [S.l.]: Prentice Hall, 1999.

LJUNG, L. Perspectives on system identification. In: *Plenary talk of the 17th IFAC World Congress*. Seoul, Korea: [s.n.], 2008.

LUNDSTRÖM, P.; SKOGESTAD, S.; DOYLE, J. Two-degree-of-freedom controller design for an ill-conditioned distillation process using μ-synthesis. *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, v. 7, n. 1, p. 12–21, 1999.

LUQUE, J. C. C. *Controle Robusto Multivariável para um Veículo Submerssível Autônomo*. 113 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, SP, Brasil, 2007.

LUQUE, J. C. C.; DONHA, D. C. Utilização de um veículo submersível autônomo em tarefas de manutenção. In: *Congreso Pan-Americano de Ingeniería Naval, COPINAVAL2007*. SP, Brasil: [s.n.], 2007. CDROM.

LUQUE, J. C. C.; DONHA, D. C. Auv robust guidance control. In: *IFAC Workshoop on Navigation Guidance and control of Underwater Vehicles, NGCUV2008*. Killaloe, Ireland: IFAC, 2008.

LUQUE, J. C. C.; DONHA, D. C. Two dof robust controller for a six dof underwater autonomous vehicle. *ABCM Symposium Series in Mechatronics*, v. 3, p. 217–224, 2008.

MACIEL, B.; GOES, L. Methodologies for aircraft parameter estimation from flight test data with process and measurement noise. In: *6th Brazilian Conference on Dynamics, Control and their Applications*. [S.l.: s.n.], 2007.

MACIEL, B.; GOES, L.; HEMERLY, E.; NETO, N. Flight path reconstruction and parameter estimation using output-error method. *Journal of Shock and Vibration*, v. 13, p. 379–392, 2006.

MARCO, D. B.; HEALEY, A. J. Surge motion parameter identification for the nps phoenix auv. *Proceedings International Advanced Robotics Program IARP 98*, p. 197–210, 1998.

MARQUARDT, D. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, JSTOR, v. 11, n. 2, p. 431–441, 1963.

MAURYA, P.; DESA, E.; PASCOAL, A.; BARROS, E.; NAVELKAR, G.; MADHAN, R.; MASCARENHAS, A.; PRABHUDESAI, S.; AFZULPURKAR, S.; GOUVEIA, A.; NAROJI, S.; SEBASTIAO, L. Control of the maya auv in the vertical and horizontal planes: Theory and practical results. In: *Proceedings of the 7th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft*. Lisbon, Portugal: Instituto Superior Técnico, 2006.

MCFARLANE, D.; GLOVER, K. *Robust controller design using normalized coprime factor plant descriptions*. [S.l.]: Springer, 1990.

MURRAY, R. M. *Control in an Information Rich World: Report of the Panel on Future Directions in Control, Dynamics, and Systems*. [S.l.], 2002.

MYRING, D. A theoretical study of body drag in subcritical axisymmetric flow. *Aeronautical Quarterly*, p. 186–194, 1976.

NELLES, O. *Nonlinear System Identification: From Classical Approaches to Neural Networks and Fuzzy Models*. 1. ed. [S.l.]: Springer, 2000.

NESTEROV, Y.; NEMIROVSKII, A. *Interior-point polynomial methods in convex programming*. Philadelphia, P. A.: SIAM, 1994. (Studies in applied Mathematics, v. 13).

NEWMAN, J. N. *Marine Hydrodynamics*. Massachusetts, USA: MIT Press, 1977.

PAVEL, L.; FAIRMAN, F. Robust stabilization of nonlinear plants an L2 approach. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Wiley Online Library, v. 6, n. 7, p. 691–726, 1996. ISSN 1099-1239.

PONTRYAGIN, L. S.; BOLTYANSKI, V. A.; GANKRELIDGE, R. V.; MISHENKO, E. F. *The mathematical theory of optimal process*. [S.l.: s.n.], 1962.

PRADO, A. de A. *Metodologia experimental para obtenção dos parâmetros hidrodinâmicos do VSNT Jaú ii, baseado em processamento digital de imagens*. 104 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, SP, Brasil, 2009.

PRESTERO, T. *Verification of a Six-Degree Freedom simulation Model for the Remus Autonomous Underwater Vehicles*. 128 p. Dissertação (Master's Thesis) — MIT, Massachusetts Institute of Technology and Wood Hole Oceanographic Institution, 2001.

RENTSCHLER, M. *Dynamic simulation modeling and control of the Odyssey III autonomous underwater vehicle*. Dissertação (Mestrado) — MIT, 2003.

RENTSCHLER, M.; HOVER, F.; CHRYSSOSTOMIDIS, C. System identification of open-loop maneuvers leads to improved auv flight performance. *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*, v. 31, n. 1, p. 200–208, jan. 2006. ISSN 0364-9059.

RENTSCHLER, M. E.; HOVER, F.; CHRYSSOSTOMIDIS, C. System identification of open-loop manoeuvring leads improved auv flight performance. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 31, p. 200–1208, 2006.

RIDAO, P.; TIANO, A.; EL-FAKDI, A.; CARRERAS, M.; ZIRILLI, A. On the identification of non-linear models of unmanned underwater vehicles. *Control engineering practice*, Elsevier, v. 12, n. 12, p. 1483–1499, 2004.

ROBERTS, G. N. Trends in marine control systems. *Annual Reviews in Control*, 2008.

ROBERTS, G. N.; SUTTON, R. (Ed.). *Advances in Unmanned Marine Vehicles*. United Kingdom: THE IEE, 2006.

SATOA, T.; LIUA, K.-Z. LMI solution to general image suboptimal control problems. *Systems & Control Letters*, v. 36-4, p. 295–305, 1999.

SAYYAADI, H.; URA, T. Multi input-multi output system identification of auv systems by neural network. In: *OCEANS '99 MTS/IEEE. Riding the Crest into the 21st Century*. [S.l.: s.n.], 1999. v. 1, p. 201–208 vol.1.

SBRAGIO, R. *Projeto do Propulsor do Modelo-Livre - S3201-2450-RG-01*. Brasil, 1995. Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo, São Paulo, 1995.

SILVESTRE, C.; PASCOAL, A. Control of an auv in the vertical and horizontal planes: system design and tests. In: *Transactions of the Institute of Measurement and Control*. [S.l.: s.n.], 1997. p. 126–138.

SILVESTRE, C.; PASCOAL, A. Depth control of the infante auv using. gain-scheduled reduced-order output feedback. In: CAMS. *Proc. of 16th IFAC World Congress*. Prague, Czech Republic, 2005.

SILVESTRE, C.; PASCOAL, A. Depth control of the infante auv using. gain-scheduled reduced-order output feedback. *Control Engineering Practice*, v. 15(7), p. 883, 2007.

SIMON, D. *Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches*. [S.l.]: Wiley-Blackwell, 2006.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. Second. West Sussex PO19 1UD, England: John Whiley & Sons, 2005.

SLOTINE, J.; LI, W. et al. *Applied nonlinear control*. [S.l.]: Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.

SMITH, C. *Action seletion and vertical plane dynamic control for survey-class autonomous underwater vehicles*. Dissertação (Mestrado) — MIT, 1994.

SNAME. *Nomenclature for Treating the Motion of a Submerged Body Through a Fluid*. [S.l.], 1950.

SOFRONY, J.; TURNER, M.; POSTLETHWAITE, I. Anti-windup synthesis for systems with rate-limits using riccati equations. *International Journal of Control*, Taylor & Francis, v. 83, n. 2, p. 233–245, 2010.

STRANG, G. *Linear Algebra and its Aplications*. N. York: Academic Press, 1988.

SUN, Z.; YANG, Z. Study of nonlinear parameter identification using ukf and maximum likelihood method. In: *Control Applications (CCA), 2010 IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 671–676. ISSN 1085-1992.

TRIANTAFYLLOU, M. S.; HOVER, F. S. *Maneuvering and Control of Marine Vehicles*. Cambridge, Massachusetts, USA: The M.I.T. PRESS, 2003.

UTKIN, V. I. *Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems*. 1st. ed. [S.l.]: MIR Publishers, 1978.

VALAVANIS, K. P.; GRACANIN, D.; MATIJASEVIC, M.; KOLLURU, R.; DEMETRIOU, G. Control architectures for autonomous underwater vehicles. *Control Systems Magazine, IEEE*, v. 17, p. 48–64, 1997.

van der Schaft, A. *L2-gain and passivity techniques in nonlinear control*. [S.l.]: Springer Verlag, 2000. ISBN 1852330732.

VIDYASAGAR, M. *Nonlinear systems analysis*. [S.l.]: Society for Industrial Mathematics, 2002.

WHICKER, L. F.; FEHLNER, L. F. *Free-stream characteristics of a family of low-aspect-ratio, all-movable control surfaces for application to ship design*. [S.l.], 1958.

YUN, X.; BACHMANN, E.; MCGHEE, R.; WHALEN, R.; ROBERTS, R.; KNAPP, R.; HEALEY, A.; ZYDA, M. Testing and evaluation of an integrated gps/ins system for small auv navigation. *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*, IEEE, v. 24, n. 3, p. 396–404, 1999.

ZAKARTCHOUK JUNIOR, A. *Projeto de um observador passivo não-linear e de um controlador backstepping para navios de superfície*. 93 p. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Escola Politécnica/USP, São Paulo, 2010.

ZAMES, G. Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, wieghted seminorms, and approximate inverses. In: *Proceedings 17th Allerton Conference, pages 744-752*. [S.l.: s.n.], 1979. p. 744–752.

ZHOU, K. *Essential of Robust Control*. `www.ee.lsu.edu/kemin/Courses.htm`: Slides, Lecture Notes of Advanced Control Systems, EE 7510, 2000.

ZHOU, K.; DOYLE, J. C.; GLOVER, K. *Robust and Optimal Control*. [S.l.]: Prentice-Hall, 1995.

APÊNDICE A – Hidrodinâmica do VSA

A.1 Coeficientes Hidrodinâmicos do Veículo

A seguir apresentam-se os coeficientes hidrodinâmicos do veículo que correspondem aos cálculos expostos no Capítulo 2.

Tabela A.1: Parâmetros do veículo submersível autônomo

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
X_{uu}	$-2.61e+00$	kg/m	Arrasto cruzado
$X_{\dot{u}}$	$-1.84e+00$	kg	Massa adicionada
X_{wq}	$-8.35e+01$	kg/rad	Massa adicionada cruzada
X_{qq}	$-5.76e+00$	kgm/rad	Massa adicionada cruzada
X_{vr}	$+8.35e+01$	kg/rad	Massa adicionada cruzada
X_{rr}	$-5.76e+00$	kgm/rad	Massa adicionada cruzada
Y_{vv}	$-2.21e+02$	kg/m	Arrasto cruzado
Y_{rr}	$-2.34e+00$	kgm/rad^2	Arrasto cruzado
Y_{uv}	$-8.36e+01$	kg/m	Força de sustentação (corpo e leme)
$Y_{\dot{v}}$	$-8.35e+01$	kg	Massa adicionada
$Y_{\dot{r}}$	$+5.76e+00$	kgm/rad	Massa adicionada
Y_{ur}	$+2.21e+01$	kg/rad	Massa adicionada cruzada e sustentação de leme
Y_{wp}	$+8.35e+01$	kg/rad	Massa adicionada cruzada
Y_{pq}	$+5.76e+00$	kgm/rad	Massa adicionada cruzada
$Y_{uu\delta_r}$	$+4.75e+01$	$kg/(mrad)$	Força de sustentação do leme
Z_{ww}	$-2.21e+02$	kg/m	Arrasto cruzado
Z_{qq}	$+2.34e+00$	kgm/rad^2	Arrasto cruzado
Z_{uw}	$-8.36e+01$	kg/m	Força de sustentação (corpo e leme)
$Z_{\dot{w}}$	$-8.35e+01$	kg	Massa adicionada
$Z_{\dot{q}}$	$-5.76e+00$	kgm/rad	Massa adicionada
Z_{uq}	$-2.21e+01$	kg/rad	Massa adicionada cruzada e sustentação do leme
Z_{vp}	$-8.35e+01$	kg/rad	Massa adicionada cruzada
Z_{rp}	$+5.76e+00$	kg/rad	Massa adicionada cruzada
$Z_{uu\delta_s}$	$-4.75e+01$	$kg/(mrad)$	Força de sustentação do leme
K_{pp}	$+0.00e+00$	kgm^2/rad^2	Resistência de balanço
$K_{\dot{p}}$	$-3.47e-01$	kgm^2/rad	Massa adicionada
M_{ww}	$+1.73e+00$	kg	Arrasto cruzado
M_{qq}	$-3.02e+01$	kgm^2/rad^2	Arrasto cruzado
M_{uw}	$+4.55e+01$	kg	Sustentação (corpo e leme) e momento Munk
$M_{\dot{w}}$	$-5.76e+00$	kgm	Massa adicionada
$M_{\dot{q}}$	$-1.83e+01$	kgm^2/rad	Massa adicionada
M_{uq}	$-6.26e+00$	kgm/rad	Massa adicionada cruzada e sustentação do leme
M_{vp}	$-5.76e+00$	kgm/rad	Massa adicionada cruzada
M_{rp}	$+1.80e+01$	kgm^2/rad^2	Massa adicionada cruzada
$M_{uu\delta_s}$	$-2.39e+01$	kg/rad	Momento de sustentação do leme
N_{vv}	$-1.73e+00$	kg	Arrasto cruzado
N_{rr}	$-3.02e+01$	kgm^2/rad^2	Arrasto cruzado
N_{uv}	$-4.55e+01$	kg	Sustentação (corpo e leme) e momento Munk
$N_{\dot{v}}$	$+5.76e+00$	kgm	Massa adicionada
$N_{\dot{r}}$	$-1.83e+01$	kgm^2/rad	Massa adicionada
N_{ur}	$-6.26e+00$	kgm/rad	Massa adicionada cruzada e sustentação do leme
N_{wp}	$-5.76e+00$	kgm/rad	Massa adicionada cruzada
N_{pq}	$-1.80e+01$	kgm^2/rad^2	Massa adicionada cruzada
$N_{uu\delta_r}$	$-2.39e+01$	kg/rad	Momento de sustentação do leme

Tabela A.2: Relação entre os parâmetros dimensionais e os não dimensionais do veículo

$X_{\delta_r\delta_r} = \frac{\rho}{2} l^2 X'_{\delta_r\delta_r}$	$X_{\delta_s\delta_s} = \frac{\rho}{2} l^2 X'_{\delta_s\delta_s}$	$X_{qq} = \frac{\rho}{2} l^4 X'_{qq}$
$X_{rr} = \frac{\rho}{2} l^4 X'_{rr}$	$X_{u\|u\|} = \frac{\rho}{2} l^2 X'_{u\|u\|}$	$X_{\dot{u}} = \frac{\rho}{2} l^3 X'_{\dot{u}}$
$X'_{vr} = \frac{\rho}{2} l^3$	$X'_{wq} = \frac{\rho}{2} l^3$	
$Y_{\delta_r} = \frac{\rho}{2} l^2 Y'_{\delta_r}$	$Y_p = \frac{\rho}{2} l^3 Y'_p$	$Y_{\dot{p}} = \frac{\rho}{2} l^4 Y'_{\dot{p}}$
$Y_{p\|p\|} = \frac{\rho}{2} l^4 Y'_{p\|p\|}$	$Y_{pq} = \frac{\rho}{2} l^4 Y'_{pq}$	$Y_r = \frac{\rho}{2} l^3 Y'_r$
$Y_{\dot{r}} = \frac{\rho}{2} l^4 Y'_{\dot{r}}$	$Y_v = \frac{\rho}{2} l^2 Y'_v$	$Y_{\dot{v}} = \frac{\rho}{2} l^3 Y'_{\dot{v}}$
$Y_{v\|v\|} = \frac{\rho}{2} l^2 Y'_{v\|v\|}$	$Y_{wp} = \frac{\rho}{2} l^3 Y'_{wp}$	
$Z_{\delta_s} = \frac{\rho}{2} l^2 Z'_{\delta_s}$	$Z_q = \frac{\rho}{2} l^3 Z'_q$	$Z_{\dot{q}} = \frac{\rho}{2} l^4 Z'_{\dot{q}}$
$Z_{vp} = \frac{\rho}{2} l^3 Z'_{vp}$	$Z_w = \frac{\rho}{2} l^2 Z'_w$	$Z_{\dot{w}} = \frac{\rho}{2} l^2 Z'_{\dot{w}}$
$K_{\delta_r} = \frac{\rho}{2} l^3 K'_{\delta_r}$	$K_p = \frac{\rho}{2} l^4 K'_p$	$K_{\dot{p}} = \frac{\rho}{2} l^5 K'_{\dot{p}}$
$K_{qr} = \frac{\rho}{2} l^5 K'_{qr}$	$K_r = \frac{\rho}{2} l^4 K'_r$	$K_{\dot{r}} = \frac{\rho}{2} l^5 K'_{\dot{r}}$
$K_v = \frac{\rho}{2} l^3 K'_v$	$K_{\dot{v}} = \frac{\rho}{2} l^4 K'_{\dot{v}}$	$K_{wp} = \frac{\rho}{2} l^4 K'_{wp}$
$M_* = \frac{\rho}{2} l^3 M'_*$	$M_{\delta_s} = \frac{\rho}{2} l^3 M'_{\delta_s}$	$M_q = \frac{\rho}{2} l^4 M'_q$
$M_{\dot{q}} = \frac{\rho}{2} l^5 M'_{\dot{q}}$	$M_{rp} = \frac{\rho}{2} l^5 M'_{rp}$	$M_w = \frac{\rho}{2} l^3 M'_w$
$M_{\dot{w}} = \frac{\rho}{2} l^4 M'_{\dot{w}}$	$M_{w\|w\|} = \frac{\rho}{2} l^3 M'_{w\|w}$	
$N_{\delta_r} = \frac{\rho}{2} l^3 N'_{\delta_r}$	$N_p = \frac{\rho}{2} l^4 N'_p$	$N_{\dot{p}} = \frac{\rho}{2} l^5 N'_{\dot{p}}$
$N_{pq} = \frac{\rho}{2} l^5 N'_{pq}$	$N_r = \frac{\rho}{2} l^4 N'_r$	$N_{\dot{r}} = \frac{\rho}{2} l^5 N'_{\dot{r}}$
$N_v = \frac{\rho}{2} l^3 N'_v$	$N_{\dot{v}} = \frac{\rho}{2} l^4 N'_{\dot{v}}$	$N_{v\|v\|} = \frac{\rho}{2} l^3 N'_{v\|v\|}$

Tabela A.3: Parâmetros adimensionais do veículo submersível autônomo

Parâmetros	Valor	Unidade	Descrição
X'_{uu}	$-1.67e-03$	$------$	Arrasto cruzado
$X'_{\dot{u}}$	$-6.77e-04$	$------$	Massa adicionada
X'_{wq}	$-3.07e-02$	$------$	Massa adicionada cruzada
X'_{qq}	$-1.22e-03$	$------$	Massa adicionada cruzada
X'_{vr}	$+3.07e-02$	$------$	Massa adicionada cruzada
X'_{rr}	$-1.22e-03$	$------$	Massa adicionada cruzada
Y'_{vv}	$-1.42e-01$	$------$	Arrasto cruzado
Y'_{rr}	$-4.93e-04$	$------$	Arrasto cruzado
Y'_{uv}	$-5.35e-02$	$------$	Força de sustentação (corpo e leme)
$Y'_{\dot{v}}$	$-3.07e-02$	$------$	Massa adicionada
$Y'_{\dot{r}}$	$+1.22e-03$	$------$	Massa adicionada
Y'_{ur}	$+8.10e-03$	$------$	Massa adicionada cruzada e sustentação do leme
Y'_{wp}	$+3.07e-02$	$------$	Massa adicionada cruzada
Y'_{pq}	$+1.22e-03$	$------$	Massa adicionada cruzada
$Y'_{uu\delta_r}$	$+3.04e-02$	$------$	Força de sustentação do leme
Z'_{ww}	$-1.42e-01$	$------$	Arrasto cruzado
Z'_{qq}	$+4.93e-04$	$------$	Arrasto cruzado
Z'_{uw}	$-5.35e-02$	$------$	Força de sustentação (corpo e leme)
$Z'_{\dot{w}}$	$-5.34e-02$	$------$	Massa adicionada
$Z'_{\dot{q}}$	$-1.22e-03$	$------$	Massa adicionada
Z'_{uq}	$-8.10e-03$	$------$	Massa adicionada cruzada e sustentação do leme
Z'_{vp}	$-3.07e-02$	$------$	Massa adicionada cruzada
Z'_{rp}	$+1.22e-03$	$------$	Massa adicionada cruzada
$Z'_{uu\delta_s}$	$-3.04e-02$	$------$	Força de sustentação do leme
K'_{pp}	$+0.00e+00$	$------$	Resistência de balanço
$K'_{\dot{p}}$	$-4.21e-05$	$------$	Massa adicionada
M'_{ww}	$+6.37e-04$	$------$	Arrasto cruzado
M'_{qq}	$-3.66e-03$	$------$	Arrasto cruzado
M'_{uw}	$+1.67e-02$	$------$	sustentação (corpo e leme) e momento Munk
$M'_{\dot{w}}$	$-1.22e-03$	$------$	Massa adicionada
$M'_{\dot{q}}$	$-2.22e-03$	$------$	Massa adicionada
M'_{uq}	$-1.32e-03$	$------$	Massa adicionada cruzada e sustentação do leme
M'_{vp}	$-1.22e-03$	$------$	Massa adicionada cruzada
M'_{rp}	$+2.18e-03$	$------$	Massa adicionada cruzada
$M'_{uu\delta_s}$	$-8.78e-03$	$------$	Momento de sustentação do leme
N'_{vv}	$-6.37e-04$	$------$	Arrasto cruzado
N'_{rr}	$-3.66e-03$	$------$	Arrasto cruzado
N'_{uv}	$-1.67e-02$	$------$	Sustentação (corpo e leme) e momento Munk
$N'_{\dot{v}}$	$+1.22e-03$	$------$	Massa adicionada
$N'_{\dot{r}}$	$-2.22e-03$	$------$	Massa adicionada
N'_{ur}	$-1.32e-03$	$------$	Massa adicionada cruzada e sustentação do leme
N'_{wp}	$-1.22e-03$	$------$	Massa adicionada cruzada
N'_{pq}	$-2.18e-03$	$------$	Massa adicionada cruzada
$N'_{uu\delta_r}$	$-8.78e-03$	$------$	Momento de sustentação do leme

Tabela A.4: Coeficientes principais do veículo

Parâmetro	Valor	Unidade	Descrição
l	$+1.74e+00$	m	Comprimento total do veículo
a	$+2.17e-01$	m	Comprimento da proa
b	$+1.25e+00$	m	Comprimento da parte cilíndrica
c	$+3.37e-01$	m	Comprimento da popa
d	$+2.34e-01$	m	Diâmetro do casco
rho	$+1.03e+03$	kg/m^3	Densidade da agua
a_{off}	$+0.00e+00$	m	Comprimento do *Offset* na proa
θ_m	$+2.50e+01$	$^\circ$	Ângulo de *Myring*
l_f	$+1.46e+00$	m	Comprimento do corpo frontal
a_{flap}	$+2.77e-01$	m	Altura do leme com respeito o eixo central do casco
A_f	$+4.30e-02$	m^2	Área frontal do veículo
Ap	$+4.08e-01$	m^2	Área plana do veículo (ld)
α	$+3.58e-02$	$---$	Coeficiente de massas adicionadas (Blevins, pg 407)
dc	$+8.80e-01$	m	Distância da proa ao referencial móvel
dx_b	$+8.80e-01$	m	Distância da proa ao centro de carena
dx_g	$+8.70e-01$	m	Distância da proa ao referencial móvel
x_t	$-8.62e-01$	m	Locação traseira da popa
x_{t2}	$-5.83e-01$	m	Locação frontal da popa
x_f	$-5.83e-01$	m	Locação traseira do leme
x_{f2}	$-4.93e-01$	m	Locação frontal do leme
x_b	$+6.63e-01$	m	Locação traseira da proa
x_{b2}	$+8.80e-01$	m	Locação frontal da proa
S_{flap}	$+1.20e-02$	m^2	Área de um leme
x_{flap}	$-5.03e-01$	m	Locação do leme respeito o Centro de Carena
x_{hlift}	$-3.39e-01$	m	Locação do ponto de pressão da força de sustentação
$bflap$	$+1.60e-01$	m	Largura do leme ou fólio
AR	$+2.13e+00$	$---$	Razão de aspecto para um fólio
ARe	$+4.27e+00$	$---$	Razão de aspecto para um par de fólios
c_{ss}	$+3.40e-03$	$---$	Coeficiente de *Schoenherr's* para o arrasto
C_{dc}	$+1.10e+00$	$---$	Coeficiente de arrasto para um corpo cilíndrico (Hoerner)
tr	$+6.67e-01$	$---$	Relação entre as larguras do leme (*Whicker-Felner*)
C_{df}	$+5.67e-01$	$---$	Coeficiente de arrasto cruzado (fórmula *Whicker-Felner*)

APÊNDICE B – Script em Matlab

Neste apêndice apresentam-se algumas funções contendo algoritmos desenvolvidos sobre identificação e controle do VSA.

B.1 Identificação

```
function [xArray, xhArray, P5Array, P6Array,t, m, xg]=parameter18()
% function paramter18 does acompplish the EKF for identification of
% Yuv and Yur, AUV hydrodynamic parameters. These algorithms avoid the '
    drifting
% phenomenons'
% Author: CUTIPA–LUQUE, J. C.
% Date: February 15th, 2009
clear all
close all
% start global variables    ... will end at line 54
global u m ix iy iz xg l d ro r2 r3 r4 r5 yvdot yrdot yvv ydelr ...
  nvdot nrdot nuv nvv ndelr a1 a2 a3 a4 m1 m2 m3 m4 mhun

% AUV principal characteristics
        u=0.7;       % cruise speed
  ro=1.03e+3; % [m^3/]water density
  l=1.7425; % [m] length
  d=0.234;  % [m] diameter
  xflap =-0.5230;

r2=(1/2)*ro*l^(2); r3=(1/2)*ro*l^(3); r4=(1/2)*ro*l^(4); r5=(1/2)*ro*l^(5);

% The m, iz, and xg should be adimensionilized bacause it is required
% for parameter transformations
  m=66;      % [kg] mass of the vehicle
  m=m/r3;    % normalized mass of the vehicle
  iz=10.2;   % inertia moments about the z axis
```

```
  iz=iz/r5; % normalized inertia moment about the z axis
  xg=0.08560;  % x coordinate of gravity center
  xg=xg/l;  %

% Hydrodynamic coefficients (known coeff.)

yvdot = -8.35e+01/r3 ;
yrdot = +7.43e+00/r4 ;
nvdot = +7.43e+00/r4 ;
nrdot = -1.86e+01/r5;

yuv=-8.36e+01/r2; % damping coeff. (lift, cross added mass)
yur=+2.30e+01/r3;
nuv=-4.38e+01/r3+1.3*4.39e+01/r3; % munk moment plus lift (body and flap) *
    % nuv=nuva+nuvl+nuvf; % plus with added cross mass term
nur=-5.56e+00/r4;

yvv=-2.21e+02/r2; % drag coeff.
nvv = +2.63e+00/r3; %nvv=-3.02e+01/r3;

ydelr=+4.75e+01/r2; % flap coeff.
ndelr=-2.48e+01/r3;

mhuy=(yur-m)/yuv;   % variable transformation technique
mhun=(nur-m*xg)/nuv;

%
m1=(m-yvdot)*r3;
m2=(m*xg-yrdot)*r4;
m3=(m*xg-nvdot)*r4;
m4=(iz-nrdot)*r5;
%
a1=m4/(m1*m4-m2*m3);
a2=-m2/(m1*m4-m2*m3);
a3=-m3/(m1*m4-m2*m3);
a4=m1/(m1*m4-m2*m3);
% end global variables

%
%ui=-10*pi/180; % rudder angle
cte=20*(pi/180);
apsimax=cte; % yaw maximum angle
ui=-cte;  % initial rudder control action
```

```
tf = 40; % simulation length
dt = 0.1; % simulation step size


q1 = abs(0.01*yuv); % artificial noise used for parameter estimation
q2 = abs(0.01*mhuy);
Q=0.01*diag([1e-2,1e-2,1e-2,1e-2,q1^2,q2^2]);
R=diag([(0.1)^2,(1*pi/180)^2,(0.1)^2,(1*pi/180)^2]);% covariance of
    measurement noise
%   sqrt(R)=[   0.1m/s      1Â°/s        0.1m       1Â°      ]
%            [   v(m/s)   r(rad/s)      y(m)     psi(Â°)   ]
P=40*diag([0.0001,0.0001,0.0001,0.0001,40*(abs(0.1*yuv))^2,(abs(0.1*mhuy))
    ^2]);

H=[eye(4) zeros(4,2)];
x=[0.00001;0.00001;0.00001;0.00001;yuv;mhuy] % real initial state
% initial guess
%yuv_o=1.2*yuv;
%yur_o=1.2*yur;
%mhuy_o=(yr_o-m)/yuv_o;
factor1=1.35;
factor2=1.35;
chut_yuv=factor1*yuv;
chut_yur=factor2*yur;
chut_mhuy=(chut_yur-m)/(chut_yuv);
xh=[0.00001;0.00001;0.00001;0.00001;chut_yuv;chut_mhuy]% estimate initial
    state
xArray = x;
xhArray = xh;
P5Array = P(5,5);
P6Array = P(6,6);

for t=dt:dt:tf+dt
% zig-zag maneuvering for rudder delta_r
    if x(4)>apsimax;
   ui=cte;
    elseif x(4)<-apsimax;
   ui=-cte;
    else
   ui=ui;
    end
  % start RK 4th order
     g1=dt*juba_swayyaw_aug18(x,ui);
```

```
    g2=dt*juba_swayyaw_aug18(x+0.5.*g1,ui);
    g3=dt*juba_swayyaw_aug18(x+0.5.*g2,ui);
    g4=dt*juba_swayyaw_aug18(x+0.5.*g3,ui);
    x=x+(1/6).*(g1+2.*g2+2.*g3+g4);
  % ended RK 4th order
  z = H*x + sqrt(R)*[randn;randn;randn;randn];
% simulate the filter
  Phi     = jacobiano_parameter18(xh);

    L=eye(6);
 % Pdot=Phi*P+P*Phi'+ L * Q * L'- P * H' * inv(R) * H * P; % in ricatti eq.
  % start RK 4th order
    h1=dt.*pepito(P,Phi,L,Q,H,R);
    h2=dt.*pepito(P+0.5.*h1,Phi,L,Q,H,R);
    h3=dt.*pepito(P+0.5.*h2,Phi,L,Q,H,R);
    h4=dt.*pepito(P+0.5.*h3,Phi,L,Q,H,R);
    P=P+(1/6).*(h1+2.*h2+2.*h3+h4);
  % ended RK 4th order

   if abs(P(5,5))==inf;
   sprintf('warning: The value of P(5,5) is %d at %d seconds',P(5,5), t)
   pause
   end
   if isnan(P(5,5))==1;
   sprintf('warning: The value of P(5,5) = NaN , ....roundoff error or
      truncation error  at %d seconds', t)
   pause
   end
  K = P*H'*inv(H*P*H'+R);
  % start RK 4th order
    gg1=dt*juba_swayyaw_aug18(xh,ui);
    gg2=dt*juba_swayyaw_aug18(xh+0.5.*gg1,ui);
    gg3=dt*juba_swayyaw_aug18(xh+0.5.*gg2,ui);
    gg4=dt*juba_swayyaw_aug18(xh+0.5.*gg3,ui);
    xh=xh+(1/6).*(gg1+2.*gg2+2.*gg3+gg4);
  % ended RK 4th order
  xh=xh + K*(z - H*xh); % updating the estimate x
  P=P-K*H*P;% updating P

        % principal results of the identification procedure
        xArray = [xArray x];
        xhArray = [xhArray xh];
        P5Array = [P5Array P(5,5)];
```

```
        P6Array = [P6Array P(6,6)];
end
```

B.2 Controle

```
% controlSY.m is a script to sinthetize a controller in sway and yaw for
    the AUV
% The data are storaged using linearization.m file
% load matrices A B C and D
load /home/salim/work/modelling_basics/PRJB/PRJB_Horizontal/linmod_sy01.mat


ap=A;
ap=[ap(:,1:2)];        % reduce states with no dynamics efects
ap=[ap(1:2,:)];
bp=B;
bp=[bp(1:2,:)];        % reduce states with no dynamics efects
cp=C;
cp=[cp(:,1:2)];        % reduce states with no dynamics efects
%cp=[cp(1:1,:)]; % output v
cp=[cp(2:2,:)]; % output r
dp=D;
dp=[dp(1:1,:)];        % reduce states with no dynamics efects

% Controlability
%
cm = ctrb(ap,bp);  % Controlability matrix
rcm= rank(cm)      % Rank of the matrix

% Observability
%
om = obsv(ap,cp);  % Observability matrix
rom = rank(om)     % Rank of the matrix
%

sys = zpk(ss(ap,bp,cp,dp))     % Zeros, Poles, and Gains fron u_i to x_j
z = tzero(ss(ap,bp,cp,dp))     % Transmission zeros of Gp(s) in open loop

% Minimum Phase System: no zeros in RHP, or no time delays
pma = pole(ss(ap,bp,cp,dp))    % poles of Gp(s) in open loop
% zdir1 = null([z(1)*eye(8)- ap  -bp; cp dp]) % Transmission zero direction
% zdir2 = null([z(2)*eye(8)- ap  -bp; cp dp]) % Transmission zero direction
```

```
pause
%
[auvec,auval] = eig(ap)          % eigenvectors and eigenvalues

%                    DC Analysis of the AUV plant
%
dc =  cp*inv(-ap)*bp
[udc,sdc,vdc] = svd(dc)

% Scaling neglected for SISO
%
%                        --- H-infinity Controller ---
%
% wt wc ws: wighting functions
% g       : model of the AUV
%
%
g=pck(ap,bp,cp,dp);
[ws,wc,wt]=weightSY();
%
systemnames = 'g wt wc ws';
inputvar='[ref(1);ucontrol(1)]';
outputvar='[ws;wc;wt;ref-g]';
input_to_g='[ucontrol]';
input_to_wt='[g]';
input_to_wc='[ucontrol]';
input_to_ws='[ref-g]';
sysoutname='pext';              % extended plant
cleanupsysic='yes';
sysic;
%
nmeas=1;          % number of measures outputs
ncon=1;           % number of control inputs
gmin=0.001;
gmax=1000;
tol=0.001;
[k,tzw,gsubopt]=hinfsyn(pext,nmeas,ncon,gmin,gmax,tol);
sysh=mmult(g,k);
[al,bl,cl,dl]=unpck(sysh);
[ak1,bk1,ck1,dk1]=unpck(k);
```

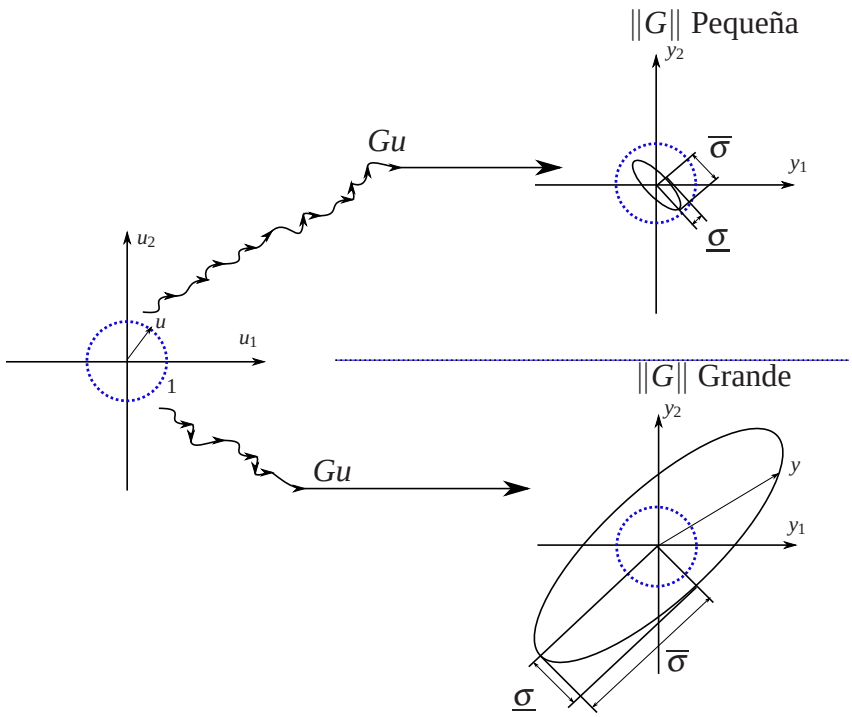


Figura C.1: Matriz Pequena e Grande, valores singulares

APÊNDICE C – Ferramentas Matemáticas

C.1 Valores Singulares

A norma-2 ou *euclidiana* do vetor $u \in \mathbb{C}^m$ é dada por:

$$\|u\|_2 = \sqrt{u^H u}. \tag{C.1}$$

Define-se para o mesmo sistema a norma *espectral* da matriz $G \in \mathbb{R}^{n \times m}$, ou norma induzida pela norma euclidiana por:

$$\|G\|_{2,i} \triangleq \sup_{\|u\|_2=1} \|Gu\|_2 \tag{C.2}$$

Esta definição representa uma generalização do conceito de ganho para sistemas multivariáveis que graficamente pode ser visualizado na figura C.1.

Do quociente de *Raylegh* (STRANG, 1988) resulta a seguinte definição para o máximo valor singular de uma matriz:

$$\|G\|_{2,i} = \sqrt{\lambda_M(G^H G)} = \overline{\sigma} \tag{C.3}$$

onde λ_M representa o máximo autovalor do argumento, e $\overline{\sigma}$ é o máximo valor singular de G. De imediato, a expressão (C.3) sugere as seguintes definições:

$$\sigma_i(G) = \sqrt{\lambda_i(G^H G)} \tag{C.4}$$

onde σ_i são os valores singulares de uma matriz em ordem decrescente:

$$\overline{\sigma} = \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \ldots \geq \sigma_p = \underline{\sigma}. \tag{C.5}$$

O número de valores singulares será determinado por $p = min\{m,n\}$, $\overline{\sigma}$ e $\underline{\sigma}$ representam os valores singulares máximo e mínimo, respectivamente.

C.2 Norma $\mathscr{H}_2$ e $\mathscr{H}_\infty$

Considere-se a representação de um sistema $G(s)$ contínuo por (estável), de dimensão $n \times m$, estritamente próprio, real e racional.
Então, a norma-$\mathscr{H}_2$ de $G(s)$ é definida por:

$$\|G\|_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \operatorname{tr} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [G^*(j\omega)G(j\omega)] \right\} \right)^{1/2} \tag{C.6}$$

A norma-$\mathscr{H}_\infty$ para $G(s)$ é definida por:

$$\|G\|_\infty := \sup_{Re(s)>0} \overline{\sigma}[G(s)] = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \overline{\sigma}[G(j\omega)] \tag{C.7}$$

C.3 Funções de sensibilidade

O método de sensibilidade mista faz uso de funções de sensibilidades definidas para o sistema realimentado apresentado na figura C.2. K é o controlador da planta G, u é o sinal de controle, $y_m = y + n$ é o sinal medido corrompido pelo ruído n, e d é o sinal de distúrbio de saída. Pode-se expressar então a relação:

$$u = K(y + n - r) \tag{C.8}$$

e o sinal do erro por:

$$y = Gu + d \tag{C.9}$$

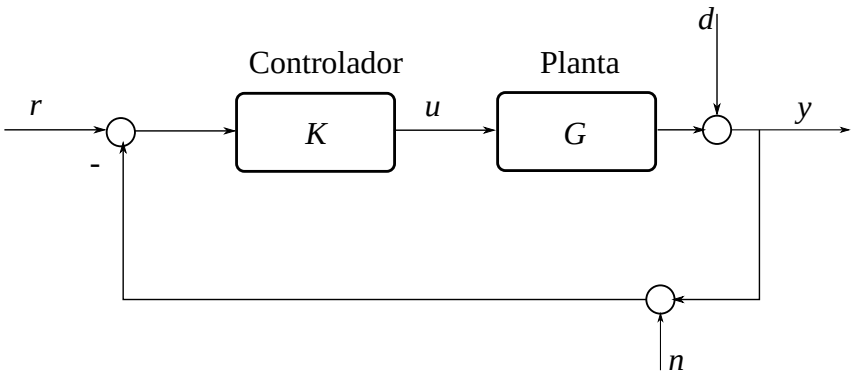


Figura C.2: Sistema realimentado

Resolvendo as duas equivalências acima, pode-se obter:

$$y = \underbrace{(I+GK)^{-1}GK}_{T}\,r + \underbrace{(I+GK)^{-1}}_{S}\,d + \underbrace{(I+GK)^{-1}GK}_{T}\,n \tag{C.10}$$

de onde definem-se: função de sensibilidade $S = (I+GK)^{-1}$ e função de sensibilidade complementar $T = (I+GK)^{-1}GK$. S e T são funções de transferência entre os sinais de entrada (r, d e n) e o sinal de saída y do sistema realimentado de forma que a a relação $S+T = I$ é garantida.

Nota: a razão do nome 'sensibilidade' não vem do explicado acima. Bode usou inicialmente S para representar a sensibilidade relativa da função de transferência T relativo a erros da planta G (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2005). Em particular, para o caso escalar (SISO), pode-se obter por diferenciação simples a relação:

$$\frac{dT/T}{dG/G} = S \tag{C.11}$$

APÊNDICE D – Dados do projeto do controlador

D.1 Planta $G(s)$

Dois controladores centrais foram projetados. A síntese do controlador central guinada-profundidade é feita a partir das seguintes matrizes de estado:

$$A = \begin{bmatrix} -9.07e-01 & +1.75e-03 & +2.10e-06 & -2.36e-01 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 \\ -1.20e-03 & -6.22e-01 & +1.62e-01 & +1.44e-06 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 \\ -1.14e-04 & -8.38e-01 & -2.62e-01 & +1.70e-03 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 \\ +7.79e-01 & -1.39e-09 & -1.70e-03 & -2.78e-01 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 \\ +1.75e-03 & +1.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & -1.00e+00 & +0.00e+00 \\ +0.00e+00 & +0.00e+00 & +1.00e+00 & -1.75e-03 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 \\ +0.00e+00 & +0.00e+00 & +1.75e-03 & +1.00e+00 & +0.00e+00 & +3.05e-06 & +0.00e+00 \end{bmatrix} \tag{D.1}$$

$$B = \begin{bmatrix} +3.15e-01 & +0.00e+00 \\ +0.00e+00 & -2.16e-01 \\ +0.00e+00 & -8.14e-01 \\ -7.93e-01 & +0.00e+00 \\ +0.00e+00 & +0.00e+00 \\ +0.00e+00 & +0.00e+00 \\ +0.00e+00 & +0.00e+00 \end{bmatrix} \tag{D.2}$$

$$C = \begin{bmatrix} +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +1.00e+00 \\ +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +1.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 \end{bmatrix} \tag{D.3}$$

Um segundo controlador central 2GL foi sintetizado a partir das matrizes de estado:

$$A = \begin{bmatrix} -7.43e-01 & +4.37e-03 & +2.00e-02 & +8.97e-05 & -2.43e-01 & +2.50e-01 & +0.00e+00 & +1.62e-02 \\ -6.15e-02 & -9.50e-01 & +1.78e-07 & +7.88e-02 & -9.43e-05 & -2.18e-01 & -2.31e-01 & +0.00e+00 \\ -4.06e-02 & +4.26e-06 & -6.22e-01 & -6.86e-02 & +1.61e-01 & +2.50e-04 & +0.00e+00 & +1.63e-02 \\ -2.86e-01 & -3.65e+00 & +1.22e-07 & -1.82e+00 & -6.33e-03 & +1.49e+00 & -1.98e+01 & +6.11e-08 \\ -4.79e-02 & -1.50e-04 & -8.40e-01 & -4.84e-03 & -2.54e-01 & -8.56e-03 & +0.00e+00 & -5.59e-01 \\ +8.48e-02 & +7.70e-01 & +0.00e+00 & -6.11e-03 & -1.98e-05 & -2.74e-01 & -4.81e-02 & +0.00e+00 \\ +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +1.00e+00 & +3.05e-09 & +1.75e-03 & +3.05e-06 & +1.75e-03 \\ +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +1.00e+00 & -1.75e-06 & -1.75e-03 & +0.00e+00 \end{bmatrix} \tag{D.4}$$

$$B = \begin{bmatrix} +0.00e+00 & +2.36e-02 \\ +3.23e-01 & +0.00e+00 \\ +0.00e+00 & -2.16e-01 \\ +6.37e-01 & +0.00e+00 \\ +0.00e+00 & -8.15e-01 \\ -7.92e-01 & +0.00e+00 \\ +0.00e+00 & +0.00e+00 \\ +0.00e+00 & +0.00e+00 \end{bmatrix} \tag{D.5}$$

$$C = \begin{bmatrix} +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +1.00e+00 & +0.00e+00 \\ +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +1.00e+00 \\ +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +1.75e-06 & +1.00e+00 & +1.75e-03 & +3.05e-06 \\ -1.75e-03 & +1.74e-06 & +1.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +0.00e+00 & +1.00e-01 & -1.00e+00 \end{bmatrix} \tag{D.6}$$

D.2 Geração de código

A seguir apresenta-se o diagrama de blocos para a geração de código de ponto fixo em simulink (Figura D.1). O código é testado e acondicionado usando o compilar GNU-ARM (www.gnuarm.com) na sua versão livre para Linux.

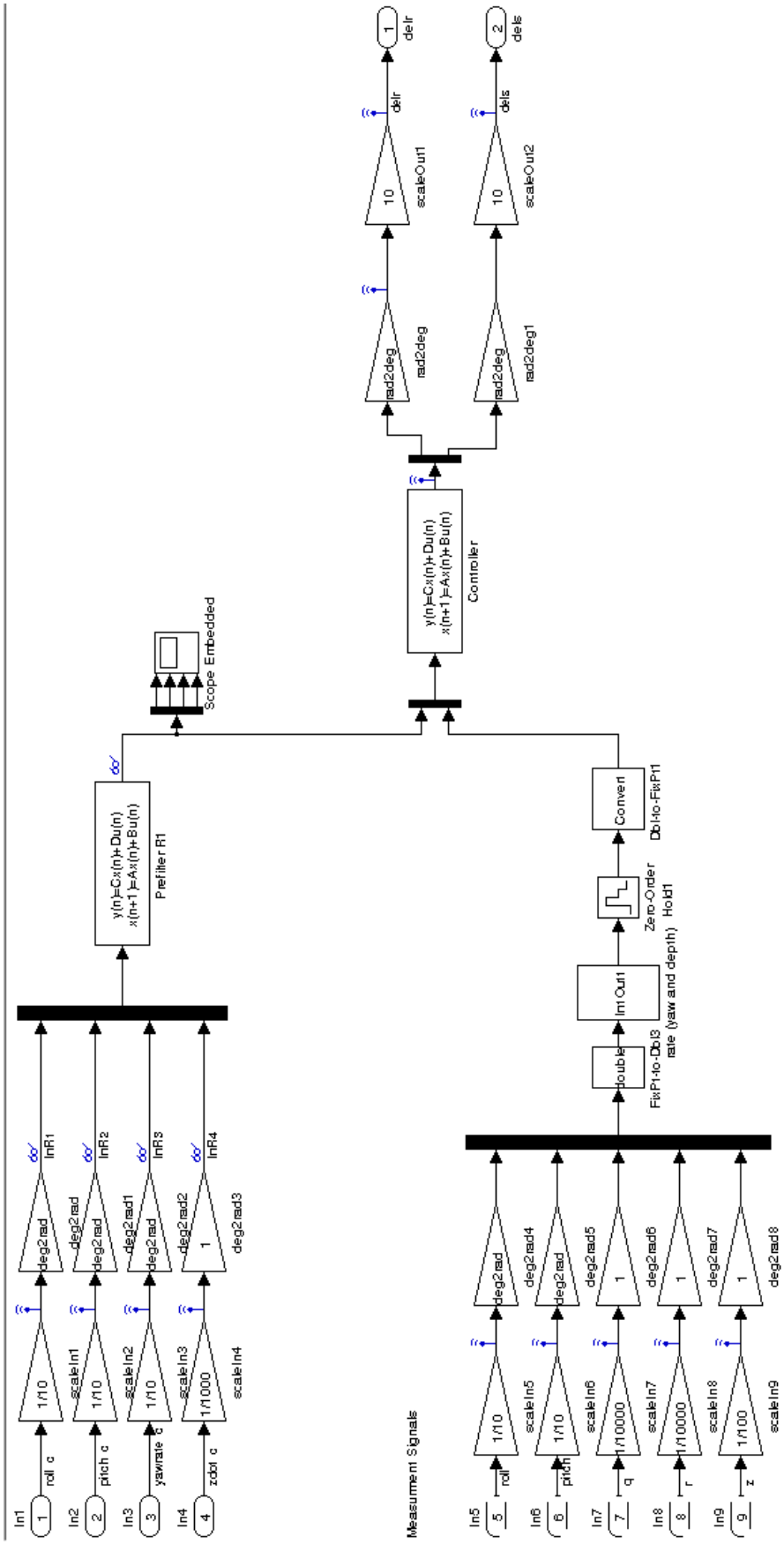


Figura D.1: Diagrama de blocos do controlador central 2GL