FELIPE PEREIRA MARCHESIN

ANÁLISE DE DESEMPENHO
DE VEÍCULOS DO TIPO FORMULA

SÃO PAULO
2012

FELIPE PEREIRA MARCHESIN

ANÁLISE DE DESEMPENHO
DE VEÍCULOS DO TIPO FORMULA

Dissertação apresentada ao
Departamento de Engenharia Mecânica
da Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo para o título de Mestre
em Engenharia Mecânica

Área de concentração: Engenharia de
Controle e Automação Mecânica

ORIENTADOR: Prof. Dr. Roberto
Spinola Barbosa

SÃO PAULO
2012

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de outubro de 2012.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Marchesin, Felipe Pereira

**Análise de desempenho de veículos do tipo Formula / F.P.
Marchesin / F.P. Marchesin. -- ed.rev. -- São Paulo, 2012.
148 p.**

**Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.**

**1.Engenharia automotiva 2.Dinâmica veicular 3.Veículos de
competição I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.
Departamento de Engenharia Mecânica II.t.**

Esse trabalho é dedicado aos meus pais, José e Márcia, ao meu irmão, Daniel, e a minha esposa, Mariana, que foram fundamentais para todas as minhas conquistas.

AGRADECIMENTOS

À Escola Politécnica que, durante o período da minha graduação e pós-graduação, fomentou o meu interesse pela engenharia automotiva e que, com suas equipes de projetos extracurriculares Baja SAE e Formula SAE, permitiu que a minha formação fosse completa.

Ao engenheiro Roger Escusol pelas intermináveis horas gastas com discussões sobre a aplicabilidade dos resultados de rotinas quase-estáticas e pelos dados teóricos e experimentais do veículo utilizado no estudo de caso.

Aos amigos e professores, Leandro Macedo e Omar Moore de Madureira, que sempre me incentivaram nos meus estudos acadêmicos.

Ao meu orientador, Roberto Spinola Barbosa, pela paciência, direcionamento, discussões e revisões. Sempre que eu me aventurei além do escopo inicial do estudo, ele me guiou de volta para que o trabalho pudesse ser concluído.

RESUMO

MARCHESIN, F. M., **Análise de desempenho de veículos do tipo Formula**. 2012. 148f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

O indicador de desempenho de um veículo de competição é o tempo gasto para completar uma volta em um circuito. Para minimizar esse tempo o engenheiro de pista pode modificar diversos parâmetros do veículo. A identificação de qual parâmetro será modificado é feita através da percepção do piloto (análise qualitativa) e pela interpretação dos dados colhidos pelos sensores instalados no veículo (análise quantitativa) durante testes. O presente trabalho apresenta algoritmos para análise de desempenho de veículos de competição do tipo Formula em diferentes manobras (aceleração em linha reta, frenagem e curva) e para simulação de uma volta completa em um circuito fechado. Cada algoritmo possui indicadores diretos e indiretos de desempenho, auxiliando na avaliação do comportamento do veículo. A simulação em circuito fechado é dividida em três partes: (1) obtenção da geometria do circuito de forma indireta, (2) levantamento do envelope de limite de desempenho do veículo e (3) simulação de uma volta no circuito. No cálculo é utilizado um modelo matemático não-linear de veículo com seis graus de liberdade, mais quatro graus de liberdade de rotação para os conjuntos roda/pneu. Para a validação do método, o modelo matemático foi concebido com as propriedades de um veículo de Formula 3 (incluindo dados de ensaio em túnel de vento e de bancada de testes de pneus). Os resultados da simulação foram comparados com informações experimentais medidas no veículo completo, trafegando em pista, validando o modelo. Com esse modelo, os algoritmos de desempenho e indicadores apresentados são utilizados para análise de sensibilidade de um parâmetro da configuração do veículo.

Palavras chave: Engenharia Automotiva, Dinâmica Veicular, Veículos de Competição.

ABSTRACT

MARCHESIN, F. M., **Formula type vehicle performance analysis**. 2012. 148f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

The final race car performance goal is the time spent to complete a full lap in a circuit. In order to minimize this lap time engineers can modify several vehicle parameters (setup change). The choice of which parameter will be modified is done analyzing drivers opinion (qualitative analysis) and vehicle sensors data stored during track testing (quantitative analysis). This work presents a simulation algorithm for Formula type vehicle performance evaluation for different single maneuvers (straight line acceleration, braking and cornering) and lap time simulation. Each algorithm presents its own direct and indirect performance indexes, supporting vehicle behavior evaluation. The lap time simulation algorithm is divided in three parts: (1) indirect race track geometry recreation, (2) vehicle performance envelope and (3) lap time simulation. For this calculation it is used a six degree of freedom non-linear mathematical model for vehicle sprung mass and four rational degree of freedom for the rim/tires set. For algorithm and model validation a Formula 3 vehicle mathematical model was build (including wing tunnel and tire testing data). The simulation results were compared against experimental data from a full lap in a circuit, resulting in a validated mathematical model. With this model, the single maneuver performance algorithm and their indexes were executed for a single vehicle parameter sensibility analysis.

Keywords: Automotive Engineering, Vehicle Dynamics, Competition Vehicle.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Diagrama g-g teórico (Wright, 2001) e dados experimentais de um veículo executando a manobra conforme descrita por Stirling Moss.	10
Figura 2: Envelope de aceleração incluindo a influência da velocidade longitudinal, diagrama g-g-V (Wright, 2001).	10
Figura 3: Envelope do momento de guinada em função da aceleração lateral para diferentes combinações de esterçamento do volante e deriva do veículo (Milliken e Milliken, 1995).	11
Figura 4: Classificação das rotinas de simulação de tempo de volta.	15
Figura 5: Aquisição de dados de um veículo de Formula 1 no circuito de Hockenheim.	17
Figura 6: Graus de liberdade do modelo matemático.	18
Figura 7: Diagrama de bloco explicitando a interface entre o modelo do veículo e os subsistemas de maior complexidade.	22
Figura 8: Subsistemas do veículo.	22
Figura 9: Comportamento mecânico de um pneu do tipo <i>slick</i> . Curvas geradas com dados de um modelo MF-Tyre 5.2.	24
Figura 10: Entradas e saídas do modelo <i>MF-Tyre 5.2</i>	25
Figura 11: Diagrama de velocidade no pneu dianteiro direito explicitando o escorregamento longitudinal e o ângulo de deriva.	25
Figura 12: Curva de torque e potência de um motor de F3 Espanhola - FPT.	27
Figura 13: Diagrama de corpo livre das rodas.	30
Figura 14: Variação dos coeficientes aerodinâmicos com a altura do solo (Katz, 2006).	31
Figura 15: Coeficientes de sustentação negativa em função do ângulo de arfagem (Katz, 1995).	31
Figura 16: Variação do tempo de volta com a eficiência aerodinâmica e o coeficiente de sustentação negativa (Katz, 1995).	32
Figura 17: Variação dos coeficientes aerodinâmicos com a altura dos eixos.	33
Figura 18: Diagrama de corpo livre do mecanismo de suspensão linearizado.	35
Figura 19: Variação do ângulo de cambagem em rolagem.	36
Figura 20: Braço arrastado lateral para anti-mergulho.	38
Figura 21: Braço arrastado lateral para anti-agachamento.	38
Figura 22: Transformação das forças na roda para o sistema de coordenadas do veículo.	40
Figura 23: Esterçamento das rodas dianteiras.	41
Figura 24: Graus de liberdade da massa suspensa.	42
Figura 25: Diagrama de corpo livre da vista superior.	43
Figura 26: Diagrama de corpo livre da vista lateral.	43
Figura 27: Diagrama de corpo livre da vista frontal.	44
Figura 28: Modelagem do circuito.	45
Figura 29: Sinal de aceleração lateral com (em vermelho) e sem filtro (em preto). ..	47
Figura 30: Sinal de velocidade longitudinal com (em vermelho) e sem filtro (em preto).	47

Figura 31: Curvatura do circuito com (em vermelho) e sem filtro (em preto).	48
Figura 32: Circuito reconstruído.	49
Figura 33: Circuito reconstruído com algoritmo para eliminação do erro de fechamento.	50
Figura 34: Aceleração longitudinal máxima em função da velocidade longitudinal ...	52
Figura 35: Comparativo entre a distribuição ideal e a imposta pelo piloto em uma manobra de desaceleração partindo de 250 Km/h até o repouso.	56
Figura 36: Ângulo do volante em teste de velocidade constante (Iso, 1991).	58
Figura 37: Curvatura em função da posição do circuito e os pontos de ápices das curvas.	63
Figura 38: Ponto de início da manobra de frenagem.	64
Figura 39: Limites de velocidade.	64
Figura 40: Circuito de Magny Cours – França (Wikipedia, 2012).	68
Figura 41: Comparativo entre a geometria do circuito calculada e a imagem de satélite do circuito de Magny Cours – França (Google, 2011).	69
Figura 42: Comparativo do envelope de acelerações	70
Figura 43: Comparativo do envelope de aceleração longitudinal em função da velocidade.	71
Figura 44: Comparativo do envelope de aceleração lateral em função da velocidade.	71
Figura 45: Comparativo da Velocidade Longitudinal.	72
Figura 46: Comparativo da posição do pedal do acelerador.	73
Figura 47: Comparativo da aceleração lateral.	74
Figura 48: Comparativo da aceleração longitudinal.	74
Figura 49: Comparativo do deslocamento vertical da massa suspensa.	75
Figura 50: Comparativo do ângulo de arfagem.	75
Figura 51: Comparativo da altura do eixo dianteiro.	76
Figura 52: Comparativo da altura do eixo traseiro.	77
Figura 53: Comparativo do ângulo de rolagem.	77
Figura 54: Comparativo do gradiente de rolagem.	78
Figura 55: Comparativo do ângulo de esterçamento do volante.	78
Figura 56: Comparativo do ângulo de esterçamento em função da aceleração lateral.	79
Figura 57: Retomada de velocidade.	81
Figura 58: Coeficiente de arrasto aerodinâmico em função da velocidade.	82
Figura 59: Distribuição de Cargas Dinâmicas (DCD) em função da velocidade	82
Figura 60: Distribuição de Balanço Aerodinâmico (DBA) e Distribuição de Balanço Mecânico (DBM) em função da velocidade.	83
Figura 61: Tempo gasto na manobra de frenagem.	84
Figura 62: Distância percorrida na manobra de frenagem.	84
Figura 63: Eficiência do balanço de freio em função da velocidade.	85
Figura 64: Coeficiente de arrasto aerodinâmico em função da velocidade.	86
Figura 65: Distribuição de Balanço Aerodinâmico (DBA) e balanço mecânico (DBM) em função da velocidade.	87
Figura 66: Ângulo de esterçamento em função da aceleração lateral.	88
Figura 67: Ângulo de rolagem em função da aceleração lateral.	89
Figura 68: Potência dissipada pelo esterçamento das rodas dianteiras.	90
Figura 69: Comparativo do envelope de aceleração.	91
Figura 70: Ampliação do limite de aceleração lateral do diagrama g-g.	91
Figura 71: Ampliação do limite de aceleração de frenagem do diagrama g-g.	92

Figura 72: Comparativo da velocidade longitudinal.	93
Figura 73: Comparativo da eficiência de balanço de freio (EBF).	94
Figura 74: Comparativo do ângulo de esterçamento.	95
Figura 75: Comparativo da DBM e DBA durante uma volta.	96
Figura 76: Sistemas de coordenadas da massa suspensa, conjunto roda/pneu e do referencial fixo.	108
Figura 77: Centro de gravidade da massa suspensa em relação ao referencial fixo da massa não suspensa	109
Figura 78: Apêndices aerodinâmicos de um veículo de Formula 3.	111
Figura 79: Configurações aerodinâmicas da asa traseira (Dallara, 2008a).	112
Figura 80: Configurações aerodinâmicas de um veículo de Formula 3 (Dallara, 2008a).	112
Figura 81: Curva polar das configurações aerodinâmicas(Dallara, 2008a).	113
Figura 82: Modelo em escala de veículo de Formula em túnel de vento (Dallara, 2008b).	114
Figura 83: Mapas aerodinâmicos (Dallara, 2008b), em sentido horário, começando do canto superior esquerdo, coeficiente de arrasto, coeficiente de sustentação negativa, balanço aerodinâmico e eficiência aerodinâmica.	116
Figura 84: Influência da posição das asas traseiras.	117
Figura 85: Influência da posição do flap dianteiro	117
Figura 86: Visão geral do sistema de aquisição de dados (Aim, 2008).	123
Figura 87: Programa de pós-processamento de dados para veículos de competição	124
Figura 88: Sistemas de coordenadas do modelo de pneu MF-Tyre (Bridgestone, 2008).	125
Figura 89: Parâmetros do <i>MF-Tyre</i> (Pacejka, 2006).	126

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Comparativo do tempo de volta.....	72
Tabela 2: Configurações propostas.....	80
Tabela 3: Comparativo do tempo de retomada.	81
Tabela 4: Comparativo do tempo de frenagem.	85
Tabela 5: Comparativo da distância percorrida.	85
Tabela 6: Comparativo do gradiente de sobesterçamento.	88
Tabela 7: Comparativo do gradiente de rolagem.....	90
Tabela 8: Tempo de volta das configurações propostas no circuito de Magny Cours.	92
Tabela 9: Tabela de dados de medição do túnel de vento.	115
Tabela 10: Tabela com a descrição dos parâmetros medidos e calculados no túnel de vento.	115

LISTA DE SIGLAS

BA – Balanço Aerodinâmico

BF – Balanço de Freio

BM – Balanço Mecânico

DBA – Distribuição de Balanço Aerodinâmico

DBM – Distribuição de Balanço Mecânico

DCD – Distribuição de Cargas Dinâmicas

DCE – Distribuição de Cargas Estáticas

EBF – Eficiência no Balanço de Freio

FIA – Federação Internacional de Automobilismo

LDF – Baixa Sustentação Negativa (*Low Downforce*)

MDF – Média Sustentação Negativa (*Medium Downforce*)

HDF – Alta Sustentação Negativa (*High Downforce*)

STV – Simulação de Tempo de Volta

LISTA DE SÍMBOLOS

A_i	Coeficientes de uma regressão de ordem “i”.
a	Distância do centro de gravidade ao eixo dianteiro
a_{cif}	Comprimento do braço arrastado resultante frontal
a_{cil}	Comprimento do braço arrastado resultante lateral
a_d	Altura do eixo dianteiro
a_t	Altura do eixo traseiro
$a_{x,y,z}$	Aceleração linear
b	Distância do centro de gravidade ao eixo traseiro
$C_{x,z,zd,zl}$	Coeficiente aerodinâmico
e	Eficiência aerodinâmica
F_{ax}	Força de arrasto aerodinâmico
F_{az}	Força de sustentação negativa
F_{rxl}	Força de reação longitudinal do braço equivalente frontal na carroceria
F_{rxl}	Força de reação longitudinal do braço equivalente lateral na carroceria
F_{rzf}	Força de reação vertical do braço equivalente frontal na carroceria
F_{rzl}	Força de reação vertical do braço equivalente lateral na carroceria
$F_{x,y,z}$	Força do pneu no sistema de coordenadas do veículo
$F_{px,py,pz}$	Força do pneu no sistema de coordenadas do pneu
g	Gravidade
h_{cg}	Altura do centro de gravidade
h_{cir}	Altura do centro instantâneo de rotação
h_{cif}	Altura do centro instantâneo frontal
h_{cil}	Altura do centro instantâneo lateral
i_d	Relação do diferencial
i_a	Razão de instalação do amortecedor
i_b	Razão de instalação da barra anti-rolagem

i_e	Relação de direção
i_f	Distribuição de torque de frenagem
i_m	Razão de instalação da mola
i_t	Relação de velocidade de caixa de câmbio
I_t	Momento de inércia da transmissão
I_d	Momento de inércia do diferencial
$I_{xx,yy,zz}$	Momento de inércia principal
k	Escorregamento longitudinal do pneu
K	Gradiente de sobesterçamento
K_s	Rigidez da suspensão
K_m	Rigidez da mola
K_b	Rigidez da barra anti-rolagem
K_p	Rigidez do pneu
K_θ	Rigidez torcional
$K_{\theta b}$	Rigidez torcional da barra anti-rolagem
L	Entre-eixos
L, M, N	Momento resultante nos eixos principais
M_{rr}	Momento de resistência ao rolamento
m	Massa
m_e	Massa equivalente
m_t	Massa total
n	Número inteiro de algum parâmetro sobescrito
N	Número final de sobesterçamento
p	Posição do controle de avanço
r	Raio do pneu
r_d	Raio dinâmico do pneu
R	Raio de curva
t	Bitola ou tempo
T	Torque
T_f	Torque de frenagem
T_{dif}	Torque do diferencial
T_m	Torque do motor

V	Velocidade
x, y, z	Deslocamento no eixo
$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$	Velocidade no eixo
$\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$	Aceleração no eixo
X, Y, Z	Força resultante nos eixos principais
α	Ângulo de deriva/convergência
α_f	Ângulo do flap dianteiro
α_i	Ângulo da asa traseira inferior
α_s	Ângulo da asa traseira superior
δ	Ângulo do volante
$\delta_{e,i}$	Ângulo da roda externa e interna
ΔF_z	Transferência de carga vertical
γ	Ângulo de cambagem
μ	Coeficiente de aderência
ρ	Densidade do ar ou curvatura da pista
τ	Ângulo de caster
ω	Velocidade angular
ω_m	Velocidade angular do motor
θ, φ, ψ	Deslocamentos angulares nos eixos coordenados
$\dot{\theta}, \dot{\varphi}, \dot{\psi}$	Velocidades angulares nos eixos coordenados
$\ddot{\theta}, \ddot{\varphi}, \ddot{\psi}$	Acelerações angulares nos eixos coordenados
$_0$	Valor inicial
$_{1,de}$	Dianteiro esquerdo
$_{2,dd}$	Dianteiro direito
$_{3,te}$	Traseiro esquerdo
$_{4,td}$	Traseiro direito
x,y,z,θ,φ	Relacionado ao grau de liberdade
d	Dianteiro
dif	Diferencial
max	Valor máximo
s	Massa suspensa
t	Traseiro

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS.....	vi
RESUMO	vii
ABSTRACT	viii
LISTA DE FIGURAS.....	i
LISTA DE TABELAS	iv
LISTA DE SIGLAS	v
LISTA DE SÍMBOLOS.....	vi
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 ENGENHARIA APLICADA A VEÍCULOS DE COMPETIÇÃO	2
1.2 SIMULAÇÃO APLICADA A VEÍCULOS DE COMPETIÇÃO.....	3
1.3 OBJETIVO DA DISSERTAÇÃO	4
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1 DIRIGIBILIDADE.....	7
2.2 ENVELOPE DE DESEMPENHO.....	9
2.3 SIMULAÇÃO DE TEMPO DE VOLTA.....	12
2.4 ESTADO DA ARTE DA SIMULAÇÃO APLICADA A ENGENHARIA DE COMPETIÇÃO.....	16
3 MODELO MATEMÁTICO.....	18
3.1 GRAUS DE LIBERDADE	18
3.2 SOLUÇÃO NUMÉRICA.....	19
3.2.1 Equações de movimento em regime quase-estático.....	19
3.2.2 Variáveis de comando do veículo	21
3.3 SUBSISTEMAS	21
3.3.1 Pneu	23
3.3.2 Conjunto propulsor	27
3.3.3 Freio	29
3.3.4 Conjunto roda/pneu	29
3.3.5 Aerodinâmica.....	30

3.3.6	Sistema de suspensão	34
3.3.7	Sistema de direção	40
3.3.8	Massa suspensa.....	42
3.4	PISTA	45
4	ALGORITMOS DE SOLUÇÃO E INDICADORES DE DESEMPENHO.....	51
4.1	ACELERAÇÃO EM LINHA RETA	51
4.2	FRENAGEM EM LINHA RETA.....	55
4.3	DESEMPENHO EM CURVA.....	57
4.4	ENVELOPE DE ACELERAÇÕES	60
4.5	SIMULAÇÃO DE TEMPO DE VOLTA.....	62
5	VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO	67
5.1	CIRCUITO DE MAGNY COURS	67
5.2	COMPARATIVO DA GEOMETRIA DO CIRCUITO	69
5.3	VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO	70
5.3.1	Envelope de acelerações	70
5.3.2	Simulação de tempo de volta.....	72
6	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO DESEMPENHO DE UM VEÍCULO DE FORMULA 3	80
6.1	ACELERAÇÃO EM LINHA RETA	80
6.2	FRENAGEM EM LINHA RETA.....	83
6.3	CONTORNO DE CURVA.....	87
6.4	ENVELOPE DE ACELERAÇÕES	90
6.5	SIMULAÇÃO DE TEMPO DE VOLTA.....	92
7	CONCLUSÃO	97
7.1	MODELO MATEMÁTICO.....	97
7.2	INDICADORES DE DESEMPENHO	98
7.3	SIMULAÇÃO DE TEMPO DE VOLTA EM REGIME QUASE-ESTÁTICO....	98
7.4	PROPOSTAS DE TRABALHO FUTROS	99
7.4.1	Eficiência do código computacional	99
7.4.2	Detalhamento do modelo matemático e otimização de parâmetros	99
7.4.3	Inclusão do modelo de piloto e otimização de traçado.....	100
	REFERÊNCIAS	101
	APÊNDICE A – EQUAÇÕES DE MOVIMENTO	108

APÊNDICE B – AERODINÂMICA DE UM VEÍCULO DE FORMULA 3.....	111
APÊNDICE C – ENSAIO EM TÚNEL DE VENTO	114
APÊNDICE D – INSTRUMENTAÇÃO DE UM VEÍCULO DE FORMULA 3	120
ANEXO A – MODELO MF-TYRE 5.2	125

1 INTRODUÇÃO

O objetivo de uma competição automobilística é completar, no menor tempo possível, um percurso pré-determinado, utilizando um veículo guiado por um piloto. Para tanto, é necessário se extrair o máximo desempenho desse conjunto.

O desafio imposto no trabalho com veículos de competição exige que o engenheiro não somente tenha conhecimento do veículo, como saiba interpretar os comentários do piloto, para que os ajustes realizados durante os testes tenham o resultado esperado.

Do ponto de vista do equipamento (veículo), é necessário o conhecimento de sua resposta dinâmica, assim como das particularidades da pista e das condições do teste/corrida, possibilitando ao engenheiro a seleção da melhor configuração de parâmetros do veículo para minimizar o tempo de volta.

A motivação desse trabalho foi a aplicação em veículos de *Formula 3*. Essa categoria foi criada nos anos 50 e é presente em diversas partes do mundo (Europa, Ásia e América) com formato muito semelhante e regulamentada pela FIA (Federação Internacional de Automobilismo). Ela se enquadra como categoria de veículo de competição do tipo *Formula* (veículo monoposto com rodas descarenadas) e permite que os veículos sejam construídos exclusivamente para a categoria, seguindo as regras impostas pela FIA, semelhante a *Formula 1*.

A *Formula 3 Sulamericana* foi criada em 1987 e atualmente a maioria dos seus pilotos e equipes são brasileiros. O Brasil é mundialmente conhecido pelos seus pilotos, mas não pela tecnologia e engenharia de competição. A engenharia de competição exercida atualmente no Brasil é baseada em testes e experiência prática acumulada.

Nesse aspecto, esse trabalho visa contribuir com o desenvolvimento da engenharia de competição brasileira de forma científica. No Brasil, o método científico aplicado a

veículos de competição é pouco explorado, o que faz desse trabalho um dos pioneiros no país.

1.1 ENGENHARIA APLICADA A VEÍCULOS DE COMPETIÇÃO

A engenharia utilizada em competições automobilísticas pode ser separada em duas aplicações distintas, a utilizada pelos engenheiros nas pistas (*Race Engineer*) e a utilizada pelos engenheiros na fábrica (*Design Engineer*).

Na primeira aplicação, basicamente, o engenheiro deve utilizar o equipamento disponibilizado (veículo, piloto e equipe) e as suas opções de configuração para definir o que será utilizado no veículo para que o piloto possa minimizar o tempo de volta. Nesse cenário, o tempo para realizar essas modificações é de no máximo horas, sendo necessário agilidade na tomada de decisão.

Os engenheiros de desenvolvimento são responsáveis pelo projeto e construção do veículo e de seus componentes. Sua escala de trabalho é de dias, seu menor prazo é o intervalo entre duas corridas consecutivas, permitindo o uso de ferramentas de longo tempo de resposta.

As equipes de competição de categorias onde não se desenvolve o veículo possuem somente as atividades de engenharia de pista, enquanto nas categorias em que os veículos são desenvolvidos pelas equipes há a necessidade de dois departamentos de engenharia, um focado nas atividades de pista e outro focado nas atividades de fábrica, como ocorre na *Formula 1*.

Apesar das categorias de *Formula 3* permitirem o desenvolvimento do veículo, o fabricante de veículos não faz parte da equipe, é uma empresa especializada no desenvolvimento de veículos de competição. Nesse cenário, as equipes compram um veículo já homologado pela FIA e fazem modificações que não afetam os itens já homologados pelo fabricante (geralmente célula de sobrevivência e estruturas de impacto frontal e lateral). Algumas categorias de *Formula 3*, como a *Sulamericana*, optaram por não permitirem alterações de projeto nos veículos, visando reduções de custos, permitindo apenas a utilização das configurações já estabelecidas pelo

fabricante. Dessa forma, as equipes possuem somente as atividades de engenharia de pista, não necessitando da infraestrutura e mão-de-obra para o desenvolvimento do veículo.

Geralmente o trabalho de engenharia de pista em uma equipe que possua dois carros correndo simultaneamente é realizado por três engenheiros. Dois deles são dedicados para configurar os subsistemas do veículo adequando-o para a pista, cada um deles dedicado a um carro (*Race Engineer*), e o terceiro engenheiro é responsável pelo sistema de aquisição dados, desde a manutenção e instalação até a interpretação dos dados (*Data Engineer*).

1.2 SIMULAÇÃO APLICADA A VEÍCULOS DE COMPETIÇÃO

Os primeiros estudos de desempenho de veículos de competição datam dos anos 30 (Milliken e Milliken, 1995), quando modelos matemáticos simples eram utilizados para entender a influência dos parâmetros construtivos do veículo no seu desempenho e auxiliar na pilotagem. Atualmente diversos algoritmos de cálculo de desempenho são utilizados por empresas de engenharia e equipes de competição para auxiliar na melhoria dos seus veículos.

No desenvolvimento do veículo, atividade de fábrica, diversas ferramentas de simulação são utilizadas. Para a análises de desempenho dinâmico do veículo são utilizados algoritmos de cálculo de autoria própria, assim como códigos Multicorpos comerciais. Para o levantamento dos coeficientes aerodinâmicos se utiliza além de ensaios experimentais (em pista e túnel de vento) os resultados de simulações com algoritmos de cálculos numéricos comerciais. Para o desenvolvimento estrutural dos componentes são utilizados algoritmos com o método dos Elementos Finitos da mesma forma que é utilizado na indústria automotiva convencional.

O trabalho realizado pelo engenheiro de pista utiliza ferramentas que auxiliam a tomada de decisão. A escolha das configurações do veículo, por exemplo, pode ser auxiliada por programas de simulação de tempo de volta (STV). Para categorias que o reabastecimento e a troca de pneus durante a corrida são obrigatórios, são

utilizados programas de computador de autoria própria para auxiliar na escolha do correto momento para a troca.

Devido a escassez de dados do carro (alguns fabricantes não disponibilizam os dados técnicos do veículo com receio que seus concorrentes possam utilizá-los para aperfeiçoar seus produtos), algumas equipes, em categorias nas quais o desenvolvimento de peças não homologadas é permitido, trabalham no desenvolvimento de pacotes aerodinâmicos utilizando além de testes, programas de simulação com base no método de Volumes Finitos.

O tempo de tomada de decisão tem influência direta na escolha da ferramenta de trabalho. Equipes que trabalham em categorias que não se faz necessário o desenvolvimento do seu próprio veículo utilizam ferramentas que necessitam de poucos dados de entrada e rápido tempo de processamento.

1.3 OBJETIVO DA DISSERTAÇÃO

Partindo do cenário da engenharia de competição brasileira, na qual as equipes trabalham explorando as configurações do veículo para minimizar o tempo de volta, essa dissertação tem como objetivo geral a aplicação de métodos numéricos e de análise de sistemas dinâmicos para a quantificação do desempenho de veículos de competição do tipo *Formula*, contribuindo para o desenvolvimento técnico científico desse segmento.

O desdobramento desse objetivo se traduz nos seguintes tópicos:

1. Desenvolver um modelo matemático capaz de quantificar o limite de desempenho das diferentes configurações de um veículo de competição de Formula 3;
2. Validar o modelo do veículo comparando com medições experimentais;
3. Quantificar o limite de desempenho do veículo em manobras de regime quase-estático segundo métricas propostas;
4. Simulação de desempenho do veículo em de circuito fechado (Simulação de Tempo de Volta - STV).

O resultado final desse trabalho é uma rotina de cálculo que poderá ser utilizada pelo engenheiro de pista auxiliando na escolha da configuração do veículo.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A pesquisa bibliográfica do tema abordado nessa dissertação foi dividida em quatro partes.

A primeira parte, dirigibilidade, compilou os estudos realizados sobre dirigibilidade de veículos. Partindo da sua evolução histórica e incluindo a evolução dos veículos de competição.

A segunda parte, envelope de desempenho, compila as técnicas utilizadas para mapear o limite de desempenho de veículos.

A terceira parte, simulação de tempo de volta, compila os trabalhos sobre simulação de veículos em percursos pré-definidos, separando os trabalhos de acordo com a complexidade do modelo matemático e do tipo de simulação utilizada, regime quase-estático ou regime transiente.

A quarta e última parte, estado-da-arte, aborda as técnicas atuais utilizadas para atingir a configuração ótima de veículos de competição para um determinado circuito.

Publicações tecnicamente relevantes aplicadas às competições automobilísticas não são publicadas com frequência, a maioria das pesquisas nessa área são feitas de forma sigilosa com o intuito de manter a vantagem competitiva desenvolvida pelo maior tempo possível. Partes dessas pesquisas são realizadas em universidades ou empresas parceiras, e podem ser publicadas somente após o prazo de vencimento do contrato de sigilosidade.

No presente trabalho se faz uso dos termos e do sistema de coordenadas utilizados pela ISO 8855 e para tanto, foi necessária a tradução de diversos deles do Inglês. Como ainda não existe uma tradução oficial dos termos aplicados a dinâmica veicular, o autor inclui sempre após o termo em português o termo em inglês em parênteses e em itálico.

2.1 DIRIGIBILIDADE

A análise de dirigibilidade de veículos em regime quase-estático teve seu início no início século XX com os estudos pioneiros de dinâmica veicular de Maurice Olley (Milliken e Milliken). Ele foi pioneiro na caracterização do comportamento do veículo em curvas de raio constante, incluindo inclusive efeitos dos sistemas de suspensão e as não-linearidades dos pneus.

O conceito de estabilidade direcional foi se desenvolvendo no período pré e pós-guerra e muito dos termos que ainda são utilizados não tem a sua origem bem definida, eram conceitos de conhecimento geral (Bergman, 1965).

Em meados dos anos 50, veículos de passeio foram analisados pela primeira vez em regime transiente utilizando-se, na época, técnicas padrão da indústria aeronáutica (Segel, 1956-57; Whitcomb e Milliken, 1956-57). Nesse trabalho foi utilizado um modelo linear de três graus de liberdade analisado quanto a sua resposta no tempo e no campo da frequência. O modelo foi validado experimentalmente e esse estudo se tornou a base para a análise de veículos a baixas acelerações laterais.

Com poucas modificações esses métodos continuam a caracterizar os veículos atuais de forma experimental (Iso, 1988; 1996; 2003) e numérica. Entre essas métricas se encontram: tempo de resposta e a resposta em frequência da velocidade de guinada (*yaw rate*), aceleração lateral e ângulo de rolagem (*roll angle*).

Em meados dos anos sessenta foi feita uma compilação do conhecimento de estabilidade direcional utilizado até o momento (Bergman, 1965). Nesse trabalho foi pré-definido o conceito de gradiente de sobesterçamento (*understeer gradient*) que se utiliza nos dias de hoje e foi oficializado pela ISO e pela SAE (Committee, 1972; Iso, 1991). Durante os anos que se seguiram foram incorporados ao cálculo analítico do gradiente de sobesterçamento diversos parâmetros do veículo, e posteriormente foram compilados no início dos anos 90 (Guillespie, 1992).

Ainda em meados dos anos sessenta a aerodinâmica começa a ser aplicada de forma efetiva em veículos de competição, implicando em aumento de desempenho e a necessidade de uma nova abordagem para análise da estabilidade (Katz, 1995).

No final dos anos setenta os veículos começam a utilizar os apêndices aerodinâmicos mais próximos ao solo, se beneficiando do efeito solo, e consequentemente criando um comportamento aerodinâmico não-linear com a altura do veículo ao solo (Katz, 1995; Wrigth, 2001; Benzing, 2004)

No final dos anos 80 começou a ser desenvolvido o modelo matemático de pneu que viria ser adotado de forma massiva pela indústria automotiva, que através de uma função contínua e diferenciável são caracterizadas as forças e momentos principais do pneu (Pacejka, Bakker *et al.*, 1987; Pacejka). Esse modelo, conhecido por *Magic Formula*, se desenvolveu nos próximos vinte anos e foi adotado como modelo padrão para análises de dirigibilidade.

Até o momento da redação dessa dissertação modelos de pneus que simulam o desgaste e o efeito da temperatura no comportamento mecânico ainda são experimentais (Février, Hague *et al.*; Gipser e Hofman). A inclusão desses efeitos no modelo matemático de pneu para simulação de veículos de competição é realizada com códigos próprios (Eduardo, 2008; Kelly, 2008).

No início dos anos noventa a implementação de sistemas eletrônicos é utilizada em abundância em veículos de competição. Os sistemas de freios se utilizavam de controladores anti-bloqueio e o sistema de suspensão era controlado otimizando a atitude do veículo em relação ao solo e consequentemente aumentando a eficiência aerodinâmica. Para veículos de corrida do tipo Formula essa tecnologia foi banida em 1994. (Wrigth, 2001)

Milliken (Milliken e Milliken, 1995) defende que a utilização dos termos sobesterçante e sobreesterçante para o comportamento de dirigibilidade no limite de aceleração lateral não é correto. Ele argumenta que o termo é baseado na faixa de comportamento mecânico que o pneu pode ser linearizado e, portanto não faria sentido utilizar a mesma nomenclatura.

Dixon (Dixon, 1996), durante o final dos anos 90 cria indicadores para o desempenho de dirigibilidade no limite de aceleração lateral, utilizando a razão entre a máxima aceleração lateral que pode ser produzido pelos eixos dianteiros e traseiros.

Atualmente, para caracterizar o comportamento dinâmico de veículos são utilizadas manobras padronizadas (Iso, 1988; 1996) de malha aberta (entrada em degrau) e manobras de malha fechada (Iso, 2002) de maneira muito similar as métricas criadas nos anos 50 e estabelecidas nos anos 60.

Alguns fabricantes de veículos de competição (Dallara, 2009; Mygale, 2009) se utilizam, além da abordagem convencional, de uma abordagem baseada em dois parâmetros para analisar a estabilidade de veículos de competição do tipo Formula. Esses parâmetros representam o razão de aderência entre o eixo dianteiro e a aderência total do chassi em baixas velocidades (características de suspensão – balanço mecânico) e altas velocidades (características aerodinâmicas – balanço aerodinâmico).

2.2 ENVELOPE DE DESEMPENHO

Da mesma forma que se utiliza envelopes de limite de desempenho no estudo de aeronaves, técnicas semelhantes são aplicadas a veículos de competição para avaliar seu envelope de desempenho.

Uma dessas técnicas é o envelope de acelerações, também conhecido por diagrama g-g, ele mapeia os limites de aceleração resultante (combinação entre aceleração longitudinal e lateral que o veículo é submetido) que o veículo pode atingir (Milliken e Milliken, 1995; Wrigth, 2001).

Nos anos 60, Stirling Moss escreve sobre uma nova forma de guiar, onde diferente da sequência tradicional de frear na entrada em curvas, contornar a curva e acelerar, ele propõe frear até o ponto de raio mínimo da curva e logo depois acelerar. O objetivo era manter o veículo sempre sujeito a máxima aceleração suportada, combinando as acelerações longitudinais (aceleração e frenagem) com aceleração lateral.

Figura 1: Diagrama g-g teórico (Wright, 2001) e dados experimentais de um veículo executando a manobra conforme descrita por Stirling Moss.

O formato do diagrama g-g só veio a ser estabelecido na forma como é utilizado hoje nos anos 70, e ainda na mesma década utilizado como base na simulação de tempo de volta (Milliken e Milliken, 1995).

Em meados dos anos 60 os veículos de competição tiveram seu desempenho influenciado de forma impactante pela aerodinâmica da carroceria e mais um grau de liberdade foi adicionado ao diagrama g-g, a velocidade longitudinal (diagrama g-g-V) (Wright, 2001; Braghin, Cheli *et al.*, 2008). A partir dessa época os veículos passaram a ser projetados com o objetivo de não somente para minimizar o arrasto, mas também para gerar sustentação negativa (*downforce*).

Figura 2: Envelope de aceleração incluindo a influência da velocidade longitudinal, diagrama g-g-V (Wright, 2001).

O diagrama g-g também foi utilizado para avaliação do limite de desempenho de motocicletas de competição (Biral e Lot, 2009), mas não adiciona nenhuma nova técnica à análise de envelopes de aceleração.

O limite de desempenho do veículo também pode ser mapeado pelo momento de guinada (*yaw moment*) gerado pelas forças laterais dos eixos dianteiros e traseiros. Esse método foi proposto por Milliken (Milliken, Dell'amico *et al.*, 1976) ("*Milliken Moment Method*" – Método dos Momentos), nele o veículo é caracterizado quanto ao momento de guinada que ele pode gerar em diversas atitudes (ângulo de esterçamento, ângulo de deriva (*sideslip angle*), aceleração longitudinal e aceleração lateral).

Figura 3: Envelope do momento de guinada em função da aceleração lateral para diferentes combinações de esterçamento do volante e deriva do veículo (Milliken e Milliken, 1995).

Apesar dos resultados serem mais abrangente sobre o comportamento do veículo, esse método não é muito utilizado na indústria, e sua medição depende de bancada de testes dedicada enquanto o digrama g-g-V depende de somente dois acelerômetros e um sensor de velocidade instalados no veículo enquanto ele percorre o circuito.

2.3 SIMULAÇÃO DE TEMPO DE VOLTA

Manobras padronizadas não são suficientes para quantificar o desempenho dos veículos de competição, a simulação de tempo de volta é crucial para avaliação do desempenho do veículo. Diversos construtores de veículos utilizam essa ferramenta no desenvolvimento dos seus veículos como, por exemplo, a Dallara e a Audi (Muhlmeier, 2002; Moroni, 2008) assim como equipes de *Formula 1* (Casanova, 2000; Gadola, Candelpergher *et al.*, 2002).

De acordo com Milliken (Milliken e Milliken, 1995), a Mercedes-Benz utilizava ferramentas matemáticas para a predição do desempenho de seus veículos de competição entre 1954 e 1955 e possivelmente, de forma mais simples, no período pré-guerra de 1937 a 1939. Nesta época os engenheiros dividiam os circuitos em retas e curvas de raio constante e a velocidade longitudinal máxima do veículo era calculada com base na máxima aceleração lateral (obtida experimentalmente), pelo raio de curvatura do trecho de pista e pela potência líquida nas rodas (transformada em força nos pneus) do conjunto motriz (nas saídas das curvas) ou do sistema de freio (nas entradas das curvas).

Peter Wright (Wright, 2001) dividiu em cinco estágios de desenvolvimento os algoritmos de simulação de tempo de volta (com traçado pré-definido) utilizados no campeonato mundial de *Formula 1* de acordo com a complexidade da modelagem do veículo, do tipo de simulação (regime permanente ou transiente) e da presença ou não de irregularidades da pista.

1. Modelo biciclo (Whitcomb e Milliken, 1956-57) com dois graus de liberdade (deriva – *sideslip* - e guinada - *yaw*) com coeficientes aerodinâmicos independentes da atitude do veículo (arfagem e balanço) calculados em regime permanente.
2. Inclusão da transferência lateral de peso, da influência da arfagem (*pitch*) e do balanço (*bounce*) nos coeficientes aerodinâmicos no modelo do estágio 1, simulado em regime permanente.

3. Inclusão da influência dos graus de liberdades de rolagem e guinada na aerodinâmica e da cinemática dos sistemas de suspensão e direção no modelo do estágio 2, calculado em regime permanente.
4. Simulação do modelo do estágio 3 em regime transiente.
5. Utilização do modelo do estágio 4 em pista tridimensional e inclusão dos graus de liberdade da massa não-suspensa.

Segundo o Wright, no ano de 2001, o estágio mínimo aceitável para garantir resultados satisfatórios no campeonato mundial de *Formula 1* era o estágio 3.

Diversos trabalhos foram publicados utilizando simuladores com modelos em regime quase-estático como os dos estágios 1 ao 3 (McNay e Southwick, 1991; Milliken e Milliken, 1995; Gadola, Vetturi *et al.*, 1996; Gadola, Vetturi *et al.*, 2000; Siegler, Deakin *et al.*, 2000; Gadola, Candelpergher *et al.*, 2002; Muhlmeier e Muller, 2002; Brayshaw e Harrison, 2005; Savaresi, Spelta *et al.*, 2008) e em regime transiente com modelos mais simplificados que os sugeridos por Wright no estágio 4 (Joie, 1994; Siegler e Crolla, 2002; Braghin, Cheli *et al.*, 2008). O modelo como maior número de graus de liberdade e precisão na representação dos subsistemas do veículo (incluindo não-linearidades do pneu, cinemáticas e aerodinâmicas) apresentado em ambiente científico é intermediário entre o estágio 2 e 3 da classificação de Wright (Gadola, Candelpergher *et al.*, 2002).

Atualmente equipes de *Formula 3*, se utilizam de simuladores em regime quase-estático entre o estágio 2 e 3 para a definição da configuração do sistema de transmissão, do conjunto aerodinâmico e da sua interação com o sistema de suspensão (Chevalier, 2010). Esse tipo de análise também permite quantificar a variação dos balanços mecânicos e aerodinâmicos do veículo, da mesma maneira que é proposto pelos fabricantes de veículos de *Formula 3* (Mygale, 2008; Dallara, 2009).

O estágio 5 pode ser atingido utilizando-se ferramentas computacionais comerciais (Muhlmeier, 2002; Ogilvie, 2007; Kamei e Takahashi, 2010), como os códigos Multicorpos.

Muitas equipes e empresas possuem departamentos dedicados para a análise de desempenho dos veículos utilizando códigos híbridos de rotinas comerciais de rotinas próprias (2006; Eduardo, 2008).

Algoritmos para a simulação em regime transiente (estágios 4 e 5) dependem de um controlador que realize a função do piloto e que o represente de forma fiel conseguindo extrair o máximo desempenho do veículo. Alguns pesquisadores tem se dedicado exclusivamente ao projeto do controlador para veículos de competição (Casanova, Sharp *et al.*, 2000a; Thommyppillai, Evangelou *et al.*, 2008; 2009).

Além da classificação proposta por Wright, Bryshaw (Brayshaw, 2004) propõe uma divisão das rotinas de simulação de tempo de volta de acordo com método de solução das equações de movimento (regime quase-estático e regime transiente) e quanto ao traçado utilizado. Em ambas as soluções pode-se utilizar um traçado pré-definido ou gerar um traçado ótimo (obedecendo as restrições geométricas do circuito) que minimize o tempo de volta. A escolha do traçado depende do tipo de veículo (veículos de Formula e de Turismo possuem traçados diferentes) e de sua configuração. Essa abordagem permite analisar a influência dos parâmetros do veículo no traçado adotado.

Para o cálculo dos traçados que são utilizados nas simulações de tempo de volta com traçado pré-definido são utilizadas diversas técnicas. Casanova (Casanova, Sharp *et al.*, 2001) propõe um método que recria a geometria do circuito a partir dos sinais de aceleração lateral e velocidade longitudinal adquiridos pelo veículo durante uma volta, esse método geralmente é utilizado pelos programas de pós-processamento de aquisição de dados aplicados a veículos de competição. Braghin (Braghin, Cheli *et al.*, 2008) propões um método que utilizando a geometria do circuito original é criado o traçado a partir de algoritmo híbrido para minimizar a curvatura e distância percorrida.

Para a tomada de decisão do traçado ótimo tem-se utilizado rotinas de controle ótimo de tempo mínimo na simulação de circuitos (Fujioka e Kimura, 1992; Hendrikx, Meijlink *et al.*, 1996; Cossalter, Lio *et al.*, 1999; Casanova, 2000). A pesquisa nessa área tem se desenvolvido de forma sigilosa em equipes de competição

(Thommyppillai, Evangelou *et al.*, 2008), e de forma comercial em equipes de competição de motocicletas (Group, 2010).

A existência de um traçado ótimo que possa ser gerado por computador e que seja aplicado na pista é criticado por alguns pesquisadores (Metz e Williams, 1989; Brayshaw, 2004). Algumas condições de pista dificilmente são recriadas pelo computador. Além das condições de pista, existe variabilidade entre os traçados tomados por pilotos profissionais em um mesmo circuito e com um mesmo veículo (Brayshaw, 2004).

Brayshaw (Brayshaw, 2004) fez uma compilação dos trabalhos apresentados sobre simulação de tempo de volta até 2004 e comparou alguns métodos de simulação nos quesitos velocidade e precisão. Junto com outros autores (Siegler, Deakin *et al.*, 2000; Brayshaw e F.Harrison, 2005) discutiram as diferenças entre os resultados das simulações em regime quase-estático com as em regime transiente. Apesar das simulações de regime a transiente apresentarem resultados mais precisos e incluírem parâmetros do veículo que não são computados em uma simulação em regime quase-estático, seu custo computacional é mais elevado. Os resultados do ponto de vista qualitativo são úteis em ambos os tipos de simulação, do ponto de vista quantitativo, mesmo as simulações em regime transiente ainda são imprecisas.

Figura 4: Classificação das rotinas de simulação de tempo de volta.

Um estudo sobre o impacto do momento de inércia de guinada no tempo de volta de veículos de *Formula 1* (Casanova, Sharp *et al.*, 2000b) resultou que para valores entre 200 kg.m² e 1100kg.m² não existe impacto no resultado. Demonstrando que o momento de inércia, parâmetro somente utilizado em simulações em regime transiente, não influencia o desempenho do veículo. Auxiliando na justificativa da utilização de algoritmos quase-estáticos.

2.4 ESTADO DA ARTE DA SIMULAÇÃO APLICADA A ENGENHARIA DE COMPETIÇÃO

Atualmente a análise dinâmica de veículo do tipo Formula é separada em dois modelos (Eduardo, 2008), um para baixas frequências (dinâmica longitudinal e lateral) e outro para altas frequências (dinâmica vertical). Essa simplificação permite que os componentes do sistema de suspensão sejam calibrados separadamente; molas, amortecedores são calibrados com atuadores eletro-hidráulico simulando as condições de pista no veículo completo (desenvolvendo a configuração de alta frequência do veículo), e a transferência de peso (balanço mecânico), balanço aerodinâmico, compromisso de arrasto e sustentação negativa e a configuração do conjunto propulsor (motor, câmbio e diferencial) em simuladores de tempo de volta (configuração de baixa frequência).

A figura apresentada a seguir foi retirada dos exemplos de telemetria contidos em um programa de computador dedicado à aquisição e análise de dados de veículos de competição. O eixo das abscissas representa a posição do veículo no circuito, a curva em preto representa a velocidade longitudinal, e a verde e a vermelha os deslocamentos do amortecedor traseiro e dianteiro esquerdos, respectivamente. A velocidade longitudinal em função da posição do veículo na pista é o principal canal utilizado para analisar o desempenho do veículo, nele se pode analisar o desempenho de frenagem (velocidade decrescente), em curvas (vales de velocidade mínima) e o desempenho de aceleração (velocidade crescente e o seu valor máximo antes de cada frenagem).

Conforme explicado no primeiro parágrafo anterior observa-se que há predominância de virações de alta frequência dos amortecedores nas retas e de baixa frequência

nas curvas. Essa resposta do sistema de suspensão justifica o isolamento das entradas de alta frequência das entradas de baixa frequência.

Figura 5: Aquisição de dados de um veículo de Fórmula 1 no circuito de Hockenheim.

A análise em baixa frequência, simulação de tempo de volta, utilizada nos dias atuais por categorias de alto desempenho segue o nível 4 da classificação apresentada por Wright. Os veículos são simulados com dados de ensaio em túnel de vento em quatro graus de liberdade (guinada, rolagem, arfagem e balanço), com modelos de pneu de autoria própria que contemplam variação de temperatura e pressão, com não-linearidades elastocinemáticas e em regime transiente (Kelly, 2008; Mavrouidakis, 2009).

A análise de alta frequência é feita com o veículo com velocidade longitudinal e lateral nula, excitando as quatro rodas e a carroceria por atuadores eletro-hidráulicos (4 para as rodas e 3 para carroceria) de forma a criar acelerações na massa suspensa e não-suspensa iguais as que são criadas durante uma volta no circuito. O objetivo é configurar o veículo (molas, amortecedores e distribuição de lastro) de forma a minimizar a variação de força vertical no contato entre o pneu e o solo, no caso, pneu e atuador. Esse trabalho é realizado com o veículo real em uma bancada dedicada para esse tipo de teste (popularmente chamada de *7 post rig*) ou através de simulações com algoritmos de código Multicorpos.

3 MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático apresentado a seguir foi construído com base nos dados de entrada disponíveis. Optou-se por não se aprimorar os modelos de alguns subsistemas devido a impossibilidade de levantamento de dados.

3.1 GRAUS DE LIBERDADE

Nesse estudo o veículo foi modelado com seis graus de liberdade para a massa suspensa (deslocamento linear longitudinal, lateral e vertical – *bounce* - e deslocamento angular de rolagem – *roll* -, arfagem – *pitch* - e guinada - *yaw*) e um grau de liberdade de rotação para cada conjunto roda/pneu.

Figura 6: Graus de liberdade do modelo matemático

Na figura anterior é apresentado um veículo de *Formula 3*, os sistemas de coordenadas e os graus de liberdade da massa suspensa e conjunto roda/pneu (massa não-suspensa).

As forças inerciais foram deduzidas no Apêndice A, e as forças geradas pelos subsistemas são deduzidas durante esse capítulo.

3.2 SOLUÇÃO NUMÉRICA

Os cálculos utilizados nessa dissertação partem da hipótese que o comportamento do veículo pode ser admitido como quase-estático. A análise de regime quase-estático mantém o sistema dinâmico em equilíbrio estático.

A definição de regime quase-estático ainda carece de definição, sendo algumas vezes utilizada como sinônimo de regime estático e algumas como uma solução distinta ou tratada como um caso especial de equilíbrio estático.

Nas simulações o veículo sempre se encontrará em equilíbrio estático. Em cada ponto que a o sistema é solucionado, não existe influencia do ponto anterior. Entretanto, o resultado é interpretado como se as situações de equilíbrio fossem consecutivas, independente da escala de tempo entre elas.

3.2.1 Equações de movimento em regime quase-estático

A solução em regime quase-estático usa as equações diferenciais não-lineares desenvolvidas o Apêndice A para criar um sistema de equações não-lineares. Para criar essas equações foram adotadas as hipóteses apresentadas a seguir.

1. Velocidade lateral, de guinada e angular das rodas constantes:

$$\dot{y} = cte \Rightarrow \ddot{y} = 0 \quad (1)$$

$$\dot{\psi} = cte \Rightarrow \ddot{\psi} = 0 \quad (2)$$

$$\omega = cte \Rightarrow \dot{\omega} = 0 \quad (3)$$

2. Posição de balanço, arfagem e rolagem da massa suspensa constantes

$$z = cte \Rightarrow \dot{z} = 0 \Rightarrow \ddot{z} = 0 \quad (4)$$

$$\theta = cte \Rightarrow \dot{\theta} = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} = 0 \quad (5)$$

$$\varphi = cte \Rightarrow \dot{\varphi} = 0 \Rightarrow \ddot{\varphi} = 0 \quad (6)$$

As forças inerciais em regime quase-estático foram igualadas as forças externas criadas pelos subsistemas e pelas condições de contorno (pista) nos seus respectivos graus de liberdade.

$$\begin{bmatrix} (m_t + m_e)(\ddot{x} - \dot{y}\dot{\psi}) \\ m_t \dot{x}\dot{\psi} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum X \\ \sum Y \\ \sum Z \\ \sum L \\ \sum M \\ \sum N \\ \sum T_1 \\ \sum T_2 \\ \sum T_3 \\ \sum T_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Isolando todos os termos das equações acima de um só lado foi criado o sistema de equações não-lineares que foi utilizado nos algoritmos de cálculo. Essas equações foram agrupadas no vetor **RE**.

$$RE = \begin{bmatrix} \sum X - (m_t + m_e)(\ddot{x} - \dot{y}\dot{\psi}) \\ \sum Y - m_t \dot{x}\dot{\psi} \\ \sum Z \\ \sum L \\ \sum M \\ \sum N \\ \sum T_1 \\ \sum T_2 \\ \sum T_3 \\ \sum T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

A solução desse tipo de sistema pode ser obtida utilizando-se um método numérico para encontrar zeros de um sistema de equações. Diversos métodos são conhecidos (Newton-Raphson, Bissetriz etc.), no presente trabalho foi utilizada a função do *MatLab* *fzero*, que utiliza um método similar aos listados acima.

Para a maioria das rotinas que serão apresentadas nos tópicos a seguir o vetor **RE** é utilizado como uma restrição de uma rotina de otimização que tem como objetivo

maximizar a aceleração do veículo (longitudinal, lateral ou combinada). Para essa rotina de otimização foi utilizada a função do *MatLab* *fmincon*, com o algoritmo de programação sequencial quadrática e gradientes das funções objetivo e restrições calculados utilizando o método de diferenças finitas.

A rotina de otimização tem como objetivo criar uma superfície de resposta de desempenho ótimo. Utilizando essas superfícies e rotinas de interpolação as variáveis de estado do veículo em equilíbrio quase-estático são recuperadas e são calculados os indicadores de desempenho do veículo.

3.2.2 Variáveis de comando do veículo

As variáveis de controle do veículo pelo piloto serão o ângulo de esterçamento do volante e o controle de avanço do veículo (variando de -100% a +100%).

$$U = [\delta \quad p] \quad (9)$$

Quando o controle de avanço se encontrar entre 0% e 100% o motor esta fornecendo potência para o veículo e seu significado é a posição do pedal do acelerador. Para valores negativos é gerado um torque de frenagem nas rodas.

3.3 SUBSISTEMAS

Os subsistemas de maior complexidade foram modelados como funções externas ao modelo matemático do veículo, facilitando o equacionamento e permitindo o desenvolvimento desses subsistemas de forma gradativa. A figura a seguir apresenta um diagrama de bloco explicitando a interação entre o modelo do veículo e os seus graus de liberdade e os subsistemas que foram equacionados como funções externas ao modelo (pneu, forças aerodinâmicas e conjunto propulsor).

Figura 7: Diagrama de bloco explicitando a interface entre o modelo do veículo e os subsistemas de maior complexidade.

A seguir são apresentados os equacionamentos e as considerações feitas na modelagem de cada um dos subsistemas do veículo. Algumas simplificações foram necessárias para adaptar o modelo aos dados disponíveis. A figura a seguir ilustra a segmentação dos subsistemas do veículo e os seus respectivos item nesse capítulo.

Figura 8: Subsistemas do veículo

3.3.1 Pneu

O desempenho de um veículo de competição depende, basicamente, do desempenho dos seus pneus. A aceleração máxima que o veículo pode desenvolver é resultado da máxima força que pode ser gerada pelo pneu.

Diferente do pneu utilizado em veículos de passeio, veículos de competição possuem pneus dedicados para a condição de pista (pneu de pista seca - pneu *slick* - e pneu de chuva). Ambos possuem construção (direção da malha, mantas, reforços e etc.) e compostos diferentes dos pneus de passeio, eles precisam aguentar forças e velocidades elevadas e propiciar elevada aderência.

A aderência e o desgaste do pneu de competição são maiores que a de um pneu de veículo de passeio. Do ponto de vista de desempenho do veículo o parâmetro mais importante do pneu é o coeficiente de aderência, quanto mais elevado maior será a aceleração que o veículo pode atingir e consequentemente, velocidade. Esse coeficiente é função do carregamento vertical, do ângulo de cambagem e entre outros.

$$\mu_{x,y}(F_z, \gamma, \dots) = \left(\frac{F_{x,y}}{F_z} \right)_{F_{x\max}, y\max} \quad (10)$$

O coeficiente de aderência de um pneu *slick* pode chegar a valores maiores que 1. Apesar da força de aderência aumentar com o carregamento vertical, o coeficiente de aderência diminui. A figura a seguir apresenta o comportamento mecânico de um pneu de competição sujeito a força lateral, no primeiro gráfico é apresentada a força lateral em função do ângulo de deriva (*slip angle*) para quatro carregamentos verticais e o segundo o coeficiente de aderência (longitudinal e lateral) em função do carregamento vertical.

Figura 9: Comportamento mecânico de um pneu do tipo *slick*. Curvas geradas com dados de um modelo MF-Tyre 5.2.

Não existe ainda modelo analítico capaz de modelar o comportamento mecânico do pneu com base em suas propriedades físicas. O seu equacionamento utiliza modelos que são calibrados com dados de experimentos.

A medição das curvas que caracterizam o comportamento mecânico do pneu (forças e momentos) é realizada em laboratório ou em pista. A primeira tem a vantagem de manter o ambiente de medição controlado e a segunda de realizar a medição na pista de aplicação.

Nessa dissertação será utilizado o modelo matemático *MF-Tyre 5.2* criado a partir de medições em laboratório. Esse modelo é continuidade do trabalho do pesquisador H. B. Pacejka (Pacejka, Bakker *et al.*, 1987). O *MF-Tyre 5.2* é um modelo matemático de pneu, ou seja, suas equações não foram desenvolvidas utilizando leis da física e as propriedades dos materiais pneu. A equação foi definida por descrever uma curva similar a do comportamento mecânico do pneu e é calibrada utilizando dados de medições.

O modelo *MF-Tyre 5.2* apresenta formulação aberta e representativa dos esforços atuantes no pneu, por isso é muito utilizado pelas empresas que trabalham na caracterização de pneus e em simulação de dinâmica veicular. Esse modelo basicamente é composto por funções de estrutura matemática similar para todos os

graus de liberdade do pneu, e relaciona as forças e os momentos gerados pelo pneu com parâmetros cinemáticos (atitude e velocidades). A seguir é apresentado o diagrama com as entradas (escorregamento longitudinal – *longitudinal slip* - k -, ângulo de deriva – *slip angle* - α -, cambagem - γ - e carga vertical - F_z) e saídas (forças longitudinal – F_x -, lateral – F_y -, momento auto-alinhante - M_z – e raio dinâmico do pneu - r_d) do modelo *MF-Tyre*. As equações do modelo são apresentadas em detalhe no Anexo A.

Figura 10: Entradas e saídas do modelo *MF-Tyre* 5.2.

Os parâmetros cinemáticos necessários para o cálculo de forças e momentos do pneu são obtidos utilizando as variáveis de estado do modelo matemático do veículo. A figura a seguir apresenta os vetores velocidades associados a cada grau de liberdade do veículo atuantes no pneu dianteiro direito, utilizado aqui como exemplo para os demais, sua relação com as velocidades resultantes que geram o escorregamento longitudinal e o ângulo de deriva utilizados no modelo de pneu.

Figura 11: Diagrama de velocidade no pneu dianteiro direito explicitando o escorregamento longitudinal e o ângulo de deriva.

Na sequência são apresentadas as equações utilizadas no cálculo do escorregamento longitudinal (*longitudinal slip*) e do ângulo de deriva (*slip angle*) de cada um dos quatro pneus. Parâmetros de entrada do modelo.

$$k_{de} = \frac{\omega_{de} r_{dde} - \dot{x} + \dot{\psi} t_d / 2}{\dot{x} - \dot{\psi} t_d / 2} \quad (11)$$

$$\alpha_{de} = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y} + \dot{\psi} a}{\dot{x} - \dot{\psi} t_d / 2} \right) - \alpha_{0de} + \delta_d \quad (12)$$

$$k_{dd} = \frac{\omega_{dd} r_{ddd} - \dot{x} - \dot{\psi} t_d / 2}{\dot{x} + \dot{\psi} t_d / 2} \quad (13)$$

$$\alpha_{dd} = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y} + \dot{\psi} a}{\dot{x} + \dot{\psi} t_d / 2} \right) + \alpha_{0dd} + \delta_d \quad (14)$$

$$k_{te} = \frac{\omega_{te} r_{dte} - \dot{x} + \dot{\psi} t_t / 2}{\dot{x} - \dot{\psi} t_t / 2} \quad (15)$$

$$\alpha_{te} = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y} - \dot{\psi} b}{\dot{x} - \dot{\psi} t_t / 2} \right) - \alpha_{0te} \quad (16)$$

$$k_{td} = \frac{\omega_{td} r_{dtd} - \dot{x} - \dot{\psi} t_t / 2}{\dot{x} + \dot{\psi} t_t / 2} \quad (17)$$

$$\alpha_{td} = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{y} - \dot{\psi} b}{\dot{x} + \dot{\psi} t_t / 2} \right) + \alpha_{0td} \quad (18)$$

Os outros dois parâmetros necessários para o cálculo das forças no pneu (cambagem e força vertical) fazem parte do equacionamento do sistema de suspensão, e se encontram equacionadas no item 3.2.6.

No modelo utilizado a rigidez vertical do pneu é linear somente foi utilizada para o cálculo do raio do pneu.

$$r_d = r_0 - \frac{F_z}{K_p} \quad (19)$$

As curvas características do pneu descrevem seu comportamento em regime permanente para todos os seus graus de liberdade. Nessa dissertação o modelo utilizado possui com 3 graus de liberdade (x, y e rotação em z), sendo que as equações dos graus de liberdade e em x e y são acopladas, fazendo com que a força de tração influencie na força lateral e vice-versa.

Foi incorporado ao modelo o equacionamento da resistência ao rolamento. Ela foi modelada como um torque contrário ao sentido de movimento da roda, freando o veículo. A força que gera esse torque foi estimada em 1% da carga vertical suportada pelo pneu agindo a uma distância igual ao raio da roda do centro de giro da mesma. A seguir é apresentado equacionamento utilizado.

$$M_{rr} = 0,01.F_z.r.\frac{\dot{x}}{\|\dot{x}\|} \quad (20)$$

3.3.2 Conjunto propulsor

O conjunto propulsor é composto pelo motor, câmbio e diferencial.

O motor de combustão pode ser caracterizado através da sua curva característica de torque (torque em função da rotação do motor) para diversas cargas (controle de fluxo de ar). A figura abaixo apresenta uma curva típica de torque para carga total e duas cargas parciais.

Figura 12: Curva de torque e potência de um motor de F3 Espanhola - FPT.

O torque é calculado utilizando uma rotina de interpolação linear de duas variáveis (carga e rotação do motor).

$$T_m = f(\omega_m, p) \quad (21)$$

A carga do motor é representada pela variável **p**, controle de avanço. Para valores maiores que zero, o veículo acelera e para valores menores ou iguais a zero, o veículo desacelera (detalhado no tópico sobre o sistema de freios).

O sistema de transmissão é composto por engrenagens de engate sequencial acopladas a uma redução do tipo pinhão coroa, na qual é fixado um sistema de diferencial. A rotação do motor esta linearmente relacionada a velocidade angular do diferencial por essas engrenagens.

$$\omega_{diferencial} = \omega_{motor} \cdot i_{cambio} \cdot i_{diferencial} \quad (22)$$

Dessa forma, o torque no diferencial pode ser equacionado da seguinte forma.

$$T_{diferencial} = f(\omega_{motor}, p, i_{cambio}, i_{diferencial}) = f(\omega_{diferencial}, p) \quad (23)$$

O sistema de diferencial modelado é do tipo livre e obedece as equações apresentadas abaixo.

$$\omega_{diferencial} = \frac{\omega_{td} + \omega_{te}}{2} \quad (24)$$

$$T_{diferencial} = T_{td} + T_{te} \quad (25)$$

As inércias resistivas do conjunto propulsor foram modeladas utilizando o conceito de massa equivalente. Dessa forma para cada relação de transmissão deve ser somada uma massa equivalente a massa total. Para que não fosse necessário medir a inércia do conjunto de transmissão, optou-se por utilizar uma formulação simplificadora (Taborek), conforme apresentada a abaixo.

$$m_e = \frac{I_{roda/pneu}}{r^2} + \frac{I_{eixo\ secundário} i_{diferencial}^2}{r^2} + \frac{I_{motor+eixo\ primário} (i_{diferencial} i_{cambio})^2}{r^2} \quad (26)$$

$$m_e \approx m_i (0,04 + 0,0025.i^2) \quad (27)$$

3.3.3 Freio

O sistema de freio foi modelado como um torque dividido entre os eixos dianteiro e traseiro por uma razão constante. Essa proporção (expressa em % do total de torque atuando nas rodas dianteiras) é denominada *Balanço de Freio* (BF) e representa a configuração escolhida pelo piloto da mesma maneira que ele o faz no veículo.

Como os discos de freio estão solidários ao conjunto roda/pneu esse torque de frenagem é aplicado diretamente no conjunto, conforme o equacionamento apresentado a seguir.

$$T_{fd, fde} = BF.T_f \quad (28)$$

$$T_{fd, fte} = (1 - BF).T_f \quad (29)$$

Esse torque é criado quando o controle de avanço do veículo (p) é negativo.

$$T_f = 40.p \quad (30)$$

A abordagem escolhida não equaciona o sistema de freio, simplificando a modelagem. Caso o sistema fosse modelado partindo-se da força do piloto no pedal, diversos parâmetros do sistema seriam necessários (dados do cilindro mestre, pinças, discos e etc.). Partindo da suposição que a interação entre a pastilha e o disco não limitam o desempenho do sistema, para a análise de desempenho em regime quase-estático o modelo apresentado é suficiente.

3.3.4 Conjunto roda/pneu

Utilizando as equações formuladas nos subsistemas conjunto propulsor e freios e o diagrama de corpo livre do conjunto roda/pneu apresentado abaixo, foram equacionados os somatórios de torque.

Figura 13: Diagrama de corpo livre das rodas.

$$\sum T_{de,dd} = -T_{fde,fdd} + F_{xde,xdd} \cdot r_{d(de,dd)} + M_{rrde,dd} \quad (31)$$

$$\sum T_{te,td} = T_e - T_{fte,ftd} + F_{xte,xttd} \cdot r_{d(te,td)} + M_{rrde,dd} \quad (32)$$

O veículo modelo tem tração traseira e por isso somente as rodas traseiras recebem o torque do diferencial.

3.3.5 Aerodinâmica

Os veículos de competição do tipo Formula, quando permitidos pelo regulamento, se utilizam de superfícies aerodinâmicas (asas, difusores, entre outros) para gerar sustentação negativa (*downforce*), aumentando a sua capacidade de aderência. A aderência final do veículo pode ser dividida em duas, mecânica e aerodinâmica, a primeira é resultado direto da interação entre o pneu e os sistemas de suspensão e direção, e a segunda do aumento do carregamento vertical do pneu ocasionado pela sustentação negativa.

Esses veículos tendem a ser configurados para ficar o mais próximo possível do solo, diminuindo a altura do centro de gravidade e por consequência diminuindo a transferência lateral e longitudinal de massa e aumentando a aderência em curvas e frenagens. A proximidade do solo do veículo e consequentemente da carenagem permitem que algumas superfícies aerodinâmicas aumentem a sua capacidade de gerar sustentação se beneficiando do efeito solo. Em contrapartida o coeficiente de

sustentação negativa, diferente de uma superfície aerodinâmica sem a presença do solo, depende da altura do veículo ao solo. Dessa maneira, as forças aerodinâmicas do veículo além de serem não-lineares com a velocidade longitudinal também são com a atitude de balanço e a arfagem do veículo, conforme apresentado na figura a seguir.

Figura 14: Variação dos coeficientes aerodinâmicos com a altura do solo (Katz, 2006).

Na sequência é apresentada uma figura com a variação do coeficiente de sustentação negativa total (dianteiro mais o traseiro) - C_L , dianteiro - C_{L_f} - e traseiro - C_{L_R} - de um veículo de competição do tipo Formula em função do ângulo de arfagem, explicitando a relação não-linear entre esses parâmetros.

Figura 15: Coeficientes de sustentação negativa em função do ângulo de arfagem (Katz, 1995).

Da forma similar a um aerofólio convencional, alterando o ângulo de ataque do veículo do tipo Formula aumenta-se a sustentação negativa, mas em contrapartida aumenta-se também o arrasto aerodinâmico. Como indicador de desempenho aerodinâmico utiliza-se a Eficiência Aerodinâmica, razão entre o coeficiente de sustentação negativa e o coeficiente de arrasto.

$$e = \frac{C_z}{C_x} \quad (33)$$

A configuração de maior eficiência não implica no melhor de resultado de desempenho. A figura a seguir apresenta a variação do tempo de volta em um circuito fechado com a eficiência aerodinâmica e o coeficiente de sustentação negativa. A configuração de menor tempo não é a que apresenta a maior sustentação negativa e nem a que apresenta a melhor eficiência aerodinâmica.

Figura 16: Variação do tempo de volta com a eficiência aerodinâmica e o coeficiente de sustentação negativa (Katz, 1995).

As características aerodinâmicas do veículo de *Formula 3* modelado se encontram detalhadas no Apêndice B.

Atualmente o método de mapear os coeficientes aerodinâmicos de veículos de competição (em túnel de vento ou através de programas de computador), mede os coeficientes de sustentação em situação de regime permanente para diversas configurações de altura do solo e ângulo de arfagem de diferentes configurações aerodinâmica (posição e arranjo dos perfis de asa). Nessa dissertação foram utilizados dados coletados em ensaios de túnel de vento, conforme explicado no Apêndice C.

Os coeficientes aerodinâmicos podem ser utilizados no modelo matemático de veículo de duas formas: através de uma função de duas variáveis ou interpolando o valor de uma tabela de resultados. No presente trabalho foi utilizado o primeiro método.

A figura a seguir apresenta as curvas de variação dos coeficientes aerodinâmicos em função da altura dos eixos.

Figura 17: Variação dos coeficientes aerodinâmicos com a altura dos eixos.

A seguir é apresentado o equacionamento (regressão quadrática múltipla dos resultados de ensaio em túnel de vento) dos coeficientes aerodinâmicos, do balanço

aerodinâmico e da posição longitudinal do centro de pressão aerodinâmico em função das alturas dos eixos dianteiros e traseiros do veículo.

$$C_{x,z} = A_{x1,z1} + A_{x2,z2} \cdot ad + A_{x3,z3} \cdot ad^2 + A_{x4,z4} \cdot at + A_{x5,z5} \cdot at^2 + A_{x6,z6} \cdot ad \cdot at \quad (34)$$

$$BA = A_{BA1} + A_{BA2} \cdot ad + A_{BA3} \cdot ad^2 + A_{BA4} \cdot at + A_{BA5} \cdot at^2 + A_{BA6} \cdot ad \cdot at \quad (35)$$

$$cp_x = (1 - BA)L \quad (36)$$

3.3.6 Sistema de suspensão

O sistema de suspensão controla a posição do conjunto roda e pneu do veículo com relação a pista e a carroceria. A atitude do pneu em relação à pista (cambagem e convergência) define a sua resposta em força e momento sobre o sistema de suspensão e consequentemente sobre a carroceria.

Veículos de competição do tipo Formula possuem curso de suspensão muito pequeno. Esses veículos são configurados com altura do solo entre 5 mm e 50 mm, limitando o trabalho da suspensão. Essa característica permite linearizar a resposta cinemática do mecanismo de suspensão. Devido à elevada rigidez do sistema de suspensão e a não presença de buchas o comportamento elastocinemático do sistema foi desconsiderado.

A figura a seguir apresenta o mecanismo de suspensão linearizado com os braços arrastados equivalentes (Blundell e Harty, 2004). O cálculo das reações do momento auto-alinhante do pneu (M_z) na suspensão será desconsiderado, dessa forma as reações nos eixos “x” e “y” podem ser calculadas independentes uma da outra.

Figura 18: Diagrama de corpo livre do mecanismo de suspensão linearizado.

3.3.6.1 Cambagem e convergência

O ângulo de cambagem de cada uma das rodas foi calculado simplificando o mecanismo em um braço arrastado equivalente frontal, sendo resultado direto da movimentação vertical do sistema de suspensão e do comprimento do braço arrastado equivalente.

$$\gamma_z = -\frac{z}{a_{cif}} \quad (37)$$

Durante o movimento de rolagem a cambagem dos pneus é alterada pela a rotação da carroceria e pelo deslocamento do sistema de suspensão. O segundo efeito, normalmente, é projetado para evitar o primeiro. Na sequência é apresentada a ilustração e o cálculo do ângulo de cambagem de uma só roda quando sujeita a movimentos de rolagem, demonstrando a influência do ângulo de rolagem na variação do ângulo de cambagem.

Figura 19: Variação do ângulo de cambagem em rolagem.

$$z_{\theta} = \theta \frac{t}{2} \quad (38)$$

$$\gamma_{\theta} = \theta - \frac{z_{\theta}}{a_{cif}} = \theta - \frac{\theta t}{2a_{cif}} = \theta \left(1 - \frac{t}{2a_{cif}} \right) \quad (39)$$

Nas rodas dianteiras a cambagem é influenciada pelo ângulo de esterçamento das rodas, consequência do ângulo de cáster. A seguir é apresentado o equacionamento do ângulo de cambagem de cada uma das rodas.

$$\gamma_{de} = \gamma_{0de} + \frac{z_s - \varphi a}{a_{cifd}} + \frac{\theta t_d}{2a_{cifd}} + \theta + \tau \sin(\delta_e) \quad (40)$$

$$\gamma_{dd} = \gamma_{0dd} + \frac{z_s - \varphi a}{a_{cifd}} - \frac{\theta t_d}{2a_{cifd}} + \theta - \tau \sin(\delta_d) \quad (41)$$

$$\gamma_{te} = \gamma_{0te} + \frac{z_s + \varphi b}{a_{cift}} + \frac{\theta t_t}{2a_{cift}} + \theta \quad (42)$$

$$\gamma_{td} = \gamma_{0td} + \frac{z_s + \varphi b}{a_{cift}} - \frac{\theta t_t}{2a_{cift}} + \theta \quad (43)$$

A variação de convergência com o curso vertical da suspensão foi desconsiderada nesse estudo.

3.3.6.2 Altura do centro instantâneo de rotação

A altura do centro instantâneo frontal é função da altura do veículo, na modelagem utilizada a relação de ganho com a altura do eixo é de 1:1.

$$h_{cifd} = h_{cifd0} + \Delta h_{ed} \quad (44)$$

A variação da altura do centro instantâneo de rotação lateral não foi considerada na modelagem.

3.3.6.3 Reação da força lateral na massa suspensa

A força lateral gerada pelo pneu é transferida a massa suspensa pelo sistema de suspensão. Devido à altura do centro instantâneo de rotação, essa força pode criar uma componente de força vertical positiva na massa suspensa (fenômeno conhecido por *jacking*).

As reações vertical e horizontal dos braços arrastados equivalentes direito e esquerdo com a carroceria foram reduzidas a reações no centro instantâneo de rotação, conforme apresentado nas equações abaixo.

$$F_{ryfd} = F_{yde} + F_{yde} \quad (45)$$

$$F_{rzfd} = (F_{ydd} - F_{yde}) \frac{2 \cdot h_{rcd}}{t_d} \quad (46)$$

$$\sum M_{cg} = (F_{ydd} + F_{yde})(h_{cg} - h_{rcd}) \quad (47)$$

$$F_{ryft} = F_{ytd} + F_{yte} \quad (48)$$

$$F_{rzft} = (F_{ytd} - F_{yte}) \frac{2 \cdot h_{rct}}{t_t} \quad (49)$$

$$\sum M_{cg} = (F_{ytd} + F_{yte})(h_{cg} - h_{rct}) \quad (50)$$

3.3.6.4 Reação da força longitudinal na massa suspensa

O mesmo conceito de braço arrastado utilizado para simplificar o mecanismo na vista frontal pode ser aplicado na vista lateral, representando o comportamento anti-agachamento (*anti-squat*) e anti-mergulho (*anti-dive*), conforme apresentado na figura a seguir.

Figura 20: Braço arrastado lateral para anti-mergulho.

Figura 21: Braço arrastado lateral para anti-agachamento.

O comportamento anti-agachamento se difere do comportamento anti-mergulho na suspensão traseira. O primeiro é ocasionado pela força trativa do pneu, que atua no centro da roda, e o segundo pela força de frenagem, que atua no contato entre o pneu e o pavimento.

Analogamente, as forças na massa suspensa resultantes no centro instantâneo do braço arrastado equivalente são equacionadas a seguir, para aceleração e frenagem.

$$F_{rxlde,rxlde} = F_{xdd,xde} \quad (51)$$

$$F_{rzlde,rzlde\text{ frenagem}} = F_{xdd,xde} \frac{am_d \cdot h_{cg}}{a} \quad (52)$$

$$F_{rzltd,rzlteaceleração} = F_{xdd,xde} \frac{aa_d \cdot h_{cg}}{a} \quad (53)$$

$$\sum M_{cg} = (F_{xdd} + F_{xde}) h_{cg} (1 - aa_d) \quad (54)$$

$$F_{rxltd,rxlte} = F_{xtd,xte} \quad (55)$$

$$F_{rzltd,rzlte frenagem} = F_{xtd,xte} \frac{am_t \cdot h_{cg}}{b} \quad (56)$$

$$F_{rzltd,rzlteaceleração} = F_{xtd,xte} \frac{aa_t \cdot h_{cg}}{b} \quad (57)$$

$$\sum M_{cg} = (F_{xtd} + F_{xte}) h_{cg} (1 - aa_t) \quad (58)$$

3.3.6.5 Elementos de força

Os elementos de força, molas, amortecedores e barra anti-rolagem foram reduzidos a forças aplicadas diretamente na roda. Para tanto se utiliza a razão de instalação de montagem, que é razão entre o deslocamento do componente e o deslocamento da roda. A razão de será considerada constante durante todo o curso de suspensão. A seguir são apresentados os cálculos de rigidez da mola e barra anti-rolagem na roda. Ambos os componentes foram modelados com rigidez linear.

$$K_{sm} = K_m i_m^2 \quad (59)$$

$$K_{bs} = K_b i_b^2 \quad (60)$$

A barra anti-rolagem, tanto no eixo dianteiro quanto no eixo traseiro será representada por uma rigidez adicional proporcional ao ângulo de rolagem da massa suspensa. A seguir é apresentado o cálculo do momento anti-rolagem imposto pela barra.

$$L_{barra\ anti-rolagem} = \frac{K_b i_b^2 \cdot t^2}{2} \theta \quad (61)$$

Como a análise de desempenho é realizada em regime quase-estático os amortecedores não precisaram ser modelados.

Utilizando as equações apresentadas pode-se calcular a força vertical exercida nos pneus.

$$F_z = F_{z0} + K_s \cdot z + F_{rzf} + F_{rzi} + K_b i_b^2 \theta \quad (62)$$

3.3.7 Sistema de direção

O sistema de direção foi modelado adotando o esterçamento das rodas esquerda e direita iguais e relacionando-o ao esterçamento do volante por uma relação de direção fixa, conforme apresentado na equação a seguir.

$$\delta_e = \delta_i = \delta / i_e \quad (63)$$

A convergência estática foi incluída no equacionamento das forças nos pneus. Dessa forma, se faz necessária uma transformação de coordenadas das forças provenientes dos pneus para o sistema de suspensão no eixo dianteiro e no eixo traseiro de acordo com o sistema de coordenadas apresentado no início desse capítulo. A figura a seguir ilustra a explicação para o eixo dianteiro.

Figura 22: Transformação das forças na roda para o sistema de coordenadas do veículo.

Figura 23: Esterçamento das rodas dianteiras

A seguir são apresentadas as equações de transformação do sistema de coordenadas.

$$F_{xdd} = F_{xpdd} \cos(\alpha_{0d} + \delta_d) - F_{ypdd} \sin(\alpha_{0d} + \delta_d) \quad (64)$$

$$F_{ydd} = F_{ypdd} \cos(\alpha_{0d} + \delta_d) + F_{xpdd} \sin(\alpha_{0d} + \delta_d) \quad (65)$$

$$F_{xde} = F_{xpde} \cos(\delta_e - \alpha_{0e}) - F_{ypde} \sin(\delta_e - \alpha_{0e}) \quad (66)$$

$$F_{yde} = F_{ypde} \cos(\delta_e - \alpha_{0e}) + F_{xpde} \sin(\delta_e - \alpha_{0e}) \quad (67)$$

$$F_{xtd} = F_{xpdd} \cos(\alpha_{0d}) - F_{ypdd} \sin(\alpha_{0d}) \quad (68)$$

$$F_{ytd} = F_{ypdd} \cos(\alpha_{0d}) + F_{xpdd} \sin(\alpha_{0d}) \quad (69)$$

$$F_{xte} = F_{xpde} \cos(-\alpha_{0d}) - F_{ypde} \sin(-\alpha_{0d}) \quad (70)$$

$$F_{yte} = F_{ypde} \cos(-\alpha_{0d}) + F_{xpde} \sin(-\alpha_{0d}) \quad (71)$$

3.3.8 Massa suspensa

A carroceria do veículo é modelada como corpo rígido e a sua movimentação define os deslocamentos dos sistemas de suspensão. A seguir é apresentada uma figura esquemática com os modos da carroceria que movimentam o sistema de suspensão (balanço, arfagem e rolagem) e os seus respectivos deslocamentos nas rodas.

Figura 24: Graus de liberdade da massa suspensa.

O deslocamento da carroceria sobre cada uma das massas não-suspensas pode ser calculado somando-se os deslocamentos de cada um dos modos apresentados na figura anterior, conforme apresentado a seguir.

$$z_{sde} = z_s + \theta \frac{t_d}{2} - \phi a \quad (72)$$

$$z_{ssd} = z_s - \theta \frac{t_d}{2} - \phi a \quad (73)$$

$$z_{ste} = z_s + \theta \frac{t_t}{2} + \phi b \quad (74)$$

$$z_{std} = z_s - \theta \frac{t_t}{2} + \phi b \quad (75)$$

A variação da altura de cada eixo foi calculada somando-se a altura inicial a média do deslocamento da massa não-suspensa dos eixos.

$$ad = ad_0 + \frac{z_{nsde} + z_{nsdd}}{2} \quad (76)$$

$$at = at_0 + \frac{z_{nsde} + z_{nsdd}}{2} \quad (77)$$

A movimentação da carroceria também altera a altura centro de gravidade, conforme apresentado nas formulas a seguir.

$$h_{cg} = h_{cg0} + \frac{b}{L}(ad - ad_0) + \frac{a}{L}(at - at_0) \quad (78)$$

As forças resultantes no sentido lateral e longitudinal do veículo podem ser calculadas através do somatório das forças nos pneus na direção respectiva. O momento de guinada pode ser calculado com o somatório dos momentos gerados pelas forças dos pneus em relação ao centro de gravidade do veículo. A seguir são apresentados os diagramas de corpo livre da massa suspensa em vista superior, lateral e frontal.

Figura 25: Diagrama de corpo livre da vista superior.

Figura 26: Diagrama de corpo livre da vista lateral.

Figura 27: Diagrama de corpo livre da vista frontal.

Na sequência são apresentadas as forças resultantes na direção longitudinal e lateral e os momentos resultantes de guinada, respectivamente.

$$\sum X = F_{xdd} + F_{xde} + F_{xtd} + F_{xte} - F_{ax} \quad (79)$$

$$\sum Y = F_{ydd} + F_{yde} + F_{ytd} + F_{yte} \quad (80)$$

$$\begin{aligned} \sum N = & (F_{xdd} - F_{xde}) \frac{t_d}{2} + (F_{ydd} + F_{yde}) a + (F_{xtd} - F_{xte}) \frac{t_t}{2} - (F_{ytd} + F_{yte}) b + \\ & + M_{zde} + M_{zdd} + M_{zte} + M_{ztd} \end{aligned} \quad (81)$$

O somatório das forças verticais da massa suspensa é resultado das forças verticais provenientes dos sistemas de suspensão e do carregamento aerodinâmico, conforme apresentado a seguir.

$$\sum Z = K_{sd}(z_{dd} + z_{de}) + K_{st}(z_{td} + z_{te}) - F_{rzld} + F_{rzlt} + F_{rzfd} + F_{rzft} - F_{az} \quad (82)$$

O somatório dos momentos de arfagem e rolagem são sujeitos aos momentos gerados pelas forças resultantes nos braços arrastados equivalentes e pela força de sustentação negativa. Em frenagem e aceleração essas reações nos braços arrastados são diferentes e por isso geram um conjunto de equações dedicadas para cada condição. Utilizando o diagrama de corpo livre da vista lateral foram equacionados os momentos de arfagem, respectivamente.

$$\begin{aligned} \sum M_{aceleração} = & -K_{sd}(z_{dd} + z_{de}) a + K_{st}(z_{td} + z_{te}) b - (F_{xdd} + F_{xde}) h_{cg} (1 - aa_d) + \\ & - (F_{xtd} + F_{xte}) h_{cg} (1 - aa_t) - F_{rzfd} \cdot a + F_{rzft} \cdot b + F_{az} (BA.L - b) \end{aligned} \quad (83)$$

$$\sum M_{frenagem} = -K_{sd}(z_{dd} + z_{de})a + K_{st}(z_{td} + z_{te})b - (F_{xdd} + F_{xde})h_{cg}(1 - am_d) + (F_{xtd} + F_{xte})h_{cg}(1 - am_t) - F_{rzd} \cdot a + F_{rzt} \cdot b + F_{az}(BAL - b) \quad (84)$$

$$\begin{aligned} \sum L_{aceleração} = & -(K_{bsd} + K_{sd})t_d^2\theta/2 - (K_{bst} + K_{st})t_t^2\theta/2 + \\ & + (F_{ydd} + F_{yde})(h_{cg} - h_{rct}) + \\ & + (F_{ytd} + F_{yte})(h_{cg} - h_{rct}) - \\ & - F_{xdd} \cdot aa_d \cdot \frac{h_{cg}t_d}{2a} + F_{xde} \cdot aa_d \cdot \frac{h_{cg}t_d}{2a} - F_{xtd} \cdot aa_t \cdot \frac{h_{cg}t_t}{2b} + F_{xte} \cdot aa_t \cdot \frac{h_{cg}t_t}{2b} \end{aligned} \quad (85)$$

$$\begin{aligned} \sum L_{frenagem} = & -(K_{bsd} + K_{sd})t_d^2\theta/2 - (K_{bst} + K_{st})t_t^2\theta/2 + \\ & + (F_{ydd} + F_{yde})(h_{cg} - h_{rct}) + \\ & + (F_{ytd} + F_{yte})(h_{cg} - h_{rct}) - \\ & - F_{xdd} \cdot am_d \cdot \frac{h_{cg}t_d}{2a} + F_{xde} \cdot am_d \cdot \frac{h_{cg}t_d}{2a} - F_{xtd} \cdot am_t \cdot \frac{h_{cg}t_t}{2b} + F_{xte} \cdot am_t \cdot \frac{h_{cg}t_t}{2b} \end{aligned} \quad (86)$$

3.4 PISTA

As pistas utilizadas nas rotinas de cálculo são modeladas discretizando o circuito em segmentos e associando a cada um deles a sua curvatura. A figura a seguir ilustra a modelagem, nela o circuito é representado em cinza claro, os segmentos pelos vetores em preto e o raio (inverso da curvatura) pelas linhas pontilhadas.

Figura 28: Modelagem do circuito

A geometria do traçado pode ser recriada de diversas formas:

1. Aquisição de forma indireta: cálculo do raio de curvatura em função da posição com os sinais adquiridos dos sensores de velocidade longitudinal e aceleração lateral (Casanova, Sharp *et al.*, 2001);
2. Aquisição de forma direta por GPS
3. Análise do desenho do circuito através de foto aérea ou imagem de satélite.
4. Programa de computador para cálculo de trajetórias com curvatura e/ou comprimento mínimo (Braghin, Cheli *et al.*, 2008).

Em todos os casos esses dados são discretizados, e as diversas propriedades nesses pontos do circuito são registradas (posição x, posição y, posição z, curvatura, cambagem da pista, coeficiente de aderência, ângulo de aclive/declive, largura e etc.). No presente trabalho se optou pela primeira estratégia, as pistas utilizadas serão compostas apenas pelo tamanho do segmento discretizado e sua curvatura. Elas podem ser representadas no formato matricial conforme apresentado a seguir.

$$T_{i=1,n} = \begin{bmatrix} s_1 & \rho_1 \\ \vdots & \vdots \\ s_n & \rho_n \end{bmatrix} \quad (87)$$

As demais propriedades da pista necessitam de medições mais avançadas que as utilizadas na dissertação. A maioria dos veículos de competição, incluindo os veículos de *Formula 3*, possuem sensores de velocidade longitudinal e aceleração lateral, que são os canais necessários para a criação da geometria do circuito de forma indireta de acordo com a estratégia 1. Dessa forma a recriação dessa geometria é um subproduto comum dos sistemas de aquisição de dados.

O raio de curvatura é calculado de acordo com a equação abaixo.

$$\rho_i = \frac{A_y}{\dot{x}^2} \quad (88)$$

Esse método de criação de circuitos necessita de sinais de aceleração lateral e velocidade longitudinal com pouco ruído. Na maioria das vezes o sinal precisa ser filtrado e há perda de informação.

As figuras abaixo apresentam a aceleração lateral, a velocidade longitudinal e a curvatura do circuito calculados com os dados aqisitados com filtro (em vermelho) e sem filtro (em preto).

Figura 29: Sinal de aceleração lateral com (em vermelho) e sem filtro (em preto).

Figura 30: Sinal de velocidade longitudinal com (em vermelho) e sem filtro (em preto).

Figura 31: Curvatura do circuito com (em vermelho) e sem filtro (em preto).

Nas figuras acima foram utilizados filtros passa baixa do tipo *Butterworth* de segunda ordem com frequência normalizada de corte de 0,2 e 0,8 para aceleração lateral e velocidade respectivamente.

Para recriar as coordenadas cartesianas do circuito se utiliza as equações apresentadas abaixo

$$\partial s_i = V_i \cdot \partial t \quad (89)$$

$$\partial \varphi_i = \frac{\partial s_i}{\rho_i} \quad (90)$$

$$\partial x_i = \partial s_i \cdot \cos(\varphi_i) \quad (91)$$

$$\partial y_i = \partial s_i \cdot \sin(\varphi_i) \quad (92)$$

A reconstrução de circuitos por esse método não inclui outros importantes parâmetros da pista (como, por exemplo, a elevação), consequentemente criando erros. Quando o cálculo é realizado na forma descrita acima o circuito recriado não é fechado, conforme apresentado na figura a seguir.

Figura 32: Circuito reconstruído.

A diferença entre a posição final e inicial do circuito é definida como erro, conforme apresentada nas equações abaixo.

$$\varepsilon_x = x_{final} - x_{inicial} \quad (93)$$

$$\varepsilon_y = y_{final} - y_{inicial} \quad (94)$$

$$\varepsilon_\varphi = \varphi_{final} - \varphi_{inicial} \quad (95)$$

Para corrigir esse erro foi utilizada uma rotina que distribui o erro em cada segmento do circuito reproduzindo um circuito fechado, conforme equacionamento a seguir.

$$x_{corrigido}(i) = x(i) + \frac{\varepsilon_x}{n} \quad (96)$$

$$y_{corrigido}(i) = y(i) + \frac{\varepsilon_y}{n} \quad (97)$$

$$\varphi_{corrigido}(i) = \varphi(i) + \frac{\varepsilon_\varphi}{n} \quad (98)$$

Com as coordenadas cartesianas recalculadas, a figura gerada é um circuito fechado, conforme apresentado na figura a seguir.

Figura 33: Circuito reconstruído com algoritmo para eliminação do erro de fechamento.

Caso aja distorções não desejadas no circuito gerado é possível minimizar a diferença entre o circuito real e o gerado de forma qualitativa manipulando a ordem e o valor da frequência de corte do filtro ou utilizando fatores de ganho.

Podem ser utilizados dois fatores de ganho, uma para aceleração lateral e outro para a velocidade longitudinal.

$$a_{y \text{ manipulado}} = a_y(i) \cdot G_{a_y} \quad (99)$$

$$\dot{x}_{\text{manipulado}} = \dot{x}(i) + G_{\dot{x}} \quad (100)$$

Os fatores de ganho influenciam na curvatura do circuito recriado e no seu comprimento.

4 ALGORITMOS DE SOLUÇÃO E INDICADORES DE DESEMPENHO

A sequência de tópicos apresentados a seguir tem como objetivo o desenvolvimento gradual do objetivo final da dissertação, apresentando as rotinas de cálculos, os indicadores de desempenho em aceleração, frenagem e curva de maneira isolada, posteriormente combinando as manobras de aceleração e frenagem com curvas criando o envelope de acelerações e concluindo com a simulação em circuito fechado.

Para cada um dos cálculos foram definidos indicadores de desempenho diretos e indiretos com os objetivos de analisar a manobra de forma isolada e sua influência no desempenho das demais manobras, respectivamente.

Durante uma volta rápida no circuito, a sequência das manobras é frenagem, curva e aceleração. Isso implica que a manobra de frenagem prepara o veículo para a entrada da curva e imediatamente após o ápice da curva o veículo acelera.

4.1 ACELERAÇÃO EM LINHA RETA

O desempenho em aceleração em linha reta permite analisar a transformação da potência bruta do motor em aceleração e velocidade longitudinal do veículo completo.

Para esse cálculo considera-se que o ângulo de esterçamento seja igual a zero. A posição do controle de avanço é resultado do algoritmo de cálculo para máximo desempenho. Para baixas velocidades, onde o limite de torque depende da aderência do pneu com o solo, o controle de avanço deve operar menor que 100% para manter aceleração máxima.

$$U = [\delta \quad p] = [0 \quad p] \quad (101)$$

Utilizando as condições acima e o sistema de equações em regime quase-estático que definem o veículo, foi calculada a curva de aceleração longitudinal máxima com o algoritmo apresentado a seguir.

$$\begin{aligned}
 &\text{para } \dot{x}_{\min} \leq \dot{x} \leq \dot{x}_{\max} \\
 &\min f = -\ddot{x} \\
 &\text{sujeito :} \\
 &\quad RE = 0 \\
 &\quad a_y = 0 \\
 &\quad U = [0 \quad p] \\
 &\quad k_{td,te} \geq 0
 \end{aligned} \tag{102}$$

A figura a seguir apresenta a curva de aceleração longitudinal máxima resultante da rotina de otimização apresentada anteriormente.

Figura 34: Aceleração longitudinal máxima em função da velocidade longitudinal

A integração numérica da curva de aceleração em função da velocidade resulta na velocidade e no espaço percorrido em função do tempo. A seguir são apresentadas as equações utilizadas nesse cálculo.

$$\ddot{x} = \frac{\sum X}{m_t} \tag{103}$$

$$\int \partial \dot{x} = \frac{\sum X}{m_t} \int \partial t \Rightarrow \dot{x}_f - \dot{x}_i = \frac{\sum X}{m_t} (t_f - t_i) \tag{104}$$

$$\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t} \Rightarrow \partial t = \frac{\partial x}{\dot{x}} \Rightarrow \frac{\partial \dot{x}}{\partial t} = \dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \quad (105)$$

$$\int \dot{x} \partial \dot{x} = \frac{\sum X}{m_t} \int \partial x \Rightarrow \frac{\dot{x}_f^2 - \dot{x}_i^2}{2} = \frac{\sum X}{m_t} (x_f - x_i) \quad (106)$$

A seguir são apresentados os indicadores de desempenho direto em aceleração em linha reta.

1. Retomada de velocidade – tempo necessário para atingir uma determinada velocidade partindo de uma velocidade também pré-determinada.

$$t_{70km/h \rightarrow 200km/h} = t_{200km/h} - t_{70km/h} \quad (107)$$

Para maximizar o desempenho, o tempo de retomada deve ser o menor possível.

2. Variação do coeficiente de arrasto aerodinâmico – devido à deflexão dos sistemas de suspensão com o aumento da velocidade longitudinal (consequência do aumento das forças de sustentação negativa) e a sensibilidade dos coeficientes aerodinâmicos a altura do solo, o coeficiente de arrasto varia com a velocidade. Para maximizar a velocidade longitudinal, geralmente, se opta por uma configuração que o coeficiente de arrasto diminui com o aumento da velocidade.

$$\begin{aligned} C_x &= f(\varphi, z) \\ \varphi &= f(\dot{x}) \\ z &= f(\dot{x}) \end{aligned} \quad (108)$$

Os indicadores de desempenho indiretos utilizados na análise de desempenho em aceleração em linha reta permitem mensurar a sua influencia em outras manobras. A seguir são apresentados os indicadores:

1. Distribuição de Carga Dinâmica (DCD) – devido à aceleração longitudinal existe transferência de carga entre o eixo dianteiro e traseiro. Partindo do princípio que os pneus utilizados nos veículos são proporcionais a distribuição de peso (fato comum em veículos de Formula), o comportamento direcional

resultante da distribuição de massa é neutro. Dessa forma a razão entre a DCD e a distribuição de carga estática (DCE) pode servir como indicativo para a definição do comportamento no caso de início de curva.

$$DCD = \frac{1 - \frac{F_{zd}}{F_{zd} + F_{zt}}}{1 - DCE} \quad (109)$$

$$DCD > 1 \quad \text{sobesterçante}$$

$$DCD = 1 \quad \text{neutro} \quad (110)$$

$$DCD < 1 \quad \text{sobreesterçante}$$

2. Distribuição de Balanço Mecânico (DBM) – a altura do centro instantâneo de rotação também é modificada com a deflexão do sistema de suspensão, consequentemente alterando o balanço mecânico do veículo em função da velocidade. Esse indicador representa a tendência direcional do veículo, baseado na transferência de carga lateral, se o piloto iniciar uma curva.

$$BM = \frac{\frac{\partial(\Delta F_{zd})}{\partial a_y}}{\frac{\partial(\Delta F_{zd} + \Delta F_{zt})}{\partial a_y}} \quad (111)$$

$$\Delta F_{zd} = \frac{F_{zdd} - F_{zde}}{2} \quad (112)$$

$$\Delta F_{zt} = \frac{F_{ztd} - F_{zte}}{2} \quad (113)$$

$$DBM = \frac{BM}{DCE} \quad (114)$$

$$DBM > 1 \quad \text{sobesterçante}$$

$$DBM = 1 \quad \text{neutro} \quad (115)$$

$$DBM < 1 \quad \text{sobreesterçante}$$

3. Distribuição de Balanço Aerodinâmico (DBA) – o coeficiente de sustentação negativa e a posição longitudinal do centro de pressão aerodinâmico também são modificados com a deflexão do sistema de suspensão,

consequentemente alterando o balanço aerodinâmico do veículo em função da velocidade.

$$BA = \frac{C_{zf}}{C_{zf} + C_{zr}} = \frac{C_{zf}}{C_z} \quad (116)$$

$$\begin{aligned} BA &= f(\varphi, z) \\ \varphi &= f(\dot{x}) \\ z &= f(\dot{x}) \end{aligned} \quad (117)$$

$$DBA = \frac{1 - BA}{1 - DCE} \quad (118)$$

$$\begin{aligned} DBA > 1 & \text{ sobesterçante} \\ DBA = 1 & \text{ neutro} \\ DBA < 1 & \text{ sobreesterçante} \end{aligned} \quad (119)$$

4.2 FRENAGEM EM LINHA RETA

O desempenho de frenagem é limitado, basicamente, pela aderência dos pneus ao solo, influenciada pela distribuição de forças verticais nos eixos, e pelo arrasto aerodinâmico.

O vetor de entrada para a análise de desempenho de frenagem apresenta ângulo de esterçamento igual a zero. O controle de avanço, assim como no desempenho em aceleração, não é parâmetro de entrada. Seu valor é resultado do cálculo que minimiza a aceleração longitudinal, conforme formulação apresentada na sequência.

$$U = [\delta \quad p] = [0 \quad p] \quad (120)$$

O balanço ideal do torque de frenagem (razão entre o torque fornecido para o eixo dianteiro e o torque total) acompanha a distribuição de carga dinâmica dos eixos (DCD) e consequentemente varia com a velocidade longitudinal. O sistema mecânico que controla o balanço de freio possui regulagem fixa, impossibilitando que o veículo trabalhe sempre com a distribuição ideal de frenagem.

A figura a seguir apresenta um gráfico com a variação do balanço ideal (curva em azul) com a velocidade longitudinal, e o balanço configurado pelo piloto (curva em vermelho), para um determinado veículo. Sempre que o balanço imposto pelo piloto é diferente do ideal existe perda de desempenho em frenagem.

Figura 35: Comparativo entre a distribuição ideal e a imposta pelo piloto em uma manobra de desaceleração partindo de 250 Km/h até o repouso.

O torque de frenagem é calculado com objetivo de maximizar a desaceleração longitudinal em uma determinada velocidade longitudinal. Para isso foi utilizada uma rotina de otimização (similar a utilizada no item anterior), conforme explicitado no algoritmo abaixo.

$$\begin{aligned}
 &\text{para } \dot{x}_{\min} \leq \dot{x} \leq \dot{x}_{\max} \\
 &\quad \min f = \ddot{x} \\
 &\quad \text{sujeito :} \\
 &\quad \quad RE = 0 \\
 &\quad \quad a_y = 0 \\
 &\quad \quad U = [0 \quad p] \\
 &\quad \quad k_{dd,de,td,te} \leq 0
 \end{aligned} \tag{121}$$

Com a curva de desaceleração em função velocidade longitudinal, utiliza-se mesmo processo de integração numérica explicado na análise de aceleração em linha reta para obtenção das curvas de velocidade longitudinal e espaço percorrido em função do tempo.

Os indicadores de desempenho direto utilizados na análise de frenagem são listados a seguir:

1. Tempo de desaceleração – menor tempo necessário para desacelerar o veículo entre duas velocidades pré-estabelecidas.

$$t_{210km/h \rightarrow 60km/h} = t_{60km/h} - t_{210km/h} \quad (122)$$

2. Espaço de desaceleração – menor espaço percorrido para desacelerar o veículo entre as duas velocidades pré-estabelecidas.

$$x_{220km/h \rightarrow 70km/h} = x_{70km/h} - x_{220km/h} \quad (123)$$

3. Eficiência do balanço de freio – relação entre o balanço de freio (BF) imposto e o balanço de freio ideal (BFI) em uma determinada velocidade.

$$EBF(V) = \frac{BF_{imposto}}{BFI(V)} = \frac{BF_{imposto}}{DCD} \quad (124)$$

4. Variação do coeficiente de arrasto aerodinâmico – curva similar a utilizada como indicador de desempenho direto em aceleração em linha reta. Porém objetivando o aumento do coeficiente de arrasto.

Os indicadores de desempenho indireto utilizados na análise de frenagem estão listados a seguir:

1. Distribuição de Balanço mecânico (DBM) – mesmo indicador de desempenho indireto utilizado na manobra de aceleração em linha reta.
2. Distribuição de Balanço aerodinâmico (DBA) – mesmo indicador de desempenho indireto utilizado na manobra de aceleração em linha reta.

4.3 DESEMPENHO EM CURVA

O desempenho quase-estático em curvas é quantificado pela máxima aceleração lateral que o veículo pode atingir e tendência direcional do veículo. Quanto maior a

aceleração, maior a velocidade longitudinal desenvolvida. A máxima aceleração lateral é maximizada quando o comportamento direcional do veículo é neutro.

O gradiente de sobesterçamento é calculado/medido através de um teste chamado de *skidpad*, normalizado pela ISO (Iso, 1996). Nesse teste o veículo deve manter-se em um raio de curva constante e aumentar a velocidade longitudinal de forma lenta, aumentando consequentemente a aceleração lateral e identificando a variação da posição do volante em função a aceleração lateral. Se existir a necessidade de se aumentar o ângulo do volante com o aumento da aceleração lateral o veículo é caracterizado como sobesterçante e caso aja necessidade de se diminuir o ângulo do volante o veículo é caracterizado sobreesterçante. Se o ângulo do volante não se alterar, significa que o veículo tem comportamento neutro.

A figura a seguir apresenta a resposta de uma manobra de curva de raio constante com incremento suave, progressivo e linear da velocidade longitudinal.

Figura 36: Ângulo do volante em teste de velocidade constante (Iso, 1991).

O cálculo do gradiente de sobesterçamento para a manobra em velocidade constante é apresentado a seguir (Guillespie, 1992).

$$K = \frac{\partial \delta}{\partial a_y} \quad (125)$$

$$\begin{aligned}
K > 0 &\Rightarrow \text{sobesterçante} \\
K = 0 &\Rightarrow \text{neutro} \\
K < 0 &\Rightarrow \text{sobreesterçante}
\end{aligned}
\tag{126}$$

A seguir é apresentada a rotina utilizada para o cálculo do comportamento em curvas. Nela é imposta uma velocidade longitudinal e raio de curva para o veículo, calcula-se o esterçamento resultante e os demais parâmetros utilizando uma rotina de solução de sistemas não-lineares.

$$\begin{aligned}
&\text{para } \dot{x}_{\min} \leq \dot{x} \leq \dot{x}_{\max} \\
&\quad R = cte \\
&\quad \dot{x} = cte \\
&\quad a_y = \frac{\dot{x}^2}{R} \\
&\quad U = [\delta \quad p = cte] \\
&\quad RE = 0
\end{aligned}
\tag{127}$$

Os indicadores de desempenho diretos utilizados na análise de manobras em curva são:

1. Comportamento direcional inicial – tendência de comportamento direcional do veículo, calculado em aceleração laterais próximas do zero.

$$K_{a_y 50\%} = \frac{\partial \delta}{\partial a_y}_{a_y=0} \tag{128}$$

2. Comportamento direcional 50% – comportamento direcional do veículo em 50% da aceleração lateral máxima em função da velocidade.

$$K_{a_y 50\%} = \frac{\partial \delta}{\partial a_y}_{a_y=0,5,a_{y \max}} \tag{129}$$

3. Comportamento direcional 100% – comportamento direcional do veículo em aceleração lateral máxima em função da velocidade.

$$K_{a_y \max} = \frac{\partial \delta}{\partial a_y}_{a_y=a_{y \max}} \tag{130}$$

4. Gradiente de rolagem – taxa de variação do ângulo de rolagem em relação à aceleração lateral. Geralmente, o comportamento de rolagem do veículo em função da aceleração lateral é linear.

$$K_{a_y \max} = \frac{\partial \theta}{\partial a_y} \quad (131)$$

Para manobras em curvas é utilizado um indicador de desempenho indireto.

1. Arrasto de esterçamento – potência consumida pelo arrasto dos pneus direcionais com o esterçamento do volante.

$$P_{\text{esterçamento}} = (F_{xdd} + F_{xde}) \cdot \dot{x} \quad (132)$$

4.4 ENVELOPE DE ACELERAÇÕES

O envelope de acelerações é o resultado de como as características dos subsistemas do veículo afetam as forças geradas por cada pneu, e consequentemente as acelerações máximas que o veículo pode gerar. Ele define os limites de aceleração lateral, aceleração longitudinal e aceleração combinada do veículo para diferentes velocidades longitudinais.

Para a construção do envelope de aceleração teórico, inicialmente foi calculada a velocidade máxima que o veículo atinge em condição de linha reta e na sequência as acelerações longitudinais máximas (aceleração) e mínimas (frenagem) para valores de velocidade longitudinal pré-definidos. Para uma velocidade fixa e valores de aceleração longitudinal, partindo de zero até o seu valor máximo, são encontrados os valores de aceleração lateral máxima, criando um envelope para cada velocidade longitudinal.

A seguir é apresentada a rotina de cálculo (dividida em quatro etapas) para o envelope de aceleração.

1. Cálculo da máxima velocidade longitudinal

$$\begin{aligned}
\min f &= -\dot{x} \\
\text{sujeito :} \\
RE &= 0 \\
a_y &= 0 \\
U &= [0 \quad 100] \\
k_{td,te} &\geq 0
\end{aligned} \tag{133}$$

2. Cálculo da máxima aceleração longitudinal em função da velocidade longitudinal

$$\begin{aligned}
\text{para } \dot{x}_{\min} &\leq \dot{x} \leq \dot{x}_{\max} \\
\min f &= -\ddot{x} \\
\text{sujeito :} \\
RE &= 0 \\
a_y &= 0 \\
U &= [0 \quad p] \\
k_{td,te} &\geq 0
\end{aligned} \tag{134}$$

3. Cálculo da máxima desaceleração longitudinal em função da velocidade longitudinal

$$\begin{aligned}
\text{para } \dot{x}_{\min} &\leq \dot{x} \leq \dot{x}_{\max} \\
\min f &= \ddot{x} \\
\text{sujeito :} \\
RE &= 0 \\
a_y &= 0 \\
U &= [0 \quad p] \\
k_{dd,de,td,te} &\leq 0
\end{aligned} \tag{135}$$

4. Cálculo da aceleração lateral em função da aceleração e da velocidade longitudinal.

$$\begin{aligned}
& \text{para } \dot{x}_{\min} \leq \dot{x} \leq \dot{x}_{\max} \\
& \text{para } 0 \leq \ddot{x} \leq \ddot{x}_{\max} \\
& \min f = -a_y \\
& \text{sujeito :} \\
& \quad RE = 0 \\
& \quad U = [\delta \quad p]
\end{aligned} \tag{136}$$

A comparação direta entre envelopes de aceleração de diferentes configurações permite verificar o impacto das modificações no limite de desempenho do veículo.

4.5 SIMULAÇÃO DE TEMPO DE VOLTA

A composição de curvas e retas de cada circuito criam características únicas, implicando em configurações dedicadas dos subsistemas dos veículos para minimizar o tempo de volta. A simulação em circuito fechado, além de calcular o tempo gasto em uma volta, permite que o circuito seja analisado quanto as suas características, permitindo, além da análise quantitativa, uma análise qualitativa de cada trecho do circuito.

A simulação em circuito fechado utiliza como entrada os dados da geometria do circuito (Item 3.3) e o envelope de acelerações do veículo (Item 4.5). O objetivo é manter o veículo no limite de desempenho em todos os pontos do circuito.

Os pontos de maior e menor curvatura no circuito (ápices) são os de maior aceleração lateral e, portanto definem na maioria das vezes que antes deles ocorrerá uma manobra de frenagem e após dele o veículo começará a acelerar. A aceleração lateral máxima nos ápices foi calculada utilizando o valor da curvatura do circuito nesses pontos e a curva de máxima aceleração lateral em função da velocidade longitudinal calculada no envelope de acelerações.

Figura 37: Curvatura em função da posição do circuito e os pontos de ápicos das curvas.

Para calcular os pontos de ápicos foram calculados os pontos do circuito em que a derivada da curvatura em relação ao comprimento é igual a zero.

$$\frac{\partial \rho}{\partial s} = 0 \quad (137)$$

Partindo de cada ápice é calculado “para frente” o desempenho em aceleração e “para trás” o desempenho em frenagem.

A partir da aceleração longitudinal do ápice, geralmente negativa quando a aceleração lateral é máxima, calcula-se a velocidade do trecho seguinte, e utilizando essa velocidade e a curvatura do trecho, calcula-se a aceleração lateral do trecho. Os demais parâmetros do veículo são calculados interpolando os valores do envelope de acelerações. A seguir é apresentado o algoritmo utilizado no cálculo.

$$\dot{x}_i = \sqrt{\dot{x}_{i-1}^2 - 2 \cdot \Delta x_i \cdot \ddot{x}_{i-1}} \quad (138)$$

$$\ddot{y}_i = \dot{x}_i^2 \cdot \rho_i \quad (139)$$

$$(\ddot{x}, \delta, p, \theta, z, \varphi, \omega_{1,2,3,4})_i = f(\dot{x}, \ddot{y}) \quad (140)$$

Entre as manobras de aceleração e desaceleração existe o ponto de início de frenagem, nesse momento o veículo passa de um estado de aceleração máxima para desaceleração máxima. Esse ponto é definido pela posição em que a

velocidade longitudinal em aceleração após o ápice i é igual a velocidade longitudinal em desaceleração antes do ápice $i+1$. A figura a seguir apresenta em forma gráfica a explicação do cálculo descrita nesse parágrafo.

Figura 38: Ponto de início da manobra de frenagem.

A seguir é apresentada uma manobra de curva na qual são mostrados os limites de velocidade impostos pela aceleração e desaceleração longitudinal e pela aceleração lateral. A velocidade final com que o veículo trafega na pista é a menor velocidade calculada para as três manobras.

Figura 39: Limites de velocidade.

A velocidade máxima em curva é o primeiro fator limitante de desempenho do veículo, desse ponto em diante o limite passa a ser a capacidade de aceleração longitudinal e antes dele o limite é a capacidade de desaceleração do veículo. Esse cálculo é sensível aos desvios de medição do raio de curvatura da pista. Para evitar problemas numéricos o raio de curvatura em função da posição do circuito deve ter pouco ruído.

Analisando as configurações dos subsistemas do veículo, para minimizar o tempo de volta, é necessário manter o comportamento do veículo durante todo o percurso o mais próximo possível do neutro e/ou de forma a aumentar a área do envelope de acelerações.

A seguir são apresentados os indicadores de desempenho que podem ser calculados com a simulação em circuito fechado.

1. Tempo de volta – tempo necessário para percorrer o circuito. O tempo gasto é o inverso da área do gráfico de velocidade em função da posição

$$t = \int \partial t \quad (141)$$

$$V_x = \frac{\partial s}{\partial t} \Rightarrow \partial t = \frac{\partial s}{V_x} \quad (142)$$

$$t = \int_{s_1}^{s_n} \frac{1}{V_x} \partial s \quad (143)$$

2. Comportamento direcional – outro indicador do comportamento direcional é a comparação do ângulo de volante do veículo com o ângulo do volante para esterçamento neutro (ângulo ideal) para cada raio de curva.

$$\delta_{neutro} = \tan\left(\frac{L}{R}\right) i_e \quad (144)$$

$$N_{ev} = \delta - \delta_{neutro} \quad (145)$$

$$\begin{array}{ll}
 N_{ev} > 0 & \text{sobesterçante} \\
 N_{ev} = 0 & \text{neutro} \\
 N_{ev} < 0 & \text{sobreesterçante}
 \end{array}
 \tag{146}$$

3. Eficiência do balanço de freio (EBF) – mesmo indicador de desempenho direto utilizado na manobra de frenagem.
4. Distribuição de Balanço mecânico (DBM) – mesmo indicador de desempenho indireto utilizado na manobra de aceleração em linha reta.
5. Distribuição de Balanço aerodinâmico (DBA) – mesmo indicador de desempenho indireto utilizado na manobra de aceleração em linha reta.

5 VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

Para a utilização prática das rotinas apresentadas nos capítulos anteriores seja realizada com êxito é necessária uma prévia validação do modelo matemático.

Para validar o modelo matemático foram comparados os dados adquiridos em uma volta rápida no circuito de *Magny Cours* de um veículo de *Formula 3* Espanhola (Modelo Dallara F308 FPT) e os resultados do modelo matemático calibrado com os dados dos subsistemas do veículo.

O veículo real foi instrumentado com o conjunto de sensores detalhados o Apêndice D.

Para melhorar o processo de validação do modelo seria desejável que cada manobra do veículo fosse executada de forma isolada e depois comparada com os resultados das simulações das manobras isoladas. Porém, devido ao elevado custo de um dia de treino com um veículo de competição, não foi possível utilizá-lo exclusivamente para alimentar os dados da validação e por isso só será utilizada a volta de melhor desempenho do piloto.

5.1 CIRCUITO DE MAGNY COURS

O circuito de *Magny Cours* possui aproximadamente 4,3 Km de comprimento, seu trajeto é no sentido horário e é composto por 17 curvas.

A Figura a seguir apresenta o mapa do circuito, numerando e nomeando as curvas mais importantes e o sentido da elevação do terreno.

Da curva 15 para a linha de chegada existe uma sequência de duas curvas curtas sendo necessário mais uma frenagem antes da curva 16. Esse trecho de três curvas é conhecido como *Complexe du Lycee*.

5.2 COMPARATIVO DA GEOMETRIA DO CIRCUITO

Utilizando o método apresentado para reconstrução do circuito calculou-se a geometria e essa foi sobreposta a uma imagem de satélite. Apesar da imagem não quantificar o desvio entre o traçado calculado e o real, de forma qualitativa pode-se concluir que há aderência entre a geometria real e a calculada.

Figura 41: Comparativo entre a geometria do circuito calculada e a imagem de satélite do circuito de Magny Cours – França (Google, 2011).

Uma melhor precisão de geometria pode ser atingida utilizando-se medições do próprio circuito por imagens via satélite, que atualmente são de fácil acesso. Porém o objetivo é recuperar o traçado realizado pelo piloto e não a geometria do circuito propriamente dita.

A geometria apresentada na figura anterior foi utilizada na rotina de cálculo utilizada na validação apresentada no item a seguir.

5.3 VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

O processo de validação foi separado em duas partes, na primeira é comparado o envelope de acelerações do veículo com o envelope gerado pelos dados experimentais e na segunda o comportamento do veículo em cada trecho do circuito.

5.3.1 Envelope de acelerações

O comparativo entre os diagramas g-g e as curvas de aceleração longitudinal e lateral em função da velocidade longitudinal do veículo permitem analisar as diferenças do limite de aceleração máxima do modelo com os do veículo testado.

Figura 42: Comparativo do envelope de acelerações

Na figura anterior, diagrama g-g, a maior divergência se encontra nas desacelerações, o modelo matemático consegue produzir desacelerações maiores que o conjunto carro/piloto. Em altas velocidades essa diferença chega a 75%. Essa

discrepância, encontrada também no gráfico de aceleração longitudinal em função da velocidade longitudinal, pode ser decorrência de um modelo de pneu com maior aderência que o modelo real, uma limitação do piloto em atingir o limite de desempenho do veículo ou consequência das irregularidades da pista.

Figura 43: Comparativo do envelope de aceleração longitudinal em função da velocidade.

A curva de aceleração lateral em função da velocidade longitudinal, apresentada a seguir, mostra que o modelo e o conjunto piloto/veículo possuem desempenho similar.

Figura 44: Comparativo do envelope de aceleração lateral em função da velocidade.

5.3.2 Simulação de tempo de volta

Para validação do modelo matemático os seguintes parâmetros foram comparados com os resultados experimentais: velocidade longitudinal, posição do pedal do acelerador, aceleração lateral, aceleração longitudinal, deslocamento vertical, ângulo de arfagem, altura do eixo dianteiro, altura do eixo traseiro, ângulo de rolagem, ângulo de rolagem em função da aceleração lateral, esterçamento do volante e ângulo do volante em função da aceleração lateral. A tabela a seguir apresenta o tempo gasto pela simulação e pelo experimento para completar uma volta no circuito de Magny Cours.

Tabela 1: Comparativo do tempo de volta.

Nome da configuração	Tempo de volta
Experimento	1:37,386
Simulação	1:33,552

De maneira geral, a rotina de simulação quase-estática superestima o resultado, pois o veículo se encontra no limite de desempenho em todos os trechos do circuito. A discrepância entre o tempo de volta calculado e o experimental é discutida nos parágrafos a seguir.

Figura 45: Comparativo da Velocidade Longitudinal.

A curva apresentada acima apresenta boa aderência nos valores de velocidade nos trechos de curvas de baixa velocidade, porém superestima os resultados nos trechos de curvas de alta velocidade (círculos laranjas) e durante as frenagens. A discrepância durante as frenagens são resultados das diferenças de desaceleração de frenagem discutidas no tópico anterior.

Na rotina os aclives e declives do terreno não foram levados em consideração, dessa forma nos trechos de aclive a simulação deve apresentar valores de velocidades superiores ao experimento e em declives o comportamento contrário, como pode ser constatado na figura anterior nos locais com seta verde.

As discrepâncias nas curvas de alta velocidade podem ser mais bem visualizadas comparando a posição do pedal do acelerador do piloto e da simulação durante a volta, apresentado na figura a seguir.

Figura 46: Comparativo da posição do pedal do acelerador.

Nota-se que nas curvas de alta velocidade o piloto alivia o pedal do acelerador, isso pode ter acontecido em decorrência da falta de confiança do piloto no veículo ou de um excesso de sustentação negativa na caracterização do modelo.

Figura 47: Comparativo da aceleração lateral.

A figura anterior compara a aceleração lateral do modelo e do veículo, apresentando resultados com boa aderência entre os dados experimentais e a simulação.

Figura 48: Comparativo da aceleração longitudinal.

A figura anterior compara a aceleração longitudinal do modelo e do veículo. As diferenças de resultados significativas ocorrem nas frenagens e já foram discutidas no tópico anterior.

Figura 49: Comparativo do deslocamento vertical da massa suspensa.

A figura anterior compara o deslocamento vertical do centro de gravidade do veículo. Os resultados apresentam uma pequena discrepância nos finais das retas (situação de alta velocidade). O comparativo entre o ângulo de arfagem e as alturas dos eixos dianteiros e traseiros apresentados a seguir explicam essas diferenças.

Figura 50: Comparativo do ângulo de arfagem.

A figura anterior compara o ângulo de arfagem do veículo com o modelo. Apesar do comportamento em frenagens ser semelhante, existe uma discrepância no

comportamento durante acelerações. A figura e parágrafo a seguir ilustram e discutem o motivo dessa diferença.

A figura apresentada na sequência compara a altura do eixo dianteiro do veículo. Durante os testes a equipe optou por utilizar pré-carga nas molas dianteiras (setas verdes), por isso existem algumas situações em que o eixo permanece com a altura constante. No modelo matemático a pré-carga da mola não foi modelada, explicando a discrepância na altura do eixo dianteiro.

Com o menor deslocamento do eixo dianteiro, qualquer deslocamento do eixo traseiro implica em um aumento no ângulo de arfagem. A discrepância encontrada no comparativo do ângulo de arfagem também é resultado da pré-carga da mola da suspensão dianteira.

Figura 51: Comparativo da altura do eixo dianteiro.

A figura a seguir compara a altura do eixo traseiro do veículo. Os resultados apresentam uma pequena discrepância nos finais das retas (situação de alta velocidade).

Figura 52: Comparativo da altura do eixo traseiro.

A figura a seguir apresenta o comparativo do ângulo de rolagem do veículo. O comportamento é muito similar, porém o modelo é um pouco mais rígido que o veículo, resultando em valores de pico menores.

Figura 53: Comparativo do ângulo de rolagem.

A figura apresentada na sequência compara o ângulo de rolagem em função da aceleração lateral. A inclinação dessa curva representa o gradiente de rolagem do

veículo. Para o veículo o gradiente calculado é de $0,06^\circ/\text{g}$ e para o modelo $0,045^\circ/\text{g}$, confirmando que o modelo se encontra mais rígido que o veículo utilizado nos testes.

Figura 54: Comparativo do gradiente de rolagem.

Figura 55: Comparativo do ângulo de esterçamento do volante.

A figura anterior apresenta o comparativo entre o ângulo de esterçamento do veículo e o do modelo matemático. De maneira geral o modelo apresenta uma tendência de esterçar menos o volante, indicativo de comportamento sobreesterçante.

Figura 56: Comparativo do ângulo de esterçamento em função da aceleração lateral.

A figura anterior apresenta o ângulo de esterçamento do veículo em função da aceleração lateral. De forma qualitativa, pode-se considerar que a tendência de esterçamento com a aceleração lateral é a mesma (sobreesterçante), porém um pouco menor para o modelo matemático.

6 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO DESEMPENHO DE UM VEÍCULO DE FORMULA 3

Foi utilizado na análise de sensibilidade o modelo de veículo validado no capítulo 5. Devido a dificuldade de se obter os dados experimentais das equipes, não pode ser utilizado um veículo de *Formula 3 Sulamericana* no estudo.

No estudo é analisada a sensibilidade do desempenho do veículo com diferentes rigidezes de mola na suspensão traseira. Esse parâmetro foi escolhido por influenciar tanto no balanço aerodinâmico quanto mecânico do veículo.

Tabela 2: Configurações propostas.

Nome da configuração	Rigidez da mola traseira	
	N/m	Lb/in
Base	122591	700
500	87565	500
600	105078	600
800	140104	800
900	157617	900

O modelo matemático foi submetido a cada uma das rotinas matemáticas descritas no Item 4, e os indicadores propostos foram calculados.

O objetivo desse capítulo é mostrar a aplicabilidade das rotinas apresentadas nos capítulos anteriores na quantificação do desempenho. Diversos outros parâmetros do veículo podem ser alterados utilizando a mesma metodologia.

6.1 ACELERAÇÃO EM LINHA RETA

Utilizando os algoritmos apresentados no item 4.1 foram calculados os indicadores de desempenho diretos e indiretos em aceleração em linha reta.

Figura 57: Retomada de velocidade.

A tabela a seguir apresenta os valores de tempo gasto para o veículo fazer uma retomada de 70 Km/h até 200 Km/h nas cinco configurações escolhidas. Os resultados não apresentam relação linear com o incremento da rigidez, sendo a diferença máxima (entre as configurações de maior e menor desempenho) de até um décimo entre as configurações.

Tabela 3: Comparativo do tempo de retomada.

Nome da configuração	Retomada (s) 70Km/h-200Km/h
Base	9,510
500	9,497
600	9,370
800	9,378
900	9,381

A figura a seguir apresenta a variação do coeficiente de arrasto aerodinâmico do veículo em função da velocidade. Quanto menos rígida a suspensão traseira menor é o arrasto em altas velocidades. Isso é resultado do menor ângulo ataque da carroceria do veículo devido à deflexão do sistema de suspensão. Entretanto,

mesmo com o menor arrasto, a configuração de menor tempo de retomada não é a com menor rigidez de suspensão traseira, conforme mostra a tabela anterior.

Figura 58: Coeficiente de arrasto aerodinâmico em função da velocidade.

Figura 59: Distribuição de Cargas Dinâmicas (DCD) em função da velocidade

A figura anterior apresenta a Distribuição de Carregamentos Dinâmicos (DCD) do veículo. De maneira geral, em baixas velocidades, a rigidez do sistema de suspensão traseiro não influencia na DCD. Ela fica próxima de um somente em altas velocidades, implicando em pouca aderência nos eixos dianteiros durante todo o período de aceleração ($DCD > 1$).

A figura a seguir apresenta os valores de Distribuição de Balanço Mecânico (DBM) e Distribuição de Balanço Aerodinâmico (DBA), de maneira geral quanto menor a rigidez da suspensão traseira mais próximo do neutro é o comportamento direcional do veículo.

Figura 60: Distribuição de Balanço Aerodinâmico (DBA) e Distribuição de Balanço Mecânico (DBM) em função da velocidade.

6.2 FRENAGEM EM LINHA RETA

Utilizando os algoritmos apresentados no item 4.2 foram calculados os indicadores de desempenho direto e indireto em frenagem.

As figuras a seguir apresentam os resultados do tempo e a distância percorrida para a frenagem. Nas tabelas que são apresentadas na sequência são comparados o

tempo e distância necessários para uma frenagem de 220 Km/h até 70 Km/h. Esses dados indicam que não existe influência significativa da rigidez da suspensão traseira no desempenho e frenagem.

Figura 61: Tempo gasto na manobra de frenagem.

Figura 62: Distância percorrida na manobra de frenagem.

Tabela 4: Comparativo do tempo de frenagem.

Nome da configuração	Tempo de frenagem (s) 220Km/h-70Km/h
Base	1,774
500	1,775
600	1,769
800	1,769
900	1,768

Tabela 5: Comparativo da distância percorrida.

Nome da configuração	Distância de frenagem (m) 220Km/h-70Km/h
Base	67,3
500	67,3
600	67,1
800	67,0
900	67,0

A figura a seguir apresenta o comparativo da Eficiência de Balanço de Freio (EBF) das configurações propostas. Tanto em alta como baixa velocidades, não existem diferenças significativas entre as curvas, traduzindo os resultados dos indicadores de tempo e distância percorrida.

Figura 63: Eficiência do balanço de freio em função da velocidade.

A figura a seguir apresenta a variação do coeficiente de arrasto aerodinâmico em função da velocidade. Em altas velocidades as configurações de menor rigidez apresentam menores valores de arrasto, com diferenças pouco significativas, e em baixas velocidades os valores são muito semelhantes.

Figura 64: Coeficiente de arrasto aerodinâmico em função da velocidade.

A figura a seguir apresenta o comparativo de DBM e DBA das configurações. Semelhante a manobra em aceleração, quanto menor a rigidez do sistema de suspensão traseira mais próximo do comportamento direcional neutro. Em altas velocidades a influência da DBA no comportamento do veículo é maior, esse comportamento deve ser resultado da mudança brusca da arfagem do veículo em desaceleração, que pode chegar ao valor de até 3,5 g, enquanto a aceleração máxima fica em torno de 0,7g e/ou do incremento quadrático dos carregamentos aerodinâmicos com a velocidade longitudinal.

Figura 65: Distribuição de Balanço Aerodinâmico (DBA) e balanço mecânico (DBM) em função da velocidade.

6.3 CONTORNO DE CURVA

Utilizando os algoritmos apresentados no item 4.4 foram calculados os indicadores de desempenho direto e indireto em manobra de contorno de curva.

A figura a seguir apresenta o gráfico do ângulo de esterçamento do volante em função da aceleração lateral. A derivada desse gráfico resulta no gradiente de sobesterçamento, conforme teorizado também no item 4.4.

Figura 66: Ângulo de esterçamento em função da aceleração lateral.

A tabela a seguir compara os gradientes de sobesterçamento das configurações em aceleração de 0 m/s^2 (tendência direcional inicial), 15 m/s^2 (valor considerado para uma aceleração intermediária – 50%) e 23 m/s^2 (valor considerado como aceleração limite – 100%). Apesar de o veículo possuir tendência inicial sobesterçante, em médias e altas acelerações o comportamento é sobreesterçante. A diminuição da rigidez da suspensão traseira tem pouca influência no comportamento do veículo, diminuindo a tendência sobreesterçante.

Tabela 6: Comparativo do gradiente de sobesterçamento.

Nome da configuração	Gradiente de sobesterçamento (deg/m/s^2)		
	0 m/s^2	15 m/s^2	23 m/s^2
Base	0,380	-0,046	-1,593
500	0,380	-0,022	-1,355
600	0,380	-0,035	-1,484
800	0,380	-0,055	-1,688
900	0,380	-0,061	-1,774

De acordo com os gráficos de DBA e DBM das manobras de aceleração em linha reta e frenagem, a configuração com menor rigidez da suspensão traseira apresenta o comportamento direcional mais próximo do neutro. Na manobra de contorno de curva esse mesmo comportamento é observado de forma bem suave. Possivelmente a DCE do veículo não é proporcional a aderência dos pneus escolhidos (os pneus dianteiros e traseiros possuem tamanhos diferentes), implicando em tendência sobreesterçante por distribuição de massa. Para compensar esse comportamento as configurações de DBM e DBA devem apresentar valores maiores que um. Para que o comportamento direcional do veículo fosse neutro, seria necessário que um número maior de parâmetros o veículo fossem modificados.

A figura a seguir apresenta a variação do ângulo de rolagem em função da aceleração lateral. Na sequência são comparados os valores de gradiente de rolagem das configurações.

Figura 67: Ângulo de rolagem em função da aceleração lateral.

Tabela 7: Comparativo do gradiente de rolagem.

Nome da configuração	Gradiente de rolagem (deg/m/s ²)
Base	0,00314
500	0,00328
600	0,00321
800	0,00309
900	0,00304

Como era esperado, com a diminuição da rigidez da suspensão traseira o gradiente de rolagem aumenta.

A figura a seguir apresenta os valores de potência consumida pelo arrasto das rodas dianteiras. De maneira geral, a potência consumida é bem próxima para todas as configurações.

Figura 68: Potência dissipada pelo esterçamento das rodas dianteiras.

6.4 ENVELOPE DE ACELERAÇÕES

A seguir são comparados os envelopes de aceleração das cinco configurações com a configuração base em quatro velocidades distintas. Apesar das diferenças na rigidez do sistema de suspensão traseira, não existem diferenças significativas no envelope de acelerações (diagrama g-g).

Figura 69: Comparativo do envelope de aceleração.

Figura 70: Ampliação do limite de aceleração lateral do diagrama g-g.

Figura 71: Ampliação do limite de aceleração de frenagem do diagrama g-g.

6.5 SIMULAÇÃO DE TEMPO DE VOLTA

As cinco configurações do modelo matemático foram submetidas à rotina de simulação de tempo de volta proposta no item 4.6, e os resultados de cada uma das configurações é apresentado na tabela a seguir.

Apesar das diferenças relativas de tempo serem pequenas, para categorias monomarcas, praticamente o caso da Formula 3 (90% dos veículos são fabricados pela Dallara), décimos de segundos são representativos no desempenho do veículo.

Tabela 8: Tempo de volta das configurações propostas no circuito de Magny Cours.

Nome da configuração	Tempo de volta
Base	1:33,552
500	1:33,451
600	1:33,479
800	1:33,573
900	1:33,622

Na figura a seguir é apresentado o perfil de velocidade longitudinal, não se observa diferenças significativas nas configurações. Os trechos circulos em laranja foram os que apresentaram alguma sensibilidade.

Figura 72: Comparativo da velocidade longitudinal.

A figura a seguir apresenta a eficiência do balanço de freio durante uma volta completa. Esse indicador deve ser analisado somente nos trechos de frenagens, do ponto de vista de desempenho o seu valor deve se manter o mais possível próximo de um, do ponto de vista de estabilidade quando ele deve ser maior ou igual a um (área verde). Caso ele fique menor que um (área vermelha), significa que o veículo pode ser instável durante as frenagens. No caso das configurações analisadas, nenhuma delas gera comportamento instável em frenagem.

Figura 73: Comparativo da eficiência de balanço de freio (EBF).

Para entender a influência das configurações no comportamento do veículo é apresentado na figura abaixo o ângulo de esterçamento neutro (ângulo de esterçamento do volante necessário para que o veículo tenha comportamento direcional neutro) em comparação com o ângulo de esterçamento das configurações.

Figura 74: Comparativo do ângulo de esterçamento.

Na figura anterior não fica claro o comportamento direcional do veículo, apesar de em alguns pontos, círculos vermelhos, o ângulo de esterçamento das configurações ser menor que o neutro, indicando sobreesterçamento. Para o parâmetro analisado, rigidez do sistema de suspensão traseira, o indicador não é conclusivo.

Na figura a seguir são apresentados os valores dos indicadores DBM e DBA durante uma volta completa. Semelhante aos resultados das manobras de aceleração em linha reta e frenagem, quanto menor a rigidez do sistema de suspensão traseira, mais próximo do comportamento direcional neutro é o veículo.

Figura 75: Comparativo da DBM e DBA durante uma volta.

Os resultados de simulação de tempo de volta permitem concluir que quanto mais próximo do comportamento direcional neutro, melhor é desempenho final do veículo. Para tanto é necessário que tanto a DBM quanto a DBA estejam o mais próximo possível da DCE, ou no caso de um veículo com comportamento de projeto sobreesterçante (devido a falta de proporcionalidade entre a aderência dos pneus escolhidos e a DCE) que os indicadores DBM e DBA sejam maiores que um, compensando essa tendência.

7 CONCLUSÃO

A seguir é apresentada a conclusão do trabalho dividida entre: modelo matemático, indicadores de desempenho e simulação em circuito fechado em regime quase-estático.

Após a análise crítica dos resultados encontrados nesse trabalho, são propostos alguns tópicos para dar continuidade ao estudo aqui apresentado.

7.1 MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático utilizado nas rotinas de cálculo incorpora de forma representativa a maioria dos subsistemas do veículo. Os subsistemas que apresentaram resultados mais discrepantes em relação aos resultados experimentais foram o subsistema de suspensão e o de freio.

O subsistema de suspensão, devido aos pequenos deslocamentos, peculiaridade da suspensão de veículos de Fórmula, precisa que todos os aspectos sejam modelados, incluindo a pré-carga da mola e os batentes de suspensão. O veículo, em pista, utiliza todo o curso negativo de suspensão (extensão).

A resposta do acionamento do sistema de freio deve ser incorporada no modelo para que seja possível investigar se o alto desempenho do sistema de freios é resultado de um modelo de freio incompleto, de um modelo de pneu com elevada aderência ou algum outro aspecto. As irregularidades da pista podem afetar o desempenho em frenagem, porém para fazer essa análise é necessário um simulador em regime transiente.

Resultados experimentais médios obtidos de diferentes pilotos, que possuem diferentes estilos de condução e diferentes desempenhos permitiriam maior representatividades das informações experimentais para a comparação de resultados de simulação.

7.2 INDICADORES DE DESEMPENHO

Os indicadores de desempenho utilizados no trabalho são suficientes para estudar o comportamento e o desempenho do veículo.

Alguns indicadores apresentaram grande sensibilidade as configurações estudadas (principalmente a Distribuição de Balanço Mecânico e a Distribuição de Balanço Aerodinâmico), indicando que mesmo que as modificações reflitam uma pequena diferença no tempo final de volta, há correlação entre eles e o tempo de volta do veículo. Quanto mais próximo do comportamento direcional neutro o veículo é, menor o tempo de volta.

O indicador proposto para a análise da eficiência do balanço de freio (EBF) possui comportamento similar ao indicador de distribuição de carga dinâmica (DCD), devido à simplificação da modelagem do sistema de freio. Porém ele é eficiente para a análise da tendência direcional do veículo em frenagem. Com um modelo mais refinado do sistema de freio seus resultados podem ser ainda mais significativos.

7.3 SIMULAÇÃO DE TEMPO DE VOLTA EM REGIME QUASE-ESTÁTICO

A ferramenta de simulação de tempo de volta em regime quase-estático apresentou resultados satisfatórios do ponto de vista qualitativo e quantitativo. Dentro das limitações do modelo utilizado, o comportamento obtido durante a simulação numérica e os dados experimentais são semelhantes, havendo discrepância em alguns pontos.

Apesar de o trabalho apresentar somente a análise de sensibilidade de um parâmetro, o algoritmo pode ser utilizado para investigar qualquer parâmetro do veículo modelado. A ferramenta se mostrou eficiente para a análise de sensibilidade de parâmetros do veículo em seu desempenho final.

7.4 PROPOSTAS DE TRABALHO FUTROS

Para dar continuidade ao trabalho apresentado foram indicados alguns temas a serem investigados em estudos futuros. Eles dão continuidade a aplicação, ao detalhamento do modelo matemático e ao método de cálculo utilizado.

7.4.1 Eficiência do código computacional

A eficiência da rotina utilizada para o cálculo do tempo de volta pode ser otimizada para levar segundos ao invés de minutos. Uma das possíveis maneiras é a mudança do algoritmo, de forma que ele calcule as acelerações de cada ponto do circuito diretamente ao invés de calcular todo o envelope de acelerações do veículo e depois interpolar o resultado. Dessa maneira é possível incluir também as forças resultantes dos aclives e declives, aumentando a precisão dos resultados.

Para o pós-processamento dos resultados do cálculo pode-se utilizar uma rotina de exportação dos resultados para um programa de pós-processamento de um sistema de aquisição de dados dedicado a veículos de competição (Apêndice D), melhorando a interface do usuário com o algoritmo.

7.4.2 Detalhamento do modelo matemático e otimização de parâmetros

Do ponto de vista do modelo matemático, nos resultados da validação fica claro a necessidade de um modelo de suspensão que considere as não-linearidades da curva de força por deslocamento, incluindo a pré-carga da mola e os batentes de fim de curso.

As influências das atitudes de rolagem e guinada nos coeficientes aerodinâmicos podem ser incluída também, conforme sugerido pela revisão bibliográfica (Wright, 2001), apesar da validação não ser conclusiva a respeito da necessidade desse comportamento.

Devido ao elevado número de parâmetros que podem ser modificados na configuração do veículo e a relação nem sempre direta entre eles, a aplicação de uma rotina de otimização pode gerar resultados significativos na minimização do tempo de volta.

7.4.3 Inclusão do modelo de piloto e otimização de traçado

A evolução natural desse trabalho é a aplicação do modelo em uma simulação de regime transiente com o objetivo de gerar resultados nos quais o comportamento do veículo em determinado instante seja influenciado pelo comportamento no instante anterior. Porém será necessária a utilização de um modelo de piloto, ou seja, uma rotina de controle que seja capaz de seguir um percurso e um perfil de velocidade pré-definidos.

Caso não se deseje utilizar um perfil de velocidade e um percurso pré-definidos, pode-se utilizar rotinas de controle ótimo no modelo de veículo e piloto com o objetivo de encontrar o traçado e o perfil de velocidade de menor tempo de volta.

REFERÊNCIAS

AIM. **Data acquisition kit EVO3 Pro for Dallara F308**. Itália: AIM Srl 2008.

BENZING, E. **Dall'aerodinamica alla potenza in Formula 1 Mezzo secolo di motori in analisi**. Milano: Giorgio Nada Editore, 2004.

BERGMAN, W. The Basic Nature of Vehicle Understeer-Oversteer. **SAE Technical Paper**, 1965.

BIRAL, F.; LOT, R. An interpretative model of g-g diagrams of racing motorcycle. International Conference on Mechanical Engineering and Mechanics, 2009. Beijing, P. R. China.

BLUNDELL, M.; HARTY, D. **The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics**. 2004.

BRAGHIN, F. et al. Race driver model. **Journal of Computers & Structures**, v. 86, p. 1503-1516, 2008.

BRAYSHAW, D. **The use of numerical optimisation to determine on-limit handling behaviour of race cars**. 2004. (PhD). School of Engineering, Cranfield University, Cranfield.

BRAYSHAW, D. L.; F.HARRISON, M. A quasi steady state approach to race car lap simulation in order to understand the effects of racing line and centre of gravity location. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Journal of Automobile Engineering**, v. 219, n. Part D, p. 725-739, 2005.

BRAYSHAW, D. L.; HARRISON, M. F. Use of numerical optimization to determine the effect of the roll stiffness distribution on race car performance. **Proceedings of**

the Institution of Mechanical Engineers: **Journal of Automobile Engineering**, v. 219, n. Part D, p. 1141 - 1151, 2005.

BRIDGESTONE. **2008 Bridgestone GP2 Tyre Data**. Tokyo, Japão. 2008

CASANOVA, D. **On Minimum Time Vehicle Manoeuvring: The theoretical Optimal Lap**. 2000. (PhD). School of Mechanical Engineering, Cranfield University, Bedford.

CASANOVA, D.; SHARP, R. S.; P.SYMONDS. A Mathematical Model for Driver Steering Control, with Design, Tuning and Performance Results. **Vehicle System Dynamics**, v. 33, p. 289-326, 2000a.

_____. Minimum Time Manoeuvring: The Significance of Yaw Inertia. **Vehicle System Dynamics**, v. 34, p. 77-115, 2000b.

_____. Construction of Race Circuit Geometry from on-car Measurements. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Journal of Automobile Engineering**, v. 215, n. Part D, p. 1033-1042, 2001.

CHEVALIER, L. **Conversa sobre simulação de tempo de volta na categoria Formula 3 Euroseries**. São Paulo 2010.

COMMITTEE, S. V. D. **SAE J670e Vehicle Dynamics Terminology**: SAE 1972.

COSSALTER, V. et al. A General Method for the evaluation of Vehicle Manoeuvrability with Special Emphasis on Motorcycles. **Vehicle System Dynamics**, v. 31, p. 131-135, 1999.

DALLARA. **F308 v3 User Manual**. 2008a

_____. **GP2 2008 USER MANUAL Release 1.0**. Dallara Automobili. Varano Melegari, Itália. 2008b

_____. **F309 Spreadsheet**. Varano Melegari, Itália: Dallara Automobili: Planilha eletrônica para configuração do veículo p. 2009.

DESCONHECIDO, A. **Simulation Success**. Race Tech: 6-11 p. 2006.

DIXON, J. C. **Tires, Suspension and Handling**. 2nd. Warrendale, Pa.: SAE, 1996.

EDUARDO, G. D. P. **Conversa sobre simulação de tempo de volta com engenheiro do grupo de desempenho da Renault F1**. Oxford 2008.

FÉVRIER, P. et al. Advantages of a Thermomechanical Tire Model for Vehicle Dynamics. **ATZ orldwide eMagazines**, v. 2010-08, 2010.

FUJIOKA, T.; KIMURA, T. Numerical Simulation of Minimum-Time Cornering Behavior. **JSAE**, p. 44-51, 1992.

GADOLA, M.; CANDELPERGHER, A.; ADAMI, R. The Impact of Non-Linear Aerodynamics on Racecar Behaviour and Lap Time Simulation. **Proceeding of the 2002 SAE Motorsport**, 2002.

GADOLA, M. et al. A Tool for Lap Time Simulation. **SAE Technical Paper**, 1996.

GADOLA, M.; VETTURI, D.; CANDELPERGHER, A. Developments of a Method for LapTime Simulation. **SAE Technical Paper**, 2000.

GIPSER; HOFMAN. **FTire - Flexible Ring Tire Model, Modelization and Parameter Specification**. 2010

GOOGLE. Imagem de stélite do circuito de Magny-Cours. 2011. Acesso em: 12 de Agosto.

GROUP, M. D. R. XOptima 2008 Monovra Ottima - Software per la determinazione della monovra ottimale che minimizza il tempo di percorrenza. 2010. Disponível em: < www.dinamoto.it >. Acesso em: 18 de dezembro.

GUILLESPIE, T. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. Warrendale, PA: SAE, 1992.

HENDRIKX, J. P. M.; MEIJLINK, T. J. J.; KRIENS, R. F. C. Application of Optimal Control Theory to Inverse Simulation of Car Handling. **Vehicle System Dynamics**, v. 26, p. 449-461, 1996.

ISO. **ISO 8726 Road vehicles - Transient open-loop response test method with pseudo-random steering input** 1988.

_____. **ISO 8855 Road vehicles - Vehicles dynamics and road holding ability - Vocabulary** 1991.

_____. **ISO 4138 Passenger cars - Steady-state circular driving behaviour - Open-loop test procedure** 1996.

_____. **Passenger cars - Test track for a severe lane-change manoeuvre - Part 2: Obstacle avoidance** 2002.

_____. **ISO 7401 Road vehicles - Lateral transient response test methods - Open-loop test methods** 2003.

JOIE, J. C. L. Race Car Performance Optimization. **SAE Technical Paper**, 1994.

KAMEI, Y.; TAKAHASHI, T. **Vehicle Dynamics Simulation of a Racing Car by NISMO**. 3rd VI-grade User's Conference. Bad Nauheim, Germany 2010.

KATZ, J. **Race Car Aerodynamics: Designing for Speed**. Bentley Publishers, 1995.

KATZ, J. Aerodynamic of Race Cars. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 38, p. 27-63, Janeiro de 2006 2006.

KELLY, D. P. **Lap Time Simulation with Transient Vehicle and Tyre Dynamics**. 2008. (PhD). School of Engineering, Cranfield University School of Engineering, Bedford.

MAVROUDAKIS, B. **About Simultion of Formula 1 Cars**. 2009. (PhD). Institute of Engineering and Computational Mechanics, University of Stuttgart

MCNAY, G.; SOUTHWICK, L. An Approximate Lap Time Minimization Based on Indy Style Racing Car Geometry. **SAE Technical Paper**, 1991.

METZ, D.; WILLIAMS, D. Near Time-optimal Control of Racing Vehicles. **Automatica**, v. 25, n. 6, p. 841-857, 1989.

MILLIKEN, D.; MILLIKEN, W. **Chassis Design principles and analysis**. Warrendale, Pa.: SAE, 2002.

MILLIKEN, W. F.; DELL'AMICO, F.; RICE, R. S. The Static Directional Stability and Control of the Automobile. 1976.

MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. **Race Car Vehicle Dynamics**. SAE International, 1995.

MORONI, A. **Racing Car Chassis Torsional Stiffness and its Influence on the Car's Transient Handling Performance**. 2nd VI-grade User's Conference 2008.

MUHLMEIER, M. **Multiobjective Optimization of race car vehicle dynamics**. 1st MSC.ADAMS European User Conference. SOFTWARE, M. London, UK 2002.

MUHLMEIER, M.; MULLER, N. Optimization of the Driving Line on a Race Track. **SAE Technical Paper**, 2002.

MYGALE. **Mygale M08-F3 v1 User Manual**. Mygale Racing Car Constructor. Magny Cours, França. 2008

_____. **M09-F3 Configuration Draft**. Magny Cours, França: Mygale Racing Car Constructor: Planilha eletrônica para configuração do veículo p. 2009.

OGILVIE, L. **Use ofVI-SportsCar and VI-CarRealTime for Motorsports Applications**. VI-grade User's Conference 2007 2007.

PACEJKA, H. B. **Tyre and Vehicle Dynamics**. 2nd. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2006.

PACEJKA, H. B.; BAKKER, E.; NYBORG, L. Tyre Modeling for Use in Vehicle Dynamcs Studies. **SAE Technical Paper**, 1987.

SAVARESI, S. M. et al. Virtual Selection of the optimal gear-set in a race car. **International Journal Vehicle system Modeling and Testing**, v. 3, n. 1/2, p. 47-67, 2008.

SEGEL, L. Thoretical Prediction and Experimental Substantiation of the Response of the Automobile to Steering Control. **The Institution of Mechanical Engineers Automobile Division**, 1956-57.

SIEGLER, B.; CROLLA, D. Lap Time Simulation for Racing Car Design. **SAE Technical Paper**, 2002.

SIEGLER, B.; DEAKIN, A.; CROLLA, D. Lap Time Simulation: Comparison of Steady State, Quasi-Static and Transient Racing Car Cornering Strategies. **SAE Technical Paper**, 2000.

TABOREK, J. J. Mechanics of Vehicles. **Machine Design**, 1957.

THOMMYPPILLAI, M.; EVANGELOU, S.; SHARP, R. S. **Development of a high-performance virtual car driver for application to motor-racing**. Imperial College. London. 2008

_____. Car driving at the limit by adptative optimal preview control. **Vehicle System Dynamics**, v. 47, n. 12, p. 1535-1550, 2009.

WHITCOMB, D. W.; MILLIKEN, W. F. Design Implications of a General Theory of Automobile Stability and Control. **The Institution of Mechanical Engineers Automobile Division**, 1956-57.

WIKIPEDIA. Circuito de Nevers Magny-Cours. p. mapa do circuito de Magny-Cours, 2012. Acesso em: 12 de maio.

WRIGHT, P. G. **Formula 1 Technology**. SAE, 2001.

APÊNDICE A – EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

O veículo foi dividido em duas partes, massa suspensa e conjunto roda/pneu.

A massa suspensa foi modelada como um corpo rígido livre com seis graus de liberdade em relação ao solo (referencial inercial fixo).

O conjunto roda/pneu foi modelado com massa nula, fixo ao solo e com um grau de liberdade de rotação.

Figura 76: Sistemas de coordenadas da massa suspensa, conjunto roda/pneu e do referencial fixo.

A sequência de equações apresentadas a seguir desenvolve o cálculo das acelerações lineares e angulares da massa suspensa e posteriormente o equacionamento das forças inerciais. Partindo de um referencial inercial G , fixo, calcula-se a velocidade e a aceleração linear do ponto P , em relação a esse referencial.

Figura 77: Centro de gravidade da massa suspensa em relação ao referencial fixo da massa não suspensa

Adotando-se a hipótese que os movimentos do sistema de suspensão são pequenos em relação ao tamanho da carroceria, os ângulos de rotação foram linearizados.

$$V_G = \begin{bmatrix} \dot{x}_G \\ \dot{y}_G \\ \dot{z}_G \end{bmatrix} \quad (147)$$

$$\Omega_G = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (148)$$

$$(P - G) = \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi h \\ \theta h \\ h \end{bmatrix} \quad (149)$$

Cálculo do vetor velocidade e aceleração da massa suspensa.

$$V_P = V_G + \Omega \times (P - G) = \begin{bmatrix} \dot{x}_G - y_P \dot{\psi} + z_P \dot{\phi} \\ \dot{z}_G - z_P \dot{\theta} + x_P \dot{\psi} \\ \dot{z}_G - x_P \dot{\phi} + y_P \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (150)$$

$$A_P = \dot{V}_P + \Omega \times V_P = \begin{bmatrix} \dot{x}_G - \dot{y}_G \dot{\psi} + \dot{z}_G \dot{\phi} - (\dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2)x_P + (\dot{\theta}\dot{\phi} - \ddot{\psi})y_P + (\dot{\theta}\dot{\psi} + \ddot{\phi})z_P \\ \dot{y}_G - \dot{z}_G \dot{\theta} + \dot{x}_G \dot{\psi} - (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2)y_P + (\dot{\phi}\dot{\psi} - \ddot{\theta})z_P + (\dot{\theta}\dot{\phi} + \ddot{\psi})x_P \\ \dot{z}_G - \dot{x}_G \dot{\phi} + \dot{y}_G \dot{\theta} - (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2)z_P + (\dot{\theta}\dot{\psi} - \ddot{\phi})x_P + (\dot{\phi}\dot{\psi} + \ddot{\theta})y_P \end{bmatrix} \quad (151)$$

Cálculo das forças inerciais da massa suspensa

$$\begin{bmatrix} \sum X \\ \sum Y \\ \sum Z \end{bmatrix}_P = m.A_P = m \begin{bmatrix} \ddot{x}_G - \dot{y}_G\dot{\psi} + \dot{z}_G\dot{\phi} - (\dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2)x_P + (\dot{\theta}\dot{\phi} - \dot{\psi})y_P + (\dot{\theta}\dot{\psi} + \ddot{\phi})z_P \\ \ddot{y}_G - \dot{z}_G\dot{\theta} + \dot{x}_G\dot{\psi} - (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2)y_P + (\dot{\phi}\dot{\psi} - \ddot{\theta})z_P + (\dot{\theta}\dot{\phi} + \ddot{\psi})x_P \\ \ddot{z}_G - \dot{x}_G\dot{\phi} + \dot{y}_G\dot{\theta} - (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2)z_P + (\dot{\theta}\dot{\psi} - \dot{\phi})x_P + (\dot{\phi}\dot{\psi} + \ddot{\theta})y_P \end{bmatrix} \quad (152)$$

Cálculo da variação do momento angular em relação ao centro de gravidade da massa suspensa

$$\begin{bmatrix} \sum L \\ \sum M \\ \sum N \end{bmatrix}_P = \omega \times I_P \omega + I_P \dot{\omega} - (P - G) \times m A_P \quad (153)$$

Adotou-se q hipótese que a carroceria é um corpo simétrico e que os produtos de inércia em relação centro de gravidade são nulos.

$$I_P = \begin{bmatrix} I_{XP} & 0 & 0 \\ 0 & I_{YP} & 0 \\ 0 & 0 & I_{ZP} \end{bmatrix} \quad (154)$$

$$\begin{bmatrix} \sum L \\ \sum M \\ \sum N \end{bmatrix}_P = \begin{bmatrix} I_{XP}\ddot{\theta} - (I_{YP} - I_{ZP})\dot{\phi}\dot{\psi} + m y_P(\ddot{z} - \dot{x}\dot{\phi} + \dot{y}\dot{\theta}) - m z_P(\ddot{y} - \dot{z}\dot{\theta} + \dot{x}\dot{\psi}) \\ I_{YP}\ddot{\phi} - (I_{ZP} - I_{XP})\dot{\theta}\dot{\psi} + m z_P(\ddot{x} - \dot{y}\dot{\psi} + \dot{z}\dot{\phi}) - m x_P(\ddot{z} - \dot{x}\dot{\phi} + \dot{y}\dot{\theta}) \\ I_{ZP}\ddot{\psi} - (I_{XP} - I_{YP})\dot{\theta}\dot{\phi} + m x_P(\ddot{y} - \dot{z}\dot{\theta} + \dot{x}\dot{\psi}) - m y_P(\ddot{x} - \dot{y}\dot{\psi} + \dot{z}\dot{\phi}) \end{bmatrix} \quad (155)$$

Aplicando-se a hipótese de regime quase-estático e fazendo $\mathbf{P}=\mathbf{G}$, as forças inerciais calculadas acima podem ser reduzidas as equações a seguir.

$$\begin{bmatrix} \sum X \\ \sum Y \\ \sum Z \end{bmatrix}_P = m.A_P = m \begin{bmatrix} \ddot{x}_G - \dot{y}_G\dot{\psi} - \dot{\psi}^2 x_P \\ \dot{x}_G\dot{\psi} - \dot{\psi}^2 y_P \\ 0 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \ddot{x}_G - \dot{y}_G\dot{\psi} \\ \dot{x}_G\dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (156)$$

$$\begin{bmatrix} \sum L \\ \sum M \\ \sum N \end{bmatrix}_P = \begin{bmatrix} -m z_P \dot{x}\dot{\psi} \\ m z_P (\ddot{x} - \dot{y}\dot{\psi}) \\ m x_P \dot{x}\dot{\psi} - m y_P (\ddot{x} - \dot{y}\dot{\psi}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (157)$$

APÊNDICE B – AERODINÂMICA DE UM VEÍCULO DE FORMULA 3

Veículos de Formula 3 utilizam apêndices aerodinâmicos (asas, extratores e etc.) para aumentar a aderência em curvas.

Como as equipes percorrem diferentes autódromos com diferentes características durante o ano, os veículos possuem opções de configuração aerodinâmica (asas com perfil e regulagens distintas). O veículo de Formula 3 utilizado como estudo apresenta como superfícies aerodinâmicas: asa dianteira, flap dianteiro (com opção de *gurney* – apêndice aerodinâmico localizado no bordo de fuga do aerofólio para aumentar a sustentação), asa inferior traseira e conjunto de asas superiores traseiras, conforme ilustrado na sequência.

Figura 78: Apêndices aerodinâmicos de um veículo de Formula 3.

Na figura a seguir são mostradas as configurações de asa traseira propostas pelo fabricante, nela LDF significa baixa sustentação negativa (*Low Downforce*), MDF

média sustentação negativa (*Medium Downforce*) e HDF alta sustentação negativa (*High Downforce*).

Figura 79: Configurações aerodinâmicas da asa traseira (Dallara, 2008a).

O veículo de Formula 3 utilizado nesse trabalho apresenta duas configurações dianteiras de flap e três configurações dianteiras de asa traseira, sendo que para cada uma dessas combinações existe a possibilidade de se ajustar o ângulo de ataque do flap e/ou das asas traseiras. A seguir é apresentada uma tabela com diversas configurações aerodinâmicas sugeridas pelo fabricante.

REAR (upper wing)	FRONT (flap)
LDF = Low Down Force (single small profile)	
MDF = Medium Down Force (twin small)	MF = Medium Flap
HDF = High Down Force (small and mid combined)	SF = Standard Flap

- LDF and MDF configurations give **39% balance** [% of total downforce on the front].
- HDF configurations give **40% balance**.
- Front ride height is 10mm and rear ride height is 20mm corresponding to typical medium to high speed dynamic ride heights.
- Front SF at 10° is equivalent in front downforce to MF at 16° [both flaps with Gurney].

CFG	REAR				FRONT			CFG
	TOP TYPE	TOP SETTING	LOWER		FLAP TYPE	FLAP SETTING	MAIN PLANE	
1	LDF	1°	1°		none		-0.6°	1
2	MDF	3°	3°		MF	7°	-0.6°	2
3	MDF	7°	5°		MF	13°	-0.6°	3
4	MDF	9°	8°		MF	15°	-0.6°	4
5	MDF	13°	8°		MF	21°	-0.6°	5
6	MDF	17°	10°		MF	24°	-0.6°	6
7	HDF	9°	7°		SF	17°	-0.6°	7
8	HDF	13°	12°		SF	23°	-0.6°	8
9	HDF	17°	12°		SF	26°	-0.6°	9
10	HDF	19°	14°		SF	29°	-0.6°	10
11	HDF	23°	16°		SF	32°	-0.6°	11
12*	UHDF	-	7°		SF	36°	-0.6°	12
BALANCE [in % front]					39 %	39 %	40 %	40 %

Figura 80: Configurações aerodinâmicas de um veículo de Formula 3 (Dallara, 2008a).

Em ordem crescente, elas partem de uma configuração de baixo arrasto até uma configuração de alta sustentação negativa, sendo que todas tentam manter o balanço aerodinâmico na faixa de 39% a 40%.

A figura a seguir apresenta a curva polar das configurações aerodinâmicas propostas mantendo-se a altura dos eixos fixa. De maneira análoga a curva polar de um aerofólio para vários ângulos de ataque, o veículo possui comportamento assintótico com o aumento, no caso de veículos do tipo Formula, da sustentação negativa.

Figura 81: Curva polar das configurações aerodinâmicas(Dallara, 2008a).

APÊNDICE C – ENSAIO EM TÚNEL DE VENTO

Através de ensaios em túnel de vento com modelos em escala foi obtido o mapeamento dos coeficientes aerodinâmicos do veículo em função da altura do eixo dianteiro e do eixo traseiro.

Um ensaio típico em túnel de vento de veículos do tipo Formula necessita de: uma balança para a medição das forças na carroceria do veículo, balanças individuais para medição de forças nas rodas (elas geram sustentação positiva – resultado do efeito Magnus em conjunto com o contato roda e solo) e uma esteira rolante para que o efeito solo possa ser criado de forma similar a realidade e para girar as rodas. A seguir é apresentada uma imagem com um modelo em escala para ensaio em túnel de vento.

Figura 82: Modelo em escala de veículo de Formula em túnel de vento (Dallara, 2008b).

Na sequência são apresentados os dados de coletados durante o ensaio e o significado de cada parâmetro medido.

Tabela 9: Tabela de dados de medição do túnel de vento.

Hf	Hr	A%	Cxb	Cx _{fw}	Cx _{fw} LH	Cx _{fw} RH	Cx _{rw}	Cx _{rw} LH	Cx _{rw} RH	Cxt	Cy	Cz	Czf	Czr	d	Effb	Efft	L%	R%	slope
25	35	34,7	0,411	0,17	0,084	0,086	0,147	0,075	0,072	0,728	0,002	2,089	0,756	1,333	2,35	5,086	2,871	-126,9	49,725	1,64
25	26	32,7	0,408	0,17	0,084	0,086	0,146	0,074	0,071	0,724	0,003	2,085	0,713	1,372	2,41	5,104	2,88	-54,5	49,804	2,06
21	19	33,3	0,401	0,171	0,085	0,086	0,145	0,074	0,071	0,716	0,001	2,031	0,708	1,323	2,54	5,065	2,835	-305,6	49,792	6,55
21,5	28	34,5	0,411	0,171	0,085	0,086	0,145	0,074	0,071	0,727	0,002	2,146	0,77	1,376	2,47	5,224	2,954	-87,8	49,77	1,87
20	37	37	0,412	0,172	0,086	0,086	0,145	0,075	0,071	0,729	0,001	2,165	0,832	1,333	2,5	5,257	2,968	-169,4	49,741	1,45

Tabela 10: Tabela com a descrição dos parâmetros medidos e calculados no túnel de vento.

Hf	Altura do eixo dianteiro em relação ao solo
Hr	Altura do eixo traseiro em relação ao solo
A%	Percentual da força de sustentação negativa no eixo dianteiro
Cxb	Coeficiente de arrasto do corpo do veículo
Cx_{fw}	Coeficiente de arrasto das rodas dianteiras
Cx_{rw}	Coeficiente de arrasto das rodas traseiras
Cxt	Coeficiente de arrasto total
Cy	Coeficiente de desviolateral
Cz	coeficiente de sustentação negativa
Czf	Coeficiente de sustentação negativa no eixo dianteiro
Czr	Coeficiente de sustentação negativa no eixo traseiro
Effb	Eficiência aerodinâmica do corpo do veículo
Efft	Eficiência aerodinâmica total
L%	Balanco de força lateral
R%	Balanco de rolagem
slope	

Com os dados obtidos em túnel de vento é criado um mapa de cada coeficiente aerodinâmico (arrasto e sustentação negativa em cada eixo) em função das alturas dos eixos e são calculados os valores referentes a eficiência aerodinâmica e balanço aerodinâmico, conforme apresentado na figura abaixo.

CxT		FRH/RRH									
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	
5		1.166	1.172	1.178	1.181	1.182	1.189	1.192			
10		1.167	1.170	1.171	1.177	1.185	1.185	1.187	1.190		
15		1.161	1.166	1.174	1.177	1.180	1.185	1.187	1.190	1.192	
20			1.166	1.167	1.174	1.175	1.180	1.186	1.188	1.189	
25				1.164	1.165	1.175	1.182	1.177	1.184	1.185	
30					1.166	1.168	1.171	1.172	1.181	1.181	
35						1.167	1.171	1.172	1.173	1.174	

CzT		FRH/RRH									
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	
5		3.564	3.518	3.497	3.486	3.551	3.606	3.661			
10		3.398	3.374	3.370	3.403	3.458	3.546	3.545	3.523		
15		3.273	3.283	3.292	3.334	3.401	3.448	3.443	3.414	3.389	
20			3.197	3.217	3.259	3.338	3.325	3.332	3.314	3.276	
25				3.125	3.178	3.218	3.230	3.202	3.176	3.149	
30					3.096	3.147	3.121	3.091	3.080	3.039	
35						3.039	3.038	3.005	2.967	2.928	

Eff										R.A.%									
FRH/RRH	5	10	15	20	25	30	35	40	45	FRH/RRH	5	10	15	20	25	30	35	40	45
5	3.057	3.001	2.969	2.952	3.006	3.034	3.071			5	43.6%	44.0%	44.4%	44.5%	44.5%	44.3%	44.5%		
10	2.911	2.885	2.878	2.890	2.919	2.993	2.986	2.961		10	42.5%	42.9%	43.3%	43.2%	43.4%	43.3%	43.5%	43.6%	
15	2.819	2.816	2.805	2.832	2.883	2.911	2.900	2.869	2.844	15	41.5%	41.8%	42.1%	42.3%	42.3%	42.4%	42.6%	42.6%	43.0%
20		2.742	2.758	2.777	2.841	2.818	2.811	2.789	2.755	20		41.0%	41.2%	41.3%	41.4%	41.4%	41.6%	41.6%	42.2%
25			2.685	2.729	2.740	2.734	2.720	2.682	2.658	25			40.3%	40.3%	40.3%	40.4%	40.7%	40.9%	41.2%
30				2.655	2.694	2.664	2.637	2.607	2.573	30				39.3%	39.4%	39.5%	39.8%	39.9%	40.3%
35					2.603	2.595	2.563	2.528	2.494	35					38.5%	38.7%	38.9%	39.1%	39.3%

Figura 83: Mapas aerodinâmicos (Dallara, 2008b), em sentido horário, começando do canto superior esquerdo, coeficiente de arrasto, coeficiente de sustentação negativa, balanço aerodinâmico e eficiência aerodinâmica.

No cálculo dos coeficientes, os mesmos já se encontram multiplicados pela área frontal. As forças de sustentação negativa e arrasto são calculadas utilizando as equações abaixo.

$$F_{az} = \frac{\rho C_z \dot{x}^2}{2} \quad (158)$$

$$F_{ax} = \frac{\rho C_x \dot{x}^2}{2} \quad (159)$$

Devido aos custos de medição e as diversas combinações das configurações aerodinâmicas e atitude do veículo, muitas variações não são testadas, elas são extrapoladas a partir dos dados medidos. Algumas atitudes também não são testadas devido a sua proximidade com a esteira, para não haver risco de danificá-la.

Para extrapolar o efeito da variação dos coeficientes aerodinâmicos com a inclinação dos flaps dianteiros, asa inferior e superior traseiras são utilizadas regressões quadráticas (Dallara, 2009). Baseado na experiência dos autores do ensaio, essa regressão seguida de extrapolação é condizente com o comportamento do veículo.

Na sequência são apresentados gráficos com a variação dos coeficientes de sustentação negativa traseiro e dianteiro em função da posição da asa superior e inferior traseiras, mantendo-se o ângulo do flap dianteiro e as alturas dos eixos fixas.

Figura 84: Influência da posição das asas traseiras.

A influência da posição do flap é mostrada nas figuras a seguir, apresentando o mesmo flap em configuração com e sem *gurney flap*, para uma condição de ângulo das asas traseiras e altura dos eixos fixos.

Figura 85: Influência da posição do flap dianteiro

Os coeficientes aerodinâmicos podem ser calculados utilizando-se de funções de interpolação de duas variáveis (altura do eixo traseiro e dianteiro) ou criando-se uma superfície aplicando-se regressão de duas variáveis aos dados adquiridos no ensaio. A primeira técnica permite que mudanças abruptas do comportamento aerodinâmico (como por exemplo *stall* do difusor) sejam incorporadas no cálculo dos coeficientes, porém implicam em um maior custo computacional.

As equações a seguir apresentam o cálculo final dos coeficientes aerodinâmicos e do balanço aerodinâmico para qualquer configuração do veículo utilizando os dados do ensaio. Eles são baseados em uma configuração e cada modificação (flap, asa inferior traseira, altura dos eixos e fechamento da entrada do radiador) altera independentemente o valor do coeficiente calculado.

Coeficiente de sustentação negativa

$$C_z = C_{z,af} + C_{z,as} + C_{z,ai} + \text{interp2}(ad_i, at_i, C_{zi}, ad, at)$$

ou

$$C_z = C_{z,af} + C_{z,as} + C_{z,ai} + \quad (160)$$

$$+ A_{z1} + A_{z2} \cdot ad + A_{z3} \cdot ad^2 + A_{z4} \cdot at + A_{z5} \cdot at^2 + A_{z6} \cdot ad \cdot at$$

$$C_{z,af} = A_{1,afz} \cdot \alpha_f^2 + A_{2,afz} \cdot \alpha_f + A_{3,afz} \text{ referência} \quad (161)$$

$$C_{z,as} = A_{1,asz} \cdot \alpha_s^2 + A_{2,asz} \cdot \alpha_s + A_{3,asz} \text{ referência} \quad (162)$$

$$C_{z,ai} = A_{1,ai z} \cdot \alpha_i^2 + A_{2,ai z} \cdot \alpha_i + A_{3,ai z} \text{ referência} \quad (163)$$

Coeficiente de arrasto

$$C_x = C_{x,af} + C_{x,as} + C_{x,ai} + \text{interp2}(ad_i, at_i, C_{xi}, ad, at)$$

ou

$$C_x = C_{x,af} + C_{x,as} + C_{x,ai} + \quad (164)$$

$$+ A_{x1} + A_{x2} \cdot ad + A_{x3} \cdot ad^2 + A_{x4} \cdot at + A_{x5} \cdot at^2 + A_{x6} \cdot ad \cdot at$$

$$C_{x,af} = A_{1,afx} \cdot \alpha_f^2 + A_{2,afx} \cdot \alpha_f + A_{3,afx} \text{ referência} \quad (165)$$

$$C_{x,as} = A_{1,asx} \cdot \alpha_s^2 + A_{2,asx} \cdot \alpha_s + A_{3,asx} \text{ referência} \quad (166)$$

$$C_{x,ai} = A_{1,aix} \cdot \alpha_i^2 + A_{2,aix} \cdot \alpha_i + A_{3,aix} \text{ referência} \quad (167)$$

Balanço aerodinâmico

$$BA_z = BA_{\alpha_f} + BA_{\alpha_s} + BA_{\alpha_i} + \text{interp2}(ad_i, at_i, BA_i, ad, at)$$

ou

$$BA_z = BA_{\alpha_f} + BA_{\alpha_s} + BA_{\alpha_i} + \quad (168)$$

$$+ A_{BA1} + A_{BA2} \cdot ad + A_{BA3} \cdot ad^2 + A_{BA4} \cdot at + A_{BA5} \cdot at^2 + A_{BA6} \cdot ad \cdot at$$

$$BA_{\alpha_f} = A_{1,\alpha_f BA} \cdot \alpha_f^2 + A_{2,\alpha_f BA} \cdot \alpha_f + A_{3,\alpha_f BA \text{ referência}} \quad (169)$$

$$BA_{\alpha_s} = A_{1,\alpha_s BA} \cdot \alpha_s^2 + A_{2,\alpha_s BA} \cdot \alpha_s + A_{3,\alpha_s BA \text{ referência}} \quad (170)$$

$$BA_{\alpha_i} = A_{1,\alpha_i BA} \cdot \alpha_i^2 + A_{2,\alpha_i BA} \cdot \alpha_i + A_{3,\alpha_i BA \text{ referência}} \quad (171)$$

Os ensaios em túnel de vento com modelos em escala apresentam resultados conservadores a respeito do comportamento aerodinâmico do veículo (Katz, 1995). Isso se deve a dificuldade de garantir que o escoamento do túnel ocorra como o mesmo número de Reynolds que o veículo em pista. Devido à limitação da velocidade do túnel o número de Reynolds ensaiado é menor que o real, o que implica em um descolamento antecipado da camada limite.

APÊNDICE D – INSTRUMENTAÇÃO DE UM VEÍCULO DE FORMULA 3

As categorias de *Formula 3* permitem que sejam instalados sistemas de aquisição de dados para avaliar o desempenho do conjunto veículo/piloto.

O custo do equipamento, basicamente, depende do número de canais analógicos, frequência de aquisição e tamanho da memória do sistema. Para diminuir custos, algumas categorias permitem somente uma marca/modelo de sistema, limitando o número de canais. Além dos canais aquisitados são criados canais matemáticos (baseados nos canais analógicos e nos parâmetros do veículo) para avaliação do comportamento do veículo.

O pacote básico de sensores utilizados nas categorias é composto por:

Acelerômetro – para medição das acelerações laterais e longitudinais do veículo. O canal de aceleração lateral é necessário para a recriação do circuito pelo método apresentado no item 3.3.

Velocidade angular da roda – sensor de efeito hall calibrado para uma roda dentada solidária a roda do veículo. Para o cálculo da velocidade do veículo é utilizado um canal matemático, conforme apresentado abaixo.

Velocidade Longitudinal – a velocidade longitudinal do veículo é calculada utilizando os canais de velocidade angular das rodas não trativas. Para que o travamento das rodas durante frenagem não gere erros, é utilizada uma estratégia que utiliza a velocidade angular máxima entre as duas rodas e o raio estático do pneu.

$$\dot{x} = \max(\omega_{dd} \cdot r, \omega_{de} \cdot r) \quad (172)$$

Deslocamento da cremalheira – sensor de deslocamento do tipo LVDT fixado na cremalheira e na caixa de direção. Esse sensor permite que sejam recriados o

esterçamento do volante e o esterçamento das rodas, conforme apresentado nos canais matemáticos abaixo.

Ângulo de esterçamento do volante – utilizando a relação pinhão cremalheira é possível recriar a posição do volante.

$$\delta_{volante} = d_{cremalheira} \cdot i_{pc} \quad (173)$$

Ângulo de esterçamento das rodas – calibrando o sensor de deslocamento da cremalheira em bancada de alinhamento com os ângulos das rodas pode-se criar um canal matemático com o ângulo de cada roda.

$$\delta_{roda} = f(d_{cremalheira}) \quad (174)$$

Pressão de freio – sensores de pressão são instalados nas linhas de fluido de freio dos eixos dianteiro e traseiro. Além de serem utilizados para avaliar se o sistema funciona corretamente, ele também pode ser utilizado para calcular o balanço de freio.

Balanço de freio - o balanço de freio é calculado dividindo o valor aquisitado da pressão de freio no eixo dianteiro pela pressão total de freio (eixo dianteiro mais eixo traseiro) para veículos que utilizam o mesmo cilindro mestre e as mesmas pinças nos eixos dianteiros e traseiros.

$$BF = \frac{P_{dianteira}}{P_{dianteiro} + P_{traseira}} \quad (175)$$

Deslocamento dos amortecedores - sensor de deslocamento do tipo LVDT instalado nos quatro amortecedores do veículo. Diversos parâmetros podem ser calculados a partir desses sensores para avaliar a atitude do veículo.

Deslocamento da roda – utilizando a razão de instalação do sistema de suspensão calcula-se o deslocamento do centro da roda.

$$z = d_{amortecedor} \cdot i_s \quad (176)$$

Altura do eixo em relação ao solo – para avaliar a altura dinâmica do eixo utiliza-se os sinais dos sensores de deslocamento dos amortecedores

$$ad = \frac{z_{dd} + z_{de}}{2} \quad (177)$$

Ângulo de rolagem do veículo – ângulo de rolagem causado pela deflexão do sistema de suspensão

$$\theta = \frac{z_{dd} - z_{de}}{t_d} \quad (178)$$

Ângulo de arfagem do veículo – ângulo de arfagem causado pela deflexão do sistema de suspensão

$$\theta = \frac{z_{dd} - z_{de}}{t_d} \quad (179)$$

Posição do câmbio – potenciômetro angular de 360° posicionado no eixo seletor de marchas do câmbio sequencial.

Canais relacionados a dados vitais de motor – diversos canais são dedicados para monitorar o funcionamento do motor, como por exemplo: rotação do motor, temperatura d'água, de óleo, pressão de óleo, de combustível entre outros.

Esses canais são processados por um sistema dedicado de aquisição de dados e são gravados durante treinos e corridas. O pós-processamento desses sinais utiliza um programa de computador dedicado para o sistema e aplicado ao uso do engenheiro de pista.

As figuras apresentadas a seguir mostram o veículo utilizado na categoria de *Formula 3* com a disposição dos sensores, e na sequência a tela de um programa dedicado para o pós-processamento de dados de um veículo de competição.

Figura 86: Visão geral do sistema de aquisição de dados (Aim, 2008).

Figura 87: Programa de pós-processamento de dados para veículos de competição

ANEXO A – MODELO MF-TYRE 5.2

A figura a seguir apresenta os graus de liberdade do modelo de pneu MF-Tyre e sua nomenclatura de acordo com a ISO.

Figura 88: Sistemas de coordenadas do modelo de pneu MF-Tyre (Bridgestone, 2008).

Apesar do *MF-Tyre* ser um modelo matemático, os coeficientes utilizados nas formulas apresentadas a seguir podem ser explorados de forma parcial, representando alguma característica isolada do pneu, como, por exemplo, rigidez e limite de aderência. A seguir é apresentada a equação base utilizada no *MF-Tyre 5.2* e os seus coeficientes base.

$$\begin{aligned}
 y &= D.\text{sen}(C.\text{atan}(B.x - E(B.x - \text{atan}(B.x)))) \\
 Y(X) &= y(x) + S_v \\
 x &= X + S_H
 \end{aligned}
 \tag{180}$$

A figura apresentada a seguir ilustra a relação entre alguns desses termos no formato da curva. Por exemplo, **B** representa o fator de rigidez, **C** o fator de forma, **E** o fator de curvatura, **D** o valor de pico e **S_v** o valor residual vertical.

Figura 89: Parâmetros do *MF-Tyre* (Pacejka, 2006).

O parâmetro **D** e o parâmetro **arctan(BCD)** podem ser utilizados em análises iniciais de dinâmica veicular, o primeiro para avaliar o limite de aderência e o segundo como rigidez lateral do pneu (*cornering stiffness*).

Na sequência são apresentadas as equações utilizadas pelo modelo *MF-Tyre 5.2* para descrever o comportamento mecânico do pneu para esforços longitudinais, laterais e combinados (longitudinais e laterais simultaneamente).

Os fatores λ , fatores de escala usados para adaptação do pneu a pista, não foram utilizados. No presente trabalho todos esses fatores foram igualados a 1 e portanto não são apresentados nas equações a seguir.

Parâmetros gerais

$$df_z = (F_z - F'_{z0}) / F'_{z0} \quad (181)$$

$$F'_{z0} = \lambda_{Fz0} F_{z0}$$

Força longitudinal

$$F_{x,puro} = F_{x0}(k, \gamma, F_z)$$

$$F_{x0} = D_x \sin[C_x \tan^{-1}\{B_x S_x - E_x (B_x k_x - \tan^{-1}(B_x k_x))\}] + S_{vx}$$

$$k_x = k + S_{hx}$$

$$\gamma_x = \gamma \lambda_{\gamma x}$$

$$C_x = p_{cx1} \lambda_{cx}$$

$$D_x = \mu_x F_z$$

$$\mu_x = (p_{dx1} + p_{dx2} df_z)(1 - p_{dx3} \gamma_x^2) \lambda_{\mu x} \quad (182)$$

$$E_x = (p_{ex1} + p_{ex2} df_z + p_{ex3} df_z^2)(1 - p_{ex4} \operatorname{sgn}(k_x)) \lambda_{ex} (\leq 1)$$

$$K_x = F_z (p_{kx1} + p_{kx2} df_z) \exp(p_{kx3} df_z) \lambda_{kx}$$

$$B_x = K_x / (C_x D_x)$$

$$S_{hx} = (p_{hx1} + p_{hx2} df_z) \lambda_{hx}$$

$$S_{vx} = F_z (p_{vx1} + p_{vx2} df_z) \lambda_{vx} \lambda_{\mu x}$$

$$F_{x,combinado} = D_{x\alpha} \cos[C_{x\alpha} \tan^{-1}\{B_{x\alpha} \alpha_s - E_{x\alpha} (B_{x\alpha} \alpha_s - \tan^{-1}(B_{x\alpha} \alpha_s))\}]$$

$$\alpha_s = \alpha + S_{hx\alpha}$$

$$B_{x\alpha} = r_{bx1} \cos[\tan^{-1}\{r_{bx2} s\}] \lambda_{x\alpha}$$

$$C_{x\alpha} = r_{cx1} \quad (183)$$

$$D_{x\alpha} = F_{x0} / \cos[C_{x\alpha} \tan^{-1}\{B_{x\alpha} S_{hx\alpha} - E_{x\alpha} (B_{x\alpha} S_{hx\alpha} - \tan^{-1}(B_{x\alpha} S_{hx\alpha}))\}]$$

$$E_{x\alpha} = r_{ex1} + r_{ex2} df_z$$

$$S_{hx\alpha} = r_{hx1}$$

Força lateral

$$\begin{aligned}
 F_{y,puro} &= F_{y0}(\alpha, \gamma, F_z) \\
 F_{y0} &= D_y \sin[C_y \tan^{-1}\{B_y \alpha_y - E_y(B_y \alpha_y - \tan^{-1}(B_y \alpha_y))\}] + S_{vy} \\
 \alpha_y &= \alpha + S_{hy} \\
 \gamma_y &= \gamma \lambda_{\gamma y} \\
 C_y &= p_{cy1} \lambda_{cy} \\
 D_y &= \mu_y F_z \\
 \mu_y &= (p_{dy1} + p_{dy2} df_z)(1 - p_{dy3} \gamma_y^2) \lambda_{\mu y} \\
 E_y &= (p_{ey1} + p_{ey2} df_z) \{1 - (p_{ey3} + p_{ey4} \gamma_y) \operatorname{sgn}(\alpha_y)\} \lambda_{ey} (\leq 1) \\
 K_y &= p_{ky1} F_z \sin\left(2 \tan^{-1}\left\{\frac{F_z}{(p_{ky2} F_{z0} \lambda_{Fz0})}\right\}\right) (1 - p_{ky3} |\gamma_y|) \lambda_{Fz0} \lambda_{ky} \\
 B_y &= \frac{K_y}{(C_y D_y)} \\
 S_{hy} &= (p_{hy1} + p_{hy2} df_z) \lambda_{hy} + p_{hy3} \gamma_y \\
 S_{vy} &= F_z \{(p_{vx1} + p_{vx2} df_z) \lambda_{vx} + (p_{vy3} + p_{vy4} df_z) \gamma_y\} \lambda_{\mu x}
 \end{aligned} \tag{184}$$

$$\begin{aligned}
 F_{y,combinado} &= D_{yk} \cos[C_{yk} \tan^{-1}\{B_{yk} k_s - E_{yk}(B_{yk} k_s - \tan^{-1}(B_{yk} k_s))\}] + S_{vyk} \\
 k_s &= k + S_{hyk} \\
 B_{yk} &= r_{by1} \cos[\tan^{-1}\{r_{by2}(\alpha - r_{by3})\}] \lambda_{yk} \\
 C_{yk} &= r_{cy1} \\
 D_{yk} &= \frac{F_{yx0}}{\cos[C_{yk} \tan^{-1}\{B_{yk} S_{hyk} - E_{yk}(B_{yk} S_{hyk} - \tan^{-1}(B_{yk} S_{hyk}))\}]} \\
 E_{yk} &= r_{ey1} + r_{ey2} df_z \\
 S_{hyk} &= r_{hy1} + r_{hy2} df_z \\
 S_{vyk} &= D_{vyk} \sin[r_{vy5} \tan^{-1}(r_{vy6} s)] \lambda_{vyk} \\
 D_{vyk} &= \mu_y F_z (r_{vy1} + r_{vy2} df_z + r_{vy3} \gamma) \cos[\tan^{-1}(r_{vy4} \alpha)]
 \end{aligned} \tag{185}$$

Momento Auto-Alinhante

$$\begin{aligned}
 M_{z, \text{ puro}} &= M_{z0}(\alpha, \gamma, F_z) \\
 M_{z0} &= -t.F_{y0} + M_{zr} \\
 t(\alpha_t) &= D_t \cos[C_t \tan^{-1}\{B_t \alpha_t - E_t(B_t \alpha_t - \tan^{-1}(B_t \alpha_t))\}] \cos(\alpha) \\
 \alpha_t &= \alpha + S_{ht} \\
 S_{hf} &= S_{hy} + \frac{S_{vy}}{K_y} \\
 \gamma_z &= \gamma \lambda_{\gamma z} \\
 B_t &= (q_{bz1} + q_{bz2} df_z + q_{bz3} df_z^2) (1 + q_{bz4} \gamma_z + q_{bz5} |\gamma|) \\
 C_t &= q_{cz1} \\
 D_t &= F_z (q_{dz1} + q_{dz2} df_z) (1 + q_{dz3} \gamma_z + q_{dz4} \gamma_z^2) \frac{R_0}{F_{z0}} \\
 E_t &= (q_{ez1} + q_{ez2} df_z + q_{ez3} df_z^2) \left\{ 1 + (q_{ez4} + q_{ez5} \gamma_z) \left(\frac{2}{\pi} \right) \tan^{-1}(B_t C_t \alpha_t) \right\} \\
 S_{ht} &= q_{hz1} + q_{hz2} df_z + (q_{hz3} + q_{hz4} df_z) \gamma_z
 \end{aligned} \tag{186}$$