RONALDO DE SOUZA MORAES JUNIOR

VERIFICAÇÃO DO PROJETO ESTRUTURAL DE UMA MÁQUINA DE
ENSAIO DE FADIGA DE CADEIRA DE RODAS

São Paulo
2008

RONALDO DE SOUZA MORAES JUNIOR

VERIFICAÇÃO DO PROJETO ESTRUTURAL DE UMA MÁQUINA DE
ENSAIO DE FADIGA DE CADEIRA DE RODAS

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia

São Paulo
2008

RONALDO DE SOUZA MORAES JUNIOR

VERIFICAÇÃO DO PROJETO ESTRUTURAL DE UMA MÁQUINA DE
ENSAIO DE FADIGA DE CADEIRA DE RODAS

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Área de concentração:
Engenharia Mecatrônica e de
Sistemas Mecânicos

Orientador:
Prof. Dr. Raul Gonzalez Lima

São Paulo
2008

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a meus pais e a Luciana Cordeiro.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Dr. Raul Gonzalez Lima pela impecável orientação, paciência e dedicação na realização deste trabalho, além de sua amizade.

A meus pais que me proporcionaram sólida educação para minha formação pessoal, acadêmica e profissional.

A Luciana Cordeiro, companheira incondicional.

Aos estimados amigos Marcelo Acácio Rodrigues e Fernando Moura que acompanharam me de perto na conclusão deste trabalho.

“Se você acha que pode, ou se você acha que não pode, em todo caso você está certo.”
(Henry Ford)

“Conhece a ti mesmo.”
(Sócrates)

RESUMO

Para realizar ensaios de fadiga, é preciso que a máquina ou equipamento de testes tenha uma durabilidade muito maior que as estruturas ou componentes a serem ensaiados. O presente trabalho propõe-se a investigar a estrutura de uma máquina de ensaio de fadiga de cadeira de rodas, com o objetivo de determinar sua vida em fadiga. Para isto, uma análise da interação entre cadeira de rodas e máquina de ensaio é feita, do ponto de vista dinâmico, através de dados experimentais e modelagem em elementos finitos. A máquina de ensaio é constituída por uma estrutura com dois tambores rotativos, que possuem ressalto, e suportam as rodas da cadeira de rodas.

Estimada a força no tempo que a cadeira exerce sobre os tambores, calculam-se as tensões na estrutura, identificam-se as regiões de maiores tensões e estima-se a vida em fadiga da estrutura.

Palavras chaves: Vida em fadiga, Elementos finitos, Resposta dinâmica, Tensões no tempo, Rainflow, Curva S-N.

ABSTRACT

Fatigue analysis of full-scale structures and components is possible by using appropriated devices and machines which has to be much more durable than the structures or components being tested. The present work is proposed to investigate the structure of a wheelchair fatigue testing machine and predict its fatigue life. To reach this goal a dynamic analysis based on experimental data combined with the finite element method of the testing machine and wheelchair interaction is done. The machine is made of a structure and two turning drums that have slats and support the wheelchairs. With the time-dependent force that wheelchair applies to the drums, the stresses are calculated to the whole structure, the sites with higher stresses are identified and the fatigue life of the structure is predicted.

Keywords: Fatigue life, Finite elements, Dynamic response, Stress history, Rainflow, S-N Curve.

FICHA CATALOGRÁFICA

Moraes Junior, Ronaldo de Souza

Verificação do projeto estrutural de uma máquina de ensaio de fadiga de cadeira de rodas / R.S. Moraes Junior. -- São Paulo, 2008.

80 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

1. Cadeiras de rodas 2. Ensaio de fadiga 3. Método dos elementos finitos I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos II. t.

SUMÁRIO

RESUMO	i
ABSTRACT	ii
LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE TABELAS	viii
 1. Introdução	 1
1.1. Máquinas para ensaio de fadiga – visão geral	1
1.2. Ensaio de fadiga em cadeira de rodas	2
1.3. Especificações de teste de fadiga para a máquina de duplo tambor	3
1.4. A máquina atual, objeto do estudo	6
1.5. Estrutura do trabalho	6
2. Objetivo	7
3. Revisão Bibliográfica	8
3.1. Fundamentos de fadiga	8
3.1.1. Definições	8
3.1.2. Carregamentos	8
3.1.3. Curva S-N	10
3.1.4. Ensaaios	11
3.1.5. Diagramas de vida constante	12
3.1.6. Fratura por fadiga	13
3.1.7. Acumulação de danos e propagação da trinca	15
3.1.8. Critérios de crescimento de trinca	17
3.1.9. Ensaaios em estruturas e componentes	18
3.1.10. Método de contagem de ciclos “rainflow”	20
3.2. Exemplos de investigações em fadiga	22
3.3. Conceitos sobre o método dos elementos finitos	23
3.3.1. Introdução	23
3.3.2. Tipos de elementos finitos	24
3.3.3. Análise dinâmica	24
3.3.4. Método da integração direta	25

3.3.5. Amortecimento de Rayleigh ou amortecimento proporcional	26
3.3.6. Decremento logarítmico	26
4. Metodologia	28
4.1. Introdução	28
4.2. Máquina de duplo tambor	29
4.3. Estimativa das forças atuantes na estrutura	32
4.3.1. Deslocamento imposto pelo ressalto à cadeira	33
4.3.2. Modelo em elementos finitos da cadeira de rodas com boneco de testes	35
4.3.3. Deslocamento imposto no modelo em elementos finitos da cadeira de rodas	49
4.4. Modelo em elementos finitos da máquina de ensaio de duplo tambor	50
4.5. Aplicação da força no tempo na máquina, no contato pneu-tambor ..	53
5. Resultados preliminares	56
5.1. Resposta dinâmica da cadeira de rodas ao deslocamento imposto na roda	56
5.2. Determinação da força no tempo imposta pela cadeira sobre o tambor	57
5.3. Obtenção das tensões no tempo ocorridas na estrutura da máquina	59
5.4. Contagem de ciclos	63
6. Discussão	68
7. Comentários finais e sugestões	69
 REFERÊNCIAS	 70

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Disposição dos ressaltos e indicação do tambor de referência	5
Figura 2 – Disposição dos ressaltos e detalhes dimensionais	5
Figura 3 – Modos de carregamentos empregados em ensaios	9
Figura 4 – Parâmetros do carregamento cíclico	9
Figura 5 – Curva S-N e suas regiões típicas	10
Figura 6 – Influência da tensão média na curva S-N	12
Figura 7 – Curvas de vida constante para tensão média diferente de zero	13
Figura 8 – Estágios da propagação da trinca	14
Figura 9 – Exemplo de contagem por cruzamento de nível	19
Figura 10 – Resultados de uma contagem por cruzamento de níveis	20
Figura 11 – Método de contagem “rainflow”	20
Figura 12 – Resultado da contagem “rainflow”	21
Figura 13 – Ciclo de histerese	21
Figura 14 – Torque medido e estimado de um eixo de laminadora de chapa ..	22
Figura 15 – Diagrama de informações básicas para projeto	23
Figura 16 – Medidas de amplitude para decremento logarítmico	27
Figura 17 – Fluxo de etapas a serem executadas para realização do trabalho .	28
Figura 18 – Elevação	29
Figura 19 – Vista lateral	29
Figura 20 – Vista de topo	30
Figura 21 – Perspectiva	30
Figura 22 – Sistema de fixação da cadeira na máquina	31
Figura 23 – Seção transversal do perfil 50 x 50mm	32
Figura 24 – Seção transversal do perfil 50 x 100mm	32
Figura 25a – Posição do tambor no instante de contato entre o ressalto e a roda	33
Figura 25b – Posição do tambor após 8° de rotação no sentido anti-horário causando elevação de “h” na da roda	33
Figura 26 – Deslocamento vertical da roda em função da variação angular	34
Figura 27 – Deslocamento vertical da roda em função do tempo	34

Figura 28 – Deslocamento vertical da roda em função do tempo para 5 ciclos. A letra D refere-se ao ressalto elevando a roda direita da cadeira	35
Figura 29 – Detalhes da cadeira de rodas utilizada para ensaio	36
Figura 30 – Boneco de teste de 75 kg	36
Figura 31 – Pesagem completa da cadeira e boneco	37
Figura 32 – Pesagem da carga aplicada nas rodas traseiras	37
Figura 33 – Pesagem da carga aplicada nas rodas dianteiras	37
Figura 34 – Representação da cadeira em elementos finitos tipo viga e seus respectivos nós	38
Figura 35 – Vigas que tiveram suas características alteradas para aumentar suas massas	39
Figura 36 – Distribuição de massa entre as vigas consideradas	40
Figura 37 – Representação do peso próprio das vigas consideradas	40
Figura 38 – Posicionamento do acelerômetro na estrutura da cadeira	42
Figura 39 – Cadeira em teste durante a medição de aceleração	42
Figura 40 – Sinal de aceleração coletado durante ensaio	42
Figura 41 – Recorte do sinal de aceleração	43
Figura 42 – Aceleração no domínio da frequência referente à média dos 5 recortes	44
Figura 43 – Componentes de baixas frequências da média dos recortes de aceleração	44
Figura 44 – Componentes de altas frequências da média dos recortes de aceleração	45
Figura 45 – Aceleração no tempo proveniente das baixas frequências	45
Figura 46 – Aceleração no tempo proveniente das altas frequências	46
Figura 47 – Deslocamento proveniente da aceleração de baixas frequências....	46
Figura 48 – Deslocamento proveniente da aceleração de altas frequências.....	47
Figura 49 – Medidas para cálculo do decremento logarítmico do deslocamento de menor frequência	48
Figura 50 – Medidas para cálculo do decremento logarítmico do deslocamento de maior frequência	48
Figura 51 – Deslocamento vertical da roda no contato pneu-ressalto	49
Figura 52 – Modelo em CAD simplificado da estrutura da máquina.....	50
Figura 53 – Modelo em CAE da estrutura da máquina com malha em tetraedro	51

Figura 54 – Modelo em CAD da estrutura da máquina com perfis extrudados....	52
Figura 55 – Modelo em CAE da estrutura da máquina com malha em tetraedro e bricks	52
Figura 56 – Ponto de aplicação da força no tempo pela cadeira sobre o tambor	53
Figura 57 – Curva de carregamento para a análise transiente	54
Figura 58 – Força máxima aplicável na análise transiente em um único nó	54
Figura 59 – Nó de aplicação do deslocamento e coleta da resposta	56
Figura 60 – Deslocamento imposto no nó 1 e resposta em deslocamento no nó 2	57
Figura 61 – Variação de deslocamento entre os nós 1 e 2	58
Figura 62 – Força total no tempo imposta pela cadeira ao tambor	59
Figura 63 – Tensões referentes à análise estática da estrutura simplificada	60
Figura 64 – Tensões referentes à análise estática da estrutura com vigas reais	60
Figura 65 – Região de máximas tensões referentes à análise estática da estrutura com vigas reais	61
Figura 66 – Máximas tensões principais para $t = 0,1048$ s	62
Figura 67 – Detalhe das máximas tensões principais para $t = 0,1048$ s	62
Figura 68 – Variação da tensão principal do ponto de maior tensão, durante um ciclo do tambor	63
Figura 69 – Variação da máxima tensão principal durante cinco ciclos do tambor	64
Figura 70 – Histograma de amplitudes de tensões	65
Figura 71 – Histograma de amplitudes médias de tensões	65
Figura 72 – Matriz de amplitudes de tensões	66
Figura 73 – Curva de fadiga do alumínio 6061-T6	66

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Deslocamento da roda da cadeira durante a passagem do ressalto Pela mesma, em função da variação angular e do tempo	33
Tabela 2 – Informações complementares	35
Tabela 3 – Densidades ajustadas para o modelo em elementos finitos	41
Tabela 4 – Máximas tensões principais nos instantes considerados na análise transiente	61

1. Introdução

Esta seção tem a finalidade de situar o leitor a cerca de testes de durabilidade de cadeiras de rodas no mundo e no Brasil, dar um panorama sobre o que já está sendo feito neste sentido e conceituar máquinas de ensaio de fadiga em geral.

1.1. Máquinas para ensaio de fadiga – visão geral

Segundo Weibull (1961), as máquinas de ensaio de fadiga podem ser classificadas sob diferentes pontos de vista, como, propósito do teste, tipos de tensões, meios de produzir a carga, características operacionais, tipo de carga e etc.

Para o pesquisador, o propósito do teste é o item mais importante, e será escolhido como sendo a primeira ordem de divisão. O tipo de tensão como segunda ordem e as características de projeto como terceira ordem. Cada uma dessas classes pode ser subdividida de acordo com as características de operação, isto é, as máquinas podem ser tanto do tipo ressonante, que operam próximas ou na frequência natural, quanto do tipo não ressonante, que operam fora da frequência natural.

Mais uma ordem de divisão é o tipo de carga cíclica, que pode ser de amplitude de tensão constante ou amplitude de deformação constante, porém, algumas máquinas podem ser facilmente transformadas de um tipo para outro bastando somente acrescentar ou remover uma mola.

Cada ordem possui classes, mas, para esta breve introdução, serão abordadas duas delas pertencentes à primeira ordem citada acima, que são as máquinas para propósitos especiais e máquinas para testes de peças e componentes montados (conjuntos).

As máquinas de testes para propósitos especiais são basicamente similares às máquinas de uso geral, porém com modificações ou adição de alguns componentes. São classificadas em: (1) altas frequências, (2) elevadas ou baixas temperaturas e tensões térmicas cíclicas, (3) ambientes corrosivos e corrosão por *fretting*¹, (4) teste de nível de multi-tensões, (5) tensões de contato, (6) impacto repetitivo e (7) testes de fadiga e fluência combinados.

¹ Fretting Termo comumente utilizado na língua de origem, referindo-se ao fenômeno de fadiga que ocorre em superfícies que apresentam movimento relativo em contato sob pressão.

Weibull afirma ainda que equipamentos para testes de peças e componentes montados têm sido projetados com o propósito de adaptar os componentes às máquinas de testes convencionais, mas às vezes os equipamentos são fixados diretamente aos componentes de teste em escala real, como asas de aeronaves, cabines pressurizadas e etc.

Para Grover; Gordon e Jackson (1956), os testes de componentes em escala real podem ser de grande valia para projeto pois fornecem informações como:

- Presença de pontos fracos inesperados;
- Combina todas as variáveis em um teste e permite comparação direta entre um projeto e qualquer melhoria posterior em tal projeto;
- Checagem de métodos de cálculos de vida em fadiga que podem ser reproduzidos em laboratório;
- Melhor método para simular ambientes que envolvam amplitudes variáveis;

Qualquer componente de uma máquina de teste de fadiga pertence a uma das seguintes partes funcionais da mesma: (1) mecanismo de produção da carga, (2) membros de transmissão da carga, (3) dispositivos de medição, (4) dispositivo de controle e de parada, (5) contador de ciclos e (6) estrutura.

Weibull destaca que uma cuidadosa e correta calibração, estática ou dinâmica, e checagem da máquina de testes é condição indispensável para a obtenção de resultados confiáveis.

Em resumo, existem muitos pequenos detalhes da máquina que devem ser levados em consideração pois podem afetar os resultados, como por exemplo vibração, caso a máquina não seja suficientemente rígida, vibrações de ressonância podem ser geradas. Outro fator é a corrosão por *fretting*, que pode ocorrer em articulações e fixações, causando fratura.

1.2. Ensaio de fadiga em cadeira de rodas

A preocupação com a qualidade dos produtos fabricados para atender pessoas com necessidades especiais não é recente em países desenvolvidos, como é o caso de cadeiras de rodas.

Conforme Cooper afirma (1998), desde 1979, o comitê de normalização de cadeiras de rodas da (ANSI) *American National Standards Institute* e (RESNA)

Rehabilitation Engineering and Assistive Technology Society of North America e posteriormente a (ISO) *International Organization for Standardization*, através do comitê ISO-TC/173, tem trabalhado para prover informações objetivas sobre características e desempenho de cadeiras de rodas. Ao todo são 22 procedimentos de testes aplicáveis a qualquer tipo de cadeira, manual ou motorizada, que foram idealizados para melhorar a qualidade das cadeiras disponíveis no mercado e orientar usuários ou clínicos no processo de seleção das mesmas. Cooper afirma ainda que a aplicação das normas é voluntária em muitos casos, entretanto, muitas agências federais como o *U.S. Department of Veterans Affairs* e o *U.S. Food and Drug Administration*, utilizam as normas durante a avaliação de cadeiras de rodas e scooters².

Em países em desenvolvimento como o Brasil, por motivos diversos, os testes segundo normas internacionais nunca foram aplicados. Com a necessidade da existência de normas técnicas brasileiras para o setor Odonto Médico Hospitalar, manifestada por industriais e consumidores, em 1995 a ABNT criou o CB-26, comitê Brasileiro Odonto Médico Hospitalar. Posteriormente, foi feita uma tentativa de se redigir normas específicas para cadeiras de rodas, mas que não se concretizou, até que em 2006, por solicitação do INMETRO, este trabalho foi retomado. As normas ISO-7176 foram traduzidas e serão implementadas gradativamente para que os fabricantes possam adequar-se às novas necessidades de fabricação. Atualmente as mesmas encontram-se em fase de finalização para que possam ser disponibilizadas para consulta pública e posterior publicação oficial.

1.3. Especificações de teste de fadiga para a máquina de duplo tambor

Conforme descrito no item anterior, existem duas normas internacionais que regem os testes de cadeiras de rodas, que são a ISO-7176 e a ANSI/RESNA. Para este trabalho, foi tomada a ISO-7176 como referência. Esta norma subdivide-se em muitas partes, sendo a ISO 7176-8-1998 responsável pelos testes de resistência à fadiga, impacto e carga estática.

² Scooter. Veículo motorizado de pequeno porte com duas rodas traseiras e uma dianteira, diferindo da cadeira de rodas motorizada por ser direcionado através de um guidão.

Os testes de resistência à fadiga são executados de duas formas. Primeiramente o teste na máquina de duplo tambor e em seguida na máquina de queda de meio-fio. Neste trabalho, será abordado o teste na máquina de duplo tambor.

A norma ISO 7176-8 foi totalmente redigida visando especificar requisitos que o produto deve atender, portanto, traz informações mínimas quanto à construção das máquinas e aparatos de teste. É importante citar que, em quase todos os testes, a cadeira é ocupada por um boneco de testes, o qual simula um cadeirante, sendo este também projetado segundo especificações da norma ISO, neste caso a ISO 7176-11. Sendo assim, conforme a norma, a máquina de duplo tambor para ensaio de fadiga deve atender às seguintes especificações:

- Possuir dois tambores de $\varnothing 250\text{mm} \pm 25\text{mm}$, 100mm mais largo que a distância entre as rodas da cadeira de rodas;
- Os tambores devem permitir ajuste de distância entre eixos para atender diferentes cadeiras;
- Cada tambor deve possuir dois ressaltos (figs.1 e 2);
- A velocidade tangencial do tambor de referência (figs.1 e 2) deve ser de $1\text{m/s} \pm 0,1\text{m/s}$ e o outro tambor deve ter velocidade entre 2% e 7% mais rápido;
- Meios para posicionar a cadeira de rodas com a roda traseira no tambor de referência e as outras no segundo tambor;
- Meios para restringir o movimento longitudinal da cadeira, permitindo o movimento vertical livre. A restrição deve ser fixada no eixo da cadeira ou na estrutura da mesma, o mais próximo do eixo possível;
- Meios para restringir o movimento lateral permitindo deslocamento máximo de $\pm 50\text{mm}$;
- Aparato para medir a velocidade do tambor de referência com precisão de $\pm 0,01\text{m/s}$;
- Aparato para contar o número de rotações do tambor de referência;
- Permitir que uma cadeira de rodas motorizada acione o tambor de referência na velocidade especificada;
- Meios para causar resistência ao giro dos tambores quando acionados pela cadeira de rodas motorizada, a fim de atender a velocidade especificada;

1.4. A máquina atual, objeto do estudo

O Hospital das Clínicas implementou um laboratório de Bioengenharia no Instituto de Ortopedia e Traumatologia, com a finalidade de testar cadeiras de rodas, produzi-las em parceria com uma empresa privada e desenvolver produtos diversos dando suporte à área médica. A máquina de ensaio de fadiga, objeto deste trabalho, foi projetada e construída por este laboratório, após a visita à Universidade de Pittsburgh, referência mundial em testes de cadeiras de rodas.

Por se tratar de uma máquina fabricada para dar suporte ao desenvolvimento das cadeiras de rodas, pertencente a um laboratório de pesquisas, optou-se por construir sua estrutura com perfis extrudados em alumínio e montados com fixações mecânicas, sem nenhuma solda, visando à redução de peso e facilidade de montagem quando fosse necessária a apresentação em congressos e eventos correlatos.

1.5. Estrutura do trabalho

O capítulo 1, a introdução, é um resumo sobre testes de fadiga em geral do ponto de vista prático e não fenomenológico, seguido da abordagem específica de testes em cadeiras de rodas e termina com uma breve explanação sobre a máquina de ensaio de fadiga, objeto deste trabalho. O capítulo 2 esclarece o objetivo do trabalho. Já o capítulo 3, a revisão bibliográfica, aborda a fadiga do ponto de vista fenomenológico de forma abrangente. O capítulo 4 esclarece a metodologia de desenvolvimento do trabalho. O capítulo 5 expõe os resultados obtidos, seguido do capítulo 6 que discute tais resultados e o capítulo 7 trás um fechamento propondo sugestões para trabalhos futuros.

2. Objetivo

Analisar a estrutura da máquina de ensaio de fadiga de duplo tambor para cadeiras de rodas do laboratório de Bioengenharia do Hospital das Clínicas e conhecer sua vida em fadiga. A meta de durabilidade é de 5 anos, o que equivale a testar aproximadamente 240 cadeiras de rodas, totalizando $4,8 \times 10^7$ ciclos do tambor de referência. Se a durabilidade encontrada for menor que a meta, modificações estruturais serão propostas.

3. Revisão Bibliográfica

3.1. Fundamentos de Fadiga

3.1.1. Definições

Existem algumas definições para o termo fadiga, as quais variam de acordo com o tipo de abordagem, por exemplo, engenharia ou ciência dos materiais. Schon (2007, p.227) define fadiga como: “Processo de degradação das propriedades mecânicas de um material que se caracteriza pelo crescimento lento de uma ou mais trincas sob a ação de carregamento dinâmico, levando eventualmente à fratura”.

Em 1964, em Genova, uma publicação da ISO apud Suresh (1998), intitulada *General Principles for Fatigue Testing of Metals* definiu fadiga como modificações nas propriedades dos materiais metálicos que podem ocorrer devido a aplicações repetidas de tensões e deformações, sendo que estas modificações referem-se as que causam trincas ou completa ruptura.

Da ciência dos materiais, fadiga é o dano estrutural progressivo, localizado e permanente que ocorreu em um material submetido a deformações cíclicas ou flutuantes, a uma tensão nominal com valor máximo menor que o valor da tensão limite de proporcionalidade. A tensão resultante está bem abaixo da tensão de ruptura e mesmo da tensão de escoamento, mas ainda assim causando falha catastrófica, (informação via rede)³.

3.1.2. Carregamentos

Os esforços empregados nos materiais podem ser classificados como monotônicos, em que a carga é aplicada numa única direção e de forma crescente, e dinâmicos, onde há aplicação de cargas em direções e intensidades variáveis, sendo estes últimos os agentes causadores de fadiga. A figura 3 ilustra os três modos típicos de carregamentos empregados em ensaios.

³ Definição disponível em: <<http://www.answers.com/topic/fatigue-material>>. Acesso em: 30 ago. 2007.

Figura 3 – Modos de carregamentos empregados em ensaios (extraída da apostila Mecânica dos Materiais, p. 226).

Os principais parâmetros do carregamento cíclico são:

- Faixa de tensão: $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$
- Amplitude de tensão $\sigma_a = \Delta\sigma / 2$
- Tensão média $\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) / 2$
- Razão de tensão $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$

A figura 4 ilustra os parâmetros citados.

Figura 4 – Parâmetros do carregamento cíclico (extraída da apostila Mecânica dos Materiais, p.226).

3.1.3. Curva S-N

Também conhecida como curva de Wöhler, em homenagem a August Wöhler, pioneiro nos estudos sobre fadiga no século XIX, é a representação gráfica do logaritmo do número de ciclos até a fratura, plotado na abcissa, versus a amplitude de tensão ou ainda faixa de tensões, plotado na ordenada.

As curvas S-N são obtidas a partir de testes de materiais a serem caracterizados, onde uma tensão senoidal regular é aplicada por uma máquina de teste capaz de contar o número de ciclos até a falha, (informação via rede)⁴. A curva S-N pode ser dividida em 3 regiões, conforme a figura 5:

Figura 5 – Curva S-N e suas regiões típicas (extraída da apostila Mecânica dos Materiais, p.229).

A região I representa a aplicação de amplitudes de tensão próximas ao limite de resistência estática. Nesta região, se a ruptura não ocorrer no primeiro ciclo, provavelmente ocorrerá muito depois, por exemplo 100 ciclos. A região II representa a aplicação de amplitudes intermediárias, onde se encontra a faixa usual de trabalho da maioria dos materiais. A região III representa a aplicação de tensões menores

⁴ Definição disponível em: <<http://www.answers.com/topic/fatigue-material>>. Acesso em: 30 ago. 2007.

que o limite de fadiga σ_L , onde o material irá fraturar num valor virtualmente infinito de ciclos.

O limite de fadiga σ_L existe para todos os materiais, mas, em alguns casos, por ocorrer num número muito elevado de ciclos, sua determinação experimental é inviável. Neste caso, adota-se um valor de σ_L para um determinado número de ciclos, por exemplo $N_f = 10^7$.

3.1.4. Ensaaios

Em um dos métodos para levantar as curvas S-N, Wöhler utilizou um equipamento que aplica um momento fletor a um corpo de prova girante sobre seu próprio eixo, tal que cada ponto da superfície do corpo de prova seja solicitado em tração e compressão. Este ensaio é conhecido como fadiga de reversão total pois resulta em tensão média igual a zero ($\sigma_m = 0$).

Como o ensaio aplica um ciclo de tensão ao corpo de prova, diz-se que o mesmo é executado em controle de carga, levando a definir fadiga de alto ciclo. A fadiga de alto ciclo é assim chamada pois aplica baixas amplitudes de tensão, resultando em um alto número de ciclos até a ruptura. Em 1919, O. Basquin apud Schon descreve-a através da expressão $N_f = k (\sigma_a)^m$, aplicável à região II da curva S-N.

Outra forma de ensaio é o de controle de deformação. Como o próprio nome sugere, neste ensaio é aplicada uma deformação de amplitude constante. Devido à aplicação de amplitudes de tensão elevadas, próximas ou superiores ao limite de escoamento, há a ocorrência de poucos ciclos até a ruptura, o que define o conceito de fadiga de baixo ciclo.

Coffin e Manson apud Suresh desenvolveram, independentemente, para ensaio em controle de deformação, uma expressão para caracterizar a vida em fadiga total, baseados na afirmação de que a deformação total, $\Delta\epsilon$, é uma composição da deformação elástica, $\Delta\epsilon_e$, mais a deformação plástica, $\Delta\epsilon_p$:

$$\Delta\epsilon/2 = \Delta\epsilon_e/2 + \Delta\epsilon_p/2 \quad (1)$$

A parcela elástica é descrita pela relação de Basquin:

$$\Delta\epsilon_e/2 = (\sigma'_f / E) * (2N_f)^b \quad (2)$$

onde σ'_f é o coeficiente de resistência à fadiga e b é o expoente de resistência à fadiga. A parcela plástica é descrita pela relação de Coffin-Manson:

$$\Delta\epsilon_p/2 = \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (3)$$

onde ε'_f é o coeficiente de ductilidade em fadiga e c é o expoente de ductilidade em fadiga. Substituindo (2) e (3) em (1), obtém-se a expressão completa para a vida em fadiga total:

$$\Delta\varepsilon/2 = (\sigma'_f / E) * (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (4)$$

3.1.5. Diagramas de vida constante

Segundo Suresh, muitas descrições de vida em fadiga fundamentam-se na hipótese de $\sigma_m = 0$, ou seja, nos ensaios de fadiga com cargas completamente reversas. Entretanto, carregamentos com tensões médias iguais à zero não representam muitas aplicações práticas, mas reconhecidamente influenciam o comportamento dos materiais de engenharia.

Se tomarmos como exemplo uma curva S-N plotada a partir de um ensaio uniaxial, que é fortemente uma função do nível de tensão média aplicado, observa-se que há um decréscimo da vida em fadiga com o aumento do valor de tensão média, conforme figura 6.

Figura 6 – Influência da tensão média na curva S-N (extraída do livro Fatigue of Materials, p. 226).

O efeito da tensão média também pode ser observado em um outro diagrama proposto por Gerber (1874), Goodman (1899) e Soderberg (1939). Neste, diferentes amplitudes de tensão são plotadas contra diferentes tensões médias, resultando em um diagrama de vida constante em fadiga, conforme observado na figura 7 e expresso pelas relações:

Relação de Soderberg: $\sigma_a = \{1 - (\sigma_m/\sigma_y)\}$ ($p/\sigma_m \neq 0$)

Relação modificada de Goodman: $\sigma_a = \{1 - (\sigma_m/\sigma_{TS})\}$ ($p/\sigma_m \neq 0$)

Relação de Gerber: $\sigma_a = \{1 - (\sigma_m/\sigma_{TS})^2\}$ ($p/\sigma_m \neq 0$)

onde σ_a é a amplitude de tensão quando σ_m é diferente de zero, σ_y é a tensão de escoamento e σ_{TS} é a tensão de ruptura.

Figura 7 – Curva de vida constante para tensão média diferente de zero (extraída do livro Fatigue of Materials, p. 226).

3.1.6. Fratura por fadiga

A fratura por fadiga divide-se em 3 estágios, nucleação da trinca, propagação estável da trinca e propagação instável da trinca, sendo que o segundo estágio tem recebido mais atenção pois é onde se situa a vida útil da maioria dos materiais de engenharia.

A nucleação da trinca é influenciada por inúmeros fatores, tais como:

- Descontinuidades do componente, como as superfícies, os contornos de grãos e as interfaces matriz / inclusão;
- Tensões normais de tração, afetadas por concentradores de tensão;
- Superfícies livres, por não apresentarem restrições às deformações;

- Formação de estruturas complexas de deformação, levando a estruturas muito estáveis de discordâncias;
- Formação das bandas de deformação persistentes;
- Irregularidades superficiais como intrusões e extrusões, causadas pelas bandas de deformações permanentes.

Como a nucleação da trinca ocorre predominantemente na superfície do material, o comportamento em fadiga será afetado pelo acabamento superficial, desta forma, o polimento e o chamado shoot-peening (processo similar ao jateamento que promove deformações superficiais e tensões residuais de compressão, através do impacto de microesferas de metal) , exercem fundamental influência na resistência à fadiga.

A propagação da trinca, estável e instável, pode ser dividida em 3 estágios, conforme figura 8. No estágio I, uma ou mais trincas crescem de forma pequena, poucos micra por ciclo, seguindo planos de deslizamento orientados à aproximadamente 45° do eixo de carregamento, encontrando contornos de grão em seu caminho. No estágio II, as microtrincas do estágio I atingem um contorno de grão e mudam sua orientação, passando a se propagar perpendicular ao plano de carregamento, dominando então o processo de dano por fadiga. Por fim, no estágio III, a trinca atinge o comprimento crítico e a ruptura ocorre no próximo ciclo de carregamento em tração.

Figura 8 – Estágios da propagação da trinca (extraída da apostila Mecânica dos Materiais, p.239).

3.1.7. Acumulação de danos e propagação da trinca

Conforme visto anteriormente, existem 3 tipos de modos de carregamento. Toda a teoria desenvolvida, acima, fundamenta-se na hipótese de carregamento no modo cíclico, no entanto, na prática os carregamentos são predominantemente em bloco, em espectro ou aleatório.

Conforme definição, fadiga é uma degradação das propriedades ao longo do tempo, a cada carregamento, resultando em alterações irreversíveis que se acumulam até atingir um valor crítico onde termina a vida útil do material. Isto induz ao conceito de acumulação de danos.

Em 1945, M. A. Miner expressou através da equação $\sum_{k=1}^M \frac{n_k}{N_k} = 1$ o primeiro modelo linear para previsão de vida em fadiga, onde M é o número de níveis de amplitude de tensão distintos, n_k é o número de ciclos correspondente a cada nível de tensão e N_k é o número de ciclos para a fratura correspondente ao nível de amplitude de tensão σ_k .

Este modelo recebe o nome de Regra de Palmgren-Miner-Langer pois A. Palmgren em 1924 e B. F. Langer em 1937 propuseram anteriormente, em essência, o mesmo modelo que Miner, sem o equacionamento exposto por ele.

A linearidade do modelo implica que a ordem em que os diferentes níveis de amplitude de tensão são aplicados não afetam o resultado. Isto não se verifica em ensaios, pois a vida útil depende do histórico de carregamento. A discussão a cerca do dano é ainda obscura na região de nucleação da trinca, porém mais bem definida na região de propagação, pois basicamente tem-se uma trinca se propagando ao longo do material a uma grandeza passível de ser medida. Isto levou, em 1962, a P. C. Paris apud Schon a correlacionar parâmetros da mecânica da fratura elástica linear com a propagação de trincas de fadiga e propor que a taxa de crescimento da trinca (da/dN) estaria relacionada a $\Delta K \equiv Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a}$ por $da/dN = C(\Delta K)^n$, que é conhecida como relação de Paris, para C e n constantes.

Apesar de permitir a previsão da falha final, uma vez conhecido o tamanho da trinca, a relação de Paris apresenta algumas falhas, pois não prevê o efeito da tensão média, a falha estática e um limite de fadiga. Além disso, outros fatores comprovam a ineficiência deste modelo frente à não linearidade da propagação da

trinca. Estes fatores são a propagação de trincas curtas e o efeito de sobrecargas e sub-cargas.

A propagação de trincas curtas foi observada por S. Pearson apud Schon, em 1975, ao constatar que micro-trincas existentes em ligas comerciais de alumínio cresciam a uma taxa média de propagação muito superior à prevista pela relação de Paris. Quanto aos efeitos de sobrecarga e sub-carga, algumas observações podem ser feitas:

- O efeito de sobrecarga promove retardo da propagação da trinca, enquanto a sub-carga promove aceleração;
- Ambos são de extrema importância em aplicações de carregamento em espectro para a previsão da vida em fadiga;
- A taxa de crescimento da trinca volta a ser a mesma, após um certo número de ciclos, do estado anterior à aplicação da sobrecarga;
- Efeitos de ambos são de difícil quantificação devido a não linearidade.

Como estes fatores distorcem o modelo de Paris, alguns outros foram sugeridos a partir de sua criação para tentar solucionar o problema de previsão de vida em fadiga. Sendo assim, dois modelos propostos para corrigir os desvios no modelo de Paris são:

- Fechamento de trinca;
- Teoria dos dois parâmetros.

O mecanismo de fechamento de trinca foi estudado por W. Elber em 1970. Este estudo propõe-se a explicar o efeito de R ($\sigma_{\min} / \sigma_{\max}$) sobre a propagação de trincas de fadiga, admitindo que as faces da trinca contém uma deformação deixada pela ponta da trinca durante seu crescimento, fazendo com que, durante a fase de descarregamento, as faces se toquem antes de atingir K_{op} , entre $K_{\min}$ e $K_{\max}$, onde K_{op} é o fator de intensificação de tensão na abertura da trinca.

Elber ainda sugere que o dano ocorre somente quando a trinca está aberta e introduz o conceito de ΔK_{ef} , definido por $K_{ef} = K_{\max} - K_{op}$, devendo este (ΔK) ser substituído na relação de Paris reduzindo o potencial de propagação da trinca.

A teoria dos dois parâmetros, desenvolvida por Sadananda et al. (1999), admite que a taxa de crescimento da trinca depende, não só de ΔK , mas também de $K_{\max}$, e apóia-se em algumas afirmações:

- Depende fundamentalmente de ΔK e $K_{\max}$;

- Há dois limiares de propagação, ΔK_{th} e K^*_{Max} ;
- Havendo dois limiares há a dependência de ΔK_{th} com R , tornando desnecessário considerar o fechamento de trinca;
- Se importante no processo, o fechamento de trinca será considerado através de outro parâmetro;
- O estado de tensão (tensão remota e tensão residual de compressão) na ponta da trinca é o propulsor do crescimento da trinca;
- Uma das principais fontes de tensões residuais de compressão é a zona plástica à frente da trinca;
- As tensões residuais deslocam o valor de σ_m , tornando a dependência em K_{max} mais sensível a este parâmetro;
- Efeitos ambientes surgem fundamentalmente no termo K_{max} .

3.1.8. Critérios de crescimento de trinca

Conforme citado, anteriormente, os carregamentos encontrados nas aplicações práticas, na maioria das vezes, são do modo II e III, e não raro uma combinação entre eles, o modo misto. Dessa forma, a trinca não cresce perpendicular ao eixo de carregamento, visto que não se pode assumir que exista um, e leva à definição de critérios de crescimento de trinca em modo misto. Um deles é o critério MTS, do inglês “maximum tensile stress”.

Qian e Fatemi (1996) descrevem tal critério, que afirma que: (i) a propagação da trinca começa na ponta da trinca, ao longo da direção radial, $\theta = \theta_c$, na qual a tensão tangencial, σ_θ , torna-se máxima e (ii) a fratura começa quando a máxima tensão tangencial σ_θ , alcança uma tensão crítica, σ_c , igual a tensão limite de fadiga em carregamento uniaxial. Matematicamente a condição (i) pode ser expressa da seguinte forma:

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 \text{ e } \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} < 0$$

ou então:

$$K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0$$

Outro critério, descrito por estes autores é o critério S, do inglês “Minimum strain energy density criterion”. Este critério baseia-se na densidade de energia na região

da ponta da trinca, de modo que a trinca cresça em uma direção na qual o fator de densidade de energia de deformação, S , atinge um valor mínimo e a fratura ocorra quando este fator atinge um valor crítico, S_0 . O fator S pode ser descrito pela equação:

$$S = a_{11}k_1^2 + 2a_{12}k_1k_2 + a_{22}k_2^2 + a_{33}k_3^2$$

onde a_{ij} são os coeficientes relacionados ao ângulo θ e k é definido como:

$$k_i = K_i / \sqrt{\pi} (i = I, II, III)$$

onde K_i é o fator de intensificação de tensão nos modos I, II e III.

Por fim, ainda descrito por Qian e Fatemi, o critério J , proposto como uma tentativa de se usar integrais de linha para estudar o crescimento da trinca sob carregamento no modo misto. Para o caso bidimensional, J é definido como:

$$J = J_I \bar{i} + J_{II} \bar{j}$$

onde J_I e J_{II} são integrais do modo I e II.

Neste critério a trinca se estende na direção do vetor J e a fratura ocorre quando J atinge um valor crítico. Quanto à taxa de crescimento da trinca, Tanaka apud Qian e Fatemi, definiu, baseado na relação de Paris, um fator de intensificação de tensão efetiva, descrito pela equação:

$$da/dN = C(\Delta K_{eff})^m,$$

onde ΔK_{eff} para o modo misto é expresso por:

$$\Delta K_{eff} = [\Delta K_I^4 + 8 \Delta K_{II}^4]^{0,25}$$

Neste modelo, assume-se que a trinca cresce quando a soma dos valores absolutos de deslocamento em uma região plástica atinge um valor crítico.

3.1.9. Ensaios em estruturas e componentes

Os ensaios em estruturas e componentes são os que apresentam melhores resultados, se comparados com ensaios em corpos de prova, porém, algumas razões, como custo, tempo e recursos, muitas vezes impedem que os mesmos sejam executados.

Isto leva à necessidade de, cada vez mais, desenvolver-se métodos experimentais confiáveis para previsão do comportamento mecânico de estruturas e de componentes, surgindo então os ensaios com carregamento em espectro e os modelos matemáticos para previsão de vida em fadiga.

Nível	Cruzamentos
+4	2
+3	3
+2	3
+1	3
0	2
-1	3
-2	1
-3	1

Figura 10 – Resultados de uma contagem por cruzamento de níveis (extraída da apostila Mecânica dos Materiais, p.262).

Já o método “*rainflow*” será explicado numa sessão a parte devido à sua ampla aplicação prática.

3.1.10. Método de contagem de ciclos – “*rainflow*”

O método de contagem “*rainflow*” foi proposto pela primeira vez por Matsuishi e Endo apud Ellyin (1997) e pode ser mais facilmente compreendido através da figura 11.

Figura 11 – Método de contagem “*rainflow*” (extraída do livro fatigue damage, crack growth and life prediction, p.10).

Nele, começa-se a contagem a partir do pico mais alto, ponto 1, e segue na descendente até o ponto 2. Do ponto 2, move-se horizontalmente até a próxima reta descendente (ponto 2') e posteriormente até o ponto 4. Como o ponto 4 é o mais baixo, reverte-se o sentido de contagem para ascendente e procede-se de forma análoga à descendente até atingir o ponto 1', identificando assim o ciclo de maior amplitude. A linha tracejada da figura 11 ilustra o procedimento descrito.

Procedendo da mesma maneira, é possível encontrar os ciclos de menor amplitude. A figura 12 ilustra o resultado da contagem para o exemplo acima.

Figura 12 – Resultado da contagem “rainflow” (extraída do livro fatigue damage, crack growth and life prediction, p.10).

Ellyin afirma que cada ciclo da figura 12 corresponde a um ciclo de histerese., conforme figura 13. Como o dano está relacionado à energia na histerese, ciclos de amplitude menores que o limite de fadiga podem ser desprezados.

Figura 13 – Ciclo de histerese (extraída do livro fatigue damage, crack growth and life prediction, p.9).

3.2. Exemplos de investigações em fadiga

Muitas vezes, durante a fase de projeto de componentes e estruturas, algumas informações essenciais são subestimadas ou até mesmo desprezadas, como peso próprio, efeitos dinâmicos e características dos materiais.

Segundo Hanewinckel (1979), ainda projeta-se máquinas dinâmicas utilizando somente conceitos da estática e como resultado esforços extras ocorrem em operação causando falhas inesperadas. A figura 14 ilustra um momento (nominal) utilizado em projeto comparado com o momento medido em operação, para uma máquina de laminação a quente.

Figura 2 – Torque medido e estimado de um eixo de laminadora de chapa (extraída do artigo do Hanewinckel, p. 191).

O autor descreve ainda, em forma de fluxograma (fig.15), quais são as informações necessárias antes de se iniciar um projeto em fadiga.

Figura 3 – Diagrama de informações básicas para projeto (extraída do artigo do Hanewinkel, p. 192).

3.3. Conceitos sobre o método dos elementos finitos

3.3.1. Introdução

O método dos elementos finitos é um procedimento numérico que pode ser utilizado para analisar estruturas e componentes, cobrindo praticamente todas as aplicações de engenharia, tais como estática, dinâmica, comportamento térmico e outras. Segundo Spyrakos, os resultados obtidos raramente são exatos, entretanto, uma solução bastante precisa pode ser obtida se os princípios da análise por elementos finitos forem utilizados.

O método dos elementos finitos considera que a estrutura ou o componente a ser analisado é uma composição de partes de dimensões finitas. Essas partes são chamadas de elementos finitos, os pontos que os conectam são chamados de nós

ou pontos nodais e o processo de escolha destes pontos é chamado de discretização ou modelagem.

Os passos para uma análise em elementos finitos são:

- Discretização ou modelagem da estrutura;
- Definição das propriedades dos elementos;
- Montagem dos elementos da matriz de rigidez;
- Aplicação das cargas;
- Definição das condições de contorno;
- Solução do sistema de equações algébricas lineares;
- Cálculo das forças, tensões, deslocamentos, etc.

3.3.2. Tipos de elementos finitos

Segundo Spyrakos os elementos finitos mais comuns são *treliça*, *viga*, *tensão plana*, *deformação plana*, *placa*, *casca*, *tetraedro* e *hexaedro (brick)*, mas os de maior emprego nas análises são o tipo *treliça*, *viga*, *hexaedro* e *tetraedro*.

O elemento *treliça* só pode sofrer tensão ou compressão, seu comprimento deve ser de 8 a 10 vezes maior que sua largura e seus pontos de conexão com outros elementos devem ser articulados, não transmite momentos. O elemento *viga* deve ter um dos lados em torno de 10 vezes maior que os outros 2. Contrário ao elemento *treliça*, a *viga* pode sofrer cisalhamento e momento fletor, além de tração e compressão. Cada nó possui 6 graus de liberdade, 3 translações e 3 rotações, nos eixos x, y e z. Para Spyrakos, em geral qualquer estrutura ou componente com espessura comparável às outras duas dimensões pode ser modelado com elementos tipo *brick*. Os *bricks* são elementos tridimensionais de 8 nós que possuem 3 translações por nó como graus de liberdade.

3.3.3. Análise dinâmica

Para Spyrakos, a análise dinâmica consome muito mais tempo que a análise estática por necessitar de mais informações, como distribuição de massa, amortecimento do sistema e variação temporal da carga aplicada, além da dificuldade da análise dos resultados. Alguns cuidados e considerações de

engenharia são requeridos para a execução de uma análise dinâmica satisfatória, sendo recomendados alguns hábitos como:

- Criar um modelo simplificado de um grau de liberdade que simule o comportamento dinâmico do sistema, antes de iniciar a análise dinâmica do modelo mais sofisticado;
- Iniciar a análise com uma malha “grosseira” e prosseguir com sucessivas análises refinando a malha, até obter resultados muito próximos entre os dois últimos refinamentos;
- Iniciar com a análise estática em caso de estruturas complexas. Geralmente, se apenas o modo fundamental é requerido, um modelo que fornece resultados acurados na análise estática também fornecerá bons resultados na análise dinâmica.

Para a análise dinâmica, a equação que governa a resposta de um modelo em elementos finitos é dada por:

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{F(t)\}$$

Onde $[M]$ é a matriz de massa, $[C]$ é a matriz de amortecimento, $[K]$ é a matriz de rigidez, $\{\ddot{y}\}$, $\{\dot{y}\}$ e $\{y\}$, são vetores de aceleração, velocidade e deslocamento.

Spyrakos afirma que em muitos problemas de dinâmica, as matrizes $[M]$, $[C]$ e $[K]$ são independentes do tempo e o sistema é linear. Como a equação da resposta matematicamente representa um sistema de equações diferenciais de segunda ordem, em princípio, pode ser resolvida com métodos numéricos bem estabelecidos, como por exemplo, o método da integração direta.

3.3.4. Método da integração direta

Para resolver sistemas estruturais dinâmicos, este método preocupa-se em satisfazer as condições de equilíbrio dinâmico em intervalos discretos no tempo, usualmente de mesma duração. Spyrakos afirma que o método é incondicionalmente estável, o que significa ser possível obter uma resposta para qualquer intervalo adotado, mesmo que a resposta não esteja correta.

Entretanto, uma solução mais precisa pode ser obtida adotando-se a relação $Dt < 0.05 T_c$, onde Dt é o intervalo de integração e T_c é o período correspondente à menor frequência natural. Caso sejam adotados valores de Dt maiores que a relação acima, os modos com frequência natural maiores que T_c serão filtrados, comprometendo em alguns casos o resultado esperado.

3.3.5. Amortecimento de Rayleigh ou amortecimento proporcional

O amortecimento proporcional é utilizado em conjunto com o método de integração direta. Neste método, a matriz de amortecimento é proporcional à massa e a rigidez do sistema conforme a relação:

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K]$$

Onde $[M]$ é a matriz de massa, $[C]$ é a matriz de amortecimento, $[K]$ é a matriz de rigidez e α e β são constantes a serem determinadas do sistema de equações:

$$\alpha + \beta \omega_i^2 = 2\omega_i \xi_i$$

Segundo Spyarakos, o fator de amortecimento deve ser adotado e a frequência natural deve ser obtida da análise modal. Tomando-se dois fatores de amortecimento distintos, correspondentes a duas frequências naturais, obtém-se α e β através das expressões:

$$\alpha = \frac{2\omega_i}{\omega_j^2} \frac{\omega_j}{\omega_i^2} (\omega_j \xi_i - \omega_i \xi_j) \quad \beta = \frac{2}{\omega_j^2 - \omega_i^2} (\omega_j \xi_j - \omega_i \xi_i)$$

Os valores de fator de amortecimento e frequências também podem ser obtidos experimentalmente a partir do sinal do fenômeno estudado, utilizando-se o método do decremento logarítmico.

3.3.6. Decremento logarítmico

Segundo Meirovitch (1986), muitas vezes o amortecimento de um sistema é desconhecido e precisa ser determinado experimentalmente. Nos casos em que o amortecimento é viscoso a vibração do sistema decai exponencialmente, de forma que o expoente é uma função linear do fator de amortecimento. Com base nisto,

pode-se calcular o amortecimento através da observação do decaimento exponencial em dada frequência.

Uma maneira eficaz de medir este decaimento é através da redução de amplitude que o sinal apresenta num intervalo de um ciclo completo de vibração. Estas amplitudes podem ser observadas na figura 16 e relacionam-se da seguinte forma:

$$\delta = \ln \frac{y_1}{y_2} = \xi \omega_n T = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

Onde δ é o decremento logarítmico.

Figura 4 – Medidas de amplitude para decremento logarítmico (extraída do livro Elements of vibration analysis, p. 30).

Tomados os valores y_1 , y_2 e o decremento logarítmico pode-se calcular o amortecimento através da expressão:

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}}$$

4. Metodologia

4.1. Introdução

A metodologia para investigação da vida em fadiga da estrutura da máquina segue o fluxograma abaixo (fig. 17) e é composta quase integralmente por análise computacional.

Figura 5 – Fluxo de etapas a serem executadas para realização do trabalho

Para a investigação deste trabalho, foi determinado o deslocamento descrito pelo pneu da cadeira, no ponto de contato com o tambor, durante a passagem do ressalto e posteriormente aplicado no modelo em elementos finitos da cadeira de rodas, obtendo-se o deslocamento no nó subsequente como resposta.

Admitindo que a diferença entre o deslocamento dos nós considerados na análise corresponde à deformação do pneu e que o mesmo comporta-se como uma mola, obtivemos a força no tempo imposta para deslocar a cadeira verticalmente.

Pelo princípio de ação e reação a cadeira impõe na máquina uma força de mesma intensidade que a força necessária para deslocá-la, porém em sentido oposto. Esta força no tempo irá causar tensões na estrutura da cadeira e pela característica cíclica do evento, conseqüentemente levará à fadiga da mesma.

Para determinar a vida em fadiga, a força no tempo foi aplicada ao modelo em elementos finitos da máquina e obtida como resposta a tensão máxima no tempo. Essa tensão foi avaliada pelo método de contagem de ciclos denominado “rainflow”, o que possibilita o cálculo do dano acumulado e posteriormente a estimação da vida em fadiga.

As etapas descritas acima serão abordadas posteriormente, em detalhes.

4.2. Máquina de duplo tambor

A máquina de duplo tambor de ensaio de fadiga de cadeiras de rodas, objeto deste estudo, é apresentada nas figuras 18, 19, 20, 21 e 22.

Figura 7 – Elevação

Figura 6 – Vista lateral

Figura 8 – Vista de topo

Figura 21 – Perspectiva

Figura 9 – Sistema de fixação da cadeira na máquina.

A estrutura da máquina, a qual queremos conhecer a vida em fadiga, foi construída com perfis de alumínio extrudado e montada com elementos de fixação em aço. Os perfis utilizados na estrutura são de seção transversal 50mmx50mm e 50mmx100mm, com as seguintes características:

- Liga de alumínio 6061-T6;
- Módulo de elasticidade $E = 70 \times 10^9 \text{ N/m}^2$;
- Densidade $\rho = 2700 \text{ Kg/m}^3$;
- Área da seção transversal $A_1 = 1,074 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ (50x50) e $A_2 = 2,037 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ (50x100);
- Momento de inércia $I_x = I_y = 2,74 \times 10^{-7} \text{ m}^4$ (50x50);
- Momento de inércia $I_x = 19,37 \times 10^{-7} \text{ m}^4$ (50x100) e $I_y = 5,25 \times 10^{-7} \text{ m}^4$ (50x100).

As figuras 23 e 24 ilustram a seção transversal dos perfis utilizados.

Figura 23 – Seção transversal do perfil 50 x 50mm

Figura 24 – Seção transversal do perfil 50 x 100mm

4.3. Estimativa das forças atuantes na estrutura

A máquina, em operação, impõe movimento vertical à cadeira de rodas a cada impacto dos ressaltos contra as rodas da mesma. Este movimento vertical por sua vez gera cargas dinâmicas de reação nos tambores da máquina e conseqüentemente os transfere aos mancais de apoio, sobre as vigas principais da estrutura da máquina.

A estimação destas cargas cíclicas é de extrema importância pois com elas será avaliada a vida em fadiga da estrutura da máquina. Para estimar as cargas cíclicas, estudou-se o efeito dinâmico sobre uma das rodas traseiras.

Este estudo compõe-se de três etapas. A primeira é a determinação da trajetória da roda da cadeira, no ponto de contato entre o pneu e o tambor, no intervalo de tempo em que o ressalto fixado no tambor passa pela roda. A segunda etapa consiste na modelagem em elementos finitos da cadeira de rodas ocupada por um boneco de testes simulando um paciente de 75Kg. A terceira e última etapa é a união das duas anteriores onde é imposto o deslocamento determinado sobre o nó

equivalente do modelo em elementos finitos, na interface pneu tambor, obtendo-se a resposta em deslocamento no nó subsequente.

4.3.1. Deslocamento imposto pelo ressalto à cadeira

O tambor ao girar durante o ensaio faz o ressalto levantar a cadeira quando entra em contato com o pneu. Esta variação de altura é função do ângulo de posição do tambor e conseqüentemente do tempo, conforme ilustra a figura 25a e 25b.

Figura 25a – Posição do tambor no instante de contato entre o ressalto e a roda.

Figura 25b – Posição do tambor após 8° de rotação no sentido anti-horário causando elevação de "h" na roda.

Baseado neste movimento do tambor levantou-se a curva de deslocamento da roda, considerando um passo angular de 1°, e obtiveram-se os valores conforme tabela 1.

Ângulo[°]	Tempo[s]	altura[mm]	Ângulo[°]	Tempo[s]	altura[mm]	Ângulo[°]	Tempo[s]	altura[mm]
0,00	0,00000	0,00	18,00	0,03927	11,12	33,90	0,07396	10,93
1,00	0,00218	1,06	19,00	0,04145	11,21	34,90	0,07614	10,73
2,00	0,00436	2,07	20,00	0,04363	11,25	35,90	0,07832	10,46
3,00	0,00654	3,03	20,40	0,04451	11,25	36,90	0,08050	10,14
4,00	0,00873	3,95	20,90	0,04560	11,24	37,90	0,08268	9,76
5,00	0,01091	4,81	21,90	0,04778	11,17	38,90	0,08487	9,33
6,00	0,01309	5,62	22,90	0,04996	11,04	39,90	0,08705	8,84
7,00	0,01527	6,37	23,90	0,05214	10,86	40,90	0,08923	8,30
8,00	0,01745	7,08	24,90	0,05432	10,72	41,90	0,09141	7,70
9,00	0,01963	7,73	25,90	0,05651	10,71	42,90	0,09359	7,05
10,00	0,02182	8,33	26,90	0,05869	10,83	43,90	0,09577	6,34
11,00	0,02400	8,87	27,90	0,06087	11,02	44,90	0,09796	5,59
12,00	0,02618	9,36	28,90	0,06305	11,12	45,90	0,10014	4,78
13,00	0,02836	9,79	29,90	0,06523	11,20	46,90	0,10232	3,92
14,00	0,03054	10,17	30,40	0,06632	11,21	47,90	0,10450	3,00
15,00	0,03272	10,49	30,90	0,06741	11,22	48,90	0,10668	2,04
16,00	0,03491	10,76	31,90	0,06960	11,18	49,90	0,10886	1,03
17,00	0,03709	10,96	32,90	0,07178	11,09	50,90	0,11105	0,00

Tabela 1 – Deslocamento da roda da cadeira durante a passagem do ressalto pela mesma, em função da variação angular e do tempo.

Com os valores levantados construíram-se os gráficos abaixo que representam a curva de deslocamento em função do ângulo de posição do tambor e do tempo, respectivamente, conforme figuras 26 e 27.

Figura 26 – Deslocamento vertical da roda em função da variação angular

Figura 27 – Deslocamento vertical da roda em função do tempo

Os dados e gráficos apresentados acima representam somente o intervalo onde ocorre contato entre o ressalto e a roda, no entanto, para nossa análise é necessário termos informações de um ciclo completo, contemplando o tempo de contato ressalto-roda e o tempo de movimento de rolagem livre entre eles. A tabela 2 mostra

algumas informações complementares que serão úteis para a análise de um ciclo completo.

Diâmetro do tambor [m]	0,25
Comprimento da circunferência do tambor [m]	0,785
Veloc. tangencial [m/s]	1,00
Ângulo de início de elevação da roda traseira [°]	25,46
(Medido do centro do ressalto, no instante em que o mesmo toca a roda, ao instante em que ele atinge altura máxima, 90°)	
Altura vertical - deslocamento da roda em y [mm]	11,23
RPM do tambor de referência	76,394
Tempo de uma volta do tambor [s]	0,785
Tempo de um grau do tambor [s]	0,002182
Tempo total para elevar a roda traseira [s]	0,055545

Tabela 2 – Informações complementares.

Com base nos dados da tabela construiu-se o gráfico que ilustra o deslocamento no tempo da roda da cadeira para 5 ciclos.

Figura 28 – Deslocamento vertical da roda em função do tempo para 5 ciclos. A letra D refere-se ao ressalto elevando a roda direita da cadeira.

4.3.2. Modelo em elementos finitos da cadeira de rodas com boneco de testes

O modelo da cadeira de rodas com um ocupante, proposto em elementos finitos, é uma aproximação da cadeira e boneco utilizados como referência para análise. A cadeira considerada foi o modelo AVD em alumínio, largura do assento 48cm, profundidade do assento 40cm e altura do encosto 40cm, da fabricante OrtoBrás e o

boneco de testes foi o modelo de 75 Kg especificado pela norma ISO7176-11. As figuras 29 e 30 ilustram a cadeira e o boneco de testes.

Figura 29 – Detalhes da cadeira de rodas utilizada para ensaio.

Figura 30 – Boneco de teste de 75Kg (obs.: a cadeira não é a utilizada no ensaio.)

Também é importante o conhecimento do centro de massa do conjunto cadeira e ocupante, para melhorar a aproximação do modelo em elementos finitos. Foi então realizada a pesagem da cadeira com o boneco, encontrando a massa total de 94Kg,

a pesagem somente das rodas dianteiras, resultando em 21Kg, e por fim, somente das rodas traseiras, obtendo 73Kg, conforme figuras 31, 32 e 33.

Figura 31 – Pesagem completa da cadeira e boneco.

Figura 32 – Pesagem da carga aplicada nas rodas traseiras

Figura 33 – Pesagem da carga aplicada nas rodas dianteiras

Com base nestas premissas, o modelo em elementos finitos foi construído utilizando-se o programa FELT, um software aberto capaz de fazer análises dinâmicas e estáticas em duas e três dimensões. O modelo (fig.34) tem as seguintes características e premissas:

- Estrutura representada por elementos de viga 3D (beam3d);
- Características atribuídas aos elementos de viga de forma a representar tubos de alumínio de Øext. 25,4mm com espessura de 2mm;
- A estrutura é rígida, sem articulações;
- O pneu assume as características de uma mola;
- Para a análise transiente, foi considerado amortecimento proporcional, onde $[C] = \alpha [M] + \beta [K]$;

- $\alpha = 14,4$ e $\beta = 0$.

Figura 34 – Representação da cadeira em elementos finitos tipo viga e seus respectivos nós.

Algumas vigas tiveram a densidade aumentada para exercer maior peso próprio e simular o ocupante sobre a cadeira, de forma a manter o centro de massa do conjunto próximo ao medido. A figura 35 ilustra tais vigas.

Figura 35 – Vigas que tiveram suas características alteradas para aumentar suas massas.

Para ajustar os valores de densidade dos trechos escolhidos a massa total foi considerada de 88Kg. Esta redução de 6Kg em relação à massa total medida (94Kg) se deve ao fato de que as outras vigas se manterão com suas características normais, ou seja, o modelo em finitos não inclui o ocupante e, portanto, as vigas em destaque devem representar sua própria massa mais a carga distribuída do ocupante, restando então uma pequena parcela de massa devido às outras vigas, os 6Kg considerados anteriormente, que representam aproximadamente 46% da massa total da cadeira de rodas.

Como a cadeira de rodas é simétrica, o ajuste das vigas foi feito para um dos lados e replicado para o outro. Por sua vez, o lado considerado é composto de 2 níveis de vigas cada qual contendo 3 trechos, sendo assim, a massa total para cálculo por nível é de 22Kg. A figura 36 ilustra tais considerações.

Figura 36 – Distribuição de massa entre as vigas consideradas.

Com base em todas considerações feitas, as equações de equilíbrio foram escritas e as densidades de cada trecho foram encontradas tomando como referência o carregamento disposto na figura 37, onde os valores entre parênteses são os comprimentos em m (metros) e as reações de apoio são os 22 Kgf já distribuídos proporcionalmente entre as rodas traseira e dianteira e transformados para a unidade N (Newton).

Figura 37 – Representação do peso próprio das vigas consideradas.

As equações de equilíbrio são as seguintes:

$$\Sigma F = 0$$

$$F1 + F2 + F3 - 167,5 - 48,2 = 0 \quad (1) \quad F4 + F5 + F6 - 167,5 - 48,2 = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma M = 0$$

$$F1 \cdot L1/2 + F2 \cdot (L2/2 + L1) + F3 \cdot (L3/2 + L2 + L1) - 48,2 \cdot 0,43 = 0 \quad (3)$$

$$F4 \cdot L4/2 + F5 \cdot (L5/2 + L4) + F6 \cdot (L6/2 + L5 + L4) - 48,2 \cdot 0,43 = 0 \quad (4)$$

$$F_i = m_i * g \quad d_i = m_i / V_i \quad m_i = L_i * A * d_i \quad F_i = L_i * A * d_i * g$$

Onde F, L, m, d, V, A e g são, respectivamente, Força, comprimento, massa, densidade, volume, área da seção da viga e aceleração da gravidade. A área refere-se ao tubo de Ø ext. 25,4 mm, espessura 2 mm e tem valor de $1,47 \times 10^{-4} \text{ m}^2$.

Podemos observar que há mais incógnitas do que equações, portanto, para encontrar as densidades de cada um dos 6 trechos de viga foi aplicado um método numérico de convergência até que os valores satisfizessem as equações acima. Dessa forma, a tabela 3 mostra tais valores, que serão utilizados no modelo em elementos finitos.

Nº	Viga (nós)	Dens. - d_i [Kg/m ³]
1	15-14	884194
2	14-13	123775
3	13-12	34403
4	5-7	808600
5	7-8	98312
6	8-9	13603

Tabela 3 – Densidades ajustadas para o modelo em elementos finitos.

Com relação ao pneu, o mesmo foi considerado uma mola para o modelo em elementos finitos e, portanto, segue a lei de Hooke $F = K * x$, onde F é a força, K é a constante elástica da mola e x é o deslocamento sofrido para comprimi-la. Para determinar a constante elástica foi feito um teste simples colocando-se uma massa sobre a roda da cadeira e registrando o deslocamento sofrido. Com a massa de 38,6 kg e o deslocamento de 5,5 mm, obteve-se a constante $K = 68848 \text{ N/m}$, após as devidas transformações de unidades.

Porém, segundo Gobat e Atkinson, no software Felt a mola é um elemento tipo treliça (*truss*) onde $K = E * A / L$ e assume somente deformações axiais. Dessa forma, admitindo que a mola seja de aço, com $E = 210 \times 10^9 \text{ N / m}^2$, pela equação acima a área A obtida é de $1,80 \times 10^{-9} \text{ m}^2$.

Por fim, para encontrar o amortecimento da estrutura e calcular os valores de α e β utilizou-se uma medição de aceleração da cadeira, durante um ensaio conforme a norma ISO-7176-8, com o acelerômetro posicionado próximo ao eixo da roda e taxa de aquisição de 500 Hz. Para a medição de aceleração foi utilizado um acelerômetro da marca STMicroelectronics, modelo LIS3L02AQ3. O instrumento é de baixa potência, capacitivo, linear e mede em 3 eixos, fornecendo um sinal de saída

analógico e podendo operar em $\pm 2g$ ou $\pm 6g$ de aceleração. As figuras 38 e 39 ilustram a posição do acelerômetro e a medição ao longo do teste.

Figura 38 – Posicionamento do acelerômetro na estrutura da cadeira

Figura 39 – Cadeira em teste durante a medição de aceleração

A figura 40 ilustra um dos sinais de aceleração coletados durante o ensaio.

Figura 40 – Sinal de aceleração coletado durante ensaio

O sinal medido contém informações do fenômeno, a aceleração, e também informações não relacionadas com o fenômeno, inerentes ao processo de medição, como efeitos de capacitância e indutância, ruído, impedância, variações de ganho, offset e outros, fazendo-se necessário o tratamento deste sinal. Resumidamente, o processo aplicado para tratar o sinal foi o recorte do intervalo onde o impacto do ressalto com a roda da cadeira ocorreu, a realização da FFT (Fast Fourier Transform) deste intervalo, para passar do domínio do tempo para o domínio da frequência, o cancelamento das frequências de baixa amplitude e a realização da FFT inversa, IFFT, para retornar ao domínio do tempo e obter uma aceleração mais próxima da aceleração real. A figura 41 ilustra um recorte da aceleração.

Figura 41 – Recorte do sinal de aceleração.

Para melhorar a qualidade da resposta, foram feitos 5 recortes do sinal de aceleração, para intervalos distintos, e calculada a média das FFT's obtidas. Da média das FFT's foram separados os trechos de baixa frequência e alta frequência, cancelando os pontos adjacentes. Este cancelamento de pontos é feito do ponto central + 1 para as extremidades, de forma simétrica, para não incorrer em erros ao executar a FFT inversa. As figuras 42, 43 e 44 tornam este processo mais claro.

Figura 42 – Aceleração no domínio da frequência referente à média dos 5 recortes.

Figuras 43 – Componentes de baixas frequências da média dos recortes de aceleração.

Figuras 44 – Componentes de altas frequências da média dos recortes de aceleração.

A partir dos sinais de aceleração de baixas e altas frequências, pôde-se então realizar a FFT inversa, IFFT e obter as acelerações novamente no domínio do tempo, conforme mostram as figuras 45 e 46.

Figuras 45 – Aceleração no tempo proveniente das baixas frequências.

Figuras 46 – Aceleração no tempo proveniente das altas frequências.

Com as duas acelerações encontradas, oriundas de diferentes frequências, foram encontrados os deslocamentos relativos a cada uma através da integração do sinal 2 vezes. Estes deslocamentos serão utilizados para o cálculo do amortecimento citado anteriormente. As figuras 47 e 48 ilustram as duas integrações implementadas no Matlab para tal finalidade.

Figuras 47 – Deslocamento proveniente da aceleração de baixas frequências.

Figuras 48 – Deslocamento proveniente da aceleração de altas frequências.

É importante esclarecer que os valores de deslocamento foram subtraídos do valor médio para facilitar a escolha dos pontos que serão utilizados no próximo passo. Este passo consiste em escolher 2 pontos distantes de um período T e através da expressão $\delta = \ln \frac{y_1}{y_2}$ obter o decremento logarítmico. As figuras 49 e 50 ilustram a escolha dos pontos y_1 e y_2 . Com o decremento logarítmico, obteve-se o fator de amortecimento através da expressão $\xi = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}}$.

Já o fator de amortecimento, por sua vez, será utilizado nas expressões para o cálculo de α e β que são:

$$\alpha = \frac{2\omega_i}{\omega_j^2} \frac{\omega_j}{\omega_i^2} (\omega_j \xi_i - \omega_i \xi_j) \quad \beta = \frac{2}{\omega_j^2 - \omega_i^2} (\omega_j \xi_j - \omega_i \xi_i)$$

Com os valores $\omega_i = 22.73$, $\omega_j = 57.85$, $\xi_i = 0.2437$ e $\xi_j = 0.026$, obteve-se:

$$\alpha = 14.385 \quad \beta = -0.1193$$

Com β muito próximo de zero e não fazendo sentido o sinal negativo, para o software Felt foi utilizado somente α , ou seja, $[C] = \alpha [M]$, não apresentando dependência da rigidez.

Figuras 49 – Medidas para cálculo do decremento logarítmico do deslocamento de menor frequência.

Figuras 50 – Medidas para cálculo do decremento logarítmico do deslocamento de maior frequência.

4.3.3. Deslocamento imposto no modelo em elementos finitos da cadeira de rodas

O deslocamento determinado na análise do movimento vertical da cadeira, quando o tambor executa um giro completo e faz passar o ressalto pelo pneu, foi imposto no modelo em elementos finitos da cadeira de rodas no nó 1, no eixo y, para a análise transiente. Para facilitar a entrada de dados no software Felt, o deslocamento na forma discreta foi passado para a forma contínua através do ajuste de um polinômio de grau 8 implementado no Matlab. A figura 51 ilustra as duas curvas sobrepostas.

Com relação às condições de contorno, os nós 11, 23 e 33, que representam os pontos de contato das outras 3 rodas com os tambores, foram restritos em translação e rotação nos 3 eixos (x, y e z). Já os nós 4 e 26, que representam os pontos onde a cadeira está fixada à estrutura da máquina de ensaio, foram restritos em translação somente no eixo x.

Figura 51 – Deslocamento vertical da roda no contato pneu-ressalto.

4.4. Modelo em elementos finitos da máquina de ensaio de duplo tambor

A modelagem da máquina foi feita em 2 etapas, sendo a primeira, a construção do modelo sólido no software de CAD Solid Edge, e a segunda, feita no software Algor, a geração do modelo em elementos finitos, importando-se o modelo sólido gerado anteriormente e a geração da malha. Por se tratar de uma máquina complexa para ser modelada por completo, a primeira aproximação feita no modelo, com o único objetivo de localizar as regiões de maiores concentrações de tensões, foi considerá-la como uma peça única, sem uniões, e feita uma análise estática considerando a aplicação da máxima força no tempo que ocorre no evento real, dinâmico. As figuras 52 e 53 ilustram, respectivamente, o modelo em CAD e o modelo com malha no Algor.

Figura 52 – Modelo em CAD simplificado da estrutura da máquina.

Figura 53 – Modelo em CAE da estrutura da máquina com malha em tetraedros.

Para tornar o modelo mais próximo da máquina real, as vigas laterais retangulares e de seção cheia que sustentam os tambores foram substituídas pelas vigas com seção transversal extrudada, que se assemelham bastante à seção transversal real. As figuras 54 e 55 ilustram, respectivamente, o modelo em CAD e o modelo com malha no Algor. Com isso, foi feita novamente uma análise estática e, por fim, uma análise transiente considerando a aplicação da força no tempo imposta pela cadeira no tambor.

Figura 54 – Modelo em CAD da estrutura da máquina com oerfis extrudados.

Figura 55 – Modelo em CAE da estrutura da máquina com malha em tetraedros e bricks.

4.5. Aplicação da força no tempo na máquina, no contato pneu-tambor

A força dependente do tempo que a cadeira impõe na máquina, através do contato entre o pneu e o tambor, foi aplicada de forma discreta pelo software Algor durante a análise transiente. Para que a análise fosse feita corretamente, alguns parâmetros de entrada foram informados ao software tais como:

- N° de passos do evento: 30 passos;
- Duração do passo: 0,0262 s;
- Coeficientes para o amortecimento: $\alpha = 14,4$ e $\beta = 0$;
- Curva de carregamento;
- Força máxima.

As figuras 56, 57 e 58 ilustram, respectivamente, os pontos de aplicação da força no tambor, a curva de carregamento utilizada para a análise e a força máxima a ser aplicada.

Figura 56 – Ponto de aplicação da força no tempo pela cadeira sobre o tambor.

Figura 57 – Curva de carregamento para a análise transiente.

Modifying 1 Nodal Force Object

Magnitude: -378 N

Coordinate System: Global (Default)

Direction:

☐ X X: 0

☒ Y Y: 1

☐ Z Z: 0

☐ Custom [Vector Selector...]

Load Case / Load Curve: 1

Description: []

[OK] [Cancel]

Figura 58 – Força máxima aplicável na análise transiente, em um único nó.

Como pode ser observada na figura 56, há 5 forças aplicadas no tambor. Isto foi feito para evitar uma grande concentração de tensão no tambor, no ponto de aplicação da força. Já na figura 57 a tabela mostra na 1ª coluna o tempo e na 2ª um fator. Este fator será multiplicado pelo valor da força máxima a ser aplicada durante

o tempo de tal forma que a curva de carregamento passa a representar uma variação percentual de aplicação da força máxima num dado instante de tempo.

5. Resultados

Neste capítulo descrevem-se os resultados numéricos e experimentais. Decisões sobre os modelos empregados são detalhadas também.

5.1. Resposta dinâmica da cadeira de rodas ao deslocamento imposto na roda

O software Felt foi utilizado para a análise da resposta da cadeira de rodas ao receber um deslocamento na roda traseira, imposto pelo movimento rotativo do tambor, quando o mesmo faz passar o ressalto. A figura 59 ilustra o nó onde o deslocamento foi aplicado e o nó onde a resposta foi lida. Os dados de entrada e as considerações feitas no modelo foram descritos nas sessões anteriores de modo que a análise transiente resultante pode ser observada na figura 60.

Figura 59 – Nó de aplicação do deslocamento e coleta da resposta.

Figura 60 – Deslocamento imposto no nó 1 e resposta em deslocamento no nó 2.

5.2. Determinação da força no tempo imposta pela cadeira sobre o tambor

Conforme mencionado anteriormente, o pneu da cadeira se comporta como uma mola e foi modelado para responder como tal no programa de elementos finitos, portanto, a diferença de deslocamento no tempo observada na figura 60 era esperada. Essa diferença, denotada por x , juntamente com a constante elástica da mola permitiu o cálculo da força no tempo através da equação $F=Kx$. A figura 61 mostra $x(t)$ que representa a compressão do pneu durante o teste.

Figura 61 – Variação de deslocamento entre os nós 1 e 2.

O deslocamento observado na figura 61, multiplicado pela constante da mola $K = 68848 \text{ N/m}$ resulta na força no tempo que o tambor impõe à cadeira para que o ressalto consiga levantá-la a cada ciclo, e pelo princípio da ação e reação, é a mesma força que a cadeira exerce sobre o tambor.

Esta força refere-se à parcela dinâmica, mas para análise da força total imposta à estrutura da máquina, deve-se somar a parcela estática proveniente da força peso da cadeira com ocupante durante o período em que o ressalto não está em contato com a roda da cadeira.

A força peso nas rodas traseiras é de 73 kgf e considerando que a análise está sendo feita em uma das rodas, a força é de $36,5 \text{ Kgf}$ que convertido para N é igual a 358 N . Portanto, a força total será $F(t) = K \cdot x(t) + 358$. A figura 62 ilustra a força total em função do tempo.

Figura 62 – Força total no tempo imposta pela cadeira ao tambor.

5.3. Obtenção das tensões no tempo ocorridas na estrutura da máquina

O primeiro resultado obtido nas análises feitas na estrutura foi com a aplicação de carga estática num modelo simplificado da máquina, mostrado anteriormente. Este resultado teve o objetivo de mostrar os pontos de maiores tensões sem considerar as grandezas encontradas, conforme ilustra a figura 63.

Em seguida uma nova análise foi feita, ainda com carga estática, porém com algumas vigas já substituídas pelas vigas reais da máquina em estudo. Estas vigas foram escolhidas por conter regiões com tensões principais elevadas, com base no resultado da figura 63. As vigas com geometria detalhada estão representadas na figura 64.

Figura 63 – Tensões referentes à análise estática da estrutura simplificada.

Figura 64 – Tensões referentes à análise estática da estrutura com vigas reais.

A figura 65 ilustra o detalhe da máxima tensão apontada na figura 64.

Figura 65 – Região de máximas tensões referentes à análise estática da estrutura com vigas reais.

Finalizando a investigação das tensões na estrutura, foi feita uma análise transiente para uma rotação do tambor e coletados resultados em 30 instantes de tempo. A tabela 4 mostra os resultados nos 30 instantes considerados e as figuras 66 e 67 ilustram os resultados de alguns instantes da análise.

Tempo	Tensão	Tempo	Tensão	Tempo	Tensão
[s]	[N/mm²]	[s]	[N/mm²]	[s]	[N/mm²]
0,0262	6,04185	0,2882	4,12804	0,5502	6,75886
0,0524	22,5458	0,3144	7,23532	0,5764	6,61748
0,0786	2,33251	0,3406	6,98811	0,6026	6,54102
0,1048	7,11968	0,3668	8,73717	0,6288	6,43074
0,1310	1,57467	0,3930	7,08194	0,6550	6,50732
0,1572	8,58392	0,4192	7,46916	0,6812	6,599
0,1834	4,73094	0,4454	6,33832	0,7074	6,68217
0,2096	9,03084	0,4716	6,43697	0,7336	6,73982
0,2358	5,05683	0,4978	6,32953	0,7598	6,66552
0,2620	5,92144	0,5240	6,82035	0,7860	4,24358

Tabela 4 – Máximas tensões principais nos instantes considerados na análise transiente.

Figura 66 – Máximas tensões principais para $t = 0.1048s$.

Figura 67 – Detalhe das máximas tensões principais para $t = 0.1048s$.

A figura 68 mostra um gráfico das máximas tensões principais em função do tempo, conforme tabela 4.

Figura 68 – Variação da tensão principal do ponto de maior tensão, durante um ciclo do tambor.

5.4. Contagem de ciclos

A máquina ao realizar um ensaio, a cada giro do tambor, está submetida às tensões geradas pelo movimento de reação da cadeira contra o ressalto que a movimenta. Estas tensões variáveis no tempo têm sua curva conforme a figura 68, que representa as tensões geradas por uma única roda da cadeira. Considerando que o ensaio consistirá em uma sucessão de eventos como este, podemos simular o número de ciclos desejados e compor uma curva para um período mais longo. A figura 69 ilustra 5 ciclos de rotação do tambor.

Figura 69 – Variação da máxima tensão principal durante cinco ciclos do tambor.

Um teste completo de uma cadeira de rodas é finalizado quando o tambor de referência realiza 200.000 ciclos. Para avaliar o dano acumulado num ensaio, foi considerada uma curva de tensões composta de 100 ciclos. A figura 59 ilustra 5 ciclos concatenados. Concatena-se a história da tensão de cada ciclo típico. A resposta de número de ciclos em faixas de amplitudes de tensão obtida para 100 ciclos pode ser multiplicada por 2000 para obter o número de ciclos em faixas de amplitudes de tensão para os 200.000 ciclos do teste completo.

O método utilizado para a análise das tensões foi o algoritmo “rainflow” e as respostas obtidas são números de ciclos para diferentes amplitudes de tensão, ciclos por amplitude média de tensão e uma visualização tridimensional de ambos, conforme as figuras 70, 71 e 72 ilustram.

Figura 70 – Histograma de amplitudes de tensões.

Figura 71 – Histograma de amplitudes médias de tensões.

Figura 72 – Matriz de amplitudes de tensões.

Com base nos dados obtidos e na curva de fadiga do material da estrutura da máquina já é possível encontrar a vida em fadiga da estrutura. A primeira verificação a ser feita é a checagem do valor de limite de fadiga, no qual, abaixo deste valor, o material apresenta vida infinita. A figura 73 ilustra a curva de fadiga do material da estrutura da máquina.

Figura 73 – Curva de fadiga do alumínio 6061-T6 (adaptada do livro Fatigue design of aluminum components and structures, pág.305).

Como podem ser observadas, nos gráficos anteriores, as amplitudes de tensões que a estrutura está submetida encontram-se bem abaixo do menor valor de amplitude da curva de fadiga do material. As tensões estimadas não chegam a provocar a nucleação de trincas e a vida em fadiga é considerada *infinita*.

6. Discussão

Os resultados apresentados no capítulo anterior devem ser considerados com cautela. A força típica de carregamento foi estimada ao invés de ter sido medida. Pode haver um erro sistemático nos valores estimados em função dos erros de modelagem da estrutura da cadeira de rodas e erros sistemáticos em função do cálculo do deslocamento típico da superfície do pneu. Este deslocamento pode ser de maior amplitude que a amplitude imposta pelo ressalto. A concentração de tensão que ocorrem no perfil da estrutura da máquina pode ter sido subestimada, os raios de curvatura do perfil real podem diferir consideravelmente dos raios de curvatura do modelo de elementos finitos, ou por que o modelo de elementos finitos do perfil não é suficientemente refinado. Entretanto, a máxima tensão principal estimada é cerca de cinco vezes menor que a tensão de limite de fadiga do material empregado e, dificilmente, todos estes erros de estimativa compostos teriam dividido por cinco a máxima tensão estimada.

7. Comentários finais e sugestões

Uma máquina de ensaios de fadiga de cadeiras de rodas foi analisada quanto a sua vida em fadiga. Foi medida a história de aceleração de um ponto próximo ao eixo da roda traseira de uma cadeira de rodas durante a passagem desta roda pelo ressalto utilizado nos tambores das máquinas de ensaio de fadiga de cadeiras de rodas. A partir da geometria do ressalto e da roda foi calculado o deslocamento do eixo da roda e comparado ao deslocamento obtido experimentalmente. Verificada a semelhança qualitativa e proximidade quantitativa destas duas curvas, adotou-se o deslocamento calculado como deslocamento típico do eixo traseiro de uma cadeira de rodas típica.

A força que a cadeira de rodas típica aplica sobre o tambor da máquina de ensaio de fadiga foi estimada com o auxílio de um modelo estrutural da cadeira de rodas e o deslocamento típico.

A região de maiores tensões e a história de tensões desta região foi estimada por simulação numérica de um modelo estrutural da máquina carregado pela força que a cadeira típica aplica ao tambor.

Com base nesta história de tensões, sua decomposição em ciclos de faixas de amplitudes calculados pelo algoritmo *rainflow* e na curva S-N do material da estrutura da máquina, concluiu-se que as tensões máximas principais estimadas encontram-se abaixo do limite de fadiga do material, não favorecendo a nucleação de trincas.

A estrutura da máquina não necessita modificações uma vez que sua vida estimada sob cargas cíclicas ultrapassa a vida útil projetada.

Como sugestão para trabalho futuro, o sinal de tensão poderia ser medido diretamente na estrutura da máquina, minimizando o erro causado ao estimar tensões através de modelos e conhecendo apenas aceleração do eixo traseiro da cadeira de rodas.

REFERÊNCIAS

- WEIBULL, W. Fatigue testing and analysis of results. New York: Pergamon Press, 1961. v.1.
- GROVER, H. J., GORDON, S. A., JACKSON, L. R. Fatigue of metals and structures. London: Thames and Hudson, 1956. v.1.
- COOPER, R. A. Wheelchair selection and configuration. New York: Demos, 1998.
- SCHON, C. G. Mecânica dos Materiais: Apostila redigida para uso nos cursos “PMT2405 - Mecânica dos Materiais” e “PMT5860 - Teoria da plasticidade e da fratura dos materiais”. 2° ed. São Paulo, 2007.
- SURESH, S. Fatigue of Materials. 2° ed. Cambridge: University Press, 1998.
- SADANANDA, K. et al. Analysis of overload effects and related phenomena. Washington: International Journal of Fatigue, Vol. 21, p. 233-S246, 1999.
- QIAN, J., FATEMI, A. Mixed mode fatigue crack growth: A literature survey. Ohio: Engineering Fracture Mechanics, Vol. 55, No. 6, p. 969-990, 1996.
- HANEWINCKEL, D. Fatigue strength in heavy machine construction: assumptions-requirements-objectives. Salzgitter: International Journal of Fatigue, oct., 1979.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO-7176-8: Wheelchair – Requirements and test methods for static, impact and fatigue strengths. Switzerland, 1998.
- ELLYIN, F. Fatigue damage, crack growth and life prediction. London: Chapman & Hall, 1997.
- GOBAT, J., ATKINSON, D. Felt: User's guide and reference manual. San Diego: GNU – General public license, 1991
- SPYRAKOS, C. Finite element modeling in engineering practice. Pittsburgh: Algor publishing division, 1996.
- MEIROVITCH, L. Elements of vibration analysis. New York: McGraw-Hill, 1986
- SHARP, M., NORDMARK, G., MENZEMER, C. Fatigue design of aluminum components. New York: McGraw-Hill, 1996