BRUNO PEREIRA LIMA

**ANÁLISE ESTRUTURAL DE ENRIJECEDORES À
FLEXÃO, AUXILIADA POR ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Mestre em Ciências.

São Paulo
2018

BRUNO PEREIRA LIMA

**ANÁLISE ESTRUTURAL DE ENRIJECEDORES À
FLEXÃO, AUXILIADA POR ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração:

Engenharia Mecânica de Projeto e Fabricação

Orientador:

Prof. Dr. Edison Gonçalves

São Paulo
2018

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor:

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Lima, Bruno

Análise Estrutural de Enrijecedores à Flexão, Auxilada por Elementos Finitos / B. Lima -- versão corr. -- São Paulo, 2018.
66 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Análise estrutural 2.Engenharia submarina I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Dr. Edison Gonçalves, pela orientação e pelas sugestões durante todo o trabalho.

A todos os meus familiares, pela força e apoio de sempre.

Aos membros da banca do exame de qualificação e da comissão julgadora da dissertação do mestrado, Prof. Dr. Alfredo Gay Neto, Prof. Dr.^a Larissa Driemeier e Prof. Dr. José Luis Valin Rivera, pela avaliação assertiva e pelas sugestões propostas.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, pelo apoio e oportunidade de realização deste trabalho.

A todos os colegas e amigos que de alguma forma colaboraram para a realização deste trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

RESUMO

O presente trabalho faz uma análise estrutural estática dos enrijecedores à flexão - ou *bend stiffeners* - que consistem em componentes estruturais auxiliares utilizados em linhas flexíveis em suas conexões com unidades flutuantes em sistemas de produção de petróleo *offshore*. A configuração destes acessórios deve conferir à instalação uma variação gradual da rigidez à flexão próximo ao ponto de fixação da linha flexível à unidade flutuante, diminuindo sua curvatura e suavizando o campo de tensões, evitando assim que a linha ultrapasse a curvatura máxima estabelecida em projeto, além de garantir vida útil à fadiga igual ou maior que nas outras partes do sistema. Inicialmente é apresentado uma breve revisão bibliográfica de diversos autores, posteriormente é apresentada a tecnologia de fabricação de enrijecedores junto com os métodos de projeto. Um resumo dos materiais utilizados bem como as suas propriedades são descritas para uma melhor compreensão do problema. O entendimento da resposta mecânica vem se tornando cada vez mais importante visto o crescente número de enrijecedores em campo e as falhas que alguns apresentaram. Para tanto, desenvolvem-se neste trabalho modelos pelo método dos elementos finitos com diferentes níveis de hierarquia que representam o sistema linha flexível-enrijecedor para uma melhor percepção do comportamento mecânico dos enrijecedores.

ABSTRACT

The present work does a static structural analysis of bend stiffeners - which consist of auxiliary structural components used in flexible lines in their connections with floating units in offshore oil production systems. The configuration of these fittings should give the installation a gradual variation of the flexural stiffness near the point of attachment of the flexible line to the floating unit, reducing its curvature and smoothing the field of stresses, thus avoiding that the line exceeds the maximum curvature established in design, in addition to guaranteeing a fatigue life equal to or greater than in other parts of the system. Initially a brief bibliographical review of several authors is presented, later the technology of rigging is presented along with the design methods. A summary of the materials used as well as their properties are described for a better understanding of the problem. The understanding of the mechanical response has become increasingly important considering the increasing number of bend stiffeners in the field and the failures that some have presented. In order to do so, this work develops models by the finite element method with different levels of hierarchy that represent the flexible line-bend stiffener system for a better perception of the mechanical behavior of the bend stiffeners.

SUMÁRIO

Lista de Ilustrações

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas e Siglas

Lista de Símbolos

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	OBJETIVOS	17
1.1.1	Objetivo Geral	17
1.1.2	Objetivos Específicos	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
3	MODELAGEM DO SEGMENTO TUBO FLEXÍVEL - ENRIJECEDOR	27
3.1	PROJETO E FABRICAÇÃO DE ENRIJECEDORES	27
3.2	MODELAGEM ANALÍTICA DO ENRIJECEDOR À FLEXÃO . . .	29
4	MATERIAIS UTILIZADOS EM ENRIJECEDORES À FLEXÃO	35
4.1	POLÍMEROS	35
4.1.1	Poliuretanos	36
4.2	METAIS	38

5	MODELAGEM POR ELEMENTOS FINITOS	42
5.1	GEOMETRIA E PROPRIEDADES MECÂNICAS	43
5.1.1	MODELO CLÁSSICO	43
5.1.2	MODELO PROPOSTO	46
5.2	MODELO 2D	47
5.3	ANÁLISE COM MATERIAL LINEAR ELÁSTICO	48
5.4	ANÁLISE COM MATERIAL NÃO-LINEAR ELÁSTICO SIMÉ- TRICO	49
5.5	ANÁLISE COM MATERIAL NÃO-LINEAR ELÁSTICO ASSIMÉ- TRICO	50
5.6	MODELO 3D	50
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO	53
6.1	ANÁLISE COM MATERIAL LINEAR ELÁSTICO	53
6.2	ANÁLISE COM MATERIAL NÃO-LINEAR ELÁSTICO SIMÉ- TRICO	56
6.3	ANÁLISE COM MATERIAL NÃO-LINEAR ELÁSTICO ASSIMÉ- TRICO	57
6.4	INSERTO ADICIONADO	58
7	CONCLUSÃO	62
	Referências	63
	Referências	66

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1	Recordes obtidos pela Petrobras em lâmina d'agua.	13
2	Enrijecedor à flexão acoplado à plataforma.	15
3	Enrijecedor à flexão tradicional.	19
4	Enrijecedor à flexão mínimo ou intermediário.	20
5	Enrijecedor à flexão para boca de sino e <i>I tube</i> sem prolongador.	20
6	Enrijecedor à flexão para boca de sino e <i>I tube</i> com prolongador.	20
7	Molde para fabricação do enrijecedor.	29
8	Diagrama de esforços no enrijecedor à flexão.	31
9	Corpo de poliuretano do enrijecedor de curvatura.	36
10	Formação de um poliuretano.	37
11	Formação de um poliuretano.	38
12	Componentes metálicos do enrijecedor à flexão.	39
13	Resultados do ensaio de corrosão em atmosfera industrial.	40
14	Resultados do ensaio de corrosão em atmosfera marinha.	41
15	Representação dos modelos hierárquicos.	42
16	Representação da geometria do enrijecedor.	44
17	Geometria do enrijecedor e carregamento aplicado.	44
18	<i>Riser</i> com suas diversas camadas.	45
19	Modelo baixa-hierarquia.	48

20	Curva para o comportamento linear elástico do enrijecedor. . . .	49
21	Curvas para comparação do comportamento linear elástico do enrijecedor junto ao não linear.	49
22	Curvas para comparação do comportamento linear elástico do enrijecedor junto ao não linear assimétrico.	50
23	Modelo alta-hierarquia para o enrijecedor de geometria simples.	51
24	Modelo alta-hierarquia para o enrijecedor com inserto adicionado.	52
25	Comparação da linha elástica com os modelo de (KIEPPER, 2004) e (SOUZA, 2008) para 62,5 kN.	53
26	Comparação da curvatura com o modelo de (CAIRE, 2005) para 62,5 kN.	54
27	Comparação da linha elástica com os modelo de (KIEPPER, 2004) e (SOUZA, 2008) para 500 kN.	54
28	Comparação da curvatura com o modelo de (CAIRE, 2005) para 500 kN.	55
29	Comparação da curvatura com o modelo não linear simétrico de (CAIRE, 2005) para 62,5 kN.	56
30	Comparação da curvatura com o modelo não linear simétrico de (CAIRE, 2005) para 500 kN.	56
31	Comparação da curvatura com o modelo não linear assimétrico de (CAIRE, 2005) para 62,5 kN.	57
32	Comparação da curvatura com o modelo não linear assimétrico de (CAIRE, 2005) para 500 kN.	57
33	Placa com furo.	58

34	Coeficiente de concentração de tensão K_t , A - para uma barra chata carregada por um pino passando pelo furo transversal; B - para uma barra chata com um furo transversal sob tração axial.	59
35	Áreas mais críticas para ocorrência de falhas.	60

LISTA DE TABELAS

1	Propriedades do material polimérico utilizados em enrijecedores.	37
2	Propriedades dos materiais metálicos utilizados em enrijecedores.	41
3	Geometrias analisadas por alguns autores. Valores no [SI]. . . .	43
4	Propriedades utilizadas na modelagem.	45
5	Propriedades utilizadas na modelagem.	47
6	Tensões para os pontos críticos para a carga de 62,5 kN	61
7	Tensões para os pontos críticos para a carga de 500 kN	61

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FPSO *Floating Production Storage and Offloading*

MEF Método dos Elementos Finitos

LISTA DE SÍMBOLOS

F	força aplicada
T	força de tração
V	força cortante
M	momento fletor
L	comprimento ou posição em s
s	comprimento de arco
E	módulo de elasticidade
I	momento de inércia de área
D	diâmetro
r	distância da linha neutra ao ponto mais extremo da superfície do enrijecedor
α, θ	ângulos
ϕ	inclinação do comprimento de arco
κ	curvatura
K_t	fator de concentração de tensão
σ_{med}	tensão média
σ_{max}	tensão máxima

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, a indústria do petróleo é um dos setores que mais emprega alta tecnologia em seus sistemas de produção. E o Brasil não está obstando deste crescimento da tecnologia petrolífera. A produção de petróleo no Brasil tem aumentado desde a fundação da Petrobras - empresa estatal criada em 1953 pelo governo brasileiro para controlar a produção, o refino e a distribuição do petróleo no país, (SOUZA, 2008). Desde então existem diversos avanços entre os 2.700 barris por dia, em 1953, e os 2.500.000 barris por dia no primeiro semestre de 2015.

Figura 1: Recordes obtidos pela Petrobras em lâmina d'água.
(SOUZA, 2008)

O Brasil ocupa uma posição de destaque mundial em extração de petróleo, especialmente em águas profundas. Em engenharia *offshore* utiliza-se

o termo "águas profundas" para lâminas d'água maiores que 400m e "ultra-profundas", para aquelas maiores que 1000m. O termo "hiperprofundas" é às vezes encontrado na literatura para lâminas d'água superiores a 2000m. A Fig. 1 demonstra os avanços da Petrobras na extração de petróleo em águas de grande profundidade.

Porém a partir de 400m o uso de estruturas fixas, apoiadas no leito do oceano, não é viável ou mesmo possível e o uso de sistemas flutuantes, tais como plataformas, navios-tanque, unidades de produção e armazenamento, bóias, etc., torna-se indispensável para atividades petrolíferas. Para grandes lâminas d'água, sistemas de tubos flexíveis apresentam várias vantagens para uso com sistemas flutuantes, em comparação com tubos rígidos: relativa facilidade de instalação, menores cargas de tração, boa acomodação ao leito do oceano e também ao movimento das unidades flutuantes.

Os enrijecedores à flexão ou *bend stiffeners* são utilizados na parte ascendente das linhas flexíveis (*risers*) em suas conexões com unidades flutuantes de sistemas de produção de petróleo *offshore*. Estes acessórios são utilizados para conferir um aumento gradual da rigidez das linhas flexíveis perto do ponto de fixação à unidade flutuante, ocasionando uma diminuição da curvatura e das tensões de flexão aplicada à linha. Estas tensões são as maiores responsáveis por falhas nas linhas que tendem a apresentar uma alta resistência a tração e torção, mas uma baixa resistência a flexão. A Fig. 2 apresenta uma linha flexível fixada numa plataforma de petróleo através de um enrijeecedor.

Estes dispositivos auxiliares são componentes críticos e a sua falha é considerada catastrófica podendo ocasionar numa ruptura da linha, acarretando numa interrupção de produção. Isto gera custos operacionais, atrasos nos cronogramas, paradas na linha de produção, fatos que impedem o cumprimento

Figura 2: Enrijecedor à flexão acoplado à plataforma.
(CAIRE, 2005)

de metas e ocasionam em grave agressão ao meio ambiente. Esta situação tem despertado bastante preocupação nas empresas petrolíferas, em particular, na Petrobras, principalmente após as falhas registradas na Bacia de Campos, em 1998 e 1999, quando os enrijecedores à flexão da monoboia IMODCO III no campo Marlim, após seis meses de operação, sofreram falha, (POPE; CARDOSO, 1998).

Os enrijecedores são acessórios normalmente fabricados de polímeros e metais. Esta configuração estrutural apresenta para o metal e para o polímero funções distintas, mas ambas fundamentais para o funcionamento pleno do enrijecedor. Os metais geralmente estão incumbidos da função de resistir os carregamentos mais incisivos, já o polímero advém de possuir uma função secundária, porém não menos importante de envolver o metal garantindo-lhe uma proteção, estanqueidade, sustentação das partes metálicas e entre outras funções.

Enrijecedores são equipamentos de extrema importância, visto que a falha

pode levar à ruptura da linha flexível e, portanto, a interrupção da produção. O custo estimado de uma falha em enrijecedores pode chegar à ordem de milhões de dólares, além de atrasos nos cronogramas, descumprimento de metas e, por vezes, grave agressão ao meio ambiente. Acidentes envolvendo falhas dos enrijecedores já foram relatadas, por isso a importância do estudo deste dispositivo.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Estudar as tensões atuantes nos enrijecedores à flexão utilizados em linhas flexíveis, junto com as suas conexões com plataformas flutuantes e verificar a influência para a estrutura para cada tipo de carga solicitada.

A partir das análises realizadas pretende-se viabilizar melhorias no desenvolvimento de novas geometrias. As propostas de geometrias serão baseadas nos resultados obtidos dos campos de tensões e deformações formados a partir da imposição de cargas aplicadas através do Método de Elementos Finitos (MEF) e também através de rotinas implementadas em códigos no Matlab. Tornando assim o processo de fabricação menos oneroso e mais simplificado, visto que as mudanças nas configurações estruturais garantem as principais melhorias através dos menores custos.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Avaliar as tensões decorrentes das cargas aplicadas nos enrijecedores à flexão;
- Avaliar as regiões críticas nos enrijecedores;
- Avaliar a interação entre o polímero e o inserto;
- Avaliar o mecanismo de falha para o conjunto polímero-inserto

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os enrijecedores consistem em estruturas poliméricas, normalmente feitas de poliuretano termoplástico poliéter, atreladas a um inserto metálico, que são os responsáveis pela transição suave da curvatura do *riser* flexível, que possui uma alta resistência à tração e torção, porém uma baixa rigidez à flexão. Podem ser usados também em aplicações estáticas para protegerem o tubo durante a instalação,(LEMOS, 2005). Basicamente consistem de uma seção cônica de material polimérico com o interior cilíndrico e são conectados à estrutura da plataforma através de uma interface estrutural metálica que é envolvida pelo polímero e aparafusada na conexão com a plataforma.

Na análise de linhas flexíveis conectadas a FPSOs (*Floating Production Storage and Offloading*) as referências demonstram que o ponto mais suscetível à falha por fadiga é a conexão de topo da linha flexível com a plataforma. Neste ponto, devido à grande diferença de rigidez entre a estrutura do *riser* e a estrutura da plataforma, é necessária a instalação de algum dispositivo que possa fornecer algum tipo de proteção, através de uma restrição ou limitação de curvatura, como os casos dos enrijecedores.

Existem basicamente três tipos de *bend stiffeners* (ou enrijecedores à flexão), (LEMOS, 2005), classificados de acordo com o seu local de utilização. São eles:

- Enrijecedores tradicionais (ou *Standard*);
- Enrijecedores mínimos ou intermediários; e
- Enrijecedores para "boca de sinos" e *I tubes*.

Os enrijecedores tradicionais (ou *standard*), são normalmente utilizados para instalações em plataformas fixas ou semi-submersíveis com suportes de tubos flexíveis convencionais (tipo cônico ou tipo castelo). Possuem, como característica principal, o fato de serem montados sobre o conector da linha flexível, conforme mostrado na Fig. 3

Figura 3: Enrijecedor à flexão tradicional.
(SANTOS, 2014)

Os enrijecedores mínimos ou intermediários (Fig. 4) são enrijecedores de pequenas dimensões colocados em conexões intermediárias dinâmicas ("conexões à meia água"), sua finalidade é basicamente proteger o tubo flexível durante o lançamento pois normalmente, a conexão intermediário do *riser* é posicionada em local de pouca flexão.

Bend stiffeners para boca de sino e *I tubes* (Figs. 5-6), como o nome já informa, são enrijecedores instalados em bocas de sino de navios e semi-submersíveis com *I tubes*, neste caso eles não são instalados sobre o conector da linha flexível, mas em uma estrutura que ficará presa a boca de sino, enquanto o conector é apoiado no nível do convés. Este tipo de instalação

Figura 4: Enrijecedor à flexão mínimo ou intermediário.
(LEMOS, 2005)

tem como característica o desacoplamento entre o ponto de aplicação das cargas verticais, conector da linha, e o ponto de aplicação da flexão, região do enrijecedor, sendo portanto mais favorável para o tubo flexível, (LEMOS, 2005).

Figura 5: Enrijecedor à flexão para boca de sino e *I tube* sem prolongador.
(SANTOS, 2014)

Figura 6: Enrijecedor à flexão para boca de sino e *I tube* com prolongador.
(SANTOS, 2014)

Os métodos analíticos aplicados aos enrijecedores são baseados na tra-

ção de cabos engastados em uma das extremidades e tracionados em outra, que representam o sistema composto pela linha flexível e enrijecedor. Porém a modelagem via elementos finitos concede uma melhor compreensão do comportamento estrutural do segmento tubo flexível-enrijecedor.

Os trabalhos mais relevantes, que descrevem a análise estrutural e de projeto, junto com características dos enrijecedores são descritos a seguir.

BOEF e OUT (1990) desenvolvem dois modelos para a análise de enrijecedores à flexão, modelam a conexão de topo da linha flexível com o enrijecedor como um problema baseado na teoria de barras esbeltas sujeita à flexão pura com as seguintes considerações: - as seções são submetidas a grandes deslocamentos e pequenas deformações, - a seção transversal é variável ao longo do comprimento da viga devido ao aspecto cônico do enrijecedor, para o modelo analítico-numérico.

A segunda análise corresponde a um modelo discretizado com elementos finitos, considerando também deformações por cisalhamento e não-linearidade do material, resolvido com os softwares Marc®/Patran® e dois graus de refinamento da malha.

Comparam os resultados analíticos com os obtidos pela análise com elementos finitos, chegando a conclusão de que o modelo de viga esbelta pode ser aplicado de forma mais prática como ferramenta de projeto preliminar de enrijecedores, embora continue sendo necessária a análise em elementos finitos para verificação final do projeto.

LANE *et al.* (1995) realizam uma revisão no estado da arte em materiais, construção, fabricação, instalação e projeto de enrijecedores. Apresentam um *software* baseado no modelo de viga esbelta descrito por, (BOEF; OUT, 1990), o *Stiffener* (MCS, 2015). O programa por sua vez atua de forma iterativa

para desenvolver o projeto de enrijecedores, ao usuário pertence a tarefa de especificar o material, carregamento e os critérios de projeto.

Comparam seus resultados com outros obtidos pelo software comercial ABAQUS®. Mencionam que excelentes correlações foram obtidas na comparação dos modelos, validando o modelo de viga esbelta para o caso linear elástico.

MENICONI e LOPES (2001) expõem uma análise experimental das propriedades dinâmicas de amostras de poliuretano retiradas de um enrijecedor da FPSO-P34, que apresentou falha por fadiga em operação no campo de Marlim em 1998 na monobóia IMODCO-III. Realizam dois tipos de ensaios: monotônico e cíclicos. Levantaram-se as curvas tensão x deformação para carregamento monotônico e comparam-se com resultados de testes cíclicos para confirmar a natureza viscoelástica do material poliuretano.

Verificaram também nos testes um comportamento assimétrico, ou seja, reações diferentes para o teste de tração e compressão. Levantam a curva de fadiga $\epsilon - N$, identificando que a rugosidade das perfurações executadas nos corpos de prova alteravam significativamente os resultados do teste. Comprovam também, através de ensaios experimentais, a redução do módulo de elasticidade com o aumento da deformação e comparam os resultados para diferentes ciclos de carregamento. Através de testes de compressão, determinam a taxa de variação do coeficiente de Poisson.

VAZ e LEMOS (2004) demonstram uma formulação matemática e um método de solução numérica para a análise onde o poliuretano apresenta comportamento não-linear elástico e assimétrico. Usam equações diferenciais resultantes da compatibilidade geométrica, equilíbrio de forças e momentos e das relações constitutivas do material, que podem ser linear elástica simétrica ou não-linear elástica assimétrica. Comparam os resultados das duas

relações constitutivas e verificam com as análises que o efeito da assimetria material na resposta da curvatura, concluindo que a correta caracterização do material deve ser considerada para análises mais precisas.

CAIRE (2005), apresenta modelos de viga representando o sistema linha flexível-enrijecedor com comportamento do poliuretano linear elástico, não-linear elástico assimétrico e dependente do tempo, ou seja, comportamento viscoelástico. Desenvolve um modelo para grandes áreas de contato que permite estimar as pressões de contato ao longo do comprimento do enrijecedor. Realiza ensaios experimentais de tração, compressão e fluência a partir de corpos de prova retirados de enrijecedores reais para caracterização de sua resposta mecânica.

Com as curvas e coeficientes dos ensaios de fluência, o autor nota que o comportamento do poliuretano é viscoelástico não-linear e sugere uma teoria muito mais complexa que o modelo viscoelástico linear por ele adotado. Ressalta também que o efeito da temperatura sobre a resposta mecânica do poliuretano não fora levado em conta. Compara os resultados do modelo linear elástico com soluções em elementos finitos em duas e três dimensões desenvolvidas por, (KIEPPER, 2004). Demonstra que a adição do esforço cortante pela teoria de Timoshenko se torna mais relevante quanto maior o carregamento analisado, considerando os mesmos parâmetros de ângulo e força na aplicação da carga. Concluiu que, o efeito das tensões assimétricas é menos expressivo que o efeito da não-linearidade do poliuretano, portanto, para análises mais simples as tensões assimétricas podem ser desprezadas. Revela também que o efeito da viscoelasticidade atua de forma significativa na resposta do sistema linha flexível-enrijecedor, e que esta análise deve ser levada em consideração para o projeto de enrijecedores.

Por fim, desenvolve também um modelo inovador para grandes áreas de

contato permitindo estimar as pressões de contato ao longo do comprimento do enrijecedor, o modelo apresentado demonstrou ser uma boa alternativa para os complexos modelos já existentes, por ser simplificado e com alta exatidão. Observa que a pressão de contato sempre se apresenta com maiores valores quando se utiliza a maior folga (*gap*). Conclui que para se evitar possíveis problemas devido ao contato, deve-se procurar utilizar sempre o menor gap entre a linha flexível e o enrijecedor.

KIEPPER (2004), realiza uma análise estrutural estática do segmento tubo flexível-enrijecedor através do método dos elementos finitos, utilizando o *software* ABAQUS®. Entre as características do problema consideradas por Kiepper estão: grandes deslocamentos, contato entre tubo e enrijecedor, material do enrijecedor considerado linear elástico e não-linear hiperelástico. Kiepper considerou ainda a presença de um toróide interno ao corpo do enrijecedor e modelou de maneira simplificada o capacete e a luva da terminação. Os resultados obtidos apresentam concordância satisfatória quando comparados com os resultados obtidos pela simulação do mesmo elemento tubo flexível-enrijecedor usando um programa numérico desenvolvido pela COPPE/Petrobras.

Realizou também uma simulação numérica do ensaio de fadiga que fora realizada em escala real no aparato de fadiga vertical do Núcleo de Estruturas Oceânicas (NEO), vinculado a COPPE/Petrobras. Os valores obtidos apresentam boa concordância com os valores experimentais obtidos pelos sensores instalados no aparato de ensaio. Como sugestão para trabalhos futuros, indica a modelagem da estrutura interna de suporte, visto que esta região é suscetível à formação de trincas.

MBAYE (2006), apresenta uma descrição de uma linha flexível de camadas não-aderentes e um modelo de análise de linhas flexíveis baseado no

método de elementos finitos, onde é desenvolvido um pré-processador para o sistema ANSYS®, para geração e edição de malhas de linhas flexíveis utilizadas em plataformas marítimas, o RiserTools. Modela uma linha flexível submetida a cargas de flexão para análise de seu comportamento através do ANSYS®. Apresenta o desenvolvimento de um modelo analítico para calcular a variação da curvatura ao longo de um segmento de linha flexível-enrijecedor.

SOUZA (2008) desenvolve uma análise estrutural estática de *Bend stiffeners* de geometria complexa por meio de um modelo linear elástico, analiticamente formulado, que é governado por uma equação diferencial não-linear de segunda ordem com coeficientes variáveis, que não possui solução analítica, resultando em um problema de valor de contorno. Desenvolveu um código escrito em Matlab® para solução numérica do problema de valor de contorno, com este código realizou uma avaliação estrutural paramétrica (geométrica) de um enrijecedor à flexão em uma instalação típica, sujeita a carregamentos extremos, através de uma análise de semelhança. Com o resultado conclui que, dentre sete parâmetros geométricos avaliados, o comprimento total e o diâmetro máximo têm influência mais significativa na distribuição da curvatura do conjunto linha flexível-enrijecedor.

LEITE (2010), analisa enrijecedores à flexão com concentrador de tensões e propõe uma metodologia para definição da carga máxima admissível ao enrijecedor. Realiza ensaios de tração uniaxiais com corpos de prova retirados de enrijecedores reais com e sem concentrador de tensões com o objetivo de caracterizar o material através de um modelo hiperelástico e definir a tensão admissível do material. Compara os resultados dos ensaios experimentais com um modelo em elementos finitos. Utiliza um modelo em elementos finitos de um enrijecedor para verificar a tensão a que o enrijecedor é submetido com a aplicação de uma carga no tubo flexível com ângulos variados. Simula uma

trinca como concentrador de tensões no enrijecedor. Com estes resultados, estabelece a carga máxima admissível no tubo flexível para cada ângulo de aplicação.

SANTOS (2014) realiza um levantamento dos principais mecanismos de falha nos materiais utilizados em enrijecedores, polímeros e metais. Propõe um modelo para análise de falha em estruturas metal-polímero utilizadas em enrijecedores, onde através de um fluxograma são determinados os passos para o desenvolvimento para um projeto de *Bend stiffener*. Conclui que o desgaste e fadiga são os fatores de maior influência para a falha dos enrijecedores e a geometria do inserto é um fator fundamental para garantir um bom desempenho do *Bend stiffener* fazendo com que haja uma redução na ocorrência de falhas por fadiga na parte polimérica do mesmo.

CAIRE (2005) Verificou que diversos programas comerciais existentes que fazem a análise e projeto de enrijecedores consideram o material (na sua maioria poliuretano) com resposta elástica e mais recentemente não-linear elástica. Entretanto nenhum deles verifica os efeitos da resposta não linear assimétrica, ou seja, comportamento não linear em tração diferente para compressão, e ainda o efeito da viscoelasticidade (resposta mecânica dependente do tempo) sobre a resposta desta estrutura. Estas características inerentes ao material influenciam a distribuição de curvaturas e, portanto, deve ser verificada a importância para sua incorporação em ferramentas de projeto, justificando a execução deste trabalho. Dentre as ferramentas comerciais disponíveis pode-se citar: OrcaBend da Orcina Ltd, Stiffener da MCS e BendStiff da Zentech International Ltd

3 MODELAGEM DO SEGMENTO TUBO FLEXÍVEL - ENRIJECEDOR

3.1 PROJETO E FABRICAÇÃO DE ENRIJECEDORES

No Brasil, o principal órgão que é responsável pela normatização técnica é a ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas), porém atualmente ela ainda não possui nenhuma norma publicada para enrijecedores à flexão de linhas flexíveis de petróleo. Além deste, outros órgãos estão envolvidos na regulamentação da produção petrolífera brasileira: Agência Nacional do Petróleo (ANP), Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás (IBP), International Organization for Standardization (ISO), American Petroleum Institute (API), entre outros. Os requerimentos de projeto de enrijecedores à flexão estão especificados no Apêndice B da API SPEC 17J/ISO 13628-11, que é suplementada pela API RP 17B/ISO 13628-2. Esta última não é uma especificação, e sim uma recomendação.

A metodologia para o projeto de enrijecedores deve realizar a analisar duas condições inerentes ao seu tipo de carregamento: cargas extremas e carregamento cíclico. O *bend stiffener* deve ser planejado de modo a não permitir que a máxima curvatura admissível da linha flexível seja ultrapassada e deve apresentar vida útil à fadiga igual ou superior a vida da linha flexível,(CAIRE, 2005). Um típico projeto de enrijecedor segue os três passos a

seguir,

- Faz-se a análise global da linha flexível desconsiderando o enrijecedor. Nesta primeira análise retiram-se os resultados extremos, no ponto de conexão, quando submetida a cargas ambientais e operacionais extremas;
- Com os dados obtidos no passo anterior para dimensionar o enrijecedor com carregamentos extremos através da utilização de programas computacionais baseados em modelos de viga;
- Por fim, analisa-se novamente de forma global da linha, porém desta vez considerando o dimensionamento do enrijecedor no passo anterior. Este processo iterativo continua até que se obtenha um dimensionamento ótimo. Muitas vezes quando se deseja avaliar pontos de concentração de tensões, tais como, a região de interface do enrijecedor com seu suporte, faz-se uso de análises tridimensionais em elementos finitos.

A fabricação de enrijecedores é uma tarefa complexa e exigente, particularmente no caso de grandes unidades. Essencialmente a operação envolve a construção de uma ferramenta molde. Um tubo central é posicionado dentro de uma casca externa formando assim uma cavidade da forma do componente requerido. A estrutura integral é colocada na base da unidade selando a parte inferior da ferramenta, conforme mostrado na Fig. 7.

As superfícies metálicas que ficarão coladas ao corpo de polímero são revestidas com uma cola apropriada. Todas as outras superfícies dentro da ferramenta são tratadas com um agente de solda antes da montagem.

Antes do enchimento, o molde é aquecido à uma temperatura apropriada. Poliuretano é então introduzido através de um orifício de enchimento normal-

Figura 7: Molde para fabricação do enrijecedor.
(KIEPPER, 2004)

mente localizado no inferior do molde. O líquido sobe, deslocando ar da cavidade através de um orifício, que é geralmente localizado no ponto mais alto na montagem.

Quando a operação de enchimento é completada, a cura inicial do material toma lugar com a reação e solidificação do poliuretano.

O componente totalmente solidificado é então desmoldado e sujeito a inspeção detalhada antes de ser aprovado, a inspeção visual e por ultrassom são realizadas.

3.2 MODELAGEM ANALÍTICA DO ENRIJECEDOR À FLEXÃO

O desenvolvimento da solução de problemas na engenharia deve necessariamente passar por etapas "não-exatas" até que um resultado "exato" seja

alcançado. Em cada uma dessas etapas, hipóteses e simplificações são normalmente adotadas. A identificação do problema real que se quer resolver é a primeira destas etapas e requer, muitas vezes, familiaridade com o problema.

Assim sendo as hipóteses utilizadas para enrijecedor à flexão selecionado para a análise de tensões foram desenvolvidas inicialmente por, (BOEF; OUT, 1990). Este *bend stiffener* é do tipo tradicional, utilizado em aplicações dinâmicas, composto por uma parte polimérica ancorada a um inserto metálico, montado diretamente sobre o conector de topo da linha flexível que está apoiado diretamente no convés da plataforma de petróleo.

Bend stiffeners podem ser de diversos materiais, porém, para o modelo numérico-analítico foi proposto um enrijecedor de material linear elástico. Ou seja, um material com comportamento elástico que obedece à lei de Hooke.

O problema adotado por BOEF e OUT (1990) admite as seguintes hipóteses para a solução:

- a) É uma barra delgada com grandes deslocamentos, que segue os princípios de Bernoulli-Euler, desprezando-se o peso próprio;
- b) Há flexão pura;
- c) Seção transversal variável ao longo do comprimento do enrijecedor e constante para a linha flexível;
- d) Os efeitos da força cortante podem ser desprezados (Bernoulli-Euler);
- e) Material homogêneo isótropo e com comportamento linear.

O modelo numérico-analítico também criado por BOEF e OUT (1990) é baseado na teoria de barras esbeltas e resulta em um conjunto de quatro

equações diferenciais e quatro condições para o problema de valor de contorno, que pode ser solucionado numericamente pelo método de "múltiplos tiros". Desta forma, temos que a curvatura ($\kappa(s)$) da estrutura é variável ao longo do comprimento (s), e é dada pela relação abaixo:

$$\kappa(s) = \frac{d\phi}{ds} \quad (3.1)$$

Um esquema de equilíbrio de forças e momentos internos nos elementos, representados na Fig. 8, é demonstrado conforme segue:

$$\frac{dV}{ds} - T \frac{d\phi}{ds} = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{dT}{ds} + V \frac{d\phi}{ds} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{dM}{ds} - V = 0 \quad (3.4)$$

Figura 8: Diagrama de esforços no enrijecedor à flexão.

Estando a viga em equilíbrio estático temos os esforços resultantes de Tração ($T(s)$), Cortante ($V(s)$) e Momento Fletor ($M(s)$):

$$T(s) = F \cos(\phi_L + \alpha - \phi(s)) \quad (3.5)$$

$$V(s) = -F \sin(\phi_L + \alpha - \phi(s)) \quad (3.6)$$

$$M(s) = F \sin(\phi_L + \alpha) \left(\int_0^L \cos(\phi(s)) ds - \int_0^s \cos(\phi(s)) ds \right) - F \cos(\phi_L + \alpha) \left(\int_0^L \sin(\phi(s)) ds - \int_0^s \sin(\phi(s)) ds \right) \quad (3.7)$$

Derivando a equação do momento fletor com relação ao comprimento (s) temos que:

$$\frac{dM(s)}{ds} = F \sin(\phi_L + \alpha - \phi(s)) \quad (3.8)$$

Mantendo as hipóteses de que o eixo da viga se curva como um arco circular e mantém as seções transversais planas e normais às fibras longitudinais da viga, e tanto o riser quanto o enrijecedor são de materiais isotrópicos com comportamento linear elástico temos:

$$M(s) = EI(s)\kappa(s) \quad (3.9)$$

Sendo E e I relativos ao sistema global do modelo, ou seja:

$$EI(s) = EI_{riser} + EI(s)_{enrijecedor} \quad (3.10)$$

Derivando a relação constitutiva com respeito à s , obtém-se:

$$\frac{dM}{ds} = \frac{d(EI(s))}{ds} \kappa(s) + EI(s) \frac{d\kappa(s)}{ds} \quad (3.11)$$

Desta forma chegamos à relação que representa a variação de curvatura da estrutura:

$$\frac{d\kappa(s)}{ds} = -\frac{d(EI(s))}{EI(s)ds} \kappa(s) - \frac{F}{EI} \sin(\phi_L + \alpha - \phi) \quad (3.12)$$

Reunindo as relações trigonométricas abaixo:

$$\frac{dx}{ds} = \cos(\phi(s)) \quad (3.13)$$

$$\frac{dy}{ds} = \sin(\phi(s)) \quad (3.14)$$

$$\frac{d\phi}{ds} = \kappa(s) \quad (3.15)$$

Com a Eq. 3.12 obtém-se o sistema de quatro equações diferenciais ordinárias não lineares que representa o problema de valor de contorno para o caso linear elástico. As condições de contorno consideradas são as seguintes:

$$x(0) = y(0) = \phi(0) = \phi(L) - \phi_L = 0 \quad (3.16)$$

Deve-se atentar que mesmo para o caso linear elástico não é possível obter uma solução analítica explícita ou uma aproximação simples para o sistema de equações diferenciais, apresentado anteriormente, que representam o problema de valor de contorno. Sendo assim para alguns casos especiais, tal como quando a rigidez à flexão é constante (sem enrijecedor), a solução analítica exata da variação de curvatura é dada pela seguinte relação:

$$\frac{d\kappa(s)}{ds} = -\frac{F}{EI} \sin(\phi_L + \alpha - \phi) \quad (3.17)$$

Portanto para casos gerais em que se possui o enrijecedor à flexão opta-se resolver o problema com auxílio de métodos numéricos.

Neste trabalho a solução numérico-analítica utilizada foi o método empregado por, (SOUZA, 2008), que consiste no emprego da função "bvp4c", disponível no *software* Matlab® a partir da versão 6.0, segundo SHAMPINE et al. apud SOUZA (2004), esta função se utiliza do método de colocação (interpolação). As vantagens deste código residem no fato que ele permite resolver o problema original do valor de contorno sem ter que tomar o κ igual a zero,

a solução numérica do problema de valor de contorno assim produzido (sem necessidade de convertê-lo em problema de valor inicial equivalente), além da robustez, facilidade para avaliar novas geometrias, mesmo as não-cônicas ou com variações bruscas.

4 MATERIAIS UTILIZADOS EM ENRIJECEDORES À FLEXÃO

4.1 POLÍMEROS

A parte polimérica de um enrijecedor normalmente é feita de poliuretano e que dá o formato e preenche o corpo do *bend stiffener*. Polímeros são estruturas químicas formadas a partir de grandes moléculas, chamadas de macromoléculas, estas por sua vez sendo uma extensa combinação de unidades básicas denominadas meros (em grego, "poli"significa "muitos"e "meros", "unidades"). Sua cadeia apresenta ligações covalentes repetidas regularmente, onde o número de meros presentes na cadeia é intitulado grau de polimerização. É comumente aceito o fato de que o grau de polimerização do material está diretamente relacionado com as propriedades mecânicas por ele apresentado, sendo um grau maior o mais preferível.

Atualmente, dentre os materiais de engenharia estão incluídos diversos polímeros, plásticos, borrachas, fibras, adesivos, são exemplos de materiais poliméricos bem conhecidos e indispensáveis à vida moderna. Como apresentado anteriormente o tipo de polímero utilizado na composição de enrijecedores de curvatura para dutos flexíveis é o poliuretano, um tipo de elastômero. Os elastômeros são materiais que suportam grandes deformações antes da sua ruptura, e por esse motivo sua aplicação nos enrijecedores de curvatura é bastante empregada. Na Figura 9 é apresentada a parte polimérica do enri-

jecedor a flexão.

Figura 9: Corpo de poliuretano do enrijecedor de curvatura.

O corpo do enrijecedor deve resistir a deflexões e carregamentos cíclicos ao longo de um período extenso, em alguns casos acima de 30 anos. Por isso a escolha de um material resiliente como um poliuretano elastômero. Classes particulares de alta performance são necessárias, como as que apresentam as seguintes propriedades:

- Baixo nível de absorção de água;
- Resistência a hidrólise;
- Degradação limitada devido ao envelhecimento;
- Bom desempenho em altas temperaturas;
- Habilidade de resistir a carregamentos cíclicos.

4.1.1 Poliuretanos

Com o progresso da ciência e da tecnologia aplicada nos plásticos leva ao desenvolvimento de novos materiais com diferentes tipos de propriedades desejáveis. Wurtz em 1848 percebeu que os grupos isocianatos reagem quan-

titativamente com os grupos hidroxilas primários originando grupos uretanos, (LEITE, 2010).

Em 1937 na Alemanha, os poliuretanos (PU's) foram desenvolvidos por Otto Bayer e fazem parte de um grupo extenso de polímeros com diferentes composições e perfis de propriedade. Este conjunto consiste em polímeros produzidos pela reação de poliadição de um isocianato (di ou polifuncional) e um poliol ou outros reagentes. Os isocianatos podem ser aromáticos ou alifáticos. Os polidióis podem ser poliéteres, poliésteres, ou possuir estrutura hidrocarbônica. A natureza química bem como a funcionalidade dos reagentes deve ser escolhida de acordo com as propriedades finais desejadas. Esta flexibilidade possibilita a obtenção de materiais com diferentes propriedades físicas e químicas, conferindo aos poliuretanos uma posição importante no mercado mundial de polímeros sintéticos de alto desempenho. A Fig. 11 ilustra a formação do poliuretano.

Figura 10: Formação de um poliuretano.
(CANGEMI, 2009)

As propriedades do poliuretano estão descritas na Tab. 1.

Tabela 1: Propriedades do material polimérico utilizados em enrijecedores.

<i>Parte do enrijecedor à flexão</i>	<i>Corpo do enrijecedor</i>
Característica	Poliuretano Termoplástico Poliéter
Módulo de elasticidade [MPa]	45
Coefficiente de Poisson	0,5*
Limite de resistência à tração [MPa]	42
Tensão de escoamento [MPa]	-
Alongamento [%]	325
Custo [R\$/kg]	-

*Poliuretano do enrijecedor considerado como sendo incompressível, ou

seja, o coeficiente de Poisson equivale a 0,5.

Figura 11: Formação de um poliuretano.
(CANGEMI, 2009)

4.2 METAIS

A parte metálica presente em um enrijecedor de curvatura é dividida em duas partes principais, cada qual com sua função específica. A luva metálica (ou *sleeve*) é a responsável por acondicionar a passagem do duto flexível por dentro de si e promover a maior parte da sustentação estrutural do enrijecedor como um todo.

Além a luva, existe um segundo componente com uma geometria em forma de anel interno com diversos suportes cilíndricos. A este dá-se o nome de torus, e sua geometria se justifica por conta da sua função, que é a de promover e manter a aderência entre as partes metálica e polimérica, além de contribuir com o aumento da resistência do conjunto como um todo.

O torus se liga à luva interna por meio de prolongamentos rosqueados no fim dos seus cilindros de suporte. Em adição a isso, solda-se os dois componentes para promover uma união ainda mais segura. A luva metálica que compõe um enrijecedor de curvatura é normalmente fabricado de aço estrutural comum, como o USI SAC 350. Já o torus é usualmente fabricado de um material mais resistente, como o Inconel, que é uma superliga de cromo e níquel. A Fig. 12 apresenta uma ilustração da aparência final da parte metálica, indicando os dois componentes que a formam.

Os componentes metálicos dentro do enrijecedor precisam ser protegi-

Figura 12: Componentes metálicos do enrijecedor à flexão.

dos contra corrosão para assegurar um desempenho adequado. A solução tradicional é o uso de tratamento superficial com níquel. Entretanto, quando submersos, estes componentes devem ser protegidos por um sistema de proteção catódica conectado diretamente à eles, (KIEPPER, 2004).

Abaixo está uma descrição qualitativa resumida dos materiais metálicos utilizados na fabricação de enrijecedores à flexão:

- ASTM A36: aço estrutural de baixo teor de carbono, baixa resistência mecânica, grande ductilidade, boa conformabilidade e soldagem;
- AISI 4130 (temperado e revenido): aço liga cromo molibdênio com baixa temperabilidade, alta usinabilidade e boa soldabilidade;
- AISI 4140 (temperado e revenido): aço liga cromo molibdênio com alta temperabilidade, razoável usinabilidade e má soldabilidade;
- AISI 1020: aço estrutural de baixo teor de carbono, baixa resistência mecânica, baixa usinabilidade e boa soldabilidade;
- inconel 625 (recozido): Liga de níquel, cromo e molibdênio, com alta resistência mecânica em temperaturas elevadas combinada com excelente

resistência à corrosão. Alta resistência à fadiga, mesmo em corrosão sob fadiga. Baixa usinabilidade. Excelente soldabilidade (não é necessário pré-aquecimento, pós-aquecimento ou tratamento térmico posterior da junta soldada, [16]);

- USI-SAC-350 (anteriormente denominado SAC-50): aço estrutural de baixo teor de carbono, microligado, com boa resistência à corrosão atmosférica, média resistência mecânica, boa conformabilidade e soldagem, não temperável. A adição de elementos de liga desenvolve uma camada de óxido altamente protetora durante o contato com o meio ambiente, conferindo boa resistência à corrosão atmosférica (Figs. 13-14). As principais vantagens da sua utilização são o aumento do tempo de vida útil dos componentes, a melhoria da resistência mecânica dos conjuntos montados e a ótima relação custo benefício obtida em projetos da construção civil e da indústria em geral, (SANTOS, 2014);

Figura 13: Resultados do ensaio de corrosão em atmosfera industrial. (SANTOS, 2014)

Figura 14: Resultados do ensaio de corrosão em atmosfera marinha.
(SANTOS, 2014)

As propriedades dos materiais metálicos mais utilizados nos enrijecedores são descritas na Tab. 2.

Tabela 2: Propriedades dos materiais metálicos utilizados em enrijecedores.

<i>Parte do enrijecedor à flexão</i>	<i>Corpo do inserto</i>	<i>Estojo/torus do inserto</i>
Característica	USI SAC 350	Inconel 625 recozido
[%] Carbono	Máx. 0,25	Máx. 0,10
[%] Manganês	Máx. 1,5	Máx. 0,50
[%] Enxofre	Máx. 0,02	Máx. 0,015
[%] Fósforo	0,01 a 0,06	Máx. 0,015
[%] Silício	0,5 a 1,5	Máx. 0,50
[%] Cromo	Máx. 0,60	20 a 23
[%] Molibdênio	-	8 a 10
[%] Níquel	-	Mín. 58
[%] Ferro	-	Máx 5,0
[%] Nióbio	-	3,15 a 4,15
[%] Cobre	0,05 a 0,4	-
Módulo de elasticidade [GPa]	190 a 210	208
Coefficiente de Poisson	0,27 a 0,30	0,28
Limite de resistência à tração [MPa]	500 a 650	827 a 1034
Tensão de escoamento [MPa]	Mín. 350	415 a 655
Alongamento [%]	Mín. 16	30 a 60
Custo [R\$/kg]	8,00	200,00

5 MODELAGEM POR ELEMENTOS FINITOS

Diversos programas de computador customizados para o projeto iterativo de enrijecedores baseados no modelo de flexão de viga equivalente estão disponíveis, como por exemplo o *Stiffener*, possuem vários recursos, mas um número de influências na resposta são negligenciadas. Essas incluem a modelagem do contato entre o tubo flexível e o enrijecedor, as características não-lineares do poliuretano e a distribuição de tensões multi-dimensional no enrijecedor.

A partir deste ponto foi determinado a realização de análises dos modelos em elementos finitos para diferentes níveis de hierarquia. Modelos de elementos de viga e sólido do segmento tubo flexível-enrijecedor foram desenvolvidos, e a modelagem matemática foi gradativamente aperfeiçoada para uma melhor representação do problema físico. A Fig. 15 apresenta uma breve descrição dos diferentes modelos.

Modelo Numérico-Analítico (SOUZA, 2008)	<ul style="list-style-type: none"> • Viga de Euler-Bernoulli
Modelo de Baixa Hierarquia (<i>Beam</i>)	<ul style="list-style-type: none"> • Viga de Timoshenko
Modelo de Alta Hierarquia (<i>Solid</i>)	<ul style="list-style-type: none"> • Contato (Enrijecedor/<i>riser</i>) • Inseto (Concentrador de Tensão)

Figura 15: Representação dos modelos hierárquicos.

As análises pelo método dos elementos finitos foram todas desenvolvidas

no *software* ANSYS®, Mechanical APDL para o de baixa hierarquia e Mechanical no de alta, versão 16.0. Uma melhor descrição dos detalhes construtivos de cada um dos modelos será apresentada posteriormente.

5.1 GEOMETRIA E PROPRIEDADES MECÂNICAS

5.1.1 MODELO CLÁSSICO

Para a análise do modelo é necessário o conhecimento das propriedades geométricas do elemento a ser estudado. A Tab. 3 apresenta um conjunto diverso de configurações utilizadas por diferentes autores. O modelo clássico representa o desenvolvimento de geometrias de diversos autores, juntamente com as propriedades mecânicas utilizadas por KIEPPER (2004).

Tabela 3: Geometrias analisadas por alguns autores. Valores no [SI].

<i>Autores</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>
BOEF e OUT	0,660	0,234	0,200	1,700	1,300	3,200	0,180 (*)
LANE et al.	0,575	0,248	0,425 (**)	1,925	3,850	5,775	0,248
KIEPPER	0,650	0,180	0,200	1,700	3,800	5,700	0,180
LEMO	0,650	0,180	0,200	1,700	1,300	3,200	0,180
CAIRE	0,650	0,240	0,200	1,700	1,300	3,200	0,240 (***)
MBAYE	0,650	0,180	0,200	1,700	1,300	3,200	0,180

* Diâmetro interno do tubo flexível $d_i = 0,1016m$.

** Parte cilíndrica não avaliada analiticamente.

*** Para o estudo das pressões de contato e gaps, Caire utilizou $G = 0,210m$ e $0,180m$, respectivamente.

Os dados geométricos utilizados neste trabalho são os mesmos empregados por, (KIEPPER, 2004) na análise linear elástica, a escolha foi baseada no fato que a geometria utilizada por Kiepper é utilizada em vários outros trabalhos, a única grande variação está no valor do comprimento da linha flexível (valor "E" da Tab. 3), e DeRuntz (1969) aponta que quanto maior for

Figura 16: Representação da geometria do enrijecedor.
(SOUZA, 2008)

o comprimento do *riser* mais precisos serão os valores nas análises de esforços, ele descreve essa quantidade como sendo um "comprimento suficiente" necessário para o cálculo dos esforços no *bend stiffener*.

Portanto a geometria aplicada no trabalho, bem como a natureza do carregamento estão apresentados na Fig. 17. A força F assume os valores de 62,5 kN e 500 kN, e o ângulo ϕ_L é igual a 45° .

Figura 17: Geometria do enrijecedor e carregamento aplicado.

Para a análise utilizando um material com comportamento não linear elástico foi utilizada a geometria baseada nos modelos de (CAIRE, 2005), que é bem semelhante ao modelo de Kiepper com exceção do comprimento da linha e do diâmetro da boca do enrijecedor.

A determinação das propriedades mecânicas do segmento enrijecedor-*riser* é uma tarefa árdua, visto que a linha flexível é composta pelos mais diversos materiais dispostos em diferentes níveis de camadas. A Fig. 18 demonstra a composição interna das camadas da linha flexível.

Porém, mesmo com esta aparente dificuldade, é possível inferir as propri-

Figura 18: *Riser* com suas diversas camadas.

idades dos elementos através de um método clássico utilizado, onde a rigidez à flexão é preservada em detrimento da rigidez axial como é mostrado na Tab. 4 apresenta as propriedades mecânicas consideradas para as simulações.

Tabela 4: Propriedades utilizadas na modelagem.

<i>Enrijecedor</i>	
Módulo de Young	45MPa
Coeficiente de Poisson	0,5
<i>Linha Flexível</i>	
Rigidez à flexão	10kNm ²
Rigidez axial	180MN
Coeficiente de Poisson	0,3
Módulo de Young*	194MPa

*Valor utilizado para manter a compatibilidade com a rigidez à flexão.

Deve-se observar que devido a falta de dados, o coeficiente de Poisson da linha foi estimado em $\nu_1 = 0,3$ e o poliuretano do enrijecedor como sendo incompressível, ou seja, $\nu_2 = 0,5$. Como o *riser* é composto pela combinação de diversos materiais o módulo de elasticidade foi empregado de forma a manter a compatibilidade com a rigidez à flexão, por tanto, a fidelidade com a rigidez axial foi abandonada, essa é uma consideração deteriora o modelo, mesmo que a linha flexível possua uma rigidez axial muito alta.

Os valores para as propriedades do inserto também foram desconsidera-

dos, pois como pode ser visto na Tab. 2 as propriedades dos metais utilizados em enrijecedores é bem superior aos valores apresentados pelo polímero, assim sendo o inserto foi considerado com um sólido indeformável nas simulações.

5.1.2 MODELO PROPOSTO

Para o novo modelo proposto foi sugerido usar a combinação de duas vigas que teriam os seus nós combinados, para assim poder gerar a rigidez à flexão e tração proporcionais aos valores reais de linhas flexíveis. Diferentemente do modelo clássico, aonde somente uma viga é utilizada para simular o duto flexível.

O método utilizado para conseguir determinar essas propriedades foi o "Recozimento Simulado". Este método se baseia na termodinâmica de resfriamento de um material da fase líquida para a fase sólida. Neste caso, um resfriamento mais lento propicia um menor acúmulo de energia interna. Os métodos baseados no gradiente da função se movem em direções que diminuem sucessivamente o valor da função objetivo, em problemas de minimização, ou que elevam o valor da função objetivo, em problemas de maximização. Já o método do Recozimento Simulado pode se mover em qualquer direção em qualquer ponto do processo de otimização, evitando assim a possibilidade de se atingir um máximo ou mínimo local da função objetivo. No caso empregado, a maximização do problema refletia em encontrar os valores de rigidez à flexão e tração compatíveis. A Tab. 5 demonstra os valores encontrados.

A função objetivo utilizava as variáveis de rigidez à flexão, rigidez axial combinadas numa função módulo. Já as variáveis de entrada que iam se modificando, para assim zerar a função objetivo foram, raio da viga interna, raio interno da viga externa, raio externo da viga externa. Esses valores foram

combinados a fim de se obter uma combinação entre eles, e conseguir chegar em um valor nulo para a função objetivo.

Tabela 5: Propriedades utilizadas na modelagem.

<i>Enrijecedor</i>	
Módulo de Young	45MPa
Coeficiente de Poisson	0,5
<i>Linha Flexível</i>	
Rigidez à flexão	10kNm ²
Rigidez axial	180MN
Coeficiente de Poisson	0,3
Raio da viga interna	0,012424m
Raio interno da viga externa	0,012424m
Raio externo da viga externa	0,09m
Módulo de Young da viga interna	368,20GPa
Módulo de Young da viga externa	60,38MPa

5.2 MODELO 2D

O modelo 2D é composto por 165 elementos de viga, identificados pela documentação do ANSYS como BEAM188. Esse elemento conta com 6 graus de liberdade por nó (translações e rotações nos três eixos), foi considerado em sua formulação linear (para melhor comparação com o código desenvolvido) e é baseado na teoria de Timoshenko, incorporando os efeitos das deformações de cisalhamento, considerando tensão cisalhante constante nas seções, que permanecem planas e sem distorção em sua condição deformada.

Para a seção cilíndrica do equipamento, foram considerados 5 elementos de seção transversal tubular, representando o enrijecedor, sobrepostos a 5 elementos de seção circular, para cada uma das vigas, representando a linha flexível. Os nós destes dois grupos de elementos foram compartilhados para levar em conta a conexão entre os corpos. A mesma estratégia foi utilizada na seção cônica do equipamento, em que foram empregados 30 elementos de seção tubular variando na direção axial, representando o enrijecedor, conecta-

dos a 60 elementos com a mesma seção circular do trecho anterior, representando a linha flexível. Finalmente, 60 elementos adicionais foram modelados à frente do enrijecedor, 30 para cada viga, para modelar a sequência da linha flexível. A Fig. 19 ilustra o modelo elaborado, em visualização expandida, incluindo a seção transversal em cada elemento de linha.

Figura 19: Modelo baixa-hierarquia.

5.3 ANÁLISE COM MATERIAL LINEAR ELÁSTICO

Esta análise preliminar considerou ambos como materiais linearmente elásticos, tanto o poliuretano do enrijecedor, como a linha flexível. Um material é classificado como elástico quando as deformações causadas por um certo carregamento desaparecem com a retirada do mesmo. A deformação inicial é proporcional à tensão, podendo-se utilizar a relação, $\sigma = E \cdot \epsilon$, conhecida como Lei de Hooke, onde o coeficiente E é denominado módulo de elasticidade do material ou módulo de Young. A Fig. 20 apresenta o comportamento linear do material que compõe o enrijecedor.

Figura 20: Curva para o comportamento linear elástico do enrijecedor.

5.4 ANÁLISE COM MATERIAL NÃO-LINEAR ELÁSTICO SIMÉTRICO

Há uma extensa quantidade de materiais como os elastômeros e os polímeros que sofrem grandes deformações elásticas sem apresentar deformação residual, exibindo um alto grau de não linearidade. Esta característica é definida como hiper-elasticidade, o poliuretano também apresenta esse comportamento que é representado na Fig. 21.

Figura 21: Curvas para comparação do comportamento linear elástico do enrijecedor junto ao não linear.

5.5 ANÁLISE COM MATERIAL NÃO-LINEAR ELÁSTICO ASSIMÉTRICO

Quando o poliuretano é considerado com um comportamento diferente para tração e compressão, a resolução do problema se torna muito mais complicada quando comparada com o problema linear elástico formulado anteriormente. Esta assimetria do material provoca uma mudança da posição do eixo neutro ao longo do comprimento, alterando, a distribuição de tensões e deformações na seção transversal. O comportamento não linear assimétrico é apresentado na Fig. 22.

Figura 22: Curvas para comparação do comportamento linear elástico do enrijecedor junto ao não linear assimétrico.

5.6 MODELO 3D

Uma outra análise foi feita, esta levou em conta o inserto do enrijecedor, para um resultado mais apurado foi criado um modelo com elementos tridimensionais.

Esse modelo de alta hierarquia, por sua vez, possui dois tipos de geo-

metria, a primeira é a geometria simples que pode ser vista na Fig. 23 e a segunda que possui uma geometria semelhante ao primeiro modelo porém agora existe um inserto adicionado, como mostrado na Fig. 24. Ambos foram modelados com elementos sólidos, SOLID186, com as seguintes características: 3 graus de liberdade por nó (translações nas três direções) função quadrática para os deslocamentos e integração reduzida para evitar problemas de *volumetric locking* no material do enrijecedor, dado o elevado coeficiente de Poisson deste componente. Para esses modelos, considerou-se um plano de simetria, condição apropriada tendo em vista a regularidade da geometria e os carregamentos aplicados. Neste caso, a conexão entre enrijecedor e linha flexível foi feita por meio de um contato do tipo *Frictionless*, que impede penetração entre os corpos mas permite deslizamento na direção tangencial sem impedimento. O contato foi modelado com formulação de penalidade do tipo lagrange aumentado e considerado assimétrico, com a face interna do enrijecedor sendo modelada como *Target* (ou seja, com restrição de penetrações pela formulação citada anteriormente) e a face da linha flexível como *Contact* (sem restrição de penetração).

Figura 23: Modelo alta-hierarquia para o enrijecedor de geometria simples.

Para os modelos, foi considerado engastamento na face traseira (de seção transversal de maior diâmetro) e aplicação de dois casos de cargas iguais na direção axial e em uma das cortantes, de magnitudes 44,2 kN e 353,6 kN

Figura 24: Modelo alta-hierarquia para o enrijecedor com inserto adicionado.

configurando resultantes de 62,5 kN e 500 kN. Foram ativados os efeitos de grandes deformações, sendo a matriz de rigidez recalculada com o desenvolvimento da simulação para considerar a não-linearidade geométrica. As constantes elásticas aplicadas para enrijecedor e linha flexível foram as seguintes: módulos elásticos de 45 e 194 MPa e coeficientes de Poisson de 0,45 e 0,3, respectivamente sendo que o valor aplicado para a linha flexível, muito inferior ao do aço que a constitui, decorre do fato da seção transversal estar sendo simulada como cheia e não tubular e pela dificuldade de definir as propriedades da linha flexível como dito anteriormente, sendo portanto calculado um módulo elástico equivalente da seção.

Para o enrijecedor de geometria simples foram empregados 19870 nós e 3645 elementos, em sua maioria de formato hexaédricos com alguns elementos em forma degenerada *wedge*. O enrijecedor com inserto seguiu os mesmos métodos porém com 20322 nós e 3760 elementos.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

6.1 ANÁLISE COM MATERIAL LINEAR ELÁSTICO

A análise do modelo linear foi realizada comparando modelos de desenvolvidos por (KIEPPER, 2004), (SOUZA, 2008) e (CAIRE, 2005). E foi feita para cargas de 62,5 kN e 500 kN. As Figs. 25 - 28 demonstram as correlações obtidas.

Figura 25: Comparação da linha elástica com os modelo de (KIEPPER, 2004) e (SOUZA, 2008) para 62,5 kN.

Figura 26: Comparação da curvatura com o modelo de (CAIRE, 2005) para 62,5 kN.

Figura 27: Comparação da linha elástica com os modelo de (KIEPPER, 2004) e (SOUZA, 2008) para 500 kN.

Figura 28: Comparação da curvatura com o modelo de (CAIRE, 2005) para 500 kN.

Os resultados demonstraram boa correlação, alcançando os valores pretendidos, e acabando com o efeito "chiclete" que esticava a linha por não possuir a rigidez axial compatível.

6.2 ANÁLISE COM MATERIAL NÃO-LINEAR ELÁSTICO SIMÉTRICO

Uma nova análise foi realizada para o modelo, porém levando em conta um modelo não-linear simétrico, novamente comparando modelos desenvolvidos por (CAIRE, 2005). E foi feita para cargas de 62,5 kN e 500 kN. As Figs. 29 - 30 demonstram as correlações obtidas.

Figura 29: Comparação da curvatura com o modelo não linear simétrico de (CAIRE, 2005) para 62,5 kN.

Figura 30: Comparação da curvatura com o modelo não linear simétrico de (CAIRE, 2005) para 500 kN.

6.3 ANÁLISE COM MATERIAL NÃO-LINEAR ELÁSTICO ASSIMÉTRICO

Uma terceira análise foi realizada para o mesmo modelo, porém levando em conta um modelo não-linear assimétrico desta vez, novamente comparando modelos desenvolvidos por (CAIRE, 2005). E foi feita para cargas de 62,5 kN e 500 kN. As Figs. 31 - 32 demonstram as correlações obtidas.

Figura 31: Comparação da curvatura com o modelo não linear assimétrico de (CAIRE, 2005) para 62,5 kN.

Figura 32: Comparação da curvatura com o modelo não linear assimétrico de (CAIRE, 2005) para 500 kN.

6.4 INSERTO ADICIONADO

A criação de modelos 3D serviu para dar suporte à análise com o inserto adicionado.

Para cada configuração de geometria da peça pode ocorrer um acentuado incremento no nível de tensões. São os chamados concentradores de tensão, e o inserto assume esse papel de concentrador de tensão. A Fig. 33 exemplifica o caso da distribuição de tensões em seções críticas. O caso de uma placa com um furo circular, indicando a distribuição de tensões na seção que passa pelo centro do furo, a figura mostra a distribuição de tensões na parte mais estreita da transição, onde ocorrem as maiores tensões.

Figura 33: Placa com furo.
(BEER, 2009)

Para o cálculo analítico dos concentradores de podemos usar a relação:

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{med}} \quad (6.1)$$

Entre a tensão máxima e a tensão média calculada na seção crítica (mais estreita) de descontinuidade. Essa relação é chamada coeficiente de concentração de tensão para a descontinuidade em estudo. Os coeficientes de

concentração de tensão podem ser expressos em termos de relações entre os parâmetros geométricos envolvidos. Os resultados obtidos são colocados em forma de tabelas ou gráficos como os da Fig. 34. Assim, para a determinação da tensão máxima atuante nas proximidades de um ponto de descontinuidade, deve-se determinar a tensão média na seção crítica (razão entre a força aplicada e a área da seção) e multiplicar o resultado obtido pelo coeficiente de concentração de tensão K_t apropriado. Este procedimento é válido para valores de tensão máxima que não ultrapassem o limite de proporcionalidade do material, pois os valores de K_t marcados na Fig. 34 foram obtidos adotando-se uma relação linear entre tensões e deformações específicas.

Figura 34: Coeficiente de concentração de tensão K_t A - para uma barra chata carregada por um pino passando pelo furo transversal; B - para uma barra chata com um furo transversal sob tração axial.

(BEER, 2009)

DEMANZE (2005), apresenta três pontos críticos os quais seriam os mais dispostos à falhas. A Fig. 35 apresenta os pontos críticos levantados por Demanze. Observando os pontos críticos podemos definir que o torus funciona como um concentrador de tensão. Utilizando a Fig. 34 chega-se a:

$$K_t \cong 4$$

A área da ponta do corpo do inserto (sleeve) também funciona como um concentrador de tensão. Utilizando a Fig. 34 chega-se a:

$$K_t \cong 5$$

Figura 35: Áreas mais críticas para ocorrência de falhas.
(DEMANZE, 2005)

Assim, partindo da Eq. 6.2

$$\sigma_{med} = E\kappa r \quad (6.2)$$

Podemos concluir que:

$$\sigma_{max} = K_t \sigma_{med} \quad (6.3)$$

Portanto os valores para as tensões para os casos de 62,5 e 500 kN para os pontos críticos de falha equivalem aos resultados apresentados nas Tabs. 6 e 7

Tabela 6: Tensões para os pontos críticos para a carga de 62,5 kN

<i>62,5 kN</i>			
<i>Modelos</i>	<i>A1</i>	<i>A2</i>	<i>A3</i>
SOUZA (2008)	3,34 MPa	12,35 MPa	9,13 MPa
Modelo 3D com Inserto	3,38 MPa	12,49 MPa	9,24 MPa
Modelo 3D sem Inserto	2,87 MPa	9,26 MPa	6,76 MPa

Tabela 7: Tensões para os pontos críticos para a carga de 500 kN

<i>500 kN</i>			
<i>Modelos</i>	<i>A1</i>	<i>A2</i>	<i>A3</i>
SOUZA (2008)	10,18 MPa	37,64 MPa	27,85 MPa
Modelo 3D com Inserto	10,50 MPa	38,06 MPa	27,98 MPa
Modelo 3D sem Inserto	8,34 MPa	28,23 MPa	20,60 MPa

7 CONCLUSÃO

Os resultados obtidos para o deslocamento da linha de centro, e variação de curvatura obtidos pelos modelos em elementos finitos, apresentam concordância precisa, quando comparados com os resultados obtidos pela simulação do mesmo segmento de tubo flexível-enrijecedor, usando-se os métodos desenvolvidos por (CAIRE, 2005) e (SOUZA, 2008).

Para uma carga relativamente baixa (62,5 kN) o material não linear simétrico e assimétrico apresentam resultados com variações desprezíveis.

Pelas análises também fica claro o aumento das tensões devido à adição do inserto, e estes resultados não podem ser diretamente capturada pelos modelos de baixa hierarquia (2D), somente é possível no modelo de alta hierarquia (3D).

REFERÊNCIAS

AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. **API RP 17B**: recommended practice for flexible pipe. Houston, 2002. 166 p.

AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. **API SPEC 17J**: specification for unbonded flexible pipe. Houston, 1999. 52 p.

BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. 1st ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1996. 1037 p.

BEER, F. P. et al. **Mechanics of Materials**. 5th ed. New York: McGraw-Hill Companies, Inc, 2009

BOEF, W. J. C.; OUT, J. M. M. Analysis of a Flexible Riser Top Connection with Bend Restrictor. In: PROCEEDINGS OF THE 22ND ANNUAL OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE, 1990, Houston: **OTC 6436**. p.131-142.

BUCALEM, M. L.; BATHE, K. J. **The Mechanics of Solids and Structures - Hierarchical Modeling and the Finite Element Solution**. Springer-Verlag, 2011. 612 p.

CAIRE, M. **Análise de Enrijecedores à Flexão**. 2005. 115 f. Dissertação (Mestrado em Ciências), COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005.

CANGEMI, J. M., DOS SANTOS, A. M., NETO, **Poliuretano: De Travesseiros a Preservativos, um Polímero Versátil**. Revista Química Nova na Escola, Vol.. 31, n ° 3 , agosto 2009

DEMANZE, F. et al. **Fatigue Life Analysis of Polyurethane Bending Stiffeners**. Proceedings of 24th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. OMAE 2005-67506, Halkidiki, Greece, Junho de 2005.

DeRUNTZ, J. A. Jr. **End effect bending stresses in cables**. Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, p.750-756. December, 1969. Presented at The American Society of Mechanical Engineers Winter Annual Meeting. Los Angeles, 1969.

FILHO, A. A. **Elementos Finitos - A base da tecnologia CAE** Editora Érica - 2ª Edição, 2003 ,São Paulo.

HIBBELER, R. C. **Mechanics of Materials**. 8 ed., Prentice Hall, 2011. 885 p.

KIEPPER, B.O. **Análise Estrutural Estática, Via Elementos Finitos do Segmento Tubo Flexível-Enrijecedor**. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2004.

LANE, M.; McNAMARA, J.F., GIBSON, R., et al. Bend Stiffeners for Flexible Risers. In: Proceedings of the Offshore Technology Conference, **OTC 7730**, pp. 345-353, Houston, May 1995.

LEITE, R. D., **Análise de Enrijecedores à Flexão com Concentrador de Tensões**. 2010. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ciências), COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2010.

LE MOS, C. A. D. **Análise de Enrijecedores à Flexão de Poliuretano (Bend Stiffeners) para Tubos ou Umbilicais Flexíveis** 1º Exame de Qualificação de Doutorado - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

LE MOS, C.A.D. **Análise de Fadiga em Risers Flexíveis**. Tese (Doutorado em Ciências), COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005.

LeVEQUE, R. J. **Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations**. SIAM, 2007. 357 p.

MBAYE, M. **Implementação de Ferramentas para Análise Local de Linhas Flexíveis pelo Método dos Elementos Finitos**. 2006. 96 f. Dissertação (Mestrado em Ciências), COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2006

MCS - Advanced Engineering Solutions, **Programa Stiffener**, www.mcs.com - Home-page oficial, 2015

MENICONI, L. C. M.; LOPES, T. A. P. **Fatigue Analysis of Bend Stiffeners**. In: Proceedings of the International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE2001/OFT-1215, Rio de Janeiro, Brazil, June 2001.

OÑATE, E. **Structural Analysis with the Finite Element Method - Linear Statics**. Vol. 2. Springer, 2013. 894 p.

PASQUALINO, I. P.; NETTO, T. A. Análise de falha de riser flexível em monobóia a 875 m na Bacia de Campos - Parte 111: Resistência estrutural da região de transição conector/linha flexível. **Relatório COPPETEC ET-17038 1**, Maio 1999 .

POPE, A. M.; CARDOSO, L. G. C.; SANTOS, J. M. **Análise de Falha do Enrijecedor do Riser Flexível da Monoboia IMODCO III**. Comunicação técnica interna Petrobras No 127/08; CENPES/SUSEP/DIPILOT/SEMEC. Outubro de 1998.

SANTOS, L. V. **Análise de Falha de Estruturas Metal-Polímero: Enrijecedores à Flexão**. 2014. 129 f. Tese (Doutorado em Engenharia), POLI/USP, São Paulo, SP, Brasil, 2014.

SMITH, G. D. **Numerical Solution of Partial Differential Equations - Finite Difference Methods**. 3 ed. Clarendon Press - Oxford, 1985. 356 p.

SOUZA, J. R. **Análise Estrutural de Enrijecedores a Flexão de Geometria Complexa Utilizados em Operações Offshore**. 2008. 78 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia), POLI/USP, São Paulo, SP, Brasil, 2008.

TIMOSHENKO, S. P. **Strength of Materials. Part 1: Elementary Theory and Problems**. 2 ed. Van Nostrand Company Inc., New York, 1948. 373 p.

TIMOSHENKO, S. P. **Strength of Materials. Part 2: Advanced Theory and Problems**. 2 ed. Van Nostrand Company Inc., New York, 1947. 524 p.

TIMOSHENKO, S. P.; GOODIER, J. N. **Theory of elasticity**. 2 ed. York: McGraw-Hill Book Company, 1951. 506 p.

VAZ, M.A.; LEMOS, C.A.D. **Geometrical and Material Non-Linear Formulation for Bend Stiffeners**. In: Proceedings of the International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE2004-51366, Vancouver, Canada, June 2004.

REFERÊNCIAS

BEER, F. P. *Mechanics of Materials*. London, UK: McGraw-Hill Companies, 2009.

BOEF, W. J. C.; OUT, J. M. M. *Analysis of a flexible riser top connection with bend restrictor*. 1990. PROCEEDINGS OF THE 22ND ANNUAL OFFSHORE TECHNOLOGY CONFERENCE.

CAIRE, M. *Análise de Enrijecedores à Flexão*. Tese (Mestrado) — COPPE/UFRJ, 2005.

CANGEMI, J. M. *Poliuretano: De Travesseiros a Preservativos, um Polímero Versátil*. 2009. Comunicação técnica interna Petrobras No 127/08.

DEMANZE, F. *Poliuretano: De Travesseiros a Preservativos, um Polímero Versátil*. 2005. Comunicação técnica interna Petrobras No 127/08.

KIEPPER, B. O. *Análise Estrutural Estática, Via Elementos Finitos do Segmento Tubo Flexível-Enrijecedor*. Tese (Mestrado) — COPPE/UFRJ, 2004.

LEITE, R. D. *Concentrador de Tensões*. Tese (Mestrado) — COPPE/UFRJ, 2010.

LEMO, C. A. D. *Análise de Fadiga em Risers Flexíveis*. Tese (Doutorado) — COPPE/UFRJ, 2005.

MCS. *Análise de Falha do Enrijecedor do Riser Flexível da Monoboia IMODCO III*. 2015. Comunicação técnica interna Petrobras No 127/08.

POPE, A. M.; CARDOSO, L. G. C. *Análise de Falha do Enrijecedor do Riser Flexível da Monoboia IMODCO III*. 1998. Comunicação técnica interna Petrobras No 127/08.

SANTOS, L. V. *Análise de falha de estruturas metal-polímero: enrijecedores à flexão*. Tese (Doutorado) — Poli USP, 2014.

SOUZA, J. R. *Análise estrutural de enrijecedores a flexão de geometria complexa utilizados em opera offshore*. Tese (Mestrado) — Poli USP, 2008.