ERIC VARGAS

**ANÁLISE DA FRATURA EM CAMPOS
COMPLEXOS DE TENSÃO RESIDUAL**

São Paulo
2019

ERIC VARGAS

**ANÁLISE DA FRATURA EM CAMPOS
COMPLEXOS DE TENSÃO RESIDUAL**

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do Título de Doutor em Ciências.

São Paulo
2019

ERIC VARGAS

**ANÁLISE DA FRATURA EM CAMPOS
COMPLEXOS DE TENSÃO RESIDUAL**

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do Título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração:

Engenharia Mecânica de Projeto e Fabrica-
ção

Orientador:

Prof. Dr. Edison Gonçalves

São Paulo
2019

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Vargas, Eric

ANÁLISE DA FRATURA EM CAMPOS COMPLEXOS DE TENSÃO
RESIDUAL / E. Vargas -- versão corr. -- São Paulo, 2019.
137 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

1.Fratura Mecânica 2.Método de Elementos Finitos 3.Tensão Residual
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de
Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos II.t.

Dedicatória

A minha querida esposa, Isabella, e a meus amados filhos, Beatriz e Rafael

AGRADECIMENTOS

A minha esposa, Isabella, e a meus filhos, Beatriz e Rafael, por todo carinho e compreensão, fundamentais para a superação dos desafios enfrentados nesta jornada.

Ao ilustre Professor Edison Gonçalves pela orientação e também pela forte influência e motivação concedidas desde a minha graduação na Escola Politécnica.

A meus pais que sempre se esforçaram para me dar a melhor educação possível.

A meus irmãos, cunhados, sogros, tios, sobrinhos e primos por apoiar-me até mesmo na ausência de muitos momentos importantes.

A Carmen pela ajuda na revisão deste texto.

A meus colegas do Centro de Estruturas Navais e Oceânicas (CENO-USP) pela disponibilidade e diálogo sobre alguns dos diversos temas abordados neste trabalho.

A Eduardo Araújo pelo suporte preciso dentro do universo de modelagem em elementos finitos.

Agradeço ao Citibank por dar-me condições para avançar nos estudos acadêmicos, com minha mais sincera gratidão a Alvaro Villamil, Luis A. Oliveira, Armando Wolfrid, Marcio Magliozzi, Pavel Cecetka, Pedro Silva, Fernando Kato, David Santos e Lucas Martelletto.

A todas as pessoas que contribuíram direta ou indiretamente na realização deste trabalho.

"Survivorship bias in probability: if you compute the frequency of a rare event and your survival depends on such event not taking place (such as nuclear events), then you underestimated that probability."

Nassim Taleb

"The mean value of acute fatality risk by radiation exposure resultant from an accident of a nuclear installation to individuals of the public, who live in the vicinity of the site boundary of the nuclear installation, should not exceed the probability of about 1.10^{-6} per year (i.e. at least 1 per million years)."

Japanese Nuclear Commission, 8 years
before Fukushima nuclear disaster

RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia que permite a análise da fratura considerando a existência de um campo complexo de tensões tridimensionais na ponta da trinca em cada instante relacionado ao seu estágio de crescimento.

Tais tensões são obtidas por simulações numérico-computacionais, empregando o método de elementos finitos, das condições de projeto, como tensões térmicas ou residuais oriundas de um processo de soldagem, e também das condições de serviço.

Esta metodologia se diferencia por possibilitar que o campo de tensões residuais reformule-se com a propagação da trinca sem a alteração da malha, permitindo assim a avaliação mais realista do fenômeno.

O estudo possui um caráter determinístico, apesar das incertezas e aleatoriedades dos vários parâmetros envolvidos, por exemplo, as propriedades mecânicas dos materiais, os carregamentos, os defeitos físicos e das próprias tensões residuais.

A revisão bibliográfica aborda as literaturas referentes à análise da fratura, térmica e das tensões residuais, como os mecanismos e modos de falha, cálculo do campo de tensões ao redor da trinca derivados de carregamentos variados, procedimentos para a análise da fratura, análise das tensões residuais das juntas soldadas, entre outras.

A validação da metodologia é conduzida pela comparação dos resultados obtidos para a distribuição térmica após o processo de soldagem, das tensões residuais resultantes e da análise da fratura.

Finalmente, aplica-se a metodologia para a análise da fratura em um caso exemplo que considera a existência de uma trinca no vaso de pressão do reator nuclear de Angra 1, levando-se em conta as suas condições de projeto e de serviço.

Palavras-Chave: Fratura Mecânica. Método de Elementos Finitos. Tensão Residual.

ABSTRACT

This work presents a methodology that allows the analysis of the fracture considering the existence of a complex field of three-dimensional stresses at the crack tip in each instant related to its stage of growth.

Such stresses are obtained by numerical-computational simulations, using the finite element method, the design conditions, such as thermal or residual stresses from a welding process, as well as the service conditions.

This methodology is distinguished by allowing the residual stress field to be reformulated with the crack propagation without remeshing, allowing a more realistic evaluation of the phenomenon.

The study has a deterministic character, despite the uncertainties and randomness of the various parameters involved, for example, the mechanical properties of the materials, the loads and the physical defects and the residual stresses.

The literature review deals with the analysis of fracture, thermal and residual stresses analysis, such as mechanisms and failure modes, calculation of the stresses field around the crack derived from general loads, procedures for fracture analysis, stress analysis welded joints, among others.

The methodology validation is carried out by comparing the results of the thermal distribution after the welding process, the resulting residual stresses and fracture analysis.

Finally, the methodology for fracture analysis is applied in an example that considers the existence of a crack in the pressure vessel of the Angra 1 nuclear reactor, taking into account its design and service conditions.

Keywords: Fracture. Finite Element Method. Residual Stress.

LISTA DE FIGURAS

1	Fotografia da ruptura de um Liberty-Ship durante o inverno de 1941; (POMMIER et al., 2011, fig.1)	20
2	Variação da dureza, limite de ruptura, limite de escoamento e alongamento em uma junta soldada; (GONÇALVES, 1987, p. 2.8)	21
3	Diferentes imperfeições de solda em uma junta de topo; adaptada de Wahab e Alam (2004, p. 932)	22
4	Soldas presentes em um vaso de pressão, incluindo as categorias de solda; (BARBAN, 2014)	24
5	Geometria cilíndrica e plana para a observação das formas de trinca; adaptado de Vitale e Beghini (1990, p. 294)	30
6	Forma 1: Sentido da trinca superficial através da espessura; adaptado de Gonçalves (1987, p. 4.2)	30
7	Forma 2: Sentido da trinca superficial de grande comprimento; adaptado de Gonçalves (1987, p. 4.2)	31
8	Forma 3: Sentido da trinca de pequeno comprimento através da espessura; adaptado de Gonçalves (1987, p. 4.2)	31
9	(a) Placa 2D trincada de extremidades fixas sob tensão e (b) Representação da Energia Elástica; adaptado de Broek (1986, p. 15)	33
10	Placa 3D trincada; adaptado de Broek (1986, p. 116)	34
11	Os modos de carregamento; adaptado de Passagem (2011, p. 71)	35
12	Coordenadas medidas na linha de frente da trinca e os componentes do campo de tensão na ponta da trinca; adaptado de Tada e Irwin (2000, p. 1.2)	38
13	Distribuição aproximada da tensão σ_y em relação ao crescimento da trinca e considerando r_y ; adaptado de Broek (1986, p. 11)	38
14	Trincas semicirculares sob campos de tensões; adaptado de Newman, Raju e Fawaz (2007, p. 6)	39
15	Efeito da espessura no FIT; adaptado de Oliveira (2005, p. 8)	47

16	Coordenadas para a descrição do campo de deformação na ponta da trinca e o contorno típico Γ para a avaliação do caminho independente da integral de linha; adaptado de Rice e Rosengren (1968, p. 2)	49
17	Contornos ao redor da ponta da trinca; adaptado de Broek (1986, p. 133) .	50
18	Critério simples de vazamento; adaptado de Broek (1986, p. 366)	52
19	Contornos ao redor da ponta da trinca; adaptado de Broek (1986, p. 84) .	53
20	Critério de vazamento antes da falha; adaptado de Broek (1986, p. 367) . .	53
21	Extrapolação de K pelo MEF de uma placa infinita com trinca central; adaptado de Broek (1986, p. 312)	55
22	Curvas de tensão-deformação para duas ligas utilizadas com revestimento de varetas combustível, Zircaloy-4 e Aço Inoxidável 316; adaptado de Santos, Tunes e Schon (2019, p. 7524)	57
23	Trincamento num lingote de alumínio fundido devido à excessivas tensões residuais; (SCHAJER, 2013, fig 1.3)	59
24	Soldagem automática por arco submerso; (TELLES, 1996)	62
25	Esquema do processo de soldagem por ESW; (SANDES, 2016, pp. 4) . . .	65
26	Representação da dupla elipsoidal de Goldak; (CHEN; HASHEMZADEH; SOARES, 2014, p. 1122)	69
27	Distribuição das temperaturas, em ,°C, considerando o modelo de condução de calor; extraído de Lawrence e Michaleris (2011, p. 216)	71
28	Esquema da distribuição das tensões residuais próxima da linha de solda – união por soldagem de chapas finas	73
29	Variação da temperatura e tensões residuais durante a soldagem; adaptada de Papazoglou et al. (1982)	74
30	Variação da tensão residual ao longo do comprimento do tubo através da espessura (resultado experimental); adaptado de Prasad et al. (2016, p. 365 e p. 371)	75
31	(a) Modelo de encruamento isotrópico; (b) Modelo de encruamento cinemático; (c) Modelo de encruamento combinado ou distorcional; (d) Curva de descarregamento dos modelos; extraído de Barban (2014, p. 56)	78

32	Formas bilinear e multilinear de encruamento isotrópico ou cinemático, extraído de Barban (2014, p. 57)	78
33	Fatores que contribuem para a distorção na solda; modificado de Masubuchi (1980, p. 109)	79
34	Comparação entre as principais técnicas de medição de tensões residuais; extraído de Soares (2003, p. 56)	82
35	Representação holística do método de definição da malha adequada	85
36	Exemplo de construção geométrica (holística) para a delimitação da malha	86
37	Elementos 3-D para a análise térmica e estrutural; (ANSYS, 2009, p. 682, 699, 832 e 834)	87
38	Exemplo de comando APDL Ansys para alterar o módulo de Young de um conjunto de elementos delimitados; conforme descrito em ANSYS (2007, p. 135 e 136)	88
39	Soldagem de 2 placas planas de 200 mm x 150 mm x 2 mm	89
40	Composição química do aço AISI304; conforme Bringas (2004, p. 143) . . .	90
41	Propriedades termofísicas e mecânicas do aço 304; conforme Deng e Murakawa (2006, Tab. 2)	90
42	Relação tensão x deformação do aço AISI 304, dependente da temperatura	90
43	Malha adotada: 7.500 elementos e 56.780 nós	91
44	Curva do coeficiente (modelado) de convecção e radiação dependente da temperatura	92
45	Temperatura em 20, 40, 60 e 80 s	93
46	Temperatura em 20, 40, 60 e 80 s; extraído de Barban (2014, p. 71 e p. 72)	93
47	Comparação com resultado numérico de Barban e experimentais de Seyyedian da distribuição de temperatura na distância 20 mm afastada da linha de centro da solda; obtido de Barban (2014, p. 74)	94
48	Distribuição das tensões longitudinais: perpendicular à linha de solda (A), sobre a linha de solda (B) e paralelas a 10 mm (C) e 100 mm (D) da linha de solda	95
49	Geometria da Placa para a análise da fratura, modelado no SpaceClaim/ANSYS	97

50	Representação da placa com o carregamento $\sigma=175\text{MPa}$	97
51	Malha de elementos finitos tetraédricos, SOLID187/ANSYS com 74.400 elementos e 128.371 nós	98
52	Distribuição de tensões normais ao longo da espessura até a ponta das trincas de 2, 4, 6 e 8 mm; calculada no ANSYS	98
53	Comparação das estimativas do fator de intensidade de tensão pelo modelo numérico e teórico, obtidos por análise gráfica	100
54	Vista recente da Usina Nuclear de Angra 1; (ELETRONUCLEAR, 2016) .	102
55	Valores das tensões em função das temperaturas de referência; (ENGINEERING, 2010a, p. 55, 481, 586 e 738)	105
56	Gráfico das tensões de escoamento e ruptura em função das temperaturas; (ENGINEERING, 2010a, Tabelas Y-1, U e TM-1)	105
57	Representação esquemática do vaso de pressão do reator nuclear de Angra 1 – sem revestimento interno; (GONÇALVES, 1987, p. 5.3)	106
58	Desenho Geométrico: Vaso de Pressão	108
59	Desenho Geométrico: placa cilíndrica	109
60	(i) Desenho geométrico proposto com indicação da solda de categoria A/longitudinal, (ii) referência ASME sobre os tipos de categorias de solda; (BARBAN, 2014) e (iii) esquema utilizado para o desenho do vaso	109
61	Malha de elementos finitos - Placa Cilíndrica	110
62	Malha de elementos finitos - Placa Plana	111
63	Exemplos de possíveis estágios de crescimento de trinca	111
64	Análise da distribuição de temperatura em 120, 240, 360 e 480 segundos . .	113
65	Distribuição da temperatura pelo centro da linha de solda, na espessura . .	113
66	Campo de tensões normais residuais nas direções X , Y e Z (de cima para baixo)	114
67	Campo de tensões de cisalhamento residuais em XY , YZ e XZ (de cima para baixo)	115

68	Campo de tensões normais em X resultante da pressão interna do vaso do reator nuclear de Angra 1	116
69	Campo de tensões normais em Y resultante da pressão interna do vaso do reator nuclear de Angra 1	117
70	Campo de tensões normais em Z resultante da pressão interna do vaso do reator nuclear de Angra 1	117
71	Campo de tensões de cisalhamento em XY resultante da pressão interna do vaso do reator nuclear de Angra 1	118
72	Campo de tensões de cisalhamento em YZ resultante da pressão interna do vaso do reator nuclear de Angra 1	118
73	Campo de tensões de cisalhamento em XZ resultante da pressão interna do vaso do reator nuclear de Angra 1	119
74	Campo de tensões normais em X situado em um corte similar ao da placa plana são transferidas para a mesma	119
75	Campo de tensões normais em Y situado em um corte similar ao da placa plana são transferidas para a mesma	120
76	Campo de tensões normais em Z situado em um corte similar ao da placa plana são transferidas para a mesma	120
77	Campo de tensões de cisalhamento em XY situado em um corte similar ao da placa plana são transferidas para a mesma	121
78	Campo de tensões de cisalhamento em YZ situado em um corte similar ao da placa plana são transferidas para a mesma	121
79	Campo de tensões de cisalhamento em XZ situado em um corte similar ao da placa plana são transferidas para a mesma	122
80	Distribuição de tensões normais ao longo da espessura até a ponta da trinca de 16,5 mm; calculada no ANSYS	123
81	Distribuição de tensões normais ao longo da espessura até a ponta da trinca de 33 mm; calculada no ANSYS	124
82	Estimativas do fator de intensidade de tensão para o vaso de pressão do reator nuclear de Angra 1	125

- 83 Diagrama de corpo livre do vaso cilíndrico; extraído de TELLES (1996) . . 134
- 84 Convenção de sinais sobre a tensão resultante; adaptado de Sih (1973, p. 4) 136

LISTA DE TABELAS

1	Comparação das tensões residuais longitudinais, em MPa	95
2	Composição Química (fração de massa) do aço ASTM A533 Grau B Classe 1 (MATWEB, 2017)	103
3	Propriedades Gerais do Aço ASTM A533 Grau B Classe (MATWEB, 2017)	104

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

[ABNT]	Associação Brasileira de Normas Técnicas
[AISI]	American Iron and Steel Institute
[ANSYS]	Programa de simulação numérico-computacional
[ASME]	American Society of Mechanical Engineers
[ASTM]	American Society for Testing and Materials
[AWS]	American Welding Society
[CTOD]	Crack Tip Opening Displacement
[EDP]	Equações diferenciais parciais
[EGW]	Electrogas Welding
[EPD]	Estado plano de deformação
[EPT]	Estado plano de tensão
[ESW]	Electro Slag Welding
[FIT]	Fator de intensidade de tensão
[HRR]	Hutchinson, Rice e Rosengren
[LBB]	Leak-Before-Break
[MA]	Material de adição
[MB]	Material de base
[MEF]	Método de elementos finitos
[MFEP]	Mecânica da fratura elasto-plástica
[MFLE]	Mecânica da fratura linear elástica
[SAW]	Submerged Arc Welding
[SSY]	Small Scale Yielding
[USP]	Universidade de São Paulo
[ZF]	Zona fundida
[ZTA]	Zona termicamente afetada pelo calor

LISTA DE SÍMBOLOS

- [G] Taxa de liberação de energia elástica ou força motriz de crescimento da trinca
- [K] Fator de intensidade de tensão
- [J] J Integral
- [δ] Deslocamento da abertura na ponta da trinca
- [G_c, K_c, J_c] Parâmetros da fratura relacionados à tenacidade
- [G_i, K_i, J_i] Parâmetros da fratura nos modos de abertura da trinca
- [a] Parâmetro relacionado ao comprimento da trinca
- [r_y] Tamanho da zona plástica na ponta da trinca
- [$a_{efetivo}$] Tamanho da trinca, incluindo a zona plástica na ponta da trinca
- [c] Largura da trinca
- [B] Espessura do material trincado
- [W] Largura do material trincado
- [D_I, R_I] Diâmetro e Raio interno de um cilindro ou vaso de pressão
- [D_E, R_E] Diâmetro e Raio externo de um cilindro ou vaso de pressão
- [U_a] Energia elástica de deformação, incluindo a trinca
- [U_0] Energia inicial de deformação, excluindo a trinca
- [F] Trabalho devido ao carregamento externo
- [U_p e W_S] Energia potencial e energia de superfície
- [θ] Ângulo do elemento em relação à ponta da trinca
- [S] Superfície da trinca
- [v] Deslocamento da trinca na direção y
- [R] Força de resistência à trinca
- [P] Carga externa que age sob o corpo
- [C] Parâmetro Compliance
- [L] Comprimento de uma placa sem trinca
- [$f_{i,j}(\theta)$] Função de forma
- [σ_{esc} e σ_{rup}] Tensão do limite de escoamento e tensão de ruptura
- [σ_c] Tensão crítica
- [σ^{VM}] Tensão equivalente de Von Mises

$[\sigma_{x,y,z}$ e $\sigma_{r\theta}]$ Campo de tensão em coordenadas cartesianas e polares
 $[\tau_{x,y,z}]$ Campo de cisalhamento em coordenadas cartesianas
 $[\epsilon_{x,y,z}]$ Deslocamento em coordenadas cartesianas
 $[\gamma_{x,y,z}]$ Distorção em coordenadas cartesianas
 $[\nu]$ Coeficiente de Poisson
 $[E]$ Módulo de Young
 $[F_x, F_y]$ Componentes de força no corpo por unidade de volume
 $[\phi$ e $\Phi]$ Função tensão de Airy e função tensão de Westergaard
 $[U(x, y)]$ Formulação de Muskhelishvili em função de z , ϕ e Ψ
 $[G]$ Módulo de Rigidez
 $[\Gamma]$ Contorno orientado no sentido anti-horário ao redor da área tensionada
 $[T$ e $n]$ Vetor de tensão normal à Γ e vetor unitário normal
 $[W]$ Energia de deformação por unidade volumétrica
 $[q]$ Fluxo de calor
 $[v]$ Velocidade de soldagem
 $[Q]$ Taxa de energia fornecida
 $[\eta]$ Eficiência do processo de soldagem
 $[q_f]$ Fluxo de calor na parte frontal da Dupla-Elipsoidal de Goldak
 $[q_r]$ Fluxo de calor na parte traseira da Dupla-Elipsoidal de Goldak
 $[f_f, f_r]$ Fração de calor depositado na parte frontal e traseira
 $[q_c]$ Fluxo de calor devido à convecção
 $[h_c]$ Coeficiente de transferência de calor por convecção
 $[\sigma_b]$ Constante de Stefan-Boltzman
 $[q_r]$ Fluxo de calor devido à radiação
 $[h_{total}]$ Coeficiente de troca térmica total
 $[h_r]$ Coeficiente de transferência de calor por radiação
 $[P_P$ e $P_S]$ Pressão de projeto e de serviço do vaso do reator
 $[T_P$ e $T_S]$ Temperatura de projeto e de serviço do vaso do reator
 $[\sigma_{esc}^P]$ Tensão limite de escoamento na temperatura de projeto
 $[K_{IC}^P]$ FIT na temperatura de projeto
 $[K_{IC}^{P,N}]$ FIT na temperatura de projeto sob efeito da radiação neutrônica

SUMÁRIO

1	Introdução	19
1.1	Fratura em Estruturas Soldadas	20
1.2	Caso Exemplo	23
1.3	Objetivo	25
1.4	Estrutura do Trabalho	26
2	Mecânica da Fratura	27
2.1	Introdução	27
2.2	Mecanismos de Falha	28
2.3	Trincas	30
2.4	Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE)	31
2.5	Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP)	48
2.6	Critério <i>Leak-Before-Break</i>	51
2.7	Método de Elementos Finitos	54
2.8	Fragilização Pós-Irradiação Neutrônica	56
3	Tensões Residuais em Juntas Soldadas	58
3.1	Introdução	58
3.2	Estruturas Soldadas	59
3.3	Processos de Soldagem	60
3.4	Análise Térmica	65
3.5	Tensões Residuais Decorrentes da Soldagem	72
3.6	Análise das Tensões Residuais	76
4	Modelo Proposto	83

4.1	Introdução	83
4.2	Metodologia Proposta	84
4.3	Passo 1: Definição da Malha de Elementos Finitos	85
4.4	Passo 2: Validação do Modelo de Análise Térmica	88
4.5	Passo 3: Validação do Modelo de Análise da Tensão Residual	94
4.6	Passo 4: Validação do Modelo de Análise da Fratura	96
5	Caso Exemplo	101
5.1	Introdução	101
5.2	Reator Nuclear de Angra 1	102
5.3	Considerações Gerais	107
5.4	Passo 1: Definição da Malha de Elementos Finitos	107
5.5	Passo 2: Solução do Modelo de Análise Térmica	112
5.6	Passo 3: Solução do Modelo de Análise da Tensão Residual	113
5.7	Passo 4: Solução do Modelo de Análise da Fratura	115
6	Conclusões e Recomendações	126
6.1	Conclusões	126
6.2	Recomendações	127
	Referências	128
	Apêndice A – Pressões internas	133
	Apêndice B – Função Complexa de Tensão de Muskhelishvili	135

1 INTRODUÇÃO

A análise rigorosa da fratura de uma estrutura requer a definição das suas condições de projeto e fabricação.

Entretanto, muitas estimativas são frequentemente requeridas por causa de um conjunto imprevisível de imperfeições nos materiais utilizados, imprecisões em processos decorrentes de variantes da Natureza e do Homem ou ainda em razão da complexidade da análise e custos relacionados.

Com o avanço da tecnologia empregada tanto em projetos quanto em processos e dos avanços na computação, o erro ou a imprecisão relacionada a tais estimativas vem baixando com o decorrer dos anos.

Além disso, os problemas relacionados à fratura mecânica há muitas décadas são objetos de interesse da sociedade principalmente em razão da dependência crescente desta pelos mais variados tipos de equipamentos mecânicos e da consequente preocupação dos danos eventualmente causados por falhas.

As falhas que poderiam gerar desastres são pouco frequentes em um sentido absoluto. Entretanto, com o aumento de instalações como as de estruturas nucleares, por exemplo, há boas razões para acreditar que os acidentes possam ficar mais frequentes. Os eventos raros causados por imprevistos como o tsunami que provocou o acidente nuclear de Fukushima, desafiam o entendimento comum a respeito do risco para uma elaboração adequada das condições de projeto.

Este trabalho visa à contribuição científica no campo da análise da fratura onde é necessário considerar a complexidade tridimensional das tensões residuais decorrentes de processos de soldagem.

1.1 Fratura em Estruturas Soldadas

Alguns dos exemplos mais espetaculares de fratura ocorreram com os **Liberty-Ships** americanos durante a Segunda Guerra Mundial. Esses navios foram construídos para transportar homens e materiais através do Oceano Atlântico. Conforme Pommier et al. (2011), alguns desses navios foram encontrados com enormes trincas, como visto aqui na figura 1. Essas rupturas aconteceram durante a noite, enquanto estavam ancorados, à espera de partir. Em baixas temperaturas e ao redor das soldas, o material tornou-se frágil e as tensões residuais introduzidas durante a soldagem corroboraram para a propagação de trincas que levaram à fratura do casco no navio.

Figura 1: Fotografia da ruptura de um **Liberty-Ship** durante o inverno de 1941; (POMMIER et al., 2011, fig.1)

Segundo Gonçalves (1987), os maiores valores de dureza ocorrem na zona termicamente afetada pelo calor (ZTA), nas proximidades da linha de fusão. A figura 2 apresenta os resultados do teste de dureza, limite de ruptura, limite de escoamento e do alongamento através de uma junta soldada, obtidos por ensaios micromecânicos.

Esses ensaios não levam em consideração a existência de trincas; para tal são necessários ensaios especiais.

A ASTM ¹ normatiza o método para a obtenção da tenacidade à fratura, medida pelo fator de intensidade de tensão crítica, que é uma propriedade do material, independentemente da geometria e da solicitação, mostrando, portanto, a resistência para a propagação de uma trinca de modo frágil.

¹American Society for Testing and Materials

Figura 2: Variação da dureza, limite de ruptura, limite de escoamento e alongamento em uma junta soldada; (GONÇALVES, 1987, p. 2.8)

Existem diversas formas de análise da fratura que são revisadas mais adiante. Dependendo do tipo de ruptura, podem destacar os seguintes procedimentos: cálculo da taxa de liberação de energia elástica (G), o fator de intensidade de tensão (FIT) já citado, o J Integral e o deslocamento de abertura na ponta da trinca (CTOD).

São apenas tipos de parâmetros que fornecem critérios relacionados à propagação da fissura e dependem do sistema de carregamentos atuantes, bem como das tensões residuais relacionadas ao processo de soldagem, da geometria da estrutura e do tamanho da trinca.

Um exemplo de estrutura mecânica de grande interesse no campo da fratura é o vaso de pressão, pois deriva de uma preocupação genuína em virtude do impensável desastre ambiental e humano por eventuais falhas. Os vasos de pressão são largamente utilizados em indústrias químicas, petroquímicas, alimentícias, siderúrgicas, nucleares, de mineração etc. na realização de processos de transformação de matérias-primas visando a um produto final.

Segundo o artigo de Ladokun et al. (2010), a taxa de acidentes envolvendo vasos de pressão incluindo fatalidades é alta. Entre os anos de 1992 e 2001 a *National Board of Boiler and Pressure Vessel Inspectors* reportou 23.338 acidentes com 127 fatalidades.

Tais acidentes foram causados pelas mais diferentes razões, como falha de projeto, erro do operador, falha na manutenção, mudança nas condições de serviço, instalação

imprópria, corrosão, fadiga, existência de trincas e de tensões residuais consequentes do processo de soldagem, entre outras.

Portanto, mesmo com o avanço tecnológico na área de computação a análise de fraturas possui ainda grandes desafios.

Este trabalho é particularmente motivado pela possibilidade de falha mecânica decorrente de imperfeições da solda.

As principais imperfeições de solda incluem porosidade, falta de penetração, falta de fusão, inclusão de escórias, corte, desalinhamento, fragilização do material, alteração das propriedades metalúrgicas e mecânicas do material na zona de solda, tensões e deformações residuais. O tamanho e a frequência da imperfeição dependem do processo de soldagem, geometria de soldagem incluindo facilidade de acesso para esta e, não obstante, o conjunto de procedimentos e cuidados relativos à soldagem.

Essas imperfeições têm características diferentes e, na maioria dos casos, são difíceis e dispendiosas para serem detectadas e definidas de forma não destrutiva. A maioria das fissuras em estruturas soldadas origina-se de um ponto de solda ou de uma terminação de solda e não de imperfeições internas (WAHAB; ALAM, 2004).

Diferentes imperfeições de solda estão ilustradas na figura 3.

Figura 3: Diferentes imperfeições de solda em uma junta de topo; adaptada de Wahab e Alam (2004, p. 932)

Segundo Gonçalves (1987), essas imperfeições são classificadas em três tipos:

- Defeitos físicos: trincas, poros e incrustações;
- Alteração das propriedades metalúrgicas e mecânicas do material na zona da solda;
- Tensões e deformações residuais.

As dilatações térmicas geram deformações e tensões residuais que, num cenário de eventual existência de defeito físico e carregamentos externos, contribuiriam para a sua fratura.

As deformações residuais podem ser obtidas de forma experimental, analítica ou numérica.

O campo de tensões residuais obtido através da simulação numérica requer a modelagem do processo de soldagem através de uma análise térmica transiente e de análise estrutural. O método de elementos finitos é uma boa ferramenta para essa análise.

Tais aspectos, que já motivaram incontáveis trabalhos, ainda oferecem desafios de modelagem e aplicação.

1.2 Caso Exemplo

A solda pode vir a favorecer uma cadeia de eventos que pode desencadear uma falha mecânica na estrutura dos equipamentos.

Existem equipamentos com alta complexidade de manufatura que, conseqüentemente, possuem mais chances de falhas, como os vasos de pressão.

Esses equipamentos são compostos por tampos inferiores e superiores, podendo se apresentar nos formatos: cônico, elíptico, toriesférico, esférico ou por um corpo cilíndrico. As várias partes dos vasos de pressão são fabricadas de chapas metálicas conformadas e unidas por meio de processos de soldagem.

Dessa maneira, as juntas soldadas em equipamentos de pressão tornam-se as áreas mais críticas, estando sujeitas a falhas mecânicas.

Ainda assim, vale ressaltar que as probabilidades de falha de equipamentos mecânicos sujeitos a pressão são extremamente pequenas, devido aos grandes avanços na área de materiais, das normas utilizadas para o projeto dessas estruturas, por exemplo, o código ASME², e de lições aprendidas em projetos mecânicos anteriores. Porém, mesmo com os aprimoramentos da tecnologia, ainda existem falhas de fabricação de equipamentos, principalmente no que envolve os processos de soldagem.

Já as rupturas podem ocorrer de um modo frágil ou dúctil, dependendo do material, do processo de soldagem e do nível de solicitação em serviço. Isso é mais uma motivação

²The American Society of Mechanical Engineers

para a análise integrada dos riscos inerentes.

Para se entender onde tais imperfeições devido a trincas têm maior probabilidade de ocorrer, cita-se o trabalho de Pimenta (2006), com o exemplo da produção de um vaso de pressão que consiste basicamente da união de seus diversos componentes, como tampos e corpo cilíndrico, através da aplicação de processos de soldagem a arco elétrico. As juntas soldadas presentes nesse tipo de estrutura podem ser visualizadas na figura 4. Ressalta-se que o entendimento da solda e suas consequências são de extrema importância para o projeto e fabricação desses itens, já que a ocorrência de uma falha mecânica pode levar a perdas de vidas, prejuízos a comunidades no entorno da planta industrial e perdas da unidade.

Figura 4: Soldas presentes em um vaso de pressão, incluindo as categorias de solda; (BARBAN, 2014)

Resumidamente, menciona-se a seguir, para esse caso, a categorização das soldas segundo o código ASME:

- Categoria A: são as soldas principais, as quais são solicitadas por maiores tensões, como soldas longitudinais, soldas de tampo e de ligação entre o tampo hemisférico e costado;
- Categoria B: são as soldas onde atuam tensões de menor intensidade, como as soldas circunferenciais e soldas de ligações entre tampos conformados, excluindo o tampo hemisférico, com o corpo do equipamento;
- Categoria C: relacionada às soldas para conexão de flanges;
- Categoria D: relacionada às soldas que conectam os bocais ao corpo principal.

Logo, uma eventual trinca localizada dentro do vaso, próxima à linha de solda longi-

tudinal, cujos arredores sofra a ação do campo de tensões residuais derivadas do processo de soldagem e da ação concomitante das tensões externas resultantes da pressão interna do vaso representaria grande risco, com maior possibilidade de fratura.

Este trabalho teve motivação na busca de uma solução para problemas como esse, levando-se em conta o desafio de encontrar mais precisão através de uma abordagem que permitisse a integração dos fenômenos no mesmo tipo de análise.

1.3 Objetivo

O objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia que permite a análise da fratura pela obtenção do campo complexo de tensões tridimensionais na ponta da trinca avaliando seus diferentes tamanhos e utilizando uma única malha de elementos finitos do início ao fim da simulação numérica.

O campo das tensões tem origem em carregamentos externos e internos – como tensões térmicas ou residuais oriundas de um processo de soldagem cuja modelagem também é parte da metodologia apresentada.

A análise da fratura é realizada mediante a proposta de um modelo numérico-computacional aplicado a estruturas mecânicas que possam conter trincas tridimensionais submetidas a um sistema complexo de tensões residuais.

Esta metodologia se diferencia por possibilitar que o campo de tensões residuais reformule-se com a propagação da trinca sem a alteração da malha, permitindo assim a avaliação mais realista do fenômeno.

A pesquisa focou na avaliação das imperfeições que têm influência preponderante no fenômeno de fratura frágil em uma estrutura soldada, isto é, de uma trinca hipoteticamente causada pela fragilização do aço devido à soldagem e avaliada pelo fator de intensidade de tensão, levando-se em conta a distribuição complexa das tensões residuais sensível ao tamanho da trinca.

O estudo proposto possui um caráter determinístico, apesar das incertezas e aleatoriedades dos vários parâmetros envolvidos, por exemplo, as propriedades mecânicas dos materiais, os carregamentos, os defeitos físicos e as tensões residuais, mas numa abordagem de análise integrada dos riscos.

Para tanto, a literatura relacionada às fraturas mecânicas e campos de tensões residuais em juntas soldadas é devidamente revisada.

Para a implementação do modelo numérico-computacional, utiliza-se o método dos elementos finitos por ser uma ferramenta comprovadamente eficiente para essa análise.

Espera-se encontrar mérito quanto à medida da abrangência e exequibilidade dessa análise em seu emprego e em outros estudos.

1.4 Estrutura do Trabalho

Este trabalho é dividido em seis capítulos, incluindo a *Introdução*.

Os capítulos 2 e 3 são relacionados à *Revisão Bibliográfica*. O Capítulo 2 – *Mecânica da Fratura* – trata da revisão sobre a fratura mecânica, abordando as análises teóricas e numéricas, especificamente relacionada à obtenção da taxa de liberação de energia elástica (G), o fator de intensidade de tensão (FIT), o J Integral e o deslocamento de abertura na ponta da trinca (CTOD³). O Capítulo 3 – *Tensões Residuais em Juntas Soldadas* – refere-se à revisão da análise das tensões residuais em juntas soldadas, discorrendo sobre os processos de soldagem e da análise térmica para a obtenção dos campos de tensões residuais.

O Capítulo 4 – *Modelo Proposto* – possui passos ou procedimentos para a análise da fratura, considerando o campo das tensões residuais originado como consequência dos efeitos de dilatação térmica devido à soldagem. A metodologia descreve os procedimentos para a utilização da mesma malha de elementos finitos do início ao fim do processo e mesmo para diferentes tamanhos de trinca. São realizadas as validações, respectivamente, dos modelos de análise térmica, do campo de tensões residuais e da fratura.

O Capítulo 5 – *Caso Exemplo* – descreve a solução de um caso exemplo, cuja complexidade desafia a utilização do modelo. O caso é relacionado à análise de fratura do vaso de pressão do reator nuclear de Angra 1.

O Capítulo 6 – *Conclusão e Recomendação* – apresenta a conclusão deste trabalho, trazendo uma autoavaliação sobre os resultados obtidos, das simplificações empregadas, fazendo uma reflexão sobre melhorias que poderiam ser realizadas que ficam como recomendações para novas pesquisas.

³*Crack Tip Opening Displacement.*

2 MECÂNICA DA FRATURA

2.1 Introdução

A integridade estrutural, principalmente de grandes componentes, é fundamental por questões econômicas, ambientais e de segurança. Essa é a principal motivação do estudo da mecânica da fratura, que, de acordo com Anderson (2005), é definida como a disciplina que visa quantificar as condições sob as quais um componente poderia falhar devido ao crescimento de uma trinca dominante contida nele.

Por essa razão, temas relacionados à análise dos riscos de possíveis falhas catastróficas em componentes mecânicos já são estudados há dezenas de anos. Entretanto, com o rápido desenvolvimento dos computadores, foi possível adotar técnicas numéricas viáveis e com boa precisão. Tais técnicas permitem a análise de modelos com geometrias mais difíceis e condições de cargas mais complexas.

Assim sendo, o presente capítulo propõe explicar:

- (i) alguns dos principais mecanismos de falha em uma estrutura mecânica;
- (ii) a classificação das trincas por localização e forma de propagação;
- (iii) o critério de Leak-Before-Break (LBB), que permite a avaliação do tipo de falha, i.e., se o defeito poderia ou não levar a uma falha catastrófica;
- (iv) a revisão da teoria da elasticidade para analisar o cálculo do campo de tensões ao redor da trinca por Airy e Westergard, incluindo a demonstração do cálculo das tensões na parede de um vaso de pressão devido à pressão interna;
- (v) uma revisão geral dos fundamentos da fratura linear elástica (MFLE) e elasto-plástica (MFEP).

2.2 Mecanismos de Falha

O objetivo geral da mecânica da fratura é a determinação do tamanho e da taxa de variação da forma de uma trinca existente que leva à diminuição da resistência dos materiais e, eventualmente, pode provocar a sua fratura.

Resistência à fratura, conforme Zhu e Joyce (2012), é normalmente usado como um termo genérico para medidas de resistência de materiais ao aumento de uma fissura, restrito a resultados dos testes de mecânica da fratura, descrevendo a propriedade do material para uma trinca não conduzir a uma fratura.

Retornando no tempo, foi a partir do final do século XIX que começou o rápido desenvolvimento da mecânica dos materiais. Notadamente, em Berlin, graças aos esforços de Helmholtz e Werner Siemens, foram organizados congressos (1883-1887) que atraíram muitos engenheiros e físicos interessados em propriedade mecânica dos materiais e física dos sólidos com trabalhos orientados à indústria, gerando assim trabalhos conjuntos. Em seguida, foram criados grandes laboratórios na Inglaterra e Estados Unidos para estudos das propriedades mecânicas dos materiais (TIMOSHENKO, 1983).

Segundo Broek (1986), o vasto aumento do emprego de metais do final do século XIX, como em trilhos, rodas e eixos, foi seguido por numerosos acidentes. No início do século XX, com a introdução de processos de soldagem para a manufatura de estruturas mais complexas de engenharia, como em pontes, navios, locomotivas, vasos de pressão etc., uma nova era de acidentes se iniciou, promovendo um grande esforço investigativo principalmente nos Estados Unidos.

Métodos de análise de tensões foram sendo desenvolvidos, o que ampliou a confiança na determinação das tensões locais.

As trincas são as mais graves formas de descontinuidade por serem fortes concentradoras de tensões. Além disso, são defeitos inevitáveis das estruturas, por melhor que seja a fabricação de seus componentes.

Numa estrutura soldada, a trinca tem origem devido à fragilização, dilatação/contração ou ainda falta de preenchimento ocorrida na região da solda, que, por sua vez, pode originar-se de diversas formas, como do resultado de tratamentos térmicos, presença de hidrogênio e de mudanças estruturais.

Logo, como consequência das características de projeto (geometria e propriedades do material) e fabricação (usinagem, soldagem) e das condições de serviço (pressão, tempera-

tura, tempo de uso, repetição de cargas), as trincas existentes podem se propagar e levar à fratura.

Percebeu-se que mesmo estruturas projetadas com metais altamente resistentes fraturam, pois podem apresentar baixa resistência a trincas.

A fratura é considerada dúctil quando ocorre com deformação plástica à frente da trinca, reagindo ao crescimento da mesma, considerada estável.

A fratura frágil ocorre quando existe uma relativa pequena deformação plástica na ponta da mesma, que pode se propagar rapidamente mesmo sem aumento de tensões (instável).

Fraturas induzidas por pequenas trincas sob baixa tensão são similares a fraturas frágeis em estruturas metálicas soldadas. Nesses casos, há deformações plásticas muito pequenas e por isso a fratura é considerada frágil ainda que o micromecanismo de separação seja similar a uma fratura dúctil.

Possivelmente, a ocorrência de fratura sob baixos carregamentos em materiais de alta resistência foi a motivação inicial para o desenvolvimento científico da Fratura Mecânica e Griffith é considerado o pai da mecânica da fratura.

Define-se a tenacidade à fratura como propriedade que quantifica a resistência à propagação de uma trinca.

As dimensões críticas dos defeitos, bem como de suas posições, que podem provocar rupturas catastróficas sob as condições de tensões existentes, são determinadas em função da tenacidade do material.

A avaliação de uma estrutura, no tocante à fratura, deve considerar: as tensões atuantes na estrutura; propriedades do material; resistência do material à fratura e a força motriz de crescimento da trinca.

A mecânica da fratura linear elástica (MFLE) é aplicada quando a deformação não linear do material é restrita a uma região muito pequena próxima à ponta da trinca. Para os materiais frágeis, estabelece-se um critério para falhas catastróficas. Os parâmetros clássicos são: (i) Taxa de liberação de energia elástica (G) e (ii) Fator de Intensidade de Tensão (K).

A mecânica da fratura elasto-plástica (MFEP) é aplicada quando existe uma região extensa de material sujeita à deformação plástica antes da propagação da trinca. Os parâmetros clássicos são: (i) J integral e (ii) Deslocamento da abertura da ponta da

trinca (CTOD).

Sugere-se a leitura do artigo de Okada e Ohata (2013), em que os parâmetros relacionados à análise de fratura (G , K , J e $CTOD$) são comparados entre si.

2.3 Trincas

As trincas podem ser classificadas pela localização e pela forma com que se propagam. A figura 5 aponta alguma das possíveis localizações de uma trinca em uma geometria cilíndrica e plana. Para o caso específico de um vaso de pressão, as formas reais ou viáveis

Figura 5: Geometria cilíndrica e plana para a observação das formas de trinca; adaptado de Vitale e Beghini (1990, p. 294)

de como as trincas podem se propagar são descritas a seguir.

Formas de Trinca:

- (i) Superficial, que pode ocorrer no sentido da espessura por um mecanismo chamado *Leak-Before-Break* (vazamento antes da falha) – figura 6;

Figura 6: Forma 1: Sentido da trinca superficial através da espessura; adaptado de Gonçalves (1987, p. 4.2)

- (ii) Superficial com profundidade constante ao longo de todo o seu comprimento, estendendo-se por uma grande região da estrutura – figura 7;

Figura 7: Forma 2: Sentido da trinca superficial de grande comprimento; adaptado de Gonçalves (1987, p. 4.2)

- (iii) Através de toda a estrutura com comprimento constante, podendo se propagar ao longo de seu comprimento – figura 8.

Figura 8: Forma 3: Sentido da trinca de pequeno comprimento através da espessura; adaptado de Gonçalves (1987, p. 4.2)

As duas últimas formas representam casos simplificados. Por essa razão, a primeira forma (*Leak-Before-Break*) é revisada com atenção mais adiante.

2.4 Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE)

A Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) define os processos mecânicos que provocam a fratura da estrutura. Tem como base a mecânica dos sólidos: aplica a física de tensão e deformação, particularmente as teorias da elasticidade e plasticidade, e permite a análise de materiais lineares elásticos.

Materiais de alta resistência ao escoamento usualmente possuem baixa tenacidade à fratura. Por essa razão, esses métodos são utilizados para materiais frágeis, desde que o tamanho da zona plástica na ponta da trinca seja pequeno comparado ao tamanho da trinca, ou seja, plasticidade na ponta da trinca é muito restrita (ANDERSON, 2005).

Em relação à MFLE são abordados os dois parâmetros mais importantes: taxa de liberação de energia elástica (de alívio ou dissipação), representada por G , e o fator de intensidade de tensão, FIT (utilizado no estudo de caso).

Taxa de Liberação de Energia Elástica (G) - Griffith

Griffith (1921) propôs existir um balanço de energia que consiste de uma queda de energia potencial de um corpo sobre tensão (σ) devido à extensão de uma trinca, sendo essa queda balanceada pelo aumento da energia de superfície devido ao aumento da superfície da trinca (dS), conforme demonstrado a seguir.

Define-se: E é o módulo de elasticidade ou de Young, θ é o ângulo do elemento em relação ao plano da trinca, dy é a unidade de altura e ν é o coeficiente de Poisson.

- (i) Energia inicial de deformação U_0 por espessura, excluindo a trinca

$$U_0 = \int_S \frac{\sigma^2}{2E} dS \quad (2.1)$$

- (ii) Energia elástica de deformação U_a , incluindo a trinca

Dado um elemento ds numa trinca elíptica de comprimento $2a$ e largura dx , a força de tração é relaxada de σdx a zero.

$$U_a = -4 \int_0^a \frac{1}{2} \sigma dxv$$

onde o deslocamento é: $v = \frac{\sigma}{E} a \sin \theta$ (2.2)

e fazendo: $x = a \cos \theta$

$$U_a = \frac{\pi \sigma^2 a^2}{E}$$

- (iii) Trabalho F devido a carregamento externo

A força f_0 resultante, relacionada ao carregamento externo, é responsável por um deslocamento relativo δv .

$$F = \int_v^{v+\delta v} f_0 dy \quad (2.3)$$

- (iv) Energia potencial ou interna de um corpo

$$U_p = U_0 + U_a - F \quad (2.4)$$

- (v) Energia de superfície criada devido à resistência ao aumento de uma nova superfície é definida por W_S

(vi) Variação da Energia Elástica Total

$$\frac{d}{da}(U_a - F + W_S) = 0 \Rightarrow \frac{d}{da}(F - U_a) = \frac{d}{da}W_S \quad (2.5)$$

Figura 9: (a) Placa 2D trincada de extremidades fixas sob tensão e (b) Representação da Energia Elástica; adaptado de Broek (1986, p. 15)

No gráfico (figura 9), a energia elástica contida na placa 2D trincada é dada pela área OAB. Quando a trinca cresce da , a energia elástica é dada pela área OCB. Nesse caso, a área representada por ODE é a quantidade disponível de energia para a trinca crescer. Logo, a condição de crescimento da trinca é obtida conforme a equação 2.5 e reescrita utilizando-se o conceito da taxa de liberação de energia elástica, G , que é a força motriz de crescimento da trinca, e R é a força de resistência à trinca (equação 2.6).

(vii) Taxa de liberação de energia elástica, G

$$G = \frac{d}{da}(F - U_a) = \frac{\pi\sigma^2a}{E} \quad (2.6)$$

$$R = \frac{d}{da}W_S \quad (2.7)$$

Segundo Zhu e Joyce (2012), R é independente do tamanho da trinca e no estado plano de deformação varia com o crescimento da trinca.

Supondo um material isotrópico, a fratura ocorre quando a tensão σ aplicada for

maior que a tensão de escoamento σ_{esc} desse material.

$$\sigma = \left(\frac{E G}{\pi a} \right)^{\frac{1}{2}} = \sigma_c = \sigma_{esc}$$

para o estado plano de tensão

$$\sigma = \left(\frac{E G}{\pi a(1 - \nu^2)} \right)^{\frac{1}{2}} = \sigma_c = \sigma_{esc}$$

para o estado plano de deformação

(2.8)

$\therefore G_c = \frac{\pi \sigma_c^2 a}{E}$ é a taxa de liberação de energia crítica. A fratura ocorre quando $G = G_c$.

Se considerarmos a placa tridimensional de espessura B e carga P , conforme a figura 10, a aplicação da carga é proporcional a v . Se a trinca cresce da haverá um deslocamento relativo dv .

Figura 10: Placa 3D trincada; adaptado de Broek (1986, p. 116)

$$G = \frac{d}{da}(F - U_a) = \frac{1}{B} \left(P \frac{dv}{da} - \frac{dU_a}{da} \right)$$
(2.9)

Define-se o parâmetro chamado *Compliance*, representado por C que esclarece a relação de proporcionalidade entre o deslocamento v e o carregamento P , tal que $C = v/P$, que é o reverso da rigidez.

$$C = \frac{L}{WBE}$$
(2.10)

onde L é o comprimento de uma placa sem trinca, W é a largura, B é a espessura e E é

o módulo de Young.

A energia elástica contida na trinca é $U_a = 1/2 P v = 1/2 C P^2$

Resolvendo a equação 2.9, derivando por partes:

$$G = \frac{1}{B} \left(P^2 \frac{\partial C}{\partial a} + C P dP da - \frac{1}{2} P^2 \frac{\partial C}{\partial a} - C P dP da \right) = \frac{P^2}{2B} \frac{\partial C}{\partial a} \quad (2.11)$$

Logo:

$$G = \frac{P^2}{2B} \frac{\partial C}{\partial a} = \frac{1}{B} \left(\frac{dU_a}{da} \right) \quad (2.12)$$

Logo, G é sempre igual a derivada da energia elástica.

Modos de Fratura

A trinca em um sólido pode ser perturbada por 3 modos de carregamento (unicamente ou combinados), conforme ilustrado a seguir.

Figura 11: Os modos de carregamento; adaptado de Passagem (2011, p. 71)

- (i) MODO I: modo de abertura, dado por pressões normais. A propagação da trinca ocorre sempre na direção perpendicular ao plano de carregamento;
- (ii) MODO II: modo de deslizamento, dado por um deslocamento ou escorregamento que acontece em um plano perpendicular ao plano de contorno da trinca – efeito de cisalhamento no plano;
- (iii) MODO III: modo de rasgamento, dado por um cisalhamento antiplano. Acontece no plano paralelo ao plano de contorno da trinca.

O MODO I é o mais importante pois é o mais comum em aplicações práticas. Não havia interesse em avaliar ou estudar a propagação da trinca para os MODOS II e III. Nos anos 1960, Erdogan e Sih (1963) e Knauss (1970) fizeram alguns estudos sobre a propagação da trinca nesses MODOS.

A superposição dos três modos descreve o caso geral de trinca.

Assim, pelo chamado princípio da superposição, se o material tiver comportamento elástico linear, G pode ser genericamente representado da seguinte forma:

$$G = G_1 + G_2 + G_3 \quad (2.13)$$

Fator de Intensidade de Tensão (FIT)

Baseado nas teorias da elasticidade linear, o campo de tensões próximo da trinca é uma função da posição, das condições de carregamento e da geometria do material, representado por $\sigma_{trinca}(posição, carregamento, geometria)$.

A localização da trinca pode ser representada por um sistema de coordenadas polares e os termos de carregamento e geometria são agrupados através do parâmetro $K \equiv K(\sigma^{carregamento, geometria})$, proposto por Irwin em 1957.

De forma simplificada, o fator intensidade de tensão e as tensões são generalizados conforme as equações representadas em 2.14.

$$K = \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (2.14)$$

Existem diversos métodos para a obtenção dos fatores de intensidade de tensão, inclusive para uma mesma configuração de trinca e carregamento, distinguindo-se pela acurácia e condições de projeto, conforme Tada e Irwin (2000).

Na prática, calcula-se o fator de intensidade de tensão K baseado no campo de tensões na ponta da trinca, comparando-o com a tenacidade à fratura do material.

A tenacidade à fratura ou fator de intensidade de tensão crítico K_C , dependente do material ($K_C^{material}$) é revisada mais adiante. As informações de K_C dos materiais mais comuns estão disponíveis em manuais/tabelas de engenharia.

O fator de intensidade de tensão K não pode exceder a K_C como métrica de avaliação de fratura.

A distribuição de tensão próxima da ponta da trinca pode ser caracterizada pelos fatores de intensidade de tensão, K_i , para cada modo de trinca.

Os fatores de intensidade de tensão podem ser obtidos analiticamente para um pequeno número de casos, mas, em geral, são necessárias aplicações de métodos numéricos com aproximação de valores. Mesmo assim, hipóteses simplificadoras são usualmente consideradas guiando os esforços de aperfeiçoamento em ambos os casos.

À medida que a complexidade dos problemas aumenta, algumas soluções podem incluir princípio da superposição ou por análise de composição.

Como a MFLE tem base na teoria da elasticidade, a análise dos diferentes campos de tensão sobre um mesmo ponto de trinca num determinado corpo ou estrutura pode ser feita através da soma dos fatores de intensidade de tensão. Exemplos: carregamentos combinados axiais e de flexão, carregamento externo combinado com concentração de forças etc., tal que sempre $K_{TOTAL} = K_I + K_{II} + K_{III}$.

Para solucionar tais problemas, existem diversos métodos para calcular o fator de intensidade de tensões em corpos com trincas.

Soluções-padrões para geometrias específicas são, em geral, obtidas através de métodos clássicos de elasticidade com a aplicação de funções complexas de tensões.

Como comentado anteriormente, a complexidade do problema pode ser grande, tal que as condições de contorno relacionadas às características geométricas do corpo com trinca geram condições de contorno impeditivas para soluções fechadas. Neste caso, são consideradas soluções numéricas, como o método de elemento finito.

Existem também métodos experimentais para a obtenção do fator de intensidade de tensão em estruturas trincadas, como métodos de interferometria, método fotoelástico, método inverso de crescimento à fadiga etc., cujas revisões não estão incluídas neste trabalho.

Além disso, na mecânica da fratura linear elástica é prevista uma tensão infinita na ponta da trinca, que é impossível para os materiais reais, pois haverá alguma plastificação impedindo que as tensões alcancem valores singulares.

A região de plasticidade próxima à ponta da trinca desenvolve-se sempre que as tensões excederem a tensão limite de escoamento do material.

Com referência à figura 12 e considerando que $\theta = 0$ para as tensões atuantes diretamente à frente da trinca, então a tensão elástica $\sigma_y = K/\sqrt{2\pi r}$ excederá a tensão limite

de escoamento (σ_{esc}) a alguma distância r da ponta da trinca.

Dessa forma, o contorno elasto-plástico é definido por $\sigma_{esc} = K/\sqrt{2\pi r}$ (figura 13).

Figura 12: Coordenadas medidas na linha de frente da trinca e os componentes do campo de tensão na ponta da trinca; adaptado de Tada e Irwin (2000, p. 1.2)

Figura 13: Distribuição aproximada da tensão σ_y em relação ao crescimento da trinca e considerando r_y ; adaptado de Broek (1986, p. 11)

Se a análise é conduzida em uma placa fina em comparação com as dimensões da trinca, então σ_z é zero; e se afirma que a placa está em **tensão plana** ou estado biaxial de tensões, o raio da zona plástica (r_y) é obtido conforme a equação 2.15.

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{esc}} \right)^2 \quad (2.15)$$

Para uma placa grossa, tal que $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$, a placa está em **deformação plana**

ou estado triaxial de tensões e r_y é obtido conforme a equação 2.16.

$$r_y = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{esc}} \right)^2 \quad (2.16)$$

Mesmo com os avanços computacionais, mais análises e modificações nas equações são necessárias considerando um vasto leque de possibilidades de carregamento e parâmetros de configuração de trincas. A figura 14 resume algumas das principais soluções para uma trinca semicircular - considere B a espessura da placa trincada, a o comprimento da trinca e c a largura da trinca.

Figura 14: Trincas semicirculares sob campos de tensões; adaptado de Newman, Raju e Fawaz (2007, p. 6)

Campos de tensão na ponta da trinca

A análise dos problemas de trincas no plano elástico tem intrigado engenheiros e matemáticos por muitas décadas. Muitos trabalhos foram feitos com a mais ampla abrangência de condições de carregamento e configurações de trinca.

As superfícies das trincas sofrem influência do campo de tensões próximo ou ao redor da ponta da trinca, nos três modos básicos já apresentados (Modo I, Modo II e Modo III).

Segundo Tada e Irwin (2000), uma das mais diretas maneiras de se obter as tensões para cada um dos modos de trinca foi elaborada por Irwin (1957) com base no método de Westergaard (1939).

A seguir são revisadas as teorias da elasticidade e as soluções obtidas com as funções de tensão de Airy e de Westergaard para a obtenção dos campos de tensão na trinca.

Teoria da Elasticidade

Os problemas estruturais possuem os estados de tensão e deformação que podem ser organizados e resolvidos da seguinte forma:

1. Leis Cinemáticas: apresentam as relações entre deformação e deslocamento.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.17)$$

2. Leis Constitutivas (lei de Hooke, no caso de materiais elástico-linear): apresentam as relações entre tensão e deformação. A relação constitutiva geral num modelo elástico pode ser escrita pela relação: $S_{ij} = C_{ijkl}e_{kl}$, onde S_{ij} e e_{kl} são, respectivamente, os tensores de tensão e de deformação e C_{ijkl} é o tensor constitutivo que os relaciona.

$$\left\{ \begin{array}{c} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cccccc} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{array} \right\}$$

$$\text{Ou ainda:} \quad (2.18)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cccccc} \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{array} \right\}$$

Lembrando que, no estado plano de tensão (EPT), $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ e, no estado plano de deformação (EPD), $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$, $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$.

3. Equações de Equilíbrio:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + F_y &= 0\end{aligned}\quad (2.19)$$

4. Equação de Compatibilidade

$$\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (2.20)$$

Quando as forças volumétricas são constantes ou nulas, as equações de compatibilidade para tensão plana e deformação plana se reduzem a equação diferencial de Laplace ou equação harmônica:

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) (\sigma_x + \sigma_y) &= 0 \\ \nabla^2 (\sigma_x + \sigma_y) &= 0\end{aligned}\quad (2.21)$$

Uma vez conhecidas as condições de contorno, essas equações permitem a determinação das três componentes de tensão nos problemas de EPT e EPD.

Logo, através de duas equações de equilíbrio e uma equação de compatibilidade (e três incógnitas), o problema relacionado à elasticidade plana pode ser resolvido.

Airy utilizou um artifício engenhoso para reduzir essas três equações a apenas uma equação, através do conceito de função tensão, ϕ .

A Função de Airy

A função de tensão de Airy ($\phi(x, y)$ ou $\phi(r, \theta)$) é capaz de satisfazer a condição de equilíbrio (com ausência de forças externas) e a condição de compatibilidade para problemas bidimensionais.

Considere ϕ que satisfaz as seguintes relações, respectivamente em coordenadas cartesianas e polares:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi(x, y)}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \phi(x, y)}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (2.22)$$

[Em coordenadas cartesianas]

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi(r, \theta)}{\partial \theta^2}, \quad \sigma_\theta = \frac{\partial^2 \phi(r, \theta)}{\partial r^2}, \quad \tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi(r, \theta)}{\partial \theta} \right) \quad (2.23)$$

[Em coordenadas polares]

A equação bi-harmônica (de compatibilidade) pode ser reescrita utilizando-se o operador de Laplace.

$$\nabla^4 \phi(x, y) = \nabla^2(\nabla^2 \phi(x, y)) \quad (2.24)$$

[Em coordenadas cartesianas]

$$\nabla^4 \phi(r, \theta) = \nabla^2(\nabla^2 \phi(r, \theta)) \quad (2.25)$$

[Em coordenadas polares]

Ou de forma explícita:

$$\frac{\partial^4 \phi(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \phi(x, y)}{\partial y^4} = 0 \quad (2.26)$$

[Em coordenadas cartesianas]

$$\frac{\partial^4 \phi(r)}{\partial r^4} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 \phi(r)}{\partial r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial \phi(r)}{\partial r} = 0 \quad (2.27)$$

[Em coordenadas polares]

A equação 2.27 possui a seguinte solução geral:

$$\phi(r) = C_1 + C_2.r^2 + C_3.ln(r) + C_4.r^2.ln(r) \quad (2.28)$$

Substituindo o resultado encontrado na equação 2.23, encontram-se as distribuições de tensões independentes de θ .

$$\begin{aligned} \sigma_r(r) &= \frac{1}{r} \frac{\partial \phi(r)}{\partial r} = 2C_2 + \frac{C_3}{r^2} + C_4(1 + 2ln(r)) \\ \sigma_\theta(r) &= \frac{\partial^2 \phi(r)}{\partial r^2} = 2C_2 - \frac{C_3}{r^2} + C_4(3 + 2ln(r)) \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \quad (2.29)$$

A Função de Westergaard

Dada a função complexa definida por:

$$Z(z) = \Re Z + i \Im Z \quad | z = x + i y \quad (2.30)$$

Utilizando a condição de Cauchy-Riemann para calcular dZ/dz , temos:

$$\frac{\partial \Re Z}{\partial x} = \frac{\partial \Im Z}{\partial y} = \Re \frac{\partial Z}{\partial z} \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial \Im Z}{\partial x} = -\frac{\partial \Re Z}{\partial y} = \Im \frac{\partial Z}{\partial z} \quad (2.32)$$

Desenvolvendo a equação de Laplace, obtemos:

$$\frac{\partial^2 \Re Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Re Z}{\partial y^2} = 0 \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial^2 \Im Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Im Z}{\partial y^2} = 0 \quad (2.34)$$

Na equação de Laplace as soluções são chamadas de funções harmônicas: a parte real e a parte imaginária de uma função analítica são funções harmônicas. Se duas funções harmônicas f e g satisfazem às equações de Cauchy-Riemann num determinado domínio, dizemos que g é uma função harmônica conjugada de f neste domínio.

As funções complexas possuem grande importância prática, pois satisfazem a equação de Laplace.

$$\nabla^2 \Re Z = \nabla^2 \Im Z = 0 \quad (2.35)$$

Westergaard, de acordo com Broek (1986), introduziu um tipo específico de função-tensão ϕ de Airy, usando uma função-tensão complexa analítica Ψ , da qual assume-se que suas integrais de primeira e segunda ordem existam:

$$\phi = \Re d\bar{\bar{\Psi}}(z) + i \Im \bar{\Psi}(z) \quad (2.36)$$

Tal que $\bar{\bar{\Psi}}(z)$ e $\bar{\Psi}(z)$ são primitivas de $\Psi(z)$.

Das equações 2.22 (de Airy) e 2.30 (de Westergaard), encontram-se os campos de tensões através das funções complexas de Westergaard:

$$\sigma_x = \Re Z - y \Im Z' \quad (2.37)$$

$$\sigma_y = \Re Z + y \Im Z' \quad (2.38)$$

$$\tau_{xy} = -y \Re Z' \quad (2.39)$$

As coordenadas situam-se na ponta da trinca.

Considerando o Modo I de trinca e as equações de equilíbrio 2.21, temos:

$$Z = \frac{\sigma z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \quad (2.40)$$

Se transladarmos a origem do sistema de coordenadas para a ponta da trinca (em $z = a$) e introduzirmos a variável $\eta = z - a$, obteremos uma nova forma da função complexa Z , representada agora por H , conforme descrito a seguir.

$$H = \frac{\sigma(\eta + a)}{\sqrt{(\eta + a)^2 - a^2}} \quad (2.41)$$

Próximo à ponta da trinca, onde $\eta \ll a$, podemos fazer a seguinte aproximação (feita no primeiro termo de uma expansão em série infinita):

$$H = \frac{\sigma a}{\sqrt{2a\eta}} = \sigma \sqrt{\frac{a}{2\eta}} \quad (2.42)$$

Reescrevendo a equação com a utilização de coordenadas polares (r, θ) com origem na ponta da trinca, tal que $\eta = re^{i\theta}$ temos:

$$H = \frac{\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{2r}} e^{-\frac{1}{2}i\theta} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} e^{-\frac{1}{2}i\theta} \quad (2.43)$$

com $r \ll a$.

Solução dos campos de tensão em função de K_i

Com referência às figuras 11 e 12 e ao desenvolvimento da função de Westergard (2.43) com a consideração de que $K_i = \sigma\sqrt{\pi a}$ (Broek (1986)), podemos obter os componentes de tensão através do cálculo de $\Re H$, $\Re H'$ e $\Im H'$:

MOD0 I:

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{(2\pi r)}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\
\sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{(2\pi r)}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\
\tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{(2\pi r)}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\
\sigma_z &= \nu(\sigma_x + \sigma_y), \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0, (EPD) \\
u &= \frac{K_I}{G} \sqrt{\left(\frac{r}{2\pi}\right)} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 - 2\nu + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \\
v &= \frac{K_I}{G} \sqrt{\left(\frac{r}{2\pi}\right)} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(2 - 2\nu - \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \\
w &= 0
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Utilizando as condições de contorno para o MOD0 II de trinca:

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{(2\pi r)}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\
\sigma_y &= \frac{K_{II}}{\sqrt{(2\pi r)}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\
\tau_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{(2\pi r)}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\
\sigma_z &= \nu(\sigma_x + \sigma_y), \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0, (EPD) \\
u &= \frac{K_{II}}{G} \sqrt{\left(\frac{r}{2\pi}\right)} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(2 - 2\nu + \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \\
v &= \frac{K_{II}}{G} \sqrt{\left(\frac{r}{2\pi}\right)} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(-1 + 2\nu + \operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \\
w &= 0
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Utilizando as condições de contorno para o MOD0 III de trinca:

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0 \\
\tau_{xz} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{(2\pi r)}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \\
\tau_{yz} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{(2\pi r)}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\
w &= \frac{K_{III}}{G} \sqrt{\left(\frac{r}{2\pi}\right)} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \\
u &= v = 0
\end{aligned} \tag{2.46}$$

Onde G é o módulo de rigidez, tal que $G = \frac{E}{2(2+\nu)}$

Lembrando que essas equações são para o EPD. Para o estado plano de tensões (EPT) considera-se $\sigma_z = 0$ e substitui-se o coeficiente de Poisson de ν para $\frac{\nu}{1+\nu}$.

A função de Airy/Westergaard é bastante limitada para resolver problemas de diferentes condições de contorno.

A função de tensão complexa de Muskhelishvili permite a resolução de problemas mais gerais e está resumido no Apêndice B.

É bom destacar que, conforme Tada e Irwin (2000), existem muitas expressões alternativas para o campo de tensões na ponta da trinca.

Das equações acima, podem-se extrair algumas considerações:

- (i) Vale a pena destacar que, para pontos infinitamente próximos da trinca, as tensões tendem ao infinito (pois $r \rightarrow 0$). Matematicamente, pode-se dizer que o ponto extremo de uma trinca apresenta uma singularidade, ou ainda, que é um ponto singular. Para as trincas em 3D, trata-se de uma linha singular. O fator intensidade de tensão define a amplitude dessa singularidade na ponta da trinca.
- (ii) Dadas as equações acima, destaca-se que as tensões em (r, θ) dependem exclusivamente dos fatores de tensão K_I , K_{II} e K_{III} . Portanto, se estes forem conhecidos, podem-se obter os campos elásticos de tensão e deslocamentos na borda extrema da trinca. Assim, o fator de intensidade de tensão é um parâmetro característico do estado tensional. Se forem utilizados os valores críticos dos FIT, obtêm-se os campos de tensões críticos.
- (iii) Qualquer trinca com os mesmos FIT terá o mesmo campo de tensão ao redor da trinca.

Tenacidade à Fratura

Como já foi apresentado, o valor crítico do FIT é representado por K_c e pode ser utilizado para que se avalie a tenacidade à fratura do material, desde que o tamanho da zona plástica seja pequeno o suficiente quando comparado com as dimensões do corpo de prova, conforme a figura 15.

Assim, o FIT tem relação com a geometria do corpo de prova e a espessura deve ser tal que se permita trabalhar no estado plano de deformação, não havendo variação de K .

Figura 15: Efeito da espessura no FIT; adaptado de Oliveira (2005, p. 8)

De acordo com a norma ASTM (1997, item 7)¹ e exaustivos trabalhos experimentais, os requisitos mínimos de tamanho do corpo de prova para determinar K_{IC} garantindo o comportamento elástico sob condições de deformação plana são baseados nos seguintes critérios:

$$\begin{aligned} a, B &\geq 2.5 \left(\frac{K_I}{\sigma_{esc}} \right)^2 \\ W &\geq 5 \left(\frac{K_I}{\sigma_{esc}} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.47)$$

tal que a é a largura da trinca, B é a espessura do corpo de prova e σ_{esc} é o limite de escoamento do material.

Essa regra é facilmente atendida para materiais de altíssima resistência mecânica, como o aço ABNT 4340, cuja espessura pode ser mínima, de poucos milímetros.

Para um aço de média resistência mecânica e alta tenacidade à fratura, como o aço A533 Grau B usado em reatores nucleares, a espessura deve ser muito maior, motivando ainda mais a necessidade do desenvolvimento de técnicas que caracterizem o comportamento à fratura de aços de altíssima tenacidade.

Portanto, o valor de K_c no estado de deformação plana é denotado por K_{Ic} e é denominado Tenacidade à Fratura, sendo considerado uma propriedade mecânica do material, dependente do limite de escoamento do material, de sua composição e microestrutura, temperatura e taxa de carregamento.

¹*Specimen Size, Configurations, and Preparation.*

2.5 Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP)

Como comentado anteriormente, para muitos tipos de materiais, durante a fratura, há sempre uma região plastificada na ponta da fissura. Muitas vezes tal plasticidade pode ser desprezada sem afetar a simulação do comportamento da fissura, quando esta tem dimensão pequena em relação ao corpo. Nesse caso, pode-se utilizar a MFLE. Entretanto, nas situações em que essas condições não se confirmam, é necessário que se considere a plastificação, aplicando, portanto, as regras da fratura elasto-plástica.

Fraturas elasto-plásticas dissipam energia por meio da deformação plástica e da propagação da trinca. Como parte da revisão bibliográfica, é demonstrado que o fluxo de energia envolvido em um processo de fratura específico pode ser obtido pela J Integral. Outro importante parâmetro, que também é abordado neste trabalho, é a abertura de ponta de fissura ($CTOD$). Nesses casos, seus valores críticos possuem baixa dependência com a propriedade de tenacidade à fratura, para grandes deformações plásticas.

J Integral

Até então, revisaram-se problemas em que a zona plástica é muito pequena em relação às dimensões da amostra. O J Integral permite determinar expressões para as tensões dentro da zona plástica.

O J Integral representa a taxa de conversão de energia de deformação na ponta da trinca, durante o seu crescimento, para materiais elásticos não lineares. Matematicamente, é uma integral de linha de caminho independente ao redor da ponta da trinca.

O J Integral identifica uma integral de linha que tem o mesmo valor para todos os caminhos que circundam a ponta de uma trinca ou entalhe de superfície plana em campos de deformação bidimensional de materiais elásticos lineares ou não lineares.

As escolhas apropriadas do caminho de integração levaram a estimativas aproximadas das concentrações de deformação para uma variedade de problemas de trincas.

Segundo Rice (1968), que publicou seus estudos com a abordagem da J Integral para a mecânica da fratura não linear, conforme equação 2.48, isso teve enorme significância para a fratura elasto-plástica.

$$J = \int_{\Gamma} \left(W dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \right) \quad (2.48)$$

Tal que, conforme a figura 16:

- (i) Γ é o contorno orientado no sentido anti-horário ao redor da área tensionada;
- (ii) T é o vetor de tração normal à Γ representado por $T = \sigma_{j,i}n_j$, e $n = (n_1, n_2, n_3)$ é o vetor unitário normal;
- (iii) ds é o incremento ao longo de Γ ;
- (iv) W é a densidade de energia de um material elástico ou energia de deformação por unidade volumétrica e é obtido como:

$$W = W(x, y) = W(x_1, x_2) = W(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (2.49)$$

e ε_{ij} é o tensor de deformações infinitesimais.

Figura 16: Coordenadas para a descrição do campo de deformação na ponta da trinca e o contorno típico Γ para a avaliação do caminho independente da integral de linha; adaptado de Rice e Rosengren (1968, p. 2)

Assim, $J = 0$ se Γ é um contorno fechado.

Conforme a figura 17, considerando um contorno fechado ABCDEF ao redor da ponta da trinca, a J integral será *zero*.

Uma vez que $T = 0$ e $dy = 0$ ao redor das partes CD e AF, na borda da trinca, a contribuição dessas partes para a integral é *zero*. Logo, as contribuições ABC são opostas, mas iguais em valor absoluto à DEF, limitando a J Integral. Note que o caminho é independente da integral, isto é, $J_{\Gamma 1} = J_{\Gamma 2}$ não é tomado ao longo de um contorno fechado, pois termina na borda da trinca.

J Integral pode ser interpretada como a variação de energia armazenada U quando a trinca sofre uma extensão da sob deslocamento constante.

$$J = -\frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial a} \quad (2.50)$$

Figura 17: Contornos ao redor da ponta da trinca; adaptado de Broek (1986, p. 133)

Finalmente, Rice (1968) mostra que se $J = G$, então, $J_{Ic} = G_{Ic}$. Aparentemente J Integral para o caso elástico é equivalente à taxa de liberação de energia.

Além disso, em regime linear ou de pequena plastificação, chamado SSY², é indiferente calcular um parâmetro ou outro:

$$J = -\frac{k^2}{E'} \quad (2.51)$$

tal que $E' = E$ em estado plano de tensão e $E' = \frac{E}{(1-\nu^2)}$ em estado plano de deformação, ou ainda:

$$J = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + (1 + \nu) \frac{K_{III}^2}{E'} \quad (2.52)$$

O contorno da J Integral deve ser apresentado como uma integral de área equivalente em problemas 2D ou como uma integral de volume em 3D, conforme Li, Shih e Needleman (1985), pois é mais preciso e estável no contexto de método dos elementos finitos.

Deslocamento da Abertura da Ponta da trinca - CTOD

Como foi introduzido anteriormente, o parâmetro de abertura de ponta de fissura δ (CTOD) pode ser utilizado como critério de dimensionamento no regime elasto-plástico.

Segundo Wells (1961), as faces da fissura afastam-se durante a fratura, provocando um arredondamento da sua ponta aguda, e, segundo Bueno e Bittencourt (1998), o crescimento da fissura aumenta proporcionalmente à tenacidade do material, quando a zona de plastificação não é muito grande. Assim, a separação entre as faces da fissura devido ao arredondamento é chamada de CTOD. Além disso, Wells (1961) relacionou K_I ao δ , e Irwin (1960), para ajustar à MFLE, analisou a fissura de comprimento fictício na pe-

²Small Scale Yielding.

quena zona de plastificação. Todavia, está claro que, limitada a uma pequena zona de plastificação, podem-se relacionar CTOD, K_I e G também.

De forma direta, a aproximação de Wells (1961) baseada na partícula plástica de Irwin (1960) resultou na deformação da borda da trinca (CTOD) como:

$$\delta = 2u_y = \frac{4}{\pi} \frac{(K_I^2)}{E\sigma_{esc}} \quad (2.53)$$

tal que σ_{esc} é a tensão de escoamento (material isotrópico).

Uma vez que a relação entre CTOD, K_I e G depende do estado de tensões e do encruamento do material, pode-se reescrever a equação de forma mais geral:

$$\delta = \frac{(K_I^2)}{Em\sigma_{esc}} \quad (2.54)$$

de tal forma que, se m é aproximadamente 1, implica em estado plano de tensões e $m = 2$ para o estado plano de deformações.

Encontra-se uma boa aplicação para MFLE. Caso seja necessária uma abordagem para regimes elasto-plásticos, sugere-se o estudo da solução proposta por Shih (1981), que avaliou os deslocamentos na ponta de uma trinca provenientes da solução HRR para relacionar CTOD e J Integral e as propriedades de escoamento do material.

Nota: Em 1968, Hutchinson, Rice e Rosengren (HRR) mostraram de forma independente que a J Integral caracteriza os campos de tensão e deformação na ponta da trinca em um material elástico não linear, adotando a formulação de Ramberg-Osgood para descrever a curva tensão-deformação. Essa consideração foge do escopo deste trabalho, mas pode ser revisada em Chiodo (2009).

Nesse caso, segundo Chiodo (2009), qualquer critério de fratura baseado em valor crítico de CTOD é equivalente a um valor crítico de J e vice versa – obviamente desde que a solução HRR governe os campos de tensão e deformação na ponta da trinca.

$$\delta = \frac{J}{m\sigma_{esc}} \quad (2.55)$$

2.6 Critério *Leak-Before-Break*

Uma trinca pequena pode crescer dentro da parede de um vaso de pressão por alguns dos diversos mecanismos de falhas já revisados até alcançar o outro lado da parede do vaso. Assim, o vaso irá vaziar. Logo, se a trinca atravessar a parede, haverá tempo de detectá-la

antes que ela alcance outro tamanho crítico novamente. Esse é o critério conhecido como *Leak-Before-Break* (vazamento antes da falha).

De acordo com Broek (1986), isso é baseado na hipótese proposta por Irwin de que a falha de superfície é aproximadamente semicircular, o que significa que a largura máxima da trinca é duas vezes a espessura (a largura seria o diâmetro da semicircunferência e a espessura, o raio), conforme figura 18.

Figura 18: Critério simples de vazamento; adaptado de Broek (1986, p. 366)

O mesmo autor refere-se à Duffy por propor um critério mais genérico de vazamento antes da falha que pode ser derivado com bases aceitáveis dos princípios da mecânica da fratura. Dessa forma, a condição de fratura por falha na superfície obedece à seguinte formulação:

$$K_{1ct} = 1.12M_K \frac{p}{\phi} \left(1 + \frac{R}{B}\right) \sqrt{\pi a} \quad (2.56)$$

onde K_{1ct} é a tenacidade à fratura do material na direção da espessura e M_K é o fator de intensidade de tensão ampliado de Kobayashi, que pode ser obtido de forma gráfica conforme a figura 19.

Além disso, ϕ é uma integral elíptica de segunda ordem que pode ser desenvolvida por expansão em série e reduzida a:

$$\phi = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi a^2}{8 c^2} \quad (2.57)$$

A tensão tangencial ou circunferencial (*hoop stress*), representada por σ_H , é oriunda da pressão interna que age dentro da trinca na parede do vaso de pressão, tal que $\sigma_H = p_1 R/B$.

Figura 19: Contornos ao redor da ponta da trinca; adaptado de Broek (1986, p. 84)

Reescrevendo a equação 2.56, a pressão p_1 para a propagação instável na superfície é:

$$p_1 = \frac{\frac{\pi}{8}(3 + \frac{a^2}{c^2})K_{1ct}}{1.12M_K(1 + \frac{R}{B})\sqrt{\pi a}} \quad (2.58)$$

Além disso, deve-se considerar também o efeito da pressão e da tenacidade à fratura para

Figura 20: Critério de vazamento antes da falha; adaptado de Broek (1986, p. 367)

o crescimento da trinca na direção axial K_{1c} , conforme a equação 2.59.

$$K_{1c} = M_F \frac{pR}{B} \sqrt{\pi a} \quad (2.59)$$

onde M_F é o FIT ampliado derivado da teoria de Folias, tal que: $M_F = \sqrt{1 + 1.61a^2/RB}$.

Assim, temos:

$$K_{1c} = \frac{pR}{B} \sqrt{(1 + 1.61a^2/RB)\pi a} \quad (2.60)$$

A interrupção da trinca pode ocorrer se a pressão (p_2) para propagar a trinca através do comprimento "2c" for maior que a pressão (p_1) para instabilidade de uma trinca com profundidade "a", ou ainda:

$$\frac{K_{1c}}{K_{1ct}} > \frac{\frac{\pi}{8}(3 + \frac{a^2}{c^2})M_F \frac{R}{B}}{1.12M_K(1 + \frac{R}{B})\sqrt{a/c}} \quad (2.61)$$

2.7 Método de Elementos Finitos

Em linhas gerais, pode-se definir o Método dos Elementos Finitos (MEF) como um método numérico no qual um meio contínuo é discretizado (subdividido) em elementos finitos e funções de aproximação para o problema físico são determinadas. Diversas abordagens são utilizadas para formular o problema físico o qual é descrito por equações diferenciais das quais o método dos resíduos ponderados de Galerkin e o método variacional de Raleigh Ritz são os mais comuns.

A região de solução é representada por uma malha de sub-regiões chamadas de elementos finitos. Os elementos finitos são conectados por pontos de suas extremidades ou em pontos intermediários, conhecidos como nós.

O grau dessas funções de aproximação depende do número de nós no elemento e da ordem da equação diferencial utilizada.

Para a análise estrutural são necessários 3 graus de liberdade para os deslocamentos em x , y e z e para a análise térmica é necessário apenas 1 grau de liberdade por nó para a temperatura.

Os *softwares* de elementos finitos possuem uma biblioteca grande com diferentes tipos de elementos e trazem algoritmos de geração de malha tridimensionais com adaptatividade geométrica e de refinamento que atendem inclusive a geometrias bem complexas.

Cálculo de K pelo MEF

Recorda-se que na região de deformação plástica (na ponta da trinca) a tensão normal tende a ser superior ao limite de escoamento, mas na análise do comportamento linear-elástico as tensões são infinitas na ponta da trinca, quando r tende à zero.

O procedimento de elemento finito não é acurado a uma distância muito próxima da

ponta da trinca devido à inabilidade dos elementos utilizados representar a singularidade das tensões.

A solução pelo MEF fornece os valores de σ_{esc} na ponta da trinca, com $\theta = 0$ (ângulo formado entre o eixo x e a distância r) e para várias posições de x .

$$K = \sigma_{MEF} \sqrt{2\pi x} \quad (2.62)$$

Assim, substituindo a distância r para cada posição x tal que $x = x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ teremos uma combinação $(\sigma_{esc}; x)$ que permite a obtenção de valores de referência representados por K_{REF} , exceto para $x = 0$.

O valor de K é obtido pela extrapolação dos valores de referência de K_{REF} em direção de $x=0$. De acordo com Broek (1986), esta é uma boa estimativa de K para o tamanho da trinca.

Obtendo o fator de correção geométrico para uma tensão de referência representada por σ_∞ (essa pode ser a tensão aplicada no modelo), temos:

$$\beta = \frac{K}{\sigma_\infty \sqrt{a}} \quad (2.63)$$

onde a é o tamanho da trinca. O procedimento calcula apenas um valor de beta.

O procedimento de extrapolação é representado no gráfico 21.

Figura 21: Extrapolação de K pelo **MEF** de uma placa infinita com trinca central; adaptado de Broek (1986, p. 312)

Usando o método de extrapolação indicado na figura 21, o valor de K resultante da análise de elementos finitos difere aproximadamente de 5% da solução obtida por Westergaard.

2.8 Fragilização Pós-Irradiação Neutrônica

De acordo com Santos, Tunes e Schon (2019), a radiação nuclear em um reator consiste de partículas α , β , γ , nêutrons, fragmentos de fissão e possíveis prótons. Estes autores definem os danos da irradiação pelos efeitos microscópios primários que ocorrem aproximadamente 11 segundos após a interação da radiação com a matéria, levando ao surgimento de defeitos na microestrutura do material e, conseqüentemente, à alteração de suas propriedades mecânicas.

O grau de mudança no material depende: (i) da temperatura de irradiação, (ii) do espectro de energia das partículas incidentes, (iii) da dose e (iv) de variáveis dos testes pós-irradiação, como temperatura e taxa de deformação.

As conseqüências ou efeitos gerais da irradiação neutrônica são: endurecimento por irradiação, aumento da tensão máxima de escoamento, uma diminuição da taxa de encruamento e redução na elongação uniforme, total e inchamento.

O gráfico 22 ilustra duas curvas de tensão-deformação para uma liga de zircônio (Zircaloy-4) e de um aço inoxidável austenítico (AISI 316) não-irradiadas e irradiadas com doses até 10 dpa (*displacement per atom*)³.

³é a medida do dano causado pela irradiação, obtido pela multiplicação da fluência de nêutrons pela seção de choque de deslocamento característica do material: $\frac{N_d}{N_0} = \phi t \sigma_d$, tal que t é o tempo de exposição à irradiação, σ_d é a seção de choque e ϕ é o fluxo de nêutrons do reator

Figura 22: Curvas de tensão-deformação para duas ligas utilizadas com revestimento de varetas combustíveis, Zircaloy-4 e Aço Inoxidável 316; adaptado de Santos, Tunes e Schon (2019, p. 7524)

A fragilização pode ser constatada nos dois casos devido ao aumento relevante do limite de escoamento do material, aumento no limite de resistência e uma diminuição significativa da tenacidade sob tração. Consequentemente, a tenacidade à fratura (K_{IC}) é deduzida pela fragilização do material.

Vale ressaltar que é bem estabelecido na literatura científica que o endurecimento de um material pela irradiação é seguido por um decréscimo na ductilidade e aumento na susceptibilidade à fratura. Isso é conhecido como fragilização por irradiação (SANTOS; TUNES; SCHON, 2019).

3 TENSÕES RESIDUAIS EM JUNTAS SOLDADAS

3.1 Introdução

Certamente, uma das mais críticas consequências da soldagem é a geração de tensões residuais.

O fenômeno das deformações residuais pode ser classificado como sendo de origem térmica e de natureza plástica, uma vez que a distribuição não uniforme das temperaturas gera as expansões e contrações do material na zona da solda, atingindo níveis que podem levar a uma deformação plástica. Nessas condições, criam-se incompatibilidades no campo das deformações daquela zona, levando ao aparecimento de tensões residuais necessárias para manter o equilíbrio de forças na região.

Como descrito em Dieter (1961), as tensões residuais devem ser consideradas apenas como tensões elásticas. O valor máximo que a tensão residual pode atingir é o limite elástico do material. Uma tensão superior a esse valor, sem força externa contrária, se aliviará por deformação plástica até atingir o valor da tensão de escoamento.

Tratamentos térmicos podem, em alguns casos, ser utilizados para o alívio das tensões residuais após o processo de manufatura.

Masubuchi (1980) define as tensões residuais como as tensões presentes num corpo na ausência de carregamentos externos. Essas tensões podem tomar diferentes denominações, dependendo da origem a que estão associadas, e ocorrer em escala microscópica ou macroscópica.

Segundo Almeida (2012), as tensões existentes no interior de um componente, quando este não está sujeito a forças exteriores e a gradientes térmicos, são denominadas de tensões residuais que, por sua vez, podem ser denominadas de tensões internas, tensões iniciais, tensões inerentes, tensões de reação e tensões "fechadas" (*locked-in stress*).

As tensões residuais representam um grande risco à manufatura de equipamentos

mecânicos, pois sua presença pode levar a falhas devido a forças ou tensões internas que diminuem a resistência mecânica durante serviço, prevista pelo projeto, exemplificada na figura 23, conforme Schajer (2013).

Figura 23: Trincamento num lingote de alumínio fundido devido à excessivas tensões residuais; (SCHAJER, 2013, fig 1.3)

3.2 Estruturas Soldadas

A soldagem, conforme Prasad et al. (2016) é um processo de união de metal confiável e eficiente usado em quase todas as indústrias. As juntas soldadas são amplamente utilizadas na indústria de fabricação, incluindo navios, estruturas *offshore*, pontes de aço, vasos de pressão e outras aplicações de engenharia, como plantas de energia nuclear, tubulações subterrâneas, etc.

O processo de soldagem teve seu grande impulso durante a Segunda Guerra Mundial, conforme Wainer, Brandi e Mello (2008), devido à fabricação de navios e aviões soldados, apesar de o arco elétrico ter sido desenvolvido no século anterior.

Durante o processo de soldagem, uma região de certa estrutura apresenta uma distribuição heterogênea de temperatura, a qual, associada a diferentes zonas de dilatação e contração, gera tensões residuais.

A fusão do material ocorre devido a um grande aporte térmico que é introduzido na região da junta causando a dilatação dessa área, a qual é restringida pelos materiais adjacentes que não são aquecidos, gerando tensões compressivas próximas à solda.

3.3 Processos de Soldagem

Atualmente existem algumas dezenas de diferentes processos para a união de metais, para usos diversos e disponíveis comercialmente.

Tais processos podem ser classificados pelo tipo de fonte de energia ou pela natureza da união: soldagem no estado sólido (por explosão ou por atrito), soldagem por fusão (por resistência ou por oxiacetilênica) e, finalmente, soldagem com arco elétrico, que inclui diversos tipos de processos, os quais, conforme Lienert et al. (2011), podem ser organizados em dois grandes subtipos: aqueles que empregam eletrodos não consumíveis e aqueles que empregam eletrodos consumíveis. Eletrodos não consumíveis produzem o arco e derretem o metal base da peça de trabalho sem usar um enchimento ou qualquer adição de fio de enchimento ao conjunto com a solda fundida. Os eletrodos consumíveis produzem um arco e fornecem o metal de enchimento à junção à medida que são consumidos.

Alguns dos principais tipos de processos de arco elétrico de eletrodos não consumíveis são:

- (i) GTAW (*Gas Tungsten Arc Welding*), também conhecido por TIG (*Tungstein Inert Gas*)

Possui grande versatilidade manual ou automática, atendendo a diferentes tipos de juntas e que pode ser executado em diferentes posições de soldagem para uma ampla gama de materiais. As soldas apresentam elevada qualidade e, por isso, são adequados para metais ferrosos e não ferrosos (incluindo inoxidáveis). Entretanto, além dos elevados custos dos consumíveis, devido à baixa oferta de mão de obra qualificada no Brasil, esse processo tem algumas desvantagens;

- (ii) PAW (*Plasma Arc Welding*)

A soldagem por plasma é processo automático com alta velocidade, para grande variedade de metais e ligas, em espessuras de 0,5 a 6 mm. Para tanto, a junta precisa ser cuidadosamente alinhada e usinada, além disso, é limitado a posições planas de soldagem e o equipamento tem elevado custo. Pode-se dizer que é apropriado para metais com espessura muito fina para MIG e muito grossa para TIG.

- (iii) SW (*Stud Welding*)

Na soldagem por parafusos, o fecho ou uma porca especialmente formada é soldada em outra peça metálica, tipicamente um metal ou substrato básico. O fecho pode assumir formas diferentes. Os parafusos podem ser alimentados automaticamente

no ponto de solda. As porcas de solda geralmente têm uma flange com pequenas protuberâncias que derretem para formar a solda. Os parafusos de solda são usados em sistemas de solda de parafusos.

Finalmente, os processos de arco elétrico de eletrodos consumíveis mais relevantes são destacados a seguir:

(i) MIG (*Metal Inert Gas*)

É um processo com alto ou total grau de automatização, com alta taxa de deposição. Produz uma solda com alta qualidade para a maioria das ligas. O gás inerte envolvido nesse processo possui custo elevado e a oferta de mão de obra qualificada também é difícil. É usado em aços inoxidáveis e ligas não ferrosas. Existe também o variante, que é o MIG pulsado, que tem a vantagem de soldar em todas as posições com baixa energia de soldagem e transferência tipo pulverização.

(ii) MAG (*Metal Active Gas*) - CO₂ (com transferência por pulverização)

Possui elevada penetração, alta taxa de deposição e baixo custo do CO₂ e é utilizado apenas para aços-carbono de baixa liga (com espessura limitada a 6 mm). Em geral, possui uma solda de boa qualidade e é empregado em grandes produções. Existe um processo variante envolvendo transferência por curto-circuito, com a vantagem de atender a todas as posições de soldagem, para chapas finas de aço (de 1-4 mm).

MIG/MAG são soldagens por arco elétrico com gás de proteção GMAW (*Gas Metal Arc Welding*).

(iii) SAW (*Submerged Arc Welding*)

No processo de Arco Submerso o arco é formado entre a peça de trabalho e o final do consumível, onde ambos estão cobertos por uma camada de fluxo granular. Parte do fluxo é fundido gerando uma proteção sobre a poça de fusão. Devido à sua elevada taxa de deposição de metal, esse processo é amplamente utilizado na fabricação de vasos de pressão (conforme na figura 24), em plantas químicas, em estruturas pesadas, como para a construção naval. Como vantagem, permite altas velocidades de soldagem, com altas taxas de deposição, processo de fácil uso e boa integridade do metal de solda. Permite soldagem monopasse até 16 mm de espessura e soldagem multipasse sem limite de espessura. Entretanto, normalmente é limitado a juntas em linha e para chapas espessas.

Figura 24: Soldagem automática por arco submerso; (TELLES, 1996)

- (iv) SMAW (*Shielded Metal Arc Welding*, também é conhecido como soldagem manual a arco elétrico (MMA))

A soldagem a arco elétrico com eletrodo revestido é realizada com o calor de um arco elétrico mantido entre a extremidade de um eletrodo metálico revestido e a peça de trabalho. Devido à sua versatilidade de processo e à simplicidade de seu equipamento e operação, a soldagem com eletrodo revestido é um dos mais populares processos de soldagem. O SMAW é amplamente utilizado na construção de estruturas de aço e na fabricação industrial. O processo é principalmente utilizado para soldar ferro e aço (incluindo o aço inoxidável), mas também podem ser soldadas com esse método ligas de níquel, alumínio e cobre.

- (v) FCAW (*Flux-Cored Arc Welding*)

Soldagem a arco elétrico com arames tubulares é um processo de soldagem que consiste em um tipo de arame utilizado na soldagem MAG, que visa unir os benefícios da soldagem SAW com os da MAG convencional. A soldagem com arame tubular tem como principal característica a elevada taxa de deposição, o que, aliado a uma solda de boa qualidade, tem tido uma vasta aplicação nas diversas áreas da indústria.

(vi) ESW (*Electro Slag Welding*)

Soldagem por eletroescória é um processo em que, a partir de uma escória fundida (temperatura de aproximadamente 1700 °C), desenvolve-se a fusão do metal de adição e o metal de base. A resistência da escória fundida à passagem da corrente de soldagem é suficiente para gerar o calor necessário para a soldagem (por efeito joule), e isso é o que basta para fundir o eletrodo e as faces do chanfro. O eletrodo fundido (e tubo guia, se usado) e o metal de base fundido formam a solda abaixo do banho da escória fundida. O processo ESW é usado para fazer soldas verticais em espessuras médias e grandes de aços-carbono, de baixa liga, de alta resistência, de médio carbono, e de alguns inoxidáveis. O processo se aplica melhor a espessuras acima de 150 mm. Embora a habilidade manual não seja requerida, o conhecimento da técnica é necessário para operar o equipamento.

Observação: teoricamente a soldagem por ESW não é um processo a arco, pois nele o arco é apenas usado para dar início ao processo de soldagem, mas por conveniência didática classificou-se como processo de arco elétrico de eletrodos consumíveis.

(vii) EGW (*Electrogas Welding*)

Soldagem eletrogás é um processo de soldagem com similaridades de *design* e uso da soldagem por ESW. Entretanto, em vez de escória, o eletrodo é fundido por um arco que queima em um gás de proteção, da mesma forma que na soldagem MIG / MAG. Este método é empregado para espessuras de placas de 12-100 mm, ou seja, é usado para materiais mais espessos. Geralmente se utiliza uma junta simples com uma lacuna. Ao soldar juntas verticais – em grandes vasos, por exemplo – grandes economias de custo podem ser feitas em comparação com a soldagem manual MIG / MAG. São usados eletrodos de arame sólido ou tubular e o mesmo tipo de gás de proteção dos outros processos a gás. Comparado com a soldagem por ESW, este método produz uma zona afetada pelo calor menor e uma melhor tenacidade. O longo ressalto do eletrodo pode ser uma vantagem, pois permite maior velocidade de soldagem e produz menos material de base fundido e menos calor.

Vale destacar o processo de soldagem por laser (*Laser Welding*) que ocorre por fusão e é autógeno (não precisa de adição de material), possuindo uma probabilidade muito menor de promover contaminações na peça em comparação aos processos de soldagem a arco. O processo utiliza fonte de energia altamente concentrada em qualquer atmosfera, com uso restrito a espessuras menores que 30 mm. É apropriado para usinagem de furos, corte para tratamento para modificação superficial das peças. Apresenta desvantagem pelo alto

custo do equipamento e por não poder ser utilizado em superfícies polidas.

Para se decidir sobre o tipo adequado de processo de soldagem é importante conhecer quais as características de cada um para encontrar vantagens e desvantagens entre eles para cada tipo de aplicação.

Escolha do Processo de Soldagem para placa espessa de aço-carbono

Os processos de soldagem SAW (soldagem por arco submerso) e ESW (soldagem por eletroescória) são duas boas opções para a soldagem de uma placa grossa de aço-carbono, como de um vaso de pressão, por possuir vantagens tais como elevada velocidade de soldagem e boa integridade do metal de solda com maiores taxas de deposição. Entretanto, o processo por ESW permite a soldagem de placas ainda mais espessas num só passe, com um único ajuste, simplificando inclusive as simulações numéricas eventualmente requeridas para análises de engenharia.

Características e Parâmetros Gerais do ESW

O processo de soldagem por eletroescória tem aplicação limitada a soldas verticais em espessuras médias e altas de aços-carbono, de baixa liga, de alta resistência, de médio carbono, e de alguns inoxidáveis; é recomendado para espessuras acima de 150 mm.

O processo de soldagem por eletroescória tem muitas aplicações, principalmente devido às altas taxas de deposição, tornando-o economicamente viável:

- (i) Alta taxa de deposição e boa qualidade de solda com relação a ensaios não destrutivos fazem esse processo desejável para seções espessas encontradas em inúmeras aplicações industriais, tais como: vasos de pressão, navios e fundidos grandes.
- (ii) Requer pouca ajustagem e preparação da junta (usualmente juntas sem chanfro).
- (iii) Solda materiais espessos num só passe, com um único ajuste.
- (iv) É um processo mecanizado com um mínimo de manuseio de material. Uma vez iniciado o processo, ele continua até o término.
- (v) Requer tempo mínimo de soldagem e apresenta uma distorção mínima.
- (vi) Não há arco de soldagem visível e nenhum lampejo de arco.

Entretanto é importante ressaltar o risco relacionado à esse processo com relação a solda em um único passe: o deslocamento da fonte de calor é suficientemente lento para

permitir o superaquecimento e, conseqüentemente, o crescimento de grãos da zona afetada termicamente, o que conduziria a uma solda com propriedades deficientes no que tange à tenacidade da junta da soldada. Eventualmente, tratamentos térmicos após a soldagem possam ser considerados.

Figura 25: Esquema do processo de soldagem por ESW; (SANDES, 2016, pp. 4)

3.4 Análise Térmica

O processo de soldagem gera um brusco aumento de temperatura local e também de rápido resfriamento logo em seguida. A temperatura depende do tempo do processo e posicionamento e as propriedades do material variam, por sua vez, com a temperatura. Logo, o campo de análise da variação de temperatura durante a soldagem é tipicamente relacionado à transferência de calor transiente não linear.

A transferência de calor ocorre na solda e em seu entorno, no material. Portanto, o calor possui influência direta nas transformações metalúrgicas e nos fenômenos mecânicos que ocorrem na zona de solda.

Não é escopo desse trabalho desenvolver mecanismos de controle das variáveis que afetam o processo de soldagem, e sim entender o efeito de fenômeno após a solda.

Assim, dentre os fatores considerados no estudo de transferência de calor em juntas

soldadas, são os mais importantes:

- (i) aporte de energia ou calor na junta soldada – denominado insumo de calor ou energia;
- (ii) rendimento térmico do arco elétrico;
- (iii) ciclo térmico durante a soldagem (distribuição de temperaturas, incluindo picos);
- (iv) tempo de permanência nessas temperaturas;
- (v) velocidade de resfriamento da zona soldada;

Balço de Energia na Soldagem

Nem toda a energia desprendida no processo de soldagem é integralmente aproveitada. Depende da eficiência do arco elétrico (supondo um processo de arco elétrico, embora possa ser analisado para outros processos), representado por η , dada pela relação entre a quantidade de energia efetivamente absorvida e fornecida pelo processo.

$$Q_l = \eta V I \quad (3.1)$$

tal que Q_l é a energia líquida e V e I são respectivamente a tensão (em volts) e corrente (em ampères) do arco elétrico.

Entretanto, o aporte de calor líquido (H_l), em J/cm, é a grandeza que correlaciona a velocidade v de solda com a energia líquida e é dada por:

$$H_l = \frac{\eta 60 V I}{v} \quad (3.2)$$

Equação fundamental da transferência de calor

A energia necessária para atingir a temperatura de fusão se traduz pelo calor latente de fusão, ou seja, representa a energia necessária para que uma substância mude de fase.

Em outras palavras, a transferência de calor ocorre através do fluxo de calor que flui dos pontos de temperatura mais alta até aqueles que apresentam uma temperatura mais baixa.

A condução do calor em um sólido, em um domínio do tempo t e no sistema cartesiano (x, y, z) é descrita pela equação fundamental da transferência de calor, expressa a seguir.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_T \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_0 = \rho c_{esp} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.3)$$

tal que:

t : período em segundos;

ρ : é a densidade do material em g/mm^3 ;

λ_T : é a condutividade térmica do material, expresso em $\frac{J}{s}mm^\circ C$;

q_0 : fonte de calor expressa em $\frac{J}{s}mm^3$;

c_{esp} : é o calor específico do material no estado sólido, em $\frac{J}{g}^\circ C$;

T : é a temperatura em $^\circ C$;

Não existe uma solução geral analítica para essa equação, que é fundamental para o estudo térmico nos sólidos.

Por isso, ela é geralmente resolvida para diversos casos que dependem da geometria do problema, do tipo (regime permanente) e das condições iniciais e de contorno. Evidentemente, procura-se uma solução do tipo: $T = T(x, y, z, t)$.

Assumindo que a condutibilidade térmica no metal é constante, temos:

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \rho c_{esp} \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\nabla^2 T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.4)$$

Equação básica de Fourier

$$\alpha = \lambda / \rho c$$

tal que:

α : é a difusividade térmica do material medida em mm^2/s e ∇T é o gradiente térmico expresso em $^\circ C \text{ } mm^{-1}$

A análise térmica prevê, portanto, a obtenção dos campos de temperatura na estrutura soldada, conforme descrito a seguir.

Distribuições de Temperatura - Solução da Equação de Fourier

Segundo Wainer, Brandi e Mello (2008), existem duas hipóteses feitas por Rosenthal para a obtenção das equações que regem o regime quase estacionário para chapas grossas (caso tridimensional) e chapas finas (linear).

(i) Condução de Calor em Chapas Grossas

Para uma chapa grossa com fonte de calor pontual, com origem de coordenadas na fonte de calor, faz-se a substituição da coordenada x por w tal que: $w = x - \nu t$ e ν é a velocidade da fonte de calor.

Reescrevendo a equação 3.4, temos:

$$\frac{\partial T}{\partial w^2} + \frac{\partial T}{\partial y^2} + \frac{\partial T}{\partial z^2} = -\frac{\nu}{k} \frac{\partial T}{\partial wt} \quad (3.5)$$

Fazendo uso do método das imagens para o cômputo das temperaturas, conforme Goyal, Ghosh e Saini (2009), a temperatura de um ponto situado a uma distância R dessas coordenadas é dado pela equação 3.6.

$$T = T_0 + \frac{Q}{2\pi\lambda} e^{-\alpha w} \left[\frac{e^{-\alpha}}{R} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e^{-\alpha R_n}}{R_n} + \frac{e^{-\alpha R'_n}}{R'_n} \right) \right] \quad (3.6)$$

onde, T_0 é a temperatura ambiente ou inicial e Q é a potência pela fonte de calor.

A equação 3.6 pode ser simplificada em função de R e h (espessura da chapa):

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{w^2 + y^2 + z^2} \\ R_n &= \sqrt{w^2 + y^2 + (2nh - z)^2} \\ R'_n &= \sqrt{w^2 + y^2 + (2nh + z)^2} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Portanto, depois de atingido o regime de temperatura quase estacionário derivado de um processo de soldagem, a distribuição de temperatura pode ser aproximada pela equação 3.8.

$$T = T_0 + \frac{Q}{2\pi\lambda R} e^{-\frac{\nu(w+R)}{2\alpha}} \quad (3.8)$$

(ii) Condução de Calor em Chapas Finas

Conforme descrito por Kou (2003), devido à pequena espessura da placa, as variações de temperatura na direção da espessura podem ser negligenciadas e o fluxo de calor é assumido como bidimensional. Rosenthal derivou a seguinte equação 2-D para o fluxo de calor durante a soldagem de uma placa fina de comprimento infinito:

$$T = T_0 + \frac{Q/h}{2\pi\lambda} e^{-\frac{\nu w}{2\alpha}} K_0 \frac{\nu r}{2\alpha} \quad (3.9)$$

onde h é a espessura da chapa, $r = \sqrt{(w^2 + y^2)}$ e K_0 é a função de Bessel modificada de segundo tipo e ordem zero.

Assim, a temperatura varia apenas nas direções w e y , permanecendo constante ao longo da espessura da peça.

Modelagem da Fonte de Calor

Conforme comentado por Almeida (2012), a modelagem da fonte de calor pode ser o fator mais importante e complexo para a obtenção dos resultados durante a análise térmica. Nesse trabalho, o autor cita diversas técnicas, como o modelo pontual de Rosenthal, modelo "disco" de Pavelic, *Ramp function* e, finalmente, o modelo da dupla elipsoidal de Goldak, que será abordado com mais detalhe a seguir.

Segundo Barban (2014), o modelo da dupla elipsoidal de Goldak (GOLDAK; AKHLAGHI, 2005) é o mais completo na representação do aporte térmico e atualmente o mais utilizado na simulação de processos de soldagem, conforme a figura 26.

Figura 26: Representação da dupla elipsoidal de Goldak; (CHEN; HASHEMZADEH; SOARES, 2014, p. 1122)

O fluxo de calor alcança o ponto de valor máximo no centro da fonte de calor, onde a distribuição é representada pela equação 3.10.

$$q(x, y, z) = q_{max} e^{-Ax^2} e^{-By^2} e^{-Cz^2} \quad (3.10)$$

tal que A , B e C são coeficientes de distribuição do fluxo de calor.

Nesta mesma figura, note que a , b e c são parâmetros geométricos e estão nas direções x , y e z e as constantes A , B e C podem se relacionar a elas diante da hipótese considerada em Bae et al. (2002) de que a densidade de potência caia para 5% de $q(0)$, tal que:

$$A \approx \frac{3}{a^2}, B \approx \frac{3}{b^2}, C \approx \frac{3}{c^2} \quad (3.11)$$

No entanto, segundo Chen, Hashemzadeh e Soares (2014), a experiência de Goldak com esta fonte de calor mostrou que os gradientes de temperatura previstos na frente do arco eram menos acentuados do que os observados experimentalmente, e os gradientes atrás do arco eram mais acentuados do que os medidos.

Para superar isso, combinaram-se dois semi-elipsoides e foi proposta uma nova fonte de calor chamada fonte de calor dupla elipsoidal, como mostrado na figura 26.

Para um ponto dentro do primeiro semi-elipsóide, localizado em frente do arco de soldagem, a equação do fluxo de calor é descrita como:

$$q_f(x, y, z) = \frac{6\sqrt{3}Qf_f}{abc_1\pi\sqrt{\pi}} e^{-3\frac{x^2}{a^2}} e^{-3\frac{y^2}{b^2}} e^{-3\frac{z^2}{c_1^2}} \quad (3.12)$$

$$z \geq 0$$

E para um ponto dentro do segundo semi-elipsóide, localizado atrás do arco de soldagem, a equação do fluxo de calor fica:

$$q_r(x, y, z, t) = \frac{6\sqrt{3}Qf_r}{abc_2\pi\sqrt{\pi}} e^{-3\frac{x^2}{a^2}} e^{-3\frac{y^2}{b^2}} e^{-3\frac{z^2}{c_2^2}} \quad (3.13)$$

$$z < 0$$

tal que c_1 é o comprimento da elipsoide no quadrante frontal e c_2 no quadrante posterior.

f_r é a proporção de entrada de calor na parte traseira e f_f na parte frontal e $f_f + f_r = 2$.

Como exemplo, na figura 27, obtida de Lawrence e Michaleris (2011), observa-se a distribuição das temperaturas para o caso da condução. Os autores compararam os campos de temperatura de uma solda GMAW, obtidos pelo modelo da dupla elipsoidal de Goldak.

Existem diversos modelos que representam a fonte de calor e outros podem ser derivados, dependendo da aplicação. De forma holística, a modelagem da fonte de calor depende

Figura 27: Distribuição das temperaturas, em $^{\circ}\text{C}$, considerando o modelo de condução de calor; extraído de Lawrence e Michaleris (2011, p. 216)

do material, da geometria deste, do tipo de processo, da experiência com a aplicação (dado o conhecimento empírico sobre as perdas térmicas, revisadas adiante) e, sobretudo, do objetivo da análise, pois esta pode incluir perturbações, vibrações, interrupções ou qualquer outro fenômeno de interesse.

Perda Térmica

Os fenômenos de Radiação e Convecção, durante o processo de soldagem, também são responsáveis pela perda de calor na superfície do corpo, representando importante condição de contorno.

É importante ressaltar que a razão entre a potência útil (ou nominal) e a potência total é conhecida como eficiência do arco (η), conforme referenciado na equação 3.1.

Considerando q_C como a perda de calor por convecção e h_c o coeficiente de convecção expresso por $\frac{W}{m^2}^{\circ}\text{C}$, a transferência de calor por unidade de área devido à convecção é regida pela lei de resfriamento de Newton, dada por:

$$q_C = h_c(T_{sup} - T_{amb}) \quad (3.14)$$

tal que: T_{sup} e T_{amb} são as temperaturas de superfície e ambiente.

E, considerando q_R como a perda de calor por radiação, e segundo a lei de Stefan-Boltzmann, escreve-se:

$$q_R = \sigma_b \epsilon_e A_i F_{ij} (T_i^4 - T_j^4) \quad (3.15)$$

tal que: σ_b é a constante de Boltzmann e ϵ_e a emissividade. Já i e j são índices relacionados a diferentes superfícies de tal forma que F_{ij} é a função de forma entre as superfícies de áreas A_i e A_j e de temperaturas T_i e T_j .

Segundo Yaghi et al. (2006), a convecção e a radiação podem ser modeladas conjuntamente, e assim ele propôs as seguintes equações com as respectivas condições:

$$h_{total} = h_c + h_r = 0,00668T, \text{ para } 0 \leq T \leq 500 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (3.16)$$

$$h_{total} = h_c + h_r = 0,231T - 82,1, \text{ para } T > 500 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (3.17)$$

E, de acordo com Qureshi (2008), pode-se escrever:

$$\begin{aligned} q_{perda} &= h_{total} A (T - T_{amb}) \\ h_{total} &= h_c + \sigma_b \epsilon_e (T + T_{amb})(T^2 + T_{amb}^2) \end{aligned} \quad (3.18)$$

tal que: T é a temperatura instantânea e A é a área de superfície de troca de calor.

Algumas abordagens numéricas usualmente ignoram o efeito da radiação para reduzir a complexidade do fenômeno não linear.

Quando o calor de condução é muito mais significativo que os demais, muitas análises omitem o efeito de convecção e radiação.

3.5 Tensões Residuais Decorrentes da Soldagem

A soldagem resulta num ciclo térmico muito complexo que, por sua vez, resulta na deformação elasto-plástica irreversível e tensões residuais em torno de zona termicamente afetada pelo calor (ZTA).

As tensões residuais produzidas em processos de soldagem são devidas principalmente a deformações causadas por distribuições térmicas e plásticas não uniformes.

A existência de tensões residuais nas estruturas afeta a relação tensão-deformação através da redução de limite de resistência mecânica.

Segundo Withers e Bhadeshia (2001), as tensões residuais podem ser distinguidas pela sua causa, como pela incompatibilidade térmica ou elástica, pela escala sobre a qual se autoequilibram, ou ainda, de acordo com o método em que são medidas.

Assim, em relação à escala de sua grandeza e segundo Almeida (2012), as tensões residuais podem ser classificadas em três níveis:

- (I) Tensões residuais de primeira ordem: estendem-se ao longo de áreas macroscópicas, sendo esta escala a usualmente considerada para aplicações de engenharia. O padrão típico das tensões residuais longitudinais macroscópicas está representado na figura 28;

Figura 28: Esquema da distribuição das tensões residuais próxima da linha de solda – união por soldagem de chapas finas

- (II) Tensões residuais de segunda ordem: existem quase sempre em materiais policristalinos, simplesmente pelo fato de serem diferentes as propriedades elásticas e térmicas dos grãos vizinhos, atuando entre cristais e sub-regiões cristalinas;
- (III) Tensões residuais de terceira ordem: atuam em nível interatômico, tipicamente devido à presença de defeitos cristalinos.

Com relação aos processos que levam à formação das tensões residuais, Bezerra (2006) classifica-os como: mecânicos, térmicos e químicos.

Nos processos de solda, as tensões residuais ocorrem devido à distribuição não homogênea da temperatura nos materiais soldados, pois a área soldada é aquecida com temperaturas muito altas, chegando a atingir o seu ponto de fusão, provocando a dilatação do material. Como a área vizinha à área aquecida encontra-se a temperaturas muito

mais baixas, restringe-se a dilatação térmica, provocando um aumento de deformações elásticas e plásticas não uniformes.

A figura 29, extraída de Papazoglou et al. (1982), resume o efeito das tensões residuais nas diferentes direções de (x, y) : observam-se as maiores tensões na direção longitudinal ao cordão de solda e menores na direção transversal.

Como essas tensões são de tração, são preocupantes já que podem comprometer o comportamento da estrutura/corpo na presença de fissuras. Note que as tensões de compressão não favorecem a propagação de fendas.

O valor das tensões residuais no cordão da solda pode ser próximo dos valores da tensão de ruptura.

As tensões são máximas ao longo do cordão de solda e o valor das tensões decresce à medida que o material terá sido menos afetado termicamente. Na etapa de resfriamento,

Figura 29: Variação da temperatura e tensões residuais durante a soldagem; adaptada de Papazoglou et al. (1982)

a junta soldada também tem sua contração limitada pelo material adjacente promovendo o surgimento de tensões trativas nessa área.

Segundo Leggatt (2008) as tensões residuais de tração, comentadas acima, podem

aproximar-se em magnitude do escoamento quando duas condições forem atendidas:

- (i) Existe alguma restrição que impede a contração térmica do material aquecido;
- (ii) A deformação devido à contração térmica oriunda da variação de temperatura é maior que o escoamento do material.

E, conforme Gonçalves e Barban (2013), o aparecimento das tensões residuais, por sua vez, pode dar origem a outros efeitos indesejáveis na região da zona da solda, ligados a problemas de propagação de trincas, corrosão sob tensão, fadiga etc, base de preocupação na construção de estruturas soldadas.

Prasad et al. (2016) concluíram que a variação da tensão residual axial ao longo da espessura tem muita importância na concepção dos vasos de pressão e de tubulações. A tensão residual muda de compressão para a tração, da superfície externa para a superfície interna após a soldagem, e, em um determinado ponto, ela diminui completamente. O resultado é ilustrado na figura 30.

Figura 30: Variação da tensão residual ao longo do comprimento do tubo através da espessura (resultado experimental); adaptado de Prasad et al. (2016, p. 365 e p. 371)

Isso motiva o estudo dos processos de soldagem para a análise dos efeitos da tensão residual nos projetos de engenharia mecânica, embora não seja escopo deste trabalho analisar os procedimentos que mitigariam tais riscos.

3.6 Análise das Tensões Residuais

Da análise térmica obtêm-se distribuições de temperaturas que justificam dilatações térmicas que geram deformações.

Tais deformações são representadas pela equação 3.19.

$$\varepsilon_{ij} = (\varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p + \varepsilon_{ij}^{th} + \varepsilon_{ij}^{tp} + \varepsilon_{ij}^{tr}) \quad (3.19)$$

tal que: ε_{ij}^e , ε_{ij}^p , ε_{ij}^{th} , ε_{ij}^{tp} e ε_{ij}^{tr} são, respectivamente, as deformações elástica, plástica, térmica, plástica induzida por transformação e metalúrgica.

Segundo Lindgren (2001b), as parcelas que devem ser consideradas são: elástica, térmica e pelo menos um efeito inelástico.

Deformações Térmicas

Assumindo que não ocorrem transformações de fase no estado sólido para os aços usuais, o modelo estrutural é solucionado considerando apenas as componentes: elástica, térmica e plástica, ou seja: $\varepsilon_{ij} = (\varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p + \varepsilon_{ij}^{th})$.

Estas três componentes podem ser descritas da seguinte forma: (i) a parte elástica é modelada com base na Lei de Hooke, dependente do módulo de Young e coeficiente de Poisson que, por sua vez, são dependentes da temperatura, (ii) a componente térmica depende do coeficiente de expansão térmica, também dependente da temperatura e, finalmente, (iii) a parcela plástica é modelada por meio da plasticidade independente da taxa de deformação, considerando: o critério de escoamento de Von Mises e um modelo de endurecimento cinemático bilinear.

Pela lei de Hooke, a deformação elástica pode ser escrita como:

$$\varepsilon_{kl}^e = \sigma_{ij}^e E(T)^{-1} \quad (3.20)$$

e, através da equação constitutiva:

$$\sigma_{ij}^e = C_{ijkl} (\varepsilon_{kl}^e) \quad (3.21)$$

A deformação térmica é interpretada pela equação a seguir:

$$\varepsilon_{ij}^{th} = \alpha_{ij}(T - T_{\infty}) \quad (3.22)$$

tal que α_{ij} é o coeficiente de expansão linear térmico e T_{∞} é a temperatura de referência.

O critério de escoamento f permite determinar o nível de tensão necessário para o escoamento do material. O critério mais utilizado é *Von Mises*, para análise da plasticidade independente da taxa de deformação. Utilizando esse critério, o domínio elástico pode ser definido por:

$$f\{\sigma_{ij}\} = \sigma^{VM} - \sigma_{esc} \leq 0$$

$$\sigma^{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (3.23)$$

Portanto, as deformações plásticas ocorrem se a tensão equivalente de *Von Mises* (σ^{VM}), calculada através das tensões tridimensionais principais (σ_1 , σ_2 e σ_3), exceder a tensão do limite de escoamento (σ_{esc}).

A zona plástica caracteriza-se pelo endurecimento por deformação a frio, ou seja, pelo encruamento do metal. Logo, quanto mais o metal é deformado, mais ele se torna resistente. Assim, a regra do encruamento cria condições para que o processo de deformação plástica possa ocorrer depois de se ter atingido pela primeira vez o estado plástico do material.

Existem dois modelos (ou regras) de encruamento: isotrópico e cinemático. Pode-se considerar ainda um terceiro modelo, derivado dos dois modelos anteriores, chamado de encruamento combinado ou distorcional.

No encruamento cinemático, a superfície de escoamento permanece constante, deslocando-se no espaço de tensões em função das deformações e é mais apropriado para processos de solda que utilizam vários passes.

No encruamento isotrópico, a superfície de escoamento cresce, mantendo a sua forma inicial.

Os tipos de encruamento podem ser verificados na figura 31, obtido de Barban (2014).

Ainda em Barban (2014), o modelo bilinear de encruamento isotrópico ou cinemático é geralmente usado na simulação de processos de soldagem devido à facilidade em sua configuração, conforme figura 32.

Metodologia de Pesquisa

Masubuchi (1980) faz a análise dos fatores que contribuem para a distorção na soldagem. Esses fatores, suas interações e efeitos na distorção total são apresentados na figura 33.

Lima (2014) resume bem os métodos apresentados por Masubuchi (1980), em que

Figura 31: (a) Modelo de encruamento isotrópico; (b) Modelo de encruamento cinemático; (c) Modelo de encruamento combinado ou distorcional; (d) Curva de descarregamento dos modelos; extraído de Barban (2014, p. 56)

Figura 32: Formas bilinear e multilinear de encruamento isotrópico ou cinemático, extraído de Barban (2014, p. 57)

é possível determinar tensões e deformações residuais de forma analítica utilizando três métodos:

- (a) Determinação das alterações dimensionais na estrutura devidas a cada solda;
- (b) Determinação da distorção na estrutura devido às mesmas alterações dimensionais.
- (c) Combinação de todas as alterações dimensionais e deformações induzidas, baseadas na:
 - Análise do fluxo de calor;
 - Análise das tensões de origem térmica resultantes do processo de solda de modo a determinar as deformações plásticas que não satisfaçam as condições de compatibilidade da teoria da elasticidade;

Figura 33: Fatores que contribuem para a distorção na solda; modificado de Masubuchi (1980, p. 109)

- Determinação das alterações dimensionais causadas pelas deformações plásticas.

E, como apresentado por Lima (2014), a distribuição das deformações plásticas é difícil de quantificar, visto que, no domínio da plasticidade, a relação tensão/deformação não é linear. Se porventura o problema a tratar contiver uma pequena região de deformação plástica, a ponto que possa ser desprezada, bastará uma análise puramente elástica para obter resultados por via analítica da distorção originada (LIMA, 2014).

Análises mais rigorosas vêm sendo desenvolvidas com sucesso graças ao avanço tecnológico, principalmente com o uso do método de elementos finitos para distribuição das tensões residuais em peças soldadas.

Ainda, conforme Schajer (2013), a simulação computacional, aliada a experimentos práticos, contribui no desenvolvimento de novos procedimentos de soldagem ou na análise do histórico da fabricação de componentes em operação. Foram utilizadas como referência os trabalhos desenvolvidos por Schajer (2013), De e DebRoy (2011), Lindgren (2001a) e Wentz (2008).

Métodos Experimentais

Não existe uma técnica de medição de tensão residual universal que se aplique a qualquer situação. Cada técnica tem suas vantagens e desvantagens e a escolha dentre as possíveis técnicas disponíveis deve ser verificada quanto à que corresponda ao problema.

Segundo Brar e Singh (2014), valores da tensão residual podem ser derivados a partir de medidas de deformações/deslocamentos por diferentes métodos, que podem ser classificados como destrutivo e não-destrutivo.

Apenas para resumir brevemente, conforme Almeida (2012), Marquese (2002) e Soares (2003) alguns dos mais importantes métodos experimentais são:

- (i) Estimativa *Eigenstrain*: também chamado de método das tensões inerentes, desenvolvido para a determinação do estado triaxial das tensões residuais. Tal estimativa procura encontrar as tensões residuais na região onde se encontra a solda, que é frequentemente a zona crítica que diz respeito à fratura e fadiga.
- (ii) Método do furo: método semidestrutivo, baseado na medida da deformação aliviada à superfície causada pela introdução de um furo, com diâmetro pequeno, na superfície do componente e que atravessa a estrutura. A análise pode ser realizada com a introdução de extensômetros ou por técnicas ópticas tais como: fotoelasticidade por reflexão, interferometria Moiré, holografia interferométrica, holografia eletrônica, holografia *shearing* eletrônica.
- (iii) Difração de Raio X: é um exemplo metodológico de medição não destrutiva para a medição da tensão residual na zona afetada pelo calor, durante o processo de soldagem. Esta técnica revela informações sobre a estrutura cristalina – nesse caso, as deformações são determinadas diretamente através da medida do espaçamento entre rede de átomos, composição química e propriedades físicas dos materiais. Essa técnica só tem validade em materiais elásticos, isotrópicos e homogêneos.
- (iv) Difração por feixe de elétrons: permite maior resolução referente aos deslocamentos, pois os feixes de elétrons podem ser facilmente focados para diâmetros muito pequenos.

- (v) Difração por fluxo de nêutrons térmicos elevados (*high thermal-neutron fluxes*): é uma das técnicas mais novas e tem como vantagem possuir um comprimento de onda comparável ao espaço atômico, com alta penetração nos materiais. Entretanto, requer fluxos de nêutrons térmicos elevados que só podem ser obtidos através de reatores nucleares.
- (vi) Técnica ultrassônica: é empregada para detectar, localizar e dimensionar descontinuidades. Para a medição das tensões residuais utiliza-se do fenômeno da variação da velocidade da onda ultrassônica, que ocorre nos materiais metálicos devido à anisotropia acústica gerada pela textura e tensão residual.

Finalmente, segundo Soares (2003), para proceder a escolha da técnica mais apropriada para uma determinada aplicação, deve-se levar em conta vários fatores, por exemplo: exatidão, complexidade, aplicabilidade ao campo, custo, necessidade de mão de obra muito especializada, repetitividade, tipo de intervenção: destrutiva ou não destrutiva, propriedades do material: isotropia, composição química e homogeneidade, existência de gradiente de tensão, geometria do componente, tempo despendido na análise e outros.

Soares (2003) apresenta de forma comparativa, conforme na figura 34, alguns dos principais métodos experimentais para medição de tensão residual.

Técnica	Furo-Cego	Deflexão	Seccionamento	Difração de Raio X	Difração de Nêutrons	Ultra-som
Hipóteses Básicas	Tensões biaxiais uniformes na superfície do furo		Campo tridimensional de tensões	Material isotrópico, homogêneo policristalino e de granulometria fina	Material homogêneo e policristalino	Material isotrópico, homogêneo policristalino e de granulometria fina
Tipo de tensão residual captada	1º tipo	1º tipo	1º tipo	1º tipo, 2º tipo ou 3º tipo	1º tipo e 2º tipo	1º tipo + 2º tipo + 3º tipo
Parâmetro Medido	Deformação superficial Ou deslocamento	Deformação ou deflexão	Deformação superficial ou deslocamento	Mudança na distância interplanar nos materiais policristalinos	Mudança na distância interplanar nos materiais policristalinos	Variação na velocidade de propagação de ondas ultra-sônicas
Porção mínima de material analisado	0.5 mm ²	1000 mm ² se for medida deflexão e 100 mm ² se for medida deformação	100 mm ²	0.5 mm ²	4 mm ²	De 0.1 mm ² para a técnica das frequências altas e 30 mm ² para a técnica convencional
Profundidade Mínima	20 µm	20 µm	1 a 2 µm	Vários microns até varias dezenas de microns	1mm	15µm até 300µm
Custo do equipamento (US\$)	10 mil a 50 mil	1000	15000	100 mil a 200 mil	Algumas centenas de milhares	40 mil a 200 mil
Portabilidade	Sim	Não	Sim	Sim	Não	Sim
Incerteza em situações normais	±20 MPa	±30MPa	±10MPa	±20MPa	±30MPa	10 a 20MPa
Tempo médio para obter a primeira medição e estabelecer um perfil de tensões	40 minutos, duas horas	30 minutos, oito horas	40 minutos, entre 5 e 20 horas	20 minutos 8 horas	2 horas uma semana	Vários minutos 20 minutos
Profundidade da inspeção	0.02 a 15 mm	0.1 a 3 mm	Todas acima de 1 mm	1 a 50 µm	2 mm até 50 mm	0.015 a 3 mm para ondas superficiais e espessura do componente para ondas volumétricas

Figura 34: Comparação entre as principais técnicas de medição de tensões residuais; extraído de Soares (2003, p. 56)

4 MODELO PROPOSTO

4.1 Introdução

Este trabalho apresenta um modelo que permite a análise da fratura pela obtenção do campo complexo de tensões tridimensionais na ponta da trinca em cada instante relacionado ao seu estágio de crescimento ou de existência utilizando uma única malha de elementos finitos do início ao fim da simulação numérica. Tais tensões têm origem em carregamentos externos e internos – como tensões térmicas ou residuais oriundas de um processo de soldagem cuja modelagem também é parte da metodologia apresentada.

O modelo proposto se diferencia por:

- (I) Permitir que o campo de tensões residuais reformule-se com a propagação da trinca e também por integrar esses dados para a análise concomitante da fratura permitindo a avaliação mais realista dos fenômenos.
- (II) Considerar a mesma malha de elementos finitos durante toda a análise do problema, ou seja, não há remalhamento¹.

A avaliação usual dos fenômenos que acontecem ao redor da trinca durante cada um dos instantes relacionados ao seu crescimento promovem a geração de novas malhas de elementos finitos que teoricamente precisam ser recriadas ou adaptadas da anterior devido à mudança da geometria original (ainda que seja mínima, apenas devido ao aumento da trinca).

Consequentemente, a localização dos pontos nodais de uma malha nova tende a se diferenciar das coordenadas anteriores e isso poderia incorrer em imprecisões relacionadas às aproximações feitas para calcular um determinado parâmetro, carregamento, deslocamento etc.

¹Do inglês, *remesh*.

4.2 Metodologia Proposta

O modelo proposto permite a obtenção numérica através do método de elementos finitos do campo de tensões na ponta da trinca, para os diferentes tamanhos dela, com a vantagem de utilizar uma única malha de elementos finitos do início ao fim da análise numérica.

A pesquisa focou na avaliação das imperfeições que têm influência preponderante no fenômeno de fratura elasto-plástica em uma estrutura soldada, isto é, de uma trinca hipoteticamente causada pela fragilização do aço devido à soldagem e avaliada pelo fator de intensidade de tensão, levando-se em conta a distribuição complexa das tensões residuais, também sensível ao tamanho da trinca.

Essa técnica pressupõe o conhecimento da localização, tipo e forma de propagação da trinca através de uma estrutura mecânica.

O modelo segue uma metodologia que possui quatro passos:

- (I) Primeiro passo: definição de uma única malha de elementos finitos para todo o processo, levando-se em consideração a geometria (desenho), características do material, processo de soldagem, condições de serviço e de projeto e as hipóteses consideradas para a trinca.
- (II) Segundo passo: realização da simulação numérica para a análise térmica transiente devido ao processo de soldagem, ou seja, o processo de solda é simulado levando-se em conta os efeitos de condução, convecção e radiação térmica relacionados.
- (III) Terceiro passo: realização da simulação numérica para a análise estrutural transiente para avaliar o campo de tensões residuais tridimensionais – depois que a estrutura soldada volta à temperatura ambiente.

São realizadas as validações dos dois passos anteriores. Os resultados são detalhados e comparados com o trabalho apresentado por Barban (2014), confirmando a viabilidade dos modelos construídos.

- (IV) Quarto passo: desenvolvimento da simulação numérica para a análise da fratura. O objetivo é obter o campo de tensões na frente da trinca para cada tamanho diferente de trinca. Com essa informação é possível encontrar o valor do fator de intensidade de tensão na ponta da trinca a partir da extrapolação do mesmo parâmetro conforme se aproxima da trinca, na zona plástica. A validação é realizada através da comparação

entre esta simulação numérica e uma formulação obtida da literatura, conforme Tada e Irwin (2000).

As três validações referidas anteriormente (passos 2, 3 e 4) são necessárias para a utilização do modelo em situações práticas.

4.3 Passo 1: Definição da Malha de Elementos Finitos

A malha de elementos finitos deve ser adequada para a análise térmica e estrutural.

O método proposto para a escolha viável de uma mesma malha do início ao fim do processo segue o caminho inverso deste, pois leva-se em consideração a previsão do tamanho da trinca durante a análise da fratura, das simulações realizadas para a análise das tensões residuais e do processo de soldagem durante a análise térmica, nessa ordem, conforme a figura 35.

Figura 35: Representação holística do método de definição da malha adequada

Para isso, propõe-se a elaboração de um desenho que delimita a malha que se pretende definir incluindo o seu adequado refinamento.

Finalmente, busca-se pelo tipo ideal de elemento finito e dos graus de liberdade necessários para a simulação térmica e estrutural e que permita a obtenção de uma malha com os requisitos de refinamento previstos.

(i) Desenho geométrico

É o desenho do meio/estrutura a ser analisado, planejado para incluir (representar) a trinca com suas dimensões relacionadas aos seus diferentes estágios de crescimento ou de existência de tal forma que seja parte da geometria original (sem trinca), conforme o exemplo ilustrado na figura 36, a seguir.

É importante ressaltar que o método depende da hipótese de tendência de crescimento da trinca adotada. Nesse exemplo, utilizou-se a premissa de crescimento em um cenário de *Leak-Before-Break*.

Figura 36: Exemplo de construção geométrica (holística) para a delimitação da malha

Dada a complexidade numérico-computacional eventualmente encontrada devido às características e refinamento da malha, observa-se a importância de sua simplificação, ainda que, contudo, deva ser desafiada.

Exemplo disso é a dificuldade causada pelo excessivo refinamento da malha para a cobertura da análise de diferentes tamanhos de trinca. Isso foi resolvido através de uma construção geométrica que prevê tamanhos diferentes de trincas, de tal forma que as trincas maiores circunscrevem as anteriores de modo que a sua obtenção venha da exclusão de material que representa o volume intermediário de uma para a outra.

Uma vez que o desenho está elaborado, temos a ideia de como será a malha e do grau de refinamento necessário. Resta definir o tipo de elemento finito.

(ii) Definição de elementos finitos

Como visto no Capítulo 2, os *softwares* de elementos finitos possuem uma biblioteca grande com diferentes tipos de elementos e trazem algoritmos de geração de malha tridimensionais com adaptatividade geométrica e de refinamento que atendem inclusive a geometrias bem complexas.

A escolha do elemento apropriado deve levar em consideração que: (i) para a análise térmica é necessário apenas 1 grau de liberdade por nó para a temperatura, e (ii) para a análise estrutural são necessários 3 graus de liberdade para os deslocamentos em x , y e z .

O elemento finito desejado é hexaédrico, com pelo menos 8 nós e que durante simulação térmica apresentasse 1 grau de liberdade e durante a simulação estrutural

apresentasse 3 graus de liberdade.

Por conveniência de acesso, utilizou-se neste trabalho o *software* ANSYS (ANSYS, 2009). Revisando Thompson e Thompson (2017) e Malde (2009), observou-se que existem alguns elementos que podem ser utilizados para a análise térmica e estrutural, havendo apenas a mudança da quantidade de graus de liberdade.

Para a análise térmica podem-se utilizar os elementos hexaédricos nomeados como SOLID70 (8 nós) ou SOLID90 (20 nós) com 1 grau de liberdade e que automaticamente ampliam o grau de liberdade para 3 quando submetidos à análise estrutural, preservando as suas características espaciais e de número de nós, sendo nomeados respectivamente para SOLID185 e SOLID186, representados na figura 37, a seguir.

Figura 37: Elementos 3-D para a análise térmica e estrutural; (ANSYS, 2009, p. 682, 699, 832 e 834)

Ainda de acordo com Malde (2009), um padrão de malha idêntico da análise térmica é utilizado na análise estrutural.

Os elementos SOLID70 e SOLID90 suportam propriedades ortotrópicas² do material e os elementos SOLID185 e SOLID186 suportam plasticidade, elasticidade, endurecimento por tensão, fluência, grande deflexão e grande capacidade de deformação.

- (iii) Trinca: o aumento da trinca é obtido pela subtração dos elementos da malha delimitados previamente (desenho geométrico). A subtração desses elementos pode ser feita de forma direta, i.e., através da exclusão consecutiva dos elementos delimitados na malha ou de forma indireta, utilizando-se um código em APDL no ANSYS (ANSYS, 2007), que altera apenas o módulo de Young (E) desses elementos para um valor desprezível (diferente de zero), conforme figura 38.

²Qualidade de material cujas propriedades mecânicas são únicas e dependem das direções em que são observadas.

Figura 38: Exemplo de comando APDL Ansys para alterar o módulo de Young de um conjunto de elementos delimitados; conforme descrito em ANSYS (2007, p. 135 e 136)

A forma direta, dada pela supressão dos elementos, é a mais fácil de ir consecutivamente aumentando a trinca.

Na forma indireta, através do código APDL, altera-se a resistência mecânica do material, como se fosse ar (quer pela mudança do módulo de Young quer pela supressão do material). Isso é utilizado como alternativa para manter a geometria constante e, portanto, sem a necessidade de geração de uma nova malha, preservando os mesmos nós e elementos originais.

- (iv) Simplificações: há várias razões para se supor que no decorrer desse passo, dependendo da complexidade da estrutura, do tipo de trinca ou de outras limitações técnicas, sejam propostas algumas simplificações sem que, contudo, comprometam a análise. Ainda assim, devem ser bem explicadas, defendidas e desafiadas.

4.4 Passo 2: Validação do Modelo de Análise Térmica

A validação da análise térmica é realizada através da comparação dos resultados obtidos pelo modelo térmico utilizado neste trabalho com resultados extraídos da literatura.

- (I) **Plano de validação:** comparar os resultados obtidos no modelo térmico proposto com aqueles obtidos no trabalho de Barban (2014), que também reúne resultados de outros trabalhos. Assim, a geometria utilizada deve ser similar para essa comparação.

- (II) **Geometria:** define as estruturas ou partes soldadas, desenhadas em *softwares* de CAD como o *SolidWorks*, *SpaceClaim* e *DesignModeler* ou qualquer outro compatível com a ferramenta de elementos finitos utilizada. Convencionou-se a placa fina de 200 mm de comprimento, 150 mm de largura e 2 mm de espessura descrita por Barban (2014). Essa placa é soldada com outra de similar geometria e de mesmo material, conforme a figura 39, construída no *DesignModeler*.

Figura 39: Soldagem de 2 placas planas de 200 mm x 150 mm x 2 mm

Cada placa plana é geometricamente modelada como a união de 10 placas menores (de 20 mm x 150 mm x 2 mm). O contato entre as placas é definido no ANSYS como *Bonded Contact*, que é a configuração-padrão e se aplica a todas as regiões de contato (superfícies, sólidos, linhas, faces, arestas). Se as regiões de contato estiverem conectadas assim, não haverá deslizamento ou separação entre faces ou arestas mesmo com aplicação de cargas.

Isso facilita a definição da malha num determinado espaço e contribui com a localização de propriedades e fenômenos que podem variar no tempo e espaço, como materiais diferentes, fluxo de calor etc.

- (III) **Material:** as características do material devem estar registradas no *software* de elementos finitos utilizado. No ANSYS, os dados devem ser registrados no módulo *engineering data*. Essas informações podem ser obtidas de manuais técnicos ou de outras fontes bibliográficas.

O material utilizado é o aço inox austenítico AISI 304. Possui alta resistência à oxidação e à corrosão e é recomendado para fabricação de equipamentos hospitalares,

indústrias químicas, farmacêuticas e petroquímicas, entre outras. A sua composição química está referenciada na figura 40.

Aço	C	Ni	Cr	Si	Mn	P	S	N
AISI 304	0.08	8-10.5	18-20	0.75	2	0.045	0.03	0.1

Figura 40: Composição química do aço AISI304; conforme Bringas (2004, p. 143)

As propriedades físicas e mecânicas do aço 304 foram extraídas de Deng e Murakawa (2006), conforme as figuras 41 e 42:

Temp	Condutividade Térmica	Calor Específico	Densidade	Módulo de Elasticidade	Coefficiente de Poisson	Coefficiente de Expansão Térmica	Tensão de Escoamento
°C	W/(m°C)	J/(Kg°C)	(kg/m³)	(GPa)	-	(°C-1)X10-6	(Pa)
0	14.6	462	7900	198.5	0.294	17	265,000,000
100	15.1	496	7880	193	0.295	17.4	218,000,000
200	16.1	512	7830	185	0.301	18	186,000,000
300	17.9	525	7790	176	0.31	18.6	170,000,000
400	18	540	7750	167	0.318	19.1	155,000,000
600	20.8	577	7660	159	0.326	19.6	149,000,000
800	23.9	604	7560	151	0.333	20.2	91,000,000
1200	32.2	676	7370	60	0.339	20.7	25,000,000
1300	33.7	692	7320	20	0.342	21.1	21,000,000
1500	120	700	7320	10	0.388	21.6	10,000,000

Figura 41: Propriedades termofísicas e mecânicas do aço 304; conforme Deng e Murakawa (2006, Tab. 2)

Figura 42: Relação tensão x deformação do aço AISI 304, dependente da temperatura

(IV) **Malha:** utilizou-se uma malha de elementos hexaédricos com 20 nós, definidos pelo SOLID90. A malha possui 7.500 elementos com 56.780 nós, conforme figura 43. A

Figura 43: Malha adotada: 7.500 elementos e 56.780 nós

mesma malha é adotada para a análise das tensões residuais, validada na próxima seção.

- (V) **Parâmetros de Soldagem:** uma vez que o processo de soldagem é estabelecido, define-se o modelo e os parâmetros de soldagem como velocidade, fonte de calor, eficiência do equipamento de soldagem em função de sua potência (tensão e corrente elétrica) etc.

O processo de soldagem adotado por Barban (2014) foi o GTAW para esse caso, utilizando como modelo de fonte de calor a dupla elipsoidal de Goldak. Os parâmetros de soldagem considerados foram: corrente $i = 96$ amperes, tensão $U = 10$ volts e velocidade $v = 2,5 \text{ mm/s}$. Adotou-se eficiência térmica $\eta = 65\%$, considerando portanto uma potência nominal $P = 96 \times 10 \times 0,65 = 625 \text{ W}$. Além disso, fora considerado o modelo da dupla elipsoidal de Goldak como fonte de calor.

Sem perda de generalidade, é adotado o processo de soldagem eletrogás (EGW) que, assim como o processo de eletroescória (ESW), pode ser utilizado inclusive em chapas mais grossas permitindo análises práticas mais variadas. Nesse caso, a modelagem da fonte de calor deve levar em consideração os efeitos do eletrodo fundido (ou da escória, no caso ESW) em uma lacuna formada entre as juntas. Dessa forma, adotou-se um modelo em que a fonte de calor age sobre uma superfície durante um período de tempo para, em seguida, mover-se para a próxima.

Definiu-se um conjunto de 10 superfícies de contato, localizadas na espessura da estrutura e entre as placas soldadas. A área dessas superfícies é $A = 2mm \times 1/10 \times 200mm = 40mm^2$. Assim, o fluxo de calor é aplicado consecutivamente e por 8 segundos em cada uma das 10 superfícies, que equivale à velocidade de solda $v = 2,5mm/s$.

A potência nominal considerada é de $P = 1120W$.

A convecção e a radiação são modeladas conforme a equação 3.18 (da revisão bibliográfica):

$$h_{total} = h_c + \sigma_b \epsilon_e (T + T_{amb})(T^2 + T_{amb}^2)$$

O coeficiente de convecção adotado foi $h_c = 12 W/m^2 \text{ } ^\circ C$, emissividade $\epsilon_e = 0.51$ e temperatura ambiente $T_{amb} = 22^\circ C$.

O resultado é apresentado na figura 44.

Figura 44: Curva do coeficiente (modelado) de convecção e radiação dependente da temperatura

(VI) **Resultados comparados da simulação Térmica:** a figura 45 ilustra o fluxo de calor respectivamente para 20, 40, 60 e 80 segundos, modelado no ANSYS.

Esses resultados representam as etapas de aplicação da fonte de calor e estão comparativamente bem semelhantes aos obtidos por Barban (2014), conforme a figura 46.

Finalmente, compara-se os resultados obtidos para o ponto afastado a 20 mm da linha de solda com aqueles encontrados por Barban (2014), adicionando também os resultados experimentais obtidos por Seyyedian, Haghpanahi e Sedighi (2012) – que foram utilizados na sua validação, conforme a figura 47.

Figura 45: Temperatura em 20, 40, 60 e 80 s

Figura 46: Temperatura em 20, 40, 60 e 80 s; extraído de Barban (2014, p. 71 e p. 72)

Existe um desvio médio de 4,91% entre os pontos coletados com resultado de Barban no ponto afastado 20 mm da linha de centro da solda, e a partir de 150 segundos a diferença tende a zero. Existe uma variância maior com os resultados experimentais de Seyyedian, com média dos desvios próximo de 9,4% no experimento 1 e aproximadamente zero no experimento 2.

Existem pequenos erros de aproximação devido à inclusão manual dos resultados

Figura 47: Comparação com resultado numérico de Barban e experimentais de Seyyedien da distribuição de temperatura na distância 20 mm afastada da linha de centro da solda; obtido de Barban (2014, p. 74)

obtidos nos gráficos extraídos do autor de referência. Ainda assim, considera-se validada a distribuição de temperaturas obtidas numericamente pela aproximação satisfatória dos resultados numéricos obtidos por Barban (2014) que, por sua vez, se aproxima satisfatoriamente de resultados experimentais por ele analisados.

4.5 Passo 3: Validação do Modelo de Análise da Tensão Residual

A análise transiente estrutural inicia-se após a análise transiente térmica, já em equilíbrio térmico com o meio ambiente.

Utilizou-se a mesma malha ilustrada na figura 43, com 7.500 elementos e 56.780 nós.

No ANSYS o elemento foi convertido para o SOLID186 com 3 graus de liberdade.

São adicionados os vínculos nas 3 direções ortogonais às superfícies da estrutura, ou

seja, fica fixa na direção do contato e livre nas demais direções.

O campo de tensões residuais longitudinais obtido é representado na figura 48, através de quatro tipos de cortes em relação à linha da solda.

Figura 48: Distribuição das tensões longitudinais: perpendicular à linha de solda (A), sobre a linha de solda (B) e paralelas a 10 mm (C) e 100 mm (D) da linha de solda

As tensões residuais longitudinais máximas calculadas são comparadas com os valores obtidos de Barban (2014) para os mesmos cortes, conforme a tabela 1.

Tabela 1: Comparação das tensões residuais longitudinais, em MPa

Cortes	Obtidos	Barban (2014)
A	277	271
B	161	160
C	294	290
D	-105	-110

As tensões residuais longitudinais máximas alcançadas são muito próximas, com diferenças inferiores a 5% em todos os casos.

Portanto, considera-se satisfatório o resultado obtido da análise residual.

4.6 Passo 4: Validação do Modelo de Análise da Fratura

A validação do modelo de fratura são conduzidas através da comparação com resultados teóricos.

Para isto, é proposta a análise de uma trinca pequena que pode crescer dentro da parede de um vaso de pressão por alguns dos diversos mecanismos de falhas já revisados até alcançar o outro lado da parede do vaso assumindo o cenário de *Leak-Before-Break* (vazamento antes da falha).

- (I) **Plano de validação:** o fator de intensidade de tensão é estimado por um modelo numérico para diferentes tamanhos de trinca com o objetivo de ser comparado com os resultados obtidos de um modelo teórico.
- (II) **Geometria:** propõe-se a análise de uma placa plana com diferentes tamanhos de trincas. A placa possui as seguintes dimensões: 200 mm de comprimento, 300 mm de largura e 20 mm de espessura, desenhado no *SpaceClaim/ANSYS*.
O desenho é dividido em partes, incluindo a geometria da trinca. O contato entre as partes é definido no ANSYS como *Bonded Contact*. Dessa forma, com a mesma geometria e malha, podem-se definir tamanhos diferentes de trincas pela alteração do material (ou eliminação deste), conforme figura 49.
- (III) **Trinca:** assume-se que a trinca seja sempre semicircular. Ao todo, 10 trincas diferentes podem ser analisadas, cujos raios variam entre 2 e 20 mm (que é igual à espessura da placa analisada).
- (IV) **Material:** adotou-se o mesmo material das validações anteriores, ou seja, o aço inoxidável AISI 304.
Na temperatura ambiente, o limite de escoamento é de 265 MPa e o fator de intensidade de tensão crítico considerado é de $228 \text{ MPa}\sqrt{m}$.
- (V) **Carregamento:** adotou-se um carregamento de aproximadamente 2/3 da tensão de escoamento, ou seja, de 175 MPa, conforme a figura 50.
- (VI) **Malha:** adotou-se uma malha com 74.400 elementos tetraédricos (SOLID187) e 128.371 nós, seguindo a recomendação observada na biblioteca do ANSYS, conforme a figura 51.

Figura 49: Geometria da Placa para a análise da fratura, modelado no Space-Claim/ANSYS

Figura 50: Representação da placa com o carregamento $\sigma=175\text{MPa}$

- (VII) **Distribuição das tensões:** a distribuição das tensões ao longo da espessura até a ponta da trinca é obtida com o auxílio do ANSYS. O modelo foi executado consecutivas vezes para simular o crescimento da trinca através de exclusões de partes do material, sem alterar a configuração da malha da placa.

Figura 51: Malha de elementos finitos tetraédricos, SOLID187/ANSYS com 74.400 elementos e 128.371 nós

Os campos de tensões localizados nas pontas das trincas de 2, 4, 6 e 8 mm são representados na figura 52. O procedimento é repetido para os outros tamanhos de trinca.

Figura 52: Distribuição de tensões normais ao longo da espessura até a ponta das trincas de 2, 4, 6 e 8 mm; calculada no ANSYS

Ressalta-se novamente que esse procedimento permite que todos os processos analisados neste trabalho utilizem a mesma malha de elementos finitos.

(VIII) **Estimativa do fator de intensidade de tensão:** recorda-se, do Capítulo 2, que na ponta da trinca (região plástica) a tensão normal tende a ser superior ao limite de escoamento, mas na análise do comportamento linear-elástico as tensões são infinitas na ponta da trinca – quando r tende à zero.

Além disso, também foi discutido que o procedimento de elemento finito não é preciso a uma distância muito próxima da ponta da trinca devido à inabilidade dos elementos utilizados para representar a singularidade das tensões.

O valor do fator de intensidade de tensão K_I é calculado segundo a equação de Airy/Westergaard (equação 2.44), com base nos valores obtidos da distribuição de tensões apresentados na figura 52, assumindo $\theta = 0$. Para solucionar o problema da singularidade das tensões na ponta da trinca, conforme descrito por Broek (1986) (também revisado no Capítulo 2), o valor estimado de K é obtido por extrapolação gráfica.

Os valores estimados de K (extrapolados), para cada tamanho de trinca, são comparados com os resultados teóricos (analíticos) calculados segundo a equação 4.1 (TADA; IRWIN, 2000, p. 53).

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \left[1.12 - 0.231 \left(\frac{a}{b} \right) + 10.55 \left(\frac{a}{b} \right)^2 - 21.72 \left(\frac{a}{b} \right)^3 + 30.39 \left(\frac{a}{b} \right)^4 \right] \quad (4.1)$$

A comparação dos resultados é apresentada na figura 53.

Figura 53: Comparação das estimativas do fator de intensidade de tensão pelo modelo numérico e teórico, obtidos por análise gráfica

Nota-se que as duas curvas possuem tendência semelhante sendo que os valores são muito próximos para a trinca de 2 mm.

No próximo capítulo é analisado um caso para exemplificar a utilização do modelo aqui proposto.

5 CASO EXEMPLO

5.1 Introdução

Dentre os muitos temas de pesquisa, selecionou-se um caso exemplo relacionado à análise da fratura do vaso de pressão do reator nuclear de Angra 1.

Motivação

A energia nuclear representa somente 1,53% das fontes energéticas no Brasil, ou seja, há bastante espaço para crescimento, pois já é a quarta maior fonte geradora de eletricidade do mundo depois do carvão, gás natural e hidroeletricidade. Além disso, o Brasil possui grandes reservas de urânio e tório e detém o domínio da tecnologia do ciclo de combustível (ESCANHOELA, 2018).

Durante o Congresso Mundial de Energia nuclear (AtomExpo 2016¹), afirmou-se que o mundo tem atualmente 450 reatores nucleares para fins pacíficos operando em 33 países e 50 em construção. Empresas e nações que desenvolvem esse tipo de energia buscam agora triplicar o número de usinas nucleares até 2050, aumento que representaria 25% da eletricidade mundial.

O aumento da demanda e a necessidade de energia limpa para reverter o quadro das mudanças climáticas são estimulados politicamente.

Existem diversas vantagens estratégicas para o desenvolvimento dessa tecnologia no Brasil e há boas razões para supor que haverá um aumento gradual dessa fonte de energia no país.

É importante ressaltar que a construção de uma usina é decisão estratégica bastante séria, com desafios econômicos, sociais e ecológicos, e, portanto, de difícil recuo.

¹<http://2016.atomexpo.ru/eng/forum>

5.2 Reator Nuclear de Angra 1

A Central Nuclear Almirante Álvaro Alberto é formada pelo conjunto das usinas nucleares Angra 1, Angra 2 e Angra 3 (ainda em construção), de propriedade da Eletronuclear, subsidiária das Centrais Elétricas Brasileiras – Eletrobras.

A Usina de Angra 1 foi a primeira usina nuclear brasileira a entrar em operação comercial, ligada à rede elétrica pela primeira vez em 1985. Foi fabricada pela Westinghouse e é operada pela Eletronuclear.

Segundo dados da Eletrobras-Eletronuclear, a usina opera com um reator de água pressurizada (PWR), que é o mais utilizado no mundo (ELETRONUCLEAR, 2016).

Com 640 megawatts de potência nominal, Angra 1 gera energia suficiente para suprir uma cidade de 1 milhão de habitantes, como Porto Alegre ou São Luís.

Figura 54: Vista recente da Usina Nuclear de Angra 1; (ELETRONUCLEAR, 2016)

A potência total das usinas é 2.000 MW. Assim, a central brasileira está entre as oitenta maiores do mundo. Entretanto, Estados Unidos, Japão, França e Alemanha possuem juntas quase oitenta usinas em operação (sem contar as que estão em construção).

Vaso de Pressão

Com referência ao trabalho de Gonçalves (1987), reúnem-se os seguintes dados técnicos relacionados ao vaso que é objeto deste estudo:

- (i) Material do vaso pressurizado: considerou-se o aço ASTM A533 Grau B Classe 1 (aço DIN 20 MnMoNi 55 laminado), que é um aço-carbono de baixa liga e dos

mais empregados na fabricação das partes estruturais dos componentes primários de centrais nucleares de potência a água pressurizada (PWR), inclusive em Angra 2 e Angra 3 (MORAES, 2015).

O teor de C entre 0,15 e 0,25% desse aço garante boa soldabilidade e a obtenção das propriedades mecânicas especificadas. Teores mais abaixo dessa faixa causam a diminuição da resistência mecânica e da temperatura dútil-frágil, enquanto teores mais elevados aumentam a suscetibilidade ao trincamento na zona termicamente afetada.

A composição química desse aço é apresentada na tabela 2.

Tabela 2: Composição Química (fração de massa) do aço ASTM A533 Grau B Classe 1 (MATWEB, 2017)

Propriedade	Medida
Carbono	0,25%
Manganês	1,15 - 1,5%
Molibdênio	0,45 - 0,60%
Níquel	0,40 - 0,70%
Fósforo	0,035%
Silício	0,15 - 0,40%
Enxofre	0,040%
Cromo	0,20%
Cobre	0,12

O controle das frações residuais é importante para garantir o comportamento mecânico desejado sob a influência de radiação neutrônica.

(ii) Propriedades do aço ASTM A533 Grau B Classe 1: Tabela 3.

Tabela 3: Propriedades Gerais do Aço ASTM A533 Grau B Classe (MATWEB, 2017)

Propriedade	Medida
Densidade	7.800 kg/m^3
Tensão de Ruptura	550 - 690 MPa
Tensão de Escoamento	345 MPa
Elongamento	18 %
Módulo de Elasticidade	200 GPa
Módulo de Bulk	160 GPa
Coefficiente de Poisson	0.29
Módulo de Cisalhamento	80.0 GPa
Calor Específico	$0.470 \text{ J/g } ^\circ\text{C}$
Condutividade Térmica	52.0 W/m K

(iii) Condições de Operação do Reator

- (i) Pressão de Serviço: $P_S = 17,5 \text{ MPa}$
- (ii) Pressão de Projeto: $P_P = 21 \text{ MPa}$
- (iii) Pressão de Resfriamento de Emergência: $P_R = 3 \text{ MPa}$
- (iv) Temperatura de Serviço: $T_S = 340^\circ\text{C}$
- (v) Temperatura de Projeto: $T_P = 340^\circ\text{C}$
- (vi) Temperatura de Resfriamento de Emergência: $T_R = 50^\circ\text{C}$

A informação sobre a Temperatura de Emergência é bastante importante, pois a tenacidade à fratura do material diminui com menores temperaturas, podendo comprometer a integridade estrutural.

Dessa forma, com base nos manuais da ASME, revisam-se as propriedades do material levando-se em conta as temperaturas ambiente, de projeto e de emergência, organizando-se os valores das tensões de escoamento e ruptura conforme as figuras 55 e 56.

- (iv) Dimensões do Vaso: a forma esquemática das características geométricas é representada na figura 57.

Diâmetro da seção cilíndrica: $D = 3.360 \text{ mm}$

Espessura da parede da seção cilíndrica: $t = 165 \text{ mm}$

Comprimento total do vaso: $L' = 11.334 \text{ mm}$

Dados do Material		
Material	SA-533 Grau B Classe 1	
Composição Nominal	Mn-1/2Mo-1/2Ni	
Temperatura ambiente	20	°C
Temperatura de projeto	340	°C
Temperatura de emergência	50	°C
Tabela do ASME	Table 1A	
Temperatura máxima permitida pelo código	427	°C
Resultados		
Tabela do ASME	Table Y-1	
Limite de escoamento na temperatura de projeto	286	MPa
Limite de escoamento na temperatura de ambiente	345	MPa
Limite de escoamento na temperatura de emergência	340	MPa
Tabela do ASME	Table U	
Limite de ruptura na temperatura de projeto	552	MPa
Tensão de ruptura na temperatura de ambiente	552	MPa
Tensão de ruptura na temperatura de emergência	552	MPa
Tabela do ASME	Table TM-1	
Módulo de elasticidade na temperatura de projeto	178,000	MPa
Módulo de elasticidade na temperatura ambiente	200,000	MPa
Módulo de elasticidade na temperatura de emergência	198,000	MPa

Figura 55: Valores das tensões em função das temperaturas de referência; (ENGINEERING, 2010a, p. 55, 481, 586 e 738)

Figura 56: Gráfico das tensões de escoamento e ruptura em função das temperaturas; (ENGINEERING, 2010a, Tabelas Y-1, U e TM-1)

- (v) Tenacidade à Fratura: analisaram-se o limite de escoamento e a tenacidade à fratura do material do vaso e do material da solda utilizada em sua manufatura.

De acordo com os valores obtidos das figuras 55 e 56 e conforme as referências obtidas por Gonçalves (1987), na temperatura de projeto $T_P = 340^\circ\text{C}$:

(i) $\sigma_{esc}^P = 286\text{MPa}$;

Figura 57: Representação esquemática do vaso de pressão do reator nuclear de Angra 1 – sem revestimento interno; (GONÇALVES, 1987, p. 5.3)

(ii) $K_{IC}^P = 175 \text{ MPa}\sqrt{m}$;

(iii) Considerando o efeito da radiação neutrônica ($\phi = 4 - 610^{19} \text{ nêutrons/cm}^2$):
 $K_{IC}^P = 125 \text{ MPa}\sqrt{m}$.

5.3 Considerações Gerais

A proposta desse exercício é avaliar o tamanho crítico de uma trinca localizada dentro do vaso, próxima à linha de solda longitudinal, cujos arredores sofram a ação do campo de tensões residuais derivadas do processo de soldagem e da ação concomitante das tensões externas resultantes da pressão interna do vaso. Como visto na capítulo 1, esse é um cenário de grande risco, com maior possibilidade de fratura (figura 60).

Conforme a metodologia apresentada no capítulo anterior para o desenvolvimento do modelo proposto, a solução do caso exemplo segue os seguintes passos:

- (I) Passo 1: definição da malha de elementos finitos;
- (II) Passo 2: solução do modelo de análise térmica;
- (III) Passo 3: solução do modelo de análise da tensão residual;
- (IV) Passo 4: solução do modelo de análise da fratura.

Cada um desses passos é desenvolvido nas próximas seções.

5.4 Passo 1: Definição da Malha de Elementos Finitos

Para se definir a malha de elementos finitos, única para todo o processo, conforme descrito no capítulo anterior, ressaltam-se as seguintes premissas:

- (i) toma-se como referência a figura 57, que é representação esquemática do vaso de pressão do reator nuclear de Angra 1. Nesse caso, as dimensões consideradas são: espessura = 165 mm, raio do cilindro e dos tampos esféricos = 1.680 mm e altura = 11.334 mm;
- (ii) assume-se que a trinca é semicircular, localizada internamente ao vaso e próxima à linha de solda longitudinal a este, que inicia com 5,5 mm de raio e se propaga na mesma razão de aspecto até a outra face do vaso. Assume-se também o critério de *Leak-Before-Break*, conforme abordado na revisão bibliográfica;
- (iii) assume-se que as superfícies que recebem o fluxo de calor devido à solda estão na espessura da estrutura. Delimitou-se um perímetro de 1.012 mm dividido em 40 partes com medidas de 25,4 mm (perímetro dividido por 40) e 165 mm (espessura);

- (iv) assume-se um refinamento da malha de elementos finitos ao redor da trinca. Essa malha ocupa o volume de um pedaço grande do tronco do cilindro do vaso, com dimensões de 1.012 mm (longitudinal ao vaso) x 1.012 mm (média do comprimento radial) x 165 mm (espessura do vaso).

Os procedimentos desenvolvidos para essa etapa da análise, conforme o modelo apresentado, são:

(I) Desenho geométrico

São construídos três desenhos: o primeiro é relativo ao vaso de pressão (peça inteira) que será utilizado para avaliar corretamente a distribuição de tensões externas causadas pela sua pressão interna; o segundo é relativo a um pedaço do vaso, ou seja, a uma placa cilíndrica; o último vem da reconstrução do desenho anterior: trata-se de uma placa plana com dimensões similares às da placa cilíndrica que, como é descrito mais adiante, tem o objetivo de simplificar as análises térmica e estrutural.

É importante ressaltar que, conforme a metodologia proposta no capítulo anterior, os desenhos das placas cilíndrica e plana devem prever a existência da trinca em seus diferentes estágios de crescimento, conforme as figuras 58 e 59.

Figura 58: Desenho Geométrico: Vaso de Pressão

A premissa de trinca na solda longitudinal teve como referência soldas de categoria

Figura 59: Desenho Geométrico: placa cilíndrica

A que, segundo o código Engineering (2010b), são as soldas principais, solicitadas por maiores tensões (descrito no capítulo 1 deste trabalho), conforme figura 60.

Figura 60: (i) Desenho geométrico proposto com indicação da solda de categoria A/longitudinal, (ii) referência ASME sobre os tipos de categorias de solda; (BARBAN, 2014) e (iii) esquema utilizado para o desenho do vaso

(II) Definição da malha de elementos finitos

Como descrito anteriormente, essa malha deve ser utilizada em todo o processo (térmico e estrutural).

Adotaram-se elementos hexaédricos de 20 nós no ANSYS (SOLID90/SOLID186). Consequentemente, a malha possui 30.958 elementos e 125.473 nós, conforme ilustrado na figura 61.

Figura 61: Malha de elementos finitos - Placa Cilíndrica

Adotou-se a mesma malha de elementos finitos para a placa plana, conforme a figura 62.

- (III) Trinca: o aumento da trinca é obtido pela subtração dos elementos da malha delimitados previamente (desenho geométrico), conforme ilustrado na figura 63.
- (IV) Simplificações na adoção da placa plana: para análises analíticas e numéricas são comumente sugeridas hipóteses simplificadoras para a definição do volume de amostra para o teste.

Vitale e Beghini (1990) avaliaram a hipótese de simplificar a análise pela consideração de uma placa plana através de análises experimentais. Compararam um vaso (PWR) com diâmetro e espessura conhecidos com uma placa de dimensões tais que os efeitos equivalentes de temperatura, tensões residuais e fator intensidade de tensão fossem similares. O material utilizado é o mesmo que o considerado nesse caso exemplo (A533 Grau B Classe 1).

Algumas considerações são destacadas a seguir:

- (i) Estruturas com curvatura cilíndrica apresentam equivalentes de temperatura similares aos da placa plana;

Figura 62: Malha de elementos finitos - Placa Plana

Figura 63: Exemplos de possíveis estágios de crescimento de trinca

- (ii) O efeito das tensões residuais devido à soldagem pode ser significativamente diferente entre as geometrias. Os mesmos autores verificaram que essas diferenças diminuem conforme o aumento da largura da placa W , demonstrando

que, para valores de largura iguais ao dobro da espessura do vaso de pressão ($W = 2t$), os campos de tensões são muito similares;

- (iii) Em condições exclusivas de estado plano de deformação (EPD), para trincas menores que 60 mm, o fator de intensidade de tensão no estado plano de deformação de placa plana é similar ao de um cilindro;
- (iv) Verificaram que durante a análise transiente, dada uma trinca inicial de 25 mm, o fator de intensidade de tensão evolui similarmente em ambas as geometrias.

5.5 Passo 2: Solução do Modelo de Análise Térmica

É adotado o processo de soldagem de eletroescória (ESW) cuja modelagem da fonte de calor é similar à apresentada no capítulo anterior. Assim, a modelagem da fonte de calor deve levar em consideração os efeitos da escória sob uma lacuna formada entre as juntas. Portanto, adotou-se um modelo em que a fonte de calor age sobre uma superfície durante um período de tempo para, em seguida, mover-se para a próxima superfície.

Definiu-se um conjunto de 40 superfícies de contato localizadas na espessura da estrutura e entre as placas soldadas. A área dessas superfícies é $A = 165 \text{ mm} \times 1/40 \times 1.012 \text{ mm} = 4.174,5 \text{ mm}^2$. Dessa forma, o fluxo de calor é aplicado consecutivamente e por 12 segundos em cada uma das 40 superfícies, que equivale à velocidade de solda $v = 2,1 \text{ mm/s}$.

A potência nominal considerada é de $P = 100.000 \text{ W}$.

Figura 64: Análise da distribuição de temperatura em 120, 240, 360 e 480 segundos

Figura 65: Distribuição da temperatura pelo centro da linha de solda, na espessura

5.6 Passo 3: Solução do Modelo de Análise da Tensão Residual

A análise transiente estrutural, realizada para obter o campo de tensões residuais, inicia-se após a análise transiente térmica.

Ressalta-se que a mesma malha continua vigente e sem qualquer alteração.

O campo de tensão residual dos elementos presentes na face da malha que contém as trincas é representado nas figuras 66 e 67.

Figura 66: Campo de tensões normais residuais nas direções X, Y e Z (de cima para baixo)

Figura 67: Campo de tensões de cisalhamento residuais em XY , YZ e XZ (de cima para baixo)

5.7 Passo 4: Solução do Modelo de Análise da Fratura

O modelo prevê que uma trinca pequena pode crescer dentro da parede de um vaso de pressão por alguns dos diversos mecanismos de falhas conhecidos até alcançar o outro lado da parede do vaso pelo critério *Leak-Before-Break* (vazamento antes da falha).

Os seguintes procedimentos são realizados:

- (I) Adição das tensões externas da placa: tais tensões são obtidas da análise estrutural realizada no vaso com as pressões internas incluídas, utilizando a pressão de projeto $P_P=21$ MPa e temperatura de projeto $T_P = 340^\circ\text{C}$, conforme as figuras 68, 69, 70, 71, 72 e 73.

Figura 68: Campo de tensões normais em X resultante da pressão interna do vaso do reator nuclear de Angra 1

Figura 69: Campo de tensões normais em Y resultante da pressão interna do vaso do reator nuclear de Angra 1

Figura 70: Campo de tensões normais em Z resultante da pressão interna do vaso do reator nuclear de Angra 1

Figura 71: Campo de tensões de cisalhamento em XY resultante da pressão interna do vaso do reator nuclear de Angra 1

Figura 72: Campo de tensões de cisalhamento em YZ resultante da pressão interna do vaso do reator nuclear de Angra 1

Figura 73: Campo de tensões de cisalhamento em XZ resultante da pressão interna do vaso do reator nuclear de Angra 1

Pelo princípio da superposição, as tensões nos elementos presentes na superfície da placa do vaso são transferidas para os elementos das superfícies da placa plana.

Figura 74: Campo de tensões normais em X situado em um corte similar ao da placa plana são transferidas para a mesma

Figura 75: Campo de tensões normais em Y situado em um corte similar ao da placa plana são transferidas para a mesma

Figura 76: Campo de tensões normais em Z situado em um corte similar ao da placa plana são transferidas para a mesma

Figura 77: Campo de tensões de cisalhamento em XY situado em um corte similar ao da placa plana são transferidas para a mesma

Figura 78: Campo de tensões de cisalhamento em YZ situado em um corte similar ao da placa plana são transferidas para a mesma

Figura 79: Campo de tensões de cisalhamento em XZ situado em um corte similar ao da placa plana são transferidas para a mesma

É importante ressaltar que a pressão interna também age dentro da trinca, uma vez que tem início no interior do vaso e se arrasta a partir de então.

No apêndice A deste trabalho, comparam-se as tensões longitudinais e circunferenciais de um vaso de pressão.

(II) **Campo de tensões resultantes na ponta da trinca:** as distribuições das tensões ao longo da espessura até as pontas das trincas são obtidas com o auxílio do ANSYS.

Portanto, se obtém a distribuição do campo de tensões externas e da resultante das tensões residuais ao longo da espessura até a ponta da trinca em cada um dos seus instantes simulados de propagação, à temperatura de projeto $T_P = 340^\circ\text{C}$ e pressão de projeto $P_P = 21\text{ MPa}$.

A propagação da trinca é proveniente das consecutivas exclusões de partes do material, sem alterar a configuração da malha original da placa, seguindo a metodologia proposta.

Os campos de tensões localizados nas pontas das trincas de 16,5 e 33 mm são representados respectivamente nas figuras 80 e 81. O procedimento é repetido para os outros tamanhos de trinca.

Figura 80: Distribuição de tensões normais ao longo da espessura até a ponta da trinca de 16,5 mm; calculada no ANSYS

Figura 81: Distribuição de tensões normais ao longo da espessura até a ponta da trinca de 33 mm; calculada no ANSYS

(III) **Estimativa do fator de intensidade de tensão:** conforme descrito no capítulo anterior, o valor do fator de intensidade de tensão K_I é estimado segundo a equação de Airy/Westergaard (equação 2.44), com base nos valores obtidos da distribuição de tensões apresentados na figura 80 (com $\theta = 0$); considerando que o limite de escoamento é de 286 MPa, o valor estimado de K é obtido por extrapolação gráfica, conforme a figura 82.

Figura 82: Estimativas do fator de intensidade de tensão para o vaso de pressão do reator nuclear de Angra 1

(IV) **Tenacidade à Fratura:** considerando que o fator de intensidade de tensão crítico (tenacidade) é de $175 \text{ MPa}\sqrt{m}$ e, se considerado o efeito da radiação neutrônica, o fator de intensidade de tensão crítico é de $125 \text{ MPa}\sqrt{m}$, obtém-se por análise gráfica os tamanhos críticos da trinca para estas duas condições:

- (i) Tamanho crítico da trinca quando K_I é igual a tenacidade sem influência da radiação neutrônica ($=175 \text{ MPa}\sqrt{m}$): $a_{\text{crítico}} = 32,70 \text{ mm}$.
- (ii) Tamanho crítico da trinca quando K_I é igual a tenacidade com influência da radiação neutrônica ($=125 \text{ MPa}\sqrt{m}$): $a_{\text{crítico}} = 28,50 \text{ mm}$.

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O desenvolvimento do presente estudo permite o inferimento de algumas conclusões e recomendações que são apresentadas neste capítulo.

6.1 Conclusões

Este trabalho suscita o interesse pelos temas explicitados a seguir.

O modelo desenvolvido mostrou-se adequado para a análise proposta. As simulações apresentaram resultados numéricos coerentes, validados por resultados experimentais ou teóricos de outros autores.

Diferentemente de outros estudos, o campo de tensões residuais não foi introduzido como sendo carregamento externo. As simulações mostraram a contínua alteração do campo de tensões residuais conforme a evolução da trinca, fato este que ocorre na prática.

As análises convencionais de tensão não são suficientes para simular a possibilidade de falha devido a propagação de trincas decorrentes de imperfeições causadas pela soldagem.

A escolha do processo de soldagem eletroescória (ESW), de um único passe, diferentemente de um processo multipasse, favoreceu de forma significativa a obtenção das tensões residuais.

O campo de tensões residuais demonstrou ser extremamente complexo mesmo considerando ter sido ocasionado por um único passe.

A tridimensionalidade do campo de tensão residual também demonstrou ser essencial na análise da fratura. Neste aspecto, se contrapõe a muitos outros trabalhos científicos que focam apenas nas tensões residuais na superfície da solda.

O conhecimento da tenacidade à fratura para as diversas condições de operação e regiões da estrutura permite a análise da falha estrutural com a previsão do tamanho crítico da trinca.

6.2 Recomendações

O presente trabalho também suscitou o interesse por temas que são apresentados a seguir como propostas para trabalhos futuros:

- (i) Utilizar o modelo desenvolvido neste trabalho para a análise de fraturas para trincas de diferentes formatos e em outras regiões da estrutura, como bocais, flanges e calotas.
- (ii) Desenvolver procedimentos para considerar solda multipasse e modelagem da fonte de calor utilizando a dupla elipsoidal de Goldak.
- (iii) Utilizar outros métodos para a análise da fratura, como J Integral e de deslocamento da abertura da trinca.
- (iv) Utilizar o modelo desenvolvido neste estudo para a análise de confiabilidade estrutural considerando a variabilidade dos parâmetros envolvidos e as suas características estocásticas na propagação de trincas.
- (v) Associar o modelo desenvolvido ao critério de Paris ($\frac{da}{dN} = C\Delta K^m$) para a realização de análise da fadiga, quando admite-se a atuação de carregamentos externos alternados.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, D. **Determinação das tensões residuais e deformações resultantes do processo de soldadura TIG através do método dos elementos finitos**. 2012. Dissertação (Mestrado) — Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2012.
- ANDERSON, T. **Fracture mechanics**. 3rd. ed. Boca Raton, FL: Taylor & Francis Group, 2005.
- ANSYS. **Programmer's manual for ANSYS**: Manual. Canonsburg, PA, 2007.
- _____. **Theory reference for the mechanical APDL and mechanical applications**: Manual. Canonsburg, PA, 2009.
- ASTM. **E 399 - 90: Standard test method for plane-strain fracture toughness of metallic materials**. [S.l.]: Annual Book of ASTM, 1997. v. 03-01.
- BAE, D. et al. Numerical analysis of welding residual stress using heat source models for multi-pass weldment. **KSME International Journal**, vol 16, n^o 9, p. 1054–1064, 2002.
- BARBAN, L. **Análise numérico-computacional das tensões térmicas induzidas pela soldagem**. 2014. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.
- BEZERRA, A. **Simulação numérica da soldagem com aplicação à caracterização do comportamento dinâmico de estruturas soldadas**. 2006. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2006.
- BRAR, G. S.; SINGH, C. Fea of residual stress in cruciform welded joint of hollow sectional tubes. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 102, p. 44–58, 2014.
- BRINGAS, J. **Handbook of comparative world steel standards**. 3rd. ed. [S.l.]: ASTM Data Series Publication, DS 67, 2004. ISBN 0803133626,9780803133624.
- BROEK, D. **Elementary engineering fracture mechanics**. 4th. ed. Hingham, MA: Kluwer Academic Publishers, 1986.
- BUENO, E.; BITTENCOURT, T. **Introdução aos conceitos básicos da mecânica da fratura**. São Paulo, 1998.
- CHEN, B.; HASHEMZADEH, M.; SOARES, C. Numerical and experimental studies on temperature and distortion patterns in butt-welded plates. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, Research Gate, v. 72, p. 1121–1131, 2014.
- CHIODO, M. **Procedimento de avaliação da integral J e CTOD para dutos com trincas circunferenciais submetidos à flexão e aplicações à instalação de risers pelo método carretel**. 2009. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

DE, A.; DEBROY, T. A perspective on residual stresses in welding. **Science and Technology of Welding and Joining**, v. 16 n° 3, p. 204–208, 2011.

DENG, D.; MURAKAWA, H. Numerical simulation of temperature field and residual stress in multi-pass welds in stainless steel pipe and comparison with experimental measurements. **Computational Materials Science**, Japan, Osaka, v. 37, p. 269–277, 2006.

DIETER, G. E. **Mechanical metallurgy**. 1st. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 1961.

ELETRONUCLEAR. **Características do empreendimento - Angra 1**. 2016. Disponível em: <http://www.eletronuclear.gov.br/nossas-atividades/documents/eia/v01_02_caracterizacao.html>.

ENGINEERING, A. S. of M. **ASME Section II, Part D: materials - properties (metric)**. [S.l.: s.n.], 2010.

_____. **ASME Section VIII, Division 1: rules for construction of pressure vessels**. [S.l.: s.n.], 2010.

ERDOGAN, F.; SIH, G. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. **Journal of Basic Engineering**, v. 85, p. 519–519, 1963.

ESCANHOELA, C. **Estudo de viabilidade econômica para a implementação do reator nuclear smart no Brasil**. 2018. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, São Paulo, 2018.

GOLDAK, J.; AKHLAGHI, M. **Computational welding mechanics**. New York, USA: Springer Science and Business Media Inc., 2005.

GONÇALVES, E. **Análise de fraturas em estruturas cilíndricas soldadas**. 1987. Tese (Doutorado – Concurso de livre-docência) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1987.

GONÇALVES, E.; BARBAN, L. Estado da arte e conceitos utilizados na análise das tensões e deformações térmicas devidas à soldagem. **7º Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação**, Itatiaia, 2013.

GOYAL, V.; GHOSH, P.; SAINI, J. Analytical studies on thermal behaviour and geometry of weld pool in pulsed current gas metal arc welding. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 209, n. 3, p. 1318 – 1336, 2009. ISSN 0924-0136. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924013608002616>>.

GRIFFITH, A. A. The phenomena of rupture and flow in solids. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, p. 163–197, 1921.

IRWIN, G. Plastic zone near a crack and fracture toughness. **Sagamore Research Conference Proceedings**, v. 4, p. IV–63, 1960.

KNAUSS, W. Delayed fracture: the Griffith problem for linearly viscoelastic materials. **International Journal of Fracture Mechanics**, v. 6, p. 7–20, 1970.

KOU, S. **Welding metallurgy**. 2^a. ed. [S.l.]: Wiley, 2003. ISBN 9780471434917, 0471434914.

LADOKUN et al. Accidents in pressure vessels: hazard awareness. **Proceedings of the World Congress on Engineering**, U.K, London, ii, 2010.

LAWRENCE, A.; MICHALERIS, P. Effects of thermal transport in computation of welding residual stress and distortion. **Science and Technology of Welding and Joining**, v. 16 n° 3, p. 215–220, 2011.

LEGGATT, R. Residual stresses in welded structures. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, v. 85, p. 144–151, 2008.

LI, F.; SHIH, C.; NEEDLEMAN, A. A comparison of methods for calculating energy release rates. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 21, p. 405–421, 1985.

LIENERT et al. **ASM Handbook: Welding fundamentals and processes**. [S.l.]: ASM International, 2011. v. 06a.

LIMA, T. **Determinação do campo de tensões residuais e distorções resultantes de processos de soldadura recorrendo ao Sysweld**. 2014. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2014.

LINDGREN, L. E. Finite element modeling and simulation of welding part 1: increased complexity. **Journal of Thermal Stresses**, v. 24, p. 141–231, 2001.

_____. Finite element modeling and simulation of welding part 2: improved material modeling. **Journal of Thermal Stresses**, v. 24, p. 195–231, 2001.

MALDE, M. **Thermomechanical modeling and optimization of friction stir welding**. 2009. Dissertação (Mestrado) — Osmania University, Hyderabad, India, 2009.

MARQUESE, C. M. **Análise por ultra-som da textura dos materiais e tensões residuais em juntas soldadas**. 2002. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2002.

MASUBUCHI, K. **Analysis of welded structures**: International series on materials science and technology, volume 33. 1st. ed. [S.l.]: Pergamon Press Ltd, 1980.

MATWEB. **ASTM A533 low alloy steel, Grade B, Class 1**. 2017. Disponível em: <<http://www.matweb.com>>.

MORAES, B. **Avaliação acustoelástica da soldagem e tratamento térmico de alívio de tensões do aço do vaso de pressão de Angra 3**. 2015. Dissertação (Pós-Graduação) — Instituto de Engenharia Nuclear, Rio de Janeiro, 2015.

NEWMAN, J.; RAJU, I.; FAWAZ, S. The evolution and application of three-dimensional stress-intensity factors. **Workshop on Life Prediction Methodology and Validation for Surface Cracks**, Norfolk, VA, 2007.

OKADA, H.; OHATA, S. Three-dimensional J-integral evaluation for cracks with arbitrary curvatures and kinks based on domain integral method for quadratic tetrahedral finite element. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 109, p. 58–77, 2013.

OLIVEIRA, H. **Avaliação numérica do comportamento à fratura de um protótipo de vaso de pressão do reator pwr submetido à choque térmico pressurizado**. 2005. Dissertação (Mestrado) — Comissão Nacional de Energia Nuclear, 2005.

PAPAZOGLU et al. Residual stresses due to welding: computer-aided analysis of their formation and consequences. **SNAME Transactions**, v. 90, p. 365–390, 1982.

PASSAGEM, F. C. L. **Análise crítica do ensaio de determinação da curva mestre (ASTM E1921) aplicado ao aço da classe API 5lx80**. 2011. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

PIMENTA, P. **Fundamentos da mecânica dos sólidos e das estruturas: Notas de aula**. [S.l.], 2006.

POMMIER et al. **Extended Finite Element: Method for crack propagation**. 1st. ed. [S.l.]: ISTE Ltd, 2011.

PRASAD et al. 3D simulation of residual stress developed during TIG welding of stainless steel pipes. **Procedia Technology**, v. 24, n. supplement c, p. 364 – 371, 2016. ISSN 2212-0173. International conference on emerging trends in engineering, science and technology (icetest - 2015). Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212017316301335>>.

QURESHI, M. **Analysis of residual stresses and distortions in circumferentially welded thin-walled cylinders**. 2008. Tese (Doutorado) — National University of Sciences and Technology, Rawalpindi, 2008.

RICE, J. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. **Journal of Applied Mechanics**, New York, NY, v. 35, p. 379–386, 1968.

RICE, J.; ROSENGREN, G. Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material. **Journal Mech. Phys. Solids**, Great Britain, Eng, v. 16, p. 1–12, 1968.

SANDES, S. S. **Efeito do procedimento de soldagem nas propriedades de revestimentos metálicos de liga 625 pelo processo eletroescória**. 2016. Dissertação (Mestrado) — CEFET, Rio de Janeiro, 2016.

SANTOS, V.; TUNES, M.; SCHON, C. Quadro comparativo da integridade estrutural das ligas de zircônio e aços inoxidáveis austeníticos sob irradiação neutrônica. In: . [S.l.: s.n.], 2019. p. 7519–7531.

SCHAJER, G. **Practical residual stress - measurement methods**. 1st. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons Ltd, 2013.

SEYYEDIAN, M.; HAGHPANAHI, M.; SEDIGHI, M. Effect of welding sequence and direction on angular distortions in butt-welded plates. **The Journal of Strain Analysis for Engineering Design**, v. 47, issue 1, p. pp. 46–54, 2012.

SHIH, C. Relationship between J-integral and the crack opening displacement for stationary and extending cracks. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 29, p. 305–326, 1981.

SIH, G. **Methods of analysis and solutions of crack problems**. 1st. ed. Leyden, The Netherlands: Noordhoff International Publishing, 1973.

SOARES, A. **Avaliação dos efeitos da plasticidade na medição de tensões residuais pela técnica do furo cego**. 2003. Tese (Pós-Graduação) — PUC-RJ, Rio de Janeiro, 2003.

TADA, H.; IRWIN, G. **Stress analysis of cracks handbook**. 3^a. ed. [S.l.]: American Society of Mechanical Engineers, 2000. ISBN 0791801535,9780791801536.

TELLES, P. C. S. **Vasos de pressão**. 2^a. ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 1996.

THOMPSON, M.; THOMPSON, J. **ANSYS mechanical APDL for finite element analysis**. 1. ed. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2017. ISBN 0128129816,9780128129814.

TIMOSHENKO, S. **History of strength of materials**. 1st. ed. New York, NY: McGraw-Hill, 1983.

VITALE, E.; BEGHINI, M. Thermal shock fracture on large size plates of A533-B steel. **Journal of Materials Processing Technology**, Italia, Pisa, v. 46, p. 289–338, 1990.

WAHAB, M.; ALAM, M. The significance of weld imperfections and surface peening on fatigue crack propagation life of butt-welded joints. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 153–154, p. 931–937, 2004.

WAINER, E.; BRANDI, S.; MELLO, F. Homem de. **Soldagem: processos e metalurgia**. 6^a. ed. São Paulo: Editora Blucher, 2008.

WELLS, A. Unstable crack propagation in metals: cleavage and fast fracture. **Proceedings on the Crack Propagation Symposium**, v. 1, paper 84, 1961.

WENTZ, A. **Simulações de soldagem por arco elétrico e resistência elétrica usando o método dos elementos finitos**. 2008. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

WITHERS, P.; BHADESHIA, H. Residual stress - part 1 - measurements techniques. **Materials Science and Technology**, v. 17, p. 355–365, 2001.

YAGHI et al. Residual stress simulation in thin and thick-walled stainless steel pipe welds including pipe diameter effects. **International Journal of Pressure Vessels and Piping**, v. 83, p. 864–874, 2006.

ZHU, X.; JOYCE, J. Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 85, p. 1–46, 2012.

APÊNDICE A – PRESSÕES INTERNAS

A típica distribuição geométrica das soldas em um vaso de pressão sugere a presença de trincas longitudinais ou circunferenciais no lado de dentro da parede do vaso.

Conforme descrito no capítulo 1, soldas de categoria "A" como soldas em seções longitudinais – são aquelas solicitadas por maiores tensões.

Revisando a função de Airy, no caso de um vaso de pressão cilíndrico de parede espessa, similar ao ilustrado na figura 5 e com base na equação A.1 que representa a solução da função de Airy para as distribuições de tensões independentes de θ , tal que:

- Espessura = $R_E - R_I = B$;
- P_I e P_E são as pressões (constantes) interna e externa.

Assumindo $C_4 = 0$ e com sistema de coordenadas fora do domínio do sólido, temos:

$$\sigma_r(r) = 2C_2 + \frac{C_3}{r^2}, \text{ tal que:}$$

$$\sigma_r(r = R_I) = -P_I \text{ e } \sigma_r(r = R_E) = -P_E$$

A solução das duas equações permite a obtenção de C_2 e C_3 em função de R_I , R_E , P_I e P_E .

Finalmente, o campo de tensões pode ser representado por:

$$\begin{aligned} \sigma_r(r) &= \frac{P_I \cdot R_I^2 - P_E \cdot R_E^2}{R_E^2 - R_I^2} - \frac{(P_I - P_E) R_E^2 \cdot R_I^2}{(R_E^2 - R_I^2) r^2} \\ \sigma_\theta(r) &= \frac{P_I \cdot R_I^2 - P_E \cdot R_E^2}{R_E^2 - R_I^2} + \frac{(P_I - P_E) R_E^2 \cdot R_I^2}{(R_E^2 - R_I^2) r^2} \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Pelo simples balanço de forças e mirando apenas no efeito da pressão interna, conforme figura 83, temos:

Figura 83: Diagrama de corpo livre do vaso cilíndrico; extraído de TELLES (1996)

$$\sigma_L = \frac{pR}{2t} \text{ (Seção Circunferencial } \rightarrow \text{ Tensão Longitudinal)} \quad (\text{A.2})$$

$$\sigma_C = 2\sigma_L = \frac{pR}{t} \text{ (Seção Longitudinal } \rightarrow \text{ Tensão Circunferencial)} \quad (\text{A.3})$$

Logo, confirma-se que a situação mais crítica é da trinca na seção longitudinal, uma vez que a tensão circunferencial é o dobro da tensão longitudinal local.

APÊNDICE B – FUNÇÃO COMPLEXA DE TENSÃO DE MUSKHELISHVILI

Para descrever a formulação de Muskhelishvili, deve-se introduzir o sistema de coordenada complexa $z = x + \imath y$, referindo-se ao plano z como um plano físico.

O primeiro passo é reescrever a equação 2.22 (de Airy) em termos de $U(x, y)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \\ \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ \tau_{xy} = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \end{array} \right.$$

Temos:

$$\nabla^4 U(x, y) = 0 \quad (\text{B.1})$$

que denota o operador bi-harmônico

Em seguida, $U(x, y)$ é formulado em termos de duas funções analíticas de variáveis complexas z , respectivamente, $\phi(z)$ e $\psi(z)$, tal que:

$$U(x, y) = \text{Re} \left[\bar{z}\phi(z) + \int_z \psi(z)dz \right] \quad (\text{B.2})$$

em que $\bar{z}$ é o conjugado complexo e Re é a parte real.

Assim, pode-se obter as tensões e deformações no plano, conforme a equação B.3.

$$\begin{aligned} \sigma_y + \sigma_x &= 2 \left[\phi'(z) + \overline{\phi'(z)} \right] = 4\text{Re} [\phi'(z)] \\ \sigma_y + \sigma_x + 2\imath\tau_{xy} &= 2 \left[\overline{(z)}\phi''(z) + \psi'(z) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

e

$$2\mu(u + iv) = \kappa\phi(z) - z\overline{\phi'(z)} - \overline{\psi(z)} \quad (\text{B.4})$$

Onde $\nu = \frac{E}{2(1+\nu)}$, $\kappa = 3 - 4\nu$ (plano de deslocamento) e $\kappa = \frac{3-\nu}{(1+\nu)}$ (no plano generalizado de tensão). Lembrando ainda que E é o módulo de Young e ν é o coeficiente de Poisson.

Adicionalmente, considere um arco arbitrário no material, representado na figura 84, causado pela ação de uma tensão resultante. O Arco AB contém o elemento de comprimento ds , normal à n , desenhado à direita do arco, na direção positiva de x .

Considerando agora os componentes $X_n ds$ e $Y_n ds$ das forças sobre o elemento ds , pode-se demonstrar que:

$$(X_n + iY_n) ds = -i d \left\{ \phi(z) + z\overline{\phi'(z)} + \overline{\psi(z)} \right\} \quad (\text{B.5})$$

onde:

$$\phi(z) + z\overline{\phi'(z)} + \overline{\psi(z)} = i \int_S (X_n + iY_n) ds = f_1(s) + if_2(s) \quad (\text{B.6})$$

Figura 84: Convenção de sinais sobre a tensão resultante; adaptado de Sih (1973, p. 4)

Assim, quando o arco AB é escolhido como contorno da região física, $f_1(s) + if_2(s)$ é obtido naqueles intervalos em que as cargas limite são especificadas.

Similarmente, o momento resultante M_0 , com origem no sistema de coordenadas pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} M_0 &= \int_{AB} (xY_n - yX_n) ds \\ &= \operatorname{Re} \{ \chi(z) - z\psi(z) - z\bar{z}\phi'(z) \}_A^B \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Importantes propriedades foram elegantemente descritas por Muskhelishvili sobre as considerações físicas.

A formulação de problemas bidimensionais, em termos de funções analíticas, invoca a aplicação de mapeamento conformal que, por sua vez, provê uma ferramenta poderosa ao analista para a introdução sistemática de coordenadas curvilíneas com a geometria da região física. A formulação, em termos das funções de mapeamento, é resumida a seguir.

Sejam: S_z , a região aberta no plano físico e ξ -plano, o parâmetro complexo plano. Assim, temos:

$$z = \omega(\xi) \quad (\text{B.8})$$

Logo, existe uma região aberta S_ξ em ξ -plano, tal que a equação anterior possui correspondência biunívoca entre os pontos $z \in S_z$ e $\xi \in S_\xi$.

Tal transformação é dita conformal e provê a função analítica de mapeamento $\omega(\xi)$ e $\omega'(\xi) \neq 0$ para $\xi \in S_\xi$. Detalhes mais rigorosos podem ser obtidos em Sih (1973).

Portanto, a expressão de Muskhelishvili para a distribuição de tensões e deslocamentos fica da seguinte forma:

$$\sigma_y + \sigma_x = 4Re \left\{ \frac{\phi'(\xi)}{\omega'(\xi)} \right\} \quad (\text{B.9})$$

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2 \frac{\left\{ \overline{\omega(\xi)} \left[\frac{\phi'(\xi)}{\omega'(\xi)} \right]' + \psi'(\xi) \right\}}{\omega'(\xi)} \quad (\text{B.10})$$

$$2\mu(u + iv) = \kappa\phi(\xi) - \omega(\xi) \frac{\overline{\phi'(\xi)}}{\overline{\omega'(\xi)}} - \overline{\psi(\xi)} \quad (\text{B.11})$$

$$\phi(\xi) + \omega(\xi) \frac{\overline{\phi'(\xi)}}{\overline{\omega'(\xi)}} + \overline{\psi(\xi)} = i \int_S (X_n + iY_n) ds \quad (\text{B.12})$$