ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

LUIGI CARVALHO GRECO

ANÁLISE DA ABRANGÊNCIA DE MODELO MODIFICADO PARA
MANCAIS CURTOS COM DEFORMAÇÃO

SÃO PAULO

2015

LUIGI CARVALHO GRECO

ANÁLISE DA ABRANGÊNCIA DE MODELO MODIFICADO PARA
MANCAIS CURTOS COM DEFORMAÇÃO

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para a obtenção do título de Mestre em
Ciências.

Área de Concentração: Engenharia
Mecânica.

Orientador:

Prof. Doutor. Roberto Martins de Souza

SÃO PAULO

2015

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com anuência de seu orientador.

São Paulo, 14 de julho de 2015

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Greco, Luigi

**Análise da abrangência de modelo modificado para mancais curtos com deformação / L. Greco – versão cor. – São Paulo, 2015.
p. 134**

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

**1.Modelagem 2.Mancais 3.Lubrificação 4. Deformação
5.Temperatura**

I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todas as pessoas que me auxiliaram de alguma forma durante o tempo de execução do mestrado, seja com conhecimentos ou auxílios na hora de tomar alguma decisão. Em especial aos professores Roberto M. de Souza e Rodrigo L. Stoeterau pelos conselhos quanto ao desenvolvimento do texto e do trabalho e aos engenheiros Francisco José Profito, Luiz Alberto Franco e Philip Von Pritzelwitz pelos conhecimentos passados. Também presto especial agradecimento aos professores Demétrio C. Zachariadis e Rodrigo Nicoletti pelo direcionamento dado durante o exame de qualificação para melhorar o trabalho desenvolvido e ao professor Gregory Bregion Daniel pelas ressalvas feitas ao texto durante o exame de defesa.

A persistência é o caminho
do êxito.

(Charles Chaplin)

RESUMO

Este trabalho apresenta uma discussão sobre o estudo dos efeitos térmicos e elásticos decorrentes da pressão de sustentação presentes nos mancais. Para tanto, propõe-se um modelo matemático baseado nas equações para mancais curtos considerando a região de cavitação e utilizando o princípio da continuidade de massa. Com isto, deduzem-se as equações para o mancal a partir das equações de Reynolds e da energia, aplicando uma solução modificada para a solução de Ocvirk, sendo as equações resolvidas numericamente pelo Método das Diferenças Finitas. Somado o tratamento de mecânica dos fluidos, o trabalho discute dois modelos térmicos de previsão de temperatura média do fluido e sua influência no campo de pressão, apresentando gráficos representativos do campo de pressão e de temperatura, assim como as diferenças e implicações das diferenças. Para o cálculo de deformação da estrutura, utiliza-se um Modelo de Elementos Finitos para uma dada geometria, fazendo-se uma avaliação da variação do campo de pressão e o quanto essa diferença afeta as demais propriedades do fluido. Por fim, com o modelo completo, calcula-se o quanto esse modelamento para mancais curtos se aproxima de soluções para mancais finitos, com base em resultados da literatura, chegando a desvios quase oito vezes menores que os previstos pela literatura. Além disso, pode-se estabelecer a abrangência do modelo, ou seja, prever as condições em que suas propriedades são válidas e podem ser utilizadas para estudos iniciais.

Palavras-chave: Lubrificação Hidrodinâmica; Distribuição de Temperatura e Pressão; Deformação de Alojamento.

ABSTRACT

This work presents a study on thermal and elastic effects resulting from support bearings. It proposes a mathematical model based on short bearing equations within the cavitation region, using the principle of mass continuity. Then, the used equations are deduced from Reynolds and energy equations applying a modified solution for the Ocvirk's solution. All the equations are numerically solved by the Backward Finite Difference Method. In addition to the treatment of fluid mechanics, this work discusses two thermal models to predict the average temperature of the fluid and its influence on the pressure field; it also presents the representative charts for pressure and temperature fields, as well as the differences and implications of these ones. To calculate the deformation of the structure, a Finite Element Model is used, considering a specific geometry and an evaluation of the variation of the pressure field is conducted to determinate how this difference affects other properties of the fluid. Finally, the full model is applied to analyse how this modeling for short bearing solutions can be used as an approach for finite bearings. Analysis reaches deviations nearly eight times smaller than predicted by literature data. Furthermore, it was possible to establish the range of the model in which its properties are valid and can be used for initial studies.

Keywords: Hydrodynamic lubrication; Distribution of Temperature and Pressure; Housing Deformation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Representação do mancal com carga aplicada. Em cinza está a representação da condição em que o mancal e o eixo estão concêntricos.	17
Figura 2.2 - Curva de Stribeck, apresentando o coeficiente de atrito em função dos parâmetros de operação e uma representação do grau de interação entre as superfícies com base no número de Sommerfeld, o qual representa a razão entre as forças viscosas e o carregamento sobre o fluido. Extraído de IBT Industrial Solutions [34].	18
Figura 2.3 – Partícula de tamanho infinitesimal representativa das tensões em um ponto fluido do escoamento.	22
Figura 2.4 - Sistema de coordenadas adotado. A superfície do mancal é indicada por 1 e a do eixo por 2. Adaptado de Dowson [24].	24
Figura 2.5 - Comportamento reológico de fluidos lubrificantes em que se observa um fluido newtoniano (a) e um fluido pseudo-plástico (b). Adaptado de Stachowiak [35].	28
Figura 2.6 - Variação de densidade pelo modelo de Dowson-Higginson, óleo ISO VG 10.	32
Figura 2.7 - Variação da viscosidade segundo o modelo previsto por Roelands: (A) variação dentro da faixa admissível do modelo; (B) variação dentro da faixa de trabalho das simulações.	36
Figura 2.8 - Representação de um mancal de escora simétrico. Adaptado de Frene [37].	40
Figura 2.9 - Representação genérica da distribuição de pressão no mancal, onde o azul representa a zona de menor pressão e o vermelho a região de maior pressão.	42
Figura 2.10 - Sistema de referência. Extraído de Frene [37].	46
Figura 2.11 - Aproximação da condição de ruptura de filme, para meio mancal. Adaptado de Frene [37].	49
Figura 2.12 - Condutividade térmica equivalente na zona passiva. Adaptado de Frene [37].	54
Figura 3.1 - Geometria radial do mancal.	59

Figura 3.2 - Erro máximo ao se simplificar o cálculo da espessura de filme.	60
Figura 3.3 - Representação esquemática do conjunto mancal alojamento.	63
Figura 3.4 – Exemplo de virabrequim.	66
Figura 3.5 - Representação esquemática do eixo que sustenta o mancal, na forma de rotor.	68
Figura 3.6 - Representação do fenômeno de cavitação (parte clara) presente em mancais. Extraído de Auksmann [43].	70
Figura 3.7 - Diagrama de Raimondi e Boyd para a razão entre o fluido recirculante e o fluido que sai pelas laterais, em função da razão L/D. Adaptado de Shigley [52]. .	72
Figura 3.8 - Fluxograma utilizado para cálculo de viscosidade constante.	77
Figura 3.9 - Fluxograma utilizado para cálculo de viscosidade variável.	78
Figura 3.10 - Fluxograma utilizado para cálculo de viscosidade variável com deformação da estrutura.	79
Figura 4.1 - Comparação de resultados teóricos e dados experimentais apresentados por Frene [37] e o resultado do modelo proposto.	96
Figura 4.2 - Resultado do campo de pressões em comparação com os resultados obtidos por Auksmann [43], para razão L/D de 0,5 e excentricidade média de 0,575.	98
Figura 4.3 - Resultado do campo de pressões em comparação com os resultados obtidos por Auksmann [43] , para razão L/D de 0,5 e excentricidade média de 0,337.	100
Figura 4.4 - Resultado do campo de pressões em comparação com os resultados obtidos por Auksmann [43] , para razão L/D de 0,5 e excentricidade média de 0,338.	101
Figura 4.5 - Representação esquemática do fluxo de lubrificante e da força aplicada ao mancal.	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Ordem de grandeza das dimensões do mancal.	26
Tabela 2.2 - Ordem de grandeza dos números de Reynolds.	26
Tabela 3.1 - Quadro resumo da condição de deformação.	64
Tabela 4.1 - Propriedades iniciais da simulação, considerando as dimensões como descritas na descrição das variáveis.	82
Tabela 4.2 - Validação do método de cálculo térmico, por comparação com o número de Sommerfeld esperado na literatura.	84
Tabela 4.3 - Valores obtidos para as simulações de comparação entre os modelos térmicos.	85
Tabela 4.4 - Representação das temperaturas média e máxima do modelo térmico variável até o valor de 0,5 para a razão L/D.	86
Tabela 4.5 - Representação das temperaturas média e máxima do modelo térmico variável a partir do valor de 0,6 para a razão L/D.	87
Tabela 4.6 – Representação da excentricidade, da deformação e da excentricidade máxima permitida até o valor de 0,5 para a razão L/D.	89
Tabela 4.7 - Representação da excentricidade, da deformação e da excentricidade máxima permitida a partir do valor de 0,6 para a razão L/D.	90
Tabela 4.8 – Comparação entre os valores de temperatura do modelo completo para o modelo térmico.	92
Tabela 4.9 – Valores de excentricidade e erro relativo.	93
Tabela 4.10 – Limites de validade do modelo.	94
Tabela 4.11 - Propriedades iniciais da simulação, retiradas de Frene [37].	95
Tabela 4.12 - Propriedades térmicas iniciais da simulação, retiradas de Frene [37].	95
Tabela 4.13 - Comparação dos valores de força pelo método de Auksmann e pelo método de Ocvirk.	103
Tabela 4.14 - Ângulo de atitude esperado para os experimentos de Auksmann [43].	105

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Agrupadas

(c_1, c_2)	Constantes para a correção da viscosidade [s^{-1} , $(s.^{\circ}C)^{-1}$]
(P_1, P_2)	Pressão de referência para avaliação da zona de ruptura [Pa, Pa]
(a, b, c)	Constantes para correção de viscosidade [K, K^{-1}, K^{-2}]
(a_1, b_1, c_1)	Constantes para cálculo de temperatura de mistura [$K, m^{-2}, K.m^{-1}, K$]
(d, m, n)	Constantes para correção de viscosidade
(G_1, G_2, G_3)	Termos da equação generalizada de Reynolds relativos à variação de pressão
(u, v, w)	Velocidades correspondentes aos eixos principais [m/s]
(U, V, W)	Velocidades na condição de contorno [m/s]
(x, y, z)	Eixos principais [m]
(X, Y, Z)	Direções principais
(F_0, F_1, F_2, F_3)	Termos da equação generalizada de Reynolds relativos à variação das propriedades do fluido

Letras Latinas Minúsculas

c	Folga radial do mancal [m]
c_p	Coeficiente calorífico do fluido a pressão constante [$J/(kg.K)$]
d	Deformação térmica do eixo [m]

def_x	Deformação mecânica no eixo, na posição x de referência [m]
e	Distância entre os centros geométricos do eixo e do mancal [m]
f	Coeficiente de atrito
$g(x)$	Força de sustentação do mancal em função da posição [N/m]
h	Espessura do filme de fluido [m]
$\bar{h}$	Espessura do filme de fluido adimensional
h_d	Espessura do filme de fluido em decorrência da deformação por pressão do alojamento do mancal [m]
h_{min}	Espessura mínima do filme de fluido [m]
h_t	Espessura do filme de fluido em decorrência da deformação por temperatura do eixo e do mancal [m]
p	Pressão de carregamento do mancal [Pa]
p_{est}	Pressão estática de carregamento do mancal [Pa]
$q(x)$	Força exercida sobre o eixo em função da posição [N/m]
t	Tempo [s]
u_1	Velocidade do fluido na seção de entrada [m/s]
x	Variável para integração do campo de pressão no mancal, para a representação da linha elástica do eixo [m]

Letras Latinas Maiúsculas

A	Área qualquer [m ²]
A_p	Área projetada do mancal [m ²]

A_{vert}	Área vertical na seção que corta o furo de alimentação do mancal [m ²]
C_1	Constante referente ao carregamento do mancal [N/m ³]
C_{atrito}	Conjugado de atrito [N.m]
$\bar{C}_a$	Conjugado de atrito adimensional
D	Diâmetro do mancal [m]
$E(x)$	Erro percentual da variável x
E_2	Módulo de elasticidade do eixo [Pa]
F_{atr}	Força de atrito fluido [N]
$K'(\theta)$	Condutividade térmica equivalente da região de ruptura [W/(m.K)]
$\overline{K'(\theta)}$	Condutividade térmica adimensional da região de ruptura
$\bar{K}$	Condutividade térmica adimensional
K_{eixo}	Condutividade térmica do eixo [W/(m.K)]
K_h	Condutividade térmica do fluido [W/(m.K)]
K_{mancal}	Condutividade térmica do mancal [W/(m.K)]
K_s	Condutividade térmica do vapor saturado [W/(m.K)]
I	Momento de inércia do eixo [m ⁴]
L	Largura do mancal [m]
$L'(\theta)$	Comprimento equivalente da região de ruptura [m]
$\overline{L'(\theta)}$	Comprimento adimensional da região de ruptura
L_1	Largura de metade do alojamento excluído o raio do mancal [m]
L_2	Altura de metade do alojamento [m]

L_{car}	Comprimento característico do alojamento [m]
$L_{característico}$	Dimensão característica para avaliação do número de Reynolds [m]
N_d	Número de Nusselt
P_a	Pressão do fluido de alimentação (entrada) do mancal [Pa]
P_e	Número de Peclet
P_s	Pressão do fluido de saída do mancal [Pa]
Q	Vazão total de lubrificante pelo mancal [m³/s]
Q_0	Vazão de lubrificante que entra pelo furo de alimentação [m³/s]
Q_r	Vazão recirculante de lubrificante pelo mancal [m³/s]
Q_s	Vazão lateral de lubrificante do mancal [m³/s]
Q_{se}	Vazão da seção de entrada do mancal [m³/s]
R	Raio do mancal [m]
$R_{aspereza}$	Raio da aspereza presente no mancal ou no eixo [m]
R_{eixo}	Raio do eixo [m]
R_e	Número de Reynolds
S_o	Número de Sommerfeld
Si	Número da simulação
T	Temperatura absoluta [K]
$\bar{T}$	Temperatura adimensional
$\tilde{T}$	Temperatura média absoluta [K]
T_0	Temperatura de referência [K]

T_{eixo}	Temperatura absoluta do eixo [K]
T_{mancal}	Temperatura absoluta do mancal [K]
T_r	Temperatura absoluta do fluido recirculante [K]
T_{se}	Temperatura absoluta da seção de entrada [K]
U	Velocidade [m/s]
W	Força de carregamento do mancal [N]
$W_{Auksmann}$	Força de carregamento do mancal pelo cálculo de Auksmann [N]

Letras Gregas

α	Fator de correção da viscosidade por pressão[Pa ⁻¹]
α_1	Fator de correção da viscosidade por pressão considerando a temperatura [Pa ⁻¹]
α_0	Fator de dilatação térmica do fluido [K ⁻¹]
α_{eixo}	Fator de dilatação térmica do eixo [K ⁻¹]
β_c	Coeficiente empírico da taxa de cisalhamento [s ⁻¹]
$\dot{\gamma}$	Taxa de cisalhamento do fluido [s ⁻¹]
$\delta(x)$	Deslocamento vertical do eixo em função da posição [m]
ε	Excentricidade do eixo
$\varepsilon_{referência}$	Excentricidade de referência
η	Viscosidade na pressão de trabalho P [Pa.s]
η_0	Viscosidade padrão à pressão ou temperatura de referência [Pa.s]

$\eta_{(P,T)}$	Viscosidade para uma dada condição de pressão e temperatura [Pa.s]
η_{∞}	Viscosidade assintótica do fluido [Pa.s]
θ	Coordenada radial do mancal [rad]
θ^*	Coordenada radial adimensional
θ_{cond}	Coordenada radial do alojamento para verificação de comprimento equivalente [rad]
θ_s	Coordenada onde ocorre <i>starvation</i> ¹ no mancal [rad]
θ_{sf}	Coordenada onde termina a <i>starvation</i> no mancal [rad]
λ	Coefficiente volumétrico de viscosidade [Pa.s]
$\bar{\lambda}$	Coefficiente volumétrico de viscosidade adimensional
μ	Relação entre o raio do eixo e a largura do mancal
ρ	Densidade do fluido [kg/m ³]
ρ_0	Densidade padrão à pressão ou temperatura de referência [kg/m ³]
ρ_r	Densidade do fluido recirculante [kg/m ³]
ρ_{se}	Densidade do fluido na seção de entrada do mancal [kg/m ³]
σ	Tensão normal de um dado elemento [Pa]
$\zeta(x)$	Variável matemática ²

¹ Com base no Oxford Dictionaire, o termo em inglês significa: morrendo de fome. No contexto de lubrificação esse termo se refere à falta de lubrificação no mancal, seja pela falta de fornecimento de fluido ou pela vaporização do fluido lubrificante.

² Essa variável é usada para validar o uso de uma expressão, ou seja, a expressão só pode ser usada se satisfizer a condição imposta pela variável, a qual é expressa por:

Seja x uma posição qualquer, que tem a posição l como imposição da validade, ambas pertencentes ao mesmo domínio, assim:

$$\zeta(x) = 0 \text{ se } x < l$$

$$\zeta(x) = 1 \text{ se } x \geq l$$

τ_{atrito}	Tensão de cisalhamento do fluido por atrito [Pa]
τ	Tensão de cisalhamento de um dado elemento [Pa]
φ	Ângulo de atitude do mancal [rad]
χ	Expoente para correção de viscosidade em função do cisalhamento
ψ_1	Expoente para correção de viscosidade para a temperatura na equação de Roelands
ψ_2	Expoente para correção de viscosidade para a pressão na equação de Roelands
ω	Rotação [s ⁻¹]

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	4
1.1	Relevância do Problema.....	5
1.2	Definição do Problema	6
1.3	Objetivos.....	8
1.4	Estrutura do Trabalho	8
2.	REVISÃO.....	10
2.1	Definição de Mancais	10
2.1.1	Mancais Lubrificados	10
2.2	Evolução Histórica	11
2.3	Características da Lubrificação	15
2.3.1	Ação do Filme Lubrificante	15
2.3.2	Característica da Formação de Filme Lubrificante para mancais Circulares	16
2.4	Regimes de Lubrificação	17
2.4.1	Efeitos para Formação de Filmes	18
2.4.2	Lubrificação Hidrodinâmica	19
2.4.3	Lubrificação Elasto-Hidrodinâmica	19
2.4.4	Lubrificação Limítrofe	20
2.5	Solução Clássica para o Coeficiente de Atrito.....	20
2.6	Equacionamento de Reynolds para Mancais Planos Lubrificados	22
2.6.1	Formulação de Reynolds.....	25
2.6.2	Equação na Forma Final	37
2.7	Aproximação Física do Problema da Ruptura do Filme Lubrificante	38
2.8	Soluções Clássicas para Mancais Curtos e Longos	41
2.8.1	Mancais Curtos.....	41
2.8.2	Mancais Longos.....	44

2.9	Equacionamento do Campo de Velocidades.....	44
2.10	Equacionamento Térmico de Mancais.....	46
2.10.1	Equacionamento no Fluido Plenamente Desenvolvido.....	46
2.10.2	Equacionamento para Fluido na Região de Ruptura de Filme	48
2.10.3	Equacionamento para Fluido na Região de Entrada de Óleo.....	50
2.10.4	Equação para Mancal e Eixo	52
2.10.5	Interface Filme-Mancal	53
2.10.6	Interface Eixo-Filme.....	55
2.10.7	Deformação Térmica do Eixo	55
2.10.8	Deformação Térmica do Mancal.....	56
3.	METODOLOGIA	57
3.1	Equacionamento e Discretização	58
3.2	Re-equacionamento da Equação de Mancais Curtos.....	59
3.2.1	Cálculo da Espessura de Filme em Coordenada Genérica no Mancal.....	59
3.2.2	Influência da Deformação na Espessura de Filme do Mancal.....	61
3.2.3	Influência da Temperatura na Espessura de Filme do Mancal.....	61
3.2.4	Espessura de Filme do Mancal	62
3.3	Modelos Auxiliares.....	62
3.3.1	Dimensão Característica do Raio do Alojamento do Mancal	63
3.3.2	Deformação do Conjunto Mancal-Carçaça em Decorência do Carregamento	64
3.3.3	Modelo de Deformação do Eixo por Flexão.....	66
3.3.4	Modelo de Deformação do Eixo em Decorência da Resultante Centrípeta.....	68
3.3.5	Cálculo da Deformação Total	69
3.3.6	Modelo do Comprimento Característico na Região de Ruptura	70
3.4	Região de Entrada de Fluido	71
3.4.1	Razão entre Fluido Recirculante e Fluido Lateral	71

3.4.2	Campo de Pressão na Região de Entrada	74
3.4.3	Localização do Furo de Alimentação	74
3.5	Algoritmos Implementados	76
3.5.1	Viscosidade a Temperatura Constante	76
3.5.2	Viscosidade a Temperatura Variável	77
3.5.3	Fluido a Temperatura Variável com Deformações	79
4.	RESULTADOS E ANÁLISE	81
4.1	Ambiente de Simulação	81
4.2	Formulação Térmica	83
4.2.1	Comparação dos Modelos Térmicos	83
4.2.2	Avaliação da Formulação Térmica	86
4.3	Formulação Elasto-termohidrodinâmica	88
4.3.1	Avaliação dos Dados de Simulação	88
4.3.2	Avaliação do Erro na Determinação da Excentricidade	93
4.4	Avaliação com Base em Dados da Literatura	95
4.4.1	Avaliação dos Dados em Comparação com o Caso Descrito por Frene	95
4.4.2	Avaliação dos Dados em Comparação com o Caso Descrito por Auskman	97
5.	CONCLUSÃO	106
6.	POSSIBILIDADES DE ESTUDOS POSTERIORES	108
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	109
	ANEXO A – PROPRIEDADES REOLÓGICAS DE ALGUNS LUBRIFICANTES AUTOMOTIVOS	114
	ANEXO B – TABELAS PARA CARACTERÍSTICAS DE MANCAIS PLANOS	115
	ANEXO C – TABELAS PARA CARACTERÍSTICAS DE MANCAIS PLANOS CURTOS	117

1. INTRODUÇÃO

A necessidade de meios para prolongar a vida útil de componentes em contato e com movimento relativo em equipamentos e dispositivos é conhecida desde antes da Revolução Industrial. O desenvolvimento das primeiras máquinas tornou evidente a necessidade de meios que pudessem melhor aproveitar a energia que era fornecida. Dessa forma, a criação de sistemas capazes de reduzir as perdas de energia começou a ser uma constante. Contudo, percebeu-se que uma parte considerável das perdas de energia possuía origem no atrito entre os componentes com movimento relativo, logo, essas perdas passaram a ser objeto de estudos mais profundos.

Nesse contexto, esses sistemas foram denominados mancais. De forma genérica, mancal é um elemento de máquina que restringe o movimento relativo e reduz o atrito entre as peças móveis, permitindo apenas o movimento desejado. O design do mancal pode, por exemplo, fornecer um movimento linear da parte móvel ou a livre rotação em torno de um eixo fixo. Outra função possível é impedir o movimento pelo controle dos vetores de forças normais que se relacionam com as partes móveis. Muitos mancais também podem facilitar o movimento desejado, tanto quanto possível, simplesmente por minimizar o atrito.³

Entre os diversos tipos de mancais que surgiram, os mancais fluidodinâmicos se destacaram em aplicações em que os requisitos operacionais eram mais severos, os quais necessitam de uma fonte permanente de alimentação de fluido. Com o desenvolvimento dos motores de combustão interna houve um novo impulso para a utilização desse tipo de mancal, pois a fonte poderia ser incorporada ao conjunto motor. Como fator adicional, a fonte de lubrificação foi vista como uma forma de aliviar a carga térmica do motor e proteger outros conjuntos metálicos que estão presentes. Com o aperfeiçoamento dos motores de combustão interna, entre outros equipamentos modernos, e com as atuais necessidades de melhoria da eficiência energética, os mancais foram submetidos a condições mais severas de uso, de

³ Apesar de o texto manter-se o mais generalista possível em vários tópicos, todo o trabalho se refere a mancais circulares lisos.

forma a aproveitar melhor a energia dos combustíveis e reduzir o peso total do motor.

Nesse contexto, o estudo da tribologia (atrito, desgaste e lubrificação) dos componentes de motores tem se mostrado um tema fundamental para atingir benefícios significativos nessas áreas. Os avanços nos motores modernos passam necessariamente pela evolução dos mancais lubrificados a óleo que os constituem, podendo surgir projetos de motores com o emprego de texturas superficiais e recobrimentos diferenciados dos componentes e com o uso de lubrificantes específicos.

1.1 Relevância do Problema

No contexto da evolução tecnológica dos motores, os mancais permanecem como elementos importantes para atingir avanços para a economia de combustível. A teoria proposta por Heywood [1] e Jóvaj e Máslov [2] define que grande parte das perdas totais concentra-se na região de geração de potência (anel, cilindro, distribuição e mancais), com valores próximos a 70% de todas as perdas. De acordo com Lastres [3], uma estimativa dos valores de perdas relativas de potência no motor para cada componente, pode ser dada por:

- Anéis de Pistões – 35 a 40%;
- Distribuição (válvulas, comando de válvulas e ignição) – 20 a 25%;
- Mancais – 10 a 15%;
- Cilindros – 10 a 15%;
- Outros (eficiência de outros componentes como: filtros e bombas) – 5 a 20%.

Somado a isso, a melhora na capacidade de lubrificação das partes girantes poderia ocasionar uma redução na demanda de óleo e por sua vez, uma menor demanda de fluxo e potência de bombas (de combustível e de óleo), o que também reduziria o gasto de energia com periféricos, aumentando a energia disponível para movimentação do veículo, além do ganho econômico em reduzir a troca de componentes. Dessa forma, os mancais lubrificados a óleo formam um rico universo

de estudo. Além disso, como se trata da interface entre a parte girante e a parte estática, os mancais influenciam de modo significativo o comportamento dinâmico do equipamento, como a capacidade de carga, as velocidades críticas e o torque de acionamento.

Reynolds [4], em 1886, desenvolveu um equacionamento para o entendimento do fenômeno de lubrificação, sendo usado como base para prever as características do filme lubrificante até os dias atuais. O conhecimento mais apurado das propriedades que permeiam os mancais é imprescindível para o desenvolvimento de equipamentos cada vez mais sofisticados e que possam desempenhar suas funções com cada vez mais eficácia e maior eficiência. Assim, o desenvolvimento de equacionamentos que tragam informações mais precisas acerca do comportamento dos mancais é importante para ampliar as possibilidades de economia nos sistemas modernos.

Como exemplo, podem-se citar os trabalhos de Fatu [5] e de Profito [6]. Fatu [5] explora a utilização de um modelo térmico para o comportamento mancal-estrutura e sua influência na espessura de filme. Por sua vez, Profito [6] explora a relação entre a deformação e os efeitos superficiais de carregamento para a formação do filme lubrificante e suas características. Logo, há muitas maneiras de se trabalhar o desafio tecnológico e aumentar o entendimento das características relativas ao escoamento em mancais.

1.2 Definição do Problema

Existem diversos estudos recentes sobre o comportamento dos mancais e dos componentes que os cercam, como eixos e bielas. O desenvolvimento de mancais, em geral, é baseado em análises experimentais que necessitam de elevados recursos materiais e financeiros. Assim, para se minimizar os custos utilizam-se modelos numéricos cada vez mais sofisticados, reproduzindo a realidade com maior grau de exatidão e minimizando os testes físicos. Nesse contexto, o tempo total para o aprimoramento de novas tecnologias torna-se menor, haja vista que os erros,

durante os ensaios, são reduzidos graças ao conhecimento prévio do comportamento dos mancais para a aplicação desejada.

Considerando o contexto atual global – redução de perdas energéticas, aumento da energia específica⁴ dos motores e a criação de veículos compactos, voltados para os grandes centros⁵ – os mancais destacam-se dos demais componentes por possibilitarem ganhos expressivos na redução de perdas e aumento da potência aplicada ao eixo.

Com base nessas informações, o presente trabalho explorou uma parcela da possível operação dos mancais, de modo que não se precisasse de uma grande capacidade de processamento computacional e se pudessem comparar os resultados obtidos com os dados presentes na literatura. O grupo de mancais que serão trabalhados é denominado curto, essa denominação surgiu inicialmente pelos trabalhos de Ocvirk [7]; [8]; [9]; [10], o qual estipulou que seriam considerados curtos todos os mancais que possuem razões entre o comprimento (L) e o diâmetro (D) menores que 0,125. Apesar dessa definição, quase a totalidade dos autores consagra o valor de 0,25 para a razão comprimento por diâmetro (L/D) como o limite para os mancais curtos, valor adotado no presente trabalho.

Apesar dos resultados para a equação de mancal curto gerarem erros significativos quando aproximados para os outros grupos de mancais (longos, cuja razão L/D vale 4,0 e finitos cuja razão varia entre 0,25 e 4,0), eles apresentam resultados idênticos ao da resolução completa da equação de Reynolds para a região de validade das equações. A grande vantagem na sua utilização consiste no tempo reduzido para a obtenção das propriedades principais, se comparado ao tempo para a resolução da equação física completa para a lubrificação.

Além disso, no estudo de mancais existe a necessidade de se explorar os modelos físicos referentes ao comportamento dos fluidos, para melhor determinar as propriedades envolvidas no funcionamento do mancal. Apesar de os modelos mais comuns reproduzirem alguns tipos de lubrificante com fidelidade, poucos desses modelos consideram mais que uma variável de influência em sua formulação, a

⁴ O termo energia específica se refere à potência gerada pelo motor dividida pelo seu próprio peso.

⁵ Veículos que apresentam dimensões reduzidas e, dessa forma, motores menores em relação aos outros veículos sem esse foco específico.

maioria considera a influência de um só fenômeno, sendo o mais comum a temperatura; mesmo existindo outros fenômenos importantes como a pressão e a taxa de cisalhamento do fluido.

1.3 Objetivos

O objetivo principal do trabalho é estudar um método de aproximação de mancais finitos pelo método de mancais curtos, introduzindo novos termos à equação, de tal forma a reduzir o erro cometido na aproximação, para razões entre largura e diâmetro maiores que um quarto. Para tanto, está sendo proposto o desenvolvimento um sistema analítico de equações que reproduz o cálculo da pressão para um mancal curto com a introdução de novos termos e calcula, via método das diferenças finitas, a dissipação térmica gerada pelo movimento do eixo, assim como as deformações geradas. Entre os objetivos específicos estão:

- Avaliar a influência do método de determinação de viscosidade ao longo do mancal, com base em uma temperatura de operação pré-determinada confrontada com uma temperatura determinada localmente;
- Verificar a melhora no erro cometido pelo método modificado em comparação ao método tradicional;
- Avaliar o erro cometido no cálculo do valor da excentricidade ao se utilizar a metodologia de mancais curtos, comparado ao método tradicional.

1.4 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho está estruturado em 6 capítulos, brevemente descritos a seguir.

O capítulo 1 contém a apresentação do trabalho, introduzindo o leitor ao tema tratado, assim como a definição do problema em estudo e os objetivos que se pretendem alcançar ao longo do texto.

O capítulo 2 contém a revisão teórica, sendo inicialmente apresentado um breve histórico da evolução sobre o entendimento da lubrificação em mancais, apontando algumas evoluções sobre o comportamento térmico de mancais, assim como o seu comportamento dinâmico. Posteriormente, foca-se na discussão e elucidação das hipóteses para o equacionamento do filme hidrodinâmico dos mancais, além de algumas soluções clássicas para o problema. Além disso, nesse capítulo são mostrados alguns modelos que auxiliam em uma melhora da resposta e no entendimento fornecido pela equação desenvolvida por Reynolds. O capítulo 2 apresenta, ainda, informações acerca da reologia de óleos lubrificantes, assim como uma descrição dos regimes de lubrificação.

O capítulo 3 contém a apresentação dos modelos empregados para a implantação do código computacional, além da descrição do método de discretização escolhido.

O capítulo 4 apresenta os resultados e análises acerca das simulações, sendo os resultados comparados com os resultados presentes na literatura, assim como, as conclusões pertinentes às comparações.

O capítulo 5 retoma as conclusões mais importantes.

O capítulo 6 apresenta algumas possibilidades de extensão do estudo ou mesmo aprofundamentos que possam ser feitos por outros pesquisadores, a partir desse trabalho.

2. REVISÃO

2.1 Definição de Mancal

O mancal é um elemento de máquina que absorve carregamentos axiais radiais e restringe o movimento relativo de translação entre peças móveis, permitindo apenas o movimento relativo desejado. O projeto de um mancal pode, por exemplo, prever o movimento linear livre do elemento móvel ou a livre rotação em torno de um eixo fixo, ou ainda, impedir um movimento por meio do controle dos vetores de forças normais que incidem sobre as partes móveis. De maneira ampla, os mancais são classificados em função do tipo, da direção do carregamento, do tipo de movimentos permitidos e da forma de sustentação.

De acordo com o Oxford Dictionary [11], o termo em inglês para mancal, *bearing*, é derivado de um verbo que pode assumir dois significados que explicam as funções do mancal: suportar algo; reduzir o preço a ser pago. Nesse contexto, percebe-se que a primeira se refere à transferência da carga imposta pela parte com movimento relativo para a estrutura fixa. Por sua vez, a segunda definição pode ser entendida como “o preço a ser pago para que haja movimento”, referindo-se ao atrito entre as partes móveis, justamente, o que os mancais visam reduzir.

2.1.1 Mancais Lubrificados

Mancais lubrificados são aqueles que suportam as cargas impostas unicamente pela presença de uma fina camada de líquido ou gás. Eles podem ser classificados em três tipos: fluidodinâmicos, mancais fluido-estáticos⁶ e híbridos.

⁶ Os termos fluido-dinâmico e fluido-estático foram adotados quando houve a introdução de novos fluidos (gases e óleos) como lubrificantes, pois inicialmente somente a água era usada como lubrificante. Por essa razão em muitas fontes da literatura os termos hidrodinâmico e hidrostático ainda são muito presentes. Esse trabalho prezarão pelo uso dos novos termos, contudo, se for conveniente, serão utilizados os termos consagrados na literatura.

Mancais fluido-estáticos são mancais submetidos a um fluido pressurizado, em que o fluido é geralmente óleo, água ou ar, e a pressurização é realizada por intermédio de uma bomba. Por sua vez, os mancais fluidodinâmicos têm sua pressurização realizada pelo movimento rotativo do eixo, sendo a pressão exercida entre as superfícies do eixo e do mancal, em que o eixo se encontra.

Mancais fluidodinâmicos são frequentemente utilizados em alta carga, alta velocidade, onde os rolamentos de esferas normais teriam vida curta ou causariam ruído e vibração.

2.2 Evolução Histórica

O entendimento do fenômeno da lubrificação foi construído com a colaboração de diversos estudiosos ao longo da história. Analisando os trabalhos publicados, pode-se estabelecer um tripé de estudos que sustentam a área de lubrificação, formado pelos estudos de Nicolai Petrov, Bechaump Tower e Osborne Reynolds.

Os estudos de Petrov [12]; [13]; [14]; [15], em 1883, formaram a base para o entendimento do fenômeno de atrito do fluido como dependente da viscosidade e da não interação entre superfícies separadas por um filme lubrificante. Petrov conseguiu prever com clareza o fenômeno hidrodinâmico dos mancais, mas não se ateu aos outros tipos de lubrificação.

Concomitantemente, Bechaump Tower [16]; [17], com base em experimentos, percebeu que com o movimento rotativo do eixo, grandes pressões eram geradas, o que permitia separar as estruturas do eixo e do mancal. Com o estudo dessas pressões, ele registrou o fenômeno de sustentação hidrodinâmica que o fluido exerce sobre a estrutura e introduziu o conceito de capacidade de carga para mancais hidrodinâmicos.

Esses estudos serviram como comprovação física da teoria que estava por surgir. Porém, além dos conceitos e comprovações geradas, faltava a parte analítica, tão presente nos estudos de mecânica da época. Nesse contexto, Reynolds [4]

desenvolveu estudos, apresentados em 1886, baseados na teoria dos sólidos, até chegar a uma formulação matemática baseada nas equações de Navier-Stokes⁷, que culminaram em uma equação diferencial parcial não homogênea. Com base nessa equação foi possível obter resultados muito próximos dos obtidos por Tower e Petrov, de tal forma que a sua formulação se tornou base para muitos dos estudos conduzidos até os dias atuais. Essa equação pode ser entendida como o equilíbrio de vazões entre as duas direções do mancal (circunferencial e longitudinal) devido aos gradientes pressão, esmagamento e fluxos de Couette e Poiseuille, de forma a equilibrar o carregamento exercido sobre o mancal.

Como a resolução analítica de equações era uma necessidade da época, haja vista a não existência da capacidade de iteração eficiente para os métodos de cálculo existentes, outros pesquisadores utilizaram-se da equação de Reynolds para a obtenção de casos particulares que pudessem ser numericamente analisados. Assim, Sommerfeld [18] elaborou uma solução analítica para mancais que fossem considerados infinitamente longos, de tal forma que a parcela circunferencial da pressão tivesse pouca influência no carregamento total do mancal. Apesar da importância da resolução, ela ainda estava bastante longe dos casos reais, pois nenhum mancal é infinitamente longo. Essa consideração do comprimento do mancal se baseia na relação entre o comprimento e o diâmetro do mancal, de tal forma que se o comprimento for muitas vezes maior que o diâmetro, o mancal é denominado longo.

Com a necessidade cada vez maior de uma solução mais próxima da aplicação real, Ocvirk [7] desenvolveu e formalizou uma solução para mancais extremamente curtos, a qual se mostrou bem mais próxima dos mancais mais utilizados na época. Com o auxílio de Dubois [8]; [9] e Wehe [10], Ocvirk investigou até que ponto as equações poderiam ser usadas e quais os erros cometidos em relação aos dados experimentais que obtiveram. Segundo Pinkus [19], essa solução era muito mais simples, elegante e compacta do que a elaborada por Sommerfeld.

As simplificações geradas na equação de Reynolds permitiram a solução analítica para diversos mancais, mas os resultados experimentais não validavam uma gama importante de mancais. Esses mancais foram denominados de mancais finitos e a

⁷ Desenvolvidas na primeira metade do século XIX.

resolução mais apurada para esses mancais só foi de fato iniciada com o avanço tecnológico e científico, pois o desenvolvimento de métodos computacionais numéricos permitiu que uma grande massa de cálculos fosse processada com muito mais agilidade e precisão.

Os trabalhos de Pinkus [20]; [21] foram pioneiros na introdução de métodos numéricos para a resolução da equação de Reynolds na sua forma completa, conceito que se difundiu rapidamente e possibilitou o estudo de outros fatores de interesse sobre os mancais, como a temperatura e efeitos de deformação da estrutura. Os estudos de Cope [22] e Hunter e Zienkiewicz [23] permitiram uma avaliação da temperatura na região de filme, mas, as hipóteses realizadas para a resolução do problema térmico mostraram-se, ao longo do tempo, equivocadas ou muito simplificadas.

A grande gama de aplicações fez com que a equação de Reynolds fosse modificada de modo específico para cada caso, de tal modo que os estudos eram pontuais e pouco se avançou na resolução de casos mais generalizados. Posteriormente, os estudos teóricos conduzidos por Dowson [24] possibilitaram a generalização da equação de Reynolds, de tal forma que todas as adaptações feitas à equação, para a resolução de casos específicos, tornaram-se casos particulares da equação generalizada.

Os estudos térmicos sobre os mancais hidrodinâmicos foram conduzidos por diversos autores, mas os trabalhos apresentados por Mitsui [25]; [26]; [27] uniram uma grande quantidade de experimentos com suposições teóricas, de forma a embasar diversos comportamentos que eram esperados na teoria. Entre os principais resultados de Mitsui, cabe-se ressaltar:

- A influência das características térmicas do fluido na capacidade de sustentação, na distribuição de temperatura e na distribuição de pressão;
- A influência da velocidade do eixo na distribuição de temperatura no filme e no eixo;
- A influência da folga radial na posição e no valor da máxima temperatura.

Os estudos desenvolvidos por Bomcompain, Fillion e Frene [28]; [29] agregaram diversas considerações para que as aproximações da resolução do modelo termohidrodinâmico fossem mais parecidas com a realidade, destacando-se:

- A transferência de calor do filme para as partes sólidas;
- A consideração de uma região de cavitação para determinação de propriedades;
- A recirculação de óleo lubrificante.

Por sua vez, o efeito em se calcular a temperatura do filme de óleo como uma estimativa de viscosidade constante em toda a extensão do mancal e pelo método de determinação do perfil de temperaturas foi investigado por Rajalingham e Prabhu [30]. As análises mostraram que, para uma dada condição de operação, além da dependência com a temperatura, existe uma dependência entre o valor da viscosidade e outros parâmetros de funcionamento, como:

- Folga efetiva;
- Ângulo de atitude;
- Taxa de escoamento.

Os trabalhos de So e Shieh [31] exploraram a distribuição de temperatura, avaliando quais os fatores que pudessem influenciá-la, tais como o efeito de renovação do fluido e os diferentes modos de alimentação possíveis.

Os estudos desenvolvidos até esse momento tratavam apenas dos carregamentos críticos sobre os mancais, contudo, passou-se a dar cada vez mais importância à dinâmica relativa aos mancais. Entre os trabalhos que consideram a dinâmica de operação do mancal, cabe ressaltar as conclusões obtidas por Paranjpe e Han [32], as quais indicam que durante o movimento do eixo em relação ao mancal, o fluido lubrificante tende a se comportar como um reservatório de calor ao longo do tempo, sendo sua variação dependente da excentricidade.

Com a análise teórica de mancais nos virabrequins usados em automóveis, a relevância dos efeitos elásticos dos materiais começou a ser questionada, pois as altas pressões registradas no momento da explosão eram comparáveis às pressões associadas a deformações não desprezíveis. Nesse contexto, foram desenvolvidos trabalhos que acoplavam a parte hidrodinâmica com a deformação elástica dos materiais, mas os trabalhos mais importantes foram aqueles que uniram também a

parte térmica, formando o que ficou conhecido como Lubrificação Termo-elastohidrodinâmica (TEHD), destacando-se o trabalho de Pahud [33]. Este utilizou os cálculos teóricos para prever as condições de operação como artifício para melhorar a seleção de mancais. Expandindo o conceito, pode-se utilizar a TEHD juntamente com a análise dinâmica para melhor explorar o comportamento real do mancal, como foi descrito por Fatu [5] para motores automotivos.

2.3 Características da Lubrificação

2.3.1 Ação do Filme Lubrificante

A separação entre as superfícies por um líquido depende fundamentalmente de fatores como a reologia do lubrificante e as condições de operação. Além disso, a existência do fluido não necessariamente resulta em uma separação total e uma redução drástica do atrito. Desse modo, o entendimento dos mecanismos associados aos diversos regimes de lubrificação é importante para o projeto e conhecimento de variações dos mancais. De forma simples, pode-se considerar três mecanismos principais para a atuação do lubrificante: adsorção das moléculas, modificação química e separação física das superfícies. Os dois primeiros tendem a reduzir a resistência ao movimento relativo pela presença de cadeias orgânicas entre as partes metálicas e o terceiro tende a afastar as superfícies fisicamente. Entre os efeitos secundários da lubrificação, podem-se citar a eliminação de partículas sólidas⁸, o aumento da convecção no sistema e a modificação do campo de pressões no contato.

⁸ Partículas decorrentes do raspamento entre as superfícies. Estas partículas também são comumente denominadas *debris*.

2.3.2 Característica da Formação de Filme Lubrificante para mancais Circulares

Entre as diversas características de um mancal, a única que pode ser considerada totalmente dependente do funcionamento é a excentricidade relativa, aqui tratada apenas como excentricidade, de tal forma que ela é considerada como uma resposta do sistema, às condições de operação impostas. Essa característica é importante, pois informa o valor da espessura de filme fluido na sua posição de menor espessura. Seu valor é obtido com base na equação [2.1], a qual representa a distância entre os centros do eixo e do mancal dividida pela folga do sistema, sendo que essa grandeza pode ser dada em percentagem ou em valor absoluto.

$$\varepsilon = \frac{e}{c} \quad [2.1]$$

As outras características de um mancal são determinadas por um conjunto de propriedades geométricas (Figura 2.1) e dos materiais e pelas condições iniciais para a operação do sistema, as quais podem ser exemplificadas por:

- Viscosidade do fluido (η);
- Velocidade entre as partes rotativas (U);
- Carregamento suportado pelo mancal (C_{arga});
- Módulo de Elasticidade dos materiais (E);
- Raio de Aspereza ($R_{aspereza}$);
- Formato do Mancal;
- Textura de superfície;
- Folga entre as peças (c);
- Ângulo de atitude (φ).

Cada um dessas características influencia o mancal de modo diferente, dependendo do tipo de lubrificação predominante.

Figura 2.1 - Representação do mancal com carga aplicada. Em cinza está a representação da condição em que o mancal e o eixo estão concêntricos.

2.4 Regimes de Lubrificação

A representação mais comum da divisão dos regimes de lubrificação é a curva de Stribeck (Figura 2.2), a qual relaciona o fator de atrito da lubrificação com o regime de trabalho – expresso como a relação entre viscosidade, velocidade do eixo e a carga aplicada por área projetada pelo mancal. Com base nessa curva, é possível estimar a faixa de atrito e o tipo de lubrificação, contudo, os valores exatos de atrito e do comportamento do mancal só podem ser extraídos com dados experimentais.

Existem três regimes básicos de lubrificação: (i) hidrodinâmico (HL⁹); (ii) elasto-hidrodinâmico (EHL¹⁰) ou misto; e (iii) limítrofe (BL¹¹). Eles são determinados pela combinação de uma série de fatores, entre eles: o carregamento do sistema; a

⁹ Sigla em inglês do termo *Hydrodynamic Lubrication*.

¹⁰ Sigla em inglês do termo *Elasto-Hydrodynamic Lubrication*.

¹¹ Sigla em inglês do termo *Boundary Lubrication*.

velocidade de rotação do eixo; as propriedades do lubrificante; e todas as propriedades geométricas do mancal.

Figura 2.2 - Curva de Stribeck, apresentando o coeficiente de atrito em função dos parâmetros de operação e uma representação do grau de interação entre as superfícies com base no número de Sommerfeld, o qual representa a razão entre as forças viscosas e o carregamento sobre o fluido. Extraído de IBT Industrial Solutions [34].

No entanto, enquanto os diferentes regimes de lubrificação são claramente distintos, não há uma linha que os separe, de modo que para certas situações é praticamente impossível afirmar qual o tipo de regime de operação, ficando mais evidente durante a transição entre estes. O regime elasto-hidrodinâmico, sendo um regime intermediário, apresenta características dos outros dois regimes, tanto que é também chamado de misto, assim como durante a mudança de um tipo de regime para outro.

2.4.1 Efeitos para Formação de Filmes

Basicamente, filmes lubrificantes são o resultado de três fenômenos:

- Efeito de cunha – *wedge effect*: o campo de pressão no filme é formado pelo movimento de superfícies lubrificadas, as quais possuem uma região de convergência, ocorrendo a geração de uma pressão no fluido, a qual mantém a separação entre as superfícies, pela criação de uma força de sustentação;

- Efeito hidrostático – *hydrostatic effect*: o campo de pressão no filme é fornecido por um elemento externo ao mancal;
- Efeito de filme exprimido – *squeeze film*: o campo de pressão no filme é decorrente do esmagamento do filme por um determinado carregamento.

2.4.2 Lubrificação Hidrodinâmica

A capacidade de separação, nesse regime, é devido às propriedades do fluido, ao movimento relativo e à configuração geométrica entre as superfícies, as quais necessariamente devem ser conformes¹². Além disso, o regime de lubrificação hidrodinâmica é caracterizado por possuir baixo atrito, pois o atrito depende principalmente da reologia (majoritariamente da viscosidade) do fluido e das condições impostas pelas superfícies. Uma das características marcantes desse regime é que as superfícies apresentam grande área de sustentação comparada à distância entre elas.

2.4.3 Lubrificação Elasto-Hidrodinâmica

A lubrificação elasto-hidrodinâmica é caracterizada por possuir grandes carregamentos sobre os mancais, de tal forma que possa ocorrer contato entre os picos de aspereza das superfícies, além de grandes pressões sobre o filme fluido. A pressão sobre o filme pode chegar a ordens de grandeza bastante elevadas, atingindo valores na ordem de 100 MPa e, por consequência, ocasionando deformação elástica localizada sobre as superfícies.

O contato de asperezas nesse regime acarreta um aumento do atrito de movimento e também causa um aumento na temperatura média do fluido, haja vista que a

¹² Para que duas superfícies sejam consideradas conformes, elas devem apresentar, quando concêntricas, raios de curvatura da superfície centrados no mesmo ponto, cabe ressaltar que superfícies planas apresentam raios de curvatura infinitos.

fricção por contato entre as asperezas gera uma pequena liberação localizada de calor. Por outro lado, o contato entre as asperezas pode acarretar em um arrancamento ou amassamento dos picos, fato esse que fará com que as superfícies tenham sua rugosidade diminuída, o que por sua vez reduzirá a quantidade de contatos entre picos e uma leve redução do atrito gerado por este tipo de contato.

2.4.4 Lubrificação Limítrofe

O regime de lubrificação limítrofe é caracterizado por uma grande proximidade entre as superfícies, pois o filme lubrificante não é capaz de desenvolver uma pressão suficiente para separar as partes, seja pelo alto carregamento, pela falta de lubrificante ou pela baixa velocidade relativa. Dessa forma, a existência da lubrificação está limitada a um filme muito delgado de lubrificante entre as superfícies, geralmente, aderido quimicamente, o qual fica aprisionado entre as rugosidades. Nesse regime, os aditivos antidesgaste e modificadores de atrito são fundamentais na redução do coeficiente de atrito, o qual seria bastante alto em decorrência do contato metal-metal.

2.5 Solução Clássica para o Coeficiente de Atrito

O fenômeno do atrito em mancais lubrificados foi explicado pela primeira vez por Petrov [12]; [13]; [14]; [15], assumindo que o eixo e o mancal são concêntricos. Embora raramente se faça uso do método de análise de Petrov. Este é importante porque define grupos de parâmetros adimensionais. Além disso, o coeficiente de atrito previsto por esta enunciação acaba por ser razoavelmente preciso mesmo na presença de excentricidades. Partindo da fórmula de atrito viscoso e da formulação Newtoniana de atrito [2.2], no qual o atrito é proporcional ao carregamento, pode-se escrever as formulações de atrito como representado na equação [2.3]. Além disso,

sabe-se que a correlação Newtoniana para a tensão de cisalhamento pode ser descrita como uma força aplicada sobre uma área, chegando-se à equação [2.4].

$$F_{atr} = fW \quad [2.2]$$

$$\tau_{atr} = \eta \frac{dU}{dh} \quad [2.3]$$

$$F_{atr} = \eta A_p \frac{dU}{dh} \quad [2.4]$$

Em que, A_p é a área projetada do mancal, ou seja, diâmetro multiplicado pela largura e f é o coeficiente de atrito.

Assumindo-se que o referencial é fixo e que a parede do mancal não se move, tem-se que a velocidade relativa é idêntica à velocidade impressa pelo eixo. Do mesmo modo, como a formulação de Petrov é para mancais concêntricos, o termo derivado é aproximado para uma diferença, resultando no termo expresso na equação [2.5].

$$\frac{dU}{dh} \approx \frac{\Delta U}{\Delta h} = \frac{U_{eixo} - U_{parede}}{c} = \frac{U_{eixo}}{c} = \frac{2\pi R\omega}{c} \quad [2.5]$$

Substituindo todos os termos e isolando f , chega-se a equação [2.6], conhecida como equação de Petrov.

$$f = 2\pi^2 \left(\frac{\eta\omega}{C/A_p} \right) \left(\frac{R}{c} \right) \quad [2.6]$$

Outra forma para a equação de Petrov é obtida quando se multiplica a equação [2.6] pela razão de folga radial (R/c), equação [2.7], a qual permite o aparecimento do número de Sommerfeld (S_o), descrito na equação [2.8].

$$f \frac{R}{c} = 2\pi^2 \left(\frac{\eta\omega}{C/A_p} \right) \left(\frac{R}{c} \right)^2 = 2\pi^2 S_o \quad [2.7]$$

$$S_o = \left(\frac{\eta\omega}{C/A_p} \right) \left(\frac{R}{c} \right)^2 \quad [2.8]$$

O adimensional S_o é conhecido como número de Sommerfeld e caracteriza-se por ser um parâmetro que relaciona as condições de carregamento do mancal com a

sua geometria. Ele é extremamente importante para os fabricantes de mancais, pois este relaciona todas as variáveis que devem ser especificadas pelo fabricante. A importância do número de Sommerfeld pode ser vista, também, pela sua utilização no eixo da abscissa da Figura 2.2.

2.6 Equacionamento de Reynolds para Mancais Planos Lubrificados

O sistema de equações diferenciais que regem a distribuição da pressão em um mancal lubrificado a óleo foi proposto por Reynolds em 1886 [4], com base na união das equações de movimento e continuidade da massa para um fluido viscoso. O sistema tem como base a teoria de mecânica dos sólidos, fortemente desenvolvida até meados do século XIX.

Figura 2.3 – Partícula de tamanho infinitesimal representativa das tensões em um ponto fluido do escoamento.

Segundo Dowson [24], o modelo desenvolvido por Reynolds parte do princípio de que o fluido é considerado um material contínuo e que quando submetido a carregamento, apresenta uma distribuição de tensões, dependente somente do carregamento no instante do cálculo. Dessa forma, o equacionamento de Reynolds para os fluidos é análogo ao de um elemento sólido. As particularidades do equacionamento se dão na descrição das variáveis que compõem o estado de tensão do material contínuo, particularizado em uma partícula fluida de tamanho

infinitesimal (Figura 2.3), de tal forma que as propriedades do fluido fossem equivalentes às dos sólidos.

Para a descrição das tensões de cisalhamento – indicadas por τ_{ij} – criou-se o conceito de viscosidade, o qual consiste na resistência do fluido em deslocar-se na direção do escoamento, de forma que a distância entre dois pontos consecutivos $x_{i,j}$ e $x_{i,j+1}$ seja alterada durante o movimento. Estipulou-se que essa resistência deveria ser dada pela combinação espacial das velocidades, ou seja, como a velocidade da partícula varia ao longo de cada direção do eixo cartesiano. Assim, por exemplo, na direção x, essa relação é expressa pela equação [2.9], a qual é conhecida como Lei de Newton.

$$F = \eta \frac{\partial V}{\partial x} \quad [2.9]$$

Onde $\frac{\partial V}{\partial x}$ é a variação da velocidade entre dois pontos sucessivos do filme lubrificante.

Com base nos trabalhos de Navier-Stokes, pode-se escrever que o sistema de três equações para o comportamento de uma partícula infinitesimal do fluido pode ser descrito para cada direção pela equação [2.10].

$$\begin{aligned} \frac{D(\rho u)}{Dt} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \eta \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \eta \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \eta \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial z} \eta \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad [2.10]$$

Para as outras direções, têm-se as equações [2.11] e [2.12].

$$\begin{aligned} \frac{D(\rho v)}{Dt} = \rho Y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \eta \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \eta \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \eta \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial x} \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad [2.11]$$

$$\begin{aligned} \frac{D(\rho w)}{Dt} = \rho Z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \eta \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \eta \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \eta \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \eta \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad [2.12]$$

A equação que descreve cada uma das direções é uma relação de forças dividida pelo volume do fluido, de tal forma que cada partícula do fluido tem seu movimento descrito pela mesma equação, só havendo alteração nas condições iniciais. Os termos (u,v,w) são as velocidades nos eixos (x,y,z) , respectivamente; o termo p se refere à pressão exercida no fluido; e o termo η se refere à viscosidade do fluido. Cada um dos termos pode ser descrito por:

- $\rho \frac{Du}{Dt}$, representa força relativa à aceleração do fluido em escoamento;
- ρX , representa a força de corpo agindo na direção x , as quais são representadas por forças gravitacionais e eletromagnéticas, assim como as forças em decorrência do movimento circular (força de Coriolis) e a resultante centrífuga;
- $\frac{\partial p}{\partial x}$, representa a força relativa à pressão exercida pelo carregamento;
- Os termos restantes representam as forças viscosas que agem no escoamento.

Figura 2.4 - Sistema de coordenadas adotado. A superfície do mancal é indicada por 1 e a do eixo por 2. Adaptado de Dowson [24].

2.6.1 Formulação de Reynolds

A equação generalizada pode ser simplificada de diversas formas. Contudo, para chegar ao formato mais conhecido da equação de Reynolds, algumas simplificações devem ser feitas e o sistema de coordenadas utilizado está mostrado na Figura 2.4. Cada uma das suposições será tratada separadamente, de modo a mostrar sua influência no equacionamento.

A) Regime Laminar de Escoamento

A hipótese de escoamento laminar permite prever uma trajetória bem definida para qualquer partícula fluida e, assim, determinar o seu comportamento em cada posição espacial no domínio (x,y,z) do mancal. Caso o regime estabelecido fosse turbulento, as velocidades em cada posição, temporal e espacial, iriam variar consideravelmente, o que dificultaria muito a realização do cálculo analítico das propriedades do mancal.

Como base comparativa, para o ambiente dos motores a combustão, pode-se analisar a ordem de grandeza do número de Reynolds (R_e), equação [2.13], para cada direção do escoamento. Considera-se que o número de Reynolds de transição entre os regimes laminar e turbulento é na ordem de 2300.

$$R_e = \frac{\rho U L_{característico}}{\eta} \quad [2.13]$$

Tabela 2.1 - Ordem de grandeza das dimensões do mancal.

Variável	Ordem de Grandeza
$u \left[\frac{m}{s} \right]$	10^{-1}
$v \left[\frac{m}{s} \right]$	10^{-1}
$w \left[\frac{m}{s} \right]$	10^{-2}
$D[m]$	10^{-2}
$c[m]$	10^{-5}
$L[m]$	10^{-3}
$Q \left[\frac{m^3}{s} \right]$	10^{-8}
$\rho \left[\frac{kg}{m^3} \right]$	10^3
$\eta[Pa.s]$	10^{-3}

A

Tabela 2.1 possui valores para as propriedades dos fluidos (líquidos) comumente utilizados na literatura, de tal forma que sua utilização para o cálculo do número de Reynolds pode ser vista na Tabela 2.2. É possível notar que a ordem de grandeza das direções y e z, são bastante inferiores ao do regime turbulento, de tal forma que nessas direções, a hipótese se mostra válida. Apesar de na direção x, o valor do escoamento demonstrar, em primeira análise, valores inferiores ao valor de turbulência estabelecido, caso o mancal opere em condições que possua fluidos gasosos, o número de Reynolds crescerá e a hipótese não se mostrará condizente com a realidade.

Tabela 2.2 - Ordem de grandeza dos números de Reynolds.

Variável	Dimensão Característica	Ordem de Grandeza
Re_x	Diâmetro (D)	10^3
Re_y	Comprimento (L)	10^2
Re_z	Espessura (c)	10^{-1}

B) O Raio do Mancal é Muito Maior que a Espessura do Lubrificante

A hipótese implica que efeitos referentes à curvatura do mancal podem ser desconsiderados frente aos efeitos de pressão. Esta consideração é normalmente utilizada para mancais planos ou planificados – mancal estudado na forma clássica da formulação de Reynolds – (sem curvas auxiliares para aumentar a carga suportada pelo mancal) e se mostra muito coerente, devido aos mancais possuírem diâmetro na ordem de milímetros, enquanto os filmes lubrificantes possuem dimensão na ordem de micrometros. Essa consideração faz com que forças inerciais resultantes de movimentos circulares, como Coriolis e centrífuga, sejam eliminadas.

C) As Forças Inerciais e de Corpo são Desprezíveis

Como as análises de Reynolds são baseadas em regimes de lubrificação plenamente desenvolvidos, com alimentação constante de lubrificante, o termo relativo à inércia do fluido é desprezado. Além disso, para regimes permanentes de lubrificação, mesmo que haja variações na espessura do lubrificante e, logo, variação entre a quantidade de fluido que atravessa o mancal, essas variações possuem tempos muito longos se comparado ao movimento total do eixo até a configuração inicial. Portanto, este termo se torna muito pequeno frente às forças viscosas e de pressão.

Com raras exceções, as forças eletromagnéticas nos lubrificantes não são representativas, pois a maioria dos lubrificantes é composta de cadeias apolares (óleos). Além disso, como a força gravitacional age em partículas com volume muito pequeno, a sua componente torna-se muito pequena frente à força relativa à variação de pressão e ao cisalhamento do fluido, que é tanto maior quanto maior a velocidade imposta ao lubrificante.

D) O Lubrificante se Comporta como Fluido Newtoniano

Essa hipótese é uma simplificação do caso real, pois a maioria dos fluidos apresenta comportamento não-Newtoniano, dependendo das condições. O comportamento Newtoniano de fluidos pode ser descrito como uma relação constante entre a taxa de cisalhamento (viscosidade) e a deformação impressa ao fluido (Figura 2.5b), ou seja, pode-se definir uma constante η linear com a variação da velocidade ao longo de um perfil de fluido, a qual representa a tensão de cisalhamento do fluido, como representado na Figura 2.5a. Como pode ser visto na Figura 2.5b, o comportamento dito Newtoniano para um fluido difere bastante de determinados comportamentos, como por exemplo, o de óleos minerais.

Figura 2.5 - Comportamento reológico de fluidos lubrificantes em que se observa um fluido newtoniano (a) e um fluido pseudo-plástico (b). Adaptado de Stachowiak [35].

E) A Variação da Velocidade w na Direção Z é Desprezível para o Escoamento nas Direções X e Y

Como o escoamento do fluido está plenamente desenvolvido e como a espessura do filme de óleo é praticamente constante, não há uma mudança apreciável do perfil do escoamento nas direções X e Y , assim, despreza-se essa componente das equações nas direções X e Y .

F) Não há Deslizamento Entre Fluido e os Limites dos Corpos Sólidos

Essa hipótese parte do Princípio da Aderência, o qual diz que uma partícula fluida na superfície de um sólido terá a mesma velocidade que o ponto na qual ela está encostada. Esse princípio parte de dois conceitos básicos:

- A partícula infinitesimal não sofre outras deformações elasto-plásticas, pois o regime está estabelecido e assim não há variação na sua forma;
- Do mesmo modo que existe uma atração eletromagnética intermolecular entre as partículas do fluido, também existe entre o fluido e o corpo. Dessa forma, como a proximidade entre uma partícula infinitesimal de fluido e uma de sólido é muito pequena, tem-se que a sua atração será muito maior do que entre o sólido e a partícula seguinte do fluido, pois são quimicamente iguais entre si – com exceção ao caso do ar formado por uma mistura de gases ou de fluidos com aditivos.

G) Com Base no Escoamento, as Derivadas das Velocidades u e v em Relação a Z são Muito Maiores que as Outras Derivadas para as Direções X e Y

Como a dimensão em Z é cerca de 1000 vezes menor que a dimensão em X e Y , a variação entre a velocidade relativa entre eixo e superfície do mancal é muito maior do que a variação da velocidade relativa entre a alimentação do lubrificante e a saída do mancal e do que a variação ao longo da circularidade do mancal. Assim, as variações de velocidade que não forem relativas ao eixo Z são desprezadas.

Com as equações do movimento definidas, utiliza-se a lei da continuidade¹³, expressa na equação [2.14], para unir as três equações resultantes do movimento, resultando nas equações [2.15], [2.16] e [2.17].

¹³ Essa equação representa o princípio físico de que a massa de um dado objeto em uma localidade específica do espaço não pode se alterar ao longo do tempo, caso não aconteça diferença entre a

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad [2.14]$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad [2.15]$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad [2.16]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial z} = & \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right) + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad [2.17]$$

Realizando as substituições e simplificações, chega-se à expressão [2.18], conforme descrito em Dowson [24], que é a generalização da expressão de Reynolds. Os termos U_1 , U_2 , V_1 , V_2 , $(\rho w)_2$ e $(\rho w)_1$ representam as condições de contorno referentes às velocidades para as coordenadas $z=0$ (algarismo 1) e para $z=h$ (algarismo 2).

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[(F_2 + G_1) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(F_2 + G_1) \frac{\partial p}{\partial y} \right] \\ & = h \left[\frac{\partial(\rho U)_2}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V)_2}{\partial y} \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{(U_2 - U_1)(F_3 + G_2)}{F_0} + U_1 G_3 \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{(V_2 - V_1)(F_3 + G_2)}{F_0} + V_1 G_3 \right] + \int_0^h \frac{\partial \rho}{\partial t} dz + (\rho w)_2 \\ & - (\rho w)_1 \end{aligned} \quad [2.18]$$

Os termos de F e G podem ser descritos pelos grupos de equações:

$$G_1 = \int_0^h \left[z \frac{\partial p}{\partial z} \left(\int_0^z \frac{z}{\eta} dz - \bar{z} \int_0^z \frac{1}{\eta} dz \right) \right] dz \quad [2.19]$$

quantidade de massa entrando e saindo da localidade. Como outra possibilidade haveria a geração de massa, contudo para a maioria dos casos, o comportamento massa-energia não é observado.

$$G_2 = \int_0^h \left[z \frac{\partial p}{\partial z} \int_0^z \frac{1}{\eta} dz \right] dz$$

$$G_3 = \int_0^h z \frac{\partial p}{\partial z} dz$$

$$F_0 = \int_0^h \frac{1}{\eta} dz$$

$$F_1 = \int_0^h \frac{z}{\eta} dz = \bar{z} F_0$$

[2.20]

$$F_2 = \int_0^h \frac{\rho}{\eta} z(z - \bar{z}) dz$$

$$F_3 = \int_0^h \frac{\rho z}{\eta} dz$$

Como pode ser notado nos termos F e G (equações [2.19] e [2.20]), é permitido que as propriedades do fluido variem de acordo com a posição da partícula fluida, de tal modo que para a resolução completa, deve-se conhecer o comportamento do fluido para diferentes valores de pressão e velocidade do fluido. Além disso, para a completa resolução do problema de lubrificação é necessário o uso de outras equações, como a equação da energia e as relações que constituem as equações de estado.

Para a obtenção da formulação clássica da equação de Reynolds outras hipóteses são necessárias e serão abordadas do mesmo modo que as considerações que levaram à equação [2.18].

H) Fluido Incompressível

A partir dessa simplificação, Reynolds despreza as variações na densidade do fluido – líquidos – quando submetido a pressões elevadas. A principal consideração para essa simplificação consiste no fato de a variação da densidade ser proporcional ao volume comprimido do fluido. Desse modo, como a espessura do filme fluido é muito pequena, qualquer variação na densidade do fluido, por maior que possa ser,

também será pequena. Comparativamente, as variações das componentes de velocidade são muito maiores do que as variações da densidade do fluido. Resultando a simplificação imposta pela hipótese na equação [2.21].

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial y} V + \rho \frac{\partial V}{\partial y} \sim \rho \frac{\partial V}{\partial y} \quad [2.21]$$

Apesar de a hipótese ser bastante coerente para baixos níveis de carregamento, à medida que o carregamento aumenta, essas parcelas desconsideradas podem contribuir significativamente para a capacidade de suportar o carregamento. Além das variações acontecerem por meio da variação de pressão, elas podem ocorrer por variação da temperatura do fluido. Caso o fluido que circula pelo mancal, não tenha temperatura de entrada controlada e próxima da temperatura de trabalho, a variação da densidade poderá ser grande e alterar o comportamento do fluido, fazendo com que a hipótese não seja tão fiel à realidade.

Alguns modelos foram criados para expressar a variação da densidade com base na pressão e temperatura locais, sendo o mais conhecido o modelo de Dowson-Higginson (apud Valkonen [36]), expresso na equação [2.22].

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{0,0006p}{1 + 0,0017p} \right) (1 - 0,00065(T - T_0)) \quad [2.22]$$

Sendo p expresso em MPa e $(T - T_0)$ em °C ou K.

Figura 2.6 - Variação de densidade pelo modelo de Dowson-Higginson, óleo ISO VG 10.

A Figura 2.6 expressa a magnitude da variação de densidade em função do par (p,T). Como pode ser visto, a variação da densidade só se torna sensível para grandes pressões e faixas extensas de temperatura. No entanto, quando o fluido lubrificante é um gás, a compressibilidade do fluido é grande com pequenas variações de temperatura ou pressão, de tal modo que essa hipótese não serve para uma gama importante de mancais.

I) As Propriedades Viscosas são Constantes

A hipótese é coerente para todos os casos em que o fluido não é submetido a grandes variações de pressão e temperatura, o que ocorre na maioria dos casos. Existem alguns modelos para descrever o comportamento dos fluidos – os quais serão descritos nas subseções seguintes – quando submetidos a condições diferentes daquelas usadas na determinação de suas propriedades. Assim como na densidade, a propriedade viscosa não pode ter seus efeitos desconsiderados quando o fluido de trabalho é um gás, pois o adensamento das moléculas irá provocar um aumento significativo da resistência ao cisalhamento.

I.1) Variação da Viscosidade com a Temperatura

De acordo com Frene [37], a viscosidade dos líquidos depende fortemente da temperatura, podendo variar seu valor, em alguns casos, na ordem de 15% por grau de temperatura. Para conhecer o comportamento dos fluidos, vários testes e modelos foram criados, sendo que o que apresentou maior concordância para os óleos minerais foi o modelo exponencial, como o expresso na equação [2.23], descrito em Frene [37].

$$\eta = \eta_0 \exp\left(-\frac{a + bT + cT^2}{T_0}\right) \quad [2.23]$$

Em que η_0 é a viscosidade dinâmica dada na temperatura T_0 , T é a temperatura absoluta na qual o ensaio foi realizado e (a,b,c) são constantes determinadas para cada tipo de óleo.

O modelo de MacCoull e Walther (apud Totten [51]) é o modelo ratificado pela ASTM (*American Society for Testing Materials*) para qualquer lubrificante, expresso na equação [2.24].

$$\log(\log(\eta + d)) = -m \cdot \log(T) + n \quad [2.24]$$

Sendo que o conjunto (d,m,n) são constantes dependentes de cada lubrificante.

Em geral, para óleos, a temperatura de trabalho – sem o incremento de aditivos para resistir à oxidação – está localizada na faixa de 80 a 90°C. De acordo com Frene [37], esta temperatura é usada para que os óleos resistam à degradação oxidativa – carbonização – e tenham viscosidade suficiente para evitar a formação de borra em determinadas regiões. Apesar disso, não existe um limite teórico para o óleo do mancal. Porém, em altas temperaturas (120-130°C) o óleo pode sofrer interações químicas com o ar e sofrer oxidação. Neste estágio, o lubrificante passa a agir como agente destrutivo no conjunto eixo-mancal, gerando perdas de massa efetivas nos conjuntos, o que proporcionará a falha do conjunto.

I.2) Variação da Viscosidade com a Pressão

De acordo com Frene [37], a maioria dos óleos lubrificantes possui um incremento da viscosidade com o aumento da pressão. Esse fenômeno tem papel importante em regimes lubrificados, principalmente aqueles que atingem altas pressões – ordem de 100 MPa ou maiores – devido à variação da capacidade de sustentação da carga.

Entre os principais óleos-base utilizados na indústria, destacam-se os com caráter parafínico e naftênico. Contudo, as variações da viscosidade com os aumentos de pressão são diferentes entre os tipos de óleo. Os óleos parafínicos chegam a

apresentar – dependendo da pressão – diferenças na viscosidade de uma ordem de grandeza menor que os naftênicos. Essa grande diferença pode ser em decorrência da estrutura química, pois os parafínicos apresentam longas cadeias sem ramificações, ao contrário dos naftênicos, que são circulares. Além disso, os naftênicos apresentam dois planos energéticos bem característicos, em decorrência dos anéis benzênicos, de forma que a adesão física ao eixo e ao mancal é muito mais intensa do que nos parafínicos com suas cadeias apolares.

De acordo com Frene [37], a equação [2.25] é a mais difundida para o comportamento da variação de viscosidade¹⁴ em função da pressão, sendo que os valores do coeficiente de dilatação volumétrica (α) estão concentrados entre $5 \cdot 10^{-9}$ e $40 \cdot 10^{-9}$ Pa.

$$\eta = \eta_0 \exp(\alpha p) \quad [2.25]$$

I.3) Variação da Viscosidade com a Combinação entre Pressão e Temperatura

O uso de modelos exponenciais separados para as variáveis pressão e temperatura é bastante comum. Contudo, também existem modelos mais refinados para expressar essa variação. Como exemplo, tem-se o modelo proposto por Roelands, apud Höglund [38], descrito na equação [2.26], no qual se combina a variação de pressão com a de temperatura, em função de alguns parâmetros típicos do lubrificante e da operação, como a viscosidade inicial do óleo (η_0), o coeficiente de variação da viscosidade em função da pressão (α) e um valor empírico (ψ_1) que corrige a temperatura.

$$\eta = \eta_0 \exp(\alpha_1 p) \quad [2.26]$$

¹⁴ Essa equação é amplamente difundida, pois apresenta grande concordância experimental entre viscosidade e pressão, para ensaios com temperatura controlada, como pode ser verificado em Frene [37].

Em que,

$$\alpha_1 p = (\ln(\eta_0) + 9,67) \left(\left(\frac{T - 138}{T_0 - 138} \right)^{\psi_1} (1 + 5,1 * 10^{-9} p)^{\psi_2} - 1 \right) \quad [2.27]$$

$$\psi_2 = \frac{\alpha}{5,1 * 10^{-9} (\ln(\eta_0) + 9,67)} \quad [2.28]$$

A Figura 2.7 (A) representa a variação da viscosidade em função do par pressão e temperatura para o modelo de Roelands (apud Höglund [38]). Pela figura, nota-se que a variação de pressão tem que ser bastante grande para que haja uma real diferença na viscosidade. Contudo, para grandes valores de temperatura, mesmo pressões bastante altas não alteram significativamente o valor final.

Figura 2.7 - Variação da viscosidade segundo o modelo previsto por Roelands: (A) variação dentro da faixa admitível do modelo; (B) variação dentro da faixa de trabalho das simulações.

Utilizando a mesma equação para uma faixa mais próxima da faixa explorada nesse trabalho, tem-se na Figura 2.7 (B), uma relação mais clara sobre o comportamento dos fluidos nestas condições. Assim, pode-se notar claramente que para altos valores de temperatura, a pressão não influi significativamente no valor final de viscosidade, de tal modo que essa diferença não precisa ser considerada se as previsões para perda por atrito não forem fator chave do estudo.

J) Fluido Isotrópico

Como hipótese adicional, foi considerado que o fluido apresenta as mesmas propriedades para quaisquer direções. Essa hipótese mostra-se coerente com a maioria das aplicações para mancais, entretanto, esse efeito é pequeno quando as velocidades do eixo são baixas.

Para a coordenada $z = 0$, tem-se que a velocidade W_1 é nula, pois nessa posição a partícula está aderida à superfície, o que implica que o mancal não possui velocidade perpendicular à de escoamento. Para a coordenada $z = h$, a velocidade W_2 pode ser descrita pela equação [2.29]. Além disso, como não há desalinhamento do mancal, a altura h não varia ao longo da coordenada y , de tal forma que $\frac{\partial h}{\partial y} = 0$.

$$W_2 = U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + V_1 \quad [2.29]$$

2.6.2 Equação na Forma Final

Realizando as substituições oriundas das hipóteses da seção anterior, tem-se a equação [2.30], conhecida pelo nome de Equação de Reynolds.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[h^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[h^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right] = 6\eta \left[(U_1 + U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 2V_1 \right] \quad [2.30]$$

Em que $\bar{p}$ representa a pressão média exercida.

2.7 Aproximação Física do Problema da Ruptura do Filme Lubrificante

De acordo com Frene [37], dependendo da natureza física do problema estudado (geometria, cinemática, lubrificante etc.), a pressão calculada com base na equação de Reynolds e nas condições de continuidade do fluido pode resultar em uma pressão menor que a pressão atmosférica em certos pontos do domínio utilizado. Essas regiões sub-pressurizadas produzirão uma ruptura do filme, a qual pode acontecer de três modos diferentes:

- Ar proveniente da atmosfera ambiente pode penetrar na região de baixa pressão até que a pressão seja igualada com a do ambiente;
- Gases dissolvidos no líquido lubrificante podem ser expelidos até que a pressão de saturação seja alcançada;
- Ou no caso de a pressão ser menor que a pressão de vaporização (líquido), a vaporização acontece à temperatura ambiente a baixa pressão, de tal modo que serão geradas bolhas de vapor, as quais podem implodir e danificar as superfícies do eixo e do mancal. Fenômeno conhecido na tribologia com o nome de cavitação, conforme Hutchings [39].

Entre os casos citados, os dois primeiros são mais comuns e o terceiro ocorre mais raramente, sendo mais visto em condições de grande pressão ou com montagens erradas. Com base em Frene [37], estudos experimentais mostraram que a pressão é constante ou ligeiramente menor que a atmosférica na zona de ruptura, uma vez que o lubrificante está muitas vezes em contato direto com o meio ambiente ao redor, além das pressões de saturação e atmosférica terem valores próximos.

Para entender como ocorre o fenômeno de ruptura de filme, parte-se da equação de continuidade, que pode ser expressa pela equação [2.31].

$$\frac{d(\rho AV)}{dt} = 0 \quad [2.31]$$

Como a densidade é constante e é assumido que a largura do mancal não muda, obtém-se a equação [2.32], em que h é a espessura de filme lubrificante e V a velocidade do fluido.

$$h_1 V_1 = h_2 V_2 \rightarrow V_2 = \frac{h_1}{h_2} V_1 \quad [2.32]$$

Por outro lado, o sistema não perde energia ao longo do escoamento, pois se assume que a distância entre os pontos (1 e 2) é pequena o suficiente para que a rugosidade não dissipe energia. Assim, aplicando a condição de que a força exercida pelo escoamento ao longo do seu caminho é constante e desprezando qualquer variação de cota, devido à dimensão do mancal, tem-se a equação [2.33].

$$\left(P + \frac{\rho V^2}{2}\right) hL = cte \rightarrow \left(P_1 + \frac{\rho V_1^2}{2}\right) h_1 = \left(P_2 + \frac{\rho V_2^2}{2}\right) h_2 \quad [2.33]$$

Substituindo [2.32] em [2.33], e sabendo-se que a velocidade V_1 é a velocidade do fluido (U), obtém-se a equação [2.34].

$$P_2 = P_1 \left(1 + \frac{\rho U^2}{2P_1} \left(1 - \frac{h_1}{h_2}\right)\right) \frac{h_1}{h_2} \quad [2.34]$$

A forma imposta para a equação [2.34] revela um termo adimensional que controla a pressão. Avaliando o termo referente ao escoamento, tem-se que o termo $\frac{\rho U^2}{2P_1}$, normalmente, possui ordem semelhante a 0,01, implicando que haverá pouca influência desse termo na determinação da pressão. Essa pouca influência não é válida para mancais que atuam a altas rotações, como no caso dos motores do tipo fórmula. Dessa forma, podem-se explorar três situações:

- $h_2 = h_1$: Implica que o fluido não sofre variação de espessura e a pressão é constante ao longo da trajetória.
- $h_2 > h_1$: Implica que a pressão P_2 sofrerá uma diminuição.
- $h_2 < h_1$: Implica que a pressão P_2 sofrerá um aumento.

Cabe-se ressaltar que a dedução feita só fornece uma avaliação qualitativa do fenômeno de variação da pressão. Como a pressão do fluido, para determinadas posições, é muito próxima da atmosférica, quando houver um aumento da

espessura do filme, haverá uma pressão menor que a atmosférica, gerando a ruptura do filme de óleo.

É importante ressaltar que a ruptura do filme lubrificante não é necessariamente um fenômeno prejudicial, pois o termo descreve vários fenômenos parecidos. Além disso, ela é necessária para a capacidade de carga do mancal. Um mancal de escora simétrico, como o representado na Figura 2.8, não conseguiria suportar um carregamento vertical se não houvesse a ruptura do filme.

Figura 2.8 - Representação de um mancal de escora simétrico. Adaptado de Frene [37].

Devido à característica física da ruptura de filme, essa região é impropriamente nomeada como zona de cavitação, pois o termo cavitação tem origem na palavra cavidade. Dessa forma, cavar é gerar cavidades, que não é o fenômeno desejado na lubrificação. Apesar disso, como o nome é amplamente difundido na literatura, ele também será utilizado no presente trabalho.

Cabe ressaltar que apesar da importância do fenômeno de ruptura de filme para a conservação do fluxo de massa e de calor, a distribuição de pressão em decorrência do funcionamento do mancal não é determinada pela ruptura do filme, mas pela carga aplicada. A ruptura do filme somente influencia no formato da distribuição, como pode ser visto na Figura 2.8, sendo ela, dessa forma, uma resposta do sistema e não um agente.

2.8 Soluções Clássicas para Mancais Curtos e Longos

A equação desenvolvida por Reynolds apresenta derivadas cruzadas na pressão e na espessura de filme lubrificante. Ao longo da história, foram elaboradas soluções analíticas para dois casos particulares, os quais possuem resultados bastante coerentes com os resultados experimentais historicamente obtidos, como salientado em Frene [37]. Estas soluções serão apresentadas nas seções subsequentes. Cabe ressaltar que apesar da importância que já tiveram, atualmente, os mancais mais utilizados encontram-se em faixas intermediárias, que necessitam de métodos numéricos para sua resolução.

Historicamente, a primeira solução analítica para a equação de fluidos foi a solução para mancais longos – também conhecida como solução de Sommerfeld –, a qual foi considerada uma solução sem grandes aplicações, pois as condições para a validade dessa equação eram muito distantes da realidade. Posteriormente, Ocvirk desenvolveu outra solução analítica para a equação de lubrificação, abrangendo outras condições de contorno, as quais eram muito mais próximas da realidade e davam resultados muito mais próximos que os apresentados pela solução de Sommerfeld.

2.8.1 Mancais Curtos

Nos mancais curtos, a razão L/D é, em geral, menor que 0,25, sendo que a solução pode ser estendida até 0,5. Porém, nos valores acima de 0,25 o erro no cálculo da pressão de sustentação pode atingir valores bastante altos, podendo chegar até 50% de diferença entre o valor real e o valor calculado, como relatado por Durval [40]; [41]. Em geral, esse equacionamento não deve ser utilizado para excentricidades (ε) maiores que 0,80, pois outros fenômenos não considerados no equacionamento tornam-se mais importantes.

Figura 2.9 - Representação genérica da distribuição de pressão no mancal, onde o azul representa a zona de menor pressão e o vermelho a região de maior pressão.

Com base no equacionamento de Dowson [24], para mancais curtos, o pico de pressão deve cair mais rapidamente para a pressão ambiente na direção Y (longitudinal) do que na direção X (radial). A Figura 2.9 é uma representação genérica do campo de pressões, obtida por meio de simulação numérica. A Figura 2.9 permite supor que quanto mais curto for o mancal, maior será a variação de pressão entre as bordas e o centro do mancal. Assim, como o gradiente de pressão na direção Y é muito maior que o na direção X, pode-se desprezar a variação na direção X. Como, em geral, o mancal está parado – só o eixo possui velocidade – e o mancal em regime permanente é suposto sem movimentação na direção Z, então $V_1 = 0$. Aplicando essas considerações na equação [2.30], obtém-se a equação para mancais curtos, expressa na equação [2.35].

$$\frac{d}{dy} \left[h^3 \frac{dp}{dy} \right] = 6\eta U \frac{dh}{dx} \quad [2.35]$$

Impondo que a espessura de filme não depende da coordenada em Y e que a variação de espessura não é constante e integrando entre os valores de pressão para as condições de contorno da borda do mancal ($y=-L/2, L/2$ com $p=0$), obtém-se a equação [2.36] para a pressão, que também pode ser expressa em coordenadas polares. A forma clássica é obtida assumindo-se que a altura do filme só depende da posição relativa entre o eixo e o mancal, utilizando-se a equação [2.37], como mostra a equação [2.38].

$$p = \frac{3\eta U}{h^3} \frac{dh}{dx} \left(y^2 - \left(\frac{L}{2} \right)^2 \right) \quad [2.36]$$

$$h = c(1 + \varepsilon \cos(\theta)) \quad [2.37]$$

$$p = \frac{3\eta U}{c^2 R} \frac{\varepsilon \sin(\theta)}{(1 + \varepsilon \cos(\theta))^3} \left(\left(\frac{L}{2} \right)^2 - y^2 \right) \quad [2.38]$$

Como o mancal curto é o objeto de estudo do texto, é conveniente mostrar que com base na expressão de pressão é possível calcular o carregamento suportado pelo mancal. Analisando a equação [2.38], percebe-se que ela só possui valores positivos de pressão no intervalo entre 0 e π , dessa forma, não existe carregamento negativo, esse intervalo é assumido a região de sustentação do mancal. Integrando-se a equação [2.38] nas duas direções do mancal, e tomando como base os valores positivos de pressão, obtém-se a equação [2.39] para o carregamento. Com base nessa equação é possível calcular qual é a excentricidade teórica, $\varepsilon_{referência}$, para uma dada carga aplicada sobre o mancal.

$$W = \frac{U\eta_0 L^3 \pi \varepsilon}{4c^2(1 - \varepsilon^2)^2} \left[\left(\frac{16}{\pi^2} - 1 \right) \varepsilon^2 + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad [2.39]$$

De forma análoga, pode-se calcular o atrito gerado pelo cisalhamento do fluido, o qual pode ser usado para calcular uma temperatura média aproximada de operação do fluido, como referência. Com base em Frene [37], a equação para o conjugado de atrito é dada pela equação [2.40].

$$C_{atrito} = \pi \omega \eta \left(\frac{D}{2} \right)^3 \left(\frac{L}{c} \right) \frac{(2 + \varepsilon)}{(1 + \varepsilon)(1 - \varepsilon^2)^{\frac{1}{2}}} \quad [2.40]$$

De modo semelhante, é possível determinar o ângulo de atitude do mancal. Com base em Frene [37], é possível escrever a equação [2.41].

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\pi (1 - \varepsilon^2)^{\frac{1}{2}}}{4 \varepsilon} \right) \quad [2.41]$$

2.8.2 Mancais Longos

Com base em Dowson [24], de modo análogo, os mancais considerados longos ($L/D > 4$) possibilitam também uma solução particular. Contudo, como a variação da pressão ao longo da longitude (direção Y) é pequena, o termo relativo a essa variação foi desconsiderado. Com base na equação [2.30], fazendo-se a hipótese de que $V_1 = 0$ e que só o eixo possui velocidade, obtém-se a equação [2.42].

$$\frac{d}{dx} \left[h^3 \frac{dp}{dx} \right] = 6\eta U \frac{dh}{dx} \quad [2.42]$$

É possível ainda, fazer a transformação de coordenada de x para θ , como modo de facilitar a integração, pois a coordenada h pode ser descrita conforme a equação [2.37]. Fazendo a substituição e integrando, obtém-se a equação [2.43] para mancais longos.

$$p = \frac{6\eta UR}{c^2} \frac{\varepsilon \sin(\theta)(2 + \varepsilon \cos(\theta))}{(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon \cos(\theta))^2} \quad [2.43]$$

2.9 Equacionamento do Campo de Velocidades

Para o cálculo do equacionamento térmico do mancal é necessário calcular os campos de velocidade do fluido no mancal, pois a velocidade do fluido tem influência direta na troca térmica por convecção, assim como na taxa de dissipação térmica do fluido. Com base em Frene [37], pode-se descrever as velocidades nas direções x e y com base nas equações [2.44] e [2.45], as quais são resultantes da equação de Reynolds, para viscosidade e densidade constantes.

$$u = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} z(z - h) + \frac{h - z}{h} U_1 + \frac{z}{h} U_2 \quad [2.44]$$

$$v = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial y} z(z-h) + \frac{h-z}{h} V_1 + \frac{z}{h} V_2 \quad [2.45]$$

Como o mancal é assumido fixo na estrutura, e como tanto ela quanto o eixo não apresentam translação na direção longitudinal do eixo, tem-se que as velocidades U_1 , V_1 e V_2 , são nulas. A velocidade U_2 é a velocidade U do eixo. Desse modo, as equações podem ser reescritas na sua forma final, representadas nas equações [2.46] e [2.47].

$$u = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} z(z-h) + \frac{z}{h} U \quad [2.46]$$

$$v = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial y} z(z-h) \quad [2.47]$$

A velocidade w , que corresponde à velocidade na direção vertical, é obtida por meio da equação da continuidade em regime permanente, como expressa na equação [2.31]. Expandindo a expressão e integrando os termos da equação [2.31], obtém-se a equação [2.48].

$$\int \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) dz = - \int \left(\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) \right) dz \quad [2.48]$$

Substituindo as equações [2.46] e [2.47] na equação [2.48], assumindo que a viscosidade e a densidade são calculadas em um dado ponto do espaço, com localização no sistema (x,y,z) e realizando os cálculos, chega-se à equação [2.49]. Essa consideração permite assumir que os valores das variáveis em questão, viscosidade e densidade, são constantes definidas no espaço, ou seja, seus valores são definidos previamente, com base em uma lei qualquer, a qual não interfere no equacionamento. Caso essa consideração não fosse feita, as equações se tornariam tão complexas quanto às apresentadas em [2.19] e [2.20].

$$w = -\frac{1}{\rho} \frac{z^2}{2} \left[\frac{1}{\eta} \left(\frac{z}{3} - \frac{h}{2} \right) \left(\frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial P}{\partial y} + \rho \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} \right) - \frac{\rho}{\eta} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} \right. \\ \left. + \frac{U}{h} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\rho}{h} \right) \right] + Constante \quad [2.49]$$

Pelo princípio da aderência, tem-se que na posição $z = 0$ o fluido não apresenta velocidade, dessa forma, o valor da constante da equação [2.49] é nulo.

2.10 Equacionamento Térmico de Mancais

Com base em Frene [37], a implementação das condições de contorno térmicas, assim como as variações das propriedades e deformações, podem gerar grandes ganhos de exatidão na comparação com os resultados experimentais. Dessa forma, nessa seção serão mostrados os equacionamentos apresentados em Frene [37], assim como algumas das comparações de validação.

2.10.1 Equacionamento no Fluido Plenamente Desenvolvido

Com base na equação generalizada do calor para fluidos (Incropera [42]), equação [2.50], na forma adimensional, tem-se a previsão do comportamento da temperatura do fluido dentro do mancal. Na equação [2.50], as direções $\bar{x}_i$ são as direções principais na forma adimensional, representadas na Figura 2.10.

Figura 2.10 - Sistema de referência. Extraído de Frene [37].

$$\begin{aligned}
& P_e \bar{\rho} \bar{c}_p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} + \bar{u}_i \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}_i} \right) \\
&= \alpha_0 T_0 N_d \bar{\alpha} \bar{T} \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{t}} + \bar{u}_i \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}_i} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}_2} \left(\bar{K} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}_2} \right) \\
&+ \left(\frac{h}{L} \right)^2 \left[\frac{\partial}{\partial \bar{x}_1} \left(\bar{K} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}_1} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}_3} \left(\bar{K} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}_3} \right) \right] + \frac{\lambda_0}{\eta_o} N_d \left(\frac{h}{L} \right)^2 \left(\frac{\partial \bar{x}_i}{\partial \bar{x}_i} \right)^2 \bar{\lambda} \\
&+ N_d \bar{\eta} \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_2} \right)^2 \right. \\
&+ 2 \left(\frac{h}{L} \right)^2 \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_3} \right)^2 \right] \Big\} \\
&+ N_d \bar{\eta} \left(\frac{h}{L} \right)^2 \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_2} \right)^2 \right. \\
&+ 2 \left[\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_2} \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_1} + \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_3} \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_1} + \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_3} \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_2} \right] \Big\} \\
&+ N_d \bar{\eta} \left(\frac{h}{L} \right)^4 \left[\left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_1} \right)^2 \right]
\end{aligned} \tag{2.50}$$

Analisando-se os termos da equação [2.50], nota-se a existência de muitos termos de ordem $\left(\frac{h}{L}\right)$, os quais têm, em geral, ordem semelhante a 10^{-3} , dessa forma, os termos de segunda e quarta ordens representam valores desprezíveis frente aos outros termos.

Analisando o termo referente ao coeficiente de dilatação do fluido (α_0) percebe-se que o termo varia fundamentalmente em função da variação da pressão em cada direção. Contudo, considerando que o efeito de compressibilidade de fluidos é bem estabelecido, que o efeito é mínimo mesmo para grandes valores de pressão, que as variações entre pontos adjacentes tendem a ser percentualmente pequenas, e que o coeficiente de dilatação de óleos tem ordem semelhante a 10^{-3} , o termo total tem ordem bem menor que a unidade. Dessa forma, ele não será considerado de forma individualizada no equacionamento.

Considerando que o escoamento é plenamente desenvolvido, os termos de pressão e temperatura que variam com o tempo também são nulos. Com base nas simplificações da equação de energia e considerando a condutividade térmica do

fluido localmente constante, e escrevendo-se a equação resultante em coordenadas cilíndricas, tem-se a equação [2.51].

$$P_e \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta^*} + \frac{\bar{w}}{\bar{h}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} + \mu \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} \right) = \frac{1}{\bar{h}^2} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} + \frac{N_d \bar{\eta}}{\bar{h}^2} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}} \right)^2 \right] \quad [2.51]$$

Sendo,

$$\mu = \frac{R_{eixo}}{L}$$

$$P_e = \frac{\rho c_p \omega c^2}{K_h}$$

$$N_d = \frac{\eta_0 \omega^2 R_{eixo}^2}{K_h T_0}$$

O termo P_e representa o número de Peclet, que é a razão entre a tendência do calor ser conduzido para uma direção e a sua difusividade no meio. Por sua vez, o termo N_d representa o número de Nusselt, o qual mede a razão entre o calor transferido por convecção e o calor transferido por condução.

Dessa forma, o lado esquerdo da equação representa o fluxo de energia carregado por convecção nas três dimensões, enquanto o primeiro termo do lado direito representa o calor liberado por condução através do filme fluido e o último termo representa o calor gerado por dissipação viscosa.

2.10.2 Equacionamento para Fluido na Região de Ruptura de Filme

De acordo com Frene [37], na maioria dos mancais, na zona de ruptura de filme, o filme pode ser considerado dividido em certo número de *fingers*¹⁵, como na Figura 2.11, sendo que o fluido, nessa zona, assume uma forma particular.

¹⁵ Foi utilizado o termo em inglês, pois esse é o termo comumente encontrado, mesmo em língua portuguesa, para descrever a região onde ocorre a formação de fluido gasoso e fluido líquido concomitantemente.

Figura 2.11 - Aproximação da condição de ruptura de filme, para meio mancal. Adaptado de Frene [37].

Para o equacionamento de temperatura nas regiões onde ocorre a ruptura de filme, faz-se a hipótese de que o gradiente de pressão na direção axial é zero. Essa hipótese é importante, pois simplifica as equações e se mostra fisicamente aceitável. Se houvesse gradiente de pressão na direção axial, os *fingers* tentariam se deslocar ao longo do comprimento do mancal, fato esse que não ocorre na prática. Dessa forma, podem-se desprezar os termos da componente v de velocidade, resultando na equação [2.52].

$$P_e \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta^*} + \frac{\bar{w}}{h} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right) = \frac{1}{h^2} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} + \frac{N_d \bar{\eta}}{h^2} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right)^2 \right] \quad [2.52]$$

Na região de vapor, se o fenômeno de cavitação não está presente, a dissipação é desprezível e a equação de energia é reduzida à equação [2.53].

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} = 0 \quad [2.53]$$

Como a solução é linear, tem-se a equação [2.54] como resposta.

$$\bar{T}(\theta^*, \bar{y}, \bar{z}) = [\bar{T}_{eixo}(\bar{y}) - \bar{T}_{mancal}(\theta^*, \bar{y})] \bar{z} + \bar{T}_{mancal}(\theta^*, \bar{y}) \quad [2.54]$$

2.10.3 Equacionamento para Fluido na Região de Entrada de Óleo

Na região de entrada do fluido, parte do fluido recirculante entra em contato direto com o fluido recém-inserido no mancal, criando uma região de mistura, a qual altera as propriedades do fluido recirculante. A temperatura de mistura pode ser calculada usando os balanços de fluxo e de temperatura. Assim, escrevendo a equação de balanço de massa para a região de entrada, obtém-se a equação [2.55].

$$\rho_{se}Q_{se} = \rho_rQ_r + \rho_oQ_o \quad [2.55]$$

Em que os termos com “se” representam a seção de entrada¹⁶, “r” o retorno e “o” o valor de entrada.

Apesar de na região de mistura os efeitos de dissipação de calor por condução para eixo e alojamento e a dissipação viscosa do movimento estarem presentes, seus efeitos serão desprezados. Essa consideração é estabelecida em função da complexidade de se calcular esses efeitos, o qual não pertence ao escopo desse trabalho, e devido à variação de temperatura do fluido que adentra o mancal e absorve quase a totalidade dessa dissipação. Com base nessa consideração, pode-se escrever a equação [2.56] para a conservação do calor na região de mistura.

$$\rho_{se} \int u_1(z)T_{se}(z)dA_{vert} = \rho_{se}\tilde{T}_{se}\tilde{Q}_{se} = \rho_r\tilde{T}_rQ_r + \rho_o\tilde{T}_oQ_o \quad [2.56]$$

Conforme Frene [37], um modo para prevenir possíveis erros de descontinuidade na interface filme-mancal e filme-eixo é impor uma variação parabólica para a temperatura. Essa imposição é uma aproximação com base nos resultados experimentais que ele apresenta, permitindo escrever a equação [2.57].

$$T_{se} = a_1z^2 + b_1z + c_1 \quad [2.57]$$

Com base nas condições de continuidade assumidas, podem-se escrever as condições de contorno conforme a equação [2.58].

¹⁶ A seção de entrada é definida como a seção perpendicular ao centro do ponto de alimentação.

$$T_{se}(h) = T_{eixo} \quad [2.58]$$

$$T_{se}(0) = T_{mancal}$$

Com base na equação [2.46], pode-se assumir que na região de mistura a variação de pressão é praticamente nula, em virtude da ausência de carregamento e pela mistura dos fluidos, além da forte influência que a pressão do fluido de entrada possui. Assim, tem-se que a velocidade do fluido na direção do escoamento depende unicamente da distância para o mancal, como mostrado na equação [2.59].

$$u_1 = \frac{z}{h} U \quad [2.59]$$

Dessa forma, integrando a equação [2.56], com base nas equações [2.57] e [2.59], obtém-se a equação [2.60].

$$\rho_r \tilde{T}_r Q_r + \rho_0 \tilde{T}_0 Q_0 = \frac{\tilde{Q}_{se}}{12} (3a_1 h^2 + 4b_1 h + 6c_1) \rho_{se} \quad [2.60]$$

A média da vazão da seção de entrada pode ser calculada com base na média da velocidade, pois as demais medidas são constantes. Dessa forma, obtém-se a equação [2.61].

$$\tilde{Q}_{se} = \frac{Q_{se}}{2} \quad [2.61]$$

Agrupando-se as equações [2.55], [2.57], [2.58], [2.60] e [2.61], e isolando-se os termos a_1, b_1, c_1 , pode-se escrever uma matriz, representada na equação [2.62].

$$\begin{bmatrix} 3h^2 & 4h & 6 \\ h^2 & h & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6(\rho_r Q_r \tilde{T}_r + \rho_0 Q_0 \tilde{T}_0) \\ \rho_r Q_r + \rho_0 Q_0 \\ T_{eixo} \\ T_{mancal} \end{bmatrix} \quad [2.62]$$

Com base na equação [2.62], tem-se os valores da temperatura da seção de entrada determinados.

2.10.4 Equação para Mancal e Eixo

Equacionando o transporte de calor, em coordenadas cilíndricas, para o regime permanente e considerando a condução através do mancal, tem-se como resultado a equação [2.63] para o mancal.

$$\frac{\partial^2 \bar{T}_{mancal}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{T}_{mancal}}{\partial \bar{r}} + \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial^2 \bar{T}_{mancal}}{\partial \theta^{*2}} + \mu^2 \frac{\partial^2 \bar{T}_{mancal}}{\partial \bar{z}^2} = 0 \quad [2.63]$$

Sendo,

$$r = \bar{r} R_{mancal}$$

Analogamente ao mancal, pode-se calcular o transporte de calor, para o eixo, em coordenadas cilíndricas, pela mesma equação, alterando-se o tamanho de r para o R_{eixo} . Contudo, com base em resultados experimentais (Frene [37]) tem-se que a temperatura do eixo em altas rotações é independente da coordenada angular (θ^*), pois o eixo encontra-se em contato com diversas temperaturas de fluido ao longo de seu movimento, de tal forma que o transporte de calor não consegue agir eficientemente para a mudança de temperatura. Dessa forma a equação para a temperatura do eixo é dada pela [2.64].

$$\frac{\partial^2 \bar{T}_{eixo}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{T}_{eixo}}{\partial \bar{r}} + \mu^2 \frac{\partial^2 \bar{T}_{eixo}}{\partial \bar{z}^2} = 0 \quad [2.64]$$

Sendo,

$$r = \bar{r} R_{eixo}$$

A equação de energia [2.51] e as equações de transferência de calor [2.63] e [2.64] são equações diferenciais parciais de segunda ordem tendo como variável a temperatura.

2.10.5 Interface Filme-Mancal

De acordo com Frene [37], a equação [2.65] é entendida como a representação da troca de calor entre a interface do fluido e do mancal, sendo obtida com base no balanço térmico entre as superfícies.

$$\left(\frac{\partial \bar{T}_{mancal}}{\partial \bar{r}} \right)_{\bar{r}=1} = - \frac{K'(\theta^*)}{K_{mancal}} \frac{R_{eixo}}{c} \frac{1}{\bar{h}} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right)_{\bar{z}=0} \quad [2.65]$$

Na equação [2.65], $K'(\theta^*)$ representa a condutividade térmica equivalente. Na zona onde só existe fluido, o coeficiente $K'(\theta^*)$ é constante e igual à K_h (condutividade térmica do fluido). Na zona em que fluido e gás coexistem (zona passiva), a condutividade não é mais constante e é uma composição entre a condutividade do líquido e a do gás. O início da zona passiva pode ser caracterizado como a primeira posição em que ocorre a presença de gás, para sustentação do mancal, sendo essa posição denominada de θ_s^* .

Na zona passiva, pode ser criado um comprimento fictício $L'(\theta^*)$ para determinar onde existe fluido e onde existe gás, por meio da utilização da condição de continuidade do fluxo circunferencial entre a zona onde só existe fluido e a posição de interesse. Consequentemente, a ausência de um gradiente de pressão na direção axial, leva esse fluxo axial a zero. Desse modo, o comprimento fictício pode ser expresso pela equação [2.66].

$$\bar{L}'(\theta^*) = \frac{L'(\theta^*)}{L} = \frac{\int_0^{\frac{1}{2}} \left[\bar{h}(\theta_s^*) \int_0^1 \bar{u}(\theta_s^*, y, z) d\bar{z} \right] d\bar{y}}{\bar{h}(\theta^*) \int_0^{\frac{1}{2}} \left[\int_0^1 \bar{u}(\theta^*, y, z) d\bar{z} \right] d\bar{y}} \quad [2.66]$$

Além de calcular essa região, é necessário estabelecer a quantidade (I) de *fingers* dentro dessa região, de modo, a saber, em qual região (1 a 4 da Figura 2.11) o valor do coeficiente de condutividade se encontra. Dessa forma, podem-se definir os seguintes casos:

- Se $\bar{L}'(\theta^*) < \frac{1}{2}$ e *finger* fluido (I ímpar), tem-se que a superfície (1) é parcialmente coberta por fluido, o que é descrito na equação [2.67];

$$\bar{K}'(\theta^*) = \bar{K}_s + 2\bar{L}'(\theta^*)(1 - \bar{K}_s) \quad [2.67]$$

- Se $\bar{L}'(\theta^*) > \frac{1}{2}$ e *finger* fluido (l ímpar), tem-se que a superfície (2) é totalmente coberta por fluido, o que é descrito na equação [2.68];

$$\bar{K}'(\theta^*) = 1 \quad [2.68]$$

- Se $\bar{L}'(\theta^*) < \frac{1}{2}$ e *finger* vaporizado (l par), tem-se que a superfície (3) é totalmente coberta por vapor, o que é descrito na equação [2.69];

$$\bar{K}'(\theta^*) = \bar{K}_s \quad [2.69]$$

- Se $\bar{L}'(\theta^*) > \frac{1}{2}$ e *finger* vaporizado (l par), tem-se que a superfície (4) é parcialmente coberta por vapor, o que é descrito na equação [2.70].

$$\bar{K}'(\theta^*) = 1 + 2\bar{L}'(\theta^* - 1)(1 - \bar{K}_s) \quad [2.70]$$

Em que,

$$\bar{K}'(\theta^*) = \frac{K'(\theta^*)}{K_h} \quad [2.71]$$

$$\bar{K}_s = \frac{K_s}{K_h}$$

E sendo K_s a condutividade térmica do vapor saturado.

Figura 2.12 - Condutividade térmica equivalente na zona passiva. Adaptado de Frene [37].

Comparando as condutividades térmicas, tem-se a Figura 2.12, de tal forma que se percebe claramente a variação da condutividade ao longo da região fictícia.

2.10.6 Interface Eixo-Filme

De acordo com Frene [37], como o eixo em alta rotação não tem sua temperatura variada com a coordenada angular (θ^*), o calor transferido pode ser integrado em um anel de raio igual ao do mancal e de comprimento dz , o que, no formato adimensional, pode ser traduzido na equação [2.72].

$$\left(\frac{\partial \bar{T}_{eixo}}{\partial \bar{r}} \right)_{\bar{r}=1} = - \frac{1}{2\pi} \frac{R_{eixo}}{c} \frac{K_h}{K_{eixo}} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\bar{h}} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \right)_{\bar{z}=1} d\theta \quad [2.72]$$

2.10.7 Deformação Térmica do Eixo

Foi assumido que a temperatura do eixo não variava com a coordenada angular, então, a deformação térmica ao longo da coordenada angular (θ^*) também será nula. Como a variação da componente longitudinal do eixo não gera alterações no campo de lubrificação do mancal, somente será considerada a variação ao longo do raio do eixo. Assim, pode-se escrever a equação [2.73] para a deformação térmica radial do eixo.

$$d(\bar{R}_{eixo}) = \frac{2\alpha_{eixo}(1+\nu)}{\bar{R}_{eixo}} \frac{K_h}{K_{eixo}} \int_0^{\bar{R}_{eixo}} \bar{r} \Delta T_{eixo}(\bar{r}) d\bar{r} \quad [2.73]$$

2.10.8 Deformação Térmica do Mancal

Para o cálculo da deformação térmica do mancal foi utilizado um equacionamento semelhante ao do eixo. Contudo, é necessário utilizar um raio de mancal diferente para cada coordenada angular, em função da variação do alojamento. A equação resultante é semelhante à [2.73], como demonstrado pela equação [2.74].

$$d(\bar{R}_{mancal}) = \frac{2\alpha_{mancal}(1 + \nu)}{\bar{R}_{mancal}} \frac{K_h}{K_{mancal}} \int_0^{\bar{R}_{mancal}} \bar{r} \Delta T_{mancal}(\bar{r}) d\bar{r} \quad [2.74]$$

3. METODOLOGIA

Para a realização deste trabalho, utilizou-se como base o equacionamento proposto por Frene [37] para a descrição do campo de velocidades, para a dissipação térmica do fluido em trabalho – assim como as trocas de calor com os outros componentes da estrutura – e as equações de deformação térmica. Para a determinação do campo de pressões, foi tomada como base a equação [2.38] para mancais curtos, como descrito na seção 2.8.1, sendo essa modificada e rerepresentada na seção 3.2.

Além disso, foram utilizados modelos de correção de densidade (equação [2.22]) e de viscosidade (equação [2.26]), para uma correta interpretação das variações das propriedades geradas em virtude da temperatura.

Para o cálculo do campo de pressões adotou-se um sistema de coordenadas móvel, alinhado com a folga mínima, ou seja, possui o valor de 180° para a posição de menor folga, independente da posição do furo. A influência do furo na região de entrada de óleo é determinada conforme descrito na seção 3.4. Essa metodologia foi adotada como forma de reduzir a quantidade de iterações, em decorrência das alterações do valor do ângulo de atitude, o qual causaria pequenos deslocamentos do campo de pressão ao longo do diâmetro do mancal.

Dessa forma, o presente trabalho propõe um modelo baseado na modificação da equação de mancais curtos, incorporando um método de determinação da viscosidade com correção por pressão e temperatura, a correção da temperatura ao longo de todo o perfil do mancal e as deformações decorrentes da temperatura e pressão. Essa modificação da solução clássica é proposta como forma de expandir a abrangência da validade das hipóteses referentes aos mancais curtos, além de reduzir os erros cometidos na aproximação por mancais finitos em razões L/D acima de 0,25.

3.1 Equacionamento e Discretização

Os modelos que reproduzem os fenômenos físicos de sustentação e de troca de calor são normalmente descritos na forma diferencial, fato que impede a implantação direta das equações, sendo necessário algum método de discretização.

Como forma de discretizar todas as equações a serem implementadas, foi escolhido o método das diferenças finitas no formato de diferenças “para trás” – *backward* –, ou seja, a derivada em um dado ponto é a diferença entre o valor da posição atual e o da posição anterior dividida pela variação do espaço, como pode ser melhor entendido na equação [3.1]. Maiores informações podem ser obtidas em Incropera [42].

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\Delta x} \quad [3.1]$$

O método das diferenças finitas aceita outros 2 formatos, o da diferença “para frente” – *forward* – e o da diferença “central”, os quais são representados, respectivamente, nas equações [3.2] e [3.3].

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta x} \quad [3.2]$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x} \quad [3.3]$$

Com base nas equações, tem-se que matematicamente a equação de energia (temperatura) é classificada como parabólica e a de Reynolds é elíptica. Dessa forma, tem-se que o melhor método para a resolução das equações em conjunto é o método “para trás”, pois para o fluxo de energia o sentido do escoamento é importante para a determinação das propriedades. Caso os outros métodos fossem empregados, ocorreriam erros numéricos consideráveis na determinação das propriedades.

$$R^2 = e^2 + (R - c + h(\theta))^2 - 2e(R - c + h(\theta)) \cos(\theta) \quad [3.4]$$

Isolando-se o termo $h(\theta)$ e utilizando a expressão [2.1], obtém-se a equação [3.5] como a única raiz positiva.

$$\varepsilon = \frac{e}{c} \quad [2.1]$$

$$h(\theta) = c(1 + \varepsilon \cos(\theta)) - R \left(1 - \sqrt{1 - \left(\varepsilon \left(\frac{c}{R} \right) \sin(\theta) \right)^2} \right) \quad [3.5]$$

Em geral, o termo c/R possui ordem semelhante a 10^{-3} , sendo que ao ser elevado ao quadrado, torna-se praticamente nulo. Assim, o segundo termo da expressão sempre tem valor muito próximo a zero, o que permite simplificar a equação. Dessa forma, simplificando-se a expressão [3.5], obtém-se a conhecida expressão para a espessura de filme fluido, conforme a equação [2.37], repetida abaixo.

$$h = c(1 + \varepsilon \cos(\theta)) \quad [2.37]$$

Figura 3.2 - Erro máximo ao se simplificar o cálculo da espessura de filme.

Comparando-se as expressões [2.37] e [3.5], percebe-se que elas são praticamente idênticas, dessa forma, o máximo erro cometido ao se ignorar o segundo termo da expressão [3.5] pode ser visto na Figura 3.2. O maior erro possível é obtido quando o termo $\varepsilon \sin(\theta)$ atinge seu valor máximo, o qual vale 1. Transformando o erro em uma função basicamente da razão entre a folga axial e o raio do mancal.

Dessa forma, poder-se-ia eliminar o segundo termo da expressão [3.5]. Contudo, sabendo que a expressão da pressão ao longo do mancal é válida conforme a expressão [3.6], calculando o erro máximo, chega-se ao valor de 1,5%.

$$p(\theta) \approx Kh(\theta)^{-3} \quad [3.6]$$

Assim, percebe-se que pequenas simplificações podem ter efeitos propagados bastante grandes. Como se pretende avaliar a variação da aproximação por mancais curtos para o caso de mancais finitos, conservar-se-ão todos os termos.

3.2.2 Influência da Deformação na Espessura de Filme do Mancal

A dedução clássica considera o mancal e o eixo como estruturas não deformáveis. Contudo, essa hipótese não é válida quando os campos de pressão atingem valores próximos a 10 MPa. Como a deformação de cada ponto depende principalmente da pressão aplicada sobre o próprio ponto, pode-se inserir um termo de deformação na determinação da espessura de filme do fluido, como representado na equação [3.7].

$$h(\theta, \text{def}) = h(\theta) + h_d(\theta) \quad [3.7]$$

O termo $h_d(\theta)$ será calculado conforme o modelo de deformação determinado posteriormente.

3.2.3 Influência da Temperatura na Espessura de Filme do Mancal

De modo semelhante à deformação, a temperatura também causa uma mudança na espessura do filme, pois faz com que o material se expanda e, por sua vez, modifique a espessura inicial do filme. Como eixo e alojamento deformam com o aumento da temperatura, utilizar-se-ão as equações de deformação descritas nas seções 2.10.7 e 2.10.8, aqui representadas pelo termo $h_t(\theta)$, o qual compõe a nova equação para a espessura do filme fluido, representada na equação [3.8].

$$h(\theta, \text{def}, T) = h(\theta) + h_d(\theta) + h_t(\theta) \quad [3.8]$$

3.2.4 Espessura de Filme do Mancal

Com base na equação [3.8], pode-se derivar e encontrar o novo termo dh/dx da equação [2.35] para mancais curtos, como expresso na equação [3.9].

$$\frac{dh(\theta, h_d, T)}{d\theta} = \frac{dh(\theta)}{d\theta} + \frac{dh_d(\theta)}{d\theta} + \frac{dh_t(\theta)}{d\theta} \quad [3.9]$$

Sendo,

$$\frac{dh(\theta)}{d\theta} = -c\epsilon \text{sen}(\theta) \left(1 + \left(\frac{c}{R} \right) \frac{\epsilon \cos(\theta)}{\left(1 - \left(\epsilon \left(\frac{c}{R} \right) \text{sen}(\theta) \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad [3.10]$$

Os termos referentes à deformação e à temperatura, como são de difícil determinação algébrica, serão obtidos por métodos numéricos, como pode ser observado, por exemplo, na equação [2.73].

3.3 Modelos Auxiliares

Nessa seção serão apresentados modelos auxiliares para efeito de cálculo:

- Definição de uma dimensão equivalente, para o cálculo térmico que envolve o raio do mancal;
- A deformação do eixo, devido à pressão decorrente do carregamento;
- A deformação do conjunto mancal-carcaça;
- Aproximação numérica do cálculo da região de ruptura.

3.3.1 Dimensão Característica do Raio do Alojamento do Mancal

O alojamento do mancal foi suposto acoplado ao mancal. Dessa forma, para o cálculo da deformação total, mancal e alojamento deformam como peça única, sendo que essa simplificação foi tomada em virtude da natureza dos metais envolvidos. Os mancais, em geral, são feitos de uma matriz de aço com camadas de revestimento escolhidas para melhorar características da lubrificação ou reduzir o desgaste em caso de contato entre a parte fixa e a móvel. Assim, como o alojamento é feito de aço e as camadas de revestimento não alteram de modo significativo o módulo de elasticidade do mancal, tem-se que ambos (metal e alojamento) têm o mesmo módulo de elasticidade. Como fato adicional, o mancal sofre travamento geométrico em uma dada posição do alojamento, de tal forma que ambos só podem se deformar juntos, o que pode ser simplificado como uma peça única.

Dessa forma, a dimensão a ser deformada – raio equivalente do mancal, considerando a estrutura – depende unicamente da posição angular a ser considerada. Considera-se o alojamento não simétrico, como mostrado na Figura 3.3. Assim, estabelecem-se duas equações para o comprimento do raio equivalente. A escolha da equação a ser utilizada depende da condição estipulada com base no tamanho do alojamento, a qual é expressa na equação [3.11].

Figura 3.3 - Representação esquemática do conjunto mancal alojamento.

$$\theta_{cond} = \arccos \left(\frac{L_2}{\left(L_2^2 + L_1^2 + \left(\frac{D}{2} \right)^2 + LD \right)^{\frac{1}{2}}} \right) \quad [3.11]$$

Se o ângulo θ , calculado em relação à vertical, for maior ou igual que θ_{cond} , utiliza-se a equação [3.12], do contrário utiliza-se a equação [3.13].

$$L_{car} = \frac{L_2 - \frac{D}{2} \cos(\theta)}{\cos(\theta)} \quad [3.12]$$

$$L_{car} = \frac{L_1 + \frac{D}{2} (1 - \sin(\theta))}{\sin(\theta)} \quad [3.13]$$

Como resumo, pode-se escrever a Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Quadro resumo da condição de deformação.

Condição	Comprimento Característico
$\theta < \theta_{cond}$	$L_{car} = \frac{L_1 + \frac{D}{2} (1 - \sin(\theta))}{\sin(\theta)}$
$\theta \geq \theta_{cond}$	$L_{car} = \frac{L_2 - \frac{D}{2} \cos(\theta)}{\cos(\theta)}$

3.3.2 Deformação do Conjunto Mancal-Carça em Decorência do Carregamento

Apesar de a estrutura do alojamento escolhida na seção 3.3.1 não ser complexa, a determinação da matriz de deformações não é uma tarefa trivial de ser resolvida, seja analiticamente ou por meio de um método computacional. Com o auxílio de um software de análise de deformações, foram extraídos os pontos da superfície considerando suas rigidezes e a capacidade de movimentação, com base no

carregamento aplicado. Os demais pontos da estrutura não foram considerados, pois sua deformação e carregamento não fazem parte do escopo desse trabalho.

Como forma de reduzir o esforço computacional para a realização dos cálculos de deslocamento a cada iteração, os pontos de superfície foram submetidos a vários carregamentos para diferentes larguras do mancal, como forma de corrigir as equações, possibilitando uma interpretação coerente dos deslocamentos e da resistência exercida pela estrutura. O carregamento utilizado foi um carregamento proporcional ao cubo do seno da posição, distribuído ao longo da superfície. Além disso, notou-se que o comportamento de deslocamento entre algumas posições angulares se mostrava linear, dessa forma, foram escolhidas posições angulares principais e os valores intermediários foram interpolados.

$$\begin{aligned}
 \text{def}_0 &= \left(\frac{0,1}{\frac{L}{D}} \right)^{0,5} (0,3936 * W + 0,2792) * 10^{-9} \\
 \text{def}_{45} &= \left(\frac{0,1}{\frac{L}{D}} \right)^{0,5} (0,5447 * W + 0,1385) * 10^{-9} \\
 \text{def}_{60} &= \left(\frac{0,1}{\frac{L}{D}} \right)^{0,5} (0,706 * W + 0,0007) * 10^{-9} \\
 \text{def}_{90} &= \left(\frac{0,1}{\frac{L}{D}} \right)^{0,5} (0,9413 * W - 0,0014) * 10^{-9} \\
 \text{def}_{270} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.14}$$

As equações resultantes do método empregado foram descritas conforme o sistema de equações [3.14]. A referência de cada uma das equações é tomada como 0 para a horizontal, 90 para a posição vertical inferior e 270 para a vertical superior. Essa metodologia foi adotada em decorrência da simetria da estrutura adotada e como forma de facilitar a determinação da deformação em função da carga aplicada.

3.3.3 Modelo de Deformação do Eixo por Flexão

Analizando a Figura 3.4, podem ser consideradas duas formas principais de deformação. A primeira consiste na deformação completa do conjunto, no qual todo o eixo sofrerá deformações em decorrência dos carregamentos. A segunda forma consiste na deformação individual de cada fração do eixo que possui um mancal.

Figura 3.4 – Exemplo de virabrequim.

O primeiro modo de deformação não será explorado, pois quando o virabrequim desloca-se integralmente, o mancal, apesar de não sofrer deformação, é deslocado verticalmente pelo mesmo valor. Esse deslocamento do mancal acontece devido a não existência de uma estrutura apoiada ao bloco de motor para o alojamento do mancal. Além disso, essa deformação introduz elementos de desalinhamento entre o par eixo-mancal, os quais não serão tratados nesse trabalho. Desse modo, toda a análise descrita nas seções subsequentes acontecerá sobre a parcela do virabrequim circundada pelo mancal.

A) Viga Bi-Engastada

Analizando a Figura 3.4, pode-se inferir que o virabrequim é uma estrutura apoiada nas extremidades, que pode deformar livremente. Apesar disso, nota-se que cada

comprimento de eixo que aloja o mancal é bastante curto e possui pouco espaço para movimentação. Somado a esse fato, tem-se que a estrutura que liga toda a cadeia de mancais também é bastante resistente, considerando a pressão que o virabrequim, como um todo, deve suportar.

Com base nesse argumento é possível admitir que a região do mancal poderia ser modelada por uma viga¹⁷ bi-engastada¹⁸. Com base na literatura é sabido que estruturas bi-engastadas são naturalmente as mais rígidas, possuindo menor deformação do que outras condições de fixação para um mesmo carregamento.

Como o comprimento do alojamento no eixo é praticamente igual à largura do mancal, optar pelo caso bi-engastado levaria a uma deformação muito pequena ou até desprezível frente ao seu comprimento, nessa região. Dessa forma, o modelo para viga bi-engastada se mostraria de pouca valia e, portanto não será reproduzido. Contudo, outros modelos de apoio podem ser explorados, como forma de avaliar a rigidez da parcela do virabrequim, assim como a deformação total dessa parcela.

B) Viga Bi-Apoiada

Admitindo que cada parcela de eixo que contém um mancal possa ser considerada uma viga com apoios simples nas duas extremidades¹⁹ e um carregamento sendo aplicado ao longo de seu comprimento, podem-se aplicar os modelos conhecidos na literatura. Dessa forma, utilizando-se a teoria de linha elástica em vigas, como apresentado por Gere [50], pode-se prever as deformações ao longo do eixo com base no carregamento.

¹⁷ Por definição, viga é uma barra submetida a esforços (carregamentos e momentos) perpendiculares ao seu comprimento.

¹⁸ Engastado é o termo utilizado na literatura quando uma dada extremidade não possui qualquer grau de movimentação.

¹⁹ O apoio nas extremidades das vigas foi suposto simples, pois nessa condição a deformação vertical total por carregamento é maior do que para os casos bi-engastado e apoiado-engastado. Dessa forma, foi implementado o pior caso para o equacionamento.

$$E_2 I \delta^{iv}(x) = -g(x) \cdot \zeta(x) + F_1 \cdot \zeta'(x) \quad [3.15]$$

Como a função $g(x)$ é a integral da pressão sobre o mancal, ela pode ser escrita como aparece na equação [3.16], considerando que o comprimento em que o mancal reside é equivalente ao comprimento do mancal.

$$g(x) = C_1(xL - x^2) \quad [3.16]$$

Empregando-se o método descrito, partindo da equação [3.15], integrando e colocando as condições de contorno, com base na viga da Figura 3.5, chega-se à equação [3.17].

Figura 3.5 - Representação esquemática do eixo que sustenta o mancal, na forma de rotor.

$$E_2 I \delta(x) = -\frac{C_1 x}{360} (3L^5 - 5L^3 x^2 + 3Lx^4 - x^5) \quad [3.17]$$

Assumindo que o comprimento do eixo onde o mancal fica não possui mudanças de forma e que ele é perfeitamente cilíndrico, o momento de inércia do eixo é definido pela equação [3.18].

$$I = \frac{\pi \left(\frac{D}{2} - c \right)^4}{4} \quad [3.18]$$

3.3.4 Modelo de Deformação do Eixo em Decorrência da Resultante Centrípeta

Sendo o eixo um corpo girante, ele está submetido a resultante centrípeta, de tal forma que o seu raio sofre deformação, expandindo-se. Vale ressaltar que como o

eixo apresenta simetria radial, toda e qualquer deformação será igual em qualquer seção escolhida, de tal forma, que o valor será constante para toda a circunferência do eixo. Como o valor é constante ao longo de todo o eixo, essa expansão pode ser interpretada como uma redução da folga total do sistema. Além disso, como a deformação é muito pequena em relação às outras deformações, essa deformação foi considerada desprezível.

3.3.5 Cálculo da Deformação Total

A deformação total é obtida pela soma das quatro componentes de deformação estipuladas ao longo do texto, as deformações térmicas e mecânicas do eixo e do mancal. É importante frisar a importância na determinação das deformações e em como o total é calculado, pois pela definição adotada o conjunto pode aumentar ou reduzir a altura de filme para o cálculo da pressão.

Analisando os termos de deformação, pode-se afirmar que os termos referentes à deformação mecânica proporcionam um aumento na espessura de filme. O eixo, devido à excentricidade, é afastado da estrutura, em virtude do campo de pressão; de forma análoga, a borda interna do mancal é empurrada para dentro da estrutura, devido à pressão, ocasionando um aumento da altura de filme local.

Por sua vez, os termos referentes à deformação térmica reduzem o espaço disponível para o filme, pois ao expandir, as estruturas (eixo e mancal) invadem o espaço anteriormente ocupado pelo fluido. Dessa forma, a equação [3.19] representa os termos de deformação anteriormente citados ao longo do texto sob a forma da equação total de deformação.

$$h_d = def + \delta - (d_{R_{eixo}} + d_{R_{mancal}}) \quad [3.19]$$

3.3.6 Modelo do Comprimento Característico na Região de Ruptura

Comparando-se as Figura 2.11 e Figura 3.6, percebe-se que a forma dos *fingers* apresenta como resultado experimental o mesmo perfil parabólico descrito por Frene [37]. Dessa forma, ao analisar as equações [2.46] e [2.66] e compará-las ao perfil, percebe-se que o ganho de precisão frente ao trabalho computacional para essa precisão não se justifica. Além disso, a análise da equação [2.66] permite afirmar que ela possui um perfil semelhante ao da equação [3.20], a qual tem a forma hiperbólica.

$$L(\theta) = \frac{C(\theta_s)}{h(\theta)} \quad [3.20]$$

Figura 3.6 - Representação do fenômeno de cavitação (parte clara) presente em mancais. Extraído de Auksmann [43].

Como a condição de cavitação é uma resposta à queda de pressão, ela pode ser, com base na equação [2.38], inicialmente definida por uma função ímpar no intervalo $[\pi, 2\pi]$, sendo possível estipular o final da zona de cavitação, pois o perfil da equação para mancais curtos tradicional apresenta um perfil semelhante ao de uma senóide. Dessa forma, a região onde ocorre a pressão de cavitação é bem definida em dois pontos, o primeiro logo após a região de alta pressão e o outro próximo ao ponto de maior altura de filme ou na região de entrada de fluido.

Estabelecendo o início de uma curva hiperbólica no início da cavitação, no sentido de π para 2π e outra no final da cavitação, no sentido contrário, tem-se que elas se encontraram na metade do percurso, no valor de mínimo. Assim, ao traçar-se um gráfico do comprimento $L(\theta)$ por teta (θ), ver-se-á a formação de uma parábola.

Portanto, com base na Figura 2.11, é possível estipular que as posições inicial e final da cavitação possuem valor equivalente nulo e o ponto médio possui valor unitário. Assim, sabendo-se que uma equação parabólica possui três parâmetros a serem determinados, todos os parâmetros estariam determinados. Nesse contexto, basta resolver a matriz representada na equação [3.21].

$$\begin{bmatrix} \theta_s^2 & \theta_s & 1 \\ \theta_{sf}^2 & \theta_{sf} & 1 \\ \left(\frac{\theta_s + \theta_{sf}}{2}\right)^2 & \left(\frac{\theta_s + \theta_{sf}}{2}\right) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ r \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad [3.21]$$

Onde θ_s representa a posição em radianos no qual ocorre o início da ruptura de filme e o termo θ_{sf} representa a posição final da ruptura.

3.4 Região de Entrada de Fluido

3.4.1 Razão entre Fluido Recirculante e Fluido Lateral

O fluido que é injetado no mancal apresenta dois comportamentos possíveis:

- O primeiro se refere à circulação do fluido no entorno do mancal, por um número indefinido de vezes até que ele seja expelido pela lateral;
- O segundo consiste na saída do fluido sem que ele chegue a completar uma volta ao redor do mancal.

Com base nesses dois comportamentos, pode-se extrair, em função do tamanho do mancal, a parcela de fluido que é expelida sem circular o mancal em função da quantidade de fluido que adentra pelo furo de alimentação.

Intuitivamente, pode-se inferir que quanto menor a razão L/D do mancal maior será o fluido expelido sem circular o mancal e para um mancal infinitamente longo todo o fluido tenderia a recircular o mancal. De modo análogo, se o mancal fosse infinitamente curto, todo o fluido seria expelido, sem que houvesse recirculação. Tal inferência foi comprovada pelos trabalhos de Raimondi e Boyd (*apud* Shigley [52]), representados na Figura 3.7.

Figura 3.7 - Diagrama de Raimondi e Boyd para a razão entre o fluido recirculante e o fluido que sai pelas laterais, em função da razão L/D . Adaptado de Shigley [52].

De forma a transportar as informações gráficas para o modelo computacional, foram descritas equações para cada uma das curvas, de forma a produzir o melhor resultado possível. As equações [3.22], [3.23] e [3.24] representam as curvas para os trechos: $0 \leq S_o \leq 0,2$; $0,2 \leq S_o \leq 2$; $2 \leq S_o \leq 10$, respectivamente.

Com as equações definidas, estabelece-se que quando a razão $L/D = 0$, todo o fluido será expelido sem que haja recirculação, ou seja, $Q_s/Q = 1$. Analogamente, estabelece-se que o mancal será considerado infinito para uma razão $L/D \geq 5$, pois a literatura, de forma geral, afirma que mancais com $L/D = 4$ apresentam boa aproximação para o caso infinito, de tal forma que se estabelece um limite um pouco maior, por segurança e correção dos dados.

$$\begin{aligned}\frac{Q_s}{Q}\left(\frac{L}{D} = 1\right) &= 7 * 10^4(S_o)^6 - 4 * 10^4(S_o)^5 + 9549,38(S_o)^4 \\ &\quad - 1104,03(S_o)^3 + 75,597(S_o)^2 - 5,3863S_o + 1,0013\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{Q_s}{Q}\left(\frac{L}{D} = \frac{1}{2}\right) &= 2 * 10^4(S_o)^6 - 10^4(S_o)^5 + 2229,47(S_o)^4 \\ &\quad - 237,93(S_o)^3 + 19,568(S_o)^2 - 2,2541S_o + 1,0034\end{aligned}\quad [3.22]$$

$$\begin{aligned}\frac{Q_s}{Q}\left(\frac{L}{D} = \frac{1}{4}\right) &= 7603,62(S_o)^6 - 36,1128(S_o)^5 + 558,88(S_o)^4 \\ &\quad - 30,973(S_o)^3 + 2,155(S_o)^2 - 0,7916S_o + 1,0015\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{Q_s}{Q}\left(\frac{L}{D} = 1\right) &= 0,11134(S_o)^6 - 0,8376(S_o)^5 + 2,5841(S_o)^4 \\ &\quad - 4,2632(S_o)^3 + 4,1391(S_o)^2 - 2,4824S_o + 0,93939\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{Q_s}{Q}\left(\frac{L}{D} = \frac{1}{2}\right) &= -8,7317(S_o)^6 + 62,098(S_o)^5 - 170,42(S_o)^4 \\ &\quad + 219,49(S_o)^3 - 114,32(S_o)^2 - 27,575S_o + 88,542\end{aligned}\quad [3.23]$$

$$\begin{aligned}\frac{Q_s}{Q}\left(\frac{L}{D} = \frac{1}{4}\right) &= -0,032462(S_o)^6 + 0,21099(S_o)^5 - 0,51322(S_o)^4 \\ &\quad + 0,55264(S_o)^3 - 0,17962(S_o)^2 - 0,24279S_o \\ &\quad + 0,95727\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{Q_s}{Q}\left(\frac{L}{D} = 1\right) &= -0,000006(S_o)^6 + 0,000192(S_o)^5 - 0,002596(S_o)^4 \\ &\quad + 0,016915(S_o)^3 - 0,050076(S_o)^2 + 0,027258S_o \\ &\quad + 0,14033\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{Q_s}{Q}\left(\frac{L}{D} = \frac{1}{2}\right) &= 0,000005(S_o)^6 - 0,000186(S_o)^5 + 0,002693(S_o)^4 \\ &\quad - 0,02078(S_o)^3 + 0,096779(S_o)^2 - 0,31175S_o \\ &\quad + 0,70103\end{aligned}\quad [3.24]$$

$$\begin{aligned}\frac{Q_s}{Q}\left(\frac{L}{D} = \frac{1}{4}\right) &= -0,000014(S_o)^6 + 0,000528(S_o)^5 - 0,007771(S_o)^4 \\ &\quad + 0,057333(S_o)^3 - 0,21536(S_o)^2 + 0,30758S_o \\ &\quad + 0,53153\end{aligned}$$

Com a definição de 5 curvas ($L/D = 0; 1/4; 1/2; 1; \text{infinito}$) para a razão Q_s/Q , os valores intermediários ficam descobertos. Portanto, estabelece-se que para valores intermediários das razões pré-definidas os valores serão interpolados linearmente entre as duas curvas mais próximas.

Assim, determinando Q_s , é possível determinar o Q_r , equação [3.25], para posteriormente resolver a equação [2.62].

$$Q_r = Q - Q_s \quad [3.25]$$

3.4.2 Campo de Pressão na Região de Entrada

Na região de entrada, o fluido recirculante apresenta pressões bastante baixas, haja vista que provém da zona divergente do mancal. Dessa forma, é de se supor que o fluido de entrada, por possuir pressão maior ou igual a atmosférica, tenha efeito predominante sobre a determinação da pressão na região de entrada.

Para efeito numérico, será considerada a média ponderada entre as pressões com base na quantidade de fluido de cada uma. Esse equacionamento pode ser verificado com base na equação [3.26].

$$P_{se} = \frac{P_r Q_r + P_0 Q_0}{Q_r + Q_0} \quad [3.26]$$

3.4.3 Localização do Furo de Alimentação

A posição do furo em relação à região de máxima pressão é de suma importância para o cálculo de todas as respostas do sistema, pois, assim como demonstrado na experiência de Tower [17], se houver um furo em uma região pressurizada, o fluido será expelido. Além disso, caso o furo de alimentação esteja em uma região de alta

pressão, ele teria a sua saída de fluido bloqueada, de tal forma que ele perderia a sua função.

De modo complementar, a entrada de fluido exerce papel importante na composição das propriedades do mancal, haja vista que na região de entrada a temperatura é fortemente influenciada pelas propriedades do fluido de entrada. Soma-se a esse fator que a injeção de fluido no mancal influencia diretamente a região de ruptura do filme, pois uma parcela de fluido com temperatura mais baixa é misturada à parcela líquido-gás, auxiliando na recomposição do fluido. Nesse contexto, é importante determinar claramente a posição da entrada de fluido, pois ela não é determinada simplesmente pela expressão [3.5].

O furo de alimentação, de uma forma geral, pode residir tanto no mancal como no eixo, podendo apresentar movimentação relativa às coordenadas absolutas. Assim, é importante definir seu movimento e posição para o correto cálculo de todas as propriedades do sistema.

Conforme Jójavaj e Maslov [2], existem regiões ótimas para a posição do furo, todas localizadas na região de oposição ao pico do campo de pressão. Inclusive, estes autores chegam a afirmar que a posição preferencial para mancais utilizados em motores de automóveis fica deslocado de 45° em relação à vertical, no sentido oposto da rotação do virabrequim. Essa posição é dita como preferencial, pois considerando todo o ciclo de funcionamento, essa posição confere boa alimentação e permanece em oposição à região pressurizada em boa parte do ciclo.

Com base nessa consideração, para o presente estudo, o carregamento é tomado como constante e unidirecional, ou seja, ele não sofrerá variação no tempo e no espaço. O furo será tomado no mancal, sempre na direção vertical, como mostrado na Figura 3.1. Dessa forma, como a base da coordenada θ é móvel estabelece-se na equação [3.27] a relação entre a posição definida para o furo e a posição relativa do furo em relação à base móvel.

$$\theta = -\varphi \quad [3.27]$$

3.5 Algoritmos Implementados

Como forma de padronizar o método de cálculo, independente da linguagem de programação utilizada, apresentar-se-ão, nas próximas seções, os diagramas de processo dos métodos de cálculo empregados e os critérios de parada.

3.5.1 Viscosidade a Temperatura Constante

Normalmente, para calcular a temperatura do fluido de trabalho, é suposto que o mancal tem a mesma temperatura em toda a sua extensão. Com a mesma temperatura em toda a extensão e como os efeitos de pressão são normalmente pequenos para fluidos, pode-se inferir que no mancal teremos uma viscosidade constante.

Com base no valor de referência de viscosidade do óleo, faz-se o procedimento descrito na Figura 3.8 para o cálculo da viscosidade do óleo. Com base nos cálculos de carga suportada, equação [2.39], e fluxo de óleo, pode-se inferir o valor do torque resistivo gerado pelo óleo e calcular-se a quantidade de energia que o fluido está carregando para fora do mancal e quanto fica nas partes periféricas ao mancal. Frene [37] afirma que o valor adotado em projeto para o transporte de calor para o óleo é de 85% sobre o calor gerado. Dessa forma, essa percentagem é a que de fato aquece o óleo.

A partir desses dados, calcula-se a variação da temperatura (em relação à inicial do *looping* de simulação) e uma nova viscosidade, iterando-se até que o valor entre as viscosidades atinja o erro escolhido.

Figura 3.8 - Fluxograma utilizado para cálculo de viscosidade constante.

Assim, depois da determinação da viscosidade correta para o aquecimento esperado, faz-se a resolução da equação de Reynolds.

3.5.2 Viscosidade a Temperatura Variável

Apesar do cálculo de viscosidade a temperatura constante ser muito utilizado, sabe-se que esse procedimento é impreciso. De modo a tornar o cálculo mais próximo da realidade, calcula-se um perfil de temperatura, com base no calor dissipado do fluido, para cada ponto e calcula-se o valor da viscosidade com base na temperatura calculada. Assim, é necessário calcular a pressão gerada para cada ponto, o que certamente gerará um perfil de pressão diferente do inicial.

Como representado na Figura 3.9, o valor de temperatura é avaliado segundo valor estipulado como critério de convergência e assim, com base no último valor calculado, são refeitos os cálculos de pressão e temperatura, como forma de se obter o valor convergido do sistema.

Figura 3.9 - Fluxograma utilizado para cálculo de viscosidade variável.

As principais equações utilizadas para essa fornecer os resultado com base nessa metodologia foram:

- [2.36] e [3.5] para a determinação do campo de pressão;
- [2.44], [2.45] e [2.49] para a determinação do campo de velocidades;
- [3.21] para a determinação da região de cavitação;
- [3.22] à [3.24] para a determinação das propriedades do fluido no furo de entrada;
- [2.51], [2.52], [2.54], e [2.62] à [2.72] para determinação das propriedades térmicas.

3.5.3 Fluido a Temperatura Variável com Deformações

O cálculo da deformação sobre o conjunto mancal-alojamento-eixo é de grande importância para avaliar a pressão efetiva sobre o conjunto, pois com base nela pode-se melhor projetar as estruturas que suportam os mancais. Além disso, avaliar o quanto a pressão deforma a estrutura é importante para melhor determinar os perfis de temperatura, devido à forte dependência que a temperatura possui com a pressão. Essa relação é importante, pois a pressão pode ser usada para avaliar a taxa de cisalhamento do fluido, a qual é responsável pela dissipação de calor.

Figura 3.10 - Fluxograma utilizado para cálculo de viscosidade variável com deformação da estrutura.

Na Figura 3.10 tem-se um fluxograma com a incorporação da deformação calculada após a resolução da equação de Reynolds, esse tipo de arranjo foi escolhido, pois a pressão pode ser melhor estipulada antes dos cálculos relativos à temperatura. Caso a temperatura fosse calculada antes, poder-se-ia ter que fazer um número maior de iterações até que houvesse convergência do sistema. Outro fator que corrobora essa escolha é a interpretação da deformação como acomodação mecânica localizada de cada ponto de pressão. Dessa forma, caso fosse feita uma grande pressão num intervalo de tempo muito curto, a estrutura reagiria muito mais rapidamente do que o mesmo tipo de impacto proporcionado por um expressivo gradiente de temperatura. Sendo assim, calcular a deformação primeiramente implica em um número menor de iterações do algoritmo.

Adicionalmente, o cálculo da deformação atrelado ao cálculo de temperatura se mostra importante para prever a expansão térmica de cada componente, de tal forma que a deformação calculada também depende da temperatura. Contudo, como os efeitos de pressão são mais expressivos que as diferenças de temperatura entre os pontos, optou-se por iterar o cálculo das deformações como se a temperatura fosse constante. Desse modo, o cálculo de pressão já está acomodado no momento em que sucede um novo cálculo de temperatura, reduzindo o número de iterações totais.

As principais equações utilizadas para essa fornecer os resultado com base nessa metodologia foram:

- [2.36], [3.5] e [3.8] para a determinação do campo de pressão;
- [2.44], [2.45] e [2.49] para a determinação do campo de velocidades;
- [3.21] para a determinação da região de cavitação;
- [3.22] à [3.24] para a determinação das propriedades do fluido no furo de entrada;
- [2.51], [2.52], [2.54], e [2.62] à [2.72] para determinação das propriedades térmicas;
- [2.73], [2.74], [3.11] à [3.14], [3.17] e [3.19] para a determinação das deformações do conjunto.

4. RESULTADOS E ANÁLISE

Os resultados estão divididos em três partes, as quais serão mostradas nas seções subsequentes:

- **Avaliação de Resultados:** consiste em demonstrar qual método de cálculo de temperatura se mostra mais assertivo e verificar que o código possui correspondência com os resultados teóricos presentes na literatura;
- **Formulação Elasto-Termohidrodinâmica:** consiste em agregar as deformações mecânicas e térmicas decorrentes do campo de pressões, de forma a validar os dados com base na literatura;
- **Avaliação com Base em Resultados da Literatura:** consiste em utilizar casos experimentais descritos na literatura como forma de comparação e avaliar as diferenças encontradas.

Para a correta interpretação dos dados provenientes das simulações é necessário avaliar se as diversas respostas estão de acordo com as limitações de abrangência dos modelos utilizados, seja em decorrência de limitações físicas ou por limitações em decorrência da abrangência de propriedades.

4.1 Ambiente de Simulação

Para a realização dos testes dos métodos computacionais implantados (para as simulações presentes nas seções 4.2 e 4.3), utilizou-se a Tabela 4.1. Para as propriedades das partes metálicas (mancal, eixo e alojamento) utilizou-se o aço AISI 1010. Para as simulações, o mancal é considerado liso, assim como o eixo, e nenhum deles possui marcas de textura. De modo a ter propriedades melhor determinadas, o óleo ISO VG 10 foi considerado como fluido de trabalho, sendo suas propriedades determinadas para o intervalo entre 293,15K e 373,15K.

Tabela 4.1 - Propriedades iniciais da simulação, considerando as dimensões como descritas na descrição das variáveis.

Propriedades	Valor
D (m)	$50 \cdot 10^{-3}$
L_1 (m)	$75 \cdot 10^{-3}$
L_2 (m)	$75 \cdot 10^{-3}$
$p_{cavitação}$ (Pa)	$0,244 \cdot 10^5$
ρ_{ar} (kg/m ³)	1,1614
η_{ar} (Pa.s)	$184,6 \cdot 10^{-7}$
K_{ar} (W/(m.K))	$26,3 \cdot 10^{-3}$
Pr_{ar}	0,707
ψ_1	-1,114
ψ_2	0,989665
T_{ar} (K)	293,15
$T_{óleo}$ (K)	293,15
T_1 (K)	293,15
T_2 (K)	293,15

De modo a avaliar as propriedades dos mancais, foi gerado um grupo de simulações com diversas razões L/D (0,1; 0,125; 0,2; 0,225; 0,25; 0,5; 0,6; 0,75; 0,8; 1,0), as quais tiveram cargas atribuídas para terem excentricidades relativas maiores que 0,7 (3 simulações para cada razão L/D); tomou-se o cuidado para que nenhuma das simulações apresentasse excentricidade maior que a unidade. Apesar do valor unitário da excentricidade ser possível, a literatura adota a equação de mancais curtos válida até o valor de 0,8 para a excentricidade. Este fato diminuiu os erros cometidos pelos desvios da aproximação, como descrito anteriormente. Para facilitar a visualização dos resultados, eles foram descritos em grupos, sendo que cada simulação foi indicada com a expressão *Si* seguida do número da simulação.

4.2 Formulação Térmica

4.2.1 Comparação dos Modelos Térmicos

Para avaliar o método implementado para cálculo de temperatura, foram feitas simulações considerando o fluido isotérmico e uma em que a temperatura variava para cada posição do filme, tendo, como condições de contorno, folga radial de $50\ \mu\text{m}$ e velocidade de 3000 rpm para o eixo. O número de Sommerfeld foi tomado como referência para a avaliação das propriedades, por condensar diversas grandezas, além de ser considerado como o indicador da condição de operação. Assim, avalia-se o desvio da condição de operação esperada.

Como forma de avaliação, as variáveis são separadas em duas categorias: as que levam a denominação “con”, calculadas para a temperatura constante do fluido ao longo do filme; e as com a denominação “var”, as quais possuem variação de temperatura ao longo de cada posição do filme. Os dados foram obtidos conforme os fluxogramas apresentados, sendo a denominação “con” referente à Figura 3.8 e a denominação “var” à Figura 3.9.

Além de melhor indicar a diferença dos métodos de cálculo, a comparação direta dos resultados com os apresentados no Anexo B, fornecerá subsídio para avaliar se o método de cálculo está correto de acordo com a formulação descrita por Frene [37]. A Tabela 4.2 foi elaborada para avaliar se o número de Sommerfeld está em acordo para os diferentes métodos de cálculo. Os métodos de cálculo empregados foram:

- Número de Sommerfeld calculado na formulação de mancal curto (S_{curto});
- Número de Sommerfeld tradicional (S);
- Comparação com o Anexo B²⁰, multiplicado por $(L/D)^2$, os quais são designados por S^* .

²⁰ Como os valores intermediários não estão listados nas tabelas, Frene [37] propõe que se faça a interpolação entre os valores das tabelas e entre as tabelas, quando necessário.

Para a comparação com os números constantes no Anexo B, interpolaram-se os números de Sommerfeld presentes na tabela em função do valor de excentricidade encontrado para cada simulação. Dessa forma, cada uma das simulações possui duas correspondências com as tabelas do Anexo B, uma relativa à temperatura constante e a outra à temperatura variável.

Observando os valores calculados para o número de Sommerfeld para o cálculo de temperatura constante no fluido, percebe-se que não existe concordância entre os valores para os três métodos de cálculo. Ressalta-se a proximidade no caso Si6 entre $S_{con} \left(\frac{L}{D}\right)^2$ e $S_{con}^* \left(\frac{L}{D}\right)^2$, contudo, a proximidade somente nessa simulação não é suficiente para confirmar a confiabilidade do método com temperatura constante.

Tabela 4.2 - Validação do método de cálculo térmico, por comparação com o número de Sommerfeld esperado na literatura.

	Si1	Si2	Si3	Si4	Si5	Si6	Si7	Si8
$\frac{L}{D}$	0,1	0,1	0,125	0,125	0,2	0,2	0,225	0,225
ε_{con}	0,7312	0,7312	0,7310	0,7310	0,8003	0,8003	0,8001	0,8000
$S_{curtocon} \left(\frac{L}{D}\right)^2$	0,01504	0,00853	0,01504	0,00853	0,01506	0,00854	0,01506	0,00855
$S_{con} \left(\frac{L}{D}\right)^2$	0,02388	0,01259	0,02388	0,01259	0,02388	0,01259	0,02388	0,01259
$S_{con}^* \left(\frac{L}{D}\right)^2$	0,01504	0,00853	0,01754	0,01640	0,02509	0,01380	0,02760	0,01512
ε_{var}	0,7125	0,7188	0,7233	0,7271	0,7934	0,7968	0,8128	0,8158
$S_{curtovar} \left(\frac{L}{D}\right)^2$	0,03006	0,01486	0,02865	0,01436	0,02767	0,01209	0,02686	0,01169
$S_{var} \left(\frac{L}{D}\right)^2$	0,02994	0,01485	0,02852	0,01447	0,02781	0,01409	0,02709	0,01372
$S_{var}^* \left(\frac{L}{D}\right)^2$	0,03006	0,01486	0,02930	0,01481	0,03031	0,01397	0,03021	0,01408

Por outro lado, ao analisar os valores referentes ao caso em que a temperatura é variável, percebe-se grande concordância entre os valores para os três métodos de cálculo. Cabe ressaltar que para os casos Si7 e Si8, a proximidade com o limite da aproximação da equação de mancal curto gera algumas distorções nos resultados obtidos, assim como a interpolação entre as tabelas pode ser responsável pelo

aumento do erro para o cálculo da propriedade. Do mesmo modo, a proximidade entre os valores obtidos para o caso variável e o número apresentado por Frene [37] comprovam que o método de codificação se mostrou satisfatório.

Além disso, comparando o método a temperatura constante e o método a temperatura variável, nota-se que o segundo sempre apresenta melhor concordância entre os termos e apresenta uma divergência máxima de 10,3%, enquanto o primeiro método apresenta uma divergência mínima de 8,76%.

Apesar de a Tabela 4.2 trazer informações relevantes para a validação das respostas, mais dados podem ser extraídos das simulações, sendo alguns deles expressos na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Valores obtidos para as simulações de comparação entre os modelos térmicos.

	Si1	Si2	Si3	Si4	Si5	Si6	Si7	Si8
$\frac{L}{D}$	0,1	0,1	0,125	0,125	0,2	0,2	0,225	0,225
C_{arga} (N)	8,77	16,63	17,12	32,48	70,13	133,03	99,85	189,41
$T_{con\acute{m}edio}$ (°C)	48,66	48,47	48,67	48,46	48,70	48,55	48,72	48,59
$T_{var\acute{m}edio}$ (°C)	38,04	39,22	38,54	39,57	38,60	46,88	38,77	47,91
$T_{var\acute{m}ax}$ (°C)	38,42	39,60	39,07	39,88	39,61	47,22	40,45	49,75

Analisando os valores individualmente, percebem-se tendências claras de comportamento que se repetem à medida que se aumenta a relação L/D. Observando-se a temperatura, tem-se que o valor médio da temperatura variável é sempre menor que o com a temperatura constante, chegando essa diferença a atingir 10,6°C, valor que pode atingir uma diferença de 32% no valor da viscosidade. Ainda no que se refere à temperatura, nota-se que somente na simulação Si8 foi calculada uma temperatura variável máxima que ultrapassasse o valor da temperatura constante do fluido, sendo que na simulação Si6, o valor máximo e o valor do método a temperatura constante também ficaram próximos.

Com base nos valores de temperatura, é possível afirmar que o método tradicional de determinação da temperatura fornece uma condição mais conservadora para a

temperatura, que é interessante para um cálculo inicial de propriedades. Contudo, para uma melhor aproximação da real condição de operação em estudo, o uso de técnicas mais eficientes de determinação da temperatura se faz necessária.

4.2.2 Avaliação da Formulação Térmica

Como forma de aumentar a dissipação térmica, optou-se por escolher novas condições de contorno para a folga e para a velocidade, sendo escolhidos os valores de $40\ \mu\text{m}$ e 3600 rpm respectivamente. O modelo térmico variável apresentou os dados dispostos nas Tabela 4.4 e Tabela 4.5, sendo a temperatura o único efeito usado para delimitar a validade do modelo puramente térmico.

Tabela 4.4 - Representação das temperaturas média e máxima do modelo térmico variável até o valor de 0,5 para a razão L/D.²¹

	$\frac{L}{D}$	W (N)	$T_{var-média}(^{\circ}\text{C})$	$T_{var-máxima}(^{\circ}\text{C})$
Si9	0,1	16,32	42,06	49,76
Si10	0,1	30,97	49,51	53,11
Si11	0,1	73,55	66,99	67,55
Si12	0,125	31,88	43,41	51,79
Si13	0,125	60,44	51,52	55,63
Si14	0,125	143,65	70,66	71,29
Si15	0,2	130,60	47,70	58,52
Si16	0,2	247,56	56,64	60,92
Si17	0,2	588,02	79,30	79,30
Si18	0,25	255,00	50,22	62,67
Si19	0,25	483,67	59,82	64,35
Si20	0,25	1.149,90	83,70	83,70
Si21	0,5	2.040,40	59,01	64,70
Si22	0,5	3.871,30	76,45	76,45
Si23	0,5	9.189,40	131,81	131,81

²¹ Como forma de facilitar a visualização, os conjuntos que apresentam a mesma razão L/D foram agrupados e diferenciados.

Tabela 4.5 - Representação das temperaturas média e máxima do modelo térmico variável a partir do valor de 0,6 para a razão L/D.

	$\frac{L}{D}$	W (N)	$T_{var-média}(^{\circ}C)$	$T_{var-máxima}(^{\circ}C)$
Si24	0,6	3.526,20	63,54	68,16
Si25	0,6	6.685,00	89,16	89,16
Si26	0,6	15.883,00	180,95	180,95
Si27	0,75	6.884,90	68,38	68,90
Si28	0,75	13.065,00	121,48	121,48
Si29	0,75	30.995,00	318,24	318,24
Si30	0,8	8.358,10	81,36	81,36
Si31	0,8	15.851,00	137,56	137,56
Si32	0,8	38.170,00	336,46	336,46
Si33	1,0	16.319,00	115,33	115,33
Si34	1,0	30.953,00	234,61	234,61
Si35	1,0	73.470,00	848,86	848,86

Ao analisar os dados é possível verificar que a partir da simulação Si23 existem temperaturas que superam os 100°C. Apesar de os resultados indicarem algumas temperaturas possíveis de serem atingidas, é necessária uma avaliação da carga máxima que pode ser aplicada a cada razão L/D, sendo que o modelo com deformação pode alterar significativamente a avaliação. Dessa forma, a formulação puramente térmica fornece diversas combinações de carregamento e razões L/D até as condições da simulação Si22. Porém, após essa, há restrições para o emprego da formulação. Apesar de que para algumas aplicações a deformação poder ser desconsiderada, não foram exploradas as outras propriedades do mancal, pois o objetivo principal é a explorar as limitações da formulação completa.

Cabe ressaltar que com o aumento de carga, para cada razão L/D, os valores de temperatura entre os valores médio e máximo aproximam-se até atingirem a igualdade. Esse fenômeno pode ser explicado com base em algumas evidências:

- Redução da quantidade de fluido recirculante: o aumento da temperatura causa uma redução na capacidade de sustentação do mancal, reduzindo o número de Sommerfeld, conforme Figura 3.7. Assim, a quantidade de líquido recirculante e, logo, a quantidade de fluido total dentro do mancal também diminuem. Dessa forma, para dissipar a mesma carga térmica gerada pela operação, o fluido e

toda a estrutura ao redor possuem sua temperatura aumentada de maneira uniforme.

- Limitações do modelo térmico: as simplificações utilizadas para a geração do modelo analítico para fluido e estrutura podem ocasionar em uma capacidade de dissipação térmica menor que a real. Além disso, pode ocorrer a perda na capacidade de diferenciação das regiões do mancal, em virtude da grande dissipação em uma dada condição de operação. Cabe ressaltar, ainda, o modo como o sistema foi discretizado, pois possivelmente algumas propriedades, talvez, seriam melhor determinadas por uso de outros métodos de cálculo.

4.3 Formulação Elasto-termohidrodinâmica

A partir da formulação completa, elaborou-se um conjunto de dados, formado por 27 novas simulações, as quais foram exploradas de duas formas para validar os resultados obtidos e para determinar o alcance da solução. Esse novo conjunto de dados, foi obtido com base no código completo, representado em fluxograma pela Figura 3.10, com valores de $40\ \mu m$ para a folga e 3600 rpm para a velocidade do eixo. Primeiramente, avaliaram-se os resultados das simulações para verificar se as respostas eram condizentes com as condições físicas. Posteriormente, adotou-se que o número de Sommerfeld oriundo da simulação representa uma condição de operação bem definida e a excentricidade calculada é comparada com a fornecida pelas tabelas do Anexo B, determinando-se o erro.

4.3.1 Avaliação dos Dados de Simulação

Antes de avaliar a correlação que os dados apresentam com as referências da literatura, é interessante avaliar se o conjunto de dados de alguma simulação apresenta desvios em relação ao que é esperado ou possui resultados sem validade física. Como forma de testar o modelo nas regiões limítrofes, procurou-se imprimir

carregamentos que gerassem condições de excentricidades sempre superiores a 0,75.

A) Excentricidade

O modelo completo utilizou a deformação como fator de correção da pressão e da altura de filme de óleo, contudo, não se propôs criar um modelo de correção da forma do mancal, pois esse modelo, por si só, poderia ser objeto de um estudo mais aprofundado. Dessa forma, todas as simulações que apresentaram resultados com valores superiores à unidade foram descartados, mesmo que a deformação obtida tornasse o valor fisicamente possível. Como forma de comparação, nas Tabela 4.6 e Tabela 4.7 são apresentados os valores de excentricidade para cada simulação, sendo apresentada a deformação percentual relativa à folga do mancal e a excentricidade de deformação, se fosse possível adotar essa deformação como folga adicional.

Tabela 4.6 – Representação da excentricidade, da deformação e da excentricidade máxima permitida até o valor de 0,5 para a razão L/D.

	$\frac{L}{D}$	ε	$\frac{h_d}{c}$ (%)	ε_{hd}
Si36	0,1	0,7923	0,0384	0,7920
Si37	0,1	0,8481	0,0729	0,8475
Si38	0,1	0,9079	0,1700	0,9064
Si39	0,125	0,7924	0,0671	0,7919
Si40	0,125	0,8483	0,1300	0,8472
Si41	0,125	0,9086	0,3000	0,9059
Si42	0,2	0,7931	0,2200	0,7914
Si43	0,2	0,8499	0,4100	0,8464
Si44	0,2	0,9129	0,9800	0,9040
Si45	0,25	0,7939	0,3800	0,7909
Si46	0,25	0,8516	0,7200	0,8455
Si47	0,25	0,9178	1,7100	0,9024
Si48	0,5	0,8042	2,1500	0,7873
Si49	0,5	0,8726	4,0700	0,8385
Si50	0,5	0,9730	9,6800	0,8871

Tabela 4.7 - Representação da excentricidade, da deformação e da excentricidade máxima permitida a partir do valor de 0,6 para a razão L/D.

	$\frac{L}{D}$	ε	$\frac{h_d}{c}$ (%)	ε_{hd}
Si51	0,6	0,8117	3,3900	0,7851
Si52	0,6	0,8878	6,4300	0,8342
Si53	0,6	1,0119	15,2700	0,8779
Si54	0,75	0,8274	5,9200	0,7812
Si55	0,75	0,9272	11,2300	0,8336
Si56	0,75	1,0875	26,6700	0,8585
Si57	0,8	0,8339	6,9500	0,7797
Si58	0,8	0,9400	13,1900	0,8305
Si59	0,8	0,9465	31,3000	0,7209
Si60	1,0	0,8668	12,1500	0,7729
Si61	1,0	1,0055	23,0400	0,8172
Si62	1,0	1,2707	54,6900	0,8214

Como pode ser notado pela Tabela 4.7, as simulações Si53, Si56, Si61 e Si62 possuem valores de excentricidades maiores que a unidade, os quais não fazem sentido físico para as análises que se seguem, sendo desprezados. O caso Si59 apresenta desvio de comportamento em relação ao restante do conjunto de dados, pois apresenta uma variação muito grande, sem justificativa inicial. Esse caso será explorado na próxima seção. Adicionalmente, notam-se claramente alguns outros comportamentos no conjunto de dados apresentado.

Na medida em que o carregamento aumenta sobre os mancais, a deformação causada na estrutura começa a aumentar em uma escala na qual ela passa a ser considerável. Analisando os resultados, percebe-se que apesar de estarem submetidos a excentricidades bastante grandes para os mancais curtos, todas as simulações até a Si47 (L/D de 0,25) apresentam uma deformação muito pequena da estrutura frente ao valor da folga radial, podendo ser desconsideradas.

Contudo, quando os valores passam a ter grandeza de mancal finito ($0,25 < L/D < 4$), a deformação passa a ter influência sobre os resultados de excentricidade. Averiguando os valores corrigidos da excentricidade, percebe-se que nenhum deles possui valor maior que a unidade. Esse fenômeno é explicado pelo aumento da folga na região de maior pressão, proporcionando mais espaço para o deslocamento do

eixo, sobre o valor máximo possível. Além disso, é possível notar que conforme o carregamento aumenta, maior é a redução da excentricidade corrigida frente à excentricidade padrão. Apesar de a Tabela 4.6 indicar deformações na ordem de 55% ($22\ \mu\text{m}$) da folga, cabe ressaltar que esses valores são bastante pequenos frente aos carregamentos, contudo possuem grande participação nos resultados finais de pressão.

Comparativamente, em Frene [37], há a indicação de que um carregamento na ordem de 8.000 N para um mancal com L/D de 0,8 e velocidade de 2000 rpm gera uma deformação de aproximadamente $5\ \mu\text{m}$. O caso mais parecido é o da Si50, a qual possui uma deformação de $4\ \mu\text{m}$, para um carregamento na ordem de 9.000 N. Esses resultados indicam que a deformação total do modelo está coerente, sendo que essa diferença é explicável pela velocidade e consequentemente redução da capacidade de carga do mancal.

B) Temperatura

É importante avaliar a variação que as temperaturas tiveram em relação à seção 4.2.2, ou seja, com a inserção da deformação. A Tabela 4.8 apresenta os dados de temperatura média e máxima, assim como as diferenças percentuais, sob as mesmas condições iniciais. É importante ressaltar que o erro foi calculado com base nos valores de temperatura em Kelvin e não em graus Celcius, pois os erros seriam majorados em função da escala.

Apesar de haver temperaturas acima dos 100°C , elas ocorrem apenas a partir da simulação Si58, Tabela 4.8, ao invés da Si23, Tabela 4.4, como verificado anteriormente. Assim, essas simulações (Si58 à Si60) serão descartadas em função da não validade do modelo de correção da viscosidade. Como é possível notar, a introdução da deformação não gera grandes variações percentuais nos valores de temperatura. Contudo, o fenômeno apresentado na seção 4.2.2, em que a partir da Si49 já aparecem valores em a temperatura média e máxima são iguais não é verificado.

Tabela 4.8 – Comparação entre os valores de temperatura do modelo completo para o modelo térmico.

	$T_{var-média}(^{\circ}\text{C})$	$T_{var-máxima}(^{\circ}\text{C})$	$E(T_{var-média})$ (%)	$E(T_{var-máxima})$ (%)
Si36	42,05	49,74	0,00	0,01
Si37	46,46	53,05	0,95	0,02
Si38	67,69	68,35	0,20	0,23
Si39	43,38	51,76	0,01	0,01
Si40	51,30	55,50	0,07	0,04
Si41	70,34	70,99	0,09	0,09
Si42	47,60	61,46	0,03	0,88
Si43	56,36	60,67	0,08	0,08
Si44	74,27	74,49	1,45	1,38
Si45	50,06	62,79	0,05	0,03
Si46	59,35	64,05	0,14	0,09
Si47	82,09	84,09	0,45	0,11
Si48	57,95	64,55	0,32	0,04
Si49	68,56	68,95	2,31	2,19
Si50	76,89	78,01	15,69	15,32
Si51	61,85	68,16	0,50	0,00
Si52	68,13	69,69	6,16	5,68
Si54	67,40	68,90	0,29	0,00
Si55	72,09	74,86	14,31	13,40
Si57	67,86	69,18	3,96	3,56
Si58	129,48	129,48	2,01	2,01
Si59	880,82	880,82	47,17	47,17
Si60	110,25	110,25	1,33	1,33

Comparando as Tabela 4.6 e Tabela 4.7 com a Tabela 4.8, nota-se que conforme a excentricidade e a razão L/D do mancal se elevam, a diferença entre a temperatura máxima e média diminui. Este resultado é explicado pela união da capacidade de sustentação do mancal e a capacidade de dissipar a energia gerada por atrito.

Quando a excentricidade se aproxima da unidade, os efeitos de pressão passam a ser decisivos na determinação da viscosidade. Quando a temperatura aumenta, a capacidade de sustentação é reduzida (redução da viscosidade) e a pressão aumenta, conduzindo a viscosidade novamente para um valor maior, aumentando a capacidade de sustentação. Dessa forma, a região sofre efeitos concorrentes para a determinação da pressão e tende a se estabilizar em um valor intermediário. Como a

capacidade de condução nessa região crítica é regulada por esses dois efeitos contrários, a única forma de aumentar a capacidade de dissipação de energia é aumentando a temperatura de regiões periféricas o que ocasiona a aproximação entre as temperaturas média e máxima dentro do mancal.

4.3.2 Avaliação do Erro na Determinação da Excentricidade

As tabelas presentes no Anexo B, elaboradas com base em Frene [37], podem ser interpoladas entre os valores dentro da tabela e os entre tabelas para apresentarem as condições de operação desejadas. Calculando a excentricidade de referência, com base no valor da condição de operação, tem-se a Tabela 4.9.

Tabela 4.9 – Valores de excentricidade e erro relativo.

	L/D	S	ε	ε_{Frene}	$E(\varepsilon)$ (%)
Si36	0,100	1,4978	0,7923	0,7944	0,26
Si37	0,100	0,7784	0,8481	0,8577	1,12
Si38	0,100	0,2829	0,9079	0,9096	0,19
Si39	0,125	0,9507	0,7924	0,7950	0,33
Si40	0,125	0,4927	0,8483	0,8586	1,19
Si41	0,125	0,1785	0,9086	0,9104	0,20
Si42	0,200	0,3611	0,7931	0,8656	8,38
Si43	0,200	0,1859	0,8499	0,8978	5,33
Si44	0,200	0,0670	0,9129	0,9411	2,99
Si45	0,250	0,2262	0,7939	0,8194	3,11
Si46	0,250	0,1165	0,8516	0,8770	2,90
Si47	0,250	0,0527	0,9178	0,9198	0,22
Si48	0,500	0,0520	0,8042	0,8650	7,02
Si49	0,500	0,0268	0,8726	0,9106	4,18
Si50	0,500	0,0099	0,9730	0,9573	1,64
Si51	0,600	0,0353	0,8117	0,8870	8,49
Si52	0,600	0,0184	0,8878	0,9286	4,40
Si54	0,750	0,0220	0,8274	0,9090	8,98
Si55	0,750	0,0108	0,9272	0,9472	2,11
Si57	0,800	0,0192	0,8339	0,9152	8,89

Com base em White [44], erros na determinação das propriedades de sistemas fluidos são aceitáveis até 10%, pois a determinação teórica sempre difere da realidade. Dessa forma, conforme a Tabela 4.9, percebe-se que a diferença máxima é inferior a 9%, o que representa que o modelo proposto tem boa correlação com os resultados apresentados por Frene [37].

Além disso, é possível notar que o modelo proposto atingiu valores de excentricidade superiores a 0,9 para várias simulações, o que permite inferir que o modelo proposto estende a validade do modelo de mancais curtos. Contudo, é possível perceber que a partir de razões L/D maiores que 0,5, nem todas as simulações realizadas apresentaram dados coerentes com a realidade, de tal forma que a geração de faixas de validade depende majoritariamente da razão em uso.

Com base na análise dos dados é possível indicar que a validade da proposição obedece as regras da Tabela 4.10. Por uma questão de segurança, limitou-se um pouco mais os valores apresentados, de forma a evitar erros na composição dos resultados.

Tabela 4.10 – Limites de validade do modelo.

L/D	ε
$L/D < 0,5$	$<0,95$
$0,5 < L/D < 0,8$	$<0,90$

4.4 Avaliação com Base em Dados da Literatura

4.4.1 Avaliação dos Dados em Comparação com o Caso Descrito por Frene

Como forma de confrontar o modelo com dados disponíveis na literatura, utilizou-se a condição experimental apresentada por Frene [37], as quais utilizam as informações de entrada contidas nas Tabela 4.11.

Tabela 4.11 - Propriedades iniciais da simulação, retiradas de Frene [37].

Propriedades	Valor
D (m)	$100 \cdot 10^{-3}$
L (m)	$80 \cdot 10^{-3}$
c (m)	$145 \cdot 10^{-6}$
rpm	2000
C_{arga} (N)	8000
η_{fluido} (W/(m.K))	$28 \cdot 10^{-3}$
ρ_{fluido} (W/(m.K))	860
$c_{p_{fluido}}$ (J/(kg.K))	2000
K_{fluido} (W/(m.K))	$130 \cdot 10^{-3}$
K_{ar} (W/(m.K))	$25 \cdot 10^{-3}$

Tabela 4.12 - Propriedades térmicas iniciais da simulação, retiradas de Frene [37].

Propriedades	Valor
T_{ar} (°C)	45,00
T_{fluido} (°C)	40,00
T_1 (°C)	45,00
T_2 (°C)	45,00

Figura 4.1 - Comparação de resultados teóricos e dados experimentais apresentados por Frene [37] e o resultado do modelo proposto.

A Figura 4.1 apresenta a união dos resultados obtidos por simulação, com as curvas apresentadas por Frene [37], tanto experimental quanto oriundas de simulação, o que permite inferir uma grande semelhança entre as curvas dos modelos. Cabe ressaltar que o modelo TEHD utilizado por Frene é oriundo da resolução da equação de Reynolds na forma completa. Além disso, comparando os valores totais, percebe-se que eles são muito próximos. Pelo modelo proposto, chegou-se ao máximo valor de pressão de 3,05 MPa, sendo que o valor indicado por Frene [37] é de 3,0 MPa, representando um erro de apenas 1,7%. Além disso, é interessante analisar a força total resultante obtida pelo conjunto, a qual atinge o valor de 7.949,1 N. O valor fornecido computacionalmente é um pouco abaixo da força dada como entrada para o carregamento, contudo ela é facilmente explicada em decorrência do critério de parada adotado pelo programa, o qual, entre outros critérios, ocorre pela convergência do valor de excentricidade.

Outro dado que também é interessante ressaltar é a diferença entre os valores dos ângulos de atitude, pois o dado da literatura apresenta o valor de 46° e o valor calculado é de 46,4°, representando uma diferença inferior a 1%. Apesar da

proximidade de valores, é importante frisar que o método de cálculo da excentricidade seguiu o cálculo expresso na equação [2.41], o qual não sofreu variações por conta do método de cálculo proposto.

Parte das diferenças nos valores de pressão e excentricidade podem ser explicadas pela variação encontrada nos valores de temperatura. O modelo de correção da viscosidade utilizado por Frene [37] é diferente do método empregado nesse trabalho. Dessa forma, ao realizar a comparação dos valores de temperatura, notou-se uma diferença de 5°C na temperatura máxima atingida, sendo o valor referência de 51°C, enquanto o atingido pela simulação foi de 46°C. Uma tentativa de reproduzir o modelo viscoso empregado por Frene [37], o valor de temperatura não foi reproduzido, tendo aproximadamente, a mesma diferença que o método empregado originalmente.

4.4.2 Avaliação dos Dados em Comparação com o Caso Descrito por Auskmann

A) Campo de Pressões

Como forma de comparar o modelo proposto com outra fonte, utilizou-se o trabalho de Auksmann [43], no qual a validade da solução de Ocvirk foi comparada com resultados experimentais para razões L/D de 0,5. O fluido lubrificante utilizado foi o óleo Diesel e, dessa maneira, o modelo de viscosidade foi alterado para o modelo exponencial descrito por Auksmann [43], pois informações sobre o comportamento do óleo Diesel sob grandes pressões são de difícil localização. Foram comparados três casos, sendo representados pelas Figura 4.2, Figura 4.3 e Figura 4.4. Em todas as figuras, os dados representados são oriundos do trabalho de Auksmann [43], sendo somente as curvas destacadas provenientes das simulações.

A1) Caso 1

Figura 4.2 - Resultado do campo de pressões em comparação com os resultados obtidos por Auksmann [43], para razão L/D de 0,5 e excentricidade média de 0,575.

Com base na Figura 4.2 é possível notar que as curvas simuladas apresentam, em sua maioria, boa correlação com os resultados experimentais. Como forma comparativa entre os resultados, o valor da excentricidade oriunda da simulação foi de 0,526, representando um desvio de 8,5%.

Também é possível notar que na região de ruptura de filme existe um grande descolamento entre as curvas simuladas e as experimentais. Esse fato sugere que o modelo codificado para a região não gerou resultados satisfatórios para a região. Entre os desvios, pode-se citar a velocidade de recomposição do fluido, a existência de uma quantidade diferente de *fingers* e o modo de alimentação do mancal.

Ao analisar a primeira metade da Figura 4.2, nota-se que existe também um descolamento entre as curvas simuladas e a curva experimental e que a posição do máximo pico de pressão acontece à esquerda da posição experimental. Apesar desse descolamento, cabe-se ressaltar que ao olhar os pontos experimentais do

gráfico, não existe nenhum ponto que indique que o valor máximo de pressão respeita rigorosamente a curva traçada. Com base no ponto mais alto, a maior pressão medida foi de aproximadamente 586 kPa, enquanto pela curva traçada por Auksmann, a maior pressão é da ordem de 630 kPa.

Além disso, existe um ponto experimental próximo aos 450 kPa, o qual está longe da curva traçada por Auksmann, algo que não acontece com outros pontos da curva. Nesse contexto, com base na descrição do método de medição de Auksmann [43], não é possível afirmar se os pontos traçados na curva são provenientes de resultados tomados para um único ensaio ou se são a média de diversos ensaios. Além disso, o medidor de pressão utilizado por Auksmann [43] apresenta limitações para a medição de valores na região inferior do gráfico, de tal forma que os pontos próximos da zona de ruptura podem ter influência do fundo de escala do medidor. Somado a esse fator, os gráficos apresentados por Auksmann [43] não apresentam nenhum tipo de barra de erro ou métrica de desvio para os pontos tomados, as quais seriam importantes para a visualização da região de validade das previsões.

A2) Caso 2

Ao analisar a Figura 4.3, percebe-se que Auksmann [43] traçou uma curva com base teórica de pressão e também calculou um valor de viscosidade que seria esperado para a simulação, sendo 23% menor que o valor medido para o ensaio. É possível notar, também, que a curva teórica apresenta boa correlação com os resultados experimentais, contudo a curva teórica apresenta maiores descolamentos nos picos e vales de pressão. Esse comportamento de majoração do pico de pressão é observado por Frene [37] e Duarte [40], em virtude do formato da solução de Ocirk (equação [2.38]), a qual apresenta um formato semelhante a uma hipérbole em torno da posição 180° , ou seja, na posição de menor espessura de filme.

Figura 4.3 - Resultado do campo de pressões em comparação com os resultados obtidos por Auksmann [43], para razão L/D de 0,5 e excentricidade média de 0,337.

Ao ser executado o modelo proposto com os parâmetros de entrada presentes na Figura 4.3, obteve-se o valor de 0,343 para a excentricidade do sistema, o que representa um desvio de apenas 1,8% sobre o valor médio verificado por Auksmann [43]. Além disso, é possível perceber que as curvas do modelo apresentam melhor aderência aos resultados experimentais em comparação à solução clássica.

Comparando as curvas traçadas por Auksmann [43], percebe-se que diferentemente das presentes na Figura 4.2, em alguns pontos, são apresentadas mais que uma medição para a mesma posição. Além disso, também nota-se que não existem medições de pressão com grande distância da curva traçada. Vale ressaltar que na proximidade da posição entre 120° e 150° existe uma grande aproximação entre as curvas de $L/2$ e $3/4L$, sendo que próximo da posição 180° há uma proximidade muito grande entre os valores de pressão medidos. Com base nessas medições, é possível ressaltar a falta de precisão do medidor para trabalhar com pressões reduzidas.

A3) Caso 3

Realizando a simulação com as condições impostas pela Figura 4.4, obtém-se o valor de 0,355 para a excentricidade, representando um desvio de 5% em relação ao valor médio medido. Contudo, percebe-se pela Figura 4.4 que o campo de pressão resultante apresenta grande concordância com os resultados experimentais.

Figura 4.4 - Resultado do campo de pressões em comparação com os resultados obtidos por Auksmann [43], para razão L/D de 0,5 e excentricidade média de 0,338.

Ao analisar a Figura 4.4, percebe-se que o valor simulado das curvas L/4 e 3/4L apresentam um descolamento das curvas experimentais e apresentam uma proximidade entre si muito maior que as equivalentes para os dados experimentais. Com base na posição das curvas (simetria em relação ao centro do mancal) e na pressurização do mancal, é esperado que a diferença entre as curvas seja aproximadamente constante ao longo de todo o percurso, assim como pode ser visto nas curvas azul e verde. Contudo, ao analisar as curvas traçadas por Auksmann

[43], percebe-se que as curvas apresentam oscilações consideráveis, bastando comparar a diferença entre as curvas experimentais nos valores de máximo e mínimo de pressão. Essa diferença sugere, como já citado anteriormente, que existe um intervalo de erro para os valores medidos, os quais podem estar influenciando o perfil das curvas experimentais.

Além disso, comparando a região de ruptura e recomposição, é possível notar que o modelo utilizado gerou uma recuperação mais rápida das condições simuladas do que os resultados experimentais. Essa condição é exatamente o inverso do apresentado na Figura 4.2, fato que revela a dependência do modelo de cavitação com o modo que o mancal é alimentado e com as pressões de entrada e saída do mancal.

B) Carregamento Teórico

Como forma de auxiliar no entendimento algumas considerações de Auksmann [43] para o equacionamento do campo de pressões, a Figura 4.5 representa a relação entre o fluxo de entrada do lubrificante e a força aplicada.

Figura 4.5 - Representação esquemática do fluxo de lubrificante e da força aplicada ao mancal.

Para o cálculo da curva teórica, Auksmann [43] se utiliza da solução clássica de Ocvirk, equação [2.38], e adiciona o termo referente à pressão estática, representado pela equação [4.1], resultando na equação [4.2].

$$p_{est} = (P_s - P_a) \left(y + \frac{L}{2} \right) + P_a \quad [4.1]$$

$$p = \frac{3\eta U}{c^2 R} \frac{\varepsilon \sin(\theta)}{(1 + \varepsilon \cos(\theta))^3} \left(\left(\frac{L}{2} \right)^2 - y^2 \right) + (P_s - P_a) \left(y + \frac{L}{2} \right) + P_a \quad [4.2]$$

Para o cálculo da carga, Auksmann [43] assume a hipótese de que não há cavitação no interior do mancal. Como consequência direta dessa hipótese, o ângulo de atitude do mancal é sempre de 90°, de tal modo, que a reação do sistema é sempre vertical. Dessa forma, pode-se assumir que todos os valores de pressão no intervalo entre 0 e 2π são positivos. Integrando-se a equação [4.2] entre os intervalos físicos do sistema, obtém-se a equação [4.3] para o carregamento do mancal.

$$W_{Auksmann} = \frac{U\eta_0 L^3 \pi \varepsilon}{2c^2 (1 - \varepsilon^2)^{\frac{3}{2}}} \quad [4.3]$$

Como forma de verificar a validade da hipótese de Auksmann, a expressão [4.2] foi integrada numericamente conforme a solução de carregamento Ocvirk para os valores apresentados na Figura 4.4. Os resultados comparativos do método de determinação do carregamento são expressos na Tabela 4.13.

Tabela 4.13 - Comparação dos valores de força pelo método de Auksmann e pelo método de Ocvirk.

	Força (N)	Método
Ensaio ²²	133,45	
Erro previsto ²³ ($\pm 12,8 \%$)	17,08	
η (teórico)	144,04	Auksmann
η (ensaio)	190,24	
η (teórico)	72,65	Ocvirk sem carga estática ²⁴
η (ensaio)	95,96	
η (teórico)	166,91	Ocvirk com carga estática
η (ensaio)	202,19	

²² Valor de carregamento fornecido por Auksmann [43] para os ensaios.

²³ Valor de referência extraído de Duarte [40].

²⁴ Por carga estática entende-se o carregamento gerado pela diferença de pressão entre as bordas do mancal pela passagem do fluido.

Como pode ser notado, o resultado do método de Auksmann para a viscosidade teórica é o único resultado que está dentro do erro previsto no cálculo da força. Com base no trabalho de Auksmann [43], é possível inferir que o valor teórico foi calculado com base no valor do carregamento e do valor médio para a excentricidade, com base no resultado experimental. Utilizando os dados de pressão da Figura 4.4 para a curva teórica, conclui-se que a viscosidade utilizada para calcular a curva teórica foi a viscosidade calculada e não a viscosidade medida para a realização do ensaio.

Analogamente, nota-se que o valor dos carregamentos de Auksmann [43] são aproximadamente o dobro dos valores previstos pela teoria de Ocvirk, quando não se considera a carga estática. Esse resultado é explicado com base na integração do campo de pressão, pois o intervalo de integração de Auksmann [43] é o dobro do de Ocvirk e a parcela (horizontal) desprezada pela hipótese de não existência cavitação é bem menor que a parcela vertical.

Como forma de contestar a hipótese feita por Auksmann [43], apresentam-se três fatores principais:

- O primeiro fator que corrobora para mostrar o equívoco na hipótese de Auksmann está na combinação de efeitos independentes. O fenômeno de cavitação é um efeito puramente dinâmico que ocorre independente da pressurização do mancal, como pode ser notado nas Figura 4.2, Figura 4.3 e Figura 4.4. Além disso, com base na mecânica clássica, efeitos com naturezas distintas devem ser tratados de forma separada e agrupados para a composição do resultado final. Dessa forma, ao utilizar uma hipótese sobre o resultado combinado, Auksmann [43] produz um resultado impreciso.
- O segundo fator de contestação reside na implicação da hipótese. Para que o ângulo de atitude do mancal seja igual a 90° , com base na solução de Ocvirk e na equação [2.41], a excentricidade do mancal teria que ser igual a 0, ou seja, não haveria carregamento. Dessa forma, como existe carregamento e os resultados experimentais mostram um valor não nulo para a excentricidade, a hipótese se mostra mais uma vez equivocada.
- Por fim, o terceiro fator se refere ao modo que o fluido passa pelo mancal. Como a entrada é lateral, entre a borda de entrada e a de saída existe uma diferença

de pressão. Caso não houvesse nenhum carregamento sobre o sistema eixo-mancal, existiria uma força agindo sobre o eixo decorrente da passagem do fluido no entorno do eixo. Utilizando os dados de pressão de alimentação e de saída da Figura 4.4, e utilizando a área projetada do eixo, o fluido exerce uma força de aproximadamente 9 N sobre o eixo. Tomando como base o valor do carregamento, tem-se um desvio de quase 4° em relação à vertical. Contudo, se o valor desse carregamento adicional for tomado com base na Figura 4.3, será encontrada uma força adicional de 137,86 N, a qual é da mesma magnitude do carregamento aplicado. Dessa forma, a implicação da hipótese, ou seja, que o carregamento é puramente vertical, não pode ser verificada experimentalmente.

Como mostrado, o método de cálculo de Auksmann [43] não condiz com os resultados experimentais. Integrando-se numericamente os valores apresentados pela simulação representada na Figura 4.4, chega-se ao valor de 203,7 N. Como a curva oriunda da simulação apresenta valores de pressão muito próximos da curva experimental, acredita-se que a solução de Ocvirk com carga estática seja o método de cálculo correto. Cabe ressaltar que apesar de o modelo proposto corrigir em grande parte dos desvios cometidos na determinação do campo de pressão, o cálculo de carga apresenta resultados bastante semelhantes ao do método tradicional em decorrência da alteração das outras propriedades do mancal e de ser baseado na solução tradicional para mancais curtos.

Calculando o valor do ângulo de atitude de cada caso, chega-se à Tabela 4.14. Apesar de poder ser previsto com base nas simulações o valor do ângulo de atitude, esse valor não pode ser comparado com nenhum dado apresentado por Auksmann [43]. Cabe-se ressaltar que o ângulo obtido para cada um dos casos é bastante diferente do valor previsto pelas tabelas contidas no Anexo B, principalmente em virtude das grandes pressões estáticas que o mancal está submetido.

Tabela 4.14 - Ângulo de atitude esperado para os experimentos de Auksmann [43].

Caso	Ângulo de Atitude (°)
A1 (Figura 4.2)	25,51
A2 (Figura 4.3)	32,34
A3 (Figura 4.4)	31,82

5. CONCLUSÃO

O modelo construído nas seções 2 e 3 é resultado do acoplamento de um encadeamento de modelos, destacando-se:

- A troca de calor entre fluido e estrutura e a expansão da estrutura pelo método de diferenças finitas;
- O modelo de deformação mecânica do alojamento, o qual foi obtido pela interpolação dos resultados de simulação para diversos carregamentos e descritos sob a formato de equações bem definidas em função da carga e da razão L/D ;
- A utilização de modelos para a correção de densidade e viscosidade do fluido, como forma de melhor determinar as propriedades nas diversas secções do mancal e proporcionar uma melhor determinação das propriedades ao longo do mancal;
- A utilização do método de determinação da vazão recirculante do fluido e sua real influência para a determinação do campo de temperaturas.

Com base nos resultados apresentados na seção 4, pode-se concluir que a metodologia empregada apresentou resultados coerentes e assertivos. O modelo térmico proposto (temperatura variável) apresentou desvios consideravelmente menores que o modelo de temperatura constante, revelando os ganhos provenientes desse esforço computacional na melhor determinação da condição de operação do mancal. Essa melhora foi aproveitada na formulação que previa a deformação, por meio da dilatação do eixo e do conjunto mancal-alojamento.

De modo semelhante, os modelos auxiliares e as simplificações adotadas mostraram-se oportunas para a melhora na determinação das propriedades, sempre evitando um aumento desnecessário do esforço computacional. Nesse sentido, vale destacar a simplificação adotada na zona de ruptura, na qual a aproximação do comportamento dos *fingers* por uma parábola proporcionou resultados consistentes. Contudo, cabe ressaltar que a aproximação por parábola nem sempre pode se mostrar válida, pois a própria existência dos *fingers* é condicionada ao modo de operação do mancal.

Somada a essa comprovação de ganho de conhecimento sobre o funcionamento do mancal para a temperatura, o modelo completo proposto reproduziu um caso presente na literatura, com um erro quase oito vezes menor que o previsto, em comparação ao modelo tradicional de mancais curtos. De forma semelhante, os desvios da excentricidade no modelo proposto apresentaram uma diferença inferior a 9% para o valor de referência inicial, resultado esse que é considerado aceitável para a mecânica dos fluidos.

Por fim, estabeleceu-se uma primeira abrangência do modelo proposto, com base nas simulações realizadas. Essa abrangência é notadamente maior que a do modelo de mancais curtos tradicional, proporcionando novas possibilidades de estudo e permitindo uma melhor aproximação inicial de diversas propriedades para condições mais restritivas e com maior número de variáveis.

Analizando-se os resultados do modelo completo de Frene com o modelo proposto, percebe-se que a diferença entre os resultados é bastante pequena. Esse resultado suscita o questionamento sobre até onde o modelo para determinar o campo de pressões é importante, frente aos modelos para determinação de deformação e temperatura. Vale ressaltar que o fato de os mancais, explorados nas simulações, serem lisos pode influenciar o resultado, contudo, é necessário explorar outras superfícies de mancal para se ter certeza sobre a real influência do modelo de determinação do campo de pressões. Apesar da importância desse estudo, ele não foi abordado por não ser escopo do trabalho.

Com base nos resultados da comparação do modelo com os dados experimentais, percebe-se uma boa sobreposição entre as curvas de pressão. Além disso, na comparação com outros modelos, o método proposto também se mostra com menores desvios em relação aos dados experimentais. Apesar dos bons resultados, melhorias do modelo na região de ruptura e de reconstituição do filme trariam benefícios para o melhor conhecimento de uma capacidade de sustentação marginal do sistema.

6. POSSIBILIDADES DE ESTUDOS POSTERIORES

O trabalho aqui apresentado possui diversas possibilidades de aprofundamento em áreas correlatas. Algumas delas poderiam ser expressas por:

- Influência da dinâmica de motores sobre o equacionamento de mancais curtos;
- Influência da posição variável do furo para o campo de pressões;
- Influência da posição do furo de alimentação na reconstituição da zona de ruptura;
- Influência da rugosidade (fixa e móvel) sobre o campo de pressões;
- Influência dos campos de deformação elasto-plástica do material, na previsão da pressão máxima para mancais lubrificados;
- Influência da deformação geométrica em virtude do carregamento para mancais finitos;
- Elaboração de modelo de correção da folga em função do carregamento sobre o mancal;
- Influência da viscosidade e densidades variáveis em mancais finitos;
- Influência da dilatação do fluido sobre as propriedades do fluido e sobre o campo de pressões;
- Influência da troca térmica no processo de determinação de temperatura e propriedades do fluido;
- Estudo da influência dos modelos de temperatura e deformação sobre o modo que o campo de pressão é determinado.

Dessa forma, pode-se caminhar para diversos estudos mais aprofundados em temas coligados a esse trabalho, que não foram tratados por estarem fora do escopo ou por não poderem ser tratados com o devido rigor que merecem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] HEYWOOD, J. B. Internal Combustion Engine Fundamentals. Editora: McGraw-Hill. 1988.
- [2] JÓVAJ, M. S.; MÁŠLOV, G. S. Motores de Automovil. Editora: MIR Moscú. 1973.
- [3] LASTRES, L. F. Redução do Atrito Melhorando o Desempenho. Disponível em: <<http://www.lubes.com.br/revista/ed16n02.html>>. Acesso em: 27 abril. 2012.
- [4] REYNOLDS, O. The Theory of Lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including an experimental determination of viscosity of olive oil. Philosophical Transactions of The Royal Society, 1886.
- [5] FATU, A.; HAJJAM, M.; BONNEAU, D. A new model of thermoelastohydrodynamic lubrication in dynamically loaded journal bearings. Journal of Tribology, January 2006, vol. 128, p.85-95.
- [6] PROFITO, F. J. Modelagem Unidimensional do Regime Misto de Lubrificação Aplicada a Superfícies Texturizadas. 2010. p190 Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.
- [7] OCVIRK, W. Short Bearing Approximation for Full Journal Bearings. NACA TN 2808, 1952.
- [8] DUBOIS, G. B.; OCVIRK, W. Experimental Investigation of Eccentricity Ratio, Friction, Oil Flow of Short Journal Bearings. NACA TN 2809, 1952.
- [9] _____, The Short Bearing Approximation for Plain Journal Bearings. Transactions of ASME, 1955.
- [10] DUBOIS, G. B.; OCVIRK, W.; WEHE, L. E. Experimental Investigation of Eccentricity Ratio, Friction, Oil Flow of Long and Short Journal Bearings – With Load Number Charts. NACA TN 3491, 1955.
- [11] OXFORD DICTIONAIRE. Disponível em: <http://www.oxforddictionaries.com/us/> Acesso em 10/08/2012.
- [12] PETROV, N. P. Friction in Machines and the Effect of Lubricant on It. Inzh. Zh. St. Peterburg. vol. 1, 71-140. 1883.
- [13] _____, Friction in Machines and the Effect of Lubricant on It. Inzh. Zh. St. Peterburg. vol. 2, p. 277-279. 1883.

- [14] _____, Friction in Machines and the Effect of Lubricant on It. Inzh. Zh. St. Peterburg. vol. 3, p. 377-436. 1883.
- [15] _____, Friction in Machines and the Effect of Lubricant on It. Inzh. Zh. St. Peterburg. vol. 4, p. 535-564. 1883.
- [16] TOWER, B. First Report on Friction-Experiments (Friction of Lubricated Bearings). Proc. Inst. Mechanical Engineers. p. 632-659. Novembro, 1883.
- [17] _____, Second Report on Friction-Experiments (Experiments on the Oil Pressure in a Bearing). Proc. Inst. Mechanical Engineers. p. 58-70. Janeiro, 1885.
- [18] SOMMERFELD, A. Zur Hydrodynamischen Theorie der Schmierrmittelreibung. Z. Angew.Math.u. Phys., vol. 50, 1904.
- [19] PINKUS, O. The Reynolds Centennial: A Brief History of the Theory of Hydrodynamic Lubrication. Transactions of ASME, v. 109, p. 2-20, 1987.
- [20] _____, Analysis of Elliptical Bearings. Transactions of ASME, v. 78, p. 965-973, 1956.
- [21] _____, Solution of Reynolds Equation for Finite Journal Bearings. Transactions of ASME, v. 80, p. 858-864, 1958.
- [22] COPE, W. F., A Hydrodynamic Theory of Film Lubrication, Proc.Royal Society, Série A, v. 197, p. 201-217, 1949.
- [23] HUNTER, W. B.; ZIENKIEWICZ, O. C., Effect of Variations Across the Lubricant Films in the Theory of Hydrodynamic Lubrication. Journal Mech. Eng. Sci., vol. 2, p. 52-58, 1960.
- [24] DOWSON, D. A Generalized Reynolds Equation for Fluid-Film Lubrication. International Journal of Mechanical Science. Vol. 4 p. 159-170. 1962.
- [25] MITSUI, J.; YAMADA T., A Study of the Lubricant Film Characteristics of Journal Bearings (Part 1, A Thermohydrodynamic Analysis with Particular Reference to Viscosity Variation within Lubricant Film), Bulletin of JSME, v. 22, n. 172, p. 1491-1498, 1979.
- [26] MITSUI, J., A Study of the Lubricant Film Characteristics of Journal Bearings (Part 2, Effects of Various Design Parameters on Thermal Characteristics of Journal Bearings), Bulletin of JSME, v. 25, n. 210, p. 1982-2017, 1982.
- [27] _____, A Study of the Lubricant Film Characteristics of Journal Bearings (Part 3, Effects of Film Viscosity Variation on the Dynamic Characteristics of Journal Bearings), Bulletin of JSME, v. 25, n. 210, p. 2018-2029, 1982.

- [28] Boncompain, R.; Fillon, M.; Frene, J. Analysis of thermal effects in hydrodynamic bearings. ASME/ASLE Joint Lubrication Conference, Atlanta, 85-Trib-21, 1985.
- [29] _____, Effets thermiques dans les paliers hydrodynamiques. Aspects théoriques et expérimentaux. Journal de Mécanique théorique et Appliquée, vol. 6, n°2, 1987, p. 253-293.
- [30] RAJALINGHAM, C.; PRABHU, B. S., The Influence of Variation of Viscosity with Temperature on the Steady State Characteristics of Journal Bearings – Simplified Analysis, Tribology International, v.20, n.5, p.261-266, 1987.
- [31] SO, H.; SHIEH, J. A., The Cooling Effects of Supply oil on Journal Bearings for Varying Inlet Conditions. Tribology International, vol. 20, p.79-89. Abril, 1987.
- [32] PARANJPE, R. S.; HAN, T., A Transient Thermohydrodynamic Analysis Including Mass Conserving Cavitation for Dynamically Loaded Journal Bearing, Journal of Tribology, v.117, p.369-378, 1995.
- [33] PAHUD, P., Thermo-elasto-hydrodynamic (TEHD) Lubrication. Tribology International, vol. 29, número 1, p. 1-9. 1996.
- [34] IBT INDUSTRIAL SOLUTIONS. Disponível em: <http://primemover.ibtinc.com/grease-analysis-in-the-field-1/> Acesso em 15/06/2012.
- [35] STACHOWIAK, G. W.; BATCHELOR, A. Engineering Tribology. 2001. Butterworth-Heinemann (BH). Woburn.
- [36] VALKONEN, A. Oil film pressure in hydrodynamic journal bearings. Doutorado. Universidade de Tecnologia de Helsinki. 2009.
- [37] FRENE, J. et al. Hydrodynamic Lubrication: Bearings and Thrust Bearings. Amsterdam. Elsevier. 1997.
- [38] HÖGLUND, E. Influence of Lubricant Properties on Elastohydrodynamic Lubrication. Wear Vol. 232. p. 176-184. 1999.
- [39] HUTCHINGS, I. M. Tribology: Friction and Wear of Engineering Materials. Grã-Bretanha 1992, Edward Arnold Publication Ltd.
- [40] DUARTE JUNIOR, D. Tribologia, Lubrificação e Mancais de Deslizamento, Ed. Ciência Moderna, 2005.
- [41] _____, Modelagem Matemática e Simulação em Mancais Hidrodinâmicos. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1988.

- [42] INCROPERA; DEWITT; BERGMAN; LAVINE. Fundamentos de transferência de Calor e de Massa. Rio de Janeiro. Editora: LTC, 2008.
- [43] AUKSMANN, B. Experimental Investigation of Oil Film Behavior in Short Journal Bearings. 1959. p77 – California Institute of Technology, Pasadena, Califórnia, 1959.
- [44] WHITE, F. M. Fluid Mechanics, 7ª Ed. Editora McGraw-Hill. 2010.
- [45] TAKATA, R.; LI, Y.; WONG, V. W. Effects of Lubricant Viscosity on Ring/Liner Friction in Advanced Reciprocating Engine Systems. ASME Paper ICEF2006-1526. ASME-ICEF 2006 Fall Technical Conference, 2006.
- [46] KUMAR, S. Stochastic Models with Variable Viscosity for Hydrodynamic Lubrication of Rough Surfaces. Journal of Friction and Wear. Vol. 62. p. 329-336. 1962.
- [47] ROHDE, S. M.; LI, D. F. A generalized short bearing theory. Trans. ASME, Journal of Lubrication Technology, Series F, vol. 102, nº2, Julho, 1980, pp. 278-282.
- [48] ZACHARIADIS, D. C. Short Bearing Model for the Evaluation of Journal's Dynamic Angular Misalignment Effects on Rotor Vibrations. 1998. International Gas Turbine & Aeroengine Congress. Estocolmo, Suécia.
- [49] RAO, J. S. Rotor Dynamics. 1983. Ed. Wiley Eastern Limited.
- [50] GERE, J. M. Mechanics of Materials, 5ª Ed. Editora THOMSON. 2003.
- [51] TOTTEN, G. E. Fuels and Lubricants Handbook: Technology, Properties, Performance and Testing. ASTM International. Estados Unidos. 2003.
- [52] SHIGLEY, J. E. et all. Projeto de Engenharia Mecânica, 7ª Ed. BOOKMAN COMPANHIA EDITORA (divisão da ARTMED EDITORA S/A). 2004.
- [53] CALDIRON, L. Estimação de Rigidezes de Mancais de Rotores por Análise de Sensibilidade. 2004. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Neto”, Ilha Solteira, 2004.
- [54] GALVÃO, M. M. Análise do Comportamento Operacional de Mancais Axiais Hidrodinâmicos de Sapatas Setoriais Pivotadas. 2006. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2006.
- [55] RICCI, M. C.; SOUZA, P. N. DE. Mancal Radial de Deslizamento: Determinação de Ramos de Soluções Periódicas e Pontos de Bifurcação Complexos. In: ENCONTRO NACIONAL DE MECÂNICA COMPUTACIONAL,

V., San Carlos de Bariloche, 1997. Disponível em: <www2.dem.inpe.br/mcr/TrabPubl/97-99.html>. Acesso em: 03 jun. 2012.

- [56] STOETERAU, R. L. Notas de Aula do Curso de Lubrificação de Mancais. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
- [57] CARRETEIRO, R. P.; MOURA, C. R. S. Lubrificantes e Lubrificação. Makron Books. 1998.
- [58] ZUDEIMA, H. H., The Performance of Lubricating Oils. American Chemical Society. 1952
- [59] WILLS, J. G. Lubrication Fundamentals. MARCEL DEKKER, INC. Nova Iorque. 1980.

ANEXO A – PROPRIEDADES REOLÓGICAS DE ALGUNS LUBRIFICANTES AUTOMOTIVOS

Lubrificante	$\frac{\eta_{\infty}}{\eta_{(P,T)}}$	c_1	c_2	χ
SAE 10	1,000	2,30	0,02250	1
SAE 30	1,000	2,30	0,02250	1
SAE 40	1,000	2,30	0,02250	1
SAE 50	1,000	2,30	0,02250	1
0W40	0,670	2,50	0,02600	1
5W20	0,940	2,50	0,02900	1
5W30	0,789	2,50	0,02774	1
5W40	0,800	2,30	0,02250	1
10W30A	0,760	2,30	0,02250	1
10W30B	0,760	2,30	0,02250	1
10W50A	0,490	2,43	0,02180	1
10W50B	0,520	2,28	0,02690	1
15W40A	0,900	2,30	0,02250	1
15W40B	0,790	2,50	0,02600	1
15W40C	0,800	2,50	0,02770	1
20W30	0,800	2,30	0,02250	1
20W40	0,800	2,30	0,02250	1
20W50	0,840	2,30	0,02250	1

ANEXO B – TABELAS PARA CARACTERÍSTICAS DE MANCAIS PLANOS

Todas as tabelas presentes nessa seção foram extraídas de Frene [36] para mancais finitos.

Valores de projeto para relação L/D menor que 0,125.

ε	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
$S_o \left(\frac{L}{D}\right)^2$	0,99	0,461	0,272	0,17	0,106	0,0625	0,033	0,0139	0,00331
φ	83	75	68	61	54	47	39	31	21
$f \left(\frac{L}{D}\right)^2$	18,75	8,514	4,98	3,14	2,016	1,25	0,722	0,355	0,114

Valores de projeto para relação L/D igual a 0,25.

ε	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95
S_o	16,2	7,57	4,49	2,83	1,78	1,07	0,58	0,263	0,0728	0,0221
φ	82,5	75,5	68,5	61,5	54	47	39,5	31,5	21,5	15,5
f	307	140	82,5	52,67	34,26	21,85	13,19	6,97	2,7	1,2
$\frac{2Q}{LcD\omega}$	0,0983	0,196	0,295	0,393	0,491	0,59	0,688	0,787	0,885	0,933

Valores de projeto para relação L/D igual a 0,5.

ε	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95
S_o	4,32	2,03	1,21	0,784	0,508	0,318	0,184	0,0912	0,0309	0,116
φ	82	75	68,5	61,53	55	48	41	33	23,5	17
f	82,1	37,71	22,55	14,75	9,94	6,67	4,33	2,59	1,27	0,7
$\frac{2Q}{LcD\omega}$	0,0938	0,187	0,281	0,374	0,468	0,562	0,657	0,751	0,845	0,89

Valores de projeto para relação L/D igual a 1,0.

ε	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95
S_o	1,33	0,631	0,388	0,36	0,178	0,12	0,0776	0,0443	0,0185	0,00831
φ	79,5	74	68	62,5	56,5	50,5	44	36	26	19
f	25,36	11,87	7,35	5,07	3,67	2,7	1,99	1,4	0,859	0,563
$\frac{2Q}{LcD\omega}$	0,0801	0,159	0,237	0,314	0,39	0,466	0,542	0,616	0,688	0,721

ANEXO C – TABELAS PARA CARACTERÍSTICAS DE MANCAIS PLANOS CURTOS

Com base nas fórmulas para mancais curtos, foram elaboradas as tabelas para mancais curtos, valendo-se da consideração de que a teoria de mancal curto apresenta bons resultados até uma razão de 0,25.

Valores de projeto para relação L/D menor que 0,125.

ε	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
$S_o \left(\frac{L}{D}\right)^2$	0,99	0,4612	0,272	0,1705	0,1061	0,0625	0,033	0,0139	0,003315
φ	82,71	75,43	68,18	60,94	53,68	46,32	38,70	30,50	20,83
$f \left(\frac{L}{D}\right)^2$	18,747	8,517	4,982	3,147	2,014	1,254	0,724	0,355	0,115
$\bar{C}_a$	18,94	18,47	18,30	18,46	18,99	20,05	21,95	25,59	34,56

Valores de projeto para relação L/D igual a 0,25.

ε	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95
S_o	15,84	7,38	4,35	2,73	1,70	1,00	0,53	0,22	0,05	0,01
φ	82,71	75,43	68,18	60,94	53,68	46,32	38,70	30,50	20,83	14,47
f	299,95	136,27	79,71	50,35	32,23	20,06	11,58	5,68	1,83	0,62
$\bar{C}_a$	18,94	18,47	18,30	18,46	18,99	20,05	21,95	25,59	34,56	47,82