GUILHERME NAMINDOME

**Processo de avaliação probabilística de integridade estrutural aplicado à
otimização dimensional de elementos estruturais**

São Paulo

2018

GUILHERME NAMINDOME

**Processo de avaliação probabilística de integridade estrutural aplicado à
otimização dimensional de elementos estruturais**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências

São Paulo
2018

GUILHERME NAMINDOME

**Processo de avaliação probabilística de integridade estrutural aplicado à
otimização dimensional de elementos estruturais**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências

Área de Concentração:
Engenharia Mecânica de Projeto de
Fabricação

Orientador: Prof. Livre-Docente Dr. Gilberto
Francisco Martha de Souza

São Paulo

2018

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 22 de Setembro de 2018

Assinatura do autor

Assinatura do orientador

Catálogo-na-publicação

Namindome, Guilherme

Processo de avaliação probabilística de integridade estrutural aplicado à otimização dimensional de elementos estruturais / G. Namindome -- São Paulo, 2018.
199 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Confiabilidade estrutural 2.Custo estrutural 3.Mecânica da fratura 4.Fadiga
5.Probabilidade de falha I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.
Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Dr. Gilberto Francisco Martha de Souza, pela orientação neste trabalho de pesquisa e pelo vasto conhecimento técnico transmitido desde a graduação.

À minha amada noiva Fernanda, por toda paciência, apoio e companheirismo que me motivam a seguir em frente.

Aos meus pais Roberto e Maria, e ao meu irmão André, por fornecer a base familiar necessária para manter meu foco e dedicação durante este período.

Aos amigos e colegas de trabalho da Alstom, em especial ao engenheiro Alexandre Facini, pela orientação profissional e por permitir minha sinergia entre trabalho e estudo durante este período; e aos engenheiros Luiz Cano e Levi Albuquerque, pela experiência e conhecimento técnico compartilhados no cotidiano de trabalho.

RESUMO

Este trabalho de pesquisa visa apresentar um processo de avaliação probabilística de integridade mecânica de elementos estruturais, e ilustra sua aplicação em situações de otimização dimensional de tais elementos. O processo apresentado é baseado na análise de confiabilidade por métodos analíticos, utilizando o diagrama de avaliação de falha (FAD) como critério de falha. A escolha da curva FAD como critério de falha visa padronizar a análise de confiabilidade estrutural, permitindo a sua aplicação tanto em simulações numéricas quanto em mapas utilizados para rápidas tomadas de decisão. Os métodos de análise e o processo apresentado são aplicados em casos de estudo para mostrar a influência da percepção probabilística nas tomadas de decisão de projeto e a importância da análise de risco no dimensionamento de sistemas estruturais.

Palavras-chave: Confiabilidade estrutural; Custo estrutural; Mecânica da fratura; Fadiga; Probabilidade de falha.

ABSTRACT

This work intends to present a process for probabilistic assessment of mechanical integrity of structural elements, and illustrates its application in situations of dimensional optimization of such elements. The presented process is based on the reliability analysis by analytical methods, using the failure assessment diagram (FAD) as failure criteria. The choice of FAD curve as a failure criteria aims to standardize the structural reliability analysis, allowing its application both in numerical simulations and in chart maps used for fast decision making. The methods of analysis and the presented process are applied in case studies to show the influence of probabilistic perception on project decision making and the importance of risk analysis in the design of structural systems.

Keywords: Structural Reliability; Structural Cost; Fracture mechanics; Fatigue; Failure probability.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Exemplos de falhas de grandes estruturas causadas por fratura. (a) S.S. Schenectady fraturado ao meio ainda ancorado, em 1943. (b) Trilho ferroviário fraturado, responsável pelo descarrilamento de um trem de carga da Canadian Pacific Railway, em 2006.....	34
Figura 2 – Exemplo de modelagem de defeitos estruturais. Modelo matemático de trinca passante em chapa.....	37
Figura 3 – (a) Propagação de trinca em material idealmente frágil. (b) Propagação de trinca em material elasto-plástico	37
Figura 4 – Exemplo de trincas típicas em juntas soldadas. (a) Trinca na margem da solda e (b) trinca na raiz da junta soldada	38
Figura 5 – Modos de propagação de trinca.....	38
Figura 6 – (a) Região de concentração de tensão para chapa com trinca passante. (b) Gráfico da tensão vertical em função da distância da ponta da trinca.....	40
Figura 7 – Processo esquemático de nucleação de trinca	42
Figura 8 – Representação das fases de propagação de uma trinca	43
Figura 9 – Exemplo das fases de propagação de uma trinca	43
Figura 10 – Comportamento típico de crescimento de trinca em metais.....	44
Figura 11 – Exemplos de tensões cíclicas para diferentes valores de tensão média.....	45
Figura 12 – Efeito da razão de tensão R no crescimento de trinca. (a) Modelo esquemático e (b) Exemplo para aço médio.....	46
Figura 13 – Comparativo de predição, em número de voos, do crescimento de trinca em uma estrutura de aeronave.....	48
Figura 14 – Relação entre vida predita e observada de acordo com diferentes modelos de crescimento de trinca para liga 2024-T3 Al	49
Figura 15 - Definição de intervalo de inspeção com base no crescimento de um defeito mecânico.....	52
Figura 16 - Conceito da força de propagação de trinca CDF	54
Figura 17 - Conceito do diagrama de avaliação de falha FAD e modos de falha associados.....	56
Figura 18 - PDF e CDF da distribuição normal normalizada	58
Figura 19 - (a) PDF e (b) CDF da distribuição log-normal.....	59

Figura 20 - Representação gráfica do método de Solicitação e Resistência	61
Figura 21 - Representação gráfica da probabilidade de falha através da interferência entre solicitação e resistência.....	64
Figura 22 - Influência do número de ciclos de simulação no resultado	65
Figura 23 - Representação gráfica da probabilidade de falha através da função de desempenho para solicitação e resistência normalmente distribuídas	67
Figura 24 - Representação gráfica do índice de confiabilidade β	68
Figura 25 - Representação gráfica da transformação isoprobabilística de variáveis. (a) e (b) apresentam a função densidade de probabilidade no espaço de coordenadas físicas X e (c) e (d) a sua transformação para o espaço normal reduzido U	74
Figura 26 - Representação gráfica do índice de confiabilidade β_{HL} e sua relação com o vetor de cossenos diretores	76
Figura 27 - Diferença de aproximação de primeira e segunda ordem da função de desempenho	79
Figura 28 – Tipos de otimização estrutural. (a) Otimização dimensional, (b) otimização de forma e (c) otimização topológica	85
Figura 29 – Possíveis formulações de otimização estrutural e suas relações	88
Figura 30 - Relação entre nível de segurança e custos relacionado à estrutura.....	90
Figura 31 – Macroprocesso para avaliação probabilística de integridade estrutural aplicado à otimização dimensional	95
Figura 32 – Processo para avaliação de integridade estrutural com base em confiabilidade aplicado à otimização dimensional de elementos estruturais	97
Figura 33 – Exemplo de sistemas estruturais com arquitetura de falha em série e paralelo. (a) Sistema com arquitetura série cuja falha depende de ao menos uma falha de seus componentes. (b) Sistema com arquitetura paralelo cuja falha depende de ao menos duas falhas independentes de seus componentes.....	99
Figura 34 – Exemplo de alocação de confiabilidade em função da análise de risco do sistema estrutural	101
Figura 35 – Exemplo de análise por árvore de falha	102
Figura 36 – Exemplo de definição de cargas atuantes.....	103
Figura 37 - Modelo de tensões primárias e secundárias	109

Figura 38 - Probabilidade de detecção de trincas em eixos ferroviários em função do tamanho de trinca para dois métodos de ensaios não destrutivos	112
Figura 39 - Comportamento das variáveis aleatórias durante tempo de missão.....	113
Figura 40 - Curva FAD considerada para função de estado limite	115
Figura 41 - Diferentes abordagens para medir a confiabilidade utilizando a curva FAD.....	116
Figura 42 - Transformação da curva FAD para a função de estado limite para fornecer $dFAD_{max}$ em função de θ	117
Figura 43 - Ajuste polinomial da curva $dFAD_{max} = f\theta$	120
Figura 44 - Disposição das curvas de FORM e SORM com relação à PDF que representa o estado de solicitação e resistência	121
Figura 45 - Estudo comparativo de estimativa de probabilidade de falha por FORM e SORM	122
Figura 46 - Fluxograma do procedimento de estimativa da confiabilidade estrutural por AFOSM.....	123
Figura 47 – Influência da restrição na busca pelo ponto ótimo. (a) Sistemas estruturais com alto nível de segurança exigido. (b) Sistemas estruturais com baixo nível de segurança exigido.....	127
Figura 48 – Blocos funcionais e relações de entradas e saídas para algoritmo de estimativa de probabilidade de falha estrutural.....	130
Figura 49 – Blocos funcionais e relações de entradas e saídas para algoritmo de otimização dimensional com base no custo total do elemento	132
Figura 50 – Processo para aplicação do método por mapas	134
Figura 51 – Detalhe do Passo 1 do método de consulta a mapas	135
Figura 52 – Detalhe do Passo 2 do método de consulta a mapas	136
Figura 53 – Detalhe do Passo 3 do método de consulta a mapas	137
Figura 54 – Detalhe do Passo 4 do método de consulta a mapas	138
Figura 55 – Exemplo de cenário de solicitação cíclica	141
Figura 56 – Resultado da simulação numérica para crescimento da trinca	143
Figura 57 – Resultado da simulação numérica para taxa de crescimento de trinca da/dN	143
Figura 58 – Resultado da simulação numérica função de desempenho $g(x)$, indicando instante de falha	144

Figura 59 – Resultado da simulação numérica observado no diagrama FAD.....	145
Figura 60 – Cenário exemplo em simulação probabilística: Probabilidade de falha	146
Figura 61 – Cenário exemplo em simulação probabilística: Diagrama FAD e probabilidade de falha associada	146
Figura 62 – Cenário exemplo em simulação probabilística: Crescimento de trinca	147
Figura 63 – Cenário exemplo em simulação probabilística: Fatores de importância	148
Figura 64 – Cenário exemplo em simulação probabilística: Sensibilidade da probabilidade de falha para tamanho de trinca.....	149
Figura 65 – Cenário exemplo em simulação probabilística: Sensibilidade da probabilidade de falha para espessura da chapa e tamanho de trinca, após 10^6 ciclos.....	150
Figura 66 – Estudo de Caso 1A - Barra engastada.....	151
Figura 67 – Estudo de Caso 1A - Crescimento de trinca em função do número de ciclos.....	152
Figura 68 – Estudo de Caso 1A - Valor médio dos pontos FAD durante os ciclos e probabilidade de falha associada	152
Figura 69 – Estudo de Caso 1A - Probabilidade de falha em função do número de ciclos.....	153
Figura 70 – Estudo de Caso 1A - Custo total esperado do componente estrutural em função da variável de otimização.....	154
Figura 71 – Estudo de Caso 1A - Probabilidade de falha em 10^6 ciclos de ciclos em função da variável de otimização.....	154
Figura 72 – Estudo de Caso 1A - Fatores de importância.....	155
Figura 73 – Estudo de Caso 1A - Probabilidade de falha em 10^6 ciclos em função do diâmetro da barra e da variabilidade do tamanho inicial de trinca	156
Figura 74 – Estudo de Caso 1A - Custo total do componente em 10^6 ciclos em função do diâmetro da barra e da variabilidade do tamanho inicial de trinca ...	156
Figura 75 – Estudo de Caso 1B - Determinação da média do fator intensificador de tensão KI através de mapas.....	159
Figura 76 – Estudo de Caso 1B - Determinação da média da tensão de referência σ_{ref} através de mapas.....	159

Figura 77 – Estudo de Caso 1B - Determinação do coeficiente de variação do fator intensificador de tensão através de mapas.....	160
Figura 78 – Estudo de Caso 1B - Determinação do coeficiente de variação da tensão de referência através de mapas	160
Figura 79 – Estudo de Caso 1B - Resumo do passo 1 do método de estimativa da confiabilidade por mapas	161
Figura 80 – Estudo de Caso 1B - Determinação do coeficiente de variação dos adimensionais L_r e K_r através de mapas.....	162
Figura 81 – Estudo de Caso 1B - Resumo do passo 2 do método de estimativa da confiabilidade por mapas	162
Figura 82 – Estudo de Caso 1B - Determinação da média da distância à curva FAD através de mapas	163
Figura 83 – Estudo de Caso 1B - Determinação do coeficiente de variação da distância à curva FAD através de mapas	164
Figura 84 – Estudo de Caso 1B - Resumo do passo 3 do método de estimativa da confiabilidade por mapas	164
Figura 85 – Estudo de Caso 1B - Determinação do índice de confiabilidade β através de mapas	165
Figura 86 – Estudo de Caso 1B - Resumo do passo 4 do método de estimativa da confiabilidade por mapas	166
Figura 87 – Estudo de Caso 1C - Taxa de crescimento de trinca para os três materiais simulados	168
Figura 88 – Estudo de Caso 1C - Probabilidade de falha durante vida do elemento estrutural para os três materiais simulados	169
Figura 89 – Estudo de Caso 1C - Percurso da curva FAD e probabilidade de falha associada, para os três materiais simulados	170
Figura 90 – Estudo de Caso 2 - Peças que compõem a montagem de fixação do lubrificador de friso de roda. Peça 1: suporte fixo ao truque. Peça 2: chapa dobrada intermediária. Peça 3: chapa regulável por oblongo.....	171
Figura 91 – Estudo de Caso 2 - Lubrificador de friso de roda ferroviária, suportado por uma chapa com distância ajustável à roda (peça 2) fixo a uma chapa da estrutura do truque (peça 3)	171

Figura 92 – Estudo de Caso 2 - Fratura da chapa de fixação do lubrificador de friso, com (a) vista da seção transversal da chapa e (b) vista da montagem do equipamento, solto após a fratura	172
Figura 93 – Estudo de Caso 2 - Elemento "solid185" utilizado na modelagem dos elementos estruturais e suas variantes. As faces numeradas indicam as regiões de imposição de tensão	173
Figura 94 – Estudo de Caso 2 - Sistema modelado por elementos finitos em ANSYS. O eixo X é longitudinal, o eixo y é transversal e o eixo z é vertical ao sistema. O conjunto está fixado nos pontos A e B marcados em vermelho	173
Figura 95 – Estudo de Caso 2 - Resultados da simulação de elementos finitos no conjunto de fixação, submetido às cargas de serviço definidas na norma EN13749. (a) Margens de segurança, tensões médias e dinâmicas no sistema estrutural. (b) Margem de segurança, tensão média e dinâmica no ponto mais crítico localizado na chapa intermediária	175
Figura 96 – Estudo de Caso 2 - Modelo do elemento estrutural crítico	176
Figura 97 – Estudo de Caso 2 - Crescimento da probabilidade de falha em função do número de ciclos de carga	177
Figura 98 – Estudo de Caso 2 - Trajetória dos pontos da curva FAD e probabilidade de falha associada	177
Figura 99 – Estudo de Caso 2 – Probabilidade de falha em 10^7 ciclos em função da largura W da chapa	178
Figura 100 – Apêndice B - Trinca de borda na direção transversal de chapa retangular.....	198
Figura 101 – Apêndice B - Trinca frontal na direção transversal de barra circular ..	199

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Categorias de severidade segundo EN50126-1	31
Tabela 2 - Categorias de frequência baseado na norma EN50126-1	31
Tabela 3 - Matriz de risco segundo EN50126-1	32
Tabela 4 - Categorias de risco segundo EN50126-1	32
Tabela 5 - Principais modos de falha mecânica de elementos estruturais metálicos	35
Tabela 6 - Relações e propriedades básicas das variáveis aleatórias	57
Tabela 7 - Fator de segurança central e probabilidade de falha para cenários de solicitação e resistência	82
Tabela 8 - Classes de consequência e valores típicos de p	92
Tabela 9 - Modelo para análise preliminar de perigos (PHA)	98
Tabela 10 - Modelo para análise FMECA	99
Tabela 11 - Exemplo de identificação de componentes ou conjuntos críticos após análise de falha	100
Tabela 12 - Valores dos parâmetros de Paris C e m para alguns metais	105
Tabela 13 - Parâmetros assumidos do fator intensificador de tensão K_I e hipóteses adotadas	106
Tabela 14 - Modelagem das variáveis aleatórias de solicitação	109
Tabela 15 - Modelagem das variáveis aleatórias de resistência do material	111
Tabela 16 - Modelagem da variável aleatória de tamanho de trinca inicial	113
Tabela 17 - Entradas e saídas do Passo 1 do método de consulta a mapas	135
Tabela 18 - Entradas e saídas do Passo 2 do método de consulta a mapas	136
Tabela 19 - Entradas e saídas do Passo 3 do método de consulta a mapas	137
Tabela 20 - Entradas e saídas do Passo 4 do método de consulta a mapas	138
Tabela 21 - Resultado analítico do cenário exemplo	142
Tabela 22 - Variáveis aleatórias do cenário exemplo	145
Tabela 23 - Cenário exemplo em simulação probabilística: Valores de tamanho inicial de trinca médio e coeficiente de variação para estudo de sensibilidade	148
Tabela 24 - Estudo de Caso 1A - Variáveis da simulação: (a) Variáveis aleatórias e (b) Variáveis determinísticas	151
Tabela 25 - Estudo de Caso 1A - Variáveis da simulação: (a) Variáveis aleatórias e (b) Variáveis determinísticas	153

Tabela 26 - Estudo de Caso 1B - Escopo de aplicação dos mapas criados	158
Tabela 27 - Estudo de Caso 1B - Variáveis aleatórias consideradas no estudo	158
Tabela 28 - Estudo de Caso 1B - Comparação do resultado da aplicação do método gráfico com diferentes projetistas	166
Tabela 29 - Estudo de Caso 1C - Variáveis de resistência do material utilizadas na simulação.....	168
Tabela 30 - Estudo de Caso 2 - Valores típicos de aceleração de serviço para equipamentos montados em rodeiros. Estes valores de aceleração se aplicam no centro do eixo do rodeiro	174
Tabela 31 - Estudo de Caso 2 - Variáveis da simulação: (a) Variáveis aleatórias e (b) Variáveis determinísticas	176
Tabela 32 - Apêndice B - Valores de X para cálculo da tensão de referência do elemento estrutural de barra circular com trinca frontal.....	199

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AFOSM	<i>Advanced First Order Second Moment</i>
AISI	<i>American Iron and Steel Institute</i>
APR	Análise Preliminar de Riscos
ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>
CDF	<i>Crack Driving Force</i>
COV	Coeficiente de variação
CTOD	<i>Crack Tip Opening Displacement</i>
DDO	<i>Deterministic Design Optimization</i>
FAD	<i>Failure Assessment Diagram</i>
FMECA	Análise de Modos, Efeitos e Criticidade de Falha
FORM	<i>First Order Reliability Method</i>
FTA	Análise de Árvore de Falhas
HAZOP	Estudo de Perigos e Operabilidade
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICAF	Custo Implícito de Prevenção de Fatalidade
MPP	<i>Most Probable Point</i>
MVFOSM	<i>Mean Value First Order Second Moment</i>
N/A	Não aplicável
PHA	Análise Preliminar de Perigos
RBDO	<i>Reliability Based Design Optimization</i>
RBRO	<i>Reliability Based Risk Optimization</i>
SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i>
SINTAP	<i>Structural Integrity Assessment Procedure</i>
SORM	<i>Second Order Reliability Method</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Tamanho de trinca
a_0 ou a_i	Tamanho inicial de trinca
a_c	Tamanho crítico de trinca
a_f	Tamanho final de trinca
APR	Avaliação probabilística de risco
C	Intersecção com a abscissa da reta logarítmica da Lei de Paris
CDF	<i>Crack driving force</i> - Força de propagação de trinca
CDF	<i>Cumulative distribution function</i> - Função distribuição acumulada
C_w	Parâmetro C da Lei de Paris com ajuste de Walker
C_f	Custo de falha
C_{eco}	Custo de perdas econômicas
C_{hum}	Custo de perdas de vidas
c_{mat}	Custo unitário do material por unidade de massa
cov_a	Coeficiente de variação do comprimento de trinca
$cov_{\sigma m}$	Coeficiente de variação da tensão de membrana
$cov_{\sigma b}$	Coeficiente de variação da tensão de flexão
cov_{kmat}	Coeficiente de variação da tenacidade à fratura
$cov_{\sigma yield}$	Coeficiente de variação da tensão de escoamento
cov_{KI-m}	Coeficiente de variação do fator de intensidade de tensão (contribuição de membrana)
cov_{KI-b}	Coeficiente de variação do fator de intensidade de tensão (contribuição de flexão)
$cov_{\sigma ref-m}$	Coeficiente de variação da tensão de referência (contribuição de membrana)
$cov_{\sigma ref-b}$	Coeficiente de variação da tensão de referência (contribuição de flexão)
cov_{L_r}	Coeficiente de variação do adimensional L_r
cov_{K_r}	Coeficiente de variação do adimensional K_r
cov_{dFAD}	Coeficiente de variação da distância do ponto (L_r , K_r) à curva FAD
da/dN	Taxa de crescimento de trinca
d	Distância da origem ao ponto de estudo no diagrama FAD
d_{FAD}	Distância do ponto de estudo até a curva FAD
d_{FADmax}	Distância da origem à curva curva FAD em um ângulo Θ
d_{L_r}	Distância do ponto de estudo até o eixo L_r
d_{K_r}	Distância do ponto de estudo até o eixo K_r
E	Módulo de Young

e	Expectativa de vida
f_r	Função densidade de probabilidade de resistência
f_s	Função densidade de probabilidade de solicitação
f_w	Fator de correção de largura finita
$f(x)$ ou f_x	Função densidade de probabilidade
$f_{x1, x2, \dots, xn}$	Função densidade de probabilidade conjunta das variáveis X_i
$F(t)$	Função probabilidade acumulada de falha no instante t
FMECA	<i>Failure mode effects and criticality analysis</i> - Análise de modos, efeitos e criticidade de falha
FTA	<i>Failure tree analysis</i> - Análise de árvore de falhas
g	Produto interno bruto per capita anual
HAZOP	<i>Hazards and operability analysis</i> - Análise de perigos e operabilidade
K	Fator intensificador de tensão
$K_{solicit}$	Fator intensificador de tensão atuante
K_{mat}	Tenacidade à fratura do material
K_I	Fator intensificador de tensão do Modo I
K_{max}	Fator intensificador de tensão máximo
K_{min}	Fator intensificador de tensão mínimo
k_{tm}	Fator de concentração de tensão de membrana devido à descontinuidades de geometria
k_{tb}	Fator de concentração de tensão de flexão devido à descontinuidades de geometria
k_m	Fator intensificador de tensão devido a desalinhamento
K_r	Razão entre solicitação e tenacidade à fratura do material
L	Índice de Qualidade de Vida
L_r	Razão entre solicitação e resistência dúctil do material
L_{max}	Valor máximo do adimensional L_r
m	Massa do material
m	Inclinação da reta logarítmica da Lei de Paris
M	Fator de correção de abaulamento
M_{km}	Fator de intensificação de tensão de membrana em região de concentração de tensão local
M_m	Fator de intensificação de tensão de membrana devido à geometria e localização do defeito
M_{kb}	Fator de intensificação de tensão de flexão em região de concentração de tensão local
M_b	Fator de intensificação de tensão de flexão devido à geometria e localização do defeito
N	Número de ciclos de carga

N_{falha}	Número de testes em falha na simulação de Monte Carlo
N_t	Número de testes na simulação de Monte Carlo
N_{fat}	Número de potenciais mortes em caso de falha
PDF	<i>Probability density function</i> - Função densidade de probabilidade
PHA	<i>Preliminary hazards analysis</i> - Análise preliminar de perigos
P_{falha}	Probabilidade de falha
P_m	Carga de membrana
P_b	Carga de flexão
$R(t)$	Função confiabilidade no instante t
R	Razão de tensão
R	Função de resistência
S	Função de solicitação
t	Tempo
U_i	Variável aleatória normal reduzida
u^*	Ponto de linearização no espaço de coordenadas normalizadas
u_{HL}^*	Ponto de projeto no sistema de coordenadas normalizadas
V	Volume do material
w	Fração do tempo de vida humana gasto em atividade econômica
X_i	Variável aleatória
x^*	Ponto de linearização no espaço de coordenadas físicas
x_{HL}^*	Ponto de projeto no sistema de coordenadas físicas
Y	Fator de forma
Z	Função de desempenho
α	Vetor de cossenos diretores
β	Índice de confiabilidade
β_{co}	Índice de confiabilidade de Cornell
β_{HL}	Índice de confiabilidade de Hasofer-Lind
γ_x	Fator de segurança parcial da variável x
ΔK	Variação do fator intensificador de tensão
ΔK_{th}	Limite de variação do fator intensificador de tensão para crescimento de trinca
$\Delta\sigma$	Variação de tensão
$\Delta\sigma_m$	Variação de tensão de membrana
$\Delta\sigma_b$	Variação de tensão de flexão
γ_o	Fator de segurança central

Θ	Ângulo medido a partir do eixo L_r na curva FAD
$\lambda(t)$	Taxa de falha no instante t
λ	Fator de influência da razão de tensão no crescimento de trinca
μ	Média da variável aleatória normal
μ_{ln}	Média da variável aleatória lognormal
μ_R	Média da função de resistência
μ_S	Média da função de sollicitação
μ_Z	Média da função de desempenho
μ_a	Média do comprimento de trinca
$\mu_{\sigma m}$	Média da tensão de membrana
$\mu_{\sigma b}$	Média da tensão de flexão
μ_{kmat}	Média da tenacidade à fratura
$\mu_{\sigma yield}$	Média da tensão de escoamento
μ_{KI-m}	Média do fator de intensidade de tensão (contribuição de membrana)
μ_{KI-b}	Média do fator de intensidade de tensão (contribuição de flexão)
$\mu_{\sigma ref-m}$	Média da tensão de referência (contribuição de membrana)
$\mu_{\sigma ref-b}$	Média da tensão de referência (contribuição de flexão)
μ_{L_r}	Média do adimensional L_r
μ_{K_r}	Média do adimensional K_r
μ_{dFAD}	Média da distância do ponto (L_r , K_r) à curva FAD
$\nabla g(x^*)$	Gradiente da função de desempenho calculada em x^*
ρ	razão de custo total e custos de construção
ρ_{mat}	Densidade do material
$\sigma_{solicit}$	Tensão de sollicitação
σ_{mat}	Resistência dúctil do material
σ_{med}	Tensão média
σ_{alt}	Tensão alternante
σ_{max}	Tensão máxima atuante
σ_{min}	Tensão mínima atuante
σ_{esc}	Tensão de escoamento
σ_u	Tensão de resistência à tração
σ	Desvio padrão da variável aleatória normal
σ_{ln}	Desvio padrão da variável aleatória lognormal
σ_Z	Desvio padrão da função de desempenho

σ_R	Desvio padrão da função de resistência
σ_S	Desvio padrão da função de sollicitação
σ_{ref}	Tensão de referência
Φ	Função probabilidade acumulada normal reduzida
Ω	Domínio de falha

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Justificativa e Motivação	25
1.2	Objetivos	26
1.3	Escopo da pesquisa.....	27
1.4	Organização da dissertação	27
2	FUNDAMENTOS FENOMENOLÓGICOS.....	29
2.1	Análise de risco	29
2.1.1	Severidade de uma falha estrutural.....	30
2.1.2	Frequência de ocorrência de uma falha estrutural	31
2.1.3	Níveis de risco.....	32
2.2	Mecânica da Fratura	33
2.2.1	Modos de falha mecânica	35
2.2.2	Modelagem mecânica do defeito.....	36
2.2.3	Concentradores de tensão e o Critério de Griffith	39
2.2.4	Fundamentos fenomenológicos da fadiga.....	41
2.2.5	Efeito da tensão média na fadiga	45
2.2.6	Modelos alternativos de crescimento de trinca	47
2.3	Avaliação de Integridade Estrutural	51
2.3.1	Conceito de integridade estrutural.....	51
2.3.2	SINTAP	52
2.3.3	Métodos de avaliação estrutural e critérios de falha	53
2.3.3.1	Crack Driving Force - CDF	53
2.3.3.2	Failure Assessment Diagram - FAD	54
2.4	Confiabilidade Estrutural.....	57
2.4.1	Variáveis aleatórias e distribuições estatísticas	57
2.4.2	Função de estado limite	60
2.4.3	Método da Solicitação e Resistência.....	61
2.4.3.1	Avaliação da confiabilidade por métodos de simulação	64
2.4.3.2	Avaliação da confiabilidade por métodos de integração numérica	66
2.4.3.3	Avaliação da confiabilidade por métodos analíticos	68
2.4.3.3.1	Índice de confiabilidade.....	68

2.4.3.3.2 First Order Reliability Method (FORM)	69
2.4.3.3.2.1 First Order Second Moment Method (FOSM)	70
2.4.3.3.2.2 Advanced First Order Second Moment Method (AFOSM)	72
2.4.3.3.3 Second Order Reliability Method (SORM)	78
2.4.4 Cossenos diretores e sensibilidade	80
2.4.5 Fatores de segurança	81
2.4.5.1 Fator de segurança central	81
2.4.5.2 Fator de segurança parcial	82
2.5 Otimização de Risco baseada em Confiabilidade	84
2.5.1 Tipos de otimização estrutural	84
2.5.1.1 Otimização Determinística de Projeto (DDO)	86
2.5.1.2 Otimização de Projeto Baseado em Confiabilidade (RBDO)	86
2.5.1.3 Otimização de Risco Baseada em Confiabilidade (RBRO)	87
2.5.2 Custo esperado total de um sistema estrutural	89
2.5.3 Custo de falha de um sistema estrutural	91
3 MATERIAIS E MÉTODOS	95
3.1 Fluxograma do processo	96
3.2 Metodologia e procedimentos	98
3.2.1 Identificação de componente crítico	98
3.2.2 Alocação de confiabilidade	100
3.2.3 Modelagem do elemento estrutural e perfil da missão	102
3.2.4 Modelagem do crescimento de trinca	104
3.2.4.1 Modelo da taxa de crescimento de trinca	104
3.2.4.2 Modelo do fator intensificador de tensão ΔK_I	105
3.2.4.3 Modelo do fator intensificador de tensão limite ΔK_{th}	107
3.2.5 Modelagem de incertezas	107
3.2.6 Modelagem das variáveis aleatórias de solicitação e resistência	107
3.2.6.1 Modelo das variáveis de solicitação	108
3.2.6.2 Modelo das variáveis de resistência	110
3.2.6.3 Modelo do defeito estrutural	111

3.2.6.4	Evolução das incertezas intrínsecas durante missão	113
3.2.7	Definição da função de estado limite.....	114
3.2.8	Estimativa da confiabilidade.....	120
3.2.9	Estimativa de custo total esperado.....	125
3.2.10	Definição da dimensão ótima	126
3.3	Simulação Numérica.....	128
3.3.1	Função de estimativa da probabilidade de falha	128
3.3.2	Função de otimização dimensional com base no custo do elemento	130
3.4	Método de estimativa da confiabilidade estrutural por mapas	133
3.5	Hipóteses assumidas.....	139
4	RESULTADOS.....	140
4.1	Validação do método e estudo de sensibilidade.....	140
4.1.1	Validação do método numérico de crescimento de trinca	140
4.1.2	Estudo de sensibilidade de estimativa da confiabilidade.....	145
4.2	Caso exemplo 1 - Barra engastada	150
4.2.1	Caso 1A - Resultados através de simulação numérica	150
4.2.2	Caso 1B - Avaliação da confiabilidade através de mapas de solicitação e resistência	157
4.2.3	Caso 1C - Influência da mudança de material	167
4.3	Caso exemplo 2 - Material rodante ferroviário	170
4.5	DISCUSSÃO.....	179
5	CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	181

1 INTRODUÇÃO

1.1 JUSTIFICATIVA E MOTIVAÇÃO

A tendência nos projetos de Engenharia voltada para o aumento da eficiência e redução de custos através de economia dos recursos de trabalho, como ensaios, custos de manutenção e operação, é vista cada vez mais em destaque no cenário atual. A filosofia da melhoria contínua e do retorno de experiência da operação traz grandes benefícios à indústria, que se mostra sempre em busca da otimização de processos e produtos.

A busca concomitante pela eficiência e redução de custos trazem efeitos que se refletem em riscos de projeto. No contexto de projeto de sistemas estruturais, o risco pode ser observado como a combinação do custo esperado total de uma estrutura e sua probabilidade de falha. A economia tende a aumentar a exposição do produto a cenários potenciais de falha, que podem acarretar em consequências financeiras e até mesmo de segurança. Por outro lado, a robustez excessiva aumenta o custo total esperado da estrutura, que abrange custo de material, operação e manutenção durante seu ciclo de vida. A busca do equilíbrio e otimização destas variáveis deve ser auxiliado por uma gestão de risco eficiente.

De acordo com a norma ISO31000 (ABNT, 2009), a gestão de risco em uma organização cria e protege o valor, sendo um processo sistemático, estruturado e oportuno, que aborda explicitamente a incerteza e objetiva auxiliar a tomada de decisão e facilitar a melhoria contínua dos processos. Dessa forma, a visão de projeto deve tender a ser menos determinística e mais voltada à análise de risco, na qual a eficiência e a economia são avaliados com base na incerteza dos parâmetros de projeto que podem surgir na fabricação, operação e manutenção do sistema.

A justificativa deste trabalho é, portanto, prover suporte à gestão de risco, apresentando um processo metodológico de otimização dimensional de elementos estruturais, com base em confiabilidade, na busca de um ponto ótimo entre custo e

confiabilidade. Com a aplicação deste método, as decisões de projeto serão mais bem justificadas e o risco será explícito para análise da equipe de projeto.

As últimas décadas se mostraram produtivas na área de pesquisa sobre a confiabilidade estrutural. Muitos trabalhos, no entanto, abordam o tema em suas áreas de aplicação específicas, o que algumas vezes pode restringir a aplicação do conceito em outras áreas. O presente trabalho de pesquisa propõe um processo de análise estrutural aplicando conceitos gerais de mecânica da fratura em elementos estruturais com defeitos (trincas), utilizando um critério de falha generalizado, que pode ser aplicado em diferentes tipos de sistemas estruturais. Sendo assim, a aplicação desta pesquisa tende a ser abrangente, permitindo ao analista estrutural ajustar a ferramenta e a análise para sua aplicação específica.

1.2 OBJETIVOS

Como objetivo geral desta pesquisa, será apresentado um processo de avaliação de integridade estrutural do ponto de vista probabilístico, sendo base para uma potencial otimização dimensional de elementos estruturais e que poderá ser utilizado como suporte para tomada de decisões em ambientes de projeto. Tal processo, portanto, buscará um ponto ótimo entre a confiabilidade e o custo de um elemento estrutural, através de análises de confiabilidade baseadas em falhas estruturais por fadiga. Cada etapa do processo será apresentada e justificada com base nos fundamentos teóricos, e posteriormente aplicada em uma simulação numérica executada em Matlab.

Como objetivo específico desta pesquisa, espera-se aplicar os conceitos de confiabilidade estrutural em um problema real de projeto, de maneira a encontrar um equilíbrio entre economia e segurança. Além disso, como resultado esperado, espera-se que o processo apresentado seja formulado de maneira que possibilite sua aplicação por projetistas sem conhecimentos específicos de confiabilidade, mas que tenham as informações básicas de entrada para o processo.

1.3 ESCOPO DA PESQUISA

O trabalho de pesquisa desenvolvido possui foco na avaliação e projeto de elementos estruturais metálicos sujeitos a cargas cíclicas durante sua vida operacional. O processo e método apresentado neste trabalho visa dar suporte ao dimensionamento de elementos estruturais simples, como barras e chapas, e serve como auxílio na tomada de decisão durante o projeto com base em argumentos técnicos. A aplicação do processo para sistemas estruturais complexos não faz parte do escopo deste trabalho, mas poderá ser abordado como uma evolução desta pesquisa no futuro.

O método apresentado neste trabalho depende fortemente de dados técnicos de entrada, coletados de maneira a modelar os parâmetros de projeto com mais precisão. As limitações técnicas deste trabalho estão descritas como hipóteses assumidas na seção 3.5.

1.4 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

O presente texto está dividido em seis capítulos, sendo o primeiro voltado para a introdução e motivação para estudo do tema.

O segundo capítulo traz os fundamentos teóricos e uma revisão bibliográfica sobre os temas envolvidos no trabalho, de maneira a prover o arcabouço teórico para o desenvolvimento do processo apresentado neste trabalho. Este capítulo está dividido em cinco seções que desenvolvem os fundamentos teóricos a respeito de: Mecânica da Fratura, Avaliação da Integridade Estrutural, Confiabilidade Estrutural, Análise de Risco e finalmente Otimização de Risco com base em Confiabilidade.

O terceiro capítulo descreve o processo apresentado por este trabalho para a análise probabilística de integridade estrutural e sua aplicação na otimização dimensional, utilizando os fundamentos teóricos apresentados no segundo capítulo como base para aplicação no processo. Neste capítulo são descritas as metodologias e procedimentos para cada etapa do processo, assim como as hipóteses assumidas e parâmetros de referências utilizados.

O quarto capítulo apresenta os resultados do processo apresentado. Iniciará com uma validação do método numérico de crescimento de trinca e estimativa da confiabilidade, e então prosseguirá com um estudo de sensibilidade para análise crítica dos resultados. Por fim, o processo apresentado será aplicado em estudos de caso para avaliação e crítica de resultados.

Finalmente, os últimos capítulos da dissertação discutirão criticamente os resultados do ponto de vista teórico e prático, apresentando uma conclusão acerca da aplicabilidade da análise probabilística de integridade estrutural no processo de otimização dimensional de elementos estruturais.

Os apêndices deste trabalho trarão informações e guias de referência para modelagem dos parâmetros mais relevantes do método.

2 FUNDAMENTOS FENOMENOLÓGICOS

2.1 ANÁLISE DE RISCO

Segundo Kumamoto e Henley (2000), risco pode ser definido como a associação entre a consequência de um evento e sua probabilidade de ocorrência. No contexto de análise de sistemas estruturais, o evento em análise consiste na perda de integridade estrutural devido à falha, classificado como um evento de perigo. O conceito de perigo, por sua vez, consiste em um processo específico que leva o sistema a uma consequência indesejável.

Para analisar o risco de um sistema, são identificados cenários de perigo que por sua vez são estudados em uma avaliação probabilística de risco (APR), que é um método sistemático que relaciona eventos com seus perfis de risco. Uma APR consiste basicamente nas seguintes atividades:

- Identificação dos eventos ativadores de perigo;
- Caracterização da severidade e frequência do cenário causal;
- Estimativa de risco com base em critérios pré-estabelecidos.

A obra de Kumamoto e Henley (2000) apresenta diversas técnicas e ferramentas para executar uma análise de identificação de perigos e suas potenciais causas. Dentre elas estão a análise preliminar de perigos (PHA), estudos de perigos e operabilidade (HAZOP), a análise de modos, efeitos e criticidade de falha (FMECA) e análises de árvore de falhas (FTA). Sugere-se a leitura de Kumamoto e Henley (2000) para mais detalhes destas ferramentas.

Nas fases preliminares de um projeto, o objetivo da APR é identificar os potenciais perigos existentes e as prováveis causas funcionais. Para isso, análises de PHA e HAZOP são indicadas.

Com o decorrer do projeto, análises mais detalhadas são necessárias, de maneira a identificar os modos de falhas críticos do sistema (através de uma análise FMECA) e

também da sequência de eventos que potencialmente levam a um perigo previamente identificado (através de uma análise FTA). Estas análises também auxiliam a estimar e alocar a probabilidade de falha aceitável destes componentes para que o risco seja controlado.

No caso deste trabalho, a APR realizada no sistema estrutural visa identificar os componentes estruturais mais críticos, e suas requeridas confiabilidades mínimas para que o sistema possua um risco aceitável.

Assim como as técnicas e ferramentas de análise, a análise de risco necessita de critérios de classificação para que o perfil de risco possa ser criado. As próximas sessões apresentam noções dos critérios de classificação de severidade e frequência de um evento em análise.

2.1.1 Severidade de uma falha estrutural

A severidade de uma falha estrutural é um indicador do grau de sua consequência. Uma falha estrutural pode gerar perdas econômicas, fatalidades, impactos ao meio ambiente e diversas outras consequências indiretas como impacto no serviço, multas, indenizações e outros fatores socioeconômicos.

De acordo com o nível de consequência da falha, atribui-se o qualificador de severidade. Não há um único critério para esta classificação, já que esta avaliação depende do tipo da estrutura, do ambiente e do contexto na qual está inserida.

Como exemplo, a norma BS7910 (2013), focada em avaliação de integridade estrutural, divide em quatro os grupos de severidade: "Moderado", "Severo", "Muito Severo" e "Extremamente Severo", sem que haja uma descrição para cada categoria. Cada indústria deve instanciar este conceito em seu âmbito, para que haja um critério mais adaptado.

Para exemplificar, a norma EN50126-1 (2017), utilizada no mercado ferroviário para gestão de confiabilidade e segurança, divide a consequência da falha nas categorias da Tabela 1.

Tabela 1 - Categorias de severidade segundo EN50126-1

Severidade	Descrição
Catastrófico	Fatalidade múltipla e/ou ferimentos múltiplos severos e/ou maiores danos ao ambiente
Crítico	Fatalidade única e/ou ferimentos severos e/ou danos significativos ao ambiente. Perda de um grande sistema
Marginal	Ferimentos menores e/ou ameaça significativa ao ambiente. Dano severo ao(s) sistema(s)
Insignificante	Possíveis pequenos ferimentos. Dano pequeno ao sistema

2.1.2 Frequência de ocorrência de uma falha estrutural

Outro parâmetro necessário para avaliar o risco de uma falha estrutural é a frequência de sua ocorrência. Quando possível, é bastante comum associar uma probabilidade ou taxa de ocorrência para caracterizar a frequência de um evento. No caso em questão, para análise de falhas de sistemas estruturais, a categoria de frequência será definida de acordo com a taxa de falha do componente estrutural.

No âmbito ferroviário, a norma EN50126-1 (2017) sugere qualitativamente as categorias de frequência e deixa a cargo do analista a correlação numérica com taxas e probabilidades. A Tabela 2 apresenta o critério comumente utilizado neste mercado, tendo como base a norma EN50126-1.

Tabela 2 - Categorias de frequência baseado na norma EN50126-1

Frequência	Descrição	Taxa de Ocorrência (falha/hora)
Frequente	Provável que ocorra com frequência. O perigo será experimentado continuamente.	$\lambda \geq 1E-3$
Provável	Ocorrerá diversas vezes. O perigo pode ser esperado de ocorrer com frequência.	$1E-3 > \lambda > 1E-5$
Ocasional	Provável ocorrer diversas vezes. O perigo pode ser esperado de ocorrer diversas vezes.	$1E-5 \geq \lambda > 1E-6$
Remota	Provável de ocorrer alguma vez no ciclo de vida do sistema. A ocorrência do perigo pode ser razoavelmente esperada.	$1E-6 \geq \lambda > 1E-7$
Improvável	Improvável ocorrência mas possível. Pode-se assumir que o perigo pode excepcionalmente ocorrer.	$1E-7 \geq \lambda > 1E-9$
Inacreditável	Extremamente improvável de ocorrer. Pode ser assumido que o perigo pode não ocorrer.	$\lambda \leq 1E-9$

2.1.3 Níveis de risco

A combinação da severidade e frequência gera um par ordenado que reflete o risco do evento. É intuitivo afirmar que um evento de consequências graves que ocorre frequentemente possui um risco alto e inaceitável. Por outro lado, eventos raros e com consequências baixas possuem um risco baixo e geralmente aceitável.

Assim, em uma dada análise de risco com definidas categorias de severidade e frequência, é possível criar um perfil de risco, também chamado de matriz de risco. Continuando com o exemplo da norma EN50126-1, a matriz de risco sugerida é indicada na Tabela 3.

Tabela 3 - Matriz de risco segundo EN50126-1

Frequência	Frequente	Indesejável	Intolerável	Intolerável	Intolerável
	Provável	Tolerável	Indesejável	Intolerável	Intolerável
	Ocasional	Tolerável	Indesejável	Indesejável	Intolerável
	Remota	Desprezível	Tolerável	Indesejável	Indesejável
	Improvável	Desprezível	Desprezível	Tolerável	Tolerável
	Inacreditável	Desprezível	Desprezível	Desprezível	Desprezível
		Insignificante	Marginal	Crítico	Catastrófico
		Severidade			

A mesma norma define as categorias de risco conforme a Tabela 4.

Tabela 4 - Categorias de risco segundo EN50126-1

Desprezível	Aceitável sem o consentimento da autoridade regulatória.
Tolerável	Aceitável com adequado controle e com o consentimento da autoridade regulatória.
Indesejável	Só deve ser aceito quando a redução do risco é impraticável e com o consentimento da autoridade regulatória.
Intolerável	Inaceitável, deve ser eliminado.

Assim, com base nos exemplos de critérios supracitados, uma falha estrutural com consequências catastróficas possuirá um risco desprezível caso tenha uma frequência de ocorrência dada como inacreditável, com taxa de falha menor que 10^{-9} falhas por hora.

2.2 MECÂNICA DA FRATURA

A Mecânica da Fratura é a área da ciência responsável pelo estudo do comportamento do material com defeitos estruturais quando sujeitos a solicitações mecânicas. Segundo Meyers e Chawla (2009), do ponto de vista microestrutural, defeitos são imperfeições no arranjo atômico da rede cristalina, causadas por lacunas, inclusões de átomos intersticiais, ou descontinuidades em contornos de grão. A interação destes defeitos microestruturais é percebida em escala macroscópica, por exemplo, na nucleação de trincas ou poros. A Mecânica da Fratura abordada neste trabalho está relacionada especificamente com o efeito de trincas no comportamento mecânico da estrutura.

Esta ciência possuiu um notável crescimento desde a Segunda Guerra Mundial, principalmente através dos trabalhos de Inglis, Griffith e Irwin durante as décadas de 1950 e 1960, que buscaram estabelecer uma relação entre energia e propagação de trincas em materiais. Desde então, as pesquisas relacionadas objetivaram desenvolver métodos e modelos mais precisos de propagação de defeitos em materiais submetidos a cargas mecânicas, como, por exemplo, os apresentados nos trabalhos de Newman Jr. (1998) e Machniewicz (2013).

A falha estrutural de grandes sistemas pode muitas vezes levar a consequências catastróficas, com graves efeitos socioeconômicos. A Figura 1 apresenta dois exemplos de falhas estruturais de alta severidade.

Figura 1 - Exemplos de falhas de grandes estruturas causadas por fratura. (a) S.S. Schenectady fraturado ao meio ainda ancorado, em 1943. (b) Trilho ferroviário fraturado, responsável pelo descarrilamento de um trem de carga da Canadian Pacific Railway, em 2006

(a)

(b)

Fonte: (a) *TWI Industrial Member Report Summary* Estudo de caso 632/1998 e (b) *Transportation Safety Board of Canada*, investigação R06C0104 (2006)

Nas últimas décadas, é possível observar um expressivo aumento das pesquisas relacionadas à Mecânica da Fratura, impulsionadas pela busca de um maior controle do comportamento estrutural e da minimização do risco de falhas catastróficas como as observadas na Figura 1. Os trabalho de Dundulis et. al (2016) e Pesinis e Tee (2017) exemplificam pesquisas recentes sobre integridade estrutural de gasodutos, e estudam modelos estatísticos baseados em dados de falha para estimar a confiabilidade destas estruturas. Da mesma forma, o trabalho de Zhu et al. (2016) propõe uma abordagem estatística para predição da vida em fadiga de discos de turbina a gás de aeronaves. Outros estudos recentes relacionados ao estudo de integridade estrutural podem ser encontrados na literatura, o que reforça a tendência e importância do tema no contexto atual.

Com o intuito de estabelecer os fundamentos teóricos necessários para a compreensão deste trabalho, as seções subsequentes apresentam de maneira sucinta alguns conceitos básicos da Mecânica da Fratura. Para mais detalhes sobre este tema, sugere-se a leitura dos livros de Anderson (2004) e Dieter (1986).

2.2.1 Modos de falha mecânica

Uma falha estrutural ocorre quando o elemento perde sua capacidade de executar sua função projetada. A fratura é um tipo de falha mecânica comum e importante em sistemas estruturais, porém nem toda falha é resultante de uma fratura.

A Tabela 5, baseada no trabalho de Ayyub e Assakkaf (2003), apresenta alguns dos modos de falha estruturais mais comuns observados em elementos estruturais metálicos.

Tabela 5 - Principais modos de falha mecânica de elementos estruturais metálicos

Modo de Falha	Descrição
Fratura	Em materiais frágeis, a falha por fratura ocorre de maneira súbita, geralmente a partir de uma trinca em região de concentração de tensões mecânicas, que se propaga de maneira rápida e repentina pela estrutura do material. Em materiais dúcteis, a fratura ocorre como resultado de um comportamento inelástico excessivo, que levam a uma grande deformação antes da fratura.
Escoamento	Este tipo de falha ocorre em materiais dúcteis, de maneira progressiva através de deformação plástica na região de maior tensão mecânica. A falha ocorre quando o elemento perde a capacidade de suportar a carga aplicada.
Flambagem	Flambagem é considerado como um problema mecânico de estabilidade. É um tipo de falha comum em elementos estruturais longos, e ocorre quando o elemento se torna instável dentro do sistema estrutural, quando submetido a cargas de compressão.
Fadiga	A fadiga é um tipo de fratura causada pela ação de cargas cíclicas no elemento estrutural com alta concentração de tensão, após um grande número de ciclos de carga. Geralmente a fadiga é iniciada pela nucleação de um defeito no material, que se propaga pelo elemento estrutural durante os contínuos ciclos de carga.

Fonte: Adaptado de Ayyub e Assakkaf (2003)

O modo de falha de fratura do componente, que pode ser uma fratura frágil ou dúctil, é regido pelo tamanho da região plástica da ponta da trinca e sua consequente propagação no elemento estrutural. A fratura idealmente frágil ocorre com a propagação instável e repentina da trinca ao longo do material, sem deformação plástica observada. Em materiais dúcteis, a propagação da trinca ocorre em conjunto com a expansão de zonas plásticas, que rodeiam a região da ponta da trinca.

A propagação da trinca por um elemento estrutural é, portanto, um dos principais causadores das falhas estruturais, e o fenômeno da fadiga está intimamente relacionado com este efeito. Estima-se que aproximadamente 90% das falhas em serviço dos componentes sujeitos a carregamentos repetidos e/ou vibrações se deve ao fenômeno da fadiga (DIETER, 1981). Assim sendo, dentre os modos de falha mecânicos apresentados, o foco deste trabalho será no fenômeno da fadiga e sua relação com a confiabilidade estrutural.

2.2.2 Modelagem mecânica do defeito

Cada defeito estrutural possui um modelo matemático que depende da geometria e localização no material. Como exemplo, uma trinca passante em uma chapa pode ser modelada, de maneira simples, como uma elipse de comprimento $2a$, altura $2b$ e raio ρ , como mostrado na Figura 2. Simplifica-se este modelo assumindo que $2a \gg 2b$ e que o raio ρ da ponta da trinca é próximo da distância interatômica das ligações, para materiais que não possuem grande deformação plástica na ponta da trinca (ANDERSON, 2004).

Figura 2 – Exemplo de modelagem de defeitos estruturais. Modelo matemático de trinca passante em chapa

Fonte: Anderson (2004)

Desconsiderando efeitos de plasticidade, pode-se simplificar a propagação de trinca em materiais idealmente frágeis como se observa na Figura 3 (a), na qual a trinca se propaga puramente pela quebra das ligações atômicas. Para materiais que apresentam plasticidade, como é o caso dos metais, a trinca gera em sua extremidade uma região de concentração de tensão, que gera deformações plásticas na ponta da trinca, como ilustrado na Figura 3 (b). Estas deformações, somadas às quebras de ligações atômicas, são responsáveis pela propagação do defeito.

Figura 3 – (a) Propagação de trinca em material idealmente frágil. (b) Propagação de trinca em material elasto-plástico

Fonte: Anderson (2004)

Trincas em juntas soldadas são geralmente originadas na margem ou na raiz da solda, dependendo do tipo de junta. Trincas originadas na margem da solda normalmente se iniciam como trincas pequenas, enquanto trincas que se originam na raiz da solda geralmente se iniciam em áreas de falta de penetração do material de solda. Na maioria dos casos, trincas em juntas soldadas são originadas por defeitos pré-existentes no cordão de solda. A Figura 4 mostra exemplos de trincas em juntas soldadas.

Figura 4 – Exemplo de trincas típicas em juntas soldadas. (a) Trinca na margem da solda e (b) trinca na raiz da junta soldada

Há três possíveis modos de propagação de trinca, dependendo do tipo de carregamento, como pode ser ilustrado na Figura 5. O carregamento em Modo I, em que a solicitação principal é aplicada no plano normal à trinca, tende a abri-la. O Modo II corresponde ao carregamento de cisalhamento no plano da trinca e tende a deslizar uma face da trinca em relação à outra. Por fim, o Modo III de propagação de trinca se refere ao cisalhamento fora do plano da trinca, devido à carga do tipo "rasgamento". Um material com trinca pode ser carregado em qualquer um destes modos, ou até mesmo combinação de dois ou três modos (ANDERSON, 2004).

Figura 5 – Modos de propagação de trinca

Fonte: BS7608 (2014)

O requisito fundamental para que uma trinca se propague no material é que a tensão em sua extremidade exceda a resistência de coesão do material. Este critério não é facilmente observado na prática, devido à grande dificuldade na medição da tensão na ponta da trinca. Assim, um critério equivalente, baseado em balanço energético, foi proposto por Griffith na década de 1920, e se tornou a base para estudos posteriores da Mecânica da Fratura. A próxima sessão apresentará os conceitos utilizados para modelagem da tensão na região da trinca.

2.2.3 Concentradores de tensão e o Critério de Griffith

Uma trinca se propagará somente se este processo mantiver ou causar uma redução na energia total do sistema. Pelo princípio do balanço de energia de Griffith, para que a trinca aumente em seu tamanho, é necessário que o sistema possua uma energia potencial suficiente para vencer a energia de superfície que mantém as ligações atômicas coesas no material (ANDERSON, 2004).

Por se tratar de uma descontinuidade do retículo cristalino do material, a trinca provoca uma região de concentração de tensão ao seu redor, distorcendo os campos de força que atravessam o material. A Figura 6 (a) mostra a região de concentração de tensão gerada pela trinca. O gráfico da Figura 6 (b) mostra esquematicamente a tensão vertical na chapa em função da distância da ponta da trinca. Do ponto de vista da Mecânica da Fratura Linear Elástica, a ponta da trinca gera uma singularidade com tensão que tende ao infinito. No entanto, é possível observar que, em materiais com comportamento elasto-plástico, a tensão aumenta em direção à ponta da trinca, até que se alcance a região de deformação plástica, na qual a tensão se iguala à de escoamento do material (ANDERSON, 2004).

Figura 6 – (a) Região de concentração de tensão para chapa com trinca passante. (b) Gráfico da tensão vertical em função da distância da ponta da trinca

Fonte: Anderson (2004)

De maneira a caracterizar a distribuição de tensão mecânica próximo à trinca, introduz-se o conceito de fator intensificador de tensão K , também denominado na literatura como fator de intensidade de tensão, que representa o estado de tensões na ponta da trinca de um sólido com comportamento linear elástico. O fator intensificador K é dado pela seguinte expressão:

$$K = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (1)$$

onde Y é definido como um fator de forma que depende da geometria e localização do defeito, e também da geometria do detalhe estrutural, σ é a tensão mecânica ao longe e a é o tamanho de trinca. Através desta abordagem, assume-se que o material irá fraturar quando o fator intensificador de tensão K atingir seu valor crítico K_{mat} , que depende das características do material.

É possível utilizar o conceito de fator intensificador de tensão K para materiais com comportamento elasto-plástico, admitindo uma zona plástica na ponta da trinca de tamanho desprezível comparada às dimensões do componente. Esta hipótese é válida para metais e ligas metálicas no regime de deformação plástica de pequena escala.

2.2.4 Fundamentos fenomenológicos da fadiga

Fadiga é o processo de alteração estrutural permanente, progressivo e localizado, que ocorre em um material sujeito a condições que produzem tensões e deformações cíclicas em um ou vários pontos, e que podem culminar em trincas ou fratura completa após um número suficiente de ciclos (ASTM E1823, 2004).

Nesta definição normativa, o termo "permanente" implica em um processo irreversível de mudança na estrutura devido aos sucessivos ciclos de carga submetidos ao material (ASTM E1823, 2004).

Similarmente, o termo "progressivo" remete a um processo que ocorre em um período de tempo. A fratura do material ocorre de maneira bastante súbita, porém é resultado de um processo de dano acumulado no material (ASTM E1823, 2004).

Por fim, o termo "localizado" implica em um processo que ocorre em áreas específicas no material. Estes locais estão muitas vezes sujeitos a concentrações de tensão, que podem ser causados, entre outros fatores, por mudanças abruptas de geometria, gradientes de temperaturas, tensões residuais ou imperfeições materiais (ASTM E1823, 2004).

Em componentes estruturais, poderá se desenvolver um processo de nucleação de trincas de fadiga nas regiões submetidas a elevado nível de tensões. Para que o processo de nucleação se inicie é necessário que existam deformações plásticas, que ocorrem pelo movimento de discordâncias, sob a ação de tensões cisalhantes. Este movimento tem como resultado final o deslocamento relativo entre dois planos atômicos. Para um material policristalino, no qual os grãos possuem uma orientação aleatória dos planos atômicos, a deformação plástica inicia nos grãos mais desfavoravelmente orientados, ou seja, com os seus planos de deslizamento próximos da direção da tensão cisalhante máxima (DA ROSA, 2002).

Estes planos de deslizamento surgem já nos primeiros ciclos do carregamento, e se multiplicam conforme ocorrem os ciclos de solicitação. O deslizamento entre estes planos prossegue até que pequenas fendas superficiais, chamadas intrusões, sejam

formadas e se tornam concentradores de tensões que levam à formação de microtrincas. A Figura 9, retirada de Da Rosa (2002) ilustra o processo microscópico de nucleação de trinca em materiais policristalino.

Figura 7 – Processo esquemático de nucleação de trinca

Fonte: Da Rosa (2002)

Como ilustrado nas Figura 8 e Figura 9, a propagação de trincas apresenta três estágios definidos:

- Estágio I: as trincas começam a se nuclear na superfície e a se propagar por planos orientados a aproximadamente 45° da direção de tensão, como ilustrado na Figura 7. O crescimento das trincas neste estágio é da ordem do tamanho de grão.
- Estágio II: Uma vez iniciada, a trinca se propaga nos correspondentes planos cristalográficos até encontrar contornos de grão. A partir deste ponto inicia-se o estágio II, no qual a propagação se dá de maneira estável e em uma direção perpendicular ao eixo de tensão. Neste estágio, a trinca normalmente apresenta estrias características, correspondentes ao número de ciclos do carregamento. Para a propagação no estágio II é necessário que existam tensões de tração no extremo da trinca, de forma a possibilitar o crescimento da trinca pelo Modo I. A ponta desta trinca se propaga causando deformação plástica local à frente da trinca.
- Estágio III: A trinca e a zona de deformação plástica em sua extremidade crescem até o ponto em que atinge o tamanho crítico que dispara o

crescimento instável do defeito, levando à ruptura catastrófica do componente, também com crescimento perpendicular ao eixo de tensão, porém de forma súbita.

Figura 8 – Representação das fases de propagação de uma trinca

Fonte: Da Rosa (2002)

Figura 9 – Exemplo das fases de propagação de uma trinca

Fonte: Metals Handbook (1974)

Em muitos casos, porém, a trinca que leva à falha não passa pelo período de nucleação, pois a peça já possui trincas previamente existentes, na forma de defeitos oriundos do processo de fabricação. Estas, por sua vez, se propagarão durante os ciclos de carregamento.

O crescimento de trinca geralmente segue o comportamento ilustrado na Figura 10. O gráfico representa a taxa de crescimento da trinca por ciclo da/dN em função da amplitude ΔK , que representa a diferença entre os fatores intensificadores de tensão nos picos máximos e mínimos de sollicitação no elemento. A amplitude ΔK é dada por:

$$\Delta K = K_{max} - K_{min} = Y \cdot (\sigma_{max} - \sigma_{min}) \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (2)$$

Figura 10 – Comportamento típico de crescimento de trinca em metais

Fonte: Adaptada de Anderson (2004)

A curva pode ser dividida em 3 regiões:

- A região I representa o crescimento inicial da trinca, que somente começa a ocorrer acima de determinado valor limite ΔK_{th} . Tal parâmetro representa a quantidade mínima de energia atuante na trinca capaz de fazê-la propagar. Abaixo deste valor limite, a trinca não possui energia suficiente para crescer e, portanto, considera-se $\frac{da}{dN}$ nulo;
- A região II apresenta uma taxa linear e estável de crescimento de trinca em escala logarítmica;
- A região III representa o crescimento instável da trinca até a fratura, e ocorre quando o fator intensificador de tensão máximo K_{max} supera a capacidade do material K_c .

A região linear da curva foi modelada por Paris e Erdogan, em 1960, e pode ser descrita pela seguinte lei de potência, conhecida como Lei de Paris:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^m \quad (3)$$

onde C e m são parâmetros do material definidos empiricamente.

2.2.5 Efeito da tensão média na fadiga

O coeficiente R , definido como a razão entre a tensão mínima σ_{min} e a tensão máxima σ_{max} representa a reversibilidade da tensão cíclica. A Figura 11 ilustra três situações de cargas cíclicas, para diferentes valores de tensão média σ_{med} que pode ser usado para ilustrar o conceito do fator R .

Na primeira situação, a tensão média é nula, sendo uma carga totalmente reversível variando entre $+\sigma$ e $-\sigma$. Neste caso, R é igual a -1 . Na segunda situação, a tensão média aumenta para o valor de σ , e a tensão mínima é nula. Este tipo de solicitação é chamado de carga pulsante, e possui R igual a 0 . Por fim, para valores ainda maiores de tensão média, o coeficiente R adotará valores maiores que 0 , indicando uma carga flutuante em torno de uma tensão média positiva.

Figura 11 – Exemplos de tensões cíclicas para diferentes valores de tensão média

Observa-se, através de ensaios de fadiga, que a taxa de crescimento de trinca de um material depende da tensão média. O coeficiente R não afeta a inclinação da curva, dada pelo parâmetro m de Paris, mas afeta o parâmetro C , que representa a interseção da reta logarítmica com o eixo das ordenadas.

Segundo Stephens et al. (2000), o efeito de valores negativos de R , que correspondem à presença de tensões de compressão, ainda é pouco investigado e compreendido. Resultados de testes em aços com R negativos mostraram taxas de crescimento de trinca na região II e III semelhantes à resultados com R nulo. Na região I, observou-se um aumento no valor limite ΔK_{th} em comparação com testes com R positivo. Este comportamento é explicado pela presença de superfícies de trinca mais suaves devido à atuação das cargas compressivas, que facilita o fechamento da trinca e a redução de sua propagação. A Figura 12 mostra a influência do parâmetro R na taxa de crescimento de trinca.

Figura 12 – Efeito da razão de tensão R no crescimento de trinca. (a) Modelo esquemático e (b) Exemplo para aço médio

Fonte: (a) Stephens et al. (2000) e (b) Anderson (2004) apud Tanaka, K., Mechanics and Micromechanics of Fatigue Crack Propagation." ASTM STP 1020, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA, 1989, pp. 151–183.

Para modelar este comportamento, Walker, na década de 1970, sugeriu a seguinte modificação na Lei de Paris:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C}{(1 - R)^{m(1-\lambda)}} \cdot \Delta K^m = C_w \cdot \Delta K^m \quad (4)$$

onde C e m são os parâmetros de Paris, R é a razão entre σ_{min} e σ_{max} e λ é uma constante do material. Valores de λ para metais variam de 0,3 a 1, com um valor típico de 0,5. Valores baixos de λ indicam forte influência de R no comportamento do crescimento da trinca (STEPHENS et al., 2000).

2.2.6 Modelos alternativos de crescimento de trinca

Nota-se na literatura, um grande número de modelos de crescimento de trinca, que foram propostos com o objetivo de generalizar ou unificar este processo em um modelo mais realista e preciso. Os trabalhos de Newman Jr. (1998) e Machniewicz (2013) apresentam uma revisão dos principais modelos disponíveis para expressar o crescimento de trinca e mostram um estudo comparativo de seus resultados confrontando com a observação de dados reais de fadiga.

O trabalho de Newman Jr (1998) apresenta um comparativo da predição de vida de uma estrutura de aeronave sujeita a esforços cíclicos. Os métodos numéricos CORPUS, PREFAS e ONERA são modelos empíricos baseados em teorias de fechamento de trinca. Os métodos FASTRAN-II e MODGRO, por outro lado, são baseados em modelos de zona plástica na ponta da trinca.

Pela observação dos resultados da Figura 13, é possível observar que todos os modelos predisseram a vida em fadiga de maneira mais conservadora do que a observada na estrutura real.

Figura 13 – Comparativo de predição, em número de voos, do crescimento de trinca em uma estrutura de aeronave

Fonte: Newman Jr. (1998) apud Lazzeri et al. (1995)

Uma comparação semelhante foi apresentada no trabalho de Machniewicz (2013), que mostra a relação entre a vida predita e a vida observada em uma estrutura metálica de liga 2024-T3 Al sujeita a cargas cíclicas com eventuais sobrecargas. A Figura 14 mostra a razão entre a vida predita pelo modelo, expressa pela variável N_{pred} e a vida observada em ensaio para vários cenários de solicitação, expressa pela variável N_{exp} . Quanto mais próxima a razão N_{pred}/N_{exp} estiver da unidade, melhor é a aderência do modelo. Modelos empíricos, como os estudados por Newman Jr (1998), são comparados entre si e também com modelos lineares, como a Lei de Miner para dano acumulado. É possível observar que os modelos empíricos mais complexos não garantem sempre uma melhor aderência ao resultado observado. Em alguns casos, inclusive, modelos mais simples, como os modelos lineares, fornecem melhores resultados em comparação aos modelos mais sofisticados.

Figura 14 – Relação entre vida predita e observada de acordo com diferentes modelos de crescimento de trinca para liga 2024-T3 Al

Fonte: Machniewicz (2013)

Estes resultados mostram que a adequação dos modelos presentes atualmente na literatura está intimamente ligada à aplicação em que tal modelo foi concebido. De fato, tais modelos foram normalmente baseados em dados empíricos de uma observação em um dado contexto de solicitação e resistência. São ainda modelos complexos, muitas vezes com alto custo computacional, que consequentemente dificultam a prática aplicação em um cenário de projeto.

Ainda não é possível adotar um modelo único e universal de crescimento de trinca para um cenário arbitrário de solicitação e resistência que tenha suficiente precisão e aderência à observação experimental. Nota-se, através da pesquisa bibliográfica, que os modelos mais sofisticados nem sempre trazem o ganho de precisão desejado. O ônus do esforço computacional carregado por estes modelos podem não justificar o seu benefício. Porém, de forma geral, os modelos atuais observados na literatura predizem a vida em fadiga de maneira conservadora.

Para reforçar esta argumentação, é recorrente a utilização de modelos baseados na Lei de Paris em trabalhos recentes relacionados à análise de integridade estrutural. O trabalho de Zhang et al. (2016) apresenta uma análise de fadiga de gasodutos e

oleodutos *offshore*, utilizando a Lei de Paris como modelo de crescimento de trinca. O trabalho de Mansor, Abdullah e Ariffin (2017) estudou a vida em fadiga para o aço API X65 comparando o modelo da Lei de Paris sem ajuste de tensão média e o modelo da Lei de Paris com o ajuste de Walker para tensão média. É possível observar, neste trabalho, que o ajuste de Walker contribuiu positivamente para a aderência do modelo aos dados experimentais. Outros exemplos de trabalhos recentes, como o de Ghorbani, Chakherlou e Taghizadeh (2016), e também o de Toribio, Matos e Gonzalez (2017) apresentam modelos de crescimento de trinca baseados na Lei de Paris, o que reforça a escolha deste modelo no presente trabalho.

Assim, foi definido que o modelo baseado na Lei de Paris, apresentado na seção 2.2.4, é suficiente para a aplicação no processo de avaliação estrutural apresentado neste trabalho. Este modelo de crescimento de trinca foi escolhido com o objetivo de ser suficientemente generalista para permitir a aplicação em estruturas metálicas submetidas a cargas cíclicas arbitrárias. É evidente que esta escolha provoca imprecisões que são sanadas por modelos mais sofisticados, como os observados na literatura. Contudo, por ser um trabalho focado em métodos probabilísticos de avaliação estrutural, o modelo de crescimento de trinca utilizado não visa prever o valor exato de tamanho de trinca da estrutura, mas sim o intervalo possível de valores em que se encontra.

2.3 AVALIAÇÃO DE INTEGRIDADE ESTRUTURAL

A presente seção tem por objetivo apresentar os conceitos básicos utilizados na avaliação de integridade de sistemas estruturais, bem como definir os critérios de falha que serão utilizados no processo que se estabelece neste trabalho.

2.3.1 Conceito de integridade estrutural

Segundo Zerbst et al. (2007), uma estrutura é considerada adequada para seu propósito quando esta é capaz de suportar todas as cargas impostas pela operação, ou em outras palavras, quando as condições que causam sua falha não são atingidas. Procedimentos de avaliação de integridade estrutural são técnicas usadas para demonstrar a aptidão para serviço de um sistema estrutural que transmite esforços mecânicos.

Quando utilizada corretamente, a avaliação estrutural aumenta a eficiência da estrutura evitando superdimensionamento do projeto, assim como inspeções e reparos desnecessários ao longo da vida operacional.

Um sistema estrutural que utiliza, por exemplo, solda como elemento de fixação pode conter imperfeições como poros, defeitos, trincas, ou fragilidades locais, que surgem durante o processo de fabricação e também durante sua vida em serviço. A significância destas imperfeições, principalmente os defeitos relacionados a trincas, necessitam de uma avaliação para se prevenir a falha do sistema estrutural como um todo durante sua operação (KOÇAC et al., 2007).

Como etapa integrante de uma análise de integridade estrutural, deve-se citar a importância das inspeções periódicas preventivas, que visam detectar ou monitorar a presença de defeitos que influenciam no comportamento do componente durante sua vida útil. O intervalo de inspeção dependerá das propriedades mecânicas do material, incluindo presença e tamanho de defeitos iniciais, além dos esforços solicitantes atuantes durante a vida útil. Deve-se encontrar um equilíbrio na definição da periodicidade de inspeção, de maneira a evitar paradas desnecessárias do sistema, no caso de inspeções frequentes, ou, de maneira oposta, evitar um

aumento no risco de falha no caso de inspeções menos frequentes. A Figura 15 ilustra a definição de um intervalo de inspeção com base no crescimento de um defeito estrutural, identificando o limite no qual um defeito será imperceptível (a_0) e o que levará à ruptura do componente (a_c).

Figura 15 - Definição de intervalo de inspeção com base no crescimento de um defeito mecânico

Fonte: Oliveira (2008)

2.3.2 SINTAP

Áreas da indústria essenciais à economia de qualquer país (gás, óleo, petroquímica, geração de energia, transporte, construção civil, entre outros) são fortemente dependentes de uma operação segura de suas plantas e produtos e, em caso de falhas, de uma determinação precisa da relevância dos danos e consequências. Em particular, há uma tendência no prolongamento da vida da estrutura, uma vez que existem grandes benefícios econômicos que surgem da garantia de integridade estrutural (SINTAP, 1999).

No que se refere à avaliação estrutural, existem diversos procedimentos e técnicas na literatura, que variam de acordo com a aplicação industrial do sistema. Dada a grande diversidade de métodos e a necessidade por uma unificação processual, o projeto colaborativo multidisciplinar SINTAP (Structural Integrity Assessment Procedure) foi criado e conduzido por um consórcio de 17 organizações europeias durante três anos na década de 1990 cujo objetivo era desenvolver e unificar um procedimento de avaliação estrutural que oferecesse diversos níveis de complexidade e que fosse flexível o suficiente para diferentes aplicações industriais.

Este trabalho foi amplamente reconhecido por fornecer um arcabouço metodológico que serviu de base para trabalhos futuros como o FITNET, de Koçac et al. (2007) e das normas britânica BS7910 (2013) e americana API579 (2007).

O procedimento SINTAP oferece diferentes níveis de análise em função da disponibilidade dos dados de entrada. Métodos mais conservadores são utilizados quando a disponibilidade de dados é limitada, e métodos mais precisos são utilizados quando há um domínio mais detalhado da estrutura e dos dados de solicitação e resistência da estrutura.

Os resultados da avaliação estrutural são representados em termos da força de propagação da trinca (*Crack Driving Force* - CDF) ou do diagrama de avaliação de falha (*Failure Assessment Diagram* - FAD). Estas técnicas são brevemente apresentadas a seguir.

2.3.3 Métodos de avaliação estrutural e critérios de falha

O trabalho de Zerbst, Ainsworth e Schwalbe (2000) revisa e sumariza os principais métodos de avaliação estrutural considerando a falha por fratura. Esta avaliação é comumente representada em termos da força de propagação da trinca, CDF, e do diagrama de avaliação de falha, FAD. Esta seção apresentará os conceitos de ambos os métodos. Geralmente as duas abordagens são consistentes e os resultados da avaliação não dependem do método escolhido (SINTAP, 1999).

2.3.3.1 Crack Driving Force - CDF

A abordagem por CDF requer o cálculo da força de propagação da trinca de uma estrutura em função do adimensional L_r , que representa a razão entre a solicitação aplicada e a resistência dúctil do material. A força pode então ser calculada em unidades da integral J ou do deslocamento de abertura da ponta da trinca (*Crack Tip Opening Displacement*, CTOD).

A curva CDF é traçada em função de L_r para valores entre 0 e L_{max} , e um limite horizontal é traçado no valor de CDF equivalente à tenacidade à fratura do material.

O ponto de intersecção entre as curvas define o estado limite da estrutura. A Figura 16 apresenta uma curva de CDF genérica e as regiões aceitáveis, limite e inaceitáveis para um sistema estrutural. Na figura, o ponto A está em uma região segura de operação, o ponto B está em uma região limítrofe e o ponto C está em uma região de falha.

Figura 16 - Conceito da força de propagação de trinca CDF

Fonte: SINTAP (1999)

2.3.3.2 Failure Assessment Diagram - FAD

O Diagrama de Avaliação de Falhas (FAD) é uma das metodologias mais utilizadas para análise de fratura elasto-plástica de componentes estruturais. A curva original de FAD foi derivada do modelo "strip-yield" por Dowling e Townley (1975), mas foi refinada e reformulada por outros pesquisadores para tornar o modelo mais robusto e versátil. A curva FAD estabelece um critério de falha que aborda a interação entre a fratura frágil e a ruptura dúctil, considerando os efeitos de plasticidade do material (ANDERSON, 2004).

Existem, na literatura, diferentes versões da curva FAD, que derivam do mesmo conceito, mas possuem particularidades, como, por exemplo, simplificações desconsiderando o encruamento do material, ou refinamentos considerando a integral J. Em geral, a curva FAD depende das propriedades e geometria do material. No entanto, para eliminar essas dependências, variáveis adimensionais são definidas para tornar a curva FAD genérica e mais facilmente aplicável.

Sendo L_r a razão entre a sollicitação e a resistência de escoamento do material e K_r a razão entre a sollicitação e a tenacidade à fratura do material, a curva FAD será do tipo $K_r = f(L_r)$, dada pelos adimensionais:

$$L_r = \frac{\sigma_{solicit}}{\sigma_{mat}}; \quad K_r = \frac{K_{solicit}}{K_{mat}} \quad (5)$$

onde $\sigma_{solicit}$ é a tensão atuante no material, σ_{mat} é a resistência de escoamento, $K_{solicit}$ é o fator intensificador de tensão atuante e K_{mat} é a tenacidade à fratura do material.

A equação é válida para K_r entre 0 e 1 e L_r entre 0 e L_{max} , onde L_{max} é definido de acordo com o material. Curvas FAD que não consideram encruamento possuem L_r variando de 0 a 1. Com efeitos de plasticidade, L_r pode adotar valores maiores que o unitário. Assim, a curva FAD mede, no eixo das abscissas, o estado do elemento estrutural em termos de falha dúctil, enquanto o eixo das ordenadas mede o estado do elemento em termos de fratura frágil.

Assim sendo, o conjunto de pontos (L_r, K_r) que se encontram abaixo da curva estão na região de operação segura, enquanto pontos que se encontram acima da curva estão na região de falha. Pontos com alto L_r e baixo K_r se encontram numa região onde a falha ocorre predominantemente por ruptura dúctil. Pontos com baixo L_r e alto K_r representam falhas predominantemente por fratura frágil.

A Figura 17 apresenta uma curva de FAD genérica e as regiões de operação, limite e de falha para um elemento estrutural. A Figura 17 também ilustra, de maneira genérica, o tipo de modo de falha em diferentes regiões na curva FAD. O ponto 1 na figura ilustra um elemento que falhará predominantemente por fratura frágil, dada sua maior proximidade do eixo K_r . O ponto 3, por outro lado, mostra um elemento que falhará predominantemente por ruptura dúctil, por estar em uma região mais próxima do limite de L_r . O ponto 2 ilustra o estado de um componente estrutural elasto-plástico, com fratura caracterizada por comportamento dúctil e frágil.

A trajetória genérica de pontos A-B-C, representado na Figura 17, ilustra os estados de um componente com um aumento concomitante de L_r e K_r . Como L_r e K_r são ambas funções do tamanho do defeito do material, é possível associar a trajetória de pontos A-B-C como sendo um comportamento típico de elementos com propagação de defeitos estruturais. Assim, o trajeto A-B-C, que indica um aumento de L_r e de K_r , pode ser explicado por um potencial crescimento de trinca em um material submetido a cargas cíclicas.

Figura 17 - Conceito do diagrama de avaliação de falha FAD e modos de falha associados

Fonte: Baseado em SINTAP (1999)

O critério de falha por FAD também é apresentado na norma BS7910 (2013) como o método para avaliação de estruturas mecânicas. É um método simples e versátil, uma vez que incorpora, em uma mesma função, os critérios para falha por fratura frágil e falha por colapso plástico. Estudos atuais na área de confiabilidade estrutural utilizam este critério de falha, devido à sua versatilidade. Citam-se o trabalho de Jallouf et al. (2015) e Maljaars, Steenbergen, e Vrouwenvelder (2012), que aplicam os conceitos de FAD para avaliar a confiabilidade de estruturas soldadas com presença de defeitos, e relacionam o resultado obtido com fatores de segurança de projeto para verificação de adequação. A análise de confiabilidade utilizando FAD ainda é recente em pesquisas, mas aplicações semelhantes podem ser encontradas em Lee e Kim (2006), Xiaoping (2005) e Zhou, Zhang e Zhong (2012). Por todo o exposto, o presente trabalho será baseado no critério FAD para estimativa da confiabilidade estrutural.

2.4 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

As próximas seções possuem o objetivo de apresentar os principais conceitos que envolvem o estudo da confiabilidade de um sistema estrutural, fornecendo a base teórica do processo que é apresentado neste trabalho.

2.4.1 Variáveis aleatórias e distribuições estatísticas

Em estatística, uma variável aleatória ou estocástica X é aquela cujos valores estão sujeitos a variações randômicas, e que pode adotar um dado valor de um intervalo, com uma probabilidade associada. As expressões mais utilizadas para caracterizar as variáveis aleatórias são indicadas na Tabela 6 (LEWIS, 1994).

Tabela 6 - Relações e propriedades básicas das variáveis aleatórias

Expressão matemática	Descrição da propriedade
$F(x) = P\{X \leq x\}$	Probabilidade da variável aleatória X possuir valor menor ou igual a x , e é conhecida como a <i>função distribuição acumulada (CDF)</i> .
$f(x)\Delta x = P\{x \leq X \leq x + \Delta x\}$	Probabilidade da variável aleatória X possuir valor entre x e $x+\Delta x$, quando Δx tende a zero. É conhecida como a <i>função densidade de probabilidade (PDF)</i> .
$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x')dx'$	As duas funções são relacionadas, de maneira que a probabilidade da variável possuir valor menor ou igual a x é a integral da função densidade de probabilidade, com limites de $-\infty$ a x .
$F(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x')dx' = 1$	Por se tratar de probabilidades, a função distribuição acumulada tende a 1 quando a variável aleatória é avaliada no infinito. Ou seja, a probabilidade de X possuir valor menor ou igual a infinito é 1.

Variáveis aleatórias contínuas são extensamente utilizadas em análises de confiabilidade para descrição de tempos de vida, carregamentos atuantes no sistema estrutural, propriedades do material, entre outras. Além disso, a modelagem

do comportamento destas variáveis aleatórias é feita a partir de distribuições estatísticas, que representam matematicamente a variação da grandeza física. Dentre as distribuições mais utilizadas, citam-se a distribuição Normal e Log-Normal, que são apresentadas brevemente a seguir. A modelagem das distribuições estatísticas para as variáveis aleatórias utilizadas neste trabalho é apresentada na seção 3.2.6 com as devidas referências.

Distribuição Normal

A distribuição estatística mais conhecida e amplamente utilizada no estudo de confiabilidade estrutural é a distribuição normal, ou Gaussiana. Esta distribuição possui como parâmetros uma média μ da variável e seu desvio padrão σ . As funções densidade de probabilidade $f(x)$ e função distribuição acumulada $F(x)$ são definidas pelas expressões (6) e (7). As curvas da PDF e CDF da distribuição Normal são apresentadas na Figura 18.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{\left[\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \quad (6)$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{\left[\frac{1}{2}\left(\frac{x'-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} dx' \quad (7)$$

Fonte: Lewis (1994)

A distribuição Normal é adotada como uma conveniente aproximação por sua simplicidade e simetria. Uma variação da distribuição Normal é a distribuição Normal-truncada, que possui probabilidade nula em um ou mais de seus extremos. A distribuição Normal é muitas vezes utilizada para modelar solicitações mecânicas.

Distribuição Log-Normal

Uma variável é modelada pela distribuição log-normal quando seu logaritmo for modelado por uma distribuição normal. Dessa forma, existe uma correlação direta entre as duas distribuições, e as funções densidade de probabilidade $f(x)$ e função distribuição acumulada $F(x)$ são definidas pelas expressões (8) e (9). As curvas da PDF e CDF da distribuição Log-Normal são apresentadas na Figura 19.

$$f(x) = \frac{1}{x \cdot \sigma_{ln} \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x) - \mu_{ln}}{\sigma_{ln}} \right)^2 \right]} \quad (8)$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{x' \cdot \sigma_{ln} \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x') - \mu_{ln}}{\sigma_{ln}} \right)^2 \right]} dx' \quad (9)$$

onde μ_{ln} e σ_{ln} são respectivamente a média e desvio padrão no domínio logarítmico.

Figura 19 - (a) PDF e (b) CDF da distribuição log-normal

Fonte: Adaptada de Lewis (1994)

Os parâmetros de média e desvio padrão no domínio logarítmico da distribuição normal são dados pelas seguintes expressões:

$$\mu_{ln} = \ln(\mu) - \frac{1}{2} \cdot \ln\left(1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2}\right) \quad (10)$$

$$\sigma_{ln} = \sqrt{\ln\left(\frac{\sigma^2}{\mu^2}\right) + 1} \quad (11)$$

A distribuição Log-Normal é recomendada por Hess et al. (2002) para representar propriedades de resistência do material, como o limite de escoamento ou tenacidade à fratura, pelo fato da distribuição não assumir valores negativos.

Seja qual for a distribuição estatística escolhida para modelar a grandeza física, é comum representar a dispersão da variável aleatória através do coeficiente de variação (COV), que é dado pela relação entre o desvio padrão e a média da distribuição da variável:

$$COV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (12)$$

Para mais detalhes sobre distribuições estatísticas, sugere-se a leitura de Lewis (1994), Kececioğlu (1991), Ayyub e McCuen (2011) e O'Connor (2012).

2.4.2 Função de estado limite

O estado limite de um sistema consiste na condição na qual um sistema estrutural ou parte do mesmo deixa de desempenhar sua função requerida. Segundo Ayyub e Assakkaf (2003), o estado limite pode ser classificado em duas categorias:

- Estado limite de resistência

É o estado limite baseado na capacidade máxima da estrutura, cuja consequência é a ruptura do elemento estrutural. É o estado que considera os limites de resistência do componente estrutural. No contexto deste trabalho de pesquisa, a integridade estrutural é avaliada perante as propriedades de resistência dúctil e tenacidade à fratura do material.

- Estado limite de serviço

É o estado limite relacionado com a capacidade da estrutura em desempenhar sua função submetida a cargas normais de serviço. É o estado que considera deflexões excessivas, vibrações ou outros parâmetros que não comprometem a integridade da estrutura, porém afetam o serviço do sistema estrutural.

A definição do tipo de função de estado limite a ser usada depende do escopo e objetivo da análise de confiabilidade.

2.4.3 Método da Solicitação e Resistência

A confiabilidade pode ser definida como a probabilidade, em um dado período, de o componente suprir sua demanda em dadas condições de operação. No âmbito da confiabilidade estrutural, é comum representar o desempenho do sistema através da interferência entre solicitação (S) e resistência (R), conforme ilustra a Figura 20.

A Figura 20 mostra as funções densidade de probabilidade da solicitação e da resistência de um sistema estrutural, e a região hachurada representa a interferência entre as distribuições. Deve-se notar que a área hachurada não é numericamente igual à probabilidade de falha, mas a representa qualitativamente, ou seja, quanto maior a área hachurada, maior é a probabilidade de falha estrutural.

Figura 20 - Representação gráfica do método de Solicitação e Resistência

Fonte: Lewis (1994)

Os conceitos de "solicitação" e "resistência" são empregados mais usualmente no campo da engenharia estrutural e nas áreas relacionadas. No entanto, em um âmbito mais genérico, os termos "solicitação" e "resistência" se referem a "carga" e "capacidade", e podem se relacionar a, por exemplo, corrente de carga e corrente máxima admissível de um sistema elétrico, ou oferta e demanda de um sistema de geração de energia (LEWIS, 1994).

Em análises de confiabilidade estrutural, é comum definir uma função de desempenho do sistema, que descreve como o sistema atende sua demanda (AYYUB; MCCUEN, 2011). A função de desempenho genérica e linear de um sistema estrutural é dada pela diferença entre solicitação (S) e resistência (R), expressada por:

$$Z = R - S \quad (13)$$

onde R é a função da resistência da estrutura e S a função da solicitação aplicada na estrutura.

Seja X_i , com $i = 1, 2, \dots, n$, as variáveis aleatórias que descrevem a propriedade e a solicitação em uma estrutura. A função de desempenho será então:

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = R(X_1, X_2, \dots, X_n) - S(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (14)$$

O estado limite do sistema é o estado no qual a função de desempenho é nula ($Z = 0$), ou seja, é a relação entre as variáveis de solicitação e resistência do sistema que caracterizam o limiar entre o estado operacional e o estado de falha do sistema.

Assim, a falha do sistema estrutural é definida na região onde Z é menor do que zero, ou quando a resistência é menor que a solicitação:

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0 \quad \text{ou} \quad R < S \quad (\text{Estado de falha})$$

De maneira similar, o estado seguro da estrutura é definido na região onde Z é maior do que zero, ou quando a resistência é maior que a solicitação:

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) > 0 \quad \text{ou} \quad R > S \quad (\text{Estado seguro})$$

Em resumo, os três estados possíveis de um sistema estrutural são definidos pela função de desempenho $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$:

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) \begin{cases} > 0 & \text{estado seguro} \\ = 0 & \text{estado limite} \\ < 0 & \text{estado de falha} \end{cases}$$

A probabilidade de falha é então dada por:

$$P_{falha} = P(R < S) = P(g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0) \quad (15)$$

Matematicamente, a probabilidade de falha é dada por:

$$P_{falha} = \int_{g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0} f_{x_1, x_2, \dots, x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (16)$$

onde $f_{x_1, x_2, \dots, x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ é a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis X_i do sistema, integrado no domínio de falha Ω , onde $Z < 0$. A integral representa o volume multidimensional da função densidade de probabilidade dentro do domínio de falha.

Este conceito pode ser ilustrado pela Figura 21, obtida de Melchers (1999). A função densidade de probabilidade de falha conjunta $f_{SR}(sr)$ é função das funções densidade de probabilidade da solicitação $f_S(s)$ e da resistência $f_R(r)$. A probabilidade de falha é dada pelo volume da função espacial $f_{SR}(sr)$ que se encontra no domínio onde a função de desempenho G é menor que zero.

Figura 21 - Representação gráfica da probabilidade de falha através da interferência entre solicitação e resistência

Fonte: Melchers (1999)

A literatura atual apresenta diversas pesquisas relacionadas ao cálculo ou estimativa da integral da equação (16). Segundo Lopez e Beck (2012), podem-se definir três grandes tipos de métodos que tratam este problema: (i) Métodos de simulação numérica, (ii) Métodos de integração numérica e (iii) Métodos analíticos. As seções seguintes apresentarão brevemente tais métodos, mas uma descrição detalhada pode ser encontrada em Lee e Chen (2009) e Melchers (1999).

Geralmente, a escolha do método a se utilizar em uma avaliação estrutural depende do nível de conhecimento das distribuições estatísticas das variáveis de entrada, como, por exemplo, o tamanho de trinca de uma peça da estrutura, a tenacidade à fratura, o espectro de solicitação, entre outros. Em um estudo probabilístico, estas variáveis devem ser modeladas segundo distribuições adequadas. Existem diversas referências que abordam esse tema, como Burdekin e Hamour (2002), Mrázik e Krizma (1997), Zerbst, Schodel e Webster (2007) e a norma BS7910 (2013).

2.4.3.1 Avaliação da confiabilidade por métodos de simulação

Dentre os métodos de simulação conhecidos na literatura, o mais utilizado no âmbito da análise de confiabilidade é o método de Monte Carlo. A simulação de Monte Carlo é uma técnica utilizada para estimar a probabilidade de falha definida pela

função de estado limite. A simulação consiste em sortear valores amostrais das variáveis aleatórias e alimentá-las na função de desempenho, no caso a função de estado limite.

De acordo com a função de estado limite, a falha ocorre quando $g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0$. Portanto, a estimativa da probabilidade de falha P_{falha} por simulação de Monte Carlo é dada por:

$$P_{falha} = \frac{N_{falha}}{N_t} \quad (17)$$

onde N_{falha} é o número de testes realizados em que $g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0$ e N_t é o número total de testes da simulação. Conforme N_t se aproxima do infinito, P_{falha} se aproxima da probabilidade real de falha (SUNDARARAJAN, 1995). A precisão do resultado depende do número de ciclos da simulação, conforme pode ser visto na Figura 22 que ilustra um exemplo de análise de falha por simulação de Monte Carlo.

Figura 22 - Influência do número de ciclos de simulação no resultado

Fonte: Sundararajan (1995)

A utilização deste método de simulação pressupõe o conhecimento das distribuições estatísticas das variáveis aleatórias. Além disso, com base na Figura 22, foram necessários 5000 testes para calcular com certa precisão a probabilidade de falha da ordem de 10^{-2} . Quanto menor a probabilidade de falha, maior tende a ser o número de testes necessários para que o método de Monte Carlo a estime com precisão. Assim, métodos numéricos se mostram simples de serem aplicados, mas podem requerer um esforço computacional grande, dependendo da ordem de grandeza da probabilidade de falha a ser estimada.

2.4.3.2 Avaliação da confiabilidade por métodos de integração numérica

Neste método, o objetivo é o cálculo da integral da equação (16) através do conhecimento das funções densidade de probabilidade das variáveis de entrada.

Se as funções densidade de probabilidade da solicitação e da resistência são, respectivamente, f_s e f_r , e se a função de desempenho é linear do tipo $Z = R - S$, tem-se que a probabilidade de falha é dada pela seguinte expressão:

$$P_{falha} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^l f_r(c) dc \right] f_s(l) dl \quad (18)$$

Ou seja, a expressão acima define que a probabilidade de falha é a integral, para todo o valor possível de carga l (integral externa), dos cenários nos quais a resistência é menor que l (integral interna).

Conforme observado por Ayyub e Assakkaf (2003), esta formulação para P_{falha} é chamada de método completo de distribuição e pode ser considerada a equação fundamental da análise de confiabilidade. Geralmente, a avaliação desta integral é uma tarefa difícil, pois a determinação da função de densidade f_x nem sempre é trivial. Mesmo sendo possível sua determinação, a avaliação da integral antes apresentada requer o uso de procedimentos de aproximação analíticos e métodos numéricos como o FORM, que será apresentado nas seções subsequentes.

Uma formulação alternativa do método de solicitação e resistência consiste em determinar a distribuição estatística de sua diferença, ou seja, sendo R e S variáveis aleatórias independentes e $Z = R - S$, então:

$$P_{falha} = P(Z < 0) = \int_{-\infty}^0 f_z(z) dz \quad (19)$$

onde $f_z(z)$ é a função densidade de probabilidade de Z .

Mesmo que as distribuições de R e S sejam padrões (Normal, Log-normal, Weibull, entre outras), a distribuição estatística de Z pode não ser necessariamente uma distribuição padrão. Por exemplo, mesmo que R e S sejam modeladas por distribuições log-normais, a distribuição estatística que modela Z não será a log-normal e, portanto a integral anterior deve ser calculada numericamente (SUNDARARAJAN, 1995).

Existe um caso específico no qual a integração numérica se torna mais simples, no qual as variáveis R e S são modeladas pela distribuição Normal. Desta forma, Z será normalmente distribuída, com média e desvio padrão expressados respectivamente por:

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S \quad (20)$$

$$\sigma_Z = \sqrt{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)} \quad (21)$$

Assim, neste caso, a probabilidade de falha é diretamente calculada pela área da PDF $f_Z(z)$ onde Z é negativo. A Figura 23 ilustra este caso específico.

Figura 23 - Representação gráfica da probabilidade de falha através da função de desempenho para solicitação e resistência normalmente distribuídas

Fonte: Ayyub, McCuen (2011)

2.4.3.3 Avaliação da confiabilidade por métodos analíticos

É comum, em problemas mais complexos, que a integral da equação (16) não seja diretamente calculável, já que muitas vezes a função de desempenho não é linear e envolve combinações de variáveis aleatórias que dificultam o cálculo das distribuições estatísticas de solicitação e resistência. Assim, quando as funções densidade de probabilidade da solicitação e da resistência, f_s e f_r , não são diretamente calculáveis, utilizam-se os métodos analíticos para determinação da confiabilidade.

2.4.3.3.1 Índice de confiabilidade

Em análises e projetos baseados em confiabilidade, a medida da confiabilidade ou segurança é feita através do uso do índice de confiabilidade β . Segundo Ayyub e Assakkaf (2003), o objetivo deste índice é refletir o nível de confiabilidade do sistema em análise.

O índice de confiabilidade quantifica o risco de falha e é definido como a menor distância, em unidades de desvio padrão, da média da distribuição conjunta $f_{x_1, x_2, \dots, x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ até a curva de estado limite, que delimita a região segura e de falha, como ilustrado na Figura 24 (ARTEAGA; SOUBRA, 2014).

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} \quad (22)$$

Figura 24 - Representação gráfica do índice de confiabilidade β

Fonte: Arteaga e Soubra (2014)

A relação entre a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade é dada pela seguinte expressão:

$$P_{falha} = P(Z < 0) = \Phi(-\beta) \quad (23)$$

onde Φ é a função probabilidade acumulada normal reduzida, cuja média vale zero e o desvio padrão é unitário.

2.4.3.3.2 First Order Reliability Method (FORM)

O Método de Confiabilidade de Primeira Ordem (em inglês *First Order Reliability Method – FORM*) é uma ferramenta matemática convencional para avaliar a confiabilidade em sistemas estruturais. O método, que deriva seu nome do fato de ser baseado na aproximação de primeira ordem por série de Taylor da função de estado limite, requer o conhecimento das distribuições estatísticas das variáveis aleatórias, além do primeiro e segundo momentos das distribuições, ou seja, a média e desvio padrão, respectivamente.

Os primeiros trabalhos relacionados ao método FORM foram realizados por Basler (1961) e Cornell (1969), e desde então o algoritmo de estimativa de confiabilidade foi aprimorado e formulações alternativas foram propostas por Hasofer e Lind (1974) e Rackwitz e Fiessler (1978).

A importância do FORM na análise de confiabilidade estrutural reside no fato de possibilitar a estimativa do índice de confiabilidade β e também dos fatores de segurança parciais, que são utilizados no desenvolvimento de códigos de projeto.

Em geral, no âmbito da análise de sistemas estruturais, é comum definir uma função de desempenho $g(.)$ que não seja linear. Assim, de maneira a simplificar o cálculo matemático da probabilidade de falha, aproxima-se a função $g(X)$ pela sua série de Taylor de primeira ordem, calculada em um ponto de linearização x^* .

$$g(\mathbf{X}) \approx g(x^*) + \nabla g(x^*)(\mathbf{X} - x^*) \quad (24)$$

onde

$$\nabla g(x^*) = \left(\frac{\partial g(X)}{\partial X_1}, \frac{\partial g(X)}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial g(X)}{\partial X_n} \right) \Big|_{x^*} \quad (25)$$

No método FORM, o índice de confiabilidade β é estimado por iterações numéricas até que seja encontrada a distância mínima da origem para a superfície de falha expressada pelas variáveis de solicitação e resistência envolvidas. A solução de β é exata quando:

- as variáveis de solicitação e resistência são estatisticamente independentes;
- normalmente distribuídas;
- e a função de estado limite é linear.

Quando estas hipóteses não são válidas, o valor de β encontrado não é exato e algumas aproximações são feitas para obter resultados satisfatórios pelo método.

O desenvolvimento do FORM ao longo dos anos resultou na criação de diversas variações do método, e as principais são apresentadas a seguir.

2.4.3.3.2.1 First Order Second Moment Method (FOSM)

A variação FOSM (*First Order Second Moment*) também conhecida como MVFOSM (*Mean Value First Order Second Moment*) foi proposta por Cornell (1969) e é derivada do fato deste método linearizar a função de desempenho nos valores médios das variáveis aleatórias.

$$g(\mathbf{X}) \approx g(\mu_X) + \nabla g(\mu_X)(\mathbf{X} - \mu_X) \quad (26)$$

Assim, a função $g(x)$ acima linearizada na média de X possuirá média e variância respectivamente expressados por:

$$\mu_Z \approx g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) \quad (27)$$

$$\sigma_Z^2 \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial g(X)}{\partial X_i} \right) \left(\frac{\partial g(X)}{\partial X_j} \right) \text{Cov}(X_i, X_j) \quad (28)$$

Se as variáveis aleatórias são independentes, a variância σ_Z^2 é simplificada para:

$$\sigma_Z^2 \approx \sum_{i=1}^n \sigma_{X_i}^2 \left(\frac{\partial g(X)}{\partial X_i} \right)^2 \quad (29)$$

Assim, caso os parâmetros anteriormente citados forem calculados com base na média das variáveis aleatórias, o índice de confiabilidade de Cornell, β_{co} , é expressado pela razão entre a média e o desvio padrão da variável aleatória Z:

$$\beta_{co} = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \quad (30)$$

A probabilidade de falha é então calculada conforme a equação (23).

Conforme apresentado por Mansour (1989), existem três desvantagens na utilização desta variação MVFOSM.

- i. Se a função de desempenho $g(\cdot)$ não for linear e a linearização ocorrer em $g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n})$, o índice de confiabilidade β_{co} não representará a menor distância da média de $f_{x_1, x_2, \dots, x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ à superfície de falha. Como o ponto de linearização escolhido estará longe do ponto que representa a menor distância β , erros serão introduzidos uma vez que os termos de maior ordem de Taylor são desprezados;
- ii. O método falha em ser invariante para formulações equivalentes de um mesmo problema. Desta forma, o índice β_{co} depende da maneira pela qual a equação de estado limite é definida. Por exemplo, as funções de desempenho $R-S = 0$ e $R/S = 1$ terão β diferentes e consequentemente probabilidades de falha distintas, para as mesmas variáveis aleatórias de entrada;

- iii. O método MVFOSM estima um índice β_{co} que está relacionado com a probabilidade de falha somente quando as variáveis aleatórias são normalmente distribuídas.

A vantagem do método MVFOSM reside na sua simplicidade, já que somente são necessários o primeiro e segundo momentos da distribuição estatística das variáveis.

Assim, o método MVFOSM fornece solução exata quando as variáveis forem normalmente distribuídas, independentes, e a função de estado limite for linear. Quando estas condições não forem atendidas, a probabilidade de falha calculada não será exata e terá um erro associado.

2.4.3.3.2 Advanced First Order Second Moment Method (AFOSM)

Uma melhoria no método MVFOSM foi proposta por Hasofer e Lind (1974), e a variação descrita a seguir também é conhecida como AFOSM (*Advanced First Order Second Moment*).

As desvantagens i. e ii. citadas anteriormente para o MVFOSM são evitadas caso a expansão de Taylor seja feita em um ponto da superfície de falha. Nesta superfície, a função de desempenho $g(x)$ e suas derivadas são independentes da formulação do problema (MANSOUR, 1989).

No método AFOSM, a avaliação do índice de confiabilidade é feita em um espaço normalizado de coordenadas. A transformação isoprobabilística, também conhecida como transformação de Rosenblatt, transforma o espaço físico X das variáveis em um espaço U de variáveis estatisticamente independentes, normalmente distribuídas com média nula e desvio padrão unitário:

$$U_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (31)$$

onde U_i é a variável normal reduzida de X_i com média nula e desvio padrão unitário.

No espaço de coordenadas normalizadas, define-se o índice de confiabilidade de Hasofer-Lind β_{HL} como a menor distância entre a origem do sistema de coordenadas até a curva de estado limite.

$$\beta_{HL} = \sqrt{(u^*)^T(u^*)} \quad (32)$$

sendo u^* o ponto de linearização na curva de estado limite onde $g(u^*) = 0$.

Retomando a equação (24), após a transformação do espaço X para U , tem-se:

$$Z = g(\mathbf{U}) \approx g(u^*) + \nabla g(u^*)(U - u^*) = \nabla g(u^*)(U - u^*) \quad (33)$$

A Figura 25 ilustra o efeito da transformação isoprobabilística das variáveis aleatórias do espaço físico X para o espaço normal reduzido U , também conhecida por transformação de Rosenblatt.

Figura 25 - Representação gráfica da transformação isoprobabilística de variáveis. (a) e (b) apresentam a função densidade de probabilidade no espaço de coordenadas físicas X e (c) e (d) a sua transformação para o espaço normal reduzido U

Fonte: Adaptado de Xiaoping (2005)

A Figura 25 (a) e a Figura 25 (b) apresentam a função densidade de probabilidade f_z no espaço de coordenadas físicas X . Após a transformação isoprobabilística, a função densidade de probabilidade será uma gaussiana reduzida como mostrado na Figura 25 (c) e Figura 25 (d).

A média da função $g(U)$ vale, portanto:

$$\mu_Z = -u^* \cdot \nabla g(u^*) \quad (34)$$

Similarmente, a variância da função $g(U)$ vale:

$$\sigma_Z^2 = \nabla g(u^*)^T \cdot \nabla g(u^*) = \|\nabla g(u^*)\|^2 \quad (35)$$

Portanto, o índice de confiabilidade β_{HL} é dado por:

$$\beta_{HL} = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{-u^* \cdot \nabla g(u^*)}{\|\nabla g(u^*)\|} \quad (36)$$

O índice β_{HL} é uma entidade escalar, consequência do produto de dois vetores de mesma dimensão.

Da expressão anterior, define-se o vetor de cossenos diretores da função $g(\cdot)$ calculada no ponto de linearização u^* .

$$\alpha = \frac{\nabla g(u^*)}{\|\nabla g(u^*)\|} \quad (37)$$

O ponto u^* da curva de estado limite que possui menor distância até a origem do espaço normal reduzido é, portanto, calculado como:

$$u_{HL}^* = -\beta_{HL} \cdot \alpha \quad (38)$$

Este ponto é chamado de "ponto de projeto" ou "ponto mais provável" (do inglês *Most Probable Point* - MPP). Este ponto é denotado pelo vetor x_{HL}^* no sistema de coordenadas físicas e u_{HL}^* no sistema de coordenadas normalizado. A Figura 26 ilustra o sistema de coordenadas U com a função de estado limite linearizada no ponto u_{HL}^* , assim como o vetor de cossenos diretores e o índice de confiabilidade β_{HL} .

Figura 26 - Representação gráfica do índice de confiabilidade β_{HL} e sua relação com o vetor de cossenos diretores

A probabilidade de falha é representada pelo volume da função conjunta de probabilidade de falha normal reduzida que se encontra na região de falha, indicada pela região hachurada na Figura 25 (d). Ainda assim, este cálculo pode ser difícil de ser executado, mas uma simplificação pode ser feita quando se nota que a maior parte do volume é proveniente da vizinhança do ponto MPP.

Assim, se uma reta tangente à curva de estado limite for traçada no ponto MPP, a probabilidade de falha é calculada seguindo a propriedade da distribuição normal reduzida: o volume fora da linha que cruza a distribuição a uma distância β da origem do espaço normal reduzido vale $\Phi(-\beta)$. Este resultado é verdadeiro para qualquer número de dimensões (quantidade de variáveis aleatórias), sendo que o termo "curva de estado limite" pode ser substituído por "hipersuperfície de estado limite", no espaço multidimensional (SUNDARARAJAN, 1995).

Quando a função de estado limite não é linear, o volume calculado com base na reta tangente em MPP não representa a probabilidade exata de falha, pois considera também o volume da distribuição que se encontra entre a reta tangente e a curva de falha (vide Figura 25 (d)). Trata-se de uma consideração assumida pela

aproximação da curva de falha através da série de Taylor de primeira ordem em torno do ponto MPP.

Os métodos FOSM e AFOSM apresentam resultados idênticos no caso das variáveis serem normalmente distribuídas e da função de estado limite ser linear.

O procedimento proposto por Hasofer e Lind (1974) pode ser sumarizado nas seguintes etapas:

1. Assumir um ponto inicial de minimização x_i^* , no espaço de coordenadas físico. Geralmente é dado pelas médias das variáveis aleatórias;
2. Para as variáveis aleatórias que não são modeladas pela distribuição Normal, é necessário determinar os parâmetros da distribuição normal equivalente. A transformação a seguir também é conhecida como método de Rackwitz-Fiessler devido à contribuição destes autores em 1978:

$$\Phi\left(\frac{X_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}\right) = F(X_i) \quad (39)$$

$$\phi\left(\frac{X_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}\right) = f(X_i) \quad (40)$$

$$\mu_X^N = x^* - \Phi^{-1}(F_X(x^*)) \cdot \sigma_X^N \quad (41)$$

$$\sigma_X^N = \frac{\Phi^{-1}(F_X(x^*))}{f_X(x^*)} \quad (42)$$

3. Calcular a equivalente variável u^* no espaço normalizado padrão para o ponto de minimização x^* escolhido (transformação de Rosenblatt):

$$u_i^* = \mu_{X_i} + x_i^* \cdot \sigma_{X_i} \quad (43)$$

4. Calcular o gradiente de $g(U)$ segundo a equação (25) no ponto $u^{*(n)}$. O índice (n) se refere à iteração n do método;
5. Determinar o vetor α dos cossenos diretores através da equação (37);
6. De acordo com a equação (38), escrever o ponto $u^{*(n+1)}$ em função de β_{n+1}

$$u^{*(n+1)} = -\beta_{n+1} \cdot \alpha \quad (44)$$

7. Substituir o ponto $u^{*(n+1)}$ na equação de estado limite $g(U) = 0$ e determinar β^{n+1} ;
8. Utilizando o valor calculado de β^{n+1} , calcular o ponto $u^{*(n+1)}$ e seu correspondente $x^{*(n+1)}$ no espaço de coordenadas físico;
9. Se houver convergência em $u^{*(n+1)}$, este será o ponto de linearização u_{HL}^* com menor distância até o centro do sistema de coordenadas. A distância β^{n+1} será então o índice de confiabilidade de Hasofer-Lind β_{HL} . Se não houver convergência, considerar este novo ponto $x^{*(n+1)}$ como ponto de minimização e repetir passos 2 a 8;
10. A probabilidade de falha é calculada segundo a seguinte relação:

$$P_{falha} = \Phi(-\beta_{HL}) \quad (45)$$

Através deste método, é possível estimar a probabilidade de falha em um determinado cenário de solicitação e resistência, e também é possível estimar coeficientes de segurança parciais (ou seja, individuais para cada variável aleatória do modelo) que combinados resultam na confiabilidade da estrutura (AYYUB; MCCUEN, 2011).

2.4.3.3.3 Second Order Reliability Method (SORM)

Como o próprio nome indica, o método SORM segue o mesmo conceito apresentado no método FORM, mas se diferencia ao aproximar a função $g(X)$ pela Série de Taylor de segunda ordem. A função quadrática tende a aderir com maior precisão à função de estado limite quando esta não apresenta linearidade. Esta

melhoria em precisão, no entanto, traz consigo uma maior complexidade de modelagem e maior esforço computacional na simulação numérica.

A Figura 27 ilustra a aproximação da função de estado limite por uma equação de primeira ordem (FORM) e uma função de segunda ordem (SORM). Como a probabilidade de falha é dada pelo volume da função densidade conjunta de probabilidade $f_{u_1, u_2, \dots, u_n}(u_1, u_2, \dots, u_n)$ que ultrapassa a função de aproximação por Série de Taylor, visualmente é possível concluir que o método SORM estimará a probabilidade de falha com maior precisão que o método FORM, ou seja, calculará com maior precisão o volume da PDF $f_{u_1, u_2, \dots, u_n}(u_1, u_2, \dots, u_n)$ que está além da função de estado limite.

Figura 27 - Diferença de aproximação de primeira e segunda ordem da função de desempenho

Fonte: Xiaoping (2005)

Para baixos valores de probabilidade de falha, o volume da PDF $f_{u_1, u_2, \dots, u_n}(u_1, u_2, \dots, u_n)$ será baixo de maneira que os erros cometido por FORM e SORM serão razoavelmente similares e ambos desprezíveis. O trabalho de Xiaoping (2005) apresenta resultados de cálculo da confiabilidade por métodos FORM, SORM e simulação de Monte Carlo. Em um cenário no qual a probabilidade de falha é da ordem de 10^{-4} , o erro entre o método FORM e SORM foi de 1%. Além disso, do ponto de vista de esforço computacional, o método SORM onerou cerca de 6 vezes mais do que o método FORM.

2.4.4 Cossenos diretores e sensibilidade

Segundo Hohenbichler e Rackwitz (1986 apud Melchers, 1999), os cossenos diretores dados pela equação (37) representam a sensibilidade da função de estado limite com relação às variações da variável x e este conceito possui grande aplicação no estudo da confiabilidade estrutural.

Por se tratar de um cosseno, os valores desta grandeza variam de -1 a 1. Valores negativos representam variáveis de caráter de solicitação, e o seu aumento acarreta em uma diminuição da confiabilidade. Por outro lado, valores positivos do cosseno diretor são relacionados às variáveis de resistência, sendo que o seu aumento acarreta em um aumento na confiabilidade.

Em valores absolutos, as variáveis que possuem cossenos diretores mais próximos da unidade são aquelas às quais a sensibilidade é mais alta com relação à confiabilidade. Pequenas flutuações destas variáveis levam a uma grande variação da confiabilidade. Similarmente, as variáveis que possuem cossenos diretores mais próximos de zero são aquelas que possuem baixa sensibilidade, e sua influência na confiabilidade é tão baixa que podem inclusive ser tratadas como variáveis determinísticas.

A norma ISO2394 (2015) sugere como referência que os parâmetros de resistência dominantes possuam cossenos diretores maiores que 0,8, enquanto os parâmetros de carga dominantes possuem cossenos diretores menores que -0,7. Por serem fatores trigonométricos, a soma dos quadrados dos cossenos diretores de cada variável aleatória resultam na unidade. Assim, este valor também pode ser utilizado para representar a importância relativa de cada variável na contribuição da falha.

2.4.5 Fatores de segurança

2.4.5.1 Fator de segurança central

É usual utilizar fator de segurança durante a concepção de um sistema estrutural. Tradicionalmente, os fatores de segurança utilizados são os chamados fatores de segurança central, que relacionam os valores médios de solicitação e resistência. O fator de segurança central é dado por:

$$\gamma_0 = \frac{\mu_R}{\mu_S} \quad (46)$$

onde γ_0 é o coeficiente de segurança central, μ_R é o valor médio da resistência e μ_S é o valor médio da solicitação.

Em situações de dimensionamento determinístico do sistema, este fator é calculado com os valores nominais das variáveis, sem considerar possíveis impactos da variabilidade das variáveis.

Para ilustrar este efeito, pode-se observar um caso particular no qual a função de desempenho é linear do tipo $Z = R - S$ e as variáveis de solicitação e resistência são normalmente distribuídas. Retomando as equações (20) e (21), a probabilidade de falha é dada por:

$$P_{falha} = \Phi(-\beta) = \Phi\left(-\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)}}\right) \quad (47)$$

Em função dos coeficientes de variação cov_R e cov_S , tem-se:

$$P_{falha} = \Phi(-\beta) = \Phi\left(-\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{(cov_R^2 \cdot \mu_R^2 + cov_S^2 \cdot \mu_S^2)}}\right) \quad (48)$$

A Tabela 7 mostra o resultado da aplicação da equação anterior para diferentes situações de solicitação e resistência, e o valor calculado do fator de segurança central conforme equação (46).

Tabela 7 - Fator de segurança central e probabilidade de falha para cenários de solicitação e resistência

μ_R	COV	μ_s	COV	P_{falha}	Y_0
50	0,1	20	0,2	1,3E-08	2,50
50	0,2	20	0,2	2,7E-03	2,50
50	0,3	20	0,3	3,2E-02	2,50
50	0,5	20	0,5	1,3E-01	2,50
50	0,4	10	0,4	2,5E-02	5,00
50	0,1	40	0,1	5,9E-02	1,25
25	0,1	20	0,1	5,9E-02	1,25

Através da tabela anterior, é possível notar alguns pontos importantes:

- A variabilidade da solicitação e resistência possui grande impacto na probabilidade de falha, mesmo quando se mantêm constantes as médias destas variáveis;
- O fator de segurança central não é alterado quando se varia o coeficiente de variação das variáveis;
- Altos valores de coeficiente de segurança central não implicam necessariamente em baixa probabilidade de falha.

Portanto, o fator de segurança central, usualmente utilizado em ambientes de projeto, não reflete o impacto na confiabilidade devido à variabilidade da solicitação e resistência.

2.4.5.2 Fator de segurança parcial

Fatores de segurança parciais são aqueles que, quando multiplicados pelas variáveis básicas de solicitação e resistência, garantem um índice de confiabilidade β (MANSOUR, 1989). Estes fatores são geralmente multiplicados pelos valores médios das variáveis, e, portanto, pode-se escrever:

$$g(\gamma_{x_1} \mu_{x_1}, \gamma_{x_2} \mu_{x_2} \dots, \gamma_{x_n} \mu_{x_n}) = 0 \quad (49)$$

onde:

γ_{x_i} é o fator de segurança parcial da variável x_i e μ_{x_i} é o valor médio da variável x_i .

Assim sendo, o fator de segurança mede a razão entre o ponto de projeto x_{HL}^* que está na curva de falha, com relação a um valor de referência de x_i . Geralmente se utiliza a média da variável como valor de referência, portanto o fator de segurança é definido como:

$$\gamma_{x_i} = \frac{x_{HL}^*}{\mu_{x_i}} \quad (50)$$

Uma vez calculados, estes fatores de segurança podem ser usados para calibrar os parâmetros de solicitação e resistência, mantendo a confiabilidade requerida do sistema estrutural. Os trabalhos de Jallouf et al. (2015) e Maljaars, Steenbergen, e Vrouwenvelder (2012) mostram a aplicação do fator de segurança parcial em uma análise de confiabilidade estrutural.

2.5 OTIMIZAÇÃO DE RISCO BASEADA EM CONFIABILIDADE

No cenário atual da Engenharia de projeto observa-se uma necessidade crescente de aumento da eficiência e diminuição dos custos do produto. No âmbito do projeto de estruturas mecânicas, é possível notar uma tendência tecnológica de diminuição de custos, seja pelo projeto de uma estrutura mais leve ou pelo uso mais eficiente de processos fabris. A otimização da estrutura, no entanto, não deve permitir o aumento da fragilidade do sistema. Níveis adequados de confiabilidade devem ser mantidos durante a busca pela otimização estrutural.

O objetivo da otimização de risco baseada em confiabilidade para sistemas estruturais é identificar um ponto ótimo que maximiza a eficiência do sistema, em termos de dimensão, massa e custo, enquanto minimiza o risco relacionado às perdas esperadas em caso de falha. Através do método de otimização de risco baseado em confiabilidade, pretende-se encontrar equilíbrio entre economia e confiabilidade, garantindo um limite máximo aceitável de probabilidade de falha de acordo com a aceitabilidade de risco associado aos modos de falha da estrutura.

2.5.1 Tipos de otimização estrutural

No âmbito da otimização estrutural, três tipos de cenários podem ser categorizados, dependendo da natureza das variáveis de projeto, e são ilustrados na Figura 28.

A otimização dimensional, visto na Figura 28 (a) é utilizada quando a arquitetura e a forma dos membros estruturais já estão definidas, e as variáveis a serem otimizadas são de natureza dimensional. A otimização de forma, visto na Figura 28 (b), surge quando a arquitetura do sistema está definida, porém deseja-se controlar o contorno dos membros estruturais. Neste caso, a localização dos membros já é definida no projeto, e deseja-se otimizar sua forma. Por fim, a otimização topológica, visto na Figura 28 (c), foca no controle da arquitetura e da conectividade dos membros estruturais do sistema. Neste caso, há a liberdade de alteração da quantidade de componentes, sua localização e interface com outros membros (GHABRAIE, 2012).

Figura 28 – Tipos de otimização estrutural. (a) Otimização dimensional, (b) otimização de forma e (c) otimização topológica

Fonte: Ghabraie (2012)

De maneira geral, o processo completo de otimização inicia-se pela topológica, em seguida a de forma, finalizando com a otimização dimensional. Este trabalho de pesquisa foca somente no processo de otimização dimensional, que já considera definida a arquitetura e forma dos componentes estruturais.

O trabalho de Beck e Gomes (2011) apresenta três métodos de otimização estrutural: Otimização Determinística de Projeto (em inglês *Deterministic Design Optimization* – DDO), Otimização de Projeto Baseado em Confiabilidade (em inglês *Reliability Based Design Optimization* – RBDO) e Otimização de Risco Baseada em Confiabilidade (em inglês *Reliability Based Risk Optimization* – RBRO). Estes três métodos também foram estudados no trabalho de pesquisa de Gomes (2010).

Para mais detalhes sobre o tema de otimização estrutural com base em confiabilidade, sugere-se a leitura de Tsompanakis, Lagaros e Papadrakakis (2008).

2.5.1.1 Otimização Determinística de Projeto (DDO)

O método DDO permite encontrar a configuração ideal da estrutura com relação ao seu comportamento mecânico. Como o próprio nome diz, este método considera as variáveis de projeto como determinísticas, e potenciais incertezas são consideradas de maneira implícita através dos coeficientes de segurança, definidos por normas, instruções ou regulamentações. Considerando z como o conjunto de variáveis que definem o sistema estrutural, uma formulação típica de DDO é:

Encontrar: z

que minimize: Custo de Fabricação (z), Massa (z)

sujeito a: $\sigma(z) < \sigma_{esc}$

Esta formulação permite encontrar as dimensões ótimas da estrutura, porém peca em relacionar as incertezas e também o custo de uma eventual falha estrutural.

Conforme observado por Gomes (2010), este tipo de otimização pode comprometer a segurança do sistema estrutural, quando comparada à estrutura não otimizada, pois a otimização garante o ponto ótimo de cada membro do sistema mas pode não garantir o comportamento do sistema como um todo em caso de falha de algum componente.

2.5.1.2 Otimização de Projeto Baseado em Confiabilidade (RBDO)

O método RBDO complementa o método DDO e acrescenta a variável de incerteza na análise de otimização. Consequentemente, a confiabilidade da estrutura se torna uma restrição, que indiretamente já inclui a restrição definida pela função de estado limite da estrutura. Através da otimização por RBDO, a estrutura possuirá uma configuração ótima do ponto de vista mecânico, garantindo também um nível de confiabilidade dentro do requisitado.

Ainda assim, este método não leva em conta a consequência de uma falha estrutural. O balanço entre custo estrutural e confiabilidade não é avaliado, pois a probabilidade de falha é uma restrição, e não uma variável de otimização (BECK; GOMES, 2011). Uma formulação típica de RBDO é:

Encontrar: z

que minimize: Custo de Fabricação (z), Massa (z)

sujeito a: $P_{falha}(z) < P_{falhamax}$

2.5.1.3 Otimização de Risco Baseada em Confiabilidade (RBRO)

A forma de analisar concomitantemente a otimização da estrutura do ponto de vista econômico e mecânico é feita através do método RBRO, que considera o custo esperado da falha da estrutura como uma variável de otimização. A função de minimização agora se torna o custo total da estrutural conforme apresentado na seção 2.5.2.

Se a falha da estrutura envolve consequências severas como perda de vidas humanas ou impacto ambiental, é comum que a função de otimização tenha como restrição uma probabilidade máxima de falha.

Assim, este método de otimização envolve o controle das variáveis de probabilidade de falha e/ou custo esperado de falha. Uma formulação típica de RBRO é:

Encontrar: z e P_{falha}

que minimize: Custo Total (z)

sujeito a: $P_{falha}(z) < P_{falhamax}$

A Figura 29, extraída de Beck e Gomes (2011), ilustra como os métodos supracitados se relacionam e se complementam.

Figura 29 – Possíveis formulações de otimização estrutural e suas relações

Fonte: Beck e Gomes (2011)

Assim, nas formulações DDO, RBDO e RBRO, apresentadas no trabalho de Beck e Gomes (2011), é possível observar que estes métodos gradativamente acrescentam variáveis que possibilitam a otimização em um escopo mais abrangente.

O método RBDO é mais comumente encontrado nas pesquisas recentes sobre o tema. O trabalho de Lee et al. (2014) comparou o método DDO e RBDO no projeto do tubo de transição entre uma torre eólica *offshore* e o pilar fixo subterrâneo. Neste trabalho a variável de minimização foi a massa da peça, e tomou a probabilidade de falha como restrição de projeto. Similarmente, o trabalho de Yang et al. (2015) estudou a otimização de massa do suporte tripé de uma turbina eólica *offshore*, tendo a confiabilidade como restrição. O trabalho de Li e Hu (2014), no entanto, trabalhou com a otimização de risco (RBRO) para edifícios altos sujeitos a cargas de vento. Neste trabalho, o custo da estrutura é a variável de otimização.

Nos trabalhos de Lee et al. (2014) e Yang et al. (2015), a técnica RBDO utilizada não considerou os efeitos da falha na variável de otimização. Minimizar a massa de um sistema estrutural não necessariamente minimiza o custo total esperado da estrutura, como será visto na seção 2.5.2, pois a probabilidade de falha influencia no custo esperado de falha do sistema.

O método RBRO complementa e engloba os demais, mostrando ser uma formulação consistente e alinhada com o objetivo do presente trabalho de pesquisa. Foi possível observar, através da pesquisa bibliográfica, que os métodos RBDO são mais comumente utilizados, sendo a massa total da estrutura o enfoque da otimização. No entanto, para grandes estruturas cuja falha possui impactos econômicos e de segurança, o custo estrutural deve ser a variável de interesse, considerando também o custo potencial da falha. Assim, para este trabalho, o método de otimização de risco baseada em confiabilidade (RBRO) se mostra mais adequado e será o método utilizado no processo apresentado nesta dissertação.

2.5.2 Custo esperado total de um sistema estrutural

Existem na literatura diversas pesquisas referentes à estimativa de custo de um sistema estrutural. Alguns exemplos são abordados por Soltani e Corotis (1988), Aktas, Moses e Ghosn (2001) e também nos trabalhos de pesquisa de Gomes (2010) e Verzenhassi (2008). O custo total de uma estrutura pode ser visto como a composição dos seguintes custos:

- Custos iniciais;
- Custos de operação;
- Custos de manutenção;
- Custos esperados de falha.

Os custos iniciais englobam recursos de engenharia, material e fabricação do sistema, assim como o projeto da estrutura e o processo de manufatura, e são diretamente proporcionais à complexidade da estrutura. Custos de operação estão relacionados à demanda de energia durante a operação do sistema. Custos de manutenção dizem respeito às ações de inspeção e intervenção periódica no sistema. Por fim, os custos esperados de falha estão relacionados com a consequência potencial em caso de falha da estrutura.

O custo esperado de falha inclui custos de reparo, substituição de componentes ou reconstrução do sistema, assim como custos indiretos relacionados à perda de produção, multas e indenizações, entre outros. Cada modo de falha da estrutura possui uma probabilidade de falha associada e pode gerar um custo distinto, portanto o custo esperado de falha leva em consideração, para cada modo de falha, a consequência e probabilidade de sua ocorrência.

Seja um vetor X que caracterize o sistema estrutural. Este vetor possui variáveis determinísticas e aleatórias, que descrevem as características de geometria, resistência, solicitação, coeficientes de segurança, parâmetros de manutenção e fatores humanos. O custo total da estrutura pode ser então escrito como:

$$\begin{aligned}
 \text{Custo esperado total } (X) &= \text{custo inicial}(X) + \text{custo de operação}(X) \\
 &+ \text{custo de manutenção}(X) \\
 &+ \sum_{i=1}^{\# \text{ modos de falha}} \text{custo de falha}_i(X) \cdot P_{\text{falha}_i}(X)
 \end{aligned} \tag{51}$$

Em termos gráficos, os custos de um sistema estrutural em função do seu nível de segurança podem ser representados como na Figura 30.

Figura 30 - Relação entre nível de segurança e custos relacionado à estrutura

Fonte: Adaptado de Verzenhassi (2008)

Observa-se que o aumento do nível de segurança da estrutura afeta diretamente o comportamento das parcelas de custo. O aumento no nível de segurança acarreta no aumento dos custos iniciais do projeto, uma vez que mais recursos de engenharia e fabricação são gastos para projetar um sistema mais robusto com a segurança requerida. Custos de operação também tendem a aumentar, uma vez que estruturas mais robustas demandam mais energia para operação. De maneira similar, custos de manutenção aumentam com o incremento do nível de segurança, já que estruturas redundantes e mais complexas exigem maior esforço de manutenção em termos de mão-de-obra e equipamentos.

No entanto, o aumento do nível de segurança da estrutura leva à uma diminuição dos custos esperados de falha, já que este é calculado como o produto entre a probabilidade de falha e o custo de sua consequência.

Assim, torna-se necessário estabelecer valores ideais dos parâmetros da estrutura que minimizam o custo, mas garantem a probabilidade de falha num nível aceitável. No cômputo geral, o custo total da estrutura tende a possuir um ponto de mínimo, no qual existe um equilíbrio entre a economia e a confiabilidade.

2.5.3 Custo de falha de um sistema estrutural

O JCSS (2001) propõe uma classificação da estrutura baseada em classes de consequência que se relaciona ao custo de falha esperado. Cada classe se relaciona a um intervalo da grandeza ρ , que é definido como a razão entre o custo total (custos de construção mais custos diretos de falha) e os custos de construção.

$$\rho = \frac{\text{custo de construção} + \text{custo de falha}}{\text{custo de construção}} \quad (52)$$

As classes propostas por JCSS estão apresentadas na Tabela 8.

Tabela 8 - Classes de consequência e valores típicos de ρ

Classe	Descrição	Valor típico de ρ
Classe 1 - Consequências Leves	Risco à vida é baixo e desprezível. Consequências econômicas são baixas ou desprezíveis.	$\rho < 2$
Classe 2 - Consequências Moderadas	Risco à vida é médio. Consequências econômicas são consideráveis.	$2 < \rho < 5$
Classe 3 - Consequências Graves	Risco à vida é alto. Consequências econômicas são significativas.	$5 < \rho < 10$

Se ρ é maior do que 10 as consequências da falha são extremas e uma análise mais detalhada deve ser feita antes da construção da estrutura. É possível concluir que a estrutura não deva ser construída.

Quando a falha estrutural envolve vidas humanas, deve-se encontrar uma maneira adicional de contabilizar estas perdas na análise de risco. De fato, a literatura apresenta algumas formas de quantificar este risco, sendo uma das mais conhecidas o critério do índice de qualidade de vida (do inglês, *Life Quality Index Criterion*), apresentado por Nathwani, Lind e Pandey (1997), futuramente desenvolvido por Rackwitz (2002) e também descrito na norma ISO2394 (2015).

O índice de qualidade de vida é um indicador social função de três variáveis:

- g : Produto interno bruto per capita anual;
- e : Expectativa de vida;
- w : Fração do tempo de vida humana gasto em atividade econômica.

O índice é então definido como:

$$L = g^w \cdot e^{1-w} \quad (53)$$

Em países industrializados, o fator w varia entre 10 e 15% do fator e .

O critério do índice de qualidade de vida implica que uma opção é aceitável caso a variação do seu índice de qualidade de vida seja positiva. Por exemplo, o desenvolvimento de uma medida adicional de segurança gera uma redução do produto interno bruto em Δg , porém aumenta a expectativa de vida em Δe . A medida deve ser implantada caso

$$\frac{\Delta e}{e} + \frac{\Delta g}{g} \cdot \frac{w}{1-w} > 0 \quad (54)$$

A expressão anterior é proveniente da diferenciação da expressão que define L e igualando ΔL a 0.

Assim, o critério do índice de qualidade de vida é um critério de custo-benefício expresso em termos de ganho marginal.

Quando a desigualdade anterior se torna uma igualdade, o ponto encontrado é o ótimo, no qual a implantação da medida de segurança simplesmente mantém o índice de qualidade de vida.

Um aumento na segurança implica em redução de mortes, ou aumento da expectativa de vida. Assumindo a hipótese que a vida restante de um indivíduo arbitrário na população em um dado instante de tempo seja igual à metade da expectativa de vida, tem-se que $\Delta e = e/2$.

De acordo com a igualdade do critério do índice de qualidade de vida, o limite máximo de redução do produto interno bruto vale:

$$|\Delta g|_{\text{máx}} = \frac{g}{e} \cdot \frac{1-w}{w} \cdot \Delta e = \frac{g}{2} \cdot \frac{1-w}{w} \quad (55)$$

A grandeza $|\Delta g|_{\text{máx}}$ é interpretada como o custo anual ótimo aceitável por vida salva. Para estimar o custo total ótimo por vida salva basta multiplicar $|\Delta g|_{\text{máx}}$ pela expectativa de vida restante Δe .

Assim, define-se o Custo Implícito de Prevenção de Fatalidade (do inglês *Implied Cost of Averting a Fatality* - ICAF):

$$ICAF = |\Delta g|_{\max} \cdot \Delta e = \frac{g \cdot e}{4} \cdot \frac{1 - w}{w} \quad (56)$$

Segundo dados do IBGE de 2014, a expectativa de vida do brasileiro é de 75,2 anos. Além disso, o PIB per capita brasileiro vale, de acordo com dados de 2015, R\$28.876,00. Assim, considerando o fator w como 12%, baseado em Rackwitz (2001), tem-se que a estimativa do ICAF brasileiro vale:

$$ICAF_{BR} = \frac{28.876 \cdot 75,2}{4} \cdot \frac{1 - 0,12}{0,12} \sim R\$3.981.038,00 \quad (57)$$

É importante ressaltar que o valor do ICAF não deve ser tomado como o valor da vida humana, cujo valor não pode ser definido. O ICAF é um número que representa o quanto a sociedade está disposta a pagar para prevenir fatalidades de acordo com a realidade socioeconômica do país. Este indicador é utilizado como um número fictício na análise de risco para auxiliar a tomada de decisão. (RACKWITZ, 2001)

No entanto, com o intuito de refletir a perda de vida humana e as perdas econômicas devido à falha estrutural no cálculo de custo estrutural, é possível assumir que o custo de falha C_f vale: (JCSS, 2001) (RACKWITZ, 2001)

$$\begin{aligned} C_f &= P_{falha} \cdot (C_{eco} + C_{hum}) \\ &= P_{falha} \cdot [(\rho - 1) \cdot C_i + ICAF \cdot N_{fat}] \end{aligned} \quad (58)$$

onde:

P_{falha} = probabilidade de falha

C_{eco} = Custo de perdas econômicas = $(\rho - 1) \cdot C_i$

C_{hum} = Custo de perdas de vidas = $ICAF \cdot N_f$

ρ = fator relacionado à classe de consequência da estrutura

C_i = Custo inicial de construção

ICAF = Custo Implícito de Prevenção de Fatalidade

N_{fat} = Número de potenciais mortes em caso de falha estrutural

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Esta seção apresenta a metodologia, as entradas, hipóteses e atividades que foram executadas durante o trabalho de pesquisa.

De maneira ilustrativa, o processo visa aplicar os fundamentos teóricos anteriormente apresentados no seguinte processo:

- **Análise de Risco:** Identifica, no sistema, o componente crítico e a confiabilidade requerida para o mesmo;
- **Análise de Mecânica da Fratura:** Identifica, para o componente crítico, o perfil de solicitação atuante e resistência, formulando o fator intensificador de tensão atuante ΔK e a expressão do crescimento de trinca;
- **Análise de Confiabilidade:** Estima, com base na modelagem probabilística de solicitação e resistência, a confiabilidade do componente crítico em função do tempo;
- **Otimização estrutural:** Identifica potencial necessidade de otimização dimensional do componente crítico e define dimensão ótima que minimiza o custo estrutural e maximiza a confiabilidade.

Figura 31 – Macroprocesso para avaliação probabilística de integridade estrutural aplicado à otimização dimensional

A próxima seção detalhará cada etapa do processo apresentado.

3.1 FLUXOGRAMA DO PROCESSO

Esta seção apresentará as atividades que foram conduzidas para aplicar os fundamentos teóricos apresentados anteriormente no processo de avaliação estrutural e otimização dimensional com base em confiabilidade. A Figura 32 mostra, para cada etapa do macro processo apresentado, as atividades relacionadas e suas respectivas entradas e saídas esperadas. As seções seguintes detalham a metodologia e procedimento de execução de cada etapa do processo apresentado.

As simulações numéricas e o algoritmo utilizado para execução deste processo são apresentados na seção 3.3. Os resultados das simulações realizadas são apresentados na seção 4.

Figura 32 – Processo para avaliação de integridade estrutural com base em confiabilidade aplicado à otimização dimensional de elementos estruturais

3.2 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS

3.2.1 Identificação de componente crítico

A análise probabilística de risco deve ser feita no sistema estrutural completo, seguindo os conceitos apresentado na seção 2.1. Para identificar os potenciais perigos provenientes da estrutura, uma análise PHA é feita seguindo o modelo indicado na Tabela 9, baseado em Kumamoto e Henley (2000).

Tabela 9 - Modelo para análise preliminar de perigos (PHA)

Elemento Perigoso	Evento ativador - Causa da Condição Perigosa	Condição Perigosa	Evento ativador - Causa do Potencial Acidente	Acidente	Efeito	Severidade	Ações de mitigação de risco
Elemento ou função do sistema que apresenta perigo.	Eventos como falhas, erros de projeto, manutenção incorreta ou outro evento que transforma e potencializa o elemento perigoso identificado.	Condição que resulta da interação do sistema e elemento perigoso.	Evento indesejado que transforma a condição perigosa em um potencial acidente.	Potencial acidente causado pela condição perigosa.	Potenciais efeitos do acidente após sua ocorrência.	Medida da gravidade do efeito identificado quando da ocorrência do acidente.	Medidas recomendadas de prevenção para eliminar ou controlar a condição perigosa e/ou acidente potencial.

Uma vez identificados os perigos inerentes do sistema estrutural, é necessário detalhar qual componente está mais relacionado com a causa da condição perigosa. A Análise de Modos, Efeitos e Criticidade de Falha (FMECA) é uma análise indutiva (dos níveis mais baixos até o nível mais alto) que detalha, de maneira sistemática, componente a componente, todos os seus possíveis modos de falha e analisa seus efeitos no sistema como um todo. O objetivo principal da análise FMECA é identificar modos de falhas únicos que podem, por si só, causar a condição perigosa identificada no PHA. Instanciando para o escopo deste trabalho, a análise FMECA do sistema estrutural busca identificar elementos estruturais cujas falhas podem levar diretamente à condição perigosa. Recomenda-se estruturar a análise conforme indicado na Tabela 10.

Tabela 10 - Modelo para análise FMECA

Item	Modo de Falha	Causa da Falha	Possíveis efeitos	Potencial acidente	Ocorrência	Severidade	Ações de mitigação de risco
Elemento do sistema em análise.	Mecanismo pelo qual o componente estudado pode falhar.	Possíveis causas técnicas ou operacionais que causam a falha do item pelo modo de falha identificado.	Efeitos do modo de falha nos níveis do componente, subsistema e sistema completo.	Potencial acidente causado pela falha do elemento analisado.	Medida qualitativa ou quantitativa da ocorrência do modo de falha.	Medida da gravidade do efeito identificado quando da ocorrência do acidente.	Medidas recomendadas de prevenção para eliminar ou controlar o modo de falha identificado.

Aplicando, por exemplo, a ferramenta de análise FMECA no sistema estrutural da Figura 33 (a) conclui-se que a falha de qualquer dos seus componentes, 1 a 4, levará à falha do sistema completo, sendo, portanto um sistema com arquitetura de elementos em série. A mesma análise FMECA aplicada ao sistema da Figura 33 (b) não encontrará componentes críticos, já que a falha individual de qualquer componente, 1 a 5, não levará à falha do sistema completo. No entanto, neste caso, o sistema falhará quando qualquer combinação de duas falhas ocorrer. Assim, como resultado da análise de falha, é possível identificar, nos exemplos apresentados na Figura 33, os componentes ou conjunto de componentes que são críticos para a integridade do sistema estrutural, os quais estão apresentados na Tabela 11.

Figura 33 – Exemplo de sistemas estruturais com arquitetura de falha em série e paralelo. (a) Sistema com arquitetura série cuja falha depende de ao menos uma falha de seus componentes. (b) Sistema com arquitetura paralelo cuja falha depende de ao menos duas falhas independentes de seus componentes

Tabela 11 - Exemplo de identificação de componentes ou conjuntos críticos após análise de falha

Sistema	Componentes / Conjuntos críticos
Sistema A	1
	2
	3
	4
Sistema B	1-2
	1-3
	1-4
	1-5
	2-3
	2-4
	2-5
	3-4
	3-5
	4-5

Após a identificação do componente ou conjunto crítico no sistema estrutural, é necessário então alocar uma confiabilidade mínima requerida em função do risco aceitável.

3.2.2 Alocação de confiabilidade

No escopo deste trabalho, a análise de risco é utilizada com o intuito de atribuir a confiabilidade mínima requerida para o componente ou conjunto crítico identificado nas análises de falha que resulte em um risco aceitável. Para isso, utilizam-se os critérios e categorias de risco definidos em projeto como, por exemplo, os apresentados na seção 2.1.

A Figura 34 ilustra as etapas de alocação de confiabilidade baseando-se em uma matriz de risco exemplo. Com base na categoria de severidade definida para o componente ou conjunto crítico do sistema (passo 1), e para um dado risco aceitável em projeto (passo 2), define-se uma máxima frequência de ocorrência de falha que garante o risco definido (passo 3).

Figura 34 – Exemplo de alocação de confiabilidade em função da análise de risco do sistema estrutural

Frequência	Frequente	Indesejável	Intolerável	Intolerável	Intolerável
	Provável	Tolerável	Indesejável	Intolerável	Intolerável
	Ocasional	Tolerável	Indesejável	Indesejável	Intolerável
	Remota	Desprezível	Tolerável	Indesejável	Indesejável
	Improvável	Desprezível	Desprezível	Tolerável	Tolerável
	Inacreditável	Desprezível	Desprezível	Desprezível	Desprezível
		Insignificante	Marginal	Crítico	Catastrófico
		Severidade			

1 Definição da severidade da falha do componente / conjunto crítico
 2 Definição do risco aceitável para falha
 3 Alocação da frequência máxima aceitável de falha em função do risco

Caso a arquitetura do sistema estrutural possua elos do tipo série, como, por exemplo, o sistema da Figura 33 (a), para o qual a falha de um elemento estrutural leva à falha do sistema completo, a confiabilidade alocada pelo método visto anteriormente estará diretamente relacionada ao elemento estrutural crítico, e pode-se partir então para a análise de confiabilidade que será detalhada nas próximas seções.

Caso a arquitetura do sistema estrutura possua elos do tipo paralelo, como, por exemplo, o sistema da Figura 33 (b), para o qual a falha do sistema completo é dada pela combinação de duas ou mais falhas, a confiabilidade alocada pelo método visto anteriormente estará associada à falha de um conjunto de elementos críticos, e portanto uma análise complementar deve ser feita para alocar a confiabilidade do conjunto para os elementos que o consistem.

Uma ferramenta de análise usualmente utilizada para alocação de confiabilidade é a Análise por Árvore de Falha (FTA), que consiste em uma análise gráfica dedutiva (do nível mais alto para os níveis mais baixos) e permite identificar, para um dado evento topo, a relação causal entre eventos físicos, humanos e ambientais que podem resultar na sua ocorrência. Esta relação causal é a associação de eventos através de portas lógicas que, após combinadas de maneira adequada, levam à ocorrência do evento topo.

Uma vez modelada a árvore e suas relações lógicas, é possível atribuir valores de probabilidade de falha para os elementos básicos a partir do valor de probabilidade do evento topo. A Figura 35 mostra um exemplo de modelo em FTA.

Figura 35 – Exemplo de análise por árvore de falha

No exemplo da Figura 35, o evento A ocorre quando B ou C ocorrer. O evento C, por sua vez, só ocorre caso D e E ocorrerem simultaneamente. Assim, uma vez definida a probabilidade de falha máxima tolerável para o evento A, é possível, através de uma análise FTA, alocar a probabilidade de falha admissível para os eventos B, C, D e E logicamente conectados a ele.

Como resultado desta etapa, o componente estrutural crítico do sistema é identificado, assim como sua probabilidade (ou taxa) de falha máxima em função de risco aceitável.

3.2.3 Modelagem do elemento estrutural e perfil da missão

A modelagem do elemento estrutural é feita basicamente por três etapas:

- Modelo da geometria do elemento estrutural;
- Modelo do perfil da missão do elemento estrutural;
- Definição da variável e domínio de otimização.

Uma vez identificado o componente estrutural crítico, é necessário criar um modelo de maneira a aproximá-lo de geometrias conhecidas cujo comportamento em cargas de fadiga já está equacionado. O Apêndice B apresenta alguns exemplos de geometrias padrão e seus modelos matemáticos de solicitação e resistência, baseados no equacionamento da norma BS7910 (2013).

O perfil da missão do componente estrutural consiste no conjunto de fatores que define as condições de uso em serviço, e inclui dados como cargas atuantes no componente, vida prevista em serviço, periodicidade de manutenção, entre outros fatores. Para analisar a carga atuante no componente, um diagrama de esforços pode ser feito, apresentando os tipos, durações e frequências dos esforços atuantes no componente.

Através do diagrama de esforços, é possível identificar a seção transversal crítica do componente estrutural, onde a tensão atuante é máxima. A Figura 36 mostra um exemplo de diagrama de esforços. Deve-se focar na seção transversal crítica do componente, que estará mais sujeita à falha estrutural. Os valores de sollicitação e resistência na seção transversal crítica serão utilizados na avaliação da confiabilidade.

Figura 36 – Exemplo de definição de cargas atuantes

Após a determinação dos esforços atuantes, é necessário também definir a vida esperada do componente, considerando possíveis manutenções, reparos ou substituições, além da quantidade de ciclos de carga esperados durante a vida útil. A escolha do material define os valores de resistência que serão utilizados na avaliação da integridade estrutural. Neste trabalho consideraram-se somente aços estruturais como o ASTM A36 ou SAE-AISI 1020.

Por fim, a partir da geometria modelo, é necessário definir qual é a variável de otimização a ser utilizada, como, por exemplo, a espessura de uma chapa ou o diâmetro de uma barra. Deve-se, então, definir o domínio de otimização, isto é, o intervalo de valores possíveis onde a otimização será estudada. Esta definição é importante para que reflita a situação real de projeto. Por exemplo: por questões de

mercado, chapas de aço são vendidas por dado fornecedor nas espessuras de 1mm a 10mm. Devido ao processo fabril deste fornecedor, as espessuras de chapas disponíveis neste intervalo são fabricadas em incrementos de 1mm.

Como resultado desta etapa, o elemento estrutural possuirá o modelo de perfil da missão, e a variável de otimização é definida em um domínio de aplicação.

3.2.4 Modelagem do crescimento de trinca

Esta seção visa apresentar o modelo utilizado para simular o crescimento de trinca no componente estrutural em função da carga aplicada e de seu perfil da missão e está dividida em:

- Modelo da taxa de crescimento de trinca;
- Modelo do fator intensificador de tensão ΔK_i ;
- Modelo do fator intensificador de tensão limite ΔK_{th} .

3.2.4.1 Modelo da taxa de crescimento de trinca

Para modelar a taxa de crescimento de trinca, levando em conta o efeito da tensão média como apresentado na seção 2.2.5, utiliza-se a Lei de Paris com o ajuste de Walker:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C}{(1 - R)^{m(1-\lambda)}} \cdot \Delta K^m = C_w \cdot \Delta K^m \quad (59)$$

onde C e m são os parâmetros de Paris, R é a razão entre σ_{min} e σ_{max} e λ é uma constante do material. Valores de λ para metais variam de 0,3 a 1, com um valor típico de 0,5. Valores baixos de λ indicam forte influência de R no comportamento do crescimento da trinca (STEPHENS et al., 2000). A constante λ da relação de Walker é admitida como 0,5 segundo sugerem Stephens et al. (2000).

Os valores de C e m podem ser encontrados através de resultados de ensaios de crescimento de trinca. Os valores destes parâmetros podem diferir em função do processo de fabricação e tratamento do material. De maneira genérica, Stephens et al. (2000) sugerem os valores para os parâmetros de Paris indicados na Tabela 12.

Tabela 12 - Valores dos parâmetros de Paris C e m para alguns metais

Material	m	C (m/ciclo)
Aços ferríticos-perlíticos	3	6,90E-12
Aços martensíticos	2,25	1,35E-10
Aços inoxidáveis austeníticos	3,25	5,60E-12
7075-T6 alumínio forjado	3,7	2,70E-11
A356-T6 alumínio fundido	11,2	1,50E-20
AZ91E-T6 magnésio fundido	3,2	1,00E-11
Ti-6-4 titânio recozido	3,2	2,30E-11
Ti-62222 titânio recozido	3,9	1,80E-10

Fonte: Stephens et al. (2000)

Por ser um modelo baseado em parâmetros empíricos como C e m , o modelo da Lei de Paris possui um grau de incerteza associado ao crescimento de trinca. No entanto, neste trabalho de pesquisa, considerou-se os parâmetros de Paris como determinísticos, uma vez que o interesse do trabalho de pesquisa reside em avaliar a sensibilidade das variáveis de solicitação e resistência na probabilidade de falha medida na curva FAD. A variabilidade do crescimento de trinca foi assumida como função do tamanho inicial da trinca, cujo modelo é descrito na seção 3.2.6.3.

3.2.4.2 Modelo do fator intensificador de tensão ΔK_I

Um dos principais elementos da Lei de Paris é o fator intensificador de tensão ΔK_I , que depende do tamanho e localização do defeito, assim como geometria do componente e tensão aplicada. De maneira a padronizar a modelagem de ΔK_I , adotou-se a referência da norma BS7910 (2013), que modela o termo $(Y \cdot \Delta\sigma)$ da equação (2) da seguinte maneira:

$$(Y \cdot \Delta\sigma) = M \cdot f_W \cdot \{k_{tm} \cdot M_{km} \cdot M_m \cdot \Delta\sigma_m + k_{tb} \cdot M_{kb} \cdot M_b \cdot [\Delta\sigma_b + (k_m - 1) \cdot \Delta\sigma_m]\} \quad (60)$$

onde:

M é o fator de correção de abaulamento;

f_W é o fator de correção de largura finita;

k_{tm} é o fator de concentração de tensão de membrana devido à descontinuidades de geometria;

M_{km} é o fator de intensificação de tensão de membrana quando o defeito está em região de concentração de tensão local;

M_m é o fator de intensificação de tensão de membrana devido à geometria e localização do defeito;

$\Delta\sigma_m$ é a amplitude da carga cíclica de membrana aplicada;

k_{tb} é o fator de concentração de tensão de flexão devido à descontinuidades de geometria;

M_{kb} é o fator de intensificação de tensão de flexão quando o defeito está em região de concentração de tensão local;

M_b é o fator de intensificação de tensão de flexão devido à geometria e localização do defeito;

$\Delta\sigma_b$ é a amplitude da carga cíclica de flexão aplicada;

k_m é o fator intensificador de tensão devido a desalinhamento.

No escopo deste trabalho, alguns parâmetros são assumidos constantes conforme hipóteses indicadas na Tabela 13.

Tabela 13 - Parâmetros assumidos do fator intensificador de tensão K_I e hipóteses adotadas

Parâmetro	Hipótese assumida
$k_{tm} = k_{tb} = 1$	Não é considerada descontinuidade na geometria do componente.
$M_{km} = M_{kb} = 1$	Não é considerado local de concentração de tensão.
$k_m = 1$	Não é considerado desalinhamento de geometria do componente.

Os parâmetros M , f_w , M_m e M_b são referentes à geometria e localização do defeito. O Apêndice B mostra a modelagem dos componentes estruturais considerados neste trabalho e seus referentes parâmetros de concentração de tensão. Para mais informações sobre a modelagem de ΔK_I , sugere-se a consulta da norma BS7910 (2013).

3.2.4.3 Modelo do fator intensificador de tensão limite ΔK_{th}

A propagação de trinca somente se dará caso $\Delta K_I > \Delta K_{th}$. A norma BS7910 recomenda que ΔK_{th} seja definido em função da razão R entre a mínima tensão σ_{min} e a máxima tensão aplicada σ_{max} . Assim, de acordo com a recomendação da norma BS7910, tem-se:

$$\Delta K_{th}(\text{em } MPa\sqrt{m}) = \begin{cases} 2 & \text{para } R \geq 0,5 \\ 5,4 - 6,8 \cdot R & \text{para } 0 \leq R \leq 0,5 \\ 5,4 & \text{para } R \leq 0 \end{cases} \quad (61)$$

3.2.5 Modelagem de incertezas

Em um projeto de sistemas estruturais, existem dois tipos de incertezas comumente consideradas: as incertezas intrínsecas e as epistêmicas. As incertezas intrínsecas são aquelas associadas à aleatoriedade dos fenômenos físicos ou naturais e não podem ser eliminadas, como, por exemplo, a variabilidade de esforços dinâmicos em uma estrutura ou a variação das propriedades mecânicas do material. Tais incertezas serão modeladas através de distribuições estatísticas como as apresentadas na seção 2.4.1.

As incertezas epistêmicas estão associadas com a falta de conhecimento do problema, e estão relacionadas, por exemplo, com modelos inadequados. As incertezas epistêmicas podem ser reduzidas com um aumento do conhecimento e precisão da informação. A modelagem do critério de falha apresentado na seção 2.3.3, juntamente com o método de estimativa da confiabilidade apresentado em 2.4.3 contribuem para reduzir, mas não eliminar, as incertezas epistêmicas do problema.

3.2.6 Modelagem das variáveis aleatórias de solicitação e resistência

Esta seção visa apresentar a modelagem das incertezas intrínsecas associadas às variáveis de solicitação e resistência, através das distribuições estatísticas e variabilidades consideradas. Como resultado desta etapa, as variáveis de solicitação e resistência serão modeladas conforme suas características determinísticas ou

probabilísticas. Modelos estatísticos são atribuídos às variáveis aleatórias e valores médios são atribuídos às variáveis determinísticas.

As variáveis aleatórias consideradas neste trabalho são apresentadas a seguir e serão detalhadas nas seções subsequentes.

- Carga de membrana P_m ;
- Carga de flexão P_b ;
- Tamanho inicial do defeito estrutural a_i ;
- Tensão de escoamento, σ_{esc} ;
- Tenacidade à Fratura, $K_{mat,i}$

3.2.6.1 Modelo das variáveis de solicitação

Dois tipos de tensão podem estar presentes em um componente estrutural: tensões primárias e tensões secundárias.

Tensões primárias são aquelas que podem contribuir com a nucleação e propagação de defeitos, e conseqüentemente na falha por fratura, fadiga ou outros modos de falha mecânicos. Tensões geradas por pressões ou cargas externas são tensões primárias. Estas tensões, por sua vez, podem ser divididas em:

- Carga de membrana P_m : é a tensão média na seção transversal necessária para garantir o equilíbrio estático do componente;
- Carga de flexão P_b : é o componente da tensão devido à cargas que variam linearmente na seção transversal, e são função dos momentos de flexão aplicados no componente.

A Figura 37 ilustra o comportamento carga de membrana P_m e da carga de flexão P_b .

Figura 37 - Modelo de tensões primárias e secundárias

Tensões secundárias, como, por exemplo, tensões residuais, são aquelas que internamente se equilibram, e que por si só não causam colapso plástico ou outros modos de falha no componente. No escopo deste trabalho de pesquisa, somente tensões primárias foram consideradas e modeladas.

De maneira a considerar possíveis imprecisões no cálculo dos esforços atuantes, e também acomodar as incertezas inerentes do carregamento, como, por exemplo, excentricidades de eixos, folgas e desalinhamentos, é conveniente adotar que as cargas de membrana (P_m) e de flexão (P_b) são modeladas como variáveis aleatórias, com distribuições normais e coeficientes de variação estimados em 0,3.

Tabela 14 - Modelagem das variáveis aleatórias de solicitação

Variável	Distribuição estatística	Coefficiente de variação
P_m	Normal	0,3
P_b	Normal	0,3

De maneira a considerar o efeito do tamanho da trinca na área atuante da carga, a norma BS7910 (2013) apresenta um conjunto de modelos de tensão atuante em função da carga, geometria e dimensões do componente e defeito. Estes modelos foram utilizados na simulação numérica deste trabalho e estão apresentados no Apêndice B.

3.2.6.2 Modelo das variáveis de resistência

Do ponto de vista do material, as seguintes propriedades são necessárias:

- Tensão de escoamento, σ_{esc} ;
- Tenacidade à Fratura, K_{mat} ;
- Tensão de resistência à tração, σ_{res} ;
- Módulo de Young, E ;
- Densidade, ρ_{mat} .

Seguindo as diretrizes da norma BS7910 (2013), a tensão de escoamento e a tenacidade à fratura foram modeladas como variáveis aleatórias. As demais propriedades supracitadas foram modeladas de maneira determinística. Esta consideração foi feita uma vez que a análise de integridade estrutural pela curva FAD utiliza predominantemente as propriedades σ_{esc} e K_{mat} , e, portanto, a probabilidade de falha estimada possui alta sensibilidade à variação destas propriedades.

A norma BS7910 sugere coeficientes de variação (COV) de 0,05 e 0,07 para tensão de escoamento e tensão de resistência à tração para aços ferríticos, respectivamente. Zerbst et al. (2007) sugerem coeficientes de variação de 0,03 e 0,05 para as mesmas variáveis. Mansour (1989), por sua vez, apresenta dados compilados que permitem a estimativa de 0,1 para o COV de ambas as variáveis. As mesmas referências sugerem a modelagem de ambas as variáveis segundo distribuições lognormais.

No entanto, de maneira a compensar a hipótese de inexistência de tensões residuais ou imperfeições microestruturais que possam causar anisotropia das propriedades do material, considera-se neste trabalho que o coeficiente de variação da tensão de escoamento e da tenacidade à fratura do aço ferrítico é 0,15. Esta variabilidade estimada é assumida de maneira que acomoda possíveis dispersões de resistência do material maiores que as consideradas nas referências citadas nos parágrafos anteriores.

Tabela 15 - Modelagem das variáveis aleatórias de resistência do material

Variável	Distribuição estatística	Coefficiente de Variação
σ_{esc}	Lognormal	0,15
K_{mat}	Lognormal	0,15

Para mais referências sobre a variabilidade dos parâmetros de resistência, os trabalhos de Mansour (1989), Zerbst et al. (2007), Hess et al. (2002) e a norma BS7910 (2013) podem ser consultados.

3.2.6.3 Modelo do defeito estrutural

O tamanho do defeito estrutural influencia no comportamento do material quando sujeito à fadiga, e sua propagação no material é a causa da fratura mecânica. Os defeitos são imperfeições no arranjo atômico da rede cristalina, causadas por lacunas, inclusões de átomos intersticiais, ou outras descontinuidades microestruturais. Do ponto de vista macroscópico, os defeitos são observados em forma de trincas, poros ou outras descontinuidades do material. No escopo deste trabalho de pesquisa, o defeito analisado e considerado como causador da falha é a trinca.

Modelar o tamanho e localização de uma trinca em um componente é uma tarefa difícil, pois depende fortemente do processo fabril do mesmo, assim como da matéria prima utilizada. Algumas considerações são propostas para que seja possível modelar esta variável.

O tamanho de trinca detectável é considerado como uma variável aleatória modelada por distribuição normal truncada em zero, e é função do processo de inspeção de qualidade realizado no componente. A Figura 38, retirada do trabalho de Oliveira (2008), mostra o intervalo de trincas detectáveis segundo dois métodos de inspeção não destrutiva e suas probabilidades de detecção, para eixos ferroviários.

É evidente que, além do fator tecnológico, fatores humanos também contribuem para a incerteza de detecção. A norma BS7608 (2014), que rege sobre o projeto mecânico baseado em fadiga, sugere um tamanho inicial de trinca entre 0,1mm e 0,25mm para juntas soldadas sem presença de outros defeitos, enquanto o guia ABS (2003) sugere o valor de 0,5mm. Desta forma, com base nas referências pesquisadas, admitem-se defeitos da ordem de 0,5 mm a 1 mm, considerando ainda uma incerteza de detecção devido ao processo de inspeção. No entanto, é importante calibrar esta variável com base na especificidade do problema analisado.

Figura 38 - Probabilidade de detecção de trincas em eixos ferroviários em função do tamanho de trinca para dois métodos de ensaios não destrutivos

Fonte: Oliveira (2008) apud Benyon e Watson (2002)

Também dependente do método de inspeção, o coeficiente de variação pode ser estimado em função da eficiência de inspeção de qualidade. Zerbst et al. (2007) apresentam dados que relacionam o erro de medição e a eficiência de técnica de inspeção por ultrassom, para algumas geometrias ensaiadas. Com base nesta

referência, definem-se três níveis de eficiência de inspeção: baixa, média ou alta. Em função desta eficiência, estima-se um coeficiente de variação para o tamanho de trinca inicial, visto na Tabela 16. Esta correlação é uma sugestão inferida pelo trabalho de pesquisa realizado. Caso seja possível uma análise mais refinada, outros valores de coeficiente de variação podem ser definidos em função da qualidade da inspeção realizada.

Tabela 16 - Modelagem da variável aleatória de tamanho de trinca inicial

Variável	Distribuição estatística	Coeficiente de Variação
a_i	Normal truncada	0,15 (alta eficiência de inspeção)
		0,30 (média eficiência de inspeção)
		0,50 (baixa eficiência de inspeção)

3.2.6.4 Evolução das incertezas intrínsecas durante missão

Dentre as variáveis aleatórias consideradas, supõe-se que, durante a missão, a variabilidade da solicitação e resistência do material não se altera, tendo assim o mesmo coeficiente de variação (COV) em qualquer instante de tempo da missão. O tamanho de trinca, por outro lado, terá um aumento de incerteza durante a missão, devido ao modelo de crescimento de trinca, que é simulado levando em conta as incertezas do tamanho de trinca inicial associadas à solicitações cíclicas, também modeladas probabilisticamente. A Figura 39 ilustra o comportamento esperado das variáveis aleatórias.

Figura 39 - Comportamento das variáveis aleatórias durante tempo de missão

3.2.7 Definição da função de estado limite

A norma BS7910 (2013) sugere três opções de expressões matemáticas para a curva de FAD, cada qual com um nível de complexidade diferente no que diz respeito à quantidade de parâmetros de entrada. Quanto mais precisa é a curva FAD, maior será a complexidade do modelo.

De modo a possibilitar o uso do método em um contexto de projeto preliminar, sugere-se a utilização da opção 1 de modelagem da curva FAD presente na norma BS7910. Esta escolha possibilita uma avaliação mais ágil, com dados mais facilmente obtidos, e não compromete o resultado final do ponto de vista da segurança, pois a curva da opção 1 se localiza abaixo das curvas das opções 2 e 3 no plano cartesiano, e, portanto, todo ponto indicado como falha nas curvas das opções 2 e 3 será também indicado como falha na curva da opção 1. Evidentemente que os modelos mais refinados da curva FAD podem ser utilizados neste processo, mas é necessário um domínio maior dos parâmetros da equação para que a aderência do modelo seja adequada.

A expressão que define a opção 1 da curva FAD segundo a norma BS7910 é:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_r = f(L_r) = \left(1 + \frac{1}{2}L_r^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot [0,3 + 0,7 \cdot e^{(-\mu \cdot L_r^6)}], \text{ para } L_r \leq 1 \\ K_r = f(L_r) = f(1) \cdot L_r^{\frac{N-1}{2N}} \text{ para } 1 < L_r < L_{max} \\ K_r = f(L_r) = 0 \text{ para } L_r \geq L_{max} \end{array} \right. \quad (62)$$

onde L_r e K_r são os adimensionais apresentados na seção 2.3.3.2. Os outros parâmetros são dados por:

$$L_{max} = \frac{\sigma_{esc} + \sigma_u}{2 \cdot \sigma_{esc}} \quad (63)$$

$$\mu = \min\left(0,001 \cdot \frac{E}{\sigma_{esc}}, 0,6\right) \quad (64)$$

$$N = 0,3 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{esc}}{\sigma_u}\right) \quad (65)$$

onde σ_{esc} é a tensão de escoamento do material e σ_u é a tensão de resistência à tração.

Assim, a curva FAD pela opção 1 da norma BS7910 possui a forma gráfica indicada na Figura 40.

Figura 40 - Curva FAD considerada para função de estado limite

Uma das dificuldades de definir a curva FAD como função de estado limite é escrever a função $g(x)$ no formato da equação (14). Como o FAD representa um duplo critério de falha em ambos os eixos, a confiabilidade não pode ser medida simplesmente pela distância do ponto FAD a um dos eixos L_r e K_r , como ilustrado por d_{L_r} ou d_{K_r} na Figura 41. Seguindo esta abordagem, a vantagem de utilizar o duplo critério do FAD é menos significativa. Além disso, como visto na seção 2.3.3.2, a sequência de pontos no plano cartesiano que representa um carregamento cíclico em um componente com trinca é caracterizado pelo aumento concomitante de L_r e

K_r , o que reforça a necessidade de associar a confiabilidade a um indicador que leve em conta L_r e K_r no plano da curva FAD.

Por conseguinte, baseado nos resultados apresentados por Chocat et al. (2016) e Petruska et al. (2006), propõe-se que a confiabilidade seja medida com base na distância d_{FAD} do ponto (L_r, K_r) à curva FAD, medida na linha que liga a origem do sistema de coordenadas ao ponto (L_r, K_r) , como ilustrado na Figura 41. Assim, quando a distância d_{FAD} do ponto em estudo se tornar zero, significará que este ponto se encontra sobre a curva FAD, indicando a situação limítrofe de falha.

Figura 41 - Diferentes abordagens para medir a confiabilidade utilizando a curva FAD

No entanto, para modelar esta abordagem, é necessário mapear as máximas distâncias $d_{FAD_{max}}$ da origem do centro de coordenadas até a curva FAD, de maneira a obter a distância limítrofe que indica a falha. Assim, é feita uma transformação do critério FAD, função de duas variáveis, para um critério equivalente, que fornece a distância máxima da curva FAD $d_{FAD_{max}}$ em função de uma única variável.

Para isso, foi feita uma varredura da curva FAD da Figura 41 em função do ângulo θ medido a partir do eixo horizontal, crescente no sentido anti-horário. Para cada valor de θ foi calculada a distância máxima segura $d_{FAD_{max}}$. O ângulo θ é definido como o

arco tangente de K_r/L_r , que por sua vez é função das variáveis de solicitação e resistência da estrutura.

A Figura 42 mostra o resultado desta reconstrução, no domínio $0^\circ < \theta < 90^\circ$. As oscilações da curva para $0^\circ < \theta < 30^\circ$ são resultado das descontinuidades da curva FAD da equação (62). Em $\theta = 0^\circ$, o valor aceitável de $d_{FAD_{max}}$ é L_{max} , enquanto que em $\theta = 90^\circ$, a distância aceitável $d_{FAD_{max}}$ é 1, o que condiz com a observação da curva FAD da Figura 41. Os valores intermediários de $d_{FAD_{max}}$ são baseados na equação (62) da curva FAD.

Figura 42 - Transformação da curva FAD para a função de estado limite para fornecer $d_{FAD_{max}}$ em função de θ

A curva mostrada na Figura 42 é então utilizada como a função de estado limite no FORM para o presente estudo. Ao fazer esta reconstrução matemática, a função de estado limite $g(x)$ tem agora uma expressão mais prática, análoga à equação (14):

$$g(L_r, K_r, \theta) = d_{FAD}(L_r, K_r, \theta) = d_{FAD_{max}}(\theta) - d(L_r, K_r) \quad (66)$$

A probabilidade de falha é então estimada por $d_{FAD}(L_r, K_r, \theta)$, que representa a diferença entre a distância máxima aceitável $d_{FAD_{max}}(\theta)$, medida no ângulo θ a partir

do eixo L_r para a linha que liga a origem ao ponto de estudo (L_r, K_r) e a distância $d(L_r, K_r)$ medida da origem ao ponto de estudo (L_r, K_r) . A falha é considerada quando $d_{FAD}(L_r, K_r, \theta)$ se torna menor que zero. O ângulo θ e $d(L_r, K_r)$ são dados pelas seguintes expressões:

$$\theta = \text{atan}\left(\frac{K_r}{L_r}\right) \quad (67)$$

$$d(L_r, K_r) = \sqrt{L_r^2 + K_r^2} \quad (68)$$

As coordenadas do ponto (L_r, K_r) são calculadas pelas expressões da equação (5). Neste trabalho, propõe-se instanciar estas expressões da seguinte maneira:

$$L_r = \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_{esc}}; \quad K_r = \frac{K_{max}}{K_{mat}} \quad (69)$$

onde:

- σ_{esc} é a resistência ao escoamento;
- K_{mat} é a tenacidade à fratura do material;
- σ_{ref} é a tensão de referência, considerando as forças atuantes, defeito estrutural e geometria do elemento;
- K_{max} é o máximo valor atingido pelo fator intensificador de tensão para o Modo I durante a carga cíclica. É importante notar que, como o elemento estrutural está sujeito a cargas cíclicas, a variável K_I terá valores diferentes para o ponto mínimo e máximo de carga. Na avaliação de integridade estrutural pela curva FAD, utiliza-se o maior valor K_{max} observado no ciclo de carga, que representa o pior caso de solicitação atuante.

Modelos para σ_{ref} e K_I dependem da geometria da estrutura e da falha e podem ser encontrados no Apêndice B, baseado na norma BS7910 (2013), para algumas geometrias de referência.

Há ainda uma dificuldade de aplicar FORM utilizando $d_{FAD_{max}}(\theta)$ da Figura 42. As descontinuidades devido à forma da curva tornam difícil o cálculo das derivadas parciais necessárias no método FORM.

Assim, para facilitar a aplicação do método, propõe-se aproximar a curva da Figura 42 por uma curva contínua com derivadas facilmente calculáveis. Um polinômio foi proposto para aproximar a curva, devido à facilidade do cálculo de derivadas parciais. Através de simulações de ajuste de curva observou-se que um polinômio de 4º grau apresentou boa aderência e não onerou de maneira relevante o tempo computacional para os cálculos do FORM.

É possível observar, pela Figura 43, que a aderência é aceitável, já que o resíduo entre a curva original e o polinômio ajustado não passa de 1,5%. Além disso, o coeficiente de determinação R^2 maior que 0,99 indica um bom ajuste entre o polinômio e a curva original. A região com resíduo negativo representa locais onde o polinômio se encontra acima da curva FAD. Esta região pode representar um risco, onde o ponto estará em uma região segura conforme o polinômio porém estará em região de falha segundo a curva FAD. No entanto, este risco é assumido por dois argumentos: a equação da curva FAD escolhida, equação (62) é conservadora em relação a falha, e além disso o objetivo do ajuste por polinômio é permitir uma avaliação da probabilidade de falha para tomada de decisão, evitando-se trabalhar nas regiões limítrofes da curva FAD, visto que a probabilidade nestas regiões se encontra em uma faixa inaceitável para sistemas estruturais.

Figura 43 - Ajuste polinomial da curva $d_{FAD_{max}} = f(\theta)$

Como resultado desta etapa, obtém-se a expressão matemática $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$, contínua e derivável, que será utilizada para estimar a confiabilidade pelo método FORM.

3.2.8 Estimativa da confiabilidade

De maneira a complementar ao estudo feito por Xiaoping (2005), uma análise comparativa dos resultados de FORM e SORM foi feita, para avaliar qual método melhor se aplica ao propósito deste trabalho de pesquisa. Como exemplo, simulou-se uma PDF resultante do produto entre duas distribuições normais com média nula e desvio padrão 10. Escolheu-se, para o método FORM, uma reta cortando perpendicularmente a PDF. Para o método SORM, utilizou-se uma parábola do tipo $y=ax^2+c$, com a e c ajustados de modo a tangenciar a reta usada em FORM. A Figura 44 ilustra a disposição das curvas lineares e quadráticas geradas por FORM e SORM, respectivamente, juntamente com a PDF que representa o estado de solicitação e resistência.

Figura 44 - Disposição das curvas de FORM e SORM com relação à PDF que representa o estado de solicitação e resistência

O gráfico da Figura 45 mostra o resultado comparativo de estimativa de probabilidade pelos métodos FORM e SORM para este exemplo estudado. É possível observar que o erro obtido entre os métodos FORM e SORM varia em função da distância do ponto de projeto (MPP) à média da PDF $f_{u_1, u_2, \dots, u_n}(u_1, u_2, \dots, u_n)$. Neste exemplo, para pequenas distâncias da média da PDF, até 4 desvios padrão, a probabilidade de falha em ambos os métodos possuem valores altos do ponto de vista de falha estrutural. Nesta região, o erro entre FORM e SORM está em cerca de 40%.

Para maiores distâncias da média da PDF, o erro tende a aumentar para cerca de 50%, porém a probabilidade de falha de ambos os métodos está na ordem de 10^{-6} , valores mais usuais para falhas estruturais.

Figura 45 - Estudo comparativo de estimativa de probabilidade de falha por FORM e SORM

Dessa forma, como este trabalho de pesquisa foca na probabilidade de falha estrutural normalmente representada por baixos valores, a diferença de resultados entre FORM e SORM é aceitável, pois a probabilidade de falha neste contexto é utilizada como um indicador para tomada de decisão, e não como um valor exato calculado. Assim, com base no exposto, e de maneira a otimizar o tempo computacional das simulações computacionais, o método FORM será utilizado neste procedimento, por ser suficiente para o propósito deste trabalho.

Assim, a estimativa da confiabilidade estrutural é feita aplicando o método AFOSM apresentado na seção 2.4.3.3.2.2. O fluxograma da Figura 46 ilustra os passos que devem ser seguidos durante a aplicação do método. Por se tratar de um método iterativo, sugere-se a utilização de rotinas computacionais para realizar os cálculos necessários.

Figura 46 - Fluxograma do procedimento de estimativa da confiabilidade estrutural por AFOSM

Uma diferença importante deve ser notada neste método. O método AFOSM apresenta como resultado a probabilidade de falha acumulada em um dado instante de tempo. No entanto, durante uma análise de risco, é comum que as categorias de frequência de ocorrência sejam apresentadas em unidades de taxa, e não de probabilidade, conforme visto na seção 2.1.2.

A taxa de falha é definida como a frequência em que o componente falha, e é expressa em quantidade de falhas por unidade de tempo. A unidade de tempo, no caso deste trabalho, pode ser entendida como ciclos de carga. A probabilidade de falha, por sua vez, é um número adimensional, que reflete a situação em um dado instante de tempo.

A taxa de falha também pode ser vista como uma probabilidade condicional. É então definida também como a probabilidade do componente apresentar uma falha no instante $t+\Delta t$ dado que o mesmo está operacional no instante t .

Matematicamente, a taxa de falha é expressa por:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t \cdot R(t)} \quad (70)$$

onde $f(t)$ é a função densidade de probabilidade de falha e $R(t)$ é a confiabilidade no instante t .

Sabendo que a confiabilidade $R(t)$ é o complemento da probabilidade de falha $F(t)$, ou seja, $R(t) = 1 - F(t)$, tem-se que:

$$\lambda(t) = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t \cdot [1 - F(t)]} \quad (71)$$

Quanto menor o intervalo de tempo considerado no cálculo de $\lambda(t)$, mas precisa será a estimativa, e refletirá a frequência de ocorrência de falha no período considerado.

Assim, para se obter a taxa de falha $\lambda(t)$ do componente estrutural após um dado número de ciclos, é preciso estimar a probabilidade de falha em dois instantes distintos, e aplicar a fórmula (71).

Como resultado desta etapa, a confiabilidade do componente estrutural é estimada e expressada pela taxa de falha, probabilidade de falha em um dado instante e os cossenos diretores do ponto de análise.

3.2.9 Estimativa de custo total esperado

Os parâmetros de custo de fabricação envolvem o custo do material, além do custo de manufatura e instalação do elemento estrutural no sistema. O custo de falha envolve os custos da consequência da falha, conforme apresentado na seção 2.5.3.

O custo do material pode ser considerado como sendo função de sua massa:

$$C_{mat} = m \cdot c_{mat} = \rho_{mat} \cdot V \cdot c_{mat} \quad (72)$$

onde:

m é a massa do material;

ρ_{mat} é a densidade do material;

c_{mat} é o custo unitário do material por unidade de massa;

V é o volume do material.

O custo de falha é dado pela equação (58).

O custo de manufatura, instalação e operação deve ser considerado quando relevante para a análise. Pode ser assumido como função da massa do elemento estrutural.

O custo de manutenção é função da periodicidade de inspeção e das tarefas de manutenção previstas para a estrutura.

Como resultado desta etapa, o custo estrutural total é modelado em função da variável de otimização e da probabilidade de falha. Esta expressão é definida como a função de minimização do procedimento de otimização. A curva de custo esperado total em função da variável de otimização possui comportamento semelhante ao apresentado na Figura 30. Esta curva é utilizada para a análise crítica de otimização, apresenta na seção seguinte.

3.2.10 Definição da dimensão ótima

Neste trabalho de pesquisa, a variável de otimização será uma dimensão do elemento estrutural (espessura, diâmetro, comprimento, etc.), de modo que a função de custo estrutural seja modelada em função de uma variável. Como a função de minimização será modelada com uma única variável, a otimização se torna mais simples, e a identificação do ponto ótimo pode ser feita através de uma análise gráfica semelhante à ilustrada na Figura 47.

Um ponto importante a ressaltar é a influência da restrição na busca pelo ponto ótimo. No caso estudado por este trabalho de pesquisa, a restrição considerada na função de minimização é o nível de confiabilidade (ou segurança) do sistema. Assim, em sistemas estruturais críticos, aos quais são exigidos um alto nível de segurança (Figura 47 (a)), o ponto ótimo pode não ser o mínimo global da função objetivo, mas sim um ponto situado no limite da restrição. De maneira similar, em sistemas estruturais menos críticos, com um menor nível requerido de segurança (Figura 47 (b)), o ponto ótimo buscado será justamente o ponto de mínimo global da função objetivo.

Figura 47 – Influência da restrição na busca pelo ponto ótimo. (a) Sistemas estruturais com alto nível de segurança exigido. (b) Sistemas estruturais com baixo nível de segurança exigido

(a)

(b)

Assim, após o levantamento da curva de custo, é possível escolher o valor da variável de otimização que minimiza o custo e garante a confiabilidade requerida de projeto. Esta escolha está sujeita a análises críticas e de custo benefício que podem ser feitas conforme necessidade. É possível que, em um dado cenário de projeto no qual o custo não é restritivo, seja coerente escolher uma estrutura mais robusta que minimize a probabilidade de falha para níveis desprezíveis, mesmo que o custo seja mais elevado. Em outras situações de projeto no qual o custo é limitado, a busca pelo ponto ótimo se torna mais relevante.

3.3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

O processo de estimativa da confiabilidade estrutural e sua aplicação na otimização dimensional de elementos estruturais foram modelados em simulação numérica em Matlab, através de um algoritmo que possui basicamente duas funções principais, que serão brevemente descritas nas próximas seções:

1. Estimativa da probabilidade de falha, em função do tempo, para um elemento estrutural em cenário de solicitação e resistência;
2. Otimização dimensional de um elemento estrutural em cenário de solicitação e resistência em função do custo total do elemento.

3.3.1 Função de estimativa da probabilidade de falha

Para esta função, o algoritmo é dividido em cinco blocos funcionais principais:

- Função *main*:
 - Entrada: Inicialização pelo usuário. As variáveis aleatórias de entrada são a carga de membrana P_m , a carga de flexão P_b , a tensão de escoamento σ_{yield} , a tenacidade à fratura K_{mat} e o tamanho inicial de trinca a . Para cada variável, necessita-se da média e coeficiente de variação.
 - Função: Inicializa a simulação definindo as variáveis determinísticas e aleatórias. Chama a função *crack_growth* para calcular o crescimento de trinca ao longo do tempo e em seguida chama a função *rel_analysis* para calcular a probabilidade de falha para cada instante de tempo.
 - Saída: Gráficos de crescimento de trinca e probabilidade de falha em função do tempo.
- Função *crack_growth*:
 - Entrada: Recebe da função *main* a carga de membrana P_m , a carga de flexão P_b , o tamanho inicial de trinca a_i , a quantidade de ciclos N do perfil da missão, e os parâmetros de Paris C e m .

- Função: Esta função traduz as variáveis de solicitação em fator intensificador de tensão ΔK e chama a função *paris_law* para calcular o crescimento de trinca em função do tempo. A quantidade de ciclos N é dividida em k frações de n ciclos, onde $N = k.n$, e a função *paris law* é chamada de maneira recorrente k vezes.
- Saída: Retorna para a função *main* um vetor $a(t)$ de tamanho de trinca para cada instante de tempo, medido em quantidade de ciclos.
- Função *paris_law*:
 - Entrada: Recebe da função *crack_growth* o fator intensificador de tensão ΔK , o tamanho inicial de trinca a_i , a quantidade de ciclos n e os parâmetros de Paris C e m .
 - Função: Calcula o novo tamanho de trinca através da Lei de Paris.
 - Saída: Retorna para a função *crack_growth* o tamanho de trinca após n ciclos.
- Função *rel_analysis*:
 - Entrada: Recebe da função *main* a carga de membrana P_m , a carga de flexão P_b , a tensão de escoamento σ_{yield} , a tenacidade à fratura K_{mat} e o vetor de tamanho de trinca $a(t)$ em função do número de ciclos.
 - Função: Esta função traduz as variáveis de solicitação e resistência nos adimensionais L_r e K_r e chama a função *AFOSM*, que calculará a probabilidade de falha utilizando a curva FAD como estado limite.
 - Saída: Retorna para a função *main* um vetor de probabilidade de falha $P_{fail}(t)$ para cada instante de tempo, medido em quantidade de ciclos.
- Função *AFOSM*:
 - Entrada: Recebe da função *rel_analysis* os adimensionais L_r e K_r e a curva FAD modelada como função de estado limite (vide seção 3.2.7).
 - Função: Estima a probabilidade de falha através do método AFOSM utilizando a curva FAD como função de estado limite.
 - Saída: Retorna para a função *rel_analysis* a probabilidade de falha calculada neste cenário. Esta função é chamada de maneira recorrente para cada valor de tamanho de trinca do vetor $a(t)$.

A Figura 48 mostra a relação entre os blocos funcionais do algoritmo para a função de estimativa de probabilidade de falha estrutural.

Figura 48 – Blocos funcionais e relações de entradas e saídas para algoritmo de estimativa de probabilidade de falha estrutural

3.3.2 Função de otimização dimensional com base no custo do elemento

O algoritmo para esta função é similar ao algoritmo de estimativa de probabilidade de falha. A principal diferença reside no fato de que a otimização dimensional é feita para uma dada quantidade de ciclos N_{req} que o elemento estrutural deve suportar, ou seja, a otimização é feita baseado no requisito de projeto. Assim, não é necessário calcular o crescimento de trinca e a probabilidade de falha em função do tempo. Basta calcular estes dois parâmetros no instante de tempo referente à quantidade de ciclos requerida N_{req} . Este algoritmo é dividido em sete blocos funcionais principais:

- Função *main*:
 - Entrada: Inicialização pelo usuário.
 - Função: Inicializa a simulação definindo as variáveis determinísticas e aleatórias e o requisito de projeto N_{req} . Chama a função *RBRO* para gerenciar as iterações da otimização dimensional .
 - Saída: Gráficos de custo total e probabilidade de falha em função da dimensão do elemento estrutural.
- Função *RBRO*
 - Entrada: Recebe da função *main* a carga de membrana P_m , a carga de flexão P_b , o tamanho inicial de trinca a_i , a tensão de escoamento σ_{yield} , a tenacidade à fratura K_{mat} e o requisito de projeto em termos quantidade de ciclos N_{req} .
 - Função: Realiza iterações em passos discretos de dimensão do elemento estrutural. Para cada iteração, calcula o tamanho de trinca no instante do requisito de projeto N_{req} através da função *crack_growth*, estima a probabilidade de falha neste mesmo instante, através da função *rel_analysis* e calcula o custo total do elemento estrutural através da função *struct_cost*. Gerencia os resultados obtidos para cada iteração e armazena em vetores.
 - Saída: Retorna para a função *main* vetores de probabilidade de falha e custo total do elemento em função das dimensões iteradas.
- Função *crack_growth* e *paris_law*: Similar às funções descritas na seção 3.3.1, mas calcula o tamanho de trinca especificamente no instante de tempo referente ao requisito de projeto N_{req} .
- Função *rel_analysis* e *AFOSM*: Similar às funções descritas na seção 3.3.1, mas calcula a probabilidade de falha especificamente no instante de tempo referente ao requisito de projeto N_{req} .
- Função *struct_cost*
 - Entrada: Probabilidade de falha e estrutura de custo do elemento estrutural.

- Função: Para cada iteração de dimensão do elemento estrutural, calcula o custo total do elemento através da estrutura de custos da seção 2.5.2.
- Saída: Retorna para a função *RBRO* o custo total do elemento estrutural no instante de tempo referente ao requisito de projeto N_{req} .

A Figura 49 mostra a relação entre os blocos funcionais do algoritmo para a função de otimização dimensional com base no custo total do elemento.

Figura 49 – Blocos funcionais e relações de entradas e saídas para algoritmo de otimização dimensional com base no custo total do elemento

3.4 MÉTODO DE ESTIMATIVA DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL POR MAPAS

Uma possível dificuldade observada na utilização prática da simulação numérica vista anteriormente se dá pelo fato dos resultados obtidos dependerem exclusivamente de um processamento computacional, não sendo viável a execução do método por cálculos manuais.

No entanto, o algoritmo criado em Matlab para estimativa da confiabilidade pode ser utilizado para gerar simulações sucessivas de cenários de solicitação e resistência. Através de um ciclo de simulações pré-definidas, é possível criar mapas que relacionam as variáveis de entrada, como tensão atuante, tamanho de trinca e resistência do material, com os parâmetros necessários para a estimativa da confiabilidade, como os adimensionais L_r e K_r . Dessa forma, é possível aplicar o método proposto através de consultas a mapas que relacionam as variáveis. Os mapas não determinam o crescimento da trinca no elemento estrutural, portanto a confiabilidade será estimada para um dado tamanho de defeito no elemento.

A utilização destes mapas dispensa a necessidade de uma simulação numérica computacional, e pode ser usado como um ábaco para tomadas de decisão rápidas. É importante notar, no entanto, que imprecisões existirão na consulta visual aos gráficos, quando comparado com os resultados do algoritmo em Matlab. Esta imprecisão, no entanto, pode ser tolerável, dado que o interesse deste método é obter rapidamente e minimamente na mesma ordem de grandeza, a probabilidade de falha de um elemento estrutural.

A Figura 50 mostra um processo em quatro passos para a estimativa da confiabilidade através de consultas a mapas. Cada passo será detalhado em seguida.

Figura 50 – Processo para aplicação do método por mapas

- **Passo 1: Fator intensificador de tensão K_I e da tensão de referência σ_{ref}**

As entradas e saídas deste passo são as seguintes variáveis aleatórias, com seus parâmetros de média μ e coeficiente de variação cov .

Tabela 17 - Entradas e saídas do Passo 1 do método de consulta a mapas

Entrada	Saída
Tamanho de trinca a	Fator intensificador de tensão K_I
Tensão de membrana σ_m	Tensão de referência σ_{ref}
Tensão de flexão σ_b	

Este passo utiliza como entrada as cargas de membrana e flexão atuantes no elemento estrutural. Assim, o resultado obtido pelos mapas são as componentes de membrana e flexão tanto do fator intensificador de tensão quanto da tensão de referência. Após a obtenção destes componentes, as contribuições de membrana e de flexão são somadas para obter o valor total das variáveis de saída. A Figura 51 ilustra este passo do método.

Cuidado deve ser tomado na soma de variáveis aleatórias. As componentes de membrana de flexão associadas à média μ podem ser diretamente somadas. O coeficiente de variação cov total, no entanto, deve ser calculado conforme a equação a seguir.

$$COV_{A+B} = \frac{\sqrt{(COV_A \cdot \mu_A)^2 + (COV_B \cdot \mu_B)^2}}{\mu_A + \mu_B} \quad (73)$$

Figura 51 – Detalhe do Passo 1 do método de consulta a mapas

- **Passo 2: Adimensionais L_r e K_r**

As entradas e saídas deste passo são as seguintes variáveis aleatórias, com seus parâmetros de média μ e coeficiente de variação cov :

Tabela 18 - Entradas e saídas do Passo 2 do método de consulta a mapas

Entrada	Saída
Fator intensificador de tensão K_I	Adimensional L_r
Tensão de referência σ_{ref}	Adimensional K_r
Tensão de escoamento σ_{yield}	
Tenacidade à fratura K_{mat}	

A média do adimensional L_r é calculada simplesmente pela razão entre a média de σ_{ref} , calculada no passo 1, e a média de σ_{yield} . Similarmente, a média do adimensional K_r é resultado da razão entre a média de K_I , calculada no passo 1, e a média de K_{mat} . A Figura 52 ilustra este passo do método.

O coeficiente de variação de ambos os adimensionais pode ser obtido através do gráfico deste passo, utilizando como entrada os coeficientes de variação das variáveis calculadas no passo 1 e as variáveis de resistência do material.

Figura 52 – Detalhe do Passo 2 do método de consulta a mapas

- **Passo 3: Distância do ponto (L_r , K_r) à curva FAD**

As entradas e saída deste passo são as seguintes variáveis aleatórias, com seus parâmetros de média μ e coeficiente de variação cov .

Tabela 19 - Entradas e saídas do Passo 3 do método de consulta a mapas

Entrada	Saída
Adimensional L_r	Distância d_{FAD} do ponto (L_r , K_r) à curva FAD
Adimensional K_r	

Devem-se consultar dois gráficos neste passo, para a estimativa da média e do coeficiente de variação da distância d_{FAD} do ponto (L_r , K_r) à curva FAD. Esta variável aleatória representa a função de desempenho do sistema, conforme descrito na seção 3.2.7 e será usada no passo seguinte para determinação do índice de confiabilidade do sistema. A Figura 54 ilustra este passo do método.

Figura 53 – Detalhe do Passo 3 do método de consulta a mapas

- **Passo 4: Índice de confiabilidade β**

A entrada deste passo é a seguinte variável aleatória, com seus parâmetros de média μ e coeficiente de variação cov .

Tabela 20 - Entradas e saídas do Passo 4 do método de consulta a mapas

Entrada	Saída
Distância d_{FAD} do ponto (L_r, K_r) à curva FAD	Índice de confiabilidade β

A saída é única e dada pelo índice de confiabilidade β , que pode admitir valores mínimos e máximos devido à aproximações na análise gráfica. A Figura 54 ilustra este passo do método.

Figura 54 – Detalhe do Passo 4 do método de consulta a mapas

O Apêndice A apresenta o fluxograma, passo a passo, para aplicação deste método, criado em forma de formulário, para ser impresso e preenchido pelo projetista. Os gráficos apresentados no Apêndice A são aplicáveis a uma geometria específica, em um intervalo determinado de solicitação e resistência. Outros mapas podem ser criados para outros cenários, através de simulações sucessivas do algoritmo numérico.

A aplicação deste método será vista no estudo de caso da seção 4.2.2, e comparado com os resultados obtidos pela simulação numérica por Matlab.

3.5 HIPÓTESES ASSUMIDAS

As seguintes hipóteses foram assumidas na proposição deste processo:

- Considera-se a pré-existência de uma trinca no material, que pode propagar em função do contexto de solicitação em que o componente está submetido;
- Não se considera descontinuidade e desalinhamento na geometria do componente;
- Não se consideram tensões residuais e tensões causadas por variações térmicas;
- Não se consideram fatores ambientais como corrosão e temperatura no comportamento mecânico do material;
- O material é considerado homogêneo e isotrópico;
- Propagação de trinca é unidirecional, na direção de seu comprimento;
- Propagação da trinca considerada somente pelo Modo I, desconsiderando efeitos de tensão de cisalhamento;
- Taxa de crescimento de trinca nula para cargas de compressão;
- Procedimento de otimização não considera possibilidade de mudança de geometria do componente;
- Custos de falha associados a consequências ambientais, jurídicas, ou de impacto de imagem não foram consideradas, devido ao seu caráter complexo e subjetivo que depende fortemente do contexto do acidente.

4 RESULTADOS

Esta seção iniciará com a validação do método numérico de crescimento de trinca e estimativa da confiabilidade, complementado por um estudo de sensibilidade de um problema genérico de confiabilidade estrutural, de maneira a discutir e validar a aplicação do método numérico apresentado nas seções 3.2.3 a 3.2.8 do processo apresentado. Após esta etapa, parte-se para a aplicação do processo por este trabalho de pesquisa. O objetivo dos estudos de caso desta seção é ilustrar os conceitos abordados até o momento e discutir sobre a aplicabilidade do processo de otimização de risco baseado em confiabilidade.

4.1 VALIDAÇÃO DO MÉTODO E ESTUDO DE SENSIBILIDADE

Antes de aplicar o processo em casos exemplo, é importante validar o método numérico de estimativa da confiabilidade estrutural, que consiste no cerne do processo apresentado. Esta seção analisará um cenário de solicitação e resistência e apresentará os resultados numéricos da confiabilidade estrutural para diferentes ajustes de parâmetros, de maneira a promover uma discussão comparativa entre a solução probabilística e determinística do mesmo problema.

4.1.1 Validação do método numérico de crescimento de trinca

De maneira a validar a simulação numérica de crescimento de trinca, propõe-se simular um cenário determinístico de carga dinâmica em um material de propriedades conhecidas, e comparar os resultados da solução analítica, proveniente dos modelos matemáticos apresentados na seção 2.2.4, e da simulação numérica para o mesmo cenário.

Considera-se o elemento estrutural indicado na Figura 55, que mostra uma chapa de comprimento infinito, com largura W e espessura B , com a presença de uma trinca horizontal na borda de tamanho a , submetida a esforços cíclicos. Na mesma figura são apresentados os valores numéricos das variáveis utilizadas no modelo.

Figura 55 – Exemplo de cenário de solicitação cíclica

Parâmetro	Valor	Unidade
F_{med}	400	kN
F_{alt}	800	kN
σ_{med}	80	MPa
σ_{alt}	160	MPa
σ_{max}	240	MPa
σ_{min}	-80	MPa
R	-0,33	-
C	$6,90E-12$	(m/ciclos)/ (MPa $\sqrt{m}$) ³
C_w	$4,48E-12$	(m/ciclos)/ (MPa $\sqrt{m}$) ³
m	3	-

Parâmetro	Valor	Unidade
B	0,005	m
W	1	m
A	0,005	m ²
Y	1,12	-
a_i	1	mm

Parâmetro	Valor	Unidade
σ_{esc}	350	MPa
σ_{rup}	420	MPa
K_{mat}	70	MPa $\sqrt{m}$
ΔK_{th}	5,4	MPa $\sqrt{m}$

Considera-se, para efeito de simplificação, que cargas compressivas não causam a propagação de trinca. Assim, apesar do valor de R ser negativo e igual a -0,33, a carga cíclica que efetivamente provocará a propagação da trinca será $\Delta\sigma = 240 - 0 = 240$ MPa. O fator R , no entanto, tem efeito no valor limite ΔK_{th} , calculado através da equação (61).

Método Analítico:

Partindo da equação de Paris ajustada por Walker, tem-se que:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C}{(1-R)^{m(1-\lambda)}} \cdot \Delta K^m = C_w \cdot \Delta K^m$$

Um crescimento de trinca de a_i para a_f representa um número de ciclos N_f . Separando as variáveis N e a da expressão anterior e integrando, tem-se:

$$N_f = \int_0^{N_f} dN = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{C_w \cdot Y^m \cdot (\Delta\sigma)^m \cdot (\pi a)^{\frac{m}{2}}} = \frac{da}{C_w \cdot Y^m \cdot (\Delta\sigma)^m \cdot (\pi)^{\frac{m}{2}}} \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{a^{\frac{m}{2}}}$$

$$N_f = \frac{2}{(m-2) \cdot C_w \cdot Y^m \cdot (\Delta\sigma)^m \cdot (\pi)^{\frac{m}{2}}} \cdot \left[\frac{1}{a_i^{\frac{m-2}{2}}} - \frac{1}{a_f^{\frac{m-2}{2}}} \right], \text{ para } m \neq 2$$

O parâmetro C_w considera o ajuste do parâmetro C de Paris em função de R :

$$C_w = \frac{C}{(1-R)^{m(1-\lambda)}}$$

Finalmente, a expressão final analítica do número de ciclos observados durante o crescimento de trinca de a_i para a_f vale:

$$N_f = \frac{2 \cdot (1-R)^{m(1-\lambda)}}{(m-2) \cdot C \cdot Y^m \cdot (\Delta\sigma)^m \cdot (\pi)^{\frac{m}{2}}} \cdot \left[\frac{1}{a_i^{\frac{m-2}{2}}} - \frac{1}{a_f^{\frac{m-2}{2}}} \right], \text{ para } m \neq 2 \quad (74)$$

O tamanho de trinca crítico a_f pode ser calculado como o tamanho da trinca crítico a_c quando K_{max} atinge o valor de capacidade do material K_C :

$$a_f = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{K_C}{Y \cdot \sigma_{max}} \right)^2 \quad (75)$$

O resultado analítico obtido aplicando as equações (74) e (75) com os dados da Figura 55 é indicado na Tabela 21.

Tabela 21 - Resultado analítico do cenário exemplo

Parâmetro	Valor	Unidade
a_f	0,0216	m
N_f	1,02E+05	ciclos

Método Numérico:

Por outro lado, foi aplicado o mesmo cenário na rotina computacional desenvolvida por este trabalho, terminando a simulação com o mesmo critério considerado no método analítico, ou seja, quando K_{max} atinge o valor de capacidade do material K_C . Os resultados são apresentados na Figura 56.

A taxa de crescimento de trinca é resultado do modelo da Lei de Paris, como pode ser visto na Figura 57, que mostra a taxa de crescimento da/dN ao longo dos ciclos de carregamento.

Figura 57 – Resultado da simulação numérica para taxa de crescimento de trinca da/dN

Analisando os resultados do método numérico, nota-se que, ao término da simulação, quando K_{max} atinge K_C , o tamanho de trinca crítica vale 21,6mm após 102,7 mil ciclos, como pode ser visto na Figura 56. Estes valores correspondem à quantidade de ciclos e ao tamanho de trinca obtidos no cálculo analítico, conforme apresentado na Tabela 21. Esta correspondência assegura que a simulação numérica reflete corretamente o equacionamento analítico de crescimento de trinca.

É interessante notar que, diferentemente do método analítico, no qual se considera falha quando K_{max} atinge o valor de capacidade do material K_C , a simulação numérica considera como falha o instante quando a curva de FAD é cruzada. Este instante é representado pelo ponto em que a função de desempenho $g(x)$ se torna nula. A Figura 58 mostra a evolução de $g(x)$ baseado em FAD durante a missão.

Figura 58 – Resultado da simulação numérica função de desempenho $g(x)$, indicando instante de falha

Assim, como a simulação numérica utiliza como critério de falha a curva FAD e como critério de parada o instante em que K_{max} atinge K_C , é possível observar pela Figura 59, que o término da simulação numérica corresponde a um instante em que já se considera a existência de falha segundo FAD, ou seja, a porção final da trajetória dos pontos na Figura 59 já se situa além da curva FAD. Desta forma, considerando o critério FAD, a falha se daria aos 98,6 mil ciclos conforme Figura 58, e não aos 102 mil ciclos como calculado no método analítico. Esta diferença se deve à

presença do comportamento plástico no material, modelado pela curva FAD, mas não pelo método analítico.

Figura 59 – Resultado da simulação numérica observado no diagrama FAD

4.1.2 Estudo de sensibilidade de estimativa da confiabilidade

O mesmo cenário da Figura 55 foi simulado com parâmetros probabilísticos. A Tabela 22 mostra os valores médios, coeficientes de variação e lei de distribuição utilizada para estas variáveis. Os demais parâmetros são modelados como variáveis determinísticas com valores idênticos aos da Figura 55.

Tabela 22 - Variáveis aleatórias do cenário exemplo

Variáveis aleatórias	Média	COV	Lei
Força de tração (N)	400 ± 800	0.3	Normal
Tamanho de trinca (mm)	1	0.3	Normal
Tensão de escoamento (MPa)	350	0.15	Lognormal
Tenacidade à fratura (MPa√m)	70	0.15	Lognormal

O resultado da simulação, em termos de probabilidade de falha, pode ser visto na Figura 60. A escala e as cores associadas às probabilidades representam um critério genérico de aceitabilidade. Dependendo do tipo de estrutura (ferroviária, aeroespacial ou infraestrutura) a aceitabilidade pode variar.

Figura 60 – Cenário exemplo em simulação probabilística: Probabilidade de falha

O diagrama FAD da Figura 61 apresenta os valores médios de (L_r, K_r) , que se comportam de maneira similar ao que foi observado na simulação determinística da Figura 59. No entanto, a simulação probabilística agora atribui um código de cores referente a intervalos de probabilidade de falha calculados. Considerando, por exemplo, uma probabilidade aceitável de falha como 10^{-4} , é possível observar que toda a missão simulada deste componente já se encontra em uma região inaceitável de probabilidade de falha.

Figura 61 – Cenário exemplo em simulação probabilística: Diagrama FAD e probabilidade de falha associada

O crescimento de trinca também se dá de maneira probabilística, como mostra a Figura 62. É importante notar o aumento da dispersão da variável durante os ciclos de carregamento, o que leva a um aumento da importância desta variável na contribuição da probabilidade de falha.

Figura 62 – Cenário exemplo em simulação probabilística: Crescimento de trinca

De maneira a confirmar esta hipótese levantada, a Figura 63 mostra os fatores de importância da simulação probabilística, indicando um aumento da importância do tamanho de trinca na contribuição para a falha do componente. Estes fatores de importância correspondem ao quadrado dos cossenos diretores de cada variável aleatória da simulação. Como apresentado na seção 2.4.4, estes valores podem ser utilizados para representar a importância relativa de cada variável na contribuição da falha. Nota-se o aumento progressivo da importância do tamanho de trinca com o aumento do número de ciclos, o que é esperado durante uma simulação de fratura por fadiga. Da mesma forma, é possível notar uma maior importância da resistência ao escoamento para baixo ciclo, e sua diminuição em alto ciclo. Paralelamente, a tenacidade à fratura possui pouca influência em baixo ciclo, e tem um aumento progressivo de influência com o número de ciclos, o que indica a transição de influência dos modos de falha dúctil e frágil do componente durante a aplicação da carga cíclica.

Figura 63 – Cenário exemplo em simulação probabilística: Fatores de importância

Por fim, de maneira a estudar a sensibilidade da simulação em função do tamanho inicial médio de trinca e seu coeficiente de variação, uma série de simulações foi feita com os parâmetros indicados na Tabela 23.

Tabela 23 - Cenário exemplo em simulação probabilística: Valores de tamanho inicial de trinca médio e coeficiente de variação para estudo de sensibilidade

Simulação	a_i	COV a_i
I	0,5mm	0,05
II	0,5mm	0,5
III	1mm	0,05
IV	1mm	0,5

O resultado em termos de probabilidade de falha pode ser visto na Figura 64.

Figura 64 – Cenário exemplo em simulação probabilística: Sensibilidade da probabilidade de falha para tamanho de trinca

Finalmente, de maneira a estudar a sensibilidade da simulação numérica em função da dimensão do componente, foi escolhido um instante de tempo de controle, neste caso 10^6 ciclos, e estudou-se a variação da probabilidade de falha em função da espessura B da chapa da Figura 55, em diferentes situações de tamanho de trinca e coeficiente de variação. O tamanho de trinca foi escolhido para análise de sensibilidade devido à dificuldade em se obter, durante o projeto preliminar do sistema estrutural, dados precisos de média e variabilidade. O tamanho da trinca inicial e sua variabilidade dependem fortemente do controle de qualidade e do processo de fabricação do material. Assim, a inclusão da análise de sensibilidade do tamanho de trinca inicial torna a análise de risco mais embasada e confiável.

Pela simulação probabilística original da Figura 64, verificou-se que a espessura da chapa de 5mm não seria suficiente para suportar 10^6 ciclos com risco aceitável. Assim, a Figura 65 apresenta os resultados da simulação da chapa submetida a 10^6 ciclos, para um intervalo de espessura de 7mm a 13mm.

Figura 65 – Cenário exemplo em simulação probabilística: Sensibilidade da probabilidade de falha para espessura da chapa e tamanho de trinca, após 10^6 ciclos

Dessa forma, supondo um limite de probabilidade aceitável de falha como, por exemplo, 10^{-4} , conclui-se que uma espessura de chapa de 12mm reduziria o risco de falha mesmo para trincas de alto tamanho médio e alta dispersão.

Uma vez estudada a sensibilidade do método numérico proposto, parte-se para o estudo de casos exemplos para discussão dos resultados.

4.2 CASO EXEMPLO 1 - BARRA ENGASTADA

4.2.1 Caso 1A - Resultados através de simulação numérica

Considere a barra submetida à carga cíclica ilustrada na Figura 66. Na sua seção mais solicitada, a barra possui uma trinca transversal como ilustrado na figura. Suponha que o projetista deva avaliar o risco de falha de uma barra de diâmetro de 45mm sob cargas cíclicas conhecidas, para uma vida requerida de 10^6 ciclos.

Figura 66 – Estudo de Caso 1A - Barra engastada

Aplicando o método FORM e utilizando a curva FAD como função de desempenho para o elemento submetido a cargas cíclicas, é possível obter a confiabilidade de tal elemento como uma função do tempo. As variáveis determinísticas e aleatórias consideradas na simulação são apresentadas na Tabela 24. O crescimento da trinca é modelado usando a Lei de Paris para os aços ferrítico-perlíticos. Os resultados foram gerados numericamente através de simulação usando Matlab.

Tabela 24 - Estudo de Caso 1A - Variáveis da simulação: (a) Variáveis aleatórias e (b) Variáveis determinísticas

(a)

Variáveis aleatórias	Média	COV	Lei
Momento de flexão (N.m)	2000 ± 200	0.3	Normal
Tamanho de trinca (mm)	0.5	0.3	Normal
Tensão de escoamento (MPa)	350	0.15	Lognormal
Tenacidade à fratura ($\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$)	70	0.15	Lognormal

(b)

Variáveis determinísticas	Valor
Módulo de Young (GPa)	200
Tensão de resistência à tração (MPa)	420
Lei de Paris C (m/ciclo)	6.9E-12
Lei de Paris m	3

O crescimento da trinca, em função do número de ciclos, pode ser visto na Figura 67.

Figura 67 – Estudo de Caso 1A - Crescimento de trinca em função do número de ciclos

O caminho percorrido no diagrama FAD e a probabilidade de falha associada podem ser vistos na Figura 68. A probabilidade de falha em função dos ciclos é mostrada na Figura 69. Similarmente ao estudo da seção 4.1.2, a escala e as cores associadas às probabilidades representam um critério genérico de aceitabilidade.

Figura 68 – Estudo de Caso 1A - Valor médio dos pontos FAD durante os ciclos e probabilidade de falha associada

Figura 69 – Estudo de Caso 1A - Probabilidade de falha em função do número de ciclos

Neste exemplo específico, aos 10^6 ciclos requeridos, a estrutura está em uma região limítrofe de probabilidade de falha aceitável. Isto indica uma situação de risco, pois uma pequena variação nas incertezas das variáveis de entrada pode levar a uma condição inaceitável. Portanto, neste estudo de caso, o projetista deve aumentar a robustez da estrutura para aumentar a sua confiabilidade.

De modo a definir o projeto ótimo com base no estudo de confiabilidade feito, utiliza-se o método da otimização de custo baseada em confiabilidade, conforme discutido anteriormente neste trabalho. Para estimar o custo total da estrutura, os parâmetros indicados na Tabela 25 foram definidos para este estudo de caso.

Tabela 25 - Estudo de Caso 1A - Variáveis da simulação: (a) Variáveis aleatórias e (b) Variáveis determinísticas

Parâmetro	Valor	Unidade
Densidade do material	7870	kg/m ³
Custo unitário de construção	500	R\$/kg
Classe de falha ρ	10	-
ICAF	3.981.038,00	R\$
Número de potenciais fatalidades	1	Pessoa

Dessa forma, considerando os parâmetros acima definidos, a Figura 70 apresenta o resultado da simulação de custo total da estrutura em função do raio da barra.

Figura 70 – Estudo de Caso 1A - Custo total esperado do componente estrutural em função da variável de otimização

Como complemento à análise de custo, a Figura 71 apresenta o resultado da estimativa de probabilidade de falha em função do diâmetro da barra em estudo.

Figura 71 – Estudo de Caso 1A - Probabilidade de falha em 10^6 ciclos de ciclos em função da variável de otimização

A partir dos resultados anteriores, nota-se que um raio de 23mm (diâmetro de 46mm) seria idealmente o valor escolhido considerando os parâmetros desta simulação. Este ponto representa uma probabilidade de falha aceitável e um custo total mínimo da estrutura. É importante notar a dependência do resultado final à correta modelagem das variáveis de entrada. É evidente que, se a resistência do material diferir do valor considerado, a probabilidade de falha e o custo associado da estrutura serão também afetados. Para auxiliar na determinação da variável mais sensível ao comportamento de falha, a Figura 72 apresenta os fatores de importância do estudo de caso durante a ciclagem até sua falha.

Figura 72 – Estudo de Caso 1A - Fatores de importância

Nota-se, pelo gráfico anterior, que o momento de flexão e o tamanho de trinca inicial possuem grande influência na falha do componente. Como esta simulação já considera um COV de 0,3 para a carga de flexão, admite-se que esta já é uma situação conservadora e, portanto, modela um pior caso para esta variável.

No entanto, no que diz respeito ao tamanho de trinca, um estudo adicional pode ser feito para analisar sua sensibilidade. Fatores como processo de fabricação, tratamento térmico e processo de soldagem da barra podem levar a variações de tamanho e dispersão da trinca no componente. Assim, para suportar a tomada de decisão, uma nova série de simulações é feita.

A Figura 73 mostra a probabilidade de falha do elemento após 10^6 ciclos, em função do diâmetro da barra, para diferentes valores de tamanho de trinca inicial e coeficiente de variação, similarmente ao estudo feito no caso da seção 4.1.2.

Figura 73 – Estudo de Caso 1A - Probabilidade de falha em 10^6 ciclos em função do diâmetro da barra e da variabilidade do tamanho inicial de trinca

Além disso, a Figura 74 mostra o custo total do componente em 10^6 ciclos para os mesmos casos de variação de tamanho de trinca.

Figura 74 – Estudo de Caso 1A - Custo total do componente em 10^6 ciclos em função do diâmetro da barra e da variabilidade do tamanho inicial de trinca

Analizando os resultados da Figura 73 e Figura 74, pode-se observar que, de fato, o diâmetro original de 45 mm pode não ser apropriado, uma vez que não estaria dentro da região de probabilidade de falha aceitável e também não minimiza o custo total da estrutura. Considerando que o intervalo de valores simulados para média e COV para tamanho de trinca é suficiente para satisfazer todas as possíveis situações de projeto, admite-se que o diâmetro ideal da barra deve ser 48mm.

A partir de 48mm a gama de simulações está dentro da região aceitável, o que indica uma situação com menor risco. Além disso, o custo total da barra atinge seu valor mínimo considerando a restrição da probabilidade de falha. Obviamente, maiores valores de diâmetro levariam a um risco ainda menor, mas o custo da estrutura seria maior.

4.2.2 Caso 1B - Avaliação da confiabilidade através de mapas de solicitação e resistência

Considere que o elemento estrutural original do Caso 1A está em operação sob as mesmas condições de solicitação mostradas na Figura 66, e uma eventual inspeção no elemento identificou uma trinca de tamanho 3mm. Suponha que o inspetor deva avaliar o risco desta situação através da estimativa da confiabilidade do elemento estrutural nestas condições.

Para facilitar a tomada de decisão e tornar a análise ágil, sem depender de processamento numérico computacional, utiliza-se o método de estimativa da confiabilidade por mapas, como apresentado na seção 3.4. Os gráficos desenvolvidos para este método não determinam o crescimento da trinca no elemento estrutural, portanto a confiabilidade será estimada para um dado tamanho de defeito no elemento. Através deste método, a confiabilidade pode ser rapidamente estimada, e ao fim deste estudo de caso será possível comparar com o resultado obtido na simulação numérica.

O Apêndice A possui, em forma de formulário, o fluxo proposto para o método gráfico, juntamente com os mapas criados para a geometria deste estudo de caso.

Os mapas do Apêndice A foram criados especificamente para este estudo de caso, e são aplicáveis conforme os limites indicados na Tabela 26:

Tabela 26 - Estudo de Caso 1B - Escopo de aplicação dos mapas criados

Parâmetro	Valor	Unidade
Geometria	Barra sólida circular	-
Tamanho de trinca	0,5 a 10	mm
Tensão de membrana atuante	100 a 600	Mpa
Tensão de flexão atuante	100 a 600	Mpa

A Tabela 27 apresenta as variáveis necessárias para aplicação do método gráfico deste estudo de caso.

Tabela 27 - Estudo de Caso 1B - Variáveis aleatórias consideradas no estudo

Variáveis aleatórias	Média	COV	Lei
Tensão de flexão máxima (MPa)	250	0,3	Normal
Tamanho de trinca (mm)	3	0,3	Normal
Tensão de escoamento (MPa)	350	0,15	Lognormal
Tenacidade à fratura (MPa $\sqrt{m}$)	70	0,15	Lognormal

A tensão de flexão é calculada utilizando a fórmula seguinte:

$$\sigma_b = \frac{4}{\pi \cdot r^3} \cdot M_b \quad (76)$$

onde σ_b é a tensão de flexão atuante, r é o raio da barra engastada e M_b é o momento fletor atuante.

No primeiro passo deste método, é necessário estimar a média e variação do fator intensificador de tensão K_t e da tensão de referência σ_{ref} . Os gráficos 1B, 1D, 1E e 1F, do Apêndice A, são utilizados para esta etapa. Os gráficos 1A e 1C não são necessários, pois não há cargas de membrana atuantes neste caso de estudo. A Figura 75 e Figura 76 mostram a obtenção da média destes parâmetros através dos gráficos, enquanto a Figura 77 e Figura 78 mostram a estimativa do coeficiente de variação destas variáveis.

Figura 75 – Estudo de Caso 1B - Determinação da média do fator intensificador de tensão K_I através de mapas

Figura 76 – Estudo de Caso 1B - Determinação da média da tensão de referência σ_{ref} através de mapas

Figura 77 – Estudo de Caso 1B - Determinação do coeficiente de variação do fator intensificador de tensão através de mapas

Figura 78 – Estudo de Caso 1B - Determinação do coeficiente de variação da tensão de referência através de mapas

Os valores obtidos nos gráficos são então resumidos no fluxograma da Figura 79.

Figura 79 – Estudo de Caso 1B - Resumo do passo 1 do método de estimativa da confiabilidade por mapas

O segundo passo do método consiste em obter a média e variação dos adimensionais L_r e K_r . Para obter valor médio de L_r , basta calcular a razão entre a média tensão de referência estimada no primeiro passo, e a média da tensão de escoamento do material. Para obter a média do adimensional K_r , basta calcular a mesma razão utilizando a média do fator intensificador de tensão e da tenacidade à fratura. Para determinar o coeficiente de variação destes adimensionais, procede-se pela leitura no gráfico 2 do Apêndice A. A Figura 80 mostra a obtenção destes parâmetros através do gráfico.

Figura 80 – Estudo de Caso 1B - Determinação do coeficiente de variação dos adimensionais L_r e K_r através de mapas

Os valores obtidos nos gráficos são então resumidos no fluxograma da Figura 81.

Figura 81 – Estudo de Caso 1B - Resumo do passo 2 do método de estimativa da confiabilidade por mapas

O terceiro passo do método consiste em estimar a distância do ponto (L_r , K_r) à curva FAD, pois esta é considerada a variável da função de desempenho do sistema, conforme discutido na seção 3.2.7. Dessa forma, utilizam-se os gráficos 3A e 3B, que estimam a média e o coeficiente de variação, respectivamente, da distância do ponto à curva FAD. A Figura 82 e Figura 83 mostram a obtenção destes parâmetros através do gráfico.

Figura 82 – Estudo de Caso 1B - Determinação da média da distância à curva FAD através de mapas

Figura 83 – Estudo de Caso 1B - Determinação do coeficiente de variação da distância à curva FAD através de mapas

Os valores obtidos nos gráficos são então resumidos no fluxograma da Figura 84.

Figura 84 – Estudo de Caso 1B - Resumo do passo 3 do método de estimativa da confiabilidade por mapas

Por fim, o último passo consiste em determinar o índice de confiabilidade β através da média e desvio padrão da distância do ponto (L_r , K_r) à curva FAD. Dessa forma, utiliza-se o gráfico 4, que relaciona a média e coeficiente de variação da distância à curva FAD, com o índice de confiabilidade β . A Figura 85 mostra a obtenção deste parâmetro através do gráfico.

Figura 85 – Estudo de Caso 1B - Determinação do índice de confiabilidade β através de mapas

Os valores obtidos nos gráficos são então resumidos no fluxograma da Figura 86.

Figura 86 – Estudo de Caso 1B - Resumo do passo 4 do método de estimativa da confiabilidade por mapas

Dessa forma, através do método de consulta a mapas de solicitação e resistência, estima-se que o índice de confiabilidade β vale aproximadamente 2,7, o que corresponde a uma probabilidade de falha de aproximadamente $3,5E-3$, aplicando a fórmula (23).

De maneira a verificar a aplicação deste método em ambiente de projeto, um grupo de projetistas mecânicos foi escolhido para testar o método e verificar a facilidade de aplicação. Após a apresentação dos conceitos básicos para aplicação do método, o mesmo estudo de caso foi proposto para resolução. O objetivo desta pesquisa foi obter a dificuldade de aplicação do método e comparar os resultados obtidos por diferentes projetistas. De maneira geral, o grupo de projetistas resolveu o estudo de caso em aproximadamente 10 minutos, e relatou ser um método simples e prático para verificação de projeto mecânico. Os resultados obtidos pelos projetistas, assim como o do autor deste trabalho, para o estudo de caso 1B, estão apresentados na Tabela 28.

Tabela 28 - Estudo de Caso 1B - Comparação do resultado da aplicação do método gráfico com diferentes projetistas

Sujeito de teste	β estimado
Autor do trabalho	2,7
Projetista 1	2,5
Projetista 2	3,0
Projetista 3	2,8
Projetista 4	3,0
Projetista 5	3,1
Média	2,85
Desvio padrão	0,23

Comparação de resultados entre Caso 1A e Caso 1B:

No estudo de caso 1A, feito através de simulações numéricas em Matlab, é possível observar, através da Figura 67, que a barra engastada terá uma trinca de tamanho 3mm após aproximadamente 1,5 milhões de ciclos, sob as condições de solicitação e resistência definidas. Neste instante de tempo, a probabilidade de falha estimada, segundo a Figura 69, vale aproximadamente $3E-3$, associado a um índice de confiabilidade β igual a 2,76.

Através de mapas, o caso 1B forneceu, nas mesmas condições, a probabilidade de falha de $3,5E-3$ associada a um índice de confiabilidade β igual a 2,85. O resultado obtido pelo grupo de projetistas escolhidos para aplicar o método mostrou-se consistente e com baixa variabilidade. Assim, por se tratar de um método visual sujeito a aproximações, é possível considerar que os resultados obtidos pelo caso 1B são comparáveis ao que seriam obtidos em simulação numérica pelo caso 1A. O método de mapas se mostra satisfatório e útil para avaliações rápidas e práticas, e fornece resultados minimamente na mesma ordem de grandeza do método por simulação numérica.

4.2.3 Caso 1C - Influência da mudança de material

A fim de enriquecer o estudo de sensibilidade do método de avaliação estrutural, propõe-se um estudo de variação de material para a barra engastada, simulada nas mesmas condições de solicitação. Este estudo visa ilustrar o comportamento da variação dos parâmetros de resistência do material, e seu impacto na confiabilidade durante a vida do elemento estrutural.

Os valores adotados para as variáveis de resistência dos materiais foram retirados de Davis (1998), e são apresentados na Tabela 29. Considera-se, neste estudo comparativo, que nenhum material possui tratamento superficial ou térmico que altere a homogeneidade das propriedades mecânicas.

Tabela 29 - Estudo de Caso 1C - Variáveis de resistência do material utilizadas na simulação

Caraterística	Aço		
Tipo	AISI 1045	AISI 304	AISI4340
Microestrutura	Ferrita-perlita	Austenita	Martensita
Tensão de escoamento (MPa)	310	235	470
Tensão de resistência à tração (MPa)	565	585	745
Tenacidade à fratura (MPa√m)	70	70	70
Parâmetro de Paris C (m/ciclo)	6,9E-12	5,6E-12	1,3E-10
Parâmetro de Paris m	3,00	3,25	2,25

A taxa de crescimento de trinca é ilustrada na Figura 87, para os três materiais simulados.

Figura 87 – Estudo de Caso 1C - Taxa de crescimento de trinca para os três materiais simulados

É possível observar que, apesar do aço AISI4340 possuir maior resistência mecânica por seu alto valor de tensão de escoamento e resistência à tração, este aço apresenta o crescimento de trinca mais rápido em comparação com os demais aços simulados. A causa deste comportamento está relacionada aos parâmetros de Paris do aço AISI4340, em especial ao parâmetro C de Paris.

O efeito do crescimento do defeito estrutural na probabilidade de falha é ilustrado na Figura 88.

Figura 88 – Estudo de Caso 1C - Probabilidade de falha durante vida do elemento estrutural para os três materiais simulados

Pelo fato da taxa de crescimento de trinca do aço AISI 4340 ser maior em comparação aos aços AISI 1045 e AISI 304 simulados, percebe-se que a probabilidade de falha deste material atinge um valor crítico em menos tempo do que os outros materiais simulados, mesmo possuindo uma probabilidade de falha substancialmente menor do que os demais materiais no instante inicial de simulação. Este resultado ilustra a importância da inspeção periódica no elemento estrutural, já que um defeito estrutural inicialmente desprezível pode se tornar a causa da falha estrutural após certo número de ciclos de carga dinâmica.

Para complementar a discussão, a Figura 89 apresenta o percurso da curva FAD para os três materiais. Neste gráfico não é possível observar a influência do tempo no crescimento da probabilidade de falha, como foi visto na Figura 88. O gráfico da Figura 89, no entanto, ilustra que os três materiais simulados possivelmente terão comportamentos similares na fratura, por possuírem trajetórias semelhantes na curva FAD. A fratura dos três materiais possivelmente terá comportamento plástico, pois os pontos da curva FAD estão mais próximos da abscissa do gráfico.

Figura 89 – Estudo de Caso 1C - Percurso da curva FAD e probabilidade de falha associada, para os três materiais simulados

4.3 CASO EXEMPLO 2 - MATERIAL RODANTE FERROVIÁRIO

Neste estudo de caso, será estudado um cenário real de fratura mecânica por fadiga, em um típico equipamento instalado em truques de trens de passageiros.

A lubrificação do flange de roda contribui não só para as propriedades de atrito das rodas diretamente lubrificadas, mas também para as rodas subsequentes da composição em movimento. A interação de um veículo ferroviário com sua infraestrutura é um aspecto fundamental de um sistema ferroviário. Os rodeiros de veículos ferroviários deixados completamente sem lubrificação ou com lubrificação em excesso podem apresentar risco de descarrilamento por frenagem inadequada, e, portanto, o sistema estrutural que suporta a função de lubrificação dos rodeiros possui relevância para a segurança do veículo como um todo.

Do ponto de vista econômico, o estudo da interface roda-trilho é bastante relevante para operadores ferroviários, uma vez que o atrito e consequente desgaste da interface roda-trilho reduz o desempenho do rodeiro e eleva os custos de manutenção do trem e também do trilho. Economia considerável de custos de energia e material pode ser conseguida reduzindo o atrito ao mínimo necessário.

Assim, a lubrificação do friso de roda é uma função relevante do trem do ponto de vista econômico e de segurança, e, portanto, é necessário garantir sua integridade durante a operação. O lubrificador de friso de roda é fixo ao truque do trem por meio de um conjunto de três peças, parafusadas entre si, conforme ilustra a Figura 90.

Figura 90 – Estudo de Caso 2 - Peças que compõem a montagem de fixação do lubrificador de friso de roda. Peça 1: suporte fixo ao truque. Peça 2: chapa dobrada intermediária. Peça 3: chapa regulável por oblongo

A Figura 91 mostra uma foto do equipamento instalado no truque de um trem, através do mesmo conjunto de fixação apresentado na Figura 90.

Figura 91 – Estudo de Caso 2 - Lubrificador de friso de roda ferroviária, suportado por uma chapa com distância ajustável à roda (peça 2) fixo a uma chapa da estrutura do truque (peça 3)

A fratura deste conjunto de fixação ocorre na peça número 2, a chapa dobrada intermediária parafusada no suporte fixo ao truque. É possível observar, através da Figura 92, que a fratura ocorre na região de estreitamento da largura da chapa, causada provavelmente por esforços cíclicos de flexão do equipamento de lubrificação instalado na ponta da chapa.

Figura 92 – Estudo de Caso 2 - Fratura da chapa de fixação do lubrificador de friso, com (a) vista da seção transversal da chapa e (b) vista da montagem do equipamento, solto após a fratura

No interesse de avaliar a solicitação desta estrutura submetida a esforços cíclicos, um modelo de elementos finitos em ANSYS foi gerado, utilizando uma malha de elementos estruturais denominados "solid185" na terminologia ANSYS, para modelar as três peças do sistema. O elemento "solid185" é usado para modelagem tridimensional de estruturas sólidas, e é definido por oito nós, cada um com três graus de liberdade de translação nas direções x, y e z. Este elemento permite variantes em prisma, tetraedro e pirâmide, quando usadas em regiões irregulares. A Figura 93 ilustra o elemento "solid185" e suas variantes. O conjunto estrutural deste estudo de caso foi modelado por 25.721 elementos e 19.172 nós.

A Figura 94 apresenta o modelo em elementos finitos dos elementos estruturais analisados.

Figura 93 – Estudo de Caso 2 - Elemento "solid185" utilizado na modelagem dos elementos estruturais e suas variantes. As faces numeradas indicam as regiões de imposição de tensão

Figura 94 – Estudo de Caso 2 - Sistema modelado por elementos finitos em ANSYS. O eixo X é longitudinal, o eixo y é transversal e o eixo z é vertical ao sistema. O conjunto está fixado nos pontos A e B marcados em vermelho

De maneira a simular os esforços observados pelo conjunto de fixação, utilizou-se a norma EN13749, que trata de métodos de especificação de requisitos estruturais de truques ferroviários, e dentre os requisitos definidos para o projeto dos sistemas estruturais, estabelece-se os valores de aceleração de serviço para equipamentos fixos ao rodeiro do trem como indicado na Tabela 30.

Tabela 30 - Estudo de Caso 2 - Valores típicos de aceleração de serviço para equipamentos montados em rodeiros. Estes valores de aceleração se aplicam no centro do eixo do rodeiro

Direção	Aceleração de fadiga
Vertical	$\pm 25 \text{ g}$
Lateral	$\pm 5 \text{ g}$
Longitudinal	$\pm 5 \text{ g}$

A aceleração é imposta ao conjunto completo considerando a restrição de translação e rotação nula nos pontos A e B indicados na Figura 94. Segundo a norma EN13749, as acelerações indicadas na Tabela 30 são consideradas níveis típicos para projeto mecânico em fadiga de material rodante ferroviário. Assume-se que estes níveis de aceleração representam uma carga cíclica de amplitude constante que, quando aplicada por 10^7 ciclos, resultam no mesmo dano mecânico que o espectro dinâmico de excitação observado na prática. O resultado da simulação para estes valores de aceleração pode ser visto na Figura 95, que apresenta a tensão em regime observada nos elementos.

A concentração de tensão observada no modelo pode possuir influência da malha de elementos utilizados para modelar as peças, no entanto, os valores observados condizem com as tensões atuantes no sistema e a região de concentração de tensão reflete o local onde a falha real ocorreu.

Figura 95 – Estudo de Caso 2 - Resultados da simulação de elementos finitos no conjunto de fixação, submetido às cargas de serviço definidas na norma EN13749. (a) Margens de segurança, tensões médias e dinâmicas no sistema estrutural. (b) Margem de segurança, tensão média e dinâmica no ponto mais crítico localizado na chapa intermediária

Assim, uma vez identificado o componente crítico e a solicitação observada durante serviço, é possível modelar a chapa intermediária desta estrutura pelo elemento estrutural da Figura 96, que consiste em uma chapa plana com presença de uma

trinca transversal na borda. Considera-se que o crescimento de um defeito no componente crítico terá o mesmo comportamento do crescimento de uma trinca neste elemento estrutural. Assume-se também que o crescimento da trinca é unidirecional no sentido transversal à chapa.

Figura 96 – Estudo de Caso 2 - Modelo do elemento estrutural crítico

As variáveis determinísticas e aleatórias definidas para simular o elemento estrutural são dadas na Tabela 31.

Tabela 31 - Estudo de Caso 2 - Variáveis da simulação: (a) Variáveis aleatórias e (b) Variáveis determinísticas

(a)

Variáveis aleatórias	Média	COV	Lei
Tamanho de trinca (mm)	0.5	0.3	Normal
Tensão de escoamento (MPa)	235	0.15	Lognormal
Tenacidade à fratura ($\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$)	70	0.15	Lognormal

(b)

Variáveis determinísticas	Valor	Unidade
Largura da chapa W	30	mm
Espessura da chapa B	6	mm
Tensão de flexão gerada pelo momento P_b	± 142	MPa
Módulo de Young	200	GPa
Tensão de resistência à tração	430	MPa
Lei de Paris C	$6.9\text{E}-12$	m/ciclo
Lei de Paris m	3	-

Os resultados da simulação de confiabilidade estrutural para este modelo resultaram no gráfico de probabilidade de falha da Figura 97 e na trajetória de pontos da curva FAD mostrada na Figura 98.

Figura 97 – Estudo de Caso 2 - Crescimento da probabilidade de falha em função do número de ciclos de carga

Figura 98 – Estudo de Caso 2 - Trajetória dos pontos da curva FAD e probabilidade de falha associada

Definindo 10^7 ciclos como requisito de projeto para este componente, faz-se um estudo de otimização dimensional da largura W da chapa, até que se encontre a dimensão mínima que cumpra com o requisito de projeto. A Figura 99 mostra a probabilidade de falha no instante em que o componente atinge 10^7 ciclos, em função da dimensão de largura W .

Figura 99 – Estudo de Caso 2 – Probabilidade de falha em 10^7 ciclos em função da largura W da chapa

Assim, supondo um requisito de projeto de vida em fadiga de 10^7 ciclos, as simulações feitas para este estudo de caso indicam que a mínima largura W da chapa que suporta o bico de lubrificação do friso de roda deve ser 48mm.

Por ser um componente de simples fabricação, o custo associado à sua fabricação e manutenção é desprezível, e pouco varia com o aumento da largura da chapa. O custo total deste componente, portanto, pode ser assumido como sendo predominantemente o custo de sua potencial falha. Assim, este custo é minimizado ao garantir a mínima probabilidade de falha, que ocorre a partir de 48mm de largura para a chapa, e garante a confiabilidade necessária durante a vida útil de 10^7 ciclos do componente.

4.5 DISCUSSÃO

De maneira a exemplificar a aplicação dos métodos propostos por este trabalho de pesquisa, foram apresentados dois estudos de caso, abordando a metodologia descrita na seção 3.

O estudo de caso 1 foi dividido em três análises que ilustraram diferentes aspectos de confiabilidade estrutural e sua aplicação na otimização dimensional de elementos estruturais. O elemento estrutural estudado foi uma barra circular engastada sujeita a esforços cíclicos de flexão.

No caso 1A, o estudo de confiabilidade e otimização dimensional foi realizado em simulação numérica em Matlab, seguindo os algoritmos apresentados na seção 3.3. Os resultados obtidos condizem com o esperado, porém a utilização da simulação numérica pode dificultar a viabilidade da análise em ambiente de projeto, uma vez que depende de um algoritmo específico e um software como Matlab para execução da análise.

No caso 1B, a análise de confiabilidade do caso 1A foi refeita utilizando mapas, sem a utilização de simulação numérica. Os resultados obtidos pelo método gráfico podem ser considerados satisfatoriamente próximos aos resultados da simulação numérica, dado que a obtenção dos resultados nos mapas está condicionado à análises visuais sujeitas a aproximações. Para tomadas de decisão rápidas em ambiente de projeto, ou para analisar um elemento estrutural existente e decidir sobre a parada do sistema para manutenção, o método gráfico é recomendado. Nota-se, porém, que os mapas utilizados no caso 1B foram gerados especificamente para a geometria do elemento estrutural estudado. Demais geometrias necessitarão de novos conjuntos de gráficos.

No caso 1C, o mesmo elemento estrutural foi simulado em Matlab para diferentes materiais, sob as mesmas condições de solicitação. Este estudo de caso visou analisar a influência do material na confiabilidade do elemento estrutural ao longo de sua operação. Foi possível observar que o comportamento da confiabilidade ao longo do tempo está intimamente relacionado com o crescimento de trinca no

componente. A resistência mecânica não deve ser tomada como único parâmetro que rege a confiabilidade, pois, como visto na simulação do aço AISI4340 representado na Figura 88, este material possui maior resistência mecânica, porém, ao mesmo tempo, maior taxa de crescimento de trinca, o que resultou na falha do elemento estrutural em menor tempo quando comparado a outros materiais com resistência mecânica menor.

Finalmente, o estudo de caso 2 mostrou a aplicação do método de estimativa da confiabilidade e aplicação na otimização dimensional de um elemento estrutural de material rodante ferroviário. Esta análise estimou, através de simulações numéricas, a mínima largura do elemento estrutural analisado que possua suficiente confiabilidade após um dado tempo de vida. É um exemplo real de aplicação do método proposto, que colabora durante o projeto de uma nova peça mais robusta para o truque de um material rodante ferroviário.

5 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho de pesquisa abordou o processo de avaliação probabilística de integridade estrutural e a aplicação na otimização dimensional de elementos estruturais, e os resultados obtidos nas simulações realizadas corroboram para a importância da pesquisa neste ramo. A análise de risco e o estudo probabilístico em ambiente de projeto podem contribuir para a otimização de processos e produtos, e a presente pesquisa mostrou uma das aplicações possíveis desta abordagem.

Nota-se que há dois grandes obstáculos na aplicação da análise de confiabilidade estrutural no dia a dia de projeto. O primeiro diz respeito à execução da análise, que muitas vezes depende de cálculos numéricos e iterativos, principalmente a abordagem relacionada com os métodos FORM. Nestes métodos, os cálculos não são diretos e podem necessitar de algoritmos matemáticos para obtenção de resultados. O segundo obstáculo também está relacionado ao conceito do método FORM, uma vez que a análise está intrinsecamente ligada ao critério de falha utilizado, ou seja, cada cenário ou sistema estrutural terá um critério de falha distinto, como, por exemplo, deformação máxima, tamanho de trinca crítico ou tensão de escoamento, o que dificulta a padronização da análise por um único critério.

Este trabalho de pesquisa visou trabalhar em soluções para ambos os obstáculos identificados. Primeiramente, através de simulações iterativas no algoritmo em Matlab, foi possível traduzir o método AFOSM em um método gráfico, dispensando a necessidade de uma simulação numérica. O segundo obstáculo foi minimizado ao escolher a curva FAD como critério de falha genérico. Considera-se que o critério FAD aborda os principais modos de falha mecânica de fratura frágil e ruptura dúctil, e, portanto, pode ser aplicado extensivamente a diferentes cenários de solicitação e resistência, com as devidas hipóteses e limitações apresentadas na seção 3.5.

Além disso, através de simulações iterativas do algoritmo criado em Matlab, foi possível propor um método gráfico de avaliação de probabilidade de falha para um

elemento estrutural simples, e tal método foi aplicado por projetistas mecânicos em ambiente de projeto para que se pudesse avaliar sua aplicabilidade e praticidade. Foi possível observar que este método gráfico apresentou resultados similares entre os indivíduos que o testaram, e mostrou ser um método eficiente para avaliações rápidas de integridade estrutural.

Conclui-se, então, que este trabalho de pesquisa atingiu satisfatoriamente seu objetivo proposto ao apresentar um processo metodológico de análise, sua tradução em um método gráfico de simples aplicação em ambiente de projeto, e a devida abordagem de tal processo em estudos de caso reais. Foi possível observar que o projeto de sistemas mecânicos é fortemente influenciado por incertezas nos parâmetros de solicitação e resistência dos elementos estruturais, e, portanto, as tomadas de decisão durante o dimensionamento e operação do sistema podem ser mais bem embasadas quando consideram os fatores probabilísticos associados aos fenômenos mecânicos.

Observa-se que este trabalho abordou a otimização dimensional como uma das possíveis aplicações da análise probabilística de integridade estrutural, porém, como recomendações para trabalhos futuros, outras aplicações relacionadas podem ser estudadas, como, por exemplo, a influência da periodicidade da manutenção na confiabilidade do elemento estrutural. Além disso, este trabalho abordou a otimização dimensional de uma variável, com o objetivo de verificar a aplicação da estimativa da confiabilidade na otimização estrutural. É possível estender esta aplicação para otimizações dimensionais de múltiplas variáveis, aplicando o mesmo conceito apresentado neste trabalho em um sistema de múltiplas variáveis.

Pode-se citar, também, que o escopo deste trabalho residiu na análise de elementos estruturais simples, mas o conceito pode ser aplicado em maior escala. Como extensão deste trabalho, futuras pesquisas podem utilizar o mesmo conceito na análise de confiabilidade de sistemas mecânicos complexos, como treliças ou pórticos.

Por fim, observa-se que o método gráfico proposto gerou um conjunto de gráficos aplicáveis a um elemento de barra circular. Outros elementos estruturais, como, por

exemplo, chapas e tubos, podem ser estudados, e o método gráfico pode ser estendido de igual maneira, gerando uma compilação de mapas para diferentes geometrias.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKTAS, E.; MOSES, F.; GHOSN, M. **Cost and safety optimization of structural design specifications**. Reliability Engineering and System Safety 73, 2001. p. 205-212.
- AMERICAN BUREAU OF SHIPPING. ABS: **Guide for the Fatigue Assessment of Offshore Structures**. Houston, 2003.
- AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. **API 579-1 / ASME FFS-1: Fitness for Service**. Washington, 2007.
- AMERICAN STANDARD. **ASTM E1823-13: Standard Terminology Relating to Fatigue and Fracture Testing**, ASTM International, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 2013.
- ANDERSON, T.L. **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications**. 3ª Edição. Maio, 2004.
- ARTEAGA, E.B.; SOUBRA, A.-H. **Reliability Analysis Methods**. ALERT Doctoral School 2014 - Stochastic Analysis and Inverse Modelling. Universidade de Nantes, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR ISO31000: Gestão de Riscos - Princípios e diretrizes**. Novembro, 2009.
- AYYUB, B.; McCUEN, R. **Probability, Statistics and Reliability for Engineers and Scientists**. 3ª Edição. CRC Press. Boca Raton, EUA, 2011.
- AYYUB, B.; ASSAKKAF, I. **Chapter 19. Reliability-Based Structural Design**. SNAME Ship Design and Construction, Volume 1. Society of Naval Architects and Marine Engineers, 2003. 883 p.
- BASLER, B. **Untersuchungen über den Sicherheitsbegriff von Bauwerken**. Schweiz Arch, Volume 27, No. 4. 1961.
- BECK, A.T.; GOMES, W.J.S. **A comparison of deterministic, reliability-based and risk-based structural optimization under uncertainty**. Probabilistic Engineering Mechanics, Volume 28, 2012.
- BENYON, J. A.; WATSON, A. S. **The use of Montecarlo analysis to increase axle inspection interval**. Proceedings 13th International Wheelset Congress. Roma, 2001.
- BOYER, H.E. **Atlas of Fatigue Curves**. ASM International, 1986. 518p.
- BRITISH STANDARD. **BS7910: Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures**. Dezembro, 2013.
- BRITISH STANDARD. **BS7608: Guide to fatigue design and assessment of steel**

products. Março, 2014.

BURDEKIN, F.M.; HAMOUR, W. **Partial Safety Factors for the SINTAP Procedure.** Health & Safety Executive, 2002.

CHOCAT, R.; BEAUCAIRE, P.; DEBEUGNY, L.; LEFEBVRE, J-P.; SAINVITU, C.; BREITKOPF, P.; WYART, E. **Reliability analysis in fracture mechanics according to combined failure criteria.** VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS). Grécia, Junho, 2016.

CORNELL, C.A. **A Probability-Based Structural Code.** ACI-Journal, Volume 66, 1969. p. 974-985.

DA ROSA, E. **Análise de Resistência Mecânica - Mecânica da Fratura e Fadiga.** Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina. Outubro, 2002. 407 p.

DAVIS, J.R., **Metals Handbook Desk Edition**, 2ª Edição, CRC Press, 1998. p. 153-173.

DIETER, G.E. **Mechanical Metallurgy.** Mc Graw-Hill Book Co., 3ª Edição. Nova Iorque, 1986. 751 p.

DITLEVSEN, O.; MADSEN, H.O. **Structural Reliability Methods.** Department of Mechanical Engineering, Technical University of Denmark. Edição de Internet, 2007.

DOWLING, A.R.; TOWNLEY, C.H.A. **The Effects of Defects on Structural Failure: A Two-Criteria Approach.** International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 3, 1975. p. 77-137.

DUNDULIS, G.; ZUTAUTAITE, I.; JANULIONIS, R.; USPURAS, E.; RIMKEVICIUS, S.; EID, M. **Integrated failure probability estimation based on structural integrity analysis and failure data: Natural gas pipeline case.** Reliability Engineering & System Safety, Volume 156. Dezembro 2016. p.195-202.

ELISHAKOFF, I. **Interrelation between safety factors and reliability.** National Aeronautics and Space Administration (NASA). Novembro 2001.

EUROPEAN COMMITTEE FOR ELECTROTECHNICAL STANDARDIZATION (CENELEC). **EN12663-1: Structural requirements of railway vehicle bodies. Part 1: Locomotives and passenger rolling stock.** Maio, 2010.

EUROPEAN COMMITTEE FOR ELECTROTECHNICAL STANDARDIZATION (CENELEC). **EN13749: Railway applications - Wheelsets and bogies - Method of specifying the structural requirements of bogie frames.** Março, 2011.

EUROPEAN COMMITTEE FOR ELECTROTECHNICAL STANDARDIZATION (CENELEC). **EN50126-1: Railway Applications. The Specification and Demonstration of Reliability, Availability, Maintainability and Safety (RAMS). Generic RAMS Process.** Dezembro, 2017.

FRANGOPOL, D.M.; KAWATANI, M.; KIM, C.-W. **Reliability and Optimization of**

Structural Systems. Proceedings of the thirteenth IFIP WG 7.5 Working Conference on Reliability and Optimization of Structural Systems, Kobe, Japan. Outubro, 2006.

GHABRAIE, K. **Applications of topology optimization techniques in seismic design of structure.** Structural Seismic Design Optimization and Earthquake Engineering: Formulations and Applications, Capítulo 10. Estados Unidos, 2012. p. 232-268.

GHORBANI, H.; CHAKHERLOU, T.N.; TAGHIZADEH, H. **On the estimation of fatigue life in bolt clamped Al-alloy 2024-T3 plates.** Engineering Fracture Mechanics, Volume 164. Setembro, 2016. p.74-92.

GOMES, W.J.S. **Estudo do Efeitos de Incertezas na Otimização Estrutural.** Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, 2010.

HASOFER, A.M.; LIND, N.C. **An Exact and Invariant First Order Reliability Format.** ASCE, Journal of the Engineering, Mechanics Division, 1974. p. 111-121.

HESS, P.E.; BRUCHMAN, D.; ASSAKKAF, I.A.; AYYUB, B.M. **Uncertainties in Material Strength, Geometric and Load Variables.** Naval Engineers Journal, Volume 114, 2ª Edição. Abril, 2002. p. 139–166.

HOBBACHER, A. **Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components.** International Institute of Welding (IIW). Dezembro, 2008.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO2394: General principles on reliability for structures.** Março, 2015.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO13822: Bases for design of structures - Assessment of existing structures.** Dezembro, 2001.

JALLOUF, S.; CASAVOLA, K.; PAPPALETTERE, C.; PLUVINAGE, G. **Assessment of undercut defect in a laser welded plate made of Ti-6Al-4V titanium alloy with probabilistic domain failure assessment diagram.** Engineering Failure Analysis, Volume 59. Novembro, 2015. p. 17-27.

KADRY, S.; EL HAMI, A. **Numerical Methods for Reliability and Safety Assessment.** Springer, 2015.

KECECIOGLU, D. **Reliability Engineering Handbook.** Volume 1, Prentice-Hall. New York, 1991.

KECECIOGLU, D. **Reliability Engineering Handbook.** Volume 2, Prentice-Hall. New York, 1991.

KOÇAK, M. et al. **FITNET Final Technical Report.** FITNET (European Fitness for Service Network). Janeiro, 2007.

KUMAMOTO, H.; HENLEY, E.J.; **Probabilistic Risk Assessment and Management for Engineers and Scientists.** IEEE Press, 2ª Edição. Abril, 2000.

LAFRARIA, J. R. B. **Manual de Confiabilidade, Manutenibilidade e**

Disponibilidade. Qualitymark, 1ª Edição. Rio de Janeiro, 2001.

LEE, S.H.; CHEN, W. **A comparative study of uncertainty propagation methods for black-box-type problems.** Structural and Multidisciplinary Optimization, Volume 37, 3ª Edição. Janeiro, 2009. p. 239-253.

LEE, Y.-S.; CHOI, B.-L.; LEE, J. H.; KIM., S. Y.; HAN, S. **Reliability-based design optimization of monopile transition piece for offshore wind turbine system.** Renewable Energy, Volume 71, Novembro, 2014, p. 729–741.

LEE, O.S.; KIM, D.H. **The reliability estimation of pipeline using FORM, SORM and Monte Carlo Simulation with FAD.** Journal of Mechanical Science and Technology, Volume 20, No.12, 2006. p.2124-2135.

LEWIS, E.E. **Introduction to Reliability Engineering.** 2ª Edição. Julho, 1994.

LI, G.; HU, H. **Risk design optimization using many-objective evolutionary algorithm with application to performance-based wind engineering of tall buildings.** Structural Safety, Volume 48. Maio, 2014. p. 1–14.

LIU, P.-L.; DER KIUREGHIAN, A. **Optimization algorithms for structural reliability.** Structural Safety, Volume 9, Edição 3, 1991. p.161-177.

LOPES, R.H.; BECK, A.T.; **Reliability-Based Design Optimization Strategies Based on FORM: A Review.** Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Volume 34, No.4. Rio de Janeiro, 2012.

MACHNIEWICZ, T. **Fatigue crack growth prediction models for metallic materials. Part I: Overview of prediction concepts.** Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures (FFEMS), Volume 36, 4ª Edição, Abril, 2013. p. 293–307.

MALJAARSA, J.; STEENBERGENA, H.M.G.M; VROUWENVELDER, A.C.W.M. **Probabilistic model for fatigue crack growth and fracture of welded joints in civil engineering structures.** International Journal of Fatigue, Volume 38, Maio, 2012. p. 108–117.

MANSOR, N.I.I.; ABDULLAH, S.; ARIFFIN, A.K. **Discrepancies of fatigue crack growth behaviour of API X65 steel.** Journal of Mechanical Science and Technology, Volume 31, 10ª Edição. Outubro, 2017. p.4719–4726.

MANSOUR, A.E. **An Introduction to Structural Reliability Theory.** Mansour Engineering, Inc. Berkeley. Janeiro, 1989. 350p.

MELCHERS, R.E. **Structural Reliability, Analysis and Prediction.** Wiley, 2ª Edição, 1999. 456p.

MEYERS, M.A.; CHAWLA, K.K. **Mechanical behavior of materials.** Cambridge University Press, 2ª Edição, 2009.

MOUBRAY, J. **Reliability Centered Maintenance.** Oxford Press, Oxford, Grã-Bretanha, 1997.

MRÁZIK, A.; KRIZMA, M. **Probability-based design standards of structures**. Structural Safety, Volume 19, 2ª Edição, 1997. p.219-234.

NATHWANI, J.S.; LIND, N.C.; PANDEY, M.D. **Affordable safety by choice: the life quality method**. Institute for Risk Research, University of Waterloo, Canada, 1997.

NEWMAN JR, J.C. **The merging of fatigue and fracture mechanics concepts: a historical perspective**. Progress in Aerospace Sciences, Volume 34, Publicações 5–6. Julho, 1998, p. 347-390.

O'CONNOR, P.; KLEYNER, A. **Practical Reliability Engineering**. Wiley, 5ª Edição. Janeiro, 2012. 512p.

OLIVEIRA, L. G. **Determinação da taxa de propagação de trinca por fadiga dos aços SAE-1050 e SAE-4130 empregados na fabricação de eixos ferroviários**. Dissertação de Mestrado, UNESP - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, 2008. 151p.

PETRUSKA, D.; KU, A.; MASSON, C.; COOK, H.; MCDONALD, W.; SPONG R. **Calculation of Reliability-Based Safety Factors for Establishing Defect Acceptance Criteria for Deepwater Riser Welds**. Deep Offshore Technology (D.O.T.) Conference, 2006.

PESINIS, K.; TEE, K.F. **Statistical model and structural reliability analysis for onshore gas transmission pipelines**. Engineering Failure Analysis, Volume 82. Dezembro, 2017. p. 1-15.

RACKWITZ, R. **Optimization and risk acceptability based on Life Quality Index**. Structural Safety, Volume 24, Edição 2–4. Abril - Outubro, 2002. p. 297–331.

RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. **Structural reliability under combined random load sequences**. Computers & Structures, Volume 9, Edição 5, 1978. p. 489-494.

SINTAP, **Structural Integrity Assessment Procedures for European Industry**. Brite-Euram Projeto No. BE95-1426, Contrato No. BRPR-CT95-0024. Relatório Final, Setembro, 1999.

SOLTANI, M.; COROTIS, R. B. **Failure cost design of structural systems**. Structural Safety, Volume 5, 4ª Edição, 1988. p. 239-252.

STEPHENS, R.I.; FATEMI, A.; STEPHENS, R.R.; FUCHS, H.O.; **Metal Fatigue in Engineering**. Wiley, 2ª Edição. Novembro, 2000. 496p.

SUNDARARAJAN, C. **Probabilistics Structural Mechanics Handbook**. Springer, 1ª Edição, 1995.

THE JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY (JCSS). **JCSS: Probabilistic model code**. 2001.

THE JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY (JCSS). **Risk Assessment in Engineering - Principles, System Representation & Risk Criteria**. 2008.

TORIBIO, J.; MATOS, J-C.; GONZALEZ, B. **Corrosion-Fatigue Crack Growth in Plates: A Model Based on the Paris Law**. Materials, Volume 10, 4ª Edição. Abril, 2017.

TSOMPANAKIS, T.; LAGAROS, N.D.; PAPADRAKAKIS, M. **Structural Design Optimization Considering Uncertainties: Structures & Infrastructures Book**. CRC Press, Volume 1. Londres, 2008. 669p.

VANDERPLAATS, G.N. **Numerical optimization techniques for engineering design: with applications**. McGraw-Hill Book Company, 1ª Edição. New York, 1984.

VERZENHASSI, C.C. **Otimização de risco estrutural baseada em confiabilidade**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, 2008.

XIAOPING, D. **Probabilistic Engineering Design - Chapter Seven: First Order and Second Reliability Methods**. University of Missouri, Setembro, 2005.

YANG, H.; ZHU, Y.; LU, Q.; ZHANG, J. **Dynamic reliability based design optimization of the tripod sub-structure of offshore wind turbines**. Renewable Energy, Volume 78. Junho, 2015.

ZERBST, U.; AINSWORTH, R.A.; SCHWALBE, K.-H. **Basic principles of analytical flaw assessment methods**. International Journal of Pressure Vessels and Piping, Volume 77, Edições 14 e 15, 2000. p. 855-867.

ZERBST, U.; SCHODEL, M.; WEBSTER, S.; AINSWORTH, R.A.; **Fitness-for-Service Fracture Assessment of Structures Containing Cracks. A Workbook based on the European SINTAP/FITNET Procedure**. Academic Press, 1ª Edição. Amsterdam, 2007.

ZHANG, Y.M.; FAN, M.; XIAO, Z.M.; ZHANG, W.G. **Fatigue analysis on offshore pipelines with embedded cracks**. Ocean Engineering, Volume 117. Maio, 2016. p.45-56.

ZHOU, Y.; ZHANG, Z.; ZHONG, Q. **Improved Reliability Analysis Method Based on the Failure Assessment Diagram**. Chinese Journal Of Mechanical Engineering, Volume 25, 4ª Edição. 2012.

ZHU, S-P.; HUANG, H-Z.; PENG, W.; WANG, H-K.; MAHAVEVAN, S. **Probabilistic Physics of Failure-based framework for fatigue life prediction of aircraft gas turbine discs under uncertainty**. Reliability Engineering & System Safety. Volume 146. Fevereiro 2016. p. 1-12.

APÊNDICE A - ESTIMATIVA DA CONFIABILIDADE ATRAVÉS DE MAPAS

Escopo de aplicação dos mapas deste apêndice:

Parâmetro	Valor	Unidade
Geometria	Barra sólida circular	-
Tamanho de trinca	0,5 a 10	mm
Tensão de membrana atuante	100 a 600	Mpa
Tensão de flexão atuante	100 a 600	Mpa

* Coeficiente de variação da soma de duas variáveis aleatórias

$$COV_{A+B} = \frac{\sqrt{(COV_A \cdot \mu_A)^2 + (COV_B \cdot \mu_B)^2}}{\mu_A + \mu_B}$$

GRÁFICO 1A

Fator intensificador de tensão $\text{MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$

GRÁFICO 1B

Fator intensificador de tensão $\text{MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$

GRÁFICO 1E

GRÁFICO 1F

GRÁFICO 3A

Distância à curva FAD

GRÁFICO 3B

COV Distância à curva FAD

GRÁFICO 4

APÊNDICE B - MODELAGEM DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS

O equacionamento apresentado neste apêndice provém da norma BS7910 (2013). Apresenta-se aqui a modelagem das duas geometrias utilizadas nos casos de estudo deste trabalho, mas, para referência mais detalhada, sugere-se a consulta à norma. O equacionamento e parâmetros para cálculo do fator intensificador de tensão ΔK_I se encontra no Anexo M da norma, enquanto o equacionamento para cálculo da tensão de referência σ_{ref} se encontra no Anexo P da norma.

Geometria: Trinca de borda na direção transversal de chapa retangular

Figura 100 – Apêndice B - Trinca de borda na direção transversal de chapa retangular

$$M = M_{km} = M_{kb} = f_w = 1$$

$$M_m = M_b = 1.12 - 0.23(a/W) + 10.6(a/W)^2 - 21.7(a/W)^3 + 30.4(a/W)^4$$

$$\sigma_{ref} = \frac{P_b + (P_b^2 + 9P_m^2)^{0.5}}{3(1 - \alpha'')}$$

$$\alpha'' = (a/W)$$

Geometria: Trinca frontal na direção transversal de barra circular

Figura 101 – Apêndice B - Trinca frontal na direção transversal de barra circular

$$M = M_{km} = M_{kb} = f_w = 1$$

$$M_m = 0.926 - 1.771\left(\frac{a}{2r}\right) + 26.421\left(\frac{a}{2r}\right)^2 - 78.481\left(\frac{a}{2r}\right)^3 + 87.911\left(\frac{a}{2r}\right)^4$$

$$M_b = 1.04 - 3.64\left(\frac{a}{2r}\right) + 16.86\left(\frac{a}{2r}\right)^2 - 32.59\left(\frac{a}{2r}\right)^3 + 28.41\left(\frac{a}{2r}\right)^4$$

$$\sigma_{\text{ref}} = \sigma_{n,m} + |\sigma_{n,b}|$$

$$\sigma_{n,m} = \frac{\pi P_m}{\frac{\pi}{2} + \beta + \frac{1}{2} \sin 2\beta}$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{r-a}{r}\right)$$

$$\sigma_{n,b} = \frac{3\pi}{16\chi} P_b$$

χ é definido através da seguinte tabela:

Tabela 32 - Apêndice B - Valores de χ para cálculo da tensão de referência do elemento estrutural de barra circular com trinca frontal

$a/2r$	0	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3
χ , lower bound	1	0.958	0.889	0.810	0.725	0.640	0.556
$a/2r$	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65
χ , lower bound	0.475	0.400	0.329	0.265	0.208	0.158	0.116
$a/2r$	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95	1.0
χ , lower bound	0.0800	0.0516	0.0300	0.0148	0.0055	0.0010	0