BRIAN JUAN AUZA TARQUINO

**AVALIAÇÃO DO ERRO ESTÁTICO DA FERRAMENTA DE UMA
MÁQUINA FRESADORA COM ARQUITETURA PARALELA**

São Paulo

2016

BRIAN JUAN AUZA TARQUINO

**AVALIAÇÃO DO ERRO ESTÁTICO DA FERRAMENTA DE UMA
MÁQUINA FRESADORA COM ARQUITETURA PARALELA**

**Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia**

**São Paulo
2016**

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

TARQUINO, BRIAN JUAN AUZA

Avaliação do erro estático da ferramenta de uma máquina fresadora com arquitetura paralela / B. J. A. TARQUINO -- versão corr. -- São Paulo, 2016.

125 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

BRIAN JUAN AUZA TARQUINO

**AVALIAÇÃO DO ERRO ESTÁTICO DA FERRAMENTA DE UMA MÁQUINA
FRESADORA COM ARQUITETURA PARALELA**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para a obtenção do título de Mestre em
Engenharia

Área de concentração:
Engenharia Mecânica de Projeto e
Fabricação

Orientador: Professor Doutor
Tarcísio Antônio Hess-Coelho

São Paulo
2016

DEDICATÓRIA

À minha família, Patricia, Donato e Job, pelo constante apoio e paciência.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Tarcísio A. Hess Coelho, pela orientação e apoio durante todas as etapas de elaboração deste trabalho.

Aos colegas de laboratório Décio Rinaldi, Vitor Hartmann e André Coutinho pelas pautas e ajuda brindadas.

Ao pessoal que trabalha no Laboratório GMSIE-USP pela constante colaboração na realização dos experimentos e uso dos equipamentos.

O homem é aquilo que ele faz, a partir daquilo que fizeram dele.

Jean-Paul Sartre

RESUMO

Os mecanismos amplamente utilizados em aplicações industriais são de tipo serial, porém há algum tempo vem sendo desenvolvidos estudos sobre as vantagens que os mecanismos de arquitetura paralela oferecem em contraposição com os seriais. Rigidez, precisão, altas frequências naturais e velocidade são algumas características que os mecanismos paralelos atribuem a máquinas já consolidadas na indústria, destinadas principalmente nas operações de manipulação (pick and place). Nesse sentido, é relevante o estudo sobre a funcionalidade em outros tipos de operação como a usinagem e, particularmente o fresamento. Para isto, devem-se ainda explorar e desenvolver as capacidades dos mecanismos paralelos em relação à rigidez e à precisão nas operações mencionadas.

Foi desenvolvido previamente o projeto e montagem do protótipo de uma máquina fresadora de arquitetura paralela. Também caracterizado pela redundância na atuação para o posicionamento da ferramenta. Com este intuito, pretende-se no trabalho atual, avaliar o erro estático de posicionamento da ferramenta por métodos experimentais, quantificar os deslocamentos, realizar um mapeamento experimental em diversas configurações dos membros. Por outro lado, pretende-se adaptar um modelo numérico simplificado que possa prever as deformações elásticas em diversas configurações, que contemple o efeito de juntas lineares flexíveis e que de alguma forma ajude a identificar as principais fontes de erro. Para tal, foram elaboradas rotinas de programação que através da cinemática inversa e o uso do método dos elementos finitos tentem prever o que de fato acontece nos experimentos.

Foi proposta também uma implementação alternativa para o controle do mecanismo através de um software CNC e a conversão de coordenadas cartesianas em coordenadas dos atuadores, isto ajudaria na geração do código G. Finalmente, foram elaboradas algumas trajetórias que tentam avaliar a exatidão e repetitividade do mecanismo além de descrever outras trajetórias livres.

Palavras-chave: Mecanismo, Cinemática Paralela, Fresadoras.

ABSTRACT

Serial mechanisms have been widely used in industrial applications, on the other hand some studies related to advantages of parallel kinematics and its benefits have been developed in the last decades. Stiffness, accuracy, high natural frequencies and velocities are some characteristics that this kind of kinematic architecture attribute to some industrial machines specially used in “pick and place” operations. However, it remains relevant to study the functionality that parallel mechanisms could offer in other kind of applications such as milling. In order to achieve this, it is important to evaluate and explore the capabilities and performance characteristics when precision and stiffness are involved.

A milling machine with parallel architecture prototype has been designed and constructed in previous works. The tool positioning is characterized by redundant actuation. The present work aims to evaluate the static error of the tool positioning mechanism by experimental procedures, in order to quantify the tool displacements under some established loads and to elaborate an experimental map for static error in different mechanism configurations. On the other hand, it is intended to adapt a simplified numerical model that could predict the stiffness behavior along the workspace including the effect of flexible linear actuators. For this purpose, a finite element method script was developed to solve all the structure displacements.

In addition, it was proposed an alternative control implementation that works through an open source CNC software and its appropriate kinematic conversion for the mechanism characteristics and the generation of G Code scripts. Finally, some trajectories were planned in order to evaluate accuracy and repeatability in two proposed paths besides some other free operations.

Keywords: Mechanism, Parallel Kinematics, Milling Machine.

SUMÁRIO

RESUMO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

1	INTRODUÇÃO	- 23 -
1.1	Trabalho desenvolvido anteriormente.....	- 24 -
1.2	Projeto Conceitual	- 26 -
1.3	Descrição do mecanismo plano de posicionamento da ferramenta	- 26 -
1.4	Colocação do Problema.....	- 28 -
2	REVISÃO DA LITERATURA.....	- 30 -
2.1	Cadeia Cinemática, Mecanismo e Máquina	- 30 -
2.2	Manipuladores Seriais	- 31 -
2.3	Manipuladores Paralelos.....	- 32 -
2.4	Análise Cinemática do Mecanismo Plano.....	- 32 -
2.5	Avaliação da Área de Trabalho	- 34 -
2.6	Resolução de uma estrutura estática com elementos de treliça	- 34 -
3	METODOLOGIA.....	- 38 -
3.1	Esquema da metodologia utilizada	- 39 -
3.2	Procedimento Experimental.....	- 41 -
3.3	Metodologia para o mapeamento experimental dos deslocamentos.....	- 41 -
3.4	Avaliação da área de trabalho	- 42 -
3.5	Seleção do método de medição e aquisição de dados	- 46 -
3.5.1	Vibrômetro Laser Doppler (LDV).....	- 46 -
3.5.2	Placa de Aquisição	- 49 -
3.6	Aplicação da Carga	- 49 -
3.7	Tratamento de dados	- 49 -
3.8	Montagem dos experimentos	- 50 -
3.8.1	Mapeamento experimental do erro estático relacionado à rigidez	- 50 -
3.8.2	Mapeamento experimental relacionado às frequências naturais do mecanismo ..	- 51 -
3.8.3	Ensaio de repetitividade e exatidão	- 51 -
3.9	Procedimentos experimentais	- 52 -
3.9.1	Mapeamento experimental do erro estático relacionado à rigidez	- 52 -

3.9.2	Mapeamento experimental relacionado às frequências naturais do mecanismo .-	54 -
3.9.3	Ensaio de repetitividade e precisão	55 -
3.9.4	Método de Análise dos resultados nos ensaios de exatidão e repetitividade.....	57 -
3.9.4.1	Exatidão de posicionamento.....	57 -
3.9.4.2	Repetitividade.....	58 -
3.10	Mapeamento teórico através da elaboração de modelos numéricos	59 -
3.10.1	Modelo numérico planar simplificado	59 -
3.10.2	Cinemática de posição aplicada à análise de elementos finitos	61 -
3.10.3	Elaboração da rotina para a resolução da estrutura estática	61 -
3.10.4	Juntas lineares flexíveis	62 -
3.10.5	Mapeamento teórico	63 -
3.11	Implementação alternativa de controle CNC	63 -
4	RESULTADOS	67 -
4.1	Mapeamento experimental do erro estático relacionado à rigidez	68 -
4.2	Mapeamento experimental relacionado às frequências naturais do mecanismo.....	72 -
4.3	Mapeamento da área de trabalho	75 -
4.4	Ensaio de exatidão e repetitividade	78 -
4.5	Trajetórias planejadas	81 -
5	DISCUSSÃO	84 -
5.1	Mapeamento experimental do erro estático relacionado à rigidez	84 -
5.2	Mapeamento experimental relacionado às frequências naturais do mecanismo.....	85 -
5.3	Mapeamento da área de trabalho	86 -
5.4	Ensaio de exatidão e repetitividade	87 -
6	CONCLUSÕES	89 -
7	TRABALHOS FUTUROS	91 -
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	93 -
9	APÊNDICE	97 -
9.1	Resultados da aplicação de carga decrescente na direção X, em todos os pontos ensaiados-	97 -
9.2	Resultados da aplicação de carga decrescente na direção Y, em todos os pontos ensaiados-	100 -
9.3	Sinal da resposta dinâmica para todos os pontos experimentados.....	103 -
9.4	Espectro de Frequências obtidos a partir da resposta dinâmica de todos os pontos	106 -
9.5	Especificações gerais do Driver para motor de passo Toshiba TB6560	109 -

9.6 Rotina elaborada para resolução numérica da estrutura estática, plotagem e mapeamento dos resultados.....	- 110 -
9.7 Rotina elaborada para o planejamento de trajetórias e geração do código G	- 123 -

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Maquete previamente contruída

Figura 2: Montagem do protótipo

Figura 3: Classificação do tipo de juntas no sistema de referência global adotado

Figura 4: Magnitude e direção das cargas consideradas nas simulações

Figura 5: Erro estático na área de trabalho, com três atuadores, 750 (N) na direção positiva paralela ao eixo X

Figura 6: Erro estático na área de trabalho, com três atuadores, 3500 (N) direção paralela ao eixo X

Figura 7: Cadeias cinemáticas a) aberta, b) fechada

Figura 8: Parâmetros geométricos importantes e variáveis de posicionamento

Figura 9: Coordenadas cartesianas de pontos relevantes no mecanismo

Figura 10: Área de trabalho através da interseção

Figura 11: Elemento de treliça nos sistemas de referência local e global

Figura 12: Deslocamento estático do mecanismo numa configuração carregada com uma força F_x

Figura 13: Posicionamento da ferramenta em função dos deslocamentos dos atuadores

Figura 14: Construções geométricas para a determinação dos pontos X_1 , X_2 e X_3

Figura 15: Construções geométricas no modelo em escala

Figura 16: Obtenção da área de trabalho geometricamente

Figura 17: Pontos Amostrais da área de trabalho

Figura 18: Esquema de montagem para aquisição de dados

Figura 19: Diagrama combinado das faixas de medição em função do fator de escala, extraído do manual do fabricante

Figura 20: Placa de Aquisição BNC-2111, National Instruments

Figura 21: Posicionamento do LDV para a medição dos deslocamentos em Y, a) Célula de carga, b) LDV e c) Alvo e fita reflexiva

Figura 22: Posicionamento do LDV para a medição dos deslocamentos em X, a) Célula de carga, b) LDV e c) Alvo e fita reflexiva

Figura 23: Montagem dos equipamentos para o ensaio de repetitividade e exatidão

Figura 24: Modelo estático para análise por elementos finitos considerando juntas flexíveis

Figura 25: Pontos experimentais considerados no ensaio de rigidez

Figura 26: Aplicação da carga no mecanismo

Figura 27: Aplicação do impacto para a verificação da resposta em frequência

Figura 28: Posição de pontos utilizados para o ensaio de repetitividade e exatidão ao longo do eixo X

Figura 29: Posição de pontos utilizados para o ensaio de repetitividade e exatidão ao longo do eixo Y

Figura 30: Modelo do mecanismo em treliças

Figura 31: Tabela A89, extraída do catálogo NSK Rolamentos

Figura 32: Numeração dos nós e elementos da estrutura

Figura 33: Diagrama da rotina de resolução numérica

Figura 34: Esquema de comunicação dos atuadores com o computador

Figura 35: Esquema de alimentação dos drivers e motores de passo

Figura 36: Diagrama da rotina para escrever o código G

Figura 37: Pontos contemplados para o ensaio experimental

Figura 38: Ensaio de aplicação de carga na direção X, ponto 2

Figura 39: Ensaio de aplicação de carga na direção Y, ponto 2

Figura 40:Ensaio de aplicação de carga na direção X, ponto 22

Figura 41: Ensaio de aplicação de carga na direção Y, ponto 22

Figura 42: Resultados experimentais e numéricos para uma carga horizontal $F_x= 50$ (Kg_f)

Figura 43: Resultados experimentais e numéricos para uma carga vertical $F_y=50$ (Kg_f)

Figura 44: Montagem da do ensaio experimental de rigidez

Figura 45: Sinal da resposta dinâmica para o ponto 2

Figura 46: Espectro de frequências do sinal adquirido no ponto 2

Figura 47: Sinal da resposta dinâmica para o ponto 22

Figura 48: Espectro de frequências do sinal adquirido no ponto 22

Figura 49: Resultados experimentais e numéricos das frequências máximas

Figura 50: Mapeamento experimental dos deslocamentos com $F_x= 50$ (Kg_f)

Figura 51: Mapeamento numérico dos deslocamentos com $F_x= 50$ (Kg_f)

Figura 52: Mapeamento experimental dos deslocamentos com $F_y= 50$ (Kg_f)

Figura 53: Mapeamento numérico dos deslocamentos com $F_y= 50$ (Kg_f)

Figura 54: Fazendo uma trajetória com o dispositivo que suporta a caneta

Figura 55: Trajetória livre do logotipo da USP, modelo CAD

Figura 56:Trajetória livre do logotipo da USP, real

Figura 57: Modelo CAD do brasão da Escola Politécnica da USP dentro dos limites da área de trabalho

Figura 58: Trajetória efetivamente realizada do brasão da Escola Politécnica da USP

Figura 59: Modelo CAD da obra “Turbaned soldier on horseback”, Rembrandt

Figura 60: Trajetória efetivamente realizada da obra “Turbaned soldier on horseback”, Rembrandt

Figura 61: Espectro de frequências no intervalo de 0 a 20 (Hz) para o ponto 22

Figura 62: Desvio absoluto da exatidão por cada posição ensaiada, caminho 1

Figura 63: Desvio absoluto da exatidão por cada posição ensaiada, caminho 2

Figura 64: Experimentos prévio do deslocamento das juntas lineares

Figura 65: Montagem do experimento de rigidez

Figura 66: Montagem do experimento de repetitividade e exatidão

Figura 67: Sugestão de Montagem 1

Figura 68: Bloco de alumínio montado com parafusos

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Resolução do LDV em função do Fator de Escala (d_r)

Tabela 2: Lista de coordenadas propostas e posição dos atuadores correspondentes

Tabela 3: Erro percentual do ajuste numérico para $K_j = (510 \text{ N/mm})$

Tabela 4: Médias de frequências principais por posição

Tabela 5: Desvios absolutos por posição para o caminho 1 (colinear com o eixo X)

Tabela 6: Desvios absolutos por posição para o caminho 2 (colinear com o eixo Y)

Tabela 7: Repetitividade por posição para o caminho 1

Tabela 8: Repetitividade por posição para o caminho 2

Tabela 9: Frequências naturais no modelo numérico para o ponto 22

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área da seção transversal dos elementos
$A+, A-$	Bobina A dos motores de passo
$B+, B-$	Bobina B dos motores de passo
C	Cosseno do ângulo entre sistemas de referência local e global
c	Matriz de amortecimento
CAD	Desenho assistido por computador
CNC	Controle numérico computadorizado
C_k	Coeficiente da amplitude relativa da transformada de Fourier
d	Vetor de deslocamentos no sistema de referência global
$\dot{d}$	Vetor de velocidades no sistema de referência global
$\ddot{d}$	Vetor de acelerações no sistema de referência global
$\hat{d}$	Vetor de deslocamentos no sistema de referência local
d_i	Desvio absoluto de uma medição
$\hat{d}_{ix}$	Deslocamento nodal na direção x, local
$\hat{d}_{iy}$	Deslocamento nodal na direção y, local
d_{ix}	Deslocamento nodal na direção x, global
d_{iy}	Deslocamento nodal na direção y, global
$\bar{d}_{PA}$	Média dos desvios absolutos, exatidão média
E	Módulo de Elasticidade
F	Matriz de forças no sistema de referência global
FFT	Transformada rápida de Fourier

F_x	Força na direção x, aplicada na ferramenta
F_y	Força na direção y, aplicada na ferramenta
f	Vetor de forças no sistema de referência global
$\hat{f}$	Vetor de forças no sistema de referência local
$\hat{f}_{ix}$	Força nodal na direção x, local
$\hat{f}_{1y}$	Força nodal na direção x, global
<i>G Code</i>	Linguagem de programação que comanda máquinas operatrizes
<i>GMSIE-USP</i>	Grupo de Mecânica dos Sólidos e Impacto em Estruturas da USP
<i>GND</i>	Ground
h	Comprimento de um lado do triângulo equilátero formado pelos membros do mecanismo
K	Matriz de rigidez global do mecanismo
$\hat{k}$	Matriz de rigidez local
K_j	Valor da rigidez da junta linear ativa
K_{rol}	Valor da rigidez radial dos rolamentos de esferas
λ	Espaço dimensional do mecanismo
l_1	Curso linear do atuador 1
l_2	Curso linear do atuador 2
l_3	Curso linear do atuador 3
L	Comprimento dos membros do mecanismo
<i>LDV</i>	Laser Doppler Vibrometer
m	Mobilidade
M	Matriz de massa concentrada
n	Juntas

n_{pi}	Número de juntas com grau de liberdade i
$\underline{P}$	Junta prismática ativa
P_1	Coordenada da junta linear ativa 1 no sistema de referência global
P_2	Coordenada da junta linear ativa 2 no sistema de referência global
P_3	Coordenada da junta linear ativa 3 no sistema de referência global
R	Junta rotacional passiva
R_{ext}	Forças externas
Rc_i	Raio do círculo que limita o 99.7 % dos resultados
r_{ai}	Repetitividade de uma medição no ponto a
r_{bi}	Repetitividade de uma medição no ponto b
r_{ci}	Repetitividade de uma medição no ponto c
$\bar{r}_{REPi}$	Repetitividade média
S	Seno do ângulo entre os sistema de referência local e global
S_{PAi}	Desvio padrão da exatidão
S_{REPi}	Desvio padrão da repetitividade
T	Matriz de transformação do sistema de referência local a global
t	Tempo
ω	Frequência angular da vibração
X	Eixo coordenado global x
Y	Eixo coordenado global y
Z	Eixo coordenado global z
X_1	Ponto 1 que delimita a área de trabalho do mecanismo
X_2	Ponto 2 que delimita a área de trabalho do mecanismo
X_3	Ponto 3 que delimita a área de trabalho do mecanismo

x	Coordenada da ferramenta no sistema de referência global
x_{ai}	Medição da posição atingida pela ferramenta na direção x do ponto a
x_{bi}	Medição da posição atingida pela ferramenta na direção x do ponto b
x_{ci}	Medição da posição atingida pela ferramenta na direção x do ponto c
$\bar{x}_a$	Média das posições atingidas pela ferramenta na direção x do ponto a
$\bar{x}_b$	Média das posições atingidas pela ferramenta na direção x do ponto b
$\bar{x}_c$	Média das posições atingidas pela ferramenta na direção x do ponto c
Y	Eixo coordenado no sistema de referência global
y	Coordenada da ferramenta no eixo Y
y_{ai}	Medição da posição atingida pela ferramenta na direção y do ponto a
y_{bi}	Medição da posição atingida pela ferramenta na direção y do ponto b
y_{ci}	Medição da posição atingida pela ferramenta na direção y do ponto c
$\bar{y}_a$	Média das posições atingidas pela ferramenta na direção y do ponto a
$\bar{y}_b$	Média das posições atingidas pela ferramenta na direção y do ponto b
$\bar{y}_c$	Média das posições atingidas pela ferramenta na direção y do ponto c
z_{ai}	Medição da posição atingida pela ferramenta na direção z do ponto a
z_{bi}	Medição da posição atingida pela ferramenta na direção z do ponto b

z_{ci}	Medição da posição atingida pela ferramenta na direção z do ponto c
$\bar{z}_a$	Média das posições atingidas pela ferramenta na direção z do ponto a
$\bar{z}_b$	Média das posições atingidas pela ferramenta na direção z do ponto b
$\bar{z}_c$	Média das posições atingidas pela ferramenta na direção z do ponto c

1 INTRODUÇÃO

Mecanismos podem ser definidos como estruturas cinemáticas que tem como função transformar o movimento. Eles estão compostos por uma sucessão de corpos ou peças rígidas que se movem entre si e estão conectadas através de juntas. No caso específico dos mecanismos paralelos esta sucessão de peças é formada por uma ou mais cadeias cinemáticas fechadas com pelo menos uma peça fixa. Ainda é possível caracterizar cadeias cinemáticas fechadas como conjuntos de peças conectadas entre si e organizadas de tal forma que existe mais de uma sequência possível para interligar uma peça com a outra.

Por mais de duas décadas, manipuladores paralelos tem atraído a atenção de vários pesquisadores que os consideram uma alternativa valiosa para mecanismos robóticos (HARTMANN, 2011). Máquinas cinemáticas seriais têm atingido seus limites de desempenho dinâmico (HARTMANN, V.N., STIPKOVIC-FILHO, M., HESS-COELHO, 2013), que são determinados pela alta rigidez dos componentes requeridos para suporte de articulações sequenciais, juntas e atuadores. Mesmo possuindo boas características de operação (grande área de trabalho, alta flexibilidade e manobrabilidade), algumas limitações de manipuladores seriais em comparação com os paralelos podem ser menor precisão, menor rigidez e maior consumo de potência para realizar uma mesma operação. Contudo, pode se dizer que são geralmente operados em baixa velocidade para evitar a vibração e deflexão excessiva.

Máquinas cinemáticas paralelas oferecem vantagens essenciais em comparação com as seriais, (menor quantidade de massas móveis, maior rigidez e maior relação carga-massa, maiores frequências naturais, melhor precisão, construção modular mais simples, possibilidade de localização dos atuadores na base fixa), isso torna possível uma maior capacidade dinâmica (MERLET, 2006). A maior parte dos manipuladores paralelos existentes possuem um espaço de trabalho complicado e caracterizado por singularidades. Assim, o desempenho pode variar significativamente além de depender da direção do movimento (RASZL e HESS-COELHO, 2005).

Com relação à utilização de mecanismos paralelos em aplicações relacionadas à usinagem, particularmente fresamento, um grande número de arquiteturas tem sido propostas tanto pela indústria quanto pela academia (KHOL, 1994; HONG e KIM, 2000). Ao longo do processo de síntese estrutural, os pesquisadores empregaram diversas metodologias (TSAI, 1999; HERVÉ, 1999; KONG e GOSSELIN, 2007; GOGU, 2009; HESS-COELHO, 2006) com o intuito de gerar arquiteturas paralelas, principalmente simétricas, que possibilitem à ferramenta de corte atuar com três a seis movimentos independentes.

Contudo, dentre as estruturas geradas, algumas possuem um espaço de trabalho relativamente pequeno, deixando a estrutura com volume considerável, enquanto outras pertencem ao grupo de mecanismos com restrições excessivas (GOSSELIN, KONG, FOUCAULT e BONEV, 2004; CARO, WENGER, BENNIS e CHABLAT, 2006; XI, ZHANG, MECHEFSKE e LANG, 2004), demandando componentes com tolerância geométrica e dimensional pequena. Além disso, a acurácia fornecida por estas máquinas, limitou sua aplicação a alguns processos de usinagem (NEUMANN, 2004). Consequentemente, para superar os obstáculos, muitos estudos tem atribuído a questão da análise do comportamento de mecanismos paralelos a diversas fontes de imprecisão, sendo algumas, cinemáticas (WANG, 2002; BRIOT e BONEV, 2008), geométricas (CARO, WENGER, BENNIS e CHABLAT, 2006; WANG e EHMANN, 2002; LIU, HUANG e CHETWYND, 2011), térmicas (YANG, 2005), estáticas e dinâmicas (PRITSCHOW, EPPLER e GARBER, 2002).

1.1 Trabalho desenvolvido anteriormente

Foi desenvolvido previamente um trabalho de projeto e construção parcial de uma máquina fresadora de arquitetura paralela (HARTMANN, V.N., STIPKOVIC-FILHO, M., HESS-COELHO, 2013). Segundo o projeto, a máquina deve ser capaz de efetuar operações de fresamento em materiais como alumínio, madeira e plástico. Outros materiais como aço e ligas de metais podem ser usinados, desde que seja mantida coerência com as forças admissíveis, em função da profundidade e velocidades de corte e avanço.

Deseja-se que a finalidade da máquina seja o trabalho em oficinas educacionais, para o estudo das atividades de fabricação de produtos elaborados com os materiais citados. No entanto, seu nicho de aplicação poderá ser estendido para as áreas industrial e comercial.

Obteve-se principalmente como resultados, o projeto conceitual, a síntese topológica, as análises cinemáticas, a determinação da área de trabalho, a avaliação e mapeamento dos erros estáticos por meio de modelagens computacionais. Alguns dos resultados obtidos figuram a seguir:

Figura 1: Maquete previamente construída (HARTMANN, 2011)

Figura 2: Montagem do protótipo (HARTMANN, 2011)

1.2 Projeto Conceitual

Com o objetivo de desenvolver um protótipo da máquina fresadora para fins educacionais, seguiram-se algumas diretrizes fundamentais:

- O movimento relativo entre a ferramenta e a peça de trabalho corresponde a 3 translações ortogonais.
- O mecanismo de posicionamento da ferramenta deve ter arquitetura paralela com baixa complexidade estrutural
- As partes móveis devem ser projetadas para ser leves e resistentes
- A arquitetura gerada deverá ser a adequada para propósitos educacionais
- O sistema mecânico como todo, deverá demonstrar um bom comportamento em termos da precisão.
- A máquina deverá desenvolver um fresamento vertical

1.3 Descrição do mecanismo plano de posicionamento da ferramenta

O mecanismo plano é responsável pelo suporte e posicionamento da ferramenta ao longo da área de trabalho. É composto por três membros idênticos, cada um possui uma junta prismática, uma rotacional e todos eles convergem numa junta rotacional onde fica situada a ferramenta, vide Figura 3. Os três membros constituem um mecanismo paralelo 3P_{RR} com movimentação no plano. A mobilidade é calculada pelo critério de Kutzbach-Grüebler da seguinte forma:

$$m = \lambda(n-1) - \sum_{i=1}^{\lambda-1} (\lambda-1)n_{pi} \quad (1)$$

$$m = 3 \quad (2)$$

Onde, n_{pi} é o número de pares cinemáticos com i graus de liberdade, n é o número de peças e λ representa o espaço dimensional em que o mecanismo opera (3 para mecanismo plano e 6 para espacial). Em síntese, a mobilidade ($m=3$) do mecanismo atual, representa a capacidade de realizar três tipos de

movimentos, dois de translação no plano XY e um de rotação em torno do eixo Z . No entanto, o intuito do presente trabalho é estudar o mecanismo de movimentação da ferramenta concentrando-se apenas nas translações no plano (HESS-COELHO, 2008).

Figura 3: Classificação do tipo de juntas no sistema de referência global adotado

A pesar do mecanismo ser responsável pela movimentação da ferramenta em duas translações no plano, o número de atuadores utilizados é três. Este fato o torna um mecanismo redundante, as vantagens que isto traria estão relacionadas principalmente com a rigidez e o auxílio do terceiro membro desempenharia em situações onde o controle fica dificultado (HARTMANN, 2011).

1.4 Colocação do Problema

Foram desenvolvidos, em trabalhos prévios (HARTMANN, 2011), modelos que simulam a influência das deformações elásticas dos componentes na posição da ferramenta. Para isso foram consideradas cargas médias e máximas em determinadas direções (vide Figura 4) para obter um mapeamento do erro estático da posição da ferramenta em função das cargas. O modelo considerado basicamente se desenvolveu no plano. Foi possível assim levantar curvas de nível que mostram a magnitude do erro para diversas posições da ferramenta dentro da área de trabalho, projetando assim várias configurações dos membros para cada ponto mapeado. Mostram-se nas Figuras 6 e 7 alguns resultados obtidos nos modelos anteriores sujeito às correspondentes cargas.

Figura 4: Magnitude e direção das cargas consideradas nas simulações (HARTMANN, 2011)

Figura 5: Erro estático na área de trabalho, com três atuadores, 750 (N) na direção positiva paralela ao eixo X (HARTMANN, 2011).

Figura 6: Erro estático na área de trabalho, com três atuadores, 3500 (N) direção paralela ao eixo X (HARTMANN, 2011).

Os modelos desenvolvidos foram comparados com os resultados obtidos através programas profissionais de elementos finitos. Porém, o mapeamento do erro estático foi realizado considerando as juntas prismáticas ativas como sendo rígidas, estimando assim erros de posicionamento da ferramenta no plano XY provocados pela deformação elástica dos componentes. Viu-se necessário desenvolver um modelo que contemple juntas prismáticas flexíveis, uma vez que a presença delas poderia influenciar no mapeamento experimental. Com os resultados obtidos deverão ser realizados mapeamentos do erro estático com cargas em diferentes direções.

Outro problema que se torna preponderante é a influencia na precisão de posicionamento do mecanismo, a rigidez nos mancais e das folgas internas, as quais provém principalmente das juntas rotacionais e prismáticas que suportam os braços do mecanismo paralelo, uma vez que elas não caracterizam juntas ideais. Portanto, torna-se relevante a quantificação experimental do erro estático em diversas configurações de posição da ferramenta, magnitude e direção das cargas. Porém, o problema de medição experimental do erro estático não é trivial, devido ao fato de que vários pontos deveriam ser mapeados e é preciso a adoção de um método de medição versátil, que se adapte facilmente a diversas configurações dos braços e das cargas, e ainda possua precisão e faixa de medição suficiente para a quantificação de deslocamentos máximos e mínimos desejados.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Nesta parte serão abordados os principais conceitos relacionados a cadeias cinemáticas, mecanismos, mobilidade, cinemática dos mecanismos, área de trabalho e uma breve noção sobre resolução de estruturas treliçadas por elementos finitos.

2.1 Cadeia Cinemática, Mecanismo e Máquina

Uma cadeia cinemática é uma série de peças conectadas através de juntas. Quando todas as peças numa cadeia cinemática estão conectadas entre si em pelo menos dois pontos distintos, a cadeia é denominada fechada. Por outro

lado, quando as extremidades da cadeia cinemática estão separadas, a cadeia é denominada aberta, ou seja, a cadeia aberta é formada pela sucessão de peças onde existe apenas um caminho para interligar as extremidades.

Figura 7: Cadeias cinemáticas a) aberta, b) fechada (HESS-COELHO, 2008).

Uma cadeia cinemática é denominada mecanismo quando pelo menos uma das suas peças é fixa. Num mecanismo também existe uma ou mais peças motoras que se movimentam em relação a uma peça fixa, as demais peças se movimentam de acordo com vínculos cinemáticos impostos pelas juntas. Nesse sentido, um mecanismo é um dispositivo que transforma movimento ou torque de algumas peças a outras (TSAI, 1999).

A máquina é uma série de um ou mais mecanismos, que junto com outros componentes (elétricos, hidráulicos, etc.), são usados para transformar energia externa em trabalho útil ou numa forma diferente de energia. Os termos máquinas e mecanismos são algumas vezes usados como sinônimos. Porém, segundo a definição acima exposta, mecanismos são uma série de partes ou peças usadas simplesmente para a transmissão do movimento, no entanto, o termo máquina é usado quando existe transformação de energia externa em trabalho útil.

2.2 Manipuladores Seriais

Um manipulador serial consiste de várias peças conectadas em série por diversos tipos de juntas, tipicamente rotacionais e prismáticas. Nas quais uma das extremidades é fixa a uma base estática e a outra é livre para se movimentar no espaço. Por este motivo, os manipuladores seriais algumas vezes são denominados como manipuladores de cadeia aberta.

2.3 Manipuladores Paralelos

Mecanismos paralelos são classificados como planares, esféricos ou espaciais de acordo com as características do seu movimento. Um manipulador paralelo consiste geralmente de plataformas móveis que estão conectadas a uma base fixa por meio de vários membros ou braços. Tipicamente, o número de membros é igual ao número de graus de liberdade, para isso, cada um deles é controlado por um atuador que é localizado na base fixa ou próxima a ela. Por este motivo, algumas vezes manipuladores paralelos são denominados manipuladores de plataforma (TSAI, 1999).

2.4 Análise Cinemática do Mecanismo Plano

Nesta parte será descrita a análise cinemática do mecanismo de posicionamento da ferramenta devido a sua importância para o controle. Com isto, é necessário estabelecer algumas considerações geométricas para a escolha das coordenadas. Lembrando que os três membros estão posicionados de maneira a formar um triângulo equilátero. Portanto, temos a seguinte distribuição de coordenadas:

Figura 8: Parâmetros geométricos importantes e variáveis de posicionamento

Na Figura 8 indicam-se alguns parâmetros geométricos e variáveis utilizadas no modelo cinemático. Da mesma maneira, na Figura 9 é possível fazer algumas considerações geométricas. Desta forma, separam-se os parâmetros (h, L) das variáveis (l_1, l_2, l_3, x, y) (HESS-COELHO, 2008).

Figura 9: Coordenadas cartesianas de pontos relevantes no mecanismo

Os pontos P_1 , P_2 , P_3 e (x, y) são ressaltados na Figura 9, cujas coordenadas podem ser escritas em função das variáveis e parâmetros anteriormente mencionados. Dessa forma, é possível fazer relações geométricas através da distância entre pontos (Equações 2, 3 e 4), involucrando assim a posição dos membros e da ferramenta.

$$\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2} l_1\right)^2 + \left(y - \frac{l_1}{2}\right)^2 = L^2 \quad (2)$$

$$\left(x - h + \frac{\sqrt{3}}{2} l_2\right)^2 + \left(y - \frac{l_2}{2}\right)^2 = L^2 \quad (3)$$

$$\left(x - \frac{h}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{\sqrt{3}}{2} h + l_3\right)^2 = L^2 \quad (4)$$

2.5 Avaliação da Área de Trabalho

Uma maneira geométrica de obter a área de trabalho é através da interseção das áreas de trabalho de cada membro independentemente.

Figura 10: Área de trabalho através da interseção

Na Figura 9 é possível perceber a interseção das áreas de trabalho de cada membro, dados os cursos dos atuadores lineares l_1 , l_2 e l_3 . Note-se que a área fica delimitada pelas circunferências cujo centro se encontra no curso máximo de cada atuador linear. A determinação analítica dos pontos pode ser feita por meio da resolução do sistema de equações quadráticas para os curso máximos.

2.6 Resolução de uma estrutura estática com elementos de treliça

Alguns tópicos relacionados à análise de uma estrutura estática, com elementos de treliça no plano, serão abordados. Inicialmente, se define um elemento de treliça, arbitrariamente orientado no plano, como sendo uma barra cuja área transversal A é constante, possui um módulo de elasticidade E , comprimento inicial L e é composto por nós nos extremos. Cada nó pode se

deslocar no plano em duas direções, neste caso, a rotação do nó não caracteriza um grau de liberdade permitido.

Numa estrutura treliçada, uma barra pode ser localizada pelas coordenadas dos nós cujo sistema de referência pode ser local ou global. No caso específico da estrutura que será proposta, um sistema global deve ser adotado, porém para a elaboração da rotina de programação que irá resolver as estruturas, também será necessária a adoção de um sistema de referência local com suas respectivas matrizes de transformação. Na Figura 11, pode se observar uma barra no sistema de referência local, global e as coordenadas nodais respectivas. Neste sentido, $(\hat{d}_{ix}, \hat{d}_{iy})$ representaria uma coordenada nodal local e (d_{ix}, d_{iy}) uma coordenada global, esta notação foi adotada a partir da revisão bibliográfica (DARYL L. LOGAN, 2007).

Figura 11: Elemento de treliça nos sistemas de referência local e global

Algumas relações entre as forças aplicadas em cada nó, o valor da rigidez e os deslocamentos nodais serão assumidos nas Equações 5 a 8, isto com o objetivo de obter a expressão final que relacione os deslocamentos nodais no sistema de referência global, a matriz de rigidez e as forças aplicadas em cada nó.

$$\begin{Bmatrix} \hat{f}_{1x} \\ \hat{f}_{1y} \\ \hat{f}_{2x} \\ \hat{f}_{2y} \end{Bmatrix} = \hat{k} \begin{Bmatrix} \hat{d}_{1x} \\ \hat{d}_{1y} \\ \hat{d}_{2x} \\ \hat{d}_{2y} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

A expressão acima pode ser escrita de maneira simplificada como:

$$\hat{f} = \hat{k}\hat{d} \quad (6)$$

Sendo assim, para relacionar os deslocamento e forças locais em globais podemos utilizar uma matriz de transformação, sendo que C representa ao cosseno do ângulo formado entre o sistema de referência local e o global, analogamente S com o seno.

$$\hat{d} = T^* d \quad (7)$$

$$\hat{f} = T^* f \quad (8)$$

$$T = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 \\ -S & C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & S \\ 0 & 0 & -S & C \end{bmatrix} \quad (9)$$

Com isto, é possível fazer a seguinte relação:

$$T^* f = \hat{k} T^* d \quad (10)$$

$$f = T^T \hat{k} T d \quad (11)$$

Vale lembrar que a inversa da matriz da transformação é a transposta.

$$T^{-1} = T^T \quad (12)$$

Isolando a matriz de rigidez de um elemento no sistema global obtemos,

$$k = T^T \hat{k} T \quad (13)$$

$$k = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} C^2 & CS & -C^2 & -CS \\ CS & S^2 & -CS & -S^2 \\ -C^2 & -CS & C^2 & CS \\ -CS & -S^2 & CS & S^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Para todos os elementos de uma estrutura, a montagem da matriz de rigidez global poder ser feita através da seguinte expressão,

$$\sum_{e=1}^N k^{(e)} = K \quad (15)$$

$$\sum_{e=1}^N f^{(e)} = F \quad (16)$$

Finalmente, obtemos a relação do vetor de forças aplicadas em função da matriz de rigidez global e os deslocamentos nodais.

$$F = Kd \quad (17a)$$

Ao mesmo tempo se a estrutura for exposta a uma vibração livre, o vetor de deslocamentos poderia variar no tempo da seguinte forma:

$$d = \bar{d} \sin(\omega t) \quad (17b)$$

Sendo que $\bar{d}$ seriam as amplitudes do deslocamentos, ω seria frequência circular, t seria o tempo e $\ddot{d}$ a derivada segunda do vetor de deslocamentos, representando as acelerações.

$$\ddot{d} = -\omega^2 \bar{d} \sin(\omega t) \quad (17c)$$

Logo, uma equação de equilíbrio de forças pode ser apresentado da seguinte maneira, considerando c como a matriz de amortecimento e M a matriz de massa:

$$M\ddot{d} + c\dot{d} + Kd = R_{ext} \quad (17d)$$

Se fosse considerada a estrutura em vibração livre sem amortecimento e introduzindo as Equações 17b e 17c na 17d temos,

$$\begin{aligned} M\ddot{d} + Kd &= \{0\} \\ M \cdot (-\omega^2 d) + Kd &= \{0\} \\ M^{-1}M \cdot (-\omega^2 d) + M^{-1}Kd &= \{0\} \\ M^{-1}Kd &= \omega^2 d \end{aligned} \quad (17e)$$

A Equação 17e se tornaria um problema de auto vetor e auto valor onde se procuram valores não triviais de ω^2 associados ao vetor d . Os valores estão relacionados com as frequências naturais e os vetores com os modos de vibrar da estrutura, isto será utilizado nos procedimentos de análise modal teórica do mecanismo.

3 METODOLOGIA

A geometria descrita pelos membros do mecanismo paralelo em qualquer configuração dentro da área de trabalho, pode constituir uma estrutura estática, que quando sujeita a algum tipo de carga típica de usinagem (força ou momento) terá deslocamentos das juntas ou nós, sejam estes originados pelos erros geométricos, cinemáticos, elásticos, de deformação térmica entre outros (GOJTAN, 2009).

Alguns autores apenas consideraram a parcela do erro cinemático como influente na composição total de erro (BRIOT E BONEV, 2007), isto talvez se deva ao fato de terem assumido o projeto, fabricação, montagem e calibração como adequados. Neste sentido, em trabalhos prévios (GOJTAN, 2007) foram estudados outros fatores relevantes na identificação de fontes de erro e a unificação dos mesmos.

Os erros geométricos são provenientes das imprecisões de fabricação e montagem dos componentes da estrutura paralela. RAMESH et al. (2000) consideram que tais erros são as principais fontes de imprecisão das máquinas-ferramenta. Os erros cinemáticos se referem aos ocorridos durante a execução de algoritmos de interpolação de trajetórias para a ferramenta de corte.

No presente estudo, deseja-se avaliar o comportamento do erro estático nas diversas configurações que o mecanismo possa adotar. Portanto, no procedimento experimental a ser desenvolvido, o objeto de estudo será o erro estático provocado pelas deformações elásticas dos componentes e das juntas ativas, sendo que, alguns trabalhos atribuem importância ao fenômeno das juntas flexíveis (YOON, et al., 2004). No caso dos erros geométricos serão consideradas as folgas de fabricação dos rolamentos que compõem as juntas rotacionais, no entanto, os ensaios experimentais serão abordados de maneira a evitar estes efeitos e possibilitar um mapeamento onde fique em evidência a rigidez do mecanismo paralelo quando uma carga estática é aplicada.

É importante enfatizar que a máquina foi projetada para ter uma rigidez elevada nas direções X e Y (no plano horizontal). Uma vez que as forças de usinagem (corte e avanço) são muito maiores que na direção Z, considerando uma fresa típica, de geometria helicoidal (HARTMANN, 2011). Na direção Z também existe uma carga estática decorrente das forças gravitacionais nas peças móveis do mecanismo.

3.1 Esquema da metodologia utilizada

Figura 11. 1 Esquema geral da metodologia de trabalho

A metodologia de trabalho irá abordar três aspectos preponderantes para a realização dos objetivos. O primeiro é a elaboração de um modelo numérico estático que tente prever o comportamento do mecanismo, o segundo estará relacionado com os ensaios experimentais e o terceiro com um método alternativo proposto para o controle do mecanismo através de uma plataforma CNC, vide Figura 11.1.

O modelo numérico avaliará a rigidez através da aplicação de cargas e o estudo das frequências naturais. Os ensaios experimentais basicamente irão observar e quantificar os deslocamentos relacionados aos erros elásticos, aquisição do sinal da resposta quando o mecanismo é sujeito a uma vibração livre e a avaliação da exatidão e repetitividade de trajetórias planejadas. Finalmente, os modelos numérico e experimental serão comparados e relacionados para realizar o mapeamento dos resultados.

No método alternativo de controle, será proposta uma montagem das placas, circuitos para a comunicação com a plataforma CNC adotada. Com isto, será possível elaborar rotinas para o planejamento de trajetórias adaptadas à cinemática específica do mecanismo e a geração do código G.

3.1 Erro de posicionamento estático

O erro de posicionamento estático se refere à diferença encontrada na posição que a ferramenta descreve quando o mecanismo está livre de cargas e quando ele está carregado, veja-se a Figura 12.

Figura 12: Deslocamento estático do mecanismo numa configuração carregada com uma força F_x

Em qualquer configuração estática ao longo da área de trabalho que o mecanismo possa adotar, percebe-se que o conjunto dos membros caracteriza uma estrutura estática, a qual, pelas propriedades geométricas e dos materiais das peças constituintes, irá descrever deformações e deslocamentos se sujeitos a alguma carga. Com isto, o posicionamento da ferramenta será diretamente influenciado pelas deformações dos materiais e das juntas ativas. Isto pode ser

modelado através de diversos métodos de análise estrutural no plano como já foi realizado em trabalhos prévios (HARTMANN, V.N., STIPKOVIC-FILHO, M., HESS-COELHO, 2013).

3.2 Procedimento Experimental

Como já foi mencionado no item anterior, cada configuração do mecanismo constitui uma estrutura estática diferente. Portanto, o mapeamento do erro estático torna-se necessário para a identificação das posições mais rígidas. Com este intuito, o experimento basicamente consiste em posicionar a ferramenta em algum ponto e medir o deslocamento descrito devido a alguma carga externa. Para isso será necessário recorrer a um sistema de medição de distância que possa detectar a mudança de posição de dito ponto quando carregado e compará-lo à situação onde esteja descarregado.

3.3 Metodologia para o mapeamento experimental dos deslocamentos

Foram estudados diversos métodos de medição linear para a determinação do posicionamento real da ferramenta quando sujeita a cargas e variando ao longo da área de trabalho.

Inicialmente é importante estabelecer pontos fixos dentro da área de trabalho, estes pontos gerarão diversas configurações dos membros do mecanismo. Para isto recorre-se à cinemática inversa do mecanismo plano estudado anteriormente, tendo assim para cada coordenada (x,y) de posicionamento da ferramenta, um correspondente deslocamento linear das juntas prismáticas (l_1, l_2, l_3) . Vale ressaltar que a redundância na atuação implica que os membros estejam sempre acoplados, impossibilitando assim a movimentação arbitrária dos atuadores de maneira independente.

Figura 13: Posicionamento dos atuadores em função do deslocamento da ferramenta

3.4 Avaliação da área de trabalho

Por meio da análise geométrica, é possível determinar as equações que descrevem os limites da área de trabalho e também o posicionamento dos atuadores em função do deslocamento da ferramenta.

A área de trabalho do mecanismo fica então delimitada pelas circunferências mencionadas nas Equações 18 a 20, quando os cursos lineares l_1 , l_2 e l_3 são máximos e dentro dos intervalos descritos nas equações, vide Figura 14.

$$\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2} l_{1\max}\right)^2 + \left(y - \frac{l_{1\max}}{2}\right)^2 = L^2 \quad ; \quad \frac{h}{2} \leq x \leq X_3 \quad (18)$$

$$\left(x - h + \frac{\sqrt{3}}{2} l_{2\max}\right)^2 + \left(y - \frac{l_{2\max}}{2}\right)^2 = L^2 \quad ; \quad X_2 \leq x \leq \frac{h}{2} \quad (19)$$

$$\left(x - \frac{h}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{\sqrt{3}}{2}h + l_{3\max}\right)^2 = L^2 \quad ; \quad X_2 \leq x \leq X_3 \quad (20)$$

Inicialmente a determinação dos pontos X_1 , X_2 e X_3 , , poderia ser feita através do sistema de equações acima, encontrando assim as interseções correspondentes. Porém, por causa da dificuldade de resolução, pode-se optar por traçar retas conhecidas que passam por pontos de acordo com as características geométricas do mecanismo. Resultando então, X_1 , X_2 e X_3 como interseções de uma circunferência e uma reta.

Figura 14: Construções geométricas para a determinação dos pontos X_1 , X_2 e X_3

Onde X_1 , X_2 e X_3 podem ser deduzidos para $l_{1\max}$, $l_{2\max}$ e $l_{3\max}$ máximos:

$$X_1 = (x_1, y_1) = \left(\frac{h}{2}, \frac{l_{1\max} + \sqrt{l_{1\max}^2 - 4\left(\frac{h^2}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}hl_{1\max} - L^2 + l_{1\max}^2\right)}}{2} \right)$$

(21)

$$X_2 = (x_2, y_2) = \left(\frac{\left(2h - \frac{2}{\sqrt{3}}l_{2\max}\right) - \sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}l_{2\max} - 2h\right)^2 - \frac{16}{3}(h^2 + l_{2\max}^2 - \sqrt{3}hl_2 - L^2)}}{8/3}, \frac{1}{\sqrt{3}}x_2 \right) \quad (22)$$

$$X_3 = (x_3, y_3) = \left(\frac{\frac{2}{3}h + \frac{2}{\sqrt{3}}l_{1\max} + \sqrt{\left(\frac{2}{3}h + \frac{2}{\sqrt{3}}l_{1\max}\right)^2 - \frac{16}{3}\left(\frac{1}{3}h^2 - \frac{1}{\sqrt{3}}hl_{1\max} + l_{1\max}^2 - L^2\right)}}{8/3}, \frac{1}{\sqrt{3}}h - \frac{1}{\sqrt{3}}x_3 \right) \quad (23)$$

Particularizando para as características geométricas da máquina temos que:

$$l_{1\max} = l_{2\max} = l_{3\max} \quad ; \quad 0 \leq l_1 \leq 154,60 \text{ mm} \quad (24)$$

$$l = 564 \text{ mm} \quad (25)$$

$$h = 1147,86 \text{ mm} \quad (26)$$

Portanto,

$$X_1 = (x_1, y_1) = (573,93 \quad ; \quad 430,08) \text{ mm} \quad (27)$$

$$X_2 = (x_2, y_2) = (488,43 \quad ; \quad 281,99) \text{ mm} \quad (28)$$

$$X_3 = (x_3, y_3) = (659,39 \quad ; \quad 281,99) \text{ mm} \quad (29)$$

Os resultados obtidos podem ser conferidos no modelo CAD elaborado em escala. Através de construções geométricas obtemos a geometria mostrada na Figura 15.

Figura 15: Construções geométricas no modelo em escala

Com a ajuda da ferramenta de localização de coordenadas no modelo CAD, é possível discretizar a área de trabalho e ainda encontrar as coordenadas de todos os pontos desejados em relação ao referencial global adotado.

Figura 16: Obtenção da área de trabalho geometricamente

Figura 17: Pontos Amostrais da área de trabalho

Esta numeração de pontos será utilizada no ensaio experimental para o mapeamento do erro estático. Vale ressaltar que a disposição dos pontos tem uma relação simétrica em relação a cada um dos membros e à reta de atuação dos atuadores lineares.

3.5 Seleção do método de medição e aquisição de dados

Para a medição do erro estático de posicionamento sujeito a uma carga, deve-se selecionar um método que seja capaz de detectar os deslocamentos do ponto da ferramenta no espaço de trabalho.

3.5.1 Vibrômetro Laser Doppler (LDV)

Dentre as opções que foram estudadas está a utilização do Laser Doppler disponível no laboratório de GMSIE USP (Grupo de Mecânica dos Sólidos e Impacto em Estruturas – USP). Que consiste num instrumento de medição para a quantificação de oscilações mecânicas em uma direção. O sistema possui um laser, cujo feixe se projeta numa superfície a medir. Devido ao efeito Doppler, a frequência do feixe de luz varia quando a superfície em questão é deslocada.

Esta variação de frequência mede-se com a ajuda de um interferômetro, o qual é responsável por fazer uma modulação da variação de frequência e transformá-la num sinal contínuo e geralmente analógico de voltagem. Este sinal é diretamente proporcional à componente de velocidade na direção do feixe laser.

Uma disposição de montagem típica de um ensaio de medição com o laser Doppler (realizado no Laboratório de GMSIE-USP) é a seguinte:

Figura 18: Esquema de montagem para aquisição de dados

O sistema de medição é da Polytec®, sendo que o laser é do modelo OFV 323 e o decodificador do OFV 3020. O sinal analógico obtido varia na faixa de $16V_{p-p}$ e é proporcional ao valor da medição através do fator de escala para deslocamento (d_r). Este fator é um parâmetro de medição que influencia na resolução e na faixa de medição do LDV, conforme se mostra na Figura 19 e na Tabela 1, neste sentido, dois tipos de parâmetros disponíveis serão utilizados, $d_r = 640 \mu m/V$ para os ensaios de rigidez e $d_r = 10240 \mu m/V$ para os ensaios de exatidão e repetitividade.

Tabela 1: Resolução do LDV em função do Fator de Escala (d_r) (POLYTEC, 2002)

Fator de Escala	Resolução	
	(μm)	(mm)
40	0,16	0,00016
160	0,64	0,00064
640	2,60	0,00260
2560	10,00	0,01000
10240	40,00	0,04000

Figura 19: Diagrama combinado das faixas de medição em função do fator de escala, extraído do manual do fabricante (POLYTEC, 2002)

3.5.2 Placa de Aquisição

Placa utilizada é a BNC-2111 da National Instruments, ela possui 16 entradas analógicas e a frequência de aquisição utilizada foi 1 KHz.

Figura 20: Placa de Aquisição BNC-2111, National Instruments

3.6 Aplicação da Carga

Para aplicação das forças experimentais foi utilizado um dinamômetro digital, o qual consiste em uma célula de carga e um display com as opções de medição em *(kgf)*, *(lbf)* e *(N)*. Os ensaios foram conduzidos em *(kgf)*, sendo possível utilizar as cargas sugeridas na norma (ANSI/RIA R15.05-1-1990).

3.7 Tratamento de dados

Para a coleta dos sinal foram utilizadas rotinas de aquisição elaboradas no Matlab com o intuito de automatizar as medições, tentando assim diminuir o tempo de experimento, principalmente no ensaio de repetitividade onde é necessária uma quantidade de eventos adequada para posterior análise estatística.

3.8 Montagem dos experimentos

A princípio foram realizados três tipos de ensaio para a caracterização do mecanismo, o primeiro está relacionado à rigidez em condições estáticas, o segundo relacionado à análise modal e o terceiro relacionado à precisão e repetitividade no posicionamento via comando através do computador.

3.8.1 Mapeamento experimental do erro estático relacionado à rigidez

O ensaio de medição está dividido em duas etapas, cada uma delas estaria destinada a medir o deslocamento da ferramenta numa direção paralela aos eixos coordenados quando o mecanismo está sujeito a diversas cargas. Posteriormente com os resultados obtidos em cada etapa, seria possível compor o deslocamento total na área de trabalho, isto será melhor explicado na parte de procedimentos experimentais. A montagem adotada para cada uma das etapas pode ser vista nas Figuras 21 e 22,

Figura 21: Posicionamento do LDV para a medição dos deslocamentos em Y, a) Célula de carga, b) LDV e c) Alvo e fita retro-reflexiva

Figura 22: Posicionamento do LDV para a medição dos deslocamentos em X, a) Célula de carga, b) LDV e c) Alvo e fita reflexiva

3.8.2 Mapeamento experimental relacionado às frequências naturais do mecanismo

A montagem deste experimento é similar ao anterior, porém não foi necessária a utilização de uma célula de carga devido a que foi simplesmente aplicado um impacto no ponto que ocuparia a ferramenta.

3.8.3 Ensaio de repetitividade e exatidão

Para a realização do ensaio de repetitividade e exatidão foi necessário alinhar o LDV em duas direções, cada uma delas paralela com os eixos X e Y. Neste caso, não foi necessária a movimentação do Laser devido a que o caminho realizado pelo mecanismo coincide com cada eixo, as setas mostradas na Figura 23 indicam estes caminhos.

Figura 23: Montagem dos equipamentos para o ensaio de repetitividade e exatidão

3.9 Procedimentos experimentais

3.9.1 Mapeamento experimental do erro estático relacionado à rigidez

Este experimento tem por objetivo medir e quantificar a rigidez do mecanismo em algumas configurações propostas, além de estimar a rigidez das juntas ativas K_j de cada atuador linear conforme o modelo simplificado proposto na Figura 24. Este modelo será melhor explicado na análise numérica. Dada a avaliação da área de trabalho nos itens anteriores (Figura 17), foram propostos alguns pontos para análise e observação experimental. Neste ensaio, apenas os pontos ressaltados na Figura 25 foram considerados.

Figura 24: Modelo estático proposto para análise por elementos finitos considerando juntas flexíveis

Figura 25: Pontos experimentais considerados no ensaio de rigidez

Inicialmente, o mecanismo foi posicionado de maneira que a junta rotacional que sustentaria a ferramenta fique posicionada nos pontos 2, 5, 8, 22, 15, 19, 20 e 21. As coordenadas cartesianas para estes pontos foram obtidas através do modelo CAD de acordo com o sistema de referência adotado na Figura 3.

O ensaio foi feito em duas etapas para cada ponto, na primeira etapa foram aplicadas forças decrescentes na direção paralela ao eixo X , em consequência o feixe laser do LDV teve que ser posicionado na mesma direção conforme mostrado na Figura 21. Devido a que a junta rotacional da ferramenta está composta pela superposição dos três membros, alguns cuidados tiveram que ser tomados para evitar a aplicação de algum momento ao invés de forças, a Figura 26 descreve melhor este aspecto.

Figura 26: Aplicação da carga no mecanismo

As cargas foram aplicadas na seguinte sequência, 50, 45, 40, 35, 30, 25 e 20 (kgf). O motivo para aplicação decrescente das cargas é para isolar o efeito das folgas nas juntas.

Para cada carga aplicada foi feita uma medição estática da posição, com isto foi possível compor um gráfico de deslocamento versus carga aplicada. Finalmente, com os dados obtidos nos pontos propostos é possível estimar um valor para a rigidez da junta ativa K_j se os deslocamentos forem comparados com o modelo numérico.

3.9.2 Mapeamento experimental relacionado às frequências naturais do mecanismo

Este ensaio foi conduzido de maneira similar ao anterior, porém ao invés de aplicar uma carga constante, foi aplicado um pequeno impacto para registrar

as frequências de resposta através do sinal de deslocamento coletado. Inicialmente o mecanismo foi posicionado em cada ponto proposto, logo uma rotina de aquisição do sinal de deslocamento foi ativado e imediatamente o impacto aplicado, conforme mostrado na Figura 27. O tempo de aquisição foi de 10 (s), a frequência de amostragem foi 1 (KHz), o sinal adquirido passou por um tratamento através da transformada rápida de Fourier executada numa rotina de programação elaborada, obtendo-se as frequências onde as amplitudes (C_k) são máximas, ou seja, as frequências principais de vibração.

Figura 27: Aplicação do impacto para a verificação da resposta em frequência

Vale ressaltar que para a realização dos experimentos de rigidez e frequências naturais os motores foram travados, caracterizando assim o ensaio estático.

3.9.3 Ensaio de repetitividade e precisão

Este ensaio foi realizado seguindo alguns direcionamentos baseados na norma existente (ANSI/RIA R15.05-1-1990), cujo objetivo é avaliar algumas características estáticas ponto a ponto de robôs industriais. Neste sentido, foram selecionados dois tipos de caminhos que o mecanismo deve seguir, cada um dos caminhos se encontra numa posição paralela e colinear com os eixos coordenados X e Y. As Figuras 28 e 29 mostram as posições selecionadas para

experimentação. Note-se que a escolha dos pontos foi baseada na mesma discretização da área de trabalho realizada nos itens anteriores.

Figura 28: Posição de pontos utilizados para o ensaio de repetitividade e exatidão ao longo do eixo X

Figura 29: Posição de pontos utilizados para o ensaio de repetitividade e exatidão ao longo do eixo Y

Para cada um dos ensaios, a ferramenta foi posicionada no ponto 0 correspondente para depois seguir os caminhos de forma sequencial até chegar na última posição. Em cada uma das posições foi realizada uma medição estática de forma a registrar a posição relativa em relação ao ponto 0. Para cada

início de caminho, o sistema de medição foi zerado. O número de ensaios realizados foi trinta para cada caminho.

3.9.4 Método de Análise dos resultados nos ensaios de exatidão e repetitividade

É necessário descrever algumas pautas adotadas na norma para posterior análise dos resultados. Alguns conceitos serão expostos para avaliar, de alguma maneira, o desempenho do mecanismo robótico no que se refere a exatidão e repetitividade.

3.9.4.1 Exatidão de posicionamento

A exatidão do posicionamento estático é uma medida estatística do desvio absoluto entre uma posição comandada pelo sistema de controle e a posição efetivamente atingida e registrada através do sistema de medição. Para isto, dois parâmetros estatísticos são estudados, a média e o desvio padrão.

O desvio absoluto pode ser definido como a diferença absoluta entre uma posição comandada qualquer e sua respectiva posição atingida. A Equação 30 mostra uma expressão geral para definir o desvio absoluto (d_i), também denominado como erro de exatidão por algumas normas (ANSI/RIA R15.05-1-1990).

$$d_i = \sqrt{(x_{ai} - x_{ci})^2 + (y_{ai} - y_{ci})^2 + (z_{ai} - z_{ci})^2} \quad (30)$$

Portanto, a média dos erros de exatidão ou desvios absolutos ($\bar{d}_{PA}$) e seu respectivo desvio padrão (S_{PA}) seriam,

$$\bar{d}_{PA} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i \quad (31)$$

$$S_{PA} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (d_i - \bar{d}_{PA})^2}{N-1}} \quad (32)$$

3.9.4.2 Repetitividade

É a medida do desvio absoluto que existe entre uma posição atingida pelo mecanismo robótico e a média de todas as repetições realizadas ao posicioná-lo na mesma localização através do mesmo caminho e sentido.

As Equações 33 a 35 representam as expressões gerais da repetitividade de cada posição, no caso se exemplificam as posições *a*, *b* e *c* como posições gerais.

$$r_{ai} = \sqrt{(x_{ai} - \bar{x}_a)^2 + (y_{ai} - \bar{y}_a)^2 + (z_{ai} - \bar{z}_a)^2} \quad (33)$$

$$r_{bi} = \sqrt{(x_{bi} - \bar{x}_b)^2 + (y_{bi} - \bar{y}_b)^2 + (z_{bi} - \bar{z}_b)^2} \quad (34)$$

$$r_{ci} = \sqrt{(x_{ci} - \bar{x}_c)^2 + (y_{ci} - \bar{y}_c)^2 + (z_{ci} - \bar{z}_c)^2} \quad (35)$$

Portanto, a repetitividade média total $\bar{r}_{REP}$ pode ser obtida da seguinte forma:

$$\bar{r}_{REP} = \frac{\sum_{i=1}^N r_{ai} + \sum_{i=1}^N r_{bi} + \sum_{i=1}^N r_{ci}}{3N} \quad (36)$$

O correspondente desvio padrão pode ser calculado:

$$S_{REP} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (r_{ai} - \bar{r}_{REP})^2 + \sum_{i=1}^N (r_{bi} - \bar{r}_{REP})^2 + \sum_{i=1}^N (r_{ci} - \bar{r}_{REP})^2}{3N-1}} \quad (37)$$

A interpretação dos resultados estatísticos pode ser expressa através do raio de uma esfera que limitaria pelos menos 99.7% dos resultados, a fórmula mostrada na Equação 38 descreve melhor este fato.

$$\text{Raio da esfera} = \bar{r}_{REP} + 3 S_{REP} \quad (38)$$

No caso específico do ensaio do mecanismo paralelo em questão, o raio da esfera se limitaria ao raio um círculo (R_c) devido ao espaço dimensional planar.

3.10 Mapeamento teórico através da elaboração de modelos numéricos

Foi elaborado um modelo numérico planar que tenta simular o comportamento estático do mecanismo quando sujeito a cargas em forma de forças. Além de analisar o comportamento estático das peças que conformam os membros, tentou-se contemplar a flexibilidade nas juntas lineares ativas devido à influência que ela pode exercer nos deslocamentos de origem elástica da arquitetura paralela. Um modelo numérico já foi desenvolvido previamente (V. N. Hartmann, Ed. rev. São Paulo 2011), o presente modelo é inspirado nesse trabalho, porém atribui-se uma rigidez nas juntas ativas.

3.10.1 Modelo numérico planar simplificado

O mecanismo é composto por membros com peças modulares de geometria relativamente simples e seções transversais uniformes. O modelo mostrado na Figura 30 é proposto como base para a análise via elementos finitos de treliça, uma vez que todos os nós que representam as juntas são rotacionais, quer dizer, não transmitem momento em torno do eixo Z. Portanto, consideram-se no máximo dois graus de liberdade por nó.

A rigidez das juntas lineares ativas é representada por K_j e K_{rol} , sendo que a primeira se encontra sempre na direção de movimentação do atuador linear e o segundo na direção perpendicular. O valor do K_j poderá ser estimado por aproximação, isto será detalhado no item 3.9.4. Os elementos que se encontram no sentido de K_{rol} são essencialmente os rolamentos de esferas, portanto, considerou-se simplesmente a rigidez radial fornecida pelo fabricante. Na Figura 31 é possível observar a tabela extraída do catálogo da NSK Rolamentos, onde

para o valor de diâmetro de furo $\varnothing 40 \text{ mm}$, foi aplicada uma carga de medição no sentido radial de 49 (N) obtendo-se uma deformação elástica de $5 \mu\text{m}$. Com isto, é possível extrair o valor de $K_{rol} = 9800 \text{ (N/mm)}$ para cada rolamento.

Figura 30: Modelo do mecanismo em treliças

unidade: μm

Diâmetro Nominal do Furo d (mm)		Carga de Medição (N) {Kgf}		Valor de Correção da Folga				
Acima de	Inclusive			C2	Normal	C3	C4	C5
10 (inclusive)	18	24.5	{2.5}	3 ~ 4	4	4	4	4
18	50	49	{5}	4 ~ 5	5	6	6	6
50	280	147	{15}	6 ~ 8	8	9	9	9

Figura 31: Tabela A89, (NSK, 2013)

Com isto, foi possível fazer a numeração dos elementos em consideração para posterior análise, vide Figura 32. Os números dentro dos círculos fazem referência aos elementos e os números livres numeram os nós. Vale ressaltar

que as deformações dos elementos 7,8 e 9 que representam os membros também sofrem deformação axial.

Figura 32: Numeração dos nós e elementos da estrutura

3.10.2 Cinemática de posição aplicada à análise de elementos finitos

Para realizar o mapeamento teórico dos deslocamentos é necessário fazer a distribuição nodal para as 22 posições propostas na Figura 17. Sendo assim, pode-se utilizar a cinemática de posição proposta anteriormente para obter as coordenadas dos nós 3, 6, 9 e 10, os quais são suficientes para obter os demais nós (1, 2, 4, 5, 7 e 8) uma vez que os elementos que representam as juntas flexíveis tem posição e tamanho relativo constantes, com orientação paralela e perpendicular aos membros, vide elementos 1, 2, 3, 4, 5 e 6 da Figura 32.

3.10.3 Elaboração da rotina para a resolução da estrutura estática

Para realizar o mapeamento teórico através do modelo numérico proposto nos itens anteriores, uma rotina teve que ser elaborada com o intuito de resolver os deslocamentos nodais quando sujeito a determinadas cargas, tudo isto para

as diversas configurações requeridas. A rotina segue a sequência mostrada no diagrama da Figura 33.

Figura 33: Diagrama da rotina de resolução numérica

A análise foi realizada em duas etapas, a primeira para ajustar e estimar o valor de K_j , conforme explicado no próximo item 3.9.4, e a segunda para realizar o mapeamento teórico de todos os pontos propostos ao longo da área de trabalho já com o valor K_j estimado, sendo possível fazer o gráfico dos resultados.

3.10.4 Juntas lineares flexíveis

Para estimar o valor K_j das juntas lineares foi necessário relacionar o modelo teórico com os resultados experimentais, para isto a rotina elaborada foi executada de maneira iterativa, sendo que os valores de rigidez axial de todos os elementos são dados através das características geométricas das seções transversais (elementos 7, 8 e 9) ou por meio dos dados extraídos do catálogo (elementos 2, 4 e 6). Os valores de K_j adotados inicialmente foram arbitrários sendo ajustados de acordo com os encontrados nos resultados experimentais.

Na primeira etapa de simulação foram plotados os deslocamentos do nó 10 (correspondentes à localização da ferramenta) quando sujeitos a uma carga de 50 (*kgf*) em duas direções separadamente, nas configurações em que o mecanismo se encontra nos pontos 2, 5, 8, 22, 15, 19, 20 e 21. A seguir este gráfico pode ser comparado com resultados experimentais. Este procedimento foi repetido diversas vezes até aproximar os gráficos dos resultados experimentais com os teóricos, tendo assim uma estimativa do valor de K_j . Outro aspecto importante seria verificar se mesmo não tendo disponível um valor de referência próximo de K_j no início, a tendência de variação dos deslocamentos característico da estrutura ficaria similar com o experimentado.

3.10.5 Mapeamento teórico

Com a estimativa do valor de K_j seria possível estender o modelo matemático para encontrar os deslocamentos ao longo da área de trabalho. Na Figura 17 foram propostos 22 pontos com o objetivo de fazer um mapeamento teórico-experimental, os quais serviram de referência para estudar o comportamento do mecanismo no que se refere a rigidez. O mapeamento teórico mostra o deslocamento da junta que suportaria a ferramenta numa situação em que a carga aplicada é de 50 (*kgf*), numa direção paralela ao eixo X e analogamente com respeito ao eixo Y , ou seja serão dois gráficos de mapeamento da rigidez.

Em outra etapa do mapeamento teórico, foi realizada uma análise modal da estrutura formada pelo mecanismo de acordo com o modelo proposto na Figura 30, através da análise dos autovalores da matriz de rigidez global e as massas dos elementos em questão.

3.11 Implementação alternativa de controle CNC

Foi proposto um método alternativo de controle do mecanismo através da utilização do software GRLB Controller 3.6.1, que é um software CNC e trabalha com código G. Com este intuito foram utilizadas algumas entradas e saídas de um microcontrolador Arduino UNO para estabelecer comunicação com o

computador através da porta USB. Além da utilização do microcontrolador, foram utilizados 3 drivers Toshiba TB6560 para acionar os motores de passo cujas especificações são mostradas no Anexo 8.5. Na Figura 34 é possível observar um esquema geral de comunicação dos motores com o computador.

Figura 34: Esquema de comunicação dos atuadores com o computador

Seis saídas digitais do microcontrolador são usadas no total, três para o controle dos pulsos e três para o controle do sentido. O circuito de comando dos drivers são alimentados pelo próprio ARDUINO UNO e o circuito de potência através de uma fonte contínua externa de +24 (V), um esquema de conexão é mostrado na Figura 35.

Figura 35: Esquema de alimentação dos drivers e motores de passo

Outra questão importante é o controle da movimentação dos motores através do software CNC escolhido. Neste sentido, foi necessária a elaboração de uma rotina de programação que tente escrever o código G para qualquer movimentação a partir de uma sequência de coordenadas cartesianas (x, y) , em vista de que o acionamento é redundante e dadas as características cinemáticas de posição previamente expostas. A Figura 36 tenta descrever o procedimento seguido para elaborar uma trajetória planejada e imediatamente escrever o código G correspondente.

Figura 36: Diagrama da rotina para escrever o código G

4 RESULTADOS

Inicialmente é necessário estabelecer as coordenadas dos pontos propostos na metodologia, é importante lembrar que estas coordenadas estão no sistema de referência global também proposto anteriormente, vide Figura 3.

Tabela 2: Lista de coordenadas propostas e posição dos atuadores correspondentes

No	x(mm)	y (mm)	l ₁ (mm)	l ₂ (mm)	l ₃ (mm)
1	488,438	282,000	0,000	154,593	154,593
2	573,932	275,483	72,861	72,857	154,593
3	659,426	282,000	154,597	-0,004	154,594
4	509,668	294,257	24,514	139,492	139,492
5	573,932	290,483	79,393	79,389	139,593
6	638,197	294,257	139,496	24,510	139,493
7	531,971	307,134	50,267	124,505	124,505
8	573,932	305,483	86,227	86,222	124,593
9	615,894	307,134	124,509	50,263	124,505
10	555,650	320,805	77,609	109,568	109,568
11	592,215	320,805	109,572	77,605	109,568
12	525,541	359,299	72,861	154,593	72,857
13	538,531	351,799	79,393	139,593	79,389
14	551,522	344,299	86,227	124,593	86,223
15	573,932	352,471	109,572	109,568	77,605
16	596,343	344,299	124,597	86,223	86,223
17	609,333	351,799	139,597	79,389	79,389
18	622,324	359,299	154,597	72,857	72,857
19	573,932	379,813	124,509	124,505	50,263
20	573,932	405,566	139,496	139,493	24,510
21	573,932	430,080	154,598	154,594	-0,004
22	573,932	331,360	98,720	98,716	98,716

As coordenadas (x,y) foram obtidas através do modelo CAD em escala, já as posições dos atuadores através da cinemática inversa proposta.

Os ensaios experimentais referentes à rigidez foram realizados nos pontos mostrados na Figura 37. No caso dos procedimentos de modelagem numérica todos os pontos foram considerados.

Figura 37: Pontos contemplados para o ensaio experimental

4.1 Mapeamento experimental do erro estático relacionado à rigidez

Os gráficos mostrados nas Figuras 38 a 41 mostram o comportamento experimental do mecanismo nas situações de aplicação decrescente das cargas, para alguns pontos. Veja-se Anexo 8.1 para todos os pontos.

Figura 38: Ensaio de aplicação de carga na direção X, ponto 2

Figura 39: Ensaio de aplicação de carga na direção Y, ponto 2

Figura 40: Ensaio de aplicação de carga na direção X, ponto 22

Figura 41: Ensaio de aplicação de carga na direção Y, ponto 22

Uma vez levantados os deslocamentos experimentais em todos os pontos experimentais, é possível compará-los com o modelo numérico para vários valores de K_j (rigidez da junta linear ativa). Nesse sentido, nos gráficos das Figuras 42 e 43 foram levantados os deslocamentos da ferramenta, nas cargas aplicadas de 50 (Kg_f). Lembrando que o modelo numérico pretende ser adaptado com base nos resultados experimentais.

Figura 42: Resultados experimentais e numéricos para uma carga horizontal $F_x = 50$ (kgf)

Figura 43: Resultados experimentais e numéricos para uma carga vertical $F_y=50$ (kgf)

Figura 44: Montagem da do ensaio experimental de rigidez

A montagem do ensaio experimental pode ser observado na Figura 44, onde a cabeça do sensor do LDV trabalha junto com a célula de carga. No caso da imagem, um ensaio com carga no sentido Y estava sendo aplicado. O erro percentual entre os deslocamentos experimentais e o modelo numérico (para $K_j=510$ N/mm) são mostrados na Tabela 3, tanto para o ensaio com F_x quanto para F_y .

Tabela 3: Erro percentual do ajuste numérico para $K_f = (510 \text{ N/mm})$

Numeração do Ponto	Erro para Fx (%)	Erro para Fy (%)
2	2,804	5,585
5	1,571	3,590
8	4,638	0,940
22	3,463	8,832
15	0,727	4,534
19	1,194	5,957
20	1,973	8,044
21	0,109	3,161

4.2 Mapeamento experimental relacionado às frequências naturais do mecanismo

Conforme proposto na metodologia, foram feitos os registros das respostas dinâmicas do mecanismo na condição estática (quando os motores estão travados), por meio da aplicação de um pequeno impacto e a captura do sinal durante 10 (s). Nas Figuras 45 a 48 podem se observar a natureza dos sinais obtidos e imediatamente o tratamento destes dados através da transformada rápida de Fourier.

Figura 45: Sinal da resposta dinâmica para o ponto 2

Figura 46: Espectro de frequências do sinal adquirido no ponto 2

Figura 47: Sinal da resposta dinâmica para o ponto 22

Figura 48: Espectro de frequências do sinal adquirido no ponto 22

Os gráficos de todos os pontos ensaiados se encontram no Anexo 8.2, aqui figuram apenas alguns pontos para mostrar a natureza dos sinais. Na rotina de programação elaborada para o tratamento dos dados, também é possível obter os valores máximos de amplitude (C_k) e registrar a frequência onde acontecem. Com isto, foi elaborada a Tabela 4 que tenta mostrar as frequências predominantes em cada ponto, o valor da componente de voltagem DC do sinal foi isolado.

Tabela 4: Médias de frequências principais por posição

Ponto	2	5	8	22	15	19	20	21
Medição 1 (Hz)	12,40	12,40	12,40	12,30	12,10	11,00	10,90	10,30
Medição 2 (Hz)	12,50	12,40	12,30	12,30	12,30	11,00	11,10	10,30
Medição 3 (Hz)	12,50	12,50	12,30	12,30	12,10	11,20	11,10	10,40
Média (Hz)	12,47	12,43	12,33	12,30	12,17	11,07	11,03	10,33

Em cada ponto ensaiado foram realizadas 3 repetições obtendo-se a média de cada ponto para posteriormente plotar o gráfico das frequências principais em função da posição dos pontos, podendo-se comparar com as obtidas através do modelo numérico, vide Figura 49.

Figura 49: Resultados experimentais e numéricos das frequências máximas

4.3 Mapeamento da área de trabalho

Os resultados mostrados nas Figuras 42 a 43 estão relacionados com a rigidez do mecanismo e a adaptação de um modelo numérico simplificado que tente representar o que acontece de fato nos experimentos. Com este intuito, e adotando o valor de $K_j = 510 \text{ (N/mm)}$ para a junta ativa flexível, foi possível estender o modelo numérico para todos os pontos propostos na Figura 17, cujas posições estão distribuídas na área de trabalho. As Figuras 50 a 53 comparam os resultados numéricos e experimentais do mapeamento realizado, com as cargas horizontais (F_x) e verticais (F_y) correspondentemente.

Figura 50: Mapeamento experimental dos deslocamentos com $F_x = 50$ (kgf)

Figura 51: Mapeamento numérico dos deslocamentos com $F_x = 50$ (kgf)

Figura 52: Mapeamento experimental dos deslocamentos com $F_y = 50$ (kgf)

Figura 53: Mapeamento numérico dos deslocamentos com $F_y = 50$ (kgf)

4.4 Ensaio de exatidão e repetitividade

Conforme foi proposto na metodologia e revisado na literatura, foram realizados os ensaios de exatidão e repetitividade para dois caminhos estabelecidos, um paralelo e colinear com o eixo X e outro com o Y. Na Tabela 5 figuram as médias dos desvios absolutos por posição ($\bar{d}_i$) e a média total ($\bar{d}_{PA}$), que tentam representar a dispersão entre o valor comandado (x_c) e o valor atingido (x_a) registrado pelo LDV.

Tabela 5: Desvios absolutos por posição para o caminho 1 (colinear com o eixo X)

Numeração do Ponto	Posição comandada (mm)	Média da posição atingida (mm)	Desvio absoluto (mm)
0	0,00	0,00	0,00
1	3,00	2,98	0,03
2	16,86	16,95	0,09
3	16,99	17,05	0,06
4	17,13	17,20	0,08
5	12,52	12,57	0,06
6	12,52	12,57	0,05
7	17,13	17,22	0,09
8	16,99	17,10	0,11
9	16,86	16,94	0,08

A média das posições atingidas foi obtida com base em trinta repetições por posição, sendo que o valor médio de exatidão posicional ($\bar{d}_{PA1}$) e seu correspondente desvio padrão (S_{PA1}), para o caminho 1, são:

$$\bar{d}_{PA1} = 0,072(mm) \quad (39)$$

$$S_{PA1} = 0,034 (mm) \quad (40)$$

$$\bar{d}_{PA1} + 3 S_{PA1} = \pm 0,174(mm) \quad (41)$$

O mesmo procedimento pode ser aplicado para o caminho 2, os resultados podem ser observados na Tabela 6 e nas Equações 42 a 44.

Tabela 6: Desvios absolutos por posição para o caminho 2 (colinear com o eixo Y)

Numeração do Ponto	Posição comandada (mm)	Média da posição atingida (mm)	Desvio absoluto (mm)
0	0,00	0,00	0,00
1	3,00	2,78	0,22
2	15,00	14,98	0,02
3	15,00	15,01	0,02
4	25,88	25,88	0,06
5	21,11	21,10	0,03
6	27,34	27,30	0,05
7	25,75	25,74	0,03
8	24,51	24,48	0,04

$$\bar{d}_{PA2} = 0,059 (mm) \quad (42)$$

$$S_{PA2} = 0,075 (mm) \quad (43)$$

$$\bar{d}_{PA2} + 3 S_{PA2} = \pm 0,284 (mm) \quad (44)$$

Os resultados foram analisados para obter a repetitividade das posições, sendo comparados os desvios absolutos de cada posição com a média das posições. Os resultados figuram nas Tabelas 7 e 8 para os dois caminhos respectivamente. As Equações 45 e 52 sintetizam os resultados de todas as posições por cada caminho, sendo $\bar{r}_{REPI}$ a repetitividade média e S_{REPI} o respectivo desvio padrão.

Tabela 7: Repetitividade por posição para o caminho 1

Numeração do Ponto	Repetitividade (mm)
0	0,000
1	0,013
2	0,021
3	0,019
4	0,007
5	0,020
6	0,021
7	0,015
8	0,023
9	0,018

$$\bar{r}_{REP1} = 0,017 \text{ (mm)} \quad (45)$$

$$S_{REP1} = 0,017 \text{ (mm)} \quad (46)$$

Portanto, o raio do círculo (Rc_1) que limitaria o 99.7% das amostras seria:

$$Rc_1 = \bar{r}_{REP1} + 3 S_{REP1} \quad (47)$$

$$Rc_1 = 0,069 \text{ (mm)} \quad (48)$$

Analogamente para o caminho 2:

Tabela 8: Repetitividade por posição para o caminho 2

Numeração do Ponto	Repetitividade por posição (mm)
0	0,000
1	0,026
2	0,017
3	0,021
4	0,066
5	0,023
6	0,028
7	0,016
8	0,021

$$\bar{r}_{REP2} = 0,027 \text{ (mm)} \quad (49)$$

$$S_{REP2} = 0,039 \text{ (mm)} \quad (50)$$

$$Rc_2 = \bar{r}_{REP2} + 3 S_{REP2} \quad (51)$$

$$Rc_2 = 0,147 \text{ (mm)} \quad (52)$$

4.5 Trajetórias planejadas

Foram realizadas algumas trajetórias livres com o objetivo de testar a metodologia de comando proposta, além de observar o comportamento do mecanismo em operação. Para isto foram desenvolvidas algumas trajetórias no software CAD, o qual fornece uma lista de coordenadas dos pontos na sequência na qual foram plotados. Para melhor observação das trajetórias, um dispositivo que suporta uma caneta teve que ser montado simulando a posição da ferramenta. Finalmente as Figuras 55 a 60 mostram a comparação entre a trajetória no modelo CAD e o que efetivamente foi traçado.

Figura 54: Fazendo uma trajetória com o dispositivo que suporta a caneta

Figura 55: Trajetória livre do logotipo da USP, modelo CAD

Figura 56: Trajetória livre do logotipo da USP, real

Figura 57: Modelo CAD do brasão da Escola Politécnica da USP dentro dos limites da área de trabalho

Figura 58: Trajetória efetivamente realizada do brasão da Escola Politécnica da USP

Figura 59: Modelo CAD da obra "Turbaned soldier on horseback", Rembrandt

Figura 60: Trajetória efetivamente realizada da obra "Turbaned soldier on horseback", Rembrandt

5 DISCUSSÃO

Inicialmente, foram propostos alguns pontos dentro da área de trabalho, isto foi possível só através da modelagem CAD em escala, verificando as dimensões peça a peça. Sendo assim, foi necessário encontrar um ponto de referência no mecanismo real, para posteriormente movimentá-lo através dos deslocamentos dos atuadores. O ponto adotado como referência foi o 22, que é ponto central da área de trabalho e faz com que os atuadores fiquem na mesma posição relativa.

5.1 Mapeamento experimental do erro estático relacionado à rigidez

Nas Figuras 38 a 41 foram apresentados os deslocamentos da ferramenta quando uma carga decrescente é aplicada, o objetivo deste procedimento é isolar o efeito que as folgas internas teriam nas medições e simplesmente tentar

detectar os deslocamentos relacionados à rigidez. Neste sentido, obtiveram-se resultados que se assemelham a um comportamento linear.

De acordo com o modelo simplificado proposto na Figura 24, foi necessário considerar alguns valores de rigidez em elementos que representam as juntas lineares ativas (K_j). Este valor não é facilmente estimado no mecanismo real devido a que pode estar composto por vários fatores. Neste sentido, o modelo numérico serviu de pauta para chegar num valor aproximado. Pode se observar nas Figuras 42 e 43 que apesar de ser um modelo simplificado, a tendência dos deslocamentos aproxima-se dos valores experimentais mesmo em situações de carregamento com direções diferentes (F_x) e (F_y). No entanto, o valor da rigidez $K_j = 510 \text{ (N/mm)}$ seria apenas uma estimativa que tenta caracterizar o mecanismo e pode servir como base a futuros trabalhos de otimização caso seja conveniente.

5.2 Mapeamento experimental relacionado às frequências naturais do mecanismo

Na Figura 49 são comparados os resultados das frequências naturais experimentais e numéricas. Para isto, foi necessário introduzir as massas dos elementos presentes na estrutura simplificada proposta. Isto foi feito através da matriz de massas concentradas nos nós da Figura 32, e a avaliação real das massas no mecanismo, sendo que a massa de cada elemento foi dividida de maneira igual no nós correspondentes. Vale ressaltar que tanto no modelo numérico quanto no sinal experimental, foram acusadas duas frequências predominantes, porém na comparação da Figura 49 foram apenas mostradas as máximas. Na Figura 61, mostrada a seguir, isto pode ser observado de maneira mais clara.

Figura 61: Espectro de frequências no intervalo de 0 a 20 (Hz) para o ponto 22

Da mesma maneira a Tabela 9 mostram as frequências naturais obtidas através da análise modal no modelo numérico.

Tabela 9: Frequências naturais no modelo numérico para o ponto 22

Frequência (Hz)
15,76
15,76
15,76
1,53
1,53
55,30
55,30
33,40

5.3 Mapeamento da área de trabalho

Nas Figuras 50 a 53 mostram-se as comparações entre o mapeamento numérico e experimental. Ambos os casos descrevem um comportamento tal que a rigidez diminui conforme a o mecanismo se aproxima de uma configuração

singular, isto já foi observado em trabalhos prévios (Hartmann, V.N., Stipkovic-Filho, M., Hess-Coelho, 2013). Apesar do fato de considerar as juntas lineares como flexíveis, a tendência que o erro estático segue, se mantém condizente com os trabalhos prévios.

5.4 Ensaio de exatidão e repetitividade

Nas Equações 39 e 42 é possível distinguir a diferença de exatidão entre os caminhos propostos, isto pode se dever à direção que cada um deles tem. No caso do caminho 1, apesar de ser paralelo com o eixo X , ele não é paralelo com nenhum dos atuadores lineares. Já no caso do caminho 2, ele é paralelo com o atuador I_3 , sendo que neste caso obteve-se um maior desvio absoluto ou menor exatidão. Para ilustrar melhor este fato, foi possível plotar os valores dos desvios absolutos da exatidão por cada ponto ou trecho ensaiado, vide Figuras 62 e 63. Note-se que no caso do caminho 2 o primeiro trecho possui um valor maior que nos próximos pontos, isto pode se dever ao efeito das folgas depois da mudança de sentido na movimentação.

Figura 62: Desvio absoluto da exatidão por cada posição ensaiada, caminho 1

Figura 63: Desvio absoluto da exatidão por cada posição ensaiada, caminho 2

Os resultados da repetitividade nas Equações 45 a 52 mostram a mesma diferença entre os caminhos 1 e 2, sendo que o círculo de raio (Rc_i) fica maior no caminho em que um dos atuadores é paralelo à movimentação (caminho 2). Finalmente, é necessário introduzir a incerteza do sistema de medição, como foi detalhado na Tabela 1 da metodologia, para o ensaio de exatidão e repetitividade, o LDV foi configurado com fator de escala igual a $10240(\mu m)$, o qual permite fazer medições com uma faixa máxima de $80 (mm)$ e resolução igual a $\pm 0.04 (mm)$. Contudo, os resultados relacionados à exatidão são:

$$\bar{d}_{PA1} + 3 S_{PA1} \pm \text{Resolução} = \pm 0,174(mm) \pm 0,040(mm) \quad (53)$$

$$\bar{d}_{PA2} + 3 S_{PA2} \pm \text{Resolução} = \pm 0,284(mm) \pm 0,040(mm) \quad (54)$$

Analogamente, os resultados da repetitividade podem ser escritos através do raio do círculo (Rc), que limita o 99.7% das amostras, da seguinte forma:

$$Rc_i = 0.069 (mm) \pm 0.04(mm) \quad (55)$$

$$Rc_2 = 0.147 \text{ (mm)} \pm 0.04 \text{ (mm)} \quad (56)$$

6 CONCLUSÕES

O trabalho desenvolvido foi essencialmente de caráter experimental. Porém tentou-se adaptar modelos numéricos para prever o comportamento em diversas situações, além de tentar caracterizar o mecanismo de movimentação no que se refere a rigidez e precisão, ou pelo menos ter uma noção do alcance e das limitações que ele pode apresentar.

É importante mencionar que para a montagem dos experimentos finais, foram realizadas várias tentativas e estudadas diversas possibilidades, principalmente nos métodos de medição, aplicação das cargas e controle da movimentação. Entretanto, algumas observações feitas em experimentos prévios serviram para identificar uma das principais fontes de erro na rigidez. Na Figura 64 pode se observar um desses experimentos onde foi possível medir o deslocamento descrito pelas juntas lineares ativas, com esta informação procedeu-se à elaboração de um modelo que contemple juntas flexíveis. Além disso, este fato poder ser estudado e otimizado em trabalhos futuros, caso seja conveniente.

Figura 64: Experimentos prvio do deslocamento das juntas lineares

Outro desafio foi a montagem da bancada de experimentao, sendo que a aplicao das cargas no poderia interferir no sistema de medio no que se refere ao espao disponvel. O LDV gera um feixe de luz que no pode ser interrompido durante a retirada das cargas porque isto poderia provocar a perda de referncia inicial. As Figuras 65 e 66 mostram a montagem da bancada final tanto para o ensaio de rigidez quanto para o da repetitividade.

Figura 65: Montagem do experimento de rigidez

Figura 66: Montagem do experimento de repetitividade e exatidão

Os resultados teóricos e experimentais obtidos mostraram uma mesma tendência de comportamento tanto nos deslocamentos da ferramenta quanto no estudo das frequências naturais. No entanto, nos erros percentuais comparativos mostrados na Tabela 3 é possível observar uma variação entre 0,109 e 8,044%. Isto pode se dever essencialmente a fatores relacionados à montagem dos experimentos, alinhamento das forças e dos sistemas de medição.

7 TRABALHOS FUTUROS

A redundância na atuação tem um papel importante no que se refere à rigidez no plano de movimentação. No entanto, isto também pode estar ligado à qualidade das juntas ativas e passivas. Neste sentido, os critérios de dimensionamento das juntas sujeitas a esforços estáticos e dinâmicos, podem se tornar um tópico relevante de estudo, principalmente no que se refere a mecanismos paralelos destinados a operações onde a rigidez e a precisão estão envolvidas. Para evitar algum tipo de folga na montagem das juntas rotacionais, o bloco de alumínio (mostrado nas Figuras 67 e 68) poderia ser montado numa sequência diferente, de maneira que a fixação dos rolamentos e o eixo possa

ser feita separadamente, isto abriria a possibilidade de que as interferências possam ser maiores.

Figura 67: Sugestão de Montagem 1

Figura 68: Bloco de alumínio montado com parafusos

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSI/RIA R15.05-1-1990. **Point-to-Point and Static Performance Characteristics.** New York, 1990.

BONEV, I.A; GOSSELIN, C. M. **A Geometric Algorithm for the Computation of the Constant-Orientation Workspace of 6-RUS Parallel Manipulators. ASME 2000: Design Engineering.** Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. Maltimore, Maryland, USA, setembro 2000.

BRIOT, S. AND BONEV, I.A. **Accuracy analysis of 3-DOF planar parallel robots.** Mech. Mach. Theory, 43, pp.445–458., 2008.

DARYL L. LOGAN. **A First Course in the Finite Element Method, Fourth Edition.** University of Wisconsin, Platteville, 2007.

CARO, S., WENGER, P., BENNIS, F. AND CHABLAT, D. **Sensitivity Analysis of the Orthoglide, A 3-DOF Translational Parallel Kinematic Machine,** ASME Journal of Mechanical Design, 128, pp. 392–402, 2006.

FERRARESI, D. **Fundamentos da usinagem dos metais.** São Paulo: Edgard Blucher, 1977.

GOJTAN, G.E.E. **Análise da precisão de uma estrutura robótica com cinemática paralela assimétrica de topologia 2UPS+PRP, em função do mapeamento dos erros de posicionamento da plataforma móvel no espaço disponível, durante operação de fresamento de acabamento aplicando modelagem matemática.** Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos, 2009.

GOJTAN, G.E.E.; HESS-COELHO, T.A. **An Unified Approach to Evaluate and Compensate the Tool Positioning Error in Parallel Kinematic Machines.** COBEF, 2007.

GOGU, G. **Structural Synthesis of Parallel Robots: Part 2 - Translational Topologies with Two and Three Degrees of Freedom.** Dordrecht: Kluwer, 2009.

GOSSELIN, C.M., KONG, X., FOUCAULT, S. AND BONEV, I.A. **A fully-decoupled 3-dof translational parallel mechanism**, vol. 24, Parallel Kinematic Machines in Research and Practice, R. Neugebauer, Ed. Zwickau: Verlag Wissenschaftliche Scripten, 24, pp. 595-610, 2004.

HARTMANN, V.N.; STIPKOVIC-FILHO, M.; HESS-COELHO, T.A. and ALMEIDA, S.L.R. **Development of milling parallel robot for educational purposes.** Int. J. Mechanism and Robotic Systems, 2013.

HARTMANN, V. N. **Uma Contribuição para o Desenvolvimento de uma Máquina Fresadora de arquitetura paralela.** Ed. rev. São Paulo, 2011.

HESS-COELHO, T.A. **Topological Synthesis of a Parallel Wrist Mechanism.** ASME J. Mech. Des., 128(1), pp. 230-235, 2006.

HESS-COELHO, T.A. AND MALVEZZI, F. **Workspace optimization of 3RSS+CP parallel mechanisms.** 12th IFToMM World Congress, Besançon, June 18-21, 2007.

HESS-COELHO, T. A. **Metodologia para Análise e Síntese de Mecanismos (material de apoio para PMR2430 e PMR2331).** Escola Politécnica da USP, outubro 2008.

HESS-COELHO, T.A.; GOJTAN, G.E.E. AND FURTADO, G.P. **Kinematic analysis of a 3-dof parallel mechanism for milling applications.** The Open Mechanical Engineering Journal. Special Issue on Kinematic Design of

Manipulators, Marco Ceccarelli (org.), Betham Science Publishers, 4, pp.48-55, 2010.

HONG, K.-S. , KIM, J-G. **Manipulability analysis of a parallel machine tool: application to optimal link length design**, Journal of Robotics Systems, 17(8), pp 403-415, 2000.

JOSEPH E, SHIGLEY R. MISCHKE, RICHARD G. BUDYNAS. **Projeto de Engenharia Mecânica**. Tradução João Batista de Aguiar, José Manoel de Aguiar - 7. Ed. – Porto Alegre: Bookman, 2005.

KHOL , R. **A machine tool built from mathematics**. American Machinist, October, pp 53-55, 1994.

POLYTEC, **Laser Doppler Vibrometer, User Manual**. Waldbronn, Germany, 2002.

KO, J.H.; YUN, W-S; CHO, D-W; EHMAN, K.F. **Development of a Virtual Machining System**. Part 1: Approximation of the Size Effect for Cutting Force Prediction. Pergamon. Machine Tools and Manufacture. Vol. 42. p. 1595-1605. 2002. 11 p.

KUMAZAWA, V.D. **Development of a parallel robot**. Polytechnic School, University of São Paulo, 2008.

LIU, H.; HUANG, T. AND CHETWYND, D. G. **A General Approach for Geometric Error Modeling of Lower Mobility Parallel Manipulators**. ASME J. Mech. Rob., 3(2), 021013, 2011.

MERLET, J.P. **Parallel robots**, 2nd ed. Dordrecht: Springer, 2006.

NSK BRASIL LTDA. **Catálogo de Rolamentos**. São Paulo, 2013.

NEUMANN, K.E. **Next generation Tricept – a true revolution in parallel kinematics.** Parallel Kinematic Machines in Research and Practice, R. Neugebauer, Ed. Zwickau: Verlag Wissenschaftliche Scripten, 24, pp. 591- 594, 2004.

PRITSCHOW, G., EPPLER, C., AND GARBER, T. **Influence of the dynamic stiffness on the accuracy of PKM.** In 3rd Chemnitzer Parallelkinematik Seminar, Chemnitz, April, 23-25, pp. 313-333, 2002.

RAMESH, R., MANNAN, M.A. AND POO, A.N. **Error compensation in machine tools – a review Part I: geometric, cutting-force induced and fixture dependent errors.** International Journal of Machine Tools & Manufacture, Vol. 40, No. 9, pp.1235–1256, 2000.

RASZL, G; HESS-COELHO, T. A. **Desenvolvimento atual e tendências futuras em máquinas de cinemática paralela.** COBEF, 2005.

RIZK, R., MUNTEANU, M.G.H., FAUROUX, J.-C. AND GOGU, G. **Semi-analytical stiffness model of parallel robots from the Isoglide family via the sub-structuring principle.** 12th IFToMM World Congress. Besançon, France, 2007.

TSAI, LUNG-WEN. **Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators.** Ed. John Wiley & Sons. New York, USA, 1999.

WANG, S.M. AND EHMANN, K.F. **Error model and accuracy analysis of a six-dof Stewart platform.** ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, 124(2), pp.286–295, 2002.

WU, G., BAI, S., KEPLER, J. A. AND CARO, S. **Error Modeling and Experimental Validation of a Planar 3-PPR Parallel Manipulator with Joint Clearances,** ASME J. Mech. Rob., 4 (11), 041008, 2002.

XI, F., ZHANG, D., MECHEFSKE, C.M. AND LANG, S.Y.T. **Global kinetostatic modelling of tripod-based parallel kinematic machine**, Mech. Mach. Theory, 39(4), pp. 357– 377, 2004.

YOON, W. K.; SUEHIRO, T.; TSUMAKI, Y. AND UCHIYAMA, M. **Stiffness Analysis and Design of a Compact Modified Delta Parallel Mechanism**. Robotica, vol. 22, pp. 463-475. Cambridge University Press, 2004.

9 APÊNDICE

9.1 Resultados da aplicação de carga decrescente na direção X , em todos os pontos ensaiados

9.2 Resultados da aplicação de carga decrescente na direção Y, em todos os pontos ensaiados

9.3 Sinal da resposta dinâmica para todos os pontos experimentados

9.4 Espectro de Frequências obtidos a partir da resposta dinâmica de todos os pontos

9.5 Especificações gerais do Driver para motor de passo Toshiba TB6560

TOSHIBA

TB6560AHQ/AFG

Absolute Maximum Ratings ($T_a = 25^\circ\text{C}$)

Characteristics			Symbol	Rating	Unit
Power supply voltage			V _{DD}	6	V
			V _{MA/B}	40	
Output current (per phase)	Peak	TB6560AHQ	I _O (PEAK)	3.5	A
		TB6560AFG		2.5	
M _O drain current			I (M _O)	1	mA
Protect drain current			I (Protect)	1	mA
Input voltage			V _{IN}	V _{DD}	V
Power dissipation		TB6560AHQ	P _D	5 (Note 1)	W
				43 (Note 2)	
		TB6560AFG		1.7 (Note 3)	
				4.2 (Note 4)	
Operating temperature			T _{opr}	−30 to 85	°C
Storage temperature			T _{stg}	−55 to 150	°C

Note 1: $T_a = 25^\circ\text{C}$, without heatsink.

Note 2: $T_a = 25^\circ\text{C}$, with infinite heatsink (HZIP25).

Note 3: $T_a = 25^\circ\text{C}$, with soldered leads.

Note 4: $T_a = 25^\circ\text{C}$, when mounted on a board (4-layer board).

9.6 Rotina elaborada para resolução numérica da estrutura estática, plotagem e mapeamento dos resultados

```
clear all
close all
clc
```

```
Elem=load('Elem1.txt');           %Lê o arquivo dos elementos
Prop=load('Prop1.txt');           %Lê o arquivo das propriedades
F=load('force1.txt');             %Lê o arquivo das forcas
CCont=load('Ccont1.txt');         %Le o arquivo das condicoes de contorno
%noscoord=load('noscoord.txt');   %Le o arquivo das coordenadas nodais
pontos=load('pontos.txt');        %Le a lista de pontos amostrais
Nosx=max(Elem(:,3:4));
Nos=max(Nosx);
nelem=Elem(:,1);
elementos=nelem(end,1);
mglobalk=zeros(Nos);
index=zeros(2*Nos,1);
indext=zeros(2*Nos,1);
```

```
deslocferrindex=zeros(2,1);
fflocindex2=zeros(1,9);
Kglobalindex=zeros(1,20);
Mlocalindex=zeros(1,20);
DeslocNodindex=zeros(20,1);
FQindex=zeros(8,1);
```

```
for pont1=1:length(pontos(:,1))
    Kglobal=zeros(2*Nos,2*Nos);
    Mglobal=zeros(2*Nos,2*Nos);
    %Cinematica inversa para determinacao dos nos
    xp10=pontos(pont1,2);
    yp10=pontos(pont1,3);
    X=xp10;
    Y=yp10;
    l=564;
    aco=481;
    alu=83;
    h=1147.86;
    a1=1;
    b1=-sqrt(3)*X-Y;
    c1=X^2+Y^2-l^2;
    a2=1;
    b2=sqrt(3)*X-Y-sqrt(3)*h;
    c2=X^2+Y^2+h^2-2*h*X-l^2;
    a3=1;
    b3=2*Y-sqrt(3)*h;
    c3=h^2-h*(X+sqrt(3)*Y)+X^2+Y^2-l^2;
    L1=(-b1-sqrt(b1^2-4*a1*c1))/(2*a1);
```

```
L2=(-b2-sqrt(b2^2-4*a2*c2))/(2*a2);
L3=(-b3-sqrt(b3^2-4*a3*c3))/(2*a3);
xp3=L1*sqrt(3)/2;
yp3=L1/2;
xp6=1147.86-L2*sqrt(3)/2;
yp6=L2/2;
xp9=1147.86/2;
yp9=1147.86*sqrt(3)/2-L3;
```

%Matriz de coordenadas nodais

```
c30=sqrt(3)/2;
s30=1/2;
RR=10;
xp1=xp3-RR*c30;
yp1=yp3-RR*s30;

xp2=xp3-RR*s30;
yp2=yp3+RR*c30;

xp4=xp6+RR*c30;
yp4=yp6-RR*s30;

xp5=xp6-RR*s30;
yp5=yp6+RR*c30;

xp7=xp9+RR;
yp7=yp9;

xp8=xp9;
yp8=yp9+RR;
```

```
NOD=[1 xp1 yp1;
      2 xp2 yp2;
      3 xp3 yp3;
      4 xp4 yp4;
      5 xp5 yp5;
      6 xp6 yp6;
      7 xp7 yp7;
      8 xp8 yp8;
      9 xp9 yp9;
      10 X Y];
```

%preenchendo a matriz de rigidez global por meio da somatoria das matrizes locais

```
for nelem1=1:elementos
    i=Elem(nelem1,3);
    j=Elem(nelem1,4);
```

```
Kloc=zeros(2*Nos,2*Nos);
Mloc=zeros(2*Nos,2*Nos);
E=Prop(Elem(nelem1,2),2);
A=Prop(Elem(nelem1,2),3);
% Le a matriz de coordenadas dos nos e transforma no angulo para cade
% elemento
```

```
coord1=[NOD(Elem(nelem1,3),2) NOD(Elem(nelem1,3),3)];
coord2=[NOD(Elem(nelem1,4),2) NOD(Elem(nelem1,4),3)];
x1=coord1(1,1);
x2=coord2(1,1);
y1=coord1(1,2);
y2=coord2(1,2);
```

```
L=sqrt((x2-x1)^2+(y2-y1)^2);
lam=(x2-x1)/L;
mi=(y2-y1)/L;
a=E*A/L;
roAL=Prop(Elem(nelem1,2),4);
%%%%Matriz de Rigidez%%%%%%%%
% Diagonal Principal %
Kloc(2*(i-1)+1,2*(i-1)+1)=a;
Kloc(2*(j-1)+1,2*(j-1)+1)=a;
```

```
% Diagonal terceira %
Kloc(2*(j-1)+1,2*(i-1)+1)=-a;
% simetria %
Kloc(2*(i-1)+1,2*(j-1)+1)=-a;
```

```
%%%%%%%%Matriz de Massa%%%%%%%%
MM=roAL/2;
% Diagonal Principal %
Mloc(2*(i-1)+1,2*(i-1)+1)=MM;
Mloc(2*(j-1)+1,2*(j-1)+1)=MM;
```

```
% Diagonal terceira %
Mloc(2*(j-1)+1,2*(i-1)+1)=0;
% simetria %
Mloc(2*(i-1)+1,2*(j-1)+1)=0;
```

```
%%%%%%%%%%%%%% Matriz T%%%%%%%%%%%%%%
```

```
Tloc=zeros(2*Nos,2*Nos);
% Diagonal principal
```



```
Tloc(2*(i-1)+1,2*(i-1)+1)=lam;  
Tloc(2*(i-1)+2,2*(i-1)+2)=lam;  
Tloc(2*(j-1)+1,2*(j-1)+1)=lam;  
Tloc(2*(j-1)+2,2*(j-1)+2)=lam;  
  
% Diagonal segunda  
Tloc(2*(i-1)+2,2*(i-1)+1)=-mi;  
Tloc(2*(j-1)+2,2*(j-1)+1)=-mi;  
  
% simetria %  
Tloc(2*(i-1)+1,2*(i-1)+2)=mi;  
Tloc(2*(j-1)+1,2*(j-1)+2)=mi;  
  
%Formacao da matriz global pela somatoria iterativa das matrizes locais  
  
Kloc1=Tloc'*(Kloc*Tloc);  
  
Kglobal=Kglobal+Kloc1;  
  
%Matriz de massa  
Mloc1=Tloc'*(Mloc*Tloc);  
%Mlocalindex=[Mlocalindex Mloc1];  
  
Mglobal=Mglobal+Mloc1;  
  
%Armazenando a matriz local e matriz de transformacao do elemento para  
%o pos processamento  
  
index=[index Kloc];  
indext=[indext Tloc];  
  
end  
  
index(:,1)=[];  
indext(:,1)=[];  
  
%Preenchimento do vetor de forcas nodais  
  
Ftot=zeros(2*Nos,1);  
for f1=1:length(F(:,1))  
    if F(f1,2)~=0  
        Ftot(2*(F(f1,1)-1)+1,1)=F(f1,2);  
    end  
    if F(f1,3)~=0  
        Ftot(2*(F(f1,1)-1)+2,1)=F(f1,3);  
    end  
end
```

```
end  
end
```

%Preenchimento do vetor de forcas distribuidas

```
Fdist=zeros(2*Nos,1);  
for fd1=1:elementos  
    Fdis=zeros(2*Nos,1);  
    if Elem(fd1,6)~=0  
        Fdis(2*(Elem(fd1,3)-1)+2,1)=-Elem(fd1,5)*Prop(Elem(fd1,2),4)/2;  
        Fdis(2*(Elem(fd1,4)-1)+2,1)=-Elem(fd1,5)*Prop(Elem(fd1,2),4)/2;  
    end  
    Fdist=Fdist+Fdis;  
end
```

%Vetor de forcas totais

```
Ftott=Ftot+Fdist;
```

%Vetor de condicoes de contorno

```
CContot=zeros(2*Nos,1);  
for c1=1:length(CCont(:,1))  
    if CCont(c1,2)~=0  
        CContot(2*(CCont(c1,1)-1)+1,1)=CCont(c1,2);  
    end  
    if CCont(c1,3)~=0  
        CContot(2*(CCont(c1,1)-1)+2,1)=CCont(c1,3);  
    end  
end
```

%Loop que cria uma matriz reduzida só com as linhas dos nós não "fixos"

```
mred=zeros(1,2*Nos);  
for h1=1:2*Nos  
    if CContot(h1,1)==0  
        linha=Kglobal(h1,:);  
        mred=[mred;linha];  
    end  
end  
mred(1,:)=[];  
mred1=zeros(length(mred(:,1)),1);
```

%Loop que reduz a matriz anterior só com as colunas dos nós não fixos

```
for v1=1:2*Nos  
    if CContot(v1,1)==0  
        coluna=mred(:,v1);  
        mred1=[mred1 coluna];  
    end  
end
```

```
end  
end
```

%Sobrando uma matriz k reduzida só com os nós móveis

```
mred1(:,1)=[];
```

%Foi formada a matriz reduzida

%%Análise
Modal%%

%%Matriz de massa reduzida%%

```
Mred=zeros(1,2*Nos);
```

```
for om1=1:2*Nos
```

```
    if CContot(om1,1)==0
```

```
        linhaom=Mglobal(om1,:);
```

```
        Mred=[Mred;linhaom];
```

```
    end
```

```
end
```

```
Mred1=zeros(length(Mred(:,1)),1);
```

%Loop que reduz a matriz anterior só com as colunas dos nós não fixos

```
for omv1=1:2*Nos
```

```
    if CContot(omv1,1)==0
```

```
        colunaom=Mred(:,omv1);
```

```
        Mred1=[Mred1 colunaom];
```

```
    end
```

```
end
```

```
Mred1(1,:)=[];
```

```
Mred1(:,1)=[];
```

%%

%frequencias Naturais

```
[Modes,omegasquare]=eig(Mred1\mred1);
```

```
omega=sqrt(omegasquare);
```

%%tabelando as frequencias naturais encontradas

```
wn=zeros(1,1);
```

```
nnw=length(omega(1,:));
```

```
for i=1:length(omega(1,:))
```

```
    wn1=omega(i,i);
```

```
    wn=[wn1;wn];
```

```
end
```

```
wn(end,:)=[];
```

```
fq=wn/2/pi;
fqn=1:1:nnw;
FQ=[fqn' fq];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

%Loop que reduz a matriz de forças para elementos sem condições de contorno

```
fred=zeros(1,1);
for ft1=1:2*Nos
    if CContot(ft1,1)==0
        linhaft=Ftott(ft1,:);
        fred=[fred;linhaft];
    end
end
fred(1,:)=[];
```

%No caso de condições de contorno não homogêneas modifica o lado direito da
%equação geral

```
for ux1=1:length(CContot(:,1))
    Fx=zeros(length(fred(:,1)),1);
    if CContot(ux1,1)~=0 && CContot(ux1,1)~=1
        Fx=[mred(:,ux1)]*CContot(ux1,1);
        fred=fred-Fx;
    end
end
```

%Resolvendo a Matriz reduzida para forças reduzidas

```
Ured=mred1\fred;
```

%Recuperando e montando as equações globais, já com as incógnitas de deslocamento encontradas

```
[x]=find(CContot);
noinv=linspace(1,2*Nos,2*Nos);
no=noinv';
nor=zeros(1,1);
```

```
for nt1=1:2*Nos
    if CContot(nt1,1)==0
        linhan=no(nt1,:);
        nor=[nor;linhan];
    end
end
```

```
nor(1,:)=[];  
nox=[x;nor];  
Nosfixos=length(CCont(:,1));  
fixos=zeros(length(x),1);
```

%O vetor de temperatura completo, ou seja, são recuperadas as condições
%de contorno e as temperaturas achadas porém estão desordenadas,
%devem ser posicionadas em ordem crescente

```
Utot=[fixos;Ured];  
Udis=[nox Utot];  
Uxyt=sortrows(Udis,1);
```

%%%carregando a condicao de contorno nao homogenea no vetor
deslocamentos

```
for fixx=1:length(Uxyt(:,1))  
    if CContot(fixx,1)~=0 && CContot(fixx,1)~=1  
        Uxyt(fixx,2)=CContot(fixx,1);  
    end  
end
```

%%%%%%%%%%%%%% Pos processamento

%%%%%%%%%%%%%%

```
fflocindex=zeros(4,1);  
for nelem2=1:elementos  
    kkloc=index(:,2*Nos*(nelem2-1)+1:2*Nos*(nelem2-1)+2*Nos);  
    TTloc=indext(:,2*Nos*(nelem2-1)+1:2*Nos*(nelem2-1)+2*Nos);  
    ffloc=kkloc*(TTloc*Uxyt(:,2));  
    nni=Elem(nelem2,3);  
    nnf=Elem(nelem2,4);  
    fflocind=[ffloc(2*(nni-1)+1:2*(nni-1)+2,1);ffloc(2*(nnf-1)+1:2*(nnf-1)+2,1)];  
    fflocindex=[fflocindex fflocind];  
end  
fflocindex(:,1)=[];
```

%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%

```
Fr=Kglobal*[Uxyt(:,2)];  
ff=zeros(1,1);  
for ff1=1:2*Nos  
    if CContot(ff1,1)~=0  
        linhaf=Fr(ff1,:);  
        ff=[ff;linhaf];  
    end  
end
```

```
ff(1,:)=[];  
R=[x ff];
```

```
Udisplay1=Uxyt;
```

```
%indexar deslocamentos nodais da ferramenta
```

```
ferramenta=[Uxyt(19,2);  
            Uxyt(20,2)];  
deslocferrindex=[deslocferrindex ferramenta];
```

```
fflocindex2=[ fflocindex2;  
            fflocindex];
```

```
Kglobalindex=[Kglobalindex;  
            Kglobal];
```

```
DeslocNodindex=[DeslocNodindex Uxyt(:,2)];
```

```
FQindex=[FQindex FQ(:,2)];
```

```
end
```

```
deslocferrindex(:,1)=[];  
fflocindex2(1,:)=[];  
Kglobalindex(1,:)=[];  
DeslocNodindex(:,1)=[];  
FQindex(:,1)=[];  
num=1:20;
```

```
DeslocNodindex=[num' DeslocNodindex];
```

```
Modulo=zeros(1,1);  
for i=1:length(pontos(:,1))  
    Modulodesloc=sqrt((deslocferrindex(1,i))^2+(deslocferrindex(2,i))^2);  
    Modulo=[Modulo Modulodesloc];  
end
```

```
Modulo(:,1)=[];  
num2=1:length(pontos(:,1));
```

```
Modulo=[num2;  
        Modulo];
```

```
%%%%%%%%%%%%%%  
%%%%%%%%%%%%%%  
%%%%%%%%%
```

```
%preparacao para plotagem dos deslocamentos
```

```
plotx=zeros(1,1);
```

```
ploty=zeros(1,1);

for plotx1=1:Nos
    plotxx=Uxyt(2*(plotx1-1)+1,2);
    plotx=[plotx;plotxx];
    plotyy=Uxyt(2*(plotx1-1)+2,2);
    ploty=[ploty;plotyy];

end
plotx(1,:)=[];
ploty(1,:)=[];


plotxxx=NOD(:,2);
plotyyy=NOD(:,3);

figure
for ii=1:elementos
    plotxxxi=[plotxxx(Elem(ii,3),1);plotxxx(Elem(ii,4),1)];
    plotyyyi=[plotyyy(Elem(ii,3),1);plotyyy(Elem(ii,4),1)];

    plotxxi=[plotx(Elem(ii,3),1);plotx(Elem(ii,4),1)];
    plotyyi=[ploty(Elem(ii,3),1);ploty(Elem(ii,4),1)];

    plot(plotxxxi,plotyyyi,'-b*','LineWidth',2)
    hold on
    plot(plotxxxi+10*plotxxi,plotyyyi+10*plotyyi,'-.r*','LineWidth',2)
    scatter(0,0,'LineWidth',2)
    hold on
    scatter(1147.86,0,'LineWidth',2)
    hold on
    scatter(573.93,994.08,'LineWidth',2)
    hold on
    xlabel('x (mm)')
    ylabel('y (mm)')
    %zlim([0 0.1])
    ylim([-100 1150])
    xlim([-100 1150])
    grid on;
    hold on
end

mapline=[pontos(2,3) Modulo(2,2);
```

```
pontos(5,3) Modulo(2,5);
pontos(8,3) Modulo(2,8);
pontos(22,3) Modulo(2,22);
pontos(15,3) Modulo(2,15);
pontos(19,3) Modulo(2,19);
pontos(20,3) Modulo(2,20);
pontos(21,3) Modulo(2,21)];

figure
plot(mapline(:,1),mapline(:,2))
grid on
hold on
scatter(mapline(:,1),mapline(:,2),'LineWidth',2)
```

%Mapeamento teórico dos deslocamentos em modulo

```
x=pontos(:,2);
y=pontos(:,3);
z=(Modulo(2,:))';

figure
for i=1:length(pontos(:,1))
    plottx=[x(i,1) x(i,1)];
    plotty=[y(i,1) y(i,1)];
    plottz=[0 z(i,1)];
    %plot3(plottx,plotty,plottz,'b','LineWidth',3)
    %scatter3(plottx,plotty,plottz)
    zlim([min(z) max(z)])
    hold on
    grid on
end
    %griddata Erro Estático
```

```
stepsx = linspace(480,670,150);
stepsy = linspace(260,440,150);
[XI,YI] = meshgrid(stepsx, stepsy);
ZI = griddata(x,y,z,XI,YI);
ZIz=isnan(ZI);
```

```
for i=1:length(ZI(:,1))
    for j=1:length(ZI(1,:))
        if ZIz(i,j)==1
            ZI(i,j)=0.48;
        end
    end
end
```



```
end
figure
surf(XI,YI,ZI);
%zlim([0.001 0.8])
xlabel('x (mm)')
ylabel('y (mm)')
zlabel('z (mm)')

%%griddata Frequencias Naturais Numéricas

% %stepsx = linspace(480,670,150);
% %stepsy = linspace(260,440,150);
% %[XI,YI] = meshgrid(stepsx, stepsy);
freqz=FQindex(2,:); %%%% mudar as frequencias naturais aqui
Zlq = griddata(x,y,freqz,XI,YI);
%%Zlz=isnan(ZI);
%
for i=1:length(ZI(:,1))
    for j=1:length(ZI(1,:))
        if Zlz(i,j)==1
            Zlq(i,j)=15;
        end
    end
end
figure
surf(XI,YI,Zlq);
% %zlim([0.001 0.8])
xlabel('x (mm)')
ylabel('y (mm)')
zlabel('Frequências Naturais (Hz)')

maplinefreq=[FQindex(2,2);FQindex(2,5);FQindex(2,8);FQindex(2,22);FQindex(
2,15);FQindex(2,19);FQindex(2,20);FQindex(2,21)];
figure
plot(maplinefreq)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Mapeamento experimental
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Pexp=load('pontosexpFy.txt');

xexp=Pexp(:,2);
yexp=Pexp(:,3);
zexp=Pexp(:,4);

stepsx = linspace(480,670,150);
stepsy = linspace(260,440,150);
[XIe,YIe] = meshgrid(stepsx, stepsy);
```

```
Zle = griddata(xexp,yexp,zexp,Xle,Yle);
Zlze=isnan(Zle);

for i=1:length(Zle(:,1))
    for j=1:length(Zle(1,:))
        if Zlze(i,j)==1
            Zle(i,j)=0.48;
        end
    end
end
figure
surf(Xle,Yle,Zle);
%zlim([0.001 0.8])
xlabel('x (mm)')
ylabel('y (mm)')
zlabel('z (mm)')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Mostram-se todos os resultados

Modudis='Deslocamentos da ferramenta em Módulo';
disp(Modudis);
disp(Modulo);
```

9.7 Rotina elaborada para o planejamento de trajetórias e geração do código G

```
clear all
close all
clc
format long

path=load('RembrandtCoord1.txt');

%%Cinematica inversa para determinacao dos nos
xp10=path(:,1);
yp10=path(:,2);
N_coord=length(xp10(:,1));
X=xp10;
Y=yp10;
l=564;
aco=481;
alu=83;
h=1147.8647;

A=zeros(1,1);
B=zeros(1,1);
C=zeros(1,1);

%%Cinematica inversa%%
for i=1:N_coord
    a1=1;
    b1=-sqrt(3)*X(i,1)-Y(i,1);
    c1=(X(i,1))^2+(Y(i,1))^2-l^2;
    a2=1;
    b2=sqrt(3)*X(i,1)-Y(i,1)-sqrt(3)*h;
    c2=(X(i,1))^2+(Y(i,1))^2+h^2-2*h*X(i,1)-l^2;
    a3=1;
    b3=2*Y(i,1)-sqrt(3)*h;
    c3=h^2-h*(X(i,1)+sqrt(3)*Y(i,1))+(X(i,1))^2+(Y(i,1))^2-l^2;
    L1=(-b1-sqrt(b1^2-4*a1*c1))/(2*a1);
    L2=(-b2-sqrt(b2^2-4*a2*c2))/(2*a2);
    L3=(-b3-sqrt(b3^2-4*a3*c3))/(2*a3);
    A=[A;L1];
    B=[B;L2];
    C=[C;L3];
end
A(1,:)=[];
B(1,:)=[];
C(1,:)=[];

%%Geracao do codigo G%%
path1=zeros(1,1);
path2=zeros(1,1);
```

```
path3=zeros(1,1);
G=zeros(1,1);
format long
for i=1:(length(A(:,1))-1)
    p1=A((i+1),1)-A((i),1);
    p2=B((i+1),1)-B((i),1);
    p3=C((i+1),1)-C((i),1);
    path1=[path1;p1];
    path2=[path2;p2];
    path3=[path3;p3];
    g=1;
    G=[G;g];
end
path1(1,:)=[];
path2(1,:)=[];
path3(1,:)=[];
G(1,:)=[];

%%escrevendo codigo%%

col1=char(num2str(path1*(-1)));
col2=char(num2str(path2*(-1)));
col3=char(num2str(path3*(-1)));
col0=char(num2str(G));

col11=strcat('X',col1);
col22=strcat('Y',col2);
col33=strcat('Z',col3);
% col00=sprintfc('G0%d',G);

s1={'G91'};
s2={' '};
s3={' '};
for i=1:length(col11(:,1))
    col1inst=col11(i,:);
    col2inst=col22(i,:);
    col3inst=col33(i,:);
    col1inst(isspace(col1inst))='';
    col2inst(isspace(col2inst))='';
    col3inst(isspace(col3inst))='';
    s1=[s1;col1inst];
    s2=[s2;col2inst];
    s3=[s3;col3inst];
end
s1(1,:)=[];
s2(1,:)=[];
s3(1,:)=[];
ss1=char(s1);
ss2=char(s2);
```

```
ss3=char(s3);  
CODE=char(strcat({'G01'},{' '},ss1,{' '},ss2,{' '},ss3));  
display(CODE);
```