FERNANDO GONÇALVES GARCIA

Influência do raio de filete na flambagem de painéis com reforçadores
integrados

São Paulo
2020

FERNANDO GONÇALVES GARCIA

Influência do raio de filete na flambagem de painéis com reforçadores integrados

Versão Corrigida

(A versão original se encontra disponível na Unidade que aloja o Programa)

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Ciências

São Paulo
2020

FERNANDO GONÇALVES GARCIA

Influência do raio de filete na flambagem de painéis com reforçadores integrados

Versão Corrigida

(A versão original se encontra disponível na Unidade que aloja o Programa)

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Ciências

Área de Concentração: Engenharia
Mecânica de Projeto e Fabricação

Orientador:
Prof. Dr. Roberto Ramos Junior

São Paulo
2020

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Garcia, Fernando Gonçalves

Influência do raio de filete na flambagem de painéis com reforçadores integrados / F. G. Garcia -- versão corr. -- São Paulo, 2020.

263 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.Engenharia 2.Engenharia Aeronáutica 3.Estrutura de Aeronaves (Otimização) 4.Flambagem 5.Método dos Elementos Finitos I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

Aos meus filhos, Theo e Manuela, que nasceram durante a execução desta tese. Que eu possa deixá-la como exemplo para eles, que todos os desafios que nos colocamos, podemos superá-los.

À mulher da minha vida, Vanessa, pelo apoio e incentivo incondicional. Além da sua dedicação aos nossos filhos neste período, foi determinante no planejamento da fase final desta tese.

Aos meus pais Vicente e Terezinha por me ensinarem o valor da educação e da perseverança e por nos ajudarem a cuidar e educar os nossos filhos com muito amor e carinho.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Roberto Ramos Junior, o meu reconhecimento pelo apoio e pela oportunidade de realizar este trabalho ao seu lado. Desde o início acreditou no desenvolvimento desta tese e na sua importância para o desenvolvimento da indústria aeronáutica nacional. Deixo aqui registrada minha admiração pelo professor e pela sua dedicação e habilidade no ensino, sempre buscando o desenvolvimento de seus alunos. Obrigado pela paciência e colaboração na execução deste trabalho que, com a sua orientação, foi levado a um patamar superior.

AGRADECIMENTOS ESPECIAIS

A realização deste projeto de pesquisa só foi possível com o apoio de diversos colaboradores. Aos engenheiros da Embraer S.A., que direta ou indiretamente contribuíram de alguma forma, expresso meu reconhecimento e gratidão. Em especial ao Luciano César pela sugestão de tema, ao Saullo Castro pela ajuda na automatização das simulações, ao Clóvis Eça pelas diversas discussões e sugestões, ao Willy Mendonça por compartilhar seu conhecimento e sua experiência em ensaios experimentais e à Gabriela Gandorphi por implementar diversas melhorias identificadas nesta tese aos procedimentos de cálculo de flambagem da Embraer. Ao meu tio João, por ser um exemplo de estudo e dedicação para a família, e por ter me ajudado a padronizar as referências bibliográficas desta tese conforme diretrizes, meu orgulho e minha gratidão.

Também é importante lembrar as pessoas que indiretamente ajudaram na realização deste trabalho, mas com igual importância, como: a Márcia, a Maura e a Josilene que trabalharam na casa da minha família e me ajudaram a ter tempo para me dedicar à tese. A elas, meus mais sinceros agradecimentos.

RESUMO

O uso de painéis com reforçadores integrados (PRIs), em asas de pequeno e médio porte ou em asas muito carregadas, é frequente na aviação. Essas estruturas de paredes finas são sujeitas a carregamentos compressivos durante sua vida útil que podem causar tanto a flambagem global quanto local do painel. Além disso, a busca de estruturas ainda mais leves faz com que a flambagem se torne cada vez mais importante no projeto de aeronaves. Não obstante a importância do método dos elementos finitos na obtenção das cargas críticas de flambagem de PRIs, resultados baseados em gráficos publicados pela NACA ainda são usados com frequência nas fases preliminares do projeto de asa. Contudo, esses gráficos consideram painéis idealizados e negligenciam detalhes geométricos como o raio de filete. O principal objetivo deste trabalho é a criação de novos gráficos que forneçam o coeficiente de flambagem local de PRIs considerando o efeito do raio de filete. Para isto, centenas de modelos de elementos finitos de alta fidelidade foram simulados para a determinação dos coeficientes de flambagem corrigidos, considerando diversas configurações geométricas. Foi possível concluir, assim, que os coeficientes de flambagem local de PRIs podem ser significativamente aumentados quando se considera o efeito do raio de filete. A metodologia usada e sua validação, por meio de resultados e ensaios publicados, são apresentadas neste trabalho. Os aumentos médios da tensão de flambagem local verificados estão, na maioria dos casos, entre 24,8% e 65,4% em PRIs filetados, no regime linear, dependendo da geometria do painel. Este trabalho apresenta também uma metodologia de projeto para um PRI otimizado (com reforçador *blade*) sob uma determinada intensidade de carregamento considerando o raio de filete. Verificou-se que a redução de peso neste caso pode chegar a 10%, dependendo do nível de carregamento entre outros aspectos. Também foram discutidas e apresentadas neste trabalho: i) uma representação simplificada por elementos finitos de PRIs (com reforçadores *blade*) para a fase de pré-dimensionamento e detalhamento estrutural e ii) uma proposta para ensaio de um subcomponente representando um PRI para a avaliação do carregamento crítico de flambagem local e da condição pós-flambagem.

Palavras-chave: Painel reforçado. Flambagem. Raio de filete. Asa. Estruturas aeronáuticas. Análise estrutural. Método dos elementos finitos. Otimização.

ABSTRACT

The use of integrally stiffened panels (ISP's) in wings of small and medium-sized aircraft, or in heavily loaded wings, is frequent in aviation. These thin-walled structures are subjected to compressive loads during their life-time that can cause both global and local buckling. In addition, the search for even lighter structures makes buckling increasingly important in aircraft design. Notwithstanding the importance of the finite element method to obtain the buckling loads of ISP's, some results based on charts published by NACA are still used in the preliminary phases of wing design. However, these charts consider only idealized panels and neglect geometric details such as the fillet radius. The main objective of this work is the creation of new charts that provide the local buckling coefficient of ISP's considering the effect of the fillet radius. To achieve this goal, hundreds of high fidelity finite element models were simulated for the determination of corrected buckling coefficients, considering several geometric configurations. Thus, it was concluded that the local buckling coefficients of ISP's can be significantly increased when considering the effect of the fillet radius. The proposed methodology and its validation via published results and tests are presented in this work. The averaged increases in local buckling stresses are, in most cases, between 24.8% and 65.4% in filleted ISP's in the linear elastic zone, depending on the panel geometry. This work also presents a design methodology for an optimized ISP (with blade stiffeners) under a given loading intensity considering the fillet radius effect. It has been found that the weight reduction in this case can reach 10%, depending on the loading level among other aspects. The following topics were also discussed and presented in this work: i) a simplified finite element representation of ISP's (with blade stiffeners) for the pre-sizing and structural detailing phase and ii) a proposal for testing a subcomponent representing an ISP for the evaluation of the critical local buckling load and the post buckling condition.

Keywords: Stiffened panel. Buckling. Fillet radius. Wing. Aeronautical structures. Structural analysis. Finite element method. Optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 –	Caixão principal de uma asa composta de painéis reforçados.	38
Figura 1.2 –	Exemplos de painéis reforçados.....	39
Figura 1.3 –	Seção transversal de um PRI (tipo <i>blade</i>) e suas dimensões principais.....	40
Figura 1.4 –	PRI, tipo <i>blade</i> , carregados uniaxialmente na direção dos reforçadores.....	44
Figura 2.1 –	Diferentes modos de flambagem de painéis reforçados.....	48
Figura 2.2 –	Valores de $k_{s,loc}$ para um painel com reforçadores integrados idealizado (simetria longitudinal e transversal infinitas), uniformemente carregado na direção axial em compressão....	50
Figura 2.3 –	Curvas de flambagem global compressiva de painéis com número infinito de reforçadores longitudinais ($A_w/b_s t_s = 0,4$).....	51
Figura 2.4 –	PRIs típicos.....	54
Figura 2.5 –	Painel com reforçadores de seção T curvilíneos integrais.....	57
Figura 2.6 –	Painel com reforçadores de seção T e sub-reforçadores do tipo <i>blade</i>	58
Figura 2.7 –	Conceito <i>skin sculpting</i>	59
Figura 2.8 –	Projeto COCOMAT – comparação entre projetos estruturais atuais e futuros.....	60
Figura 3.1 –	Flambagem de coluna e placa simplesmente apoiadas.....	64
Figura 3.2 –	Diagrama Carregamento x Deslocamento pós bifurcação.....	66
Figura 3.3 –	Curvas Carregamento x Deflexão.....	67
Figura 3.4 –	Projeto de um painel ótimo para: a) Naïve b) Painel com imperfeições (real).....	69
Figura 3.5 –	Painel reforçado idealizado.....	70
Figura 3.6 –	Diferentes representações da junção entre reforçador e revestimento.....	72
Figura 3.7 –	Placa e flange submetidos à compressão longitudinal.....	73
Figura 3.8 –	Curvas de k_s para flanges e painéis infinitos em função do coeficiente de restrição e	76
Figura 3.9 –	Valores de K_{loc} para um painel idealizado com reforçadores	

	integrados.....	79
Figura 3.10 –	Coeficiente, K_I , para o cálculo do momento de inércia modificado de reforçadores.....	82
Figura 3.11 –	Representação do raio de filete por meio do FSM.....	84
Figura 4.1 –	Representações de um painel infinito usando o MEF.....	86
Figura 4.2 –	Representação do PRI e do painel <i>double half-bay</i> (em destaque).....	89
Figura 4.3 –	Condições de contorno utilizadas para representar o painel reforçado.....	91
Figura 4.4 –	Diferença entre resultados de duas simulações de flambagem de painéis reforçados usando: (a) forças distribuídas prescritas e (b) deslocamentos prescritos.....	92
Figura 4.5 –	Comparação entre modos longitudinais ímpares e pares.....	93
Figura 4.6 –	Formatos dos modos de flambagem local para: (a) $n = 7$ e (b) $n = 6$ semi-ondas.....	94
Figura 4.7 –	Representação da seção transversal do PRI: partições estudadas e tamanhos máximos dos elementos da malha (valores utilizados: $t_w = t_s = 3,5$ mm, $b_w = 33,25$ mm, $b_s = 90$ mm, $R = 14$ mm).....	97
Figura 4.8 –	Análise de convergência de malha para uma configuração típica.....	98
Figura 5.1 –	Distribuição do espaçamento entre reforçadores e dos parâmetros adimensionais.....	103
Figura 5.2 –	Coeficiente de flambagem local para o PRI com perfil <i>blade</i> para as configurações dos painéis superiores das asas de três aeronaves (Aeronave 1, 2 e 3).....	105
Figura 5.3 –	Coeficiente de flambagem local para o PRI com perfil <i>blade</i> para as configurações dos painéis superiores das asas de três aeronaves (Aeronave 4, 5 e 6).....	106
Figura 5.4 –	Áreas do revestimento (azul) e reforçador (verde) usadas para calcular a tensão crítica da flambagem global.....	109
Figura 6.1 –	Validação do coeficiente de flambagem local de painéis reforçados.....	112

Figura 6.2 –	Desvios absolutos médios obtidos para $k_{s,loc}$ (método clássico x MEF).....	114
Figura 6.3 –	Desvios absolutos obtidos para $k_{s,loc}$ (para $t_w/t_s = 0,5$ e $t_w/t_s = 2,0$).....	115
Figura 6.4 –	Validação para o cálculo do coeficiente de flambagem global de painéis reforçados (para um número infinito de reforçadores longitudinais e $A_w/b_s t_s = 0,4$).....	117
Figura 6.5 –	Corpos-de-prova de painéis superiores de asa: convencional e BCF.....	119
Figura 6.6 –	Representações dos CDPs por meio de elementos finitos.....	120
Figura 7.1 –	Influência do raio de filete de um PRI com geometria típica no coeficiente de flambagem global do painel (Dados: $b_s = 90\text{mm}$, $h = 35\text{mm}$, $t_s = t_w = 3,5\text{mm}$, $a = 450\text{mm}$).....	124
Figura 7.2 –	Variação de $k_{s,loc}$ em função do raio para a geometria escolhida. Resultados para os modelos com modos ímpares e pares (Dados: $b_s = 90\text{mm}$, $h = 35\text{mm}$, $t_s = t_w = 3,5\text{mm}$, $a = 450\text{mm}$).....	126
Figura 7.3 –	Variação de $k_{s,loc}$ em função do raio para valores aleatórios de a/b_s , t_s/b_s e b_s	127
Figura 7.4 –	Influência do raio de filete no coeficiente de flambagem local de PRIs do tipo <i>blade</i> , para $b_w/b_s = 0,369$, $t_w/t_s = 1$ e valores aleatórios de a/b_s e de b_s	129
Figura 7.5 –	Comparação entre duas configurações com mesmos parâmetros adimensionais.....	131
Figura 7.6 –	Influência do R/b_{wf} no carregamento da flambagem global e local do PRI estudado.....	132
Figura 7.7 –	Modo de flambagem do painel completo para $R = 5\text{mm}$	136
Figura 7.8 –	Comparação entre os coeficientes de flambagem global: resultados analíticos x resultados obtidos pelo MEF.....	139
Figura 7.9 –	Curvas corrigidas do coeficiente de flambagem local (para $t_s/b_s = 0,045$ e $R/b_{wf} = 0,18$).....	142
Figura 7.10 –	Comparação entre curvas do coeficiente de flambagem local originais (para $R = 0$, tracejadas) e corrigidas ($t_s/b_s = 0,045$ e	

	$R/b_{wf} = 0,18$, contínuas).....	143
Figura 7.11 –	Curvas corrigidas do coeficiente de flambagem local (para $t_s/b_s = 0,020$ e $R/b_{wf} = 0,32$).....	144
Figura 7.12 –	Curvas corrigidas do coeficiente de flambagem local (para $t_s/b_s = 0,033$ e $R/b_{wf} = 0,32$)	145
Figura 8.1 –	Dimensões de uma junção idealizada.....	152
Figura 8.2 –	Curvas de nível do fator de Farrar para painéis do tipo <i>blade</i> (junção sem raio, $\nu = 0,33$	153
Figura 8.3 –	Junção reforçador/revestimento real (com raio de filete não nulo).....	158
Figura 8.4 –	Fluxograma para encontrar o PRI com peso mínimo.....	160
Figura 8.5 –	Equações e curvas (ou tabelas) usadas para encontrar o PRI com peso mínimo.....	160
Figura 8.6 –	Curvas de nível do fator de Farrar para painéis do tipo <i>blade</i> (junção com raio de filete).....	161
Figura 8.7 –	Projeto de PRI com e sem a consideração do efeito do raio de filete.....	163
Figura 8.8 –	Cálculo da área do PRI idealizado.....	164
Figura 8.9 –	Redução de peso (em %) considerando a influência da junção filetada e um fluxo de carga de 1.000 N/mm.....	165
Figura 8.10 –	Potencial de utilização de manufatura aditiva em estruturas aeronáuticas.....	169
Figura 8.11 –	Desenho esquemático da ferramenta de usinagem de PRIs.....	170
Figura 8.12 –	Painel em materiais compósitos com reforçadores em T invertido.....	171
Figura 9.1 –	Condições de contorno usadas para representar parte do painel com elementos de placa.....	175
Figura 9.2 –	Modelos simplificados para representar o efeito do raio de filete (Parte 1).....	177
Figura 9.3 –	Modelos simplificados para representar o efeito do raio de filete (Parte 2).....	178
Figura 9.4 –	Representação da solda com elementos rígidos em painéis	

	reforçados.....	179
Figura 9.5 –	Resultados obtidos para o coeficiente de flambagem global em função do raio. Modelos com elementos de placa x Modelos com elementos sólidos 3D (1).....	180
Figura 9.6 –	Resultados obtidos para o coeficiente de flambagem global em função do raio. Modelos com elementos de placa x Modelos com elementos sólidos 3D (2).....	181
Figura 9.7 –	Resultados obtidos para o coeficiente de flambagem local em função do raio. Modelos com elementos de placa x Modelos com elementos sólidos 3D (1).....	182
Figura 9.8 –	Resultados obtidos para o coeficiente de flambagem local em função do raio. Modelos com elementos de placa x Modelos com elementos sólidos 3D (2).....	184
Figura 9.9 –	Detalhe do modelo simplificado com elementos pentaédricos e rígidos.....	185
Figura 9.10 –	Comparação entre as deformadas associadas ao 1 ^o modo de flambagem do Modelo Simplificado x Modelo com elementos sólidos.....	188
Figura 9.11 –	Comparação entre as deformadas associadas ao 2 ^o modo de flambagem do Modelo Simplificado x Modelo com elementos sólidos.....	188
Figura 10.1 –	Corpo de prova do painel reforçado.....	191
Figura 10.2 –	Dispositivo de compressão e corpo de prova do painel reforçado.....	192
Figura 10.3 –	Corpos de prova a serem testados.....	193
Figura 10.4 –	Detalhes do corpo de prova.....	196
Figura 10.5 –	Excentricidade e conicidade do corpo de prova.....	196
Figura 10.6 –	Célula central dos corpos de prova a serem ensaiados.....	199
Figura 10.7 –	Análise não linear de um CDP com raio de filete pequeno (CDP1).....	200
Figura 10.8 –	Análise não linear de um CDP com raio de filete mediano (CDP4).....	201
Figura 10.9 –	Curvas Tensão x Deslocamento para cada um dos quatro	

	CDPs.....	204
Figura 10.10 –	Análise não linear de um painel infinito (célula) representando a geometria do CDP 3.....	206
Figura 10.11 –	Curva Tensão x Deslocamento para o CDP 3.....	207
Figura 10.12 –	Seção transversal do CDP 3.....	208
Figura 10.13 –	Curva Tensão x Deslocamento para o CDP 3 modificado.....	209
Figura A.1 –	Coef. de flambagem local para PRIs com qualquer t_s/b_s e $R/b_{wf} = 0$	232
Figura A.2 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,020$	233
Figura A.3 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,033$	234
Figura A.4 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,045$	235
Figura A.5 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,058$	236
Figura A.6 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,083$	237
Figura A.7 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,020$	238
Figura A.8 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,033$	239
Figura A.9 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,045$	240
Figura A.10 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,058$	241
Figura A.11 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,083$	242
Figura A.12 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,020$	243
Figura A.13 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,033$	244
Figura A.14 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e	

	$t_s/b_s = 0,045$	245
Figura A.15 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,058$	246
Figura A.16 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,083$	247
Figura A.17 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,0$ e $t_s/b_s = 0,020$	248
Figura A.18 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,0$ e $t_s/b_s = 0,033$	249
Figura A.19 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,0$ e $t_s/b_s = 0,045$	250
Figura A.20 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,0$ e $t_s/b_s = 0,058$	251
Figura A.21 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,0$ e $t_s/b_s = 0,083$	252
Figura B.1 –	Seção transversal do filete e área infinitesimal.....	253
Figura B.2 –	Junção reforçador/revestimento real (com raio de filete não-nulo).....	255
Figura B.3 –	Seção T e suas dimensões básicas.....	259
Figura B.4 –	Seção T com raios de concordância.....	260
Figura B.5 –	Pontos de maior tensão cisalhante: seção T com raios de concordância.....	263

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 –	Relação entre o alcance e a massa.....	42
Tabela 5.1 –	Valores estatísticos da amostra.....	101
Tabela 5.2 –	Cobertura da amostra no intervalo escolhido.....	107
Tabela 5.3 –	Discretização das quatro variáveis adimensionais na flambagem local.....	108
Tabela 6.1 –	Comparação entre os carregamentos de início de flambagem local (experimental × MEF).....	121
Tabela 7.1 –	Comparação entre os coeficientes de flambagem, k_s , para os painéis reforçados da NASA ($b_s = 127$ mm, $b_w = 34,34$ mm, $t_s = 1,27$ mm, $t_w = 1,473$ mm, $a = 762$ mm e $R = 0$).....	134
Tabela 7.2 –	Estudo comparativo referente às variações nas tensões de flambagem local e global para os casos em que $R = 0$ (junção quadrada) e $R = 5$ mm.....	134
Tabela 7.3 –	Estudo comparativo referente às variações nas cargas de flambagem (local e global) do painel para os casos em que $R = 0$ (junção quadrada) e $R = 5$ mm.....	135
Tabela 7.4 –	Comparação de resultados com os obtidos por Fenner e Watson (2012) para a flambagem local do PRI, considerando diversos valores de raio.....	137
Tabela 7.5 –	Comparação do coeficiente da flambagem global.....	138
Tabela 7.6 –	Comparação de resultados com os obtidos por Fenner e Watson (2012) para a flambagem global do painel, considerando diversos valores de raio.....	138
Tabela 7.7 –	Diferenças entre os coeficientes de flambagem global para diferentes razões de aspecto, considerando dois métodos de análise (MEF × Modelos Analíticos).....	140
Tabela 7.8 –	Médias dos aumentos do coeficiente de flambagem local devido à inclusão da influência do raio de filete.....	146
Tabela 7.9 –	Validação da interpolação dos coeficientes de flambagem local.....	148
Tabela 8.1 –	Eficiência estrutural para diferentes perfis de painel reforçado	157

Tabela 8.2 –	Projeto ótimo para diferentes fluxos de compressão para PRIs filetados.....	162
Tabela 9.1 –	Correlação dos modelos simplificados e os modelos sólidos na flambagem global.....	186
Tabela 9.2 –	Correlação dos modelos simplificados e os modelos sólidos na flambagem local.....	187
Tabela 9-3 –	Correlação entre os autovalores do modelo simplificado e do modelo com elementos sólidos.....	187
Tabela 10.1 –	Dimensões dos CDPs e capacidade portante das células.....	197
Tabela 10.2 –	Dados para levantamento da curva do material sob compressão.....	202
Tabela 10.3 –	Imperfeições baseadas nos modos de flambagem lineares.....	203
Tabela A.1 –	Coef. de flambagem local para PRIs com qualquer t_s/b_s e $R/b_{wf} = 0$	232
Tabela A.2 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,020$	233
Tabela A.3 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,033$	234
Tabela A.4 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,045$	235
Tabela A.5 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,058$	236
Tabela A.6 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,083$	237
Tabela A.7 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,020$	238
Tabela A.8 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,033$	239
Tabela A.9 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,045$	240
Tabela A.10 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,058$	241
Tabela A.11 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e	

	$t_s/b_s = 0,083$	242
Tabela A.12 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,020$	243
Tabela A.13 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,033$	244
Tabela A.14 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,045$	245
Tabela A.15 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,058$	246
Tabela A.16 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,083$	247
Tabela A.17 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,0$ e $t_s/b_s = 0,020$	248
Tabela A.18 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,0$ e $t_s/b_s = 0,033$	249
Tabela A.19 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,0$ e $t_s/b_s = 0,045$	250
Tabela A.20 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,0$ e $t_s/b_s = 0,058$	251
Tabela A.21 –	Coef. de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,0$ e $t_s/b_s = 0,083$	252

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>ASTM</i>	<i>American Society for Testing and Materials</i>
<i>BOW</i>	<i>Basic Operating Weight</i>
<i>BCF</i>	<i>Buckling Containment Feature</i>
<i>CAE</i>	<i>Computer-aided engineering</i>
<i>CAF</i>	<i>Creep Age Forming</i>
<i>CDP</i>	corpo de prova
<i>CG</i>	centro de gravidade
<i>COCOMAT</i>	<i>Improved MATerial Exploitation at Safe Design of COMposite Airframe Structures by Accurate Simulation of Collapse</i>
<i>DOE</i>	<i>Design of Experiments</i>
<i>FSM</i>	<i>Finite Strip Method</i>
<i>FSW</i>	<i>Friction Stir Welding</i>
<i>MEF</i>	método dos elementos finitos
<i>MMPDS</i>	<i>Metallic Materials Properties Development and Standardization</i>
<i>MSC</i>	<i>The MacNeal-Schwendler Corporation</i>
<i>MTS</i>	<i>MTS Systems Corporation</i>
<i>MZFW</i>	<i>Maximum Zero Fuel Weight</i>
<i>NACA</i>	<i>National Advisory Committee for Aeronautics</i>
<i>NASA</i>	<i>National Aeronautical and Space Administration</i>
<i>NASTRAN</i>	<i>NASA Structural Analysis</i>
<i>PRI</i>	Painel com reforçadores integrados
<i>USP</i>	Universidade de São Paulo
<i>TTOL</i>	<i>Taxi, Take Off and Landing</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

a	comprimento de um painel (espaçamento entre nervuras ou cavernas) ou de uma coluna
A	área da seção transversal
a, b, c, d	dimensões do perfil T filetado
α, β, γ	expoentes
α	parâmetro para o cálculo do momento de inércia a torção
$A_{6 \text{ reforçador}}$	área da seção transversal do painel reforçado referente a seis reforçadores
$A_{\text{célula}}$	área da seção transversal da célula
a_{ij}	constantes da função de interpolação
A_{medido}	área da seção transversal medida
A_R	área de um filete
A_w	área do reforçador
b	largura da placa
B	largura do painel
b_R	altura e largura do elemento pentaédrico representando o raio de filete
b_s	distância entre reforçadores
b_w	altura do reforçador desde o plano médio do revestimento
b_{wf}	altura livre do reforçador, desde a superfície do revestimento
C	parâmetro para o cálculo da tensão máxima de cisalhamento
C_L	fator de correção para a rigidez torcional
C_r	fator de correção alternativo
D	rigidez à flexão de uma placa
D	diâmetro da maior circunferência inscrita na junção filetada
D_c	diâmetro de corte da ferramenta (fresa)
DA	desvio absoluto
DAM	desvio absoluto médio
$\Delta_{\text{diferenças}}$	médias das diferenças
ΔF_{exp}	desvio do valor do carregamento crítico simulado com o experimental
Δk_s	diferença entre dois cálculos do coeficiente de flambagem

ΔW	diferença entre o peso (por unidade de largura) do painel considerando o raio de filete não nulo (W) e o painel com raio de filete nulo (W_0)
δ	deslocamento prescrito
δ_x	deslocamento prescrito na direção longitudinal
δ_y	deslocamento prescrito na direção transversal
$\delta_\theta, \delta_\phi, \delta_\varphi$	rotações nas direções x, y e z
e	coeficiente de restrição elástica
E_c	módulo de elasticidade à compressão
$E_{projeto}$	módulo de elasticidade de projeto
E_t	módulo tangente à compressão
ε	fator de eficiência
ε^*	fator de eficiência máximo para o painel ótimo
ε	deformação
$\varepsilon_{n,pl}$	deformação verdadeira plástica
ε_x	deformação na direção longitudinal
ε_y	deformação na direção transversal
F	fator de eficiência de Farrar
F^*	fator de eficiência de Farrar máximo para o painel ótimo
F_{cy}	tensão de escoamento em compressão
F_{exp}	carregamento crítico experimental
F_{loc}	carregamento crítico de flambagem local
ϕ	ângulo para o cálculo da tensão máxima de cisalhamento
G	módulo de elasticidade transversal
g	aceleração da gravidade
Γ	constante de empenamento
h	altura do reforçador
η	fator de correção plástica
i, j	expoentes
i	incógnitas
I	momento de inércia de área em relação ao centro de gravidade da seção
I_0	momento de inércia do reforçador em relação ao seu eixo centroidal paralelo ao revestimento

I_P	momento de inércia polar de área
I_R	momento de inércia de área do filete sobre o eixo x
$I_{R\ CG}$	momento de inércia de área do filete em relação ao eixo do centro de gravidade (CG)
I_w	momento de inércia do reforçador em relação à linha média do revestimento
J	constante de torção
J_s	rigidez torcional da seção transversal da placa
J_w	rigidez torcional do reforçador
K	constante de torção ou momento de inércia a torção
K	coeficiente de flambagem expandido
K_I	coeficiente para modificar o momento de inércia do reforçador
K_1, K_2	parâmetros para o cálculo do momento de inércia a torção
K_{loc}	coeficiente de flambagem local expandido
k_s	coeficiente de flambagem em relação ao revestimento
$k_{s, glob}$	coeficiente de flambagem global
$k_{s, glob\ analítico}$	coeficiente de flambagem global proveniente de cálculo analítico
$k_{s, glob\ MEF}$	coeficiente de flambagem global proveniente da simulação com MEF
$k_{s, loc}$	coeficiente de flambagem local
$k_{s, loc, R}$	coeficiente de flambagem local considerando o efeito do raio de filete
$k_{s\ MEF\ simplificado}$	coeficiente de flambagem proveniente da simulação com MEF simplificado
$k_{s\ MEF\ sólido}$	coeficiente de flambagem proveniente da simulação com MEF sólido
L	comprimento da seção sob torção
λ	comprimento da semi-onda de flambagem na direção longitudinal: $\lambda = a/n$
μ	densidade do material
M_1	razão da posição do eixo neutro do filete y_R/b_s
M_2	razão do momento de inércia $I_{R\ CG}/(b_s^3 t_s)$
M_3	razão da área $A/(t_s b_s)$
M_4	razão da posição do eixo neutro do PRI y_{NL}/b_s
M_5	razão do raio de giração, $(\rho/b_s)^2$
n	número de semi-ondas na direção longitudinal

N, N_r	número de reforçadores do painel
N	carregamento de compressão do painel por unidade de largura (fluxo) do painel
ν	coeficiente de Poisson
n_c	fator de forma da curva tensão x deformação (compressão)
$P_{cr, glob}$	carregamento crítico da flambagem global
$P_{cr, loc}$	carregamento crítico da flambagem local
$P_{flamb\ célula}$	carregamento crítico de flambagem da célula
θ	ângulo de torção
R, r	raio de filete
ρ	raio de giração $\sqrt{\frac{I}{A}}$
R_b	razão entre altura e espaçamento de reforçadores, b_w/b_s .
R_R	razão do raio de filete, $R/(b_w-t_s/2)$
R_s	razão entre espessura do revestimento e espaçamento de reforçadores, t_s/b_s
R_t	razão das espessuras, t_w/t_s ;
S_0	rigidez por unidade de comprimento do meio restritivo elástico na borda do painel
σ	tensão
σ_{ap}	tensão aplicada
σ_c	tensão compressiva atuante
σ_{cr}	tensão crítica
$\sigma_{cr, glob}$	tensão crítica da flambagem global
$\sigma_{cr, loc}$	tensão crítica da flambagem local
σ_A	desvios padrões das diferenças
σ_E	tensão de Euler
σ_f	tensão de falha do painel (revestimento e reforçador)
σ_F	tensão de Farrar
$\sigma_{flamb\ célula}$	tensão crítica de flambagem da célula
σ_{loc}	tensão de instabilidade local
σ_{MEF}	tensão no modelo de elementos finitos

σ_n	tensão verdadeira
σ_x	tensão na direção longitudinal
σ_y	tensão na direção transversal
t	espessura
t_l	maior espessura entre t_s e t_w
T	torque
$\tau_{m\acute{a}x}$	tensão de cisalhamento máxima
$t_{m\acute{e}d}$	espessura média do painel (A/b_s)
$t_{m\acute{e}d\ real}$	espessura média do painel para um raio de filete não-nulo
$t_{m\acute{e}d\ idealizado}$	espessura média do painel considerando um raio de filete nulo
t_s	espessura do revestimento
t_w	espessura do reforçador
u, v, w	deslocamentos nas direções do sistema de coordenadas cartesiano
W	peso do painel (por unidade de largura, B , do painel) para um raio de filete não-nulo
W_o	peso do painel (por unidade de largura, B , do painel) considerando um raio de filete nulo
x, y	variáveis
x, y, z	eixos no sistema de coordenadas cartesiano
x_A, y_A	posição do ponto A
x_B, y_B	posição do ponto B
x_C, y_C	posição do ponto C
x	eixo longitudinal
y_{NL}	posição do eixo neutro do PRI
y_R	posição do eixo neutro do filete
$\bar{Z}$	distância entre o centróide do reforçador e o plano médio do revestimento
ζ	parâmetro adimensional envolvendo a rigidez torcional de St. Venant do reforçador
ζ_L	parâmetro adimensional com correção alternativa
ζ_{C_r}	parâmetro adimensional corrigido

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	37
1.1	Painéis reforçados integrais.....	38
1.2	A importância do peso na aviação.....	41
1.3	Objetivos.....	43
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	47
2.1	Flambagem de painéis reforçados.....	47
2.2	Soluções não prismáticas.....	53
2.3	Influência do raio e potencial de redução de peso.....	60
3	TEORIA CLÁSSICA DA ESTABILIDADE ESTÁTICA DE PLACAS.....	63
3.1	Tipos de instabilidade estática.....	66
3.2	Otimização de painéis reforçados.....	68
3.3	Influência do reforçador na flambagem local do revestimento.....	70
3.4	Flambagem global e local.....	78
4	MODELOS COM ELEMENTOS FINITOS.....	85
4.1	Condições de contorno.....	89
4.2	Estudo de convergência.....	95
4.3	Metodologia para extração dos autovalores e autovetores.....	98
5	METODOLOGIA PARA A GERAÇÃO DE GRÁFICOS.....	99
5.1	Flambagem local.....	100
5.2	Flambagem global.....	108
5.3	Cálculo do coeficiente de flambagem.....	110
6	VERIFICAÇÃO DO MÉTODO DE ANÁLISE.....	111
6.1	Comparações feitas para o coeficiente de flambagem local.....	111
6.2	Comparações feitas para o coeficiente de flambagem global.....	116
6.3	Comparações feitas com resultados experimentais.....	118
7	INFLUÊNCIA DO RAIO DE FILETE.....	123
7.1	Estudos Preliminares sobre o efeito do raio.....	123
7.1.1	<i>Efeito do raio sobre o coeficiente de flambagem global.....</i>	<i>124</i>
7.1.2	<i>Efeito do raio sobre o coeficiente de flambagem local.....</i>	<i>125</i>
7.2	Validação do modelo de elementos finitos.....	132

7.2.1	<i>Painel com reforçadores integrados com junções filetadas</i>	132
7.2.2	<i>Comparação com resultados analíticos de flambagem global</i>	138
7.3	Novos gráficos para o coeficiente de flambagem local.....	140
7.4	Interpolação dos resultados.....	146
8	PROJETO ÓTIMO DE UM PRI CONSIDERANDO O RAIO DE FILETE.....	149
8.1	Teoria clássica na otimização de painéis reforçados.....	149
8.2	Fator de eficiência de Farrar – efeito do raio de filete.....	158
8.3	Fator de eficiência de Farrar (F) para painéis <i>blade</i>	161
8.4	Redução de peso.....	163
8.5	Técnicas de manufatura.....	167
8.6	Painéis reforçados em materiais compósitos.....	170
9	REPRESENTAÇÃO DO RAIO EM MODELOS DE PLACA.....	173
9.1	Condições de contorno – modelo de placa.....	174
9.2	Opções estudadas.....	176
9.3	Resultados da correlação.....	179
9.4	Verificação do modelo escolhido considerando outras geometrias.....	185
10	ENSAIO EXPERIMENTAL DE FLAMBAGEM LOCAL.....	191
10.1	Premissas para o dimensionamento dos corpos de prova (painéis reforçados).....	193
10.2	Geometria dos corpos de prova (painéis reforçados) a serem ensaiados.....	197
10.3	Resultados esperados.....	199
10.4	Pós-flambagem (análise não linear).....	201
10.4.1	<i>Painel infinito (célula)</i>	203
10.4.2	<i>Corpos de provas</i>	206
11	CONCLUSÕES.....	211
	REFERÊNCIAS.....	217
	APÊNDICE A: COEFICIENTE DE FLAMBAGEM LOCAL DE PRIs COM JUNÇÕES FILETADAS.....	231
	APÊNDICE B: PROPRIEDADES DE UM PRI COM JUNÇÃO FILETADA.....	253

B.1	Projeto ótimo de PRI com junção filetada.....	253
B.1.1	<i>Propriedades geométricas do filete.....</i>	253
B.1.2	<i>Área do PRI.....</i>	255
B.1.3	<i>Eixo neutro do PRI.....</i>	255
B.1.4	<i>Raio de giração de um PRIs.....</i>	256
B.1.5	<i>Fator de eficiência de Farrar.....</i>	257
B.1.6	<i>Projeto ótimo de um PRI.....</i>	257
B.2	Momento de inércia à torção e tensão máxima.....	259

1 INTRODUÇÃO

Estruturas de asas de aviões são compostas por longarinas, nervuras e painéis reforçados que trabalham juntos e são capazes de suportar carregamentos aerodinâmicos.

Nas aeronaves convencionais, os painéis são finas cascas de alumínio que, na asa, apóiam-se nas longarinas e nervuras, e, na fuselagem, apóiam-se nas cavernas, revestindo-as. A fim de aumentar sua capacidade portante, são utilizados reforçadores longitudinais, em geral de alumínio e de seção transversal aberta. Esses reforçadores são compostos por elementos de placa enrijecidos (sem borda livre) ou não enrijecidos (com borda livre). Da união estrutural do revestimento (casca externa) e de seus reforçadores é que nasce o painel reforçado. A vantagem de se enrijecer um painel é de natureza econômica porque torna a estrutura mais eficiente (o peso adicionado pelos reforços é relativamente pequeno face ao acréscimo de resistência e de estabilidade por eles proporcionado). Entretanto, a adição do reforço torna a análise estrutural uma tarefa não trivial e, para viabilizá-la, o projetista lança mão de diversas hipóteses simplificadoras, sendo comum o uso de fórmulas ou curvas simplificadas (gráficos) para o projeto preliminar dessas estruturas.

Outro elemento estrutural de grande importância em uma asa são as longarinas que, juntamente com os painéis, fecham o caixão principal da asa e resistem ao carregamento de sustentação da aeronave que gera um momento fletor crescente ao longo da sua envergadura. As longarinas normalmente são peças usinadas compostas de uma alma vertical e dois flanges onde são cravados os revestimentos. Assim como os painéis, elas podem possuir reforçadores nas duas direções (longitudinal e transversal) para resistir aos efeitos de flambagem de sua alma. A Figura 1-1 ilustra o uso desses principais elementos estruturais no caixão principal de uma asa típica.

Embora várias pesquisas tenham sido desenvolvidas acerca do comportamento estrutural de painéis reforçados, a busca por uma clara compreensão do assunto ainda persiste, tal sua complexidade e número de variáveis envolvidas. No que diz respeito à análise de painéis reforçados, as principais discussões giram em torno do cálculo do carregamento no qual se manifesta a perda da estabilidade do equilíbrio

(carregamento crítico) e de como se desenvolve o colapso completo do painel (entre duas nervuras ou cavernas) e, por consequência, um possível colapso da asa ou fuselagem (carregamento último).

Fonte: U. S. Department of Transportation. Federal Aviation Administration (1976), adaptado pelo autor.

O painel superior da asa é principalmente sujeito a carregamentos compressivos, devido aos momentos fletores atuantes na asa, que podem causar instabilidade estrutural (flambagem) nesse elemento.

Com a melhoria da geometria da asa, o uso de novas ligas de materiais e as novas técnicas de manufatura, que possibilitaram a produção de estruturas ainda mais leves e finas, a flambagem vem se transformando em um quesito ainda mais importante no projeto estrutural desses painéis reforçados de paredes finas.

1.1 Painéis reforçados integrais

O uso de painéis com reforçadores integrados (PRIs), Figura 1-2 (a), em asas de pequeno e médio porte ou em asas muito carregadas é frequente na aviação. PRIs são fabricados a partir da usinagem de um único bloco de matéria prima, fazendo com que revestimento e reforçadores formem uma estrutura única e contínua, ao contrário do que ocorre com os processos de fabricação em que os reforçadores são cravados (rebitados) no revestimento. Deve-se observar que a utilização de uma

única peça usinada pode reduzir os custos de manufatura, devido às reduções dos processos de rebiteagem, do estoque de peças e dos custos de ferramental (conformação e corte de chapas), além de reduzir o próprio tempo de manufatura, mas pode aumentar os custos relacionados à compra de matérias primas (MUNROE; WILKINS; GRUBER, 2000 e METSCHAM, 2000). Para aeronaves de grande porte, o principal fator limitante no uso de PRIs é a espessura do bloco de matéria prima utilizada.

Já os painéis com reforçadores cravados (ou *built-up*), Figura 1-2 (b), são frequentemente usados em asas pouco carregadas (com painéis flambantes) e em asas de grande porte (que necessitam de placas muito espessas). Painéis com reforçadores cravados são compostos de dois tipos de peças provenientes de matérias primas diferentes: o revestimento e os reforçadores. Essas duas peças são fixadas por meio de cravações com rebites, que elevam o custo do painel devido ao processo de rebiteagem, mas o custo da matéria prima, na maioria dos casos, tende a ser menor comparado com os PRIs.

Figura 1-2: Exemplos de painéis reforçados.

(a) Com reforçadores integrados

Fonte: autor.

(b) Com reforçadores cravados

Na aviação, a soldagem entre reforçadores e revestimento também é usada. Apesar de ser uma estrutura mais leve que os painéis com reforçadores cravados, os requisitos aeronáuticos obrigam que os processos de soldagem tenham uma alta qualidade e que haja garantia de repetibilidade sem grandes variações. Além disso, o processo de soldagem gera tensões e efeitos locais, devidos às temperaturas alcançadas na zona termicamente afetada, que necessitam ainda de uma melhor compreensão. O processo de solda mais usado na aeronáutica é o *friction stir welding* (FSW), devido a sua qualidade e por ser um processo automatizado. Entre os trabalhos que tratam de problemas relacionados a processos de soldagem em

painéis reforçados, podemos citar os de Murphy et al. (2007) e de Yoon et al. (2009) que estudaram o efeito da zona afetada pela solda na flambagem de painéis reforçados. Além disto, Fujikubo e Yao (1999) estudaram o efeito da tensão residual devida à soldagem na flambagem local do revestimento entre reforçadores por meio de modelos de elementos finitos.

Além das vantagens de manufatura, existem vantagens técnicas no uso de PRIs em comparação a painéis com reforçadores cravados ou soldados no revestimento (NIU, 2001), como a redução de material de selagem, a obtenção de superfícies externas lisas pela redução do uso de cravações (melhorando a suavidade aerodinâmica), o aumento da eficiência estrutural por meio do uso de reforços integrados, a eliminação de flanges para a cravação de reforçadores no revestimento e, também, a obtenção de uma melhor resistência à flambagem do revestimento.

A Figura 1-3 apresenta a seção transversal de um PRI do tipo *blade*, onde o reforçador integrado ao revestimento não é enrijecido, ou seja, possui apenas uma alma (*web*) vertical. As dimensões geométricas principais de um PRI, com perfis *blade* são:

- b_s - distância entre reforçadores;
- b_w - altura do reforçador desde o plano médio do revestimento;
- h - altura do reforçador
- t_s - espessura do revestimento;
- t_w - espessura do reforçador;
- R - raio de filete;
- a - comprimento do painel (espaçamento entre nervuras ou cavernas).

Figura 1-3: Seção transversal de um PRI (tipo *blade*) e suas dimensões principais.

Fonte: autor.

É importante destacar ainda que PRIs podem ser usinados em muitas configurações e formatos diferentes. Algumas pesquisas recentes levam em consideração essa versatilidade para criar novas configurações e formatos que podem, inclusive, aumentar a capacidade de flambagem, como o uso de: reforçadores dispostos em isogrelhas ou grelhas ortogonais (WANG; ABDALLA, 2015), sub-reforçadores (QUINN et al., 2010), sub-reforçadores com alturas variáveis (WANG et al., 2017), reforçadores integrados com bulbo (WATSON; FEATHERSTON; KENNEDY, 2007), reforçadores curvilíneos (ZHAO; KAPANIA, 2016), tiras nos revestimentos (ÖZAKÇA; MURPHY; VEEN, 2006) e recursos de contenção de flambagem (HOUSTON et al., 2017).

1.2 A importância do peso na aviação

Na aviação, o peso da aeronave sempre teve um papel importante. Em um mercado cada dia mais competitivo, é essencial que o peso estrutural seja o mínimo possível (LEQUEU et al., 2001).

O peso estrutural de uma asa representa aproximadamente um terço do peso estrutural do avião ou 15% do Peso Operacional Básico (*BOW – Basic Operating Weight*). Já os painéis superiores (extradorso) da asa, que são dimensionados principalmente para resistirem à flambagem, representam aproximadamente 30% do peso total da asa, chegando a aproximadamente 5% do *BOW*.

Como o peso tem importância cada vez maior em um mercado competitivo, com margens líquidas pequenas e preocupação mundial crescente com o consumo de combustíveis fósseis, um melhor entendimento do fenômeno da flambagem em painéis integrais pode levar a uma importante redução de peso na aeronave.

Uma redução de peso em uma aeronave tem alguns fatores interessantes que podem se tornar diferenciais competitivos. O primeiro deles é um alcance maior ou uma maior carga paga (bagagens, passageiros, tripulação, munição...). Outra vantagem atrelada a um menor peso estrutural é a menor quantidade de combustível necessária para uma mesma missão. Para cada aeronave, o gráfico de Carga Paga $\times$ Alcance (*Payload $\times$ Range*) indica a relação entre uma redução de peso estrutural e o máximo alcance obtido. A Tabela 1-1 apresenta a relação entre o *BOW* e o alcance máximo para algumas aeronaves executivas de pequeno porte, onde fica

evidente que a redução no peso da estrutura pode ter impacto direto no alcance máximo da aeronave¹.

Tabela 1-1: Relação entre o alcance e a massa.

Aeronave	Tipo	BOW [kg]	Alcance Máximo [km]	Alcance/Massa [km/kg]
Phenom 100EV	executivo	3.190 ^(\$)	2.182 ^(@)	0,684
Citation M2	executivo	3.171 ^(\$)	2.556 ^(\$)	0,806
Phenom 300E	executivo	5.254 ^(*)	3.650 ⁽⁺⁾	0,695
Citation CJ4	executivo	4.646 ^(\$)	4.010 ^(#)	0,863

Fonte: (@) Embraer (2019a), (+) Embraer (2019b), (#) Cessna (2019a), (\$) Cessna (2019b), (&) European Aviation Safety Agency (2013), (\$) IHS Jane's all the world's aircraft (2011).

* BOW = $MZFW^{\&}$ – *Maximum Payload** (carga paga máxima)

Assim, a redução do peso estrutural pode levar a um menor consumo de combustível, trazendo menores custos de operação (fator de grande importância na aviação comercial, onde as margens de lucro operacionais são baixas), ou, ainda, permitir um maior alcance da aeronave, fazendo com que ela possa fazer rotas de maior distância sem a necessidade de pousos intermediários para abastecimento, o que pode ser um importante diferencial, principalmente na aviação executiva. De qualquer forma, é fácil perceber que uma pequena redução no peso estrutural pode resultar um ótimo diferencial de marketing (e provavelmente de venda) da aeronave, pois pode determinar se ela pode fazer uma rota que a sua concorrente não consegue, ou realizar a mesma rota de aeronaves concorrentes com um menor custo operacional.

Ainda é importante destacar que o tamanho de pista necessário para a decolagem de uma aeronave também é baseado no seu peso, além de requisitos aeronáuticos pertinentes, como a consideração de condições extremas (temperatura elevada ou decolagem com apenas um motor). Também nestes casos o peso da aeronave determinará em quais aeroportos a aeronave poderá pousar e decolar, pois cada aeroporto possui um tamanho de pista diferente. Lembramos ainda que o faturamento da companhia aérea é bastante influenciado pelo *TTOL (Taxi, Take Off and Landing)*, ou seja, pelo taxiamento, decolagem e pouso, que estão muito relacionados ao peso da aeronave.

Outro ponto a ser lembrado é que um peso baixo diminui o arrasto induzido, levando também a uma maior economia de combustível. Além disto, o custo da

¹ Compare a razão Alcance/Massa para as aeronaves com pesos relativamente próximos, ou seja, Phenom 100EV com Citation M2, e Phenom 300E com Citation CJ4.

aeronave está diretamente relacionado ao seu peso, pois, quanto menor o peso, menos matéria prima será necessária para sua construção, diminuindo o custo recorrente da aeronave.

Outro ponto que ressalta a importância do peso na aviação civil é a constatação de que companhias aéreas comerciais procuram reduzir o peso total por meio do uso de folhas mais finas nas revistas de bordo, pela redução de refrigerantes e vinhos oferecidos aos passageiros e pelo fim das vendas de perfumes e joias (CASAGRANDE, 2018), obtendo ganhos importantes no faturamento, da ordem de milhões de dólares anuais de economia, com iniciativas como esta.

Métodos analíticos preliminares simples de dimensionamento estrutural ajudam nas estimativas do peso da aeronave. Durante o desenvolvimento de uma aeronave, existe um acompanhamento constante dessas estimativas, pois o peso tem grande impacto no desempenho, no cálculo dos carregamentos e no desenvolvimento de sistemas. Beltramo et al. (1977), Ramos Filho e Milan (2008) e Al-Shamma e Ali (2013) desenvolveram métodos de estimativas de peso, buscando sempre uma maior precisão, para que as variações do peso da aeronave durante o desenvolvimento tenham pouco impacto em redimensionamentos estruturais e de sistemas aeronáuticos.

1.3 Objetivos

O objetivo desse trabalho é verificar a influência do raio de filete da ferramenta de usinagem em painéis com reforçadores integrados na flambagem de painéis carregados uniaxialmente na direção longitudinal dos reforçadores (Figura 1-4). O tipo de reforçador a ser estudado é o tipo *blade*, ou seja, integrado ao painel e não enrijecido (não flangeado). Também tem como objetivo o desenvolvimento de uma metodologia para a consideração do raio tanto na fase de pré-dimensionamento estrutural quanto na fase de otimização e detalhamento.

Figura 1-4: PRI, tipo *blade*, carregados uniaxialmente na direção dos reforçadores.

Fonte: autor.

Os objetivos específicos desta tese são:

1. Descrever uma metodologia para a criação de gráficos que forneçam os coeficientes de flambagem local de painéis reforçados filetados, com base nos resultados obtidos por modelos de elementos finitos de alta fidelidade (capítulo 5);
2. Mostrar que os resultados previstos pelas curvas publicadas pela NACA na década de 40 (BOUGHAN; BAAB, 1944 e SEIDE; STEIN, 1949) fornecem bons resultados para os valores de tensão compressiva crítica para diversas geometrias de PRIs, quando comparados aos resultados obtidos por modelos de elementos finitos utilizando condições de contorno apropriadas e valores nulos de raio (capítulo 6);
3. Verificar que os valores da tensão compressiva crítica para instabilidade de PRIs podem ser aumentados de forma significativa quando se considera o efeito do raio de filete, mostrando que este parâmetro também deve ser considerado no dimensionamento ótimo de estruturas de paredes finas (seção 7.1);
4. Criar e validar os novos gráficos para os coeficientes de flambagem local que considerem o efeito do raio de filete (capítulo 7 e Apêndice A), atualizando assim as curvas NACA, usadas desde a década de 40 pela indústria aeronáutica;

5. Apresentar um procedimento, baseado na metodologia de Farrar (1949), para o dimensionamento de um PRI não flangeado (*blade*) otimizado sob um carregamento compressivo, considerando o raio do filete na análise de flambagem (capítulo 8 e Apêndice B);
6. Demonstrar o potencial de redução de peso baseado em PRIs otimizados considerando o efeito do raio de filete comparado com dimensionamentos atuais que não consideram este efeito (seção 8.4);
7. Propor um modelo de elementos finitos simplificado para a análise de flambagem local de PRIs tipo *blade*, para as fases de pré-dimensionamento estrutural e de detalhamento de toda a asa (capítulo 9);
8. Descrever uma proposta para o ensaio de painéis reforçados com diferentes raios de filete, sob tensão quase constante, para a avaliação do carregamento crítico de flambagem local e também para a condição pós-flambagem (capítulo 10).

Adicionalmente, o capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre a flambagem de painéis reforçados e soluções de reforçadores que foram e estão sendo pesquisadas atualmente. O capítulo 3 traz um resumo sobre a teoria de estabilidade de chapas reforçadas, apresentando também as curvas e fórmulas que descrevem a flambagem local e global de PRIs, além de considerações preliminares sobre a otimização deste tipo de painel. O capítulo 4 descreve os modelos de elementos finitos e suas condições de contornos e carregamentos utilizados neste trabalho. Finalmente, no capítulo 11 são apresentadas as conclusões deste trabalho e sugestões de trabalhos futuros como continuação desta tese.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Elementos formados por chapas ou cascas finas reforçadas são comumente encontrados em estruturas aeronáuticas, aeroespaciais, navais e civis. Uma preocupação constante em relação ao uso destas estruturas e que, em geral, é o fator limitante na utilização das mesmas, é a possibilidade de elas se tornarem instáveis sob condições de carregamento que geram tensões de compressão acima de determinados valores (denominadas tensões críticas). O objetivo deste capítulo é apresentar alguns conceitos básicos a respeito dos tipos de instabilidade encontrados em painéis reforçados, apresentar os gráficos (ainda em uso por diversos fabricantes de aeronaves) para determinação dos coeficientes de flambagem global e local destas estruturas e suas limitações, e, por fim, discorrer sobre trabalhos atuais que tratam do tema, incluindo modificações na geometria dos painéis de forma a aumentar sua eficiência estrutural.

2.1 Flambagem de painéis reforçados

Painéis reforçados sob carregamentos uniaxiais de compressão, com proporções típicas usadas em estruturas aeronáuticas, são propensos a diversos modos de instabilidade. Os principais tipos de instabilidade que podem ser encontrados em painéis reforçados não enrijecidos, em aplicações aeronáuticas, são:

- Flambagem global: normalmente ocorre em painéis reforçados onde a razão entre os valores de rigidez à flexão do reforçador e do revestimento é pequena, e/ou em painéis em que a razão de aspecto (a/b_s) é grande (HUGHES; GHOSH; CHEN, 2004) – ver Figura 2-1 (a);
- Flambagem local: neste caso o deslocamento transversal do revestimento ao longo dos reforçadores é nulo formando uma linha nodal (BEDAIR, 1998), flambando o revestimento, Figura 2-1 (b), e/ou o reforçador – ver Figura 2-1 (d);
- Flambagem do tipo viga-coluna: neste caso, a falha decorre do colapso da combinação do reforçador e da largura efetiva (reduzida) do revestimento após sua flambagem – ver Figura 2-1 (c);

- Flambagem latero-torcional (*tripping*) do reforçador: este modo de falha é similar ao indicado na Figura 2-1 (d), mas apenas um efeito local ocorre no reforçador e, uma vez ocorrida a falha, há uma redução da rigidez efetiva do reforçador e o modo de flambagem global é imediatamente disparado – ver Figura 2-1 (e).

Figura 2-1 Diferentes modos de flambagem de painéis reforçados.

Fonte: Stamatelos; Labeas e Tserpes (2011).

Essas classificações dos diferentes tipos de flambagem são terminologias utilizadas no meio aeronáutico para descrever problemas de bifurcação ou ponto limite em painéis reforçados.

É importante ressaltar que a flambagem global ou local pode ocorrer de diferentes modos, e os carregamentos críticos de flambagem associados podem diferir consideravelmente, ou coincidirem, dependendo da geometria do painel. Nos casos em que os carregamentos críticos de flambagem global e local são próximos, a presença de imperfeições (sempre presentes em painéis reais, por menores que

sejam) pode disparar interações não lineares entre os modos de flambagem e reduzir a carga crítica que o painel pode suportar.

Pode-se agrupar os diversos trabalhos encontrados na literatura sobre flambagem de painéis reforçados como sendo de cunho analítico, numérico ou experimental. Ni, Prusty e Hellier (2015) apresentam uma boa revisão de trabalhos sobre flambagem e pós-flambagem de painéis reforçados no período de 2000 até 2012, envolvendo tanto modelos analítico-numéricos quanto resultados experimentais. Embora procedimentos de cálculo e gráficos, oriundos de formulações analíticas, tenham formado a base do projeto aeronáutico desde sua origem, hoje em dia são as ferramentas numéricas que predominam como, por exemplo, o método dos elementos finitos (MEF), cuja superioridade é indiscutível para a análise de estruturas de geometria complexa, com condições de contorno e carregamentos também complexos. Na indústria, é comum seu emprego na determinação do carregamento crítico de flambagem de painéis reforçados, bem como na análise do regime pós-crítico. Entretanto, a preparação e o processamento de um modelo de elementos finitos são computacionalmente caros.

Diversos métodos analíticos e gráficos para o cálculo dos carregamentos críticos de flambagem foram desenvolvidos durante as décadas de 1940 e 1950, principalmente por órgãos ligados ao *Langley Research Center*, o mais antigo centro de pesquisa da NASA, localizado em Hampton, Virgínia, Estados Unidos. Tais métodos, que formaram a base para o desenvolvimento de estruturas aeronáuticas, foram criados a partir de simplificações de geometrias de painéis comumente usados naquela época. Antes de 1958, a NASA tinha o nome de NACA (*National Advisory Committee for Aeronautics*), órgão criado em 1917, que no seu auge, na década de 1930, era considerada uma referência na solução de todo tipo de problemas relacionados ao voo e à fabricação de aeronaves. Ainda hoje, nas fases preliminares do dimensionamento da asa, a busca do projeto do extradorso com o mínimo peso faz com que o uso das curvas de flambagem publicadas pela NACA seja comum.

Dentre os trabalhos que apresentaram soluções para o carregamento crítico de flambagem de painéis reforçados, pode-se citar os estudos de Lundquist e Stowell (1941a, 1941b, 1941c) e Lundquist, Stowell e Schuette (1943a, 1943b), que investigaram tanto a flambagem de flanges (reforçadores do tipo *blade*) quanto a flambagem de revestimentos utilizando métodos de energia. Estes estudos foram o ponto de partida deste trabalho.

Já nos trabalhos de Boughan e Baab (1944) e Kroll, Fisher e Heimerl (1943) são apresentados gráficos para a determinação do coeficiente de flambagem local com a aplicação do Princípio de Distribuição de Momentos. O emprego desses gráficos, como o proposto por Boughan e Baab (1944), apresentado na Figura 2-2, será revisto neste trabalho, com o objetivo de incluir mais uma variável de entrada: o raio de concordância do filete (ver Figura 1-3). Como mostrado na Figura 2-2, o coeficiente de flambagem local, $k_{s,loc}$, de um PRI depende, segundo o gráfico de Boughan e Baab (1944), apenas das razões adimensionais t_w/t_s e b_w/b_s . Veremos, contudo, ao longo deste trabalho, que, somente por incluirmos o raio do filete, a situação fica bem mais complexa.

Figura 2-2: Valores de $k_{s,loc}$ para um painel com reforçadores integrados idealizado (simetria longitudinal e transversal infinitas), uniformemente carregado na direção axial em compressão.

Fonte: Boughan e Baab (1944).

A flambagem global de painéis reforçados é abordada por Budiansky e Seide (1948) para reforçadores transversais à direção do carregamento compressivo, e por Seide e Stein (1949) para reforçadores longitudinais à direção do carregamento (Figura 2-3). Após este estudo, Seide (1953) apresenta um novo trabalho com uma correção ao momento de inércia de sua teoria anterior (Seide e Stein, 1949), considerando que os reforçadores são localizados apenas de um lado do painel, caso mais comum em estruturas aeronáuticas, nas quais os reforçadores dos revestimentos da asa e da fuselagem se encontram do lado interno da aeronave.

Como mostrado na Figura 2-3, o coeficiente de flambagem global, $k_{s, glob}$, de um painel reforçado apresentado pelos gráficos de Seide e Stein (1949), depende das razões adimensionais $A_w/b_s t_s$, $E_c I_w/b_s D$, a/b_s , e N , onde A_w é a área do reforçador, E_c é o módulo de elasticidade de compressão, I_w é o momento de inércia do reforçador em relação à linha média do revestimento, D é a rigidez à flexão de uma placa e N é o número de reforçadores do painel. Becker (1957) apresenta um manual com um resumo de todas as fórmulas e gráficos citados.

Figura 2-3: Curvas de flambagem global compressiva de painéis com número infinito de reforçadores longitudinais ($A_w/b_s t_s = 0,4$).

Fonte: Seide e Stein (1949), adaptado pelo autor.

Nos trabalhos de Thomson e Grayley (1970), Grayley (1983), e também em ESDU (1974), foram desenvolvidos estudos baseados na flambagem local de painéis reforçados utilizando também o princípio de distribuição de momentos. Os resultados encontrados são muito similares às curvas apresentadas na Figura 2-2.

Existe um campo de estudos bastante extenso dedicado ao estudo do efeito de imperfeições na flambagem de painéis reforçados, principalmente em painéis cilíndricos que é o caso da fuselagem de aviões e de tanques de naves espaciais. Nemeth e Starnes (1998) fizeram um histórico de diversos estudos feitos pela NASA acerca da flambagem de chapas associados a problemas como imperfeições de revestimentos, não linearidades, efeito de janelas, variações de espessuras e propriedades mecânicas dos materiais, entre outros. Paulo, Teixeira-Dias e Valente (2013) fizeram um estudo de sensibilidade de PRIs a imperfeições por meio de simulações numéricas de painéis axialmente comprimidos usando o Abaqus e concluíram que o formato e a magnitude da imperfeição inicial têm grande influência na carga última de colapso do painel reforçado.

Nos trabalhos publicados por Peres, Lucena Neto e Monteiro (2011) e Stamatelos, Labeas e Tserpes (2011), os autores propõem formulações analíticas para a determinação da flambagem local de painéis integrais, mas sem levar em conta a influência do raio de filete.

A cada dia, a evolução dos processos de manufatura faz com que tendências tecnológicas sejam revistas, já que muitos processos produtivos se tornam menos custosos com o tempo. Isso fez com que a NASA, em parceria com a Boeing, desenvolvesse um programa para avaliar a utilização de PRIs em painéis de fuselagem. Munroe, Wilkins e Gruber (2000) explicam esse programa, bem como a sua viabilidade econômica e de manufatura. Já Metscham (2000) aponta para uma redução de 61% no custo de mão de obra, ou seja, um menor custo de montagem dos reforçadores e um acréscimo do custo da matéria prima pois, em vez de usar revestimentos de chapas e reforçadores extrudados, seriam usados PRIs com um maior custo de matéria prima. No total, essa mudança para a utilização de PRIs representaria uma redução de 1,4% no preço de lista da aeronave estudada (Boeing 777). Já Pettit, Wang e Toh (2000) discutem a viabilidade do uso de PRIs em fuselagens em relação a outros aspectos técnicos importantes como: a propagação de danos (*crack turning*, ou seja, o desvio da trinca ao se aproximar do reforçador),

novas formas de realizar junções longitudinais e circunferenciais, emprego de novos materiais e novas formas de reparo.

Às vezes, nas fases preliminares do desenvolvimento de uma aeronave, a opção por mais de um perfil de reforçador é avaliada comparando os carregamentos de flambagem ou as razões entre carregamento de flambagem e o peso (RAHIMI; ZANDI; RASOULI, 2013). Logo, a velocidade para a otimização de cada painel reforçado tem papel importante na completa otimização do dimensionamento de uma asa, pois o processo de otimização pode ter que ser feito para cada opção de perfil de reforçador.

O longo uso dos gráficos da NACA, de 70 anos atrás, está relacionado à facilidade e à economia de tempo que pode ser obtida na otimização do projeto da asa. Contudo as curvas publicadas na década de 1940 foram baseadas em geometrias relativamente simples, eliminando qualquer tipo de detalhe geométrico como, por exemplo, o raio de filete usado no dimensionamento de PRIs. Para corrigir esta deficiência, nossa meta será a geração de novos gráficos para a determinação dos coeficientes de flambagem local considerando o efeito do raio de filete, de modo que a facilidade e a economia de tempo no dimensionamento de PRIs continuem a existir, porém com a garantia de que as cargas críticas sejam obtidas de forma mais fidedigna, com valores corretos dos coeficientes de flambagem.

2.2 Soluções não prismáticas

O contexto científico e tecnológico em que este trabalho se insere está no fato de existirem muitos estudos recentes relacionados à pós-flambagem, à otimização, às imperfeições de manufatura e aos novos métodos de modelagens analíticas ou via elementos finitos, mas poucos que questionam se as geometrias básicas usadas pela indústria aeronáutica são realmente o tipo de estrutura mais eficiente.

A maioria dos PRIs, estudados até o momento, tem os seus reforçadores com formatos prismáticos, ou seja, com alma e flanges com ângulos de 90° entre si, desconsiderando o uso de filetes e espessuras variáveis.

A Figura 2-4 mostra os PRIs mais usados em estruturas aeronáuticas: (a) seção não flangeada, ou seção *blade*, que é um painel simples e com baixo custo de fabricação; (b) e (c) as seções flangeadas fornecem maior eficiência estrutural que

(a), devido à maior capacidade de resistência à flambagem global, mas requerem uma usinagem mais complicada e mais cara.

Figura 2-4: PRIs típicos

Fonte: Niu (2001), adaptado pelo autor.

Novas técnicas de manufatura estão sendo desenvolvidas, como a usinagem de alta velocidade e a impressão 3D (FERRO et al., 2017; MURR, 2016), diminuindo o tempo de manufatura e criando quase qualquer formato de reforçadores integrados.

Com o advento e melhoria dos computadores digitais, alguns métodos numéricos, como o Método de Elementos Finitos (MEF), foram intensamente usados em diferentes tipos de análises estruturais, incluindo análises de flambagem linear e não linear. A capacidade dos *solvers* do MEF aumentou significativamente nos últimos anos, sendo possível a representação de qualquer detalhe estrutural na análise de flambagem, usando elementos sólidos com um custo computacional aceitável (CASEIRO et al, 2011). Esta evolução computacional pôde criar uma quebra de paradigma, sendo possível a análise de geometrias mais complexas, que é onde reside a maior contribuição desta tese.

Dentro de um mercado competitivo, o adiantamento da data de entrega de uma nova aeronave também representa uma vantagem na hora das vendas, podendo representar o sucesso da mesma. Sendo assim, a utilização de modelos de elementos finitos simplificados com boa correlação com os seus respectivos produtos, faz com que o desenvolvimento seja mais rápido.

No entanto, embora o MEF tenha se transformado em uma importante ferramenta para a análise de instabilidade de elementos estruturais sujeitos a carregamentos de compressão, não é surpresa que alguns dos resultados obtidos nos estudos iniciais da área, há mais de 70 anos, são ainda usados nos estágios preliminares do projeto de uma asa, como os gráficos publicados em 1944 pela

NACA para o cálculo da tensão crítica de compressão para a instabilidade local de painéis reforçados com perfil *blade* e perfil T (Figura 2-2, Boughan e Baab, 1944).

Um indicador eficiente da otimização estrutural de um PRI é a máxima tensão compressiva suportada, ou seja, a maior carga possível com a menor área da seção transversal, que se traduz em um menor peso estrutural. Certamente a resistência à compressão do material é um fator limitante da máxima tensão resistida pelo painel mas, com o surgimento de novas ligas de alumínio e melhoria das propriedades mecânicas (ver, por exemplo, Dursun e Soutis (2014) e Merati (2011)), esta limitação associada à resistência do material foi reduzida, abrindo espaço para projetos estruturais otimizados (de menor peso estrutural) e com maior preocupação em relação à estabilidade estrutural.

A minimização do peso estrutural de painéis reforçados é um tema recorrente na literatura. Richards (1977) estudou a otimização de diversos tipos de estruturas aeronáuticas, verificando também o efeito de imperfeições e da propriedade plástica de materiais. Píšťek e Pešák (2008), com a ajuda da programação matemática, estudaram a otimização de painéis reforçados comparando seus resultados com modelos de elementos finitos e ensaios. Teixeira Neto, Bussamra e Silva (2014) propuseram um metamodelo de um painel reforçado verificando simultaneamente o carregamento crítico de *crippling* (distorção plástica da seção transversal de um elemento estrutural no seu próprio plano), a flambagem da alma e flange do reforçador e a flambagem global do painel.

Rissardo (2006) propõe uma metodologia para o dimensionamento estrutural de uma asa levando em conta as distâncias entre nervuras e reforçadores buscando a otimização estrutural, ou seja, a asa de menor peso. Abdo, Piperni e Kafyeke (2003) também apresentam uma metodologia para o dimensionamento de painéis reforçados de uma asa levando em consideração a flambagem local e a falha global do painel, comparando os resultados obtidos com as dimensões reais encontradas nos painéis de quatro aeronaves. Domb (2003) utilizou a análise não linear da pós-flambagem levando em conta as não linearidades geométricas, do material e de contato (revestimento e reforçador) e comparou os resultados obtidos com resultados de testes feitos pela Bombardier para painéis com reforçadores cravados.

A maioria dos trabalhos recentes, dos últimos 20 anos, utiliza modelos de elementos finitos para suportar análises ou verificar ensaios, através da

determinação dos auto-valores e auto-funções (*linear buckling analysis*) ou através da simulação do colapso estrutural do painel (*non-linear buckling analysis*).

Encontram-se também diversos estudos que buscam a otimização de painéis reforçados fabricados com materiais compósitos. O maior desafio neste caso é prever o instante do descolamento intra-laminar e determinar o número de lâminas e suas orientações, no revestimento e no reforçador, a fim de aumentar a eficiência estrutural. Meeks, Greenhalgh e Falzon (2005) analisaram resultados de análise fractográfica da falha de painéis reforçados em materiais compósitos, verificando a extensão do descolamento das camadas. Akterskaia et al. (2018) analisaram a falha de painéis reforçados em materiais compósitos, verificando a eficiência de se utilizar modelos de elementos finitos refinados localmente.

Existe um campo de pesquisa que visa a estudar novas geometrias de painéis reforçados, como no caso de painéis com reforçadores curvilíneos, que são possíveis a partir das novas técnicas de usinagem e de deposição de materiais. Bhatia, Kapania e Evans (2011), Li (2005), Mulani et al. (2012), Mulani, Slemph e Kapania (2013) e Zhao e Kapania (2016) estudaram o melhor posicionamento, formato e dimensionamento de reforçadores curvilíneos, otimizando o peso estrutural do conjunto.

A correlação de resultados de ensaios físicos de painéis reforçados com simulações por meio de modelos de elementos finitos também é bastante encontrada na literatura. Slemph et al. (2011) verificaram os resultados de um ensaio de um painel otimizado com reforçadores integrados curvilíneos (Figura 2-5) submetido a carregamentos de compressão e cisalhamento. Já Mulani et al. (2012) fizeram uma análise parecida, considerando painéis com reforçadores integrados com diferentes tamanhos de perfil T. Ghosh (2003) estudou as consequências da proximidade dos valores de carregamento crítico que levam à flambagem local e global de painéis reforçados com perfis T por meio de diversos modelos de elementos finitos feitos com o *software* Abaqus. Ele também apresentou duas formulações para o coeficiente de flambagem local, a partir das propriedades torcionais do reforçador.

Figura 2-5: Painel com reforçadores de seção T curvilíneos integrais.

Fonte: Slemp et al. (2011).

Outra linha de pesquisa investiga novos formatos de reforçadores em painéis reforçados de aeronaves. Maloney, Wu e Robinson (1995) estudaram o efeito de sub-reforçadores na flambagem de painéis reforçados (Figura 2-6), com um grande potencial de redução de peso. A alternância entre reforçadores com seção em T (inércia grande), eficientes para resistir à flambagem global, e sub-reforçadores com perfis *blade*, eficientes para resistir à flambagem local, é bastante estudada atualmente. Quinn et al. (2010) estudaram o potencial de sub-reforçadores não prismáticos aumentando o carregamento crítico da flambagem local de painéis integrais. Já Watson, Featherston e Kennedy (2007) estudaram a otimização de painéis reforçados considerando a pós-flambagem para diferentes tamanhos de sub-reforçadores. Houston et al. (2017) criaram gráficos para o dimensionamento de painéis integrais com sub-reforçadores usando duas metodologias, uma baseada em resultados de modelos de elementos finitos e outra usando a teoria clássica de placas.

Wang e Abdalla (2015) investigaram a flambagem global e local de painéis com reforçadores dispostos como *orthogrid* (com reforçadores perpendiculares dispostos como grelha e baias retangulares) e *isogrid* (com reforçadores dispostos em diagonais criando baias triangulares isósceles) construídos de materiais compósitos.

Figura 2-6: Pannel com reforçadores de seção T e sub-reforçadores do tipo *blade*.

Fonte: Maloney; Wu e Robinson (1995).

Novos estudos buscam inovações de *skin sculpting* (variação local da espessura do revestimento), levando a novas possibilidades para o dimensionamento de revestimentos de painéis reforçados. Özakça, Murphy e Veen (2006) mostraram o potencial na redução de peso com o uso de diferentes formatos de revestimentos. Eles abordam dois tipos de configurações: uma utilizando uma sobre espessura (*strip*, faixa) no centro do revestimento, e outra variando a espessura do revestimento, deixando-a mais fina no centro do painel e mais espessa perto dos reforçadores (Figura 2-7).

Eisenberger e Alexandrov (2003), Petrišič, Kosel e Bremec (2006) e Rahai, Alinia e Kazemi (2008) estudaram o aumento da resistência à flambagem de chapas retangulares devido à variação de espessuras em diversas direções, considerando diferentes condições de contorno e aplicações de carregamento. Petrišič, Kosel e Bremec (2006) demonstraram, em um caso analisado, que o carregamento crítico de flambagem aumentou 118% comparado ao de uma chapa de espessura constante de mesmo peso.

Figura 2-7: Conceito *skin sculpting*.

Fonte: Özakça; Murphy e Veen (2006).

A Figura 2-8 mostra dois gráficos esquemáticos que ilustram o comportamento de um painel reforçado sob compressão, destacando três fases: uma fase inicial, com comportamento elástico até a flambagem local, uma fase intermediária com comportamento elasto-plástico do material (pós-flambagem) e uma última região, não desejada, que leva ao colapso do painel. A Figura 2-8 (a) ilustra o cenário atual do projeto de aeronaves, onde a região I cobre os carregamentos operacionais (ou limites) permitidos; a região II é a região de segurança até o carregamento final, ou último (na aviação, corresponde à 1,5 vez a carga limite); e a região III compreende a região não permitida e que culmina com o colapso. A Figura 2-8 (b) mostra esquematicamente o cenário para futuros projetos aeronáuticos, cujo objetivo é explorar a reserva da capacidade estrutural entre o carregamento último e o colapso, sendo este o objetivo principal da COCOMAT¹ (DEGENHARDT et al., 2014) e de muitas pesquisas sobre instabilidade estrutural.

¹ Acrônimo de *Improved MATERIAL Exploitation at Safe Design of COMposite Airframe Structures by Accurate Simulation of COLLapse*. Trata-se de um projeto europeu que une iniciativas de várias instituições de pesquisa com o objetivo de reduzir o peso estrutural de aeronaves com projetos seguros, explorando as reservas conservadoras nos carregamentos últimos em estruturas primárias de fuselagem e asa de materiais compósitos por meio de simulações precisas do colapso estrutural.

Figura 2-8: Projeto COCOMAT – comparação entre projetos estruturais atuais e futuros.

Fonte: Degenhardt et al. (2014).

Em PRIs, o carregamento que leva à instabilidade local é geralmente próximo daquele que leva à instabilidade global, e o comportamento do painel é praticamente elástico-linear até a ocorrência da primeira forma de instabilidade. Quando esta ocorre, a reserva plástica da pós-flambagem é relativamente pequena, e um pequeno aumento do carregamento já pode levar ao colapso do painel. Por isso, normalmente, o dimensionamento de PRIs é feito por meio do carregamento crítico de flambagem (*linear buckling*), sem considerar a pós-flambagem.

2.3 Influência do raio e potencial de redução de peso

Fenner e Watson (2012) e Fenner (2014) estudaram a influência da junção com filetes do reforçador no revestimento no desempenho à flambagem em um PRI de perfil *blade* por meio de seis modelos de elementos finitos com a utilização de elementos sólidos 3D e o código MSC NASTRAN. Eles investigaram um painel reforçado de um trabalho originado da NASA (STROUD; GREENE; ANDERSON, 1981) e verificaram que o desempenho à flambagem local poderia ser melhorado de forma significativa se fosse considerado o raio da junção entre reforçador e revestimento, enquanto na flambagem global houve somente uma pequena melhora.

É importante registrar que existem algumas limitações que devem ser consideradas no dimensionamento de um PRI:

- A espessura e o custo da matéria prima, limitando a altura do reforçador;
- As distâncias pequenas entre reforçadores, dificultando a cravação entre as nervuras e o revestimento;
- As espessuras mínimas de usinagem;
- A sensibilidade do painel a imperfeições.

Conforme Farrar (1949), o dimensionamento ótimo de um painel integral, ou seja, a geometria com o menor peso estrutural que suporta carregamentos compressivos de flambagem é aquela que possui o mesmo carregamento crítico para diversos tipos de instabilidade. Na prática, isso significa que, para painéis com reforçadores integrais, os carregamentos críticos de flambagem local e global deveriam coincidir no painel ótimo. Caso se verifique que algum detalhe geométrico, até então desconsiderado, seja relevante no cálculo das cargas críticas de flambagem (global ou local) de painéis integrais, é certo que a influência deste detalhe deve ser também devidamente considerada na otimização do painel. A ideia principal deste trabalho é justamente verificar a relevância de um parâmetro geométrico (o raio de filete formado entre o reforçador e o revestimento devido ao raio da ferramenta de usinagem em PRIs) nos carregamentos críticos de flambagem e o quanto isto pode refletir em um menor peso estrutural.

Uma nova variável, como o raio de filete pode levar a um novo painel ótimo, minimizando os efeitos das limitações acima, pois o raio diminui a região flambante do painel reforçado (altura equivalente do reforçador e largura equivalente do revestimento), além de reforçar a junção do painel e deve, portanto, aumentar a resistência à pós-flambagem. Neste trabalho, a influência do raio de filete na flambagem inicial de painéis reforçados utilizando perfis *blade* será analisada. A escolha do valor do raio da junção também influencia positivamente a durabilidade e a tolerância a danos, como acontece com a inclusão de crênulas no revestimento e *pad-ups* no reforçador (QUINN; MURPHY; CERVI, 2011).

A otimização dos painéis superiores (extradorsos) envolve uma grande quantidade de problemas numéricos e um grande número de tarefas para serem resolvidas. Barkanov et al. (2014, 2016) desenvolveram uma metodologia de otimização do peso de painéis reforçados empregando o método de planejamento

de experimentos (*DOE – Design of Experiments*), técnica de superfícies de resposta e análise linear de flambagem. Neste sentido, o uso de curvas de flambagem, em função de dimensões geométricas, facilitam o processo de otimização do painel superior da asa.

O raio de filete, que faz a concordância entre o painel e o reforçador, foi escolhido como um novo parâmetro que pode ser relevante na flambagem local de PRIs (sua influência na flambagem global também será avaliada). O potencial do benefício de considerar esse detalhe no dimensionamento é grande, pois, além de evitar que exista uma alta concentração de tensões nesta região, o raio ajuda a estabilizar tanto o reforçador como o próprio revestimento, reduzindo os comprimentos equivalentes da aba livre do reforçador e a distância equivalente entre reforçadores do painel. É esperado que PRIs, otimizados com os novos gráficos propostos, possam levar a uma redução de peso do painel superior da asa de até 10%. No capítulo 8 desta tese será verificada esta estimativa de redução de peso.

Deve-se ressaltar que o principal objetivo desta tese é a criação de novos gráficos de flambagem local considerando a influência do raio de filete. Esta influência será verificada para a instabilidade inicial do painel (considerando a flambagem global e local), mas não a condição pós-flambagem, nem o colapso do painel. Para este propósito, foi utilizado o método dos elementos finitos usando o *software* Abaqus/CAE e modelos hierarquicamente superiores elaborados com elementos sólidos.

3 TEORIA CLÁSSICA DA ESTABILIDADE ESTÁTICA DE PLACAS

Até a segunda guerra mundial, o problema de estabilidade de colunas e placas era definido e tratado como um problema linear estático de autovalor, onde apenas se entendia o problema como a definição do estado de equilíbrio entre duas regiões: a região de equilíbrio estável e a de equilíbrio instável. Mais adiante, veremos, contudo, que a teoria de bifurcação de Koiter¹ (1945 apud BAŽANT; CEDOLIN, 2003, p. 262) aperfeiçoou o conceito de estabilidade.

A flambagem de colunas foi primeiramente solucionada por Euler, em 1744, que, usando a teoria da flexão simples desenvolvida por Bernoulli em 1705, descreveu o problema de autovalor para a obtenção do carregamento crítico de flambagem por meio da equação diferencial governante linearizada e da aplicação das condições de contorno da coluna (BAŽANT; CEDOLIN, 2003). Para uma coluna simplesmente apoiada nas duas extremidades (Figura 3-1 (a)), a tensão crítica de Euler (σ_E) é dada por:

$$\sigma_E = \pi^2 E_c \left(\frac{\rho}{a} \right)^2 \quad (3.1)$$

onde:

ρ raio de giração $\sqrt{\frac{I}{A}}$

a comprimento da coluna

E_c módulo de elasticidade, à compressão, do material

A flambagem de placas é, de certa forma, análoga à flambagem de colunas. Para uma placa retangular simplesmente apoiada nas suas quatro bordas e submetida a tensões de compressão uniformemente distribuídas sobre os bordos paralelos ao eixo y (ver Figura 3-1(b)), a solução da equação diferencial governante leva à tensão crítica de flambagem da placa, dada por (ver, p.ex., BAŽANT; CEDOLIN, 2003):

¹ KOITER, W. T. **Over de stabiliteit van het elastische evenwicht**. 1945. Dissertation (Doctor of Philosophy) - Technische Universiteit Delft, 1945. (NASA TT-F-10833, 1967 e AFFDL-TR-70-25 section 4.6, 1970).

$$\sigma_{cr} = \left(\frac{b}{\lambda} + \frac{\lambda}{b} \right)^2 \frac{\pi^2 E_c}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (3.2)$$

onde:

λ comprimento da semi-onda de flambagem na direção longitudinal:

$$\lambda = a/n$$

n número de semi-ondas na direção longitudinal

ν coeficiente de Poisson

a comprimento da placa

b largura da placa

Figura 3-1: Flambagem de coluna e placa simplesmente apoiadas.

Fonte: autor.

Equações similares à eq.(3.2) podem ser obtidas, ficando a carga crítica de flambagem dependente da forma como o carregamento de compressão é aplicado, da razão de aspecto (a/b) da placa, e das condições de contorno nos bordos da placa (ver, por exemplo, TIMOSHENKO; GERE, 1961). Para o caso de uma placa retangular submetida a tensões de compressão uniformemente distribuídas sobre os bordos paralelos ao eixo y , a forma geral da tensão crítica de flambagem, σ_{cr} , é dada

pela eq.(3.3), onde k_s é o coeficiente de flambagem que depende das condições de contorno nos bordos da placa e de sua razão de aspecto (a/b).

$$\sigma_{cr} = k_s \frac{\pi^2 E_c}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_s}{b_s} \right)^2 \quad (3.3)$$

Diversos estudos foram feitos para classificar e simplificar o estudo da flambagem de placas. Bruhn (1973) e Rizzi (2006) apresentam um bom resumo com exemplos de metodologias de análises de flambagem de placas para diferentes condições de carregamentos, condições de contornos e considerações do efeito das propriedades dos materiais (como o efeito da plasticidade na instabilidade).

Em 1945, na Holanda, durante a segunda guerra mundial, uma teoria geral da pós-flambagem inicial (linearizada) em problemas de bifurcação foi formulada por Koiter. Contudo, sua tese de doutorado, escrita em holandês, só veio a ficar amplamente conhecida após ser traduzida para o inglês em 1967. Neste trabalho, Koiter mudou o conceito de flambagem até então conhecido, introduzindo o conceito de bifurcação, ponto do carregamento onde múltiplas trajetórias de equilíbrio são possíveis (BAŽANT; CEDOLIN, 2003).

Koiter provou que a análise do formato da curva Carregamento $\times$ Deslocamento próximo ao ponto de bifurcação permite-nos concluir se o estado de pós-flambagem é estável ou instável, bem como verificarmos o nível de sensibilidade da estrutura a imperfeições.

A Figura 3-2 mostra as posições de equilíbrio logo após o ponto de bifurcação. Se o ângulo β for positivo (caso $\beta = \beta_1$), mais estável e insensível a imperfeições a estrutura será. Já para ângulos β negativos (casos de β_2 , β_3 e β_4), mais instável e sensível a imperfeições será a estrutura.

Figura 3-2: Diagrama Carregamento x Deslocamento pós bifurcação.

Fonte: Bažant e Cedolin, 2003.

3.1 Tipos de instabilidade estática

Existem alguns tipos de instabilidades elásticas em estruturas classificadas como:

- Instabilidade por bifurcação;
- Instabilidade por ponto limite (snap-through).

A instabilidade por bifurcação está ilustrada na Figura 3-3 (a) onde é possível notar que, ao atingirmos o carregamento crítico, o caminho primário de equilíbrio encontra um ponto de bifurcação (ponto B) e ramifica (bifurca) em caminhos secundários (e alternativos) de equilíbrio. A instabilidade por bifurcação ocorre porque existem duas (ou mais) soluções da equação governante (assim ocorre a bifurcação da solução). Esse tipo de instabilidade elástica é encontrado na análise de estruturas “sem imperfeições”. A bifurcação é, portanto, apenas um conceito matemático, pois, em sistemas reais, onde imperfeições geométricas estão sempre presentes, os carregamentos críticos e a curva pós-flambagem (Figura 3-3 (a), caminho OEF) diferem do caminho que passa pelo ponto de bifurcação. No limite em que a imperfeição geométrica “tende a zero” (levando a uma estrutura “quase perfeita”), o caminho OEF se aproxima do caminho OBD da estrutura “perfeita”.

Apesar de a instabilidade por bifurcação estar associada a um modelo idealizado da estrutura (considerada perfeita), os resultados obtidos são, em geral, válidos, pois o modelo é relativamente simples e leva, frequentemente, a boas aproximações do carregamento de falha e ao respectivo modo de flambagem (SUN; YEH; RIMROTT, 1995).

A instabilidade por ponto limite (*snap-through*) ocorre quando a solução matemática possui uma região instável, com declividades negativas na curva Carregamento $\times$ Deslocamento (HRINDA, 2010), onde um pequeno aumento no carregamento leva a um aumento instantâneo da deflexão (ver salto do ponto 1 ao ponto 2 na Figura 3-3 (b)). A instabilidade por ponto limite é frequentemente encontrada em arcos e superfícies esféricas sob carregamentos que induzem tensões compressivas (BAŽANT; CEDOLIN, 2003).

Figura 3-3: Curvas Carregamento $\times$ Deflexão.

(a) Análise não linear geral
Fonte: (a) Bushnell (1981) e (b) Hrinda (2010).

É importante ressaltar que a tensão crítica de flambagem é uma tensão de referência teórica: em estruturas reais, onde existem imperfeições geométricas (nem sempre facilmente mensuráveis), os carregamentos críticos calculados por meio dos modelos idealizados constituem simplesmente valores de referência para a determinação do carregamento máximo a ser aplicado à estrutura (considerando-se sempre coeficientes de segurança adequados a cada tipo de aplicação), pois, para

valores próximos ao da carga crítica, os deslocamentos correspondentes são grandes, podendo levar a uma falha catastrófica da estrutura.

3.2 Otimização de painéis reforçados

Estruturas muito otimizadas em peso, do ponto de vista do primeiro carregamento crítico calculado para a “estrutura perfeita” associada, usualmente levam a projetos onde vários carregamentos críticos praticamente coincidem numericamente (cada qual associado a seu respectivo modo de flambagem). Isto causa a interação dos diversos modos de flambagem que levam a um aumento da sensibilidade a imperfeições (THOMPSON, HUNT², 1973 apud BAŽANT; CEDOLIN, 2003, p. 265). As cascas finas cilíndricas ou esféricas submetidas a carregamentos de compressão são exemplos clássicos, onde diversos carregamentos críticos associados a diferentes modos de flambagem praticamente coincidem, fazendo com que o carregamento real de flambagem seja apenas uma fração da carga crítica de flambagem.

“Em algumas estruturas, no entanto, como no caso de painéis reforçados e nervuras reforçadas, a interação dos modos de flambagem não causa, necessariamente, sensibilidade a imperfeições” (MAGNUS; POSTON³, 1977 apud BAŽANT; CEDOLIN, 2003, p. 274, tradução nossa).

A frase acima demonstra a importância do cálculo da tensão crítica de flambagem de Euler em painéis reforçados, sendo um bom ponto de partida para a análise de estabilidade estática de estruturas, mesmo que a pós-flambagem tenha que ser também considerada. Isso demonstra a relevância desta tese, que se preocupa principalmente com a flambagem estática linear dos PRIs do tipo *blade*.

O PRI ótimo é aquele que suporta o carregamento proposto e tem o menor peso e, por consequência, atinge a maior tensão. Farrar (1949) e Budiansky (1999) afirmaram que o painel reforçado mais leve é aquele no qual a tensão crítica que leva à instabilidade global e a tensão crítica que leva à instabilidade local (isto é, do revestimento ou do reforçador) coincidem (ver ponto (a) na Figura 3-4), sendo este valor ótimo conhecido como ótimo *naïve*.

² THOMPSON, J. M. T.; HUNT, G. W. **A general theory of elastic stability**. John Wiley & Sons, London, 1973.

³ MAGNUS, R. J.; POSTON, T. **On the full unfolding of the von Kármán equation at a double eigenvalue**. Geneva: Battelle, 1977 (Mathematics Report 109).

Este ponto ótimo só existe na teoria, pois, como mostrado pela linha tracejada da Figura 3-4, o efeito de qualquer imperfeição inicial é fazer com que a tensão crítica de flambagem diminua e o ponto ótimo ocorra na posição (b) . Além da sensibilidade a imperfeições, a forte interação não linear entre os modos de falha faz com que, mesmo sem imperfeições, a tensão crítica de flambagem seja apenas aproximadamente 90% da calculada (BUDIANSKY, 1999). Embora possa haver exceções (THOMPSON; LEWIS, 1972), o ponto de máximo local indicado por (b) geralmente está próximo do ponto indicado por (a) , o que significa que as relações geométricas (como a razão b/t) obtidas na otimização *naïve* são relativamente próximas às que seriam obtidas em análises mais sofisticadas que levam em conta as imperfeições do painel.

Devido à proximidade entre o painel ótimo *naïve* e o painel ótimo real, pode-se considerar as relações geométricas do projeto *naïve* como válidas no dimensionamento de um painel real.

Figura 3-4: Projeto de um painel ótimo para: a) *Naïve* b) Painel com imperfeições (real).

Fonte: Budiansky (1999) adaptada pelo autor.

Deve-se observar ainda que, além das relações geométricas que levam a um maior carregamento de flambagem, a seleção final do painel reforçado deve se basear em outros aspectos como a facilidade de fabricação (manufatura), a facilidade de montagem do conjunto durante a instalação, a manutenção e o reparo das partes, além de uma boa transferência de carregamento entre revestimento e reforçador (NIU, 2001).

3.3 Influência do reforçador na flambagem local do revestimento

Em várias aplicações é possível determinar a carga crítica de flambagem de um painel reforçado a partir da eq.(3.3), idealizando-o como um painel plano retangular, de dimensões a (comprimento) e b_s (largura), com restrições nos bordos. No caso de carregamentos uniaxiais com reforçadores longitudinais nos bordos descarregados do painel, a maior parte dos trabalhos idealiza o painel reforçado (de dimensões infinitas) como um único painel retangular (de dimensões $a \times b_s$) com restrições elásticas nos bordos descarregados. A Figura 3-5 representa o painel reforçado idealizado, onde as propriedades do reforçador são dadas por: GJ (rigidez torcional), $E_c \Gamma$ (rigidez ao empenamento) e $\sigma_c I_p$ (diminuição da rigidez polar devido a tensões compressivas).

Figura 3-5: Painel reforçado idealizado.

Fonte: Peres, Lucena Neto e Monteiro (2011) – adaptada pelo autor.

Desde as primeiras formulações voltadas à análise da estabilidade estrutural de painéis reforçados, o reforçador teve um duplo papel: i) aumentar a inércia do sistema estrutural (evitando a flambagem global do painel reforçado), e ii) restringir elasticamente um painel de largura b_s (evitando a flambagem local do revestimento).

Para uma placa comprimida longitudinalmente e restringida por reforçadores longitudinais nas suas laterais, Lundquist e Stowell (1941c), Paik e Thayamballi (2000) e Ghosh (2003) relacionam o coeficiente de flambagem devido à restrição elástica do reforçador com suas propriedades mecânicas (rigidez torcional e ao empenamento). Todos estes estudos consideram uma junção idealizada entre o reforçador e o revestimento, que representa algo entre uma condição de apoio simples (para a qual temos $k_s = 4$) e uma condição de engastamento perfeito (para a qual temos $k_s \cong 6,96$). Weißgraeber, Mittelstedt e Becker (2012) encontraram a rigidez à flexão mínima do reforçador para que o mesmo atue quase como um engastamento perfeito para placas arbitrariamente longas.

A Figura 3-6 mostra como a junção do reforçador com o revestimento é representada em diferentes modelos: (a) representa a junção idealizada que é usada em modelos de elementos finitos 2D (usando elementos de placa ou de casca) assim como em modelos analítico-numéricos. Nestes dois casos somente as distâncias nominais (a , b_s , b_w , etc.) são usadas para representar a geometria do painel reforçado e nenhuma consideração é feita sobre o raio de filete ou sobre sua influência na carga crítica de flambagem; (b) representa uma junção quadrada (ou sem filete) que é usada em modelos de elementos finitos com elementos sólidos, mas que continua desconsiderando a dimensão do raio de filete quando comparada às outras dimensões do painel. Não é possível, assim, determinar os benefícios de usar raios com filetes maiores com as representações propostas pelos modelos (a) ou (b); por fim, (c) representa uma geometria próxima à da junção real, que considera a dimensão do raio de filete, e cuja modelagem requer, em geral, o uso de elementos finitos sólidos. Neste último caso, as análises com elementos finitos tendem a ser demoradas e computacionalmente muito mais custosas que as análises feitas com geometrias mais simples. Desta forma, será proposta no capítulo 9 uma representação da junção real por elementos finitos simplificados, utilizando elementos de placas, vigas, rígidos e/ou sólidos.

Figura 3-6: Diferentes representações da junção entre reforçador e revestimento.

Fonte: autor.

Vale a pena notar que, embora a eq.(3.3) refira-se às dimensões nominais indicadas na Figura 1-3, as distâncias efetivas que deveriam ser usadas em uma junção real para fornecer o valor correto da tensão de flambagem não são exatamente dadas pelos valores nominais, pois os reforçadores e os raios do filete têm ambos um efeito na condição de contorno real da junção idealizada associada. Para ilustrar este ponto, vamos considerar, por ora, uma placa longa (isto é, com uma razão de aspecto, a/b_s , relativamente alta), carregada em compressão na direção longitudinal, e simplesmente apoiada nos quatro bordos, para a qual o coeficiente de flambagem previsto pela teoria clássica resulta $k_s \cong 4$ (BRUHN, 1973). Considerando, em uma segunda hipótese, que os bordos laterais não carregados sejam considerados engastados, o valor do coeficiente de flambagem aumenta para $k_s \cong 6,96$ (BRUHN, 1973), uma vez mantida a mesma razão de aspecto. Assim, a teoria clássica de placas mostra que a presença de um reforçador robusto nos bordos laterais de uma placa pode aumentar a tensão crítica de flambagem ao redor de 74%. No caso de placas reforçadas, as dimensões nominais mostradas na Figura 1-3 são usadas para facilitar a aplicação da fórmula, o que é plenamente justificável (dada a maior simplicidade para a obtenção da tensão crítica), mas a condição de contorno real não é de placa simplesmente apoiada, nem de placa engastada, mas algo entre essas duas condições, o que significa dizer que o correto valor de k_s para uma junção real deve estar no intervalo $4 \leq k_s \leq 6,96$. Neste caso, o valor correto do coeficiente de flambagem deve levar em conta todos os aspectos que não podem ser considerados em um modelo de junção idealizada, como, por exemplo, a dimensão do raio de filete.

Lundquist e Stowell (1941a, 1941b) estudaram o efeito destas restrições elásticas para o caso de compressão em revestimentos (com as duas bordas laterais restritas, Figura 3-7 (a)) e flanges (ou reforçadores do tipo *blade*, com uma borda lateral restrita e a outra livre, Figura 3-7 (b)).

Figura 3-7: Placa e flange submetidos à compressão longitudinal

Fonte: Lundquist e Stowell (1941a, 1941b) adaptado.

Para Lundquist e Stowell (1941a, 1941c), o coeficiente de flambagem, k_s , de um painel reforçado (revestimento com bordas restritas por reforçadores) é função do adimensional e , denominado coeficiente de restrição, que é dado, para um reforçador robusto (reforçador com proporções tais que não sofre distorções da seção transversal quando momentos são aplicados em alguma região da sua seção transversal), por:

$$e = \frac{4S_0b_s}{D} = \frac{\pi^2b_s}{\lambda^2D} \left(GJ - \sigma_c I_p + \frac{\pi^2}{\lambda^2} E_c I \right) \quad (3.4)$$

onde:

S_0 rigidez por unidade de comprimento do meio restritivo elástico no bordo do painel

D rigidez à flexão da placa: $D = \frac{E_c t_s^3}{12(1-\nu^2)}$

A eq.(3.4) mostra que a restrição elástica aumenta com a rigidez torcional (GJ) e com a rigidez ao empenamento ($E_c I$) do reforçador, mas diminui no caso de haver tensões compressivas no reforçador, proporcionais a $\sigma_c I_p$, conforme comentado por Young e Budynas (2002) na seção 10.4.

Segundo Lundquist e Stowell (1941a), o coeficiente de flambagem, k_s , de um revestimento, com bordas restritas por reforçadores com coeficientes de restrição e , é dado por:

$$k_s = \frac{\left[\frac{\left(\frac{\pi b_s}{\lambda} \right)^2}{120} + \frac{1}{\left(\frac{\pi b_s}{\lambda} \right)^2} + \frac{1}{6} \left(1 + \frac{e}{2} \right) \left(\frac{b_s}{\lambda} + \frac{\lambda}{b_s} \right)^2 \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{e}{2} \right) - \frac{4e}{\pi^2} \right] + \frac{2e}{\left(\frac{\pi b_s}{\lambda} \right)^2} \right]}{\frac{\pi^2 e^2}{120} - \frac{4e}{\pi^2} \left(1 + \frac{e}{2} \right) + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{e}{2} \right)^2} \quad (3.5)$$

Já para o caso de um flange (reforçador), com uma borda livre e a outra restrita pelo revestimento (com coeficiente de restrição e), Lundquist e Stowell (1941b) propuseram que o coeficiente de flambagem, k_s , fosse calculado por:

$$k_s = \frac{2}{\pi^2} \left\{ \frac{1 - \nu + \frac{1}{6} \left(\frac{\pi b}{\lambda} \right)^2 + \frac{e}{2} \left[\frac{c_1}{2} \left(\frac{\pi b}{\lambda} \right)^2 + c_2 - \nu c_3 \right] + \frac{e^2}{4} \left[\frac{c_4}{2} \left(\frac{\pi b}{\lambda} \right)^2 + \frac{c_5}{2 \left(\frac{\pi b}{\lambda} \right)^2} + c_6 - \nu c_7 \right] + \frac{e}{2 \left(\frac{\pi b}{\lambda} \right)^2}}{\frac{1}{3} + \frac{c_8 e}{2 a_3} + \frac{c_9 e^2}{4 a_3^2}} \right\} \quad (3.6)$$

onde:

$$\begin{array}{lll} c_1 = 0,23694 & c_6 = 0,17564 & \\ a_1 = -4,963 & c_2 = 0,79546 & c_7 = 0,19736 \\ a_2 = 9,852 & c_3 = 0,89395 & c_8 = -2,3168 \\ a_3 = -9,778 & c_4 = 0,04286 & c_9 = 4,0982 \\ & c_5 = 0,56712 & \end{array} \quad (3.7)$$

A Figura 3-8 mostra o ganho no coeficiente de flambagem, demonstrado por Lundquist e Stowell (1941a, 1941b) com o uso de eq.(3.5) e eq.(3.6) à medida que a restrição nos bordos de placas e flanges é aumentada. O ganho para flanges (placas com uma borda descarregada livre, Figura 3-7 (b)) é de, no máximo, 200% entre os casos de flanges (reforçadores) em que a outra borda descarregada encontra-se simplesmente apoiada ($k_s = 0,426$) ou engastada ($k_s = 1,280$). Já o ganho para painéis (revestimentos) é de, no máximo, 74% entre os casos de painéis simplesmente apoiados ($k_s = 4,00$) e painéis engastados ($k_s = 6,96$) nas bordas descarregadas. Para a criação do gráfico da Figura 3-8, foram utilizados $\lambda = a/n$ e $\nu = 0,3$. Para a placa foram usados: $a = 720\text{mm}$ e $b_s = 90\text{mm}$, e para o flange: $a = 450\text{mm}$ e $b_w = 33,25\text{mm}$. O valor de n usado é o número inteiro que corresponde ao menor valor de k_s .

Figura 3-8: Curvas de k_s para flanges e painéis infinitos em função do coeficiente de restrição e .

Fonte: autor, baseado em Gerard e Becker (1957).

Paik e Thayamballi (2000) apresentam outra fórmula para o coeficiente de flambagem local:

$$k_s = \begin{cases} 4 + 0,396 \cdot \zeta^3 - 1,974 \cdot \zeta^2 + 3,565 \cdot \zeta & \text{para } 0 \leq \zeta \leq 2 \\ 6,951 - \frac{0,881}{\zeta - 0,4} & \text{para } 2 \leq \zeta \leq 20 \\ 7,025 & \text{para } \zeta \geq 20 \end{cases} \quad (3.8)$$

onde $\zeta = \frac{GJ}{Db_s}$ é um parâmetro adimensional envolvendo a rigidez torcional de St.

Veniant do reforçador.

Nota-se que a eq.(3.8) possui um limite, $k_s = 7,025$, próximo ao valor apresentado por Bruhn (1973) de $k_s = 6,96$. Isso indica que, mesmo que o reforçador tenha uma rigidez torcional muito alta, ela fornecerá, no máximo, uma condição de engaste ao revestimento entre reforçadores.

A eq.(3.8) é baseada na hipótese de que os reforçadores permanecem retos até que ocorra a flambagem do revestimento. Contudo, os reforçadores podem, em

alguns casos, distorcer devido à compressão axial antes do início da flambagem do revestimento, de modo a não fornecer a restrição rotacional teórica ao longo das bordas. Isso ocorre nos casos em que a rigidez torcional do reforçador é menor que a do revestimento, distorcendo antes de ocorrer a flambagem do mesmo. Paik e Thayamballi (2000) propuseram então um fator de correção C_L para a rigidez torcional original do reforçador, como segue:

$$\zeta_L = C_L \cdot \zeta \quad (3.9)$$

onde:

$$C_L = \begin{cases} \frac{J_w}{J_s} & \text{se } \frac{J_w}{J_s} \leq 1.0 \\ 1.0 & \text{se } \frac{J_w}{J_s} > 1.0 \end{cases} \quad (3.10)$$

J_w rigidez torcional do reforçador, $J_w = \frac{b_w \cdot t_w^3}{6}$

J_s rigidez torcional da seção transversal da placa, $J_s = \frac{b_s \cdot t_s^3}{3}$

Assim este novo valor de ζ_L (eq.(3.9)) deve ser usado para a obtenção de k_s (eq.(3.8)) para estes casos.

Contudo, no estudo feito por Ghosh (2003), mostrou-se que a expressão de C_L fornece o valor $C_L = 1,0$ para $0 < \zeta < 2$, que é o intervalo observado em grande parte dos painéis utilizados na indústria aeronáutica. Assim, um fator de correção alternativo C_r foi proposto como segue:

$$\zeta_{Cr} = C_r \cdot \zeta \quad (3.11)$$

onde:

$$C_r = \frac{1}{1 + 3,6 \cdot \left(\frac{t_s}{t_w} \right)^3 \cdot \frac{b_w}{b_s}} \quad (3.12)$$

Este novo valor de ζ_{Cr} deve ser usado para a obtenção de k_s (eq.(3.8)) no lugar de ζ conforme proposto por Ghosh (2003).

3.4 Flambagem global e local

Para PRIs com seção *blade*, a eq.(3.3) pode ser usada tanto para a determinação da tensão crítica de flambagem local quanto global. O coeficiente de flambagem local, $k_{s,loc}$, é apresentado no gráfico de Boughan e Baab (1944), Figura 2-2, baseado no Princípio de Distribuição de Momentos (LUNDQUIST; STOWELL; SCHUETTE, 1943a), e adaptado da teoria da estabilidade de estruturas compostas de placas. Este gráfico será referenciado diversas vezes neste trabalho e será adaptado a partir de diversos resultados deste trabalho.

Thomson e Grayley (1976) apresentaram um gráfico (Figura 3-9) para a determinação do coeficiente de flambagem local, semelhante ao apresentado por Boughan e Baab (1944).

Figura 3-9: Valores de K_{loc} para um painel idealizado com reforçadores integrados.

Fonte: Thomson e Grayley (1976).

Thomson e Grayley (1976) trabalharam com valores de t_w/t_s entre 0,75 e 3, e apresentaram, no mesmo gráfico, algumas curvas associadas a valores constantes da razão λ/b_s . Para o caso apresentado, o coeficiente de Poisson ν foi tomado igual a 0,3. Eles usaram o conceito expandido do coeficiente de flambagem, K , que se correlaciona com k_s da seguinte maneira:

$$K = k_s \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \quad (3.13)$$

Grayley (1983) desenvolveu o Princípio de Distribuição de Momentos para carregamentos uni ou biaxiais e para materiais isotrópicos ou ortótropos.

Boughan e Baab (1944) apresentaram o gráfico do coeficiente de flambagem local, $k_{s,loc}$, para PRI do tipo *blade* como função das relações adimensionais t_w/t_s e b_w/b_s e do coeficiente de Poisson, ν . O valor de $k_{s,loc}$ não é apresentado como função da relação t_s/b_s , a qual aparece diretamente na tensão crítica conforme a eq.(3.3).

O objetivo inicial deste trabalho é adicionar a este gráfico o raio de fundo, R , como uma nova variável dimensional. Isso transformaria este gráfico em uma função de 5 variáveis dimensionais ou 4 relações geométricas adimensionais, mais o coeficiente de Poisson:

$$\begin{aligned} k_{s,loc,R} &= f(t_w, t_s, b_w, b_s, R, \nu) & \text{ou} \\ k_{s,loc,R} &= f(t_w/t_s, b_w/b_s, R/b_{wf}, t_s/b_s, \nu) \end{aligned} \quad (3.14)$$

onde $k_{s,loc,R}$ representa o coeficiente de flambagem local considerando o efeito do raio de filete e $b_{wf} = b_w - t_s/2$ representa a altura livre do reforçador.

Para o cálculo da tensão crítica de flambagem global de um painel reforçado, independentemente da forma como a junção é feita (ou seja, com reforçadores integrados, soldados ou *built-up*), utiliza-se o coeficiente de flambagem global, $k_{s,glob}$, obtido pelo equacionamento de Seide e Stein (1949) e que depende das seguintes relações adimensionais:

$$k_{s,glob} = f(A_w/b_s t_s, E_c I_w/b_s D, a/b_s, N) \quad (3.15)$$

Seide e Stein apresentam 12 gráficos com diversas combinações de número de reforçadores, N , e diversas razões de área entre reforçador e revestimento, $A_w/b_s t_s$. A Figura 2-3 apresenta um exemplo de um desses gráficos.

Seide (1953) deduz uma fórmula para modificar o momento de inércia do reforçador, considerando que os reforçadores estejam localizados apenas de um lado do painel (prática comum na aviação), em vez de concêntricos com a linha média do painel como considerado anteriormente pela teoria de Seide e Stein (1949).

A equação (3.16) fornece o momento de inércia modificado do reforçador em relação à linha média do revestimento, que é um dos parâmetros necessários para o cálculo do adimensional $E_c I_w / b_s D$.

$$I_w = I_0 + \frac{A_w \bar{Z}^2}{1 + \left(\frac{A_w}{K_1 b_s t_s} \right)} \quad (3.16)$$

onde:

I_0	momento de inércia do reforçador em relação ao seu eixo centroidal paralelo ao revestimento
$\bar{Z}$	distância entre o centróide do reforçador e o plano médio do revestimento
K_1	coeficiente para modificar o momento de inércia do reforçador. Este coeficiente depende da razão de aspecto do painel, a/b_s , e do número de semi-ondas (n) na direção longitudinal do painel, no comprimento, a (Figura 3-10).

Figura 3-10: Coeficiente, K_1 , para o cálculo do momento de inércia modificado de reforçadores.

Fonte: autor, baseado em Seide (1953).

Para a determinação do coeficiente de flambagem local, a hipótese de painel infinito (isto é, com largura e comprimento infinitos) foi utilizada, independentemente do número de reforçadores que o painel tenha, fornecendo um valor conservador para $k_{s,loc}$.

Por outro lado, para a determinação do coeficiente de flambagem global, somente a hipótese de painel com comprimento infinito é usada, sendo o número de reforçadores um dado de entrada do problema (SEIDE; STEIN, 1949). Neste trabalho, no entanto, a hipótese de painel infinito, para ambas as direções de comprimento e largura (isto é, considerando um número infinito de reforçadores) será usada para a determinação dos coeficientes de flambagem local e global.

Deve-se assinalar ainda que, mesmo atualmente, em que os métodos numéricos (como o método dos elementos finitos) têm sido usados largamente na indústria e na pesquisa científica, em particular na análise da estabilidade de estruturas, a busca por fórmulas simples e válidas para o coeficiente de flambagem, k_s , é ainda importante. Usando o método da energia e validando os resultados obtidos com modelos de elementos finitos, Jahanpour e Roozbahani (2016) sugerem uma

fórmula aplicável para k_s para uma placa retangular simplesmente apoiada sob carregamento biaxial e de cisalhamento. Usando o método da Quadratura Diferencial Generalizada e comparando os resultados obtidos com dados publicados anteriormente, Kadkhodayan e Maarefdoust (2014) determinaram o coeficiente de flambagem, k_s , para flambagem elástica/plástica de placas retangulares finas com várias condições de contorno e sob carregamentos variando linearmente no plano.

Em outra abordagem numérica, Fenner (2014) utilizou o Método das Faixas Finitas (ou *FSM*, *Finite Strip Method*, na sigla em inglês) para representar o raio de filete na análise de flambagem. Neste método, degraus foram adicionados para representar a junção entre o revestimento e o reforçador considerando o efeito do raio do filete (conforme representado na Figura 3-11 (b)). Comparando os resultados deste método com resultados obtidos por modelos de elementos finitos 3D, Fenner comprovou que os valores obtidos por ambos são muito próximos quando se trata de obter a tensão crítica de flambagem global, o que pode ser explicado pela boa representação da área e do momento de inércia da junção por meio do *FSM*. Já na comparação feita para a tensão crítica de flambagem local, os resultados obtidos pelo *FSM* foram bastante conservadores (mais baixos) comparados aos obtidos pelo *MEF*, sendo que a diferença entre os resultados aumenta para valores maiores do raio. Isso, provavelmente, se deve ao fato de as faixas finitas reproduzirem a redução da largura não suportada do revestimento (entre reforçadores) devido ao raio do filete, mas não representarem corretamente o aumento da rigidez torcional na junção entre o reforçador e o revestimento. Pode se assim prever, pela mesma razão, que modelos de elementos finitos que utilizem apenas elementos 2D, não conseguirão representar, de maneira satisfatória, a influência do raio de filete na flambagem local do painel reforçado, sendo necessária a utilização de modelos de elementos finitos mais elaborados para a correta representação deste detalhe estrutural.

Figura 3-11: Representação do raio de filete por meio do FSM.

(a) sem considerar o raio.
Fonte: Yin, Tran e Swift (1989).

(b) considerando o raio de filete.

4 MODELOS COM ELEMENTOS FINITOS

Com o uso do software Abaqus (versão 6.14, DASSAULT SYSTEMES SIMULIA, 2014), um modelo de elementos finitos parametrizado foi criado, permitindo a simulação de centenas de modelos com geometrias similares apenas modificando alguns dos dados de entrada. Elementos parabólicos sólidos hexaédricos (HEX20) foram escolhidos para representar o PRI do tipo *blade* com a inclusão do raio de filete. Elementos HEX20 têm seis faces com 20 nós (8 nós nos vértices e 12 nós na metade das arestas), cada nó possuindo três graus de liberdade translacionais. A precisão das soluções usando malhas construídas com elementos HEX20 é a mais alta comparada com malhas baseadas em outros tipos de elementos 3D, como os elementos tetraédricos e pentaédricos (CASEIRO et al., 2011).

Fenner e Watson (2010) e Fenner, Watson e Featherston (2016) apresentaram três diferentes tipos de modelos para representar as condições encontradas em um painel reforçado de comprimento infinito: *single bay* (uma única baia, Figura 4-1 (a)), *double half-bay* (duas metades de baia, Figura 4-1 (b)) e *quad half-bay* (quatro metades de baia, Figura 4-1 (c)).

Estes três modelos foram descritos detalhadamente por Fenner, Watson e Featherston (2016) e usados para determinar as cargas críticas e os modos de flambagem e pós-flambagem de painéis infinitos longitudinalmente, mas com uma largura finita na direção transversal. De fato, nos estudos de caso empreendidos pelos autores, foi analisada uma única geometria de um painel de largura $B = 762$ mm, com seis reforçadores do tipo *blade* dispostos longitudinalmente). As condições de contorno nos bordos paralelos ao eixo y foram bem discutidas em cada um dos três tipos de modelos, sendo apresentados os pontos positivos e negativos de cada um deles no que tange à capacidade de bem representarem um painel infinito na direção longitudinal, porém não houve muita discussão sobre as condições de contorno nos bordos paralelos ao eixo x , que foram considerados simplesmente apoiados em todos os casos.

Figura 4-1: Representações de um painel infinito usando o MEF.

Fonte: Fenner, Watson e Featherston (2016).

De modo sucinto, o modelo *single bay* procura representar a porção do painel reforçado existente entre duas nervuras e duas longarinas (uma baia). Os principais problemas apontados por Fenner, Watson e Featherston (2016) para esse tipo de modelo são: i) o painel não pode ser submetido a uma tensão de compressão uniforme no bordo carregado (bordo $x = 0$), pois na condição pós-flambagem haveria (em um painel de comprimento infinito) uma redistribuição das tensões longitudinais,

que depende justamente do modo de flambagem (desconhecido à priori), levando a resultados incorretos para este tipo de análise (em virtude do empenamento da seção transversal); ii) no caso de o carregamento sobre o bordo $x = 0$ do painel ser aplicado na forma de um deslocamento prescrito $u = \delta$ em todos os nós deste bordo (ou seja, tanto para os nós do revestimento quanto para os nós dos reforçadores), como indicado na Figura 4-1 (a), o empenamento da seção transversal é impedido, mas a condição de contorno imposta também impede que determinados modos de flambagem global sejam encontrados, já que a rotação da seção em torno do eixo O_y fica automaticamente impedida neste caso. Em síntese, o modelo *single bay* não é apropriado para a determinação de todas as cargas críticas e dos modos de flambagem e pós-flambagem de painéis infinitos longitudinalmente.

O modelo *double half-bay* representa basicamente as metades de duas baias adjacentes, podendo ser interpretado como um par de painéis, cada um tendo um lado livre e três lados simplesmente apoiados, onde o carregamento (ou a reação ao carregamento) é aplicado (ocorre) nos lados livres (veja Figura 4-1 (b)). Para este tipo de modelo, os autores propõem o uso de dois conjuntos diferentes (e alternativos) de condições de contorno: um para a determinação das cargas críticas e dos modos de flambagem associados a um número ímpar de semi-ondas ao longo do comprimento do painel, e outro para a determinação das cargas críticas e modos de flambagem associados a um número par de semi-ondas ao longo do comprimento do painel. Desta forma, duas simulações são necessárias para a determinação de todas as cargas e modos de flambagem associados. Porém, como ressaltam os autores, tal metodologia não é adequada para a previsão do comportamento pós-flambagem dado que a separação dos modos de flambagem (pares e ímpares) elimina a possibilidade de haver, na condição pós-flambagem, saltos entre modos ímpares e pares. O modelo fornece, contudo, bons resultados nas análises lineares, onde não há ocorrência de saltos entre os modos de flambagem. Outro problema decorrente do modelo *double half-bay* é a obtenção de alguns modos de flambagem com grandes distorções nos bordos livres (devido à forma como as condições de contorno são aplicadas nestes bordos), os quais não são esperados para um painel longitudinalmente infinito, não sendo, portanto, modos corretos.

Finalmente, o modelo *quad half-bay* é a representação de uma porção do painel equivalente a duas baias completas, formadas pela junção de quatro metades de

baías, conforme podemos ver na Figura 4-1 (c). Não existe neste modelo o problema de empenamento das seções transversais, como pode existir no modelo *single bay*, e não há necessidade de considerar dois conjuntos de condições de contorno (como no caso do modelo *double half-bay*) pois, ao duplicarmos o tamanho do modelo, garante-se que, para o comprimento referente a uma baía, tanto os modos de flambagem associados a um número par quanto ímpar de semi-ondas serão encontrados. Este modelo é indicado, portanto, para as análises de pós-flambagem, pois a troca de modos pode ocorrer sem problemas na baía central. Porém, a desvantagem deste modelo em relação aos anteriores reside no tempo de processamento da análise, uma vez que o número de elementos é duas vezes maior (em relação aos modelos *single bay* e *double half-bay*).

Como modelos de elementos finitos sólidos têm muitos graus de liberdade e um custo computacional elevado, a forma de representação do painel reforçado escolhida neste estudo é próxima da utilizada no modelo *double half-bay*, mas com um único reforçador central, porque esta é a forma mais simples de reproduzir o comportamento de um painel de dimensões infinitas (tanto no comprimento quanto na largura), no sentido em que apenas uma pequena porção do painel é necessária neste modelo e os resultados obtidos para a tensão crítica de flambagem são conservadores.

A Figura 4-2 representa, na área em destaque, a porção do painel a ser modelada. Assim, o modelo de elementos finitos proposto para as análises subsequentes é similar ao modelo *double half-bay* onde apenas as metades de duas baías adjacentes (painel entre duas nervuras) estão representadas no modelo. Optou-se por representar apenas um reforçador (parte central do modelo) e duas metades de *pockets* (revestimento entre dois reforçadores) vizinhos. As condições de contorno a serem aplicadas nos quatro bordos, necessárias para uma adequada representação da continuidade dos painéis e dos reforçadores (de modo a simular um painel de dimensões infinitas nas duas direções), serão discutidas e apresentadas na próxima seção.

Figura 4-2: Representação do PRI e do painel *double half-bay* (em destaque).

Fonte: autor.

4.1 Condições de contorno

Para a determinação do coeficiente de flambagem local, a hipótese de painel infinito (i.e., com comprimento e largura infinitos) foi utilizada, independentemente do número de reforçadores que o painel tenha, fornecendo um valor conservador para $k_{s,loc}$. Painel infinito significa que a porção do painel modelado será repetida infinitamente em ambas as direções com o uso de condições de contorno apropriadas. A respeito da determinação do coeficiente de flambagem global, Seide e Stein (1949) admitiram apenas a hipótese de painel de comprimento infinito, sendo o número de reforçadores uma entrada do problema. Neste trabalho, a hipótese de painel infinito em ambas as direções será usada para a determinação dos coeficientes da flambagem local e global.

A Figura 4-3 mostra a condição de contorno usada em todas as simulações de modelos com elementos sólidos neste trabalho: o carregamento é aplicado por meio de deslocamentos prescritos na direção longitudinal ($u = \delta_x$) e transversal ($v = \delta_y$) em duas das quatro faces do modelo (faces 1 e 2, respectivamente) de forma a criar um estado de tensão no revestimento, no estado de pré-flambagem, formado por uma tensão compressiva unitária na direção longitudinal ($\sigma_x = -1 \text{ MPa}$)

e uma tensão nula na direção transversal ($\sigma_y = 0$), de acordo com as eq.(4.1) e eq.(4.2). Além disso, deslocamentos nulos na direção longitudinal ($u = 0$) foram prescritos para todos os nós da face 3 e deslocamentos nulos na direção transversal ($v = 0$) foram também prescritos para todos os nós da face 4. Desta maneira, as faces 1 e 3 ficam impedidas de girar em torno da direção y , enquanto as faces 2 e 4 ficam impedidas de girar em torno da direção x . Finalmente, uma restrição ao deslocamento vertical ($w = 0$) é imposta para todos os nós na interseção entre o plano de meia espessura do revestimento e o plano transversal que representa o suporte fornecido pela junção da nervura com o revestimento. Deve-se ressaltar, porém, que a linha formada pela interseção destes dois planos não se encontra, necessariamente, a meia distância entre as faces 1 e 3 (a posição correta onde tal restrição ao deslocamento vertical deve ser aplicada será explicada mais adiante). Usando essas condições de contorno, é possível representar as condições de comprimento e largura infinita no painel.

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\delta_x}{a} = \frac{1}{E_c} [\sigma_x - \nu \sigma_y] \\ \sigma_x \cong -1 \text{ MPa} \\ \sigma_y \cong 0 \end{cases} \Rightarrow \delta_x = -\frac{a}{E_c} \quad (4.1)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_y = \frac{\delta_y}{b_s} = \frac{1}{E_c} [\sigma_y - \nu \sigma_x] \\ \sigma_x \cong -1 \text{ MPa} \\ \sigma_y \cong 0 \end{cases} \Rightarrow \delta_y = +\frac{\nu b_s}{E_c} \quad (4.2)$$

Figura 4-3: Condições de contorno utilizadas para representar o painel reforçado.

Fonte: autor.

A aplicação de deslocamentos prescritos longitudinais (Face 1), em vez da aplicação de forças, em modelos que utilizam elementos sólidos é vantajosa, pois desta forma a rotação do painel em torno da direção y fica impedida (como explicado no parágrafo anterior) e as tensões longitudinais ficam distribuídas de modo mais uniforme na seção transversal. Já a aplicação de deslocamentos prescritos na direção transversal (Face 2) está associada à deformação do painel devido ao efeito de Poisson e evita também a rotação do painel em torno da direção x . Restrições aos deslocamentos nas faces opostas àquelas onde foram prescritos deslocamentos devido à compressão (Face 3) e ao efeito do Poisson (Face 4) também evitam rotações na Face 3 (rotação impedida em torno da direção y) e na Face 4 (rotação impedida em torno da direção x).

A representação de um painel submetido à compressão para a análise de flambagem por meio de quatro quartos de painéis adjacentes (*double half-bay*) e suas condições de contorno de simetria para representar a repetição característica dos elementos estruturais de um painel infinito é bastante comum em estudos acadêmicos utilizando modelos de elementos finitos com elementos de placa, como desenvolvidos por Fujikubo e Yao (1999) e Fujikubo e Kaeding (2002) entre outros. Já a sua extrapolação para modelos de elementos finitos utilizando elementos sólidos foi solucionada neste trabalho pela utilização de deslocamentos prescritos nas quatro faces como indicado na Figura 4-3.

A Figura 4-4 mostra a diferença entre os resultados de dois modelos de elementos finitos usando elementos sólidos onde, no primeiro caso (Figura 4-4 (a)), foi aplicada uma pressão uniformemente distribuída sobre a face 1, e a região de representação do painel é a delimitada por duas nervuras (*single bay*) e por dois reforçadores; já, no segundo caso (Figura 4-4 (b)), a aplicação do carregamento é feita via deslocamentos prescritos e os quatro quartos do painel (*double half-bay*) são modelados conforme descrito anteriormente. É notório que a modelagem feita no primeiro caso não é adequada para a determinação das cargas críticas e modos críticos de flambagem associados, ao contrário do que observamos quando a modelagem é realizada conforme foi explicado nos parágrafos precedentes.

Figura 4-4: Diferença entre resultados de duas simulações de flambagem de painéis reforçados usando: (a) forças distribuídas prescritas e (b) deslocamentos prescritos.

Fonte: autor.

Como comentado anteriormente, no caso do modelo *double half-bay* utilizado por Fenner, Watson e Featherston (2016), os autores encontram a tensão mínima de flambagem após concatenarem os resultados de um modelo de elementos finitos associado a um número ímpar de semi-ondas na direção longitudinal (como indicado na Figura 4-5 (a)) com aqueles obtidos com um modelo associado a um número par de semi-ondas na direção longitudinal (como indicado na Figura 4-5 (b)), escolhendo aquele que leva ao menor carregamento crítico.

Figura 4-5 Comparação entre modos longitudinais ímpares e pares.

Fonte: Fenner, Watson e Featherston (2016).

Neste trabalho, em vez de utilizarmos relações entre os deslocamentos das bordas longitudinais como condições de contorno, optamos por simular três modelos para cada configuração de painel e comparar os resultados obtidos para determinarmos o menor autovalor possível e o modo de flambagem associado. O primeiro modelo é aquele com um suporte simples, representando o suporte da nervura, posicionado na metade do comprimento do painel (Figura 4-6 (a)), o qual está relacionado aos modos de flambagem com um número ímpar de semi-ondas, devido à natureza das condições de contorno impostas ao modelo. Após descobrir o modo crítico e o número de semi-ondas (ímpar) relacionado a este modo, dois modelos adicionais devem ser gerados forçando a ocorrência de flambagem com modos pares, possuindo uma semi-onda a mais ou uma semi-onda a menos em relação ao número de semi-ondas do modo crítico (ímpar) anteriormente encontrado. Para criar esses dois modelos adicionais, é necessário apenas colocar o apoio simples a uma distância $(n-1)a/2n$ da origem, como mostrado no exemplo da Figura 4-6 (b), onde n é o número par de semi-ondas a ser considerado para os modelos adicionais. No exemplo ilustrado na Figura 4-6 (a) temos $n = 7$, o que leva à busca dos modos pares associados a $n = 6$ (onde o apoio deve ser posto a uma distância $(n-1)a/2n = 5a/12$ da origem, como ilustrado na Figura 4-6(b)) e a $n = 8$ (onde o apoio deve ser posto a uma distância $(n-1)a/2n = 7a/16$ da origem). Desta maneira, evita-se que o cálculo do coeficiente de flambagem local, $k_{s,loc}$, seja feito de

uma forma não conservadora, levando a um valor que induziria a um maior carregamento crítico de flambagem.

Figura 4-6 Formatos dos modos de flambagem local para: (a) $n = 7$ e (b) $n = 6$ semi-ondas.

Fonte: autor.

Com o propósito de modelar o comportamento na pós-flambagem, a opção de concatenar os resultados obtidos com esses três modelos não é conveniente, pois a separação dos modos, por meio de modelos diferentes, impede o salto entre modos ímpares e pares. Assim, para analisar ao mesmo tempo o comportamento da flambagem e da pós-flambagem com um modelo simples, Fenner, Watson e Featherston (2016) usaram o modelo *quad half-bay* (Figura 4-1 (c)) para representar o painel reforçado, ao invés do modelo *double half-bay*. No entanto, como já comentamos anteriormente, a representação pelo modelo *quad half-bay* leva a um aumento do tempo de solução, uma vez que a quantidade de elementos dobra quando comparada à representação pelo modelo *double half-bay*.

4.2 Estudo de convergência

Tomando por base algumas recomendações propostas por Fenner (2014) para a modelagem de PRIs por elementos finitos, as seguintes regras de modelagem foram usadas para criar modelos de elementos finitos suficientemente precisos para a análise de flambagem, sendo os resultados validados por uma análise de convergência da malha:

- Mínimo de 2 elementos ao longo da espessura (na malha do revestimento e da alma do reforçador);
- Mínimo de 4 elementos ao longo da borda do filete;
- Para elementos hexaédricos com 20 nós (HEX20), a razão de aspecto dos elementos não deve ser superior a 27 (Nota: a razão de aspecto média usada neste trabalho foi de 6,7);
- Mínimo de 50 elementos ao longo do comprimento do painel (a), com o mínimo de 5 elementos ao longo do comprimento da semi-onda.

Vários modelos de elementos finitos foram simulados neste trabalho para avaliar a influência do raio de filete na flambagem de PRIs. Uma descrição das principais características da modelagem por elementos finitos proposta para determinar as tensões críticas de flambagem foi apresentada neste capítulo. Uma análise de sensibilidade da malha, realizada para encontrar o melhor tamanho de elemento a um custo computacional aceitável, será apresentada a seguir.

Como mostrado no capítulo anterior, o coeficiente de flambagem local $k_{s,loc}$ depende de quatro adimensionais (nominalmente, t_s/b_s , t_w/t_s , b_w/b_s e R/b_{wf}), enquanto o coeficiente de flambagem global $k_{s,glob}$ depende principalmente de três adimensionais (nominalmente, a/b_s , $E_c I_w/b_s D$ e $A_w/b_s t_s$), pois a influência do raio de filete (relacionado com a razão R/b_{wf}) já é levada em consideração nas propriedades do reforçador (I_w e A_w). Nos modelos de elementos finitos usados neste trabalho, algumas dimensões foram escolhidas aleatoriamente e vários testes foram feitos envolvendo centenas de configurações e diferentes valores do raio de filete (R), largura (b_s), comprimento (a), altura do reforçador (b_w) e espessuras (t_w e t_s). Estudos sobre a sensibilidade de malhas para todas estas diferentes configurações foram também realizados, parcialmente baseados nas sugestões de modelagem propostas por Fenner (2014).

Com o aumento do número de elementos na modelagem, melhores serão as respostas obtidas. É claro que a solução obtida pelo modelo de elementos finitos será sempre uma aproximação, independentemente do grau de refinamento da malha, porém, de acordo com a formulação do elemento escolhido e do tamanho da malha adotado, a aproximação obtida pode ser satisfatória, ou seja, com desvios desprezíveis em comparação ao resultado “exato” (ALVES FILHO, 2000).

A análise de convergência de malha permitiu a identificação do melhor tipo de elemento a ser usado, bem como seu tamanho na seção transversal do painel e seu comprimento na direção longitudinal. Foi identificado que o melhor elemento a ser usado neste caso é o elemento sólido hexaédrico parabólico de 20 nós (HEX20), que é um elemento de alta ordem e, assim, menos elementos são necessários na direção longitudinal. Foi possível observar ainda que outras malhas, baseadas em elementos tetraédricos ou pentaédricos, requerem muito mais elementos para se atingir uma precisão próxima à obtida com elementos HEX20.

Elementos hexaédricos lineares com 8 nós (HEX8) também foram avaliados, mas como possuem menos funções de forma (em relação ao elemento HEX20), a variação das deformações longitudinais (ε_x) ao longo do comprimento só fica bem representada para um número muito grande de elementos, todos com baixa razão de aspecto. Para a análise de problemas que envolvem esforços de flexão e torção (como é o caso da flambagem de painéis reforçados), as deformações ficam melhor representadas com o uso de elementos de alta ordem (como o HEX20, onde o uso de elementos com maior razão de aspecto também é possível (ALVES FILHO, 2000)).

Vários tipos de partições da seção transversal foram também testados, como mostrado na Figura 4-7 (a). Porém, pôde-se notar que o uso do gerador automático de malhas do Abaqus poderia criar muitos elementos distorcidos, se fossem usados todos os tipos de partições mostradas na Figura 4-7 (a). Para evitar isto, apenas duas partições foram mantidas: uma no plano médio do revestimento, e outra no meio do comprimento do painel (para modos ímpares) ou a uma distância $a/2n$ a partir do meio do comprimento do painel (para modos pares). Estas duas partições são necessárias para criar uma restrição de deslocamento vertical ($w = 0$) como descrito na seção 4.1. A opção por uma regra específica para o tamanho do elemento foi adotada observando que: (i) um processo de convergência deve ser

alcançado e (ii) elementos distorcidos, como os indicados na Figura 4-7 (b-c), devem ser evitados. A Figura 4-7 (d) mostra que um valor mínimo de dois elementos ao longo da espessura do painel em geral previne a criação de elementos distorcidos, além de levar a um tamanho adequado do elemento na seção transversal.

Figura 4-7: Representação da seção transversal do PRI: partições estudadas e tamanhos máximos dos elementos da malha (valores utilizados: $t_w = t_s = 3,5 \text{ mm}$, $b_w = 33,25 \text{ mm}$, $b_s = 90 \text{ mm}$, $R = 14 \text{ mm}$)

Fonte: autor.

A Figura 4-8 mostra que, para uma configuração típica de painel (com $a = 450 \text{ mm}$, $b_s = 90 \text{ mm}$, $b_w = 33,25 \text{ mm}$, $t_w = t_s = 3,5 \text{ mm}$) e considerando-se dois valores distintos para o raio do filete (a saber, $R = 0$ e $R = 14 \text{ mm}$), um elemento com 2 mm de tamanho máximo na seção transversal tem um desvio do $k_{s,loc}$ insignificante em relação aos resultados de suas assíntotas nesses estudos de convergência de malha. Baseando-nos nessas análises, conclui-se, portanto, que as quatro regras descritas no início desta seção são adequadas para modelar outras geometrias de PRIs.

Figura 4-8: Análise de convergência de malha para uma configuração típica.

Fonte: autor.

4.3 Metodologia para extração dos autovalores e autovetores

O *software* usado para as análises de flambagem linear usando modelos de elementos finitos sólidos foi o Abaqus (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA, 2014), versão 6.14. Para obter os autovalores e autovetores do problema foi utilizado o método de Lanczos, que, segundo os manuais do Nastran (SIEMENS, 2014a) e do Abaqus (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA, 2014), é o método mais recomendado, em termos de eficiência e precisão, para a análise de flambagem linear. Ele é indicado para modelos médios e grandes, pois utiliza métodos eficientes para o tratamento de matrizes esparsas que aumentam significativamente a velocidade computacional e reduzem o uso de espaço em disco.

Vale ressaltar que, conforme indicado no manual do Abaqus (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA, 2010), o método de Lanczos não pode ser usado em análises de flambagem onde a matriz de rigidez é indefinida, como é o caso de modelos contendo elementos conectores ou híbridos, ou onde haja contatos ou carregamentos acima da carga de flambagem (bifurcação).

5 METODOLOGIA PARA A GERAÇÃO DE GRÁFICOS

Processos de otimização extensos e iterativos que envolvam muitas variáveis e restrições consomem uma grande quantidade de tempo e de processamento computacional. A criação e a utilização de metamodelos e superfícies de respostas visam a otimizar este processo, buscando soluções ótimas de uma maneira rápida e eficiente. Awruch, Hernandez e Bussamra (2010) utilizaram metamodelos usando funções de base radial para otimizar o peso estrutural de PRIs sujeitos à flambagem. Já Merval, Samuelides e Grihon (2006) e Harrison, Le Riche e Haftka (1995) utilizaram superfícies de respostas para a otimização de painéis reforçados em materiais compósitos. Boughan e Baab (1944) e Seide e Stein (1949) criaram ábacos para o cálculo do coeficiente de flambagem local e global de painéis reforçados.

Ábacos são gráficos ou superfícies de respostas que possibilitam a obtenção direta da resposta de um dado sistema em função de parâmetros físicos e/ou geométricos que governam o comportamento deste sistema. Este trabalho visa à criação de novos gráficos (ábacos) para a representação da influência do raio do filete na flambagem de PRIs.

Neste capítulo serão listadas as variáveis e seus respectivos intervalos de interesse para: i) verificar que os resultados dos gráficos, ainda hoje utilizados para o cálculo dos coeficientes de flambagem local e global de PRIs utilizados na indústria aeronáutica, estão de acordo com os resultados obtidos por simulações numéricas utilizando elementos finitos sólidos e ii) gerar novos gráficos que considerem o efeito do raio do filete no cálculo dos coeficientes de flambagem destes painéis. Os gráficos serão obtidos por meio de modelos de elementos finitos descritos no capítulo 4 utilizando diversas geometrias. O método automatizado para as simulações, a identificação dos modos de flambagem e o cálculo dos coeficientes de flambagem para cada geometria serão abordados a seguir para cada um dos tipos de flambagem (local ou global) do painel.

5.1 Flambagem local

De acordo com Boughan e Baab (1944), a tensão crítica de flambagem local de um painel reforçado é dada pela eq.(3.3) e depende basicamente das seguintes dimensões do painel (veja a Figura 1-3 como referência): b_s , b_w , t_s e t_w . Essas quatro dimensões podem gerar somente três parâmetros adimensionais que são: t_s/b_s , que aparece explicitamente na eq.(3.3), t_w/t_s e b_w/b_s , sendo esses dois últimos usados para definir o valor do coeficiente de flambagem local $k_{s,loc}$, como apresentado nos gráficos apresentados por Boughan e Baab (1944), Figura 2.2. Quando um novo parâmetro geométrico é incluído, como é o caso do raio de filete (R), um novo parâmetro adimensional correspondente deve ser criado a fim de verificar o possível efeito que essa nova variável terá no valor de $k_{s,loc}$. O adimensional escolhido para este novo parâmetro geométrico será dado pela razão R/b_{wf} , onde $b_{wf} = b_w - t_s/2$ corresponde à altura livre do reforçador. Assim, para o intervalo $0 \leq R \leq b_{wf}$, o intervalo correspondente para o adimensional proposto será $0 \leq R/b_{wf} \leq 1$.

Deve-se observar que, apesar de as dimensões b_{wf} e b_w serem diferentes e a dimensão b_{wf} não ser uma dimensão independente das outras dimensões físicas do painel, ao contrário do que propõe o Teorema π de Vaschy-Buckingham na escolha dos parâmetros adimensionais de um problema, a escolha desta dupla de adimensionais (b_w/b_s e R/b_{wf}) se deve às seguintes razões:

- Utilizando o parâmetro b_w/b_s , resultados desta tese podem ser comparados facilmente com os gráficos de Boughan e Baab (1944), como será feito no capítulo 7;
- A utilização do parâmetro R/b_{wf} é conveniente quando tratamos de junções reais entre reforçadores e revestimento (Figura 3-9 (c)), que é o caso de junções com raios de filetes não nulos;
- A média dos valores tomados para b_w/b_{wf} de todas as configurações geométricas de PRIs estudadas neste trabalho é de 1,07, ou seja, b_w e b_{wf} são aproximadamente iguais. Logo a utilização de outros parâmetros adimensionais, como b_{wf}/b_s ou R/b_w deve ter pouca influência nos resultados a serem apresentados.

Incluindo o coeficiente de Poisson do material como um quinto adimensional de importância na determinação do coeficiente de flambagem local de painéis reforçados, podemos estabelecer que tal coeficiente é, em linhas gerais, uma função dos parâmetros (físicos ou geométricos) ν , b_s , b_w , t_s , t_w e R , ou seja, uma função envolvendo os cinco adimensionais associados, a saber:

$$k_{s\text{ loc}} = f\left(t_s / b_s, b_w / b_s, t_w / t_s, R / b_{wf}, \nu\right) \quad (5.1)$$

Para a determinação de novos gráficos que levem em consideração o efeito do adimensional R/b_{wf} no coeficiente de flambagem local do painel, é preciso escolher, antes, os intervalos de interesse, no caso específico da indústria aeronáutica, para cada um dos adimensionais assinalados na eq.(5.1). Assim, baseando-nos nas geometrias encontradas no painel superior das asas de seis aeronaves de médio e grande porte, foram calculados os valores médios e os desvios padrão de cada dimensão e de cada variável adimensional associada à flambagem local (Tabela 5-1). Em todas essas análises foram considerados $\nu = 0,3$ e $R = 4$ mm (Nota: como os dados dimensionais do raio de filete não estavam disponíveis para os seis painéis superiores analisados e como não foi considerada a influência do raio na flambagem local dos painéis, optamos por escolher um valor típico $R = 4$ mm, para o cálculo do adimensional R/b_{wf}).

A partir dos valores estatísticos da amostra de cada aeronave, foram calculadas as médias das seis amostras, apresentadas na Tabela 5-1. Como a quantidade de dados disponíveis das células de painéis reforçados de cada aeronave era diferente, foram calculados a média e o desvio padrão de cada variável de cada aeronave primeiramente e, posteriormente, o cálculo da média aritmética desses valores.

Tabela 5-1: Valores estatísticos da amostra.

	b_w/b_s	t_w/t_s	t_s/b_s	a/b_s	R/b_{wf}	b_s [mm]
mínimo	0,108	0,493	0,018	0,964	0,057	51
máximo	0,718	2,457	0,153	10,857	0,412	303
média	0,380	1,104	0,045	4,360	0,110	110
desvio padrão	0,063	0,200	0,013	0,971	0,020	19

Fonte: autor.

A Figura 5-1 apresenta a distribuição do espaçamento entre reforçadores (b_s) e dos parâmetros adimensionais (t_s/b_s , a/b_s , b_w/b_s , t_w/t_s , R/b_{wf}). A curva azul representa a distribuição da dimensão, ou do parâmetro adimensional, considerando o conjunto de dados das seis aeronaves estudadas. Já a curva cinza tracejada representa a distribuição normal desses valores a partir do valor médio e do desvio padrão calculados para cada variável. Nota-se que alguns parâmetros, como a razão de aspecto (a/b_s , Figura 5-1 (c)) e a razão entre a altura e o espaçamento de reforçadores (b_w/b_s , Figura 5-1 (d)), possuem distribuições próximas a de uma distribuição normal, e que independem do carregamento (fluxo compressivo) atuante na aeronave ou na região da asa (raiz ou ponta). Já os parâmetros t_s/b_s (Figura 5-1 (b)), t_w/t_s (Figura 5-1 (e)) e R/b_{wf} (Figura 5-1 (f)) apresentam valores de pico (para a distribuição real) menores que os valores médios calculados, o que pode indicar que tais parâmetros podem depender também do valor do fluxo compressivo na asa. O espaçamento entre reforçadores (b_s , Figura 5-1 (a)) apresenta mais de um pico, pois, dependendo da aeronave, pode-se escolher um espaçamento típico que não varia muito da raiz até a ponta.

Desta forma, para cada terna associada aos adimensionais (t_s/b_s , b_w/b_s , t_w/t_s), encontrados nos painéis destas seis aeronaves, foram determinados, por meio do Princípio de Distribuição de Momentos (BOUGHAN, BAAB, 1944), os coeficientes de flambagem associados, considerando, consistentemente, $\nu = 0,3$ e $R = 0$, uma vez que as curvas levantadas por Boughan e Baab (1944) foram obtidas para estes valores do coeficiente de Poisson e do raio do filete. Os resultados obtidos encontram-se indicados na Figura 5-2 e Figura 5-3, que reproduz as mesmas curvas levantadas por Boughan e Baab (1944), de forma a mostrar claramente quais são os intervalos das relações adimensionais encontrados com mais frequência na indústria aeronáutica, além de evidenciar que cada aeronave possui uma característica diferente, sendo, portanto, interessante criar gráficos que cubram todos estes intervalos de diferentes equipamentos. Os resultados são apresentados em dois gráficos para facilitar a visualização dos resultados de cada aeronave.

Figura 5-1: Distribuição do espaçamento entre reforçadores e dos parâmetros adimensionais.

Fonte: autor.

A Figura 5-2 apresenta, no gráfico original de Boughan e Baab (1944), os pontos correspondentes aos pares $(t_w/t_s, b_w/b_s)$ obtidos para os painéis extradorso de asas de três diferentes aeronaves (aeronaves 1, 2 e 3) com relações geométricas muito semelhantes ($0,5 \leq t_w/t_s \leq 1,2$, $0,3 \leq b_w/b_s \leq 0,5$) levando a valores do coeficiente de flambagem local $k_{s,loc} \approx 3,5$. São aeronaves diferentes que provavelmente possuem limitação na altura do reforçador, devido à matéria prima usada, e dimensionadas para um $k_{s,loc}$ próximo a um $k_{s,glob}$ limitado em 4,0 (limitação discutida na seção 6.2).

Figura 5-2: Coeficiente de flambagem local para o PRI com perfil *blade* para as configurações dos painéis superiores das asas das aeronaves 1, 2 e 3.

Fonte: Boughan e Baab (1944) editado pelo autor.

Já a Figura 5-3 apresenta, novamente no gráfico original de Boughan e Baab (1944), os pontos correspondentes aos pares $(t_w/t_s, b_w/b_s)$ obtidos para os painéis extradorso de asas de outras três aeronaves (aeronaves 4, 5 e 6) com relações geométricas bem diferentes, ocupando uma região do gráfico do coeficiente de flambagem local bem mais dispersa $(0,5 \leq t_w/t_s \leq 2,5, 0,2 \leq b_w/b_s \leq 0,6)$.

Figura 5-3: Coeficiente de flambagem local para o PRI com perfil *blade* para as configurações dos painéis superiores das asas das aeronaves 4, 5 e 6.

Fonte: Boughan e Baab (1944) editado pelo autor.

É importante também ressaltar que, para um PRI não flangeado (perfil tipo *blade*) e feito de um material com $\nu = 0,3$, Farrar (1949) e Niu (2001) mostram que o painel ótimo (painel de menor peso capaz de suportar uma carga de compressão definida) é o painel para o qual temos os seguintes valores de adimensionais: $b_w/b_s = 0,65$ e $t_w/t_s = 2,25$. Desta forma, após analisar os dados das seis aeronaves e o ponto de dimensionamento ótimo conforme descrito por Farrar (pontos vermelhos da Figura 5-2 e Figura 5-3), foram estabelecidos os seguintes intervalos para os quatro adimensionais geométricos que regulam o valor do coeficiente de flambagem local do painel ($k_{s,loc}$):

$$\begin{aligned}
0,2 \leq b_w/b_s &\leq 0,7 \\
0,5 \leq t_w/t_s &\leq 2,5 \\
0,020 \leq t_s/b_s &\leq 0,083 \\
0 \leq R/b_{wf} &\leq 1
\end{aligned}
\tag{5.2}$$

Para esses intervalos, mais de 99% das configurações dos painéis superiores das seis aeronaves analisadas ficam cobertas, conforme indica a Tabela 5-2.

Tabela 5-2: Cobertura da amostra no intervalo escolhido.

		b_w/b_s	t_w/t_s	t_s/b_s	R/b_{wf}
Intervalo	mínimo	0,200	0,500	0,020	0,000
	máximo	0,700	2,500	0,083	1,000
cobertura média		99,2%	100,0%	97,1%	100,0%

Fonte: autor.

Pelos dados da Figura 5-2 (ver também Figura 5-2 e Figura 5-3) observamos que:

- 99,2% dos painéis estudados estão contidos no intervalo $0,2 \leq b_w/b_s \leq 0,7$ (sendo esta, portanto, a região de maior interesse);
- 100% dos painéis estudados estão contidos no intervalo $0,5 \leq t_w/t_s \leq 2,5$;
- 97,1% dos painéis estudados estão dentro do intervalo $0,020 \leq t_s/b_s \leq 0,083$.

Devido à complexidade da formulação de elementos finitos, bem como a complexidade da superfície de resposta para o coeficiente de flambagem local, optou-se por utilizar um software comercial de elementos finitos (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA, 2014), onde a geometria analisada pudesse ser parametrizada de forma a gerar novas configurações automaticamente, permitindo, assim, que um grande número de resultados pudesse ser obtido.

Mesmo assim, sendo impossível analisar todas as combinações possíveis dos quatro adimensionais de interesse para a análise de flambagem local (b_w/b_s , t_w/t_s , t_s/b_s e R/b_{wf}), ainda que dentro dos intervalos considerados, alguns valores discretos foram selecionados para cada um deles, dentro dos intervalos indicados na eq.(5.2), conforme mostrado na Tabela 5-3, com o intuito de simplificar a tarefa de geração

dos modelos e permitir uma adequada interpolação de resultados para os valores não analisados.

Tabela 5-3: Discretização das quatro variáveis adimensionais na flambagem local.

b_w/b_s	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7		
t_w/t_s	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
R/b_{wf}	0	0,18	0,32	0,56	1								
t_s/b_s	0,020	0,033	0,045	0,058	0,083								

Fonte: autor.

Combinando esses valores adimensionais (Tabela 5-3) e excluindo os casos de configurações com raio nulo, já contempladas nos resultados de Boughan e Baab (1944), e as configurações impraticáveis (ex.: $2R + t_w > b_s$), 2558 configurações diferentes foram definidas. As dimensões (b_w , b_s , t_w , t_s e R) destas 2558 configurações foram escolhidas aleatoriamente com base nos valores adimensionais escolhidos (Tabela 5-3) e de suas dimensões médias e desvios padrões (Tabela 5-1), admitindo-se a existência de uma distribuição normal das dimensões estudadas.

5.2 Flambagem global

A respeito da determinação da tensão de flambagem global, Seide e Stein (1949) mostraram que o valor crítico também depende da variável a (comprimento do painel ou espaçamento entre nervuras) e do número de reforçadores (N) do painel, além das dimensões geométricas antes mencionadas (b_s , b_w , t_s e t_w). Assim, considerando as cinco dimensões geométricas, quatro parâmetros adimensionais devem ser criados, um deles sendo a razão t_s/b_s que aparece explicitamente na eq.(3.3). Os três parâmetros adimensionais usados por Seide e Stein (1949) para obter as curvas para o coeficiente de flambagem global, $k_{s, glob}$, uma vez fixado o número N de reforçadores do painel, foram dados pelas razões a/b_s , $E_c I_w / b_s D$ e $A_w / b_s t_s$, onde:

- I_w é o momento de inércia do reforçador em relação ao plano médio do revestimento (veja também SEIDE, 1953, e eq.(3.16));
- $D = \frac{E_c t_s^3}{12(1-\nu^2)}$ é a rigidez à flexão da placa;
- A_w é a área da seção transversal do reforçador.

Assim, de acordo com Seide e Stein (1949), o coeficiente de flambagem global, $k_{s, glob}$, pode ser expresso na forma:

$$k_{s, glob} = f\left(\frac{a}{b_s}, \frac{E_c I_w}{b_s D}, \frac{A_w}{b_s t_s}, N\right) \quad (5.3)$$

Com a introdução do raio de filete (R) como uma nova variável a ser considerada na análise da flambagem global, e seu parâmetro adimensional associado, R/b_{wf} , o coeficiente $k_{s, glob}$ fica expresso, de uma maneira mais geral, como:

$$k_{s, glob} = f\left(\frac{a}{b_s}, \frac{E_c I_w}{b_s D}, \frac{A_w}{b_s t_s}, \frac{R}{b_{wf}}, N\right) \quad (5.4)$$

Neste caso, os parâmetros A_w e I_w devem ser corrigidos, a fim de levar em consideração o efeito do raio de filete, como mostrado na Figura 5-4.

Figura 5-4: Áreas do revestimento (azul) e reforçador (verde) usadas para calcular a tensão crítica da flambagem global.

Fonte: autor.

Seide e Stein (1949) também apresentam as curvas que fornecem o coeficiente de flambagem global de painéis reforçados para o caso limite de um número “infinito” de reforçadores (Figura 2-3), sendo que, neste caso, o número N de reforçadores deixa de ser representativo. Logo, para este caso limite, a eq.(5.4) passa a ser expressa na forma mais simples:

$$k_{s, glob} = f\left(\frac{a}{b_s}, \frac{E_c I_w}{b_s D}, \frac{A_w}{b_s t_s}, \frac{R}{b_{wf}}\right) \quad (5.5)$$

Veremos nos próximos capítulos que, estando o efeito do raio do filete devidamente incorporado nos cálculos de A_w e de I_w , e consequentemente nos adimensionais $A_w/b_s t_s$ e $E_c I_w/b_s D$, não existe uma forte relação de dependência entre o coeficiente de flambagem global e o adimensional R/b_{wf} .

5.3 Cálculo do coeficiente de flambagem

A fim de obtermos novas curvas do coeficiente de flambagem local ($k_{s,loc}$) e global ($k_{s,glob}$) de acordo com o novo conjunto de parâmetros adimensionais, algumas rotinas foram criadas usando Python (PYTHON SOFTWARE FOUNDATION, 2015), Visual Basic Excel (MICROSOFT, 2013) e Abaqus possibilitando: (i) gerar automaticamente diversos modelos de elementos finitos com diferentes configurações geométricas, (ii) simular a análise de flambagem linear para cada um destes modelos usando Abaqus, (iii) obter os resultados das simulações (autovalores e número de semi-ondas), (iv) identificar os modos de flambagem local e global e, finalmente, (v) calcular os coeficientes de flambagem local e global para cada configuração.

Para distinguir os modos de flambagem local e global e para encontrar o número correspondente de semi-ondas, n , os deslocamentos das bordas do painel foram comparados com curvas da função cosseno ($\cos(n\pi x/a)$). Além disto, sabendo que o deslocamento prescrito leva a uma tensão longitudinal unitária e uniforme, i.e. $|\sigma_x|=1$ MPa (conforme eq.(4.1) e eq.4.2), e conhecendo-se o autovalor λ obtido pela análise linear de flambagem, é possível encontrar o coeficiente de flambagem usando a eq.(3.3), resultando:

$$k_s = \lambda |\sigma_x| \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 E_c} \left(\frac{b_s}{t_s} \right)^2 = \lambda \frac{t_s b_s^2}{\pi^2 D} \quad (5.6)$$

Deve-se observar que o módulo de elasticidade do material, E , também deve ser expresso, neste caso, em MPa, e a rigidez D em N.mm.

6 VERIFICAÇÃO DO MÉTODO DE ANÁLISE

Três comparações diferentes são apresentadas neste capítulo considerando os resultados obtidos por diferentes métodos de análise, a saber:

- Resultados numéricos obtidos com os modelos de elementos finitos para PRIs com $R = 0$ (sem raio de filete) serão comparados com os resultados obtidos para o coeficiente de flambagem local de painéis com reforçadores do tipo *blade* seguindo a metodologia de Boughan e Baab (1944). O objetivo desta comparação é determinar quão próximos estão os resultados obtidos com essas duas metodologias alternativas. Um total de onze valores para a razão t_w/t_s e nove valores para a razão b_w/b_s são considerados nesta comparação, totalizando 99 diferentes geometrias de PRIs. Os resultados são apresentados na seção 6.1;
- Resultados numéricos obtidos com modelos de elementos finitos para três razões distintas de R/b_{wf} ($R/b_{wf} = 0$, $R/b_{wf} = 0,18$ e $R/b_{wf} = 0,32$) serão comparados com os resultados obtidos para o coeficiente de flambagem global seguindo a metodologia de Seide e Stein (1949), considerando um número infinito de reforçadores longitudinais. Os resultados são apresentados na seção 6.2;
- Resultados numéricos obtidos com modelos de elementos finitos para PRIs com perfis T serão comparados com resultados experimentais de Houston et al (2016). O objetivo desta comparação é verificar se os resultados numéricos obtidos com a modelagem por elementos finitos (capítulo 4) e com a metodologia de obtenção do coeficiente de flambagem (capítulo 5) são próximos dos resultados experimentais obtidos para um painel com dimensões finitas.

6.1 Comparações feitas para o coeficiente de flambagem local

A Figura 6-1 reproduz o gráfico do coeficiente de flambagem local ($k_{s,loc}$) apresentado por Boughan e Baab (1944) para junções sem filete (ou seja, junções com $R = 0$), onde fica evidente a dependência de $k_{s,loc}$ com os adimensionais t_w/t_s e b_w/b_s . A linha tracejada curva no meio do gráfico o divide em duas regiões distintas: a

superior à esquerda é aquela em que o revestimento flamba restringido pelo reforçador, enquanto que a inferior à direita é aquela em que os reforçadores flambam restringidos pelo revestimento. As curvas apresentadas na Figura 6-1 foram levantadas por Boughan e Baab (1944) considerando um material com $\nu = 0,3$, mas curvas similares a estas podem ser criadas para outros valores do coeficiente de Poisson utilizando a mesma teoria.

Para cada valor fixo de t_w/t_s , entre os onze valores tomados no intervalo $0,5 \leq t_w/t_s \leq 2,0$, nove simulações de elementos finitos considerando valores fixos de b_w/b_s (e $R = 0$) foram realizadas a fim de obter o coeficiente de flambagem local associado ($k_{s,loc}$) usando o modelo apresentado no capítulo 4. Assim, um total de 99 valores numéricos para $k_{s,loc}$ foram obtidos e estão apresentados na Figura 6-1.

Figura 6-1: Validação do coeficiente de flambagem local de painéis reforçados.

Fonte: adaptado de Boughan e Baab (1944) e resultados dos modelos de elementos finitos.

A principal diferença entre as duas abordagens é que o Princípio da Distribuição de Momentos conecta o revestimento ao reforçador pela única linha da sua junção (veja Figura 3-6 (a)), enquanto os modelos de elementos finitos propostos consideram uma região estendida da base do reforçador (veja Figura 3-6 (b)). Com o intuito de avaliar as diferenças entre os valores obtidos para $k_{s,loc}$ utilizando as duas abordagens, vamos definir o desvio absoluto médio (DAM), para um dado valor fixo de $t_w/t_s = (t_w/t_s)_j$, para $1 \leq j \leq 11$, como:

$$(DAM)_j = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 (DA)_{ij} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 \left| \frac{k_{s,loc,1,ij} - k_{s,loc,2,ij}}{k_{s,loc,1,ij}} \right|, \quad \text{for } \frac{t_w}{t_s} = \left(\frac{t_w}{t_s} \right)_j, \quad 1 \leq j \leq 11 \quad (6.1)$$

onde $k_{s,loc,m,ij}$ é o valor do coeficiente de flambagem local obtido pelo modelo clássico ($m = 1$) ou de elementos finitos ($m = 2$), para $b_w/b_s = (b_w/b_s)_i$, $1 \leq i \leq 9$, e para $t_w/t_s = (t_w/t_s)_j$, $1 \leq j \leq 11$, e $(DA)_{ij}$ é o respectivo desvio absoluto encontrado entre os resultados dos modelos para valores de i e j fixos.

A Figura 6-2 mostra que os valores encontrados para os onze desvios absolutos médios são, em geral, menores que 2,0%, e são ligeiramente superiores a 2,0% apenas nas extremidades do gráfico (i.e., para $t_w/t_s = 0,5$ e $t_w/t_s = 2,0$) onde as diferenças entre as espessuras do revestimento e do reforçador são maiores. O menor valor encontrado para o desvio absoluto médio ocorreu para $t_w/t_s = 1,2$, sendo que para tal razão obteve-se $(DAM) \approx 0,27\%$. É importante mencionar que algumas dimensões usadas para as simulações foram escolhidas aleatoriamente para eliminar qualquer característica induzida por uma escolha particular. É também possível notar na Figura 6-1 que os resultados obtidos pelo Princípio da Distribuição de Momentos são conservadores para a flambagem local de PRIs sem junção filetada na maior parte dos casos, sendo que o máximo desvio absoluto (em relação ao resultado obtido pelo MEF) não conservador ficou ao redor de 4,5% (obtido para $t_w/t_s = 2,0$ e $b_w/b_s = 0,7$).

Figura 6-2: Desvios absolutos médios obtidos para $k_{s,loc}$ (método clássico × MEF).

Fonte: autor.

A Figura 6-3 mostra alguns dos valores dos desvios absolutos $(DA)_{ij}$ em função dos valores do adimensional t_s/b_s considerados nas análises realizadas. Os valores dos desvios $(DA)_{ij}$ indicados na Figura 6-3 foram obtidos para os casos de $t_w/t_s = 0,5$ e de $t_w/t_s = 2,0$ (ou seja, para os dois casos em que os desvios absolutos médios foram superiores a 2,0%) e para todos os valores de $b_w/b_s = (b_w/b_s)_i$, $1 \leq i \leq 9$. Apesar de haver uma dispersão considerável nos resultados obtidos, as duas linhas de tendência mostradas na Figura 6-3, para cada um dos valores de t_w/t_s , parecem indicar uma tendência de haver menores desvios absolutos à medida que a razão t_s/b_s diminui.

Figura 6-3: Desvios absolutos obtidos para $k_{s,loc}$ (para $t_w/t_s = 0,5$ e $t_w/t_s = 2,0$).

Fonte: autor.

Assim, no caso de placas muito finas (i.e., para valores bem pequenos de t_s/b_s), que deve ser o caso considerado nos gráficos apresentados por Boughan e Baab (1944), os desvios absolutos correspondentes aos valores de $k_{s,loc}$, obtidos pela aplicação do modelo clássico e pela simulação do modelo em elementos finitos 3D, não são tão grandes, o que nos permite concluir que os resultados obtidos pela aplicação do método clássico correlacionam-se muito bem com os resultados obtidos pelas simulações com elementos finitos 3D. O uso de placas muito finas era provavelmente comum em muitos painéis reforçados usados na construção de aviões na época em que as curvas de Boughan e Baab (1944) foram criadas. Porém, hoje em dia, as envergaduras maiores encontradas nas aeronaves e o uso de alturas menores para os caixões principais da asa levam a revestimentos mais espessos e, conseqüentemente, a valores maiores de t_s/b_s . Assim, nos casos em que há valores maiores de t_s/b_s e também maiores diferenças entre as espessuras dos reforçadores e do revestimento (i.e., valores mais altos ou mais baixos encontrados para t_w/t_s), podemos encontrar maiores desvios entre os resultados obtidos para $k_{s,loc}$ utilizando a teoria clássica e a modelagem com elementos finitos. Nestes casos, deve-se ter cuidado com o uso das curvas apresentadas por Boughan e Baab

(1944), já que os valores fornecidos pelo método clássico para $k_{s,loc}$ não estão sempre a favor da segurança (ou seja, o valor indicado nos gráficos pode ser superior ao obtido por meio do MEF).

6.2 Comparações feitas para o coeficiente de flambagem global

Seide e Stein (1949) apresentaram 12 gráficos de flambagem global de painéis reforçados com um, dois, três e um número infinito de reforçadores longitudinais. Para validar a metodologia apresentada na seção 5.2, no que tange à determinação do coeficiente de flambagem global, os resultados obtidos para $k_{s,glob}$, para várias configurações de PRIs simuladas por meio do modelo de elementos finitos apresentado no capítulo 4, serão comparados com os resultados obtidos por meio da metodologia apresentada por Seide e Stein (1949), para o caso específico de painéis com um número infinito de reforçadores e para uma razão de área (ou seja, razão entre a área do reforçador e a área do revestimento) $A_w/b_s t_s = 0,4$.

Na Figura 6-4 as linhas contínuas azuis representam os valores de $k_{s,glob}$ obtidos por meio de uma rotina em VBA Excel que usa o método da energia de Rayleigh-Ritz (conforme SEIDE; STEIN, 1949) e o momento de inércia modificado introduzido por Seide (1953). Os pontos mostrados na Figura 6-4 correspondem aos valores obtidos para $k_{s,glob}$ pelas simulações com modelos de elementos finitos, sendo que um total de $38 \times 3 = 114$ modelos de elementos finitos usando a metodologia descrita na seção 4.3 foram simulados. As dimensões dos PRIs foram escolhidas para que algumas razões adimensionais pré-definidas pudessem ser validadas. O valor da razão $A_w/b_s t_s$ foi considerado fixo ($A_w/b_s t_s = 0,4$), já os valores da razão $E_c I_w/b_s D$ variaram no intervalo de [5, 300] e um total de 8 valores diferentes para esta razão foram considerados ($E_c I_w/b_s D = 5, 20, 60, 100, 150, 200, 250, 300$). Finalmente, os valores da razão a/b_s variaram no intervalo [1, 8], e somente valores inteiros para esta razão foram considerados neste intervalo. Para cada conjunto fixo de valores das razões adimensionais, três diferentes razões de raios de filetes foram consideradas na análise ($R/b_{wf} = 0, R/b_{wf} = 0,18$ e $R/b_{wf} = 0,32$).

É importante observar que, no trabalho de Seide e Stein (1949), todas as curvas apresentadas foram limitadas a $k_{s,glob} = 4$, pois foi considerada a hipótese de que o revestimento está sempre simplesmente apoiado nos reforçadores, no caso da flambagem local do revestimento (ou seja, a rigidez dos reforçadores foi totalmente

desprezada). Porém, como os coeficientes de flambagem local (Figura 6-1) e global (Figura 6-4) são obtidos separadamente, é desnecessário incluir tal limitação nas curvas de flambagem global. Deste modo, as linhas coloridas apresentadas na Figura 6-4 não foram limitadas a $k_s = 4$, sendo isto confirmado pelos resultados numéricos obtidos por meio de algumas das simulações com elementos finitos que apontaram valores de $k_{s, glob}$ superiores a 4.

Figura 6-4: Validação para o cálculo do coeficiente de flambagem global de painéis reforçados (para um número infinito de reforçadores longitudinais e $A_w/b_{st_s} = 0,4$).

Símbolos: ○ para $R/b_{wf} = 0$, ▲ para $R/b_{wf} = 0,18$, ■ para $R/b_{wf} = 0,32$.

Fonte: adaptado de Seide e Stein (1949).

É possível observar que os resultados obtidos para $k_{s, glob}$ por elementos finitos são muito próximos dos resultados apresentados por Seide e Stein (1949) em todos os casos, com e sem raio de filete. Em particular, para cada par de valores fixos escolhidos para os adimensionais a/b e $E_c I_w / b_s D$, os desvios nos valores de $k_{s, glob}$ (considerando os dois métodos de cálculo), obtidos para os três diferentes valores do adimensional R/b_{wf} , são mínimos, sendo o máximo desvio observado entre eles de 2,6%.

Do exposto, pode-se concluir que as fórmulas analíticas fornecidas por Seide e Stein (1949) e Seide (1953) podem ser usadas efetivamente para estimar o

coeficiente de flambagem global, tanto para os casos de painéis sem raio de filete ou com raio de filete. Além disso, foi possível notar que, para $0 \leq R/b_{wf} \leq 0,32$, os desvios nos valores calculados para o coeficiente de flambagem global foram insignificantes: o máximo desvio, não conservador, entre os resultados obtidos por elementos finitos e os resultados obtidos pelo método clássico (para todos os 114 estudos de caso considerados) foi de cerca de 2,1%.

Podemos ainda inferir que, uma vez que a influência do raio do filete, R , seja devidamente incorporada no cálculo da área do reforçador, A_w , e no cálculo do momento de inércia modificado do reforçador, I_w (conforme eq.(3.16)), nada parece indicar uma forte dependência entre o coeficiente de flambagem global, $k_{s, glob}$, e o adimensional R/b_{wf} (conforme podemos observar nos resultados trazidos pela Figura 6-4). Assim, o coeficiente de flambagem global, $k_{s, glob}$, depende basicamente dos adimensionais a/b_s , $E_c I_w / b_s D$ e $A_w / b_s t_s$, além do número de reforçadores (N), conforme descrito na eq.(5.3). Podemos ainda concluir que a formulação de Seide e Stein (1949) fornece resultados tão bons quanto os que podem ser obtidos por modelos de elementos finitos 3D, desde que o raio do filete seja adequadamente incorporado no cálculo da área do reforçador, A_w , e no cálculo do momento de inércia modificado do reforçador, I_w , como proposto por Seide (1953).

6.3 Comparações feitas com resultados experimentais

Com o intuito de validar a forma de modelagem por elementos finitos proposta neste trabalho (capítulo 4), resultados experimentais apresentados por Houston et al (2016), envolvendo a flambagem de dois corpos-de-prova de PRIs com perfis T, serão utilizados. Esses resultados são representativos, pois os corpos-de-prova foram projetados para suportar uma carga de colapso última de 1500 N/mm, representando um carregamento crítico médio de um painel superior de asa de um avião médio de corredor único. Apesar de os painéis ensaiados por Houston et al (2016) possuírem reforçadores diferentes dos utilizados neste trabalho (ver Figura 6-5 e Figura 1-3), e as condições de contorno não refletirem exatamente as encontradas em painéis infinitos, veremos que a metodologia proposta nos capítulos anteriores é capaz de fornecer valores bastante próximos aos obtidos experimentalmente.

A Figura 6-5 (a) ilustra o corpo-de-prova A, representado por um *quad half-bay* com três reforçadores primários de seção T com duas nervuras como suportes transversais e suportes laterais nas bordas longitudinais. Já o corpo-de-prova B, ilustrado na Figura 6-5 (b), tem suportes e reforçadores similares e 8 sub-reforçadores (2 perfis *blade* como recursos de contenção de flambagem, *BCF* – *buckling containment features*, em cada baia do revestimento).

Figura 6-5: Corpos-de-prova de painéis superiores de asa: convencional e BCF.

(a) Corpo-de-prova A

(b) Corpo-de-prova B

Fonte: Houston et al (2016).

Para a determinação do carregamento crítico que leva à flambagem local (inicial) de cada uma destas configurações, utilizamos o modelo de elementos finitos *double half-bay* apresentado na seção 4.1, com as adaptações necessárias para que fosse considerado o perfil T (ao invés do perfil *blade*) como reforçador principal (para simular os corpos-de-prova A e B) e a inclusão de dois sub-reforçadores *blade*, à esquerda e à direita do reforçador principal (para simular o corpo-de-prova B).

Deve-se ressaltar, porém, que as mesmas condições de contorno apresentadas na seção 4.1 foram utilizadas nestas simulações, de modo a reproduzir o comportamento de um painel, com largura e comprimento infinitos, sujeito a tensões compressivas unitárias na direção longitudinal. As Figura 6-6 (a) e (b) ilustram os modos de flambagem dos dois corpos-de-prova obtidos por meio das simulações com elementos finitos. Para todos os modelos de elementos finitos, o coeficiente de

Poisson foi de $\nu = 0,33$, não indicado no artigo original. As dimensões dos painéis e o valor do módulo de elasticidade à compressão foram retirados do artigo (HOUSTON et al, 2016). Deve-se ressaltar que os autores não indicaram os valores dos raios de filete empregados nos painéis, de tal forma que foi necessário estimar estes valores com base nos desenhos apresentados (admitindo que estivessem em escala). O valor utilizado nas simulações foi $R = 4,76$ mm (para ambos os corpos-de-prova A e B).

Outro ponto que deve ser ressaltado é a existência dos suportes laterais nos corpos-de-prova, que devem ter sido incluídos para evitar a flambagem elástica global e que contribuem também para o aumento da carga crítica de flambagem local. Como tais suportes laterais não são considerados no modelo de elementos finitos (que está baseado na hipótese de painel infinito), pode haver alguma diferença entre os resultados experimentais e numéricos.

Figura 6-6: Representações dos CDPs por meio de elementos finitos.

Fonte: autor.

A Tabela 6-1 mostra os resultados experimentais obtidos por Houston et al (2016) para os corpos-de-prova A e B, e os resultados obtidos com os modelos de elementos finitos propostos neste trabalho. Os autovalores, λ , e a tensão de flambagem local, σ_{loc} , têm o mesmo valor numérico, devido à aplicação de tensões de compressão unitárias nos modelos de elementos finitos. O $k_{s,loc}$ foi calculado

usando a eq.(5.6) e o carregamento de flambagem local crítico é dado por $F_{loc} = \sigma_{loc} \cdot A_{medido}$.

Tabela 6-1: Comparação entre os carregamentos de início de flambagem local (experimental × MEF).

CDP	Houston et al				MEF				
	$E_{projeto}$ [GPa]	A_{medido} [mm ²]	número de semi-ondas locais	F_{exp} [kN]	λ, σ_{loc} [MPa]	$k_{s,loc}$	número de semi-ondas locais	F_{loc} [kN]	Desvio
A	76,5	2273	4	685,0	303,0	4,84	5	688,6	0,5%
B	76,5	2028	2	713,0	306,7	12,12	2	622,0	-12,8%

Fonte: autor.

O carregamento inicial de flambagem local é muito similar para o corpo-de-prova A (diferença percentual de apenas 0,5% entre resultado experimental e numérico). Já para o caso do corpo-de-prova B, a diferença é um pouco maior, mas o resultado obtido por elementos finitos está a favor da segurança (prevê uma carga de flambagem 12,8% menor que a obtida experimentalmente).

Como comentado anteriormente, esta diferença pode ser devida aos suportes laterais que tendem a aumentar o carregamento de flambagem crítico no ensaio experimental. Outra razão que pode explicar esta diferença no carregamento de flambagem pode ser atribuída ao uso dos valores nominais das dimensões do painel (sem a indicação dos valores dos raios dos filetes) e o uso do módulo de elasticidade de projeto nos modelos de elementos finitos.

7 INFLUÊNCIA DO RAO DE FILETE

Neste capítulo será analisada a influência do raio de filete nos coeficientes de flambagem local e global por meio de simulações numéricas. Com o intuito de validar o modelo de elementos finitos descrito no capítulo 4, estudos comparativos entre resultados numéricos e analíticos da literatura serão realizados.

Após a realização de estudos paramétricos para averiguar a influência do raio de filete e das validações do modelo, serão gerados e apresentados novos gráficos para o coeficiente de flambagem local que consideram o efeito deste parâmetro geométrico.

7.1 Estudos Preliminares sobre o efeito do raio

Para estudar a influência do raio de filete nos valores dos coeficientes de flambagem local e global de painéis com reforçadores integrados, uma configuração típica foi inicialmente escolhida para uma avaliação preliminar. Baseando-nos na Figura 1-3 e na Figura 4-2, as dimensões do PRI escolhidas para este estudo de caso foram: $b_s = 90$ mm, $h = 35$ mm, $t_s = t_w = 3,5$ mm e $a = 450$ mm, resultando os seguintes adimensionais: $b_w/b_s = 0,369$, $t_w/t_s = 1$, $t_s/b_s = 0,039$ e $a/b_s = 5$. Em asas metálicas com PRIs, um material comumente usado em painéis superiores é o alumínio 7050-T7451 cujas constantes elásticas são: $E_c = 73,1$ GPa (módulo de Young à compressão) e $\nu = 0,33$ (coeficiente de Poisson). Estes são os valores das constantes elásticas utilizados nas simulações com elementos finitos cujos resultados serão apresentados neste capítulo.

Seguindo a proposta de modelagem apresentada no capítulo 4, 32 modelos de elementos finitos foram criados, cada um com um valor diferente para o raio de filete no intervalo $0 \leq R \leq 31$ mm, considerando incrementos de 1 mm para cada valor de raio. Como, para as dimensões consideradas neste estudo de caso, temos $b_{wf} = 31,5$ mm, vemos que o adimensional R/b_{wf} irá variar no intervalo $0 \leq R/b_{wf} \leq 0,984$, de forma que o máximo valor do raio de filete ficará bem próximo da altura livre do reforçador.

7.1.1 Efeito do raio sobre o coeficiente de flambagem global

A Figura 7-1 mostra os valores do coeficiente de flambagem global, $k_{s, glob}$, obtidos para os 32 valores de raios de filete, considerando os dois métodos de análise: i) a formulação clássica baseada nos trabalhos de Seide e Stein (1949) e de Seide (1953), apresentada no capítulo 3, e ii) o método dos elementos finitos (como apresentado nos capítulos 4 e 5). O valor da área da seção transversal do painel, com o aumento do raio de filete, é também mostrado na Figura 7-1.

Figura 7-1: Influência do raio de filete de um PRI com geometria típica no coeficiente de flambagem global do painel (Dados: $b_s = 90\text{mm}$, $h = 35\text{mm}$, $t_s = t_w = 3,5\text{mm}$, $a = 450\text{mm}$).

Fonte: autor.

A Figura 7-1 mostra que, para esta configuração, o $k_{s, glob}$ tem uma suave diminuição com o aumento do raio de filete. Isso se deve ao fato de que, com o aumento do raio, o momento de inércia do reforçador em relação ao plano médio da espessura do revestimento aumenta, mas não de forma significativa, pois o centroide da área associada ao raio do filete está localizado próximo ao plano médio do revestimento (ver Eq.(3.16)). Já o aumento da área do reforçador, visto de forma isolada, leva a uma diminuição no valor de $k_{s, glob}$. Considerando a influência conjunta destes três parâmetros (posição do centro de gravidade, área e momento de inércia do reforçador), verifica-se que o coeficiente de flambagem global tem uma pequena

redução para raios de filete pequenos e médios e um posterior aumento para raios grandes, como ilustrado na Figura 7-1.

Entretanto, o aumento do raio do filete também leva a um aumento da área da seção transversal do PRI, superando o efeito contrário da redução do $k_{s,glob}$ no cômputo da carga de flambagem. Assim, considerando esses dois efeitos, existe de fato um aumento na carga de flambagem global com o aumento do raio de filete, como será discutido mais adiante.

Ainda com referência à tensão de flambagem global, os valores encontrados pelas simulações por elementos finitos com elementos sólidos são próximos dos previstos pelo modelo apresentado por Seide e Stein (1949), como pode ser notado na Figura 7-1 e também pelos resultados apresentados na seção 6.2. No entanto, é importante registrar que, para este caso, as estimativas fornecidas pelo modelo analítico podem não ser conservadoras em alguns casos, como se pode ver na Figura 7-1 no intervalo $0 \leq R/b_{wf} \leq 0,5$. Mesmo assim nota-se que os valores oriundos do modelo analítico (curva laranja) são bem próximos dos resultados obtidos dos modelos de elementos finitos com elementos sólidos (curva azul).

7.1.2 Efeito do raio sobre o coeficiente de flambagem local

A respeito da influência do parâmetro adimensional R/b_{wf} no coeficiente de flambagem local, a Figura 7-2 mostra o comportamento de $k_{s,loc}$ com o aumento da razão R/b_{wf} . Este gráfico apresenta os resultados para a configuração típica escolhida utilizando para isso modelos de elementos finitos com modos ímpares (ou seja, com um número ímpar de semi-ondas entre os apoios) e modos pares anteriores e posteriores, conforme explicado na seção 4.1. Nota-se que, à medida que o raio do filete aumenta, o coeficiente de flambagem local também cresce, de forma aproximadamente parabólica.

Pode-se observar nitidamente que os desvios entre os resultados obtidos para os modos ímpares e os resultados obtidos para os modos pares foram muito pequenos para este estudo de caso (desvio máximo é inferior a 0,8%). Contudo, após a análise de diversas outras configurações de painéis reforçados estudadas neste trabalho, com dimensões escolhidas aleatoriamente, foi possível constatar que nem sempre o valor do coeficiente de flambagem mínimo está associado a um modo ímpar (modelo frequentemente usado na indústria, que não usa a concatenação entre modos pares

e ímpares). Das milhares de análises realizadas, constatamos que o máximo desvio (não conservador), caso o coeficiente de flambagem fosse determinado com modos ímpares, foi de 16,7% (ou seja, houve casos em que o menor coeficiente de flambagem obtido para um modo ímpar foi 16,7% superior ao menor coeficiente de flambagem obtido para um modo par). Desta forma, é importante observar que tanto os modos ímpares quanto os modos pares sejam considerados nos modelos de elementos finitos para a determinação do valor mínimo do coeficiente de flambagem local.

Figura 7-2: Variação de $k_{s,loc}$ em função do raio para a geometria escolhida. Resultados para os modelos com modos ímpares e pares (Dados: $b_s = 90\text{mm}$, $h = 35\text{mm}$, $t_s = t_w = 3,5\text{mm}$, $a = 450\text{mm}$).

Fonte: autor.

A fim de avaliar se o coeficiente de flambagem pode depender de outros adimensionais (além dos adimensionais b_w/b_s , t_w/t_s e R/b_{wf} , que seguramente influenciam o valor deste coeficiente), foram realizadas novas simulações com elementos finitos para outras configurações de painéis reforçados, de modo a manter algumas relações fixas (b_w/b_s e t_w/t_s) enquanto outras relações, ou dimensões, foram escolhidas aleatoriamente (a/b_s , t_s/b_s e b_s).

Os resultados obtidos nestas análises estão apresentados na Figura 7-3, onde a curva amarela traz os valores mínimos do coeficiente de flambagem para o caso

específico do estudo de caso apresentado anteriormente (ou seja, são os valores mínimos obtidos a partir da Figura 7-2 para cada valor do adimensional R/b_{wf} , e considerando os seguintes valores para os adimensionais do painel: $b_w/b_s = 0,369$, $t_w/t_s = 1$, $t_s/b_s = 0,039$ e $a/b_s = 5$). Já a curva azul traz os resultados obtidos para os menores valores do coeficiente de flambagem local obtidos para valores de a/b_s , t_s/b_s e b_s tomados aleatoriamente. Apesar de esta nova curva mostrar que há uma tendência de crescimento de $k_{s,loc}$ com o aumento do raio, pode-se verificar que não há um crescimento suave, e que a curva também não é monotonicamente crescente com o aumento de R/b_{wf} . Do exposto, pode-se constatar que o coeficiente de flambagem local deve depender de outro adimensional que não os já assinalados anteriormente (b_w/b_s , t_w/t_s e R/b_{wf}).

Figura 7-3: Variação de $k_{s,loc}$ em função do raio para valores aleatórios de a/b_s , t_s/b_s e b_s

Fonte: autor.

Para encontrar uma explicação sobre o comportamento de $k_{s,loc}$ observado na Figura 7-3 (curva azul), novas simulações foram realizadas como descrito a seguir: inicialmente foram simulados diversos modelos para os quais as relações a/b_s e t_s/b_s , bem como a largura do painel, b_s , variavam aleatoriamente e notou-se que a razão a/b_s não influenciava a carga crítica de flambagem local, mas apenas a flambagem

global, como era de se esperar. Concluímos, daí, que o coeficiente de flambagem local, $k_{s,loc}$, não depende da razão de aspecto a/b_s do painel.

Além das variações das razões adimensionais (a/b_s , t_s/b_s , b_w/b_s e t_w/t_s), o espaçamento entre reforçadores, b_s , também foi escolhido aleatoriamente, com base nos valores típicos apresentados na Tabela 5.2 (ou seja, considerando o valor médio e o desvio padrão desta variável). Assim, levando em consideração a discretização das razões adimensionais proposta na Tabela 5.3, todas as seis dimensões (a , b_w , b_s , t_w , t_s e R) foram determinadas para cada configuração simulada.

Além das simulações descritas acima, outras foram realizadas mantendo apenas duas razões adimensionais fixas ($b_w/b_s = 0,369$ e $t_w/t_s = 1$) e considerando quatro novos valores para a razão t_s/b_s , isto é, $t_s/b_s = 0,020$, $t_s/b_s = 0,033$, $t_s/b_s = 0,058$ e $t_s/b_s = 0,120$ (além da razão $t_s/b_s = 0,039$, já considerada no estudo anterior). Para cada um destes quatro novos valores de t_s/b_s , foram realizadas 11 simulações em elementos finitos para 11 diferentes valores da razão R/b_{wf} , totalizando 44 simulações (além das 32 simulações feitas anteriormente para a razão $t_s/b_s = 0,039$). Os resultados obtidos estão mostrados na Figura 7-4 que mostra o comportamento de $k_{s,loc}$ com o aumento da razão R/b_{wf} para cada conjunto de razões adimensionais fixas (b_w/b_s , t_w/t_s e t_s/b_s).

Para as cinco razões do adimensional t_s/b_s analisadas, pode-se notar que $k_{s,loc}$ tem uma variação quase parabólica com o aumento do raio de filete. Também é possível observar que a influência do aumento do raio de filete no coeficiente de flambagem local é mais pronunciada para pequenas razões de t_s/b_s .

Figura 7-4: Influência do raio de filete no coeficiente de flambagem local de PRIs do tipo *blade*, para $b_w/b_s = 0,369$, $t_w/t_s = 1$ e valores aleatórios de a/b_s e de b_s .

Fonte: autor.

Pode-se notar também, pela Figura 7-4, que cada curva inicia praticamente com o mesmo valor de $k_{s,loc}$ (obtido para $R/b_{wf} = 0$), que pode ser obtido pelo gráfico da Figura A-1 que fornece $k_{s,loc} \cong 3,971$ (que considera, neste caso, $\nu = 0,33$). Para este caso específico (isto é, para $R/b_{wf} = 0$ e $t_w/t_s = 1$), $k_{s,loc}$ não é dependente da razão t_s/b_s . Porém, quando a razão R/b_{wf} é considerada no modelamento, é nítida a dependência da razão t_s/b_s no coeficiente de flambagem local. Em outras palavras, o expoente “2” da razão t_s/b_s na eq.(3.3) (que fornece a tensão crítica de flambagem local do painel) deve assumir outros valores quando razões $R/b_{wf} > 0$ passam a ser consideradas, de forma que a eq.(3.3) não é, na verdade, uma fórmula geral. Naturalmente, há dois caminhos alternativos para corrigir o problema:

- i) manter a fórmula que fornece a tensão crítica de flambagem local exatamente como indicado na eq.(3.3) e embutir a correção dos efeitos de R/b_{wf} e de t_s/b_s no coeficiente de flambagem local $k_{s,loc}$ (que passa a depender não só dos adimensionais t_w/t_s e b_w/b_s , mas também dos adimensionais R/b_{wf} e t_s/b_s) ou
- ii) alterar a eq.(3.3) para uma forma mais simples dada por:

$$\sigma_{cr} = k_s \frac{\pi^2 E_c}{12(1-\nu^2)}, \quad \text{onde} \quad k_s = k_s \left(\frac{t_w}{t_s}, \frac{b_w}{b_s}, \frac{t_s}{b_s}, \frac{R}{b_{wf}} \right) \quad (7.1)$$

Embora as duas alternativas sejam possíveis, e apesar de a segunda alternativa parecer mais interessante (dada sua maior simplicidade), optamos por adotar a alternativa (i) neste trabalho pelas seguintes razões:

- A eq.(3.3) é amplamente conhecida e utilizada em inúmeras aplicações e referências bibliográficas;
- Estudos anteriores, como os que embasaram este trabalho (BOUGHAN; BAAB, 1944, para a flambagem local, e SEIDE; STEIN, 1949; SEIDE, 1953, para a flambagem global), consideram o coeficiente de flambagem (local ou global, conforme o caso) como sendo independente do adimensional t_s/b_s , de tal forma que uma reinterpretação deste coeficiente (como proposto pela eq.(7.1)) não traria benefícios significativos (principalmente para o caso em que $R/b_{wf} = 0$, já que neste caso o coeficiente de flambagem – como apresentado na eq.(3.3) – independe da razão t_s/b_s).

Outro ponto importante a ser levantado é que, como podemos ver na Figura 7-4, o valor de $k_{s,loc}$ pode ser maior que 6,96 para algumas configurações de PRIs com junções filetadas, contradizendo os resultados da teoria clássica, que limitam o valor máximo deste coeficiente a 6,96 (ver, p.ex., YOUNG, BUDYNAS, 2002, tabela 15.2, casos 1b e 1c).

Também verificamos que, para duas configurações diferentes de painéis que tenham os mesmos valores para as quatro razões adimensionais apresentadas na seção 5.1 (isto é, t_w/t_s , b_w/b_s , t_s/b_s e R/b_{wf} , além de ν), o mesmo valor do coeficiente de flambagem local, $k_{s,loc}$, é obtido para os dois painéis semelhantes, o que demonstra que esses quatro parâmetros adimensionais são suficientes para representar o fenômeno da flambagem local de qualquer PRI do tipo *blade*. A Figura 7-5 apresenta dois PRIs com dimensões diferentes, mas com adimensionais iguais ($t_w/t_s = 1$, $b_w/b_s = 0,369$, $t_s/b_s = 0,039$ e $R/b_{wf} = 0,40$) que apresentam valores de $k_{s,loc}$ praticamente iguais. Neste caso, o desvio de $k_{s,loc}$ é de 1,0%, que é um desvio bastante pequeno. Nota-se a proporcionalidade entre as dimensões das seções transversais nos dois casos e que a razão de aspecto, a/b_s , é diferente, causando um número diferente de semi-ondas.

Figura 7-5: Comparação entre duas configurações com mesmos parâmetros adimensionais.

Fonte: autor.

A respeito do aumento da capacidade do PRI estudado, neste estudo de caso, de suportar cargas compressivas, a Figura 7-6 mostra o comportamento do carregamento crítico compressivo total aplicado ao painel (levando tanto ao modo de falha de flambagem local quanto ao global) com o aumento do raio do filete. Como mencionado antes, pode ser visto que, apesar de haver uma diminuição do coeficiente de flambagem global com o aumento do parâmetro adimensional R/b_{wf} , a capacidade de o painel suportar maiores cargas compressivas (considerando a flambagem global) aumenta monotonamente com o aumento de R/b_{wf} , passando de $P_{cr, glob} = 118 \text{ kN}$ (para $R/b_{wf} = 0$) para $P_{cr, glob} = 188 \text{ kN}$ (para $R/b_{wf} \cong 1$), representando um aumento de até 59% no carregamento que leva à flambagem global (considerando a área da seção transversal de uma única célula do painel reforçado, como indicado na Figura 5-4). Da mesma maneira, um comportamento similar ocorre na flambagem local: o carregamento crítico neste caso aumenta de $P_{cr, loc} = 170 \text{ kN}$ (para $R/b_{wf} = 0$) para $P_{cr, loc} = 1880 \text{ kN}$ (para $R/b_{wf} \cong 1$), desde que seja válida a hipótese de que o material permaneça no regime elástico linear, o que representa um aumento de 1006% no carregamento de flambagem local.

Figura 7-6: Influência do R/b_{wf} no carregamento da flambagem global e local do PRI estudado.

Fonte: autor.

7.2 Validação do modelo de elementos finitos

7.2.1 Painel com reforçadores integrados com junções filetadas

Fenner e Watson (2012) investigaram a influência do raio de filete no desempenho à flambagem de um PRI por meio do uso dos programas de elementos finitos MSC PATRAN, como pré-processador, e MSC NASTRAN. A investigação feita baseou-se na geometria de um painel reforçado oriundo de um estudo da NASA (STROUD; GREENE; ANDERSON, 1984) cujas dimensões básicas são dadas por: $b_s = 127$ mm, $t_s = 1,27$ mm, $b_w = 34,34$ mm, $t_w = 1,473$ mm e $a = 762$ mm.

Como os próprios autores, Fenner e Watson, reportaram em seu trabalho, a razão $t_s/b_s = 0,010$ encontrada nesse painel não é necessariamente representativa de uma estrutura de asa. Por causa disto, a razão $t_s/b_s = 0,010$ não foi selecionada para ser avaliada nesta tese, uma vez que as espessuras do revestimento são maiores em relação ao espaçamento dos reforçadores ($0,020 \leq t_s/b_s \leq 0,083$, ver seção 5.1). Contudo, dada à falta de resultados (numéricos, analíticos ou experimentais) publicados na literatura, e que abordam a influência do raio de filete na flambagem de painéis reforçados, optamos por utilizar os resultados publicados por Fenner e Watson (2012) como base de comparação com os resultados obtidos

com os modelos apresentados nesse trabalho, apesar de a geometria do painel não ser representativa de uma estrutura de asa. É oportuno ressaltar, ainda, que Fenner e Watson utilizaram outro programa de elementos finitos e outra forma de modelar o painel reforçado sob um carregamento compressivo uniaxial, de tal forma que os modelos aqui apresentados não são uma mera repetição do modelo proposto por Fenner e Watson.

A primeira comparação entre os resultados obtidos (considerando o modelo de elementos finitos proposto por Fenner e Watson e o modelo de elementos finitos apresentado no capítulo 4) foi realizada para o caso em que $R = 0$ (junção sem raio de filete), considerando a mesma geometria do painel reforçado analisado por Fenner e Watson (2012). Os coeficientes de flambagem, local e global, deste painel (para $R = 0$) foram então calculados utilizando as formulações analíticas (BOUGHAN; BAAB, 1944, para flambagem local, SEIDE; STEIN, 1949; SEIDE, 1953, para flambagem global) e comparados com os resultados obtidos pelos modelos de elementos finitos apresentados neste trabalho e o apresentado por Fenner e Watson (2012).

A Tabela 7-1 mostra todos os resultados obtidos e pode-se notar uma boa correlação entre os resultados previstos pelas fórmulas analíticas e os resultados dos modelos de elementos finitos sem raio de filete. Embora os resultados obtidos pelos modelos de elementos finitos de Fenner e Watson (2012) sejam bem próximos dos obtidos pelos modelos analíticos (com cerca de 5% de desvio), eles não representam suficientemente bem a condição de comprimento infinito como relatado por Fenner, Watson e Featherston (2016). O modelo de Fenner e Watson (2012) usa um modelo de painel *single bay* com 6 reforçadores, simplesmente apoiado nas quatro bordas. Já, nesse trabalho, um modelo mais simples de elementos finitos, na forma de um *double half-bay* com um único reforçador e que concatena os resultados de modelos com modos ímpares e pares, é capaz de representar a condição de painel infinito em ambas direções (comprimento e largura) com resultados mais próximos aos obtidos analiticamente, como podemos ver pelos resultados da Tabela 7-1.

Tabela 7-1: Comparação entre os coeficientes de flambagem, k_s , para os painéis reforçados da NASA ($b_s = 127$ mm, $b_w = 34,34$ mm, $t_s = 1,27$ mm, $t_w = 1,473$ mm, $a = 762$ mm e $R = 0$).

	k_s para $R = 0$			
	local		global	
analítico	4,512	-	13,880	-
MEF	4,512	0,00%	13,678	-1,46%
Fenner & Watson	4,759	5,47%	14,513	4,56%

Fonte: autor.

A Tabela 7-2 apresenta os valores e as variações dos coeficientes de flambagem local e global considerando os casos em que $R = 0$ (junção quadrada) e $R = 5$ mm. Como as tensões críticas são proporcionais aos coeficientes de flambagem, a variação no coeficiente é a mesma variação na tensão crítica desde que se considere t_s/b_s fixo (como é o caso). Pode-se observar que as variações obtidas são próximas se compararmos os resultados obtidos pelo modelo de elementos finitos apresentado no capítulo 4 e os resultados obtidos por Fenner e Watson (2012). No caso estudado, a tensão de flambagem local teve um aumento de 29,20% quando se aumenta o raio (de $R = 0$ para $R = 5$ mm). Já para a tensão de flambagem global, houve um decréscimo de cerca de 3,0% com o aumento do raio, de forma similar ao registrado em um caso anterior (ver Figura 7-1).

Tabela 7-2: Estudo comparativo referente às variações nas tensões de flambagem local e global para os casos em que $R = 0$ (junção quadrada) e $R = 5$ mm.

R [mm]	MEF		Fenner & Watson	
	$k_{s,loc}$	$k_{s,glob}$	$k_{s,loc}$	$k_{s,glob}$
0	4,512	13,678	4,759	14,513
5	5,830	13,264	6,057	14,057
	29,20%	-3,02%	27,28%	-3,14%

Fonte: autor.

Considerando, neste caso específico, tanto as variações nos coeficientes de flambagem quanto as variações nas propriedades geométricas do painel (em virtude do aumento do raio), a Tabela 7-3 mostra que as variações nas cargas de flambagem local e global do painel, calculadas pelos dois modelos de elementos finitos, são muito próximas uma da outra, observando-se um aumento de 35,78% (33,76% segundo Fenner e Watson (2012)) para a carga de flambagem local e de

1,91% (1,78% segundo Fenner e Watson (2012)) para a carga de flambagem global. Outro aspecto a destacar é que os aumentos percentuais nos carregamentos críticos são maiores que os aumentos percentuais nas tensões críticas, pois o aumento do raio de filete leva a um aumento da área da seção, além do próprio aumento na tensão crítica (proporcional ao coeficiente de flambagem apresentado na Tabela 7-2).

Logo, um raio de filete de 5 mm leva a um aumento de cerca de 36% na carga crítica de flambagem local para a configuração estudada, e a um aumento de cerca de 2% na carga crítica de flambagem global (ver Tabela 7-3). Os benefícios de incluir o raio de filete são maiores neste trabalho que os resultados de Fenner e Watson, provavelmente devido a uma melhor representação da condição de painel infinito.

Tabela 7-3: Estudo comparativo referente às variações nas cargas de flambagem (local e global) do painel para os casos em que $R = 0$ (junção quadrada) e $R = 5$ mm.

R [mm]	MEF		Fenner & Watson	
	$P_{cr,loc}$ [N]*	$P_{cr,glob}$ [N]*	$P_{cr,loc}$ [N]*	$P_{cr,glob}$ [N]*
0	37.885	114.840	39.957	121.850
5	51.439	117.032	53.445	124.024
	35,78%	1,91%	33,76%	1,78%

* cálculo do carregamento usando a área de seis reforçadores e seis trechos de revestimentos.

Fonte: autor.

Como comentado, Fenner e Watson (2012) representaram um painel finito com 6 reforçadores e suporte simples nas bordas descarregadas laterais, podendo representar as longarinas da asa. A Figura 7-7 apresenta o modo de flambagem local deste painel, mostrando que o suporte simples lateral evita a flambagem dos revestimentos laterais na comparação com painéis reforçados infinitos, fazendo com que os coeficientes de flambagem local sejam maiores. Já nos modelos desenvolvidos nessa tese, optamos por considerar painéis de comprimento infinito em ambas as direções pois o coeficiente de flambagem obtido para tal condição é sempre menor que o obtido para um número finito de reforçadores, e os resultados podem ser usados de forma conservadora (a favor da segurança) para qualquer quantidade de reforçadores.

Figura 7-7: Modo de flambagem do painel completo para $R = 5$ mm.

Fonte: Fenner e Watson (2012).

Comparando os resultados da flambagem local de modelos com raios de filetes entre $R = 0$ e $R = 5$ mm (ver Tabela 7-4), pode-se notar a tendência a um maior aumento na tensão e no carregamento de flambagem local com um pequeno aumento da área da seção transversal (em virtude do aumento dos raios de filete). Os desvios observados para o coeficiente de flambagem local, considerando os resultados obtidos pelos dois modelos, são pequenos, não ultrapassando 6%.

Os dados apresentados na Tabela 7-4 mostram que foram simuladas duas configurações adicionais (para $R = 10$ mm e $R = 15$ mm) a fim de demonstrar a grande influência do raio na flambagem local, com o coeficiente de flambagem local, $k_{s,loc}$, superando o valor de 6,96 (limite teórico obtido para a condição de apoio engastado, ou seja, para o caso de painéis suportados por reforçadores robustos, conforme LUNDQUIST; STOWELL, 1941c) nos dois casos. Assim, um coeficiente de flambagem local maior que o relacionado ao apoio engastado é possível, pois a inclusão do raio de filete acaba por reduzir a largura não suportada do revestimento. Em outras palavras, o aumento do raio leva a uma redução da largura equivalente do revestimento do painel e aumenta a rigidez torcional da junção reforçador/revestimento. Como a tensão crítica de flambagem (eq.(3.3)) para um painel reforçado é inversamente proporcional a b_s^2 , a inclusão do raio de filete tem um efeito de aumentar a tensão de flambagem local (ver Figura 7-4).

Tabela 7-4: Comparação de resultados com os obtidos por Fenner e Watson (2012) para a flambagem local do PRI, considerando diversos valores de raio.

MEF						Fenner & Watson				
R [mm]	A 6 reforçadores [mm ²]	$k_{s,loc}$	$\sigma_{cr,loc}$ [MPa]	$P_{cr,loc}$ [N]*	local nº semi-ondas	$k_{s,loc}$	$\sigma_{cr,loc}$ [MPa]	$P_{cr,loc}$ [N]*	local nº semi-ondas	Desvio
0	1.266	4,512	29,93	37.885	6	4,759	31,57	39.957	6	5,47%
1	1.268	4,566	30,29	38.414	6	4,839	32,10	40.708	6	5,97%
2	1.276	4,708	31,23	39.848	6	4,968	32,96	42.050	6	5,52%
3	1.289	4,962	32,92	42.421	6	5,242	34,78	44.819	6	5,65%
4	1.307	5,345	35,46	46.341	6	5,603	37,17	48.575	7	4,82%
5	1.330	5,830	38,68	51.439	7	6,057	40,18	53.445	7	3,90%
10	1.523	8,258	54,78	83.443	9	-	-	-	-	-
15	1.845	10,151	67,34	124.253	11	-	-	-	-	-

* cálculo do carregamento usando a área de seis reforçadores e seis trechos de revestimentos.

Fonte: autor.

Comparando os resultados de flambagem global obtidos pelos dois modelos de elementos finitos para as geometrias com raios de filetes entre $R = 0$ e $R = 5$ mm (Tabela 7-5), pode-se verificar que os desvios encontrados são pequenos (da ordem de 6%), sendo possível notar ainda que o raio de filete possui pequena importância no coeficiente de flambagem global, uma vez que os centroides das áreas dos filetes estão, em geral, muito próximos do plano de meia espessura do revestimento, não aumentando muito o momento de inércia do reforçador, que tem uma grande influência na flambagem global.

A Tabela 7-5 compara também os resultados obtidos pelo modelo de elementos finitos (conforme capítulo 4) com os resultados analíticos obtidos com o uso das fórmulas de Seide e Stein (1949) e Seide (1953), mostrando que os desvios obtidos para o coeficiente de flambagem global são muito pequenos (todos inferiores a 1,5%).

Tabela 7-5: Comparação do coeficiente da flambagem global.

	MEF	Fenner & Watson		Seide & Stein	
R [mm]	$k_{s, glob}$	$k_{s, glob}$	Desvio	$k_{s, glob}$	Desvio
0	13,678	14,513	6,10%	13,880	1,48%
1	13,689	14,553	6,31%	13,858	1,23%
2	13,626	14,455	6,09%	13,789	1,19%
3	13,567	14,407	6,19%	13,673	0,78%
4	13,447	14,239	5,89%	13,511	0,48%
5	13,264	14,057	5,97%	13,306	0,31%
10	11,875	-	-	11,815	-0,50%
15	10,253	-	-	10,173	-0,78%

Fonte: autor.

Foram simuladas duas configurações adicionais com raios de filete maiores ($R = 10$ mm e $R = 15$ mm) para mostrar que, com um raio de filete maior, o momento de inércia altera-se mais, afetando mais a tensão de flambagem global, que diminui, ao contrário da carga suportada que acaba aumentando (ver Tabela 7-6).

Tabela 7-6: Comparação de resultados com os obtidos por Fenner e Watson (2012) para a flambagem global do painel, considerando diversos valores de raio.

R [mm]	MEF		Fenner & Watson	
	$\sigma_{cr, glob}$ [MPa]	$P_{cr, glob}$ [N]*	$\sigma_{cr, glob}$ [MPa]	$P_{cr, glob}$ [N]*
0	90,74	114.840	96,28	121.850
1	90,81	115.167	96,54	122.436
2	90,39	115.336	95,90	122.357
3	90,00	115.993	95,57	123.176
4	89,21	116.578	94,46	123.447
5	87,99	117.032	93,25	124.024
10	78,78	119.987		
15	68,02	125.502		

* cálculo do carregamento usando a área de seis reforçadores e seis trechos de revestimentos.

Fonte: autor.

7.2.2 Comparação com resultados analíticos de flambagem global

Conforme mostram os resultados da Figura 7-1 e da Tabela 7-5, pode-se concluir que, no caso da flambagem global, os gráficos de Seide e Stein (1949), que

forneem o coeficiente de flambagem global de painéis enrijecidos, podem ser usados, desde que seja feita a correção do momento de inércia do enrijecedor como proposto por Seide (1953), de modo a incorporar o efeito do raio de filete. As diversas simulações de elementos finitos realizadas neste trabalho, considerando diferentes tamanhos de raios de filete, reforçam esta conclusão: das 2.558 diferentes configurações simuladas, 1.965 apresentaram modos de flambagem global (dentro dos 15 menores autovalores) cujos coeficientes de flambagem resultaram muito próximos daqueles calculados analiticamente.

A Figura 7-8 compara os valores obtidos para o coeficiente de flambagem global, $k_{s, glob}$, pelo modelo de elementos finitos (valores indicados no eixo horizontal) e pela metodologia proposta por Seide e Stein (1949), considerando a correção de Seide (1953), (valores indicados no eixo vertical), sendo nítida a boa correlação existente entre os resultados. Aplicando uma linha de tendência para verificarmos a correlação entre os resultados de elementos finitos e os resultados analíticos, verificamos que o resultado obtido para o coeficiente de flambagem global calculado pelo método de Seide e Stein é, em média, apenas 3,27% maior que o valor obtido pelo método dos elementos finitos, considerando um amplo intervalo de configurações de PRIs.

Figura 7-8: Comparação entre os coeficientes de flambagem global: resultados analíticos x resultados obtidos pelo MEF.

Fonte: autor.

Complementarmente aos resultados indicados na Figura 7-8, a Tabela 7-7 mostra os valores médios calculados para as diferenças percentuais entre os dois métodos de análise utilizados (ver coluna $\Delta_{diferen\c{c}as}$) e os respectivos desvios-padrão calculados para estas diferenças percentuais (ver coluna σ_{Δ}) para diferentes intervalos da razão de aspecto (a/b_s). Pode-se concluir que a formulação de Seide e Stein possui uma boa correlação com os resultados obtidos por elementos finitos quando a razão de aspecto é superior a 3,5.

Tabela 7-7: Diferenças entre os coeficientes de flambagem global para diferentes razões de aspecto, considerando dois métodos de análise (MEF $\times$ Modelos Analíticos).

	Nº de MEF	$\Delta_{diferen\c{c}as}$	σ_{Δ}
$a/b_s < 2.5$	27	5,74%	6,48%
$2.5 \leq a/b_s < 3.5$	229	3,10%	4,31%
$3.5 \leq a/b_s < 4.5$	720	2,22%	2,96%
$4.5 \leq a/b_s < 5.5$	702	2,03%	2,56%
$5.5 \leq a/b_s < 6.5$	251	1,63%	1,90%
$6.5 \leq a/b_s < 7.5$	33	1,46%	1,36%
$7.5 \leq a/b_s < 8$	3	1,67%	1,79%
Total	1965	2,21%	3,01%

Fonte: autor.

7.3 Novos gráficos para o coeficiente de flambagem local

No capítulo anterior verificamos que é possível usar a eq.(3.3) e as curvas de Boughan e Baab (1944) para a determinação do coeficiente de flambagem local com raio de filete nulo (junção quadrada), bem como a eq.(3.3) e as curvas de Seide e Stein (1949), com a correção do momento de inércia modificado de Seide (1953), para a determinação do coeficiente de flambagem global, para painéis reforçados em geral (ou seja, com ou sem raio de filete). Pudemos verificar, contudo, que, para a determinação do coeficiente de flambagem local de painéis reforçados com raios de filete não-nulos, o uso da eq.(3.3) requer a geração de novos gráficos para incluir o efeito da influência do raio.

Pela metodologia proposta na seção 5.3 para a determinação de novos gráficos para o coeficiente de flambagem local, lembramos que as variáveis adimensionais foram discretizadas de forma a cobrir grande parte dos intervalos comumente encontrados para elas em aeronaves de diversos segmentos da aviação. Desta

forma, cinco valores discretos foram considerados para a razão t_s/b_s (a saber, $t_s/b_s = 0,020; 0,033; 0,045; 0,058$ e $0,083$) e quatro valores discretos não-nulos foram considerados para a razão R/b_{wf} (a saber, $R/b_{wf} = 0,18; 0,32; 0,56$ e $1,00$), conforme indicado na Tabela 5-3.

Considerando estas vinte combinações possíveis, vinte novos gráficos do coeficiente de flambagem local, $k_{s,loc} = f(b_w/b_s, t_w/t_s)$ foram criados baseados nos resultados das simulações dos modelos de elementos finitos, sendo cada um deles válido para o par $(t_s/b_s, R/b_{wf})$ considerado.

Deve-se ressaltar que estes vinte gráficos gerados foram construídos para um coeficiente de Poisson $\nu = 0,33$, que é o valor comumente encontrado em ligas de alumínio aeronáutico. De fato, com base em um levantamento realizado para 419 ligas de alumínio do MMPDS-10 (BATTELLE MEMORIAL INSTITUTE, 2015), constatou-se que o valor médio do coeficiente de Poisson é $\nu = 0,331$ e que o valor médio do módulo de Young à compressão é $E_c = 73,213$ GPa. O coeficiente de Poisson $\nu = 0,33$ aparece em 96% das ligas de alumínio do MMPDS-10 (BATTELLE MEMORIAL INSTITUTE, 2015). Assim, a liga de alumínio 7050-T7451, com $\nu = 0,33$ e $E_c = 73,084$ GPa, bastante utilizada em painéis superiores de asa, foi escolhida para os estudos e construções dos gráficos deste trabalho, pois os valores de suas constantes elásticas são próximos aos valores médios encontrados. Para materiais com diferentes valores do coeficiente de Poisson, um fator de correção precisaria ser aplicado, ou novas curvas poderiam ser geradas, repetindo-se a proposta de modelagem apresentada nos capítulos 4 e 5.

O Apêndice A apresenta os resultados tabulados e os vinte gráficos que trazem os coeficientes de flambagem local para cada par $(t_s/b_s, R/b_{wf})$ considerado pela metodologia proposta. Em particular, três destes gráficos são apresentados a seguir a fim de discutirmos a influência do raio de filete na tensão crítica de flambagem local.

A Figura 7-9 mostra um caso comum, para geometrias de painéis encontradas atualmente na indústria, onde um valor médio é utilizado para a razão t_s/b_s ($t_s/b_s = 0,045$) e um valor baixo é utilizado para o adimensional R/b_{wf} ($R/b_{wf} = 0,18$), conforme Tabela 5.4. O gráfico mostra que as curvas da Figura 2-2, que desconsideram o raio do filete, não são apropriadas para o cálculo do coeficiente de flambagem local, pois fornecem um valor muito conservador para o coeficiente de

flambagem local. Os aumentos médios de $k_{s,loc}$ entre os resultados apresentados na Figura 7-9 e na Figura 2-2 são de 22%.

Como verificado no início deste capítulo, em painéis reforçados com junções de filete, as configurações com uma razão t_w/b_s pequena são muito mais afetadas pelo aumento do raio (Figura 7-4).

Figura 7-9: Curvas corrigidas do coeficiente de flambagem local (para $t_w/b_s = 0,045$ e $R/b_{wf} = 0,18$).

Fonte: autor.

As curvas tracejadas da Figura 7-10 mostram os resultados analíticos de Boughan e Baab (1944) para $R = 0$ e os comparam com as curvas contínuas corrigidas para $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_w/b_s = 0,045$ (mesmas curvas da Figura 7-9), para quatro razões de t_w/t_s . Pode-se notar o aumento de $k_{s,loc}$ para PRIs *blade* considerando a influência do raio de filete.

Figura 7-10: Comparação entre curvas do coeficiente de flambagem local originais (para $R = 0$, tracejadas) e corrigidas ($t_s/b_s = 0,045$ e $R/b_{wf} = 0,18$, contínuas).

Fonte: autor.

A Figura 7-11 mostra um caso interessante, onde o raio de filete tem uma altura média ($R/b_{wf} = 0,32$) resultando em um pequeno aumento de área da junção, e a razão t_s/b_s é pequena ($t_s/b_s = 0,020$), ou seja, temos um painel com uma pequena espessura de revestimento comparada à distância entre enrijecedores. Neste caso, o valor médio apurado para os aumentos de $k_{s,loc}$ entre os resultados apresentados na Figura 7-11 e na Figura 2-2 chega a 102,2%.

Para este caso, o aumento do coeficiente de flambagem é maior, pois a largura flambante do revestimento é altamente afetada pelo aumento do raio de filete (ela diminui com o aumento do raio), e como para painéis filetados, a diminuição da

largura tem uma grande influência sobre o carregamento crítico de flambagem, a tensão de flambagem calculada pela eq.(3.3) aumenta consideravelmente.

Figura 7-11: Curvas corrigidas do coeficiente de flambagem local (para $t_s/b_s = 0,020$ e $R/b_{wf} = 0,32$).

Fonte: autor.

A Figura 7-12 mostra um caso intermediário onde R/b_{wf} é igual a 0,32 e a razão t_s/b_s é igual a 0,033. Os coeficientes de flambagem local obtidos neste caso são maiores que os apresentados na Figura 7-9 e menores que os da Figura 7-11. O aumento médio de $k_{s,loc}$ entre os resultados apresentados na Figura 7-12 e na Figura 2-2 é de 78,4%.

Figura 7-12: Curvas corrigidas do coeficiente de flambagem local (para $t_s/b_s = 0,033$ e $R/b_{wf} = 0,32$).

Fonte: autor.

A Tabela 7-8 mostra as médias dos aumentos de $k_{s,loc}$ entre os resultados apresentados pelos novos gráficos em relação aos valores obtidos pelas curvas de Boughan e Baab (1944). Como foi discutido, com um raio de filete maior e um revestimento mais fino, maior será a influência de se considerar a junção filetada na análise de flambagem local.

Tabela 7-8: Médias dos aumentos do coeficiente de flambagem local devido à inclusão da influência do raio de filete.

$\Delta k_{s,loc}$		t_s/b_s					Média
		0,020	0,033	0,045	0,058	0,083	
R/b_{wf}	0,18	40,7%	27,9%	22,0%	18,8%	14,5%	24,8%
	0,32	102,2%	78,4%	60,6%	49,5%	36,4%	65,4%
	0,56	269%	221%	182%	150%	106,5%	186%
	1	945%	637%	475%	371%	244%	534%

Fonte: autor.

Em estruturas reais, em que o regime elasto-plástico do material precisa ser considerado, altos valores do coeficiente de flambagem levam a altas tensões críticas de flambagem, que são consideradas iterativamente no cálculo do módulo de elasticidade tangente (utilizado no lugar de E_c na eq.(3.3) como propõem BOUGHAN; BAAB, 1944) e consequentemente limitam a tensão crítica. Isso faz com que ganhos de eficiência estrutural sejam mais sensíveis em estruturas pouco carregadas, ou seja, que trabalhem no regime elástico linear do material. Para estruturas em que o valor da tensão crítica de flambagem esteja próximo ao limite de escoamento, o problema estrutural deixa de ser um problema de estabilidade e passa a ser um problema de resistência, no qual o aumento da área da seção transversal do painel é muito mais importante do que a escolha de um perfil mais eficiente para a estabilidade.

7.4 Interpolação dos resultados

Tomando por base os dados das geometrias dos seis painéis superiores de asa apresentados no capítulo 5, cem modelos de elementos finitos de PRIs foram criados, com suas dimensões (b_w , b_s , t_w , t_s e a) escolhidas aleatoriamente, dentro dos intervalos selecionados e indicados por eq.(5.2), considerando também os valores médios e os desvios padrões dos respectivos adimensionais associados. A razão R/b_{wf} também foi escolhida aleatoriamente entre zero e um. Os quinze primeiros autovalores foram escolhidos para cada modelo de elementos finitos. Das cem geometrias analisadas, 85 apresentaram modos de flambagem local entre os quinze autovalores mínimos calculados. Estes resultados (obtidos por modelos de

elementos finitos) foram comparados com os respectivos valores obtidos por meio da interpolação dos valores dos coeficientes de flambagem local utilizando os vinte gráficos criados para este propósito.

Para a flambagem local, o método de interpolação escolhido foi a interpolação bi-cúbica de Lagrange (KEYS, 1981), sendo este método aplicado duas vezes. A interpolação bi-cúbica é uma extensão dos pontos de dados da interpolação cúbica em uma grade regular de duas dimensões. Neste caso, a superfície interpolada é mais suave que as superfícies correspondentes obtidas pela interpolação bi-linear ou pela interpolação “pelo vizinho mais próximo”, no qual o valor estimado é sempre igual à sua amostra mais próxima. O processo leva a uma superfície que é contínua e tem derivadas contínuas. A superfície interpolada é descrita pela relação:

$$k_{s,loc}(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} \cdot x^i \cdot y^j \quad (7.2)$$

A interpolação é dividida em duas etapas. A primeira interpolação encontra os valores de $k_{s,loc}$ para todos os vinte gráficos para razões específicas de b_w/b_s (variável x) e t_w/t_s (variável y). Depois disto, a segunda interpolação bi-cúbica encontra o valor de $k_{s,loc}$ utilizando os vinte valores anteriormente encontrados, considerando razões específicas de R/b_{wf} (variável x) e t_s/b_s (variável y).

É importante observar que os 20 gráficos de coeficiente de flambagem local criados são válidos para os intervalos das razões adimensionais listados na eq.(5.2), cobrindo as principais geometrias de PRIs comumente utilizados em asas.

A Tabela 7-9 compara os 85 coeficientes de flambagem local encontrados pelos modelos de elementos finitos com os valores resultantes da interpolação bi-cúbica dupla. Os valores negativos apresentados na tabela referem-se aos casos em que os valores interpolados não são conservadores (possuem valores de $k_{s,loc}$ maiores se comparados aos resultados obtidos por elementos finitos). Para as configurações em que $0 < R/b_{wf} \leq 0,32$, a interpolação bi-cúbica dos vinte gráficos dos coeficientes de flambagem local criados é muito boa considerando um erro máximo não conservador de 1,26%. Para configurações em que $0,32 < R/b_{wf} < 1$, o desvio máximo não conservador é de 4,22%, sendo tal desvio maior em comparação aos casos de raios menores.

Tabela 7-9: Validação da interpolação dos coeficientes de flambagem local.

R/b_{wf}		média	desvio padrão	mínimo	máximo	quantidade
mín	máx					
0	0,18	0,35%	1,17%	-1,26%	4,38%	20
0,18	0,32	-0,11%	0,76%	-1,01%	1,89%	13
0,32	0,56	-0,30%	1,36%	-4,22%	2,50%	21
0,56	1	-0,49%	2,00%	-3,86%	7,43%	31
0	1	-0,19%	1,54%	-4,22%	7,43%	85

Fonte: autor.

É possível que um desvio maior observado no intervalo $0,32 < R/b_{wf} \leq 1$ seja devido a uma pior discretização da razão R/b_{wf} para valores intermediários deste adimensional.

8 PROJETO ÓTIMO DE UM PRI CONSIDERANDO O RAIOS DE FILETE

Neste capítulo será investigada a contribuição do raio do filete na minimização do peso do painel superior da asa, no caso específico de painéis reforçados integralmente. Será admitido que o número de enrijecedores utilizado no painel reforçado é suficientemente grande para que a tensão de compressão que leva à flambagem global do painel seja praticamente a mesma obtida para um painel de dimensões infinitas. Segundo Farrar (1949), o uso de três ou quatro fileiras de enrijecedores já garante tal resultado, de modo que a aplicação dos resultados obtidos nos capítulos anteriores (que considerava painéis de dimensões infinitas) para painéis finitos é totalmente justificável.

8.1 Teoria clássica na otimização de painéis reforçados

Consideremos um painel reforçado onde o espaçamento entre reforçadores seja dado por b_s , e o comprimento do painel seja a (como indicado na Figura 1-4). Seguindo a linha de raciocínio apresentada por Farrar (1949), podemos definir a tensão média de compressão aplicada, σ_{ap} , a tensão de Euler, σ_E , e a tensão de instabilidade local, σ_{loc} , no painel como:

$$\sigma_{ap} = \frac{Nb_s}{A} \quad (8.1)$$

$$\sigma_E = \pi^2 E_t \left(\frac{\rho}{a} \right)^2 \quad (8.2)$$

$$\sigma_{loc} = k_{s,loc} \frac{\pi^2 E_t}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_s}{b_s} \right)^2 \quad (8.3)$$

onde:

- N - carregamento de compressão por unidade de largura (fluxo) do painel;
- A - área da seção transversal $A = b_w t_w + b_s t_s$ (*blade* idealizado);
- E_t - módulo tangente de compressão (RAMBERG; OSGOOD, 1943);

- ρ - raio de giração da seção transversal característica $\sqrt{\frac{I}{A}}$;
- I - momento de inércia de área em relação ao eixo que passa pelo centroide da seção transversal;
- ν - coeficiente de Poisson;
- $k_{s,loc}$ - coeficiente de flambagem local.

Neste capítulo optou-se por apresentar as fórmulas em função do módulo tangente de compressão do material, E_t , evidenciando que a metodologia é aplicável tanto para o regime elástico como elasto-plástico do material.

Também é oportuno observar que, com o intuito de simplificar as deduções e as análises neste processo de otimização, a fórmula de flambagem de Euler (eq.(8.2)) será utilizada para representar a tensão de flambagem global do painel, ao invés da fórmula geral proposta por Seide e Stein (1949), o que pressupõe um modo de instabilidade global como o indicado no capítulo 2 (ver Figura 2-1 (a)), em que se admite um pequeno acoplamento entre esforços de flexão e de torção no painel. Esta substituição pode, contudo, ser considerada válida para painéis com um número suficiente de reforçadores onde o apoio nas bordas laterais não tem muita influência no carregamento crítico de flambagem global.

Ainda, segundo Farrar (1949), a estrutura mais leve (feita de um determinado material e capaz de suportar, até a falha, um dado fluxo de compressão N) é aquela em que as três tensões indicadas anteriormente coincidem (levando ao denominado ponto ótimo *naïve*). É razoável, portanto, estabelecer, que a tensão de falha para o painel reforçado possa ser escrita na forma:

$$\sigma = FN^\alpha E_t^\beta a^\gamma \quad (8.4)$$

Ou seja, a tensão de falha deve depender (naturalmente) do fluxo de carga aplicado ao painel (que está relacionado à tensão de compressão média), do módulo de elasticidade do material (que está relacionado à tensão crítica de flambagem, seja local ou global) e ao comprimento do painel (que está relacionado à tensão crítica de flambagem global). O fator F (fator de eficiência de Farrar) é um fator adimensional que está relacionado única e exclusivamente à geometria do painel.

Se realizarmos uma simples análise dimensional a partir da eq.(8.4), veremos que as seguintes relações dever ser obedecidas pelos expoentes α , β e γ .

$$\alpha + \beta = 1 \quad (8.5)$$

E

$$\beta - \gamma = 1 \quad (8.6)$$

Ou seja, várias escolhas podem ser feitas de modo que a eq.(8.4) seja dimensionalmente válida. Ainda, simplesmente apelando para o bom senso, podemos observar que é razoável que os expoentes α e β sejam positivos, enquanto γ deve ser negativo. Se considerarmos, finalmente, que a falha decorrente do fluxo de carga seja tão importante quanto a falha causada pela instabilidade do painel, então devemos tomar $\alpha = \beta = 1/2$, e, portanto, $\gamma = -1/2$, de onde decorre a conhecida expressão proposta por Farrar (1949):

$$\sigma_F = F \sqrt{\frac{NE_t}{a}} \quad (8.7)$$

Como já explicado anteriormente, o adimensional F (fator de eficiência de Farrar) depende apenas da geometria do painel (ou seja, de adimensionais relacionados às variáveis geométricas do painel) e, para uma estrutura ótima, o valor de F será um ponto de máximo. Em outras palavras, para valores fixos de N , E_t e a , o painel ótimo será aquele relacionado a um valor ótimo de F (o qual denominaremos F^*) para o qual a máxima tensão que pode ser admitida (σ_f = tensão de falha do painel) seja igual à tensão de Farrar ótima, ou seja:

$$\sigma_f = F^* \sqrt{\frac{NE_t}{a}} \quad (8.8)$$

Para se obter o peso mínimo do painel, consideraremos, como já exposto, que as três tensões dadas por eq.(8.1), eq.(8.2) e eq.(8.3) coincidem (ponto ótimo *naïve*) e igualem a tensão de Farrar dada pela eq.(8.7), de onde se obtêm a relação:

$$\sigma_F = F \sqrt{\frac{NE_t}{a}} = (\sigma_{ap})^{1/2} (\sigma_E)^{1/4} (\sigma_{loc})^{1/4} \quad (8.9)$$

Desenvolvendo a igualdade dada pela eq.(8.9) para a geometria de um painel reforçado (com reforçador do tipo *blade*) sem considerar, por enquanto, o raio de filete (ou seja, considerando uma junção idealizada, como a da Figura 8-1), é possível encontrar o fator F como função das relações b_w/b_s e t_w/t_s , sendo esta uma medida da eficiência estrutural do painel reforçado (revestimento e reforçador). Após algumas simplificações, é possível mostrar que o fator de eficiência de Farrar fica dado, neste caso, por:

$$F \cong \frac{\pi [k_{s,loc} R_t R_b^3 (4 + R_t R_b)]^{1/4}}{2\sqrt{3} (1 + R_t R_b) (1 - \nu^2)^{1/4}} \quad (8.10)$$

onde:

- R_t - razão entre espessuras, t_w/t_s ;
- R_b - razão entre altura e espaçamento dos reforçadores, b_w/b_s .

Figura 8-1: Dimensões de uma junção idealizada.

Fonte: autor.

Deve-se observar ainda que o coeficiente de flambagem local, $k_{s,loc}$, para painéis reforçados (com reforçadores do tipo *blade* sem raio de filete), pode ser encontrado pelo gráfico de Boughan e Baab (1944) (ver Figura 2-2), usando as relações R_b e R_t , de tal forma que, à exceção da pequena influência do coeficiente de Poisson do material, o fator de Farrar como dado pela eq.(8.10) depende, praticamente, apenas da geometria do painel.

A Figura 8-2 mostra as curvas de nível obtidas para o fator de eficiência de Farrar, F , em função da geometria do painel (razões R_t e R_b), conforme eq.(8.10). O coeficiente de Poisson adotado foi $\nu = 0,33$ (valor típico para ligas de alumínio aeronáutico) e os valores de $k_{s,loc}$ que comparecem na fórmula foram obtidos a partir da formulação de Boughan e Baab (1944), ou dos valores dados na Tabela A-1. Deve-se observar ainda que os intervalos considerados para os adimensionais $R_t = t_w/t_s$ e $R_b = b_w/b_s$, indicados na Figura 8-2, são os mesmos assinalados no capítulo 5 (ver tabela 5.3). Verifica-se que, neste caso, o projeto ótimo de um PRI não flangeado ocorre para $R_b = 0,625$, $R_t = 2,25$ que levam a um fator de eficiência ótimo $F^* = 0,811$.

Figura 8-2: Curvas de nível do fator de Farrar para painéis do tipo *blade* (junção sem raio, $\nu = 0,33$).

Fonte: autor.

Igualando a tensão aplicada à tensão de Farrar, $\sigma_{ap} = \sigma_F$, (eq.(8.1) e eq.(8.7)), obtemos:

$$F \left(\frac{NE_t}{a} \right)^{1/2} = \frac{Nb_s}{A} = \frac{N}{t_s (1 + R_t R_b)} \quad (8.11)$$

Isolando, agora, o valor da espessura do revestimento, t_s , chega-se a uma relação em função do fator de Farrar, F , das relações geométricas (R_t e R_b) e dos dados de entrada (N , a e E_t):

$$t_s = \frac{1}{F (1 + R_t R_b)} \left(\frac{Na}{E_t} \right)^{1/2} \quad (8.12)$$

Por outro lado, igualando as tensões de Euler e de Farrar, $\sigma_E = \sigma_F$, (eq.(8.2) e eq.(8.7)), obtemos:

$$F \left(\frac{NE_t}{a} \right)^{1/2} = \pi^2 E_t \left(\frac{\rho}{a} \right)^2 \quad (8.13)$$

Onde:

$$\rho^2 = \frac{b_s^2 R_b^3 R_t}{12 (1 + R_b R_t)^2} (4 + R_b R_t) \quad (8.14)$$

A partir das eq.(8.13) e eq.(8.14), pode-se isolar o valor do espaçamento entre reforçadores, b_s , que fica expresso em função do fator de Farrar, F , das relações geométricas (R_t e R_b) e dos dados de entrada (N , a e E_t):

$$b_s = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \sqrt{F} \frac{(1 + R_t R_b)}{[R_t R_b^3 (4 + R_t R_b)]^{1/2}} \left(\frac{Na^3}{E_t} \right)^{1/4} \quad (8.15)$$

Para as relações que levam a um painel ótimo ($R_b = 0,625$, $R_t = 2,25$ e $F^* = 0,811$), chega-se aos valores ótimos de t_s e b_s :

$$t_s = 0,512 \left(\frac{Na}{E_t} \right)^{1/2} \quad (8.16)$$

$$b_s = 1,387 \left(\frac{Na^3}{E_t} \right)^{1/4} \quad (8.17)$$

Emero e Spunt (1966) compararam a eficiência estrutural de alguns projetos de painéis reforçados típicos utilizando outro fator de eficiência, o qual foi denominado ε , e definido como:

$$\frac{N}{a\eta E_c} = \varepsilon \left(\frac{t_{méd}}{a} \right)^2 \quad (8.18)$$

Onde:

- η - fator de correção plástica do material: $\eta = \frac{E_t}{E_c}$ (STOWELL, 1948);
- $t_{méd}$ - espessura equivalente (ou média) do painel: $t_{méd} = \frac{A}{b_s}$.

Igualando as equações (8.1) e (8.7), e utilizando as definições acima, obtemos:

$$\frac{Nb_s}{A} = \frac{N}{t_{méd}} = F \left(\frac{NE_t}{a} \right)^{1/2} = F \left(\frac{N\eta E_c}{a} \right)^{1/2} \quad (8.19)$$

De onde se pode obter facilmente a seguinte relação:

$$\frac{N}{a\eta E_c} = F^2 \left(\frac{t_{méd}}{a} \right)^2 \quad (8.20)$$

Comparando as eq.(8.18) e (8.20), é imediato verificar que o fator de eficiência de Farrar está relacionado ao fator de eficiência ε por meio de:

$$\varepsilon = F^2 \quad (8.21)$$

A Tabela 8-1 lista o fator de eficiência de Farrar, F^* , o fator de eficiência, ε^* , (sendo ambos para o projeto ótimo) e o fator F^* comumente realizado para diferentes configurações de painéis reforçados (NIU, 2001; EMERO; SPUNT, 1966; CRAWFORD; BURNS, 1962). Deve-se ressaltar que o PRI com reforçador do tipo *blade* é a configuração de peça única mais comumente utilizada na aviação. Embora sua geometria não leve à maior eficiência estrutural, seu custo de manufatura é o menor considerando todas as geometrias de PRIs.

Os reforçadores com perfis Z e J também são configurações bastante utilizadas no projeto de estruturas, especialmente o reforçador Z, devido à sua alta eficiência estrutural. O reforçador J é também usado em emendas ou juntas longitudinais de asa ou fuselagem. O reforçador com perfil Y tem a mais alta eficiência estrutural, mas existem algumas dificuldades na cravação desses reforçadores (nas estruturas das nervuras no caixão da asa) além de problemas de corrosão em áreas de difícil inspeção, o que faz com que seu uso seja limitado. Leheta, Badran e Elhanafi (2015) estudaram sua aplicação em painéis reforçados em estruturas navais.

Tabela 8-1: Eficiência estrutural para diferentes perfis de painel reforçado.

Configuração	F^*	ε^*	F^* praticado
PRI <i>blade</i>	0,81	0,656	0,71
PRI perfil J	1,01	1,03	0,82
Perfil J	0,89	0,793	0,76
Perfil Z	0,95	0,911	0,82
Perfil Y-T	1,11	1,23	-

Fonte: Niu (2001).

Chintapalli et al. (2010) desenvolveram uma rotina de dimensionamento preliminar de asa baseado na Técnica de Programação Sequencial Quadrática para projetar o painel superior contra falhas de flambagem local e global, enquanto o painel inferior era projetado para evitar falha por fadiga. Dois tipos de reforçadores (perfis Z e J) foram testados, e uma boa redução de peso foi obtida com a implementação da técnica proposta.

A próxima seção apresentará o benefício devido à consideração do efeito do raio de filete na análise de flambagem de PRIs de seção não flangeada. Estudos similares podem ser feitos para outras configurações de painéis reforçados, sendo

possível verificar que benefícios similares podem ser obtidos para outras configurações de painéis ótimos.

8.2 Fator de eficiência de Farrar – efeito do raio de filete

Nesta seção será investigado o fator de eficiência estrutural de PRIs com reforçadores do tipo *blade* com junção real (Figura 8-3), para os quais serão consideradas a influência da junção filetada no cálculo do momento de inércia (I), da área (A) e do coeficiente de flambagem local, $k_{s,loc}$, como tabelado no Apêndice A.

Figura 8-3: Junção reforçador/revestimento real (com raio de filete não nulo).

Fonte: autor.

De maneira similar à análise feita na seção anterior para o painel idealizado (sem junção filetada), considera-se que, para se atingir o peso mínimo, três tensões devem coincidir ($\sigma_{ap} = \sigma_E = \sigma_{loc}$). Após desenvolver a eq.(8.9) para um PRI com geometria *blade* filetada, é possível encontrar o valor do novo coeficiente de Farrar, F , em função de quatro parâmetros adimensionais (R_t , R_b , R_s e R_R), conforme eq.(8.22). O desenvolvimento completo desta equação está apresentado no Apêndice B, seção B.1.5.

$$F = \pi \left(\frac{k_{s,loc}}{12(1-\nu^2)} \frac{M_5}{M_3^2} \right)^{1/4} \quad (8.22)$$

onde:

- R_t - razão entre espessuras, t_w/t_s ;
- R_b - razão entre altura e espaçamento dos reforçadores, b_w/b_s .
- R_s - razão t_s/b_s ;

- R_R - razão do raio de filete, R/b_{wf} ;
- M_3 - razão de área $A/(t_s b_s)$;
- M_5 - razão do raio de giração, $(\rho/b_s)^2$.

Os parâmetros M_3 e M_5 são apresentados no Apêndice B e são funções das quatro razões geométricas (R_b , R_t , R_R e R_s). Já o coeficiente de flambagem local, $k_{s,loc}$, para PRI com geometria *blade* filetada, pode ser encontrado utilizando as quatro razões geométricas, as interpolações propostas na seção 7.4 e os gráficos (ou tabelas) do Apêndice A. A metodologia para encontrar o PRI com geometria *blade* filetada e peso mínimo está representada esquematicamente na Figura 8-4 considerando as equações e/ou gráficos indicados na Figura 8-5.

O carregamento por unidade de largura, N , o módulo de elasticidade à compressão, E_c , o coeficiente de Poisson, ν , e o comprimento do painel, a , são considerados como entrada do problema de determinação do painel ótimo, considerando que as tensões críticas de flambagem, σ_{loc} ou σ_E , estejam dentro da região de elasticidade linear do material, conforme indicado no esquema da Figura 8-4. Se as tensões críticas de flambagem estiverem na região elasto-plástica, o módulo tangente compressivo, E_t , deve ser usado e atualizado iterativamente.

Esse processo de busca do PRI com mínimo peso nem sempre é fácil, por se tratar de um problema de otimização não convexo, ou seja, com muitos mínimos locais. Os valores sugeridos para os adimensionais na primeira iteração se encontram dentro dos intervalos para os quais os valores de $k_{s,loc}$ foram tabelados nesta tese (ver eq.(5.2)). O método de busca utilizado consiste em testar, para valores de R_b e R_t fixos, valores crescentes de R_R (de 0 a 1), com o adimensional R_s variando iterativamente (sendo t_s e b_s calculados com as equações (B.18) e (B.21)), encontrando assim os valores de R_R e R_s que levam ao peso mínimo do painel para os valores de R_b e R_t dados (ver equação 5 da Figura 8-4 e Figura 8-5). Repetindo esta etapa para outros pares de valores de R_b e R_t , e comparando os valores dos coeficientes de Farrar obtidos com o uso da eq.(8.22) a cada tentativa, chega-se à configuração geométrica (adimensionais: R_b , R_t , R_R e R_s e dimensões: t_w , t_s , b_w , b_s e R) de menor peso (equações 6 e 7 das Figura 8-4 e Figura 8-5). Os resultados destas iterações estão apresentados na próxima seção.

Figura 8-4: Fluxograma para encontrar o PRI com peso mínimo.

Fonte: autor.

Figura 8-5: Equações e curvas (ou tabelas) usadas para encontrar o PRI com peso mínimo.

- ① Tabelas Apêndice A e interpolação (capítulo 7.4)
- ② $\sigma_F^4 = \sigma_{loc} \cdot \sigma_E \cdot \sigma_{ap}^2$
- ③ $\sigma_F = \sigma_{ap}$
- ④ $\sigma_F = \sigma_E$
- ⑤ $\frac{\partial F (R_t = cte, R_b = cte)}{\partial R_R} = 0$
- ⑥ $\frac{\partial F}{\partial R_t} = 0$
- ⑦ $\frac{\partial F}{\partial R_b} = 0$

Fonte: autor.

O desenvolvimento completo das equações indicadas na Figura 8-5 está apresentado no Apêndice B, onde constam as relações entre as cinco dimensões geométricas (t_s , t_w , b_s , b_w e R) que levam ao projeto de um PRI com peso mínimo, conforme o procedimento descrito acima.

8.3 Fator de eficiência de Farrar (F) para painéis blade

Usando a metodologia descrita na seção 8.2 e no Apêndice B, é possível criar novas curvas de nível para o fator de eficiência de Farrar, F , para geometrias de PRIs com reforçadores do tipo *blade* e raio de filete não nulo.

Para os resultados apresentados neste capítulo utilizou-se a liga de alumínio 7050-T7451 e suas respectivas propriedades mecânicas ($E_c = 73,084$ GPa, $\nu = 0,33$, $F_{cy} = 421$ MPa, $n_c = 19$, MMPDS-10, BATTELLE MEMORIAL INSTITUTE, 2015) e, para o comprimento de painel, $a = 450$ mm.

A Figura 8-6 mostra as curvas de nível do fator de eficiência, F , considerando a influência do raio de filete em função da geometria do painel (R_t e R_b), para um fluxo de compressão $N = 4000$ N/mm e para material com comportamento elasto-plástico. Neste caso, o painel ótimo levou aos seguintes parâmetros adimensionais: $R_b = 0,6$, $R_t = 2$, $R_s = 0,031$, $R_R = 0,338$ e $F^* = 0,854$.

Figura 8-6: Curvas de nível do fator de Farrar para painéis do tipo *blade* (junção com raio de filete).

Fonte: autor.

Ao contrário de uma junção idealizada, para a qual o fator de eficiência de Farrar independe dos valores dos fluxos de compressão e do tipo de comportamento do

material¹, o fator ótimo de Farrar para painéis filetados aumenta suavemente quando o fluxo é maior e quando a plasticidade do material é considerada. A Tabela 8-2 mostra diferentes fatores ótimos de Farrar para PRIs filetados, bem como as razões adimensionais associadas a cada projeto ótimo, para diferentes valores de fluxo de compressão e diferentes tipos de comportamento do material (elástico linear ou elasto-plástico). É possível notar que a razão do raio ótimo, R_R , varia entre 0,255 e 0,338 para diferentes valores de carregamento. Esse intervalo corresponde a um raio de filete de tamanho médio que pode, por exemplo, variar de 9 mm a 12 mm para um reforçador de 35 mm de altura. Na indústria aeronáutica, é comum encontrar raios de filetes, em reforçadores, ao redor de 4 mm, com o único objetivo de evitar problemas de concentração de tensões. O uso de um raio médio é um meio eficiente de aumentar o coeficiente de flambagem local, $k_{s,loc}$, e o momento de inércia de área, I , sem que haja um grande aumento na área da seção, A . Logo o carregamento crítico global e local serão maiores, possibilitando que um painel de menor peso seja obtido.

Tabela 8-2: Projeto ótimo para diferentes fluxos de compressão para PRIs filetados.

N [N/mm]	Material	F^*	R_b	R_t	R_s	R_R
1.000	Elástico	0,847	0,7	2,25	0,020	0,255
1.000	Plástico	0,847	0,7	2,25	0,021	0,257
2.000	Elástico	0,848	0,7	2,25	0,024	0,289
2.000	Plástico	0,848	0,65	2	0,026	0,299
3.000	Elástico	0,851	0,65	2	0,027	0,310
3.000	Plástico	0,851	0,6	2	0,029	0,313
4.000	Elástico	0,851	0,6	2	0,029	0,310
4.000	Plástico	0,854	0,6	2	0,031	0,338

Fonte: autor.

A Figura 8-7 compara dois projetos de PRIs ótimos, com e sem o efeito de raios de filete, para um fluxo de compressão de 3.000 N/mm e considerando material elasto-plástico. Quando a junção de filete é considerada, as espessuras do

¹ Pode-se verificar que as curvas de nível apresentadas na Figura 8-2, para uma junção idealizada, independem destes fatores.

revestimento e dos reforçadores podem ser menores, fazendo com que o espaçamento entre os reforçadores seja maior e os reforçadores mais altos. A massa por unidade de largura² do painel idealizado entre duas nervuras é de 7,771 kg/m, e do painel real é de 7,518 kg/m.

Figura 8-7: Projeto de PRI com e sem a consideração do efeito do raio de filete.

Fonte: autor.

8.4 Redução de peso

Como demonstrado, o painel com reforçadores filetados tem uma eficiência estrutural maior que o painel idealizado (com raio nulo), ou seja, suporta o mesmo carregamento com um peso menor. Para calcular a redução de peso com a adoção da influência do raio de filete na flambagem de PRI, deve-se observar que o PRI idealizado tem algumas aproximações na estimativa da área da seção transversal ($A = b_w t_w + b_s t_s$). Para um cálculo correto desta área é necessário remover a área duplicada (área vermelha da Figura 8-8) e adicionar a área do raio de filete (área verde). Com o objetivo de comparar o peso de dois PRIs *blade* (um idealizado (ver Figura 8-1) e outro real (ver Figura 8-3)), foi considerado um valor de raio de filete comumente usado na indústria aeronáutica de $R = 4$ mm para o painel idealizado.

² Para o cálculo da massa entre duas nervuras do PRI por unidade de largura é necessário multiplicar o comprimento de painel, $a = 450$ mm, pela espessura média do painel, $t_{méd}$, pela densidade do alumínio 7050-T7451, $\rho = 2.800$ kg/m³.

Figura 8-8: Cálculo da área do PRI idealizado.

Fonte: autor.

A redução de peso de um painel reforçado, em termos percentuais, é dada pela eq.(8.23) (baseada na eq.(B.25)), e considera dois cenários possíveis (painel idealizado $\times$ painel com junção filetada) onde denominamos W_0 o peso (por unidade de largura, B , do painel) considerando um raio de filete nulo³ e W o peso (também por unidade de largura, B , do painel) para um raio de filete não-nulo (e, naturalmente, superior ao valor mínimo $R = 4$ mm utilizado na fabricação). Deve-se observar ainda que a redução de peso de um PRI, que considere o efeito do raio do filete, em relação ao peso de um painel idealizado depende de uma série de fatores como: as relações R_t e R_b do painel, o espaçamento entre nervuras (a), a intensidade do carregamento de compressão e o comportamento do material (elástico ou elasto-plástico).

$$\frac{\Delta W}{W_0} = \frac{W - W_0}{W_0} = \frac{t_{\text{méd real}}}{t_{\text{méd idealizado}}} - 1 \quad (8.23)$$

A Figura 8-9 mostra curvas de nível que indicam a redução percentual de peso (conforme eq.(8.23)) em função das relações t_w/t_s e b_w/b_s utilizadas no painel, onde é possível observar que a redução pode atingir cerca de 10% (valor obtido para o caso de comportamento elástico-linear e baixo fluxo de compressão, $N = 1000$ N/mm). Já para o caso de materiais com comportamento elasto-plástico e alto fluxo de compressão ($N = 4000$ N/mm), a redução de peso atinge valores de 5% no máximo, pois, neste caso, a resistência do painel passa a ser preponderante face à

³ Deve-se observar que, neste caso, o fator de eficiência de Farrar é calculado para os valores de $k_{s,loc}$ de um painel com raio de filete nulo (junção idealizada), mas o peso por unidade de largura do painel é calculado considerando-se o raio mínimo de 4 mm, utilizado na fabricação dos painéis.

estabilidade no regime elástico. Nesta situação, é mais importante aumentar a área da seção transversal do painel, com o objetivo de reduzir a tensão, do que buscar formas de reforçador e painel mais eficientes do ponto de vista de estabilidade.

Figura 8-9: Redução de peso (em %) considerando a influência da junção filetada e um fluxo de carga de 1.000 N/mm.

Fonte: autor.

Houston et al. (2016) desenvolveram um recurso de contenção de flambagem (*buckling containment feature*, BCF) que é composto de sub-reforçadores incluídos entre os reforçadores principais que aumentam a resistência à flambagem local e global do painel. Ensaios experimentais realizados com tais painéis demonstraram a possibilidade de reduções de peso da ordem de 9% para um mesmo fluxo de carga; e estudos de dimensionamento do painel superior da asa mostram que reduções de peso da ordem de 4% a 13% podem ser obtidas, dependendo do tamanho da aeronave e da escolha do material. Os autores também concluíram que, para altos fluxos de compressão, menores são as reduções de peso (em comparação às reduções de peso possíveis de serem obtidas para painéis sujeitos a fluxos de compressão menores), o que está de acordo com nossas observações.

Vários estudos de placas e painéis demonstraram que espessuras não uniformes podem ser usadas para melhorar o desempenho do painel quanto à flambagem local (QUINN; MURPHY; GLAZEBROOK, 2012; EISENBERGER; ALEXANDROV, 2003; PETRIŠIČ; KOSEL; BREMEC, 2006; ÖZAKÇA; MURPHY; VEEN, 2006). O uso de sub-reforçadores *blade* não flangeados nas baías dos revestimentos dos painéis tem sido também largamente estudado, tendo sido constatado que tanto a estabilidade inicial quanto o desempenho no colapso (*post-buckling*) melhoram de forma significativa com estas modificações, levando a uma redução de massa do painel (QUINN et al., 2009; WATSON; FEATHERSTON; KENNEDY, 2007). Deve-se ressaltar que em nenhum destes estudos foi considerada a influência da junção filetada no dimensionamento do painel modificado, de tal forma que uma redução de peso ainda maior pode ser alcançada se tal efeito for levado em conta.

Do exposto, constatamos que é possível criar geometrias pouco usuais de PRIs, muito eficientes e leves, se forem consideradas, por exemplo, espessuras variáveis e adotando, se necessário, raios significativos nas análises de flambagem. A simples inclusão de uma junção filetada na análise de PRI, anteriormente desconsiderada, pode levar a uma considerável redução de peso, o que é muito importante na indústria aeronáutica. Esta redução de peso pode ser ainda maior se outras configurações de PRI forem consideradas, como *iso-grid*, seções transversais de reforçadores J ou I, e painéis com sub-reforçadores. Isto acontece porque a quantidade de raios de filetes nestas configurações é muito maior, potencializando o aumento das tensões críticas de flambagem locais.

Quando o raio de filete é considerado na análise da flambagem local de um PRI, os reforçadores e os revestimentos tendem a ser mais finos, maiores e mais espaçados. Com um raio grande, painéis filetados devem ter outras regiões de flambagem e de falha, uma vez que a concentração de tensões na região da junção diminui com o aumento do raio (ver Apêndice B, seção B.2), alterando a região do início do colapso na pós-flambagem, de forma que os pontos mais solicitados podem migrar da junção para outra região crítica do revestimento ou do reforçador. Isto pode ser verificado na análise de pós-flambagem considerando imperfeições do painel, que deve ser analisado em estudos futuros.

8.5 Técnicas de manufatura

Melhorias significativas em termos de peso do painel reforçado e do custo de fabricação, utilizadas em projetos estruturais atuais, têm sido vislumbradas pelos principais fabricantes de estruturas para futuras aeronaves.

Desenvolvimentos combinados constituem um desafio significativo para as soluções de painéis de materiais compósitos e metálicos. Para soluções metálicas, as metas podem ser mais bem atendidas por meio de desenvolvimentos combinados de material, fabricação e projeto.

Em particular, a introdução de novas abordagens de manufatura tem o potencial de reduzir o tempo de fabricação e as proporções de “*buy-to-flight*” da matéria prima, mas, adicionalmente, elas também permitem a produção econômica de geometrias complexas de painéis (HOUSTON et al, 2016). A razão “*buy-to-flight*” é a razão de peso entre a matéria prima usada para um componente e o peso do próprio componente.

É também importante mencionar as novas técnicas de manufatura que têm sido empregadas, como, no curto prazo, a usinagem de alta velocidade (*high-speed*) a partir de placas com formatos próximos da forma final do componente ou a partir de extrusões (McCUNE et al., 2012; MURPHY et al., 2014). No longo prazo, citamos a impressão 3D (manufatura aditiva de camadas à base de arame ou técnicas de deposição de metal) que melhora o tempo de manufatura e permite a criação de novos perfis de painéis reforçados (HOUSTON et al., 2016).

Para tornar mais viável a utilização de PRIs em painéis de asa, várias técnicas de manufatura de curto prazo estão sendo usadas e desenvolvidas, como: forjados, *peen forming* e *creep aging forming*. Nestes casos, o formato da matéria prima é próximo ao da forma final da peça.

O *peen forming* é um processo usado desde 1968 para painéis de asa com curvaturas, e é largamente usado em aeronaves de médio e grande porte (BAUGHMAN, 1984). Ele é derivado do processo de conformação por *shot-peening* e é um processo de conformação a frio por meio do alongamento do material por tensões compressivas em uma das superfícies do painel, resultando na conformação de geometrias complexas em painéis, sem a utilização de ferramentais de conformação (RAMATI; LEVASSEUR; KENNERKNECHT, 1999). O *peen forming* é

um dos processos atuais que mais possibilitaram a manufatura de PRIs em asas (WANG; PLATTS, 2002).

O *Creep Age Forming* (CAF) é um processo que permite a conformação de painéis de fuselagem e asa de uma maneira rentável e eficiente. O uso de conformação por fluência durante o envelhecimento de materiais evita muito o uso da conformação manual ou, em muitas etapas, da conformação mecânica (EBERL et al, 2008). O CAF é também um processo alternativo à conformação por *shot peening* (ou *peen forming*) que é intensiva no uso de mão de obra e tem um impacto bastante forte no meio ambiente devido à geração de poeira e ruído. Ele é bastante usado em produtos da família de alumínio ligas 7XXX, como em painéis superiores de asa, principalmente em PRIs, onde tratamentos T7X e T6X são usados em geral. Como exemplo do uso do CAF em painéis extradorso de asa pode-se citar os aviões da Airbus (famílias A318, A320, A340 e A380), o Gulfstream G-IV, o Rockwell B-1B (PITCHER; STYLES, 2000) e o Dassault Falcon 7X (SOLA et al., 2009). O uso de CAF em painéis intradorso de asa também está bastante desenvolvido, devido às maiores curvaturas destes painéis, por meio do uso de ligas com boas propriedades de fadiga e tolerância ao dano (PITCHER; STYLES, 2000).

No longo prazo pode-se incluir a impressão 3D por meio da fabricação de camadas aditivas baseadas em fios (KAZANAS et al., 2012; MEHNEN, 2014) ou técnicas de deposição de metais (KAPANIA; MULANI; LI, 2007). A Figura 8-10 apresenta, talvez de maneira exagerada, o potencial de utilização da manufatura aditiva em estruturas aeronáuticas, devido à grande complexidade geométrica e a integração entre as peças estruturais. Contudo, produtos de impressão 3D têm também limitações nos seus desempenhos estruturais (JOSHI; SHEIKH, 2015) e, assim, pode-se dizer que ainda há um longo caminho para o uso de impressão 3D na manufatura de estruturas primárias, como os PRIs, na aviação.

Contudo, é inegável que exista, no setor de aviação, um interesse cada vez maior em utilizar a impressão 3D. Isso pode ser verificado pela parceria da Boeing com o Laboratório Nacional de *Oak Ridge* para desenvolver a maior peça em impressão 3D do mundo, que é um ferramental para a produção do revestimento da ponta da asa dobrável do avião 777X (HEC SCIENCE AND TECHNOLOGY, 2018).

Figura 8-10: Potencial de utilização de manufatura aditiva em estruturas aeronáuticas.

Fonte: Murr e Johnson (2017).

Até hoje, a natureza subtrativa da usinagem a partir de matéria-prima com formato quase final oferece uma oportunidade de baixo custo para possibilidades e recursos de projeto e *design* local. Já em relação aos processos atuais de usinagem de PRIs, a utilização de raios de filetes (R) maiores pode vir a afetar o tempo de usinagem e, conseqüentemente, o custo da peça acabada, ainda que o processo de usinagem se mantenha praticamente o mesmo, e os parâmetros de corte não sofram grandes mudanças. Isso porque o processo de acabamento dos reforçadores é feito por uma ferramenta que possui diâmetro de corte (D_c) e um raio de fundo da ferramenta (R), conforme mostrado na Figura 8-11. Assim, quanto maior for o raio de filete utilizado, menor será a parte plana de fundo da ferramenta ($D_c - 2R$), logo será necessário passar a ferramenta diversas vezes para cobrir toda a região do revestimento, aumentando o tempo de usinagem.

Uma alternativa seria utilizar uma ferramenta com um diâmetro de corte maior, aumentando a parte plana do fundo da ferramenta, mas, para manter a velocidade de corte, seria necessário diminuir a velocidade de avanço da ferramenta,

aumentando também o tempo de usinagem. Essa opção reduziria o índice de esbeltez da fresa (relação entre seu comprimento e seu raio de giração), diminuindo a possibilidade de vibrações e viabilizando a usinagem de reforçadores mais altos, com uma boa qualidade. Uma solução que afetaria pouco o tempo de usinagem seria a utilização de duas ferramentas com diferentes raios de filete durante o acabamento: uma para usinar a parte plana do revestimento e outra para acertar o raio de filete do reforçador, mas isso poderia ocasionar degraus (*mismatch*) na região de interface entre a utilização das duas ferramentas, que poderiam demandar a ajustagem por meio de lixamento.

Figura 8-11: Desenho esquemático da ferramenta de usinagem de PRIs.

Fonte: autor.

Logo, pode se concluir que a escolha do raio de filete pelo engenheiro de análise estrutural precisa ser feita considerando diversos aspectos: peso, manufatura, segurança estrutural e custo.

8.6 Painéis reforçados em materiais compósitos

Painéis reforçados em materiais compósitos são cada vez mais utilizados na aviação. Baker e Kassapoglou (2001) realizaram um estudo de caso de painel reforçado em composto de uma maneira ampla contemplando: o projeto, a análise, *trade-off* do custo versus peso, fabricação e teste. O painel reforçado estudado foi o com reforçador em T invertido, ou seja, com dois perfis L co-curados ao revestimento conforme ilustra a Figura 8-12. Este tipo de painel é o mais parecido

com o PRI metálico com perfil *blade* e é muito usado em painéis superiores de asas em composto. Essa configuração é usada em alguns painéis de asa recentes, como:

- Boeing 777X (BOEING, 2019);
- Airbus A350 XWB (AIRBUS, 2011);
- Airbus A220-100 (antigo Bombardier CS100) e A220-330 (antigo CS300) (BOMBARDIER AEROSPACE, 2013);
- Bombardier Learjet 85 (ADVANCE ADS, 2014);
- Irkut MC21 (IRKUT CORPORATION, 2016).

Figura 8-12: Painel em materiais compósitos com reforçadores em T invertido.

Fonte: Baker e Kassapoglou (2001).

Essa configuração em painéis reforçados de material compósito tem um efeito similar ao do PRI metálico com raios de filete. O raio de filete, na prática, diminui a largura equivalente, b_s , do revestimento entre reforçadores. Os pés dos reforçadores, além de servirem para fixação entre os reforçadores e o revestimento, também diminuem a largura equivalente, b_s , fazendo com que os reforçadores possam ser mais espaçados, de forma análoga ao efeito do raio de filete em PRIs. Já o efeito na diminuição da altura equivalente, b_w , devido ao raio de filete, fazendo com que os reforçadores possam ser mais altos e finos, não tem correspondência em painéis reforçados em materiais compósitos com a configuração apresentada acima.

Perfis em material compósito como, por exemplo, reforçadores e longarinas, que possuem raios pequenos entre as suas almas e os seus flanges, são de grande dificuldade para uma laminação por pre-preg com uma boa qualidade. Na dobra, existe uma grande probabilidade de haver estiramento das fibras e enrugamento do laminado, deteriorando assim sua qualidade e as propriedades mecânicas nesta região. Carregamentos multiaxiais, que demandem laminados que não sejam quase

uniaxiais na direção longitudinal dos raios de interface, podem causar problemas localizados de delaminação.

Já a utilização de raios de filete grandes ou medianos pode também ter uma qualidade ruim e ter muita porosidade, principalmente devido à grande quantidade de resina necessária para preencher o meio do raio de filete, podendo ocasionar localmente um defeito devido à sucção local do revestimento, durante o processo de co-cura. Outra dificuldade observada é a diferença de rigidez entre o *filler* (região central do raio de filete) e os reforçadores e revestimento durante a co-cura, já que o *filler* normalmente é formado de fibras uniaxiais, diferentemente dos outros elementos.

Uma possível solução para esses problemas é que a cura do *filler* (proporcionalmente maior) seja feita separadamente e após a co-cura do conjunto: perfis L (reforçadores), revestimento e *fillers*. Outra alternativa seria a fabricação de *fillers* usinados em materiais mais leves, como, por exemplo, *ROHACELL*® (EVONIK, 2019), já que esta parte central do *filler* não gera proporcionalmente muita rigidez torcional ao reforçador. Estudos futuros precisam ser feitos para verificar a possibilidade de utilização e o desempenho estrutural de raios de filetes medianos ou grandes em painéis com reforçadores em materiais compósitos.

9 REPRESENTAÇÃO DO RAIOS EM MODELOS DE PLACA

Durante o pré-dimensionamento de uma asa, é ainda bastante comum o uso de curvas (ábacos) para a determinação preliminar de seu *layout* estrutural (posição de nervuras e reforçadores), bem como de suas dimensões (espessuras e alturas), devido à praticidade e velocidade de resposta.

Já nas fases seguintes de um projeto aeronáutico, com o detalhamento estrutural e a necessidade de validação por meio de ensaios e relatórios de certificação, é importante que a representação estrutural seja feita com o uso de modelos de elementos finitos da asa. Para isso, o modelo tem que representar de maneira fidedigna a estrutura conforme foi concebida nas fases anteriores. Caso a estrutura esteja mal representada, podem-se gerar erros de interpretação dos resultados pelo engenheiro, gerando retrabalhos que, além de possivelmente agregarem peso na aeronave, são custosos nas fases avançadas do projeto.

Para o dimensionamento final são utilizados modelos detalhados simplificados, ou seja, modelos com poucos graus de liberdade, mas que representam de maneira fidedigna a estrutura, mantendo a versatilidade para alterações de uma maneira rápida e prática. Por isso, a utilização de elementos de placa ou de viga, lineares, em modelos globais de asa é comum. Já a utilização de elementos sólidos é geralmente evitada devido à grande quantidade de graus de liberdade desses elementos.

Como um dos objetivos desta tese foi a geração de novos gráficos para considerar a influência do raio de filete na flambagem de PRIs, o que só foi conseguido com o uso de modelos sólidos com um número considerável de graus de liberdade, o ideal seria que este mesmo efeito também pudesse ser bem representado com modelos detalhados (leia-se, para um número maior de painéis, de preferência para toda a asa), porém utilizando elementos mais simples, de tal forma que um número menor de graus de liberdade (por painel) fosse necessário.

Para isso foram testados diversos tipos de modelos baseados, essencialmente, em elementos de placa, seguindo as condições de contorno e de carregamento descritas no capítulo 4.1. O modelo utilizado foi o *double half-bay* (Figura 4.1(b)) e as dimensões e propriedades mecânicas do painel típico estudado foram as mesmas

dos estudos feitos no início do capítulo 7 ($b_s = 90$ mm, $h = 35$ mm, $t_s = t_w = 3,5$ mm, $a = 450$ mm, $E_c = 73,1$ GPa e $\nu = 0,33$).

Como o objetivo é encontrar modelos que representem bem, e de forma mais simples, o efeito do raio de filete na flambagem de painéis reforçados, os valores dos coeficientes de flambagem local, $k_{s,loc}$, e global, $k_{s,glob}$, obtidos com os modelos de elementos finitos sólidos (conforme capítulo 7), serão usados como valores de referência para os resultados obtidos pelos modelos simplificados que serão descritos a seguir. Para uma correta representação da flambagem global, a principal preocupação foi garantir que estes modelos mais simples tivessem uma correta representação da área, do momento de inércia e do centro de gravidade dos raios de filete.

Após a escolha do melhor modelo simplificado capaz de representar bem o efeito do raio de filete na flambagem local e global deste painel típico, o próximo passo foi analisar diversas outras configurações geométricas de painéis, a fim de compararmos os resultados oriundos dos modelos finitos com elementos sólidos com os resultados obtidos a partir dos modelos de elementos finitos simplificados. Para isso, serão utilizadas as mesmas cem configurações que foram analisadas na seção 7.4.

9.1 Condições de contorno – modelo de placa

Nesta seção será estudada a melhor maneira de representar o raio de filete em um painel reforçado por meio de um modelo composto basicamente por elementos de placa e que levem a valores dos coeficientes de flambagem, global e local, similares aos obtidos com modelos de alta fidelidade (modelos sólidos, Figura 4-3).

A Figura 9-1 mostra a região do painel reforçado (denominada *double half-bay*) e as condições de contorno que devem ser aplicadas caso o modelo de elementos finitos utilize elementos de placa, ao invés dos elementos sólidos apresentados no capítulo 4. Para estes novos modelos com elementos de placa, foram utilizadas condições de contorno próprias para representar a condição de painel infinito (i.e., com comprimento e largura infinitos e um número infinito de reforçadores).

Analogamente ao modelo anterior, explicado no capítulo 4, foram prescritos deslocamentos na face 1 ($u = \delta_x$) e na face 2 ($v = \delta_y$), com o uso de elementos rígidos, de modo a garantir um estado de tensão compressiva unitária na direção

longitudinal ($\sigma_x = -1$ MPa), conforme eq.(4.1), e de tensão nula na direção transversal ($\sigma_y = 0$), conforme eq.(4.2), caracterizando as tensões de pré-flambagem.

Diferentemente dos modelos sólidos onde, com a aplicação de deslocamentos prescritos em determinadas direções, é possível impedir as rotações das faces em torno de outras direções, nos modelos de placa essas restrições a rotações precisam ser efetivamente aplicadas. Assim, nas faces 1 e 3 as rotações em torno das direções y e z foram impedidas ($\phi = 0$ e $\varphi = 0$), e nas faces 2 e 4 as rotações em torno das direções x e z foram impedidas ($\theta = 0$ e $\varphi = 0$). Finalmente, uma restrição ao deslocamento vertical ($w = 0$) é imposta para todos os nós na interseção entre o plano de meia espessura do revestimento e o plano transversal que representa o suporte fornecido pela junção da nervura com o revestimento. Usando essas condições de contorno, é possível representar as condições de comprimento e largura infinita no painel, como realizado no capítulo 4.

Figura 9-1: Condições de contorno usadas para representar parte do painel com elementos de placa.

Fonte: autor.

O *software* utilizado para as análises de flambagem com modelos de placa foi o NASTRAN (SIEMENS, 2014b, 2014c). O método de Lanczos foi novamente utilizado para a obtenção dos autovalores e autovetores do problema.

9.2 Opções estudadas

Diversos modelos de elementos finitos foram avaliados, utilizando principalmente elementos de placa lineares (quadrilátero), mas também com outros elementos de suporte (para representar especialmente a região do filete) como elementos de viga, elementos rígidos, e também elementos sólidos (pentaedros e hexaedros).

A Figura 9-2 e a Figura 9-3 mostram as “seções transversais” dos onze tipos de modelos simplificados que foram investigados a fim de reproduzir resultados próximos aos que foram obtidos com modelos de elementos finitos sólidos e que podem ser vistos na Figura 7-1 ($k_{s, glob}$) e na Figura 7-2 ($k_{s, loc}$).

Nos modelos indicados nas Figuras 9-2 (a) e 9-2 (b), os raios de filete estão representados apenas com elementos de placa. A ideia deste tipo de representação é evitar a flambagem local na região do raio de filete, mas a principal dificuldade encontrada foi que as espessuras do revestimento e/ou do reforçador influenciam nas inclinações dos elementos de placa. Estes elementos de placa adicionados foram posicionados e inclinados, de tal maneira que o centroide, a área e o momento de inércia (em relação ao centroide) resultantes fossem equivalentes às mesmas propriedades de área do raio de filete representado. Assim, os resultados para o $k_{s, glob}$ também seriam similares mas, quando as espessuras e os raios de filetes são próximos (por exemplo, $t_s = 3 \text{ mm}$ e $R = 4 \text{ mm}$), essas equivalências são difíceis de se obter.

O modelo indicado na Figura 9-2 (c) visa reduzir a largura e a altura flambantes do revestimento e do reforçador por meio do aumento da rigidez dos elementos de placa próximos à junção entre revestimento e reforçador (região do filete), mas há um efeito colateral que modifica o coeficiente de flambagem global do painel em virtude do aumento da rigidez flexional do revestimento, como será apresentado adiante.

Figura 9-2: Modelos simplificados para representar o efeito do raio de filete (Parte 1).

Fonte: autor.

Já no modelo indicado na Figura 9-2 (d) os raios de filete estão representados por elementos de viga longitudinais posicionados de tal forma que seus eixos centrais coincidam com a posição vertical dos centroides dos filetes. As propriedades de área destes elementos de viga (área e momento de inércia em relação ao centroide) têm também os mesmos valores das propriedades calculadas para os raios de filete.

Os modelos indicados nas Figuras 9-2 (e), 9-2 (f), 9-3 (g) e 9-3 (h) representam os raios de filete por meio de elementos de placa e também elementos rígidos (a 0° e 45°) para eliminar o efeito das espessuras (t_w e t_s) no posicionamento dos elementos de placa. Os posicionamentos e as inclinações dos elementos de placa indicados nestas figuras são feitos de modo a garantir que o conjunto possua a mesma posição do centroide, a mesma área e o mesmo momento de inércia que o raio de filete propriamente dito, de modo a evitar diferenças significativas nos valores de $k_{s, glob}$. O objetivo da utilização de elementos rígidos a 45° foi o de tentar aumentar

os valores obtidos para o coeficiente de flambagem local sem influenciar significativamente os valores obtidos para os coeficientes de flambagem global.

Figura 9-3: Modelos simplificados para representar o efeito do raio de filete (Parte 2).

Fonte: autor.

Os modelos assinalados nas Figuras 9-3 (i) e 9-3 (j) utilizam elementos sólidos (pentaédricos e/ou hexaédricos) lineares, ou seja, com nós apenas nos vértices dos elementos, para representar os raios de filete. Também são utilizados elementos rígidos para facilitar as conexões entre os nós dos elementos sólidos (usados na representação dos filetes) e os nós dos elementos de placa (usados para representar o revestimento e o reforçador), uma vez que estes nós não são coincidentes. Deve-se ressaltar que uma preocupação foi a de garantir que a seção transversal do modelo com elementos sólidos tivesse a mesma área ocupada pelos raios de filete.

Por fim, no modelo assinalado na Figura 9-3 (k), impõe-se que a área, o momento de inércia e o centro de gravidade da seção transversal dos raios de filete

sejam representados por meio de elementos de viga, como no modelo indicado na Figura 9-2 (d). Porém, neste caso, são também utilizados elementos rígidos ligando o reforçador ao revestimento de modo a diminuir a largura e a altura flambantes do painel reforçado.

Khedmati, Rastani e Ghavami (2007) estudaram o efeito do filete de solda na flambagem de painéis reforçados em navios e estruturas offshore. Neste estudo, foram comparados os efeitos de soldas contínuas e de soldas intermitentes. Para isso, os autores utilizaram uma representação numérica por meio de elementos de placa na interface reforçador/revestimento e elementos rígidos (nas espessuras) como representado na Figura 9-4. Os modelos indicados nas Figuras 9-2 (e) a 9-3 (j) também utilizam elementos rígidos nas espessuras do revestimento e do reforçador. Apesar de não ter sido considerado, neste trabalho, o efeito de se intercalar raios de filetes grandes e pequenos (conceito semelhante ao das soldas intermitentes) na flambagem local, esse efeito pode vir a ser estudado em trabalhos futuros.

Figura 9-4: Representação da solda com elementos rígidos em painéis reforçados.

Fonte: Khedmati, Rastani e Ghavami (2007).

9.3 Resultados da correlação

Considerando a geometria e as constantes elásticas do painel típico ($b_s = 90$ mm, $h = 35$ mm, $t_s = t_w = 3,5$ mm, $a = 450$ mm, $E_c = 73,1$ GPa e $\nu = 0,33$), foram realizadas dez simulações para cada um dos onze modelos simplificados indicados na seção anterior, variando-se o raio do filete de 3 mm até 30 mm com acréscimos de 3 mm (ou seja, variando-se o parâmetro adimensional R/b_{wf} entre 0,10 e 0,95).

A Figura 9-5 mostra os resultados obtidos para o coeficiente de flambagem global, $k_{s, glob}$, em função do adimensional R/b_{wf} para cada um dos modelos simplificados

indicados nas Figuras 9-2 (b), 9-2 (d), 9-2 (f), 9-3 (i), 9-3 (k) bem como os resultados obtidos para este mesmo coeficiente utilizando elementos finitos sólidos (ver Figura 7-1). Pode-se observar que esses cinco modelos simplificados representam bem o efeito dos raios de filete no que tange a flambagem global. Isso se justifica pelo fato de estes modelos terem valores de área, momento de inércia e posição do centroide bastante próximos dos respectivos valores encontrados para um filete real.

Figura 9-5: Resultados obtidos para o coeficiente de flambagem global em função do raio. Modelos com elementos de placa × Modelos com elementos sólidos 3D (1).

Fonte: autor.

Verificando a variação relativa de $k_{s, glob}$ com o aumento do raio de filete em relação ao valor de $R/b_{wf} = 0$, nota-se que as curvas obtidas para os modelos indicados nas Figuras 9-2 (d) e 9-3 (k) são as que têm melhor correlação (mesmo formato) com a curva obtida com modelos de elementos finitos sólidos 3D. A redução máxima no valor de $k_{s, glob}$ para o modelo da Figura 9-3 (k) é de 25,2% em relação ao valor obtido com o mesmo modelo para o painel com raio de filete nulo; já, para o modelo de elementos finitos sólidos, praticamente a mesma variação é

observada (redução de 25,3%), ou seja, as curvas de $k_{s, glob}$ para os dois modelos possuem praticamente o mesmo formato e são influenciadas de maneira similar devido ao aumento do raio de filete. Isso ocorre nessas duas representações, pois o uso de elementos de viga facilita a obtenção dos mesmos valores dos parâmetros geométricos (A , I e CG) que são importantes para representar o efeito do raio na flambagem global.

A Figura 9-6 mostra os resultados obtidos para $k_{s, glob}$ em função do adimensional R/b_{wf} para os outros seis modelos simplificados indicados nas Figuras 9-2 (a), 9-2 (c), 9-2 (e), 9-3 (g), 9-3 (h) e 9-3 (j) bem como os resultados obtidos para este mesmo coeficiente utilizando elementos finitos sólidos. Pode-se observar que, com exceção do modelo da Figura 9-2 (c), todos os outros modelos representam relativamente bem o efeito dos raios de filete no que tange a flambagem global.

Figura 9-6: Resultados obtidos para o coeficiente de flambagem global em função do raio. Modelos com elementos de placa × Modelos com elementos sólidos 3D (2).

Fonte: autor.

Verificando a variação relativa de $k_{s, glob}$ com o aumento do raio de filete em relação ao valor obtido para $R/b_{wf} = 0$, como feito anteriormente, nota-se que o

modelo indicado na Figura 9-3 (j) é o que tem melhor correlação com os valores de $k_{s,lob}$ obtidos com modelos de elementos finitos sólidos 3D. A redução máxima no valor de $k_{s,lob}$ para o modelo da Figura 9-3 (j) é de 25,3% em relação ao valor obtido com o mesmo modelo para o painel com raio de filete nulo.

Apesar dos bons resultados obtidos pela maior parte dos modelos de elementos finitos simplificados na estimativa do coeficiente de flambagem global (como indicado na Figura 9-5 e na Figura 9-6), o mesmo não pode ser dito com relação aos resultados obtidos para o coeficiente de flambagem local, como é possível observar na Figura 9-7 que mostra os resultados obtidos para $k_{s,loc}$ em função do adimensional R/b_{wf} para cada um dos modelos simplificados indicados nas Figuras 9-2 (b), 9-2 (d), 9-2 (f), 9-3 (i), 9-3 (k) bem como os resultados obtidos para este mesmo coeficiente utilizando elementos finitos sólidos (ver Figura 7-2).

Figura 9-7: Resultados obtidos para o coeficiente de flambagem local em função do raio. Modelos com elementos de placa × Modelos com elementos sólidos 3D (1).

Fonte: autor.

O modelo indicado na Figura 9-2 (d), que utiliza elementos de viga para representar o efeito do raio do filete, não fornece resultados satisfatórios para o coeficiente de flambagem local (a não ser para valores muito pequenos do raio), pois não é capaz de reduzir a largura e a altura flambantes, de tal modo que deve ser descartado.

O modelo indicado na Figura 9-3 (k), que utiliza elementos de viga combinados com elementos rígidos para representar o efeito do raio do filete, visa reproduzir as propriedades geométricas do filete e também reduzir a largura e altura flambantes, o que já traz melhorias em relação aos resultados obtidos pelo modelo anterior (da Figura 9-2 (d)). Contudo, os resultados obtidos com este modelo mostram que o painel ficou muito rígido para valores intermediários de R/b_{wf} (fornecendo resultados não conservadores) e um pouco menos rígido para valores maiores de R/b_{wf} .

Já os resultados obtidos com os modelos das Figuras 9-2 (b) e 9.2 (f) – modelos com elementos de placa com duas inclinações – ficaram muito conservadores, ou seja, com valores mais baixos de $k_{s,loc}$ para a maior parte dos valores de R/b_{wf} .

Finalmente, o modelo simplificado indicado na Figura 9-3 (i), que utiliza elementos pentaédricos lineares e elementos rígidos combinados, foi o que forneceu resultados mais próximos (dos obtidos com modelos sólidos) para o coeficiente de flambagem local, apresentando uma diferença conservadora (a favor da segurança) apenas para valores grandes de R/b_{wf} , que são menos usuais na indústria aeronáutica e estão longe do valor ótimo (como discutido no capítulo 8).

A Figura 9-8 apresenta os resultados dos modelos simplificados da Figura 9-3 (a), 9-3 (c), 9-3 (e), 9-3 (g), 9-3 (h) e 9-3 (j) para o coeficiente $k_{s,loc}$. Esses resultados mostram que o modelo simplificado indicado na Figura 9-3 (j), que utiliza elementos pentaédricos e hexaédricos lineares e elementos rígidos combinados, também forneceu resultados bastante satisfatórios para $k_{s,loc}$, assim como o modelo da Figura 9-3 (i) que utiliza elementos pentaédricos e elementos rígidos combinados. Comparando estes dois modelos, 9-3 (i) e 9-3 (j), o modelo que utiliza a menor quantidade de elementos tem a vantagem de incluir menos graus de liberdade ao problema e de facilitar sua implementação em análises estruturais que envolvam um número grande de painéis reforçados.

Figura 9-8: Resultados obtidos para o coeficiente de flambagem local em função do raio. Modelos com elementos de placa × Modelos com elementos sólidos 3D (2).

Fonte: autor.

Do exposto, concluímos que o modelo simplificado indicado na Figura 9-3 (i), combinando elementos pentaédricos e elementos rígidos, é o que melhor reproduz a influência do raio de filete na flambagem global e local do painel, além de incluir uma menor quantidade de graus de liberdade ao problema, sendo o mais indicado para análises de grandes porções da asa.

Ainda com relação ao modelo indicado na Figura 9-3 (i), o uso da eq.(9.1), que garante a manutenção da mesma área do filete (conforme eq.(B.2)), permite determinar o tamanho da aresta do elemento pentaédrico, indicado na eq.(9-2) e na Figura 9-9. Para tal valor da aresta, a mesma área de seção transversal é obtida, e garante-se ainda um momento de inércia, em relação ao plano médio do revestimento, igual a 91% do valor real (conforme eq.(B.4), (B.2) e (B.11)), e uma distância do centroide, ao plano médio do revestimento, igual a 98% da distância calculada pela eq.(B.11), para o caso em que o raio de filete é $R = 12$ mm.

$$\frac{b_R^2}{2} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) R^2 \quad (9.1)$$

Logo:

$$b_R = \left(\sqrt{2 - \frac{\pi}{2}}\right) R \quad (9.2)$$

Figura 9-9: Detalhe do modelo simplificado com elementos pentaédricos e rígidos.

Fonte: autor.

9.4 Verificação do modelo escolhido considerando outras geometrias

Para verificar se o modelo simplificado com elementos pentaédricos é capaz de representar bem outras geometrias de painéis reforçados com juntas filetadas, foram feitas novas simulações empregando este modelo para as mesmas 100 configurações simuladas na seção 7.4.

A eq.(9.3) indica uma forma de calcular o desvio percentual entre os resultados obtidos para os coeficientes de flambagem por meio do modelo simplificado escolhido e os resultados obtidos com os modelos de elementos finitos sólidos (que foram utilizados para a geração dos gráficos). Um valor negativo do desvio indica que o resultado do modelo simplificado é conservador, e um valor positivo indica o contrário (resultado contra a segurança).

$$\Delta k_s = \frac{k_{s \text{ MEF simplificado}}}{k_{s \text{ MEF sólido}}} - 1 \quad (9.3)$$

Das cem geometrias analisadas, 93 apresentaram modos de flambagem global entre os quinze autovalores mínimos calculados. A Tabela 9-1 mostra a síntese dos resultados obtidos para os desvios percentuais para essas 93 configurações simuladas (considerando os casos de falha por flambagem global do painel). Pode-se notar que os desvios percentuais mínimos e máximos apresentados nesta amostra são sempre negativos, ou seja, em todas as simulações realizadas os modelos simplificados apresentaram valores menores para $k_{s, glob}$ em relação aos valores obtidos com os modelos sólidos. Além disso, os desvios percentuais são pequenos, independentemente do valor do raio de filete.

Tabela 9-1: Correlação entre modelos simplificados e modelos sólidos na flambagem global.

R/b_{wf}		média	desvio padrão	mínimo	máximo	quantidade
mín	máx					
0	0,18	-2,84%	0,98%	-5,12%	-0,63%	16
0,18	0,32	-2,62%	1,04%	-4,81%	-1,14%	11
0,32	0,56	-2,98%	1,17%	-5,64%	-1,53%	20
0,56	1	-3,67%	1,33%	-8,31%	-1,95%	46
0	1	-3,25%	1,27%	-8,31%	-0,63%	93

Fonte: autor.

Considerando agora a falha por flambagem local, a Tabela 9-2 apresenta uma síntese dos resultados obtidos para os desvios percentuais para as 100 configurações analisadas (neste caso, todas as geometrias analisadas apresentaram modos de flambagem local entre os quinze autovalores mínimos calculados). Pode-se observar que, na maior parte dos casos, os resultados obtidos pelo modelo simplificado estão a favor da segurança, uma vez que no intervalo $0,18 \leq R/b_{wf} \leq 0,56$ todos os desvios percentuais resultaram negativos. Para valores de $R/b_{wf} \leq 0,48$, os resultados do modelo simplificado apresentam desvios percentuais aceitáveis em relação aos resultados obtidos pelos modelos com elementos sólidos. O maior desvio percentual não conservador foi de 3,22% (no intervalo $0,56 \leq R/b_{wf} \leq 1$). Como visto no capítulo 8, os valores de R/b_{wf} para o dimensionamento do painel ótimo, com

o menor peso, estão ao redor de 0,3 (dentro, portanto, da faixa em que os resultados obtidos pelos modelos simplificados estão a favor da segurança).

Tabela 9-2: Correlação entre modelos simplificados e modelos sólidos na flambagem local.

R/b_{wf}		média	desvio padrão	mínimo	máximo	quantidade
mín	máx					
0	0,18	-2,50%	1,73%	-6,03%	1,75%	20
0,18	0,32	-4,12%	2,86%	-12,1%	-0,56%	13
0,32	0,4	-5,92%	3,12%	-12,4%	-2,70%	8
0,4	0,48	-7,74%	5,36%	-13,6%	-0,11%	6
0,48	0,56	-7,72%	9,30%	-27,3%	-1,95%	7
0,56	1	-9,38%	15,98%	-65,3%	3,22%	46
0	1	-6,83%	11,53%	-65,3%	3,22%	100

Fonte: autor.

A Figura 9-10 e a Figura 9-11 comparam os autovetores (deformadas correspondentes aos autovalores respectivos) dos modelos simplificados com os obtidos pelos modelos com elementos sólidos. A Figura 9-10 (a) e a Figura 9-10 (b) representam um modo de flambagem global, enquanto a Figura 9-11 (a) e a Figura 9-11 (b) representam um modo de flambagem local. Percebe-se que, para os dois tipos de modelos, os mesmos modos de flambagem são obtidos. Os casos representados na Figura 9-10 e na Figura 9-11 referem-se ao painel típico estudado com raio de filete $R = 12$ mm (ou seja, $R/b_{wf} = 0,38$). A Tabela 9-3 traz os autovalores dos dois primeiros modos de flambagem (modo global e local respectivamente) do modelo com elementos sólidos e do modelo com elementos de placa.

Tabela 9-3: Comparação entre os autovalores do modelo simplificado e do modelo com elementos sólidos.

modos	Tipo de flambagem	λ_{MEF} com	λ_{MEF} com
		elementos sólidos	elementos de placa
1°	global	249,31	244,80
2°	local	744,61	722,67

Fonte: autor.

Figura 9-10: Comparação entre as deformadas associadas ao 1º modo de flambagem do Modelo Simplificado x Modelo com elementos sólidos.

Fonte: autor.

Figura 9-11: Comparação entre as deformadas associadas ao 2º modo de flambagem do Modelo Simplificado x Modelo com elementos sólidos.

Fonte: autor.

A partir das comparações dos resultados obtidos com os diversos modelos, envolvendo geometrias com diversos tamanhos de raios e diferentes proporções, pode-se concluir que a representação simplificada que utiliza elementos de placa, sólidos lineares pentaédricos e elementos rígidos (Figura 9-3 (i)) tem uma melhor correlação com os modelos hierarquicamente superiores, baseados em elementos sólidos e que foram utilizados nos capítulos anteriores para representar o efeito do raio de filete na flambagem global e local de painéis reforçados.

Essa representação simplificada pode ser usada em análises lineares para representar a influência do raio de filete na análise de flambagem. Deve-se ressaltar que as tensões obtidas com este modelo simplificado (utilizando elementos pentaédricos em análises não lineares) não foram verificadas, mas a princípio consideramos que não deve haver uma boa correlação com as tensões encontradas na borda de um raio de filete representado por modelos de elementos finitos sólidos.

Deve-se registrar ainda que a utilização do modelo simplificado com elementos sólidos lineares pentaédricos e elementos rígidos para representar os raios de filetes (Figura 9-9) também pode ser aventada para PRIs de outros tipos e formatos, como é o caso de painéis com reforçadores J, I, iso-grid, ortho-grid, ou com sub-reforçadores.

10 ENSAIO EXPERIMENTAL DE FLAMBAGEM LOCAL

Neste capítulo serão apresentados: i) o projeto de um dispositivo e de corpos de prova para a realização de ensaios experimentais visando ao estudo da flambagem local de PRIs e ii) as análises numéricas das configurações dos corpos de prova sugeridos para o ensaio. O objetivo principal do projeto é a concepção de ensaios de compressão uniaxiais de PRIs (com reforçadores do tipo *blade*) para: (i) confirmar experimentalmente que os valores de tensão crítica de flambagem local de PRIs aumentam consideravelmente quando é considerado o efeito do raio de filete (como verificado no capítulo 7), e (ii) validar os modelos de elementos finitos utilizados para a criação dos gráficos atualizados que consideram o efeito do raio de filete na flambagem local de PRIs (descritos no capítulo 4, e validados por meio de resultados experimentais obtidos na literatura e realizados em painéis com reforçadores com perfil T, conforme descrito no capítulo 6). Para isso, quatro corpos de prova (CDPs) com diferentes geometrias de PRIs serão dimensionados de modo que falhas por flambagem local sejam induzidas nos painéis quando submetidos a carregamentos de compressão uniaxial, permitindo, assim, que os resultados obtidos nos capítulos anteriores possam ser confrontados com os resultados obtidos nos ensaios (ver Figura 10-1 e Figura 10-2).

Figura 10-1: Corpo de prova do painel reforçado.

Fonte: autor.

Deve-se observar que, apesar de o projeto e as análises numéricas referentes ao ensaio experimental serem apresentados neste capítulo, a execução do ensaio, por si, não faz parte deste trabalho e a sua realização é sugerida como parte de trabalhos futuros.

Figura 10-2: Dispositivo de compressão e corpo de prova do painel reforçado.

Fonte: autor.

Preliminarmente, como o objetivo do ensaio é verificar o aumento da carga de flambagem local de PRIs devido à influência do raio de filete, que muitas vezes pode ser incremental, devem ser dimensionados corpos de prova (*coupons*) para levantar dados complementares, a fim de assegurar dados mais precisos e diminuir as incertezas presentes nos ensaios de flambagem dos painéis reforçados. Como as propriedades do material são parâmetros importantes na determinação das tensões críticas de flambagem, é importante a realização de ensaios de compressão seguindo, por exemplo, as recomendações da ASTM (AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS, 2018) para o levantamento da curva $\sigma \times \varepsilon$ do material base, além da determinação do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson do material (ver, por exemplo, AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS, 2017). A Figura 10-3 (a) ilustra um corpo de prova para esta finalidade. Além disso, também é útil a realização de ensaios em corpos de prova com a mesma geometria do perfil dos reforçadores (conforme ilustra a Figura 10-3 (b)) para

a determinação da tensão de *crippling* dos reforçadores considerados isoladamente (ver LABOUBE e SCHUSTER, 2002).

Figura 10-3: Corpos de prova a serem testados.

Fonte: autor.

10.1 Premissas para o dimensionamento dos corpos de prova (painéis reforçados)

O projeto do dispositivo de ensaio de compressão e dos próprios corpos de prova (painéis reforçados) visa à obtenção dos coeficientes de flambagem local, $k_{s,loc}$, das configurações ensaiadas para comparações, seja com os resultados numéricos dos modelos de elementos finitos dos próprios CDPs, seja com os resultados tabelados no Apêndice A para as respectivas configurações. Em linhas gerais, é desejável que o projeto seja relativamente simples (de baixo custo) e que possa reproduzir, da maneira mais fiel possível, as condições de carregamento e as condições de contorno consideradas no modelo de elementos finitos apresentado no capítulo 4.

Para se compreender a influência do raio de filete na flambagem local de PRIs, deve-se evitar que as cargas críticas de instabilidade por flambagem local dos painéis ensaiados fiquem muito próximas das cargas associadas a outros efeitos que podem ocorrer simultaneamente, como a flambagem global dos painéis e efeitos não lineares associados ao comportamento elasto-plástico do material, no caso de as deformações superarem as deformações de início do escoamento.

Buscando a redução do custo do ensaio, sugere-se a fabricação de painéis monolíticos de dimensões reduzidas, bem como das conexões necessárias para

acoplar os painéis à máquina de ensaio, de modo que sejam produzidas tensões praticamente uniformes na região central dos CDPs quando aplicados os esforços de compressão ao conjunto.

Deve-se observar também que o fato de os ensaios serem realizados em painéis de dimensões finitas pode trazer discrepâncias entre os resultados experimentais e os resultados numéricos apresentados neste trabalho, bem como na maioria dos resultados encontrados na literatura que tratam deste tema, e que são válidos para painéis de grandes dimensões. Desta forma, uma das preocupações na concepção destes ensaios é a de tentar minimizar este efeito de escala.

Para não aumentar demasiadamente o custo dos ensaios, sugere-se que seja investigado apenas um corpo de prova para cada geometria proposta, apesar de sabermos que a garantia de repetibilidade dos resultados, para cada configuração analisada, seria também bastante desejável, se pudesse ser aferida a um custo acessível (o que não é o caso). Propõe-se também que sejam ensaiadas, ao menos, quatro geometrias diferentes de painéis reforçados, totalizando quatro ensaios, e que as seguintes diretrizes e recomendações sejam seguidas:

- Fluxo compressivo representativo de 1500 N/mm no início da flambagem – o mesmo utilizado no ensaio de Houston et al. (2016);
- Carregamento de ruptura dos painéis ensaiados menor que 2000 kN (capacidade máxima de uma máquina MTS usada como referência);
- Carregamento de colapso dos painéis ensaiados ao redor de 1400 kN;
- Carregamento crítico para a flambagem global pelo menos 100% superior ao necessário para a flambagem local no regime elástico do material;
- Tensões críticas de flambagem devem estar predominantemente no regime elástico do material;
- Sem fixações representando nervuras e sem fixações nas bordas laterais dos CDPs;
- Tensões praticamente constantes na seção transversal na região de interesse do corpo de prova antes da ocorrência de flambagem;
- Evitar efeitos da fixação do CDP com a máquina de compressão, ou seja, minimizar a transmissão de momentos fletores entre a máquina e o painel;
- As dimensões dos CDPs (espessuras principalmente) devem ser aferidas antes do ensaio.

Juntamente com os resultados dos ensaios dos CDPs de compressão e *crippling*, o atendimento completo das diretrizes indicadas possibilita que diversas incertezas envolvidas na flambagem de painéis reforçados sejam minimizadas, de tal forma que o foco dos ensaios seja apenas a influência do raio de filete na flambagem local de PRIs do tipo *blade*, evitando, que eventuais diferenças entre os resultados obtidos possam ser atribuídas a outros fatores como: plasticidade do material, tolerâncias geométricas de usinagem, influência da fixação das nervuras e alternâncias entre modos de flambagem com carregamentos críticos próximos (interação entre modos).

Para o dimensionamento dos painéis reforçados a serem ensaiados, sugere-se utilizar, no mínimo, 3 ou 4 reforçadores como ilustra a Figura 10-4, para se obter uma tensão de flambagem próxima à de um painel com largura infinita (ver, por exemplo, FARRAR, 1949). Buscou-se um espaçamento (b_s) de 140 mm entre reforçadores que leva a um carregamento de colapso do painel por volta de 140 tf e a uma tensão, no início da flambagem, por volta de 280 MPa nos CDPs mais carregados, e, portanto, dentro da região de elasticidade linear do material (dado que $F_{cy} = 421$ MPa). A otimização naïve (coincidência entre flambagem local e global) foi utilizada para o dimensionamento com uma razão de aspecto de 5 ($a/b_s = 5$, $a = 700$ mm), buscando um painel de peso mínimo capaz de suportar a carga usada no dimensionamento. Com o objetivo de elevar o carregamento crítico de flambagem global, afastando-o do carregamento crítico de flambagem local, diminuímos a razão de aspecto do painel para 3 ($a/b_s = 3$, $a = 420$ mm). Reforçadores laterais, com espessuras maiores que as dos demais reforçadores, são necessários para evitar a flambagem local antecipada nestas regiões (compensando o fato de não haver revestimento em um dos lados destes reforçadores extremos). Finalmente, sugere-se a inclusão de bases para a fixação das células de carga (como as indicadas na Figura 10-4), de forma a distribuir o carregamento uniformemente por todo o painel. Para o material dos CDPs, consideramos a liga de alumínio 7050-T7451, com constantes elásticas $\nu = 0,33$ e $E_c = 73,084$ GPa, já utilizada em outros estudos feitos nesta tese.

Figura 10-4: Detalhes do corpo de prova.

Fonte: autor.

Com a inclusão das bases, é recomendável o uso, no revestimento e nos reforçadores, de conicidades suaves perto das bases para se evitar concentradores de tensão (ver Figura 10-5). Também uma excentricidade na região de trás do painel deve ser configurada para que se possa obter uma distribuição de tensão, na região central do painel, bem próxima a de um estado de tensão compressiva constante.

Figura 10-5: Excentricidade e conicidade do corpo de prova.

Fonte: autor.

10.2 Geometria dos corpos de prova (painéis reforçados) a serem ensaiados

Quatro corpos de prova (CDPs) foram dimensionados para validar o efeito do raio de filete na flambagem local de PRIs (Tabela 10-1). Os CDPs 2, 3 e 4 foram dimensionados para suportar um fluxo compressivo mínimo $N = 1500$ N/mm, com três raios de filetes diferentes ($R = 16$ mm, $R = 4$ mm e $R = 12$ mm respectivamente) utilizando para isso os resultados dos gráficos gerados (Apêndice A) e a metodologia apresentada no capítulo 8. Esses três CDPs foram dimensionados utilizando uma razão de aspecto igual a 5, que foi depois reduzida para 3, para evitar a interação entre o modo global com o modo local (objetivo do ensaio), conforme explicado na seção anterior.

Já o CDP 1 possui a mesma geometria do CDP 2, mas com um raio de filete pequeno ($R = 4$ mm), normalmente usado na indústria. Com esse raio menor, esse CDP não foi otimizado para o fluxo mínimo e tem o início da sua flambagem para um fluxo compressivo $N = 656,6$ N/mm.

As diretrizes da seção 10.1 foram seguidas buscando separar a flambagem local das diversas incertezas do problema (flambagem global, plasticidade, fixações laterais).

A Tabela 10-1 e a Figura 10-6 apresentam as dimensões principais da célula central dos CDPs a serem ensaiados. Comparando os CDPs 2, 3 e 4, que foram otimizados para o menor peso suportando um fluxo $N = 1500$ N/mm, percebe-se que, à medida que o raio de filete (R) aumenta, a altura do reforçador (b_w) também aumenta e as espessuras do revestimento (t_s) e do reforçador diminuem (t_w), resultando em uma área total da célula, dada pela eq.(B.9), menor com o aumento do raio de filete.

Tabela 10-1: Dimensões dos CDPs e capacidade portante das células.

	R	b_w	b_s	t_w	t_s	$A_{\text{célula}}$	$\sigma_{\text{flamb célula}}$	$P_{\text{flamb célula}}$	σ_{MEF}
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm ²]	[MPa]	[KN]	[MPa]
CDP 1	4,0	56,3	140,0	3,1	3,3	638,1	144,0	91,9	146,7
CDP 2	16,0	56,3	140,0	3,1	3,3	741,1	283,6	210,2	285,3
CDP 3	4,0	45,6	140,0	6,3	3,6	786,8	268,6	211,3	271,5
CDP 4	12,0	51,0	140,0	4,3	3,5	763,4	281,4	214,8	283,1

Fonte: autor.

Utilizando os gráficos gerados para $k_{s,loc}$ (Apêndice A), a eq.(3.3) e a interpolação bi-cúbica (seção 7.4) foi possível calcular a tensão crítica de flambagem da célula ($\sigma_{flamb\ célula}$). Essa tensão de flambagem é uma medida de eficiência do painel reforçado, pois, para um mesmo carregamento de compressão, quanto maior for a tensão de flambagem, menor será a área da seção transversal e, portanto, menor será o peso do painel.

Para verificar a consistência dos resultados obtidos, foram realizadas novas simulações das células com os modelos de elementos finitos descritos no capítulo 4, considerando as dimensões dadas na Tabela 10-1, cujos resultados levaram à determinação da tensão crítica de flambagem denominada σ_{MEF} (indicada na última coluna da Tabela 10-1), a partir do uso da eq.(5.6) e da eq.(3.3). Como era de se esperar, as tensões σ_{MEF} e $\sigma_{flamb\ célula}$ são muito parecidas, pois utilizaram métodos de simulação e de cálculo similares, sendo que o pequeno desvio entre os valores obtidos se deve à interpolação das curvas geradas e a possíveis erros numéricos.

Deve-se observar também que os valores dos carregamentos de flambagem ($P_{flamb\ célula}$) previstos para os CDPs 2, 3 e 4 são muito próximos, pois, como o fluxo compressivo mínimo (N) e o espaçamento dos reforçadores (b_s) são iguais, seguindo a equação abaixo, chega-se ao mesmo carregamento:

$$P_{flamb,célula} = Nb_s \quad (10.1)$$

As pequenas diferenças nos carregamentos ($P_{flamb\ célula}$) se devem a alguns arredondamentos nas dimensões dos CDPs, principalmente das espessuras (t_w e t_s), diferenciando minimamente do painel dimensionado para peso mínimo.

Figura 10-6: Célula central dos corpos de prova a serem ensaiados.

Fonte: autor.

10.3 Resultados esperados

O método sugerido para a identificação do instante em que ocorre a flambagem (e, conseqüentemente, o valor do carregamento neste instante) durante o ensaio é por meio da instalação de extensômetros nos dois lados da borda de cada reforçador e nos dois lados do centro de cada revestimento entre reforçadores (no centro das semi-ondas esperadas). Para verificar se os resultados a serem obtidos com os ensaios estão dentro dos valores esperados, podem ser realizadas simulações com modelos de elementos finitos representando todo o painel, para cada uma das quatro geometrias estudadas. Simulações preliminares foram realizadas com o uso do software ABAQUS/CAE (versão 6.14, DASSAULT SYSTEMES SIMULIA, 2014) e elementos sólidos (hexaédrico de 20 nós: C3D20R), que é o mesmo elemento usado no modelo descrito do capítulo 4. Para representar o comportamento do material, pode ser utilizada a própria curva tensão $\times$ deformação do material base, obtida a partir dos resultados do ensaio do CDP de compressão.

Além de identificar o instante da flambagem, a partir da perda de rigidez do painel, a continuidade de execução do ensaio até se atingir a ruptura do corpo de prova mostrará a região mais frágil do painel. A Figura 10-7 ilustra um CDP com três reforçadores típicos e um raio de filete pequeno (CDP 1). A análise não linear deste

corpo de prova, explicada com mais detalhes na próxima seção, indica que o ponto provável de ruptura deste CDP será na junção entre reforçadores e revestimento (junto ao raio de filete) devido à torção local ocasionada em decorrência da flambagem local dos reforçadores.

Figura 10-7: Análise não linear de um CDP com raio de filete pequeno (CDP1).

Fonte: autor.

A falha na região do raio de filete pequeno, na pós-flambagem do painel, está relacionada à torção dos reforçadores, exatamente no ponto de inflexão das semi-ondas de flambagem. Neste ponto, além de haver uma tensão de cisalhamento máxima (devida à torção local), há também uma tensão de compressão relativamente constante (antes da flambagem) em todo o painel. Logo, o ponto de ruptura esperado em painéis com raios de filetes pequenos é no próprio raio, como se pode comprovar pela fórmula da tensão de cisalhamento máxima em perfis de seção transversal T com raios de filetes sob torção, apresentada no Apêndice B, seção B.2. Já em painéis com raios grandes ou medianos (Figura 10-8), a tensão de cisalhamento devido à torção dos reforçadores diminui bastante e pode-se notar também uma melhor redistribuição das tensões. A região crítica, neste caso,

provavelmente será a região de maior flexão, no reforçador ou no revestimento, dependendo de suas espessuras.

Figura 10-8: Análise não linear de um CDP com raio de filete mediano (CDP4).

Fonte: autor.

10.4 Pós-flambagem (análise não linear)

As análises não lineares realizadas nesta seção foram baseadas nas seguintes diretrizes:

- Uso da curva não linear de compressão do material, obtida a partir dos dados da liga de alumínio 7050-T7451 (ver Tabela 10-2);
- Uso de um maior refinamento da malha de elementos finitos na região das espessuras do revestimento e do reforçador (mínimo de 3 elementos nas espessuras). Em contrapartida, não foi necessária a geração de partições nas espessuras do revestimento e reforçador na análise de pós-flambagem, devido ao fato de as condições de contorno utilizadas neste modelo serem mais simples que as utilizadas no modelo proposto no capítulo 4;
- Uso de elementos sólidos hexaédricos parabólicos na região central do CDP (assim como os utilizados nos modelos apresentados no capítulo 4) e

uso de elementos tetraédricos parabólicos perto da região de fixação do CDP devido à maior complexidade da geometria nesta região;

- Análise não linear realizada com o *software* Abaqus, versão 6.14, envolvendo não linearidade geométrica e de material;
- Imperfeições iniciais na forma do CDP baseadas nas deformadas dos seis primeiros autovetores da análise linear de flambagem (Tabela 10-3).

Tabela 10-2: Dados para levantamento da curva do material sob compressão.

$\varepsilon_{n,pl}$	σ_n [MPa]
0,00%	421,5
0,43%	453,1
1,81%	488,4
7,87%	559,8
10,00%	559,8

Fonte: baseada nas propriedades do MMPDS-10 (BATTELLE MEMORIAL INSTITUTE, 2015) e em Ramberg e Osgood (1943).

O formato e os valores das imperfeições podem induzir modos de flambagem diferentes. Como na maioria dos casos de análises não possuímos estas informações, um procedimento comum é combinar várias imperfeições, baseadas nos autovetores dos modos críticos, com um peso maior dado ao modo com menor autovalor. Na Tabela 10-3 estão indicados os fatores de participação dos seis primeiros modos de flambagem para a determinação da imperfeição inicial. Os fatores de participação, referentes a cada um dos seis primeiros modos, são multiplicados pela deformada do respectivo autovetor (com o valor máximo normalizado em 1), e tal superposição de efeitos é aplicada ao painel como sendo a imperfeição inicial para a análise de pós-flambagem.

Qualitativamente é possível calcular uma imperfeição total relativa ao comprimento do painel ($a = 440$ mm), somando-se assim as seis deformadas de cada modo de flambagem e dividindo-se o resultado pelo espaçamento entre nervuras. Supondo que o deslocamento máximo de cada um dos seis primeiros modos ocorra no mesmo ponto da peça, o deslocamento total aplicado seria de 0,39375 mm, que resultaria em uma imperfeição total relativa ao comprimento do painel de $0,39375/440$ que resulta em uma imperfeição total de aproximadamente 1/1000.

Tabela 10-3: Imperfeições baseadas nos modos de flambagem lineares.

Modos	Fator da Imperfeição [mm]
1°	0,2
2°	0,1
3°	0,05
4°	0,025
5°	0,0125
6°	0,00625
Total	0,39375

Fonte: autor.

10.4.1 Painel infinito (célula)

Antes da simulação dos corpos de prova representando o ensaio proposto, foi realizada uma simulação para um modelo *double half-bay* do painel (Figura 10-10), utilizando uma condição de contorno própria aos modos ímpares (ver capítulo 4) e considerando a condição não linear (geométrica e de material), de forma a verificarmos as diferenças de comportamento dos CDPs considerando a flambagem linear (*linear buckling*) e a não-linear (*post-buckling*). Apesar de, no caso não-linear, Fenner e Watson (2016) indicarem o uso de modelos *quad half-bay* e de representações de painéis infinitos (na largura e no comprimento) por meio de deslocamentos prescritos nas bordas do modelo, o que possibilitaria a mudança de modos (ímpares para pares ou vice-e-versa), optamos por simular inicialmente um modelo mais simples considerando as mesmas condições de contorno usadas neste trabalho nas análises lineares.

A Figura 10-9 apresenta as curvas tensão $\times$ deslocamento baseadas no modelo assim proposto para as células representando as geometrias dos quatro CDPs cujas dimensões estão indicadas na Tabela 10-1 (ver também Figura 10-6). Detalhes sobre as condições de contorno utilizadas podem ser vistas no capítulo 4, já que as mesmas condições foram aplicadas nestes modelos.

Na análise não linear, foram aplicados deslocamentos prescritos, δ , de 5,5 mm nos quatro modelos de célula. Durante a análise não linear, o deslocamento prescrito é dividido em degraus para facilitar a convergência e calcular os resultados intermediários. O cálculo do deslocamento é resultante da multiplicação do deslocamento aplicado ($\delta = 5,5$ mm) e a porcentagem correspondente ao degrau de

interesse. Já a tensão, correspondente a este degrau, é calculada por meio da divisão da carga na direção longitudinal, obtida por meio das cargas internas dos nós na seção transversal da célula, pela área da mesma seção dada pela eq.(B.9).

Figura 10-9: Curvas Tensão × Deslocamento para cada um dos quatro CDPs.

Fonte: autor.

Analisando, inicialmente, as curvas dos CDPs 1 e 2, que possuem a mesma geometria (a não ser pelo raio do filete, que é $R = 4$ mm para o CDP 1, e $R = 16$ mm para o CDP 2), podemos notar que, com o simples aumento do raio, obtemos um aumento significativo da tensão de flambagem (no regime elástico-linear) e, conseqüentemente, do carregamento de flambagem neste mesmo regime, além de um aumento também importante no carregamento máximo (ponto limite). Ressalta-se, assim, mais uma vez, a necessidade de realizar os ensaios propostos para que se possa verificar e quantificar os efeitos positivos obtidos com a inclusão do raio de filete nas análises de flambagem (linear e não-linear) de painéis reforçados.

Analisando, agora, as curvas obtidas para os CDPs 2, 3 e 4, nota-se que a otimização estrutural faz com que a tensão atuante na estrutura, no instante em que o comportamento deixa de ser linear, seja levemente maior em CDPs com raios de filete maiores (CDPs 2 e 4). Por outro lado, a otimização também faz com que o

painel reforçado ótimo tenha reforçadores mais esbeltos (mais altos e mais finos) de tal forma que seus pontos limite não são tão diferentes do ponto limite obtido para o CDP 3 (que possui $R = 4$ mm). Contudo, logo após o ponto limite, percebe-se que os painéis com maiores raios de filete têm reduções bem mais suaves nas respectivas curvas Tensão $\times$ Deslocamento se comparadas à redução abrupta percebida para o CDP 3 (de menor raio). Desta forma, podemos concluir que os raios de filete também podem melhorar o comportamento de painéis reforçados na pós-flambagem, tornando-os menos sensíveis a imperfeições e menos propensos a instabilidades catastróficas (*snaphthrough*) quando se atinge o ponto limite, devido ao aumento da área e rigidez da junção reforçador/revestimento.

Nota-se, na Figura 10-9, que os pontos limite das curvas de pós-flambagem são superiores aos respectivos pontos de bifurcação (soluções do problema de autovalor ou tensões críticas elástico-lineares de flambagem local). Isso ocorre, pois devido à premissa adotada no dimensionamento desses PRIs, as tensões de flambagem global são bem superiores às de flambagem local ($\sigma_{cr, glob} > 600$ MPa). Deste modo, após a flambagem local do painel, o painel reforçado redistribui a tensão entre o revestimento e o reforçador, aumentando assim a tensão associada ao ponto limite, até ocorrer o colapso do painel.

Deve-se observar, por fim, que as curvas apresentadas na Figura 10-9 foram obtidas numericamente para os valores de imperfeições apontadas na Tabela 10-3. Para imperfeições maiores (não raro observadas em painéis reais), a sensibilidade a imperfeições pode reduzir ainda mais o carregamento de colapso (ponto limite), principalmente nos casos dos CDPs 1 e 3 (com baixos valores de raio).

A Figura 10-10 apresenta dois instantes da análise não linear da célula representativa do CDP 3. O instante em que o ponto limite é alcançado está representado na Figura 10-10 (a), com deslocamento $\delta = 2,164$ mm, onde se observa um modo de flambagem local bem caracterizado (com três semi-ondas formadas). Já a Figura 10-10 (b) corresponde a um instante posterior (associado a um deslocamento total $\delta = 2,338$ mm), no qual já é visível a presença de deslocamentos transversais na linha nodal formada pela junção entre o plano de simetria do reforçador e o plano de meia espessura do revestimento, de tal forma que o modo de flambagem local do revestimento começa a se transformar em um modo combinado de flambagem local e flambagem global, com a perda de eficiência

do painel e consequente diminuição do carregamento portante, como também está ilustrado na Figura 10-9, onde se pode observar a queda da tensão correspondente ao deslocamento neste instante.

Provavelmente essa perda de eficiência do painel pode ser amplificada devido ao efeito do raio de filete pequeno que, por ser um concentrador de tensão, pode contribuir para que a junção reforçador-revestimento se torne uma rótula plástica e contribua para o colapso global do painel reforçado, como pode ser notado nas proximidades do ponto limite dos CDPs 1 e 3 (Figura 10-9).

Figura 10-10: Análise não linear de um painel infinito (célula) representando a geometria do CDP3.

Fonte: autor.

10.4.2 *Corpos de provas*

Na seção anterior buscou-se identificar a característica não linear de um painel infinito, por meio de um modelo de elementos finitos representativo de uma única célula (ver Figura 10-10), conforme o modelo descrito no capítulo 4.

Nesta seção, busca-se realizar a análise dos CDPs como um todo de forma que os reforçadores laterais, a base, e as conicidades indicadas, sejam dimensionados de modo que a característica não linear de um painel infinito (Figura 10-9) possa ser reproduzida por meio da análise de um CDP finito, como indicado na Figura 10-1. As dimensões do revestimento e reforçadores dos CDPs são as indicadas na Tabela 10-1, e os dados referentes às imperfeições e ao material são os mesmos apresentados no início da seção 10.4 e usados nas simulações das células.

As análises não lineares dos CDPs foram realizadas por meio da aplicação de deslocamentos prescritos, δ , de 5,5 mm, na direção longitudinal, a todos os nós pertencentes a uma das bases de fixação do CDP (Figura 10-2 e Figura 10-4). Para os nós da base oposta, os deslocamentos longitudinais foram impedidos. Os deslocamentos transversais de todos os nós pertencentes às duas bases de fixação do CDP também foram impedidos. A aplicação destas condições de contorno busca reproduzir as condições encontradas em um ensaio de compressão do painel reforçado.

A Figura 10-11 ilustra as curvas Tensão x Deslocamento obtidas para o CDP 3. Deve-se registrar que os valores das tensões indicadas na Figura 10-11 são os valores médios das tensões obtidos pelas razões entre os esforços longitudinais internos (obtidos pelos diagramas de corpo livre dos trechos correspondentes) pelas respectivas áreas de atuação (ver Figura 10-12). Assim, a curva em traço contínuo refere-se aos resultados obtidos para todo o CDP (ou seja, considerando-se todos os reforçadores e revestimentos) e a curva em traço interrompido refere-se aos resultados obtidos considerando-se apenas os esforços internos e a área da região central do CDP (ou seja, com um único reforçador e dois semi-revestimentos).

Figura 10-11: Curva Tensão x Deslocamento para o CDP 3.

Fonte: autor.

Nota-se que existe uma clara diferença entre os resultados do CDP 3 da célula (Figura 10-9) e do CDP 3 (Figura 10-11), considerando qualquer uma das duas representações (CDP todo ou apenas a região central do CDP). Isso ocorre devido à redistribuição de tensões no CDP após o ponto limite, o que mostra que algumas modificações devem ser feitas no CDP de modo a aproximar seu comportamento ao de um painel infinito na condição pós-flambagem.

Pode-se também observar na Figura 10-11 que, apesar da proximidade entre as duas curvas, há um distanciamento cada vez maior entre elas quando a tensão ultrapassa o valor de 210 MPa. Uma explicação possível para esta diferença pode ser atribuída à maior rigidez dos reforçadores posicionados nas extremidades dos CDPs (conforme ilustra a Figura 10-4) e que tem um papel importante no comportamento do CDP completo (principalmente para grandes cargas), mas não para o modelo de elementos finitos usado para representar o comportamento de uma célula de um painel de dimensões infinitas. Estes reforçadores extremos (existentes nos CDPs) possuem um papel importante na redistribuição do carregamento total durante a pós-flambagem dos painéis reforçados centrais. Em virtude disto, o efeito da maior instabilidade e sensibilidade a imperfeições de painéis com raios de filete menores pode não ser tão perceptível a partir dos resultados a serem obtidos experimentalmente com os CDPs dimensionados. Para encontrarmos uma solução para este problema, consideremos a Figura 10-12 que representa a seção transversal completa do CDP 3, com destaque para a região central e para os dois reforçadores laterais.

Figura 10-12: Seção transversal do CDP 3.

Fonte: autor.

Uma alternativa para reduzir a redistribuição de tensões identificada na Figura 10-11, e aproximar as duas curvas, é diminuir as espessuras dos reforçadores laterais, que inicialmente foram dimensionados (para o CDP 3) com uma espessura

duas vezes superior a dos três reforçadores centrais. Na Figura 10-13, verifica-se que, após a redução das espessuras dos reforçadores laterais do CDP 3, de 12,6 mm (curvas azuis) para 7 mm (curvas verdes), a curva associada ao comportamento da região central (curva verde com traço interrompido) se aproxima da curva associada ao comportamento do CDP completo (curva verde com traço contínuo).

Mesmo com esta mudança, não foi possível representar o comportamento do painel infinito (dado pela curva amarela) por meio da modelagem de um CDP finito (curvas verdes). Provavelmente, isso se deve ao fato de os modelos de representação do CDP (seja por completo ou de sua região central apenas) não alterarem o modo de flambagem de local para global após atingir o ponto limite (como indica a Figura 10-10), de tal forma que, para estes modelos propostos para o CDP, a carga é redistribuída de forma mais suave do que a que seria esperada para um painel infinito. Caso esta característica seja desejada, uma possível maneira de obtê-la seria aumentar o comprimento dos CDPs usados nos ensaios.

Figura 10-13: Curva Tensão x Deslocamento para o CDP 3 modificado.

Fonte: autor.

Do exposto, sugere-se que, em trabalhos futuros, sejam estudadas outras formas de representação de painéis reforçados infinitos utilizando, por exemplo, o *quad-half bay* com as condições de contorno apropriadas, conforme proposto por Fenner e Watson (2016), a fim de comparação com os resultados preliminares desta seção. Outra sugestão é o redimensionamento dos corpos de prova finitos (alterando a altura dos reforçadores laterais, por exemplo) com a utilização dos mesmos três reforçadores centrais, de modo a representar o comportamento de um painel infinito.

Deve-se registrar ainda que, dependendo dos resultados obtidos, este projeto de ensaio também pode se mostrar adequado para a análise de outras geometrias de painel reforçado (com reforçadores T, Z, ou outros) e serem utilizados em trabalhos futuros com resultados efetivos e sem grandes investimentos. Outra proposta pode ser voltada à execução dos ensaios propostos com apoio de agências de fomento à pesquisa, como a FAPESP, e de indústrias, como a EMBRAER S.A.. Os resultados obtidos experimentalmente com os ensaios realizados são certamente importantes para a avaliação da influência do raio de filete na flambagem linear estática e também para a avaliação do seu efeito na condição pós-flambagem.

11 CONCLUSÕES

O objetivo principal deste trabalho foi analisar a influência do raio de filete na flambagem de painéis com reforçadores integrados submetidos a carregamentos de compressão uniaxiais aplicados na direção longitudinal dos reforçadores. Esse objetivo foi atingido principalmente através da criação das tabelas e gráficos de $k_{s,loc}$ para PRIs do tipo *blade*, considerando a influência do raio de filete, apresentados no Apêndice A desta tese.

A principal conclusão deste trabalho foi que o efeito do raio de filete na flambagem local destes painéis não pode ser desprezado, pois um pequeno aumento do raio de filete pode aumentar significativamente a tensão crítica de flambagem local. Isso provavelmente também ocorre com outros detalhes geométricos na interface entre reforçadores e revestimento, que hoje são desprezados na análise de estabilidade de painéis reforçados, como é o caso de outros tipos de PRIs e também com reforçadores cravados (*built-up*), soldados ou colados, ou até mesmo com painéis fabricados com materiais compósitos.

Os principais avanços alcançados ao longo do desenvolvimento desta tese são apresentados a seguir:

No capítulo 4, um modelo de elementos finitos com elementos sólidos, descrevendo de forma simples um painel reforçado infinito, foi desenvolvido para gerar diversos painéis com configurações dimensionais diferentes. Para garantir a obtenção de resultados precisos das tensões críticas de flambagem local para as diversas configurações dimensionais, foi realizada uma análise de convergência de malha para verificar tanto o tipo de elemento utilizado quanto o refinamento necessário.

A aplicação do carregamento por meio de deslocamentos prescritos, com condições de contorno apropriadas e com a concatenação dos resultados obtidos a partir de três modelos similares, com o apoio vertical central deslocado para posições diferentes de modo a forçar um número específico de semi-ondas ímpares ou pares, permitiu a obtenção de resultados precisos e com uma correlação muito boa com outros métodos, como ficou demonstrado no capítulo 6.

No capítulo 5 foi descrita uma metodologia para a geração de gráficos do coeficiente de flambagem local e global com os resultados de vários modelos de

elementos finitos sólidos de alta fidelidade e por meio de rotinas criadas para a geração, simulação e leitura automática dos resultados obtidos com tais modelos. A criação destes gráficos foi feita com base em parâmetros adimensionais gerados aleatoriamente e cujos intervalos e distribuições foram obtidos com base em valores dimensionais estatísticos de seis painéis superiores de asas de diferentes tipos de aeronaves de médio e grande porte de tal forma que os resultados pudessem ser gerais, ou seja, possíveis de serem aplicados em aeronaves de diversos segmentos.

No capítulo 6, a validade da metodologia proposta foi verificada, entre outras formas, por meio de correlações com os gráficos da NACA que fornecem tanto o coeficiente de flambagem global (SEIDE; STEIN, 1949) quanto o coeficiente de flambagem local (BOUGHAN; BAAB, 1944) de painéis reforçados (neste último caso, sem a devida consideração do efeito do raio de filete). Para a flambagem local, os resultados numéricos obtidos com os modelos de elementos finitos descritos no capítulo 4, aplicados a painéis com reforçadores integrados sem junção filetada, apresentaram uma excelente correlação com os resultados apresentados no gráfico de Boughan e Baab (1944) para painéis finos (ou seja, painéis com $t_s/b_s < 0,04$) e com razões $t_w/t_s \cong 1,0$. Já em painéis mais espessos (com razões $t_s/b_s > 0,04$), uma correlação não tão boa foi verificada nos casos em que há grandes diferenças entre as espessuras do revestimento e do reforçador, ou seja, para valores altos e baixos do adimensional t_w/t_s . Hoje em dia, o uso de asas cada vez mais alongadas e carregadas faz com que os painéis sejam mais espessos, de tal forma que uma atenção maior deve ser prestada com relação à utilização indiscriminada destes gráficos antigos. Deve-se ressaltar que os desvios percentuais, calculados para o coeficiente de flambagem local, considerando os resultados obtidos pelos modelos em elementos finitos (para $R = 0$) e os obtidos pelos gráficos de Boughan e Baab (1944) ficaram, em geral, abaixo de 2,0%.

Para a flambagem global, várias simulações de elementos finitos foram realizadas considerando diferentes valores para os parâmetros adimensionais pertinentes. Os resultados dos modelos de elementos finitos mostraram uma concordância muito boa com os resultados analíticos apresentados por Seide e Stein (1949), o que pode ser atribuído ao fato de o raio de filete ter pouca influência no valor do coeficiente de flambagem global e esta influência já ser considerada no cálculo da área, A_w , e do momento de inércia do reforçador, I_w , que são parâmetros que influenciam o coeficiente de flambagem global por meio dos adimensionais

$A_w/b_s t_s$ e $E_c I_w/b_s D$. Também foi discutido no capítulo 6 que a limitação imposta para $k_{s, glob} \leq 4$ pode ser removida, já que a verificação de flambagem local é feita separadamente. Tal valor máximo estabelecido para o coeficiente de flambagem global pode ser claramente visto nas curvas originais apresentadas por Seide e Stein (1949) e refere-se ao caso em que o revestimento se encontra simplesmente apoiado em todos os bordos (ou seja, quando a rigidez dos reforçadores é totalmente desprezada).

A validação do modelo de elementos finitos também foi realizada por meio da comparação com os resultados obtidos por Fenner e Watson (2012), que também analisaram a influência do raio de filete na flambagem de PRIs, e por meio da correlação com os resultados experimentais obtidos por Houston et al. (2016). Nos dois casos uma boa correlação foi identificada, mostrando um maior efeito do raio de filete sobre a flambagem local do que sobre a flambagem global, apesar de as condições de contorno utilizadas nas simulações não serem totalmente idênticas às encontradas nos ensaios. Este estudo confirma a conclusão de Fenner e Watson (2012), segundo os quais a influência do raio de filete na flambagem local de PRIs é muito importante e não pode ser negligenciada.

No capítulo 7 foi mostrado que o aumento no coeficiente de flambagem local varia de uma maneira quase parabólica com o aumento do raio do filete, sendo possível notar que o aumento percentual na tensão de flambagem local foi muito maior que o aumento percentual da área da seção transversal para o caso estudado. Adicionalmente, foi verificado que este aumento no coeficiente de flambagem local, em virtude do aumento do raio de filete, é muito mais pronunciado para pequenas razões de t_s/b_s .

Para a flambagem local de PRIs filetados, 20 novos gráficos foram criados baseados nos resultados de vários modelos de elementos finitos de alta fidelidade, com diferentes configurações geométricas, descritos e validados nesta tese, atualizando assim as curvas NACA, de Boughan e Baab (1944), usadas desde a década de 40 pela indústria aeronáutica. É importante ressaltar que estes gráficos, apresentados no Apêndice A, foram obtidos para um coeficiente de Poisson $\nu = 0,33$, que é o valor encontrado na maior parte das ligas de alumínio usadas na indústria aeronáutica. A partir dos resultados obtidos, uma dupla interpolação bicúbica foi proposta para encontrar o coeficiente de flambagem local para qualquer configuração geométrica dentro dos intervalos estudados dos quatro parâmetros

adimensionais (b_w/b_s , t_w/t_s , t_s/b_s e R/b_{wf}) que descrevem o problema. Também foi verificado, através de um estudo de caso, que, se duas configurações diferentes possuírem as mesmas quatro razões adimensionais e o mesmo valor do coeficiente de Poisson, então o mesmo coeficiente de flambagem local, $k_{s,loc}$, é obtido.

O foco do capítulo 8 foi o projeto de um PRI ótimo baseado no fluxo de compressão, nas propriedades do material, na distância entre nervuras/cavernas e na geometria do painel. Concluiu-se que o uso de um raio de filete de tamanho médio (ou seja, $0,255 \leq R/b_{wf} \leq 0,338$) é uma maneira eficiente de aumentar a tensão crítica de flambagem local e global. Quando o efeito do raio de filete é incluído, o fator de eficiência de Farrar (1949), F , para um painel reforçado do tipo *blade*, aumenta de 0,811 para um valor entre 0,840 e 0,854, dependendo das razões do painel ($R_t = t_w/t_s$ e $R_b = b_w/b_s$), da intensidade do fluxo de compressão e do comportamento do material (considerando ou não a plasticidade do material, por exemplo). Verificou-se ainda que, quando o raio de filete é considerado na análise de flambagem local de PRIs otimizados, os reforçadores e revestimentos tendem a ser mais finos, mais altos e mais espaçados. Vimos também que a redução de peso para o PRI filetado é maior em painéis pouco carregados e carregados na zona elástica, atingindo 10% de redução. Já em painéis altamente carregados e trabalhando na zona plástica, a redução de peso é menor, ao redor de 5%.

Para se contemplar todas as fases de um projeto aeronáutico, da análise no pré-dimensionamento ao detalhamento, foi realizada e validada, no capítulo 9, uma representação por meio de modelos de elementos finitos simplificados (com elementos de placa, pentaedros e rígidos) para a determinação do coeficiente de flambagem local de um PRI tipo *blade*. O modelo proposto gerou resultados satisfatórios na flambagem global, uma vez que a área do filete, a posição de seu centroide e o momento de inércia em relação ao eixo que passa pelo centroide foram bem representados pelo modelo. Já na flambagem local, os resultados são conservadores na sua maioria, com pequenos desvios percentuais (em relação aos resultados obtidos com modelos de elementos finitos hierarquicamente superiores) para configurações com raios de filete tais que $R/b_{wf} \leq 0,48$.

Finalmente, foi proposto no capítulo 10 um ensaio de um subcomponente representando um PRI para a avaliação do carregamento crítico de flambagem local e sua pós-flambagem sob tensão quase constante. O objetivo deste ensaio seria validar o efeito do raio de filete na flambagem local, utilizando corpos de prova

simples, com uma única peça integrada. Para obter resultados experimentais mais precisos e diminuir as incertezas do ensaio, foram sugeridos procedimentos e ensaios complementares.

Nas análises preliminares não lineares destes corpos de prova, notou-se que, com o aumento do raio de filete, durante a pós-flambagem, a zona crítica do PRI deixa de ser a junção entre o reforçador e o revestimento (o que ocorre quando o raio de filete é pequeno, uma vez que neste caso há uma grande concentração de tensões na junção) e passa a ser a flexão do revestimento ou do reforçador, aumentando assim a capacidade de resistência à flambagem local do painel reforçado. Outro provável efeito benéfico, identificado nas análises não lineares da flambagem local desses CDPs, é que os PRIs com raios de filetes medianos têm uma menor sensibilidade a imperfeições que os PRIs com raios pequenos.

O projeto de um PRI é um desafio devido às diversas limitações geométricas que devem ser consideradas no projeto da asa (tamanho da matéria prima, distância mínima entre reforçadores, espessuras mínimas, etc.) e a incorporação de uma nova variável de projeto, como o raio de filete, facilita seu dimensionamento na busca por uma estrutura mais leve. Os dados apresentados no Apêndice A fornecem informações necessárias à otimização de PRIs levando em consideração o raio de filete. Com a utilização destes novos gráficos do coeficiente de flambagem local, é possível calcular a tensão e o carregamento crítico de flambagem local facilmente, sem a necessidade de simulações numéricas que demandam grandes custos computacionais.

Novas técnicas de manufatura estão sendo desenvolvidas, como a usinagem em alta velocidade, e a impressão 3D, melhorando o tempo de manufatura e tornando novos formatos de painéis reforçados possíveis. A impressão 3D pode facilmente incorporar espessuras variáveis e raios de filete com diferentes formatos de contorno de modo a aumentar a carga de flambagem destes novos painéis reforçados. Vimos que a simples inclusão da junção filetada na análise de PRIs, anteriormente desprezada, pode levar a uma redução considerável de peso, muito importante na indústria aeronáutica. Isso torna possível a criação de novas geometrias eficientes de PRIs, para as quais podem ser consideradas variações nas espessuras dos painéis e até mesmo variações nos raios de filetes nas análises de flambagem.

Este trabalho buscou trazer um problema técnico da indústria aeronáutica, com o objetivo de proporcionar um ganho competitivo a esse setor com uma possível

redução de peso estrutural em estruturas dimensionadas por flambagem. Também revisitou trabalhos desenvolvidos no pós 2ª guerra mundial, que possuíam simplificações que foram verificadas por meio de modelos de elementos finitos de alta fidelidade.

Várias sugestões de trabalhos futuros foram identificadas durante a execução desta tese e são reapresentadas a seguir:

O estudo atual foi limitado a PRIs com um reforçador do tipo *blade*, mas a ideia pode também ser estendida para outros conceitos de painéis modernos, como iso-grid, sub-reforçadores e BCF (recurso de contenção de flambagem) além de outros (perfil Z, T, ortho-grids...). Provavelmente, a inclusão do raio de filete poderia aumentar ainda mais o carregamento de flambagem local para essas soluções, além de permitir uma significativa redução de peso, e seus benefícios poderiam ser verificados com o uso de modelos de elementos finitos sólidos ou por meio de ensaios experimentais. Com a grande quantidade de raios de filete existentes nestas configurações, a tensão crítica de flambagem local certamente teria um bom acréscimo com a consideração dos raios. Estudos de painéis com espessuras e raios de filetes variáveis podem ser também uma alternativa para a otimização de painéis reforçados com o crescente desenvolvimento da manufatura aditiva.

Para trabalhos futuros, sugere-se ainda a realização do ensaio proposto nesta tese e o aprofundamento do estudo do efeito do raio de filete na pós-flambagem, analisando-se, entre outros efeitos, a diminuição da sensibilidade a imperfeições do painel reforçado com o aumento do raio da junção filetada. Com um raio maior, os painéis devem ter outros modos de falha (sendo esta deslocada da junção para a região do reforçador e do revestimento). Isto também pode ser verificado por meio da análise de pós-flambagem considerando-se diversos tipos de imperfeições do painel.

Finalmente, a comparação entre diferentes geometrias de um painel superior completo de uma asa, considerando, ou não, o efeito dos raios de filete, e utilizando os modelos simplificados apresentados no capítulo 9, também é uma boa proposta para verificar os potenciais benefícios obtidos pela inclusão do raio de filete no dimensionamento de painéis com reforçadores integrados.

REFERÊNCIAS

ABDO, M.; PIPERNI, P.; KAFYEKE, F. Conceptual design of stringer stiffened compression panels. In: AGM AND CONFERENCE, 50., AEROSPACE STRUCTURES AND MATERIALS SYMPOSIUM, 16., 2003, Montréal. **Proceedings** ... Montréal: CASI, 2003. 13 p.

ADVANCE ADS. Bombardier's Learjet 85 aircraft takes flight. **Aerospace**. Apr 9th 2014. Disponível em: <<https://www.adsadvance.co.uk/bombardier-s-learjet-85-aircraft-takes-flight.html>>. Acesso em: 2 set. 2019.

AIRBUS. British Prime Minister opens new Airbus wing factory for A350 XWB. **Media**. Oct 13th 2011. Disponível em: <<https://www.airbus.com/newsroom/press-releases/en/2011/10/british-prime-minister-opens-new-airbus-wing-factory-for-a350-xwb.html>>. Acesso em: 2 set. 2019.

AKTERSKAIA, M.; JANSEN, E.; HÜHNE, S.; ROLFES, R. Efficient progressive failure analysis of multi-stringer stiffened composite panels through a two-way loose coupling global-local approach. **Composite Structures**, v. 183, n. 1, p. 137-145, Jan. 2018. DOI 10.1016/j.compstruct.2017.02.011.

AL-SHAMMA, O.; ALI, R. Aircraft weight estimation in interactive design process. ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON MASS PROPERTIES ENGINEERING, 72., 2013, St. Louis. **Proceedings** ... St. Louis: SAVE, 2013.

ALVES FILHO, A. Elementos Bidimensionais e Tridimensionais – Aplicações Gerais. In: _____. **Elementos Finitos** – A Base da tecnologia CAE. 7^a ed. São Paulo: Érica, 2000. Capítulo 5.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **Designation: E111-17 – Standard test method of young's modulus, tangent modulus, and chord modulus**. West Conshohocken, 2017. DOI 10.1520/E0111-17.

_____. **Designation: E9-09 – Standard test methods of compression testing for metallic materials at room temperature**. West Conshohocken, 2018. DOI 10.1520/E0009-09.

AWRUCH, M. D. F.; HERNANDES, J. A.; BUSSAMRA, F. L. S. Utilização de metamodelos de painéis reforçados integrais otimizados sujeitos à flambagem. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 6., 2010, Campina Grande. **Anais** ... Campina Grande: CONEM, 2010. 10 p.

BAKER, D. J.; KASSAPOGLOU, C. Post-Buckled composite panels for helicopter fuselages: design, analysis, fabrication and testing. In: American Helicopter Society Hampton Roads Chapter, Structure Specialists Meeting, 2001, Williamsburg. **Proceedings** ... Williamsburg: AHS, 2001. 20 p.

BARKANOV, E.; EGLITIS, E.; ALMEIDA, F.; BOWERING, M. C.; WATSON, G. Optimal design of composite lateral wing upper covers. Part II: Nonlinear buckling analysis. **Aerospace Science and Technology**, v. 51, p. 87-95, 2016. DOI 10.1016/j.ast.2016.01.020.

BARKANOV, E.; OZOLINS, O.; EGLITIS, E.; ALMEIDA, F.; BOWERING, M. C.; WATSON, G. Optimal design of composite lateral wing upper covers. Part I: Linear buckling analysis. **Aerospace Science and Technology**, v. 38, p.1-8, 2014. DOI 10.1016/j.ast.2014.07.010.

BATTELLE MEMORIAL INSTITUTE. **Metallic Materials Properties Development and Standardization (MMPDS) Handbook - 10**. Columbus, 2015.

BAUGHMAN, D. L. An overview of peen forming technology. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SHOT PEENING, 2, 1984, Chicago. **Proceedings** ... Chicago: ICSP, 1984. p. 28-33.

BAŽANT, Z. P.; CEDOLIN, L. **Stability of structures**. Elastic, inelastic, fracture, and damage theories. Mineola: Dover Publications, 2003.

BECKER, H. **Handbook of structural stability, part II Buckling of composite elements**. Washington: NACA, 1957. 72 p. (NACA Technical Note 3782).

BEDAIR, O. K. A Contribution to the stability of stiffened plates under uniform compression. **Computers & Structures Journal**, v. 66, n. 5, p. 535-570, 1998. DOI 10.1016/S0045-7949(97)00102-8.

BELTRAMO, M. N.; TRAPP, D. L.; KIMOTO, B. W.; MARSH, D. P. **Parametric study of transport aircraft systems cost and weight**. Moffett Field, CA: NASA, 1977. 288 p. (NASA-CR-151970).

BHATIA, M.; KAPANIA, R. K.; EVANS, D. Comparative study on optimal stiffener placement for curvilinearly stiffened panels. **Journal of Aircraft**, v. 48, n. 1, p.77-91, Jan-Feb. 2011. DOI 10.2514/1.C000234.

BOEING. 777x Panel Rotation. **Videos**. Disponível em: <<https://www.boeing.com/commercial/777x/#/videos/777x-panel-rotation>>. Acesso em: 17 out. 2019.

BOMBARDIER AEROSPACE. UK Prime Minister, David Cameron, at the New Bombardier Wing Facility. **Youtube**. Oct 11th 2013. Disponível em: <<https://youtu.be/M-dD0MGhK0o>>. Acesso em: 2 set. 2019.

BOUGHAN, R. B.; BAAB, G. W. **Charts for calculation of the critical compressive stress for local instability of idealized web- and T-stiffened panels**. Washington: NACA, 1944. 14 p. (NACA ARR N° L4H29).

BRUHN, E. F. **Analysis and design of flight vehicle structures**. Cincinnati: Tri-State Offset, 1973. 650 p.

BUDIANSKY, B. On the minimum weights of compression structures. **International Journal of Solids and Structures Journal**, v. 36, p. 3677-3708, 1999. DOI 10.1016/S0020-7683(98)00169-3.

BUDIANSKY, B.; SEIDE, P. **Compressive buckling of simply supported plates with transverse stiffeners**. Hampton: NACA, 1948. 20 p. (Technical Note N° 1557).

BUSHNELL, D. **Computerized buckling analysis of shells**. Ohio: Air Force Systems Command, 1981. (AFWAL-TR-81-3049, ADA112069).

CASAGRANDE, V. Aérea poupa R\$ 10 mi em combustível com menos vinho a bordo e revista leve. **Blog Todos a bordo**. 2018. Disponível em: <<https://todosabordo.blogosfera.uol.com.br/2018/02/04/aerea-economia-combustivel-menos-vinho-revista-leve>>. Acesso em: 22 jan. 2019.

CASEIRO, J. F.; VALENTE, R. A. F.; ANDRADE-CAMPOS, A.; YOON, J. W. Elasto-plastic buckling of integrally stiffened panels (ISP): An optimization approach for the design of cross-section profiles. **Thin-Walled Structures**, v. 49, p. 864–873, 2011. DOI 10.1016/j.tws.2011.02.011.

CESSNA. **Citation CJ4**. Disponível em: <https://cessna.txtav.com/-/media/cessna/files/citation/cj4/cj4_brochure.ashx>. Acesso em: 02 ago. 2019a.

_____. **Citation M2**. Disponível em: <https://cessna.txtav.com/-/media/cessna/files/citation/m2/m2_brochure.ashx>. Acesso em: 02 ago. 2019b.

CHINTAPALLI, S.; ELSAYED, M. S. A.; SEDAGHATI, R.; ABDO, M. The development of a preliminary structural design optimization method of an aircraft wing-box skin-stringer panels. **Aerospace Science and Technology**, v. 14, p. 188–189, 2010. DOI 10.1016/j.ast.2009.12.007.

CRAWFORD, R. F.; BURNS, A. B. **Strength, efficiency, and design data for beryllium structures**. Arlington: United States Air Force, 1962. (ASD Technical Report 61-692).

DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA. **Abaqus 6.10. Abaqus/CAE User's Manual**. Providence, 2010.

_____. **Abaqus 6.14**. Providence, 2014.

DEGENHARDT, R.; CASTRO, S. G. P.; ARBELO, M. A.; ZIMMERMANN, R.; KHAKIMOVA, R.; KLING, A. Future structural stability design for composite space and airframe structures. **Thin-Walled Structures**, v. 81, p. 29–38, 2014. DOI 10.1016/j.tws.2014.02.020.

DOMB, M. M. Post-buckling analysis of stiffened wing panels under compression loading. AGM AND CONFERENCE, 50., AEROSPACE STRUCTURES AND MATERIALS SYMPOSIUM, 16., 2003, Montreal, **Proceedings** ... Montreal: CASI, 2003. 9 p.

DURSON, T.; SOUTIS, C. Recent developments in advanced aircraft aluminium alloys. **Materials and Design**, v. 56, p. 862–871, 2014. DOI 10.1016/j.matdes.2013.12.002.

EBERL, F.; GARDINER, S.; CAMPANILLE, G.; SURDON, G.; VENMANS, M.; PRANGNELL, P. Ageformable panels for commercial aircraft. Proceedings of the Institution Mechanical Engineering. – Part G: **Journal of Aerospace Engineering**, v. 222, n. 6, p. 873-886, 2008. DOI 10.1243/09544100JAERO290.

EISENBERGER, M.; ALEXANDROV, A. Buckling loads of variable thickness thin isotropic plates. **Thin-Walled Structures**, v. 41, p. 871–889, 2003. DOI 10.1016/S0263-8231(03)00027-2.

EMBRAER. **Phenom 100EV**. Disponível em: <<https://daflwcl3bnxyt.cloudfront.net/m/68bab1482141fa26/original/Phenom-100-brochure.pdf>>. Acesso em: 02 ago. 2019a.

_____. **Phenom 300E**. Disponível em: <<https://daflwcl3bnxyt.cloudfront.net/m/1c200f916065b485/original/Phenom-300-brochure.pdf>>. Acesso em: 02 ago. 2019b.

EMERO, D. H.; SPUNT, L. Wing box optimization under combined shear and bending. **Journal of Aircraft**, v. 3, n. 2, p. 130-141, Feb. 1966. DOI 10.2514/3.43717.

ESDU. **Estimation of initial buckling stress under uniaxial compression of a skin with integral unflanged stiffeners**. London: The Royal Aeronautical Society, 1974. (ESDU 02.01.34).

EUROPEAN AVIATION SAFETY AGENCY. **Type-certificate data sheet EASA.IM.A.158 EMBRAER EMB-505**. Köln: EASA, 2013. (TCDS No. EASA.IM.A.158). Disponível em: <[https://www.easa.europa.eu/sites/default/files/dfu/EASA-TCDS-A.158_\(IM\)_EMB505-04-30042013.pdf](https://www.easa.europa.eu/sites/default/files/dfu/EASA-TCDS-A.158_(IM)_EMB505-04-30042013.pdf)>. Acesso em: 02 ago. 2019.

EVONIK. **Rohacell**. Disponível em: <<https://www.rohacell.com/product/rohacell/en/>>. Acesso em: 02 set. 2019.

FARRAR, D. J. The design of compression structures for minimum weight. **The Aeronautical Journal**, v. 53, Issue 467, p. 1041-1052, Nov. 1949. DOI 10.1017/S0368393100120747.

FENNER, P. **Comparing the accuracy of VICONOPT to FEM for analysing aircraft wing skin type panels**. 2014. 230 p. Thesis (Master) - Loughborough University, Loughborough, UK, 2014.

FENNER, P. E.; WATSON, A. Eliminating end effects for theoretical panel buckling with FEM. In: STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS, AND MATERIALS CONFERENCE, 51., 2010, Orlando. **Proceedings** ... Orlando: AIAA, 2010. 18 p.

FENNER, P. E.; WATSON, A. Finite element buckling analysis of stiffened plates with filleted junctions. **Thin-Walled Structures**, v. 59, p. 171–180, 2012. DOI 10.1016/j.tws.2012.05.011.

FENNER, P.; WATSON, A.; FEATHERSTON, C. A. Modelling infinite length panels using the finite element method. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, v. 16, n. 7, 2016. 25 p. DOI 10.1142/S0219455417500389.

FERRO, C. G.; MAZZA, A.; BELMONTE, D.; SECLI, C.; MAGGIORE, P. A comparison between 3D printing and milling process for a spar cap fitting (wing-fuselage) of UAV aircraft. In: CIRP CONFERENCE ON INTELLIGENT COMPUTATION IN MANUFACTURING ENGINEERING. 10., CIRP ICME' 16. **Procedia CIRP**, Ischia, v. 62, p. 487-493, 2017.

FUJIKUBO, M.; KAEDING, P. New simplified approach to collapse analysis of stiffened plates. **Marine Structures**, v. 15, p. 251-283, 2002. DOI 10.1016/S0951-8339(01)00029-6.

FUJIKUBO, M.; YAO, T. Elastic local buckling strength of stiffened plate considering plate/stiffener interaction and welding residual stress. **Marine Structures**, v. 12, p. 543-564, 1999. DOI 10.1016/S0951-8339(99)00032-5.

GERARD, G.; BECKER, H. **Handbook of structural stability, part I Buckling of flat plates**. Washington: NACA, 1957. 106 p. (NACA Technical Note 3781).

GHOSH, B. **Consequences of simultaneous local and overall buckling in stiffened panels**. 2003. 123 p. Dissertation (Master of Science) - Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, 2003.

GRAYLEY, M. E. **Stiffness of loaded flat strips under sinusoidally distributed bending couples at their edges (for use in local buckling calculations) (Uniaxial or biaxial loading. Isotropic or orthotropic materials)**. London: The Royal Aeronautical Society, 1983. 17 p. (ESDU 73007).

GRIFFITH, A. A.; TAYLOR, G. I. The use of soap films in solving torsion problems. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, v. 93, Issue 1, p. 755-809, 1917. DOI 10.1243/PIME_PROC_1917_093_015_02.

HARRISON, P. N.; LE RICHE, R.; HAFTKA, R. T. Design of stiffened composite panel by generic algorithm and response surface approximation. In: STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS AND MATERIALS CONFERENCE, 36., 1995, New Orleans. **Proceedings** ... New Orleans: AIAA, 1995.

HEC SCIENCE AND TECHNOLOGY. The world's largest 3D printed object for 777X airplane at Boeing. **HEC Science and Technology Youtube Channel**. 2018. Disponível em: <<https://youtu.be/ofCgHLnrmrk>>. Acesso em: 22 ago. 2019.

HOUSTON, G.; QUINN, D.; MURPHY, A.; BRON, F. Design rules for stiffened panel buckling containment features. **Thin-Walled Structures**, v. 116, p. 69-81, 2017. DOI 10.1016/j.tws.2017.03.006.

_____. Wing panel design with novel skin-buckling containment features. **Journal of Aircraft**, v. 53, n. 2, p. 416-426, Mar.–Apr. 2016. DOI 10.2514/1.C033540.

HRINDA, G. A. Snap-through instability patterns in truss structures. In: STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS, AND MATERIALS CONFERENCE, 51., 2010, Orlando. **Proceedings** ... Orlando: AIAA, 2010. 12 p.

HUGHES, O. F.; GHOSH, B.; CHEN, Y. Improved prediction of simultaneous local and overall buckling of stiffened panels. **Thin-Walled Structures**, v. 42, p. 827–856, 2004. DOI 10.1016/j.tws.2004.01.003.

IHS JANE'S ALL THE WORLD'S AIRCRAFT. **Jane's All the World's Aircraft 2011-2012**, 102th. United Kingdom, 2011. 960 p.

IRKUT CORPORATION. Новая продукция Корпорации «Иркут». **Youtube**. Jun 7th 2016. Disponível em: <<https://youtu.be/RBb9VZU41n8>>. Acesso em: 2 set. 2019.

JAHANPOUR, A.; ROOZBAHANI, F. An Applicable formula for elastic buckling plates under biaxial and shear loads. **Aerospace Science and Technology Journal**, v. 56, p. 100-111, 2016. DOI 10.1016/j.ast.2016.07.005.

JOSHI, S.C.; SHEIKH, A.A. 3D printing in aerospace and its long-term sustainability. **Virtual and Physical Prototyping**, v. 10, n. 4, p. 1-11, 2015. DOI 10.1080/17452759.2015.1111519.

KADKHODAYAN, M.; MAAREFDOUST, M. Elastic/plastic buckling of isotropic thin plates subjected to uniform and linearly varying in-plane loading using incremental and deformation theories. **Aerospace Science and Technology**, v. 32, p. 66-83, 2014. DOI 10.1016/j.ast.2013.12.003.

KAPANIA, R.; MULANI, S. B.; LI, J. Design and optimization of structures using additive manufacturing processes. In: INTERNATIONAL ADVANCED AEROSPACE MATERIALS AND PROCESSES CONFERENCE AND EXPOSITION, 18., 2007, Washington. **Proceedings** ... Washington: American Soc. For Microbiology Paper MDI4.2, 2007.

KAZANAS, P.; DEHERKAR, P.; ALMEIDA, P.; LOCKETT, H.; WILLIAMS, S. Fabrication of geometrical features using wire and arc additive manufacture. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture published on line**, v. 226, Issue 6, p. 1042–1051, 2012. DOI 10.1177/0954405412437126.

KEYS, R. G. Cubic convolution interpolation for digital image processing. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, v. AASP29, n. 6, p. 1153–1160, Dec. 1981. DOI 10.1109/TASSP.1981.1163711.

KHEDMATI, M. R.; RASTANI, M.; GHAVAMI, K. Numerical study on the permissible gap of intermittent fillet welds of longitudinally stiffened plates under in plane axial compression. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 63, p. 1415–1428, 2007. DOI 10.1016/j.jcsr.2006.11.016.

KROLL, W. D.; FISHER, G. P.; HEIMERL, G. J. **Charts for calculation of the critical stress for local instability of columns with I-, Z-, channel and rectangular-tube section**. Washington: NACA, 1943. 30 p. (ARR N° 3K04).

LABOUBE, R.; SCHUSTER, R. **Standard test method for determining the web crippling strength of cold-formed steel members**. [Washington]: American Iron and Steel Institute, 2002. (Research Report RP02-6).

LEHETA, H. W.; BADRAN, S. F.; ELHANAFI, A. S. Ship structural integrity using new stiffened plates. **Thin-Walled Structures**, v. 94, p. 545-561, 2015. DOI 10.1016/j.tws.2015.05.018.

LEQUEU, P.; LASSINCE, P.; WARNER, T.; RAYNAUD, G. M. Engineering for the future: weight saving and cost reduction initiatives. **Aircraft Engineering and Aerospace Technology**, v. 73, Issue 2, p.147-159, 2001. DOI 10.1108/00022660110386663.

LI, J. **Inverse problems in structural mechanics**. 2005. 142 p. Thesis (Doctorate Degree) - Faculty of Virginia Polytechnic, Institute and State University, Blacksburg, 2005.

LUNDQUIST, E. E.; STOWELL, E. Z. **Critical compressive stress for flat rectangular plates supported along all edges and elastically restrained against rotation along the unloaded edges**. Hampton: NACA, 1941a. p. 99-106. (Technical Report N° 733).

_____. **Critical compressive stress for outstanding flanges**. Hampton: NACA, 1941b. p.111-121. (Technical Report N° 734).

_____. **Restrained provided a flat rectangular plate by a sturdy stiffener along an edge of the plate**. Hampton: NACA, 1941c. p. 123-127. (Technical Report N° 735).

LUNDQUIST, E. E.; STOWELL, E. Z.; SCHUETTE, E. H. **Principles of moment distribution applied to stability of structures composed of bars and plates**. Hampton: NACA, 1943a. p. 57-70 (Technical Report N° 809).

_____. _____. Washington: NACA, 1943b. (Advance Restricted Report 3K06).

MALONEY, J. M.; WU, K. C.; ROBINSON, J. C. **Analytical comparison of three stiffened panel concepts**. Hampton: NASA, 1995. 28 p. (NASA Technical Memorandum110165).

McCUNE, R. W.; MURPHY, A.; PRICE, M.; BUTTERFIELD, J. The Influence of friction stir welding process idealization on residual stress and distortion predictions for future airframe assembly simulations. **Journal of Manufacturing Science and Engineering**, v. 134, p. 031011-1 - 031011-9, June 2012. DOI 10.1115/1.4006554.

MEEKS, C.; GREENHALGH, E.; FALZON, B. G. Stiffener debonding mechanisms in post-buckled CFRP aerospace panels. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, v. 36, p. 934–946, 2005. DOI 10.1016/j.compositesa.2004.12.003.

MEHNEN, J.; DING, J.; LOCKETT, H.; KAZANAS, P. Design study for wire and arc additive manufacture. **Int. J. Product Development**, v. 19, n. 1/2/3, 2014. p. 2-20. DOI 10.1504/IJPD.2014.060028.

MERATI, A. Materials replacement for aging aircraft. In: NORTH ATLANTIC TREATY ORGANIZATION - RESEARCH AND TECHNOLOGY ORGANIZATION. **Corrosion fatigue and environmentally assisted cracking in aging military vehicles**. Neuilly-sur-Seine, 2011. p. 24.1-24.22. (AG-AVT-140).

MERVAL, A.; SAMUELIDES, M.; GRIHON, S. Application of response surface methodology to stiffened panel optimization. In: STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS, AND MATERIALS CONFERENCE, 47., 2006, At Newport. **Proceedings** ... At Newport: AIAA, 2006.

METSCHAM, S. **Validated feasibility study of integrally stiffened metallic fuselage panels for reducing manufacturing costs**: cost assessment of manufacturing/design concepts. Hampton: NASA, 2000. 19 p. (NASA/CR-2000-209343).

MICROSOFT. **Visual Basic for Applications 7.1**. Office 2013. 2013.

MULANI, S. B.; HAVENS, D.; NORRIS, A.; BIRD, R. K.; KAPANIA, R. K.; OLLIFFE, R. **Design, optimization, and evaluation of A1-2139 compression panel with integral t-stiffeners**. Hampton: NASA, 2012. 33 p. (NASA/TP–2012-217584).

MULANI, S. B.; SLEMP, W. C. H.; KAPANIA, R. K. EBF3PanelOpt: an optimization framework for curvilinear blade-stiffened panels. **Thin-Walled Structures**, v. 63, p. 13–26, 2013. DOI 10.1016/j.tws.2012.09.008.

MUNROE, J.; WILKINS, K.; GRUBER, M. **Integral airframe structures (IAS)**: validated feasibility study of integrally stiffened metallic fuselage panels for reducing manufacturing costs. Hampton: NASA, 2000. 346 p. (NASA/CR-2000-209337).

MURPHY, A.; EKMEKYAPAR, T.; QUINN, D.; ÖZAKÇA, M.; POSTON, K.; MOORE, G.; NIBLOCK, J. The Influence of assembly friction stir weld location on wing panel

static strength. **Thin-Walled Structures**, v. 76, p. 56–64, 2014. DOI 10.1016/j.tws.2013.11.004.

MURPHY, A.; McCUNE, W.; QUINN, D.; PRICE, M. The characterisation of friction stir welding process effects on stiffened panel buckling performance. **Thin-Walled Structures**, v. 45, p. 339–351, 2007. DOI 10.1016/j.tws.2007.02.007.

MURR, L. E.; JOHNSON, W. L. 3D metal droplet printing development and advanced materials additive manufacturing. **Journal of Materials Research and Technology**, v. 6, Issue 1, p. 77–89, 2017. DOI 10.1016/j.jmrt.2016.11.002.

MURR, L. E. Frontiers of 3D printing/additive manufacturing: from human organs to aircraft fabrication. **Journal of Materials Science & Technology**, v. 32, p. 987–995, 2016. DOI 10.1016/j.jmst.2016.08.011.

NEMETH, M. P.; STARNES JR, J. H. **The NASA Monographs on shell stability design recommendations**. Hampton: NASA, 1998. (NASA TP-1998-206290).

NI, X.-Y.; PRUSTY, B. G.; HELLIER, A. K. Buckling and post-buckling of isotropic and composite stiffened panels: a review on analysis and experiments (2000–2012). **Trans RINA**, v.157, Part A1, **Intl J Maritime Eng**, p. A9 – A29, Jan.-Mar. 2015. DOI 10.3940/rina.ijme.2015.a1.300.

NIU, M. C. Y. Compression Panels. In: _____. **Airframe stress analysis and sizing**. 2nd ed. Hong Kong: Hong Kong Conmilit Press Ltd, 2001. Chapter 14.0.

ÖZAKÇA, M.; MURPHY, A.; VEEN, S. Buckling and post-buckling of sub-stiffened or locally tailored aluminium panels. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF THE AERONAUTICAL SCIENCES (ICAS-2006), 25., 2006, Hamburgo. **Proceedings ...** Hamburgo: ICAS, 2006. 16 p.

PAIK, J. K.; THAYAMBALLI, A. K. Buckling strength of steel plating with elastically restraining edges. **Thin-Walled Structures**, v. 37, p. 27–55, 2000. DOI 10.1016/S0263-8231(00)00009-4.

PAULO, R. M. F.; TEIXEIRA-DIAS, F.; VALENTE, R. A. F. Numerical simulation of aluminium stiffened panels subjected to axial compression: Sensitivity analyses to initial geometrical imperfections and material properties. **Thin-Walled Structures**, v. 62, p. 65–74, 2013. DOI 10.1016/j.tws.2012.07.024.

PERES, G.; LUCENA NETO, E.; MONTEIRO, F. A. C. Local buckling of stiffened plates. In: IBERIAN LATIN-AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING (CILAMCE), 32., 2011, Ouro Preto. **Anais ...** Ouro Preto: CILAMCE, 2011. 15 p. DOI 10.13140/RG.2.1.1484.2323.

PETRIŠIČ, J.; KOSEL, F.; BREMEC, B. Buckling of plates with strengthenings. **Thin-Walled Structures**, v. 44, p. 334–343, 2006. DOI 10.1016/j.tws.2006.03.002.

PETTIT, R. G.; WANG, J. J.; TOH, C. **Validated feasibility study of integrally stiffened metallic fuselage panels for reducing manufacturing costs**. Hampton: NASA, 2000. 121 p. (NASA/CR-2000-209342).

PÍŠTĚK, A.; PEŠÁK, M. Optimization of stiffened panel with the help of mathematical programming experimental verification. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF THE AERONAUTICAL SCIENCES, 26., 2008, Anchorage. **Proceedings** ... Anchorage: ICAS, 2008. 13 p.

PITCHER, P. D.; STYLES, C. M. Creep age forming of 2024A, 8090 and 7449 alloys. **Materials Science Forum**, v. 331-337, p. 455-460, 2000. DOI 10.4028/www.scientific.net/MSF.331-337.455.

PYTHON SOFTWARE FOUNDATION. **Python 2.7.11**. 2015.

QUINN, D.; MURPHY, A.; CERVI, L. Fatigue performance of aircraft panels with novel skin buckling containment features. Proceedings of the Institution Mechanical Engineering. – Part G: **Journal of Aerospace Engineering**, v. 225, n. 7, p. 791-806, 2011. DOI 10.1177/0954410011399035.

QUINN, D.; MURPHY, A.; GLAZEBROOK, C. Aerospace stiffened panel initial sizing with novel skin sub-stiffening features. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, v. 12, n. 5, 2012. DOI 10.1142/S0219455412500605.

QUINN, D.; MURPHY, A.; McEWAN, W.; LEMAITRE, F. Non-prismatic sub-stiffening for stiffened panel plates—Stability behavior and performance gains. **Thin-Walled Structures**. v. 48, p. 401–413, 2010. DOI 10.1016/j.tws.2010.01.010.

_____. Stiffened panel stability behaviour and performance gains with plate prismatic sub-stiffening. **Thin-Walled Structures**, v. 47, p. 1457–1468, 2009. DOI 10.1016/j.tws.2009.07.004.

RAHAI, A. R.; ALINIA, M. M.; KAZEMI, S. Buckling analysis of stepped plates using modified buckling mode shapes. **Thin-Walled Structures**, v. 46, p. 484-493, 2008. DOI 10.1016/j.tws.2007.10.012.

RAHIMI, G. H.; ZANDI, M.; RASOULI, S. F. Analysis of the effect of stiffener profile on buckling strength in composite isogrid stiffened shell under axial loading. **Aerospace Science and Technology**, v. 24, p. 198–203, 2013. DOI 10.1016/j.ast.2011.11.007.

RAMATI, S.; LEVASSEUR, G.; KENNERKNECHT, S. Single piece wing skin utilization via advanced peen forming technology. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SHOT PEENING, 7, 1999, Warsaw. **Proceedings** ... Warsaw: ICSP, 1999. 18 p.

RAMBERG, W.; OSGOOD, W. R. **Description of stress-strain curves by three parameters**. Washington: NACA, 1943. 32 p. (NACA-TN-902).

RAMOS FILHO, F. M. B.; MILAN, A. Aircraft weight estimation using artificial neural networks. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 5., 2008, Salvador. **Anais** ... Salvador: CNEM, 2008. 8 p.

RICHARDS; D. M. **The minimum weight design of compression structures including plasticity effects**. 1977. 220 p. Tesis (Ph.D) - Cranfield Institute of Technology - College of Aeronautics, Cranfield, 1977.

RISSARDO, W. **Uma metodologia de pré-dimensionamento para a estabilidade estrutural de asas**. 2006. 160 p. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Engenharia Aeronáutica) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2006.

RIZZI, P. **Estabilidade de estruturas aeronáuticas**. São José dos Campos: ITA, 2006. (Apostila da disciplina AE-213 Estabilidade de Estruturas Aeronáuticas do curso de graduação em Engenharia Aeronáutica da graduação).

SEIDE, P. **The effect of longitudinal stiffeners located on one side of a plate on the compressive buckling stress of the plate-stiffener combination**. Washington: NACA, 1953. 66 p. (Technical Note 2873).

SEIDE, P.; STEIN, M. **Compressive buckling of simply supported plates with longitudinal stiffeners**. Washington, NACA, 1949. 23 p. (NACA TN N° 1825).

SIEMENS. **NX Nastran 10 – quick reference guide numerical methods user's guide**. [USA]: Siemens Product Lifecycle Management Software Inc., 2014a.

_____. **NX Nastran 10 user's guide**. [USA]: Siemens Product Lifecycle Management Software Inc., 2014b.

_____. **NX Nastran numerical methods user's guide**. [USA]: Siemens Product Lifecycle Management Software Inc., 2014c.

SLEMP, W. C. H.; BIRD, R. K.; KAPANIA, R. K.; HAVENS, D.; NORRIS, A.; OLLIFFE, R. **Design, optimization and evaluation of integrally stiffened Al 7050 panel with curved stiffeners**. Hampton: NASA, 2011. 39 p. (NASA/TP-2011-217178).

SOLA, G.; SURDOU, G.; CHASTEL, Y.; PINEAU, A. Développement d'un modèle rhéologique de fluage-relaxation de l'aluminium 7050 pour le formage au revenu de panneaux de voilure. In: COLLOQUE NATIONAL EM CALCUL DES STRUCTURES, 9, Giens, 2009. **Proccedings** ... Giens: CSMA, 2009. 6 p.

STAMATELOS, D. G.; LABEAS, G. N.; TSERPES, K. I. Analytical calculation of local buckling and post-buckling behavior of isotropic and orthotropic stiffened panels. **Thin-Walled Structures Journal**, v. 49, p. 422-430, 2011. DOI 10.1016/j.tws.2010.11.008.

STOWELL, E. Z. **A unified theory of plastic buckling of columns and plates.** Washington: NACA, 1948. p. 1-31. (Technical Note N° 1556).

STROUD, W. J.; GREENE, W. H.; ANDERSON, M. S. **Buckling loads for stiffened panels subjected to combined longitudinal compression and shear loadings:** results obtained with PASCO, EAL, and STAGS Computer Programs. Hampton: NASA, 1981. (NASA Technical Memorandum N°. 83194).

SUN, B. H.; YEH, K. Y.; RIMROTT, F. P. J. On the buckling of structures. **Technische Mechanik**, Band 15, Heft 2, p. 129-140, März 1995.

TEIXEIRA NETO, A.; BUSSAMRA, F. L. de S.; SILVA, H. A. de C. A new metamodel for reinforced panels under compressive loads and its application to the fuselage conception. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v.11, p. 223–244, 2014. DOI 10.1590/S1679-78252014000200005.

THOMPSON, J. M. T.; LEWIS, G. M. On the optimum design of thin-walled compression members. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 20, Issue 2, p. 101-109, May 1972. DOI 10.1016/0022-5096(72)90034-8.

THOMSON, A. G. R.; GRAYLEY, M. E. **Design for minimum weight. Compression panels with unflanged integral stiffeners having dimensional restrictions.** London: The Royal Aeronautical Society, 1970. 27 p. (ESDU 70007).

_____. **Local buckling of compression panels with unflanged integral stiffeners.** London: The Royal Aeronautical Society, 1976. 5 p. (ESDU 70003).

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Theory of elastic stability.** 2nd ed. Singapore: McGraw Hill, 1961.

TRAYER, G. W.; MARCH, H. W. **The Torsion of members having sections common in aircraft construction.** Hampton: NACA, 1930. 47 p. (Report N° 334).

U. S. DEPARTMENT OF TRANSPORTATION. FEDERAL AVIATION ADMINISTRATION. **Airframe & powerplant mechanics – airframe handbook.** Oklahoma, 1976. 630 p. (AC65-15A).

WANG, B.; TIAN, K.; ZHOU, C.; HAO, P.; ZHENG, Y.; MA, Y.; WANG, J. Grid-pattern optimization framework of novel hierarchical stiffened shells allowing for imperfection sensitivity. **Aerospace Science and Technology**, v. 62, p. 114–121, 2017. DOI 10.1016/j.ast.2016.12.002.

WANG, D.; ABDALLA, M. M. Global and local buckling analysis of grid-stiffened composite panels. **Composite Structures**, v. 119, p. 767–776, 2015. DOI 10.1016/j.compstruct.2014.09.050.

WANG, T.; PLATTS, M. J. A computer-aided blank design method for the peen forming process. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 122, p. 374-380, 2002. DOI 10.1016/S0924-0136(02)00049-3.

WATSON, A.; FEATHERSTON, C. A.; KENNEDY, D. Optimization of post-buckled stiffened panels with multiple stiffener sizes. In: STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS, AND MATERIALS CONFERENCE, 48., 2007, Honolulu. **Proceedings** ... Honolulu: AIAA, 2007. 8 p.

WEIßGRAEBER, P.; MITTELSTEDT, C.; BECKER, W. Buckling of composite panels: a criterion for optimum stiffener design. **Aerospace Science and Technology**, v. 16, p. 10–18, 2012. DOI 10.1016/j.ast.2011.02.002.

YIN, D. N.; TRAN, V. M.; SWIFT, P. M. **Local stiffener and skin pocket buckling prediction by special PASCO modeling technique**: correlation to test data. Washington: NASA, 1989. (N89-24628).

YOON, J. W.; BRAY, G. H.; VALENTE, R. A. F.; CHILDS, T. E. R. Buckling analysis for an integrally stiffened panel structure with a friction stir weld. **Thin-Walled Structures**, v. 47, p. 1608–1622, 2009. DOI 10.1016/j.tws.2009.05.003.

YOUNG, W. C.; BUDYNAS, R. G. **Roark's formulas for stress and strain**, 7th ed. New York: McGraw-Hill, 2002. 840 p.

ZHAO, W.; KAPANIA, R. K. Buckling analysis of unitized curvilinearly stiffened composite panels. **Composite Structures**, v. 135, p. 365–382, 2016. DOI 10.1016/j.compstruct.2015.09.041.

APÊNDICE A: COEFICIENTE DE FLAMBAGEM LOCAL DE PRIs COM JUNÇÕES FILETADAS

Os valores obtidos para o coeficiente de flambagem local, $k_{s,loc}$, para PRIs com junções filetadas estão apresentados neste apêndice. Os valores apresentados na Tabela A-1 foram obtidos a partir do Princípio da Distribuição de Momentos (LUNDQUIST; STOWELL; SCHUETTE, 1943a) para coeficientes de Poisson de 0,33 e raio de filete nulo, $R = 0$. Deve-se ressaltar que o gráfico de Boughan e Baab (1944), apresentado na Figura 2-2, usa a mesma teoria, mas considera um coeficiente de Poisson de 0,3 (ligeiramente inferior ao encontrado em ligas aeronáuticas). Também é importante registrar que os resultados obtidos a partir desta teoria foram confrontados com os resultados obtidos por modelos de elementos finitos (conforme capítulo 6) onde foi possível verificar que os desvios encontrados são muito pequenos.

Já os valores apresentados na Tabela A-2 até a Tabela A-21 são valores aproximados (truncados) obtidos a partir dos modelos com elementos finitos sólidos (também considerando coeficiente de Poisson de 0,33) conforme a metodologia apresentada nos capítulos 6 e 7 desta tese. Esses valores são plotados nas Figura A-1 até a Figura A-21 e as curvas que os interpolam são baseadas na interpolação bi-cúbica desses pontos descrita na seção 7.4.

Tabela A-1: Coeficiente de flambagem local para PRIs com qualquer t_w/b_s e $R/b_{wf} = 0$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	3,967	3,987	4,000	4,049	4,156	4,307	4,573	4,896	5,245	5,578	5,866	6,146	6,350
0,25	3,867	3,899	3,917	3,977	4,103	4,278	4,584	4,951	5,335	5,687	5,973	6,241	6,429
0,3	3,331	3,693	3,735	3,835	3,993	4,196	4,543	4,955	5,380	5,753	6,045	6,303	6,477
0,35	2,446	3,036	3,298	3,566	3,805	4,049	4,444	4,909	5,384	5,790	6,090	6,344	6,511
0,4	1,872	2,332	2,577	3,112	3,511	3,822	4,274	4,798	5,348	5,807	6,121	6,373	6,534
0,45	1,479	1,845	2,046	2,577	3,121	3,511	4,021	4,598	5,236	5,805	6,143	6,394	6,551
0,5	1,198	1,497	1,662	2,126	2,701	3,145	3,696	4,298	4,981	5,730	6,159	6,411	6,564
0,55	0,990	1,238	1,377	1,775	2,318	2,774	3,335	3,931	4,601	5,358	6,171	6,424	6,574
0,6	0,832	1,041	1,159	1,501	1,993	2,432	2,978	3,547	4,177	4,883	5,671	6,434	6,581
0,65	0,709	0,888	0,989	1,285	1,725	2,133	2,649	3,181	3,761	4,406	5,113	6,110	6,587
0,7	0,612	0,766	0,854	1,113	1,504	1,878	2,358	2,849	3,379	3,962	4,604	5,489	6,474

Fonte: Autor

Figura A-1: Coeficiente de flambagem local para PRIs com qualquer t_w/b_s e $R/b_{wf} = 0$.

Fonte: Autor

Tabela A-2: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,020$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	4,307	4,343	4,367	4,457	4,579	4,792	5,047	5,388	5,758	6,097	6,468	6,778	7,092
0,25	4,457	4,540	4,546	4,616	4,785	4,986	5,328	5,696	6,124	6,458	6,782	7,121	7,426
0,3	4,566	4,634	4,670	4,809	5,053	5,227	5,598	6,004	6,447	6,788	7,112	7,439	7,724
0,35	3,472	4,261	4,659	4,906	5,175	5,442	5,883	6,317	6,736	7,123	7,438	7,746	8,010
0,4	2,661	3,323	3,721	4,657	5,230	5,624	6,141	6,589	7,081	7,489	7,761	8,079	8,311
0,45	2,110	2,643	2,973	3,836	4,953	5,566	6,235	6,844	7,401	7,836	8,120	8,391	8,626
0,5	1,717	2,159	2,433	3,168	4,438	5,251	6,111	6,885	7,614	8,178	8,447	8,726	8,950
0,55	1,447	1,809	2,016	2,666	3,698	4,707	5,811	6,657	7,460	8,288	8,813	9,084	9,315
0,6	1,220	1,514	1,691	2,266	3,196	4,113	5,278	6,242	7,191	7,929	8,731	9,455	9,660
0,65	1,045	1,306	1,455	1,951	2,744	3,596	4,753	5,746	6,647	7,458	8,303	9,276	10,029
0,7	0,890	1,133	1,263	1,690	2,391	3,162	4,230	5,243	6,161	6,966	7,755	8,738	9,660

Fonte: Autor

Figura A-2: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,020$.

Fonte: Autor.

Tabela A-3: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,033$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	4,158	4,189	4,207	4,287	4,409	4,594	4,864	5,199	5,612	5,947	6,323	6,715	7,083
0,25	4,193	4,226	4,242	4,330	4,485	4,690	5,042	5,423	5,890	6,259	6,642	7,056	7,411
0,3	4,151	4,225	4,281	4,352	4,548	4,778	5,192	5,600	6,074	6,538	6,928	7,345	7,774
0,35	3,394	4,060	4,133	4,302	4,586	4,866	5,247	5,762	6,281	6,776	7,210	7,653	8,030
0,4	2,612	3,215	3,560	4,074	4,482	4,809	5,390	5,866	6,471	7,024	7,469	7,938	8,243
0,45	2,063	2,566	2,827	3,560	4,201	4,658	5,187	5,803	6,497	7,229	7,756	8,178	8,519
0,5	1,681	2,082	2,320	2,963	3,790	4,346	4,993	5,684	6,349	7,158	8,009	8,480	8,804
0,55	1,394	1,733	1,948	2,499	3,370	3,996	4,713	5,438	6,047	6,802	7,666	8,778	9,106
0,6	1,175	1,467	1,657	2,136	2,881	3,556	4,335	4,987	5,648	6,389	7,126	8,181	9,417
0,65	1,026	1,264	1,411	1,842	2,513	3,176	4,072	4,611	5,240	5,928	6,645	7,595	8,678
0,7	0,869	1,084	1,215	1,597	2,208	2,830	3,564	4,229	4,839	5,454	6,223	7,003	7,936

Fonte: Autor

Figura A-3: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,033$.

Fonte: Autor

Tabela A-4: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,045$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	4,092	4,112	4,136	4,210	4,326	4,498	4,781	5,112	5,505	5,871	6,270	6,676	7,079
0,25	4,076	4,145	4,148	4,234	4,368	4,576	4,918	5,313	5,722	6,157	6,564	7,030	7,428
0,3	4,017	4,066	4,088	4,206	4,370	4,605	4,979	5,423	5,921	6,397	6,847	7,323	7,734
0,35	3,344	3,863	3,955	4,085	4,376	4,590	5,003	5,501	6,068	6,610	7,124	7,582	8,006
0,4	2,573	3,137	3,434	3,828	4,166	4,475	4,965	5,517	6,144	6,781	7,337	7,845	8,270
0,45	2,036	2,503	2,760	3,368	3,895	4,292	4,798	5,394	6,083	6,835	7,557	8,121	8,506
0,5	1,674	2,050	2,260	2,845	3,501	3,986	4,584	5,169	5,860	6,659	7,485	8,368	8,761
0,55	1,408	1,705	1,884	2,417	3,105	3,679	4,288	4,873	5,543	6,292	7,051	8,168	9,038
0,6	1,189	1,464	1,597	2,048	2,700	3,260	3,882	4,485	5,121	5,833	6,532	7,653	8,648
0,65	0,992	1,233	1,370	1,764	2,366	2,905	3,582	4,119	4,715	5,346	6,016	6,966	7,949
0,7	0,867	1,066	1,187	1,540	2,094	2,595	3,223	3,775	4,331	4,973	5,545	6,389	7,286

Fonte: Autor

Figura A-4: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,045$.

Fonte: Autor

Tabela A-5: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,058$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	4,047	4,084	4,088	4,157	4,299	4,563	4,716	5,072	5,423	5,794	6,167	6,636	7,062
0,25	4,014	4,060	4,108	4,213	4,319	4,510	4,841	5,222	5,629	6,092	6,505	7,000	7,463
0,3	3,913	3,990	4,016	4,094	4,357	4,525	4,877	5,314	5,804	6,312	6,807	7,302	7,811
0,35	3,344	3,753	3,830	3,964	4,186	4,462	4,871	5,441	5,918	6,503	7,009	7,569	8,045
0,4	2,560	3,100	3,363	3,707	4,017	4,333	4,812	5,332	5,960	6,628	7,223	7,797	8,341
0,45	2,027	2,472	2,711	3,253	3,720	4,093	4,602	5,214	5,860	6,594	7,405	8,048	8,508
0,5	1,647	2,014	2,216	2,763	3,366	3,786	4,336	4,970	5,596	6,468	7,216	8,275	8,750
0,55	1,373	1,680	1,853	2,332	2,963	3,438	4,019	4,623	5,240	5,947	6,764	7,804	9,008
0,6	1,165	1,421	1,576	2,012	2,584	3,082	3,663	4,236	4,927	5,523	6,229	7,268	8,355
0,65	0,980	1,213	1,346	1,735	2,265	2,756	3,359	3,918	4,495	5,063	5,746	6,650	7,666
0,7	0,855	1,053	1,171	1,498	2,010	2,462	3,028	3,563	4,087	4,651	5,228	6,096	6,914

Fonte: Autor

Figura A-5: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,058$.

Fonte: Autor

Tabela A-6: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,083$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	3,962	4,004	4,016	4,106	4,209	4,366	4,627	4,928	5,263	5,629	6,002	6,495	6,935
0,25	3,957	3,993	4,017	4,076	4,197	4,410	4,700	5,071	5,487	5,924	6,368	6,917	7,412
0,3	3,855	3,859	3,891	3,979	4,157	4,366	4,734	5,163	5,645	6,154	6,647	7,230	7,757
0,35	3,313	3,635	3,697	3,851	4,032	4,306	4,720	5,180	5,740	6,307	6,876	7,497	8,046
0,4	2,539	3,058	3,265	3,558	3,839	4,160	4,649	5,106	5,732	6,388	7,055	7,733	8,265
0,45	2,014	2,432	2,652	3,121	3,541	3,881	4,388	4,942	5,577	6,304	7,107	7,942	8,510
0,5	1,628	1,991	2,184	2,656	3,202	3,592	4,148	4,706	5,301	6,003	6,788	7,872	8,694
0,55	1,352	1,650	1,834	2,250	2,794	3,258	3,803	4,325	4,945	5,605	6,369	7,397	8,501
0,6	1,143	1,392	1,530	1,937	2,450	2,891	3,436	3,980	4,548	5,190	5,852	6,813	7,841
0,65	0,973	1,188	1,315	1,671	2,149	2,605	3,106	3,620	4,194	4,761	5,357	6,229	7,219
0,7	0,840	1,037	1,138	1,464	1,897	2,308	2,813	3,298	3,823	4,338	4,966	5,679	6,509

Fonte: Autor

Figura A-6: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,18$ e $t_s/b_s = 0,083$.

Fonte: Autor

Tabela A-7: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,020$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	5,203	5,252	5,318	5,395	5,562	5,756	6,079	6,363	6,659	6,954	7,221	7,522	7,787
0,25	5,935	6,033	6,069	6,176	6,342	6,579	6,825	7,137	7,424	7,651	7,910	8,212	8,416
0,3	6,449	6,800	6,852	6,976	7,171	7,364	7,615	7,911	8,140	8,350	8,587	8,835	9,030
0,35	4,812	5,927	6,631	7,715	7,970	8,164	8,403	8,643	8,854	9,072	9,280	9,530	9,690
0,4	3,714	4,612	5,180	6,829	8,573	8,914	9,190	9,420	9,668	9,810	9,988	10,194	10,410
0,45	2,950	3,695	4,149	5,472	7,674	9,411	9,970	10,244	10,405	10,608	10,784	11,023	11,176
0,5	2,405	3,022	3,348	4,489	6,364	8,531	10,610	11,036	11,234	11,435	11,619	11,799	12,009
0,55	1,994	2,532	2,824	3,737	5,402	7,166	9,699	11,906	12,145	12,326	12,511	12,717	12,962
0,6	1,687	2,123	2,364	3,164	4,562	6,097	8,445	10,922	13,127	13,303	13,497	13,697	13,942
0,65	1,437	1,825	2,034	2,739	3,916	5,260	7,350	9,519	11,797	14,051	14,580	14,830	15,051
0,7	1,245	1,569	1,755	2,353	3,411	4,582	6,385	8,383	10,437	12,592	14,748	16,032	16,290

Fonte: Autor

Figura A-7: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,020$.

Fonte: Autor

Tabela A-8: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,033$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	4,605	4,624	4,657	4,754	4,914	5,116	5,438	5,782	6,147	6,534	6,882	7,270	7,622
0,25	4,927	4,994	5,083	5,163	5,348	5,558	5,921	6,305	6,717	7,098	7,536	7,853	8,200
0,3	5,319	5,403	5,454	5,571	5,843	6,075	6,456	6,881	7,311	7,684	8,050	8,428	8,772
0,35	4,558	5,642	5,803	6,015	6,294	6,616	7,026	7,484	7,928	8,310	8,641	9,038	9,365
0,4	3,544	4,413	4,875	6,124	6,702	7,095	7,613	8,101	8,554	8,939	9,281	9,657	10,010
0,45	2,823	3,533	3,907	5,081	6,613	7,392	8,121	8,751	9,248	9,670	9,965	10,341	10,693
0,5	2,305	2,878	3,222	4,212	5,781	7,204	8,300	9,245	9,979	10,377	10,719	11,076	11,403
0,55	1,929	2,413	2,680	3,531	4,936	6,313	7,928	9,263	10,198	11,170	11,475	11,889	12,200
0,6	1,624	2,035	2,281	2,994	4,241	5,499	7,211	8,684	9,857	10,838	11,796	12,694	13,077
0,65	1,400	1,759	1,951	2,593	3,637	4,838	6,388	7,916	9,245	10,345	11,274	12,395	13,455
0,7	1,207	1,515	1,704	2,257	3,193	4,221	5,684	7,197	8,536	9,724	10,785	11,805	12,780

Fonte: Autor

Figura A-8: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,033$.

Fonte: Autor

Tabela A-9: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,045$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	4,379	4,394	4,422	4,502	4,704	4,853	5,176	5,537	5,898	6,289	6,680	7,134	7,536
0,25	4,542	4,605	4,620	4,740	4,937	5,167	5,517	5,916	6,369	6,821	7,217	7,682	8,106
0,3	4,734	4,795	4,842	4,975	5,181	5,444	5,887	6,325	6,817	7,300	7,732	8,237	8,645
0,35	4,429	4,935	5,003	5,197	5,479	5,741	6,233	6,775	7,296	7,830	8,280	8,776	9,184
0,4	3,438	4,216	4,637	5,253	5,643	6,033	6,537	7,123	7,764	8,345	8,822	9,333	9,779
0,45	2,751	3,402	3,730	4,852	5,619	6,100	6,772	7,422	8,167	8,924	9,426	9,917	10,403
0,5	2,248	2,788	3,090	3,955	5,227	5,970	6,770	7,467	8,263	9,111	10,049	10,573	11,010
0,55	1,869	2,330	2,626	3,350	4,524	5,517	6,509	7,380	8,078	8,889	9,721	10,872	11,696
0,6	1,593	1,972	2,201	2,876	3,923	5,030	6,110	7,011	7,765	8,591	9,319	10,359	11,480
0,65	1,369	1,697	1,890	2,470	3,406	4,372	5,567	6,559	7,384	8,172	8,891	9,786	10,830
0,7	1,178	1,474	1,639	2,155	3,010	3,880	5,039	6,056	6,948	7,670	8,361	9,240	10,160

Fonte: Autor

Figura A-9: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,045$.

Fonte: Autor

Tabela A-10: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,058$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	4,245	4,266	4,336	4,390	4,521	4,708	5,020	5,360	5,773	6,141	6,532	7,037	7,451
0,25	4,347	4,381	4,451	4,514	4,703	4,914	5,275	5,701	6,147	6,613	7,048	7,572	8,057
0,3	4,435	4,508	4,533	4,651	4,880	5,114	5,526	6,016	6,534	7,061	7,575	8,089	8,560
0,35	4,313	4,560	4,621	4,804	5,038	5,291	5,763	6,336	6,887	7,473	8,116	8,573	9,084
0,4	3,351	4,070	4,433	4,740	5,063	5,438	5,936	6,524	7,195	7,899	8,500	9,109	9,605
0,45	2,670	3,271	3,601	4,399	4,969	5,394	5,990	6,624	7,350	8,176	9,016	9,631	10,140
0,5	2,196	2,694	2,969	3,760	4,669	5,258	5,885	6,593	7,281	8,091	9,006	10,220	10,710
0,55	1,835	2,266	2,495	3,193	4,157	4,918	5,653	6,391	7,130	7,799	8,633	9,701	10,907
0,6	1,545	1,916	2,119	2,750	3,664	4,482	5,303	6,080	6,698	7,493	8,156	9,248	10,322
0,65	1,330	1,651	1,836	2,369	3,226	4,026	4,916	5,673	6,319	6,984	7,772	8,569	9,663
0,7	1,161	1,443	1,595	2,070	2,833	3,593	4,498	5,276	5,955	6,566	7,278	8,123	8,921

Fonte: Autor

Figura A-10: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,058$.

Fonte: Autor

Tabela A-11: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,083$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	4,077	4,120	4,173	4,210	4,358	4,531	4,808	5,156	5,500	5,866	6,256	6,763	7,241
0,25	4,122	4,158	4,230	4,295	4,457	4,661	5,027	5,418	5,865	6,306	6,774	7,358	7,876
0,3	4,123	4,215	4,238	4,348	4,512	4,766	5,157	5,637	6,144	6,703	7,216	7,830	8,393
0,35	4,040	4,132	4,199	4,305	4,539	4,821	5,267	5,806	6,382	7,019	7,679	8,279	8,881
0,4	3,225	3,860	3,979	4,249	4,530	4,821	5,301	5,882	6,543	7,268	8,015	8,731	9,329
0,45	2,579	3,105	3,383	3,914	4,330	4,694	5,238	5,858	6,611	7,294	8,167	9,164	9,773
0,5	2,105	2,562	2,799	3,454	4,044	4,481	5,075	5,696	6,389	7,168	7,907	9,042	10,258
0,55	1,766	2,145	2,366	2,940	3,666	4,190	4,798	5,425	6,063	6,751	7,522	8,508	9,600
0,6	1,490	1,830	2,028	2,537	3,257	3,839	4,509	5,095	5,688	6,350	7,173	8,045	9,020
0,65	1,282	1,577	1,744	2,222	2,881	3,473	4,131	4,717	5,305	5,950	6,561	7,422	8,326
0,7	1,111	1,368	1,528	1,934	2,557	3,155	3,796	4,374	4,945	5,605	6,196	6,879	7,837

Fonte: Autor

Figura A-11: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,32$ e $t_s/b_s = 0,083$.

Fonte: Autor

Tabela A-12: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,020$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	7,707	7,760	7,783	7,927	8,021	8,188	8,360	8,561	8,736	8,924	9,077	9,301	9,503
0,25	9,217	9,244	9,271	9,356	9,487	9,610	9,771	9,925	10,084	10,278	10,406	10,641	10,810
0,3	10,697	10,725	10,755	10,836	10,982	11,069	11,262	11,389	11,556	11,718	11,887	12,131	12,286
0,35	9,371	11,673	12,349	12,465	12,583	12,710	12,879	13,050	13,254	13,450	13,578	13,808	14,020
0,4	7,385	9,131	10,110	13,217	14,432	14,582	14,820	15,042	15,177	15,362	15,624	15,856	16,095
0,45	5,895	7,310	8,202	10,682	15,102	16,811	17,057	17,294	17,528	17,755	18,009	18,304	18,594
0,5	4,901	6,039	6,705	8,867	12,497	16,576	19,826	20,172	20,372	20,700	20,946	21,325	21,685
0,55	4,091	5,059	5,708	7,490	10,563	14,025	19,089	23,567	23,943	24,240	24,618	25,099	25,542
0,6	3,453	4,326	4,804	6,385	9,041	12,004	16,410	21,325	26,709	28,797	29,250	29,880	30,483
0,65	2,976	3,718	4,147	5,504	7,842	10,423	14,353	18,711	23,320	28,375	33,556	36,064	36,826
0,7	2,588	3,261	3,625	4,795	6,806	9,152	12,517	16,424	20,659	25,011	29,735	35,872	42,438

Fonte: Autor

Figura A-12: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,020$.

Fonte: Autor

Tabela A-13: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,033$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	6,045	6,161	6,164	6,313	6,533	6,745	7,058	7,395	7,718	8,047	8,317	8,671	9,020
0,25	7,302	7,426	7,440	7,596	7,803	8,029	8,346	8,667	8,976	9,240	9,542	9,860	10,188
0,3	8,697	8,760	8,804	8,950	9,170	9,396	9,674	9,966	10,382	10,548	10,852	11,187	11,511
0,35	8,531	10,148	10,201	10,368	10,652	10,857	11,131	11,413	11,725	12,011	12,307	12,686	13,022
0,4	6,707	8,234	9,174	11,801	12,129	12,413	12,750	13,054	13,346	13,654	13,966	14,359	14,740
0,45	5,448	6,704	7,405	9,633	13,068	14,123	14,519	14,889	15,229	15,614	15,958	16,348	16,801
0,5	4,487	5,533	6,187	8,026	11,074	14,272	16,609	17,042	17,464	17,840	18,306	18,747	19,258
0,55	3,791	4,719	5,200	6,796	9,416	12,272	16,262	19,612	20,130	20,601	21,017	21,620	22,194
0,6	3,215	4,014	4,453	5,823	8,078	10,710	14,239	18,093	21,871	23,861	24,362	25,088	25,852
0,65	2,777	3,465	3,834	5,049	7,028	9,288	12,480	15,955	19,538	23,124	26,639	29,475	30,409
0,7	2,437	3,023	3,356	4,437	6,165	8,134	11,003	14,102	17,405	20,714	24,186	28,326	32,314

Fonte: Autor

Figura A-13: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,033$.

Fonte: Autor

Tabela A-14: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,045$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	5,248	5,319	5,360	5,477	5,709	5,949	6,296	6,681	7,079	7,451	7,831	8,254	8,682
0,25	6,081	6,172	6,220	6,372	6,637	6,916	7,304	7,712	8,123	8,547	8,915	9,362	9,804
0,3	7,111	7,224	7,295	7,448	7,720	8,030	8,440	8,867	9,301	9,683	10,067	10,530	10,980
0,35	7,927	8,348	8,424	8,638	8,946	9,250	9,704	10,129	10,560	11,018	11,361	11,824	12,289
0,4	6,249	7,633	8,421	9,752	10,224	10,593	11,055	11,532	11,947	12,384	12,789	13,311	13,836
0,45	5,074	6,196	6,855	8,765	11,090	11,916	12,551	13,052	13,526	13,983	14,437	14,980	15,528
0,5	4,224	5,170	5,716	7,330	9,894	12,225	14,009	14,818	15,343	15,840	16,327	16,956	17,585
0,55	3,557	4,363	4,838	6,256	8,504	10,861	13,852	16,247	17,440	18,017	18,546	19,226	19,948
0,6	3,040	3,751	4,142	5,367	7,380	9,524	12,452	15,270	17,762	19,820	20,607	21,971	22,846
0,65	2,636	3,241	3,594	4,659	6,431	8,391	11,042	13,763	16,387	18,751	20,581	21,557	22,570
0,7	2,298	2,838	3,165	4,111	5,668	7,404	9,854	12,342	14,911	17,321	19,486	21,191	22,154

Fonte: Autor

Figura A-14: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,045$.

Fonte: Autor

Tabela A-15: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,058$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	4,819	4,914	4,925	5,062	5,269	5,482	5,855	6,234	6,628	7,083	7,451	7,944	8,414
0,25	5,451	5,467	5,536	5,670	5,941	6,219	6,634	7,077	7,565	8,031	8,456	8,976	9,481
0,3	6,121	6,204	6,255	6,433	6,746	7,070	7,543	8,050	8,537	9,026	9,485	10,066	10,568
0,35	6,921	7,025	7,099	7,332	7,660	8,012	8,544	9,085	9,642	10,147	10,641	11,191	11,745
0,4	5,881	7,106	7,769	8,193	8,598	9,049	9,659	10,264	10,833	11,384	11,891	12,492	13,082
0,45	4,793	5,824	6,396	8,024	9,361	10,009	10,801	11,556	12,185	12,750	13,274	13,945	14,571
0,5	3,978	4,848	5,339	6,781	8,907	10,421	11,694	12,760	13,690	14,299	14,872	15,571	16,284
0,55	3,384	4,121	4,557	5,797	7,753	9,677	11,742	13,164	14,006	14,796	15,934	16,763	18,130
0,6	2,894	3,533	3,901	5,001	6,764	8,568	10,881	12,796	14,069	14,775	15,780	16,583	17,625
0,65	2,496	3,077	3,410	4,364	5,963	7,587	9,795	11,903	13,628	14,608	15,460	16,393	17,378
0,7	2,188	2,695	2,974	3,850	5,276	6,795	8,800	10,817	12,715	14,183	14,978	15,893	16,834

Fonte: Autor

Figura A-15: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,058$.

Fonte: Autor

Tabela A-16: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,083$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	4,435	4,457	4,517	4,627	4,781	5,030	5,321	5,686	6,066	6,476	6,881	7,394	7,909
0,25	4,705	4,772	4,849	4,941	5,189	5,494	5,842	6,320	6,790	7,276	7,776	8,367	8,947
0,3	5,066	5,148	5,208	5,353	5,629	5,931	6,418	6,964	7,533	8,092	8,682	9,308	9,937
0,35	5,476	5,578	5,632	5,813	6,126	6,474	7,021	7,657	8,305	8,961	9,556	10,237	10,897
0,4	5,302	5,984	6,030	6,260	6,624	7,006	7,637	8,341	9,125	9,888	10,541	11,247	11,942
0,45	4,343	5,198	5,664	6,535	7,009	7,465	8,117	8,860	9,705	10,588	11,504	12,353	13,080
0,5	3,621	4,367	4,757	5,917	7,107	7,713	8,428	9,129	9,893	10,825	11,587	12,730	14,043
0,55	3,081	3,706	4,075	5,088	6,541	7,610	8,476	9,194	9,886	10,721	11,568	12,492	13,673
0,6	2,644	3,216	3,513	4,422	5,800	7,053	8,280	9,104	9,867	10,457	11,169	12,114	13,255
0,65	2,298	2,796	3,081	3,889	5,151	6,373	7,809	8,783	9,537	10,145	10,898	11,755	13,001
0,7	2,020	2,462	2,709	3,447	4,604	5,743	7,233	8,357	9,174	9,873	10,593	11,301	12,602

Fonte: Autor

Figura A-16: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 0,56$ e $t_s/b_s = 0,083$.

Fonte: Autor

Tabela A-17: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,00$ e $t_s/b_s = 0,020$.

b_w/b_s \ t_w/t_s	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	12,314	12,345	12,388	12,463	12,573	12,738	12,858	13,027	13,192	13,367	13,577	13,778	13,999
0,25	15,795	15,844	15,881	16,009	16,137	16,291	16,533	16,857	16,949	17,164	17,408	17,682	18,025
0,3	20,627	20,765	20,766	20,883	21,149	21,345	21,665	21,947	22,262	22,576	22,888	23,305	23,707
0,35	27,737	27,878	27,918	28,148	28,457	28,897	29,315	29,740	30,182	30,742	31,187	31,774	32,431
0,4	38,925	39,083	39,205	39,603	40,205	40,666	41,393	42,177	42,947	43,667	44,548	45,557	46,689
0,45	58,245	58,406	58,622	59,378	60,307	61,191	62,440	63,944	65,128	66,624	68,119	70,126	72,107
0,5	72,740	79,333	84,427	95,863	97,403								

Fonte: Autor

Figura A-17: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,00$ e $t_s/b_s = 0,020$.

Fonte: Autor

Tabela A-18: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,00$ e $t_s/b_s = 0,033$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	10,097	10,152	10,211	10,334	10,540	10,759	10,993	11,258	11,525	11,818	12,060	12,394	12,726
0,25	12,980	13,058	13,076	13,300	13,453	13,688	14,041	14,312	14,603	14,941	15,225	15,631	16,036
0,3	16,529	16,637	16,712	16,892	17,160	17,452	17,814	18,228	18,624	19,041	19,430	19,984	20,493
0,35	21,375	21,525	21,593	22,052	22,204	22,579	23,088	23,630	24,159	24,747	25,320	26,062	26,852
0,4	28,255	28,440	28,566	28,992	29,468	30,006	30,807	31,578	32,411	33,236	34,089	35,209	36,405
0,45	38,752	39,080	39,247	39,795	40,696	41,494	42,666	43,949	45,200	46,511	47,872	49,650	51,536
0,5	43,245	48,346	51,110	56,861	58,261								

Fonte: Autor

Figura A-18: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,00$ e $t_s/b_s = 0,033$.

Fonte: Autor

Tabela A-19: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,00$ e $t_s/b_s = 0,045$.

b_w/b_s \ t_w/t_s	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	8,305	8,406	8,470	8,643	8,910	9,173	9,529	9,878	10,260	10,595	10,996	11,391	11,794
0,25	10,770	10,883	10,943	11,133	11,420	11,700	12,077	12,470	12,848	13,252	13,641	14,160	14,650
0,3	13,649	13,795	13,865	14,069	14,400	14,737	15,180	15,614	16,124	16,555	17,106	17,667	18,321
0,35	17,271	17,420	17,562	17,779	18,195	18,599	19,187	19,785	20,373	20,981	21,585	22,420	23,280
0,4	22,108	22,305	22,417	22,797	23,309	23,867	24,628	25,391	26,203	27,023	27,930	29,073	30,327
0,45	28,775	29,066	29,263	29,761	30,472	31,296	32,351	33,415	34,575	35,825	37,103	38,792	40,507
0,5	30,805	34,483	36,414	39,769	40,776								

Fonte: Autor

Figura A-19: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,00$ e $t_s/b_s = 0,045$.

Fonte: Autor

Tabela A-20: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,00$ e $t_s/b_s = 0,058$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	7,003	7,136	7,179	7,360	7,665	7,991	8,387	8,803	9,220	9,637	10,026	10,518	11,018
0,25	9,038	9,188	9,256	9,470	9,806	10,151	10,588	11,044	11,490	11,946	12,396	12,995	13,569
0,3	11,458	11,608	11,717	11,955	12,294	12,706	13,183	13,674	14,210	14,744	15,267	15,952	16,672
0,35	14,346	14,514	14,617	14,910	15,317	15,810	16,349	16,959	17,604	18,277	18,918	19,829	20,696
0,4	17,947	18,154	18,286	18,619	19,149	19,824	20,439	21,233	22,049	22,879	23,781	24,949	26,170
0,45	22,644	22,921	23,055	23,545	24,270	24,967	25,952	26,997	28,107	29,184	30,386	31,919	33,620
0,5	23,909	26,652	28,132	30,036	30,988								

Fonte: Autor

Figura A-20: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,00$ e $t_s/b_s = 0,058$.

Fonte: Autor

Tabela A-21: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,00$ e $t_s/b_s = 0,083$.

$b_w/b_s \backslash t_w/t_s$	0,5	0,565	0,6	0,7	0,85	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,25	2,5
0,2	5,549	5,678	5,827	5,884	6,160	6,445	6,869	7,302	7,730	8,171	8,628	9,176	9,700
0,25	6,782	6,923	6,997	7,223	7,585	7,953	8,465	9,004	9,514	10,037	10,560	11,210	11,854
0,3	8,394	8,564	8,654	8,926	9,361	9,771	10,358	10,941	11,525	12,130	12,707	13,467	14,248
0,35	10,358	10,557	10,673	10,961	11,415	11,914	12,550	13,217	13,868	14,552	15,242	16,153	17,103
0,4	12,665	12,856	12,970	13,320	13,857	14,432	15,171	15,929	16,712	17,529	18,392	19,488	20,687
0,45	15,340	15,577	15,727	16,127	16,773	17,438	18,341	19,302	20,262	21,241	22,325		
0,5	16,390	18,205	18,814	19,358	20,253								

Fonte: Autor

Figura A-21: Coeficiente de flambagem local para PRIs com $R/b_{wf} = 1,00$ e $t_s/b_s = 0,083$.

Fonte: Autor

APÊNDICE B: PROPRIEDADES DE UM PRI COM JUNÇÃO FILETADA

B.1 Projeto ótimo de PRI com junção filetada

B.1.1 Propriedades geométricas do filete

A Figura B-1 ilustra a seção de um filete como sendo a área compreendida entre os eixos $y=0$, $x=R$ e a curva definida pelo arco de circunferência de raio R . As fórmulas a seguir fornecem as propriedades de área do filete e podem ser obtidas facilmente por integração, estando de acordo com as relações apresentadas por Fenner e Watson (2012).

Figura B-1: Seção transversal do filete e área infinitesimal.

Fonte: Autor.

$$y_R = \frac{(10-3\pi)}{3(4-\pi)} R \quad (\text{B.1})$$

$$A_R = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) R^2 \quad (\text{B.2})$$

$$I_R = \left(1 - \frac{5\pi}{16}\right) R^4 \quad (\text{B.3})$$

$$I_{R\ CG} = I_R - A_R y_R^2 = \left[\left(1 - \frac{5\pi}{16} \right) - \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) \frac{(10 - 3\pi)^2}{(12 - 3\pi)^2} \right] R^4 \cong 0,007545116 R^4 \quad (\text{B.4})$$

onde:

- y_R - posição do centroide da área do filete em relação ao eixo x ;
- A_R - área de um filete;
- I_R - momento de inércia da área do filete em relação ao eixo x ;
- $I_{R\ CG}$ - momento de inércia da área do filete em relação ao eixo que passa pelo seu centroide.

Usando as relações listadas abaixo,

$$\frac{R}{b_s} = \left(\frac{R}{b_w - (t_s / 2)} \right) \left(\frac{b_w - (t_s / 2)}{b_s} \right) = R_R \left(R_b - \frac{R_s}{2} \right) = R_R \frac{(2R_b - R_s)}{2} \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{R}{t_s} = \left(\frac{R}{b_w - (t_s / 2)} \right) \left(\frac{b_w - (t_s / 2)}{t_s} \right) = R_R \left(\frac{R_b}{R_s} - \frac{1}{2} \right) = R_R \frac{(2R_b - R_s)}{2R_s} \quad (\text{B.6})$$

(onde $R_R = R / b_{wf}$, $R_s = t_s / b_s$, $R_b = b_w / b_s$, $R_t = t_w / t_s$), é possível rescrever as eq.(B.1) e (B.4) em função das relações adimensionais do PRI (R_t , R_b , R_s e R_R) e das dimensões do revestimento (b_s e t_s), que ficam dadas por:

$$\frac{y_R}{b_s} = \left[\frac{(10 - 3\pi)}{3(4 - \pi)} R_R \frac{(2R_b - R_s)}{2} \right] = M_1 \quad (\text{B.7})$$

$$\frac{I_{R\ CG}}{b_s^3 t_s} = \left[0,007545116 R_R^4 \frac{(2R_b - R_s)^4}{16 R_s} \right] = M_2 \quad (\text{B.8})$$

Onde M_1 e M_2 (dados acima) e M_3 , M_4 e M_5 (que aparecerão a seguir) são novos adimensionais baseados nas quatro relações adimensionais do PRI (R_t , R_b , R_s e R_R).

B.1.2 Área do PRI

Com base nas propriedades de área do filete, obtidas na seção B.1.1, podemos agora determinar as propriedades de área da junção reforçador/revestimento, considerando o efeito do raio, como ilustra a Figura B-2.

Figura B-2: Junção reforçador/revestimento real (com raio de filete não-nulo).

Fonte: Autor.

Desta forma, a área total da seção transversal de uma célula de um PRI com reforçadores do tipo *blade* fica dada por:

$$A = b_s t_s + A_w = b_s t_s + \left(b_w - \frac{t_s}{2} \right) t_w + 2 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right) R^2 \quad (\text{B.9})$$

Ou, rescrevendo a relação (B.9) em função das relações adimensionais do PRI (R_t , R_b , R_s e R_R), teremos:

$$\begin{aligned} \frac{A}{b_s t_s} &= \left[1 + \left(R_b - \frac{R_s}{2} \right) R_t + 2 \frac{4 - \pi}{4} \frac{R}{b_s} \frac{R}{t_s} \right] = \\ &= \left[1 + \frac{(2R_b - R_s)}{2} R_t + \frac{4 - \pi}{2} R_R^2 \frac{(2R_b - R_s)^2}{4R_s} \right] = M_3 \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

B.1.3 Eixo neutro do PRI

Calculando a posição do centroide da seção transversal do PRI em relação à linha média do revestimento (ver Figura B-2), resulta:

$$y_{NL} = \frac{\left(b_w - \frac{t_s}{2}\right)t_w \left(\frac{b_w}{2} + \frac{t_s}{4}\right) + 2\left(\frac{4-\pi}{4}\right)R^2 \left[\frac{(10-3\pi)}{3(4-\pi)}R + \frac{t_s}{2}\right]}{A} \quad (B.11)$$

E, rescrevendo a eq.(B.11) em função das relações adimensionais (R_t , R_b , R_s , e R_R), virá:

$$\begin{aligned} \frac{y_{NL}}{b_s} &= \frac{\left(R_b - \frac{R_s}{2}\right)R_t \left(\frac{R_b}{2} + \frac{R_s}{4}\right) + \left(\frac{4-\pi}{2}\right)\frac{R}{b_s} \frac{R}{t_s} \left[\frac{(10-3\pi)}{3(4-\pi)}\frac{R}{b_s} + \frac{R_s}{2}\right]}{M_3} = \\ &= \left\{ \frac{\left(R_b^2 - \frac{R_s^2}{4}\right)\frac{R_t}{2}}{M_3} + \frac{\left(\frac{4-\pi}{8}\right)\frac{R_R^2}{R_s} (2R_b - R_s)^2 \left[\frac{(10-3\pi)}{3(4-\pi)}R_R \left(R_b - \frac{R_s}{2}\right) + \frac{R_s}{2}\right]}{M_3} \right\} = M_4 \end{aligned} \quad (B.12)$$

B.1.4 Raio de giração de um PRIs

Calculando o quadrado do raio de giração da seção transversal do PRI e rescrevendo a relação obtida em função das relações adimensionais do PRI (R_t , R_b , R_s e R_R), mostra-se que:

$$\begin{aligned} \frac{\rho^2}{b_s^2} &= \frac{I}{Ab_s^2} = \frac{t_w \left(b_w - \frac{t_s}{2}\right)^3}{12Ab_s^2} + \frac{t_w}{Ab_s^2} \left(b_w - \frac{t_s}{2}\right) \left(\frac{b_w}{2} + \frac{t_s}{4} - y_{NL}\right)^2 + \\ &+ \frac{1}{Ab_s^2} \left[\frac{b_s t_s^3}{12} + t_s b_s y_{NL}^2\right] + \frac{2}{Ab_s^2} \left[I_{RCG} + A_R \left(y_{NL} - y_R - \frac{t_s}{2}\right)^2\right] = \\ &= \frac{\left[\frac{R_t}{12} \left(R_b - \frac{R_s}{2}\right)^3 + R_t \left(R_b - \frac{R_s}{2}\right) \left(\frac{R_b}{2} + \frac{R_s}{4} - M_4\right)^2\right] + \left[\frac{R_s^2}{12} + M_4^2\right]}{M_3} + \\ &+ \frac{2 \left[M_2 + \left[\frac{4-\pi}{4} R_R^2 \frac{(2R_b - R_s)^2}{4R_s}\right] \left(M_4 - M_1 - \frac{R_s}{2}\right)^2\right]}{M_3} = M_5 \end{aligned} \quad (B.13)$$

B.1.5 Fator de eficiência de Farrar

Fazendo a mesma consideração feita na seção 8.1 para encontrar o peso mínimo, onde as três tensões coincidem ($\sigma_{ap} = \sigma_E = \sigma_{loc}$, ver eq.(8.1), (8.2) e (8.3)) e desenvolvendo a igualdade $\sigma_F^4 = \sigma_{loc} \sigma_E \sigma_{ap}^2$ para a geometria de um PRI com reforçador *blade* filetado (conforme Figura B-2), é possível encontrar o fator de eficiência de Farrar, F , como uma função dos quatro adimensionais (R_t , R_b , R_s e R_R):

$$\sigma_F^4 = F^4 \left(\frac{N^2 E_t^2}{a^2} \right) = k_{s,loc} \frac{\pi^2 E_t}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_s}{b_s} \right)^2 \pi^2 E_t \left(\frac{\rho}{a} \right)^2 \frac{N^2 b_s^2}{A^2} \quad (B.14)$$

Então, isolando F e considerando as eq.(B.10) e eq.(B.13):

$$F = \pi \left(\frac{k_{s,loc}}{12(1-\nu^2)} \frac{M_5}{M_3^2} \right)^{1/4} \quad (B.15)$$

B.1.6 Projeto ótimo de um PRI

Para se obter as relações adimensionais (R_t , R_b , R_s e R_R) que levam a um projeto ótimo de um painel reforçado (onde o efeito do raio é devidamente considerado), sugere-se seguir o esquema iterativo e as equações indicadas na Figura 8-4 e Figura 8-5, de modo a encontrar as cinco dimensões do painel (b_s , b_w , t_s , t_w e R). As seguintes relações mostram como encontrar cada uma dessas dimensões, em função das relações adimensionais e do fator de eficiência F .

Considerando $\sigma_E = \sigma_F$ e as eq.(8.2), eq.(8.7) e eq.(B.13):

$$\pi^2 E_t \left(\frac{\rho}{a} \right)^2 = F \left(\frac{N E_t}{a} \right)^{1/2} \quad (B.16)$$

Ou ainda,

$$M_s b_s^2 = \frac{F}{\pi^2} \left(\frac{N a^3}{E_t} \right)^{1/2} \quad (B.17)$$

Ou finalmente,

$$b_s = \frac{1}{\pi} \left(\frac{F}{M_3} \right)^{1/2} \left(\frac{Na^3}{E_t} \right)^{1/4} \quad (\text{B.18})$$

Logo, por definição:

$$b_w = R_b b_s \quad (\text{B.19})$$

Considerando, agora, $\sigma_{ap} = \sigma_F$ e eq.(8.1), eq.(8.7) e eq.(B.10):

$$\frac{N}{M_3 t_s} = F \left(\frac{NE_t}{a} \right)^{1/2} \quad (\text{B.20})$$

Daí:

$$t_s = \frac{1}{FM_3} \left(\frac{Na}{E_t} \right)^{1/2} \quad (\text{B.21})$$

Logo, por definição:

$$t_w = R_t t_s \quad (\text{B.22})$$

Considerando que os reforçadores tenham espaçamento uniforme ao longo de um painel reforçado de largura total B , e que existam N_r reforçadores ao longo de B , o peso do painel por unidade de largura será dado:

$$W = \frac{(Aa N_r) \mu g}{B} = \frac{(Aa N_r) \mu g}{N_r b_s} = \frac{(Aa) \mu g}{b_s} \quad (\text{B.23})$$

Lembrando, porém, que a espessura equivalente (ou média) do painel é dada por:

$$t_{\text{méd}} = \frac{A}{b_s} = M_3 t_s \quad (\text{B.24})$$

podemos rescrever a eq.(B.23) na forma:

$$W = (t_{\text{méd}} a) \mu g = M_3 t_s a \mu g \quad (\text{B.25})$$

Conclui-se, portanto, que, para encontrar o peso mínimo de um painel reforçado, é necessário minimizar a área total da seção transversal (ou seja, aquela associada a uma dada largura B) ou, de forma equivalente, a espessura média do painel. Contudo, pelas equações (B.21) e (B.24), vemos que a espessura média é inversamente proporcional ao fator de eficiência de Farrar (F):

$$t_{méd} = \frac{1}{F} \left(\frac{Na}{E_c} \right)^{1/2} \quad (\text{B.26})$$

Logo, para minimizar o peso do painel, é necessário maximizar F e, assim, para encontrar o PRI ótimo e o mais eficiente raio de filete, R , deve-se seguir o fluxograma iterativo das Figuras 8-4 e 8-5, com ajuda das equações acima deduzidas.

B.2 Momento de inércia à torção e tensão máxima

Existem fórmulas para o momento de inércia à torção K e para a máxima tensão de cisalhamento em perfis laminados submetidos à torção pura (ver, por exemplo, YOUNG; BUDYNAS, 2002), baseadas na analogia da membrana. Embora os resultados obtidos com estas fórmulas sejam aproximados, os erros são, em geral, inferiores a 10%. Estas fórmulas foram determinadas de forma empírica por Griffith e Taylor (1917) e Trayer e March (1930), por meio de ensaios com películas de sabão e uso da analogia da membrana e a função de tensão de Prandtl. Uma das seções estudadas foi o perfil T filetado (ver Figura B-3).

Figura B-3: Seção T e suas dimensões básicas.

Fonte: Young e Budynas (2002).

O momento de inércia à torção, K , do perfil é dividido em três parcelas: uma dependente da geometria dos flanges da seção T (revestimento), K_1 , outra dependente da geometria da alma (reforçador), K_2 , e a última parcela, αD^4 , e de maior interesse neste trabalho, é a dependente do raio de concordância.

$$K = K_1 + K_2 + \alpha D^4 \quad (\text{B.27})$$

Onde,

$$\begin{aligned} K_1 &= ab^3 \left[\frac{1}{3} - 0,21 \frac{b}{a} \left(1 - \frac{b^4}{12a^4} \right) \right] \\ K_2 &= cd^3 \left[\frac{1}{3} - 0,105 \frac{d}{c} \left(1 - \frac{d^4}{192c^4} \right) \right] \\ \alpha &= \frac{t}{t_1} \left(0,15 + 0,10 \frac{r}{b} \right) \begin{cases} \text{se } b < d \Rightarrow \begin{cases} t = b \\ t_1 = d \end{cases} \\ \text{se } d < b \Rightarrow \begin{cases} t = d \\ t_1 = b \end{cases} \end{cases} \\ D &= \frac{(b+r)^2 + rd + d^2/4}{(2r+b)} \quad \text{para } d < 2(b+r) \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

Como a região de interesse nesta tese é a junção do painel reforçado, podemos imaginar a junção filetada como sendo a seção T escolhida (Figura B-4), que tem o comprimento de seus flanges e alma ligados ao raio de concordância; logo os três fatores são dependentes do raio.

Figura B-4: Seção T com raios de concordância.

Fonte: Autor.

Segue a equivalência entre os parâmetros da fórmula de Young e Budynas (2002) com os da seção estudada:

$$\begin{aligned} a &= 2R + t_w, & b &= t_s \\ c &= R, & d &= t_w \\ r &= R \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

Os parâmetros K_1 , K_2 , α e D , neste caso, ficam rescritos como:

$$\begin{aligned} K_1 &= (2R + t_w) t_s^3 \left[\frac{1}{3} - 0,21 \frac{t_s}{(2R + t_w)} \left(1 - \frac{t_s^4}{12(2R + t_w)^4} \right) \right] \\ K_2 &= R t_w^3 \left[\frac{1}{3} - 0,105 \frac{t_w}{R} \left(1 - \frac{t_w^4}{192R^4} \right) \right] \\ \alpha &= \frac{t}{t_1} \left(0,15 + 0,10 \frac{R}{t_s} \right) \\ D &= \frac{(t_s + R)^2 + R t_w + t_w^2 / 4}{(2R + t_s)} \quad \text{para } t_w < 2(t_s + R) \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

sendo:

R - raio de concordância (filete)

D - diâmetro do maior círculo inscrito, e

$$\begin{aligned} \text{se } t_s < t_w &\Rightarrow \begin{cases} t = t_s \\ t_1 = t_w \end{cases} \\ \text{se } t_w < t_s &\Rightarrow \begin{cases} t = t_w \\ t_1 = t_s \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

Para todas as seções de forma irregular, a máxima tensão de cisalhamento ocorre nos (ou muito próximo aos) pontos onde o maior círculo inscrito tangencia o contorno da seção (admitindo-se que o versor tangente ao contorno varie suavemente ao longo do comprimento de arco que define o contorno) e, nestes pontos, onde a curvatura do contorno é algebricamente menor (a convexidade representada por uma curvatura negativa e a concavidade é representada por uma curvatura positiva do contorno). Em um ponto onde a curvatura é positiva (limite da seção reta ou convexa), a tensão máxima é dada aproximadamente por:

$$\tau_{m\acute{a}x} = G \frac{\theta}{L} C = \frac{T}{K} C \quad (\text{B.32})$$

onde:

$$C = \frac{D}{1 + \frac{\pi^2 D^4}{16A^2}} \left[1 + 0,15 \left(\frac{\pi^2 D^4}{16A^2} - \frac{D}{2R} \right) \right] \quad (\text{B.33})$$

Onde:

R - raio de curvatura da fronteira no ponto (positivo neste caso)

A - área da seção

No ponto onde a curvatura é negativa (fronteira de uma seção côncava ou reentrante), a máxima tensão é dada aproximadamente por:

$$\tau_{m\acute{a}x} = G \frac{\theta}{L} C = \frac{T}{K} C \quad (\text{B.34})$$

Sendo C dado por:

$$C = \frac{D}{1 + \frac{\pi^2 D^4}{16A^2}} \left\{ 1 + \left[0,118 \ln \left(1 - \frac{D}{2R} \right) - 0,238 \frac{D}{2R} \right] \tanh \frac{2\phi}{\pi} \right\} \quad (\text{B.35})$$

E onde ϕ (expresso em radianos) é um ângulo positivo por meio do qual uma tangente ao contorno rotaciona em torno ou viaja ao redor da porção reentrante (na fórmula acima, R deve ser negativo).

Os pontos de maiores tensões são aqueles em que o maior círculo inscrito tangencia a fronteira da seção. Para a seção T (Figura B-5), os pontos de maior tensão são os pontos A, B e C (cuja posição são dadas pelas eq.(B.36), eq.(B.37) e eq.(B.38)). Pela simetria a tensão em A é igual à tensão em B (e dada pelas fórmulas eq.(B.34) e eq.(B.35)), já a tensão em C é dada pelas eq.(B.32) e eq.(B.33).

Figura B-5: Pontos de maior tensão cisalhante: seção T com raios de concordância.

Fonte: Autor.

$$\begin{cases} x_A^2 + y_A^2 = R^2 \\ \left[x_A - \left(\frac{t_w}{2} + R \right) \right]^2 + \left[y_A - \left(t_s + R - \frac{D}{2} \right) \right]^2 = \left(\frac{D}{2} \right)^2 \end{cases} \quad (\text{B.36})$$

$$\begin{aligned} x_B &= 2R + t_w - x_A \\ y_B &= y_A \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

$$\begin{aligned} x_C &= R + \frac{t_w}{2} \\ y_C &= R + t_s \end{aligned} \quad (\text{B.38})$$