UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

ÉRICO ALMEIDA SANTOS

**Vibração Induzida por Vórtices em Cilindros com Alta Razão de Aspecto:
Simulações Numéricas e Comparações com Resultados Experimentais**

São Paulo

2011

ÉRICO ALMEIDA SANTOS

**Vibração Induzida por Vórtices em Cilindros com Alta Razão de Aspecto:
Simulações Numéricas e Comparações com Resultados Experimentais**

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia.

Área de Concentração: Eng. Mecânica
de Energia e Fluidos

Orientador: Prof. Dr. Julio Romano
Meneghini

São Paulo

2011

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 13 de janeiro de 2011.

Assinatura do autor

Assinatura do orientador

FICHA CATALOGRÁFICA

Santos, Érico Almeida

Vibração induzida por vórtices em cilindros com alta razão de aspecto: simulações numéricas e comparações com resultados experimentais / E.A. Santos. -- ed.rev. -- São Paulo, 2011. 175 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Vórtices dos fluídos 2. Tubos flexíveis 3. Fadiga das estruturas (Ensaio) 4. Método dos elementos finitos I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II. t.

À minha esposa, Ariane, por
todo amor, dedicação, com-
preensão e apoio, e aos meus
pais, Elza e Eufrázio, que
além de todo amor, sempre
foram primordiais na minha
formação pessoal e profissi-
onal.

AGRADECIMENTOS

Em ordem cronológica dos acontecimentos agradeço,

à minha mãe, Elza, primeira professora, que me ensinou a falar e tomou conta dos primeiros anos dos meus estudos.

ao meu pai, Eufrázio, professor doutor em estatística que me ensinou o valor do estudo na vida profissional e me incentivou a adentrar a sacrificante vida acadêmica. A ele dedico especialmente este título.

aos professores Ivaldo Pontes, Leonardo Guimarães e Fernando Jucá, orientador, co-orientador de mestrado e iniciação científica respectivamente, e à professora Lícia da Costa, que muito contribuíram para minha formação acadêmica e me incentivaram a desistir temporariamente do doutorado iniciado em 2002 para assumir o cargo no centro de pesquisas da Petrobras (CENPES).

ao engenheiro Cezar Augusto da Silva Paulo, gerente da Tecnologia Submarina na época em que cheguei à Petrobras, que me deu liberdade para que, após dois anos na gerência, decidisse a área do doutorado para desenvolver a tese e ainda lhe apresentar diversas propostas para que por fim ele decidisse e viabilizasse a aprovação do meu doutorado na USP.

ao engenheiro Franciso Roveri, que me apresentou os trabalhos desenvolvidos no NDF (Núcleo de Dinâmica dos Fluidos) da USP pelo professor Julio Meneghini na USP e que intercedeu positivamente na decisão de Cezar Paulo na aprovação do meu doutorado na USP.

aos colegas de disciplinas Carlos Ramirez, Nelson Pedrão e Reinaldo Orselli, sem os quais muitas dúvidas e dificuldades não seriam sanadas nem superadas.

aos colegas do NDF: Alfredo Neto, Fernanda, Guilherme Franzini, Ivan Korkischko, Iago Barbeiro, Lauro, Rafael Gioria, Rafael Tanaka e Rodrigo Provasi que sempre se mostraram disponíveis para ajudar das mais diversas formas (referências, programas, dicas em $\text{\LaTeX}$ etc.).

aos professores Clóvis Arruda e Fábio Saltara pelas críticas na qualificação essenciais à melhoria desta tese.

ao engenheiro Carlos Alberto Duarte Lemos (Beto), gestor do grupo de *Risers*, da Tecnologia Submarina, que me incentivou a fazer o doutorado sanduíche e deu o apoio necessário

ao desenvolvimento e à conclusão da tese.

à engenheira Louise Pereira Ribeiro, atual gerente da Tecnologia Submarina, que apoiou integralmente todo meu doutorado e em especial o doutorado sanduíche, inclusive a volta antecipada e a execução do ensaio na França, dando, juntamente com Beto, todo suporte necessário à finalização deste trabalho.

ao professor John Chaplin da Universidade de Southampton que durante o período que estive em Southampton e durante a execução do ensaio na França esteve sempre à disposição para ensinar e explicar tudo referente ao ensaio e o que mais fosse necessário à compreensão do fenômeno de vibrações induzidas por vórtices.

à professora Jacqui Graham por todo apoio na Universidade de Southampton.

aos colegas da Universidade de Southampton, Adriana, Ivan, Lucas, Luis Henrique, Marty, Pedro, Susy, Tianjiao e Valentin, que ajudaram a passar pelos momentos difíceis da adaptação com boas conversas, ótimos encontros nos *pubs* ingleses e dicas muito úteis de como enfrentar o frio.

aos agora professores Bruno Carmo e Gustavo Assi que encontrei pela primeira vez ainda no NDF e reencontrei em Londres quando estavam na situação que estou agora, em fim de tese, e que ajudaram com explicações, referências e uma boa conversa.

aos colegas da Tecnologia Submarina (TS), Anderson Barata pelas dicas no $\text{\LaTeX}$, Alyson Vaillant, que teve o desprendimento de tomar conta do meu apartamento em Niterói durante o tempo em estive fora do Brasil mesmo morando em Botafogo, Elton Ribeiro, que hoje está em outra gerência, mas quando estava na TS me deu a oportunidade de acompanhar um ensaio de VIV no Japão e me ajudou a tocar o projeto de comparações de CFD com programas de VIV, Felipe Araújo pela ajuda no MATLAB[®], Flávio pelas conversas sobre o doutorado sanduíche, Leandro e Solange pelo apoio na contratação do ensaio na França, Leonidio Buk pelas dúvidas tiradas sobre CFD, Neilon Silva pela inestimável ajuda no FORTRAN, Pedro Mendes pelo apoio na informática até mesmo quando estava em Southampton e o notebook resolveu dar problema, além de ter assumido o projeto do IPB na fase mais difícil quando fui para Southampton, Rafael Pestana pelos esclarecimentos em CFD, Ricardo Franciss, meu orientador na Petrobras, que sempre esclareceu minhas dúvidas sobre VIV e que juntamente com Rita ajudou a levar o projeto de comparações de CFD adiante, Rita de Kássia que ajudou a tocar o projeto e tantas dúvidas esclareceu sobre VIV, Volney Soares, Paulo Dias e Fábio Mineiro que dividem a sala comigo e tiveram a paciência de escutar minhas lamentações do doutorado e aos demais colegas que não citei nominalmente mas que de alguma forma ajudaram

na realização deste trabalho.

aos colegas do Métodos Científicos Ludimar Aguiar e Marcos André que trabalham diretamente com o ANFLEX e esclareceram diversas dúvidas sobre o código fonte.

à secretária da Tecnologia Submarina Eliana Pereira de Andrade por toda a paciência e ajuda nos pedidos de viagem e pagamentos durante o doutorado tanto em São Paulo quanto em Southampton.

a Alessandro Alberto de Lima que desde antes do início do meu doutorado trabalhou no código fonte do ANFLEX-CFD como parte do doutorado dele e nos projetos da Petrobras com a USP, como no projeto que coordenei de comparações de programas de CFD com programas empíricos de VIV, e que teve a paciência para tirar as minhas dúvidas em relação ao código, auxiliou na simulação de vários casos que teimavam em não convergir e forneceu vários programas para o pós-processamento dos dados.

a Ivone, secretária do NDF, que muito me ajudou nas questões da USP.

a Amir pelas ágeis soluções dos problemas do *cluster* do NDF, que inúmeras vezes interrompeu minhas simulações ou por falta de energia ou porque algum nó resolveu “parar de trabalhar”, e ainda tirou várias dúvidas sobre comandos no Linux.

ao meu orientador Julio Romano Meneghini que soube, desde o meu primeiro dia no NDF, fazer uma ótima propaganda do grupo e do trabalho ali desenvolvido de tal forma que acabei convencido que seria o melhor lugar para fazer o doutorado mesmo ficando dois dias por semana longe de casa durante dois anos e, depois disso, pelo menos uma vez por mês ficar três dias em São Paulo trabalhando na tese. Soube também nos momentos mais difíceis da tese estar presente e focar o trabalho no que ele tinha de mais importante e essencial a ser apresentado.

à minha esposa Ariane que nesses quatro anos de doutorado esteve sempre ao meu lado, me apoiando, incentivando, sendo compreensiva com minhas ausências durante as inúmeras viagens a São Paulo, que esteve ao meu lado em Southampton mesmo sem qualquer perspectiva inicial de algo para fazer e agora, nessa etapa final, ajudou no que foi possível para que pudesse concluir a tempo. A essa mulher incrível que tive a felicidade de encontrar e a sorte de estar junto há quase dez anos faltam-me palavras de agradecimento.

enfim, a todos que não mencionei, mas que fizeram parte dessa etapa importantíssima da minha vida, um sonho realizado, meu muito obrigado.

“A vida sem ciência é uma espécie de morte.”

Sócrates

“Você nem sempre terá o que deseja, mas enquanto estiver ajudando aos outros encontrará os recursos de que precisa.”

Chico Xavier

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo investigar o fenômeno de vibração induzida por vórtices (VIV) em cilindros com razão de aspecto elevada. Para alcançar tal objetivo, utilizou-se o código computacional denominado ANFLEX-CFD devidamente validado através de comparações com resultados experimentais. O foco do estudo é voltado para a análise do fenômeno de VIV, causado pelo desprendimento de vórtices ao redor de cilindros, e seu efeito no comportamento estrutural desses corpos rombudos. O programa computacional utiliza o Método dos Vórtices Discretos (*Discrete Vortex Method* - DVM) para o cálculo das forças hidrodinâmicas, acoplado ao modelo estrutural do ANFLEX que utiliza o método dos elementos finitos para resolver a estrutura e determinar seus deslocamentos. Os ensaios que serviram para comparação dos resultados foram os realizados no tanque da IFREMER, na França. Os resultados numéricos apresentaram uma boa concordância com o experimento para as maiores velocidades de corrente, o que pode ser justificado pela menor influência da tração perante o arrasto. A partir dos resultados pode-se afirmar que o ANFLEX-CFD é uma ferramenta útil na predição do fenômeno de VIV e pode se tornar uma ferramenta fundamental na determinação da vida útil à fadiga de elementos estruturais como os risers da indústria petrolífera *offshore*.

Palavras-chave: *Vibração Induzida por Vórtice, Método dos Vórtices Discretos, Risers*

ABSTRACT

This thesis aims to instigate vortex-induced vibration on circular cylinders with high aspect ratio. In order to do so, the computer code named ANFLEX-CFD is employed, and this code is validated using experimental tests results. The focus of the study is to analyze VIV phenomenon caused by the vortex shedding around circular cylinders, and its effect on the structural behaviour of these bluff bodies. The computer program uses the Discrete Vortex Method (DVM) for the assessment of the hydrodynamic forces, coupled with the structural model of ANFLEX that uses the finite element method to solve the structure displacements. The tests used in the comparison were the one's carried out at IFREMER tank in France. The numerical results have shown a good agreement with the experimental results at the highest current velocity as a result of the decreasing influence of the tension on the drag. As conclusion, it can be said that the ANFLEX-CFD can become a useful tool for predicting the VIV phenomenon and therefore in a near future become a fundamental tool in determining the fatigue life of structural components such as the offshore oil industry risers.

Keywords: *Vortex Induced Vibration, Discrete Vortex Method, Risers*

SUMÁRIO

Lista de Figuras	iv
Lista de Tabelas	xiii
Lista de Siglas	xv
Lista de Símbolos	xvi
 1 Introdução	 1
1.1 Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV)	1
1.2 Dinâmica dos Fluidos Computacional	6
1.3 Cenário Atual da Indústria <i>Off-Shore</i>	6
1.4 <i>Risers</i>	8
1.5 Motivação e Objetivo	12
1.6 Organização da Tese	20
 2 Revisão Bibliográfica	 22
2.1 Os vórtices e a história	22
2.2 Estudo dos Vórtices	25
 3 Modelo Estrutural	 45
3.1 Introdução	45
3.2 Elemento de Pórtico Co-Rotacionado	46
3.3 Campo de deslocamentos	49
3.4 Equações constitutivas	51

3.5	Matrizes de rigidez	52
3.6	Grandes rotações no espaço	54
3.7	Sistemas de referência	56
3.8	Cálculo das deformações	56
3.9	Análise dinâmica não-linear	59
3.9.1	Equação do equilíbrio dinâmico	60
3.9.2	Operadores de integração	61
3.9.3	Consideração do amortecimento	63
3.10	Análise de vibrações livres	66
4	Modelo Hidrodinâmico	67
4.1	O Método dos Vórtices Discretos	67
4.2	Desenvolvimento do DVM	70
4.3	Tratamento dos termos viscosos	74
4.4	Amalgamação dos vórtices na esteira	76
4.5	Mecanismo de criação dos vórtices	79
4.6	Integração no tempo	83
4.7	Cálculo das forças	83
4.8	Resumo do algoritmo do DVM	86
4.9	Comentários sobre o DVM	87
5	Acoplamento e Paralelização	90
5.1	Acoplamento	90
5.2	Paralelização	92
6	Simulações e Comparações com Casos Experimentais	99
6.1	<i>Riser</i> Vertical	99
6.2	Ensaio na França	128

6.2.1	Simulações com um cilindro	139
6.2.1.1	Velocidade 0,26 m/s	143
6.2.1.2	Velocidade 0,38 m/s	146
6.2.1.3	Velocidade 0,44 m/s	153
6.2.1.4	Velocidade 0,50 m/s	157
6.2.2	Resumo dos casos com um cilindro	160
7	Conclusões e Sugestões para Pesquisas Futuras.....	164
7.1	Conclusões	164
7.2	Sugestões para Pesquisas Futuras	168
	Referências	169

LISTA DE FIGURAS

Figura - 1.1	Geração e desprendimento de vórtices atrás de um cilindro (foto: Sanjay Kumar e George Laughlin - <i>Department of Engineering, The University of Texas at Brownsville</i>)	2
Figura - 1.2	Comparação do dano causado por VIV e pela ação das ondas (Petrobras (2008))	3
Figura - 1.3	Exemplo de um perfil de corrente típico da Bacia de Campos (<i>Deep North</i> - direção SE)	4
Figura - 1.4	Simulação numérica de vibrações livres de um <i>riser</i> submetido a um perfil de corrente	5
Figura - 1.5	Campos na Bacia de Santos e localização da camada de sal	7
Figura - 1.6	Alguns tipos de supressores de vórtices (Jacobsen e Bruschi (1996))	9
Figura - 1.7	Exemplo de <i>strake</i> da CRP (fonte: <i>site</i> da CRP)	10
Figura - 1.8	Exemplo de <i>fairing</i> (fonte: <i>Oil & Gas Journal</i>)	10
Figura - 1.9	Exemplo de <i>riser</i> de perfuração	11
Figura - 1.10	<i>Risers</i> de produção e de injeção em uma plataforma semi-submersível (fonte: Arquivo pessoal)	11
Figura - 1.11	Principais camadas de um tubo flexível <i>unbonded</i> (as camadas não são aderidas) (Lemos (2005) adaptado)	12
Figura - 1.12	<i>Riser</i> rígido e os dutos no barco de instalação (fonte: <i>site</i> da Tenaris - outubro 2010)	12
Figura - 1.13	SCR - <i>Steel Catenary Riser</i> (Senra (2004))	13
Figura - 1.14	Plataforma tipo SPAR no campo de gás de <i>Devil's Tower</i> operado pela Dominion no Golfo do México (fonte: wikipedia SPAR em inglês - outubro 2010)	13
Figura - 1.15	Figura esquemática de uma plataforma tipo SPAR (fonte: E&P magazine)	14
Figura - 1.16	Plataforma tipo TLP no campo de Magnolia operado pela ConocoPhillips no Golfo do México (fonte: offshore-technology.com - outubro 2010)	14

Figura - 1.17 Figura esquemática da TLP de Magnolia (fonte: offshore-technology.com - outubro 2010)	15
Figura - 1.18 Plataforma P-52 (fonte: Agência Brasil - Ricardo Stuckert - outubro 2010)	15
Figura - 1.19 <i>Riser</i> em catenária	16
Figura - 1.20 <i>Riser</i> em configuração <i>Lazy Wave</i> (Petrobras (2004))	16
Figura - 1.21 <i>Riser</i> em configuração <i>Lazy S</i> (Petrobras (2004))	17
Figura - 1.22 <i>Riser</i> em configuração <i>Steep Wave</i> (esquerda) e <i>Steep S</i> (direita) (Petrobras (2004))	17
Figura - 1.23 <i>Riser</i> em configuração <i>Pliant Wave</i>	18
Figura - 1.24 Exemplo de <i>Riser Tower</i>	18
Figura - 1.25 Topo do <i>Riser Tower</i> do campo de Girassol - Angola (fonte: site Acergy - outubro 2010)	19
Figura - 2.1 Aeolus (fonte: verbete Aelus no Wikipedia)	23
Figura - 2.2 Desenhos Leonardo da Vinci	23
Figura - 2.3 Primeira e Segunda leis de Newton - <i>Philosophiae Naturalis Principia Mathematica</i> , 1687 (fonte: arquivo digital da biblioteca da NTNU)	24
Figura - 2.4 Vincent Strouhal (fonte: verbete Stouhal no Wikipedia)	25
Figura - 2.5 Theodore von Karman no JPL (<i>Jet Propulsion Lab</i>) de Caltech (fonte: GRIN (<i>Great Images in NASA</i>))	26
Figura - 2.6 Esteira de von Kármán (Dyke (1982))	26
Figura - 2.7 Esteira de von Kármán com os espaçamentos a e b	27
Figura - 2.8 Modelo de formação do vórtice (Gerrard (1966) adaptado)	27
Figura - 2.9 Osborne Reynolds - pintura de 1904 por John Collier (fonte: verbete Osborne Reynolds Wikipedia)	28
Figura - 2.10 Relação entre o número de Strouhal e o número de Reynolds (Blevins (1990) adaptado por Franciss (1999))	30
Figura - 2.11 Ludwig Prandtl em 1904 com seu canal de testes (fonte: verbete Prandtl no Wikipedia)	31
Figura - 2.12 Regiões de escoamento perturbado pela presença do corpo rombudo (Zdravkovich (1977) adaptado por Assi (2005)).	32

Figura - 2.13 Camada Limite	33
Figura - 2.14 <i>Lock-in</i> (Blevins (1990) adaptado)	36
Figura - 2.15 Padrões de esteira: um cilindro, dois cilindros com espaçamento 1D e dois cilindros com espaçamento 2D (retirado de Lopes (2006))	37
Figura - 2.16 Linhas de emissão para agrupamento de cilindros $Re=6400$ (Hoyt e Sellin (1997) apud White (2001))	38
Figura - 2.17 Escoamento com baixo número de Reynolds para agrupamento de cilindros (Hele-Shaw (1898) apud White (2001))	38
Figura - 2.18 Cilindros dispostos lado a lado	39
Figura - 2.19 Cilindros alinhados	40
Figura - 2.20 Cilindros na configuração oblíqua	40
Figura - 2.21 Esquemas dos padrões de escoamento (Igarashi (1981))	41
Figura - 2.22 Esteiras de vórtices idealizadas (Williamson (1985))	42
Figura - 2.23 Resultados 2D usando FEM (Meneghini et al. (2001))	42
Figura - 2.24 Visualização da vorticidade tridimensional para $Re=270$ (Carmo e Meneghini (2006))	44
Figura - 3.1 Sistema ANFLEX e outros programas que possuem interoperabilidade (<i>Help</i> do ANFLEX).	46
Figura - 3.2 Tensor de Tensões de Cauchy (Kayser-Junior (2003))	47
Figura - 3.3 Elemento com dois nós e seis graus de liberdade em cada	47
Figura - 3.4 Formulação Lagrangeana Co-Rotacionada	49
Figura - 3.5 Sistema de eixos do elemento	50
Figura - 3.6 Sistema de referência rigidamente ligado ao corpo	55
Figura - 3.7 Sistemas de coordenadas (Kayser-Junior (2003))	57
Figura - 3.8 Amortecimento crítico ($\zeta = 1$)	64
Figura - 3.9 Amortecimento sub-crítico ($\zeta < 1$)	64
Figura - 4.1 Instabilidades de Kelvin-Helmholtz	68
Figura - 4.2 Solução de Abernathy e Kronauer (1962) (Lewis (1991))	69
Figura - 4.3 Lei de Biot-Savart	71

Figura - 4.4	Discretização do corpo. Adaptado de Flatschart (2007)	79
Figura - 4.5	Distância de criação do vórtice	81
Figura - 4.6	Coordenadas tangencial e normal	84
Figura - 5.1	Acoplamento do modelo estrutural com o DVM (Flatschart (2007))	91
Figura - 5.2	Cluster do Núcleo de Dinâmica dos Fluidos (NDF) da Universidade de São Paulo (USP) - (foto: Arquivo pessoal)	95
Figura - 5.3	Operação <i>broadcast</i> (Flatschart (2007))	96
Figura - 5.4	Operações <i>scatter/gather</i> (Flatschart (2007))	96
Figura - 5.5	Fluxograma da análise dinâmica (Flatschart (2007))	97
Figura - 6.1	Modelo do <i>riser</i> vertical no ANFLEX.	100
Figura - 6.2	Diagrama de corpo livre do <i>riser</i> .	101
Figura - 6.3	Discretização do <i>Riser</i> Vertical.	102
Figura - 6.4	Variação do número de vórtices máximo para os casos do <i>riser</i> vertical.	104
Figura - 6.5	Variação do tempo computacional para os casos do <i>riser</i> vertical.	104
Figura - 6.6	Variação da amplitude de deslocamento (x/D) ao longo do comprimento do <i>riser</i> (Caso C1-32-5-60).	105
Figura - 6.7	Variação da amplitude de deslocamento (y/D) ao longo do comprimento do <i>riser</i> (Caso C1-32-5-60).	105
Figura - 6.8	Variação da amplitude de deslocamento (x/D) ao longo do comprimento do <i>riser</i> (Caso C1-32-6-60).	106
Figura - 6.9	Variação da amplitude de deslocamento (y/D) ao longo do comprimento do <i>riser</i> (Caso C1-32-6-60).	106
Figura - 6.10	Variação da amplitude de deslocamento (x/D) ao longo do comprimento do <i>riser</i> (Caso C1-64-5-60).	107
Figura - 6.11	Variação da amplitude de deslocamento (y/D) ao longo do comprimento do <i>riser</i> (Caso C1-64-5-60).	107
Figura - 6.12	Variação da amplitude de deslocamento (x/D) ao longo do comprimento do <i>riser</i> (Caso C1-64-6-60).	108
Figura - 6.13	Variação da amplitude de deslocamento (y/D) ao longo do comprimento do <i>riser</i> (Caso C1-64-6-60).	108

Figura - 6.14 Variação da amplitude de deslocamento (x/D) ao longo do comprimento do <i>riser</i> (Caso C1-128-5-60).	109
Figura - 6.15 Variação da amplitude de deslocamento (y/D) ao longo do comprimento do <i>riser</i> (Caso C1-128-5-60).	109
Figura - 6.16 Variação da amplitude de deslocamento (x/D) ao longo do comprimento do <i>riser</i> (Caso C1-128-6-60).	110
Figura - 6.17 Variação da amplitude de deslocamento (y/D) ao longo do comprimento do <i>riser</i> (Caso C1-128-6-60).	110
Figura - 6.18 Variação da amplitude de deslocamento (x/D) ao longo do comprimento do <i>riser</i> (Flatschart (2007)).	111
Figura - 6.19 Variação da amplitude de deslocamento (y/D) ao longo do comprimento do <i>riser</i> (Flatschart (2007)).	112
Figura - 6.20 Séries temporais das amplitudes de deslocamento Ay/D e Ax/D (Caso C1-32-5-60)	113
Figura - 6.21 Séries temporais das amplitudes de deslocamento Ay/D e Ax/D (Caso C1-32-6-60)	114
Figura - 6.22 Séries temporais das amplitudes de deslocamento Ay/D e Ax/D (Caso C1-64-5-60)	114
Figura - 6.23 Séries temporais das amplitudes de deslocamento Ay/D e Ax/D (Caso C1-64-6-60)	115
Figura - 6.24 Séries temporais das amplitudes de deslocamento Ay/D e Ax/D (Caso C1-128-5-60)	115
Figura - 6.25 Séries temporais das amplitudes de deslocamento Ay/D e Ax/D (Caso C1-128-6-60)	116
Figura - 6.26 Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) - Caso C1-32-5-60	116
Figura - 6.27 Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) - Caso C1-32-6-60	117
Figura - 6.28 Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) - Caso C1-64-5-60	117
Figura - 6.29 Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) -	

Caso C1-64-6-60	118
Figura - 6.30 Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) - Caso C1-128-5-60	118
Figura - 6.31 Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) - Caso C1-128-6-60	119
Figura - 6.32 Espectros de frequências dos deslocamentos na seção 30 (Fregonesi (2002))	119
Figura - 6.33 Trajetória dos deslocamentos na seção central do <i>riser</i> - Caso C1-64-6-60	120
Figura - 6.34 Trajetória dos deslocamentos no centro do <i>riser</i> (Fregonesi (2002))	120
Figura - 6.35 Trajetória dos deslocamentos na seção central do <i>riser</i> para quatro ciclos de desprendimentos de vórtices - Caso C1-64-6-60	121
Figura - 6.36 Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (Caso C1-32-5-60)	122
Figura - 6.37 Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (Caso C1-32-6-60)	122
Figura - 6.38 Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (Caso C1-64-5-60)	123
Figura - 6.39 Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (Caso C1-64-6-60)	123
Figura - 6.40 Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (Caso C1-128-5-60)	124
Figura - 6.41 Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (Caso C1-128-6-60)	124
Figura - 6.42 Espectros das forças de arrasto e sustentação (Caso C1-32-5-60)	125
Figura - 6.43 Espectros das forças de arrasto e sustentação (Caso C1-32-6-60)	125
Figura - 6.44 Espectros das forças de arrasto e sustentação (Caso C1-64-5-60)	126
Figura - 6.45 Espectros das forças de arrasto e sustentação (Caso C1-64-6-60)	126
Figura - 6.46 Espectros das forças de arrasto e sustentação (Caso C1-128-5-60)	127
Figura - 6.47 Espectros das forças de arrasto e sustentação (Caso C1-128-6-60)	127
Figura - 6.48 Localização do IFREMER em Boulogne-sur-mer (fonte:Google maps) ...	129
Figura - 6.49 Canal de água circulante da IFREMER em Boulogne-sur-mer (fonte:site IFRE- MER	130

Figura - 6.50 Arranjo dos cilindros no canal	131
Figura - 6.51 Base de suporte superior com detalhe dos furos para posicionamento dos cilindros	131
Figura - 6.52 Detalhe do suporte dos cilindros na parte superior	132
Figura - 6.53 Detalhe do suporte dos cilindros na parte inferior	132
Figura - 6.54 Detalhe da junta universal	133
Figura - 6.55 Detalhe das conexões dos dois cilindros na base superior	133
Figura - 6.56 Célula de carga no topo do cilindro	134
Figura - 6.57 Voltímetros para medição da tração	134
Figura - 6.58 Detalhe da capa plástica envolvendo as bobinas de nylon	135
Figura - 6.59 Bobina com o acelerômetro antes da instalação no cilindro	136
Figura - 6.60 Passagem dos cabos dos acelerômetros e giroscópios por entre as bobinas ..	136
Figura - 6.61 Ensaio de decaimento para obtenção das frequências naturais do cilindro na água	137
Figura - 6.62 Ensaio de decaimento para obtenção das frequências naturais do cilindro no ar	138
Figura - 6.63 Localização do cilindro de jusante. O cilindro de montante está na posição (0,0).	139
Figura - 6.64 Modelo do cilindro vertical no ANFLEX.	140
Figura - 6.65 Diagrama de corpo livre do cilindro.	140
Figura - 6.66 Envoltória de deslocamentos máximos na direção transversal (0,26 m/s) ..	143
Figura - 6.67 Trajetória dos deslocamentos do ensaio e da simulação (0,26 m/s)	144
Figura - 6.68 Séries temporais das amplitudes de deslocamento A_y/D e A_x/D (0,26 m/s) ..	144
Figura - 6.69 Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) (0,26 m/s)	145
Figura - 6.70 Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (0,26 m/s)	145
Figura - 6.71 Espectro de forças (0,26 m/s)	146
Figura - 6.72 Envoltória de deslocamentos máximos na direção transversal (0,38 m/s) ..	147
Figura - 6.73 Trajetória dos deslocamentos do ensaio e da simulação (0,38 m/s)	147

Figura - 6.74 Séries temporais das amplitudes de deslocamento A_y/D e A_x/D (0,38 m/s)	148
Figura - 6.75 Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) (0,38 m/s)	148
Figura - 6.76 Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (0,38 m/s)	149
Figura - 6.77 Espectro de forças (0,38 m/s)	150
Figura - 6.78 Contorno de vorticidade no tempo adimensional 2404 (0,38 m/s)	150
Figura - 6.79 Contorno de vorticidade no tempo adimensional 2405 (0,38 m/s)	151
Figura - 6.80 Contorno de vorticidade no tempo adimensional 2406 (0,38 m/s)	151
Figura - 6.81 Esteira de vórtices no tempo adimensional 2404 (0,38 m/s)	152
Figura - 6.82 Esteira de vórtices no tempo adimensional 2405 (0,38 m/s)	152
Figura - 6.83 Esteira de vórtices no tempo adimensional 2406 (0,38 m/s)	153
Figura - 6.84 Envoltória de deslocamentos máximos na direção transversal (0,44 m/s)	153
Figura - 6.85 Trajetória dos deslocamentos do ensaio e da simulação (0,44 m/s)	154
Figura - 6.86 Séries temporais das amplitudes de deslocamento A_y/D e A_x/D (0,44 m/s)	155
Figura - 6.87 Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) (0,44 m/s)	155
Figura - 6.88 Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (0,44 m/s)	156
Figura - 6.89 Espectro de forças (0,44 m/s)	156
Figura - 6.90 Envoltória de deslocamentos máximos na direção transversal (0,50 m/s)	157
Figura - 6.91 Trajetória dos deslocamentos do ensaio e da simulação (0,50 m/s)	157
Figura - 6.92 Séries temporais das amplitudes de deslocamento A_y/D e A_x/D (0,50 m/s)	158
Figura - 6.93 Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) (0,50 m/s)	159
Figura - 6.94 Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (0,50 m/s)	159
Figura - 6.95 Espectro de forças (0,50 m/s)	160
Figura - 6.96 Número máximo de vórtices nos casos simulados do ensaio da França	161
Figura - 6.97 Amplitudes de deslocamentos transversais	162

Figura - 6.98 Variação do coeficiente de arrasto com V_R	162
Figura - 6.99 Variação do coeficiente de sustentação com V_R	163

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Regimes de escoamento relacionados ao número de Reynolds	29
Tabela 6.1	Resumo dos casos do <i>Riser</i> Vertical simulados.	100
Tabela 6.2	Propriedades do <i>riser</i> .	100
Tabela 6.3	Propriedades do fluido.	101
Tabela 6.4	Modos naturais de vibração do <i>riser</i> .	102
Tabela 6.5	Amplitudes de deslocamento máximas.	112
Tabela 6.6	Coefficientes de arrasto médio e de sustentação RMS.	121
Tabela 6.7	Propriedades dos cilindros.	137
Tabela 6.8	Frequência natural na água.	137
Tabela 6.9	Frequências naturais no ar e fatores de amortecimento em função da tração	138
Tabela 6.10	Propriedades do <i>riser</i> .	141
Tabela 6.11	Propriedades do fluido.	141
Tabela 6.12	Parâmetros hidrodinâmicos dos casos simulados	141
Tabela 6.13	Modos naturais de vibração do cilindro vertical na água.	142
Tabela 6.14	Trações adotadas para cada velocidade simulada.	142
Tabela 6.15	Resumo dos casos simulados com um cilindro.	142
Tabela 6.16	Amplitudes de deslocamento máximas (0,26 m/s).	143
Tabela 6.17	Coefficientes de arrasto médio e de sustentação RMS (0,26 m/s).	146
Tabela 6.18	Amplitudes de deslocamento máximas (0,38 m/s).	147
Tabela 6.19	Coefficientes de arrasto médio e de sustentação RMS (0,38 m/s).	149
Tabela 6.20	Amplitudes de deslocamento máximas (0,44 m/s).	154
Tabela 6.21	Coefficientes de arrasto médio e de sustentação RMS (0,44 m/s).	154
Tabela 6.22	Amplitudes de deslocamento máximas (0,50 m/s).	158
Tabela 6.23	Coefficientes de arrasto médio e de sustentação RMS (0,50 m/s).	158

Tabela 6.24 Resumo dos resultados do ensaio da França para um cilindro.	160
--	-----

LISTA DE SIGLAS

CFD	Dinâmica dos fluidos computacional (<i>C<u>omputational</u> <u>F</u>luid <u>D</u>ynamics</i>)
DVM	Método dos vórtices discretos (<i>D<u>iscrete</u> <u>V</u>ortex <u>M</u>ethod</i>)
FDM	Método das diferenças finitas (<i>F<u>inite</u> <u>D</u>ifference <u>M</u>ethod</i>)
FEM	Método dos elementos finitos (<i>F<u>inite</u> <u>E</u>lement <u>M</u>ethod</i>)
FFT	Transformada de Fourier rápida
FSI	<i>F<u>luid</u>-<u>S</u>tructure <u>I</u>nteraction</i>
FVM	Método dos volumes finitos (<i>F<u>inite</u> <u>V</u>olume <u>M</u>ethod</i>)
LDA	Lâmina d'água
MPI	<i>M<u>essage</u> <u>P</u>assing <u>I</u>nterface</i>
RHAS	<i>R<u>iser</u> Híbrido Auto Sustentável</i>
RMS	Média quadrática (<i>R<u>oot</u> <u>M</u>ean <u>S</u>quare</i>)
SCR	<i>R<u>iser</u> rígido em catenária (<u>S</u>teel <u>C</u>atenary <u>R</u>iser)</i>
TLP	<i>T<u>ension</u> <u>L</u>eg <u>P</u>latform</i>
VIV	Vibrações induzidas por vórtices

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área
a	aceleração
A_x	Amplitude do deslocamento <i>in-line</i>
A_y	Amplitude do deslocamento <i>cross-flow</i>
$\tilde{C}$	Matriz de amortecimento
C_D	Coefficiente de arrasto
C_L	Coefficiente de sustentação
D	Dimensão característica: Diâmetro
D_0	Parâmetro de amalgamação para controle da densidade da esteira
E	Módulo de Young
f	Frequência de oscilação
f_s	Frequência de desprendimento de vórtices
f_n	Frequência natural
f_v	Frequência de vibração
$\tilde{K}$	Matriz de rigidez
$\tilde{M}$	Matriz de massa
N_w	Número de painéis
p	pressão
Re	Número de Reynolds
St	Número de Strouhal
t	Tempo
U	Velocidade do escoamento
U_∞	Velocidade do escoamento ao longe
u	Velocidade na direção longitudinal ou <i>in-line</i>

V_0	Tolerância da amalgamação
V_R	Velocidade reduzida
v	Velocidade na direção transversal ou <i>cross-flow</i>
$Z : z$	Posição do vórtice
Δt	Passo de tempo
Δt^*	Passo de tempo adimensional
Γ	Circulação
δ	Espessura da camada limite
ϕ	Velocidade potencial
μ	Viscosidade dinâmica
ν	Viscosidade cinemática
ρ	Massa específica
σ	Tamanho do núcleo do vórtice
τ	Tensão cisalhante
ω	Vorticidade $\omega = \nabla \times \mathbf{u}$
ψ	Função linha de corrente
ζ	Fator de amortecimento

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão comentados os aspectos relevantes ao tema do presente trabalho e o contexto no qual este estudo está inserido. Ao final estão listados os objetivos e motivações da tese e uma descrição dos capítulos subsequentes.

1.1 Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV)

Bearman (1998) salienta que corpos rombudos¹ submetidos a uma corrente fluida levam à geração de instabilidades no escoamento na região a jusante dos mesmos, sendo o desprendimento alternado de vórtices, fenômeno da geração e desprendimento de vórtices (Fig. 1.1) o mais estudado. Esses vórtices, por sua vez, interagem com a estrutura através da formação de campo de pressões cíclico. As forças resultantes podem levar ao surgimento de oscilações do corpo que, dependendo da frequência de excitação, são capazes de excitar de forma simultânea diferentes modos naturais destes elementos, podendo em casos extremos levar à fadiga e ao colapso da estrutura.

Na indústria petrolífera *offshore* as estruturas denominadas de *risers*² podem ser caracterizadas como corpos rombudos e, portanto, sujeitos ao fenômeno da geração e desprendimento de vórtices. As cargas a que o *riser* está submetido são de natureza estática, como o peso próprio, empuxo, *offset* e corrente marinha, e dinâmicas como as ondas e o movimento imposto pela plataforma. Como comentado por Ribeiro (2007), a forma usual de análise da ação da corrente marinha considera que ela gera nos *risers* somente cargas estáticas. Contudo, há também efeitos dinâmicos gerados pelo desprendimento de vórtices na esteira formada da interação do *riser* com o fluido escoando ao seu redor. Esses efeitos são também descritos por Blevins (1990), o qual afirma que o fenômeno de desprendimento alternado de vórtices leva a grandes flutuações das forças no sentido transversal do escoamento devido às variações de

¹Segundo Bearman (1998) a característica mais importante do corpo rombudo é que há separação do escoamento ao longo de boa parte de sua superfície.

²Em uma definição livre, pode-se dizer que são dutos (tubulações) que transportam fluidos do poço até a plataforma ou vice-versa.

Figura 1.1: Geração e desprendimento de vórtices atrás de um cilindro (foto: Sanjay Kumar e George Laughlin - *Department of Engineering, The University of Texas at Brownsville*)

pressão, causando assim oscilações na estrutura.

As ondas geram predominantemente cargas dinâmicas ou pela ação direta sobre os *risers*, provocada pela variação da pressão dinâmica devido às elevações da superfície livre em uma posição fixa (Chakrabarti (1987)), ou diretamente sobre as plataformas que transmitem movimentos nos seis graus de liberdade aos *risers* nos pontos de conexão. Surge então outro problema. O amortecimento estrutural dos *risers* rígidos é menor quando comparado ao do *riser* flexível, cerca de 0,3% e 5% do crítico respectivamente, e as frequências naturais dessas estruturas são fortemente afetadas pela tração resultante das diferentes configurações dadas pelo ângulo de topo (no caso de catenárias) estando assim mais próximas das frequências das cargas geradas pela corrente, com isso, o fenômeno da vibração induzida pelo vórtice (VIV) passa a ser um fator determinante na definição da vida útil à fadiga da estrutura.

Para ilustrar o quanto o VIV é determinante na vida útil de *risers*, a Fig. 1.2 apresenta dois resultados de dano devido à fadiga em um *riser* de perfuração utilizado em uma lâmina d'água (LDA) de 2.000m.

Exemplos como este da Fig. 1.2 são comuns, o que corrobora a ideia segundo a qual o fenômeno de emissão de vórtices pode desempenhar um papel crucial na estimativa da fadiga sofrida pela estrutura e, por isso, necessita ser melhor compreendido e avaliado. Situações onde há uma sincronização dos deslocamentos da estrutura, devido à corrente marítima, com a

(a) Dano devido às ondas – máximo 1×10^{-5} (1/ano)

(b) Dano devido ao VIV – máximo 1×10^{-2} (1/ano)

Figura 1.2: Comparação do dano causado por VIV e pela ação das ondas (Petrobras (2008))

frequência de desprendimento de vórtices são conhecidas como *lock-in* e provocam uma amplificação dos deslocamentos que, segundo Yamamoto (2002) e Bearman (1984), podem ser da ordem de um diâmetro. No entanto, é preciso ter em conta que devido à flexibilidade do *riser* rígido, dada a sua elevada razão de aspecto³, e ao perfil não uniforme de velocidade, uma vez que as correntes marítimas encontradas na costa brasileira têm como característica a variação de intensidade e direção com a profundidade (Fig. 1.3), sua resposta é multimodal (Fig. 1.4). Com isso, em apenas algumas regiões da estrutura haverá a sincronização, o que pode ser benéfico caso sejam pequenas em relação ao comprimento.

Figura 1.3: Exemplo de um perfil de corrente típico da Bacia de Campos (*Deep North* - direção SE)

Além do *lock-in*, outra consequência do VIV é a amplificação do coeficiente de arrasto devido ao surgimento de forças na direção do escoamento. Com isso, aumentam-se os deslocamentos não só do *riser* mas da plataforma também. Ao mesmo tempo, há um efeito benéfico do aumento do arrasto, pois com ele aumentará o amortecimento viscoso que pode reduzir os movimentos dinâmicos.

Nas condições reais dos campos de produção *offshore*, os *risers* não podem ser analisados de forma isolada, pois à medida que se caminha para águas mais profundas, os custos também se tornam mais elevados, e isto tem levado a uma maior quantidade de *risers* chegando à plataforma, dispensando assim a necessidade de outra unidade de produção. Este tipo de con-

³A razão de aspecto é a relação entre o comprimento e o diâmetro da estrutura. Considerando, por exemplo, um duto de 8" (0,2032 m) e uma LDA de 1.500 m, teríamos uma razão de aspecto de 7.382.

Figura 1.4: Simulação numérica de vibrações livres de um *riser* submetido a um perfil de corrente

figuração gera uma interferência no escoamento, o que muda não só as forças resultantes como o padrão de emissão de vórtices do agrupamento de *risers* quando comparado ao do *riser* isolado. Nesses casos, a própria API (1998) diz que a prática geral para o projeto de *risers* é evitar a instabilidade provocada por essa interferência escolhendo-se um espaçamento adequado entre os *risers*.

A alteração das forças e do padrão de escoamento pode gerar, além de novas tensões modificando a vida útil das estruturas, o fenômeno de *clashing* (colisões) entre os *risers*. Devido a essas colisões, a API (1998) orienta a adoção de uma de duas metodologias de projeto. Uma consiste na determinação da probabilidade de que o espaçamento entre o *riser* e qualquer outro objeto seja menor que um determinado valor durante a operação ou qualquer condição ambiental. A outra abordagem permite o contato mas requer que os efeitos sejam analisados e os componentes projetados para suportá-los.

Como descrito nos parágrafos anteriores, as fontes do fenômeno de VIV envolvem uma complexa interação entre as forças hidrodinâmicas e a resposta da estrutura, ou seja, o fluido gera forças na estrutura e provoca seu deslocamento. Esta, por sua vez, responde resistindo a essas forças reposicionando-se, modificando o regime do escoamento. Portanto, a determinação destas forças e dos deslocamentos é fundamental, e não trivial, somente podendo ser efetuada com o uso de experimentos ou da simulação numérica completa do escoamento em conjunto com a resposta dinâmica da estrutura (interação fluido-estrutura).

1.2 Dinâmica dos Fluidos Computacional

A fim de tornar possível o entendimento dos fenômenos envolvidos, é necessária uma descrição detalhada do campo de velocidades desenvolvido ao redor da estrutura. Para isso, a Dinâmica dos Fluidos Computacional (do inglês, *Computational Fluid Dynamics*, cujo acrônimo é CFD), por oferecer a capacidade de descrever de forma detalhada o campo de velocidades ao redor dos corpos imersos no escoamento, pode e já vem se tornando uma ferramenta de crescente importância na avaliação de estruturas como os *risers*. Há de se ressaltar, no entanto, que devido ao alto custo computacional ainda não é utilizada como ferramenta de projeto.

CFD pode ser definido como uma das áreas da Mecânica dos Fluidos que utiliza métodos numéricos para resolver problemas envolvendo escoamento de fluidos. O problema físico do escoamento é representado matematicamente pelas equações de Navier-Stokes⁴ somadas às equações da continuidade, balanço de energia etc. , que nada mais são do que equações diferenciais parciais.

Para resolver estas equações é necessário um método numérico que resolva o domínio de cálculo, contínuo, de forma discreta, uma vez que a solução analítica para os casos mais gerais ainda não é possível. Esta discretização é feita transformando o domínio em uma malha definida por nós, os pontos discretos. Dentre as metodologias utilizadas em CFD, destacam-se o Método das Diferenças Finitas (do inglês, *Finite Difference Method*, cujo acrônimo é FDM), o Método dos Volumes Finitos (do inglês, *Finite Volume Method*, cujo acrônimo é FVM) e o Método dos Elementos Finitos (em inglês, *Finite Element Method*, cujo acrônimo é FEM).

1.3 Cenário Atual da Indústria *Off-Shore*

A indústria petrolífera *offshore* tem cada vez mais buscado fronteiras exploratórias em lâminas d'água (LDA) mais profundas. No Brasil, a partir de 1974 com a descoberta do campo de Garoupa (litoral do Estado do Rio de Janeiro), foi dada a largada às outras descobertas na bacia de Campos, que atualmente representa 80% da produção do país. Agora, a nova fronteira do pré-sal (Fig. 1.5) apresenta-se como mais um desafio com LDA ultraprofundas⁵.

Dentro deste contexto de águas cada vez mais profundas, o estudo de VIV passa a ter

⁴são equações diferenciais parciais que descrevem o escoamento dos fluidos Newtonianos. O nome foi dado depois que Claude-Louis Navier (* 10 de fevereiro de 1785 em Dijon, França † 21 de agosto de 1836 em Paris) um engenheiro e físico francês e Sir George Gabriel Stokes (* 13 de agosto de 1819 † 1 de fevereiro de 1903) um matemático e físico irlandês desenvolveram equações sobre o movimento dos fluidos.

⁵São consideradas águas ultraprofundas as de lâmina d'água acima de 2.000 m. As chamadas águas profundas tem início a partir de 400 m.

Figura 1.5: Campos na Bacia de Santos e localização da camada de sal

significativa importância, uma vez que devido às LDA mais profundas as cargas atuantes nos *risers* também passam a ser maiores e, associado a isso, está o fato dos reservatórios nessas áreas possuírem características ácidas, ou seja, com elementos corrosivos ao aço e com isso os *risers* flexíveis, hoje largamente aplicados, estão no seu limite de utilização. Os *risers* rígidos apresentam-se então como uma excelente alternativa, visto que a solução é a aplicação de uma camada interna ao duto resistente à corrosão, diferentemente do flexível, onde seria necessária a troca dos materiais metálicos que compõem o duto. No entanto, o problema do VIV, como visto anteriormente, passa a ser dimensionante na vida útil à fadiga desses elementos estruturais. Além disso, as incertezas inerentes ao fenômeno e à sua ocorrência requerem mais investigações para evitar custos excessivos em supressores⁶, como acontece atualmente. Exemplos de supressores podem ser vistos na Fig. 1.6 e nas Fig. 1.7 e Fig. 1.8 estão os dois tipos mais utilizados pela indústria *offshore*, *strakes* e *fairings*, respectivamente.

1.4 *Risers*

Diante desse cenário desafiador, os *risers* tem um importante papel na produção dos hidrocarbonetos (óleo ou gás). Existem diversos tipos de *risers*, dentre os quais se podem destacar: perfuração (Fig. 1.9), completação e produção/injeção (Fig. 1.10). Dada a sua importância, esse elemento estrutural requer uma série de análises a fim avaliar sua aplicabilidade e integridade frente às solicitações de operação. Portanto, os *risers* são verificados quanto à carga extrema, carga operacional (fadiga), carga de instalação, análise local e de interferência entre *risers* e destes com a plataforma.

Atualmente, a quase totalidade dos *risers* de produção utilizados no Brasil é do tipo flexível (Fig. 1.11), ao contrário do que acontece no resto do mundo. Entretanto, esse tipo de riser tem problemas com meios corrosivos e, à medida que a profundidade aumenta e consequentemente os esforços a que estas estruturas estão submetidas, os aços utilizados tornam-se ainda mais suscetíveis ao problema. Com isso, apesar de possuírem um custo de instalação maior, os *risers* rígidos (Fig. 1.12) podem vir a ser uma excelente alternativa.

As soluções que utilizam *risers* rígidos podem se apresentar em diversas configurações, como os *riser* rígido em catenária (SCR) da Fig. 1.13, verticais (utilizados em plataformas tipo SPAR *bouy* das Fig. 1.14 e Fig. 1.15, TLP das Fig. 1.16 e Fig. 1.17), complacentes (Lazy-S, Lazy-wave, Steep-S etc), com bóias de sub-superfície, *Riser Tower*, RHAS (*riser* híbrido auto-sustentável) utilizado na plataforma da Petrobras P-52 (Fig. 1.18) no campo de Roncador na

⁶São equipamentos cujo objetivo é quebrar o sincronismo no desprendimento dos vórtices ou até mesmo eliminar a emissão de vórtices atrás de corpos rombudos.

Figura 1.6: Alguns tipos de supressores de vórtices (Jacobsen e Bruschi (1996))

Figura 1.7: Exemplo de *strake* da CRP (fonte: *site da CRP*)

Figura 1.8: Exemplo de *fairing* (fonte: *Oil & Gas Journal*)

Figura 1.9: Exemplo de *riser* de perfuração

Figura 1.10: *Risers* de produção e de injeção em uma plataforma semi-submersível (fonte: Arquivo pessoal)

Figura 1.11: Principais camadas de um tubo flexível *unbonded* (as camadas não são aderidas) (Lemos (2005) adaptado)

Figura 1.12: *Riser* rígido e os dutos no barco de instalação (fonte: *site* da Tenaris - outubro 2010)

Bacia de Campos, *Riser Tower* utilizado pela Total no campo de Girassol (Fig. 1.25) etc. Com exceção do SCR e do vertical, as demais tem como objetivo desacoplar o movimento de topo com o de fundo. As Fig. 1.19 a Fig. 1.24 ilustram cada uma destas configurações.

Os *risers* de perfuração e completação são, em geral, verticais e não são projetados para resistir a grandes deflexões. Para evitar problemas de flambagem, devido ao peso elevado, eles são tracionados no topo onde existem juntas deslizantes para desacoplar do movimento imposto pelas cargas ambientais na plataforma, ou seja, é possível evitar que os esforços causados pelo movimento da plataforma sejam transferidos para o *riser*.

1.5 Motivação e Objetivo

Como comentado anteriormente, o CFD possibilita a descrição detalhada de várias características do escoamento, como o campo de velocidades, e para isso faz uso de métodos numéricos

Figura 1.13: SCR - *Steel Catenary Riser* (Senra (2004))

Figura 1.14: Plataforma tipo SPAR no campo de gás de *Devil's Tower* operado pela Dominion no Golfo do México (fonte: wikipedia SPAR em inglês - outubro 2010)

Figura 1.15: Figura esquemática de uma plataforma tipo SPAR (fonte: E&P magazine)

Figura 1.16: Plataforma tipo TLP no campo de Magnolia operado pela ConocoPhillips no Golfo do México (fonte: offshore-technology.com - outubro 2010)

Figura 1.17: Figura esquemática da TLP de Magnolia (fonte: offshore-technology.com - outubro 2010)

Figura 1.18: Plataforma P-52 (fonte: Agência Brasil - Ricardo Stuckert - outubro 2010)

Figura 1.19: *Riser* em catenária

Figura 1.20: *Riser* em configuração *Lazy Wave* (Petrobras (2004))

Figura 1.21: *Riser* em configuração *Lazy S* (Petrobras (2004))

Figura 1.22: *Riser* em configuração *Steep Wave* (esquerda) e *Steep S* (direita) (Petrobras (2004))

Figura 1.23: *Riser* em configuração *Pliant Wave*

Figura 1.24: Exemplo de *Riser Tower*

Figura 1.25: Topo do *Riser Tower* do campo de Girassol - Angola (fonte: site Acergy - outubro 2010)

como o FDM, o FVM e o FEM, que resolvem de forma discreta, usando uma malha, o meio fluido que é um domínio contínuo. No entanto, para se obter uma boa resolução, a malha deve ser extremamente refinada em regiões onde se concentram os gradientes elevados. Um exemplo disso é a camada limite do corpo em problemas de escoamento de fluidos. Portanto, devido à necessidade de utilização dessas malhas computacionais, tais métodos tornam-se extremamente caros em termos de capacidade computacional e utilização de memória. Por isso não são factíveis de serem aplicados a casos de projeto onde se requer que todo o comprimento do *riser* seja estudado.

A necessidade de avaliar todo o comprimento do *riser* deve-se ao fato de que sua configuração e as cargas ambientais podem variar. O caso mais evidente é da corrente marítima que varia tanto de intensidade quanto de direção ao longo da profundidade.

Esses inconvenientes levaram a um forte desenvolvimento de métodos lagrangeanos, que não utilizam malha. Um destes métodos de particular interesse é o Método dos Vórtices Discretos (do inglês, *Discrete Vortex Method*, cujo acrônimo é DVM). De forma geral, o DVM difere dos métodos puramente eulerianos, tais como FDM, FEM e o FVM, na medida em que as propriedades do escoamento são transportadas através de partículas, no caso os chamados vórtices discretos. Esse enfoque lagrangeano apresenta a grande vantagem de não necessitar de uma discretização total do escoamento, mas apenas nas regiões onde a vorticidade é concentrada.

Em face desse cenário, o DVM torna-se uma ferramenta bastante interessante por não usar malhas. Além disso, com ele é possível determinar os deslocamentos e as forças atuantes na estrutura devido à vibração induzida por vórtices (VIV). Esses esforços são fundamentais na determinação da vida útil da estrutura e, como já foi mencionado, o VIV é geralmente o fator dominante nessa redução da vida útil à fadiga.

Nesta tese, será utilizado o DVM acoplado ao ANFLEX, código computacional para análise de *risers*. Esse código é de propriedade da Petrobras e é utilizado para análise global de *risers*. O acoplamento, chamado de ANFLEX-CFD, permite que seja simulada toda a extensão do *riser*, uma vez que a interação entre os planos onde o DVM atua é feita por meio do código estrutural. Além dessa interação, o acoplamento dos códigos permite que mais de um corpo seja simulado, o que retrata de forma mais realista o problema, tendo em vista que na prática os *risers* não estão isolados.

O objetivo desta tese é utilizar ensaios experimentais realizados com cilindros de alta razão de aspecto para validar o ANFLEX-CFD, avaliando os deslocamentos e as forças, bem como a variação dos coeficientes hidrodinâmicos. Com isso, espera-se dar mais confiabilidade ao código perante os códigos semi-empíricos utilizados como ferramenta de projeto e cujos resultados tendem a ser bastante conservativos, dado o grau de incerteza dos coeficientes hidrodinâmicos adotados.

1.6 Organização da Tese

A tese está dividida da seguinte forma:

- O Capítulo 1, como pôde ser visto, dedicou-se a contextualizar o trabalho no cenário atual. Para isso, foi feita uma breve descrição da indústria petrolífera *offshore* e dos elementos necessários para o entendimento do problema, como os *risers*, o VIV e as metodologias de resolução usando CFD.
- O Capítulo 2 começa com uma descrição histórica do estudo dos vórtices e dos principais parâmetros envolvidos na análise do comportamento hidrodinâmico do escoamento ao redor de corpos rombudos para auxiliar no entendimento dos artigos discutidos no restante do capítulo que tratam dos efeitos em termos da esteira de vórtices e das respostas de forças e deslocamentos quando um ou mais corpos estão presentes no escoamento.
- No Capítulo 3 encontra-se a descrição do Modelo Estrutural utilizado no ANFLEX. Com isso espera-se um melhor entendimento de como é feito o acoplamento entre o DVM e o

ANFLEX resultando no ANFLEX-CFD.

- Em seguida, o Capítulo 4 desenvolve toda a teoria do Método dos vórtices discretos como foi utilizada no código.
- O Capítulo 5 descreve de forma sucinta, uma vez que o desenvolvimento computacional do código não é objeto desta tese, o acoplamento estrutural e hidrodinâmico e como é realizada a paralelização do código.
- No Capítulo 6 estão as simulações numéricas realizadas com o ANFLEX-CFD. Inicialmente foi feita uma análise paramétrica com um modelo teórico para determinação dos parâmetros numéricos a serem usados nas validações com o caso experimental. O caso experimental usado na validação foi realizado pelo professor John Chaplin da Universidade de Southampton no canal de água circulante da IFREMER na França.
- No último capítulo (7) estão as Conclusões e Sugestões para Pesquisas Futuras

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Tendo em vista que o foco deste trabalho é o comportamento hidrodinâmico do escoamento ao redor de um cilindro, torna-se importante inserir o assunto dentro da mecânica dos fluidos e dos fenômenos de transporte. Após uma breve introdução histórica do estudo dos vórtices, será abordado o problema de escoamento ao redor de corpos rombudos para, então, finalizar com comentários relativos ao comportamento tanto do escoamento quanto da resposta de um ou mais cilindros face aos esforços gerados pelo fluido.

2.1 Os vórtices e a história

A seguinte frase de Francis Bacon¹, citada por Tokaty (1994), diz que “o homem, como servo e intérprete da natureza, pode fazer e entender tanto e somente o quanto ele observou de fato ou na sua imaginação do curso da natureza”. Ela explica bem a evolução no estudo do fenômeno de desprendimento de vórtices, desde a mera, por assim dizer, observação do fenômeno até a predição do seu comportamento por meio do que se imagina ser sua representação física e matemática.

A primeira observação do fenômeno de desprendimento de vórtices, de um ponto de vista mecanicista, é atribuída aos gregos. Eles observaram que cordas dispostas ao vento vibravam emitindo sons, os “*Aeolian Tones*”, que derivam de Aeolus, o deus grego dos ventos (Fig. 2.1).

Já no século XV, ainda no campo da observação, Leonardo da Vinci² (Fig. 2.2(a)) reproduziu em figuras as esteiras de vórtices para diversas situações, como pode ser visto na Fig. 2.2(b).

No entanto, foi somente após o surgimento da mecânica clássica, principalmente de-

¹(★ Londres, 22 de Janeiro de 1561 † *Highgate*, 9 de Abril de 1626) foi um filósofo, político, advogado e ensaísta inglês

²Leonardo di ser Piero da Vinci (★ Vinci, 15 de abril de 1452 † Amboise, 2 de maio de 1519) foi cientista, matemático, engenheiro, inventor, anatomista, pintor, escultor, arquiteto, botânico, poeta e músico italiano.

Figura 2.1: Aeolus (fonte: verbete Aelus no Wikipedia)

(a) Provável auto retrato em giz (b) Encontro de duas correntes, vermelho (fonte: verbete Leonardo da Vinci no Wikipedia) Folha 14A, folio 14R (fonte: *American Museum of Natural Art*)

Figura 2.2: Desenhos Leonardo da Vinci

pois de Newton³ e de seu trabalho *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (Fig. 2.3), que o fenômeno de desprendimento de vórtices começou a ser estudado da forma como vemos hoje, voltado para aplicações práticas como o escoamento ao redor de corpos rombudos (*bluff bodies*).

Figura 2.3: Primeira e Segunda leis de Newton - *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, 1687 (fonte: arquivo digital da biblioteca da NTNU)

Em 1878, Strouhal⁴ (Fig. 2.4) notou que os *Aeolian Tones* observados pelos gregos eram proporcionais à velocidade do vento dividido pelo diâmetro da corda (Rayleigh (1945)), além disso, quando os tons coincidiam com um dos tons naturais da corda o som era amplificado e, nesse caso, a constante de proporcionalidade encontrada era 0,185 como pode ser visto na eq. (2.1).

$$f_s = 0,185 \cdot \frac{U}{D} \quad (2.1)$$

onde f_s é a frequência de desprendimento de vórtices, D é a dimensão característica (no caso o diâmetro da corda) e U é a velocidade do escoamento.

Em 1879 Rayleigh (1945), reproduzindo o experimento de Strouhal, verificou que uma corda de violino submetida a um fluxo de ar vibrava na direção transversal ao escoamento. A partir dessa constatação, em 1896 Lord Rayleigh⁵ definiu um parâmetro adimensional que

³Sir Isaac Newton (★ Woolsthorpe, 4 de janeiro de 1643, † Londres, 31 de março de 1727) foi um físico, matemático, astrônomo, alquimista, filósofo natural e teólogo inglês.

⁴Vincenc Strouhal (★ 10 de abril de 1850 † 26 de janeiro de 1922) foi um físico tcheco especialista em física experimental.

⁵John William Strutt, Barão 3º Rayleigh, foi um físico inglês (★ 12 de novembro de 1842 † 30 de junho de

Figura 2.4: Vincent Strouhal (fonte: verbete Stouhal no Wikipedia)

relaciona a velocidade do escoamento com a frequência de emissão de vórtices. Hoje é chamado de número de Strouhal (St):

$$St = f_s \cdot \frac{D}{U} \quad (2.2)$$

A periodicidade da esteira de um cilindro foi associada à formação de vórtices pelo cientista francês Bénard em 1908 (Aref e Giessen (2007)) e tal formação foi provada hidrodinamicamente estável por T. von Kármán⁶ (Fig. 2.5) em 1912.

A configuração da esteira de von Kármán mostrada nas Fig. 2.6 e Fig. 2.7 é estável para uma razão de espaçamento $\frac{b}{a}$ igual a $0,281$, valor que pode ser calculado por meio de uma análise de estabilidade, como mostrado por T. von Kármán apud Meneghini (1993).

2.2 Estudo dos Vórtices

Tem-se até agora uma ideia de como é o fenômeno, sua visualização, a frequência com que os vórtices se desprendem e uma possível configuração estável. Todavia, fica o questionamento: como o processo se inicia, qual a física do fenômeno?

Nesse sentido, é importante lembrar a definição de um corpo rombudo, pois é devido a este corpo que ocorre a separação do escoamento e o surgimento de duas camadas cisalhantes na região imediatamente posterior ao corpo. De acordo com Gerrard (1966), a interação entre duas camadas cisalhantes é o principal fator para a geração e emissão de vórtices no escoamento

1919)

⁶Theodore von Kármán (nome húngaro Szöllöskislaki Kármán Tódor), nascido em 11 de maio de 1881 em Budapeste e falecido em 7 de maio de 1963 em Aachen, foi engenheiro e físico.

Figura 2.5: Theodore von Karman no JPL (*Jet Propulsion Lab*) de Caltech (fonte: GRIN (*Great Images in NASA*))

Figura 2.6: Esteira de von Kármán (Dyke (1982))

Figura 2.7: Esteira de von Kármán com os espaçamentos a e b

ao redor de corpos rombudos, pois segundo Meneghini (1993), essas duas camadas cisalhantes possuem vorticidade de sinal oposto e constituem um sistema instável quando pequenas perturbações estão presentes e certas condições são satisfeitas.

Segundo Gerrard (1966), o ganho de circulação faz com que o vórtice cresça a partir da camada cisalhante a qual está conectado. Quando o vórtice atinge um certo valor de intensidade começa a atrair a camada cisalhante que está se formando no lado oposto do corpo, e esta circulação de sinal oposto pode: a) fundir-se ao vórtice, diminuindo a sua circulação, b) cortar a alimentação do vórtice, liberando-o para a esteira ou c) permanecer na região próxima ao corpo e iniciar a formação de um novo vórtice. Essas três possibilidades estão ilustradas na Fig. 2.8.

Figura 2.8: Modelo de formação do vórtice (Gerrard (1966) adaptado)

Uma vez compreendida a mecânica do desprendimento dos vórtices, fica a questão sobre em quais condições, tanto em relação ao escoamento quanto à geometria do corpo, eles ocorrem. Reynolds⁷(Fig. 2.9), em 1883, deu um passo fundamental nessa área ao descobrir dois tipos de escoamento, o laminar e o turbulento (Tokaty (1994)). Na época, sua dúvida era sobre o comportamento dos fluidos viscosos face a sua função como lubrificante de máquinas.

⁷Osborne Reynolds (★ 23 de agosto de 1842, Belfast, Irlanda do Norte † 21 de fevereiro de 1912) foi um cientista e engenheiro irlandês

Nas suas investigações concluiu que estes fluidos, em alguns casos, obedeciam à equação de Newton que relaciona a variação de velocidade ao longo das camadas de fluido com a tensão cisalhante por meio de uma constante de proporcionalidade, a viscosidade (μ), como mostrado na eq. (2.3).

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} \quad (2.3)$$

Figura 2.9: Osborne Reynolds - pintura de 1904 por John Collier (fonte: verbete Osborne Reynolds Wikipedia)

Reynolds foi mais além ao concluir, por meio de experimentos, que a viscosidade mede uma propriedade física do fluido e que independe do seu movimento. Nesses experimentos ele provou que em escoamentos utilizando tubos retos, a turbulência não ocorre se o produto da velocidade média, do diâmetro e da densidade do fluido dividido pelo coeficiente de viscosidade absoluta for menor do que um número de constante (1400). Esta relação deu origem ao número de Reynolds, que pode ser escrito como:

$$\text{Re} = \frac{\rho U D}{\mu} = \frac{U D}{\nu} \quad (2.4)$$

Observando a eq. (2.4) é possível dizer que o número de Reynolds é a relação entre as forças de inércia, representadas pela velocidade do escoamento U e o diâmetro D , e as forças viscosas, dadas pela viscosidade cinemática ν . Como o número de Reynolds só deve ser comparado para escoamentos cinematicamente e geometricamente semelhantes, uma figura bastante

útil para avaliar o comportamento da esteira de vórtices e sua dependência com o referido número adimensional é mostrada na Tab. 2.1 adaptada de Blevins (1990) para escoamentos sobre cilindros.

Tabela 2.1: Regimes de escoamento relacionados ao número de Reynolds

1		2	$Re < 5$	Regime de fluido ideal
1		2	$5 - 15 \leq Re < 40$	Regime laminar com dois vórtices simétricos
1		3	$40 \leq Re < 90$	Regime laminar com vórtices alternados
1		3	$90 \leq Re < 150$	Esteira de von Kármán
1		2	$150 \leq Re < 300$	Transição para vórtices turbulentos
1		2	$300 \leq Re < 3 \times 10^5$	Vórtices plenamente turbulentos
1			$3 \times 10^5 \leq Re < 3,5 \times 10^6$	Vórtices com desprendimentos desorganizados
1			$Re \geq 3,5 \times 10^6$	Restabelecimento da esteira de vórtices turbulentos

A Fig. 2.10, retirada de Blevins (1990), mostra outra curva, obtida experimentalmente, que relaciona o número de Strouhal com o número de Reynolds para cilindros estacionários com paredes lisas.

Figura 2.10: Relação entre o número de Strouhal e o número de Reynolds (Blevins (1990) adaptado por Franciss (1999))

Resumindo o que foi visto até agora, pode-se dizer que von Kármán apresentou uma esteira de vórtices estáveis, Reynolds determinou para quais condições de escoamentos os vórtices ocorrem e Gerrard explicou o mecanismo de geração desses vórtices. Mas resta ainda explicar como se dá a separação, por que ela ocorre, por que o aumento do número de Reynolds altera tanto o escoamento atrás do cilindro como mostrado na Tab. 2.1?

A resposta para estes questionamentos tem início novamente com Reynolds, segundo Tokaty (1994), pela sua declaração de que a camada do fluido viscoso adjacente à superfície do corpo sólido, devido à aderência viscosa, movimenta-se com a mesma velocidade do corpo, sendo “puxada” por ele. Ou seja, a base para a teoria da camada limite proposta por Prandtl⁸ em 1904 (Fig. 2.11).

Nessa teoria, Prandtl propôs que havia uma pequena região próxima à parede do corpo na qual os efeitos viscosos eram importantes. No restante do escoamento, a viscosidade não era

¹Blevins (1990)

²Dyke (1982)

³Schlichting (1979)

⁸Ludwig Prandtl (* Freising, 4 de fevereiro de 1875 † Göttingen, 15 de agosto de 1953) foi um físico alemão

Figura 2.11: Ludwig Prandtl em 1904 com seu canal de testes (fonte: verbete Prandtl no Wikipedia)

tão importante. A condição de aderência foi postulada por Prandtl quando do desenvolvimento de sua teoria. A pequena região do escoamento próxima à parede, na qual os efeitos viscosos são importantes, foi chamada por Prandtl de camada limite. Observações experimentais detalhadas do movimento do fluido próximo à superfície de um corpo vieram a mostrar que o efeito da viscosidade era fazer com que não houvesse deslizamento do fluido junto a esta parede. Estas observações fazem parte das hipóteses da teoria da camada limite de Prandtl. Nessa camada, as forças viscosas são da mesma ordem de grandeza das forças de inércia e, fora dela, as forças viscosas ou de atrito podem ser desprezadas.

A existência do paradoxo de D'Alembert^{9,10} passou a ser interpretado como sendo devido ao fato de, antes de Prandtl, não se considerar a região da camada limite na análise do escoamento.

Como descrito por Meneghini (2002), com a teoria da camada limite proposta por Prandtl pode-se analisar o escoamento ao redor de um corpo rombudo dividindo-o em quatro regiões distintas: a) a região onde há um aumento da pressão na parede do corpo e redução da velocidade do fluido (região 1 na Fig. 2.12); b) a região na qual a ação das forças viscosas é importante, esta região é contígua aos contornos sólidos e foi denominada por Prandtl de camada limite (região 2 na Fig. 2.12); c) a região na qual a ação da viscosidade é desprezível,

⁹Discordância no resultado referente ao cálculo do arrasto em corpos imersos em um escoamento. A teoria potencial, quando aplicada ao escoamento ao redor de um corpo simétrico, fornecia como resultado uma força de arrasto nula. O experimento, no entanto, indicava claramente a existência de uma força não nula nesta direção. Pelo período de aproximadamente dois séculos, este resultado intrigante fez com que diversos hidrodinamicistas procurassem a razão desta falha na teoria.

¹⁰Jean-Baptiste le Rond d'Alembert (★ 16 de novembro de 1717 † 29 de outubro de 1783) foi um matemático, mecânico, físico e filósofo francês

prevalecendo o modelo de fluido ideal para o qual é aplicável a teoria do escoamento potencial (região 3 na Fig. 2.12), e uma quarta: d) a região da esteira, formada por vórtices (região 4 na Fig. 2.12). Estes são formados e desprendidos devido à interação das camadas cisalhantes, as quais se formaram devido à separação da camada limite. Essa região é caracterizada pela existência de pacotes de fluido com vorticidade elevada e de sinais opostos.

Figura 2.12: Regiões de escoamento perturbado pela presença do corpo rombudo (Zdravkovich (1977) adaptado por Assi (2005)).

Finalmente, a separação ocorre quando o escoamento externo à camada limite possuir um gradiente de pressões adverso ($dp/dx > 0$) que fará, aliado ao atrito, com que as partículas de fluido percam energia cinética e assim provocar não apenas a anulação da velocidade, mas até mesmo uma inversão do sentido do fluxo. A Fig. 2.13 mostra os perfis de velocidade com a definição da camada limite (δ) próximo à parede de um corpo, sem separação Fig. 2.13(a) e com separação Fig. 2.13(b). Em Fig. 2.13(b) o ponto S representa o ponto exato da separação e o perfil de velocidade seguinte mostra a inversão da velocidade como anteriormente descrito.

Analisando a Fig. 2.13(b) é possível notar que no ponto de separação S :

$$\left. \frac{du}{dy} \right|_{parede} = 0 \quad (2.5)$$

Bearman e Obasaju (1982) comentam que quando um corpo está oscilando em um escoamento ou é exposto a um escoamento com oscilação imposta, o desprendimento de vórtices pode ser alterado de forma significativa. A oscilação possibilita o acoplamento do escoamento ao longo do comprimento do corpo e isso geralmente resulta em um aumento no comprimento de correlação. Analisando o escoamento de forma mais localizada nota-se que o movimento do sólido toma o controle do mecanismo de instabilidade que leva ao desprendimento de vórtices.

(a) Camada limite de uma placa plana (White (2001))

(b) Camada limite próxima ao ponto de separação (Schlichting (1979))

Figura 2.13: Camada Limite

Nesse sentido, Vikestad (1998) destaca mais um parâmetro útil na análise de VIV, a frequência de vibração adimensional (f_v) definida na eq. (2.6). Onde f é uma dada frequência, geralmente a frequência de oscilação em ensaios de oscilação forçada (Gopalkrishnan (1993)).

$$f_v = \frac{f \cdot D}{U} \quad (2.6)$$

Vikestad (1998) define a velocidade reduzida como a razão entre o comprimento da trajetória de oscilação na direção do escoamento por ciclo e a dimensão característica do modelo:

$$V_R = \frac{U}{f \cdot D} \quad (2.7)$$

onde f é a frequência de oscilação. Para ensaios com oscilação forçada f é bem definido, mas para cilindros em base elástica, é difícil determinar previamente a frequência de oscilação.

Bearman e Obasaju (1982) afirmam que o desprendimento de vórtices geralmente provoca oscilações na direção transversal do escoamento em velocidade de fluxo onde a frequência de desprendimento de vórtices coincide com a frequência natural de oscilação do corpo e as oscilações máximas ocorrem para um determinado intervalo de velocidade reduzida. Com isso a equação da velocidade reduzida fica:

$$V_R = \frac{U}{f_n \cdot D} \quad (2.8)$$

Lopes (2006) destaca que a velocidade reduzida (V_R) guarda equivalência com a razão de frequências (f_s/f_v), sendo muito utilizada como parâmetro nos ensaios experimentais por guardar equivalência também com o número de Strouhal, que, como já foi comentado, é um parâmetro difícil de ser determinado.

$$V_R = \frac{f_s}{f_v} \cdot \frac{1}{St} \quad (2.9)$$

A resposta devido ao desprendimento de vórtices ocorre tanto na direção do escoamento, A_x , quando na direção transversal, A_y , Vikestad (1998) menciona que a frequência do primeiro é duas vezes o segundo, mas a amplitude do último é da ordem de cinco a dez vezes o primeiro. Essas respostas são apresentas na sua forma adimensional:

$$\begin{array}{ll} \frac{A_x}{D} & \text{deslocamento na direção do escoamento - longitudinal} \\ \frac{A_y}{D} & \text{deslocamento na direção transversal} \end{array} \quad (2.10)$$

Vikestad (1998) destaca que a natureza da excitação na direção transversal é auto-controlada,

ou seja, ela diminui a partir de um certo limite ($A_y/D \approx 1,0 - 1,5$).

Foram descritos acima os aspectos e parâmetros básicos para o entendimento do problema de VIV que ao longo de várias décadas vem sendo objeto de estudo nas mais diversas áreas da ciência. Uma vez definidos os principais parâmetros adimensionais e compreendido o mecanismo de desprendimento de vórtices, resta contextualizar o fenômeno dentro da indústria do petróleo. É exatamente neste campo que os *risers* estão inseridos, pois como cilindros são corpos rombudos, portanto, sujeitos ao VIV, e como estruturas sua função é o transporte de fluidos e/ou sustentação de equipamentos e peças.

Devido às suas mais variadas funções, os *risers* possuem diversos diâmetros que variam de 3,15" (0,080 m) a 21" (0,533 m) e estão submetidos a correntes marítimas cujas velocidades variam de 0,1 m/s a 2 m/s (Ribeiro (2007)). Com isso, temos números de Reynolds na faixa de 10^3 a 10^6 . Observando essa faixa de Reynolds na Fig. 2.10 é possível notar que a grande maioria dos *risers* tem Strouhal igual a 0,2, excetuando-se os de maior diâmetro, geralmente os de exportação ou completação/perfuração. Esta constatação é extremamente útil devido às incertezas na determinação da frequência de desprendimento de vórtices e consequentemente no cálculo do número de Strouhal, o que faz com que o valor de 0,2 seja adotado em boa parte dos cálculos de VIV.

Coder e Pattison (1982) sugerem que o cálculo do número de Strouhal seja feito por meio da variação da força de sustentação, principalmente para os valores de Reynolds de 5×10^5 a 3×10^6 , chamada de faixa supercrítica segundo a tabela proposta por Chakrabarti (1987), onde há uma variação significativa do parâmetro. Fora dessa faixa, no regime subcrítico e pós-crítico o valor de 0,2 é uma aproximação razoável.

Outra característica importante a ser considerada quando se estuda o fenômeno de VIV é a ocorrência do chamando *lock-in* que acontece quando a frequência de desprendimento de vórtices (f_s) se iguala à frequência natural da estrutura (f_n) causando desta forma uma amplificação da resposta e gerando mais esforços na mesma, que pode ter sua vida à fadiga reduzida. A Fig. 2.14 apresenta o intervalo de *lock-in* proposto por Blevins (1990) a partir dos resultados experimentais de Koopman (1967) e Stansby (1976) para cilindros com vibração na direção transversal e números de Reynolds que variavam de 100 a 9200.

Rockwell (1998) faz uma revisão dos estudo envolvendo a interação dos vórtices com os corpos presentes no escoamento e comenta a importância no entendimento da física do escoamento para uma melhor compreensão das forças envolvidas e dos deslocamentos resultantes.

Triantafyllou et al. (1999) ressalta a influência negativa do VIV nos *risers* de perfura-

Figura 2.14: *Lock-in* (Blevins (1990) adaptado)

ção e produção no aumento da deformação devido à amplificação do arrasto e no dano à fadiga devido às tensões dinâmicas induzidas pelo VIV. Tendo isso em vista desenvolveram uma metodologia baseada na medição do comprimento de correlação, ensaios específicos para o *riser* a fim de determinar uma base de dados de C_D e C_L segundo configurações reais com linhas auxiliares e flutuadores. Para tal utilizaram o código VIVA para três configurações de *risers* sujeitas a três perfis de corrente.

Os trabalhos do Williamson e Govardhan (2004) e Williamson e Govardhan (2008) apresentam um resumo dos resultados e avanços obtidos no estudo de vibração induzida por vórtices nos últimos vinte anos, abrangendo tanto técnicas experimentais quanto computacionais, destacando que apesar das centenas de trabalhos, ainda restam dúvidas e controvérsias a serem esclarecidas. Os trabalhos abordam aspectos como dinâmica dos vórtices e a transferência de energia que dão origem aos modos de vibração, a importância do amortecimento, o conceito de massa crítica, a relação entre força e a vorticidade. Além disso, são apresentados mapas de modos de formação dos vórtices compilados a partir de estudos de vibração forçada. Também mostram discussões sobre tópicos atuais acerca do problema de decomposição da força, o paradigma do cilindro montado sobre base elástica comparado a sistemas mais complexos e a relação entre vibração livre e forçada.

Dentre as áreas de pesquisa de VIV encontra-se o segmento que estuda o comportamento do escoamento quando mais de um corpo está presente no escoamento. Isto está relacionado ao efeito de interferência quando, por exemplo, tem-se um agrupamento de cilindros. Por isso, quando há mais de um corpo imerso na corrente, padrões não triviais de emissão e desprendimento de vórtices são obtidos devido à proximidade entre os corpos, o que leva a interações de difícil predição. Observando a Fig. 2.15 é possível notar que a introdução de mais um corpo modifica de forma significativa o padrão da esteira e os parâmetros deste escoamento. Quando

um número maior de corpos estão presentes no escoamento, como na Fig. 2.16, a previsão de seu comportamento torna-se complexa mesmo para números de Reynolds não tão elevados. De 1897 a 1900 Hele-Shaw (White (2001)) desenvolveu uma técnica onde um escoamento laminar entre placas paralelas bastante próximas simularia um escoamento potencial quando observado sobre as placas (Fig. 2.17).

Figura 2.15: Padrões de esteira: um cilindro, dois cilindros com espaçamento 1D e dois cilindros com espaçamento 2D (retirado de Lopes (2006))

Dada a importância desse tipo de comportamento, as abordagens para esse tipo de problema quando aplicadas aos *risers* da indústria petrolífera *offshore* vão desde os critérios para espaçamento entre os elementos estruturais como estudado por Ribeiro (2007) e Rocha (2007) quanto estudos mais voltados à hidrodinâmica do fenômeno, como pode ser visto em Silva (2008), Fregonesi (2002) e Carmo (2005) entre outros.

Segundo Carmo (2005), os primeiros estudos científicos sobre interferência no escoamento ao redor de corpos rombudos remontam à primeira metade do século XX, motivados principalmente pela avaliação do arrasto em componentes de aviões biplanos, sendo por isso realizados com números de Reynolds altos.

Bearman e Wadcock (1973) descreveram como o escoamento ao redor de dois cilindros interage à medida que os dois se aproximam. O principal objetivo era estudar como o escoamento mudava de dois para somente um cilindro à medida que eles se aproximavam. O número de Reynolds ensaiado foi de $2,5 \times 10^4$ e as medidas de pressão mostraram a força de

Figura 2.16: Linhas de emissão para agrupamento de cilindros $Re=6400$ (Hoyt e Sellin (1997) apud White (2001))

Figura 2.17: Escoamento com baixo número de Reynolds para agrupamento de cilindros (Hele-Shaw (1898) apud White (2001))

repulsão média entre os cilindros para uma determinada distância. As instabilidades no escoamento ocorreram quando o espaçamento entre os cilindros estava entre $1D$ e $0,1D$, onde D é o diâmetro dos cilindros. Dependendo da distância entre os cilindros, maior que $1D$, há a formação de quatro linhas de vórtices, dois pares, que podem assumir duas configurações: em fase ou anti-fase. Quando o espaçamento diminui significativamente, somente uma esteira de vórtices alternados é desprendida.

Zdravkovich (1977) fez um levantamento crítico das pesquisas publicadas até então relacionadas à análise do escoamento ao redor de pares de cilindros nas configurações lado a lado (*side by side*), alinhados (*tandem*) e oblíquo (*staggered*), Fig. 2.18, Fig. 2.19 e Fig. 2.20 respectivamente. Os efeitos de interferência devido à proximidade e à esteira foram categorizados em relação aos diversos aspectos, como as forças atuando nos cilindros em função do espaçamento entre os mesmos, distribuições de pressão, perfis de velocidade e características da esteira. Nessas análises ele descobriu que nas configurações alinhadas, a descontinuidade da geração e desprendimento de vórtices implica uma descontinuidade similar na força de arrasto em ambos os cilindros. Verificou também que para arranjos alinhados a emissão de vórtices atrás do primeiro cilindro era suprimida para um espaçamento entre 3,5 e 3,8 diâmetros. Para as configurações lado a lado, constatou uma natureza que chamou de bi-estável da assimetria do escoamento ao redor de cada cilindro que produz dois valores de arrasto acoplados com dois valores de sustentação. Já na configuração oblíqua, observou duas categorias dependendo da força de sustentação.

Figura 2.18: Cilindros dispostos lado a lado

Analisando o trabalho de Zdravkovich (1977) fica evidente a afirmação feita pelo próprio autor e comentada por Flatschart (2007) segundo a qual é senso comum supor-se que dois cilindros colocados próximos num escoamento comportem-se como cilindros isolados. Porém, essa suposição só é justificada quando os cilindros estão suficientemente distantes. A proximi-

Figura 2.19: Cilindros alinhados

Figura 2.20: Cilindros na configuração oblíqua

dade entre os cilindros afeta fortemente o escoamento entre eles, produzindo forças e campos de pressão muito diferentes dos observados em cilindros isolados.

Igarashi (1981) apresentou as mudanças na estrutura do escoamento ao redor de dois cilindros alinhados para espaçamentos L/D de 1,03 até 5,0, onde L é a distância entre os cilindros e D o diâmetro, com número de Reynolds na região subcrítica variando de $8,7 \times 10^3$ até $5,2 \times 10^4$. Somente na faixa de espaçamentos entre 1,03 e 2,0 foi constatada a dependência com o número de Reynolds. Em relação ao recolamento das camadas cisalhantes do cilindro de montante no cilindro de jusante são divididos em dois tipos: (1) o que acompanha a mudança no padrão de escoamento e (2) o que o padrão de escoamento é alterado. Neste trabalho também é apresentada uma classificação do escoamento de acordo com o espaçamento longitudinal dos cilindros, como mostrado na Fig. 2.21.

Figura 2.21: Esquemas dos padrões de escoamento (Igarashi (1981))

Williamson (1985) estudou o escoamento atrás de dois cilindros dispostos lado a lado utilizando técnicas de visualização. Nesse trabalho, ele constatou que acima de uma determinada distância crítica, a sincronização do desprendimento de vórtices ocorre tanto em fase quanto em anti-fase (Fig. 2.22), estando assim em concordância com o trabalho de Bearman e Wadcock (1973). Além disso, no desprendimento de vórtices em anti-fase a esteira a jusante dos cilindros é também formada por vórtices em anti-fase que são estáveis ao longo do tempo, fato que não acontece quando o desprendimento ocorre em fase, uma vez que neste caso as esteiras de cada vórtice se combinam formando uma única esteira.

Figura 2.22: Esteiras de vórtices idealizadas (Williamson (1985))

Hover e Triantafyllou (2001) ensaiaram dois cilindros rígidos, um fixo e outro livre para oscilar na direção transversal ao escoamento e distantes $4,75D$ (onde D é o diâmetro igual a $0,0762\text{ m}$), em um tanque de arrasto a um número de Reynolds de 3×10^4 . Os cilindros foram posicionados alinhados e oblíquos produzindo elevadas amplitudes de deslocamento de *galloping*¹¹ em uma faixa elevada de frequência de *lock-in* e velocidades reduzidas de até 17. Os resultados mostraram que para essa distância a frequência de *lock-in* ocorre próxima à velocidade reduzida de um cilindro isolado e o espectro de força mostra que o desprendimento de vórtices do cilindro de montante não sofre influência do cilindro de jusante.

Meneghini et al. (2001) realizaram um estudo numérico bidimensional do fenômeno de interferência no escoamento ao redor de dois cilindros alinhados e lado a lado. Para tal, utilizaram o FEM (Fig. 2.23) com avanço no tempo feito por meio de um método de passos parciais, que faz uso da divisão do avanço no tempo em passos, onde cada um dos termos das equações de Navier-Stokes é considerado separadamente e, desta forma, desacopla a pressão da velocidade. Foram simulados diversos espaçamentos para números de Reynolds 100 e 200.

Figura 2.23: Resultados 2D usando FEM (Meneghini et al. (2001))

¹¹Assi (2005) definiu o *galloping* como sendo causado pela oscilação da força de sustentação resultante da variação do ângulo de ataque do escoamento em relação ao corpo

Sagatun, Herfjord e Holmas (2002) apresentam um simulador cujo objetivo é verificar a colisão de dois *risers* adjacentes movendo-se de forma independente devido a um escoamento externo. Para tal, usam um código em CFD que fornece os coeficientes hidrodinâmicos assim como as frequências de desprendimento de vórtices em função do deslocamento dos dois cilindros. As respostas em termos de velocidade de colisão entre os cilindros nas simulações numéricas são comparadas às obtidas no experimento realizado no Marintek para cilindros de 10 m de comprimento e diâmetros de $0,010\text{ m}$. Os erros ficaram em torno de 8% , provavelmente provocados pelo fato de no experimento existirem cinco cilindros enquanto na simulação apenas dois foram considerados, além disso a tração no experimento não era constante e havia erros nos coeficientes de força.

Allen, Henning e Lee (2005) realizaram ensaios com dois cilindros alinhados (aproximadamente 18 m de comprimento) de igual diâmetro ($0,115\text{ m}$) em um canal de água circulante onde puderam constatar movimentos transversais dos dois cilindros no primeiro modo de vibração para um Reynolds no regime de transição, além de observar a crise do arrasto para o cilindro de montante. Outros pontos interessantes foram a constatação de que para números de Reynolds acima de $1,7 \times 10^5$ o cilindro de jusante apresentou um arrasto superior ao cilindro de montante. Também foi verificado que, em geral, o cilindro de jusante apresentou maiores deslocamentos em relação ao cilindro de montante.

Baarholm et al. (2005) obtiveram resultados de ensaios com dois cilindros flexíveis submetidos a uma corrente uniforme em um tanque de arrasto. Os cilindros foram ensaiados com e sem *strakes* e os autores verificaram a ineficiência do supressor quando o cilindro com *strakes* encontra-se na esteira do primeiro. Também constataram para esse ensaio que nos cilindros com supressores o deslocamento RMS médio de jusante é o dobro do montante. Para diversas configurações houve impacto entre os cilindros e a velocidade da corrente relativa foi calculada por meio dos acelerômetros. No caso dos cilindros sem supressores, essa velocidade foi bem superior à dos cilindros com *strakes*.

Carmo e Meneghini (2006) investigaram o escoamento em torno de cilindros alinhados utilizando o Método dos Elementos Espectrais em duas e três dimensões. As distâncias dos cilindros variaram de $1,5$ a 8 diâmetros e os resultados foram comparados com os de um cilindro isolado. A faixa de Reynolds simulada foi de 160 a 320 , justamente a de transição para estudar as instabilidades das pequenas escalas de vórtices. Com o auxílio do número de Strouhal (St) e dos contornos de vorticidade foi possível explicar o fenômeno da interferência e sua interação com as estruturas vorticais tridimensionais presentes no escoamento. O St foi calculado usando o pico do espectro do coeficiente de sustentação e em todas as simulações

foram obtidos os mesmos valores para os cilindros de jusante e de montante. As consequências da presença das estruturas tridimensionais no escoamento variaram de acordo com o regime de interferência. Para a configuração *C* (Fig. 2.21) foi verificado que o St obtido é idêntico para todo Re simulado quando se compara as simulações bidimensional e tridimensional. Apesar das estruturas tridimensionais estarem presentes, elas eram fracas e se formavam distantes dos cilindros; consequentemente, tinham pouca influência na força atuante nos corpos. No caso do regime *D* (Fig. 2.21) para a faixa de Re analisada, verificou-se que havia estruturas tridimensionais entre os cilindros e nas simulações bidimensionais houve inversão no arrasto, fato que não ocorreu nas simulações tridimensionais. Percebeu-se também que para $Re > 190$, no padrão de escoamento do tipo *F* (Fig. 2.21), quando as estruturas tridimensionais (Fig. 2.24) estão presentes no escoamento, simulações bidimensionais não são suficientes para prever qual o Re e a distância entre os cilindros onde ocorre a inversão do arrasto.

Figura 2.24: Visualização da vorticidade tridimensional para $Re=270$ (Carmo e Meneghini (2006))

Papaioannou et al. (2008) usam o Método dos Elementos Espectrais para estudar as oscilações induzidas por vórtices em dois cilindros idênticos alinhados e montados em base elástica para três espaçamentos diferentes ($2,5D$, $3,5D$ e $5,0D$). A análise é bidimensional uma vez que o número de Reynolds é baixo (160). Os resultados mostraram que quando o espaçamento entre os cilindros diminui, há um aumento no intervalo de velocidades reduzidas para as quais o cilindro de montante apresenta picos de amplitude de oscilação. Já quando há o aumento da distância para $5,0D$, o cilindro de montante comporta-se como um cilindro isolado. Outro fato observado é que o cilindro de jusante tende a aumentar suas amplitudes de oscilação quando a distância entre os cilindros propicia a junção das esteiras.

3 MODELO ESTRUTURAL

A fim de integrar as forças hidrodinâmicas provenientes do DVM, descrito no capítulo seguinte, à resposta dinâmica de estruturas como os *risers* foi utilizado o código computacional, de propriedade da PETROBRAS e desenvolvido por ela, chamado ANFLEX (Mourelle e Gonzalez (2004)). Tendo em vista que o objetivo deste trabalho é focado no modelo hidrodinâmico, o modelo estrutural utilizado pelo ANFLEX será descrito de forma sucinta neste capítulo.

3.1 Introdução

O código computacional ANFLEX é um sistema formado por um conjunto de programas gerados com o objetivo de permitir análises não lineares estáticas e dinâmicas de linhas de amarração, *risers* rígidos e flexíveis.

O sistema foi originalmente desenvolvido no Setor de Desenvolvimento de Métodos (SEDEM) da DIPREX, de acordo com objetivos definidos pelo setor de projetos navais (SEPRON). Contou-se com a colaboração da COPPE/UFRJ e com o acompanhamento dos setores de Projetos Navais (SEPRON) e de Projetos de Estruturas (SEPRE). Posteriormente, foi desenvolvida a interface gráfica pela PUC/TECGRAF, a qual se responsabilizou pelos pré e pós-processadores. Atualmente, a manutenção do sistema ANFLEX encontra-se sob responsabilidade da gerência de Métodos Científicos (MC), localizada no Centro de Pesquisas Leopoldo Miguez de Melo (CENPES).

A Fig. 3.1 ilustra os módulos pertencentes ao ANFLEX e os programas que podem ser interfaceados pelo sistema. Em verde estão assinalados os módulos utilizados neste trabalho e em vermelho estão destacados os códigos computacionais externos ao ANFLEX que fazem uso de seus resultados.

Como descrito por Mourelle (1993), o ANFLEX é um programa de elementos finitos, constituído de um método matricial, que por meio da discretização da estrutura permite a modelagem rigorosa dos efeitos não-lineares envolvidos na análise estrutural, apresentando também

Figura 3.1: Sistema ANFLEX e outros programas que possuem interoperabilidade (*Help* do ANFLEX).

uma grande flexibilidade quanto à representação de diferentes configurações e condições de contorno.

3.2 Elemento de Pórtico Co-Rotacionado

Uma das grandes dificuldades da análise não-linear geométrica de estruturas espaciais constituídas por barras é o tratamento adequado das rotações finitas e a apropriada separação dos deslocamentos de corpo rígido daqueles que causam deformações. Uma formulação geral não-linear tridimensional não pode ser considerada como uma simples extensão de uma formulação bidimensional, pois as rotações finitas em três dimensões não são grandezas vetoriais, isto é, elas não formam um espaço linear (Hsiao e Hou (1987)).

Tendo em vista que o problema tratado neste trabalho é essencialmente dinâmico, a correta descrição do movimento é fundamental para a determinação das forças, dos deslocamentos e das rotações dos elementos que compõem a estrutura. Por isso, dentre as formas de descrição do movimento, a mais adequada para os problemas de mecânica dos sólidos é a descrição referencial, em que o movimento é relacionado a uma configuração de referência. Este método é chamado de Lagrangeano¹, e a variável independente é a posição de referência

¹A mecânica lagrangeana foi introduzida pelo matemático franco-italiano Joseph-Louis Lagrange (* 25 de janeiro de 1736, Turim - Itália † 10 de abril de 1813, Paris-França) com seu livro *Mécanique analytique* de 1788

usualmente no tempo inicial.

O elemento de pórtico espacial descrito por Benjamin (1982) utiliza a formulação lagrangeana atualizada que, devido à proximidade entre duas configurações sucessivas de uma análise incremental, usa o tensor de tensão de Cauchy² (Fig. 3.2) e não se consideram os termos de segunda ordem do tensor de deformação. Baseado nisto, no código do ANFLEX, Mourelle (1993) adaptou essa formulação para uma lagrangeana total co-rotacionada por afirmar que as duas são compatíveis. Esse elemento possui dois nós com seis incógnitas nodais, três translações e três rotações, como indicado na Fig. 3.3.

Figura 3.2: Tensor de Tensões de Cauchy (Kayser-Junior (2003))

Figura 3.3: Elemento com dois nós e seis graus de liberdade em cada

e nele a trajetória de um sistema de partículas é determinada resolvendo-se as equações de Lagrange. Uma das soluções é feita adotando-se um sistema de coordenadas generalizado.

²Em homenagem a Augustin Louis Cauchy, matemático francês pioneiro na análise, tanto real quanto complexa, e na teoria de substituição de conjuntos (★ 21 de agosto de 1789, Paris † 23 de maio de 1857, Sceaux). O princípio de tensão de Cauchy afirma que um corpo contínuo submetido a forças (de superfície, de corpo etc.) reage a elas por meio de forças internas atuantes em todo o corpo nos pontos materiais. Baseado neste princípio, Cauchy demonstrou que o estado de tensões de um determinado ponto no corpo é totalmente definido por nove componentes σ_{ij} de um tensor cartesiano de segunda ordem chamado de tensor de tensões de Cauchy.

A formulação co-rotacional emprega, além do sistema de referência global, do sistema local fixo e do sistema local móvel associados ao elemento, outros sistemas de referência associados a cada nó. Com isto, segundo Rodrigues (2000), a existência de sistemas de eixos ortogonais pertencentes aos nós, rigidamente ligados a um corpo rígido imaginário que se desloca e gira juntamente com os nós, e dos demais sistemas de referência, permite um tratamento mais rigoroso das rotações dos nós.

Essencialmente, a teoria co-rotacional consiste em se considerar uma série de sistemas de eixos ortogonais ligados aos extremos dos elementos, que giram simultaneamente com as deformações dos mesmos. Uma vez que as rotações finais totais, nesta formulação, são determinadas através de transformações de rotações, e não por um processo de soma, esta abordagem pode ser aplicada até mesmo no campo das grandes rotações (Chan (1992)).

Em resumo, como descrito por Rodrigues (2000), Benjamin (1991) usa a teoria de Euler-Bernoulli³ e a formulação Lagrangeana atualizada, enquanto Mourelle (1993) segue um procedimento semelhante, só que substitui a formulação Lagrangeana atualizada pela formulação co-rotacional Lagrangeana atualizada.

Na formulação Lagrangeana total co-rotacionada a configuração de referência original C_o é deslocada juntamente com o elemento como um corpo rígido. Esta configuração auxiliar C_{on} é colocada o mais próximo possível da configuração C_n (Fig. 3.4)

Na formulação Lagrangeana atualizada, utilizada por Benjamin (1982), são calculados os incrementos de forças acumulados ao longo da análise. No caso da formulação co-rotacionada, a força total no elemento é calculada em função das reais deformações presentes (Mourelle (1993)).

A formulação do elemento co-rotacionado tem como hipóteses básicas:

- o elemento possui dois nós com seis incógnitas nodais;
- pequenas deformações;

³Esta teoria é baseada na restrição cinemática de que as seções transversais, perpendiculares ao eixo da barra antes da flexão, continuam planas, indeformadas e perpendiculares ao eixo após a flexão, sendo apropriadas para vigas esbeltas Rodrigues (2000). A teoria data do século 18 quando Jacob Bernoulli (* 27 de dezembro de 1654 † 16 de agosto de 1705), matemático suíço, mostrou que a curvatura de uma viga elástica é proporcional ao momento naquele ponto. Em seguida, Daniel Bernoulli (* 8 de fevereiro de 1700 † 8 de março de 1782), matemático germano-suíço e sobrinho de Jacob, particularmente lembrado por suas aplicações da matemática na mecânica, especialmente na mecânica dos fluidos. Foi o primeiro a formular a equação diferencial do movimento de uma viga vibrando. Mais tarde, a teoria de Jacob Bernoulli foi aceita pelo matemático e físico suíço Leonard Euler (* 15 de abril de 1707 † 18 de setembro de 1783) na sua pesquisa da forma de vigas elásticas submetidas a diversas condições de carga (Han, Benoroya e Wei (1999)).

Figura 3.4: Formulação Lagrangeana Co-Rotacionada

- as seções transversais do elemento, inicialmente planas, permanecem planas após a deformação;
- não há variação de área e volume com as deformações;
- quando ocorre torção, as seções também permanecem planas, não ocorrendo empenamento.

As funções de interpolação do elemento são as mesmas empregadas na análise linear de pórticos. Os deslocamentos axiais e de torção são interpolados linearmente, enquanto que os deslocamentos transversais são descritos por funções cúbicas.

3.3 Campo de deslocamentos

As funções de interpolação que fornecem os deslocamentos incrementais num ponto qualquer do elemento em função dos deslocamentos nodais (Fig. 3.3) são escritas em sua forma vetorial:

$$\Delta \tilde{u} = \tilde{H} \cdot \Delta \tilde{u}^k \quad (3.1)$$

onde $\Delta \tilde{u}$ é o vetor de deslocamentos incrementais, referido ao sistema móvel co-rotacionado, $\tilde{H}$ é a matriz de interpolação incremental, referida ao sistema móvel co-rotacionado, e $\Delta \tilde{u}^k$ é o vetor de deslocamentos incrementais nodais, referido ao sistema móvel co-rotacionado.

Os polinômios empregados para geração da configuração deformada em relação aos eixos da Fig. 3.5 são (Mourelle (1993)):

Figura 3.5: Sistema de eixos do elemento

$$\begin{aligned}
 u &= a_1 + a_2 r \\
 v &= a_3 + a_4 r + a_5 r^2 + a_6 r^3 \\
 w &= a_7 + a_8 r + a_9 r^2 + a_{10} r^3 \\
 \theta_r &= a_{11} + a_{12} r \\
 \theta_s &= -\frac{dw}{dr} = -(a_8 + 2a_9 r + 3a_{10} r^2) \\
 \theta_t &= \frac{dv}{dr} = a_4 + 2a_5 r + 3a_6 r^2
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

As coordenadas generalizadas a_i (coeficientes dos polinômios empregados para geração da configuração deformada) são calculadas em função dos deslocamentos nodais Δu_i em $r = 0$ e $r = 1$, sendo l o comprimento do elemento. As translações em um ponto qualquer do elemento podem ser determinadas por:

$$u(r, s, t) = u - s \cdot \tan(\theta_t) + \tan(\theta_s) \tag{3.3a}$$

$$v(r, s, t) = v - t \cdot \tan(\theta_r) \tag{3.3b}$$

$$w(r, s, t) = w + s \cdot \tan(\theta_r) \tag{3.3c}$$

onde u é o deslocamento de um ponto sobre o eixo do elemento na direção r , v é o deslocamento de um ponto sobre o eixo do elemento na direção s , w é o deslocamento de um ponto sobre o eixo do elemento na direção t , θ_r é a rotação de um ponto do elemento em torno do eixo r , θ_s é a rotação de um ponto do elemento em torno do eixo s e θ_t é a rotação de um ponto do elemento em torno do eixo t (Fig. 3.5).

Considera-se que para cada incremento os deslocamentos são suficientemente peque-

nos para que se possa aproximar $\tan(\theta) \approx \theta$ nas eq. (3.3).

3.4 Equações constitutivas

De acordo com a teoria clássica de vigas, são considerados os efeitos de flexão, cisalhamento e tração ou compressão (tensões normais). O tensor de tensão de Cauchy aplicados a vigas tem apenas três componentes não nulas: S_{rr} , S_{ss} e S_{tt} (Benjamin (1982)).

As equações constitutivas relacionam as deformações às tensões presentes no elemento e, tomando-se a parcela linear do tensor de deformações, podem ser expressas por:

$$\tilde{S} = \tilde{C} \cdot \tilde{e} \quad (3.4)$$

onde

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix}$$

sendo E o módulo de elasticidade e ν o coeficiente de Poisson.

As componentes de $\tilde{e}$, em função dos deslocamentos, são dadas por

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial y_j} + \frac{\partial u_j}{\partial y_i} \right) \quad (3.5)$$

para $i = 1; j = 1, 2, 3; y_1 = r, y_2 = s$ e $y_3 = t$

O primeiro componente de deformação e_{11} corresponde à deformação extensional na direção r , enquanto que os componentes e_{12} e e_{13} se referem a deformações cisalhantes.

Para relacionar os deslocamentos nodais às deformações, pode-se empregar a seguinte expressão derivada de eq. (3.1)

$$u_i = h_l^i u_l^k \quad (3.6)$$

onde h_l é o componente da matriz $\tilde{H}$ correspondente à linha “i” e coluna “l”.

Substituindo-se as variáveis u_i e u_j na eq. (3.6) chega-se a:

$$\tilde{e} = \tilde{B}_L \tilde{u}^k \quad (3.7)$$

sendo os termos da matriz deformação-deslocamentos B_L dados pelas expressões:

$$(B_L)_{1j} = \frac{\partial h_j^1}{\partial y_i} \quad \text{para } i = 1 \quad (3.8a)$$

$$(B_L)_{1j} = \frac{\partial h_j^1}{\partial y_i} + \frac{\partial h_j^i}{\partial y_1} \quad \text{para } 1 < i \leq 3 \quad (3.8b)$$

Substituindo-se a eq. (3.7) na eq. (3.4), tem-se:

$$\tilde{S} = \tilde{C} \tilde{B}_L \tilde{u}^k \quad (3.9)$$

onde se relacionam as tensões aos deslocamentos nodais.

3.5 Matrizes de rigidez

O equilíbrio de um elemento infinitesimal pode ser integrado ao longo de todo elemento em termos do princípio dos trabalhos virtuais⁴ e a solução das equações que definem o equilíbrio de problemas não-lineares é dada em termos de uma abordagem incremental, na qual se faz uma linearização em torno de cada configuração de equilíbrio. Empregando-se o segundo tensor de tensões de Piola-Kirchhoff⁵ como descrito por Mourelle (1993), tem-se:

$$\int \left(\tilde{S} \delta \Delta \tilde{E} + \Delta \tilde{S} \delta \tilde{E} \right) dV_0 = \delta \Delta W \quad (3.10)$$

onde Δ indica um pequeno incremento entre duas configurações sucessivas e $\delta \Delta W$ é o incremento de trabalho virtual das forças externas.

A partir das deduções das matrizes relacionando deformações e deslocamentos e das relações constitutivas, pode-se chegar às matrizes de rigidez linear e geométrica a partir das parcelas do lado esquerdo da eq. (3.10).

A variação virtual do tensor de deformação de Green pode ser escrita como:

$$\delta E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\delta \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \delta \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \delta \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial X_j} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \delta \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right) \quad (3.11)$$

Para se obter a variação virtual do incremento de deformações, considera-se que:

$$\delta \tilde{u}_{(n+1)} = \delta \tilde{u}_n \quad (3.12)$$

⁴O trabalho virtual em um sistema é o trabalho resultante tanto de forças virtuais atuando por meio de um deslocamento real, quanto de forças reais provocando um deslocamento virtual. Há também um princípio correspondente para sistemas acelerados chamado de princípio de D'Alembert, que dá a base teórica para a mecânica Lagrangeana. O princípio diz que o somatório das diferenças entre as forças atuantes em um sistema e as derivadas temporais da quantidade de movimento do sistema ao longo de um deslocamento virtual consistente às condições de contorno do sistema, é zero.

⁵No caso de deformações finitas o tensor de tensões de Piola-Kirchhoff (Gabrio Piola foi um físico italiano * 1794 † 1850 e Gustav Robert Kirchhoff foi um físico alemão * 12 de março de 1824 † 17 de outubro de 1887) são usados para expressar a tensão relativa à configuração de referência. Isso difere do tensor de tensões de Cauchy que expressa a tensão em relação à configuração atualizada.

e, conseqüentemente,

$$\delta\Delta\tilde{u} = \tilde{0} \quad (3.13)$$

A expressão para a variação virtual dos deslocamentos incrementais, levando-se em conta a eq. (3.13), é:

$$\delta\Delta E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\delta \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \cdot \Delta \frac{\partial u_k}{\partial X_j} + \Delta \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \cdot \delta \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right) \quad (3.14)$$

Entrando-se com as eq. (3.11) e eq. (3.14) na eq. (3.10), tem-se

$$\begin{aligned} \int \tilde{S} \cdot \frac{1}{2} \left(\delta \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \cdot \Delta \frac{\partial u_k}{\partial X_j} + \Delta \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \cdot \delta \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right) dV_0 + \\ + \int \Delta \tilde{S} \cdot \frac{1}{2} \left(\delta \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \delta \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \delta \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \cdot \frac{\partial u_k}{\partial X_j} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \delta \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right) dV_0 = \delta\Delta W \end{aligned} \quad (3.15)$$

Em função da proximidade da configuração C_n da configuração de referência C_{0n} (Fig. 3.4), considera-se o tensor de tensão de Cauchy e desprezam-se os termos não-lineares que correspondem aos dois últimos da segunda integral do lado esquerdo da eq. (3.15). A equação pode ser reescrita, em notação tensorial, como:

$$\int S_{ij} \cdot \delta\Delta n_{ij} dV_0 + \int \Delta S_{ij} \cdot \delta e_{ij} dV_0 = \delta\Delta W \quad (3.16)$$

onde n_{ij} é a parcela não-linear do tensor de deformações, e e_{ij} a parcela linear.

A variação incremental do tensor de tensão pode ser escrita de acordo com a equação constitutiva incremental derivada da eq. (3.4):

$$\int S_{ij} \cdot \delta\Delta n_{ij} dV_0 + \int C_{ijkl} \cdot \Delta e_{kl} \delta e_{ij} dV_0 = \delta\Delta W \quad (3.17)$$

A discretização da equação do equilíbrio se faz quando os tensores de deformação na eq. (3.17) são substituídos por suas relações com os deslocamentos nodais. Tomando-se a segunda parcela do lado esquerdo da eq. (3.17) pode-se obter a matriz de rigidez linear. Empregando-se a relação dada pela eq. (3.7) e reagrupando-se os termos:

$$\int C_{ijkl} \cdot \Delta e_{kl} \delta e_{ij} dV_0 = (\delta\tilde{u}^k)^T \left[\int \tilde{B}_L^T \tilde{C} \tilde{B}_L dV_0 \right] \Delta\tilde{u}^k \quad (3.18)$$

Define-se então a expressão da matriz de rigidez linear:

$$\tilde{K}_L = \int \tilde{B}_L^T \tilde{C} \tilde{B}_L dV_0 \quad (3.19)$$

A partir do primeiro termo do lado esquerdo da equação eq. (3.17), pode ser obtida a matriz de rigidez geométrica. Os termos do tensor de tensão de Cauchy na configuração C_n corrente são conhecidos a partir dos esforços:

$$S_{11} = S_{rr} = \frac{N}{A_x} + \frac{M_z}{I_z} - \frac{M_y}{I_y}t \quad (3.20a)$$

$$S_{12} = S_{rs} = \frac{-T}{I_x}t \quad (3.20b)$$

$$S_{13} = S_{rt} = \frac{T}{I_x}s \quad (3.20c)$$

onde N é o esforço normal, T é o momento torsor, M_y é o momento fletor em torno do eixo s , M_z é o momento fletor em torno do eixo t , A_x é a área da seção transversal, I_x , I_y e I_z são os momentos de inércia.

O primeiro termo da equação pode ser também discretizado empregando-se a relação deformação-deslocamento, a exemplo do que se fez para a parcela linear:

$$\int S_{ij} \cdot \delta \Delta n_{ij} dV_0 = (\delta \Delta \tilde{u}_k) \left[\int \tilde{B}_{NL}^T \tilde{S} \tilde{B}_{NL} dV_0 \right] \Delta \tilde{u}^k \quad (3.21)$$

Define-se então a expressão da matriz de rigidez geométrica:

$$\tilde{K}_{NL} = \int \tilde{B}_{NL}^T \tilde{S} \tilde{B}_{NL} dV_0 \quad (3.22)$$

A matriz B_{NL} é obtida de forma semelhante à matriz B_L , descrita na seção 3.4, isto é, tomando-se as derivadas correspondentes das funções de interpolação.

3.6 Grandes rotações no espaço

Na formulação do elemento co-rotacionado, a rotação de cada nó da estrutura é descrita através de matrizes de transformação que fornecem a orientação dos eixos de um sistema de coordenadas ligado rigidamente ao nó. Para isso, considera-se que cada nó possui a ele ligado um corpo rígido ao qual se associa um sistema de eixos ortogonais e que, portanto, sofre as mesmas rotações (Fig. 3.6).

Numa análise incremental, cada configuração calculada será então associada a uma matriz de transformação. Sendo assim, para duas configurações sucessivas C_n e C_{n+1} , tem-se para um vetor $\tilde{i}$

$$\tilde{i}_i^{(n)} = T_{ij}^{(n)} \cdot \tilde{I}_j \quad (3.23a)$$

Figura 3.6: Sistema de referência rigidamente ligado ao corpo

$$\tilde{i}_i^{(n+1)} = T_{ij}^{(n+1)} \cdot \tilde{I}_j \quad (3.23b)$$

onde $\tilde{I}$ é o vetor $\tilde{i}$ rotacionado e T é a matriz de rotação.

Portanto, como Mourelle (1993) destaca, entre duas configurações sucessivas, as matrizes devem ser atualizadas a partir das rotações incrementais calculadas com suas três componentes no sistema global. Tem-se dessa forma um vetor de rotações incrementais $\Delta\tilde{\theta}$. A matriz de transformação correspondente é então calculada considerando-se que as rotações $\Delta\theta_x$, $\Delta\theta_y$ e $\Delta\theta_z$ ocorrem nessa sequência. As rotações incrementais são consideradas como os ângulos de Euler.

Desta forma a matriz de rotação fica:

$$\tilde{T}_{ij} = \begin{bmatrix} c_2 \cdot c_3 & s_1 \cdot s_3 - s_2 \cdot c_1 \cdot c_3 & s_1 \cdot s_3 - s_2 \cdot c_1 \cdot c_3 \\ -s_3 \cdot c_2 & c_1 \cdot c_3 - s_1 \cdot s_2 \cdot s_3 & s_1 \cdot c_3 + s_2 \cdot s_3 \cdot c_1 \\ s_2 & -s_1 \cdot c_2 & c_1 \cdot c_2 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

onde

$$c_1 = \cos \Delta\theta_x, \quad s_1 = \sin \Delta\theta_x, \quad c_2 = \cos \Delta\theta_y, \quad s_2 = \sin \Delta\theta_y, \quad c_3 = \cos \Delta\theta_z, \quad s_3 = \sin \Delta\theta_z$$

A utilização dos ângulos de Euler é aceitável para pequenos incrementos, nos quais as componentes de rotação são somadas algebricamente (Mourelle (1993)). Entretanto, segundo o relatório do ANFLEX (Mourelle e Gonzalez (2004)), para simulações muito longas o “erro” gerado por essa soma pode se acumular refletindo em alguns resultados. Para solução deste problema foi implementada uma formulação mais precisa para fazer a composição das compo-

nentes de rotações.

O problema que se tem ao trabalhar com rotações reside no fato de que não é possível somar ou subtrair as componentes de um pseudo-vetor da mesma forma que é feito com as componentes translacionais do movimento. Por isso, atualmente o código ANFLEX utiliza a formulação baseada em quaternions. A vantagem de se transformar os pseudo-vetores em quaternions é que estes gozam da propriedade de soma vetorial. Sendo assim, para a soma de dois pseudo-vetores de rotação basta transformá-los em quaternions, efetuar a soma algébrica das componentes dos quaternions e, a partir do quaternion resultante, obter as componentes do novo pseudo-vetor (Mourelle e Gonzalez (2004)).

3.7 Sistemas de referência

Segundo Mourelle (1993), tradicionalmente emprega-se um sistema de coordenadas associado à configuração original, dito fixo, e outro móvel associado à configuração deformada. A utilização de uma configuração de referência indeformada acompanhando o elemento tem como objetivo filtrar as deformações, eliminando a interferência dos movimentos de corpo rígido que estariam representados integralmente na configuração de referência. Para que se consiga a determinação precisa da posição do elemento de referência, assim como as deformações, torna-se necessário o emprego de não mais um sistema de referência móvel para cada elemento, mas de um conjunto de sistemas de referência que se deslocam no espaço.

Para tanto são empregados um sistema de referência para cada nó da estrutura, independentemente dos elementos, e nestes, além de um sistema de referência para cada nó, há o sistema de referência do elemento de referência indeformado. Esses sistemas estão representados na Fig. 3.7.

Mourelle (1993) afirma que de acordo com este conjunto de sistemas de referência, deixa de existir um único sistema móvel do elemento, e passa-se a fazer uma descrição mais rigorosa das rotações nodais através de um sistema de referência para cada nó do elemento. Todos os sistemas de referência apresentados são atualizados de acordo com os deslocamentos incrementais, exceto o sistema global em relação ao qual todos os demais sistemas são referidos.

3.8 Cálculo das deformações

As deformações rotacionais são dadas pelas diferenças entre os sistemas nodais I e 2 (Fig. 3.7) e o sistema de referência do elemento $\tilde{i}$ para os nós I e 2 , respectivamente.

Substituindo-se a eq. (3.28) nas relações da eq. (3.24), tem-se:

$$\hat{T}_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta\theta_z & -\Delta\theta_y \\ -\Delta\theta_z & 1 & \Delta\theta_x \\ \Delta\theta_y & -\Delta\theta_x & 1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

A partir da eq. (3.29) e da eq. (3.27), tem-se as expressões finais para as deformações rotacionais:

$$\begin{aligned} \Delta\theta_x^1 &= \bar{T}_{21}^1 T_{31} + \bar{T}_{22}^1 T_{32} + \bar{T}_{23}^1 T_{33} \\ \Delta\theta_y^1 &= \bar{T}_{31}^1 T_{11} + \bar{T}_{32}^1 T_{12} + \bar{T}_{33}^1 T_{13} \\ \Delta\theta_z^1 &= \bar{T}_{11}^1 T_{21} + \bar{T}_{12}^1 T_{22} + \bar{T}_{13}^1 T_{23} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Segue que para o nó 2, aplica-se o mesmo procedimento.

Para o cálculo das forças internas, além das deformações rotacionais calculadas em cada nó do elemento de acordo com a eq. (3.30), é necessário calcular a variação do comprimento do elemento Δx^2 , através de suas coordenadas atualizadas. Dessa forma, as forças internas correspondentes no elemento são calculadas multiplicando-se a matriz de rigidez linear pelo seguinte vetor de deslocamentos:

$$\tilde{u}^k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta\theta_x^1 \\ \Delta\theta_y^1 \\ \Delta\theta_z^1 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta\theta_x^2 \\ \Delta\theta_y^2 \\ \Delta\theta_z^2 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Como observado por Mourelle (1993), a cada incremento ou a cada iteração do processo de solução das equações de equilíbrio as forças internas nos elementos são calculadas a partir da deformação total. Portanto, a força calculada é a força total atuando no elemento. Pelo fato de se estar “filtrando” devidamente os movimentos de corpo rígido, a aplicação do tensor de tensão de Cauchy, adotada na formulação do elemento, se faz de forma consistente e independente do tamanho dos incrementos, observadas as limitações quanto aos ângulos incrementais

que devem ser pequenos.

3.9 Análise dinâmica não-linear

Segundo Mourelle (1993), a possibilidade de uma estrutura responder dinamicamente a um dado carregamento periódico depende de suas características intrínsecas, traduzidas por seus modos e períodos naturais de vibração. Um sistema estrutural apresenta resposta dinâmica significativa quando o carregamento tem um período ou componente harmônico próximo de um de seus períodos naturais e uma distribuição espacial não ortogonal ao modo natural correspondente.

Devido ao comportamento não-linear dos *risers* os modos e períodos naturais se alteram dependendo de como a estrutura responde ao carregamento, e por isso a condição de ressonância pode não ocorrer.

O cálculo das cargas induzidas pelo fluido para cilindros esbeltos como descrito por Mourelle (1993) e aplicado no ANFLEX baseia-se na fórmula de Morison⁶(eq. (3.32)), que pode ser aplicada com quatro termos: um de inércia que é função linear da aceleração da estrutura; um de massa adicionada que é proporcional à aceleração do fluido; e dois de arraste que são funções do quadrado da velocidade relativa fluido-estrutura nas direções normal e tangencial.

$$F = C_D \cdot \frac{1}{2} D \cdot \frac{\rho_w}{g} \cdot |v_f - v_e| (v_f - v_e) + C_M \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \cdot \frac{\rho_w}{g} \cdot a_f - C_A \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \cdot \frac{\rho_w}{g} \cdot a_e \quad (3.32)$$

Onde (Mourelle e Gonzalez (2004)):

- F - força por unidade de comprimento num ponto do membro estrutural
- C_D - força de arrasto
- ρ_w - peso específico da água
- g - constante gravitacional
- D - diâmetro hidrodinâmico
- v_f - vetor de velocidade do fluido na direção normal ao membro estrutural

⁶é uma equação semi-empírica para a força longitudinal exercida em um corpo em movimento ondulatório sobre fluidos. Foi introduzida por Morison, O'Brien, Johnson e Schaaf em um paper de 1950 (Morison et al. (1950))

- v_e - vetor de velocidades da estrutura na direção normal ao membro estrutural
- C_M - coeficiente de inércia
- a_f - vetor de acelerações do fluido na direção normal ao membro estrutural
- C_A - coeficiente de massa adicionada
- a_e - vetor de acelerações da estrutural na direção normal ao membro estrutural

No presente trabalho será utilizado o chamado ANFLEX-CFD que é um código computacional que utiliza o modelo estrutural do ANFLEX, mas em vez de utilizar a equação de Morison para estimar as forças aplicadas na estrutura devido ao fluido, utiliza o DVM que será descrito no capítulo seguinte. Nesta formulação, já que não é necessária a utilização da equação de Morison, nenhuma hipótese *ad-hoc* referente a valores de massa adicional e coeficientes de arrasto se faz necessária. Em cada instante de tempo a força hidrodinâmica total é avaliada e nela estão incluídas todas as componentes, sejam elas em fase com aceleração e/ou em fase com a velocidade do fluido e corpo.

3.9.1 Equação do equilíbrio dinâmico

O princípio dos trabalhos virtuais está relacionado ao problema estático e não pode ser empregado na formulação de problemas dinâmicos (Mourelle (1993)). No entanto é possível estender o princípio para dinâmica através do princípio de D'Alembert; com isto, tem-se:

$$\int \tilde{S} \delta \tilde{E}_0 dV_0 = \int \tilde{t}_0 \delta \tilde{u} dA_0 + \int (\tilde{f}_0 - \rho_c \cdot \ddot{u}) \delta \tilde{u} dV_0 \quad (3.33)$$

Tomando-se a equação do equilíbrio em sua forma incremental e acrescentando-se o termo correspondente ao amortecimento, tem-se a equação incremental do equilíbrio dinâmico, baseada na conjugação do princípio dos trabalhos virtuais e no princípio de D'Alembert:

$$\begin{aligned} \int (\tilde{S} \cdot \delta \Delta \tilde{E} + \Delta \tilde{S}) dV_0 + \int \rho_0 \Delta \tilde{u} \delta \tilde{u} dV_0 + \int c \cdot \Delta \tilde{u} \delta \tilde{u} dV_0 \\ = \int \Delta \tilde{t}_0 \cdot \delta \tilde{u} dA_0 + \int \Delta \tilde{f}_0 \delta \tilde{u} dV_0 \end{aligned} \quad (3.34)$$

Após a discretização do contínuo em elementos finitos, a equação do equilíbrio pode ser representada de acordo com os vetores que compõem o equilíbrio dinâmico para um tempo t qualquer:

$$\tilde{F}_{INT}(t) + \tilde{F}_I(t) + \tilde{F}_D(t) = \tilde{F}_{EXT}(t) \quad (3.35)$$

onde os vetores de forças nodais são: F_{INT} é o vetor de forças internas, F_I é o vetor de forças de inércia, F_D é o vetor de forças de amortecimento viscoso e F_{EXT} é o vetor de forças externas.

A eq. (3.35) semi-discreta, em termos das incógnitas nodais que são os deslocamentos, velocidades e acelerações, pode ser expressa:

$$\tilde{M}\ddot{\tilde{u}}(t) + \tilde{C}\dot{\tilde{u}}(t) + \tilde{K}\tilde{u}(t) = \tilde{F}(t) \quad (3.36)$$

onde $\tilde{M}$ é a matriz de massa, $\tilde{C}$ é a matriz do amortecimento, $\tilde{K}$ é a matriz de rigidez, $\tilde{F}$ é o vetor de forças externas, $\ddot{\tilde{u}}$, $\dot{\tilde{u}}$ e $\tilde{u}$ são os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos nodais.

A eq. (3.36) é um sistema de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem. O problema de valor inicial consiste em calcular a função $\tilde{u}(t)$ que satisfaz a eq. (3.36) em todos os tempos t , sendo $0 \leq t \leq t_{max}$ e as condições iniciais:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(0) &= \tilde{u}_0 \\ \dot{\tilde{u}}(0) &= \dot{\tilde{u}}_0 \end{aligned} \quad (3.37)$$

onde os vetores $\tilde{u}_0$ e $\dot{\tilde{u}}_0$ são conhecidos.

A solução do problema não-linear passa por uma abordagem incremental, ficando a equação do equilíbrio escrita em função dos incrementos de deslocamentos, velocidade e acelerações, entre os tempos t e $t + \Delta t$, de acordo com eq. (3.36):

$$\tilde{M}\Delta\ddot{\tilde{u}}^{t+\Delta t} + \tilde{C}\Delta\dot{\tilde{u}}^{t+\Delta t} + \tilde{K}\Delta\tilde{u}^{t+\Delta t} = F_{EXT}^{t+\Delta t} - (F_{INT}^t + F_I^t + F_D^t) \quad (3.38)$$

A eq. (3.36) foi chamada de semi-discreta, uma vez que o meio contínuo já havia sido discretizado através do FEM. Dessa forma, as integrais ao longo do domínio foram substituídas por incógnitas nodais e suas matrizes associadas. A equação do movimento estará completamente discretizada no momento em que se proceder à discretização no tempo. A eq. (3.38), ao referenciar grandezas envolvidas em dois valores específicos de tempo, já se refere ao sistema discretizado também no tempo.

3.9.2 Operadores de integração

A resposta linear ou não-linear para o problema de valor inicial dado por eq. (3.36) e eq. (3.37) é obtida por um operador de integração no tempo que no caso do ANFLEX é fornecido pelo algoritmo HHT (Hilber, Hughes e Taylor) (Hilber (1976), Hilber e Hughes (1978), Hilber, Hughes e Taylor (1977)).

Segundo Mourelle (1993), o algoritmo HHT se baseia em uma modificação na equação de equilíbrio dinâmico (eq. (3.38)), em que se considera uma média ponderada das forças estáticas relativas ao início e ao final do intervalo de tempo. Assim, a equação do equilíbrio fica (Santos, Lima e Meneghini (2009)):

$$\tilde{M}\Delta\tilde{\ddot{u}}^{t+\Delta t} + \tilde{C}\Delta\tilde{\dot{u}}^{t+\Delta t} + \tilde{K}\Delta\tilde{u}^{t+\Delta t} = \tilde{R}^{t+\Delta t} - \tilde{F}^t \quad (3.39)$$

onde $\tilde{R}^{t+\Delta t}$ é o vetor de cargas externas aplicadas (que no caso do ANFLEX-CFD é fornecido pelo cálculo hidrodinâmico do DVM) e $\tilde{F}^t$ é o vetor de forças elásticas resistentes no tempo t .

Os operadores de integração são dados por (Santos, Lima e Meneghini (2009)):

$$\dot{u}^{t+\Delta t} = \dot{u}^t + [(1 - \gamma) \ddot{u}^t + \gamma \ddot{u}^{t+\Delta t}] \Delta t \quad (3.40)$$

$$\tilde{u}^{t+\Delta t} = \tilde{u}^t + \dot{u}^t \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{u}^t + \beta \ddot{u}^{t+\Delta t} \right] \Delta t^2 \quad (3.41)$$

onde $\beta = \frac{1}{4}(1 - \alpha)^2$, $\gamma = \frac{1}{2} - \alpha$ e α é geralmente igual a $-0,1$.

Com isso, a forma final da equação discreta em sua forma incremental é dada pela eq. (3.42), onde $\hat{K}$ é a matriz de rigidez efetiva e $\hat{R}$ é vetor de carregamentos efetivo.

$$\hat{K}\Delta\tilde{u} = \hat{R}^{t+\Delta t} \quad (3.42)$$

onde

$$\hat{K} = a_0\tilde{M} + a_1\tilde{C} + (1 + \alpha)\tilde{K} \quad (3.43)$$

e

$$\begin{aligned} \hat{R}^{t+\Delta t} = & \left(\tilde{R}^{t+\Delta t} - \tilde{F}^{t+\Delta t} \right) (1 + \alpha) + \tilde{M} [-a_0\Delta\tilde{u}^{t+\Delta t} + a_2\dot{u}^t + a_3\ddot{u}^t] \\ & + \tilde{C} [-a_1\Delta\tilde{u}^{t+\Delta t} + a_4\dot{u}^t + a_5\ddot{u}^t] - \left(\tilde{R}^t - \tilde{F}^t \right) \alpha \end{aligned} \quad (3.44)$$

onde α é a constante dissipativa do algoritmo HHT. Quando α é igual a 0 , obtém-se o algoritmo de Newmark.

Resolvendo o sistema linear, pode-se calcular $\tilde{u}^{t+\Delta t}$, considerando $\Delta\tilde{u} = \tilde{u}^{t+\Delta t} - \tilde{u}^t$. Dessa forma, os vetores de aceleração e velocidade podem ser calculados por:

$$\ddot{u}^{t+\Delta t} = a_0\Delta\tilde{u} - a_2\dot{u}^t - a_3\ddot{u}^t \quad (3.45)$$

e

$$\dot{u}^{t+\Delta t} = \dot{u}^t + a_6\ddot{u}^t + a_7\ddot{u}^{t+\Delta t} \quad (3.46)$$

onde $a_0 = \frac{1}{\beta\Delta t^2}$, $a_1 = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}$, $a_2 = \frac{1}{\beta\Delta t}$, $a_3 = \frac{1}{2\beta} - 1$, $a_4 = \frac{\gamma}{\beta} - 1$, $a_5 = \left(\frac{\gamma}{2\beta} \right) \Delta t$,

$$a_6 = (1 - \gamma) \Delta t \text{ e } a_7 = \gamma \Delta t.$$

3.9.3 Consideração do amortecimento

A importância da consideração do amortecimento estrutural apesar de ser numericamente pequeno quando comparado ao hidrodinâmico consiste no fato de que ele muda a frequência natural da estrutura e com isso pode fazer com que não haja o *lock-in* e consequentemente não ocorra uma amplificação dos deslocamentos.

O amortecimento está relacionado à dissipação de energia do sistema durante a vibração, e a força associada a ele é usualmente admitida como proporcional à magnitude da velocidade, sendo então chamado de viscoso ou estrutural.

Segundo Mourelle (1993), em estruturas *offshore* que apresentam grandes deslocamentos, como os *risers*, o amortecimento devido ao fluido torna-se de grande importância. No modelo utilizado no ANFLEX para consideração de cargas hidrodinâmicas, este efeito aparece no cálculo da força de arrasto, que é proporcional ao quadrado da velocidade relativa fluido-estrutura. Esse tipo de amortecimento provoca um efeito tão pronunciado que é comum desprezar-se o efeito do amortecimento interno da estrutura nesse tipo de análise.

Na formulação do FEM pode-se formar uma matriz de amortecimento global a partir das matrizes relativas ao elemento de forma semelhante ao que é feito para a matriz de rigidez. O problema é que o amortecimento estrutural em cada elemento, em geral, não é conhecido, pois o amortecimento da estrutura como um todo é função de uma série de mecanismos que resultam na perda de energia.

Uma forma de determinar o amortecimento é por meio de ensaios ou dados de estruturas semelhantes, onde são especificados percentuais de amortecimento crítico⁷ (Fig. 3.8) para alguns modos de vibração da estrutura.

Em geral, as estruturas são governadas por amortecimentos sub-críticos (menores que o crítico), como pode ser visto na Fig. 3.9. Os valores adotados para amortecimento estrutural, relativos a modos de vibração que efetivamente contribuem para a resposta dinâmica, chegam a 5% do crítico para dutos flexíveis e 0,3% para dutos rígidos.

A forma usual de consideração do amortecimento estrutural é através do modelo de Rayleigh. A matriz $\tilde{C}$ é montada como uma combinação linear das matrizes de massa $\tilde{M}$ e de

⁷ Amortecimento crítico é o menor valor para o qual o sistema deixa de oscilar quando recebe uma perturbação inicial (Mourelle (1993)).

Figura 3.8: Amortecimento crítico ($\zeta = 1$)

Figura 3.9: Amortecimento sub-crítico ($\zeta < 1$)

rigidez $\tilde{K}$ (Santos, Lima e Meneghini (2009)).

$$\tilde{C} = \gamma_d \cdot \tilde{M} + \theta \cdot \tilde{K} \quad (3.47)$$

onde os coeficientes γ_d e θ são dados por:

$$\gamma_d = \frac{2(\zeta_1\omega_2 - \zeta_2\omega_1)}{\frac{\omega_2}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega_2}} \quad (3.48)$$

e

$$\theta = \frac{2\left(\frac{\zeta_1}{\omega_2} - \frac{\zeta_2}{\omega_1}\right)}{\frac{\omega_2}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega_2}} \quad (3.49)$$

Mourelle (1993) destaca que esse modelo tem a limitação de representar percentuais

de amortecimento crítico relativos a apenas dois modos de vibração da estrutura. Desta forma, assumem-se taxas de amortecimento crítico ζ_1 e ζ_2 , relativas a duas frequências naturais ω_1 e ω_2 da estrutura.

Para o cálculo das constantes γ_d e θ , capazes de representar os valores de amortecimento relativos a dois modos de vibração da estrutura representada, é necessário realizar uma transformação de coordenadas na matriz de amortecimento $\tilde{C}$, passando-se de coordenadas cartesianas para coordenadas modais.

Esta transformação de coordenadas é realizada usando-se as soluções da equação de vibrações livres:

$$\tilde{M} \cdot \ddot{\tilde{u}} + \tilde{K} \cdot \tilde{u} = \tilde{0} \quad (3.50)$$

A solução da eq. (3.50) pode ser colocada em termos de:

$$\tilde{u} = \tilde{\phi} \sin(\omega \cdot t - t_0) \quad (3.51)$$

onde $\tilde{\phi}$ é um vetor de ordem n e ω uma constante que representa a frequência natural de vibração do vetor $\tilde{\phi}$.

Substituindo-se a eq. (3.51) na eq. (3.50), tem-se o problema de autovalor a partir do qual $\tilde{\phi}$ e ω poderão ser calculados:

$$\tilde{K} \cdot \tilde{\phi} = \omega^2 \tilde{M} \cdot \tilde{\phi} \quad (3.52)$$

Com as frequências naturais ω determinadas para os dois primeiros modos (ω_1 e ω_2) chega-se às eq. (3.48) para γ_d e eq. (3.49) para θ e consequentemente montar a matriz de amortecimento.

Em análise de *risers*, o amortecimento estrutural é geralmente desconhecido. O amortecimento do fluido é bastante significativo, podendo ser da ordem de 10% do amortecimento crítico. O amortecimento estrutural pode ser empregado como uma forma de limitar ou até eliminar a resposta dinâmica para frequências muito altas ou muito baixas, que não sejam importantes para a resposta global do sistema e que prejudicam o bom condicionamento do algoritmo de integração das equações dinâmicas (Mourelle (1993)).

3.10 Análise de vibrações livres

A análise de vibrações livres consiste na solução do problema de autovalor generalizado:

$$\tilde{K} \cdot \tilde{\phi} = \omega^2 \tilde{M} \cdot \tilde{\phi} \quad (3.53)$$

Como destacado por Mourelle (1993), este tipo de análise é um importante instrumento para conhecer as características dinâmicas do sistema estrutural a ser analisado. Em análises não-lineares, as características da linha variam ao longo da análise, mas a estimativa dos modos ao final da parte estática da análise traz informações que muitas vezes são importantes para interpretação dos resultados obtidos.

É nesse sentido que no presente trabalho serão observados os modos naturais da estrutura resultante da análise de vibrações livres, de modo a permitir uma análise criteriosa dos resultados obtidos pela rotina do DVM e suas consequências no comportamento da estrutura, verificando a coerência dos resultados.

O módulo de vibrações livres do código computacional ANFLEX se baseia no algoritmo de Lanczos⁸ (Mourelle (1993); Marques (1986); Lanczos (1950)), que se mostra bastante eficiente na solução iterativa de problemas de autovalor.

⁸Cornelius Lanczos (★ Székesfehérvár, 2 de fevereiro de 1893 † Budapeste, 25 de junho de 1974), foi um matemático e físico húngaro

4 MODELO HIDRODINÂMICO

Neste capítulo será apresentado o Método dos Vórtices Discretos por meio do seu desenvolvimento teórico e matemático. O objetivo é mostrar como o modelo obtém as forças hidrodinâmicas causadas pela geração e desprendimento de vórtices. Essas forças serão necessárias ao acoplamento, como será visto no capítulo seguinte, dos modelos estrutural, visto no capítulo anterior, e hidrodinâmico, que será abordado neste capítulo.

4.1 O Método dos Vórtices Discretos

Historicamente, segundo Lewis (1991), as primeiras modelagens de vórtices discretos são atribuídas a Rosenhead (1931), que estudou a instabilidade de Kelvin-Helmholtz¹ (Fig. 4.1(a) e Fig. 4.1(b)) na camada cisalhante. Para tal, como comentado por Fregonesi (2002), ele integrou ao longo do tempo um conjunto de vórtices discretos localizados numa superfície descontínua entre duas regiões de fluido, com escoamentos em sentidos opostos.

Lewis (1991) destaca ainda os trabalhos de Birkhoff e Fisher (1959) e Hama e Burke (1960) que, baseados nos resultados de Rosenhead (1931), concluíram que o crescimento progressivo de uma perturbação inicial, periódica ao longo da esteira de vórtices, tende a uma concentração de vorticidade em uma série de núcleos ou nuvens de vórtices.

Abernathy e Kronauer (1962) ampliaram o modelo de vórtices discretos de Rosenhead (1931) para o problema da esteira de vórtices atrás de corpos rombudos considerando a estabilidade de um par paralelo e infinito de esteiras de vórtices de intensidades iguais e de sinais opostos submetidas a perturbações senoidais ao longo do seu comprimento. A Fig. 4.2 apresenta uma das soluções obtidas; pode-se identificar claramente a esteira de von Kármán. Nesse trabalho eles concluíram que a parte da perturbação inicial, o movimento é auto-induzido pelo processo convectivo da interação dos vórtices discretos. Além disso, perceberam que o corpo

¹em homenagem a Lorde Kelvin, matemático, físico e engenheiro irlandês * 26 de junho de 1824 † 17 de dezembro de 1907 e Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz, físico alemão * 31 de agosto de 1821 † 8 de setembro de 1894

(a) Exemplo de Instabilidade de Kelvin-Helmholtz (“ondas” no céu sobre o monte Duval em *New South Wales* Austrália - foto: user WP GRAHAMUK - outubro 2010)

(b) A Noite Estrelada – Vincent van Gogh, 1889 (coincidência?)

Figura 4.1: Instabilidades de Kelvin-Helmholtz

tem papel fundamental na geração das duas camadas cisalhantes que alimentam com vorticidade a esteira.

Helmholtz (1868) mostrou que os escoamentos com regiões de concentração de vorticidade elevada podem ser modelados, no plano do escoamento, através de vórtices discretos com apropriadas circulações, isto é, linhas de vórtices.

Clements (1973) utilizou o DVM para a resolução de problemas bidimensionais envolvendo escoamentos ao redor de corpos rombudos com emissão de vórtices. A convecção é feita através de um esquema puramente Lagrangiano.

Sarpkaya (1975) utilizou uma técnica de imagens (*mapping-image*) para simular o escoamento em torno de uma placa inclinada com diferentes ângulos de ataque. Ele usou a

Figura 4.2: Solução de Abernathy e Kronauer (1962) (Lewis (1991))

transformação de Joukowski² para transformar a seção da placa em um círculo e a condição de Kutta³ para satisfazer o ponto de separação do escoamento.

Spalart e Leonard (1981) desenvolveram um algoritmo no qual em cada passo de tempo os vórtices eram criados e convectados. A circulação era calculada impondo-se a condição de velocidade normal nula na parede do corpo e a convecção dos vórtices era realizada pela lei de Biot-Savart⁴.

Meneghini (1993) modificou e utilizou o modelo desenvolvido por Spalart e Leonard (1981) para a simulação de escoamentos viscosos em torno de cilindros com oscilações transversais forçadas. O algoritmo era baseado na formulação função de Corrente-Vorticidade.

Segundo Silva (2005) o DVM constitui um caso particular do Método de Partículas (Cottet e Koumoutsakos (2000)), o qual se caracteriza por ser um método numérico que emprega uma abordagem Lagrangeana, isto é, que acompanha o movimento de cada partícula

²Em homenagem ao cientista russo Nikolai Yegorovich Zhukovsky (* 17 de janeiro de 1847 † 17 de março de 1921). É um mapeamento historicamente utilizado no entendimento de princípios de aerodinâmica. É definido por $Z = \xi + \frac{1}{\xi}$, onde $Z = x + iy$ é um número complexo.

³Essa condição é nomeada em homenagem a Martin Wilhelm Kutta, matemático alemão (* 3 de novembro de 1867 † 25 de dezembro 1944), e diz que um corpo com um canto vivo que está se movendo em um fluido irá criar sobre si mesmo uma circulação de intensidade suficiente para manter o ponto de estagnação no ponto de separação.

⁴Homenagem aos franceses Jean-Baptiste Biot (* 21 de abril 1774 † 3 de fevereiro de 1862), físico, astrônomo e matemático e Félix Savart (* 30 de junho de 1791 † 16 de março de 1841)

individualmente, diferindo desta forma dos métodos puramente Eulerianos, como FDM, FEM ou FVM, onde a referência é um volume ou elemento de controle.

O DVM há muito vem sendo utilizado como ferramenta para o estudo de escoamentos incompressíveis, bidimensionais, transitórios e onde existem regiões com alta vorticidade e o efeito viscoso não é tão significativo quando comparado com o efeito convectivo no escoamento. Nestes escoamentos torna-se interessante trabalhar com a vorticidade em vez da velocidade, o que proporciona ganhos computacionais significativos.

4.2 Desenvolvimento do DVM

O escoamento em torno de corpos rombudos (como cilindros) é um fenômeno cuja simulação utilizando o DVM é bastante adequada e, devido ao enfoque Lagrangeano que não requer a discretização do domínio fluido, possibilita ainda a implementação de vários corpos com geometrias arbitrárias. Flatschart (2007) destaca ainda que o DVM, diferentemente dos métodos baseados em malhas, não possui problemas como difusão numérica, maior complexidade dos algoritmos, elevado custo computacional e dificuldades em se obter uma boa resolução das estruturas vorticais de pequena escala.

O método aqui descrito consiste na divisão do corpo em painéis que fornecem uma representação poligonal da superfície. Associado a cada painel existe um vórtice com um núcleo de tamanho e intensidade finitos a serem determinados, a uma certa distância da parede do corpo. As intensidades dos vórtices simulam uma distribuição de vorticidade na superfície do corpo. Condições de contorno são impostas para garantir fluxo de massa nulo e a condição de aderência em cada painel.

A cada passo de tempo os vórtices, depois de criados, são convectados pelo escoamento livre e pelas velocidades induzidas pelos demais vórtices, calculadas pela Lei de Biot-Savart. Os efeitos viscosos, inicialmente desprezados pelo fato de o DVM considerar um escoamento potencial, são considerados por meio de um modelo de difusão em que a velocidade induzida perde intensidade ao longo da simulação.

Como em cada intervalo de tempo novos vórtices são adicionados aos já existentes no escoamento, o número de vórtices cresce rapidamente tornando o cálculo da velocidade induzida pela Lei de Bio-Savart computacionalmente custosa. A fim de evitar esse problema, recorre-se à amalgamação dos vórtices que consiste em transformar pares de vórtices, seguindo determinados critérios que serão vistos mais adiante, em um único vórtice cujas propriedades são ponderadas a partir dos vórtices originais.

Figura 4.3: Lei de Biot-Savart

Para se chegar às equações que descrevem o DVM parte-se das equações de Navier-Stokes admitindo um fluido viscoso e isotrópico, que na sua forma usual é função dos gradientes da velocidade, $\vec{u}$, e da pressão, p . Para tal, partindo da equação da continuidade (ou conservação de massa), tem-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (4.1)$$

que para um escoamento incompressível, densidade (ρ) constante, a eq. (4.1) fica

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (4.2)$$

e das equações de conservação de quantidade de movimento,

$$\underbrace{\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}}_A + \underbrace{(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}}_B = - \underbrace{\frac{\nabla p}{\rho}}_C + \underbrace{\nu \nabla^2 \vec{u}}_D \quad (4.3)$$

onde no lado esquerdo da equação, o primeiro termo (A) diz respeito à variação temporal da velocidade (aceleração local) e o segundo (B) é a aceleração convectiva. No lado direito, por sua vez, o primeiro termo (C) é resultante do campo de pressões e o último termo (D) é o efeito de dissipação da quantidade de movimento devido à viscosidade.

Como no escoamento em questão a vorticidade tem um papel preponderante, ao invés da formulação convencional, função de $\vec{u}$ e p , esta grandeza será utilizada como variável primária do escoamento. Além disso, um método numérico mais eficiente pode ser obtido quando a vorticidade é tratada diretamente no problema de geração e desprendimento de vórtices.

A vorticidade é definida como a medida do rotacional da velocidade e é matematica-

mente representada através da expressão

$$\omega = (\nabla \wedge \hat{u}) \cdot \hat{k} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.4)$$

no espaço bidimensional, onde ω é uma grandeza escalar.

Tirando o rotacional da equação de conservação de quantidade de movimento (eq. (4.3)) para um escoamento bidimensional, o termo da pressão desaparece⁵ e a equação resultante é a equação de transporte de vorticidade,

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \omega = \nu \nabla^2 \omega \quad (4.5)$$

A eq. (4.5) descreve a maneira como a vorticidade é convectada pelo campo de velocidade e sua difusão devido à viscosidade. Observa-se que, em duas dimensões, o termo correspondente ao estiramento do filamento de vórtices (*vortex stretching*) que está relacionado à tridimensionalidade do problema não existe.

Considerando o escoamento potencial, por definição o vetor velocidade é o gradiente da velocidade potencial, $\vec{u} = \nabla \phi$, então as componentes u e v da velocidade podem ser escritas como:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{e} \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (4.6)$$

Através da definição da função linha de corrente e da definição do potencial de velocidades chegamos a

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \quad \text{ou} \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (4.7)$$

As eq. (4.7) representam as condições de Cauchy-Reimann⁶ e indicam que as linhas potenciais, ϕ , constantes são ortogonais às linhas de corrente, ψ , constantes. Em um escoamento viscoso, isso implica velocidade tangencial nula na superfície (sem escorregamento).

A função linha de corrente é obtida através das expressões

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial x} &= -v \\ \frac{\partial \psi}{\partial y} &= u \end{aligned} \quad (4.8)$$

⁵O rotacional do gradiente é sempre nulo.

⁶São necessárias e suficientes para que uma função diferenciável seja holomorfa (possui mapeamento conforme) em um conjunto aberto. No caso de uma função complexa é condição necessária e suficiente para que seja diferenciável. O nome foi dado em homenagem a Augustin-Louis Cauchy e a Georg Friedrich Bernhard Riemann, matemático alemão (★ 17 de setembro de 1826 † 20 de julho de 1866)

Com a eq. (4.8), podemos escrever a eq. (4.4) em termos da função linha de corrente:

$$\nabla^2 \psi = -\omega \quad (4.9)$$

com as seguintes condições de contorno

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = U_\infty \quad \text{ao longe} \quad (4.10a)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 \quad \text{no contorno} \quad (4.10b)$$

Como a equação de *Poisson* (eq. (4.9)) é linear, a função linha de corrente pode ser escrita para cada vórtice discreto como

$$\nabla^2 \psi_i = -\omega_i \quad (4.11)$$

Assim, a função linha de corrente para um ponto no escoamento é a soma da contribuição das funções linha de corrente, de cada vórtice existente no fluido, mais a corrente livre, que pode ser escrita por:

$$\psi = U_\infty \cdot y \quad (4.12)$$

Para entender a relação entre a função linha de corrente e a vorticidade, é preciso descrever como a vorticidade carregada pelos vórtices discretos influencia o escoamento e, para isso, define-se a circulação

$$\Gamma = \int_C \vec{V} \cdot d\vec{l} \quad (4.13)$$

e pelo Teorema de Stokes⁷, é possível relacionar a circulação com a vorticidade

$$\Gamma = \int_C \vec{V} \cdot d\vec{l} = \int \omega \cdot n dA \quad (4.14)$$

Integrando a eq. (4.13) obtém-se a velocidade induzida por um vórtice de intensidade Γ em um ponto situado a uma distância r :

$$\begin{aligned} \Gamma &= \oint_C \vec{V} \cdot d\vec{l} = U_\theta \cdot 2\pi r \\ U_\theta &= \frac{\Gamma}{2\pi r} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Observando-se a eq. (4.15), proveniente da Lei de Biot-Savart, nota-se que a veloci-

⁷o teorema diz que o fluxo rotacional de campo vetorial $\vec{F}$ através de uma superfície Σ é igual a integral de linha da componente tangencial de $\vec{F}$ aplicada no limite de Σ (Munem e Foulis (1987))

dade induzida no centro do vórtice ($r = 0$) é infinita, gerando uma singularidade na formulação da velocidade induzida, que não tem sentido físico algum para um fluido real. Para evitar esse problema que provocaria uma velocidade induzida muito grande quando um vórtice estivesse bem próximo de outro, Spalart, Leonard e Baganoff (1983) propuseram que o vórtice não é pontual e possui um núcleo com uma dimensão finita σ . Desta forma, no centro do vórtice a velocidade é nula e cresce até o valor dado pela eq. (4.15). Nesse caso a velocidade é calculada da seguinte forma:

$$U_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{r}{r^2 + \sigma^2} \quad (4.16)$$

Segundo Fregonesi (2002) o uso da Lei de Biot-Savart requer que a cada intervalo de tempo que cada vórtice interaja com todos os outros vórtices existentes no escoamento, tornando o cálculo bastante custoso do ponto de vista computacional. Essa seria uma das desvantagens do DVM. Por outro lado, como os vórtices são tratados como partículas que são convectadas pelo campo do escoamento, o DVM possui uma baixa difusão numérica.

4.3 Tratamento dos termos viscosos

Park e Higuchi (1989) e Meneghini (1993), utilizaram o núcleo σ para modelar a difusão, de forma a simular um escoamento viscoso. Para tal, o núcleo aumenta de tamanho a cada intervalo de tempo, o que induz a uma velocidade menor nos vórtices ao seu redor ao longo do tempo.

Inicialmente proposto por Leonard (1980) e utilizado por Park e Higuchi (1989), o chamado Método do Núcleo Crescente ou *core-spreading method*, leva em conta a difusão permitindo que o núcleo σ da eq. (4.16) do vórtice discreto cresça a uma razão diretamente proporcional à viscosidade cinemática.

Meneghini (1993) e Park e Higuchi (1989) mostraram a técnica do núcleo crescente como sendo mais atraente por seu baixo custo computacional e por produzir bons resultados em escoamento com altos números de Reynolds quando comparada à técnica do *Random Walk* proposta por Chorin (1973).

Nagano, Naito e Takata (1982) propôs uma técnica de crescimento do núcleo do vórtice, na qual o raio do vórtice não era mantido constante como proposto por Spalart, Leonard e Baganoff (1983) e sim, crescia com o tempo.

A técnica proposta por Nagano, Naito e Takata (1982) foi utilizada por Park e Higuchi (1989), sendo o tamanho inicial do núcleo do vórtice o mesmo recomendado por Spalart, Leonard e Baganoff (1983).

No caso de simulações de escoamento em torno de cilindros com número de Reynolds em torno de $10^4 \leq Re \leq 10^5$, como é o caso desta tese, a técnica do núcleo de vórtice crescente apresenta bons resultados como descrito em Meneghini (1993) e Higuchi e Park (1989). Nessa faixa de número de Reynolds, os efeitos da viscosidade não são tão acentuados quanto a baixos números de Reynolds, em torno de $Re = 200$, e os efeitos da camada limite turbulenta ainda não existem.

A modelagem da difusão da vorticidade pode ser demonstrada considerando-se um vórtice pontual com circulação Γ no centro e ignorando-se o termo convectivo na equação de transporte de vorticidade (eq. (4.5)). Com isso temos:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nu \nabla^2 \omega \quad (4.17)$$

com a seguinte condição inicial

$$\omega(r, 0) = \begin{cases} 0 & \text{para } r > 0 \\ \Gamma & \text{para } r = 0 \end{cases}$$

e uma solução para a vorticidade, ω , do tipo

$$\omega(r, t) = \frac{\Gamma}{2\pi\nu t} g(\eta),$$

onde η é uma variável definida como:

$$\eta = \frac{r}{\sqrt{\nu t}}$$

Substituindo-se ω na eq. (4.17) obtém-se a uma equação diferencial do tipo

$$g'' + \left(\frac{1}{\eta} + \frac{\eta}{2} \right) g' + g = 0$$

o que fornece uma solução na forma

$$\omega(r, t) = C \frac{\Gamma}{2\pi\nu t} \exp \frac{-r^2}{4\nu t}$$

Para achar o valor da constante C , substitui-se ω na equação que dá a circulação em função da vorticidade (eq. (4.14)), chegando a

$$\Gamma = \int_0^\infty \omega(r, t) 2\pi r dr$$

juntamente com a condição inicial, obtém-se $C = 1/2$ e com isto a solução fica

$$\omega(r, t) = \frac{\Gamma}{4\pi\nu t} \exp \frac{-r^2}{4\nu t}$$

usando-se a definição de vorticidade,

$$\omega = (\nabla \times U) \cdot k = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_\theta)$$

a velocidade é obtida como

$$U_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(\frac{-r^2}{4\nu t}\right) \right] \quad (4.18)$$

Essa é a velocidade induzida por um vórtice discreto com circulação Γ em um fluido viscoso e é idêntica à eq. (4.15) a menos do segundo termo que é devido à difusão. Com ela é possível calcular a velocidade ao invés da eq. (4.15), no entanto, a eq. (4.18) requer muito mais tempo computacional devido à presença da função exponencial.

Como proposto por Park e Higuchi (1989), a velocidade induzida será calculada pela eq. (4.16) com o núcleo crescente para modelar a difusão da vorticidade. Para isto, o núcleo σ da eq. (4.16) é substituído por um novo a cada intervalo de tempo. Partindo-se da eq. (4.18) e do fato de que a velocidade induzida alcança o valor máximo quando o $r = \sigma$, chega-se à taxa com que o núcleo cresce

$$\Delta\sigma = 2,224\sqrt{\nu\Delta t} \quad (4.19)$$

A eq. (4.19) mostra que o núcleo do vórtice cresce proporcionalmente à raiz quadrada do produto entre a viscosidade cinemática do fluido e a “idade do vórtice”, t . Entretanto, como novos vórtices são criados a cada passo de tempo, o armazenamento da “idade” requer muita memória e é difícil determinar essa “idade” quando dois vórtices de “idades” diferentes são amalgamados (unidos). Para resolver essa questão, a equação anterior pode ser reescrita de forma mais conveniente usando o intervalo de tempo (Δt) ao invés da idade (t) para descrever a variação do núcleo com o tempo. Então

$$(\sigma^{n+1})^2 = (\sigma^n)^2 + 5,0266\nu\Delta t \quad (4.20)$$

onde n é o passo de tempo da simulação.

4.4 Amalgamação dos vórtices na esteira

Como a cada intervalo de tempo novos vórtices são criados e o número de painéis para discretizar o corpo deve ser alto para manter uma boa resolução próximo ao corpo, o número de vórtices cresce rapidamente, o que inviabilizaria simulações mais longas. A fim de evitar esse problema, utiliza-se a técnica de amalgamação dos vórtices na esteira, que consiste na união de pares de vórtices que satisfaçam determinadas condições tornando-os um único vórtice cujas

propriedades são ponderadas a partir dos vórtices originais.

Yamamoto (2002) comenta que é preferível ter uma resolução muito maior no corpo e deixar muitos vórtices de pequena intensidade se amalgamarem em alguns de maior intensidade. Com isso os vórtices devem ser densos perto do corpo, onde uma resolução fina é desejável e progressivamente esparsos à medida que se afastam. Por isto, um dos critérios para amalgamação dos vórtices é estarem suficientemente distantes do corpo.

A cada intervalo de tempo, são verificados os vórtices que podem ser unidos. Flats-chart (2007) salienta que a amalgamação entre vórtices é feita somente aos pares, entre vórtices de mesmo sinal, e aqueles que já tenham sido submetidos ao processo de amalgamação são excluídos da pesquisa.

Considerando dois vórtices de circulações Γ_1 e Γ_2 localizados nas posições z_1 e z_2 respectivamente, a velocidade induzida pelos dois vórtices antes da amalgamação em um dado ponto z é dada em notação complexa por:

$$U(z) = \frac{i}{2\pi} \frac{\Gamma}{(z - Z)} \quad (4.21)$$

A velocidade induzida pelo vórtice amalgamado no mesmo ponto z é escrita como:

$$U'(z) = \frac{i}{2\pi} \left(\frac{\Gamma_1}{|z - z_1|} + \frac{\Gamma_2}{|z - z_2|} \right) \quad (4.22)$$

onde Γ e Z são a circulação e a posição do novo vórtice, respectivamente. Os dois primeiros termos da expansão de uma diferença $U(z) - U'(z)$, a uma distância z suficientemente grande são:

$$\frac{i}{2\pi} \left[\frac{\Gamma - \Gamma_1 - \Gamma_2}{z} + \frac{\Gamma_1 z_1 - \Gamma_2 z_2 - \Gamma Z}{z^2} + \frac{\Gamma Z^2 - \Gamma_1 z_1^2 - \Gamma_2 z_2^2}{z^3} + O(|z|^{-4}) \right] \quad (4.23)$$

A circulação total deve ser conservada e a posição do novo vórtice deve ser ponderada pelas circulações e distâncias dos vórtices originais, desta forma

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 \quad (4.24)$$

$$Z = \frac{\Gamma_1 z_1 + \Gamma_2 z_2}{\Gamma} \quad (4.25)$$

As eq. (4.24) e eq. (4.25) mostram que a circulação do vórtice amalgamado é a soma das circulações dos vórtices antigos e sua posição é o centróide relativo a esses vórtices.

Substituindo as eq. (4.24) e eq. (4.25) na eq. (4.23) os dois primeiros termos se anulam e o termo restante é uma estimativa do erro induzido pelo processo de amalgamação. A cada

intervalo de tempo, os vórtices são examinados par a par e a união é feita se a estimativa for menor que uma tolerância V_0 .

O critério de amalgamação que será aqui utilizado é o mesmo proposto por Spalart, Leonard e Baganoff (1983):

$$\frac{|\Gamma_1 \Gamma_2|}{|\Gamma_1 + \Gamma_2|} \frac{|z_1 - z_2|^2}{(D_0 + d_1)^{1,5} (D_0 + d_2)^{1,5}} < V_0 \quad (4.26)$$

onde d_1 e d_2 são as distâncias de z_1 e z_2 até o ponto mais próximo da parede do corpo e D_0 é um parâmetro que controla a densidade da esteira. A eq. (4.26) tem a dimensão de velocidade e é a estimativa do distúrbio que a amalgamação causa na camada limite. V_0 é tipicamente da ordem de $10^{-4}U_\infty$ e não precisa necessariamente ser constante, podendo ser ajustado lentamente para manter o número de vórtices constante. Fica claro que aumentando a tolerância, a amalgamação é facilitada, o que diminui o número de vórtices no domínio, e o oposto, diminuindo V_0 consegue-se aumentar o número de vórtices.

Separando a eq. (4.26) em dois termos, pode-se afirmar que o primeiro depende das circulações

$$\frac{|\Gamma_1 \Gamma_2|}{|\Gamma_1 + \Gamma_2|} \quad (4.27)$$

A eq. (4.27) confirma o que foi dito anteriormente quanto ao fato de vórtices de circulações opostas não entrarem no cálculo, visto que isto poderia gerar uma singularidade. Outra questão é que a união entre vórtices de grande circulação é evitada devido à tolerância V_0 da eq. (4.26).

O segundo fator depende das posições:

$$\frac{|z_1 - z_2|^2}{(D_0 + d_1)^{1,5} (D_0 + d_2)^{1,5}} < V_0 \quad (4.28)$$

Pela equação anterior é possível observar que se D_0 for grande, a amalgamação ocorre perto da parede do corpo e com isso a esteira tem uma densidade uniforme. Já se D_0 for pequeno a amalgamação ocorre longe da parede e haverá uma maior concentração de vórtices perto da parede.

Quando dois vórtices são amalgamados, o tamanho do núcleo do novo vórtice é calculado por meio da conservação do momento angular.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_i \Gamma_i + \sigma_j \Gamma_j}{\Gamma_i + \Gamma_j} \quad (4.29)$$

4.5 Mecanismo de criação dos vórtices

Como mencionado no início do capítulo, a superfície dos corpos é discretizada em painéis (Fig. 4.4). Sobre cada um dos painéis é criado um vórtice discreto de circulação Γ_i a uma distância da parede δ_0 , igual ao tamanho inicial do núcleo do vórtice, σ_0 . Na Fig. 4.4, no painel destacado em vermelho Z_p representa suas coordenadas e Z_w a posição do seu centro. No restante da Fig. 4.4 é possível ver que Z_C é a posição do vórtice criado ao redor do corpo, os Z_k 's são as posições dos vórtices já existentes na esteira, os Γ 's são as circulações de cada vórtice e U e V são as intensidades da corrente incidente, na direção x e y , respectivamente.

Figura 4.4: Discretização do corpo. Adaptado de Flatschart (2007)

Como comentado por Meneghini (1993), pela teoria potencial e considerando a eq. (4.16), a função linha de corrente ψ_i em um ponto i da parede pode ser calculada, pelo princípio da superposição, como a soma das contribuições da função de corrente ψ_{cl} da corrente livre, da função ψ_{vc} dos vórtices criados ao redor do corpo e da função corrente ψ_{ve} dos vórtices já existentes no escoamento, então:

$$\psi_i = \psi_{cl} + \psi_{vc} + \psi_{ve} \quad (4.30)$$

onde, em coordenadas complexas (para facilitar a representação das expressões):

$$\psi_{cl} = \text{Im} [Z_{wi} (U_\infty - iV_\infty)] \quad (4.31a)$$

$$\psi_{vc} = -\frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^{N_w} \Gamma_j \ln (|Z_{wi} - Z_{Cj}|^2 + \sigma_0^2) \quad (4.31b)$$

$$\psi_{ve} = -\frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^{N_v} \Gamma_j \ln (|Z_{wi} - Z_{kj}|^2 + \sigma^2) \quad (4.31c)$$

onde N_v é o número de vórtices na esteira. Portanto a função linha de corrente no ponto i é:

$$\begin{aligned} \psi_i = & \text{Im} [Z_{wi} (U_\infty - iV_\infty)] - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^{N_w} \Gamma_j \ln (|Z_{wi} - Z_{Cj}|^2 + \sigma_0^2) \\ & - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^{N_v} \Gamma_j \ln (|Z_{wi} - Z_{kj}|^2 + \sigma^2) \end{aligned} \quad (4.32)$$

para $i = 1, N_w$ e $j = 1, N_v$

Um ponto a ser destacado é que no terceiro termo da eq. (4.32) o parâmetro referente ao tamanho do núcleo do vórtice passa de σ_0 para σ denotando o efeito da difusão dado pela eq. (4.20).

É interessante notar que derivando os termos da eq. (4.32) segundo a eq. (4.8), chega-se à velocidade induzida proposta por Spalart e Leonard (1981), eq. (4.16).

O escoamento deve satisfazer a condição de impenetrabilidade na superfície do corpo. Portanto, a superfície do corpo deve ser modelada como uma linha de corrente e para tal a seguinte condição deve ocorrer:

$$\psi_{i+1} - \psi_i = 0 \quad (4.33)$$

Dessa forma, a eq. (4.33) garante que não há fluxo de massa através da superfície do corpo. Ela vale para o corpo em repouso, por isso, caso este esteja em movimento, sua velocidade tem que ser considerada

$$\psi_{i+1} - \psi_i = -\vec{V}_{corpo} \cdot \vec{n} \cdot \Delta S \quad (4.34)$$

onde $\vec{V}_{corpo}$ é a velocidade do corpo, $\vec{n}$ é o vetor normal ao corpo e ΔS é o comprimento do painel.

Substituindo a eq. (4.32) na eq. (4.34) e sabendo que as circulações Γ_j dos vórtices recém-criados são as incógnitas do problema, chega-se ao sistema de equações lineares

$$[A] \cdot \{\Gamma\} = \{B\} \quad (4.35)$$

onde os coeficientes da matriz A e do vetor B são respectivamente

$$a_{ij} = \frac{1}{4\pi} \ln \frac{|Z_{wi+1} - Z_{Cj}|^2 + \sigma_0^2}{|Z_{wi} - Z_{Cj}|^2 + \sigma_0^2} \quad (4.36a)$$

$$b_i = \text{Im} [(Z_{wi+1} - Z_{wi}) (U_\infty - iV_\infty)] - \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^{N_v} \Gamma_k \ln \frac{|Z_{wi+1} - Z_k|^2 + \sigma^2}{|Z_{wi} - Z_k|^2 + \sigma^2} - \vec{V}_{corpo} \cdot \vec{n} \cdot \Delta S \quad (4.36b)$$

A matriz $[A]$ tem os coeficientes dependentes apenas da geometria do corpo e as localizações dos pontos de criação dos vórtices. O vetor $\{B\}$ é função da velocidade do escoamento livre, da velocidade do corpo e dos vórtices já existentes na esteira e deve ser recalculado a cada intervalo de tempo.

Yamamoto (2002) destaca que o DVM proposto por Spalart e Leonard (1981) foi baseado na teoria potencial e, nesse caso, a condição de velocidade nula na parede do corpo (eq. (4.34)) era suficiente. No entanto, em escoamentos reais deve-se ter em conta também a condição de não escorregamento, ou seja, velocidade tangencial ao corpo nula. Para que esta condição seja atendida é preciso definir o valor inicial de σ_0 que aparece na eq. (4.36a).

Considerando a eq. (4.14) e tomando como base a condição de aderência, pode-se admitir que um vórtice pontual colocado a uma distância δ_0 da parede (Fig. 4.5) irá induzir sobre a mesma uma velocidade dada por (eq. (4.15))

$$U = \frac{\Gamma}{2\pi\delta_0} \quad (4.37)$$

Figura 4.5: Distância de criação do vórtice

Para que a condição de aderência seja satisfeita, a velocidade induzida pelo vórtice deve ser igual à velocidade do escoamento livre

$$U - U_\infty = 0 \quad \therefore \quad \delta_0 = \frac{\Gamma}{2\pi U_\infty} \quad (4.38)$$

A intensidade do vórtice para que este induza uma velocidade igual à da corrente livre é calculada pela eq. (4.13) em função do comprimento, ΔS , do painel:

$$\Gamma = \int U \cdot dl = U_{\infty} \cdot \Delta S \quad (4.39)$$

Substituindo a eq. (4.39) na eq. (4.38) temos:

$$\delta_0 = \frac{\Delta S}{2\pi} \quad (4.40)$$

Como comentado anteriormente, uma boa estimativa para o tamanho inicial do núcleo do vórtice é a distância deste à parede, então

$$\sigma_0 = \frac{\Delta S}{2\pi} \quad (4.41)$$

Quando os vórtices criados ao redor do corpo são convectados ou quando o corpo é deslocado, podem ocorrer colisões destes com o corpo e neste caso esses vórtices devem ser eliminados da simulação. Contudo, segundo o teorema de Kelvin como descrito em Batchelor (2000), a circulação total no escoamento deve ser mantida constante ao longo do tempo. Ou seja, a somatória das circulações dos vórtices recém-criados ao redor do corpo mais a somatória das circulações dos vórtices presentes na esteira deve ser nula

$$\sum_{i=1}^{N_w} \Gamma_i + \sum_{k=1}^{N_v} \Gamma_k = 0 \quad (4.42)$$

Outra forma de escrever a eq. (4.42) é utilizando os vórtices eliminados. Como a somatória das circulações é igual a zero, a somatória das circulações dos $N_{v_{eliminados}}$ vórtices retirados da simulação deve ser igual a menos o somatório dos N_v vórtices na esteira, ou seja,

$$\sum_{k=1}^{N_v} \Gamma_k = - \sum_{j=1}^{N_{v_{eliminados}}} \Gamma_j \quad (4.43)$$

Combinando as eq. (4.42) e eq. (4.43), tem-se

$$\sum_{i=1}^{N_w} \Gamma_i = - \sum_{j=1}^{N_{v_{eliminados}}} \Gamma_j \quad (4.44)$$

Ou seja, pela eq. (4.44) o teorema de Kelvin recria as circulações perdidas.

Meneghini (1993), Fregonesi (2002), Yamamoto (2002) e Flatschart (2007) destacam a importância da inserção da eq. (4.42) no sistema linear dado pela eq. (4.35) para evitar a

propagação de erros numéricos. Desta maneira forma-se um sistema sobredeterminado com N_w incógnitas e $(N_w + 1)$ equações que pode ser resolvido aplicado o Método dos Mínimos Quadrados, fornecendo-se N_w incógnitas e N_w equações. Park e Higuchi (1989) destacam que a inserção de mais uma equação é mais vantajosa que a retirada de uma equação, pois permite a inclusão de mais um corpo no escoamento sem perda de precisão numérica.

Conforme Park e Higuchi (1989), quando dois corpos estão presentes no escoamento, a eq. (4.44) deve ser escrita para cada corpo separadamente e essas são inseridas no sistema da eq. (4.35).

4.6 Integração no tempo

Com as velocidades de cada vórtice calculadas a partir da soma das velocidades induzidas pelos outros vórtices, eq. (4.16), mais a velocidade da corrente livre, a convecção dos vórtices é feita por meio de um esquema Euleriano (primeira ordem explícito),

$$Z_i^{t+\Delta t} = Z_i^t + U_i \Delta t \quad (4.45)$$

onde Z_i^t e $Z_i^{t+\Delta t}$ são as posições do vórtices nos instantes t e $t + \Delta t$, respectivamente, U_i é a velocidade induzida no vórtice i por todos os outros vórtices adicionada à velocidade do escoamento ao longe e Δt é o passo de tempo.

4.7 Cálculo das forças

O cálculo das forças atuantes no cilindro pode ser feito integrando-se o campo de pressões e de tensões de cisalhamento. A expressão que relaciona a pressão e a circulação gerada ao redor do corpo é derivada das equações de Navier-Stokes. Em vez de escrevê-la em coordenadas cartesianas pode-se colocá-la em função das coordenadas tangenciais e normais ao corpo (conforme mostrado na Fig. 4.6), uma vez que a curvatura pode ser desprezada, especialmente considerando a elevada discretização do corpo.

Com isso a equação fica:

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} + v_s \frac{\partial v_s}{\partial s} + v_n \frac{\partial v_s}{\partial n} = \nu \frac{\partial^2 v_s}{\partial s^2} + \nu \frac{\partial^2 v_s}{\partial n^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} \quad (4.46)$$

onde v_s é a velocidade tangencial ao corpo, v_n a velocidade normal, p a pressão, ρ a densidade do fluido, ν a viscosidade cinemática.

Figura 4.6: Coordenadas tangencial e normal

Como a velocidade normal é nula e pelo princípio da aderência completa, o lado esquerdo da eq. (4.46) é igual à aceleração do corpo $\vec{a}_{corpo}$, projetada na direção tangencial ao corpo $\vec{e}_s$, o que nos fornece

$$\vec{a}_{corpo} \cdot \vec{e}_s = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \nu \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial v_s}{\partial s} \right) + \nu \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\partial v_s}{\partial n} \right) \quad (4.47)$$

Pela equação da continuidade, tem-se que

$$\frac{\partial v_s}{\partial s} + \frac{\partial v_n}{\partial n} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial v_s}{\partial s} = -\frac{\partial v_n}{\partial n} \quad (4.48)$$

Substituindo-se a eq. (4.48) na eq. (4.47),

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} = \nu \frac{\partial}{\partial s} \left(-\frac{\partial v_n}{\partial n} \right) + \nu \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\partial v_s}{\partial n} \right) - \vec{a}_{corpo} \cdot \vec{e}_s \quad (4.49)$$

Rearranjando-se os termos, obtém-se

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} = \nu \underbrace{\frac{\partial}{\partial n} \left(-\frac{\partial v_n}{\partial s} + \frac{\partial v_s}{\partial n} \right)}_{-\omega} - \vec{a}_{corpo} \cdot \vec{e}_s \quad (4.50)$$

Desta forma, pode-se escrever

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} = -\nu \frac{\partial \omega}{\partial n} - \vec{a}_{corpo} \cdot \vec{e}_s \quad (4.51)$$

Como pode ser visto em Cottet e Koumoutsakos (2000), integrando-se no domínio do fluido a equação de transporte de vorticidade escrita para parede do corpo e utilizando o teorema de Stokes, tem-se

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = \nu \int \frac{\partial \omega(s)}{\partial n} \partial S \quad (4.52)$$

onde Γ é a circulação e s indica a tangente ao corpo.

Considerando-se que $\frac{\partial \omega(s)}{\partial n}$ em um dado painel é constante e escrevendo-se o termo da circulação em uma forma discreta, a eq. (4.52) fica

$$\frac{\Delta \Gamma}{\Delta t} = \nu \Delta \left(\frac{\partial \omega}{\partial n} \right) \Delta S \quad (4.53)$$

onde ΔS é o comprimento do painel, $\Delta \Gamma$ é a circulação criada no painel menos a circulação absorvida pelo mesmo.

Substituindo-se a eq. (4.53) na eq. (4.51), obtém-se

$$\frac{\partial p}{\partial s} = \underbrace{-\rho \frac{\Delta \Gamma}{\Delta t} \frac{1}{\Delta S}}_A - \underbrace{\rho \vec{a}_{corpo} \cdot \vec{e}_s}_B \quad (4.54)$$

A eq. (4.54) mostra que a variação da pressão ao longo da parede do corpo é função do fluxo de circulações nos painéis (termo A) e da aceleração do corpo projetada na direção tangencial de cada painel (termo B).

Como comentado por Saltara (1999), a força total que o fluido exerce sobre o corpo pode ser obtida de duas maneiras: integrar os dois termos do lado direito da eq. (4.54) sobre a parede do corpo obtendo a força total do fluido sobre o corpo; ou integrar somente a parcela correspondente ao fluxo de vorticidade (termo A) e desconsiderar a parcela da aceleração (termo B) obtendo, assim, apenas uma parcela da força total do fluido que age no corpo, sendo a outra parcela obtida separadamente.

A força total que o fluido exerce no corpo pode ser dividida em três parcelas, como descrito por Yamamoto (2002)

$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_{circulação} + \vec{F}_{aceleração} + \vec{F}_{cisalhamento} \quad (4.55)$$

onde $\vec{F}_{circulação}$ é a força referente ao termo da circulação, termo A na eq. (4.54), e é resolvida numericamente, $\vec{F}_{aceleração}$ é a força referente ao termo da aceleração, termo B na equação eq. (4.54) que é calculada de forma analítica, e $\vec{F}_{cisalhamento}$ é a força referente ao cisalhamento.

Quando comparadas à força referente ao termo da circulação, as forças devido ao cisalhamento e à aceleração possuem contribuições insignificantes para a força total e por isso não serão consideradas no seu cálculo.

A força do fluido devido à pressão, dada na eq. (4.54), pode ser obtida integrando-se o

campo de pressões ao redor do corpo,

$$\vec{F}_p = - \oint_s p \vec{e}_n ds \quad (4.56)$$

Escrevendo primeiro $\vec{F}_{\text{circulação}}$, termo A da eq. (4.54) e doravante diferenciada pelo sobrescrito, na forma discreta

$$\Delta p^A = -\rho \frac{\Delta \Gamma}{\Delta t} \quad (4.57)$$

A parcela da pressão devido à circulação em um determinado painel i será

$$p_i^A = p_0^A - \frac{\rho}{\Delta t} \sum_{j=1}^i \Delta \Gamma_j \quad (4.58)$$

onde p_0^A é uma pressão referencial e pode ser tomada como zero, $\Delta \Gamma_j$ é a circulação criada no painel j menos a circulação absorvida pelo painel j .

A $\vec{F}_{\text{circulação}}$ é então calculada numericamente por meio de

$$\vec{F}_{\text{circulação}} = - \sum_{i=1}^{N_w} p_i^A \Delta S_i \cdot \vec{e}_n \quad (4.59)$$

Adimensionalizando a força em termos da densidade do fluido ρ , da velocidade da corrente livre U_∞ e do comprimento característico do corpo, que nos casos estudados neste trabalho será o diâmetro do cilindro D^8 , pode-se determinar os coeficientes de arrasto e sustentação, definidos como:

$$C_D = \frac{\vec{F}_{\text{circulação}} \cdot \vec{e}_x}{\frac{1}{2} \cdot \rho U_\infty^2 D} \quad (4.60)$$

$$C_L = \frac{\vec{F}_{\text{circulação}} \cdot \vec{e}_y}{\frac{1}{2} \cdot \rho U_\infty^2 D} \quad (4.61)$$

4.8 Resumo do algoritmo do DVM

As etapas necessárias para descrever o desprendimento de vórtices e suas consequências no escoamento e nas forças atuantes no corpo podem ser listadas como:

1. Discretizar o corpo em painéis, como mostrado na Fig. 4.4;
2. Determinação das posições Z_w (centro de cada painel), da distância δ_0 (do centro do

⁸Para a adimensionalização correta, o comprimento característico tem dimensão de área $[L^2]$ e nesse caso a outra dimensão é comprimento do elemento da malha de elementos finitos do modelo estrutural.

painel até o núcleo do vórtice), que pode ser dada pela eq. (4.40), e do tamanho inicial do núcleo do vórtice σ_0 (eq. (4.41));

3. Em cada passo de tempo:

- (a) Resolver o sistema da eq. (4.35), obtendo as circulações Γ dos novos vórtices criados ao redor do corpo;
- (b) Calcular a velocidade induzida em cada vórtice usando a Lei de Biot-Savart modificada por Spalart e Leonard (1981) como mostrado na eq. (4.16);
- (c) Convectar todos os vórtices no escoamento usando a eq. (4.45);
- (d) Calcular os novos valores de σ , devido aos efeitos viscosos, usando a eq. (4.20);
- (e) Calcular as forças no corpo devido à circulação (eq. (4.59));
- (f) Verificar se há colisões entre os vórtices e o corpo, comparando os Z_k (posição dos vórtices na esteira) com os Z_p (coordenadas dos painéis);
- (g) Acumular a circulação perdida com a eliminação dos vórtices que colidem com o corpo de acordo com a eq. (4.44);
- (h) Fazer a amalgamação dos vórtices na esteira (eq. (4.24) e eq. (4.25)) seguindo o critério dado pela eq. (4.26).

4. Avançar para um novo passo de tempo.

4.9 Comentários sobre o DVM

O DVM como aqui apresentado pode, segundo Flatschart (2007), ser descrito como um método de passo fracionado, ou seja, as partes viscosa e invíscida das equações de Navier-Stokes são tomadas em passos sucessivos: inicialmente, a convecção da vorticidade é feita de forma lagrangeana e invíscida. A seguir, os efeitos viscosos são inseridos nos vórtices presentes na esteira, modelados por meio da técnica do núcleo crescente do vórtice, como descrito por Spalart e Leonard (1981).

Como no DVM, o gradiente de pressão é eliminado das equações. Isso faz com que seja calculado somente quando for necessário, por exemplo, para determinação de forças sobre o corpo. Além disso, Spalart, Leonard e Baganoff (1983) demonstram, formalmente, que as condições iniciais e de contorno usadas para a vorticidade são matematicamente equivalentes às condições do problema usado para resolver (u, v, p) . Desde que o sistema (u, v, p) seja bem posto, o sistema em função da vorticidade, ω , também o será.

Em relação às condições iniciais e de contorno, Spalart, Leonard e Baganoff (1983) afirma que o modelo de vórtices discretos satisfaz diretamente as seguintes condições:

1. condições iniciais

$$\text{irrotacionalidade em } t = 0: \quad \omega = 0, \quad (4.62)$$

$$\text{circulação igual a zero em } t = 0: \quad \Gamma = \int \omega \cdot n dA = 0 \quad (4.63)$$

2. condições de contorno

$$\text{no corpo: } \vec{U} \cdot \vec{n} = \vec{U}_{corpo} \cdot \vec{n} = 0, \quad (4.64)$$

$$\text{ao longe: } U \rightarrow U_{\infty} \quad \text{para } |r| \rightarrow \infty, \quad (4.65)$$

A condição de contorno dada pela eq. (4.64) foi satisfeita quando se modelou o corpo como uma linha de corrente pela eq. (4.34), ou seja, não existe fluido entrando ou saindo do corpo.

Observando a condição dada pela eq. (4.65) é possível notar que ela é satisfeita naturalmente, pois como a velocidade induzida pelos vórtices em um ponto é inversamente proporcional à distância, como indica a eq. (4.16), no infinito será somente a velocidade da corrente livre, U_{∞} .

Flatschart (2007) destaca que a aproximação da distribuição de vorticidade ao redor do corpo, devido aos efeitos de viscosidade, por meio da imposição da condição de contorno de aderência emula os efeitos da camada limite e é um dos responsáveis pelos resultados insatisfatórios do DVM para escoamentos a baixos valores de número de Reynolds.

Isso ocorre porque essa aproximação não consegue capturar corretamente a distribuição de velocidades dentro da camada limite. Entretanto, é satisfatória para uma larga faixa de números de Reynolds, correspondente à região subcrítica, onde é observada boa parte das condições ambientais encontradas na operação de *risers offshore* da indústria petrolífera.

Na região subcrítica, Flatschart (2007) comenta que o DVM consegue capturar corretamente a posição dos pontos de separação sobre a superfície do cilindro, e que os pontos de separação permanecem em uma posição próxima a 80° a partir do ponto de estagnação, para uma larga faixa do número de Reynolds. Nessa mesma região o coeficiente de arrasto apresenta-se praticamente constante.

Vários trabalhos, como Fregonesi (2002), Yamamoto (2002), Yamamoto et al. (2004),

Chaplin et al. (2005b) e Flatschart (2007) mostram que o DVM associado à técnica do núcleo crescente tem obtido bons resultados para escoamentos pouco viscosos e com grandes regiões de separação, especialmente para escoamentos ao redor de cilindros na região subcrítica do número de Reynolds.

5 ACOPLAMENTO E PARALELIZAÇÃO

Nos capítulos anteriores foram apresentados os modelos estrutural (Capítulo 3) e hidrodinâmico (Capítulo 4), restando neste momento fazer a ligação desses dois modelos para atingir o objetivo deste trabalho, que é a simulação dinâmica da interação fluido-estrutura (do inglês *Fluid Structure Interaction*, cujo acrônimo é FSI) de cilindros de alta razão de aspecto submetido a um escoamento externo. Esse tipo de simulação, devido à demanda computacional, levou à necessidade da paralelização do código, por isso será abordada a questão da paralelização do ANFLEX-CFD de uma forma bastante simplificada. Será feita também uma breve introdução do que vem a ser o processamento paralelo e depois será descrito como ele está implementado no código.

5.1 Acoplamento

O cálculo estrutural, descrito no capítulo 3, é realizado no ANFLEX onde inicialmente é feita uma análise estática e são inseridos os carregamentos devido ao peso próprio. Em seguida, para subsidiar os resultados da simulação hidrodinâmica, são efetuadas análises de vibrações livres a fim de determinar os modos de vibração. Nessa análise admite-se um coeficiente de massa adicional unitário, o que corresponde a um valor de massa adicional igual à massa de fluido deslocada. Por fim, segue-se o cálculo hidrodinâmico, demonstrado no capítulo anterior, com a aplicação da corrente onde a força fluídica total é calculada e nela já está incluída a parcela referente à massa adicional.

Na análise dinâmica, as forças são fornecidas pelo DVM. Essas forças representam aquelas que atuarão na estrutura e serão as forças externas na equação do modelo estrutural reproduzida na eq. (3.39).

$$\tilde{M}\Delta\tilde{\ddot{u}}^{t+\Delta t} + \tilde{C}\Delta\tilde{\dot{u}}^{t+\Delta t} + \tilde{K}\Delta\tilde{u}^{t+\Delta t} = \tilde{R}^{t+\Delta t} - \tilde{F}^t$$

Conforme foi dito anteriormente $\tilde{R}^{t+\Delta t}$ é a força hidrodinâmica total que contém par-

celas em fase com a aceleração e a velocidade relativa formada pela corrente e movimento local do *riser*.

Em relação ao modelo estrutural, torna-se necessário discretizar o corpo em um número razoável de elementos finitos a fim de capturar sua dinâmica da vibração. Cada elemento finito terá em cada um dos seus nós uma seção hidrodinâmica (Fig. 5.1(a)) associada que fornecerá as forças nas direções transversal e longitudinal atuando sobre cada nó. Além disso, para cada seção hidrodinâmica, deve-se utilizar um número razoável de painéis para discretizar a seção transversal do riser e em cada um deles será criado um vórtice discreto (Fig. 5.1(b)) a cada passo de tempo, que será convectado pela ação conjunta da corrente livre e pela influência dos vórtices presentes na esteira, por meio da lei de Biot-Savart. A esteira de vórtices também deve ser bem reproduzida pelos vórtices discretos emitidos do corpo, impondo um limite para o processo de amalgamação dos vórtices presentes na esteira.

Figura 5.1: Acoplamento do modelo estrutural com o DVM (Flatschart (2007))

As seções hidrodinâmicas utilizadas no DVM são resolvidas independentemente umas das outras e, por isso, não há informação externa necessária para a avaliação das forças hidrodinâmicas. O único acoplamento que ocorre é aquele originário da solução tridimensional da equação dinâmica da estrutura. Em função disso este método pode ser considerado um método quase-tridimensional.

5.2 Paralelização

O processamento paralelo consiste na execução simultânea de uma mesma tarefa dividida e adaptada em múltiplos processadores com o objetivo de obter o resultado de um cálculo numérico mais rapidamente. A ideia baseia-se no fato de que o processo de resolução de um problema pode ser dividido em tarefas menores, que por sua vez podem ser realizadas de forma simultânea, com alguma forma de coordenação entre as mesmas.

Existem diversos tipos diferentes de arquiteturas paralelas que são diferenciadas pelo tipo de interconexão entre os processadores (elementos de processamento – EP) e entre os processadores e a memória. Quanto ao arranjo físico, tradicionalmente os sistemas computacionais paralelos são divididos em (Flatschart (2007)):

- Sistemas multiprocessados – uso de diversos processadores em um único sistema. Neste tipo de arquitetura, a comunicação de dados entre os EPs pode ser feita através de um espaço de memória comum aos mesmos (*symmetric multiprocessing* – SMP), por meio de um barramento, através de uma hierarquia de memória híbrida local e compartilhada (*non-uniform memory access* – NUMA), ou através da atual tecnologia *multicore*, em mais de um processador e o barramento de comunicação entre os mesmos são encapsulados em um único *chip*.
- Sistemas distribuídos ou *clusters* – são sistemas independentes normalmente interligados entre si por intermédio de um dispositivo de rede.
- Híbridas – *clusters* compostos por máquinas multiprocessadas. Este tem sido o mais utilizado atualmente.

Uma maneira clássica de se classificarem arquiteturas de computadores é pela forma como o fluxo de instruções e os dados se apresentam. Essa classificação é conhecida por taxonomia de Flynn e abrange quatro classes de arquiteturas de computadores:

- SISD (*Single Instruction Single Data*) – fluxo único de instruções sobre um único conjunto de dados;
- SIMD (*Single Instruction Multiple Data*) – fluxo único de instruções em múltiplos conjuntos de dados;
- MISD (*Multiple Instruction Single Data*) – fluxo múltiplo de instruções em um único conjunto de dados;

- MIMD (*Multiple Instruction Multiple Data*) – fluxo múltiplo de instruções sobre múltiplos conjuntos de dados.

Flatschart (2007) comenta que o processamento paralelo normalmente é empregado de forma cooperativa para acelerar a solução de um determinado problema através da distribuição da carga computacional entre diversos EPs. Vários fatores influenciam o desempenho global da solução: a arquitetura física do sistema operacional paralelo, os algoritmos empregados na solução do problema e até mesmo o tipo de problema em questão.

Outro item importante que sempre vem à tona diz respeito à velocidade. No entanto, é fundamental salientar que a aceleração do desempenho (*speed-up*) através do processamento paralelo não segue uma tendência linear, ou seja, quadruplicar o número de EPs poderá não reduzir o tempo de processamento por quatro. Na prática, aceleração de desempenho linear é muito difícil de ser atingida devido ao fato de muitos algoritmos serem sequenciais por natureza.

Os algoritmos computacionais devem ser pensados visando a obtenção da máxima eficiência paralela possível e, para isso, normalmente os códigos existentes são redesenhados para atingir este objetivo. Segundo Flatschart (2007), diversas abordagens tem sido criadas, tanto no nível do sistema operacional como através de softwares específicos, e os sistemas paralelos devem prover mecanismos para o particionamento do problema em tarefas menores a serem alocadas para os EPs.

Flatschart (2007) define que um modelo de programação paralela é um conjunto de tecnologias de softwares utilizados como ferramentas nos algoritmos paralelos, contemplando o tipo de sistema paralelo onde será implementado. Este modelo engloba aplicativos, linguagens de programação, compiladores, bibliotecas, sistemas de comunicação e mecanismos de entrada/saída de dados. Para o desenvolvimento do algoritmo, deve-se escolher o modelo de programação paralela apropriado à aplicação ou uma combinação de modelos para uma plataforma em particular.

Um dos modelos de programação paralela mais difundidos, o MPI (*Message Passing Interface*) é um protocolo de comunicação entre sistemas distribuídos e é o modelo padrão da indústria e da academia para comunicação de dados entre EPs dedicados à programação paralela. Consiste em uma biblioteca de rotinas que podem ser chamadas em códigos escritos nas linguagens FORTRAN, que é a utilizada pelo código utilizado neste trabalho, C, C++, e ADA.

Segundo Flatschart (2007), o MPI exige que tanto o fluxo de dados como as tarefas sejam explicitamente divididos pelo programador, através de chamadas às rotinas da biblioteca

MPI. A comunicação é feita através de troca de mensagens entre os processos, geralmente por interfaces de rede, que pode ser feita tanto ponto a ponto (diretamente entre dois EPs) como coletivamente (de um EP para vários outros, de vários para um, ou de vários para vários).

O envio e recebimento de mensagens de dados pelos EPs é o mecanismo básico de comunicação do MPI e as operações de comunicação tanto de ponto a ponto quanto de comunicação coletiva, onde se otimiza a comunicação entre os processos, utilizados no ANFLEX-CFD podem ser resumidas nas seguintes:

- *Send* – o processo de origem aguarda a sinalização para envio dos dados, e os envia para o processo de destino;
- *Receive* – o processo de destino aguarda a sinalização para recebimento dos dados, e os recebe do processo de origem;
- *Broadcast* – envio de dados de um membro do grupo de comunicação para todos os demais membros;
- *Gather* – recebimento dos dados de todos os membros do grupo para somente um membro;
- *Scatter* – distribuição dos dados de um membro do grupo para todos os demais;
- *Reduction* – o resultado de uma operação com os dados de todos os grupos é enviado para um ou todos os membros do grupo de comunicação;

O modelo de simulação paralela adotado no ANFLEX-CFD é do tipo mestre-escravo baseado no MPI, pois a arquitetura computacional utilizada (Fig. 5.2) é de um *cluster* dedicado cujas características são:

- Nós – 64 máquinas Intel Pentium IV de 2,4 GHz com 512 Mb de memória cada uma, interligadas por meio de uma rede composta por switches e interfaces de rede gigabit ethernet;
- Servidor – biprocessado Intel Xeon de 2,5 GHz e 2 Gb de memória;
- Sistema operacional – Linux RedHat 8.0, kernel 2.4.20;
- LAM-MPI versão 7.0
- Compilador – Intel Fortran versão 7.0

Figura 5.2: *Cluster* do Núcleo de Dinâmica dos Fluidos (NDF) da Universidade de São Paulo (USP) - (foto: Arquivo pessoal)

- Compilador GNU – gcc versão 3.2-7

Como comentado no capítulo anterior, as seções hidrodinâmicas utilizadas no DVM são resolvidas independentemente umas das outras e esta característica pode ser eficientemente explorada por meio do processamento paralelo. Como as forças hidrodinâmicas são resolvidas independentemente, pode-se dividir a tarefa do cálculo das “fatias” hidrodinâmicas pelo DVM em um determinado número de nós do *cluster*.

Os coeficientes de força provenientes do cálculo das seções são passados para um EP ou processo mestre (no caso, um nó específico do *cluster*), que é responsável pelo cálculo dos deslocamentos da estrutura, usando o modelo estrutural do ANFLEX, bem como pelo controle do fluxo de dados. A nova posição da estrutura é então passada para os EPs ou processos escravos, e o ciclo recomeça.

Durante a simulação usando o DVM, o número total de vórtices pode se tornar elevado e o esforço computacional demandado é de ordem N^2 , onde N é o número de vórtices presentes na simulação. Fica evidente que simulações de *risers* tornam-se inviáveis com metodologias tradicionais e são do tipo perfeito para o processamento paralelo.

Como descrito por Flatschart (2007), a comunicação de dados entre o processo mestre e os escravos é feita por intermédio das operações coletivas de comunicação *broadcast* e *scatter/gather* (Fig. 5.3 e Fig. 5.4). Na operação *broadcast*, os dados de um dos processos, usualmente o mestre, são enviados para todos os demais. Essa operação é empregada para variáveis que são necessárias em todos os processos para a correta execução do código. As operações *scatter* e *gather* são empregadas para distribuir e coletar as informações dos processos escla-

vos, respectivamente. A operação *scatter* é útil, por exemplo, para enviar as novas posições da estrutura do processo mestre para os escravos. Os coeficientes de força obtidos nas seções são coletados no processo mestre através de uma operação *gather*.

Figura 5.3: Operação *broadcast* (Flatschart (2007))

Figura 5.4: Operações *scatter/gather* (Flatschart (2007))

A fim de manter um equilíbrio de tarefas entre os processos, as seções do corpo (cilindro, *riser* etc.) são divididas igualmente entre os nós do *cluster*. Cada processo resolve as seções hidrodinâmicas a ele designadas. Flatschart (2007) destaca que todos os processos, exceto o do mestre, resolvem exatamente o mesmo problema, porém sobre um conjunto de dados diferente, caracterizando um modelo SIMD.

O processo mestre é responsável pela parte serial do código (entrada e saída de dados, solução da estrutura e também pelo cálculo de algumas seções hidrodinâmicas). Os processos

escravos devem aguardar pelo término da análise estrutural do ANFLEX, por parte do processo mestre, para obter as novas posições das seções.

Uma observação importante feita por Flatschart (2007) relaciona-se à preocupação, quando da implementação do código, em manter o volume de dados trocados entre os processos através das mensagens MPI em um patamar baixo, devido à latência de comunicação que poderia causar um grande impacto no desempenho do código. Por causa disso, excluindo-se as operações de *broadcast* necessárias para iniciar a solução, somente informações das posições e das forças hidrodinâmicas das seções são trocadas entre o processo mestre e os escravos.

Para simplificar a paralelização e manter um bom balanço de carga computacional na execução do código, Flatschart (2007) implementou as operações de distribuição e coleta de dados, por meio de operações *scatter* e *gather*, de tal forma que fossem realizadas sempre com pacotes de dados de mesmo tamanho, ou seja, cada processo independente recebe a mesma quantidade de dados (número de seções hidrodinâmicas) para realizar o processamento. Com isso, o número de seções hidrodinâmicas a serem calculadas deve ser um múltiplo inteiro do número de elementos processadores disponíveis para a execução da tarefa.

O fluxograma da Fig. 5.5 mostra a solução dinâmica de um *riser*. Nessa figura é possível notar que o processo mestre é responsável pelo controle geral do processo e pela solução da estrutura no domínio do tempo, utilizando como dados de entrada as forças hidrodinâmicas calculadas pelos processos escravos através do DVM.

Figura 5.5: Fluxograma da análise dinâmica (Flatschart (2007))

Flatschart (2007) comenta que apenas as posições das seções calculadas através da solução da estrutura e as forças hidrodinâmicas calculadas através do DVM para cada seção

são trocadas (funções *scatter* e *gather* do MPI) entre o processo mestre e os escravos, possibilitando assim um baixo volume de informações e, conseqüentemente, reduzindo a latência de comunicação do processo. Há também operações tipo *broadcast* a partir do processo mestre que são utilizadas para inicialização da sequência de cálculo, como por exemplo os parâmetros de amalgamação, viscosidade e passo de tempo, entre outros.

6 SIMULAÇÕES E COMPARAÇÕES COM CASOS EXPERIMENTAIS

Com objetivo de validar o código e verificar sua aplicabilidade foram simulados diversos casos experimentais visando a obtenção de parâmetros hidrodinâmicos, como C_D e C_L , as envoltórias de deslocamentos, as séries temporais de forças e deslocamentos, o número de Strouhal, as esteira de vórtices e os campos de velocidade e vorticidade, que possibilitaram a avaliação da coerência dos resultados, bem como sua comparação com resultados dos experimentos.

A fim de determinar os parâmetros numéricos a serem utilizados nas validações com os casos experimentais, um caso teórico foi analisado variando o intervalo de tempo adimensional (eq. (6.1)), a discretização da seção hidrodinâmica por meio do número de painéis (N_w) e o número de vórtices na esteira variando a tolerância da amalgamação V_0 (eq. (4.26)). O caso teórico consiste em um *riser* rígido vertical de 120m cujos resultados foram comparados com os obtidos por Fregonesi (2002) e Flatschart (2007).

$$\Delta t^* = \frac{\Delta t \cdot U}{D} \quad (6.1)$$

6.1 *Riser* Vertical

Consiste em um caso teórico onde um *riser* rígido de 120 m de comprimento, sendo 100 m submersos, é submetido a uma corrente uniforme (Fig. 6.1). Com esse caso, foram realizadas 12 simulações onde foram utilizados dois intervalos de tempo adimensionais (Δt^*), 0,05 e 0,1 e para cada um desses tempos foram adotados três valores para o número de painéis, N_w , (32, 64 e 128) e dois valores para a tolerância da amalgamação, V_0 , (10^{-5} e 10^{-6}), como resumido na Tab. 6.1. Vale observar que o parâmetro V_0 controla o número de vórtices na esteira.

Nas Tab. 6.2 e Tab. 6.3 estão descritas as propriedades do *riser* e do fluido utilizados nas simulações.

A Fig. 6.2 ilustra o diagrama de corpo livre do *riser* onde é possível notar as condições

Figura 6.1: Modelo do *riser* vertical no ANFLEX.

Tabela 6.1: Resumo dos casos do *Riser* Vertical simulados.

Nome do caso	Δt^*	N_w	V_0
RV_C1_32_5_60	0,1	32	$1,0 \times 10^{-5}$
RV_C1_32_6_60	0,1	32	$1,0 \times 10^{-6}$
RV_C1_64_5_60	0,1	64	$1,0 \times 10^{-5}$
RV_C1_64_6_60	0,1	64	$1,0 \times 10^{-6}$
RV_C1_128_5_60	0,1	128	$1,0 \times 10^{-5}$
RV_C1_128_6_60	0,1	128	$1,0 \times 10^{-6}$
RV_C5_32_5_60	0,05	32	$1,0 \times 10^{-5}$
RV_C5_32_6_60	0,05	32	$1,0 \times 10^{-6}$
RV_C5_64_5_60	0,05	64	$1,0 \times 10^{-5}$
RV_C5_64_6_60	0,05	64	$1,0 \times 10^{-6}$
RV_C5_128_5_60	0,05	128	$1,0 \times 10^{-5}$
RV_C5_128_6_60	0,05	128	$1,0 \times 10^{-6}$

Tabela 6.2: Propriedades do *riser*.

Propriedade	Valor	Unidade
Comprimento	120	m
Diâmetro externo	0,25	m
Diâmetro interno	0,21106	m
Razão de aspecto	480	—
Tração no topo	200	kN
Módulo de elasticidade	$2,1 \times 10^8$	kN/m^2
Peso específico	75,537	kN/m^3
Peso específico do fluido interno	7,848	kN/m^3

Tabela 6.3: Propriedades do fluido.

Propriedade	Valor	Unidade
LDA	100	m
Peso específico da água	10,0553	kN/m^3
Viscosidade cinemática da água	$9,24 \times 10^{-7}$	m^2/s

de contorno das duas extremidades. Ambas estão rotuladas, permitindo a rotação nos eixos “x” e “y” e os deslocamentos nesses eixos foram restritos. No eixo “z” a rotação foi restrita, impedindo a torsão do modelo, e o deslocamento somente é permitido no ponto de aplicação da tração.

Figura 6.2: Diagrama de corpo livre do *riser*.

Para determinar as frequências naturais do *riser*, foi realizada uma análise de vibrações livres como descrita no item 3.10 do capítulo 3 utilizando o ANFLEX. Como é uma análise tridimensional, as respostas são apresentadas aos pares, nos dois planos onde a estrutura pode vibrar. Uma vez que o *riser* vertical é simétrico, os resultados nos dois planos é idêntico e somente uma frequência por modo é apresentada na Tab. 6.4.

O *riser* foi discretizado em 60 elementos no módulo estrutural do código (Fig. 6.3) e como foi visto no capítulo 5, para cada nó da malha de Elementos Finitos está associada uma seção hidrodinâmica.

O perfil de corrente adotado foi uniforme com velocidade de $0,4 \text{ m/s}$, o mesmo utilizado por Fregonesi (2002) e Flatschart (2007). Com essa velocidade, o diâmetro externo

Tabela 6.4: Modos naturais de vibração do *riser*.

Modo	Frequência Natural	Unidade
1 ^o	0,119	Hz
2 ^o	0,272	Hz
3 ^o	0,480	Hz
4 ^o	0,753	Hz
5 ^o	1,090	Hz

Figura 6.3: Discretização do *Riser* Vertical.

apresentado na Tab. 6.2 e a viscosidade cinemática do fluido mostrado na Tab. 6.3, o número de Reynolds para esse escoamento, utilizando a eq. (2.4), foi de $1,08 \times 10^5$. Para esse valor do número de Reynolds pôde-se afirmar que o escoamento encontra-se no regime subcrítico (Chakrabarti (1987)) e nessa região, analisando a Fig. 2.10, foi possível adotar um valor de 0,2 como boa aproximação para o número de Strouhal.

Uma vez definido o Strouhal foi possível fazer uma estimativa da frequência de desprendimento de vórtices (f_s) rearranjando a eq. (2.2) em função desse parâmetro

$$f_s = St \cdot \frac{U}{D} \quad (6.2)$$

Dessa forma chegou-se a $f_s = 0,32 Hz$. Comparando com os valores das frequências naturais da Tab. 6.4 obtidas numericamente, era esperado que o modo a ser excitado fosse o segundo.

Foi estabelecido um total de 520 ciclos de desprendimento de vórtices como suficiente para a estabilização e total desenvolvimento do fenômeno. Como a frequência para um ciclo de desprendimento de vórtices é $0,32 Hz$, pôde-se determinar o período para esse ciclo como sendo $1/f_s$, portando $T_s = 3,125 s$. Então, o tempo total de simulação para cada um dos 12 casos foi

$$\text{Tempo total} = T_s \cdot \text{total de ciclos}$$

$$\text{Tempo total} = 3,125 s \cdot 520 = 1625 s$$

Nas simulações o número máximo de vórtices foi mantido em torno de 3.500, mas como pode ser visto na Fig. 6.4 houve uma variação significativa em função da tolerância da amalgamação V_0 . Esse mesmo parâmetro é o principal responsável pelo aumento do tempo computacional, como pode ser visto na Fig. 6.5.

Analisando os casos dois a dois, variando somente um parâmetro (número de painéis, intervalo de tempo adimensional e tolerância da amalgamação V_0), nota-se uma variação muito grande, mas em média o aumento do número de painéis de 64 para 128 causa um acréscimo do tempo computacional de 51%. Já a redução do intervalo de tempo adimensional à metade aumenta em média 238% o tempo computacional, mas a variação da tolerância da amalgamação V_0 da ordem de 10^{-1} eleva em média 694% o tempo computacional.

As Fig. 6.6 até Fig. 6.17 apresentam as envoltórias de deslocamento para os casos com o intervalo de tempo adimensional igual a 0,1.

Os casos com o intervalo de tempo adimensional igual a 0,05 não apresentaram resultados coerentes, especialmente quanto ao deslocamento na direção transversal em que não

Figura 6.4: Variação do número de vórtices máximo para os casos do *riser* vertical.

Figura 6.5: Variação do tempo computacional para os casos do *riser* vertical.

Figura 6.6: Variação da amplitude de deslocamento (x/D) ao longo do comprimento do *riser* (Caso C1-32-5-60).

Figura 6.7: Variação da amplitude de deslocamento (y/D) ao longo do comprimento do *riser* (Caso C1-32-5-60).

Figura 6.8: Variação da amplitude de deslocamento (x/D) ao longo do comprimento do *riser* (Caso C1-32-6-60).

Figura 6.9: Variação da amplitude de deslocamento (y/D) ao longo do comprimento do *riser* (Caso C1-32-6-60).

Figura 6.10: Variação da amplitude de deslocamento (x/D) ao longo do comprimento do *riser* (Caso C1-64-5-60).

Figura 6.11: Variação da amplitude de deslocamento (y/D) ao longo do comprimento do *riser* (Caso C1-64-5-60).

Figura 6.12: Variação da amplitude de deslocamento (x/D) ao longo do comprimento do *riser* (Caso C1-64-6-60).

Figura 6.13: Variação da amplitude de deslocamento (y/D) ao longo do comprimento do *riser* (Caso C1-64-6-60).

Figura 6.14: Variação da amplitude de deslocamento (x/D) ao longo do comprimento do *riser* (Caso C1-128-5-60).

Figura 6.15: Variação da amplitude de deslocamento (y/D) ao longo do comprimento do *riser* (Caso C1-128-5-60).

Figura 6.16: Variação da amplitude de deslocamento (x/D) ao longo do comprimento do *riser* (Caso C1-128-6-60).

Figura 6.17: Variação da amplitude de deslocamento (y/D) ao longo do comprimento do *riser* (Caso C1-128-6-60).

mostram um modo específico divergindo da estimativa de frequência de desprendimento de vórtices em que o segundo modo era esperado. Modo que foi confirmado nas Fig. 6.7, Fig. 6.9, Fig. 6.11, Fig. 6.13, Fig. 6.15 e Fig. 6.17. Essa divergência pode ser explicada pelo fato de o intervalo de tempo adimensional ($0,05$) ser incompatível com a tolerância da amalgamação, V_0 utilizada (10^{-6}) uma vez que com a diminuição do intervalo de tempo o número de vórtices presentes no escoamento em cada intervalo de tempo é insuficiente para uma boa resolução tanto da esteira quanto dos vórtices próximos ao corpo alterando o campo de pressões atuante na seção hidrodinâmica. Com isso, as forças resultantes do DVM que serão aplicadas como esforços nodais no modelo estrutural do ANFLEX provocam deslocamentos incompatíveis com a resposta esperada.

As envoltórias obtidas para o intervalo de tempo adimensional $0,1$, comparadas aos resultados obtidos por Fregonesi (2002) e Flatschart (2007) (Fig. 6.18 e Fig. 6.19) estão bastante próximas. Em ambos os trabalhos a amplitude de deslocamento longitudinal e transversal máximos foram respectivamente dois e $0,7$ diâmetros. Não há, entretanto, caso que combine esses dois resultados, especialmente o deslocamento transversal em que todos os casos apresentaram valores em torno de $0,8$ diâmetros. Em relação ao deslocamento longitudinal, somente um caso chegou próximo a dois diâmetros, como pode ser visto na Fig. 6.16.

Figura 6.18: Variação da amplitude de deslocamento (x/D) ao longo do comprimento do *riser* (Flatschart (2007)).

A Tab. 6.5 resume as amplitudes de deslocamento máximas obtidas das envoltórias de movimento.

Figura 6.19: Variação da amplitude de deslocamento (y/D) ao longo do comprimento do *riser* (Flatschart (2007)).

Tabela 6.5: Amplitudes de deslocamento máximas.

Caso	x/D máximo	y/D máximo
RV_C1_32_5_60	1,8180	0,8753
RV_C1_32_6_60	1,8234	0,8840
RV_C1_64_5_60	1,7879	0,8567
RV_C1_64_6_60	1,7920	0,8806
RV_C1_128_5_60	1,8091	0,8765
RV_C1_128_6_60	1,9909	0,8304

A partir dos resultados da Tab. 6.5 a média para cada uma das amplitudes máximas dos deslocamentos é 1,8369 para x/D e 0,8672 para y/D .

A seguir, da Fig. 6.20 a Fig. 6.25, são apresentadas as séries temporais das amplitudes de deslocamentos nas direções transversal e longitudinal para a seção central do *riser*.

Figura 6.20: Séries temporais das amplitudes de deslocamento Ay/D e Ax/D (Caso C1-32-5-60)

As figuras a seguir apresentam os espectros dos deslocamentos para os casos analisados.

É possível observar pelas Fig. 6.26 a Fig. 6.31 que a frequência de oscilação na direção transversal é a metade da frequência na direção longitudinal, exceto na Fig. 6.31. O que ocorre na Fig. 6.31 pode ser explicado devido ao surgimento de mais de uma frequência característica, decorrente da não-linearidade do código estrutural. Essa não-linearidade permite que a estrutura ao ser submetida às forças hidrodinâmicas responda não somente nas direções longitudinal e transversal, mas também na direção axial devido à deformação dos elementos.

O comportamento geral dos espectros dos deslocamentos está compatível com o obtido por Fregonesi (2002) para o mesmo problema como pode ser visto nas Fig. 6.32(b) e Fig. 6.32(a). Vikestad (1998) em sua tese de doutorado também menciona esse comportamento das frequências.

A trajetória dos deslocamentos adimensionais, como pode ser visto na Fig. 6.33 para

Figura 6.21: Séries temporais das amplitudes de deslocamento A_y/D e A_x/D (Caso C1-32-6-60)

Figura 6.22: Séries temporais das amplitudes de deslocamento A_y/D e A_x/D (Caso C1-64-5-60)

Figura 6.23: Séries temporais das amplitudes de deslocamento A_y/D e A_x/D (Caso C1-64-6-60)

Figura 6.24: Séries temporais das amplitudes de deslocamento A_y/D e A_x/D (Caso C1-128-5-60)

Figura 6.25: Séries temporais das amplitudes de deslocamento A_y/D e A_x/D (Caso C1-128-6-60)

Figura 6.26: Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) - Caso C1-32-5-60

Figura 6.27: Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) - Caso C1-32-6-60

Figura 6.28: Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) - Caso C1-64-5-60

Figura 6.29: Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) - Caso C1-64-6-60

Figura 6.30: Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) - Caso C1-128-5-60

Figura 6.31: Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) - Caso C1-128-6-60

Figura 6.32: Espectros de frequências dos deslocamentos na seção 30 (Fregonesi (2002))

o caso C1-64-6-60, não tem o mesmo comportamento obtido por Fregonesi (2002) (Fig. 6.34) apesar da amplitude dos deslocamentos na direção transversal estar próxima. O resultado pode ser explicado devido à diferenças no ajuste do modelo estrutural uma vez que Fregonesi (2002) utiliza o DVM acoplado a um modelo estrutural diferente do utilizado do ANFLEX.

Figura 6.33: Trajetória dos deslocamentos na seção central do *riser* - Caso C1-64-6-60

Figura 6.34: Trajetória dos deslocamentos no centro do *riser* (Fregonesi (2002))

Fixando alguns ciclos de oscilação é possível identificar a figura característica do “oito” (Fig. 6.35).

Figura 6.35: Trajetória dos deslocamentos na seção central do *riser* para quatro ciclos de desprendimentos de vórtices - Caso C1-64-6-60

Os coeficientes de arrasto e sustentação dos casos analisados são apresentados nas Fig. 6.36 a Fig. 6.41.

A partir das séries temporais, representadas pelos gráficos dos coeficientes de arrasto e sustentação mostrados nas Fig. 6.36 a Fig. 6.41, os valores de $C_{D\text{médio}}$ e C_{LRMS} para os casos simulados com o intervalo de tempo adimensional de $0,1$ podem ser resumidos na Tab. 6.6.

Tabela 6.6: Coeficientes de arrasto médio e de sustentação RMS.

Caso	$C_{D\text{médio}}$	C_{LRMS}
RV_C1_32_5_60	1,3773	0,7714
RV_C1_32_6_60	1,3886	0,7684
RV_C1_64_5_60	1,4122	0,8650
RV_C1_64_6_60	1,3993	0,7694
RV_C1_128_5_60	1,4646	0,9540
RV_C1_128_6_60	1,3780	0,7271

A partir das séries temporais das forças de arrasto e sustentação foi possível obter o espectro dessas forças aplicando uma FFT semelhante à aplicada para as séries temporais dos deslocamentos. Os resultados, para cada caso simulado, estão nas Fig. 6.42 a Fig. 6.47.

Figura 6.36: Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (Caso C1-32-5-60)

Figura 6.37: Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (Caso C1-32-6-60)

Figura 6.38: Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (Caso C1-64-5-60)

Figura 6.39: Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (Caso C1-64-6-60)

Figura 6.40: Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (Caso C1-128-5-60)

Figura 6.41: Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (Caso C1-128-6-60)

Figura 6.42: Espectros das forças de arrasto e sustentação (Caso C1-32-5-60)

Figura 6.43: Espectros das forças de arrasto e sustentação (Caso C1-32-6-60)

Figura 6.44: Espectros das forças de arrasto e sustentação (Caso C1-64-5-60)

Figura 6.45: Espectros das forças de arrasto e sustentação (Caso C1-64-6-60)

Figura 6.46: Espectros das forças de arrasto e sustentação (Caso C1-128-5-60)

Figura 6.47: Espectros das forças de arrasto e sustentação (Caso C1-128-6-60)

A partir dos resultados apresentados para o caso teórico do *riser* vertical, foram definidos como parâmetros iniciais de simulação dos casos de comparação com os resultados experimentais o número de painéis (N_w) igual a 64, o intervalo de tempo adimensional (Δt^*) igual a 0,1 e a tolerância da amalgamação (V_0) igual a 10^{-6} . Todavia, devido às características estruturais de cada caso, principalmente quanto à rigidez axial que tem influência significativa nos deslocamentos, houve a necessidade, como será visto adiante, de alterar o intervalo de tempo adimensional e consequentemente a tolerância da amalgamação para garantir a convergência dos casos.

6.2 Ensaio na França

Este ensaio foi realizado em março de 2010 pelo professor John Chaplin da Universidade de Southampton no canal de água circulante da IFREMER em Boulogne-sur-mer, na França (Fig. 6.48). A seção de trabalho possui 4,0 m de largura por 2,2 m de profundidade e a parte operacional do canal tem 18 m de comprimento onde as velocidades podem variar de 0,1 m/s a 2,2 m/s (Fig. 6.49).

Para maximizar a largura da seção transversal os cilindros foram dispostos na diagonal, perpendiculares à direção do escoamento como pode ser visto na Fig. 6.50. As bases (Fig. 6.51) superior e inferior (Fig. 6.52 e Fig. 6.53) de suporte dos cilindros possibilitavam o posicionamento relativo entre eles de três a 15 diâmetros na direção do escoamento e de zero a quatro diâmetros na direção transversal à corrente do canal.

Os dois cilindros eram idênticos, com 4,28 m de comprimento e pinados com juntas universais (Fig. 6.54) nas extremidades, sendo que na parte superior era possível ajustar a tração por meio da conexão dos cilindros com a base, como poder ser visto na (Fig. 6.55). Essa tração era medida utilizando uma célula de carga, instalada logo abaixo da junta universal como está representado na Fig. 6.56, e sempre verificada a cada novo teste (Fig. 6.57). Cada cilindro era composto por bobinas cilíndricas de nylon com 54 mm de diâmetro e 30 mm de comprimento espaçadas de 10 em 10 mm tendo um cabo de aço de 4 mm diâmetro e uma resistência à tração de 9 kN no centro. Cada bobina era presa ao cabo por parafusos. Uma capa plástica com espessura de 0,5 mm foi sobreposta às bobinas, como pode ser visto na Fig. 6.58, para um diâmetro hidrodinâmico contínuo de 55 mm. Essa montagem garantiu que as frequências naturais dos cilindros fossem dominadas pela rigidez geométrica, consequentemente pela tração aplicada, e não pela rigidez à flexão. Para garantir que não haveria água dentro da capa plástica, toda instalação foi feita com os cilindros dentro d'água.

(a) Boulogne-sur-mer na França

(b) IFREMER em Boulogne-sur-mer

Figura 6.48: Localização do IFREMER em Boulogne-sur-mer (fonte:Google maps)

(a) Vista superior do canal

(b) Lateral do canal

(c) Esquema do canal

Figura 6.49: Canal de água circulante da IFREMER em Boulogne-sur-mer (fonte:site IFREMER)

Figura 6.50: Arranjo dos cilindros no canal

Figura 6.51: Base de suporte superior com detalhe dos furos para posicionamento dos cilindros

Figura 6.52: Detalhe do suporte dos cilindros na parte superior

Figura 6.53: Detalhe do suporte dos cilindros na parte inferior

Figura 6.54: Detalhe da junta universal

Figura 6.55: Detalhe das conexões dos dois cilindros na base superior

Figura 6.56: Célula de carga no topo do cilindro

Figura 6.57: Voltímetros para medição da tração

Figura 6.58: Detalhe da capa plástica envolvendo as bobinas de nylon

Foram instalados acelerômetros em oito bobinas, detalhe na Fig. 6.59, distribuídos ao longo do comprimento de cada cilindro a fim de identificar as acelerações transversais e longitudinais (na direção da corrente). A orientação dos acelerômetros foi gravada regularmente em água parada, no intervalo entre os testes, identificando o componente da gravidade que aparecia em cada canal. No entanto, como os cilindros tinham baixa rigidez torsional, não era possível garantir que os deslocamentos estivessem livres de rotações nas mesmas frequências, gerando algum tipo de contaminação nas leituras das componentes transversal e longitudinal (Chaplin et al. (2005a)). Por essa razão, foi instalado um giroscópio de estado sólido atrás de cada acelerômetro, garantindo a leitura da velocidade angular no eixo do cilindro. Com isso, usando o deslocamento angular instantâneo de cada bobina instrumentada obtido pela integração do sinal do giroscópio, foi possível transformar de forma confiável os dados das acelerações ortogonais das direções longitudinal (x) e transversal (y). Os resultados dos giroscópios mostraram que na metade dos cilindros a torção ficou em torno de um a dois graus.

Como poder ser visto na Fig. 6.60, os cabos da instrumentação passavam por dentro das bobinas. Ao todo foram 32 sinais analógicos de 16 acelerômetros, mais 16 dos giroscópios adjacentes e ainda dois das células de carga. Isso totalizou 50 canais que foram amostrados a uma frequência de 200 Hz.

As propriedades dos cilindros estão resumidas na Tab. 6.7

As frequências naturais na água (Tab. 6.8) foram obtidas por meio de testes de de-

Figura 6.59: Bobina com o acelerômetro antes da instalação no cilindro

Figura 6.60: Passagem dos cabos dos acelerômetros e giroscópios por entre as bobinas

Tabela 6.7: Propriedades dos cilindros.

Propriedade	Valor	Unidade
Diâmetro externo	0,055	m
Comprimento entre juntas universais	4,28	m
Massa do cilindro seco	2,09	kg/m
Massa de água interna	0,69	kg/m
Massa deslocada	2,38	kg/m
Razão de massa	1,17	-
Tração em água parada	600	N
Rigidez axial (EA)	20,8	N·m ²
Rigidez à flexão (EI)	1,19	MN
Amortecimento estrutural	2	%

caimento na própria seção do ensaio (Fig. 6.61) com os cilindros submetidos a uma tração constante de 600 N, já as frequências naturais no ar foram determinadas retirando o cilindro no canal (Fig. 6.62) e aplicando diferentes trações (Tab. 6.9).

Tabela 6.8: Frequência natural na água.

Modo	Frequência [Hz]
1 ^o	1,35
2 ^o	2,63

Figura 6.61: Ensaio de decaimento para obtenção das frequências naturais do cilindro na água

Os ensaios foram realizados mantendo-se o cilindro de montante fixo e variando-se o cilindro de jusante nas 16 posições indicadas na Fig. 6.63 em que X , Y e d representam,

Figura 6.62: Ensaio de decaimento para obtenção das frequências naturais do cilindro no ar

Tabela 6.9: Frequências naturais no ar e fatores de amortecimento em função da tração

Tração [N]	Frequência [Hz]	Fator de amortecimento [%]
277	1,344	2,2
414	1,691	2,2
706	2,240	1,8

respectivamente, as coordenadas longitudinal e transversal do cilindro de jusante em relação ao cilindro de montante em água parada e o diâmetro dos cilindros.

Figura 6.63: Localização do cilindro de jusante. O cilindro de montante está na posição (0,0).

Nos ensaios as velocidades variaram de $0,2 \text{ m/s}$ a $0,89 \text{ m/s}$ e o número de Reynolds variou de 10^4 a $4,5 \times 10^4$, para uma temperatura da água medida de $16,5^\circ\text{C}$. A tração, em água parada, no topo do cilindros foi de 600 N e no início de cada ensaio era ajustada.

6.2.1 Simulações com um cilindro

O caso escolhido para simulação com um cilindro foi o L da Fig. 6.63 onde os cilindros estão alinhados e afastados $15d$. Nesse caso, os resultados do ensaio mostraram que o cilindro de montante comportou-se como um cilindro isolado e não sofreu influência do cilindro de jusante, por isso foi escolhido como modelo de comparação dos resultados numéricos.

Devido a limitações da versão do ANFLEX disponível para a tese e a dificuldade na modelagem do cilindro inclinado, optou-se por configurar o cilindro na vertical. Consequentemente, perde-se o efeito gravitacional sobre a tração. Contudo, analisando as propriedades do cilindro apresentada na Tab. 6.7 pôde-se observar que devido ao pequeno peso dos cilindros na água (4 N), a tração (600 N) é preponderante e o efeito gravitacional é desprezível.

A Fig. 6.64 mostra a modelagem do cilindro na vertical com a aplicação da corrente na direção X. O cilindro foi dividido em 42 elementos. As propriedades do modelo numérico estão descritas na Tab. 6.10 e Tab. 6.11. Na Fig. 6.65 está o diagrama de corpo livre do cilindro onde as juntas universais estão representadas pelas rótulas nas extremidades que permitem as rotações nos eixos “x” e “y”, mas impedem os deslocamentos nesses eixos. Já no eixo “z” a rotação foi restrita, impedindo a torsão do modelo e o deslocamento somente é permitido no ponto de aplicação da tração.

Considerando a faixa de Reynolds já mencionada, todos os ensaios estão no regime

Figura 6.64: Modelo do cilindro vertical no ANFLEX.

Figura 6.65: Diagrama de corpo livre do cilindro.

Tabela 6.10: Propriedades do *riser*.

Propriedade	Valor	Unidade
Comprimento	4,28	m
Diâmetro externo	0,055	m
Diâmetro interno	0,030	m
Razão de aspecto	77,82	–
Tração no topo	551	kN
Módulo de elasticidade	$7,05 \times 10^5$	kN/m^2
Peso específico	12,141	kN/m^3
Amortecimento estrutural	2,2	%
Peso específico do fluido interno	9,794	kN/m^3

Tabela 6.11: Propriedades do fluido.

Propriedade	Valor	Unidade
LDA	3,8	m
Peso específico da água	9,794	kN/m^3
Viscosidade cinemática da água	$1,099 \times 10^{-6}$	m^2/s

subcrítico (Chakrabarti (1987)), com isso pôde-se considerar 0,2 como estimativa inicial para o número de Strouhal. Dessa maneira, foram definidas as frequências de desprendimento de vórtices para cada velocidade do ensaio e delas foram escolhidas quatro velocidades de corrente: 0,26 m/s, 0,38 m/s, 0,44 m/s e 0,50 m/s para a comparação numérico-experimental. A Tab. 6.12 resume alguns parâmetros importantes considerados na escolha das velocidades de corrente.

Tabela 6.12: Parâmetros hidrodinâmicos dos casos simulados

Velocidade	Re	f_s	f_n	V_R
0,26 m/s	$1,3 \times 10^4$	0,945 Hz	1,35 Hz	3,50
0,38 m/s	$1,9 \times 10^4$	1,38 Hz	1,35 Hz	5,11
0,44 m/s	$2,2 \times 10^4$	1,60 Hz	1,35 Hz	5,93
0,50 m/s	$2,5 \times 10^4$	1,82 Hz	1,35 Hz	6,73

Observando a Tab. 6.12 é possível notar que a velocidade de corrente 0,38 m/s está muito próxima do *lock-in*, o que gerou deslocamentos elevados como poderá ser visto adiante. Um pouco acima, com V_R igual a 5,93, a velocidade de corrente 0,44 m/s, também resultou em movimentos acentuados.

Na busca de um melhor ajuste do modelo numérico com o modelo do experimento, foi efetuada uma análise de vibrações livres alterando-se os valores de tração de tal forma que a frequência natural do primeiro modo em água ficasse próxima à obtida no ensaio de decaimento (Tab. 6.7). Com isso, chegou-se a uma tração de 551 N e as frequências naturais obtidas estão representados na Tab. 6.13.

Tabela 6.13: Modos naturais de vibração do cilindro vertical na água.

Modo	Frequência Natural	Unidade
1 ^o	1,350	Hz
2 ^o	3,498	Hz
3 ^o	6,797	Hz
4 ^o	11,360	Hz
5 ^o	17,232	Hz

Apesar da tração encontrada na análise de vibrações livres levar a um bom ajuste da frequência natural do primeiro modo na água, constatou-se nos dados brutos dos ensaios que mesmo com a calibração da tração a cada novo ensaio, seu valor variava de forma significativa durante o período de passagem da corrente no canal. Esse fato pode ser explicado pela flexibilidade dos cilindros e pelo efeito do arrasto. Por isso, para cada velocidade simulada, o valor da tração adotado foi o valor médio medido no ensaio, como pode ser visto na Tab. 6.14.

Tabela 6.14: Trações adotadas para cada velocidade simulada.

Velocidade	Tração no topo	Unidade
0,26 m/s	612	N
0,38 m/s	650	N
0,44 m/s	736	N
0,50 m/s	807	N

A fim de garantir uma total estabilização e desenvolvimento da esteira foi estabelecido um total de 520 ciclos de desprendimento de vórtices. A Tab. 6.15 resume os parâmetros numéricos utilizados em cada caso simulado.

Tabela 6.15: Resumo dos casos simulados com um cilindro.

Velocidade	Δt^*	N_w	V_0
0,26 m/s	0,08	64	$5,0 \times 10^{-7}$
0,38 m/s	0,1	64	$1,0 \times 10^{-6}$
0,44 m/s	0,1	64	$1,0 \times 10^{-6}$
0,50 m/s	0,1	64	$1,0 \times 10^{-6}$

Como é possível notar na Tab. 6.15, somente na velocidade de 0,26 m/s foi necessário alterar os parâmetros para garantir a convergência do problema, nos outros dois casos foi possível manter os parâmetros definidos na análise da seção 6.1.

Os deslocamentos na direção da corrente do ensaio não serão apresentados, consequentemente nem a comparação com os resultados numéricos, porque os acelerômetros não registravam os deslocamentos estacionários e com isso não levavam em conta o deslocamento

médio devido ao arrasto. Com isso mediam somente uma oscilação em torno da posição deformada.

6.2.1.1 Velocidade 0,26 m/s

A Fig. 6.66 apresenta as envoltórias de deslocamento do ensaio e da simulação numérica.

Figura 6.66: Envoltória de deslocamentos máximos na direção transversal (0,26 m/s)

Na Fig. 6.67 estão as trajetórias dos deslocamentos do ensaio e da simulação.

A Tab. 6.16 resume as amplitudes de deslocamento máximas obtidas das envoltórias de movimento.

Tabela 6.16: Amplitudes de deslocamento máximas (0,26 m/s).

Caso	x/D máximo	y/D máximo
numérico	0,179	0,400
ensaio	—	0,215

A seguir, nas Fig. 6.68 e Fig. 6.69 respectivamente, são apresentadas as séries temporais e os espectros de frequências das amplitudes de deslocamentos nas direções transversal e longitudinal para a seção central do cilindro.

Os coeficientes de arrasto e sustentação do caso analisado são apresentados na Fig. 6.70.

Figura 6.67: Trajetória dos deslocamentos do ensaio e da simulação ($0,26 \text{ m/s}$)

Figura 6.68: Séries temporais das amplitudes de deslocamento Ay/D e Ax/D ($0,26 \text{ m/s}$)

Figura 6.69: Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) (0,26 m/s)

Figura 6.70: Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (0,26 m/s)

Analisando as séries temporais completas dos coeficientes de arrasto e sustentação, mostrados na Fig. 6.70 até o tempo adimensional 200, foi possível obter os valores de $C_{D\text{médio}}$ e C_{LRMS} e resumí-los na Tab. 6.17.

Tabela 6.17: Coeficientes de arrasto médio e de sustentação RMS (0,26 m/s).

Velocidade de corrente	$C_{D\text{médio}}$	C_{LRMS}
0,26 m/s	1,467	1,608

A partir das séries temporais das forças de arrasto e sustentação foi possível obter o espectro dessas forças aplicando uma FFT semelhante à aplicada para as séries temporais dos deslocamentos. Os resultados estão na Fig. 6.71.

Figura 6.71: Espectro de forças (0,26 m/s)

6.2.1.2 Velocidade 0,38 m/s

A Fig. 6.72 apresenta as envoltórias de deslocamento do ensaio e da simulação numérica.

Na Fig. 6.73 estão as trajetórias dos deslocamentos do ensaio e da simulação.

A Tab. 6.18 resume as amplitudes de deslocamento máximas obtidas das envoltórias de movimento.

A seguir, nas Fig. 6.74 e Fig. 6.75 respectivamente, são apresentadas as séries temporais e os espectros de frequências das amplitudes de deslocamentos nas direções transversal e longitudinal para a seção central do cilindro.

Figura 6.72: Envoltória de deslocamentos máximos na direção transversal ($0,38 \text{ m/s}$)

Figura 6.73: Trajetória dos deslocamentos do ensaio e da simulação ($0,38 \text{ m/s}$)

Tabela 6.18: Amplitudes de deslocamento máximas ($0,38 \text{ m/s}$).

Caso	x/D máximo	y/D máximo
numérico	0,507	0,732
ensaio	—	0,592

Figura 6.74: Séries temporais das amplitudes de deslocamento A_y/D e A_x/D ($0,38 \text{ m/s}$)

Figura 6.75: Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) ($0,38 \text{ m/s}$)

Os coeficientes de arrasto e sustentação do caso analisado são apresentados na Fig. 6.76.

Figura 6.76: Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional ($0,38 \text{ m/s}$)

Analisando as séries temporais completas dos coeficientes de arrasto e sustentação, mostrados na Fig. 6.76 até o tempo adimensional 200, foi possível obter os valores de $C_{D\text{médio}}$ e C_{LRMS} e resumí-los na Tab. 6.19.

Tabela 6.19: Coeficientes de arrasto médio e de sustentação RMS ($0,38 \text{ m/s}$).

Velocidade de corrente	$C_{D\text{médio}}$	C_{LRMS}
$0,38 \text{ m/s}$	2,484	0,885

A partir das séries temporais das forças de arrasto e sustentação foi possível obter o espectro dessas forças aplicando uma FFT semelhante à aplicada para as séries temporais dos deslocamentos. Os resultados estão na Fig. 6.77.

Nas Fig. 6.78 a Fig. ?? estão os contornos de vorticidade para a velocidade de corrente de $0,38 \text{ m/s}$. A seção hidrodinâmica escolhida foi a central por possuir maior amplitude de deslocamento tanto transversal quanto na direção da corrente. Os tempos adimensionais apresentados são 2404, 2405 e 2406 respectivamente. As esteiras de vórtices da Fig. 6.81 a Fig. 6.83 mostram uma sequência de aproximadamente meio ciclo de desprendimento de vórtices. É possível observar nessas figuras a concentração dos vórtices discretos ao redor da seção, o que é desejado para uma maior precisão no cálculo das forças atuantes no cilindro.

Figura 6.77: Espectro de forças (0,38 m/s)

Figura 6.78: Contorno de vorticidade no tempo adimensional 2404 (0,38 m/s)

Figura 6.79: Contorno de vorticidade no tempo adimensional 2405 ($0,38 \text{ m/s}$)

Figura 6.80: Contorno de vorticidade no tempo adimensional 2406 ($0,38 \text{ m/s}$)

Figura 6.81: Esteira de vórtices no tempo adimensional 2404 ($0,38\text{ m/s}$)

Figura 6.82: Esteira de vórtices no tempo adimensional 2405 ($0,38\text{ m/s}$)

Figura 6.83: Esteira de vórtices no tempo adimensional 2406 (0,38 m/s)

6.2.1.3 Velocidade 0,44 m/s

A Fig. 6.84 apresenta as envoltórias de deslocamento do ensaio e da simulação numérica.

Figura 6.84: Envoltória de deslocamentos máximos na direção transversal (0,44 m/s)

Na Fig. 6.85 estão as trajetórias dos deslocamentos do ensaio e da simulação.

Figura 6.85: Trajetória dos deslocamentos do ensaio e da simulação ($0,44 \text{ m/s}$)

A Tab. 6.20 resume as amplitudes de deslocamento máximas obtidas das envoltórias de movimento.

Tabela 6.20: Amplitudes de deslocamento máximas ($0,44 \text{ m/s}$).

Caso	x/D máximo	y/D máximo
numérico	0,607	0,788
ensaio	—	0,739

A seguir, nas Fig. 6.86 e Fig. 6.87 respectivamente, são apresentadas as séries temporais e os espectros de frequências das amplitudes de deslocamentos nas direções transversal e longitudinal para a seção central do cilindro.

Os coeficientes de arrasto e sustentação do caso analisado são apresentados na Fig. 6.88.

Analisando as séries temporais completas dos coeficientes de arrasto e sustentação, mostrados na Fig. 6.88 até o tempo adimensional 200, foi possível obter os valores de $C_{D\text{médio}}$ e C_{LRMS} e resumí-los na Tab. 6.21.

Tabela 6.21: Coeficientes de arrasto médio e de sustentação RMS ($0,44 \text{ m/s}$).

Velocidade de corrente	$C_{D\text{médio}}$	C_{LRMS}
0,44 m/s	2,396	0,679

Figura 6.86: Séries temporais das amplitudes de deslocamento A_y/D e A_x/D (0,44 m/s)

Figura 6.87: Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) (0,44 m/s)

Figura 6.88: Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional ($0,44 \text{ m/s}$)

A partir das séries temporais das forças de arrasto e sustentação foi possível obter o espectro dessas forças aplicando uma FFT semelhante à aplicada para as séries temporais dos deslocamentos. Os resultados estão na Fig. 6.89.

Figura 6.89: Espectro de forças ($0,44 \text{ m/s}$)

6.2.1.4 Velocidade 0,50 m/s

A Fig. 6.90 apresenta as envoltórias de deslocamento do ensaio e da simulação numérica.

Figura 6.90: Envoltória de deslocamentos máximos na direção transversal ($0,50 \text{ m/s}$)

Na Fig. 6.91 estão as trajetórias dos deslocamentos do ensaio e da simulação.

Figura 6.91: Trajetória dos deslocamentos do ensaio e da simulação ($0,50 \text{ m/s}$)

A Tab. 6.22 resume as amplitudes de deslocamento máximas obtidas das envoltórias de movimento.

Tabela 6.22: Amplitudes de deslocamento máximas (0,50 m/s).

Caso	x/D máximo	y/D máximo
numérico	0,676	0,816
ensaio	—	0,778

A seguir, nas Fig. 6.92 e Fig. 6.93 respectivamente, são apresentas as séries temporais e os espectros de frequências das amplitudes de deslocamentos nas direções transversal e longitudinal para a seção central do cilindro.

Figura 6.92: Séries temporais das amplitudes de deslocamento Ay/D e Ax/D (0,50 m/s)

Os coeficientes de arrasto e sustentação do caso analisado são apresentados na Fig. 6.94.

Analisando as séries temporais completas dos coeficientes de arrasto e sustentação, mostrados na Fig. 6.94 até o tempo adimensional 200, foi possível obter os valores de $C_{D\text{médio}}$ e C_{LRMS} e resumí-los na Tab. 6.23.

Tabela 6.23: Coeficientes de arrasto médio e de sustentação RMS (0,50 m/s).

Velocidade de corrente	$C_{D\text{médio}}$	C_{LRMS}
0,50 m/s	2,258	0,548

Figura 6.93: Espectro dos deslocamento nas direções longitudinal (x) e transversal (y) (0,50 m/s)

Figura 6.94: Coeficientes de arrasto e sustentação em função do tempo adimensional (0,50 m/s)

A partir das séries temporais das forças de arrasto e sustentação foi possível obter o espectro dessas forças aplicando uma FFT semelhante à aplicada para as séries temporais dos deslocamentos. Os resultados estão na Fig. 6.95.

Figura 6.95: Espectro de forças (0,50 m/s)

6.2.2 Resumo dos casos com um cilindro

Os casos com um cilindro referem-se ao cilindro de montante do caso *L* da Fig. 6.63 do ensaio da França. Nessa configuração os dois cilindros estão alinhados e afastados $15d$ e os resultados do ensaio mostraram que o cilindro de montante comportou-se como um cilindro isolado. Como foi visto, as velocidades escolhidas para a simulação numérica foram: 0,26 m/s, 0,38 m/s, 0,44 m/s e 0,50 m/s. A Tab. 6.24 faz um resumo dos resultados numéricos e experimentais obtidos para todos os casos apresentados.

Tabela 6.24: Resumo dos resultados do ensaio da França para um cilindro.

velocidade	x/D num.	y/D num.	y/D ensaio	$C_{D\text{médio}}$	C_{LRMS}	St
0,26	0,179	0,400	0,215	1,467	1,608	0,20
0,38	0,507	0,732	0,592	2,484	0,885	0,18
0,44	0,607	0,788	0,739	2,396	0,679	0,17
0,50	0,676	0,816	0,778	2,258	0,548	0,16

A Fig. 6.96 apresenta o número máximo de vórtices para cada caso e nela é possível observar que a velocidade de 0,26 m/s apresentou o menor número de vórtices mesmo possuindo

uma maior flexibilidade para geração dos vórtices, como pôde ser visto nos parâmetros do DVM da Tab. 6.15. Observando os resultados da Tab. 6.24 fica mais evidente entender o que já seria esperado, pois uma velocidade de corrente menor tenderia a desprender menos vórtices e excitar menos a estrutura.

Figura 6.96: Número máximo de vórtices nos casos simulados do ensaio da França

Na Fig. 6.97 estão as amplitudes de deslocamento máximas em função da velocidade reduzida das simulações e do ensaio juntamente com resultados da literatura. Nela é possível observar que tanto os resultados numéricos quanto os experimentais encontram-se distribuídos nas regiões definidas por Govardhan e Williamson (2006), que usou um cilindro rígido em base elástica, como *initial branch* e *upper branch*, e há uma maior concordância dos resultados do ANFLEX-CFD com os ensaios da França na região do *upper branch*. Nessa faixa pode-se observar também uma proximidade com os pontos obtidos por Gopalkrishnan (1993) para um cilindro rígido em vibração forçada. Os pontos obtidos por Vikestad (1998) para um cilindro rígido livre para oscilar só estão próximos aos obtidos nesse trabalho na região do *initial branch*.

As Fig. 6.98 e Fig. 6.99 mostram a variação do $C_{D\text{médio}}$ e do $C_{L\text{RMS}}$ em função da velocidade reduzida para as simulações realizadas. Nota-se, apesar da pouca quantidade de pontos, uma pequena tendência de queda ou estabilização do coeficiente de arrasto para um valor próximo a 2,00 à medida que a velocidade reduzida aumenta e a mesma tendência, só que de forma mais acentuada, é percebida no coeficiente de sustentação.

Figura 6.97: Amplitudes de deslocamentos transversais

Figura 6.98: Variação do coeficiente de arrasto com V_R

Figura 6.99: Variação do coeficiente de sustentação com V_R

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

7.1 Conclusões

O código computacional ANFLEX-CFD foi utilizado nesta tese. Nele, o código estrutural ANFLEX, de propriedade da Petrobras, que utiliza o método dos elementos finitos (FEM) para solução do problema dinâmico de *risers*, é acoplado ao código de dinâmica dos fluidos computacional (CFD) que utiliza o método dos vórtices discretos (DVM) na solução das forças hidrodinâmicas resultantes da passagem do fluido ao redor dos *risers*.

O DVM calcula as forças hidrodinâmicas em seções bidimensionais, localizadas nos nós do FEM, de forma independente e a interação entre as seções é garantida pelo ANFLEX que, ao receber as forças nodais, refaz o equilíbrio da estrutura, calcula os esforços e os deslocamentos. O ciclo recomeça quando o DVM recebe a nova posição da estrutura atualizada pelos deslocamentos do passo de tempo anterior. A bidimensionalidade das seções hidrodinâmicas sugere uma limitação do DVM por não levar em conta os efeitos tridimensionais do escoamento em torno da estrutura. Entretanto, de acordo com Graham e Willden (2001), assumindo que a componente principal da vorticidade está alinhada ao cilindro, os gradientes das outras variáveis ao longo do comprimento podem ser considerados muito menores que os gradientes nas outras direções e, com isso, uma simulação bidimensional para a parte hidrodinâmica pode obter bons resultados. Fato que pôde ser comprovado nas simulações do caso do *riser* vertical quando comparadas aos resultados de Fregonesi (2002) e Flatschart (2007) e nas comparações com o ensaio na França.

O processamento paralelo, implementado no DVM por Flatschart (2007), foi utilizado para melhoria do desempenho do método. O modelo de programação adotado foi o MPI (*Message Passing Interface*), que de forma simplificada é um protocolo de comunicação de dados em processamento paralelo, e no ANFLEX-CFD o modelo de simulação paralela adotado foi do tipo mestre-escravo devido ao fato de a arquitetura computacional disponível ser um *cluster* dedicado. Nesse modelo, o processo mestre ficava responsável não só pela distribuição das se-

ções hidrodinâmicas aos processos escravos como também pela solução do modelo estrutural. Cada processo escravo ficava responsável por pelo menos uma seção hidrodinâmica, podendo ser mais a depender do número de processadores disponíveis e do número de seções hidrodinâmicas, e após a solução do DVM passava as forças ao processo mestre.

O ANFLEX é ferramenta de projeto para análise de *risers* flexíveis, rígidos e umbilicais na Petrobras e o DVM usado neste trabalho já foi utilizado para comparação com resultados experimentais de vibrações induzidas por vórtices (VIV) em cilindros em diversos trabalhos, como (Meneghini (1993), Fregonesi (2002), Yamamoto (2002), Chaplin et al. (2005b) e Yamamoto et al. (2004)). O acoplamento dos dois códigos numéricos, no entanto, ainda carecia de uma maior validação, pois apenas dois trabalhos foram publicados nos quais o ANFLEX-CFD foi utilizado: (Lima et al. (2007) e Santos, Lima e Meneghini (2009)). Foi nesse sentido que a presente tese se desenvolveu, com o objetivo de validar o acoplamento dos dois códigos utilizando o caso teórico de um *riser* vertical para um estudo paramétrico das variáveis numéricas do DVM para então comparar os resultados numéricos com os obtidos no ensaio realizado no canal de água circulante do IFREMER em Boulogne-sur-mer na França.

O ensaio realizado pelo professor John Chaplin da Universidade de Southampton no canal de água circulante da IFREMER em Boulogne-sur-mer fez parte do projeto de doutorado financiado pela Petrobras e teve como objetivo a obtenção de dados confiáveis para validação numérica, além de promover um melhor entendimento do fenômeno de vibrações induzidas por vórtices (VIV) e de interações entre *risers*. Foram ensaiados dois cilindros flexíveis iguais com uma razão de aspecto de 77,82 e razão de massa de 1,17 em uma corrente uniforme com Re variando de 10^4 a $4,5 \times 10^4$. A separação entre os cilindros na direção do escoamento foi de 3 a 15 diâmetros e na direção transversal variou de 0 a 4 diâmetros. Outro benefício do ensaio foi a possibilidade do acompanhamento de todo processo de planejamento, montagem e execução do experimento, o que facilitou o entendimento dos resultados e das comparações com o ANFLEX-CFD. Ensaio como esse são importantes pois há poucos dados de ensaios disponíveis para validação, provavelmente nenhum com dois cilindros. Com um cilindro pode-se citar o Chaplin et al. (2005a) com o qual foi realizado um exercício de validação com diversos códigos computacionais, inclusive com DVM (Chaplin et al. (2005b)). Outros ensaios estão focados no problema de cilindros rígidos em base elástica como Brankovic e Bearman (2006) e Assi et al. (2006).

A análise paramétrica com o *riser* vertical de 120 m mostrou que o DVM é bastante sensível à relação do parâmetro de amalgamação V_0 e o intervalo de tempo adimensional Δt^* . O parâmetro V_0 , que tem dimensão de velocidade (m/s) e é da ordem de 10^{-4} da velocidade

do escoamento ao longe, controla a amalgamação dos vórtices na esteira e quanto menor seu valor mais restritivo é a amalgamação e, conseqüentemente, mais vórtices permanecem no escoamento. Isso é desejável até certo ponto para uma melhor definição tanto da esteira quanto da camada limite e, dessa forma, um cálculo mais preciso das forças hidrodinâmicas. Todavia, é preciso ser controlado devido ao alto custo computacional no DVM já que a solução do sistema linear para determinação da circulação dos novos vórtices leva em conta todos os vórtices presentes na esteira. A relação entre os dois parâmetros se dá no sentido de que é preciso definir um passo de tempo compatível com a restrição da amalgamação adotada. Um exemplo dessa relação ocorreu no caso do *riser* vertical onde o passo de tempo era muito pequeno, Δt^* igual a 0,05, e a tolerância da amalgamação, V_0 igual a 10^{-6} , facilitava a união dos vórtices, fazendo com que vórtices de baixa circulação se amalgamassem, fato que não deveria ocorrer. Com isso a esteira tinha uma baixa resolução e o cálculo das forças foi feito de forma imprecisa. Como consequência, o equilíbrio não era corretamente calculado e a envoltória de deslocamentos resultantes não foi a esperada.

No caso do *riser* vertical, as amplitudes de deslocamento transversal (*cross-flow*) e longitudinal (*in-line*) nas simulações com o intervalo de tempo adimensional igual a 0,1 não apresentaram uma variação significativa dos resultados e estão próximas às obtidas por Fregonesi (2002) e Flatschart (2007) que utilizaram o mesmo código do DVM mas outros modelos estruturais. O caso com 64 painéis e tolerância da amalgamação V_0 igual a 10^{-6} apresentou os resultados mais compatíveis com os obtidos pelos autores citados. Dentre eles pode-se citar a frequência adimensionalizada do espectro das forças de sustentação (0,16) exatamente igual ao obtido por Fregonesi (2002) para o mesmo caso, as séries temporais de C_D e C_L na mesma ordem de grandeza obtida por Fregonesi (2002) e os espectros de frequência tanto das forças quanto dos deslocamentos apresentaram as mesmas frequências de pico, sendo que os valores na direção da corrente (longitudinal ou *in-line*) são a metade dos valores na direção transversal (*cross-flow*) como mencionado por Vikestad (1998).

Além da estabilidade dos resultados, outro fator importante na escolha dos parâmetros do DVM para as demais simulações foi o tempo computacional, pois foi possível constatar que o número de vórtices presentes na esteira, controlado pela tolerância da amalgamação V_0 , chegava a aumentar em quase 700% o tempo de simulação quando combinado a uma elevada discretização da seção hidrodinâmica. Portanto, foi necessário definir parâmetros que chegassem a bons resultados em termos de precisão, mas que ao mesmo tempo fossem factíveis em termos de tempo computacional.

As simulações com um cilindro do ensaio da França mostraram uma tendência de

aproximação dos resultados numéricos com os experimentais com o aumento da velocidade da corrente. Efeito provavelmente devido à menor influência da tração perante o arrasto, tendo em vista que mesmo com o ajuste da tração no início do ensaio, havia uma variação significativa durante a passagem da corrente, fato que não pôde ser representado no modelo numérico em que se adotou o valor médio da tração em cada ensaio.

No ensaio da França, a medição dos deslocamentos foi realizada utilizando acelerômetros e a inclinação dos cilindros foi corrigida por meio de giroscópios. No entanto, o deslocamento inicial devido ao arrasto não pôde ser extraído diretamente dos acelerômetros, que registraram somente a oscilação em torno da posição deformada. Por esse motivo não foram apresentados os resultados experimentais e as comparações com a solução numérica. Por essa mesma razão as trajetórias de deslocamentos do ANFLEX-CFD aparecem sempre deslocadas em relação ao ensaio; apesar disso os deslocamentos na direção transversal são bem próximos.

Os parâmetros numéricos do DVM utilizados para a simulação dos casos do ensaio da França só precisaram ser alterados para a velocidade mais baixa de corrente, de $0,26 \text{ m/s}$, onde foi necessário diminuir o intervalo de tempo adimensional para $0,08$ e consequentemente a tolerância da amalgamação para 5×10^{-7} . Isso pode ser explicado pela necessidade de uma maior definição dos vórtices, principalmente próximo ao corpo, para aumentar a precisão no cálculo das pressões atuantes na seção hidrodinâmica e consequentemente das forças de arrasto e sustentação. Nesse caso específico, a força de sustentação tem influência significativa no comportamento da estrutura, haja visto que o coeficiente de sustentação (C_{LRMS}), foi o maior entre os casos simulados ($1,608$), o que pode explicar a necessidade de um maior número de vórtices e um passo de tempo compatível para a convergência da simulação.

Os resultados numéricos dos casos da França mostraram bastante coerência no que diz respeito aos picos de frequências de deslocamentos e forças, chegando a valores praticamente idênticos e sempre as amplitudes na direção longitudinal (*in-line*) foram o dobro da direção transversal. A amplificação do arrasto ocorreu de forma esperada na velocidade $0,38 \text{ m/s}$ que estava muito próxima ao *lock-in*, cuja velocidade reduzida era de $5,11$.

Analisando as amplitudes de deslocamentos transversais dos casos simulados juntamente com os resultados dos ensaios em relação à velocidade reduzida e comparando com outros experimentos da literatura (Vikestad (1998), Govardhan e Williamson (2006) e Gopalkrishnan (1993)), é possível notar que para as velocidades reduzidas mais baixas a variação dos resultados é esperada, já que no trecho denominado *initial branch* por Govardhan e Williamson (2006) a inclinação da curva é bastante acentuada. No trecho próximo ao *lock-in*, ($V_R = 5$) as amplitudes encontram-se abaixo das curvas da literatura, o que é esperado por se tratarem de

cilindros rígidos. Já a proximidade com os resultados obtidos por Gopalkrishnan (1993) pode ser explicada por se tratar de oscilações forçadas.

Tendo em vista os resultados apresentados, o acoplamento dos códigos ANFLEX e DVM no chamado ANFLEX-CFD demonstrou respostas promissoras diante das validações descritas nesta tese. Não obstante, este trabalho apresenta um resumo das simulações realizadas no decorrer do doutorado que serviram de aprendizado na utilização do código, do seu funcionamento, das peculiaridades e limitações. A partir disso, muitas possibilidades para o desenvolvimentos e implementações no código surgiram e serão comentadas na seção seguinte.

7.2 Sugestões para Pesquisas Futuras

Diante das perspectivas de desenvolvimento para o código ANFLEX-CFD e em face às dificuldades encontradas ao longo do desenvolvimento da tese ficam como sugestões para futuras pesquisas:

- Implementação no ANFLEX-CFD para análise de mais de um corpo imerso no escoamento;
 - O código do DVM já está preparado para admitir mais de um corpo no escoamento mais seu acoplamento com o ANFLEX ainda tem problemas de convergência.
- Implementação no DVM da análise no regime de escoamento pós-crítico usando algum método de avaliação para definição do ponto de separação;
- Utilização dos demais arranjos do ensaio no canal de água circulante do IFREMER em Boulogne-sur-mer na França para validação do código com dois cilindros;
- Implementar outros modelos de CFD, como de Métodos Espectrais ou Métodos de Partículas no ANFLEX como alternativas de solução de problemas de *risers* com supressores;
- Desenvolver uma interface para entrada e pós-processamento dos dados do DVM;
- Viabilizar a portabilidade do código ANFLEX-CFD para outras plataformas que não somente Linux.

REFERÊNCIAS

- ABERNATHY, F. H.; KRONAUER, R. E. The formation of vortex streets. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 13, n. 1, p. 1 – 20, 1962.
- ALLEN, D. W.; HENNING, D. L.; LEE, L. Riser interference tests on flexible tubulars at prototype reynolds numbers. In: *Offshore Technology Conference*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 1–9.
- API. *Design of Risers for Floating Production Systems (FPSs) and Tension-Leg Platforms (TLPs) Recommended Practice 2RD*. June 1998.
- AREF, H.; GIESSEN, E. van der. A bibliography of vortex dynamics 1858-1956. In: . Elsevier, 2007, (Advances in Applied Mechanics, 0065-2156). p. 197 – 292. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B7RNC-4P5K2SR-4/2-/0f69b6484bdfdc264ea5db0367b32e>>.
- ASSI, G. R. da S. *Estudo experimental do efeito de interferência no escoamento ao redor de cilindros alinhados*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2005.
- ASSI, G. R. S. et al. Experimental investigation of flow-induced vibration interference between two circular cylinders. *Journal of Fluids and Structures*, v. 22, p. 819–827, 2006.
- BAARHOLM, R. et al. Experimental investigation of dual riser interaction. In: *24th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE 2005)*. [S.l.: s.n.], 2005.
- BATCHELOR, G. K. *An introduction to fluid dynamics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2000.
- BEARMAN, P. W. Vortex shedding from oscillating bluff bodies. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, v. 16, p. 195–222, 1984.
- BEARMAN, P. W. Developments in the understanding of bluff body flows. *The Japan Society of Mechanical Engineers*, v. 41, n. 1, p. 103–114, 1998.
- BEARMAN, P. W.; OBASAJU, E. D. An experimental study of pressure fluctuations on fixed and oscillating square-section cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 119, p. 297–321, 1982.
- BEARMAN, P. W.; WADCOCK, A. J. The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 61, p. 499–511, 1973.
- BENJAMIN, A. C. *Análise Não-Linear Geométrica de Pórticos Tridimensionais pelo Método dos Elementos Finitos*. Dissertação (Mestrado) — COPPE Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1982.

BENJAMIN, A. C. *Análise do Comportamento Não-Linear Físico e Geométrico de Cascas Enrijecidas*. Tese (Doutorado) — COPPE Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1991.

BIRKHOFF, G.; FISHER, J. Do vortex sheets roll up? *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, v. 8, p. 77 – 90, 1959.

BLEVINS, R. D. *Flow-Induced Vibration*. 2nd. ed. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990. 488 p.

BRANKOVIC, M.; BEARMAN, P. Measurements of transverse forces on circular cylinders undergoing vortex-induced vibration. *Journal of Fluids and Structures*, v. 22, p. 829–836, 2006.

CARMO, B.; MENEGHINI, J. Numerical investigation of the flow around two circular cylinders in tandem. *Journal of Fluids and Structures*, v. 22, p. 979–988, 2006.

CARMO, B. S. *Estudo numérico do escoamento ao redor de cilindros alinhados*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2005.

CHAKRABARTI, S. K. *Hydrodynamics of Offshore Structures*. [S.l.]: Computational Mechanics Publications, 1987.

CHAN, S. L. Large deflection kinematic formulations for three-dimensional framed structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 95, p. 17 – 32, 1992.

CHAPLIN, J. R. et al. Laboratory measurements of vortex-induced vibrations of a vertical tension riser in a stepped current. *Journal of Fluids and Structures*, v. 21, p. 3–24, 2005.

CHAPLIN, J. R. et al. Blind predictions of laboratory measurements of vortex-induced vibrations of a tension riser. *Journal of Fluids and Structures*, v. 21, p. 25–40, 2005.

CHORIN, A. J. Numerical study of slightly viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 57, p. 785 – 769, 1973.

CLEMENTS, R. R. An inviscid model of two-dimensional vortex shedding. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 57, n. 2, p. 321 – 336, 1973.

CODER, D. W.; PATTISON, J. H. The strouhal number of vortex shedding from marine risers in currents at supercritical reynolds number. In: *Offshore Technology Conference*. [S.l.: s.n.], 1982.

COTTET, G.-H.; KOUMOUTSAKOS, P. D. *Vortex Methods: Theory and Applications*. 2. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2000. 328 p.

DYKE, M. V. *An album of fluid motion*. [S.l.]: The Parabolic Press, 1982.

FLATSCHART, R. B. *Simulação numérica paralela do escoamento ao redor de risers*. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2007.

FRANCISS, R. *Vibrações Induzidas por Vórtices em Membros Esbeltos de Estruturas Offshore Flutuantes*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 1999.

FREGONESI, R. de A. *Estudo do escoamento tridimensional ao redor de um agrupamento de cilindros em "tandem"*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2002.

GERRARD, J. H. The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 25, n. Part 2, p. 401–413, 1966.

GOPALKRISHNAN, R. *Vortex induced forces on oscillating bluff cylinders*. Tese (Doutorado) — Massachusetts Institute of Technology, 1993.

GOVARDHAN, R. N.; WILLIAMSON, C. H. K. Defining the 'modified griffin plot' in vortex-induced vibration: revealing the effect of reynolds number using controlled damping. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 561, p. 147 – 180, 2006.

GRAHAM, J. M. R.; WILLDEN, R. H. J. Application of mixed eulerian-lagrangian vortex methods to cross-flow past long flexible circular cylinders. In: *Proceedings of 2nd International Conference on Vortex Methods, Istanbul, Turkey*. [S.l.: s.n.], 2001.

HAMA, F. R.; BURKE, E. R. *On the rolling-up of a vortex sheet*. [S.l.], 1960.

HAN, S. M.; BENOROYA, H.; WEI, T. Dynamics of trasversely vibrating beams using four engeneering theories. *Journal of Sound and Vibration*, v. 225, n. 5, p. 935–988, 1999.

HELE-SHAW, H. J. S. Investigation of the nature of the surface resistance of water and of streamline motion under certain experimental conditions. *Institute of Naval Architects*, v. 40, p. 25, 1898.

HELMHOLTZ, H. von. Über discontinuirliche flüssigkeitsbewegungen. wissenschaftliche abhandlungen. monats. konigl preuss. akad. wiss. berlin, 23:215 - 228; as on discontinuous movements of fluids. *Philosophical Magazine*, v. 36, p. 337 – 373, 1868.

HIGUCHI, H.; PARK, W.-C. Computations of the flow past solid and slotted two dimensional bluff bodies with vortex tracing method. In: *10th AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference*. [S.l.: s.n.], 1989.

HILBER, H. M. *Analysis and design of numerical integration methods in structural dynamics*. Tese (Doutorado) — University of California, Berkeley, 1976.

HILBER, H. M.; HUGHES, T. J. R. Collocation, dissipation and overshoot for time integration schemes in structural dynamics. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v. 6, p. 99 – 117, 1978.

HILBER, H. M.; HUGHES, T. J. R.; TAYLOR, R. L. Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v. 5, p. 283 – 292, 1977.

HOVER, F. S.; TRIANTAFYLLOU, M. S. Galloping response of a cylinder with upstream wake interference. *Journal of Fluids and Structures*, v. 15, p. 503–512, 2001.

HOYT, J. W.; SELLIN, R. H. J. Flow over tube banks - a visualization study. *Journal of Fluids Engineering*, v. 119, p. 480 – 483, 1997.

- HSIAO, K. M.; HOU, F. Y. Nonlinear finite element analysis of elastic frames. *Computers & Structures*, v. 26, p. 693 – 701, 1987.
- IGARASHI, T. Characteristics of the flow around two circular cylinders arranged in tandem. *Bulletin of JSME*, v. 24, n. 188, p. 323–331, 1981.
- JACOBSEN, V.; BRUSCHI, R. Vibration supression for devices for long, slender tubulars. In: *Offshore Technology Conference*. [S.l.: s.n.], 1996.
- KAYSER-JUNIOR, D. L. *Análise Dinâmica de Linhas Flexíveis com Elemento de Pórtico Não Linear Geométrico Híbrido*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 2003.
- KOOPMAN, G. H. The vortex wakes of vibrating cylinders at low reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 28, n. Part 3, p. 501–512, 1967.
- LANCZOS, C. An iteration method for the solution of the eigenvalue problem of linear differential and integral operators. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, v. 45, n. 4, p. 255–282, October 1950.
- LEMOES, C. A. D. de. *Análise de fadiga em risers flexíveis*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 2005.
- LEONARD, A. Vortex methods for flow simulation. *Journal of Computational Physics*, v. 37, p. 289 – 335, 1980.
- LEWIS, R. I. *Vortex Element Methods for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1991.
- LIMA, A. A. de et al. Numerical investigation of vortex-induced vibration of a marine scr. In: *The 26th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE*. [S.l.: s.n.], 2007.
- LOPES, R. de K. D. *Análise de Estruturas Sujeitas a Vibrações Induzidas Por Vórtices*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 2006.
- MARQUES, O. A. *Solução de problemas de autovalor generalizados através do método de iteração por subespaços em blocos e do algoritmo de Lanczos com ortogonalização seletiva*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1986.
- MENEZHINI, J. R. *Numerical simulation of bluff body flow contrl using a discrete vortex method*. Tese (Doutorado) — Imperial College, 1993.
- MENEZHINI, J. R. *Projetos de pesquisa no tópico geração e desprendimento de vórtices no escoamento ao redor de cilindros*. Tese (Livre Docência) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2002.
- MENEZHINI, J. R. et al. Numerical simulations of flow interference between two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangements. *Journal of Fluids and Structures*, v. 15, p. 327–350, 2001.
- MORISON, J. R. et al. The force exerted by surface waves on piles. *Petroleum Transactions American Institute of Mining Engineers*, v. 189, p. 149 – 154, 1950.

MOURELLE, M. M. *Análise dinâmica de sistemas estruturais constituídos por linhas marítimas*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1993.

MOURELLE, M. M.; GONZALEZ, E. C. *Manual do Usuário do Programa ANFLEX*. [S.l.], 2004.

MUNEM, M. A.; FOULIS, D. J. *Cálculo*. [S.l.]: Worth Publishers Inc., 1987.

NAGANO, S.; NAITO, M.; TAKATA, H. A numerical analysis of two-dimensional flow past a rectangular prism by a discrete vortex method. *Computers and Fluids*, v. 10, n. 4, p. 243 – 259, 1982.

PAPAIIOANNOU, G. V. et al. On the effect of spacing on the vortex-induced vibrations of two tandem cylinders. *Journal of Fluids and Structures*, v. 4, n. 6, p. 833–854, 2008.

PARK, W. C.; HIGUCHI, H. *Computation of Flow past Single and Multiple Bluff Bodies by a Vortex Tracing Method*. [S.l.], June 1989.

PETROBRAS. *Aspectos Práticos sobre Análises Globais de Risers Flexíveis e Rígidos através do Programa ANFLEX (Documento Interno)*. [S.l.], 2004.

PETROBRAS. *Análise de Instalação de BAP com Colunas de Drill Pipe de 5 Polegadas (Documento Interno)*. [S.l.], 2008.

RAYLEIGH, J. W. S. *The Theory of Sound*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1945.

RIBEIRO, E. J. B. *Análise Numérica e Experimental de Interferência de Risers Rígidos Verticais*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 2007.

ROCHA, S. D. *Colisão entre Risers de Sistemas Oceânicos em Águas Profundas*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 2007.

ROCKWELL, D. Vortex-body interactions. *Annual Review of Fluid Mechanics*, v. 30, p. 199–229, 1998.

RODRIGUES, P. F. N. *Ferramentas Numéricas para a Análise Não-Linear Física e Geométrica de Estruturas Reticuladas na Exploração de Petróleo Offshore*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 2000.

ROSENHEAD, L. The formation of vortices from a surface of discontinuity. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, v. 134, n. 823, p. 170 – 192, November 1931.

SAGATUN, S. I.; HERFJORD, K.; HOLMAS, T. Dynamic simulation of marine risers moving relative each other due to vortex and wake effects. *Journal of Fluids and Structures*, v. 16, n. 3, p. 375 – 390, 2002. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6WJG-462T8KS-6/2/fdae0a4f5128dce49599d263262423b8>>.

SALTARA, F. *Simulação Numérica do Escoamento ao Redor de Cilindros*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, 1999.

SANTOS, E. A.; LIMA, A. A.; MENEGHINI, J. R. Numerical and experimental comparison of vortex-induced vibration of a flexible cylinder. In: *4th International Workshop on Applied Offshore Hydrodynamics*. [S.l.: s.n.], 2009.

- SARPKAYA, T. An inviscid model of two-dimensional vortex shedding for transient and asymptotically steady separated flow over an inclined plate. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 68, n. 1, p. 109 – 128, 1975.
- SCHLICHTING, H. *Boundary Layer Theory*. 7th. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 1979.
- SENRA, S. F. *Metodologias de Análise e Projeto Integrado de Sistemas Flutuantes para Exploração de Petróleo Offshore*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 2004.
- SILVA, A. R. da. *Modelagem matemática de interação fluido-estrutura utilizando o método da fronteira imersa*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2008.
- SILVA, D. F. de Carvalho e. *Simulação Numérica do Escoamento ao redor de Aerofólios Via Método de Vórtices Associado ao Método dos Painéis*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 2005.
- SPALART, P. R.; LEONARD, A. Computation of separated flows by a vortex-tracing algorithm. In: AIAA (Ed.). *14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, AIAA - 81 - 1246*. Palo Alto, California: [s.n.], 1981.
- SPALART, P. R.; LEONARD, A.; BAGANOFF, D. *Numerical Simulation of Separated Flows*. [S.l.], 1983.
- STANSBY, P. K. The locking-on of vortex shedding due to the cross stream vibration of circular cylinders in uniform and shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 74, p. 641 – 665, 1976.
- TOKATY, G. A. *A History and Philosophy of Fluid Mechanics*. [S.l.]: Dover Publications, 1994. 272 p.
- TRIANTAFYLLOU, M. et al. Pragmatic riser vibration analysis. In: *Offshore Technology Conference*. [S.l.: s.n.], 1999.
- VIKESTAD, K. *Multi-Frequency Response of a Cylinder Subjected to Vortex Shedding and Support Motions*. Tese (Doutorado) — Norwegian University of Science and Technology, 1998.
- WHITE, F. M. *Fluid Mechanics*. [S.l.]: The McGraw Companies, 2001.
- WILLIAMSON, C. H. K. Evolution of a single wake behind a pair of bluff bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 159, p. 1–8, 1985.
- WILLIAMSON, C. H. K.; GOVARDHAN, R. Vortex-induced vibrations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, v. 36, p. 413–455, 2004.
- WILLIAMSON, C. H. K.; GOVARDHAN, R. A brief review of recent results in vortex-induced vibrations. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 96, p. 713–735, 2008.
- YAMAMOTO, C. T. *Estudo do escoamento tridimensional ao redor de um agrupamento de cilindros lado a lado*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2002.

YAMAMOTO, C. T. et al. Numerical simulations of vortex-induced vibration on flexible cylinders. *Journal of Fluids and Structures*, v. 19, p. 467 – 489, 2004.

ZDRAVKOVICH, M. M. Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangements. *ASME J. Fluids Engineering*, v. 99, p. 618–633, 1977.