VINICIUS GIRARDI SILVA

ESTUDO NUMÉRICO DA VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES EM UM CORPO CILÍNDRICO

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

São Paulo 2013

VINICIUS GIRARDI SILVA

ESTUDO NUMÉRICO DA VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES EM UM CORPO CILÍNDRICO

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração: Engenharia Mecânica Energia e Fluidos

Orientador: Prof. Dr. Fabio Saltara

São Paulo 2013

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob	
responsabilidade única do autor e com anuência de seu orientador.	

São Paulo, 18 de Julho de 2013

Assinatura do Autor _____

Assinatura do Orientador _____

 Silva, Vinicius Girardi Estudo numérico da vibração induzida por vórtices em um corpo cilíndrico / V.G. Silva. – versão corr. -- São Paulo, 2013. 109 p.
 Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.
 1.Vórtices dos fluídos 2.Escoamento 3.Mecânica dos fluídos computacional 4.Vibrações I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

À minha mãe por despertar a minha curiosidade para a ciência e ao meu pai por me mostrar a engenharia, além do infinito amor e suporte de ambos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família pelo incondicional apoio às minhas decisões e por acreditar no meu potencial, principalmente ao meu pai Luiz e minha mãe Vânia, por sempre incentivarem à busca pela educação e pelo conhecimento e por proporcionarem as condições necessárias para que este objetivo sempre fosse alcançado.

À minha irmã por sempre aturar seu irmão mala em todos os momentos e ter se encorajado a buscar o mesmo caminho. À minha tia Maria e meus primos Matheus e Pedro por terem sido minha segunda família no tempo que estive em São Paulo.

Aos meus colegas da Multicorpos por terem me apresentado o mundo da simulação numérica e por acreditarem no meu potencial quando ainda um recém-formado. À ESSS por ter disponibilizado os recursos necessários para que a minha dissertação pudesse ser realizada e aos meus novos colegas por todo o companheirismo nesta etapa da minha vida no Rio de Janeiro.

Aos meus amigos por uma amizade de tão longa e verdadeira que ainda perdura, apesar das distâncias físicas que nos separam.

Ao meu orientador, Professor Fabio Saltara por ter aceitado um desconhecido na primeira vez que eu bati à sua porta e pelo apoio durante o desenvolvimento deste trabalho.

E finalmente à minha avó Julia por ter me ensinado muitas coisas que não se aprendem nas escolas e que compõem muito do que sou hoje.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo estudar através de simulações numéricas a interação fluido-estrutura de um escoamento ao redor de um cilindro livre para vibrar na direção transversal do escoamento, com o objetivo de compreender melhor o fenômeno muito recorrente em estruturas oceânicas, principalmente os dutos de extração de petróleo, chamados *risers*.

A condição a ser estudada é a de escoamento com número de Reynolds igual a 10000, em um cilindro com parâmetro de massa igual a 3,3 e de amortecimento igual a 0,0026. Nestas condições, diversos modelos serão criados para representar toda a faixa de velocidades reduzidas em que ocorre o fenômeno de sincronização. Estes parâmetros foram escolhidos devido à presença de dados experimentais para o comparativo entre as simulações e os dados experimentais, que será apresentado ao final do trabalho.

Resultados como a média do coeficiente de arrasto e o RMS do coeficiente de sustentação também serão comparados com dados experimentais disponíveis na literatura e uma análise dos perfis de escoamento na região da esteira é feita para a identificação de padrões recorrentes nestes tipos de caso.

ABSTRACT

The objective of this work is to study through numerical simulations the fluid-structure interaction in a cylinder, which is free to oscillate in the cross flow direction, aiming to better comprehend the phenomena that frequently appears in offshore structures, mainly in pipelines for oil extraction, called risers,

The studied condition is a flow with Reynolds 10000 around a cylinder with mass ratio of 3.3 and damping factor of 0.0026. Under these conditions, multiples models are created to represent the reduced velocities range where the synchronization phenomena happen. Those parameters were chosen due to the availability of experimental data in the literature, which allows the comparison between the simulations and experiments that is presented in the end of the work.

Results such as the drag coefficient mean and the lift coefficient RMS are also compared with the experimental data available in the literature and an analysis of the flow in the wake region is done with the intention of identifying the patterns found in this type of case.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS
RESUMO
ABSTRACT
LISTA DE FIGURAS
LISTA DE TABELAS
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS
LISTA DE SÍMBOLOS
1 INTRODUÇÃO1
1.1 MOTIVAÇÃO2
1.2 OBJETIVOS
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA
2.1 FENOMENOLOGIA
2.1.1 ESCOAMENTO AO REDOR DE CORPOS ROMBUDOS
2.1.2 GERAÇÃO E DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES14
2.1.3 FORÇAS FLUIDODINÂMICAS E NÚMERO DE STROUHAL16
2.1.4 ESTEIRA DESENVOLVIDA PARA CILINDRO FIXO21
2.1.5 ESTEIRA DESENVOLVIDA PARA CILINDRO OSCILANDO
2.1.6 VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES
2.2 MODELAGEM COMPUTACIONAL
2.2.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES
2.2.2 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL
2.2.3 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL
2.2.4 ACOPLAMENTO PRESSÃO VELOCIDADE
2.2.5 MODELAGEM DE TURBULÊNCIA
2.2.6 MOVIMENTAÇÃO DO CILINDRO
3 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

3.1 MODELO DE TESTE BIDIMENSIONAL
3.1.1 DOMÍNIO COMPUTACIONAL BIDIMENSIONAL
3.1.2 MALHA BIDIMENSIONAL
3.1.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO
3.1.4 ESCOLHA DOS PARÂMETROS
3.1.5 RESULTADOS DO MODELO BIDIMENSIONAL
3.2 MODELO TRIDIMENSIONAL
3.2.1 DOMÍNIO COMPUTACIONAL PARA O CASO TRIDIMENSIONAL 7
3.2.2 MALHA TRIDIMENSIONAL
3.2.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO DO MODELO TRIDIMENSIONAL8
3.2.4 ESCOLHA DOS PARÂMETROS
3.2.5 RESULTADOS DO MODELO TRIDIMENSIONAL
4 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS104

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1 Exemplo de linhas de produção e amarras de unidades flutuantes. Extraído
de Atlantia Offshore Ltd
Figura 2-1 Regiões de escoamento perturbado pela presença de um corpo conforme
definição de Zdravkovich (1997). Reproduzido de Ássi (2005)6
Figura 2-2 Exemplo de escoamento ao redor corpo afilado. Retirado de van Dyke
(1982)
Figura 2-3 Exemplo de escoamento sobre um corpo rombudo. Retirado de Bearman
(1984)
Figura 2-4 Transições nas regiões perturbadas. Extraído de Zdravkovich (1997)9
Figura 2-5 Escoamento sem separação. Retirado de van Dyke (1982)10
Figura 2-6 Escoamento laminar com separação: (a) Re = 9.6; (b) Re = 13.1; (c) Re =
26. Extraído e adaptado de van Dyke (1982)10
Figura 2-7 Regime Laminar Periódico: (a) Re=54; (b) Re=65; (c) Re=102. Adaptado
de Zdravkovich (1997) e extraído de Carmo (2005)11
Figura 2-8 Escoamentos com transição nas camadas cisalhantes: (a) Re=2000; (b)
Re=10000. Extraído e adaptado de van Dyke (1982)12
Figura 2-9 Perfil de velocidades de uma típica camada limite. Região que concentra
vorticidade. Extraído e redesenhado de Schlichting (2000)14
Figura 2-10 Mecanismo de formação de vórtices proposto por Gerrard (1966). Figura
extraída do mesmo trabalho15
Figura 2-11 Regimes de escoamento ao redor de um cilindro circular. Retirado e
adaptado de Blevins (2001)17
Figura 2-12 Variação dos coeficientes de força em relação a Re e comparativo com
perfil de esteira. Adaptado de Zdravkovich (1997) e extraído de Ássi (2005)19
Figura 2-13 Variação do número de Strouhal pelo número de reynolds. Extraido de
Norberg (2000)
Figura 2-14 Curva do coeficiente de pressão de base por número de Reynolds.
Extraído de Williamson (1996a)21
Figura 2-15 Esteira de von Kárman para Re=105. Extraído de van Dyke (1982)22
Figura 2-16 Modos A (Re=200) e B (Re=270), extraídos de Williamson (1996b)23

Figura 2-17 Imagem da esteira em um escoamento com Reynolds 5000. Extraído de Williamson (1996b)......24 Figura 2-18 Esteiras de von Kármán evidenciando o padrão 2S de emissão de vórtices. Extraído e adaptado de Williamson (1996b)......24 Figura 2-19 - Modos de emissão de vórtices. Extraído de Williamson e Roshko (1988) Figura 2-20 Padrão 2P emitido de um cilindro com movimentação forcada. Extraído Figura 2-21 Imagens obtidas experimentalmente por Williamson na parte superior e por simulações numéricas por Meneghini & Bearman (1995) na parte inferior. Modo 2S na esquerda (a) e modo P+S na direita (b). Extraído e adaptado de Williamson & Govardhan Figura 2-22 Modo 2T a esquerda e 2C a direita. Extraído e adaptado de Williamson & Figura 2-23 (a) Modo 2S em cilindro oscilando e (b) Modo 2P. Extraído de Williamson & Govardhan (2004)......27 Figura 2-24 Sistema de um cilindro livre para oscilar sob a incidência de um Figura 2-25 Perfil de distribuição de pressão sobre a superfície do cilindro sem desprendimento de vórtices (a) e com vórtice se desprendendo na parte inferior em (b). Figura 2-26 Amplitude reduzida resultante de experimentos de VIV. Feng (1968) com m*=248 e Khalak & Williamson (1999) com m*=10,1. Extraído de Khalak & Williamson Figura 2-27 Dois tipos distintos de amplitude de resposta, altos valores de $m^*\zeta$ (superior) e baixos valores (inferior). Nota-se que as amplitudes máximas são controladas pelo parâmetro combinado $m^{*}\zeta$ enquanto a faixa de sincronismo é determinada pelo parâmetro de massa para um valor de $m^{*\zeta}$ constante. Extraído de Khalak & Williamson Figura 2-28 Mapa dos padrões de emissões de vórtices. Adaptado de Williamson & Figura 2-29 Exemplo de uma malha computacional em torno de um cilindro. Extraído

de Ferziger & Peric (2002)......43

Figura 2-30 Exemplo da conservação da massa em uma célula bidimensional pelo
método dos volumes finitos. Extraído de Maliska (2004)44
Figura 2-31 (a) Método tradicional (iterativo) de integração no tempo (b) Método não
iterativo (NITA). Extraído e adaptado do Manual de Usuários do software Fluent ®
Figura 2-32 Esquema representativo da simulação LES. Extraído de Ferziger e Peric
(2002)
Figura 2-33 Curva do espectro de Energia de um Escoamento. Extraído de Silva Freire
et al. (2002)
Figura 3-1 Domínio de cálculo para o caso de teste com Reynolds 20059
Figura 3-2 Domínio computacional e malha utilizados por Breuer (1998)60
Figura 3-3 Comparativo entre domínios com diferentes fatores de bloqueio para uma
faixa de número de Reynolds. (a) Número de Strouhal (b) Coeficiente de arrasto (c) Diferença
entre o máximo e o mínimo coeficiente de sustentação. Extraído e adaptado de Turki et al.
(2003)
Figura 3-4 Visão geral da malha gerada, onde é possível visualizar a região em torno
do cilindro com maior refino e a região da esteira62
Figura 3-5 Detalhe da malha em torno do cilindro63
Figura 3-6 Indicação das condições de contorno do domínio65
Figura 3-7 Variação do número de Courant ao longo do domínio. Figura extraída do
caso calculada para velocidade reduzida igual a 569
Figura 3-8 Vorticidade em três momentos distintos de tempo. Figuras extraídas do
modelo com velocidade reduzida igual a 569
Figura 3-9 Campo instantâneo de velocidades. Figura retirada do caso de velocidade
reduzida igual a 570
Figura 3-10 Campo de pressões para o mesmo instante de tempo do campo de
velocidades da Figura 3-970
Figura 3-11 Contornos do critério Q para o mesmo passo de tempo das figuras
anteriores
Figura 3-12 Contornos do critério λ -2 para o mesmo instante das figuras anteriores72
Figura 3-13 Amplitude de resposta ao longo do tempo de simulação, para velocidades
reduzidas mais baixas
Figura 3-14 Amplitude de resposta ao longo do tempo de simulação para velocidades
reduzidas mais altas74

Figura 3-16 Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do
tempo de simulação para velocidades reduzidas mais baixas75
Figura 3-17 Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do
tempo de simulação para velocidades reduzidas mais altas76
Figura 3-18 Gráfico do Coeficiente de Arrasto médio acima à direita; RMS do
Coeficiente de Sustentação acima à esquerda e número de Strouhal abaixo77
Figura 3-19 Vista lateral do domínio computacional para o caso de Reynolds 10000 79
Figura 3-20 Perfil da velocidade adimensionalizada U* por y+. Extraído de Wilcox
(1994)
Figura 3-21 Visão geral da malha criada para o caso com Reynolds 1000083
Figura 3-22 Detalhe da malha próxima ao cilindro. Acima a transição da região
circular para o restante do domínio e abaixo enfoque nos pequenos elementos ao na primeira
camada de células
Figura 3-23 Malha sobre o cilindro e planos transversais e longitudinais mostrando a
malha
Figura 3-24 Condições de Contorno para o caso tridimensional
Figura 3-25 Visão geral do número de Courant da malha87
Figura 3-26 Volume de células com número de Courant maior que 1,1. A esquerda
vista com cilindro posicionado na direção de encontro com o escoamento e a direita a vista da
face oposta ao escoamento
Figura 3-27 Valores de y+ nas faces do cilindro. Acima (a) a face que está de encontro
ao escoamento e abaixo (b) a face oposta que enxerga a esteira
Figura 3-28 Campo instantâneo de pressão para velocidade reduzida igual a 789
Figura 3-29 Campo instantâneo de velocidades em torno do cilindro para o mesmo
instante de tempo da Figura 3-28 e velocidade reduzida igual a 790
Figura 3-30 Vorticidade na direção Z para velocidade reduzida igual a 790
Figura 3-31 Isosuperfície do critério Q com o valor de 1000[s ⁻²] colorida pela
vorticidade em Z, indicando o sentido dos vórtices e possibilitando a identificação do padrão
2S da esteira. (a) U*=2 (b) U*=5 (C) U*=5,592
Figura 3-32 Isosuperfície do critério Q com o valor de 1000[s ⁻²] colorida pela
vorticidade em Z, indicando o sentido dos vórtices e possibilitando a identificação do padrão
2P da esteira. Modelo com velocidade reduzida igual a 7 em ambas as imagens, porém em
intervalos distintos de tempo

Figura 3-34 Isosuperfície do critério Q com o valor de 1000[s⁻²] colorida pela vorticidade em Z, indicando o sentido dos vórtices e possibilitando a identificação do padrão 2P da esteira com maior clareza. Modelo com velocidade reduzida igual a 11......94

Figura 3-35 Gráficos da amplitude de resposta ao longo do tempo de simulação para velocidades reduzidas mais baixas......95

Figura 3-39 Gráficos dos coeficientes de arrasto (azul) e sustentação (vermelho) ao

longo do tempo de simulação, para velocidades reduzidas mais altas......99

Figura 3-41 Gráfico comparativo da média do coeficiente de arrasto dos experimentos de Khalak & Williamson (1997) com os modelos em CFD......100

Figura 3-42 Gráfico do número de Strouhal para cada velocidade reduzida calculada.

.....1

LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1 Parâmetros adimensionais para estudo de VIV. Extraída e adaptada de Ássi
(2005)
Tabela 2-2 Novos parâmetros para a consideração dos efeitos da água deslocada34
Tabela 2-3 Parâmetros adimensionais combinados. Extraída e adaptada de Ássi (2005)
Tabela 3-1 Valores das constantes de elasticidade e amortecimento para os casos de
Reynolds igual a 20067
Tabela 3-2 Valores calculados para geração de malha
Tabela 3-3 Valores de frequência natural, constantes elásticas e de amortecimento para
o caso de Reynolds 10000
Tabela 3-4 Valores de amplitude máxima, frequência natural e frequência de excitação
da resposta para cada velocidade reduzida97

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- CFD Dinâmica dos Fluidos Computacional
- DES Simulação das escalas separadas
- DNS Simulação numérica direta
- LES simulação de Grandes Escalas
- NITA Avanço Não-Iterativo de Tempo
- RANS Equações de Navier-Stokes com médias de Reynolds
- RMS Raiz da média quadrática
- SAS Simulação de Escalas Adaptativas
- VIV Vibração Induzida por Vórtices

LISTA DE SÍMBOLOS

Amplitude de vibração Α A^* Amplitude adimensional de vibração Coeficiente de amortecimento с Coeficiente de amortecimento crítico C_{crit} C_A Coeficiente de massa adicional C_d Coeficiente de Arrasto C_d ' Flutuação do Coeficiente de Arrasto \bar{C}_d Coeficiente de Arrasto Médio C_l Coeficiente de sustentação C_l Flutuação do Coeficiente de sustentação \bar{C}_{l} Coeficiente de Sustentação Médio Coeficiente de pressão de base C_{pb} D Diâmetro do Cilindro F_d Força de Arrasto F_l Força de Sustentação f_v Frequência de emissão de vórtices f^* Frequência adimensional Frequência natural do corpo no vácuo fn0 k Coeficiente de elasticidade Comprimento do cilindro L_w Comprimento de formação de vórtice em cilindro fixo L_{f} Massa do cilindro т Massa deslocada de fluido pelo cilindro m_{v} m^* Parâmetro de massa Pressão р Pressão de base p_b Número de Reynolds Re Número de Scruton Sc S_G Número de Skop-Griffin St Número de Strouhal U Velocidade característica de um escoamento

- U_{∞} Velocidade ao longe
- u Vetor Velocidade
- *u* Componente da velocidade na direção x
- v Componente da velocidade na direção y
- *w* Componente da velocidade na direção z
- X Direção do escoamento
- Y Direção da vibração do cilindro, transversal ao escoamento
- Z Direção do comprimento do cilindro
- △ Dimensão do filtro LES
- Ω Volume de contorno
- δ Espessura da camada limite
- ζ Parâmetro de Amortecimento
- μ Viscosidade dinâmica
- v Viscosidade cinemática
- *v_t* Viscosidade cinemática turbulenta
- ρ Densidade
- ω_n Frequência natural da estrutura
- τ_{ij} Tensor de submalha

1 INTRODUÇÃO

A interação entre estruturas e carregamentos de origem fluídica é um assunto corrente nas áreas da engenharia. Diversas aplicações podem ser enumeradas, como por exemplo: escoamento em torno de uma asa de avião, escoamento de água ao redor de estruturas "offshore" para extração de petróleo, válvulas que se abrem devido à pressão, construção de pontes na engenharia civil, projetos de veículos aquáticos e terrestres, etc.

Dentro desta gama de aplicações, ainda podemos subdividir em problema de interação fluido-estrutura entre: movimentos de corpo rígido (por exemplo, uma embarcação sob a ação das ondas) e problemas onde a estrutura se deforma sob o carregamento do escoamento (por exemplo, a válvula de um compressor de gás de uma geladeira). Este trabalho se concentrará no tipo de interação entre fluido-estrutura do tipo de movimentação de corpo rígido. Este corpo por sua vez é rombudo e a ação do escoamento sob suas paredes resulta em vibrações de diversas amplitudes devido ao fenômeno de emissão de vórtices.

O escoamento em torno de corpos rombudos é um problema típico da Mecânica dos Fluidos amplamente estudado. Diversos experimentos já foram realizados para uma melhor compreensão dos fenômenos físicos envolvidos e muitos resultados foram gerados para contribuir com as áreas da engenharia que necessitam deste conhecimento. Um setor muito beneficiado com estes estudos é a indústria de óleo e gás, devido à extensa aplicação nos projetos de extração de óleo em águas profundas. Esta atividade utiliza diversas estruturas subaquáticas rombudas, na grande maioria das vezes cilíndrica, como cabos umbilicais para controle de equipamentos submarinos e dutos de extração de petróleo (*risers*), que sofrem constantemente carregamentos dinâmicos de origem fluídica e vibram devido a este esforço.

Por este motivo, o projeto deste tipo de equipamento e/ou estrutura deve levar em conta, além dos esforços típicos que eles estarão submetidos, o dano causado por estas vibrações. O grande problema nestes casos é saber qual a amplitude e frequência destas vibrações dado as condições ambientais de correnteza e as características estruturais do equipamento.

Para que o projetista deste tipo de produto possa dimensionar corretamente a sua estrutura, existem algumas normas adotadas que são baseadas em observações e experimentos e que garantem a integridade do equipamento, mas muitas vezes tornando o mesmo superdimensionado. Para um projeto mais enxuto e econômico, o engenheiro deve lançar mão

de técnicas mais apuradas para o cálculo deste fenômeno e para isto ele deve ter ferramentas que possam calcular o escoamento ao redor do corpo e as tensões estruturais causadas por este carregamento.

A origem destas vibrações são as variações do campo de velocidade e pressão sobre a estrutura ao longo do tempo. Se a frequência desta variação estiver próxima suficiente de alguma frequência natural do equipamento ela pode excitar este modo da estrutura, causando amplitudes de vibração consideráveis. O problema fica ainda mais complicado, pois esta movimentação do corpo influencia o escoamento alterando seu padrão e o carregamento superficial resultante. Ou seja, o escoamento causa movimento e a movimentação altera o escoamento.

Devido a todas estas complicações, este problema de interação entre o escoamento e a dinâmica da estrutura é um tópico que vem sendo estudado experimental e teoricamente, através de modelos analíticos e/ou numéricos, a fim de se tentar prever com confiabilidade o comportamento de corpos sob o carregamento fluídico. Dessa forma, novos projetos podem ser testados virtualmente e seu comportamento previsto antes da construção de um protótipo, evitando fases experimentais caras e demoradas.

1.1 Motivação

A indústria brasileira de óleo & gás vem crescendo no Brasil em passos largos nos últimos anos. A Petrobras, as concessionárias nacionais e estrangeiras, assim como as empresas prestadoras de serviço estão se instalando no Brasil e buscando tecnologia aqui e ao redor do mundo para encarar os desafios que a exploração do petróleo no território nacional traz, e trará neste futuro próximo, com as novas descobertas do pré-sal. A grande dificuldade de explorar nosso petróleo está justamente na profundidade em que os equipamentos são instalados e as grandes dimensões que as linhas de produção devem possuir para tal atividade.

É possível ver na figura abaixo um exemplo de unidades flutuantes de extração de petróleo para começarmos a ter dimensões dos problemas que essas linhas e equipamentos podem sofrer durante seu tempo de serviço.



Figura 1-1 Exemplo de linhas de produção e amarras de unidades flutuantes. Extraído de Atlantia Offshore Ltd.

As linhas de condução do óleo extraído são chamadas de risers e podem ser classificadas em dois tipos: os risers rígidos, que são basicamente tubulações de aço, e os risers flexíveis, que possuem uma estrutura composta de malhas de aço, polímeros e outros revestimentos. Porém, todas as configurações sofrem dos mesmos problemas, dentre eles:

- Esforços devido à movimentação da unidade flutuante, cuja dinâmica resulta de conjunto de fatores como condições de mar, tipo de unidade, vento e amarrações;
- Esforços devidos à excitação do escoamento (correnteza, ondas) e fadiga devido ao conjunto desses movimentos.

Muitos estudos são conduzidos experimentalmente para reproduzir este comportamento hidroelástico e muitos outros centros de estudo tem como objetivo analisar o comportamento da unidade flutuante, dadas às condições ambientais mais comuns no local onde a futura plataforma será, ou está, instalada. O foco deste estudo são as vibrações induzidas pelo escoamento ao redor de corpos rombudos e a sua modelagem computacional.

1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho consiste no desenvolvimento de uma metodologia para uma boa representação numérica do fenômeno de vibração induzida por vórtices em escoamentos de número de Reynolds na ordem de 10⁴, em torno de cilindros livres para oscilar.

Para este tipo de trabalho, é necessária uma boa compreensão dos fenômenos físicos envolvidos no problema e uma boa base dos métodos numéricos utilizados nas simulações computacionais. Para isso, uma boa leitura e revisão dos conceitos de mecânica dos fluidos, conceitual e computacional, assim como e dinâmica de estruturas devem ser realizadas.

No tocante ao estudo de vibrações induzidas por vórtices (VIV), algumas questões fundamentais são de extrema relevância. Williamson & Govardhan (2004) levantam os seguintes pontos:

- a) Qual a máxima amplitude possível de ser alcançada em um cilindro em condições de massa e amortecimento relativamente baixos?
- b) Qual é o formato convencional de um gráfico de resposta (amplitude) para diferentes configurações de massa-amortecimento?
- c) Quais modos de resposta estrutural existem e como o sistema pula de um modo a outro?
- d) Quais padrões de emissão de vórtices dão origem aos diferentes modos de resposta do corpo?
- e) Quais as características gerais que podem ser estendidas a todos os sistemas que sofrem de VIV?
- f) Como muitos dos experimentos realizados são em condições de baixo número de Reynolds, como os sistemas se comportam em situação com altos números de Reynolds?

Estes questionamentos são complexos e objetivo deste estudo não é dar uma resposta definitiva para todos eles, pois isto levaria anos de pesquisa e muitos trabalhos deverão ser realizados para responder tais perguntas. Porém, todas estas dúvidas são motivações e de certa forma até diretrizes, para o estudo e compreensão dos fenômenos envolvidos em problemas de VIV.

Ao evoluir o assunto para o campo das simulações computacionais, estudos mais específicos como tamanho de malha, modelagem de turbulência, aplicação de condições de contorno e métodos de movimentação de corpo rígido sob a ação de um escoamento devem ser trabalhados a fim de se costurar uma boa relação entre a precisão na representação dos fenômenos físicos e a eficiência numérica e computacional.

Outros questionamentos surgem quando estamos tentando reproduzir numericamente um fenômeno físico complexo. No caso de problemas de VIV, alguns dos questionamentos são:

- a) Qual o tamanho de malha necessário para capturar bem o campo de pressão e velocidades em torno do cilindro?
- b) Até qual distancia deve-se calcular a esteira para que o fenômeno perto do corpo não seja comprometido;
- c) Quais as dimensões de tempo envolvidas para capturar corretamente o fenômeno?
- d) Quais os modelos de turbulência mais adequados para representar o fenômeno de geração e desprendimento de vórtices?
- e) Quais as condições de contorno devem ser aplicadas e qual o tamanho do domínio computacional a ser utilizado?

Assim como as questões anteriores levantadas por Williamson & Govardhan (2004), essas questões referentes à modelagem numérica não serão completamente respondidas, mas também servirão de diretrizes para os estudos que serão realizados neste trabalho e pilares para a revisão bibliográfica. Como dito anteriormente, o objetivo do estudo é reproduzir satisfatoriamente a vibração de um corpo cilíndrico sob um escoamento através de métodos computacionais, e por isto estes questionamentos são tão importantes para este estudo.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Fenomenologia

Este capítulo apresenta os conceitos necessários para a compreensão dos fenômenos físicos associados ao estudo e como estes conceitos foram abordados em pesquisas e publicados na literatura ao longo de anos.

2.1.1 Escoamento ao redor de corpos rombudos

Zdravkovich (1997) define regiões de escoamento perturbado como aquelas que possuem características do fluxo original alteradas pela presença de um corpo. A Figura 2-1 apresenta uma descrição destas regiões, conforme a classificação dada pelo mesmo autor.



Figura 2-1 Regiões de escoamento perturbado pela presença de um corpo conforme definição de Zdravkovich (1997). Reproduzido de Ássi (2005).

Este corpo por sua vez, pode ser classificado como afilado ou rombudo. Corpos afilados são aqueles que conseguem ficar imersos no escoamento sem causar grandes perturbações e que geralmente não causam desprendimento de camada limite, possuindo uma região estreita de esteira ou até mesmo não a apresentando, dependendo das condições do escoamento e da geometria do corpo.



Figura 2-2 Exemplo de escoamento ao redor corpo afilado. Retirado de van Dyke (1982)

Em seu artigo, Bearman (1984) define que um corpo rombudo é aquele que induz um escoamento a se separar das suas paredes em uma porção substancial da sua superfície. Dentre os tipos de corpos rombudos, aqueles que possuem cantos vivos ou não possuem uma superfície contínua geralmente apresentam separação do escoamento nestas regiões, enquanto corpos com superfícies contínuas, como cilindros, desprendem o escoamento dependendo de outros fatores, como número de Reynolds, condições da camada limite e turbulência.



Figura 2-3 Exemplo de escoamento sobre um corpo rombudo. Retirado de Bearman (1984)

De maneira geral, a separação da camada limite ocorre devido ao fenômeno chamado de gradiente adverso de pressão. Este gradiente de pressão desfavorável é causado pela forma geométrica do corpo e ocorre quando as forças viscosas não são suficientes para manter o escoamento colado à parede, pois sua contribuição é minoritária perante as forças inerciais do fluido se movendo ao redor da superfície.

Esta relação entre as forças viscosas e inerciais de um escoamento é representada por um número adimensional chamado de número de Reynolds, que é dado pela expressão:

$$Re = \frac{\rho UD}{\mu}$$
[2-1]

onde as letras gregas $\rho \in \mu$ são respectivamente a massa específica e a viscosidade dinâmica (absoluta) do fluido, *D* o comprimento característico do corpo imerso e *U* a velocidade do escoamento incidente ao longe, sem a interferência do corpo imerso. Como o trabalho em questão trata especificamente de um corpo cilíndrico, todas as futuras referências ao número de Reynolds terão como comprimento característico o diâmetro do corpo.

Pode-se dizer então que o fenômeno de descolamento da camada limite da superfície do corpo é regido pelo número de Reynolds e todas as características do desprendimento, transição e esteira possuem uma profunda relação com este parâmetro adimensional.

Para valores de Reynolds extremamente baixos, o escoamento é totalmente laminar e permanece colado à parede devido ao domínio das forças viscosas. À medida que o número de Reynolds aumenta, ou seja, a parcela inercial começa a prevalecer sobre a parcela viscosa e esta já não mais consegue suportar o gradiente adverso de pressão, o escoamento se descola e a separação da camada limite com o corpo finalmente ocorre. Diferentes padrões de escoamento ocorrerão nas regiões perturbadas devido ao desprendimento da camada limite e à transição do regime laminar para turbulento, conforme o número de Reynolds aumenta.

Primeiramente, a transição ocorre na região da esteira, por ela estar mais suscetível às perturbações presentes no escoamento, provenientes da interação do fluido com a parede. Devido ao perfil de velocidade presente na camada limite, que varia de zero a velocidade na região externa à mesma, a região interna da camada limite é um local de escoamento rotacional, e possui uma determinada vorticidade concentrada, que virá a ser convectada para a região da esteira no momento de seu descolamento. Esta transição na esteira ocorre na faixa de Reynolds aproximadamente 200.

A próxima região em que a transição ocorrerá, dado o aumento do número de Reynolds, é a região das camadas cisalhantes. Como a esteira é uma região de baixa pressão, o escoamento presente na região externa da mesma é atraído para dentro, gerando instabilidades nesta fronteira. O foco da transição nas camadas cisalhantes se move em direção ao ponto de separação conforme o aumento do número de Reynolds, afetando o comprimento e a largura da esteira próxima, até que a transição passe a ocorrer na camada limite e não mais na região das camadas cisalhantes. Este limite de transição ocorre com $Re\approx 10^5$.

A transição prossegue com a movimentação do ponto de separação em direção ao ponto de estagnação do escoamento, até que a camada limite seja totalmente turbulenta antes do ponto de separação e que todas as regiões do escoamento perturbado também sejam turbulentas. A figura a seguir exemplifica a sequência de transição conforme o aumento do número de Reynolds.



Figura 2-4 Transições nas regiões perturbadas. Extraído de Zdravkovich (1997)

É possível associar as condições (a), (b), (c) e (d) da Figura 2-4 a faixas de números de Reynolds. Em suma, a condição de transição na esteira (a) ocorre na faixa de $Re \approx 180$ a 350, a transição nas camadas cisalhantes livres (b) na faixa de $350 < \text{Re} < 10^5$ e as transições na camada limite (c) e (d) a partir de Re 10^5 até um limite conhecido de $6x10^6$.

Até a transição na região da esteira, por volta de Re≈180 a 200, o regime do escoamento é totalmente laminar e pode ser dividido em três estados:

- a. Escoamento altamente viscoso e sem separação (creeping flow), que varia na faixa de 0 < Re < 4 a 5 e é demonstrado na Figura 2-5.
- b. Separação com recirculação estacionária, que ocorre na faixa de 4 a 5 < *Re* < 30 a 48, como mostrado na Figura 2-6
- c. Regime laminar periódico, que varia de 30 a 48 < Re < 180 a 200 e demonstrado na Figura 2-7.



Figura 2-5 Escoamento sem separação. Retirado de van Dyke (1982)



Figura 2-6 Escoamento laminar com separação: (a) Re = 9.6; (b) Re = 13.1; (c) Re = 26. Extraído e adaptado de van Dyke (1982)



Figura 2-7 Regime Laminar Periódico: (a) Re=54; (b) Re=65; (c) Re=102. Adaptado de Zdravkovich (1997) e extraído de Carmo (2005).

A partir de Re \approx 180, instabilidades na esteira começam a gerar uma tridimensionalidade no escoamento até então inexistentes. Estas tridimensionalidades estão associadas diretamente à turbulência, um fenômeno essencialmente rotacional, que será explicado em mais detalhes na próxima seção. Além disso, este é o início da transição na esteira, que vai até a faixa de Re \approx 350, onde começam a aparecer transições na camada cisalhante.

Entre a faixa de $Re\approx400$ até um limite aproximado de $Re\approx10^5$, a transição ocorre nas camadas cisalhantes livres com a camada limite permanecendo laminar durante este período. A transição nestas camadas também podem ser subdivididas em três estágios, e este regime é conhecido como regime subcrítico. As fases deste regime de transição são:

- a. Desenvolvimento de ondas de transição: $350 \text{ a} 400 < \text{Re} < 10^3 \text{ a} 2x10^3$
- b. Formação de turbilhões de transição: 10^3 a $2x10^3 < \text{Re} < 2x10^4$ a $4x10^4$
- c. Mudança rápida para turbulência: $2x10^4$ a $4.10^4 < \text{Re} < 1x10^5$ a $2x10^5$



(a)



(b)

Figura 2-8 Escoamentos com transição nas camadas cisalhantes: (a) Re=2000; (b) Re=10000. Extraído e adaptado de van Dyke (1982)

O próximo estágio de transição, que ocorre em valores de Reynolds acima de 10^5 , é o estágio de transição na camada limite. Esta etapa é objetivo de vários estudos, pois nela ocorre uma brusca diminuição da força de arrasto sobre o cilindro, mais conhecida como a crise do arrasto. A ocorrência deste fenômeno deve-se a contribuição da turbulência na camada limite, que eleva as componentes cinéticas do escoamento nesta região fazendo com que a mesma resista mais ao gradiente adverso de pressão, diminuindo o tamanho da esteira próxima e consequentemente o valor da força de arrasto.

A transição na camada limite pode ser dividida também em cinco estágios:

- a. Regime pré-crítico: $1x10^5$ a $2x10^5 < \text{Re} < 3x10^5$ a $3,4x10^5$
- b. Regime de uma bolha: $3x10^5$ a $3,4x10^5 < \text{Re} < 3,8x10^5$ a $4x10^5$
- c. Regime de duas bolhas: $3x8.10^5$ a $4x10^5 < \text{Re} < 5x10^5$ a $1x10^6$
- d. Regime supercrítico: 5×10^5 a $1 \times 10^6 < \text{Re} < 3 \times 5.10^6$ a 6×10^6
- e. Regime pós-crítico: $3x5.10^6$ a $6x10^6 < \text{Re} < \text{não conhecido.}$

O regime pré-crítico possui focos de turbulência nas linhas de separação provindos da camada cisalhante. A energia destes pequenos turbilhões perturba a esteira próxima fazendo com que os vórtices se formem numa região mais distante do cilindro, o que já contribui para a diminuição do arrasto.

O regime pré-crítico termina abruptamente com uma queda descontinua do arrasto, pois a camada cisalhante de um dos lados do cilindro tem energia cinética turbulenta suficiente para aderir novamente a superfície do corpo, antes de se desprender e dar lugar à camada cisalhante oposta. Esta região separada é chamada de bolha, o ponto de separação é consideravelmente adiado e a esteira possui uma característica mais fina.

O regime de duas bolhas é parecido com o regime anterior, porém nesta etapa as camadas cisalhantes tem energia suficiente para aderirem à superfície do corpo de maneira semelhante, uma de cada lado do cilindro. Ambos os regimes são extremamente sensíveis a perturbações e podem ser desfeitos por efeitos de rugosidade da parede ou turbulência ao longe.

A etapa chamada de regime supercrítico acontece quando a transição na linha de separação laminar primária ocorre de maneira irregular. Dessa forma, as bolhas ficam fragmentadas ao longo do eixo do cilindro, desaparecendo a emissão periódica de vórtices, tornando a esteira totalmente irregular e caótica.

O aumento no número de Reynolds faz com que a emissão regular de vórtices apareça novamente, pois a transição da camada limite ocorre antes do ponto de separação. Este regime é chamado de pós-crítico e seu limite superior, que resulta em um escoamento totalmente turbulento é difícil de definir, pois sua característica principal é de que o ponto de transição se move assintoticamente para o ponto de estagnação à medida que o número de Reynolds aumenta.

Finalmente, o último regime de escoamento é o totalmente turbulento, onde todas as regiões do escoamento perturbado são turbulentas e seu limite teórico é Re $\sim\infty$. É importante ressaltar que, em todos os regimes, as transições ocorrem também devido a perturbações presentes no escoamento e, portanto, não é possível determinar um valor exato do número de

Reynolds para cada ocorrência e sim uma faixa para cada acontecimento. Zdravkovich (1997) inclusive afirma que "o número de Reynolds será o único parâmetro governante apenas se tais perturbações forem realmente desprezíveis" reforçando a afirmação anterior.

2.1.2 Geração e desprendimento de vórtices

O fenômeno de transição e a classificação dos regimes são importantes para entender melhor os padrões de escoamento que vão se formar na região da esteira, que é a região perturbada mais importante nos estudos relacionados ao escoamento em torno de corpos rombudos, pois as flutuações que acontecem neste local irão refletir diretamente na superfície do corpo e são responsáveis por causar as vibrações que serão estudadas no decorrer deste trabalho.

A região da esteira é formada por vórtices gerados na superfície do cilindro que são convectados pelo escoamento. Para compreender melhor como estes vórtices são formados, precisamos primeiro definir brevemente o conceito de vorticidade.

A vorticidade é uma grandeza vetorial que representa a tendência à rotação de uma partícula de fluido dentro de um escoamento. A representação matemática da vorticidade é o rotacional do campo de velocidades ($\omega = \nabla \wedge \vec{V}$). Portanto, para que esta condição exista em uma direção, é necessário que haja um gradiente de velocidade na mesma, caso contrário o valor da vorticidade será zero. Em um escoamento ao longe sem perturbações, esta grandeza inexiste, pois o campo de velocidades é uniforme. Entretanto, ao chegarmos à região próxima à parede, temos o inerente perfil de velocidades da camada limite, exemplificado na Figura 2-9, o que torna o escoamento na região rotacional.

Apesar da vorticidade também poder ser definida para escoamentos invíscidos, pois é uma definição matemática, neste caso ela ocorre devido a efeitos viscosos da interação entre o fluido e a parede.



Figura 2-9 Perfil de velocidades de uma típica camada limite. Região que concentra vorticidade. Extraído e redesenhado de Schlichting (2000)

Com o conceito de vorticidade definido, e fazendo uma analogia da Figura 2-9 que representa uma camada limite em placa plana com a camada limite que vai se desenvolver na superfície do cilindro, é possível definir o conceito de vórtice e entender como ele será levado pelo escoamento a partir do momento que ele se descola da parede.

Define-se vórtice como uma região do escoamento onde o fluido possui uma trajetória circular em torno de um eixo imaginário e consequentemente uma quantia de vorticidade associada. A integral de área da vorticidade dentro de uma região do espaço (vórtice) é uma grandeza chama circulação e definida matematicamente por $\Gamma = \int \omega dx dy$. Esta circulação gerada na camada limite na superfície do cilindro será convectada pelo escoamento para a região da esteira após a separação, formando as camadas cisalhantes livres, que serão fundamentais para o efeito da formação e desprendimento dos vórtices do cilindro.

O mecanismo de formação destes vórtices é descrito de maneira extremamente prática por Gerrard (1966). Podemos ver na Figura 2-10, retirada de seu trabalho, a exemplificação deste processo. É possível observar que após os pontos de separação, a camada limite desprendida está livre na esteira próxima na forma das camadas cisalhantes. Como não há mais a presença da parede do cilindro, esta região altamente rotacional enrola-se formando um núcleo, que vem a ser um novo vórtice. O fluido arrastado em (a) é engolido pelo vórtice crescente, enquanto a porção de fluido em (b) abre caminho dentro da camada cisalhante interrompendo a alimentação do vórtice (a), de modo que ele desliga-se do filamento liberado na região de separação e é convectado pela esteira. A região de baixa pressão logo atrás do corpo oscila e atrai o fluido (c) formando um novo vórtice, porem com vorticidade oposta ao recentemente liberado. Este novo vórtice formado vai ser interrompido da mesma forma devido à interação com a camada cisalhante oposta e este processo se repete indefinidamente.



Figura 2-10 Mecanismo de formação de vórtices proposto por Gerrard (1966). Figura extraída do mesmo trabalho.

Como há a interação entre camadas cisalhantes opostas, que possuem vorticidade com sinais também opostos, é de se esperar que partes da circulação liberada pelas camadas cisalhantes se anulem, resultando uma parcela menor dentro da esteira. Roshko (1954) estima que 43% da circulação gerada permanecem na esteira após a formação dos vórtices. Bearman (1984) ainda afirma que a geração e desprendimento de vórtices é um fenômeno dependente apenas da interação entre as camadas cisalhantes e não da geometria do corpo, que apenas modifica a interferência da esteira próxima com os pontos de separação.

A frequência de emissão de vórtices, $fs_{,}$ depende da distância entre as camadas cisalhantes. Quanto mais próximas elas estiverem, mais rapidamente elas interagem entre si e maior a frequência da emissão de vórtices. A distância entre estas camadas esta associada ao diâmetro do cilindro e a velocidade do escoamento. Portanto, podemos dizer que a frequência de emissão de vórtices também está associada ao número de Reynolds do escoamento e ao ponto de separação, discutidos anteriormente.

Na Figura 2-11, há uma demonstração de como o fenômeno evolui com o aumento do número de Reynolds do escoamento. Com o aumento deste parâmetro, a camada limite se desenvolve, os vórtices começam a ser gerados e desprendidos. Se o número de Reynolds continua crescendo, estes vórtices são convectados formando a esteira atrás do corpo. Esta esteira é conhecida como esteira de von Kármán ou esteira de Kármán-Bernard.

A distância entre o centro do cilindro até o final da região próxima da esteira onde os vórtices são formados é chamada de comprimento de formação de vórtices *ls*. Este comprimento também diminui com o aumento do número de Reynolds, devido aos motivos comentados na seção anterior onde foram descritos os mecanismos de transição.

Observa-se claramente que o aumento do número de Reynolds afeta diretamente os mecanismos de transição, que por sua vez alteram os padrões de desprendimento de vórtices e de esteira. A predição correta destes fenômenos de transição, ponto de separação, comprimento de formação de vórtices e convecção para a esteira são os grandes desafios a serem calculados ao longo deste trabalho.

2.1.3 Forças fluidodinâmicas e número de Strouhal

Como o objetivo deste trabalho é poder calcular as vibrações induzidas pelo escoamento ao redor do cilindro, é necessário compreender alguns conceitos básicos sobre as forças atuantes na superfície do corpo e sua nomenclatura.



Figura 2-11 Regimes de escoamento ao redor de um cilindro circular. Retirado e adaptado de Blevins (2001)

A força resultante da interação entre o escoamento é o cilindro pode ser decomposta em duas componentes, força de arrasto (F_d), que é a força projetada na direção das linhas de corrente do escoamento ao longe, e força de sustentação (F_l), que é a componente perpendicular ao arrasto ou as linhas de corrente do escoamento ao longe. Se estas forças forem adimensionalizadas em termos da pressão dinâmica do fluido, ou seja, pela quantidade de energia cinética que pode ser convertida em pressão em caso de estagnação, encontramos os coeficientes de arrasto (C_d) e de sustentação (C_l), dados pelas expressões:

$$C_d = \frac{F_d}{\frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2 DL}$$
[2-2]

$$C_l = \frac{F_l}{\frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2 DL}$$
[2-3]

Nas equações acima, as letras F_d e F_l são as forças resultantes no cilindro nas respectivas direções, ρ é a densidade ou massa específica do fluido, U_{∞} é a velocidade fora da região perturbada ou corrente livre e *DL* é o produto do diâmetro pelo comprimento do cilindro, resultando na área projetada na direção do escoamento.

Como a emissão de vórtices ocorre de forma dinâmica, tanto o coeficiente de arrasto quanto o de sustentação não são constantes no tempo e possuem seus valores médios (\bar{C}_d, \bar{C}_l) e flutuantes (C_d', C_l') . O coeficiente de arrasto ainda pode ser dividido em duas parcelas, onde o arrasto dado por efeitos viscosos são separados do arrasto causado pelo efeitos do diferencial de pressão. O coeficiente de arrasto devido às forças viscosas que causam uma tensão de cisalhamento nas paredes do cilindro é chamado de arrasto friccional (C_{Df}) e o arrasto devido à diferença de pressão entre a montante e a jusante do escoamento é chamado de arrasto de pressão (C_{Dp}) .

A Figura 2-12 mostra o comportamento dos coeficientes de arrasto (viscoso e de pressão) e de sustentação para a faixa de Reynolds que engloba todas as fases de transição e de esteira. Se relembrarmos da seção anterior, podemos observar que durante o regime laminar os coeficientes de arrasto vão caindo quase que paralelamente até que por volta da faixa de Re \approx 200 os vórtices desprendidos criam uma zona de baixa pressão atrás do cilindro que destoam o arrasto de pressão do arrasto viscoso, mantendo a sua predominância por toda a faixa de Reynolds subsequente.


Figura 2-12 Variação dos coeficientes de força em relação a Re e comparativo com perfil de esteira. Adaptado de Zdravkovich (1997) e extraído de Ássi (2005)

Entre Re $\approx 10^3$ e 10^4 os vórtices desprendidos são convectados pela esteira, causando um campo de pressão não uniforme na superfície do cilindro, fazendo com que a força de sustentação varie de forma cíclica, aumentando significativamente o valor do C_l até Re $\approx 10^5$. Na região onde há a descontinuidade dos coeficientes, conhecida como crise do arrasto, as instabilidades na transição da camada limite não permitem que esta região possuam valores bem definidos e comportados, fazendo com que os coeficiente venham apresentar valores mais significativos e coerentes na região pós-crítica com a transição ocorrendo antes do ponto de separação ou com o regime totalmente turbulento.

Outro parâmetro adimensional importante, que também evolui com o número de Reynolds, mas é utilizado para relacionar a frequência de emissão de vórtices com as características geométricas e do escoamento é o número de Strouhal. Este parâmetro é dado pela fórmula [2-4]:

St

$$=\frac{fD}{U_{\infty}}$$
[2-4]

20

onde f é a frequência de emissão de vórtices dada em [Hz], D o diâmetro do cilindro, e U_{∞} a velocidade da corrente ao longe. A Figura 2-13 mostra como este parâmetro varia ao longo de uma faixa de Reynolds. Observa-se que em uma boa faixa de Reynolds este parâmetro gira em torno de 0.2, valor que na prática é comumente adotado em análises que necessitam de uma estimativa para a frequência de emissão de vórtices de uma geometria cilíndrica.

O ultimo parâmetro adimensional necessário para uma boa análise de desprendimento de vórtices em cilindros é o coeficiente de pressão de base, definido por:

$$C_{pb} = \frac{p_b - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2}$$
[2-5]

Onde p_b é a pressão no ponto diametralmente oposto ao ponto de estagnação primário do escoamento, p_{∞} é a pressão de corrente livre. A curva da pressão de base pelo número de Reynolds está delineada na Figura 2-14 e nela também se percebem descontinuidades que indicam as regiões de transição. Esta é uma medida importante, pois é de fácil aferição e dá muita informação sobre as características da esteira próxima e está intimamente ligada com a força de arrasto.



Figura 2-13 Variação do número de Strouhal pelo número de reynolds. Extraido de Norberg (2000)



Figura 2-14 Curva do coeficiente de pressão de base por número de Reynolds. Extraído de Williamson (1996a)

2.1.4 Esteira desenvolvida para cilindro fixo

A esteira formada pela emissão alternada de vórtices para um cilindro fixo é um fenômeno que já foi estudado extensivamente pela academia, e diversos resultados experimentais podem ser encontrados na literatura.

Basicamente, esta esteira se inicia com Reynolds baixo, por volta de 40 e vai transicionar de um regime laminar para turbulento conforme este parâmetro aumenta. Nesta transição, a distribuição do campo de pressão sobre a superfície do cilindro também se altera de forma que a condição da esteira está intimamente ligada com as forças atuantes no corpo. Para Reynolds menores que 180, pode-se dizer que a esteira é laminar e bidimensional, como pode ser visualizado na Figura 2-15. A partir deste valor, instabilidades na direção do comprimento do cilindro começam a tornar a esteira tridimensional, iniciando o seu processo de transição.



Figura 2-15 Esteira de von Kárman para Re=105. Extraído de van Dyke (1982)

Williamson (1996b) descreve instabilidades na direção do comprimento do cilindro que geram vórtices na direção do escoamentos, para casos com número de Reynolds a partir de 200. Ele classifica laços de vórtices como Modo A, aqueles vórtices de grande escala que levam vorticidade da direção transversal (direção do eixo do cilindro) para a direção do escoamento. Com o número de Reynolds ligeiramente mais alto (Re≈270), outras estruturas também alinhadas com a direção transversal do escoamento aparecem, porém mais próximas umas das outras, e ele as classifica como Modo B. A Figura 2-16 possui imagens experimentais retiradas do trabalho de Williamson mostrando estas estruturas que perturbam a esteira. Nesta imagem, também é possível perceber que no Modo A, a distância entre os vórtices é de aproximadamente quatro diâmetros, enquanto no modo B estas estruturas se repetem com um espaçamento menor, em torno de um diâmetro.



Figura 2-16 Modos A (Re=200) e B (Re=270), extraídos de Williamson (1996b)

Como este trabalho se voltará ao cálculo de um escoamento com o número de Reynolds fixo em 10⁴, estes fenômenos iniciais de transição da esteira devido ao aparecimento de estruturas tridimensionais são de certa forma pouco importantes, pois no regime de escoamento a ser estudado, a transição ocorre antes, nas camadas cisalhantes. Porém, o conceito das instabilidades em outras direções do escoamento, que podem ser vistas nesta faixa de Reynolds, é muito importante para entender o comportamento caótico das estruturas turbulentas que estarão presentes na esteira do presente estudo, já que a turbulência é um fenômeno altamente tridimensional e se origina justamente destas instabilidades. A Figura 2-17 mostra exatamente como a tridimensionalidade da esteira é muito mais evidente em números de Reynolds mais elevados, fazendo com que não seja possível definir modos transversais ao escoamento, da mesma forma que ocorre com os escoamentos em baixo Re.

O único padrão de emissão de vórtices que é comum a todas as faixas de Reynolds que possuem uma esteira estável é o chamado padrão 2S, do inglês "two-single", e significa que os vórtices emitidos pelo escoamento em torno de um cilindro estacionário são sempre alternados, ou seja, a cada instante um vórtice proveniente de um lado do cilindro e com vorticidade contrária ao anterior é emitido. Este padrão pode ser evidenciado na Figura 2-18 para diferentes valores de Reynolds.



Figura 2-17 Imagem da esteira em um escoamento com Reynolds 5000. Extraído de Williamson (1996b)



Figura 2-18 Esteiras de von Kármán evidenciando o padrão 2S de emissão de vórtices. Extraído e adaptado de Williamson (1996b)

2.1.5 Esteira desenvolvida para cilindro oscilando

Quando o cilindro está sujeito a uma oscilação natural ou forçada, o padrão de emissão de vórtices percebido na esteira é alterado, podendo mudar do modo tradicional 2S para novos padrões, dependendo basicamente da amplitude e da frequência de vibração.

Muitos estudos foram realizados para se determinar estes formatos de esteira e os padrões de emissão de vórtices, impondo oscilações forçadas com diferentes amplitudes e frequências. Williamson & Roshko (1988) mapearam os padrões de emissão de vórtices em função destes dois parâmetros e resumiram grande parte do seu trabalho em um gráfico de amplitude por frequência, mostrando os padrões e as regiões em que eles ocorrem. Este mapa pode ser visualizado na Figura 2-19.



Figura 2-19 - Modos de emissão de vórtices. Extraído de Williamson e Roshko (1988)

A princípio três modos distintos foram encontrados: o padrão 2S ("two single"), que significa que dois vórtices isolados são desprendidos a cada ciclo de emissão; o padrão 2P ("two pairs") onde dois pares de vórtices são emitidos por ciclo e o modo P+S ("pair+single") em que se alternam um par e um vórtice isolado por ciclo de emissão.

Além de técnicas experimentais, algumas simulações numéricas foram realizadas para tentar prever e visualizar o comportamento destes padrões de emissões de vórtices. As próximas imagens mostram fotografias de experimentos e de simulações publicadas na literatura exemplificando estes padrões discutidos anteriormente. A Figura 2-20 mostra a emissão do modo 2P por um experimento feito pela técnica de visualização por partículas de alumínio, enquanto a Figura 2-21 mostra imagens comparativas entre padrões 2S e P+S extraídos de um experimento com a técnica de tintura fluorescente e simulações numéricas.



Figura 2-20 Padrão 2P emitido de um cilindro com movimentação forçada. Extraído de Williamson & Govardhan (2004)



Figura 2-21 Imagens obtidas experimentalmente por Williamson na parte superior e por simulações numéricas por Meneghini & Bearman (1995) na parte inferior. Modo 2S na esquerda (a) e modo P+S na direita (b). Extraído e adaptado de Williamson & Govardhan (2004).

Além destes três padrões apresentados, existem mais alguns raros modos de emissão de vórtices que são observados quando há vibração prescrita do cilindro imerso no escoamento. Estes padrões são chamados de 2T, dois trios, onde dois trios de vórtices alternados são emitidos para cada ciclo e 2C, modo no qual dois pares de vórtices com o

mesmo sentido de rotação são emitidos para cada ciclo de emissão. No entanto, como já dito anteriormente, estes modos são muito raros e difíceis de observar experimentalmente. Eles foram observados em experimentos em que o cilindro está vibrando nas direções transversais (eixo do cilindro) e axiais (direção do escoamento) do escoamento e em determinadas trajetórias. A Figura 2-22 mostra resultados experimentais obtidos pela técnica de PIV (*Particle Image Velocimetry*) de ambos os modos.



Figura 2-22 Modo 2T a esquerda e 2C a direita. Extraído e adaptado de Williamson & Govardhan (2004)



Figura 2-23 (a) Modo 2S em cilindro oscilando e (b) Modo 2P. Extraído de Williamson & Govardhan (2004)

É importante ressaltar que estes padrões de esteira apresentados até agora apenas aparecem em vibrações forçadas. Para os casos onde há a vibração livre na direção transversal do escoamento, fenômeno mais conhecido como vibração induzida por vórtices (VIV), apenas são observados os padrões 2S e 2P. Dado que o presente trabalho foca apenas no tipo de vibração livre, e que os modos apresentados anteriormente não são observados nas faixas de velocidades do estudo (exceto os modos 2S e 2P), não será dada atenção a esta variedade de padrão ao longo do texto. A Figura 2-23 mostra imagens de experimento realizado com cilindro vibrando livremente na direção transversal ao escoamento e os dois padrões de esteira resultantes.

2.1.6 Vibração induzida por Vórtices

A tarefa de um engenheiro de estruturas torna-se um grande desafio quando o projeto apresenta um escoamento incidente na estrutura. A passagem do fluxo ao redor do componente pode causar o fenômeno chamado de vibração induzida por escoamento. Este fenômeno, por sua vez, pode se manifestar de algumas maneiras, tanto em corpos afilados quando em corpos rombudos. Dentre estes possíveis tipos de excitação, aquela mais frequente quando o assunto é corpos rombudos, é a vibração induzida por vórtices (VIV), tema de estudo deste trabalho.

Nesta seção, vamos utilizar os conhecimentos revisados na seção anterior sobre emissão e desprendimento de vórtices adicionados à teoria básica de dinâmica de corpos rígidos para formular e compreender o problema de VIV.

A maneira mais intuitiva de se compreender este fenômeno é esboçando uma situação em que se está presente um cilindro rígido montado sobre um conjunto de molas e amortecedores sujeito a um escoamento. O único grau de liberdade deste cilindro é na direção transversal ao fluxo e o conjunto amortecedor-mola resiste ao movimento nesta direção. O esquemático a seguir exemplifica a montagem do cilindro sobre o sistema e indica algumas características da resposta do mesmo a uma excitação periódica. (*A* representa a amplitude e *f* a frequência).



Figura 2-24 Sistema de um cilindro livre para oscilar sob a incidência de um escoamento. Extraído de Ássi (2005)

Portanto, dado o cilindro da Figura 2-24 sujeito ao escoamento incidente, pode-se variar a velocidade deste escoamento de forma que a frequência de emissão dos vórtices também varie, e consequentemente, a flutuação do campo de pressões ao redor do cilindro. Como as forças resultantes no corpo nada mais são do que a integração do campo de pressão na superfície do mesmo, esta variação temporal da força de sustentação causará uma excitação com uma frequência definida e idêntica a de emissão de vórtices. Como estudado anteriormente, a frequência de emissão de vórtices é dependente da velocidade de incidência do escoamento, ou seja, dependente do número de Reynolds.

É intuitivo pensar que esta variação no campo de pressão na superfície do cilindro ocorrerá de maneira que haja uma excitação na direção do escoamento e outra na direção transversal (direções de arrasto e sustentação respectivamente). Isto de fato acontece, porém com frequências distintas para uma mesma condição de escoamento. A frequência de variação da força de arrasto é aproximadamente duas vezes maior que a frequência da força de sustentação, pois a força de sustentação varia do seu ponto máximo positivo até seu ponto máximo negativo a cada ciclo de emissão de vórtices, enquanto a força de arrasto alterna entre seus valores máximo e mínimo a cada vórtice emitido, apesar de nunca mudar de direção.

Para entendermos melhor o porquê do aparecimento de uma força de sustentação na superfície do cilindro devemos relembrar que o desprendimento dos pequenos vórtices da camada limite criam zonas de baixa pressão e elevada vorticidade. No momento em que as camadas cisalhantes, formadas por estes pequenos vórtices, interagem na região da esteira

próxima, o grande vórtice que é formado influencia no campo de pressão na superfície do cilindro momentaneamente.

A Figura 2-25 exemplifica, através de um comparativo, a distribuição do campo de pressão em um cilindro com e sem emissão de vórtices. A distribuição simétrica (à esquerda) representa o caso em que não ocorre desprendimento de vórtices e a distribuição assimétrica (à direita) o caso em que o vórtice está sendo formado na parte inferior do cilindro, gerando uma zona de baixa pressão nesta região da superfície.



Figura 2-25 Perfil de distribuição de pressão sobre a superfície do cilindro sem desprendimento de vórtices (a) e com vórtice se desprendendo na parte inferior em (b). Extraído de Ássi (2005)

Até então foram discutidos e apresentados os conceitos da frequência de excitação e de desprendimento de vórtices, que na realidade são os fenômenos causadores dos carregamentos atuantes no sistema. Precisamos agora entender quais as características constituintes da estrutura que são responsáveis por responder a estas excitações e qual a causa das amplitudes das vibrações.

Sabemos que os materiais que constituem as estruturas possuem propriedades mecânicas, e que dentre estas propriedades, uma das mais importantes e conhecidas é o módulo de elasticidade. Entretanto, estudar através de simulações a resposta estrutural completa de uma longa estrutura sujeita ao problema de VIV é inviável devido ao alto custo computacional relacionado. Para minimizar este problema e ainda assim obter resultados extensíveis aos problemas de engenharia, algumas hipóteses podem ser feitas. A mais comum é separar um pequeno trecho cilíndrico e montá-lo sobre elementos elásticos e amortecedores para simular a condição estrutural ao redor assumindo este pequeno trecho como um corpo rígido. Assim, a equação dinâmica que rege o comportamento deste cilindro rígido livre para oscilar na direção transversal ao escoamento (sustentação) será:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F$$

[2-6]

onde:

- m é a massa do cilindro
- c é a constante de amortecimento do sistema
- k é a elasticidade da estrutura
- F é a força de excitação na direção transversal

Em um regime de emissão de vórtices no qual a força de excitação está sincronizada com a frequência natural da estrutura, uma boa aproximação para a força F é:

$$F(t) = F_0 sin(\omega t + \phi)$$
[2-7]

em que F_0 é a magnitude da força causada pelo escoamento, ω a frequência natural de oscilação do corpo, dada em radianos por segundo, e ϕ o ângulo de fase entre a excitação e o deslocamento do cilindro. Sistemas sujeitos ao fenômeno de VIV podem ser modelados como sistemas harmônicos sem que haja prejuízos na representação da física do problema. Desta forma, a resposta do sistema pode ser representada por:

$$y(t) = y_0 sin(\omega t)$$
[2-8]

Todo sistema dinâmico regido pela equação [2-6] possui respostas semelhantes quando estudados no domínio da frequência. Um sistema sem amortecimento possui a sua frequência natural dada por:

$$\omega_{n0} = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f_{n0}$$
[2-9]

Em que k é a constante de amortecimento e m a massa do corpo. No caso do cilindro vibrando no ar, poderíamos considerar nos cálculos a massa adicional e o amortecimento que o atrito gera no sistema, mas como estes parâmetros possuem valores muito baixos, podemos

considerar que a resposta do sistema na presença de ar é a mesma que no vácuo. Porém, ao levarmos o sistema para um meio como a água, estas considerações devem ser feitas.

É justamente pelo fato de que o fenômeno ocorre em diferentes condições de operação, fluidos, frequências, etc. que devemos fazer análises em condições adimensionais. Através de formulações deste teor é possível comparar diversos experimentos e simulações numéricas. A Tabela 2-1 enumera os parâmetros adimensionais mais utilizados nos estudos de VIV.

Tabela 2-1 Parâmetros adimensionais para estudo de VIV. Extraída e adaptada de Ássi (2005)

$A^* = {}^A/_D$	<i>Amplitude Reduzida:</i> é a relação entre a amplitude de vibração e o diâmetro do cilindro
$U^* = {}^{U_{\infty}} / f_{n0} D$	<i>Velocidade Reduzida:</i> é a relação entre a velocidade de incidência do escoamento com a frequência natural do sistema e o diâmetro do cilindro.
$m^* = \frac{m}{m_V} = \frac{m}{\frac{\pi D^2}{4} L_w \rho}$	<i>Parâmetro de massa:</i> é a relação entre a massa do cilindro (m) e a massa deslocada de fluido com a movimentação (m_v) . L_w é o comprimento imerso do cilindro.
$f^* = \frac{f}{f_{n0}}$	<i>Frequência reduzida:</i> é a relação entre a frequência de oscilação do cilindro (f) e sua frequência natural no vácuo (f_{n0}).
$\zeta = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2\sqrt{km}}$	<i>Fator de amortecimento:</i> relação entre a constante de amortecimento estrutural (c) e o amortecimento crítico (c_{cr}).

Exceto o parâmetro de massa, os outros parâmetros adimensionais na tabela acima não levam em consideração em qual meio fluídico em que o cilindro esta imerso. Para o caso em que o escoamento é de ar, estes parâmetros pouco se alteram, pois a massa deslocada de ar é muito pequena comparada à massa do sistema. Porém, se o cilindro estiver imerso em um fluido mais denso, como água, massa deslocada deve levada em consideração. O coeficiente de massa adicional (C_A) é a relação entre a massa adicional causada pelo movimento do corpo imerso no fluido (m_a) e a massa deslocada pelo volume do corpo imerso (m_v), e é dado por:

$$C_A = \frac{m_a}{m_v}$$
[2-10]

Para um escoamento invíscido, ou seja, sem a consideração dos efeitos viscosos, este coeficiente vale 1,0 para um cilindro circular, porém ao levar em consideração os efeitos de desprendimentos de vórtices que são intrinsicamente viscosos este coeficiente pode assumir outros valores. Khalak & Williamson (1999) sugerem que a massa adicional em uma situação de vibração de um cilindro é aquela que efetivamente acompanha o movimento do corpo, estando em fase com sua aceleração. Para tanto, eles sugerem que o coeficiente efetivo de massa adicional seja dado pela expressão:

$$C_{EA} = \frac{1}{2\pi^3} \frac{C_L \cos(\phi)}{A^*} \left(\frac{U^*}{f^*}\right)^2$$
[2-11]

Dessa forma, novas expressões adimensionais podem ser escritas para incluir os efeitos do fluido, no caso água, na resposta do sistema dinâmico. A nova frequência natural do cilindro imerso em água (f_N) será diferente da frequência natural de vibração no ar/vácuo (f_{N0}), uma vez que agora será incluída a parcela de massa adicional na equação. A nova frequência natural é dada pela expressão [2-12] e o fator de amortecimento pela expressão [2-13]:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{(m+m_a)}}$$
[2-12]

$$\zeta_w = \frac{c}{2\sqrt{k(m+m_a)}}$$
[2-13]

Os conceitos de amplitude reduzida, frequência reduzida e velocidade reduzida também serão alterados para conterem os efeitos da água. As novas expressões são definidas na Tabela 2-2.

$U^* = \frac{U_{\infty}}{f_N D}$	<i>Velocidade reduzida</i> considerando a frequência natural do corpo na água
$A^{*} = \frac{1}{4\pi^{3}} \frac{C_{l} \sin(\phi)}{(m^{*} + C_{A})\zeta} \left(\frac{U^{*}}{f^{*}}\right)^{2} f^{*}$	<i>Amplitude Reduzida</i> considerando o coeficiente efetivo de massa adicionada
$f^* = \frac{f}{f_N} = \sqrt{\frac{m^* + C_A}{m^* + C_{EA}}}$	<i>Frequência reduzida</i> considerando o efeito de massa adicional

Tabela 2-2 Novos parâmetros para a consideração dos efeitos da água deslocada

Além dos parâmetros acima mencionados, é pertinente apresentar outros três que podem vir a aparecer ao longo do estudo, que nada mais são do que combinações dos parâmetros de massa e amortecimento, já que os mesmos são comumente utilizados nestes tipos de análises. Eles estão sumarizados na Tabela 2-3.

Tabela 2-3 Parâmetros adimensionais combinados. Extraída e adaptada de Ássi (2005)

$(m^*\zeta)$	Parâmetro de massa-amortecimento
$S_G = 2\pi^3 S t^2(m^*\zeta)$	Parâmetro de Skop-Griffin
$S_C = \frac{\pi}{2} (m^* \zeta)$	Número de Scruton

Neste ponto já foram apresentados conceitos sobre a fenomenologia do escoamento e da dinâmica de um sistema massa-mola amortecido imerso em um fluido denso como a água. Destes conceitos, pode ser destacada uma característica importante comum aos dois fenômenos: a frequência. Do lado escoamento, temos a frequência de emissão de vórtices (f_v) a qual é responsável por toda a excitação do corpo. Pelo lado do sistema dinâmico, temos a frequência natural, representando a característica estrutural do corpo imerso. Quando estas frequências estão muito próximas ou são idênticas, temos o fenômeno chamado de Ressonância, que é a amplificação das vibrações do oscilador a grandes amplitudes. É exatamente este comportamento que deve ser evitado em um projeto para que o equipamento esteja seguro contra danos na sua estrutura, seja por excesso de carga ou fadiga.

Um oscilador harmônico comum responde a entrada do sistema com a mesma frequência em que é excitado. Porém, em sistemas sujeitos a VIV a figura muda um pouco, pois o sistema de excitação (desprendimento de vórtices) está intimamente ligado ao sistema excitado (cilindro) de forma que a movimentação do corpo altera o padrão de emissão de vórtices e desta forma altera o seu próprio carregamento. Dado um oscilador formado por um cilindro sujeito a um escoamento, pode-se aumentar a velocidade da corrente de forma que se consiga atingir a ressonância. Porém ao passar por este ponto haverá uma região em que o cilindro ainda responderá com grandes amplitudes, pois o sistema se retroalimenta de forma que a frequência de emissão de vórtices é capturada pela frequência de vibração do cilindro, permanecendo sincronizadas até que esta faixa acabe. Este fenômeno é chamado de *"lock-in"* ou sincronização.

Diversas investigações experimentais tem mostrado que o número de Strouhal permanece muito próximo do valor de 0,2 para uma grande faixa de Reynolds, que vai de 10^2 a 10^6 . O gráfico da Figura 2-13 na seção anterior mostra este comportamento. Portanto, é possível estimar em qual característica de escoamento (velocidade) certa configuração dinâmica será excitada próxima de sua frequência natural.

Dado que a frequência de emissão de vórtices de um cilindro fixo, com número de Strouhal de 0,2 é expressa por:

$$f_v \approx 0.2 \frac{U_\infty}{D} \rightarrow \frac{U_\infty}{D} \approx \frac{f_v}{0.2}$$
[2-14]

E a velocidade reduzida na região de sincronização pela expressão:

$$U^* = \frac{U_{\infty}}{f_v D} = \frac{f_v}{0.2f_v} = \frac{1}{0.2} = 5$$
[2-15]

Chega-se a conclusão que para o caso de um cilindro sujeito ao fenômeno de VIV, a região de ressonância e onde as maiores amplitudes de vibração serão encontradas é na região de velocidade reduzida igual a 5. Seguindo esta linha, muitos experimentos foram feitos com cilindros montados elasticamente em uma base. Estes experimentos foram feitos utilizando-se diferentes parâmetros de massa (m^*), amortecimento (ζ) e número de Reynolds.

Observou-se que para diferentes valores de parâmetro de massa e de amortecimento, há uma grande variação na amplitude de resposta. Por exemplo, a figura retirada de Khalak & Williamson (1999) compara os experimentos feitos pelos autores com o parâmetro de massa no valor de 10,1 com os experimentos feitos por Feng (1968) que possuem parâmetro de massa 248. É notável a diferença entre as máximas amplitudes alcançadas pelos



experimentos, que variam de 0,6 diâmetros para o caso de alto valor de m^* contra aproximadamente 0,9 diâmetros para o caso com baixo valor de m^* .

Figura 2-26 Amplitude reduzida resultante de experimentos de VIV. Feng (1968) com m*=248 e Khalak & Williamson (1999) com m*=10,1. Extraído de Khalak & Williamson (1999).

Os autores explicam esta diferença de amplitudes levando em consideração não somente o parâmetro de massa, mas sim o parâmetro combinado massa-amortecimento $(m^*\zeta)$. Segundo Khalak & Williamson, quanto maior o valor deste parâmetro, menores as amplitudes observadas e para um valor constante de $(m^*\zeta)$, quanto maior o valor de m^* em relação à ζ maior a faixa de velocidades reduzidas no regime de sincronização. A Figura 2-27 exibe o formato da curva das amplitudes de resposta do sistema para um determinado intervalo de velocidades reduzidas.

É possível perceber que na resposta para altos valores do parâmetro combinado ($m^*\zeta$) existem duas ramificações da curva, uma para a faixa de excitação inicial e outra com menores amplitudes para o final da faixa de sincronização. Quando o parâmetro massaamortecimento possui valores baixos, a curva de resposta fica dividida em três ramos, um para as excitações iniciais, outro ramo mais elevado na região de ressonância e um terceiro também menos acentuado que representa o final da região de sincronização. A notável



diferença para os casos com altos valores de $(m^{*}\zeta)$ é de que existe um salto brusco entre uma descontinuidade entre os valores de amplitude iniciais e a região de ressonância.

Figura 2-27 Dois tipos distintos de amplitude de resposta, altos valores de $m * \zeta$ (superior) e baixos valores (inferior). Nota-se que as amplitudes máximas são controladas pelo parâmetro combinado $m * \zeta$ enquanto a faixa de sincronismo é determinada pelo parâmetro de massa para um valor de $m * \zeta$ constante. Extraído de Khalak & Williamson (1999).

O salto entre a região de excitação inicial ("*Initial Excitation Branch*") e o braço superior ("*upper branch*") e a outra descontinuidade entre o braço superior e o inferior ("lower branch"), que podem ser vistos na Figura 2-27 no gráfico inferior, são explicados pela

mudança repentina no padrão de emissão de vórtices. Nestes espaços, ocorre o fenômeno de histerese, indicado pela letra "H" e o de intermitência, indicado pela letra "I". O mesmo comportamento de histerese também pode ser observado no gráfico superior da Figura 2-27 entre o ramo de excitação inicial e o ramo inferior, porém neste caso, onde o parâmetro de massa-amortecimento possui valor elevado, não existe o fenômeno de intermitência.

A mudança do padrão de emissão de vórtices causa uma mudança brusca no ângulo de fase entre a força de excitação e a oscilação do corpo, fazendo com que as amplitudes de respostas apresentem um padrão descontínuo, diferentemente de uma resposta de um oscilador comum, sujeito a forças harmônicas. A Figura 2-28 insere uma típica curva de amplitude de resposta de um cilindro sujeito ao fenômeno de VIV sobre um mapa dos padrões de emissões de vórtices, comprovando a afirmação de que o salto entre os ramos de resposta se dá pela alteração no padrão de emissões.



Figura 2-28 Mapa dos padrões de emissões de vórtices. Adaptado de Williamson & Govardhan (2004) e extraído de Ássi (2005).

Com estes últimos conceitos encerra-se a seção que descreve a fenomenologia do problema e inicia-se uma nova seção em que irão ser discutidos os métodos numéricos para a solução das equações governantes dos fenômenos aqui apresentados e as hipóteses que deverão ser adotadas neste tipo de solução.

2.2 Modelagem Computacional

A técnica de resolução das equações que governam o movimento dos fluidos de forma numérica é conhecida como fluidodinâmica computacional, ou CFD (sigla em inglês para *Computational Fluid Dynamics*). É através desta técnica que este trabalho será conduzido para estudar os fenômenos de desprendimento de vórtices e a vibração que eles induzem no cilindro.

Antes de aprofundarmos o estudo nos métodos de solução que serão utilizados, devemos ter definidos bem claramente alguns conceitos que estão por trás da solução numérica e simulação computacional. O primeiro conceito chave é o de modelagem. Sabemos que a arte da engenharia é utilizar-se de conceitos físicos para construir equipamentos que trazem benefícios à sociedade. Estes conceitos físicos são baseados numa observação minuciosa da natureza e depois transcritos para a linguagem matemática, que pode ser manipulada de diversas formas através de inúmeras técnicas para que haja uma investigação profunda do fenômeno que está sendo estudado. Esta transcrição da natureza para a linguagem matemática é chamada de modelagem.

As equações que descrevem um escoamento, que é o nosso objeto de estudo primordial, basicamente são construídas através de derivações de conceitos físicos básicos, como o de conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia, porém aplicados a partículas de fluido. Essas derivações levam a equações diferenciais parciais que não possuem uma solução analítica para todas as condições de contorno e hipóteses, de forma que a saída para o problema é resolvê-las numericamente através de técnicas de solução iterativas.

A necessidade de uma solução numérica, que por sua vez pode não ser exata, traz incertezas e imprecisões que devem ser levadas em conta pelo operador do problema. Ferziger & Peric (2002) definem que basicamente existem três tipos de erros que devem ser previamente conhecidos para uma boa construção de um modelo computacional. São eles:

 Erros de modelagem: estes erros não estão associados aos métodos numéricos em si, mas sim na discrepância entre uma medida de um comportamento real e a sua representação matemática, ou seja, é quanto um modelo matemático desvia da realidade;

- Erro de discretização: a maioria dos métodos numéricos para solução de escoamentos trabalha com uma discretização espacial (malha), que dará origem a um sistema algébrico de solução destas equações. A diferença entre a solução do sistema discretizado para o sistema contínuo constitui o chamado erro de discretização.
- Erro de iteração: é a diferença entre a solução encontrada após "n" iterações e a solução exata do sistema discretizado. Muitas vezes o sistema discretizado não atinge sua solução exata, porém certo grau de convergência é aceito, assim que a diferença entre a solução exata e a encontrada está dentro de uma tolerância pré-definida.

Estes erros, apesar de inerentes ao processo de simulação numérica, podem ser minimizados através de estudos de independência de malha, da escolha correta de modelos matemáticos e de condições de contorno e do uso de tolerâncias aceitáveis, variáveis que dependem bastante do bom-senso do analista. Saber distinguir as diferenças entre cada tipo de erro também é importante. Muitas vezes alguns erros podem cancelar outros, fazendo com que uma solução em uma malha mais grosseira se aproxime melhor da realidade do que outra com a malha mais refinada, o que teoricamente não deveria acontecer.

Nas próximas seções, serão apresentadas técnicas de discretização espacial e temporal para a solução do campo de velocidade e pressão do escoamento ao longo do tempo, as equações que serão resolvidas através destas técnicas e as hipóteses de modelagem que serão assumidas para melhor representar o fenômeno que será estudado.

2.2.1 Equações governantes

Como dito na breve introdução deste capitulo, existem equações fundamentais que regem a dinâmica dos fluidos. Estas expressões são derivadas de princípios físicos elementares, conhecidos como conservação da massa e conservação da quantidade de movimento, que nada mais é do que a derivação da segunda lei de Newton para um elemento de fluido infinitesimal. Essas equações podem ser escritas na forma integral para um volume de controle ou diferencial para uma partícula infinitesimal de fluido.

A primeira equação apresentada é a equação da conservação da massa. A forma integral desta equação, também conhecida como equação da continuidade é dada pela equação [2-16] onde Ω indica uma integral ao longo de um volume e *S* ao longo das superfícies de controle deste volume.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \int_{S} \rho \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n} dS = 0$$
[2-16]

Se aplicarmos o teorema da divergência de Gauss, que transforma uma integral de superfície em uma de volume e aplicarmos o resultado para um volume infinitesimal, que representa uma partícula de fluido, chegamos ao formato diferencial da mesma equação. Este formato é dado pela expressão:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div \left(\rho v\right) = 0$$
[2-17]

Que pode ser reescrita na forma expandida por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0$$
[2-18]

A segunda importante equação que modela o escoamento de um fluido é a equação da conservação da quantidade de movimento. Esta expressão pode ser derivada de diversas maneiras, entretanto um dos modos mais utilizados é derivação da segunda lei de Newton para um elemento de fluido e integrá-la para um volume de controle. Portanto, a equação de conservação da quantidade de movimento pode ser escrita por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \boldsymbol{\nu} d\Omega + \int_{S} \rho \boldsymbol{\nu} \boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{n} d\boldsymbol{S} = \sum F$$
[2-19]

O somatório de forças do lado direto da equação, pode ser dividido entre forças de superfície (pressão, cisalhamento, etc.) e forças de campo (gravitacional, centrífuga, etc.). Porém, do ponto de vista molecular, as forças como pressão e cisalhamento não podem ser descritas através de variáveis como massa específica e velocidade, criando a necessidade de modelagem destas forças em termos destas variáveis. Se o fluido considerado na modelagem for um fluido newtoniano, um modelo bastante aceito é o da hipótese de Stokes, que modela o tensor das tensões de um elemento de fluido como:

$$\boldsymbol{T} = -\left(p + \frac{2}{3} \,\mu \, di \boldsymbol{v}(\boldsymbol{v})\right) \boldsymbol{I} + 2\mu \boldsymbol{D}$$
[2-20]

onde p é a pressão estática, μ a viscosidade dinâmica, I o tensor unitário e D o tensor deformação, que pode ser escrito na notação tensorial como:

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial u_j} + \frac{\partial u_j}{\partial u_i} \right)$$
[2-21]

Voltando à equação no seu formato integral, portanto, podemos incluir o termo das tensões que modela as forças de superfície e escrevê-la como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \boldsymbol{\nu} d\Omega + \int_{S} \rho \boldsymbol{\nu} \boldsymbol{\nu} \cdot \boldsymbol{n} dS = \int_{S} \boldsymbol{T} \cdot \boldsymbol{n} dS + \int_{\Omega} \rho \boldsymbol{b} d\Omega$$
[2-22]

Em que as forças de campo estão representadas na integral de volume pela letra *b*. Aplicando o mesmo teorema de Gauss aplicado na equação da continuidade, temos a expressão para a conservação da quantidade de movimento para um elemento infinitesimal de fluido na forma diferencial, dada por:

$$\frac{\partial(\rho \boldsymbol{v})}{\partial t} + di\boldsymbol{v}(\rho \boldsymbol{v} \boldsymbol{v}) = di\boldsymbol{v}(\boldsymbol{T}) + \rho \boldsymbol{b}$$
[2-23]

Conforme Maliska (2004), se expandirmos a equação para um sistema de coordenadas cartesianas, a equação da conservação da quantidade de movimento com a inclusão da hipótese de Stokes para a modelagem do tensor T é dada na forma diferencial por:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu dv V \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \quad [2-24]$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \cdot \lambda \cdot div V \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad [2-25]$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu . div V \right)$$
[2-26]

Quando o escoamento que se deseja estudar sofre de fenômenos de compressibilidade, combustão ou alguma forma de troca de calor também se faz necessário o uso de uma equação para o balanço da energia do sistema. Como o escoamento em questão não leva em consideração nenhuma forma de troca de energia, esta equação não será incluída nos cálculos ao longo do estudo e não será apresentada nesta seção.

A modelagem da turbulência do sistema também é uma fonte de novas equações na maioria dos casos. Porém, a metodologia a ser utilizada e que será explicada mais adiante apenas inclui um termo nas equações de Navier-Stokes acima demonstradas. A modelagem deste fenômeno assim como o termo que surge na equação devido à abordagem adotada, será explanada em uma seção específica do trabalho, a seguir.

2.2.2 Discretização espacial

A solução destas equações, como dito, não é possível de ser realizada analiticamente, exceto em alguns escoamentos peculiares. Numericamente as formas encontradas de se calcular um escoamento qualquer dependem de uma discretização do espaço em pequenos domínios, que podem ser volumes ou pontos (nós). Dependendo de qual método de solução empregado, o domínio computacional é discretizado em pontos, elementos finitos ou volumes finitos.

A maioria dos códigos comerciais de CFD utiliza o método dos volumes finitos e, portanto, resolvem as equações em sua forma integral para inúmeros volumes de controle que compõe o domínio computacional. Estes volumes de controle são chamados de elementos e o seu conjunto é chamado de malha computacional. A Figura 2-29 é um exemplo de uma malha computacional para o cálculo do escoamento em torno de um cilindro, retirada de Ferziger e Peric (2002).



Figura 2-29 Exemplo de uma malha computacional em torno de um cilindro. Extraído de Ferziger & Peric (2002)

Segundo Maliska (2004) "a tarefa de um método numérico é resolver uma ou mais equações diferenciais, substituindo as derivadas existentes por expressões algébricas que envolvem a função incógnita". O método dos volume finitos então transforma as equações de conservação no seu formato integral ([2-16] e [2-22]) em expressões algébricas que são conservadas dentro de cada célula.

Por exemplo, segundo Maliska (2004), para um volume finito bidimensional a equação da conservação da massa, ou continuidade, pode ser escrita para um ponto P, como o resultado do balanço entre as faces da célula que permeiam este ponto. A Figura 2-30 mostra em coordenadas cartesianas como o balanço é feito. Em termos das velocidades u e v tem-se:

$$\rho u \Delta y|_e - \rho u \Delta y|_w + \rho u \Delta y|_s - \rho u \Delta y|_n = 0$$
[2-27]

Se dividirmos a equação [2-27] por $\Delta x \Delta y$ chegamos a:

$$\frac{\rho u|_e - \rho u|_w}{\Delta x} + \frac{\rho u|_s - \rho u|_n}{\Delta y} = 0$$
[2-28]

Que nada mais é do que a equação [2-18] sem o termo transiente escrita para comprimentos mensuráveis $\Delta x \Delta y$, que se forem aproximados para um limite infinitesimal se tornam $\delta x \delta y$.



Figura 2-30 Exemplo da conservação da massa em uma célula bidimensional pelo método dos volumes finitos. Extraído de Maliska (2004)

Da mesma forma que a equação da conservação da massa é transformada em uma expressão algébrica, as equações de transporte ou de quantidade de movimento também são. A dificuldade aparece quando a malha utilizada não é cartesiana, ou seja, não possui elementos alinhados totalmente com o sistema cartesiano e há diferenças nas distâncias entre o centroide da célula (ponto P) e as faces. Quando isto ocorre, é necessário lançar mão de métodos de interpolação que visam equilibrar estas distâncias, através de coeficientes de ponderação baseados nas mesmas.

Estes métodos são diversos e podem ser lineares, quadráticos, possuírem ou não relação com a direção do escoamento. Porém quaisquer que seja o método de interpolação escolhido deve-se levar em conta quais os benefícios e quais as implicações que estas escolhas podem trazer para a solução do escoamento. A seguir vamos apresentar alguns dos métodos de interpolação mais utilizados e baseados nestas características, escolher qual será utilizado nas simulações subsequentes. A bibliografia utilizada para a descrição destes métodos pode ser encontrada nos livros de Ferziger & Peric (2002) e Maliska (2004).

Central difference scheme (CDS): Método das diferenças centradas é um tipo de interpolação linear, de segunda ordem baseado na distância entre o centroide da face e o centroide das células. Supondo o ponto 'e' na Figura 2-30 e considerando que exista uma célula adjacente com centroide 'E', a interpolação do tipo CDS para um fluxo de um escalar 'φ' é dada por:

$$\phi_e = \phi_E \lambda_e + \phi_P (1 - \lambda_e)$$
[2-28]

Em que o fator interpolante λ_e é dado pela expressão:

$$\lambda_e = \frac{x_e - x_p}{x_E - x_P}$$
[2-29]

Como toda aproximação de alta ordem, este tipo de interpolação pode causar soluções com oscilações numéricas, principalmente em problemas em que existem altos gradientes de alguma propriedade. Entretanto, oscilações numéricas não indicam a impossibilidade de se obter uma solução convergida, apenas que o algoritmo utilizado deve ser robusto suficiente para evitar a divergência do caso. Por outro lado, devido à baixa difusividade do método, este é geralmente utilizado para problemas onde existem altos gradientes advectivos ou de alguma outra propriedade apesar de sua tendência à oscilações.

Upwind (UDS): o esquema Upwind baseia-se em utilizar o valor do nó à montante do escoamento. Este método de interpolação é de primeira ordem e, devido às suas características, apresenta uma maior difusividade numérica e tem a vantagem de não apresentar oscilações na solução. O método é simples e dado por:

$$\begin{cases} \phi_E \ se \ (v.n) < 0 \\ \phi_P se \ (v.n) > 0 \end{cases}$$
[2-30]

onde (v.n) é o produto entre a velocidade e o vetor normal da face, indicando o sentido do escoamento.

Quadratic Upwind (QUICK): A melhoria mais lógica a ser feita é a aumentar a ordem do método Upwind, transformando a aproximação linear de uma reta para uma parábola. Porém, para isso é necessário utilizar mais um ponto na interpolação. Estes pontos são o segundo ponto mais a montante (MM), o primeiro mais a montante (M) e o primeiro a jusante (J) em relação ao ponto desejado. A expressão dada para o mesmo ponto 'e', portanto, é dada por:

$$\phi_e = \phi_M + g_1(\phi_J - \phi_M) + g_2(\phi_M - \phi_{MM})$$
[2-31]

E os coeficientes g_1 e g_2 dados em termos das coordenadas dos nós:

$$g_1 = \frac{(x_e - x_M)(x_e - x_{MM})}{(x_J - x_M)(x_J - x_{MM})}; \ g_2 = \frac{(x_e - x_M)(x_J - x_e)}{(x_M - x_{MM})(x_J - x_{MM})}$$

Apesar de também ser um método de segunda ordem, e tão acurado quanto o método das diferenças centradas, o método QUICK é de difícil implementação e computacionalmente mais complexo, principalmente quando se trata de malhas tridimensionais e não estruturadas. Além disso, para problemas de alta difusividade, como o escoamento na esteira atrás de um cilindro, ele pode induzir a erros devido a sua intrínseca característica de averiguar a direção principal do escoamento, que no caso da esteira não é definida.

Além dos motivos apresentados, é possível encontrar nos trabalhos de Breuer (1998) resultados que comprovam o melhor desempenho do método das diferenças centrais em cálculos de escoamentos ao redor de cilindros estacionários. Conclui-se que esta técnica de interpolação é mais adequada para casos com altos gradientes no campo de velocidades e não possui uma difusividade numérica acentuada, que poderia causar um amortecimento nas estruturas turbulentas que serão calculadas na esteira e por isto foi escolhida para ser utilizada neste trabalho.

2.2.3 Discretização temporal

Quando se deseja a solução de um escoamento transiente, além de calculados os campos de velocidade e pressão, deve-se levar em conta a evolução destes campos ao longo do tempo. Como o fenômeno de desprendimento de vórtices é essencialmente transiente, há a necessidade de se utilizar algoritmos que trabalham resolvendo o escoamento em pequenos intervalos de tempo que se sucedem indefinidamente.

A discretização temporal nada mais é que resolver um problema de valor inicial, representado por um conjunto de equações diferenciais parciais, já demonstradas anteriormente. Os métodos numéricos utilizados para este tipo de solução podem ser explícitos ou implícitos, de forma que a escolha do intervalo de tempo em que a solução é dividida (*time-steps*) deve levar em conta a estabilidade destes métodos, assim como a caracterização do fenômeno que se deseja representar, ou seja, os intervalos devem ser suficientemente pequenos para que existam amostras suficientes para reconstruir a física do problema e para que o método numérico seja estável.

Métodos explícitos são mais simples e rápidos de resolver, pois não necessitam de uma solução de sistema linear, já que todos os argumentos da função matemática são baseados em constantes e valores conhecidos das variáveis, armazenados do passo de tempo anterior. Por exemplo, um método explícito bastante conhecido é o Método de Euler de primeira ordem, que aproxima a integração temporal de uma função pela expressão:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta t f(t_n, y_n)$$
[2-32]

É possível observar que o valor da função no passo de tempo desejado (n+1) é formado apenas pelo valor da função no instante conhecido e a derivada da função no ponto. Este método apesar de muito conhecido, pouco é utilizado, pois a sua solução é instável para

determinadas situações. Entretanto ele serve de base para o desenvolvimento de outros métodos explícitos de mais alta ordem e para a compreensão deste tipo de abordagem. Embora mais simples, métodos explícitos são utilizados somente com passos de tempo muito pequenos, pois a sua estabilidade e seu erro são proporcionais ao intervalo de tempo utilizado. Muitas vezes esta simplificação na implementação e a economia de memória que o método apresenta não compensam a demora no avanço de tempo, fazendo com que a aplicação de métodos implícitos seja mais vantajosa.

No caso deste trabalho, utilizaremos métodos de integração implícita, dado a sua acuracidade para intervalos de tempo maiores que a metodologia explícita, que seriam muito pequenos para serem estáveis neste tipo de problema. A formulação implícita para integração no tempo de uma variável qualquer ϕ pode ser escrita como:

$$\frac{\phi_{n+1} - \phi_n}{\Delta t} = F(\phi_{n+1})$$
[2-33]

Sendo que a equação acima é um método de discretização implícito de primeira ordem, conhecido como Euler implícito. Para problemas com turbulência, gradientes elevados de vorticidade e velocidade ou de difícil representação, como a esteira formada atrás de corpos rombudos, é necessária a utilização de uma integração temporal mais robusta, para que a solução não divirja da ideal. A expressão geral para a discretização temporal implícita de segunda ordem, também conhecida como "*Backward Differentiation*", segundo Ferziger & Peric (2002) é dada por:

$$\frac{3\phi_{n+1} - 4\phi_n + \phi_{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi_{n+1})$$
[2-34]

Outro ponto que pode tornar a solução implícita um pouco mais morosa é a necessidade de iterações dentro de cada intervalo de tempo em que a solução foi discretizada, que chamaremos de *"time-step"* ou "passo de tempo". Essa necessidade existe devido à solução de um sistema linear de equações, o qual deve ser iterado até que a convergência necessária ocorra. Para minimizar este tempo de iterações internas dentro de cada passo de tempo, pode-se adotar um esquema numérico conhecido como não iterativo. A sigla em inglês NITA (*Non-iterative time advancement*), encontrada no manual do usuário do Fluent®, se refere a este método baseado em solucionar separadamente as equações de quantidade de

movimento, turbulência e do transporte de escalares (quando necessárias) realizando apenas uma iteração completa a cada passo de tempo, porém com pequenos loops dentro da solução de cada uma dessas equações. Esta abordagem permite ganhos na velocidade do cálculo de cada passo de tempo, reduzindo o tempo total da simulação transiente. Um fluxograma comparativo de ambos os métodos pode ser visualizado na Figura 2-31.



Figura 2-31 (a) Método tradicional (iterativo) de integração no tempo (b) Método não iterativo (NITA). Extraído e adaptado do Manual de Usuários do software Fluent ®.

Outro detalhe importante, na solução das equações de Navier-Stokes, tanto em regime transiente como em regime permanente é o acoplamento pressão-velocidade, que pode ser visto na figura acima, como uma das etapas da solução. O problema deste acoplamento e a solução escolhida serão tratados na próxima seção.

2.2.4 Acoplamento pressão velocidade

As equações de continuidade e quantidade de movimento são conectadas através do termo de velocidade, sendo que a solução de uma equação não pode comprometer o resultado da outra. Já o termo de pressão aparece nas equações de Navier-Stokes apenas como um

termo fonte e não possui uma equação que o descreva, porém ao mesmo tempo sabe-se que fisicamente pressão e velocidade são fenômenos físicos acoplados, e muitas vezes ainda dependentes de outras variáveis como temperatura.

Desta forma, existem duas maneiras de tratar este acoplamento, chamadas de solução acoplada ou segregada. A solução acoplada é utilizada quando a equação de estado é necessária para o fechamento da energia do sistema e para o cálculo da densidade. Nestes casos, como por exemplo, casos de convecção natural, utiliza-se apenas uma matriz que contém as equações de continuidade, energia e quantidade de movimento embutidas. Dessa forma o problema do acoplamento entre as variáveis desaparece, restando apenas o problema da não linearidade das equações, que é resolvido ao longo das iterações, atingindo-se a convergência.

Muitas vezes o problema resolvido não possui transferência de calor nem a necessidade de se modelar a temperatura ou a energia do sistema. Um escoamento incompressível e isotérmico, por exemplo, não necessita de um acoplamento deste tipo já que apenas o campo de velocidade e pressões é desejado como resposta. Outro fator determinante é de que os métodos acoplados necessitam de muito mais recursos computacionais devido ao tamanho da matriz formada.

Para estes casos, pode-se relacionar a velocidade com a pressão de maneira mais eficiente, método chamado de solução segregada. Maliska (2004) define que "*o desafio deste método é determinar um campo de pressões que, quando inserido nas equações do movimento, origine um campo de velocidades que satisfaça a equação da massa*". Desta forma, deve-se relacionar a equação da conservação da massa com a pressão, de maneira que quando encontrado este campo de pressões que satisfaz a equação da quantidade de movimento, ele também satisfaça a continuidade.

Existem diversos métodos que tratam deste acoplamento segregado, que podem ser encontrados em diversos livros da área de mecânica dos fluidos computacional, como Maliska (2004) e Ferziger & Peric (2002), porém neste texto apenas descreveremos o método conhecido como *"Fractional Step"*, que é utilizado quando a técnica de avanço no tempo é do tipo não iterativo, como apresentado na seção anterior.

O método conhecido como *"Fractional Step"* utiliza-se de uma técnica matemática chamada de *"operator-splitting"* para desacoplar as equações de conservação da massa e de quantidade de movimento. Este método inicialmente proposto por Chorin (1968) passou por algumas evoluções e foi escrito para o método dos volumes finitos por Kim & Moin (1985). Basicamente a técnica funciona da seguinte maneira:

- Um campo de velocidade com divergência zero é obtido no instante de tempo n e são computados o campo de velocidades intermediário, chamado de u^{*}, sendo que para esta predição não é utilizada a pressão para garantia da continuidade;
- 2. Resolve-se a equação de Poisson para a correção da pressão;
- Resolve-se a correção para o campo de velocidades, dado a correção da pressão encontrada no passo 2, desta vez forçando-se a continuidade;
- 4. Calculam-se os campos de velocidade e pressão para o passo de tempo n+1.

O erro associado a este tipo de método é proporcional ao quadrado do passo de tempo utilizado no cálculo, devido ao processo de divisão das equações (*"splitting"*), porém a tolerância associada a este erro pode ser controlada dentro de cada passo de tempo e apenas é necessária a adoção de um intervalo coerente para os cálculos.

Como dito, este é um assunto vasto e outras referências podem ser citadas, caso o leitor se interesse pelo mesmo. Para método do tipo *"Fractional Step"*, uma boa leitura é do artigo de Armfield & Street (2000) e Perot (1993), além do já citado Chorin (1968).

2.2.5 Modelagem de turbulência

Apesar das equações que governam o movimento dos fluidos serem possíveis de se resolver numericamente, existem escalas em um escoamento turbulento que possuem dimensões tão pequenas, que a malha computacional necessária para capturar corretamente estes fenômenos deve ter um espaçamento tão curto que o processamento se torna inviável, dependendo no número de Reynolds avaliado. Além disso, um escoamento turbulento apresenta distintas escalas de tempo, onde as maiores escalas estão associadas à relação entre o escoamento e a geometria, como por exemplo, a frequência de emissão dos vórtices na esteira do cilindro, e as menores relacionadas à dissipação turbulenta, que ocorrem nas escalas de *Kolmogorov*. Desta forma, além da necessidade de um refinamento muito grande da malha, os passos de tempo necessários para capturar estes fenômenos seriam muito curtos, tornando o avanço temporal da simulação muito demorado.

Dado que a grande maioria dos problemas de engenharia são de escoamentos turbulentos e de Reynolds elevados, muitos estudos foram direcionados para a compreensão e a modelagem da turbulência de forma a torná-la matematicamente representável e incorporável aos métodos numéricos, para que seja possível solucionar problemas decorrentes do cotidiano do engenheiro.

A característica aleatória e de alta difusividade da turbulência, faz com que seja muito comum utilizar ferramentas estatísticas para a avaliação deste fenômeno. Os modelos mais conhecidos que utilizam esta abordagem são os modelos RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes), que nada mais são do que a decomposição das equações que regem o movimento dos fluidos em variáveis de valor médio e variáveis de valor flutuante, ou seja, propriedades como velocidade e pressão são decompostas em velocidades médias \overline{V} e flutuantes v' e pressões médias \overline{P} e flutuantes p'. Estes modelos baseados nas médias de Reynolds modelam tanto as pequenas quanto as grandes escalas do escoamento, mas para isso partem de hipóteses de uma turbulência bem desenvolvida e isotrópica. Portanto, tais modelos são muito utilizados quando o problema a ser calculado é de regime permanente, ou quando as escalas de tempo envolvidas no regime transiente são grandes suficientes para que estas hipóteses sobre a característica da turbulência sejam satisfeitas.

Problemas de escoamento em torno de corpos rombudos em números de Reynolds que já apresentam turbulência na região da esteira e nas camadas cisalhantes, como o caso deste estudo, possuem estruturas turbulentas que influenciam muito o comportamento da esteira próxima e consequentemente a distribuição do campo de pressões em torno do corpo, como já discutido anteriormente na seção 2.1. Tradicionalmente, estas estruturas não são bem capturadas com modelos de turbulência do tipo RANS, que são intrinsicamente difusivos e dissipam estes pequenos vórtices na esteira. Em seu trabalho Rodi (1997) compara resultados experimentais de escoamentos em torno de um prisma de base quadrada (Re=22000) e de um cubo montado sobre uma superfície plana (Re=40000) com simulações utilizando modelos de turbulência do tipo RANS e simulações que utilizam a técnica LES (Large Eddy Simulation), que será apresentada a seguir. Ele conclui que para algumas situações, como no caso do prisma de base quadrada, alguns dos modelos do tipo RANS conseguem prever bem os coeficientes de arrasto e sustentação, mas a afirmação não vale para todos os modelos desta família e nem para os casos do cubo. Já os modelos do tipo LES são satisfatórios para ambos os casos estudados e a variação entre os resultados dos distintos modelos é bem menor do que a apresentada para nas simulações do tipo RANS. De qualquer maneira, quando comparados os perfis da esteira e as flutuações de velocidade em determinadas regiões do domínio, os modelos do tipo LES possuem resultados mais acurados, tanto qualitativos quanto quantitativos se comparados com os experimentos e com as simulações utilizando os modelos de média de Reynolds.

Sob esta ótica, a escolha de modelos do tipo LES parece mais adequada para o problema a ser estudado. Esta técnica é baseada na simulação das grandes escalas do

escoamento e concebida através da operação de filtragem das equações governantes, de forma que as grandes escalas são calculadas diretamente enquanto as pequenas escalas do escoamento turbulento são modeladas.

A Figura 2-32 exemplifica a ideia que está por trás deste tipo de modelo. Nota-se no gráfico à direita que a simulação direta (*Direct Numerical Simulation*) possui uma variação maior no valor da velocidade ao longo do tempo devido à captura das menores flutuações, enquanto no caso LES estas estruturas são filtradas e modeladas.



Figura 2-32 Esquema representativo da simulação LES. Extraído de Ferziger e Peric (2002)

Outro aspecto importante da modelagem LES é a quantidade de energia carregada por estas escalas. As grandes escalas do escoamento, que são baseadas na geometria do problema, carregam a maior parte da energia cinética turbulenta e a filtragem deve ser feita levando em consideração que grande parte desta energia deve ser calculada, enquanto a menor parte resultante das pequenas escalas, modelada. A Figura 2-33 exemplifica a observação anterior.



Figura 2-33 Curva do espectro de Energia de um Escoamento. Extraído de Silva Freire et al. (2002)

O processo de filtragem das equações governantes dá-se pela convolução entre a variável de campo e a função filtro, que podem ser de várias formas. A filtragem mais utilizada é baseada no tamanho da malha computacional, por isto a forte dependência entre o tamanho da malha e os tamanhos das escalas capturadas em uma simulação do tipo LES.

Neste ponto serão apresentadas as equações de Navier-Stokes para escoamento incompressível, filtradas por uma função baseada no volume das células, formato que é amplamente utilizado em códigos de CFD comerciais e acadêmicos e também será utilizado neste trabalho. Outros tipos de filtro assim como uma dedução mais detalhada do processo de filtragem podem ser encontrados em diversas referências como Silva Freire et al. (2002) e Layton (2002).

Portanto, as equações que serão resolvidas neste trabalho não serão as equações completas de Navier-Stokes e de continuidade, como as apresentadas na seção 2.2.1, mas sim as equações abaixo, escritas na forma tensorial como:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0$$
[2-35]

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{u}_i \bar{u}_j \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$
[2-36]

onde os termos $\bar{u}_i e \bar{p}$ são as velocidades e a pressão das grandes escalas, resultantes do processo de filtragem. A equação da conservação da massa não apresenta nenhuma modificação em relação ao formato tradicional apresentado anteriormente, a única diferença é que o balanço agora é feito pela velocidade filtrada, e não mais pelo valor original. Entretanto, a equação da conservação da quantidade de movimento é acrescida do termo $(\partial \tau_{ij})/(\partial x_j)$ que representa a chamada tensão de submalha, que por sua vez modela os efeitos viscosos das pequenas escalas da turbulência que são responsáveis pela dissipação da energia do escoamento.

O tensor τ_{ii} é dado pela expressão:

$$\tau_{ij} = (\overline{u_i u_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j)$$
Em que o termo $\overline{u_t u_j}$ não é possível de ser calculado criando-se a necessidade de um modelo específico para este tensor. O modelo mais comum e aceito para modelar as tensões de submalha, o qual é também o precursor de diversos outros modelos, é o de Smagorinsky. Ele se baseia no fato que as pequenas escalas do escoamento não dependem da geometria do problema e podem ser modeladas de uma forma mais universal, assim como os modelos baseados na viscosidade turbulenta empregados na solução de equações do tipo RANS, que se utilizam da aproximação de Boussinesq. Esta aproximação faz analogia às tensões viscosas típicas de escoamentos laminares e baseia-se na proporcionalidade dos gradientes de velocidade com uma viscosidade turbulenta. Na modelagem LES, esta aproximação é feita através do tensor deformação das grandes escalas, dado por \overline{S}_{ij} na equação:

$$\tau^a_{ij} = \tau_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk} = -2\upsilon_t \bar{S}_{ij}$$

onde τ_{ij}^a é a parte anisotrópica do tensor τ_{ij} sendo que o traço da matriz é dado pela porção isotrópica da tensão que é somada à pressão filtrada \bar{p} resultando na pressão estática P. A viscosidade turbulenta v_t , por sua vez também é dada em função do módulo do tensor deformação \bar{S}_{ij} e um comprimento de submalha l, como demonstrado abaixo na equação [2-37].

$$v_t = l^2 \left| \bar{S}_{ij} \right|$$
[2-37]

Em que $|\bar{S}_{ij}|$ é dado por

$$|\bar{S}_{ij}| = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{\frac{1}{2}}$$
[2-38]

E \overline{S}_{ij} por:

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$
[2-39]

O comprimento de submalha, geralmente é dado pela raiz cúbica do volume da célula e é assumido proporcional ao filtro aplicado, representado por $\overline{\Delta}$ na equação [2-40].

$$l = C_s \bar{\Delta}$$
[2-40]

Em que a constante C_s é conhecida como constante de Smagorinski. Esta constante pode receber uma faixa de valores, apesar de serem possíveis de se encontrar na literatura valores teóricos baseados na isotropia da turbulência em torno de 0,18, como em Silva Freire et al. (2002). Neste trabalho, entretanto, o valor da constante será 0,1 devido a bons resultados encontrados na literatura, principalmente nos trabalhos de Breuer (1998).

2.2.6 Movimentação do cilindro

Conforme mostrado anteriormente, a representação comum de problemas de VIV baseiam-se na hipótese de um cilindro rígido, livre para vibrar na direção transversal do escoamento, sujeito às forças hidrodinâmicas e a forças de mola e de amortecimento nesta direção. Este tipo de problema que não envolve a deformação estrutural do componente é conhecido como uma interação fluido-estrutura do tipo "*Dynamic Fluid Body Interaction*" que se baseia na solução de equações de corpo rígido livre no espaço, modelagem conhecida como 6DOF ou seis graus de liberdade. Neste trabalho, apenas o grau de liberdade de translação na direção transversal do escoamento será resolvido, permanecendo fixos os outros movimentos.

Os campos de pressão e cisalhamento calculados em cada passo de tempo são integrados na superfície do cilindro, resultando em uma força na direção da sustentação, que é utilizada na solução da equação dinâmica apresentada na expressão [2-6] da seção 2.1.6 do presente trabalho. As forças elástica e de amortecimento são calculadas por uma função implementada dentro do software, que é alimentada pelos parâmetros k e c também calculados a partir de parâmetros fornecidos para a simulação através de um arquivo de texto externo.

Dessa forma, a nova posição do cilindro calculada no início de cada passo de tempo com a solução da equação dinâmica, faz com que a malha tenha que ser atualizada e os nós tenham sua posição recalculada a todo o momento. Este procedimento pode ser realizado com ou sem deformação da malha computacional, dependendo da situação que se deseja simular. Neste caso, como não há deslocamento relativo do cilindro com outra superfície dentro do mesmo domínio computacional, os elementos da malha não se deformam e o conjunto todo se move juntamente com o corpo rígido, fazendo com que todos os nós do domínio se movam na mesma direção, com a mesma velocidade e deslocamento. Como o calculo da força resultante que atua sobre o cilindro é realizada ao final de cada passo de tempo e a nova posição do cilindro é atualizada no próximo intervalo, podemos considerar que a integração temporal da posição do corpo é feita de forma explicita, o que requer passos de tempo pequenos e compatíveis com as velocidades e acelerações do corpo em movimento, de forma que não haja divergência da solução numérica.

3 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Nesta seção serão apresentadas as simulações numéricas realizadas, a metodologia utilizada para a construção dos modelos, a adoção dos parâmetros e os resultados obtidos, tanto para o modelo de teste, bidimensional com número de Reynolds 200 e escoamento laminar, quanto para o modelo completo, tridimensional com Reynolds 10000, que é o objetivo deste trabalho.

A razão para a realização de um modelo de teste com número de Reynolds baixo e com esteira praticamente laminar, foi para o teste dos modelos de movimentação de malha, aplicação de condições de contorno e otimização do domínio computacional, pois este problema é bidimensional e não necessita de uma malha extremamente fina e com diversos elementos na direção do comprimento do cilindro, como o caso com Reynolds 10000. Desta forma, a validação da metodologia utilizada e dos modelos de movimentação de malha configurada neste problema de menor número de Reynolds permitiu o avanço para o cálculo desejado, evitando que problemas fossem descobertos apenas após dias de processamento do caso completo.

Para a realização das simulações foi utilizada a ferramenta comercial de CFD ANSYS Fluent®. Com esta ferramenta, curvas de amplitude de vibração pela velocidade reduzida foram levantadas, considerando os casos de um cilindro livre para vibrar na direção transversal ao escoamento com um número de Reynolds 200, a fim de se validar a metodologia e os modelos aplicados e com Reynolds 10000, objetivo final do trabalho. Outras variáveis de interesse do problema, como os coeficientes de arrasto e sustentação também foram calculados ao longo do tempo de simulação, de forma que eles pudessem também ser comparados com dados experimentais obtidos na literatura.

O pacote em que esta ferramenta computacional está inserida também permitiu a geração da geometria do cilindro e do domínio computacional, geração da malha e a configuração completa do problema, levando em consideração a movimentação do corpo rígido e a solução do escoamento ao redor utilizando o modelo de turbulência do tipo LES.

3.1 Modelo de teste bidimensional

3.1.1 Domínio Computacional Bidimensional

De início, o modelo computacional construído foi baseado nas simulações de Saltara (2010) e é todo parametrizado em função do diâmetro do cilindro. Para que o tamanho do domínio não interfira no escoamento próximo à parede e consequentemente na região da esteira, uma distância de dez diâmetros é adotada para cada lado do cilindro na direção transversal do escoamento (sentido de vibração), dez diâmetros a montante e vinte diâmetros a jusante, de forma que a esteira possa se desenvolver e ser convectada para uma distância em que os vórtices emitidos já não possam influenciar mais no comportamento na superfície do corpo, sendo amortecidos e de certa forma dissipados no final do domínio.

A Figura 3-1 mostra a vista lateral do domínio e a indicação das distâncias entre o cilindro e as fronteiras de controle da simulação, baseadas no diâmetro do corpo. Apesar de ser comum encontrar na literatura formatos de domínios circulares, como mostrado na Figura 3-2 retirada de Breuer (1998), este formato de domínio foi escolhido por permitir escolher de uma maneira mais inteligente a quantidade de células colocadas em cada região do cilindro, de forma que a região da esteira possua maior quantidade de células, enquanto à montante e na direção transversal este número possa ser reduzido e economizada uma boa quantidade de malha computacional.



Figura 3-1 Domínio de cálculo para o caso de teste com Reynolds 200.



Figura 3-2 Domínio computacional e malha utilizados por Breuer (1998)

Outro parâmetro utilizado para mensurar o tamanho do domínio na direção transversal é o chamado fator de bloqueio, dado pela relação entre o diâmetro do cilindro e o comprimento total do domínio (D/H). Neste caso, 5% da área frontal do domínio é preenchida pelo cilindro e o restante livre para passagem do escoamento. Esta relação de 5% é considerada suficiente para estudos em túneis de vento e encontrada facilmente na literatura, assim como é possível encontrar estudos na variação deste fator indicando os efeitos nos coeficientes de arrasto, sustentação e número de Strouhal.

Uma boa leitura sobre a influência deste parâmetro é encontrada no artigo de Turki et al. (2003). Em seu trabalho ele comparou resultados de escoamento ao redor de um cilindro de base quadrada em três domínios com fatores de bloqueio distintos: 1/4 (25%), 1/6 (16,7%) e 1/8 (12,5%) e para uma faixa de número de Reynolds entre 62 e 300. O resumo dos resultados deste trabalho pode ser visualizado na Figura 3-3, que mostra a comparação das curvas do número de Strouhal e coeficientes de sustentação e arrasto.

Pode-se observar que os resultados tendem a se estabilizar conforme o fator de bloqueio diminui. É perceptível que os resultados com o valor de 1/6 e 1/8 são bem mais próximos entre si do que os valores para o fator de 1/4. Portanto, o valor de 5% mostra-se bastante viável para o estudo em questão.

Por fim, o modelo de teste criado possui escoamento puramente bidimensional e por este motivo não há extensão do domínio na direção do comprimento do cilindro, ou seja, a malha utilizada será puramente plana.



Figura 3-3 Comparativo entre domínios com diferentes fatores de bloqueio para uma faixa de número de Reynolds. (a) Número de Strouhal (b) Coeficiente de arrasto (c) Diferença entre o máximo e o mínimo coeficiente de sustentação. Extraído e adaptado de Turki et al. (2003)

3.1.2 Malha bidimensional

A criação da malha foi realizada dentro do software gerador de malhas ICEM, de maneira que fosse possível controlar diversas variáveis como o número de elementos em cada direção do domínio ou sobre a parede do cilindro e a taxa de crescimento dos elementos na direção desejada. Isto é possível graças à metodologia de criação de blocos, que permite que o domínio seja dividido em várias regiões menores e que os limites destes blocos (arestas) sejam manipuláveis de forma a permitir a definição do número de elementos, funções de distribuição de espaçamento e relação de tamanho entre os elementos do bloco e os blocos

vizinhos. Com esta técnica, uma região circular ao redor do cilindro foi separada em um tipo de bloco conhecido como "*O-Grid*", ou malha em formato de O, para que fosse possível determinar o tamanho do primeiro elemento da malha, mais próximo à parede, e determinar a taxa de crescimento dos elementos a partir da parede em direção ao domínio. Foi escolhido o número de 120 células ao redor do cilindro, sendo que há uma concentração maior na região da esteira, de forma a capturar melhor o escoamento nesta região e aliviar o número de elementos na região a montante. A Figura 3-4 mostra uma visão geral da malha gerada.



Figura 3-4 Visão geral da malha gerada, onde é possível visualizar a região em torno do cilindro com maior refino e a região da esteira.

Para o cálculo do tamanho do primeiro elemento foi utilizada uma correlação para o cálculo do tamanho da camada limite laminar (dado que a camada limite é laminar nos casos de Reynolds 200 e 10000, conforme apresentado na seção de fenomenologia). Esta correlação retirada da teoria clássica baseada na solução de Blasius para placa plana é dada por:

$$\delta \approx \frac{5D}{\sqrt{Re}}$$

[3-1]

Onde δ é o tamanho estimado da camada limite, D é o diâmetro do cilindro e Re o valor do número de Reynolds do escoamento. O valor encontrado para δ é dividido por 10, para que existam aproximadamente 10 elementos dentro do tamanho estimado, de forma que exista uma boa discretização espacial da camada limite. Como neste estudo iremos realizar simulações com modelo laminar e depois outras com modelagem LES e os métodos numéricos utilizados nestas modelagens não possuem nenhuma função para aproximar o perfil de velocidades na parede, cria-se a necessidade de calcular este perfil de velocidades corretamente, o que depende diretamente do tamanho da malha na superfície do cilindro.

Para o caso inicial, onde esta metodologia foi testada com custo computacional baixo, o valor calculado da primeira célula foi de 0,00035m. Este valor encontrado foi utilizado na primeira camada de células, aplicando-se um fator de crescimento de 5% (1,05) para as próximas camadas, na direção radial com sentido parede-domínio. A Figura 3-5 mostra em detalhes a malha próxima ao cilindro e o crescimento das células. A malha resultante possui 9872 elementos, todos quadriláteros, e 10240 nós.



Figura 3-5 Detalhe da malha em torno do cilindro

3.1.3 Condições de contorno

Conforme discutido na seção sobre os métodos numéricos, sabe-se que cada célula da malha terá associada uma equação algébrica baseada nas equações de transporte, também apresentadas, e que cada uma de suas faces será utilizada para fazer o balanço do fluxo que a atravessa. Porém, as células que estão nos limites do domínio necessitam de um tratamento especial, pois elas determinam as condições geométricas do problema e as características do escoamento, além do que, não existem nós para fora do domínio para que os valores das variáveis sejam interpolados. Esta condição única faz com que estas células passem a possuir valores fixos nestas faces ou estimados através de extrapolações. A Figura 3-6 exemplifica de forma clara as condições de contorno que foram utilizadas e a descrição de cada uma destas condições está a seguir:

- <u>Inlet Velocity</u>: (velocidade de entrada) a aresta esquerda de cor azul na Figura
 3-6 é a condição de contorno do tipo velocidade, que atribui o valor especificado pelo usuário de maneira distribuída em todas as faces das células desta região. A direção deste vetor é normal à face com orientação para o interior do domínio;
- <u>Pressure Outlet</u>: (pressão de saída) esta condição foi prescrita em todas as outras arestas do domínio (em vermelho) e permite tanto saída com entrada de fluido no domínio, sendo importante nos casos estudados, pois a movimentação translacional da região fará com que haja esta penetração pelas faces superior e inferior. Esta condição também atribui o valor de pressão de OPa relativo, ou seja, recebe o valor absoluto da pressão de referência definido no software como a pressão atmosférica, com o valor de 101325Pa;
- <u>Wall</u>: (parede) São as faces marcadas da cor preta, presentes apenas na superfície do cilindro. Esta é uma condição de parede sem deslizamento que impõe a velocidade igual à zero nesta superfície e faz com que haja a formação de camada limite.



Figura 3-6 Indicação das condições de contorno do domínio.

3.1.4 Escolha dos Parâmetros

A escolha dos parâmetros de simulação como, por exemplo, o intervalo de tempo em que ela deve caminhar, foi realizada de acordo com o fenômeno físico que estamos tentando reproduzir. Para uma boa captura e detalhamento dos vórtices desprendidos no domínio do tempo, são utilizados usualmente 400 passos de tempo para cada ciclo de emissão. Como apresentado anteriormente, a frequência de emissão de vórtices em um cilindro imerso pode ser encontrada através do número de Strouhal e que este número possui um valor de aproximadamente 0,2 na faixa de número de Reynolds estudada.

Manipulando as equações para número de Reynolds e número de Strouhal, pode-se chegar a uma expressão para a frequência de emissão de vórtices da forma:

$$f_v = \frac{USt}{D}$$
[3-2]

Em que o termo dado pela relação entre o número de Strouhal e diâmetro é conhecido e fixo, para ambos os casos a serem rodados. O valor deste termo é 20 e para o caso de baixo

Reynolds a frequência de emissão de vórtices calculada é de 0,4Hz, resultando em um período de 2,5 segundos e em um passo de tempo de simulação de 0,00625 segundos.

A massa adimensionalizada m^* , ou parâmetro de massa, é a relação entre a massa do cilindro m e massa correspondente ao volume de fluido deslocado pela geometria, no caso o cilindro. Nos casos a serem estudados, o valor de m^* é definido em 3,3 e o coeficiente de amortecimento $\zeta = 0.0026$ dado à necessidade de comparação com experimentos encontrados na literatura feitos por Khalak & Williamson (1997) para número de Reynolds 10000. O parâmetro combinado massa-amortecimento, portanto, vale 0,00858.

Uma rotina calcula a massa do cilindro, a frequência natural da estrutura e os coeficientes de elasticidade e de amortecimento ao início de cada simulação, baseada na velocidade reduzida e parâmetro de massa fornecidos, além das propriedades do fluido em questão. Esta rotina simplesmente aplica as equações apresentadas na seção 2.1.6 rearranjadas na forma:

$$m_v = \frac{\rho \pi D^2 L}{4}$$
[3-3]

$$\omega_n = \frac{2\pi U_\infty}{U^* D}$$
[3-4]

$$m = m_{\nu}m^* \qquad [3-5]$$

$$K = (m + m_v)\omega_n^2 \qquad [3-6]$$

$$c = 2(m + m_v)\zeta\omega_n \qquad [3-7]$$

Assim, a cada modelo calculado, um arquivo de texto fornece o valor da densidade, velocidade ao longe, velocidade reduzida desejada, parâmetro de massa, parâmetro de amortecimento, diâmetro e comprimento do cilindro para que estes coeficientes sejam calculados e utilizados nas forças aplicadas no corpo rígido. A criação desta rotina permite que apenas a modificação de um simples arquivo de texto externo ao modelo computacional permita variar as propriedades dos casos a serem processados.

Como o valor do número de Reynolds do escoamento é mantido (ou seja, a velocidade na entrada do domínio, assim como a densidade, viscosidade e diâmetro não variam para os casos), a massa do cilindro é determinada pelo produto do parâmetro de massa com a massa do volume deslocado e o fator de amortecimento ζ é mantido, apenas os valores de *k* e c variam entre os modelos. As características da estrutura modelada estão demonstradas na Tabela 3-1 Tabela 2-1para todas as velocidades reduzidas que serão calculadas nos casos com número de Reynolds igual a 200.

51
34
6
56
21
9
7
93
29
38
78
0
)9
59

Tabela 3-1 Valores das constantes de elasticidade e amortecimento para os casos de Reynolds igual a 200

Os resultados deste modelo preliminar estão apresentados na próxima seção, assim como o comparativo destes resultados com os dados obtidos na literatura.

3.1.5 Resultados do modelo bidimensional

No total foram realizadas quatorze simulações, conforme indicado na Tabela 3-1,Tabela 2-1 para que a curva de amplitude de resposta pela velocidade reduzida fosse levantada e comparada com dados obtidos experimentalmente encontrados no trabalho de Anagnostopoulos & Bearman (1992).

Entretanto, os modelos bidimensionais criados também servirão para analisar se a metodologia de criação da malha e a escolha dos parâmetros foram feitas corretamente e se os resultados produzidos estão condizentes. Primeiramente, podemos analisar se os parâmetros esperados, como o número de Courant, estão conforme o planejado. O número de Courant, que ainda não foi apresentado neste trabalho, é utilizado para fazer a relação da velocidade (v) em certo ponto com o tamanho da malha ao redor e o passo de tempo da simulação, de forma que é um parâmetro muito utilizado para analisar estabilidades de soluções transientes. Ele é dado pela expressão [3-8].

$$C = \frac{v\Delta t}{\Delta x}$$
[3-8]

O valor comumente adotado para estabilidade de uma simulação é ao redor de 1 (um), apesar de que soluções implícitas comumente possam ser bem resolvidas com número de Courant maiores. Outra análise que pode ser feita, é a de que o valor de Courant igual a 1 indica que um elemento de fluido em uma linha de corrente atravessa apenas uma célula da malha a cada passo de tempo, o que indica uma boa discretização temporal do problema.

A Figura 3-7 mostra através de um campo escalar o valor do número de Courant ao longo de todo o domínio, sendo que os maiores valores estão localizados nas regiões de aceleração do fluido, ao redor do cilindro. Entretanto, mesmo nestas regiões o valor de Courant não chega a 1, indicando que a discretização temporal relacionada a malha utilizada e ao campo de velocidades do problema está adequada.

Como diversos casos foram processados, as figuras geradas serão escolhidas de casos com velocidades reduzidas em torno da região de maior amplitude, para a demonstração do fenômeno em sua situação mais crítica. Outra variável geralmente apresentada, dado a característica intrínseca da esteira é a vorticidade. A exposição da vorticidade permite avaliar a cada instante de tempo a posição e a direção de cada vórtice, assim como o comprimento das camadas cisalhantes. Para o caso de VIV, entretanto, este comportamento é muito dinâmico, pois a movimentação do cilindro também altera a posição das camadas cisalhantes e consequentemente da esteira. A Figura 3-8 mostra os contornos de vorticidade em três instantes distintos de tempo, logo no início da simulação (imagem mais a esquerda), em um movimento de descida (imagem ao centro) e num movimento ascendente (imagem mais a direita).



Figura 3-7 Variação do número de Courant ao longo do domínio. Figura extraída do caso calculada para velocidade reduzida igual a 5.



Figura 3-8 Vorticidade em três momentos distintos de tempo. Figuras extraídas do modelo com velocidade reduzida igual a 5.

Os campos de velocidade e pressão também são obtidos pelos cálculos, mas assim como a vorticidade, eles variam a cada passo de tempo e posição do cilindro, sendo que a visualização é importante, porém não essencial na análise dos resultados. A Figura 3-9 mostra o campo instantâneo de velocidades, indicando que o fluido possui maior velocidade na região inferior do cilindro e o campo de pressões, indicado na Figura 3-10, mostra que nesta região de maior velocidade a pressão é menor. Estas imagens exemplificam a diferença de pressão na superfície do cilindro, causa da variação do coeficiente de sustentação e consequentemente da movimentação do corpo.



Figura 3-9 Campo instantâneo de velocidades. Figura retirada do caso de velocidade reduzida igual a 5.



Figura 3-10 Campo de pressões para o mesmo instante de tempo do campo de velocidades da Figura 3-9.

Outra variável comumente utilizada na visualização de estruturas turbulentas é a segunda invariante do tensor gradiente de velocidade, mais conhecido como critério Q. Muitas vezes a estrutura do vórtice fica pouco aparente quando visualizamos apenas os contornos de vorticidade, pois estes são mais realçados em regiões com altos gradientes de velocidade (como nas regiões próximas à parede) fazendo com que algumas regiões com escoamento rotacional predominante sejam menos contrastadas. No critério Q, as regiões com valores positivos são aquelas em que a rotação do escoamento (tensor Ω_{ij}) predomina sobre o tensor deformação (S_{ij}) e as regiões com vórtices desprendidos são mais facilmente visualizadas. A Figura 3-11 mostra os contornos positivos do critério Q, onde é possível observar a formação dos vórtices na esteira próxima e os vórtices que foram desprendidos nos ciclos anteriores. Outro critério semelhante para observar estruturas rotacionais é o critério λ -2 (lambda-2) que possui o mesmo princípio do critério Q, porém calculado de uma maneira um pouco diferente, sendo que os valores negativos são aqueles que indicam uma região com alta rotação no campo de velocidade. Para facilitar a visualização e comparação, a Figura 3-12 possui a escala de cores invertida, mostrando os contornos do critério λ -2.



Figura 3-11 Contornos do critério Q para o mesmo passo de tempo das figuras anteriores.



Figura 3-12 Contornos do critério λ-2 para o mesmo instante das figuras anteriores.

Estes critérios são mais úteis quando o escoamento é tridimensional e as estruturas turbulentas e rotacionais não estão em somente uma direção, como nos casos com Reynolds 10000 que serão apresentados na próxima seção.

Finalmente, os gráficos da amplitude de resposta ao longo do tempo de cada simulação, a compilação das maiores amplitudes encontradas pelas velocidades reduzidas e os coeficientes de arrasto e sustentação são apresentados nas figuras a seguir. As amplitudes encontradas por Anagnostopoulos & Bearman (1992) são utilizadas a fim de comparação com as simulações, apesar de o parâmetro de massa utilizado nos experimentos ser muito maior do que o utilizado nos cálculos.

Outra importante diferença é que os experimentos foram realizados variando a velocidade do escoamento, ou seja, as velocidades reduzidas são variadas alterando o número de Reynolds e não alterando os valores de elasticidade e amortecimento. Esta mudança no número de Reynolds altera o comprimento de formação dos vórtices e consequentemente a influência da esteira sobre a superfície do corpo, o que causa diferenças no formato da curva de amplitude de resposta, se comparada a uma curva levantada com número de Reynolds fixo.

Em suma, os cálculos apresentados possuem um número de Reynolds fixo (200) e um parâmetro de massa de 3,3, enquanto os experimentos variam o número de Reynolds de 90 a 140 e possuem um parâmetro de massa muito maior, no valor de 149. O parâmetro de amortecimento das simulações e dos experimentos são muito próximos, sendo que a simulação utiliza o valor de 0,0026 e nos experimentos este valor varia de 0,0012 e 0,00152. As amplitudes máximas foram calculadas como o valor RMS da amplitude de resposta multiplicado pela raiz quadrada de dois.



Figura 3-13 Amplitude de resposta ao longo do tempo de simulação, para velocidades reduzidas mais baixas



Figura 3-14 Amplitude de resposta ao longo do tempo de simulação para velocidades reduzidas mais altas.



Figura 3-15 Gráfico das amplitudes máximas pela velocidade reduzida das simulações comparadas com os experimentos de Anagnostopoulos & Berman (1992)

Observa-se que para os modelos com baixo Reynolds, as simulações produziram um curva de amplitude de resposta por velocidade reduzida um pouco diferente da encontrada na literatura, devido ao fato já discutido de que os experimentos foram feitos com números de Reynolds diferentes enquanto as simulações para um número de Reynolds fixo, além de que os parâmetros de massa são bastante diferentes. Entretanto, para fins de comparação os picos de amplitude ficaram muito próximos, apesar de ele ocorrer em torno de 5 nas simulações e em torno de 6 nos experimentos. Porém, as amplitudes alcançadas em ambos os trabalhos não ultrapassam o valor de 0,6 diâmetros, indicando que o modelo numérico criado reproduz com fidelidade o comportamento na região de ressonância.

Também é possível visualizar nos gráficos de amplitude ao longo do tempo, que para valores de velocidade reduzida iguais a 4 e 4,5 o fenômeno de batimento ocorre. Este comportamento acontece quando a frequência de excitação da fonte (no caso o desprendimento de vórtices) sincroniza com a frequência natural do sistema, de maneira que haja uma variação cíclica nas amplitudes de reposta ocorrendo em um período maior do que os períodos de resposta e de excitação. Porém, ao aumentarmos a velocidade reduzida para a região de ressonância, este fenômeno desaparece e o movimento de resposta apresenta um comportamento harmônico com os picos de amplitude com valores muito próximo uns aos outros. A Figura 3-16e a Figura 3-17 mostram o comportamento do coeficiente de sustentação (em vermelho) e de arrasto (em azul) ao longo do tempo de simulação, onde podemos observar que a frequência de oscilação do coeficiente de arrasto é duas vezes maior que a frequência de sustentação, e possui apenas valores positivos, enquanto o coeficiente de sustentação possui uma amplitude de variação maior e assume valores negativos.



Figura 3-16 Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do tempo de simulação para velocidades reduzidas mais baixas



Figura 3-17 Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do tempo de simulação para velocidades reduzidas mais altas.

O comportamento das forças de sustentação e arrasto reflete o observado nos gráficos de amplitude de resposta, em que foram observados batimentos nas velocidades reduzidas 4 e

4,5. Pode-se observar que a fonte de excitação (no caso a força de sustentação) está sincronizada com o sistema excitado e possui o mesmo comportamento do corpo. Já na região de ressonância, a sincronização da força de excitação e o movimento oscilatório do corpo é tal, que os valores de pico do coeficiente de sustentação são muito menores que os observados em outras velocidades reduzidas, porém produzem as maiores amplitudes de vibração.

Uma análise da frequência de oscilação do coeficiente de sustentação fornece o número de Strouhal de cada caso, calculado através de uma transformada de Fourier do sinal obtido. Para esta análise, somente dados após as linhas pretas tracejadas nos gráficos foram utilizados, pois assim eliminamos a região transitória do fenômeno, restando apenas dados após a sincronização das forças de excitação com a resposta do corpo. Gráficos levantados com os coeficientes de arrasto médio, o valor quadrático médio (RMS) do coeficiente de sustentação e o número de Strouhal pelas velocidades reduzidas são mostrados a seguir.





Figura 3-18 Gráfico do Coeficiente de Arrasto médio acima à direita; RMS do Coeficiente de Sustentação acima à esquerda e número de Strouhal abaixo

Nestes gráficos também é possível perceber o diferente padrão no coeficiente de sustentação que ocorre nas velocidades reduzidas que possuem maiores amplitudes de vibração. Nestas velocidades, o valor é mais baixo e a frequência da emissão dos vórtices é

menor, o que pode ser visto em um menor número de Strouhal. Porém, na maioria das velocidades reduzidas o valor de Strouhal é bem próximo de 0,2, conforme esperado de acordo com a Figura 2-13.

Mesmo com poucos dados experimentais disponíveis para esta faixa de Reynolds, foi possível observar o padrão esperado no comportamento oscilatório, em que as maiores amplitudes ocorreram em torno da velocidade reduzida igual a 5 e os picos de amplitude por volta de 0,6 diâmetros. O número de Strouhal calculado nos casos também ficou muito próximo do observado experimentalmente e os coeficientes de arrasto e sustentação também apresentaram valores condizentes com os encontrados na literatura. Esta forma, a metodologia de criação de malha, configuração de parâmetros e os modelos de movimentação de corpo rígido parecem bastante satisfatórios e serão utilizados nos estudos com maior número de Reynolds.

3.2 Modelo tridimensional

Após os resultados obtidos com o modelo bidimensional, que confirmaram o sucesso da metodologia de criação de malha, escolha de passo de tempo e parâmetros de entrada que mostraram ser bastante condizentes com dados experimentais, o modelo computacional completo tridimensional, para um número de Reynolds mais elevado (10⁴) foi construído baseado na mesma metodologia.

Algumas pequenas alterações em relação ao domínio computacional usado nos modelos de teste, a inclusão da dimensão do comprimento do cilindro e as diversas células colocadas na malha nesta direção marcam algumas diferenças entre os modelos, porém estas condições já estavam previstas de acontecer e serão apresentadas nas seções a seguir.

3.2.1 Domínio computacional para o caso tridimensional

O domínio do caso tridimensional foi construído baseado no modelo do caso bidimensional, porém com algumas pequenas diferenças. A primeira delas é de que a região à montante do cilindro foi definida como um semicírculo para possibilitar a redução de uma área em que o escoamento não produz efeito sobre o cilindro e dessa forma economizar uma quantia significativa de elementos na futura malha. As outras dimensões paramétricas foram mantidas, conforme mostrado na figura abaixo:



Figura 3-19 Vista lateral do domínio computacional para o caso de Reynolds 10000

Entretanto, a diferença fundamental nos modelos está na inclusão da direção do comprimento do cilindro, definida nas simulações como a direção Z. Esta direção é fundamental nos cálculos, pois a turbulência é um fenômeno essencialmente tridimensional e deve ser capturado para que a esteira possuam uma boa representação matemática e consequentemente as forças sobre a superfície do cilindro possam ser estimadas com precisão.

O valor do comprimento assumido deve ser capaz de capturar uma região na esteira pouco maior que o comprimento de correlação dos vórtices, ou seja, ele deve englobar uma região em que a condição de periodicidade das estruturas turbulentas possa ser assumida. Porém, esta condição de periodicidade varia com o número de Reynolds e sua estimativa não é uma tarefa fácil. Portanto, uma busca na literatura buscando referencias de trabalhos que variam esta condição foi feita. Em seu trabalho Breuer (1998) constrói modelos com a direção Z no valor de π diâmetros e 2π diâmetros e em seu outro trabalho, o mesmo Breuer (2000) calcula vários casos variando o comprimento do cilindro nas razões de 1 diâmetro (1D), 2 diâmetros (2D) e π diâmetros (π D). Em ambos os trabalhos, apesar de serem realizados com número de Reynolds diferentes (Breuer (1998) utiliza número de Reynolds 3900 e Breuer (2000) utiliza número de Reynolds 140.000), a relação de π diâmetros foi a que mostrou melhores resultados comparados com dados experimentais. Principalmente no trabalho em que o Reynolds estudado é de 3900, bem próximo ao Reynolds de estudo deste estudo, a

variação de π para 2π não trouxe nenhuma melhoria significativa e por isto este valor foi utilizado como a dimensão dos modelos deste trabalho. É valido mencionar que em seus trabalhos, Breuer utilizou a técnica LES de simulação de grandes escalas para a obtenção dos resultados.

3.2.2 Malha tridimensional

O cálculo para a geração da malha tridimensional foi realizado da mesma maneira que o cálculo para a malha do modelo de testes, de forma que a espessura da camada limite foi estimada pela correlação apresentada em [3-1] e o primeiro elemento na parede foi calculado com o valor de um décimo da espessura estimada.

Para casos de escoamento turbulento com camada limite turbulenta, a maneira de averiguar se o tamanho de primeiro elemento da malha mais próximo à superfície é adequado para o modelo de turbulência ou técnica que está sendo utilizado é o parâmetro adimensional y+. Entretanto este parâmetro só é possível de averiguar depois de processada a simulação, necessitando que de alguma forma seja possível estimá-lo. A função que estima o valor do parâmetro y+ baseada no tamanho da primeira célula mais próxima à parede é:

$$y^+ \approx \frac{u^* \cdot y \cdot \rho}{\mu}$$
[3-9]

Em que a variável u^* , chamada de *velocidade de atrito*, é calculada a partir da raiz quadrada da divisão da tensão de cisalhamento na parede pela densidade do fluido. A tensão de cisalhamento na parede, por sua vez, é estimada para uma camada limite laminar pela expressão [3-10], onde a constante C_f é o fator de atrito, que pode ser calculado pela expressão [3-11].

$$\tau = C_f \rho \frac{U_{\infty}^2}{2}$$
[3-10]

$$C_f = \frac{0,664}{\sqrt{Re}}$$
[3-11]

Para os casos que serão processados, a camada limite é laminar, para a qual não existe uma aplicação teórica do parâmetro y+. Entretanto, o modelo de turbulência utilizado não faz esta distinção e, portanto, o mesmo deve ser estimado ao redor de 1, razão a qual será explicada a seguir.

O comprimento das escalas turbulentas L, pode ser expresso em uma relação linear com a distância da parede, na forma de L = ky. Conforme o escoamento se aproxima da parede, estas estruturas turbulentas se tornam cada vez menores, até que a viscosidade molecular predomine sobre as forças inerciais determinando o tamanho da menor escala (escala de Kolmogorov). Entretanto, quanto maior o número de Reynolds do escoamento, menores serão estas escalas devido a maior quantidade de energia cinética no fluido, fazendo com que a criação de uma malha para a captura destas escalas seja inviável. Dessa forma surge a necessidade de uma modelagem para a região da camada limite que permita o uso de células de maiores tamanhos na região da parede. Esses modelos são baseados no parâmetro y+ apresentado e seguem aproximadamente as funções descritas na Figura 3-20 para uma camada limite turbulenta.



Figura 3-20 Perfil da velocidade adimensionalizada U* por y+. Extraído de Wilcox (1994)

A modelagem LES tradicional possui uma limitação ao lidar com o fenômeno do escoamento próximo à parede para número de Reynolds elevados. Se considerarmos que a técnica LES se propõe a resolver escalas do escoamento maiores que um determinado

tamanho, ditado pelo filtro, no caso a malha computacional, e que as escalas de turbulência ficam cada vez menores quando se aproxima da parede, é necessário um refinamento de malha muito grande na região da camada limite para resolver este problema.

Felizmente, no caso a ser estudado, o número de Reynolds ainda é pequeno suficiente para que a camada limite seja laminar e que a turbulência só se desenvolva na região da esteira e nas camadas cisalhantes livres. Dessa forma, não é necessário calcular estruturas tão pequenas próximas à parede. A região mostrada na Figura 3-20 como *"Sublayer"*, que é na realidade a região laminar da camada limite turbulenta estaria, portanto, representando o tamanho da camada limite laminar. Em outras palavras, ao fazermos que a malha utilizada possua os primeiros elementos próximos à parede suficientemente pequenos para cair dentro desta região do gráfico, podemos ter indícios que a malha está suficientemente pequena para possuir vários elementos dentro da camada limite, de forma que a mesma seja bem calculada.

Para que os termos que representam a dissipação viscosa de submalha sejam minimizados na região próxima à parede, o modelo LES utilizado neste trabalho possui uma função de comparação de escalas que altera o valor da viscosidade turbulenta v_t , dada na equação [2-37]. O Manual do Usuário do software Fluent® cita a expressão baseada entre o mínimo de uma função de comprimento de mistura, dada por *kd*, onde *k* é a constante de *von Kárman* e *d* a distância da parede mais próxima, e a expressão usual $C_s \Delta$, na forma:

$$v_t = \min(kd, C_s \Delta)^2 |S_{ij}|$$
[3-12]

Os valores calculados para a espessura da camada limite, da primeira célula e a estimativa de *y*+ para os casos estão mostrados na Tabela 3-2:

Tabela 3-2	Valores	calcul	ados para	geração o	le malha

Espessura calculada da camada limite	0,0005m
Valor da primeira célula junto à parede	$5x10^{-5}m$
y+ estimado	2,8

Como o valor de y+ estimado com esta metodologia ficou bem próximo de 1 e dentro da região laminar observada na Figura 3-20, a malha foi gerada na sequência mantendo-se um fator de crescimento dos elementos de 5%. Na circunferência do cilindro foram posicionadas 140 células, sendo que a região posterior do cilindro possui uma maior concentração de nós devido ao refino para captura da esteira. A Figura 3-21 mostra uma visão geral da malha,

onde é possível se observar o grande refino próximo às paredes do cilindro e a maior concentração de células na região da esteira, além da "economia" de malha na região à montante do cilindro.



Figura 3-21 Visão geral da malha criada para o caso com Reynolds 10000

Assim como na construção do domínio, uma consideração deve ser feita quanto à direção Z, ou do comprimento do cilindro, na confecção da malha. Pelo mesmo motivo da tridimensionalidade da esteira e das estruturas turbulentas, deve-se dividir esta direção em um certo número de células para que o fenômeno seja bem capturado pela malha. O mais lógico seria utilizar um comprimento que faça com que as células nas regiões mais críticas, como nas paredes e atrás do cilindro fiquem com o formato mais cúbico possível, porém dado ao fator de crescimento das células ao longo do domínio, isto nem sempre é possível. Em seu trabalho, Breuer (1998) também compara para o mesmo comprimento de domínio computacional a variação da quantidade de células na direção Z. Ele constrói uma malha com 32 elementos nesta direção e outra com 64 elementos, sendo que os modelos com 64 elementos possuem melhores resultados comparados com dados experimentais do que os resultados apresentados pela malha com 32 elementos. Por este motivo, os modelos aqui construídos possuem 64 elementos na direção Z do domínio.

A Figura 3-22 mostra com detalhes como a malha ao redor do cilindro é refinada e como é a transição desta região de malha circular do tipo "O" para o restante do domínio. Finalmente, a Figura 3-23 mostra a superfície malhada do cilindro, assim como a espessura



fixa dos elementos na direção Z. É possível notar na superfície do cilindro também a região com maior acúmulo de células para o cálculo da esteira.

Figura 3-22 Detalhe da malha próxima ao cilindro. Acima a transição da região circular para o restante do domínio e abaixo enfoque nos pequenos elementos ao na primeira camada de células



Figura 3-23 Malha sobre o cilindro e planos transversais e longitudinais mostrando a malha.

A malha computacional gerada possui 2.242.944 elementos hexaédricos e 2.312.440 de nós.

3.2.3 Condições de contorno do modelo tridimensional

Assim como no modelo bidimensional, certas condições devem ser prescritas nos limites do domínio para que as equações diferenciais tenham contornos definidos para serem resolvidas. As condições prescritas são as mesmas que as definidas no modelo bidimensional, salvo as faces laterais que agora cercam o domínio, que não apareciam anteriormente. Estas faces possuem uma condição de periodicidade, que repetem indefinidamente o padrão do escoamento nesta região. Este tipo de condição de contorno é utilizado justamente para quando se deseja reproduzir um escoamento sobre uma geometria que possui trechos que se repetem. Dessa forma, podemos emular uma condição em que o cilindro esta imerso em a restrição de paredes em suas laterais. A Figura 3-24 mostra as condições de contorno aplicadas no domínio. A condição de *Velocity Inlet* está aplicada na face à montante do cilindro colorida pela cor verde, a condição *Pressure Outlet* está aplicada nas faces à jusante do escoamento representada pela cor vermelha e permite que exista fluxo para fora do domínio em todas as direções. As faces com condição de periodicidade estão coloridas de azul e cilindro permanece com a condição *Wall*, da mesma maneira que nos modelos anteriores.



Figura 3-24 Condições de Contorno para o caso tridimensional

3.2.4 Escolha dos parâmetros

A relação encontrada para o cálculo da frequência de emissão de vórtices nas características geométricas das simulações realizadas, dada por $f_v = 20U$ foi utilizada novamente para determinar o passo de tempo das simulações. Como nestes casos, o número de Reynolds vale 10000 e a velocidade aplicada na entrada do domínio vale 1m/s, a frequência de emissão de vórtices calculada é de 20Hz resultando em um período de 0,05 segundos. O passo de tempo é determinado como 1/400 do período de emissão, resultando em uma discretização temporal de 0,000125 segundos.

A mesma rotina utilizada nas simulações bidimensionais foi reaproveitada para estes casos no levantamento dos valores das constantes de elasticidade e amortecimento. Esta rotina lê as características de cada caso, descritas em um arquivo de texto fornecido, e calcula as equações de [3-3] a [3-7].

O resumo destes parâmetros pode ser encontrado na Tabela 3-3 para os quatorze casos construídos, que englobam toda a região de sincronização.

U^*	ω_n	k	С
2	314,1593	1.046,617	0,017324
3	209,4395	465,163	0,011549
4	157,0796	261,654	0,008662
4,5	139,6263	206,739	0,007699
5	125,6637	167,459	0,006929
5,5	114,2397	138,396	0,006300
6	104,7198	116,291	0,005775
6,5	96,6644	99,088	0,005330
7	89,7598	85,438	0,004950
8	78,5398	65,414	0,004331
9	69,8132	51,685	0,003850
10	62,8319	41,865	0,003465
11	57,1199	34,599	0,003150
12	52,3599	29,073	0,002887

Tabela 3-3 Valores de frequência natural, constantes elásticas e de amortecimento para o caso de Reynolds 10000.

3.2.5 Resultados do modelo tridimensional

Antes de evoluirmos para a comparação dos resultados obtidos de amplitude de resposta e coeficientes de arrasto e sustentação, serão apresentados resultados relacionados à construção do modelo, que estão diretamente ligados com a metodologia adotada. Os primeiros parâmetros a serem verificados são o número de Courant e o y+ da malha, para termos uma confirmação de se os cálculos realizados para a construção do modelo puderam prever bem este comportamento.

A Figura 3-25 mostra uma visão geral do número de Courant da malha para um dos casos calculados, com velocidade reduzida igual a 7. Percebe-se que os maiores valores de Courant estão próximos da parede do cilindro, pois nesta região a malha é mais refinada e as velocidades mais altas. Mesmo assim, o valor máximo encontrado em todo o domínio foi de 2,74 e correspondem a poucas células se comparado ao domínio completo. A Figura 3-26 mostra a quantidade de células que possuem o número de Courant maior que 1,1 coloridas pelos valores da própria variável. Como a solução do escoamento é feita de maneira implícita e com discretização temporal de segunda ordem, estes valores ainda são bastante estáveis e não trazem problema para os cálculos.



Figura 3-25 Visão geral do número de Courant da malha



Figura 3-26 Volume de células com número de Courant maior que 1,1. A esquerda vista com cilindro posicionado na direção de encontro com o escoamento e a direita a vista da face oposta ao escoamento.

A Figura 3-27 mostra os valores de y+ das células na parede do cilindro. Nota-se que em regiões de maior velocidade o valor de y+ é maior e na região atrás do cilindro, onde os vórtices se formam e a velocidade é baixa, têm-se os menores valores. O valor estimado para a malha ficou na média dos valores encontrados, sendo que o valor mais alto, em torno de 4, ocorre em poucas células do cilindro.



Figura 3-27 Valores de y+ nas faces do cilindro. Acima (a) a face que está de encontro ao escoamento e abaixo (b) a face oposta que enxerga a esteira.

Apesar de as figuras mostrarem apenas o caso com velocidade reduzida igual a 7, uma análise semelhante foi feita em todos os casos, mostrando que os valores de Courant e y+ permanecem nesta faixa, ou até apresentando valores menores nos casos com velocidades reduzidas mais baixas, comprovando que a malha construída está adequada para o processamento de todas as análises.

Os campos de velocidades e pressão estão demostrados nas figuras a seguir. Na Figura 3-28 é possível observar que a região de estagnação está posicionada na parte superior da face à montante, indicando que o movimento do cilindro neste instante é na direção positiva (subindo). Ao analisar o campo de velocidades para o mesmo instante de tempo, percebe-se que a velocidade mais alta está localizada na parte superior do cilindro, fazendo com que esta região possua uma menor pressão, resultando em uma força de sustentação no sentido positivo e no movimento na mesma direção.

A visualização da vorticidade também é importante, pois indica o padrão de emissão dos vórtices e o comportamento da esteira. Entretanto esta visualização é mais complexa, dado que o escoamento é altamente tridimensional e a vorticidade ocorre em todas as direções. Próximo às paredes do cilindro e nas camadas cisalhantes, a direção principal da vorticidade é mais bem definida e pode ser mais facilmente visualizada, como pode ser visto na Figura 3-30.



Figura 3-28 Campo instantâneo de pressão para velocidade reduzida igual a 7.



Figura 3-29 Campo instantâneo de velocidades em torno do cilindro para o mesmo instante de tempo da Figura 3-28 e velocidade reduzida igual a 7.



Figura 3-30 Vorticidade na direção Z para velocidade reduzida igual a 7.

Outra técnica de visualização para escoamentos tridimensionais são as isosuperfícies. Elas são utilizadas para enxergar contornos de uma determinada variável dentro do domínio e muito úteis para identificar e visualizar regiões de alta turbulência e as estruturas dos vórtices presentes no escoamento. A escolha desta variável a ser mapeada deve ter uma profunda relação com o fenômeno a ser observado, que no nosso caso é a estrutura da esteira. Portanto, o critério Q será utilizado na geração destas superfícies. A escolha do valor adotado será feita de forma a possibilitar uma boa visualização das grandes escalas que regem o fenômeno. Não
será utilizado o critério λ -2, pois as estruturas capturadas pelos critérios são muito semelhantes e as imagens geradas seriam redundantes. Outra maneira de compreender melhor o escoamento é colorir estas superfícies com valores de outras variáveis, como por exemplo, a vorticidade na direção mais representativa, possibilitando a determinação do padrão da esteira para um determinado caso.

A Figura 3-31 mostra a isosuperfície do critério Q para o valor de 1000[s⁻²], colorida pela vorticidade na direção do comprimento do cilindro (Z). É possível observar que a grande escala do escoamento determina o formato da esteira, apesar da enorme quantidade de menores escalas turbulentas dentro desta região, que começam a se formar logo atrás do cilindro, local em que os vórtices começam a interagir e a tornar o escoamento totalmente tridimensional e caótico.

Nas três imagens mostradas na Figura 3-31, o padrão observado na esteira é do tipo 2S, pois são emitidos alternadamente vórtices com sentidos contrários. Estas imagens foram retiradas de casos com velocidades reduzidas iguais a dois (2), cinco (5) e cinco e meio (5,5), representadas pelas letras (a), (b) e (c), respectivamente. A Figura 3-32 mostra a mesma isosuperfície calculada para o caso com velocidade reduzida igual a 7, que aparenta possuir o padrão 2P de esteira. A primeira imagem mostrada nesta figura possui um par vórtice na região superior da esteira bem definido e ambas as imagens mostram na região abaixo do cilindro uma estrutura dupla, coloridas pelos extremos da escala, indicando um vórtice em cada direção. Este comportamento também pode ser visualizado na Figura 3-30 com o plano de corte mostrando a vorticidade na direção Z para esta mesma velocidade reduzida no mesmo instante de tempo.

A Figura 3-34 mostra resultados do modelo com velocidade reduzida igual a 11 que também evidenciam um padrão de esteira do tipo 2P, onde dois vórtices, um em cada direção, são liberados juntos, e são posicionados nas regiões superior e inferior da esteira.



Figura 3-31 Isosuperfície do critério Q com o valor de 1000[s⁻²] colorida pela vorticidade em Z, indicando o sentido dos vórtices e possibilitando a identificação do padrão 2S da esteira. (a) U*=2 (b) U*=5 (C) U*=5,5.



Figura 3-32 Isosuperfície do critério Q com o valor de 1000[s⁻²] colorida pela vorticidade em Z, indicando o sentido dos vórtices e possibilitando a identificação do padrão 2P da esteira. Modelo com velocidade reduzida igual a 7 em ambas as imagens, porém em intervalos distintos de tempo.



Figura 3-33 Isosuperfície do critério Q com o valor de 1000[s-2] colorida pela vorticidade em Z, indicando o sentido dos vórtices e indicando um padrão 2P da esteira. Modelo com velocidade reduzida igual a 8.



Figura 3-34 Isosuperfície do critério Q com o valor de 1000[s⁻²] colorida pela vorticidade em Z, indicando o sentido dos vórtices e possibilitando a identificação do padrão 2P da esteira com maior clareza. Modelo com velocidade reduzida igual a 11.

Assim como mostrado na análise dos resultados dos casos com baixo Reynolds, a seguir serão apresentados os gráficos de amplitude de resposta ao longo do tempo de simulação para os quatorze modelos e a curva resultante, que será comparada com os experimentos realizados por Khalak & Williamson (1997).

A Figura 3-35 mostra as amplitudes de resposta ao longo do tempo de simulação para os casos com as velocidades reduzidas até 6,5 e a Figura 3-36 para as velocidades reduzidas de 7 a 12. É possível observar em alguns destes gráficos a presença de algumas descontinuidades no padrão de vibração (como por exemplo, no gráfico para U*=4), que poderiam indicar algum fenômeno como batimento. Entretanto, para que este tipo de acontecimento possa ser identificado corretamente, um maior tempo total de análise deveria ser utilizado, que por sua vez que tornaria o tempo de simulação impraticável devido ao número de análises necessário para a construção da curva completa de amplitude por velocidade reduzida. Por este motivo, o tempo total de simulação foi determinado como sendo 25 ciclos de emissão de vórtices, o que possibilita ultrapassar o regime transitório inicial da perturbação do sistema e propiciando dados suficientes para o cálculo da amplitude de vibração, número de Strouhal e estatísticas como a média e RMS dos coeficientes de arrasto e sustentação, respectivamente.



Figura 3-35 Gráficos da amplitude de resposta ao longo do tempo de simulação para velocidades reduzidas mais baixas.



Figura 3-36 Gráficos das amplitudes de resposta ao longo do tempo de simulação para velocidades reduzidas mais altas.

A Figura 3-37 mostra os resultados das simulações realizadas comparados com os resultados experimentais realizados por Khalak & Williamson (1997). Os resultados obtidos mostram uma boa concordância com os experimentos, principalmente na faixa de velocidades reduzidas de 2 a 8, estando um pouco mais distantes dos experimentos nas velocidades reduzidas iguais a 10, 11 e 12. Uma maior discussão sobre este comportamento será feita logo a seguir, quando comparados os valores do coeficiente de sustentação e número de Strouhal encontrados. A região de maior amplitude, em torno da velocidade reduzida 6, apresenta resultados experimentais que variam na ordem de 0,8 a 1,1 diâmetros enquanto as simulações mostram resultados na faixa de 0,85 a 0,95 diâmetro. A Tabela 3-4 apresenta os valores das amplitudes encontradas através das simulações para cada velocidade reduzida estudada, considerando os 10% maiores picos de amplitude. As próximas imagens mostram os gráficos da evolução dos coeficientes de arrasto (azul) e sustentação (vermelho) ao longo do tempo de

simulação e a faixa a partir da qual os dados foram utilizados para os cálculos das médias, RMS e número de Strouhal, mostrados na Figura 3-40, Figura 3-41 e Figura 3-42.

U*	A*	f _n (Hz)	<i>f</i> _v (Hz)
2	0,019531	50,00	20,02
3	0,086399	33,33	20,02
4	0,262937	25,00	19,04
4,5	0,401309	22,22	18,311
5	0,911005	20,00	20,02
5,5	0,949729	18,18	19,53
6	0,86258	16,67	20,02
6,5	0,855109	15,38	19,29
7	0,697055	14,29	18,56
8	0,645692	12,50	15,869
9	0,657742	11,11	13,672
10	0,660515	10,00	12,451
11	0,60722	9,09	10,742
12	0,371586	8,33	12,695

Tabela 3-4 Valores de amplitude máxima, frequência natural (f_n) e frequência de excitação da resposta (f_v) para cada velocidade reduzida.



Figura 3-37 Gráfico comparativo entre os experimentos realizados por Khalak & Williamson (1997) e as simulações em CFD.



Figura 3-38 Gráficos dos coeficientes de arrasto (azul) e sustentação (vermelho) ao longo do tempo de simulação, para velocidades reduzidas mais baixas.



Figura 3-39 Gráficos dos coeficientes de arrasto (azul) e sustentação (vermelho) ao longo do tempo de simulação, para velocidades reduzidas mais altas.



Figura 3-40 Gráfico comparativo do RMS do coeficiente de sustentação dos experimentos de Khalak & Williamson (1997) com os modelos em CFD.



Figura 3-41 Gráfico comparativo da média do coeficiente de arrasto dos experimentos de Khalak & Williamson (1997) com os modelos em CFD.

Os resultados dos coeficientes de arrasto e sustentação também se mostraram condizentes com os dados experimentais, porém com uma diferença um pouco mais acentuada do que os dados de amplitude. Estes parâmetros são mais sensíveis a outras variáveis dependentes das condições em que os experimentos foram realizados e que não são modeladas na simulação, como por exemplo, a intensidade da turbulência ao longe que pode alterar o ponto de descolamento da camada limite e alterar os resultados de arrasto e sustentação ou a influencia do efeito das paredes laterais do canal, que não existem nas simulações devido à condição de contorno de periodicidade.

Outro fator que deve ser levado em consideração é de que principais discrepâncias no comparativo dos coeficientes aparecem nas regiões de maiores amplitudes de vibração, que podem apresentar variações no padrão da esteira formada que podem levar a diferentes resultados de vibração, sustentação e arrasto. Mas o fator mais importante talvez seja a influencia do número e Reynolds, assim como discutido no caso bidimensional. O número de Reynolds das simulações é fixo em 10000, de forma que os parâmetros de elasticidade e amortecimento são variados, mantendo o mesmo valor de parâmetro de massa e de amortecimento. Os experimentos, por sua vez, não são feitos com um valor de *Re* fixo, principalmente dado à dificuldade em se obter molas com constantes elásticas nos valores necessários, por isso é feita a variação na velocidade do escoamento. O número de Reynolds dos experimentos varia de 2000 a 12000, o que invariavelmente altera o comprimento de

formação dos vórtices e altera principalmente os valores do coeficiente de sustentação, como pode ser visto no trabalho de Khalak e Williamson (1996).

O número de Strouhal, apesar de ser um parâmetro utilizado para cilindros estacionários, foi calculado a partir de transformadas de Fourier do sinal do coeficiente de sustentação e é mostrado para cada velocidade reduzida na Figura 3-42. Observa-se valores bastante próximos do encontrado na literatura para esta faixa de Reynolds na região das velocidades reduzidas mais baixas até o final do braço superior (U*=7). Entretanto, este valor cai bastante, para algo em torno de 0,12 quando analisados os modelos para velocidades reduzidas 10, 11 e 12. Este baixo número de Strouhal pode ser explicado pelo padrão de esteira 2P encontrado nas simulações nestas velocidades reduzidas, como pode ser evidenciado na Figura 3-34 para velocidade reduzida igual a 11. Como os sistemas ainda estão sincronizados, a esteira responde ao movimento do corpo liberando os vórtices em uma menor frequência, que por sua vez é mais próxima à frequência natural do corpo, realimentando esta condição. Esta queda no número de Strouhal começa na velocidade reduzida igual a 7, onde o padrão 2P começa a ser identificado, como mostrado na Figura 3-32.



Figura 3-42 Gráfico do número de Strouhal para cada velocidade reduzida calculada.

A partir do ponto com velocidade reduzida 7 também pode-se observar a mudança de fase entre a força de excitação e de resposta, que estão sincronizadas nas velocidades reduzidas anteriores. Este comportamento pode ser visualizado sobrepondo o histórico



temporal da força de excitação com o movimento de resposta do sistema, conforme as figuras abaixo.

Figura 3-43 Superposição do movimento do corpo com a força de excitação, mostrando que ambos estão ocorrendo na mesma fase.



Figura 3-44 Superposição do movimento do corpo com a força de excitação, mostrando que ambos estão ocorrendo com uma diferença de fase de 180 graus.

Uma vasta análise pode ser aplicada a cada modelo computacional, permitindo uma investigação dos parâmetros calculados e a correlação destes com os perfis de escoamento encontrados, não só para um determinado instante de tempo, mas inclusive ao longo do tempo de cada simulação. Entretanto esta é uma atividade que demandaria de uma enorme quantidade de tempo e de recurso computacional, pois cada resultado salvo possui uma grande quantidade de dados devido à grande quantidade de elementos na malha.

Por fim, o objetivo do trabalho é estimar as amplitudes de vibração e os coeficientes de arrasto e sustentação de maneira satisfatória através de uma metodologia de geração de modelos computacionais consistente, de forma que esta possa ser estendida a outros casos com números de Reynolds semelhantes.

4 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, foram apresentados resultados de simulações bidimensionais e tridimensionais para o caso de vibração induzida por vórtices em torno de um cilindro livre para oscilar na direção transversal ao escoamento incidente.

Os resultados obtidos, levantados para uma faixa de velocidades reduzidas, mostraram uma boa correlação com os dados experimentais extraídos da literatura e coerência com os fenômenos físicos observados, indicando que a metodologia utilizada nos cálculos é bastante promissora para este tipo de aplicação, embora o custo computacional envolvido ainda seja bastante alto.

Quanto à fenomenologia, aspectos interessantes foram observados, principalmente no que diz respeito aos modelos serem capazes de capturar a mudança no padrão da esteira de 2S para 2P, o que interfere na resposta do sistema em relação à amplitude, devido ao prolongamento da região de sincronização provocada por este padrão e nos valores de coeficiente de sustentação e arrasto. A mudança de fase entre a excitação e a resposta também foi capturada e apresenta-se na velocidade reduzida esperada, juntamente com a mudança do padrão de esteira, como foi observado nos gráficos e nas figuras retiradas para a velocidade reduzida igual a 7.

Outro ponto importante a se ressaltar é de que a indústria carece de boas práticas e de métodos alternativos aos experimentais, que muitas vezes podem ser muito custosos e lentos. É justamente nesta lacuna que a área de simulação numérica pode contribuir substancialmente para a engenharia, no fornecimento de respostas com uma acurácia bastante razoável para as aplicações desejadas, principalmente nos dias de hoje em que a capacidade de processamento vem crescendo muito rapidamente a custos bastante acessíveis.

Por este motivo, é bastante plausível que a extensão dos estudos pudesse ser feita variando algumas condições como tamanho de malha, liberação de um segundo grau de liberdade e novas abordagens na modelagem de turbulência.

Para casos de simulação de grandes escalas com modelos de submalha, ou simulações conhecidas como SGS, do inglês *"Scale-Resolving Simulations"*, o teste da influência do tamanho da malha computacional é algo bastante caro computacionalmente e lento, devido ao enorme número de elementos e aos pequenos passos de tempo utilizados. Entretanto, baseados nos resultados obtidos por este trabalho, uma nova malha mais refinada pode ser construída e uma nova curva de amplitude reduzida por velocidade reduzida levantada, assim

como a comparação entre os coeficientes de arrasto e sustentação pode ser realizada. Isto permitiria assegurar se a metodologia de construção da malha computacional que foi utilizada neste trabalho é suficiente ou se este refino traria benefícios para os resultados.

A liberação de um segundo grau de liberdade na direção do arrasto permitiria resultados mais próximos aos problemas de engenharia e traria mais informações sobre este tipo de fenômeno, como padrões de esteira observados, valores de amplitude e dos coeficientes de arrasto e sustentação. Estas simulações poderiam ser feitas, por exemplo, com os mesmos modelos utilizados neste trabalho, apenas com a liberação do movimento nesta direção.

Finalmente, existem inúmeros outros métodos de modelagem de largas escalas que podem ser avaliados para um problema de VIV, como os modelos SAS ("Scale-Adaptive Simulation") que é uma variação de modelos do tipo RANS que se propõe a capturar outras escalas de escoamento que na modelagem tradicional seriam amortecidas e dissipadas, através de uma função que modela a viscosidade turbulenta do modelo por uma expressão baseada na escala de *von Kárman*; os modelos DES que basicamente são a mistura entre a técnica LES e a modelagem RANS, aproveitando o que cada método possui de melhor, ou seja, modelagem próxima à parede através de RANS e das grandes escalas na região de corrente livre através de LES e até mesmo outros modelos de LES existentes, como o LES dinâmico que varia a constante de Smagorinski ao longo do domínio, na tentativa de encontrar um valor adequado para cada região.

Quaisquer que fossem os estudos realizados baseados nas propostas acima, sem dúvida eles trariam uma grande quantidade de informação que complementariam o conhecimento existente sobre o tema de vibração induzida por vórtices e ajudariam a responder mais um pouco das questões apresentadas na seção sobre os objetivos deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANAGNOSTOPOULOS, P.; BEARMAN, P. W. (1992). Response characteristics of a vortex-excited cylinder at low Reynolds numbers", Journal of Fluids and Structures, n. 6, p. 39-50.

ARMFIELD, S. W.; STREET, R. (2000). Fractional step methods for the Navier-Stokes equations on non-staggered grids. ANZIAM Journal. n. 42, p. 134-156.

ÁSSI, G.R.S. (2005). Estudo experimental do efeito de Interferência no Escoamento ao Redor de Cilindros Alinhados. Dissertação de mestrado apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

BEARMAN, P.W. (1984). Vortex shedding from oscillating bluff bodies. Annual Review of Fluid Mechanics. v.16, p.195–222.

BLEVINS, R. (2001). Flow-InducedVibration. Second ed., KriegerPublishingCompany.

BREUER, M. (1998). Large Eddy Simulation of the subcritical flow past a circular cylinder: numerical and modeling aspects. International Journal for Numerical Methods in Fluids, n. 28, p. 1281–1302.

BREUER, M. (2000). A challenging test case for large eddy simulation: high Reynolds number circular cylinder flow. International Journal of Heat and Fluid Flow. n. 21, p.648-654.

CARMO, B.S. (2005). Estudo numérico do escoamento ao redor de Cilindros Alinhados. Dissertação de mestrado apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

CHORIN, A. J. (1968). Numerical solution of the Navier-Stokes equations. Math. Comput., n. 22, p.745-762.

FENG, C.C. (1968). The measurements of vortex-induced effects in flow past a stationary and oscillating circular and D-section cylinders. MSc Thesis, University of British Columbia, Vancouver, Canada.

FERZIGER, J. H.; PERIC, M. (2002). Computational Methods for Fluid Dynamics. 3rd ed. Springer.

GERRARD, J.H. (1966); The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. Journal of Fluid Mechanics; v.25, n.2, p.401-413.

KHALAK, A.; WILLIAMSON, C.H.K. (1996). Dynamics Of A Hydroelastic Cylinder With Very Low Mass And Damping. n.10., p.455-472.

KHALAK, A.; WILLIAMSON, C.H.K. (1997). Fluid Forces and Dynamics of a Hydroelastic Structure with very low mass and damping, n. 11, p. 973-982.

KHALAK, A.; WILLIAMSON, C.H.K. (1999). Motions, forces and mode transitions in vortex induced vibrations at low mass-damping. Journal of Fluids and Structures, n. 13, p. 813-851.

KIM, J; MOIN, P. (1985). Application of a fractional step method to incompressible Navier-Stokes equations. Journal of Computational Physics, n.59, p.308-323.

LAYTON, W. J. (2002). A Mathematical Introduction to Large Eddy Simulation.

MALISKA, C. R. (2004). Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional. 2ª ed. LTC – Livros Técnicos e Científicos.

MENEGHINI, J.R.; BEARMAN, P.W. (1995). Numerical simulations of a high amplitude oscillatory flow about a circular cylinder. Journal of Fluids and Structures, n. 9, p.435-455.

NORBERG, C. (2000). Flow around a circular cylinder: aspects of fluctuating lift. Journal of Fluids and Structures, n. 15, p. 459-469.

PEROT, J. B. (1993). An analysis of the fractional step method. Journal of Computational Physics, n. 108, p.249-253.

RODI, W. (1997). Comparison of LES and RANS calculations of the flow around bluff bodies. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Elsevier Science B. V., n.69-71, p.55-75.

ROSHKO, A. (1954). On the drag and shedding frequency of bluff cylinders. Nut. Adv. Comm. Aero., Wash., Tech. Note 3169.

SALTARA, F. (2010). Detached Eddy Simulation of the flow around a free oscillating cylinder. BBVIV 6.

SCHLICHTING, D. H.; K. GERSTEN (2000). Boundary Layer Theory. 8th ed. Springer.

SILVA FREIRE, A. P.; MENUT, P. P.; SU, J. (2002). Turbulência. 1^a ed. ABCM – Associação Brasileira de Ciências Mecânicas.

TURKI, S.; ABASSI, H.; NASRALLAH, S. B. (2003). Effect of the blockage ratio on the flow in a channel with a built-in square cylinder. Computation Mechanics, v. 33, p. 22-29.

VAN DYKE, M.D. (1982). An Album of Fluid Motion. Stanford, CA: Parabolic Press.

WILCOX, D. C. (1994). Turbulence modeling for CFD. DCW Industries Inc.

WILLIAMSON, C.H.K. (1996a). Vortex dynamics in the cylinder wake; Annual Review of Fluid Mechanics; n.28, p.477-539.

WILLIAMSON, C.H.K. (1996b). Three-dimensional wake transition. Journal of Fluid Mechanics, n.328, p. 345-407.

WILLIAMSON, C.H.K.; GOVARDHAN, R. (2004). Vortex-induced vibrations. Annual Review of Fluid Mechanics. n. 36, p. 413-455.

WILLIAMSON, C.H.K.; ROSHKO, A. (1988). Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. Journal of Fluids and Structures, n. 2, p.355-381.

ZDRAVKOVICH, M.M. (1997). Flow around circular cylinders: Vol. 1 Fundamentals. Oxford University Press.