RICARDO GALDINO DA SILVA

**Aplicação das Equações de Perturbações não Lineares com Sintetização da
Turbulência Submalha para Solução de Escoamentos Turbulentos**

**Tese apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Doutor em
Ciências.**

**São Paulo
2018**

RICARDO GALDINO DA SILVA

**Aplicação das Equações de Perturbações não Lineares com Sintetização da
Turbulência Submalha para Solução de Escoamentos Turbulentos**

**Tese apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Doutor em
Ciências.**

**Área de Concentração:
Engenharia Mecânica de Energia e
Fluidos**

**Orientador:
Prof. Doutor Marcos de Mattos Pimenta**

**São Paulo
2018**

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

da Silva, Ricardo Galdino

Aplicação das Equações de Perturbações não Lineares com sintetização da turbulência submalha para solução de escoamentos turbulentos / R. G. da Silva -- versão corr. -- São Paulo, 2018.
147 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
Departamento de Engenharia Mecânica.

1.ESCOAMENTO (SIMULAÇÃO) 2.MECÂNICA DOS FLUÍDOS
COMPUTACIONAL 3.TURBULÊNCIA I.Universidade de São Paulo. Escola
Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

Agradecimentos

Ao professor Dr. Marcos de Mattos Pimenta, pela orientação e pelo constante estímulo transmitido durante todo o trabalho.

A todos que colaboraram direta ou indiretamente, na execução deste trabalho.

A minha família e aos meus pais pelo apoio e confiança.

Resumo

As simulações de escoamentos em torno de geometrias de aplicações industriais (geometrias complexas), como por exemplo configurações de aeronaves com hipersustentadores defletidos, apresentam uma vasta gama de estruturas vorticais (complexidade do escoamento). A importância das interações entre as estruturas é grande para a correta previsão da dinâmica das estruturas vorticais presentes no escoamento, uma vez que estas interações ditam as características do processo de transferência de energia cinética turbulenta. Vale ressaltar que no processo de transferência de energia cinética turbulenta não temos uma única direção e sim a possibilidade de duas direções, que representam o processo de cascata direta ou clássica (a transferência de energia cinética turbulenta se dá das maiores estruturas vorticais para as menores - *forward scatter*) e a cascata indireta (a transferência de energia cinética turbulenta que se dá das menores estruturas vorticais para as maiores - *backscatter*). O balanço entre estes dois processos, direto e indireto, resulta na dominância do processo direto, ou seja, o processo dominante de transferência de energia se dá das maiores estruturas vorticais para as menores. Entretanto, ambos os processos devem estar presentes na solução numérica, para que esta seja capaz de prever de forma correta a dinâmica (interações entre estruturas vorticais de tamanhos variados) presente no escoamento. Os modelos convencionais utilizados no tratamento da turbulência (ou fechamento da turbulência), sejam do tipo RANS (*Reynolds Average Navier Stokes*) ou do tipo LES (*Large Eddy Simulation*) apresentam limitações teóricas (modelo não é capaz de representar as interações entre todas as escalas presentes no escoamento) e práticas (necessidade de discretização espacial que aumenta significativamente o custo computacional). No caso dos modelos LES a malha nas proximidades de paredes sólidas deveriam ser extremamente refinadas, o que resulta em praticamente resolver todas as escalas, para representar os efeitos da cascata direta (*forward scatter*) e da cascata indireta (*backscatter*) de energia cinética turbulenta. Isto ocorre em decorrência do caráter dissipativo dos modelos submalha utilizadas nas formulações LES. Por este motivo, o presente trabalho tem por objetivo desenvolver uma metodologia para solução do escoamento turbulento que seja capaz de apresentar os processos de cascata direta e cascata indireta sem a necessidade de malhas extremamente refinadas. Para tanto, iremos utilizar as equações Navier-Stokes escritas em função das flutuações (flutuações resolvidas), sendo esta formulação baseada nos trabalhos de Morris *et al.* [1997], Labourasse e Sagaut [2002] e Batten *et al.* [2004b]. As equações são obtidas por meio da divisão dos campos em uma média temporal, flutuações resolvidas e flutuações submalha. Sendo a média temporal, obtida previamente por meio

de uma solução RANS do escoamento, que no nosso caso é obtida com o modelo RANS SA-QCR2013 proposto por [Mani *et al.* \[2013\]](#). As flutuações resolvidas são o resultado da solução numérica das equações obtidas com a discretização espacial dada pela malha utilizada. Por fim as flutuações submalha são introduzidas via modelo de [Billson \[2004\]](#) (modelo de sintetização ou reconstrução da turbulência). Esta formulação foi aplicada para solução do escoamento em um canal formado por paredes paralelas com $Re_\tau = 395$ e $Re_\tau = 1000$. Estes números de Reynolds foram escolhidos por existirem resultados obtidos via DNS ou até mesmo resultados experimentais disponíveis na literatura, os resultados são encontrados em [Moser *et al.* \[1999\]](#), [del Álamo *et al.* \[2004\]](#) e [Schultz e Flack \[2013\]](#). Os resultados obtidos com o modelo proposto mostraram que a cascata inversa (*backscatter*) está presente em todas as regiões da camada limite (subcamada laminar, *buffer layer* e logarítmica) do canal, onde o pico de transferência ocorre, para os números de Reynolds avaliados, na região da *buffer layer*. Este comportamento foi observado nos resultados gerados por todas as malhas avaliadas, a diferenças entre as malhas está no refinamento na região próxima às paredes sólidas. O refinamento da malha na direção da altura do canal (normal às paredes sólidas) faz com que o balanço entre as taxas de dissipação de energia cinética turbulenta passe a indicar a dominância da cascata direta no processo de transferência de energia. Nas malhas menos refinadas na região próxima à parede temos o domínio da cascata indireta no processo de transferência de energia cinética turbulenta. A introdução das flutuações submalha via modelo de sintetização da turbulência leva a uma tendência de inverter o domínio da cascata inversa (*backscatter*) nas malhas menos refinadas. Os resultados obtidos com a metodologia NLDE com flutuações turbulentas submalha introduzidas por meio de modelo de sintetização turbulenta apresentam boa concordância com os respectivos resultados obtidos via DNS e ou experimentais.

Palavras-chave: cascata indireta, cascata direta, escoamento no canal, CFD, turbulência.

Abstract

Simulations of flows around industrial geometries (complex geometries), such as configurations of aircraft with deployed high-lift surface, present a wide range of vortical structures (flow complexity). The importance of the interactions between the structures is great for the correct prediction of the dynamics of the vortical structures present in the flow since these interactions dictate the characteristics of the turbulent kinetic energy transfer process. It is noteworthy that in the process of transferring turbulent kinetic energy we do not have a single direction but the possibility of two directions, which represent the direct cascade or classical cascade process (the transfer of turbulent kinetic energy occurs from the large eddy to small eddy - the forward scatter) and the reverse cascade (the transfer of turbulent kinetic energy occurs from small eddy to the large eddy - backscatter). The net balance between these two processes, direct and reverse, results in the predominance of the direct process, that is, the dominant process of energy transfer occurs from the largest eddy to the smaller ones. However, both processes must be present in a numerical solution, so that it is able to predict correctly the dynamics (interactions between vortical structures of varying sizes) present in the flow. The conventional models used in turbulence treatment (or turbulence closure), whether of the RANS (Reynolds Average Navier Stokes) type or the LES (Large Eddy Simulation) type have theoretical limitations (model is not able to represent the interactions between the scales present in the flow) and practices (needs spatial discretization that significantly increases the computational cost). In the case of LES models, the mesh close to solid walls should be extremely refined, which results in practically resolving all scales to represent the effects of the forward scatter and the backscatter of turbulent kinetic energy. This is due to the dissipative character of the sub-grid models used in the LES formulations. For this reason, the present research effort aims to develop a methodology for solving turbulent flow, that is able to present both energy transfer process, forward scatter and backscatter without the need of extremely refined meshes. For this, we will use the Navier-Stokes equations written in function of the fluctuations (resolved fluctuations), being this formulation based on the works of [Morris *et al.* \[1997\]](#), [Labourasse e Sagaut \[2002\]](#) and [Batten *et al.* \[2004b\]](#). The equations are obtained by dividing the fields into an average time, resolved fluctuations and sub-grid fluctuations. The time-averaged, obtained previously by means of a RANS solution of the flow, which in our case is obtained with the model RANS SA-QCR2013 proposed by [Mani *et al.* \[2013\]](#). The resolved fluctuations are the result of the numerical solution of the equations obtained with the spatial discretization given by

the mesh used. Finally, the sub-grid turbulence fluctuations are introduced via the model of Billson [2004] (model for synthesizing or reconstructing turbulence). This formulation was applied to solve of the flow in a channel formed by parallel walls at $Re_\tau = 395$ and $Re_\tau = 1000$. The reason to choose those Reynolds number is related to the fact that there are results obtained via DNS or even experimental results available in the literature, one can found those results in Moser *et al.* [1999], del Álamo *et al.* [2004] and Schultz e Flack [2013]. The results obtained with the proposed model showed that the backscatter is present in all regions of the boundary layer (lamellar layer, buffer layer, and log-layer) of the channel, where the transfer peak occurs, for the evaluated Reynolds numbers, in the region of the buffer layer. This behavior was observed in the results generated by all meshes evaluated, the differences between the meshes are in the refinement in the region near the solid walls. The refinement of the mesh in the direction of the channel height (normal to the solid walls) causes the balance between the rates of dissipation of turbulent kinetic energy to indicate the dominance of the direct cascade in the energy transfer process. In the less refined meshes in the region near the wall, we have the domain of the indirect cascade in the process of transfer of turbulent kinetic energy. The introduction of the sub-grid fluctuations via the turbulence synthesizing model leads to a tendency to invert the reverse cascade domain (backscatter) in the solutions obtained with the coarsest grid. The results obtained with the NLDE turbulence, in which we use a synthetic turbulence model to introduce subgrid turbulent fluctuations, show good agreement with DNS results and or experimental results.

Keywords: backscatter, forward scatter, channel flow, CFD, turbulence.

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xviii
1 Introdução	1
1.1 Objetivos	5
1.2 Revisão Bibliografica	7
1.3 Contribuições	20
1.4 Organização do Trabalho	21
2 Metodologias	22
2.1 Equações de Navier-Stokes com Média de Reynolds	22
2.2 Simulações de Grandes Escalas - LES	27
2.3 Metodologia Baseada na Equação de Pertubação não Lineares - NLDE	31
2.3.1 Cascata direta (<i>forward scatter</i>) e cascata inversa (<i>backscatter</i>)	34
2.3.2 Modelo de sintetização da turbulência de Billson	43
2.4 Método Numérico	46
3 Resultados	49
3.1 Descrição do Caso Teste - Escoamento em um Canal	50
3.2 Caso Teste 1 - Escoamento em um Canal com $Re_\tau = 395$	51
3.2.1 Solução LES	54
3.2.2 Solução NLDE Com o Tensor das Tensões de Reynolds Extraído da Solução DNS de Moser <i>et al.</i> [1999]	59
3.2.3 Solução NLDE Com o Tensor das Tensões de Reynolds Extraídos de uma Solução RANS Obtida Previamente	65
3.3 Caso Teste 2 - Escoamento em um Canal com $Re_\tau = 1000$	119
4 Conclusões	135
4.1 Sugestões para Pesquisas Futuras	137
Referências Bibliográficas	139

Lista de Abreviaturas

RANS Média de Reynolds da Equação de Navier Stokes (*Reynolds Averaged Navier Stokes*)

LES Simulação de Grandes Escalas (*Large Eddy Simulation*)

DNS Simulação Numérica Direta (*Direct Numerical Simulation*)

NLDE Equações de perturbações (flutuações) não lineares (*NonLinear Disturbance equations*)

CFD Dinâmica dos fluidos computacional (*Computational Fluid Dynamics*)

URANS Média de Reynolds da Equação de Navier Stokes com Variação Temporal (*Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes*)

RSM Modelo de tensões de Reynolds (*Reynolds Stress Model*)

EARSM Modelo algebrico explicito para tensões de Reynold (*Explicit Algebraic Reynolds Stress Modeling*)

QCR Relação constitutiva Quadratica (*Quadratic Constitutive Relation*)

SGS Escala Submalha (*Sub-Grid Scale*)

PISO *Pressure-Implicit with Splitting of Operators*

Lista de Figuras

1.1	Exemplo de simulação mostrando a complexidade do escoamento e fenômenos envolvidos no escoamento em torno de configurações com hipersustentadores. Esta Figura foi extraída de Hellsten [2004].	2
1.2	Linhas representando a trajetória das partículas fluidas. Simulação RANS com modelo de turbulência de Spalart-Allmaras(Spalart e Allmaras [1992]). .	2
1.3	Iso-superfícies de variação de pressão total, sendo que as cores apresentadas são dadas pelo coeficiente de pressão (C_p) - Tentativa de representar as estruturas vorticais presentes na simulação de um avião completo, com superfícies hipersustentadoras defletidas. Simulação realizada com modelo RANS de Spalart-Allmaras (Spalart e Allmaras [1992]).	3
1.4	Variações da configuração do bordo de ataque para levantamento de coeficiente de sustentação em túnel de vento. Figura extraída Rudnik e Germain [2009]	4
1.5	Variação do coeficiente de sustentação (C_L) em função da configuração de bordo de ataque (dada na Figura 1.4. Figura adaptada dos valores experimentais apresentados por Rudnik e Germain [2009]	4
1.6	Desenvolvimento espacialmente das estruturas vorticais no escoamento em um canal, isosuperfícies de $Q = 1$. (a) Utilizando o método de Batten <i>et al.</i> [2003], (b) Utilizando método de Batten <i>et al.</i> [2003] mais modificações no modelo LES; Figura extraída de Keating e Piomelli [2004].	21
2.1	Representação esquemática espectro de energia. Nesta figura apresentamos os números de onda que definem as regiões de equilíbrio universal, região inercial e região dissipativa.	36
2.2	Representação esquemática do processo de transferência de energia por meio da cascata direta (cascata de Richardson ou <i>forward scatter</i>) e indireta (<i>backscatter</i>).	37
2.3	Representação esquemática do processo de transferência de energia média. .	37

2.4	Representação esquemática da interação tríade dos números de ondas. As interações locais são interações entre estruturas vorticais com escalas (número de onda no espaço de onda) de tamanhos semelhantes, Fig. 2.4(a). Já as interações não locais são interações, onde a tríade tem dois vetores número de onda semelhantes o um terceiro bem menor que os outros dois, Fig. 2.4(b)). As figuras Fig. 2.4(a) e Fig. 2.4(b) foram adaptadas de Sagaut <i>et al.</i> [2006].	40
2.5	Representação geométrica do enésimo modo. Esta figura foi extraída de Billson [2004].	43
2.6	Esquema de funcionamento da metodologia proposta neste trabalho.	48
3.1	Representação da geometria utilizada para realização das simulações. Figura extraída de Villiers [2006].	51
3.2	Perfil de velocidade adimensional, $U^+ = \frac{U}{U_\tau}$ por $Y^+ = \frac{Y\rho U_\tau}{\mu}$, onde Y é a posição ao longo da altura do canal. Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e DNS [Moser <i>et al.</i> , 1999].	55
3.3	Perfil de energia cinética turbulenta adimensional, $k^+ = \frac{k}{U_\tau^2} = \frac{\frac{1}{2}\overline{u_i' u_i'}}{U_\tau^2}$ por $Y^+ = \frac{Y\rho U_\tau}{\mu}$, onde Y é a posição ao longo da altura do canal. Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e DNS [Moser <i>et al.</i> , 1999].	56
3.4	Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal positivo, ε^+ , em função do Y^+ . Este termo está associado ao processo de cascata direta da energia cinética turbulenta (<i>forward-scatter</i>).	57
3.5	Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal negativo, ε^- , em função do Y^+ . Este termo está associado ao processo de cascata indireta da energia cinética turbulenta (<i>backscatter</i>).	58
3.6	Variação do balanço dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ou taxa dissipação líquida (soma dos termos positivos e negativos), ε^{NET} .	59
3.7	Perfil de velocidade adimensional, $U^+ = \frac{U}{U_\tau}$ por $Y^+ = \frac{Y\rho U_\tau}{\mu}$, onde Y é a posição ao longo da altura do canal. Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência NLDE (campos médios extraídos da solução DNS), LES e DNS [Moser <i>et al.</i> , 1999].	60
3.8	Perfil de energia cinética turbulenta adimensional, $k^+ = \frac{k}{U_\tau^2} = \frac{\frac{1}{2}\overline{u_i' u_i'}}{U_\tau^2}$ por $Y^+ = \frac{Y\rho U_\tau}{\mu}$, onde Y é a posição ao longo da altura do canal. Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência NLDE (campos médios extraídos da solução DNS), LES e DNS [Moser <i>et al.</i> , 1999].	61
3.9	Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal positivo, ε^+ , em função do Y^+ . Este termo está associado ao processo de cascata direta da energia cinética turbulenta (<i>forward-scatter</i>).	63

3.10	Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal negativo, ε^- , em função do Y^+ . Este termo está associado ao processo de cascata indireta da energia cinética turbulenta (<i>backscatter</i>).	63
3.11	Variação do balanço dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ou taxa dissipação líquida (soma dos termos positivos e negativos), ε^{NET}	64
3.12	Perfil de velocidade adimensional e perfil de energia cinética turbulenta adimensional para o escoamento em um canal com $Re_\tau = 395$	68
3.13	Variação dos termos $uu+$ e $vv+$ do tensor de Reynolds adimensionalizado para o escoamento em um canal com $Re_\tau = 395$	69
3.14	Variação dos termos $ww+$ e $uv+$ do tensor de Reynolds adimensionalizado para o escoamento em um canal com $Re_\tau = 395$	70
3.15	Comparação dos termos uu^* e vv^* do tensor das tensões de Reynolds normalizado obtidos com o modelo RANS SA-QCR2013 com $Re_\tau = 395$	73
3.16	Comparação dos termos ww^* e uv^* do tensor das tensões de Reynolds normalizado obtidos com o modelo RANS SA-QCR2013 com $Re_\tau = 395$	74
3.17	Resultados LES, NLDE_DNS e NLDE_RANS para o perfil de velocidade adimensional e energia cinética turbulenta adimensional para canal com $Re_\tau = 395$	77
3.18	Resultados LES, NLDE_DNS e NLDE_RANS para os termos $uu+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional para canal com $Re_\tau = 395$	78
3.19	Resultados LES, NLDE_DNS e NLDE_RANS para os termos $ww+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional para canal com $Re_\tau = 395$	79
3.20	Comparação dos termos normalizados $uu^* = \frac{\overline{u'u'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $vv^* = \frac{\overline{v'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ obtidos por meio dos modelos de turbulência SA-QCR2013, LES, NLDE_DNS e NLDE_RANS para o caso canal com $Re_\tau = 395$	81
3.21	Comparação dos termos normalizados $ww^* = \frac{\overline{w'w'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $uv^* = \frac{\overline{u'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ obtidos por meio dos modelos de turbulência SA-QCR2013, LES, NLDE_DNS e NLDE_RANS para o caso canal com $Re_\tau = 395$	82
3.22	Resultados do canal com $Re_\tau = 395$ obtidos com o modelo RANS SA-QCR2013, modelo LES e as variações do modelos NLDE. O perfil de velocidade adimensional é apresentado na Fig. 3.30(a), sendo que $U^+ = \frac{U}{U_\tau}$. Na 3.30(b) temos o perfil de velocidade cinética turbulenta adimensional, $k^+ = \frac{k}{U_\tau^2} = \frac{\frac{1}{2}\overline{u_i'u_i'}}{U_\tau^2}$, em função de $Y^+ = \frac{Y\rho U_\tau}{\mu}$	86
3.23	Resultados do canal com $Re_\tau = 395$ obtidos com o modelo RANS SA-QCR2013, modelo LES e as variações do modelos NLDE. As Fig. 3.31(a) e Fig. 3.31(b) apresentam as variações dos termos $uu+$ e $vv+$ do tensor das tensões de Reynolds adimensionalizados em função do Y^+ , sendo que adimensionalização destes termos é dada por: $uu+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$	87

3.24	Resultados do canal com $Re_\tau = 395$ obtidos com o modelo RANS SA-QCR2013, modelo LES e as variações do modelos NLDE. As figuras Fig. 3.32(a) e Fig. 3.32(b) apresentam as variações dos termos $ww+$ e $uv+$ do tensor das tensões de Reynolds adimensionalizados em função do Y^+ , sendo que adimensionalização destes termos é dada por: $ww+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$, respectivamente.	88
3.25	Comparação dos termos $uu^* = \frac{\overline{u'u'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $vv^* = \frac{\overline{v'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ do tensor das tensões de Reynolds normalizado obtidos com os modelos de turbulência SA-QCR2013, LES, NLDE e suas variações e os obtidos por Moser <i>et al.</i> [1999] via simulação DNS.	90
3.26	Comparação dos termos $ww^* = \frac{\overline{w'w'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $uv^* = \frac{\overline{u'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ do tensor das tensões de Reynolds normalizado obtidos com os modelos de turbulência SA-QCR2013, LES, NLDE e suas variações e os obtidos por Moser <i>et al.</i> [1999] via simulação DNS.	91
3.27	Variação da soma dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal positivo, ε^+ , em função do Y^+ . Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e obtidos com a formulação de turbulência NLDE e suas variações.	92
3.28	Variação da soma dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal negativo, ε^- , em função do Y^+ . Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e obtidos com a formulação de turbulência NLDE e suas variações.	93
3.29	Variação do balanço dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ou taxa dissipação líquida (soma dos termos positivos e negativos), ε^{NET} . Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e obtidos com a formulação de turbulência NLDE e suas variações.	94
3.30	Perfil de velocidade adimensional e energia cinética turbulenta adimensional obtidos via simulações numérica do canal com $Re_\tau = 395$, modelo de turbulência RANS SA-QCR2013 e malhas com vários níveis de refinamento.	97
3.31	Termos $uu+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional obtidos via simulações numérica do canal com $Re_\tau = 395$, modelo de turbulência RANS SA-QCR2013 e malhas com vários níveis de refinamento.	98
3.32	Termos $ww+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional obtidos via simulações numérica do canal com $Re_\tau = 395$, modelo de turbulência RANS SA-QCR2013 e malhas com vários níveis de refinamento.	99
3.33	Comparação dos termos $uu^* = \frac{\overline{u'u'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $vv^* = \frac{\overline{v'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ do tensor das tensões de Reynolds obtidos com o modelo de turbulência SA-QCR2013 e os obtidos por Moser <i>et al.</i> [1999] via simulação DNS.	100

3.34	Comparação dos termos $ww^* = \frac{\overline{w'w'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $uv^* = \frac{\overline{u'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ do tensor das tensões de Reynolds obtidos com o modelo de turbulência SA-QCR2013 e os obtidos por Moser <i>et al.</i> [1999] via simulação DNS.	101
3.35	Perfil de velocidade adimensional e energia cinética turbulenta adimensional obtidos via simulações numérica do canal com $Re_\tau = 395$	104
3.36	Termos $uu+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional obtidos via simulações numérica do canal com $Re_\tau = 395$	105
3.37	Termos $ww+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional obtidos via simulações numérica do canal com $Re_\tau = 395$	106
3.38	Comparação dos termos $uu^* = \frac{\overline{u'u'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $vv^* = \frac{\overline{v'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ do tensor das tensões de Reynolds normalizado para $Re_\tau = 395$	107
3.39	Comparação dos termos $ww^* = \frac{\overline{w'w'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $uv^* = \frac{\overline{u'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ do tensor das tensões de Reynolds normalizado para $Re_\tau = 395$	108
3.40	Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal positivo, ε^+ , em função do Y^+ . Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e obtidos com a formulação de turbulência NLDE e suas variações.	109
3.41	Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal negativo, ε^- , em função do Y^+ . Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e obtidos com a formulação de turbulência NLDE e suas variações.	109
3.42	Variação do balanço dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ou taxa dissipação líquida (soma dos termos positivos e negativos), ε^{NET} . Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e obtidos com a formulação de turbulência NLDE e suas variações.	110
3.43	Perfil de velocidade adimensional e energia cinética turbulenta adimensional obtidos com o modelo NLDE_RANS mais flutuações submalha com as malhas M2_16 e M2_8 para o canal com $Re_\tau = 395$	112
3.44	Termos $uu+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional obtidos com o modelo NLDE_RANS mais flutuações submalha com as malhas M2_16 e M2_8 para o canal com $Re_\tau = 395$	113
3.45	Termos $ww+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional obtidos com o modelo NLDE_RANS mais flutuações submalha com as malhas M2_16 e M2_8 para o canal com $Re_\tau = 395$	114
3.46	Comparação dos termos $uu^* = \frac{\overline{u'u'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $vv^* = \frac{\overline{v'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ do tensor das tensões de Reynolds obtidos com o modelo NLDE_RANS mais flutuações submalha com as malhas M2_16 e M2_8 com resultados obtidos via DNS. Os resultados foram obtidos com $Re_\tau = 395$	116

3.47	Comparação dos termos $ww^* = \frac{\overline{w'w'}}{2\rho k}$ e $uv^* = \frac{\overline{u'v'}}{2\rho k}$ do tensor das tensões de Reynolds obtidos com o modelo NLDE_RANS mais flutuações submalha com as malhas M2_16 e M2_8 com resultados obtidos via DNS. Os resultados foram obtidos com $Re_\tau = 395$	117
3.48	Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal positivo, ε^+ , em função do Y^+ , para os resultados obtidos com modelo turbulência NLDE mais flutuações submalha nas malhas M2_16 e M2_8. . . .	118
3.49	Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal negativo, ε^- , em função do Y^+ , para os resultados obtidos com modelo turbulência NLDE mais flutuações submalha nas malhas M2_16 e M2_8. . . .	118
3.50	Variação do balanço dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ou taxa dissipação líquida (soma dos termos positivos e negativos), ε^{NET} , para os resultados obtidos com modelo turbulência NLDE mais flutuações submalha nas malhas M2_16 e M2_8.	119
3.51	Resultados de velocidade adimensionaldo e enegia cinética turbulenta adimensional ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$	122
3.52	Resultados de $uu+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$ ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$	123
3.53	Resultados de $ww+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$ ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$	124
3.54	Efeito de refinamento de malha no resultados de velocidade adimensionaldo e enegia cinética turbulenta adimensional ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$	125
3.55	Efeito de refinamento de malha nos termos $uu+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensinal ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$	126
3.56	Efeito de refinamento de malha nos termos $ww+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensinal ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$	127
3.57	Resultados de velocidade adimensional e energia cinética turbulenta adimensional ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$. Estes resultados foram obtidos com os modelos de turbulência NLDE_RANS (tensões de Reynolds obtidas de uma solução RANS com modelo de turbulência SA-QCR2013) com e sem flutuações submalha. Nestas figuras são apresentadas as soluções para a malha 50_80_80.	128
3.58	Resultados de $uu+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$ ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$. Estes resultados foram obtidos com os modelos de turbulência NLDE_RANS (tensões de Reynolds obtidas de uma solução RANS com modelo de turbulência SA-QCR2013) com e sem flutuações submalha. Nestas figuras são apresentadas as soluções para a malha 50_80_80. Os resultados numéricos são comparados com os resultados DSN obtido por del Álamo <i>et al.</i> [2004] e resultados experimentais de Schultz e Flack [2013].	129

- 3.59 Resultados de $ww+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$ ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$. Estes resultados foram obtidos com os modelos de turbulência NLDE_RANS (tensões de Reynolds obtidas de uma solução RANS com modelo de turbulência SA-QCR2013) com e sem flutuações submalha. Nestas figuras são apresentadas as soluções para a malha 50_80_80. Os resultados numéricos são comparados com os resultados DSN obtido por [del Álamo *et al.* \[2004\]](#) e resultados experimentais de [Schultz e Flack \[2013\]](#). 130
- 3.60 Comparação dos termos $uu^* = \frac{\overline{u'u'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $vv^* = \frac{\overline{v'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ do tensor das tensões de Reynolds obtidos com o modelo NLDE_RANS com e sem flutuações submalha, modelo de turbulência RANS SA-QCR2013 e resultados obtidos via DNS por [del Álamo *et al.* \[2004\]](#). Os resultados foram obtidos com $Re_\tau = 1000$ e malha 80_50_50. 132
- 3.61 Comparação dos termos $ww^* = \frac{\overline{w'w'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $uv^* = \frac{\overline{u'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ do tensor das tensões de Reynolds obtidos com o modelo NLDE_RANS com e sem flutuações submalha, modelo de turbulência RANS SA-QCR2013 e resultados obtidos via DNS por [del Álamo *et al.* \[2004\]](#). Os resultados foram obtidos com $Re_\tau = 1000$ e malha 80_50_50. 133
- 3.62 Variação da soma dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal negativo (ε^-), da soma dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal positivo (ε^+) e do balanço dos termos da taxa de dissipação (ε^{NET}) ε^+ e ε^- em função do Y^+ , para os resultados obtidos com modelo turbulência NLDE com flutuações submalha na malha 50_80_80. 134

Lista de Tabelas

2.1	Valores de $\alpha(k)$ para k de 0 a 8, sendo apresentados na tabela somente os termos não nulos.	42
2.2	Valores da função probabilidade para as variáveis randômicas.	43
3.1	Malhas que serão utilizadas para gerar os resultados desta subsecção	52
3.2	Velocidade de atrito obtida para os casos LES. O erro é calculado com relação ao resultado obtido por meio de uma simulação DNS [Moser <i>et al.</i> , 1999] que para $Re_\tau = 395$ é igual a $0.00784m/s$. O erro é determinado pela expressão Eq. 3.3.	57
3.3	Velocidade de atrito obtida para os casos simulados com modelo de turbulência LES e modelo de turbulência NLDE (campos médios extraídos da solução DNS). O erro é calculado com relação ao resultado obtido por meio de uma simulação DNS [Moser <i>et al.</i> , 1999] que para $Re_\tau = 395$ é igual a $0.00784m/s$. O erro é determinado pela expressão Eq. 3.3.	65
3.4	Nomenclatura utilizada para os resultados que iremos apresentar nas figuras Fig. 3.22, Fig.3.23, Fig.3.24, Fig. 3.25, Fig. 3.27, Fig. 3.28 e Fig. 3.29. Apesar de não declarado explicitamente na nomenclatura do caso, todos casos apresentados nesta tabela se referem a simulações realizadas com o modelo de turbulência NLDE_RANS mais flutuações submalhas sintetizadas com modelos Billson [2004]. Sendo Vol_{Cell} o volume do elemento de malha.	83
3.5	Velocidade de atrito obtida para os modelos de turbulência SA-QCR2013, LES, NLDE_DNS e NLDE_RANS com e sem modelo de sintetização das flutuações turbulentas. O erro é calculado com relação ao resultado obtido por meio de uma simulação DNS [Moser <i>et al.</i> , 1999], que para $Re_\tau = 395$ é igual a $0.00784m/s$. Sendo este determinado pela expressão Eq. 3.3.	89
3.6	Velocidades de atrito obtida para o modelo de turbulência SA-QCR2013 considerando a variação da malha utilizada na simulação. O erro é calculado com relação ao resultado obtido por meio de uma simulação DNS [Moser <i>et al.</i> , 1999], que para $Re_\tau = 395$ apresenta velocidade de atrito igual a $0.007845m/s$. Sendo este determinado pela expressão Eq. 3.3.	102

3.7	Características das malhas utilizadas para determinar o efeito do refinamento da malha nas direções do comprimento e largura do canal. A coluna número de elementos se refere ao número de elementos nas direções da altura, largura e comprimento. Os comprimentos viscosos Y^+ , Δx^+ e Δz^+ estão associados a altura, comprimento de largura do canal. Na direção da altura não foi introduzida nenhuma modificação.	121
-----	--	-----

Capítulo 1

Introdução

O escoamento em torno da asa de um avião com hypersustentadores defletidos pode ser considerado de alta complexidade, sendo que, esta complexidade aumenta nas proximidades do coeficiente de sustentação máximo. O aparecimento de separações, confluência de camada limite com estruturas vorticais, curvatura das linhas de trajetória, gradientes adversos de pressão, aparecimento de regiões com grande probabilidade de relaminarização, transição do escoamento, etc... Os fenômenos mencionados tornam a obtenção de resultados acurados, com simulações que fazem uso das equações de Navier Stokes com médias de Reynolds (RANS - Reynolds Averaged Navier Stokes) e hipótese de viscosidade turbulenta, seja com a hipótese Bousinesq ou até mesmo com aproximações não lineares para tensor de Reynolds, uma tarefa difícil. A validade destes modelos RANS são questionáveis nas condições mencionadas, uma vez que a base empírica dos modelos provavelmente não contempla toda a diversidade de fenômenos físicos encontrados neste tipo de escoamento. Mesmo com sua validade muitas vezes questionável, este tipo de simulação ainda é bastante utilizada na indústria aeronáutica brasileira, principalmente devido a velocidade na obtenção dos resultados.

A Figura 1.1 apresenta o resultado de uma simulação numérica bidimensional em um perfil com hypersustentadores defletidos, onde podemos observar a complexidade presente neste tipo de escoamento, sendo esta dada principalmente em decorrência das interações de camadas limite com esteiras (interação entre estruturas vorticais presentes no escoamento). A correta previsão destas interações é o problema principal para uma correta previsão da sustentação gerada por este tipo de configuração. Entretanto, muitos modelos de turbulência disponíveis na literatura não são capazes de representar corretamente os efeitos relacionados às interações entre as estruturas vorticais presentes em escoamentos semelhantes ao apresentado na Fig.1.1.

As imagens da Fig. 1.2 mostram as linhas de trajetória obtidas por meio de uma simulação RANS com modelo de turbulência de Spalart-Allmaras (Spalart e Allmaras [1992]). Já nas imagens da Fig. 1.3 temos uma tentativa de mostrar a interação de esteiras com a camada limite que se desenvolve no elemento principal da asa. As esteiras são geradas por descontinuidades geométricas na raiz da asa e separações que ocorrem na nacele do avião

Figura 1.1: Exemplo de simulação mostrando a complexidade do escoamento e fenômenos envolvidos no escoamento em torno de configurações com hipersustentadores. Esta Figura foi extraída de Hellsten [2004].

devido à alta incidência em que se encontra a aeronave. A origem destas estruturas pode ser, em princípio, obtida por meio de simulações RANS, porém seu real efeito só seria possível de se determinar com modelos de turbulência que sejam capazes de representar melhor os fenômenos existentes em escoamentos do tipo mostrado nas Fig. 1.2 e Fig. 1.3. Para obter resultados com uma acurácia maior, temos que investigar modelos de turbulência com capacidade para resolver a interação entre as várias estruturas que aparecem no escoamento das referidas figuras, já que estas têm grande impacto na sustentação gerada pelos hipersustentadores, conforme será mostrado com resultados experimentais extraídos da literatura. As Figs. 1.2 e 1.3 mostram o comportamento próximo do coeficiente de sustentação máximo, a Fig. 1.3 foi gerada através da determinação de uma iso-superfície de perda de pressão total.

Figura 1.2: Linhas representando a trajetória das partículas fluidas. Simulação RANS com modelo de turbulência de Spalart-Allmaras (Spalart e Allmaras [1992]).

Rudnik e Germain [2009], por meio de experimentos em túnel de vento, mostram que a configuração e geometria (existência de discontinuidades nas superfícies) do bordo de

Figura 1.3: Iso-superfícies de variação de pressão total, sendo que as cores apresentadas são dadas pelo coeficiente de pressão (C_p) - Tentativa de representar as estruturas vorticiais presentes na simulação de um avião completo, com superfícies hipersustentadoras defletidas. Simulação realizada com modelo RANS de Spalart-Allmaras (Spalart e Allmaras [1992]).

ataque da aeronave com hipersustentadores defletidos (Fig. 1.4) tem grande influência na sustentação máxima, ver Fig. 1.4. Rudnik e Germain [2009] demonstraram que o efeito das estruturas vorticiais e das separações presentes na topologia do escoamento tem efeito significativo. Na Fig. 1.5 estes efeitos podem ser facilmente observados. Uma vez que desejamos um projeto com grande eficiência, os citados efeitos devem ser eliminados ou ao menos diminuídos. Para tanto, devemos construir um entendimento físico do processo de geração e do desenvolvimento destas estruturas. A melhor maneira de construir este conhecimento seria através de ensaios em túnel de vento, entretanto o custo financeiro associado a estes ensaios é extremamente alto, o que torna praticamente proibitivo o uso apenas desta ferramenta. Sendo assim, sempre que possível necessitamos associar ensaios em túnel com estudos numéricos de alta fidelidade (precisão espacial e temporal).

No cenário atual da indústria aeronáutica brasileira esta tarefa seria praticamente impossível, uma vez que tanto o custo computacional quanto o tempo necessário para este tipo de simulação são bastante elevados. Esta proposta de pesquisa tem como principal desafio reduzir o custo computacional e tempo necessários para obtenção de soluções numéricas com modelos de turbulência com pequenos erros numéricos devido à discretização temporal e espacial.

Diretrizes de projeto pedem um baixo consumo de combustível principalmente por razões econômicas, desta forma a redução da área de asa das aeronaves (com intuito de diminuir arrasto devido a fricção) se faz necessária. Porém, esta diretriz tem impacto significativo no projeto dos hipersustentadores, pois causa uma diminuição do volume disponível para sua instalação, uma vez que boa parte do volume da asa é ocupada com combustível e pela parte estrutural. A redução das superfícies hipersustentadoras implica na necessidade de aumentar

Figura 1.4: Variações da configuração do bordo de ataque para levantamento de coeficiente de sustentação em túnel de vento. Figura extraída Rudnik e Germain [2009]

Figura 1.5: Variação do coeficiente de sustentação (CL) em função da configuração de bordo de ataque (dada na Figura 1.4). Figura adaptada dos valores experimentais apresentados por Rudnik e Germain [2009]

sua eficiência, ou seja, aumentar a sustentação gerada pelo conjunto formado por asa e superfícies hipersustentadoras. Para uma dada configuração de hipersustentadores a máxima sustentação pode ser aumentada através do aumento da complexidade dos dispositivos (*flap* duplo, triplo, etc.) ou por meio do melhor entendimento dos dispositivos mais simples (*flap* simples). A primeira possibilidade tem impacto direto em custo de manutenção da aeronave e por consequência na atratividade da aeronave. O cenário atual dos aviões em desenvolvimento e dos projetados recentemente mostram uma tendência na direção de simplificar os dispositivos hipersustentadores. Para seguir esta tendência temos que tentar entender ao máximo os fenômenos físicos envolvidos, para que desta forma seja possível extrair a máxima sustentação para uma dada configuração.

As ferramentas numéricas podem ser de grande utilidade, uma vez que permitem o entendimento dos mecanismos básicos que governam a dinâmica dos fluidos em geometrias complexas, como as apresentadas anteriormente. Este entendimento possibilitará um posterior controle ou até mesmo eliminação de comportamentos indesejados. Para tanto, se fazem necessários métodos de solução que representem de forma satisfatória os fenômenos físicos envolvidos em escoamentos com presença de esteiras, grandes separações, gradiente de pressão adverso e confluências de camada limite e esteiras. Estes métodos devem ser capazes de representar os escoamentos em torno das geometrias apresentadas na Fig. 1.4 e ser capaz de reproduzir os deltas de sustentação em função da geometria representadas no gráfico da Fig. 1.5. Vale ressaltar que no presente trabalho iremos no limitar a realizar as simulações e avaliações em um escoamento em um canal com paredes paralelas.

No próximo seção apresentaremos uma breve revisão bibliográfica. Sendo que o intuito desta revisão bibliográfica é levantar os métodos de simulação existentes para solução de escoamentos turbulentos, bem como os problemas associados, com objetivo de tornar possível a utilização de simulação com precisão temporal e espacial em escoamentos como os apresentados nas Figuras 1.2, 1.3 e 1.1. Será dada uma ênfase maior aos métodos capazes de representar melhor a dinâmica da turbulência de forma espacial e temporal.

1.1 Objetivos

O principal objetivo do presente trabalho é elaborar um método de simulação de escoamentos turbulentos que seja capaz de representar o *backscatter*, cascata inversa de energia turbulenta. A verificação desta capacidade será realizada utilizando resultados de simulações DNS em um canal, sendo que os resultados que utilizaremos como referência foram obtidos por Moser *et al.* [1999], del Álamo *et al.* [2004] e Schultz e Flack [2013]. Os resultados de Moser *et al.* [1999] e del Álamo *et al.* [2004] foram obtidos via DNS, já os resultados de Schultz e Flack [2013] foram obtidos experimentalmente. Tomando como base comparações semelhantes às realizadas em Piomelli [1993], Piomelli *et al.* [1991] e Piomelli *et al.* [1990], por exemplo. Quando utilizamos métodos LES, para resolver toda a camada limite, além do

refinamento de malha necessário o método utilizado deveria ser capaz de prever o backscatter que ocorre na buffer-layer, ou seja, o modelo submalha utilizado deve ser capaz de representar a cascata inversa de energia. Entretanto, o que se observa é que os modelos submalha mais simples [Smagorinsky, 1967] não tem esta capacidade e modelos mais complexos muitas vezes levam a divergência da solução, quando tentam levar em consideração os efeitos da cascata inversa, pelo menos é que encontramos na literatura. A alternativa para simulações do tipo LES é considerar malhas, nas proximidades da parede, com refinamento que praticamente não necessite de modelos submalha e assim os efeitos das menores escalas nas maiores são consideradas. A expectativa é que o método que estamos propondo seja capaz de prever os efeitos da *backscatter* no escoamento utilizando malhas bem menos refinadas do que as que seriam necessárias para simulação LES. No presente trabalho também mostraremos que os modelos de turbulência LES apresentam a cascata indireta, porém tendem a subestimar seus efeitos.

Os efeitos das estruturas vorticais submalhas serão introduzidas por meio do modelo de sintetização ou reconstrução da turbulência proposto por Billson [2004]. Iremos verificar se a introdução deste modelo leva a uma melhoria da dinâmica (interações) do escoamento em decorrência da introdução de estruturas vorticais submalha.

As interações entre as estruturas vorticais presentes no escoamento podem ser mensuradas por meio da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta, que por sua vez tem no sinal de seus termos a representação da direção na qual a energia é transferida entre as escalas presentes no escoamento (tamanho das escalas vorticais). Podendo esta ocorrer das maiores escalas para as menores (*forward scatter*) e das menores para as maiores (*backscatter*). Neste trabalho iremos apresentar uma metodologia para determinar as taxas de dissipação da energia cinética turbulenta associadas aos processos de transferência de energia a cascata direta (*forward scatter*) e cascata indireta (*backscatter*). Com base nos resultados obtidos para as taxas de dissipação, serão levantadas as regiões da camada limite onde temos a presença de cada um dos processos de transferência de energia (cascata direta e cascata indireta). No presente trabalho nos limitaremos ao caso do escoamento em um canal com paredes paralelas com $Re_\tau = 395$ e $Re_\tau = 1000$, onde Re_τ é número de Reynolds baseado na velocidade de atrito.

O modelo de turbulência Sparlat-Almaras com relações quadráticas para o tensor das tensões de Reynolds(SA-QCR2013) [Mani *et al.*, 2013] será utilizado para determinação dos termos do tensor das tensões de Reynolds. Desta forma, iremos avaliar o comportamento deste modelo para o caso do escoamento em um canal com paredes paralelas com $Re_\tau = 395$ e $Re_\tau = 1000$.

A viabilização deste trabalho tem como justificativa a obtenção de uma metodologia de simulação numérica, que seja capaz de em um futuro próximo realizar simulações em escoamentos como os apresentados nas figuras Fig. 1.1, Fig. 1.2 e Fig. 1.3.

1.2 Revisão Bibliografica

Atualmente dispomos de três alternativas para solução numérica de escoamentos turbulentos: Simulação numérica direta (DNS, *Direct Numerical Simulation*), Simulação de grandes escalas (LES, *Large Eddy Simulation*) e simulações baseadas em médias de Reynolds ou médias de conjunto (RANS, *Reynolds Averaged Navies-Stokes*), citados na ordem de maior capacidade de representar os fenômenos físicos o que implica em custo computacional maior.

A técnica de solução DNS tem por objetivo resolver numericamente todas as escalas envolvidas nos escoamentos turbulentos, sem a utilização de modelagem matemática em nenhum nível, como consequência inexistente qualquer tipo de hipótese para modelagem da turbulência ou qualquer correlação empírica. Desta forma, os resultados obtidos com esta técnica devem ser equivalentes aos resultados experimentais. No caso de uma malha com refinamento adequado e métodos numéricos que evitem o aparecimento de dispersão e de dissipação, os resultados obtidos com DNS podem ser considerados exatos. A turbulência tem um amplo espectro de escalas de comprimento e tempo, com a razão entre as maiores e as menores escalas de comprimento sendo proporcional ao número de Reynolds elevado a três quartos. Tomando que a turbulência é tridimensional, teremos que a resolução mínima necessária para resolver esta gama de escalas será proporcional ao número de Reynolds elevado a nove quartos [Freire *et al.*, 1998], que representa o número de graus de liberdade presente em um escoamento turbulento. O mesmo raciocínio pode ser aplicado para escala de tempo, o que implica em um número total de passos no tempo proporcional ao número de Reynolds elevado a meio. Com estas aproximações é possível verificar que este tipo de simulação, atualmente só é aplicável para escoamentos extremamente simples (escoamento em um canal, escoamento sobre uma placa plana e turbulência isotrópica) e com número de Reynolds baixo. De qualquer forma, esta técnica vem sendo utilizada em aplicações acadêmicas e tem-se mostrado uma excelente ferramenta para o entendimento da dinâmica da turbulência, possibilitando avanços na modelagem turbulenta.

Com o intuito de possibilitar o cálculo do escoamento em geometrias mais complexas e principalmente aumentar o número de Reynolds, se faz necessário reduzir o número de escalas resolvidas (LES) ou até mesmo passar a não resolver mais nenhuma escala (RANS). Desta forma, estaremos reduzindo o custo computacional em detrimento da representação dos fenômenos da física da turbulência.

As técnicas de solução RANS consistem em resolver as equações médias onde todo espectro de escalas é modelado. Este processo faz surgir nove novas incógnitas, conhecidas como tensões aparentes de Reynolds e fluxos de Reynolds, tornando o problema matematicamente indeterminado. Para promover o fechamento do sistema de equações é necessário modelar os novos termos ou então escrever equações de transporte para os novos termos. A modelagem dos novos termos parte da hipótese de Boussinesq de 1877, que introduz o conceito de viscosidade turbulenta, sendo assumido que as tensões de Reynolds são proporcionais ao tensor taxa de deformação (parte simétrica do gradiente de velocidade), semelhante às

tensões viscosas, a viscosidade turbulenta é o coeficiente de proporcionalidade entre o tensor taxa de deformação e o tensor de Reynolds. Assim, o problema passa a ser determinar a viscosidade turbulenta. Em linhas gerais os modelos de turbulência do tipo RANS com hipótese Boussinesq, consistem em aproximações para determinação de escalas turbulentas associadas ao escoamento, sendo que estas têm grande caráter empírico e forte dependência do tipo de escoamento. Os modelos RANS são normalmente classificados conforme o número de equações, sendo modelos de zero equações, modelo de uma equação e modelos de duas equações. Segundo Wilcox [2002], os modelos RANS que se utilizam do conceito de viscosidade turbulenta (hipótese de Bousinesq) falham na previsão de escoamento onde ocorra mudanças repentinas na taxa de tensões medias, escoamento sob superfícies curvas, escoamento com movimento secundário, escoamento com alta tridimensionalidade e escoamento com separações. Este tipo de modelagem gera tensões de Reynolds isotrópicas, sendo que estas tensões são anisotrópicas para todos escoamentos com presença de paredes solidas. São exemplos deste tipo de abordagem os modelos propostos por Launder e Spalding [1974], Spalart e Allmaras [1992] e Menter [1994] entre outros.

Modelos de turbulência que não utilizam a hipótese de Boussinesq, podem ser obtidos escrevendo equações de transporte para as tensões de Reynolds e mais uma para energia cinética turbulenta, por este motivo são conhecidos como modelos de sete equações ou RSM (*Reynolds Stress Model*), a princípio este seria um modelo mais completo que os modelos baseados na hipótese de Boussinesq e também mais complicado. Possibilita a determinação da anisotropia associada às tensões de Reynolds. Estes modelos são atraentes, pois em tese, tem uma representação mais acurada da turbulência e são capazes de lidar com fenômenos complexos. Entretanto, a prática mostra que este tipo de modelo, além de ser mais caro computacionalmente, tem problemas com convergência e exige uma malha mais refinada que os outros modelos. Este tipo de modelagem pode ser encontrada, por exemplo, em Launder *et al.* [1975], Reynolds e Kassinos [1995], Kassinos *et al.* [2000], Wilcox [2002] e Pope [2003].

Outro tipo de formulação introduz equações algébricas para as tensões de Reynolds, sendo conhecidas como EARSM (*Explicit Algebraic Reynolds Stress Modeling*). Onde equações algébricas são escritas para cada termo do tensor de tensões de Reynolds, formando um sistema de equações e estas são resolvidas numericamente. Maiores detalhes podem ser obtidos em Hamalainen [2001], Pope [2003] e Hellsten [2004], por exemplo.

Uma terceira possibilidade seria a modificação da hipótese de Boussinesq, passando a considerar a obtenção das tensões aparentes de Reynolds por meio de relações não lineares do tensor taxa de deformação e incluir o tensor vorticidade (parte assimétrica do gradiente de velocidade). Para maiores detalhes ver por exemplo Pope [1975], Craft *et al.* [1997], Spalart [2000] e Mani *et al.* [2013].

Em todos os modelos de turbulência do tipo RANS existem coeficientes de ajuste e estes são calibrados com alguns experimentos. Desta maneira é de se esperar que estes modelos sejam limitados às classes de escoamentos que foram calibrados. O grau de empirismo utili-

zado na concepção de um dado modelo pode ser um fator negativo, uma vez que prejudica a sua generalidade com relação às aplicações. Dadas as limitações, podemos afirmar que não existe um melhor modelo de turbulência, e sim uma variedade de modelos que podem ser aplicados em problemas relacionados a escoamentos turbulentos.

Os modelos RANS podem ser aplicados em escoamentos sobre geometrias complexas com certa facilidade, sendo sempre a primeira escolha para solução de problemas de engenharia. Porém, estes modelos sofrem de um problema, que pode até ser considerado como fundamental. Nos modelos RANS todo espectro de escalas turbulentas é modelado, sendo assim este modelo deve representar uma gama ampla de escalas. O comportamento das grandes escalas (grandes vórtices) do escoamento é dependente do tipo de escoamento e fortemente afetados pelas condições de contorno e condições iniciais, sendo assim não parece ser possível modelar os efeitos das grandes escalas de turbulência da mesma maneira em escoamentos que são muito diferentes. Esta, aparente falta de coerência levou ao interesse em novas abordagens, como a Simulação de Grandes Vórtices (LES).

A técnica de solução LES consiste em resolvermos parte do espectro e modelar o restante do espectro, em outras palavras, resolvemos a maiores escalas e modelamos as menores escalas. Um filtro espacial é usualmente empregado nas equações de Navier-Stokes com objetivo de separar as escalas resolvidas (dependente da discretização do domínio computacional) das escalas menores (escalas sub-malha). A base desta metodologia são as hipóteses de Kolmogorov [Kolmogorov, 1941] apud [Pope, 2003], que são: A hipótese de isotropia local de Kolmogorov, primeira e segunda hipótese de similaridade de Kolmogorov. Outro conceito importante é a cascata de energia de Richardson, ou simplesmente cascata direta de energia. O processo de transferência e dissipação de energia cinética turbulenta foi sumarizado por Richardson [Pope, 2003] da seguinte forma: os grandes vórtices transferem energia aos pequenos vórtices estes para os menores até serem completamente dissipados pela viscosidade. Em geral as grandes escalas são anisotrópicas e dependentes das condições de contorno. A anisotropia, bem como a dependência das condições de contorno das grandes escalas são perdidas no processo caótico de redução de escalas - cascata direta de energia.

A divisão do escoamento segundo as hipóteses de Kolmogorov [Kolmogorov, 1941] apud [Pope, 2003], em tese, garantiria a aplicação da metodologia de simulação das grandes escalas (LES) para qualquer tipo de escoamento. Como dito anteriormente, esta metodologia consiste em resolver as grandes escalas e modelar as menores (escalas inerciais e escalas dissipativas), sendo que as grandes escalas dependem fortemente do tipo de escoamento e as menores tem um caráter universal, podem ser tratadas de forma igual para qualquer tipo de escoamento. Provavelmente com isto em mente, Smagorinsky [1967], Lilly [1967] e Deardorff [1970] dividiram o campo turbulento em uma parte relacionada às flutuações de pequenas escalas (sub-malha) e outra relacionada as grandes escalas ou grandes vórtices. Leonard [1975] considerou as grandes escalas como sendo o resultado obtido depois da filtragem dos campos do escoamento. A solução das equações de Navier-Stokes filtradas possibilita a obtenção das grandes estruturas responsáveis pelo transporte de energia e quantidade

de movimento. As equações obtidas após o processo de filtragem [Rogallo e Moin, 1984] são semelhantes as obtidas pela média de Reynolds (RANS). Sendo a parte crucial para o sucesso da metodologia LES os modelos empregados para gerar as tensões submalha, que são equivalentes as tensões de Reynolds nos modelos RANS. A diferença entre os processos para obtenção das equações de RANS e LES consiste em: Os modelos RANS consistem na separação das escalas propostas por Reynolds, onde o escoamento é separado em campo médio e flutuações, no caso de LES a separação de baixa e alta frequência é realizada através de um processo de filtragem, onde o comprimento característico do filtro que determina a frequência de corte (divisão entre escalas de alta e baixa frequência). Este comprimento depende da discretização da malha computacional (refinamento da malha).

Como dito anteriormente, o efeito das escalas submalha deve ser modelado, sendo que estes têm por objetivo extrair energia das escalas resolvidas, tentando representar a transferência de energia das grandes escalas para as pequenas (cascata direta de energia). Os modelos mais populares em LES são os modelos submalha de Smagorinsky inicialmente proposto por Smagorinsky [1967] e modelo Dinâmico proposto inicialmente por Germano *et al.* [1991]. Ambos os modelos são baseados na hipótese de Boussinesq para determinar as tensões submalha. A viscosidade turbulenta submalha depende de uma constante, conhecida como constante de Smagorinsky. No caso do modelo de Smagorinsky [1967] a constante é realmente uma "constante", no sentido dela ser igual em todo o domínio. Já no caso de Germano *et al.* [1991] esta constante passa a variar no domínio computacional.

Nas regiões do escoamento próximas às paredes ou em escoamento com transição é sabido ([Piomelli *et al.*, 1990] e [Piomelli, 1999]) que as tensões submalha devem ser diminuídas, pois os modelos sub-malha geram uma dissipação muito elevada quando comparadas com a dissipação presente no escoamento real. Isto pode ser obtido segundo Piomelli *et al.* [1990] por vários tipos correções ad hoc, com por exemplo as funções de amortecimento de van Driest, que reduzem a viscosidade turbulenta submalha em função da distância normal à parede mais próxima. Entretanto, esta dependência com a distância às paredes é uma característica não desejável, uma vez que as tensões submalha deveriam depender apenas das condições locais do escoamento o que tornaria o modelo independentemente do tipo de escoamento.

A constante de Smagorinsky não é de fato uma constante, uma vez que esta apresenta grande dependência com o tipo de escoamento. Sendo assim, muitos trabalhos utilizam esta constante para ajustar o resultado na tentativa de fazer o modelo representar melhor o escoamento em estudo.

Por meio da hipótese de similaridade do comportamento das menores escalas, onde a menor escala tem características semelhantes a escalas com o dobro do seu tamanho, podemos assim modelar estas escalas de forma semelhantes, Germano *et al.* [1991] desenvolveu o modelo dinâmico. Esta proposta não é de fato um novo modelo submalha, mas sim uma metodologia para determinação da constante de Smagorinsky (C_s) de forma dinâmica. Onde o C_s passa a variar temporalmente e espacialmente. O processo de determinação do C_s consiste na aplicação de dois processos de filtragem, onde a primeira filtragem é a utilizada

nas equações para solução das grandes escalas do escoamento e a segunda filtragem (filtro teste) é realizada com um filtro com tamanho característico igual ao dobro do primeiro. Este processo pode gerar regiões onde ocorrem instabilidades na solução numérica, sendo estas associadas a regiões com valores de viscosidade turbulenta negativas.

Lilly [1992] propôs uma modificação no modelo dinâmico, onde C_s é determinado de tal forma que minimiza o erro quadrado entre tensões resolvidas associadas as escalas entres os filtros (teste e utilizado para solução das grandes escalas) e a diferença obtida pelo modelo submalha de Smagorinsky entre os filtros. A proposta de Lilly [1992] é a mais utilizada, não sofrendo com o problema apontado para a metodologia de Germano *et al.* [1991].

A metodologia de Germano *et al.* [1991] com e sem a modificação de Lilly [1992] permite uma grande variação da viscosidade turbulenta submalha, podendo até levar ao aparecimento de regiões com viscosidade turbulenta submalha negativas Meneveau e Katz [2000]. Sendo que isto pode levar a instabilidades no método numérico levando a divergência do cálculo. A metodologia obtida por Germano *et al.* [1991] e Lilly [1992], normalmente é utilizada considerando a média em uma dada região do espaço (plano paralelo a parede, por exemplo) tentando com isto evitar os problemas decorrentes de viscosidade negativa. Utilizando este procedimento Piomelli [1993] obteve bons resultados com a simulação de escoamento em um canal, neste trabalho o coeficiente C_s foi obtido considerando a média em um plano paralelo a parede do canal. A simulação de Piomelli [1993], em um canal de paredes paralelas com escoamento completamente desenvolvido, se mostrou capaz de reproduzir o comportamento do escoamento junto a parede. A questão do refinamento da malha junto a parede não foi avaliada.

Na média a energia das grandes escalas turbilhonares é transferida para as pequenas escalas, cascata de energia de Richardson, este processo é conhecido com cascata direta (forward scatter). No decorrer desta introdução citaremos alguns trabalhos que mostram que além da cascata direta ocorre também a cascata inversa de energia (backscatter), energia é transferida das escalas menores para as maiores.

Piomelli *et al.* [1990] em estudos de transição em escoamento com simulações do tipo LES, percebeu que o crescimento das perturbações, na região de transição do escoamento laminar para o turbulento, é afetado pelo processo de cascata inversa de energia ou backscatter. A utilização de modelo submalha que desconsidera este efeito tende a introduzir erros na simulação, em decorrência do excesso de dissipação introduzida pelo modelo. Levando, assim a um retardamento da transição, uma vez que ocorre uma inibição do crescimento das perturbações.

Piomelli *et al.* [1991] aponta que aproximadamente cinquenta por cento dos pontos da malha sofrem backscatter, esta observação foi feita através de simulações em escoamentos com transição, totalmente turbulento em um canal e em um caso de turbulência isotrópica compressível, utilizando o filtro espacial de Fourier. O efeito é menor quando o processo de filtragem é realizado com filtro baseado em uma Gaussiana, segundo Piomelli *et al.* [1991] isto ocorre, já que este filtro permite diminuir as escalas submalhas. Para maiores detalhes

com relação a formulação dos filtros ver Pope [2003] e ou Sagaut [2006]. O principal ponto neste trabalho é que a determinação da energia transferida das pequenas escalas para as escalas maiores depende do filtro utilizado no processo de filtragem espacial das equações de Navier Stokes. Porém, este trabalho demonstra que o backscatter está presente em ambos os processos de filtragem.

Mason e Thomson [1992] definem que, no espaço espectral o fenômeno de backscatter representa as interações entre as escalas submalhas que transferem energia para as escalas resolvidas. Já no espaço físico, este processo é percebido como flutuações nas tensões submalha. A cascata inversa de energia não contraria a versão da cascata direta, já que seu efeito é diminuir a dissipação, sendo que a transferência de energia média ainda continua sendo das grandes escalas para as menores.

Os modelos submalha baseados na hipótese de Boussinesq para viscosidade turbulenta (eddy viscosity) são por definição modelos que introduzem apenas dissipação (apenas o processo de drenagem ou extração da energia turbulenta, através da dissipação). O modelo de Smagorinsky utiliza a hipótese de Boussinesq, isto necessariamente impede o aparecimento da cascata inversa de energia. A consideração deste fenômeno nos modelos submalha, principalmente para simulação LES em escoamento com fronteiras sólidas, é considerada uma prática desejável ([Mason e Thomson, 1992] e [Piomelli, 1993]) quando se deseja obter resultados acurados em escoamento próximos de parede. Entretanto, este fenômeno é muitas vezes desconsiderado já que o entendimento físico ainda não é claro o suficiente. Outra dificuldade que surge quando incluímos o processo de cascata inverso na formulação de modelos submalha é que este processo requer a adição de fontes nas equações, o que segundo Sagaut [2006] pode causar problemas numéricos. Podemos ressaltar que este último será ainda mais relevante quando utilizamos esquema de discretização com pouca ou quase nenhuma dissipação artificial ou numérica (a ausência de dissipação artificial ou numérica é um requisito para obtenção de simulações LES com qualidade). Os processos de transferência de energia entre as escalas por meio da cascata direta (*forward scatter*) e cascata inversa (*backscatter*) tem magnitude comparáveis [Westbury *et al.*, 2004].

Um dos modelos submalha mais utilizados em simulações do tipo LES é o modelo proposto por Smagorinsky [1967] e Lilly [1967] apud Sagaut [2006], que utiliza a hipótese de viscosidade turbulenta de Boussinesq na sua formulação. A versão dinâmica deste modelo, proposta por Germano *et al.* [1991] é considerada como capaz de incluir o efeito da cascata invertida, Piomelli [1993] argumenta que esta capacidade reside no fato do modelo ser capaz de diminuir a viscosidade turbulenta. Em algumas regiões a viscosidade turbulenta pode assumir valores negativos o que na média faz com que a viscosidade turbulenta seja diminuída, esta característica pode levar a instabilidade na solução numérica ([Berselli *et al.*, 2010]), desta forma, normalmente se limita a viscosidade turbulenta a valores positivos.

Segundo Sagaut [2006] os modelos para levar em conta a presença da cascata inversa de energia em modelos de turbulência LES são pouco utilizados por três motivos. Primeiro, a intensidade do retorno de energia devido a cascata invertida é pequena quando comparada

com intensidade associada a cascata direta, esta afirmação esta relacionda com turbulência isotropica e homogenea. Segundo, a introdução deste tipo de efeito leva a instabilidades numéricas. Por último, [Sagaut \[2006\]](#) afirma que o papel deste mecanismo na dinâmica do escoamento ainda é pouco entendido. De qualquer forma, [Sagaut \[2006\]](#) indica que os modelos para introduzir o *backscatter* podem ser divididos em dois grupos, que são:

- Adicionar um termo estocástico ao campo de variaveis resolvido.
- Modificando o modelo submalha com intuito de introduzir uma diminuição da viscosidade turbulenta decorrente do processo de cascata invertida, uma vez que este processo é representado por viscosidade negativa.

A análise dos resultados de simulação DNS realizado por [Cimarelli e Angelis \[2011\]](#), demonstrou que a cascata inversa de energia (backscatter) é significativa na região da buffer layer da camada limite. A energia é transferida tanto das pequenas escalas para as maiores como das maiores escalas para as menores, uma faixa intermediária de escalas perde energia para alimentar as pequenas (cascata de energia convencional) e as grandes (cascata inversa de energia).

A utilização de modelos de turbulência do tipo LES com modelos submalha convencionais (apenas drenam a energia que caminha das grandes escalas para pequenas escalas) em escoamento com presença de paredes sólidas, se consideramos que os efeitos de backscatter são significativos nas regiões próxima a parede, só são possíveis com malhas que sejam capazes de resolver praticamente todas as escalas da turbulência, retirando assim qualquer efeito do modelos submalha, que tem a característica de drenar a energia transportada das grandes escalas para as pequenas escalas. Para escoamentos com geometria simples, por exemplo em canal formado por placas planas e ou escoamento sob uma placa, esta abordagem parece razoável. Porém com geometrias complexas, como por exemplo aeronaves com hipersustentadores, esta possibilidade se torna impraticável. Desta forma, temos que buscar uma maneira de contornar as dificuldades em incluir os efeitos de parede e o *backscatter* na abordagem de simulação do escoamento turbulento e com isto tentar verificar a sua real importância na dinâmica do escoamento.

Com intuito de viabilizar a aplicação de simulação do tipo LES em aplicações de engenharia foram introduzidos formas para resolver o escoamento próximo a paredes sólidas por meio de métodos híbridos RANS/LES, que tem por objetivo principal reduzir o custo computacional. Estes métodos podem ser divididos em dois grupos: os que são uma mistura das formulações LES e RANS, sendo ambas as formulações resolvidas de forma simultânea e os que necessitam de uma solução inicial do tipo RANS. A idéia básica por de trás do primeiro método é separar as regiões de aplicações dos modelos, normalmente as regiões próximas a paredes viscosas são modelados por meio de formulações RANS e as regiões externas a camada limite e ou regiões onde o escoamento apresenta descolamentos são tratadas com modelos LES, o trabalho de [Schumann \[1975\]](#) foi primeiro nesta linha. A segunda se baseia

na solução das equações de Navier Stokes escrita para as flutuações, foi proposta inicialmente por Morris *et al.* [1997] em aplicações para aeroacústica, as equações obtidas neste trabalho receberam o nome de *NonLinear Disturbance Equations* (NLDE).

A região próxima à parede ou em alguns casos toda a camada limite passa a ser modelada o que implica em uma diminuição da necessidade de refinamento de malha. Os modelos de parede que tipicamente são utilizados em simulações LES e que podem ser considerados como modelos híbridos RANS/LES são de três tipos. O primeiro especifica a tensão cisalhante na parede com condição de contorno, os pontos computacionais logo acima da parede devem estar no mínimo na região logarítmica da camada limite (utilização de função de parede para determinação da tensão cisalhante) este tipo de implementação é encontrado em Schumann [1975] e Piomelli *et al.* [1989]. O segundo tipo de modelo consiste em resolver a região mais externa da camada limite (outer region) com modelos LES e região mais interna (inner region) com modelos RANS encontrado em Balaras *et al.* [1996] apud Chyczewski *et al.* [2000]. A terceira forma é similar à segunda, sendo que neste caso não são especificadas regiões com formulações turbulentas distintas (RANS e LES) e sim a transição é feita através da viscosidade turbulenta, que transiciona suavemente do tipo RANS (próximo da parede) para tipo LES, esta transição de RANS para LES é feita de forma suave dependendo da resolução da malha, esta forma de tratamento dos efeitos de parede é encontrada em Speziale [1998]. A evolução da última forma pode ser observada nos trabalhos: Spalart *et al.* [1997], Piomelli *et al.* [2003], Batten *et al.* [2003], Batten *et al.* [2002], Spalart *et al.* [2006], Davidson e Billson [2006], Larsson *et al.* [2007] e Spalart [2009]. Na interface entre a região RANS e região LES ocorre uma inconsistência, uma vez que temos disponível apenas campos do escoamento em regime permanente na região RANS e necessitamos campos com variação temporal quando passamos para as regiões LES. Esta inconsistência é tratada nos trabalhos de Batten *et al.* [2002], Batten *et al.* [2003], Davidson e Billson [2006] e Larsson *et al.* [2007]. Em linha geral estes trabalhos resolvem este problema introduzindo na interface entre as regiões RANS e LES uma variação temporal, que se traduz na introdução de flutuações em torno da média temporal ou de conjunto dos campos do escoamento, são incorporadas aos campos médios por meio de modelos de sintetização ou reconstrução das flutuações turbulentas. Vale ressaltar que as flutuações são construídas com número de onda maiores que o definido com escala de comprimento utilizada no processo de filtragem das equações de Navier-Stokes, ou seja, alteram apenas os campos resolvidos e não introduzem efeitos de *backscatter* das escalas não resolvidas (submalha).

Morris *et al.* [1997], como mencionado anteriormente, obtiveram as equações de perturbações (flutuações) não lineares (NLDE) dividindo os campos do escoamento em média mais perturbação em torno da média. O escoamento médio neste trabalho é obtido por meio de metodologias do tipo RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) vindas de uma solução previamente obtida, enquanto que as perturbações em torno da média (contem as características transitórias do escoamento e ou campo acústico) são obtidas através da solução das equações NLDE. A proposta original era dividir os campos do escoamento em campos médio, que se-

riam obtido com métodos tradicionais de CFD, modelos de turbulência RANS e esquemas de discretização espacial de baixa ordem, e partes transitórias devido as flutuações turbulentas e ao campo acústico, que seriam obtidas com métodos de discretização espacial e integração temporal de alta ordem. Esta abordagem foi utilizada em métodos CAA (Computational Aero Acoustic). *Morris et al. [1997]* utilizaram as equações NLDE para determinação e propagação de fontes sonoras no campo próximo (região onde escoamento e campo acústicos tem praticamente a mesma relevância). A principal simplificação encontrada no trabalho de *Morris et al. [1997]* é desprezar os efeitos viscosos no sistema de equações final, levando em conta que as flutuações devido as grandes escalas tem natureza não viscosa,. Esta simplificação, considerando que o citado trabalho foi desenvolvido no contexto de acústica, seria razoável. Porém as equações são aplicadas no campo próximo onde efeitos viscosos podem ser relevantes, pelo menos no que diz respeito ao campo turbulento e ao acoplamento entre campo acústico e turbulento. Por outro lado esta abordagem abre uma nova linha de pesquisa, sendo seu principal intuito reduzir a necessidade de malhas extremamente refinadas para obtenção de soluções do tipo LES e DNS. Os estudos de *Morris et al. [1997]* foram concentrados em simulações de jatos e com foco principal na determinação do campo acústico, para tanto utilizaram esquemas de quarta ordem para discretização espacial e Rung-Kutta de quarta ordem para integração no tempo, com intuito de preservar as características não dissipativas e não dispersivas do campo acústico.

A metodologia proposta por *Morris et al. [1997]* depende da existência de um campo médio, termo fonte das equações NLDE. Em alguns tipos de escoamento, como por exemplo, em casos com separações massivas, a obtenção de uma solução de regime permanente convergido pode ser uma tarefa difícil para não dizer impossível. A princípio esta restrição poderia ser retirada se consideramos a determinação da média ao longo da simulação, ou seja, acoplar a média com a evolução temporal das flutuações turbulentas determinadas por meio da solução das equações NLDE, possibilitando a correção de possíveis erros cometidos na obtenção do campo médio. No trabalho de *Morris et al. [1997]* este acoplamento é em mão única, apenas as flutuações turbulentas são influenciadas pelo campo médio. Já o modelo de turbulência RANS a ser utilizado, para obtenção do campo médio a princípio pode ser qualquer, ou seja, pode-se utilizar o modelo de turbulência RANS mais adequado ao problema em estudo. Entretanto, dependendo do modelo hipóteses adicionais serão necessárias, principalmente quando as tensões de Reynolds forem anisotrópicas e modelo de turbulência utilizado não dá suporte para tal.

A primeira aplicação das equações NLDE em escoamentos com paredes sólidas viscosas foi realizado por *Chyczewski et al. [2000]*. Neste trabalho as equações NLDE foram obtidas a partir das equações de Navier-Stokes filtradas espacialmente (NLDE-LES). Os campos filtrados do escoamento foram divididos em um campo médio (média temporal), obtido assim como em *Morris et al. [1997]* a partir de uma solução RANS previa do escoamento, e uma flutuação. Esta decomposição difere da utilizada por *Morris et al. [1997]* uma vez que apenas a parte resolvida do escoamento é considerada na decomposição. Todos os termos

da equação que não contém os termos de flutuações foram considerados como termos fonte. Como resultado final foi obtido um sistema de equações que possibilita a solução dos campos de flutuações do escoamento. Os termos submalha foram modelados através do modelo submalha de Smagorinsky [Smagorinsky, 1967], o que implica que este modelo não leva em conta os efeitos decorrentes do *backscatter*. Os casos estudados neste trabalho foram escoamentos sob uma placa plana e em um canal. Segundo Chyczewski *et al.* [2000], os resultados obtidos para os casos mencionados apresentaram boa concordância com outros resultados LES encontrados na literatura.

Hansen e Long [2002] realizaram comparações de várias formulações de LES, incluindo uma baseada nas equações NLDE, semelhante a Chyczewski *et al.* [2000]. Em seus experimentos numéricos com escoamento em torno de cilindro circular com número de Reynolds igual 3900 e número de Mach 0.20, verificaram que a região de recirculação era menor em todas as soluções numéricas (LES e NLDE-LES) e que o arrasto era maior, quando comparado com os resultados experimentais. Segundo o autor estas diferenças estão mais relacionadas com a dissipação numérica que é inerente ao esquema upwind de Roe utilizada na discretização espacial. Nestes trabalhos todas as malhas utilizadas eram não estruturadas, o que introduz mais difusão numérica, que no fim das contas se traduz em maior dissipação. Sendo assim a combinação do tipo de malha mais método numérico é de suma importância para uma previsão numérica mais acurada, uma vez que uma escolha mal feita pode levar a uma dissipação efetiva muito maior do que a prevista inicialmente.

A formulação geral de NLDE compressível e incompressível foi obtida no trabalho de Labourasse e Sagaut [2002], baseado em métodos multiníveis para LES (Multilevel LES). Neste trabalho também é proposto uma metodologia capaz de reduzir o domínio de cálculo utilizando NLDE-LES nos casos onde a produção de turbulência for restrita a uma pequena região do escoamento. Por meio de experimentos numéricos, mostrou-se que quando o escoamento médio é corretamente previsto por formulações do tipo RANS, uma malha mais grossa que a necessária para uma simulação LES pode ser empregada, sem que ocorra perda de precisão, as comparações foram realizadas considerando modelos LES. Labourasse e Sagaut [2002] também mostraram que o seu método híbrido é capaz de melhorar a solução média do escoamento, para tanto os campos médios devem ser recalculados ao longo da simulação. Vale ressaltar que o modelo submalha utilizado por Labourasse e Sagaut [2002] não é capaz de reproduzir efeitos de *backscatter* uma vez que este leva em conta apenas dissipação, as características deste modelo podem ser encontradas em Sagaut [2006]. De qualquer forma, os resultados obtidos por Labourasse e Sagaut [2002] são bastante interessantes. Uma vez que mostraram que a metodologia baseada nas equações NLDE é capaz de gerar resultados semelhantes aos resultados obtidos com LES baseado em Navier Stokes, com malhas cerca de trinta por cento menores.

Batten *et al.* [2004b] utilizaram as equações NLDE, assim como feito por Morris *et al.* [1997], para solução do campo acústico e a determinação das fontes acústicas. A diferença com relação a Morris *et al.* [1997] está no fato que Batten *et al.* [2004b] mantiveram os ter-

mos viscosos da equação, com intuito de obter, no limite de refinamento de malha, soluções semelhantes as obtidas via DNS. A divisão entre as escalas resolvidas (que a malha dá suporte para sua obtenção) e a parte não resolvida (flutuações submalha, onde a malha não dá suporte para sua obtenção) é obtida de forma implícita, ou seja, é realizada por meio de um comprimento característico do elemento malha, não sendo conhecido *a priori*. Nesta metodologia as flutuações turbulentas no campo próximo (onde temos flutuações turbulentas misturadas com flutuações acústicas) são introduzidas via métodos de reconstrução ou sintetização. Estas flutuações são introduzidas considerando que o número de onda máximo é obtido por meio do comprimento característico do elemento de malha onde as flutuações estão sendo introduzidas.

A reconstrução das flutuações turbulentas nos métodos apresentados até o presente momento são utilizadas para introduzir flutuações limitadas pelo comprimento característico dos elementos da malha, ou seja, estas flutuações estão associadas a escalas de comprimento maiores que os característicos da malha. Smirnov *et al.* [2001] mencionam que poderíamos utilizar os modelos de reconstrução ou sintetização da turbulência para gerar flutuações submalha, com escalas de comprimento menores que a da malha, ou seja, utilizar os modelos de sintetização das flutuações turbulentas para reconstruir todo espectro da turbulência. A utilização de modelos de sintetização ou reconstrução estocásticos para introduzir os efeitos das estruturas vorticais submalha já havia sido indicada por Leith [1990] apud Sagaut [2006], [Mason e Thomson, 1992] e [Schumann, 1995] apud Sagaut [2006] para modelos de turbulência do tipo LES. Entretanto, este tipo de modelo ainda não havia sido implementado em modelos híbridos baseados nas equações NLDE, com esta abordagem os efeitos das flutuações das tensões submalha nas escalas resolvidas são incorporados de forma direta. No presente trabalho será elaborada uma forma de construir modelos submalha através de sintetização da turbulência de uma forma diferente. Vale ressaltar que Smirnov *et al.* [2001] apenas citou a possibilidade da utilização de modelos de reconstrução estocásticos, mas não elaborou nenhuma formulação.

Tucker [2011] aponta que flutuações vindas das equações NLDE não são capazes de interagir com o campo médio (parte que vem da solução RANS), ou seja, o acoplamento com o campo médio é feito em mão única. Por outro lado, Labourasse e Sagaut [2002] indicam que a solução das flutuações através de NLDE é capaz de incorporar diferenças no campo médio devido a erros da modelagem de turbulência RANS utilizada, ou seja, o campo de flutuações determinado com NLDE incorpora informações do campo médio, a média poderia ser redefinida com estas informações. As equações de NLDE pressupõem que exista uma solução de regime permanente para o escoamento em estudo, ou seja, pressupõem a existência de uma solução do tipo RANS. Em escoamento altamente transitório, onde não seja possível obter uma solução RANS que represente o fenômeno físico, teríamos que a utilização das equações NLDE não seria mais representativa. Porém, como citado anteriormente, as equações NLDE são capazes de corrigir o campo médio, as limitações para este tipo de correção não são encontrados na literatura. De qualquer forma este seria um processo extremamente caro uma

vez que a determinação da média deveria ser realizada com períodos de tempo extremamente grandes, para impossibilitar que esta varie com o tempo. Se por outro lado determinarmos a média através de amostras seria possível melhorar a capacidade do método em representar o problema físico. Este tipo de abordagem implicaria em um campo médio com variação temporal algo semelhante à URANS (Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes), quando o tempo de simulação for grande o suficiente (número de amostras "muito grande") este campo médio se tornasse independente do tempo. No método de Labourasse e Sagaut [2002], onde o campo médio que é considerado independente do tempo, apontaram que o este processo de se recalcular os campos médios levaria ao surgimento de instabilidades no método numérico. Já no contexto do método proposto por Batten *et al.* [2004b] isto implicaria em recalculer o termo referente ao campo médio a cada passo de tempo. Tanto Batten *et al.* [2004b] quanto Labourasse e Sagaut [2002] citam que a impossibilidade de se obter uma solução de regime permanente para o campo médio implicaria que as equações NDLE perderiam a validade, porém ambos os métodos não recalculam a média e os termos forçantes de suas equações.

No trabalho de Wu [2017] temos uma revisão bibliográfica dos métodos de sintetização de turbulência, porém esta é voltada para geração de condições contorno de entrada para simulações LES e interface entre domínios RANS e LES (simulações híbridas). Desta forma, não é mencionada a utilização de modelos de sintetização da turbulência na geração de flutuações para compensar o fato dos modelos de turbulência não serem capazes de representar os efeitos *backscatter* devido as estruturas submalhas.

Os modelos de sintetização da turbulência podem ser divididos em três grupos principais [Patruno e Ricci, 2017]. No primeiro grupo, o campo de flutuações de velocidades é gerado em cada ponto do domínio computacional por meio de uma correlação espacial imposta. A grande desvantagem deste método é que para manter a correlação espacial, o campo de velocidades não pode ser gerado de forma independente em cada ponto do domínio computacional. Este tipo de método se desenvolveu inicialmente com o trabalho de Hoshiya [1972] apud [Patruno e Ricci, 2017] e posteriormente desenvolvido e aplicado nos trabalhos de Béchara *et al.* [1994], Kondo e Murakami [1997], Klein *et al.* [2003], Kempf *et al.* [2005], di Mare *et al.* [2006], Veloudis *et al.* [2007], Xie e Castro [2008], Fathali *et al.* [2008], Toubert e Sandham [2009], Kim *et al.* [2013], Dietzel *et al.* [2014], Saghafian *et al.* [2015] e PDhamankar e Lyrantzis [2015], boa parte destas referências foram extraída de Wu [2017]. Sendo que estas referências tratam da aplicação deste primeiro grupo de modelos de sintetização da turbulência para gerar condição de contorno de entrada e flutuações para simulações de campo acústico.

O segundo grupo, segundo Patruno e Ricci [2017], consiste de modelos de sintetização da turbulência que se baseiam na ideia de que os termos médios e momentos estatísticos de segunda ordem podem ser representados pela superposição de estruturas vorticais coerentes, sendo que esta ideia foi inicialmente sugerida por Marusic e Perry [1995] apud Wu [2017] e Perry e Chong [1982] apud Wu [2017]. A formulação matemática para este método pode ser encontrada em Jarrin *et al.* [2006], Mathey *et al.* [2006] e Poletto *et al.* [2013]. O método

proposto por Jarrin *et al.* [2006] não garantia que o campo de velocidades sintetizado tivesse divergente nulo, violando a equação da conservação da massa para o caso de escoamento incompressível. Poletto *et al.* [2013] introduziu modificações no método de Jarrin *et al.* [2006] para forçar que o divergente do campo de velocidades sintetizada fosse nulo. Aplicações deste tipo de metodologia podem ser encontradas em Abboud e Smith [2014] para gerar condição de contorno com flutuações turbulentas na entrada do domínio computacional em simulação de jato como modelo de turbulência do tipo LES. No caso de Kim e Haeri [2015] a aplicação é semelhante, gerar condição de contorno de entrada, só que neste caso o intuito era calcular o ruído gerado por aerofolios. O campo flutuações de velocidades geradas por este tipo de metodologia tem correlação temporal e espacial, porém não existe um controle sobre o espectro de energia gerado.

O terceiro grupo se baseia em Kraichnan [1970], onde o campo de flutuações de velocidades é aproximado por uma somatória dos modos Fourier. A evolução e aplicações de métodos que fazem parte desta categoria podem ser encontrados em Bailly e Juvé [1999], Smirnov *et al.* [2001], Batten *et al.* [2002], Batten *et al.* [2003], Batten *et al.* [2004a], Batten *et al.* [2004b], Keating e Piomelli [2004], Keating *et al.* [2004], Davidson e Billson [2006], Keating *et al.* [2006], Sagaut *et al.* [2006], Larsson *et al.* [2007], Gloerfelt e Garrec [2008], Xie e Castro [2008], Tabor e Baba-Ahmadi [2010], Huang *et al.* [2010], Montomoli e Eastwood [2011], Castro e Paz [2013], Dagnew e Bitsuamlak [2013], Shur *et al.* [2014], Yu e Bai [2014], Zhang *et al.* [2015], Li *et al.* [2015] e Yan e Li [2015], por exemplo. As aplicações são basicamente cálculo de campo acústico, condições de contorno de entrada para simulações com modelo de turbulência LES e nas interfaces entre as formulações RANS e LES em simulações com modelos de turbulência híbridos RANS/LES. Em nenhum momento estes modelos são aplicados com intuito de intruzduzir o efeito das escalas submalha (*backscatter*), dentre os quais, gostaríamos de destacar os modelos sintetização de turbulência de Smirnov *et al.* [2001], Batten *et al.* [2002] e Batten *et al.* [2003] e Billson [2004], onde por meio de um processo de escalonamento tensorial e projeção das tensões de Reynolds geradas pelo campo de flutuações de velocidades sintetizadas, inicialmente proposto por Lund [1998], são capazes de reproduzir o tensor das tensões de Reynolds com sua anisotropia. Segundo [Patruno e Ricci, 2017] metodologias deste grupo são as mais utilizadas e promissoras técnicas de sintetização de turbulência, em decorrência de flexibilidade e eficiência computacional.

Dentre as variações deste terceiro grupo gostaria de resaltar a proposta apresentada por Billson [2004] que, no momento da escolha da metodologia de sintetização das flutuações turbulentas, era um dos poucos que gerava um campo de flutuações de velocidades turbulentas que respeitava a conservação da massa, ou seja, divergente nulo no caso de escoamento incompressível.

A proposta para tentar elaborar uma metodologia para solução de escoamentos turbulentos parte dos trabalhos de Morris *et al.* [1997] e Batten *et al.* [2004b] que se baseiam nas equações NLDE (*Non-linear Disturbance Equations*). Nestes trabalhos, o campo de flutuações é obtido por meio da solução numérica das equações NLDE com simplificações, que se

justificam pela natureza do problema que se pretendia resolver. Originalmente, nenhuma das abordagens considerava a introdução do *backscatter*. Os métodos que gostaríamos de ressaltar como bons candidatos para introduzir *backscatter* por meio da incorporação de flutuações submalha, que podem ser introduzidas via modelos de sintetização da turbulência, são os apresentados por Smirnov *et al.* [2001], Batten *et al.* [2003] e Billson [2004]. No presente trabalho utilizaremos apenas o método proposto por Billson [2004], mais detalhes desta abordagem são fornecidos na secção 2.3.2 deste documento.

Keating e Piomelli [2004] e Keating *et al.* [2004] realizaram simulações com modelagem de turbulência LES em escoamento turbulento desenvolvido em canal e sob uma placa plana. As condições turbulentas na entrada dos escoamentos foram geradas com o método proposto por Batten *et al.* [2003]. Neste trabalho foi verificado que o comprimento de transição (região onde o escoamento não apresenta níveis de turbulência adequados) para o caso da placa era 25 espessuras da camada limite, para o caso do canal este comprimento ficou em torno de 20 a 25 vezes a altura do canal. Na Fig. 1.6 podemos ver o desenvolvimento das estruturas vorticais no caso do escoamento no canal. Estas visualizações foram obtidas por meio do critério Q. Este estudo foi incluído para ressaltar que os modelos de sintetização ou reconstrução das flutuações turbulentas podem gerar campos de flutuações, que não respeitem a física envolvida no problema. Os modelos deveriam ser melhorados e analisados, assim como feito nos trabalhos de Keating e Piomelli [2004] e Keating *et al.* [2004]. No presente trabalho não serão analisados os modelos disponíveis na literatura e nem serão propostas novas metodologias, isto foi assim definido por uma questão de prazo para conclusão do trabalho. Iremos apenas adotar de forma Ad-hoc o modelo de sintetização da turbulência proposto por Billson [2004] para iniciar as avaliações do efeito da introdução de flutuações submalha na solução das equações NLDE propostas na secção 2.3.

1.3 Contribuições

As principais contribuições deste trabalho são as seguintes:

- 1. A elaboração, implementação e aplicação de uma nova metodologia para solução do escoamento turbulento com capacidade de representar os efeitos da cascata direta (*forward scatter*) e cascata indireta ou reversa (*backscatter*) na dinâmica do escoamento.
- 2. A introdução de flutuações turbulentas submalha via modelo de sintetização ou reconstrução da turbulência proposto por [Billson, 2004].
- 3. O desenvolvimento de uma metodologia para calcular as taxas de dissipação relacionadas com o processo cascata direta de (*forward scatter*) e de cascata indireta ou reversa (*backscatter*) da energia cinética turbulenta.

Figura 1.6: Desenvolvimento espacialmente das estruturas vorticais no escoamento em um canal, isosuperfícies de $Q = 1$. (a) Utilizando o método de [Batten et al. \[2003\]](#), (b) Utilizando método de [Batten et al. \[2003\]](#) mais modificações no modelo LES; Figura extraída de [Keating e Piomelli \[2004\]](#).

- 4. A verificação de que o escoamento em um canal com paredes paralelas apresenta os *backscatter* em todas as regiões da camada limite (subcamada laminar, *buffer layer* e logarítmica) do canal. Este comportamento foi verificado para $Re_\tau = 395$ e $Re_\tau = 1000$.
- 5. A avaliação do modelo de turbulência Sparlat-Almaras, com relações quadráticas para o tensor das tensões de Reynolds (SA-QCR2013) proposto por [Mani et al. \[2013\]](#), mostrou que este modelo é inadequado para calcular o tensor de Reynolds no caso do escoamento em um canal com paredes paralelas com $Re_\tau = 395$ e $Re_\tau = 1000$.

1.4 Organização do Trabalho

No Capítulo 2, apresentam-se as metodologias utilizadas para solução do escoamento turbulento bem como os conceitos relevantes para descrição destas metodologias. Vale ressaltar que na seção 2.3 será apresentada a proposta de metodologia para solução do escoamento turbulento, que é a principal contribuição do presente trabalho. No Capítulo 3, são apresentados e analisados os resultados para o escoamento em um canal com paredes paralelas com $Re_\tau = 395$ e $Re_\tau = 1000$, sendo estes resultados obtidos com as metodologias para solução do escoamento turbulento descritas no Capítulo 2. Finalmente, no Capítulo 4, discutem-se algumas conclusões obtidas neste trabalho e são elencadas algumas propostas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Metodologias

Neste capítulo serão apresentadas as metodologias de modelagem da turbulência, a discretização espacial e a integração temporal utilizadas no presente trabalho de pesquisa. Dentre as metodologias de tratamento da turbulência, será apresentada a modelagem de turbulência que estamos propondo que se limita, no presente momento, ao caso de escoamentos incompressíveis.

2.1 Equações de Navier-Stokes com Média de Reynolds

As equações RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) são obtidas através de um processo de média das equações instantâneas de Navier-Stokes. Este processo de média pode ser definido com a média temporal, média espacial e média de conjunto (*ensemble*), para um escoamento estacionário e homogêneo estas três médias são iguais, sendo esta conhecida como hipótese de ergodicidade. Com intuito de ser mais geral e também para permitir a possibilidade da variação temporal da média, devemos utilizar a média de conjunto. Sendo a média calculada a partir de um número N de realizações de um escoamento, desta forma ficamos com:

$$\overline{u_i} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u_i^n \quad (2.1)$$

onde u_i^n representa os campos de propriedades do escoamento em estudo, $\overline{u}$ o valor médio do campo e N o número de realizações do escoamento.

Com a média campo estabelecida, pode-se dividir os campos de velocidade e pressão, que no caso de escoamento incompressível são as propriedades consideradas, em campo média e flutuação. Desta maneira, temos que os campos de velocidade e pressão podem ser escritos com:

$$u_i = \overline{u_i} + u_i' \quad (2.2)$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (2.3)$$

onde u' representa a flutuação do campo u , sendo que a média (Eq. 2.1) de u' é nula. Já o termo p' representa a flutuação do campo de pressão p , e $\bar{p}$ o compo médio de pressão. Substituindo as decomposições dos campos nas equações de Navier-Stokes, que correspondem as equações de conservação da massa e quantidade movimento para o caso de escoamento incompressível, e aplicando na equação resultante o processo de média (Eq. 2.1), chegamos à seguinte equação:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.4)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial \bar{u}_j \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{\rho u'_i u'_j}}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (2.5)$$

O termo $\overline{\rho u'_i u'_j}$ é conhecido como tensor de Reynolds. Estes termos não conhecidos a priori, podem ser considerados como termos adicionais ao tensor de cisalhamento. O fato destes termos serem desconhecidos, nos leva ao conhecido problema de fechamento da turbulência, uma vez que, se tentarmos propor uma equação de transporte para o tensor de Reynolds aparecerá um tensor de ordem 3 que também é desconhecido. Este processo pode ser realizado N vezes, resultando no aparecimento de tensor de ordem $2+N$, o que implica em não ser possível por meio deste processo propor o fechamento do sistema formado pelas equações RANS. O tensor de Reynolds tem que ser aproximado por meio de modelagem e assim conseguimos propor o fechamento das equações. Boussinesq em 1877 [Wilcox, 2002] introduziu o conceito de viscosidade turbulenta (eddy-viscosity), onde a proposta é tratar o tensor de Reynolds da mesma maneira que tensões cisalhantes. Este conceito é bastante utilizado e conhecido como aproximação de viscosidade turbulenta de Boussinesq (aproximação de Boussinesq ou ainda hipótese de Boussinesq). Atualmente dispomos de uma variedade de modelos de turbulência, sendo que estes são classificados em quatro categorias principais, que são: Modelos algébricos ou de zero equação, modelos de uma equação, modelos de duas equações e modelos de tensões de Reynolds (RSM – Reynolds Stress Models). Onde, o número de equações se refere a quantidade de equações de transporte introduzidas para representar o comportamento das propriedades turbulentas escolhidas.

Por meio da hipótese de Boussinesq, temos que os termos do tensor de Reynolds são

aproximados por:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \tau_{ij}^t = 2\mu_t \left(\overline{S_{ij}} - \frac{1}{3} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (2.6)$$

onde, $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right)$ é o tensor taxa de deformação média, sendo este baseado no gradiente do campo de velocidade média. o termo $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$ é a energia cinética turbulenta.

O modelo de turbulência se encarrega de determinar a viscosidade turbulenta μ_t . Para o caso de escoamento incompressível temos que o divergente do campo de velocidade média é nulo (Eq. 2.4). Para o caso específico do modelo de turbulência SA (Spalart-Allmaras), proposto por Spalart e Allmaras [1992], o último termo da expressão do tensor de Reynolds (Eq. 2.6), relacionado com energia cinética turbulenta, não é avaliado, sob a justificativa de que este termo não altera a dinâmica do escoamento sendo incorporado ao campo de pressão [Spalart e Allmaras, 1992]. Nos limitaremos a reportar aqui apenas o modelo de fechamento da turbulência proposto por Spalart e Allmaras [1992], uma vez que, em estudos realizados previamente, este modelo se mostrou melhor que os outros modelos de turbulência disponíveis no programa OpenFOAM que será utilizado neste trabalho. O SA é um modelo de turbulência de uma equação para viscosidade turbulenta modificada, $\tilde{\nu}_t$. Esta nova equação de transporte é dada por:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}_t}{\partial t} + \frac{\partial u_i \tilde{\nu}_t}{\partial x_i} = c_{b1} \widehat{S} \tilde{\nu}_t - c_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{\nu}_t}{d} \right)^2 + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \tilde{\nu}_t) \frac{\partial \tilde{\nu}_t}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}_t}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{\nu}_t}{\partial x_i} \right] \quad (2.7)$$

Sendo a viscosidade turbulenta determinada por:

$$\nu_t = \rho \tilde{\nu}_t f_{v1} \quad (2.8)$$

onde $f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}$ e $\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$. As outras variáveis encontradas na Eq. 2.7 são dadas por:

$$\begin{aligned} \widehat{S} &= f_{v3} |\Omega| + f_{v2} \left(\frac{\tilde{\nu}_t}{(d\kappa)^2} \right) \\ |\Omega| &= \sqrt{\Omega_{ij} \Omega_{ij}} \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right)$$

sendo que Ω_{ij} corresponde ao transposto da parte anti-simétrica do gradiente do campo de velocidades. O tensor anti-simétrico é conhecido como tensor vorticidade ou tensor taxa de

rotação. Sendo composto pela taxas de rotação média (velocidades angulares). Os outros termos são:

$$\begin{aligned}
 f_{v2} &= 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \\
 f_w &= g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{\frac{1}{6}} \\
 g &= r + c_{w2} (r^6 - r) \\
 r &= \min \left[\frac{\tilde{\nu}_t}{\widehat{S} \kappa^2 d^2}, 10 \right]
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

o termo d corresponde à distância do centroide do elemento de malha à parede mais próxima. As constantes do modelo são: $c_{b1} = 0.1355$, $c_{b2} = 0.622$, $cv1 = 7.1$, $c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1+c_{b2}}{\sigma}$, $c_{w2} = 0.3$, $c_{w3} = 2$, $\sigma = \frac{2}{3}$ e $\kappa = 0.41$.

As tensões de Reynolds calculadas por este modelo são isotrópicas, isto ocorre em decorrência da hipótese de Boussinesq para tensão de Reynolds que não é capaz de introduzir anisotropia no tensor [Wilcox, 2002]. Levando em conta que este modelo será utilizado para calcular o campo de velocidade médio e o tensor de Reynolds, que serão utilizados como dados de entrada para a metodologia que será apresentada na secção 2.3 deste capítulo, e ainda que a elaboração e aplicação desta metodologia é o principal objetivo do presente trabalho. Vale ressaltar aqui, que a metodologia a ser apresentada se baseia na solução das equações não lineares para perturbações proposta por Morris *et al.* [1997], sendo que a parte do espectro de energia turbulenta não resolvido é introduzida por um modelo de sintetização da turbulência. A correta aplicação do modelo de sintetização da turbulência depende diretamente das tensões de Reynolds vindas da solução RANS, desta forma, o modelo RANS adotado deve ser capaz de prever a anisotropia do tensor de Reynolds, caso contrário este modelo introduzirá erros na solução, uma vez que nos escoamentos de interesse (próximos de paredes solidas) o tensor de Reynolds é anisotrópico. O que nos leva a necessidade de determinar o tensor de Reynolds de tal forma que a anisotropia esteja presente.

Para tanto iremos utilizar a relação constitutiva quadrática (QCR - Quadratic Constitutive Relation) para o tensor de Reynolds proposta inicialmente por Spalart [2000], esta proposta nada mais é do que uma variação não linear da tensão de Reynolds. Sendo que a tensão de Reynolds dada pela relação QCR é definida como:

$$\tau_{ij,QCR} = \tau_{ij}^t - C_{cr1} [O_{ik}\tau_{jk}^t + O_{jk}\tau_{ik}^t] \tag{2.11}$$

sendo $C_{cr1} = 0.30$ e O_{ik} é o tensor taxa de rotação normalizado, sendo dado por:

$$O_{ij} = 2 \frac{\Omega_{ij}}{\sqrt{\frac{\partial u_k}{\partial x_l} \frac{\partial u_k}{\partial x_l}}} \quad (2.12)$$

Mani *et al.* [2013] introduziu mais um termo ao tensor de Reynolds QCR (Eq. 2.12). Sendo assim, a nova expressão para o tensor de Reynolds é dada por:

$$\tau_{ij}^{QCR} = \tau_{ij}^t - C_{cr1} [O_{ik}\tau_{jk}^t + O_{jk}\tau_{ik}^t] - C_{cr2}\mu_t \sqrt{2S_{mn}^*S_{mn}^*} \delta_{ij} \quad (2.13)$$

onde $S_{ij}^* = S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$, sendo que o último termo desta expressão é nulo no caso de escoamento incompressível (Eq. 2.4), o que por sinal é o caso do presente trabalho. Já a constante C_{cr2} é igual a 2.5.

Os trabalhos de Spalart [2000] e Mani *et al.* [2013] tinham como objetivo estudar escoamento em quinas, como por exemplo escoamentos em tubulações quadradas. Os modelos de turbulência com a hipótese de Boussinesq ou conceito de viscosidade turbulenta (Eq. 2.6) não são capazes de capturar o escoamento secundário devido a rotação do fluido (vortice) que surge na região da quina, uma vez que o surgimento deste movimento está relacionado com a existência de anisotropia no tensor de Reynolds, que não são introduzidas no caso dos modelos que se utilizam da hipótese de Boussinesq para viscosidade turbulenta. Já quando introduzimos as relações não lineares QCR no tensor de Reynolds (Eq. 2.12 e Eq. 2.13) o movimento secundário é capturado o que pode ser visto em Spalart [2000] para o caso subsônico e em Mani *et al.* [2013] para o caso transônico. Os modelos SA com estas relações não lineares para o tensor de Reynolds dadas pelas equações Eq. 2.12 e Eq. 2.13 são referenciados como SA-QCR2000 e SA-QCR2013, respectivamente.

Os trabalhos de Yamamoto *et al.* [2012] e Dandois [2014] aplicam o modelo de turbulência SA-QCR2000 para resolver os escoamentos em torno de aeronaves com configuração asa fuselagem. O intuito é avaliar os efeitos da anisotropia no escoamento na junção da asa com a fuselagem. Segundo Yamamoto *et al.* [2012] a utilização das relações QCR2000 para a tensão de Reynolds intensificou o vortice ferradura, que aparece na junção asa fuselagem, bem como o aparecimento de escoamento secundário, assim como escoamento em um duto quadrado (efeitos de escoamento em cantos ou quinas). Esta modificação no escoamento levou a uma diminuição da separação decorrente do gradiente adverso de pressão que normalmente aparece na região próxima ao bordo de fuga da asa na junção da asa com fuselagem. As modificações no escoamento nesta região, ainda segundo Yamamoto *et al.* [2012], são resultado da anisotropia introduzida pelo modelo QCR2000. Dandois [2014], que aplicou para um modelo de aeronave diferente, obteve o mesmo tipo de constatação. Vale ressaltar que o trabalho de Dandois [2014] inclui um estudo de refinamento de malha para o escoamento em torno do aeronave, bem como o estudo de escoamentos onde ondas de choques induzem

separação no escoamento na região da quina formada pela junção de duas paredes. Em linhas gerais, Dandois [2014] conclui que as relações para tensão de Reynolds QCR2000 melhoram os resultados em ambos os tipos de escoamento.

Mais recentemente, Bordji *et al.* [2016] utilizando uma geometria mais simplificada, constituída por uma asa engastada em uma placa plana, ainda com intuito de entender melhor os escoamentos em cantos, que no seu caso era formado pela junção da asa com a placa plana, conclui que as relações SA-QCR2000 apresentam resultados melhores quando comparado aos obtidos com SA sem QCR para este tipo de escoamento.

Bordji *et al.* [2016] utilizaram o modelo de turbulência SA-QCR2000 para concluir que o termo adicional introduzido no SA-QCR2013 não tem impacto significativo no resultado da simulação de escoamento em cantos [Mani *et al.*, 2013]. Já Dandois [2014] utilizou o modelo SA-QCR2000, uma vez que o SA-QCR2013 levou a resultados instáveis. Se considerarmos que o termo adicional introduzido pelo modelo QCR2013 representa a parcela do tensor de Reynolds referente a energia cinética turbulenta, podemos dizer que a alegação de Bordji *et al.* [2016] e [Mani *et al.*, 2013], de certa forma reforça a afirmação de que a parcela isotrópica do tensor de Reynolds, que está relacionada com a energia cinética turbulenta, não altera a dinâmica do escoamento. No presente trabalho iremos manter este termo uma vez que este é utilizado no processo de sintetização da turbulência que será apresentado na seção 2.3.2.

2.2 Simulações de Grandes Escalas - LES

As equações para realização de simulação de grandes escalas LES (Large Eddy Simulation) foram obtidas por Smagorinsky [1967] considerando que o movimento das menores escalas verticais é uniforme e assumindo que estas têm como função principal a drenagem de energia no sentido das maiores escalas por meio do processo de cascadeamento de energia. Sendo assim, criou-se a expectativa de que poderíamos determinar o efeito destas escalas no escoamento. As grandes escalas do escoamento, que contém a maior parte da energia, são calculadas durante a simulação, uma vez que estas sofrem grande influências das condições de contorno, enquanto que as menores escalas, que em hipótese possuem caráter universal, podem ser aproximadas por meio de modelos.

A separação das escalas é realizada através de um processo de filtragem, onde estruturas vorticais com escalas de comprimento maiores que o comprimento característico do filtro, Δ , são mantidas no campo filtrado, enquanto estruturas vorticais com escalas menores que este dado comprimento (Sub-Grid Scale – SGS) são retiradas e seus efeitos devem sofrer modelagem.

Qualquer variável do escoamento pode ser escrita como:

$$f = \tilde{f} + f'' \quad (2.14)$$

onde f'' representa as estruturas vorticais com menores escalas de comprimento e $\tilde{f}$ as estruturas vorticais com maiores escalas de comprimento (escalas resolvidas). Para determinar as componentes de maiores escalas, as que de fato iremos resolver, devemos aplicar o processo de filtragem que consiste em aplicar o produto de convolução entre o filtro e o campo da propriedade em questão, sendo assim ficamos com:

$$\tilde{f} = \oint G(x, x', \Delta) f(x) dx, \quad (2.15)$$

sendo Δ o comprimento do filtro que é proporcional ao comprimento de onda da menor estrutura vortical (menor escala) mantida pelo processo de filtragem. Sendo $G(x, x', \Delta)$ a função filtro que deve satisfazer a seguinte condição:

$$\oint G(x, x', \Delta) dx = 1 \quad (2.16)$$

Aplicando o processo de filtragem nas equações de Navier-Stokes com hipótese de fluido incompressível (conservação da malha e quantidade de movimento), chegamos a:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.17)$$

$$\rho \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial \widetilde{u_i u_j}}{\partial x_j} = - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \quad (2.18)$$

Apesar da definição das propriedades filtradas acima serem diferentes da definição da média temporal definida para determinar a propriedade medias das equações RANS, a forma como o sistema é fechado é bastante parecido, no sentido de que devemos introduzir modelos para os termos desconhecidos, que no caso da Eq. 2.18 estão relacionados ao termo $\widetilde{u_i u_j}$. Os termos que devemos modelar representam o efeito dos vortices com escalas menores que o comprimento característico do filtro, Δ , que está relacionado com o refinamento da malha utilizada (ou comprimento característico do elemento de malha). Estruturas vorticais com escalas de comprimento menores que este parâmetro são ditas estruturas submalha (Sub-Grid Scale – SGS), sendo que estas não são resolvidas e sim modeladas, ou seja, o efeito das estruturas submalha são introduzidos via modelo no campo resolvido. Por outro lado, estruturas com escala de comprimento maiores fazem parte do campo resolvido. Se introduzimos o termo τ^{SGS} , que é conhecido com tensor submalha, sendo este dado por:

$$\tau_{ij}^{SGS} = \widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (2.19)$$

este tensor tende a zero quando o espaçamento de malha tender a zero. Sendo assim, no limite do espaçamento tendendo a zero teremos uma simulação DNS. Aplicando a decomposição apresentada acima no campo de velocidades, ficamos com:

$$\tau_{ij}^{SGS} = (\widetilde{u_i + u'_i})(\widetilde{u_j + u'_j}) - \widetilde{u_i u_j} = (\widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i u_i}) + (\widetilde{u_i u'_j} + \widetilde{u'_i u_j}) + \widetilde{u'_i u'_j} \quad (2.20)$$

cada termo desta expressão tem significado físico. O termo $(\widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i u_i})$ é conhecido como tensor de Leonard, sendo que este pode ser determinado através da velocidade do campo resolvido e representa as interações das estruturas vorticais resolvidas que geram turbulência submalha. O segundo termo da expressão do tensor submalha é conhecido como termo cruzado $(\widetilde{u_i u'_j} + \widetilde{u'_i u_j})$ representa a interação entre as estruturas vorticais resolvidas (que tem escalas de comprimento maiores que o comprimento característico do filtro) e não resolvidas (que tem escalas de comprimento menores que o característico do filtro), relacionado com transferência de energia entre as maiores escalas e menores escalas. Por fim, o termo $\widetilde{u'_i u'_j}$ que representa a interação das menores escalas (submalha), sendo conhecidas como tensões de Reynolds submalha.

O fato do tensor de Leonard e do tensor cruzado não serem independentes do sistema de referência e também o fato de que os modelos de correlação utilizados na modelagem destas tensões são aproximados, o que introduz erros. Ao invés de considerar as três parcelas do tensor para construir o modelo SGS, nos iremos considerar um modelo que represente o tensor submalha como um todo. Sendo determinado por:

$$-\tau_{ij}^{SGS} = 2\nu^{SGS}\widetilde{S_{ij}} - \frac{2}{3}k'\delta_{ij} \quad (2.21)$$

onde k' é a energia cinética turbulenta das escalas submalha e $\widetilde{S_{ij}}$ é a taxa de deformação calculado com o campo de velocidades resolvido, sendo assim ficamos com:

$$\widetilde{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (2.22)$$

Substituindo a Eq. 2.19 para a tensão submalha na Eq. 2.18 ficamos com:

$$\frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \widetilde{u_i u_j}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \widetilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\tau_{ij}^{SGS} + \nu \frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j} \right) \quad (2.23)$$

onde $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ foi considerado constante. A equação da conservação da massa permanece inalterada, sendo dada pela Eq. 2.17.

O modelo submalha escolhido para este trabalho foi o modelo que utiliza uma equação de transporte para a energia cinética turbulenta SGS ou submalha (k'), sendo conhecido como *One-Equation Turbulent Energy Model*. A equação de transporte para energia cinética

SGS pode ser obtida através da subtração da equação de quantidade de movimento filtrada da não filtrada, resultando em uma relação para campo de velocidade SGS. O resultado é multiplicado pelo próprio campo de velocidade SGS, o que nos leva a uma equação tensorial. Contraindo esta equação, levando em consideração a hipótese de que as escalas submalhas são isotrópicas, chegamos a equação de transporte para energia cinética turbulento, este modelo foi proposto por Yoshizawa [1985] apud Villiers [2006]. A equação de transporte é dada por:

$$\frac{\partial k'}{\partial t} + \frac{\partial k' \tilde{u}_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \nu^{SGS} \right) \frac{\partial k'}{\partial x_i} \right] - \varepsilon^{SGS} - \tau_{ij}^{SGS} \tilde{S}_{ij} \quad (2.24)$$

onde a viscosidade submalha, ν^{SGS} , e a dissipação submalha, ε^{SGS} , são determinados por meio das relações:

$$\nu^{SGS} = \frac{C_k k'^{\frac{1}{2}}}{\Delta} \quad (2.25)$$

$$\varepsilon^{SGS} = \frac{C_\varepsilon k'^{\frac{3}{2}}}{\Delta} \quad (2.26)$$

O comprimento característico do filtro é determinada por meio da função de amortecimento de van Driest, sendo dado por:

$$\Delta = d \left(\min \left(\Delta_{malha}, \frac{\kappa}{C_\Delta} \right) \right) \left(1 - e^{-\frac{y^+}{A^+}} \right) \quad (2.27)$$

onde Δ_{malha} é a raiz cubica do volume do elemento de malha em questão e d a distância do seu centroide até a parede mais próxima. Esta distância d pode ser adimensionalizada pelo comprimento viscoso, l_v . Esta adimensionalização gera o termo y^+ que é determinado por:

$$y^+ = \frac{d}{l_v} = \frac{\rho d U_\tau}{\mu} \quad (2.28)$$

sendo a velocidade de atrito, $U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$, onde τ_w é a tensão de cisalhamento na parede.

As constantes do modelo são $C_k = 0.07$, $C_\varepsilon = 1.05$, $C_\Delta = 0.158$, $A^+ = 26$ e $\kappa = 0.41$ (constante de von Kármán).

Segundo Villiers [2006], a maior deficiência deste modelo, o que de fato também é uma deficiência de todos os modelos baseados em viscosidade turbulenta, reside em considerar que as escalas não resolvidas (escalas SGS ou submalha) são isotrópicas, por hipótese. Enquanto, para os escoamentos de interesse com presença de parede, mesmo as menores escalas não são isotrópicas. O refinamento da malha próximo a parede pode auxiliar na resolução deste tipo de problema. Outra deficiência deste modelo se encontra em considerar que as escalas submalha apenas drenam a energia das escalas maiores (cascata de energia na visão clássica),

considerando assim apenas o efeito dissipativo e não considerando a possibilidade da energia ser transferida das menores escalas para as maiores, cascata inversa ou *backscatter*, que nada mais é do que a interação entre as menores e as maiores escalas. O efeito médio das tensões submalha é drenar a energia, porém a desconsideração da cascata inversa pode levar a um excesso de dissipação.

2.3 Metodologia Baseada na Equação de Perturbação não Lineares - NLDE

Nos escoamentos de interesse encontramos grandes regiões com escoamento com separações, confluência de camadas limites, estruturas coerentes interagindo com camadas limites, gradientes de pressão, etc. As características especificadas de certa forma impossibilitam a utilização de modelos de turbulência do tipo RANS disponíveis na literatura, uma vez que estaríamos fora de sua validade. Atualmente os modelos do tipo RANS são bastante utilizados na indústria aeronáutica, principalmente pela velocidade na obtenção da solução. Desta forma, a metodologia tema da presente proposta de pesquisa deverá ter tempos para obtenção da solução compatíveis com processo utilizados na indústria.

A idéia básica da metodologia que será desenvolvida é possibilitar a utilização dos modelos de turbulência do tipo LES em malhas pouco refinadas. Para tanto utilizaremos as equações de NLDE obtidas inicialmente por Morris *et al.* [1997], Batten *et al.* [2004b] e Labourasse e Sagaut [2002]. Nas metodologias apresentadas por Morris *et al.* [1997] e Batten *et al.* [2004b] não foram utilizados filtros espaciais e sim a própria malha atuava com filtro espacial, só se resolvia as escalas que a malha dava suporte. Estas metodologias foram desenvolvidas e utilizadas basicamente em problemas de aeroacústica. Nas abordagens de Morris *et al.* [1997] e Batten *et al.* [2004b] os termos submalhas são desprezados. Já Labourasse e Sagaut [2002] introduzem modelos submalha baseados em modelos LES, uma vez que as equações passam por um processo de filtragem espacial. O modelo submalha utilizado apenas introduz dissipação, representado assim apenas a cascata direta de energia.

Para o presente trabalho, a idéia é utilizar estas metodologias em conjunto com métodos de sintetização da turbulência, sendo que este último traria os termos referentes às flutuações submalha que não são resolvidas diretamente pela nova metodologia. Nesta abordagem o campo de flutuações turbulentas seria dividido em: flutuações que a malha dá suporte para solução e flutuações submalha. Nas abordagens Morris *et al.* [1997] e Batten *et al.* [2004b] as flutuações submalha simplesmente não eram consideradas. Desta forma, teremos que o campo de velocidades é dado por:

$$u = \bar{u} + \hat{u} + \hat{u}' \quad (2.29)$$

onde u representa o campo de velocidades com variação temporal e espacial, $\bar{u}$ a média

temporal (média de Reynolds) ou média de conjunto do campo de velocidades, este campo será obtido por meio de uma solução RANS do escoamento, sendo que este campo já deve estar disponível, ou seja, deve ser obtido previamente. No presente trabalho, este campo será obtido utilizando o modelo de turbulência SA-QCR2013 que foi apresentado na seção 2.1. O termo $\hat{u}$ representa a parte da flutuação que faz parte do campo resolvido, ou seja, a parte do campo de velocidade que a malha dá suporte para ser resolvida. Já o termo $\hat{u}'$ representa o campo de flutuações não resolvidas. Estas flutuações não resolvidas e sim introduzidas, uma vez que suas escalas características de comprimento são menores que as escalas que a malha dá suporte para solução, sendo assim invisível à solução numérica. Serão chamadas de submalha e introduzidas por meio de modelos de sintetização da turbulência (seção 2.3.2). Substituindo a definição do campo de velocidades dada pela Eq. 2.29 nas equações de Navier-Stokes com a hipótese de escoamento incompressível e propriedade do fluido constantes, temos que:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \hat{u}'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \hat{u}_i \hat{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}'_i}{\partial t} + \frac{\partial \hat{u}'_i \hat{u}'_j}{\partial x_j} + \\ & + \frac{\partial \bar{u}_i \hat{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_i \hat{u}'_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}'_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_i \hat{u}'_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}'_i \hat{u}_j}{\partial x_j} = \\ & \frac{1}{\rho} \left[-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}'_i}{\partial x_j} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.31)$$

As equações de quantidade de movimento com médias de Reynolds (Eq.2.5) pode ser reescrita, chegando a seguinte equação:

$$\frac{\partial \tau_{ij}^{QCR}}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} - \mu \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \quad (2.32)$$

Substituindo a Eq. 2.32 e Eq. 2.30 nas equações Eq. 2.31 e Eq. 2.30, chegamos a:

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \hat{u}'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \hat{u}_i \hat{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}'_i}{\partial t} + \frac{\partial \hat{u}'_i \hat{u}'_j}{\partial x_j} + \\ & + \frac{\partial \bar{u}_i \hat{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_i \hat{u}'_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}'_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_i \hat{u}'_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}'_i \hat{u}_j}{\partial x_j} = \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\frac{1}{\rho} \left[-\frac{\partial p''}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}^{QCR}}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}'_i}{\partial x_j} \right) \right]$$

onde τ_{ij}^{QCR} é o tensor de Reynolds que é determinado por meio da relação dada pela Eq. 2.13. O termo de pressão p'' corresponde a soma das flutuações de pressão, $\hat{p}$ e $\hat{p}'$, considerando uma divisão do campo de pressão semelhante à imposta ao campo de velocidade.

O sistema de equações é resolvido para se obter o valor do campo de flutuações $\hat{u}$. Já os termos decorrentes da equação com média de Reynolds, τ_{ij}^{QCR} , são determinados por meio de uma solução do tipo RANS previamente obtida, conforme já mencionado. As flutuações submalha $\hat{u}'$ são obtidos através de modelos de reconstrução ou sintetização das flutuações turbulentas, que dependem do tensor τ_{ij}^{QCR} e das escalas da turbulência (velocidade, tempo e comprimento), que também podem ser obtidas de uma solução do tipo RANS obtida previamente a solução numérica do sistema de equações dado pelas equações Eq. 2.33 e Eq. 2.34.

A divisão entre estas escalas de velocidade é determinada pelo número de onda associado ao tamanho do elemento de malha. Ou seja, as flutuações associadas à estruturas vorticiais com número de onda maiores que o número de onda associado ao elemento de malha não fazem parte do campo resolvido. Este tamanho, diferentemente do LES, é desconhecido nesta abordagem. O que será feito para contornar esta dificuldade é introduzir um parâmetro que multiplica o tamanho característico do elemento de malha, que para o nosso caso será assumido como sendo igual à raiz cúbica do volume do elemento de malha em avaliação. Desta forma, o comprimento característico do elemento de malha será assumido como sendo igual a N vezes a raiz cúbica do volume do elemento de malha. Os efeitos do parâmetro N serão estudados no decorrer do presente trabalho. As flutuações que estão associadas às estruturas vorticiais com escalas menores que o comprimento característico do elemento de malha serão reconstruídas ou sintetizadas pelo modelo apresentado na seção 2.3.2 que foi proposto por Billson [2004]. Já as flutuações associadas à estruturas com escalas maiores serão consideradas como sendo resolvidas pelas equações NLDE.

Em princípio poderíamos utilizar modelos de sintetização da turbulência para reconstruir todo espectro das escalas. Sendo, desta forma, possível tornar a malha tão grossa quanto se queira. Porém, não é de conhecimento do autor do presente trabalho um estudo que mostre os limites que podemos engrossar a malha. Como mencionado anteriormente, os modelos de sintetização pressupõem a existência de uma solução prévia do escoamento com modelos de turbulência RANS, uma vez que o processo de sintetização é realizado utilizando as tensões de Reynolds. Sendo um bom começo a utilização da mesma malha da solução RANS. De qualquer forma, um estudo de dependência de malha da solução obtida com metodologia proposta seria de grande valor.

A utilização de modelos de sintetização da turbulência para construção de modelos submalha já havia sido indicada por Smirnov *et al.* [2001]. Na visão do autor esta maneira

consiste em uma forma de introduzir os efeitos da cascata inversa de energia, uma vez que as tensões submalha terão um comportamento estocástico, ou seja, com esta abordagem os efeitos das flutuações das tensões submalha nas escalas resolvidas são incorporados de forma direta. No espaço físico o processo de cascata inversa de energia será percebido como flutuações nos termos do tensor das tensões turbulentas, assim como definido por [Mason e Thomson \[1992\]](#). Neste trabalho de pesquisa será elaborada uma forma de se construir modelos submalha através de sintetização. Vale ressaltar que [Smirnov *et al.* \[2001\]](#) citou a possibilidade da utilização de modelos de reconstrução estocásticos, mas não apresentou nenhuma formulação.

Os termos convectivos não lineares das equações de quantidade de movimento (Navier-Stokes), após a transformação espacial de Fourier, geram termos que correspondem ao produto de convolução no espaço transformado, onde todos os números de ondas estão envolvidos. O campo de velocidades em um dado número de onda k interage com os campos velocidades em números de ondas p e q , sendo que $k = p + q$. Esta interação triádica dá origem a interações locais (onde k , p e q são valores próximos) e interações não locais (onde dois dos números de onda tem valores muito próximos e um terceiro valor muito menor ou muito maior que os outros). Este processo de interação entre velocidades relativas a diferentes números de ondas geram a cascata direta e também o *backscatter* (cascata inversa). Esta visão será melhor abordada na seção 2.3.1 por meio da transformada de Fourier das equações de conservação da massa e quantidade movimento. Nesta seção também apresentaremos uma forma de determinar a taxa de energia dissipada pelos processos de cascata direta e cascata inversa para um dado campo de velocidade e dado comprimento característico que será utilizado no processo de filtragem necessário.

2.3.1 Cascata direta (*forward scatter*) e cascata inversa (*backscatter*)

Com o intuito de interpretar o processo de transferência de energia turbulenta por meio do processo de cascadeamento, iremos inicialmente recorrer as hipóteses de Kolmogorov, propostas por [Kolmogorov \[1941\]](#) apud [Pope \[2003\]](#). A hipótese de isotropia local de Kolmogorov postula que para um número Reynolds suficientemente grande, estruturas vorticais com comprimento característico menores que L_I , que está associadas ao número de onda κ_I , são estatisticamente isotrópicas. Sendo que esta isotropia foi definida por Kolmogorov como isotropia local. Desta forma, temos uma distinção entre as grandes escalas que são anisotrópicas e influenciadas pelas condições de contorno que o escoamento está submetido. A anisotropia e todas as informações das grandes estruturas vorticais (relacionadas com escoamento médio e condições de contorno) são perdidas em decorrência do processo de transferência de energia.

A primeira hipótese de similaridade de Kolmogorov diz que: Em todo escoamento turbulento, com um número de Reynolds suficientemente grande, a estatística do movimento

das estruturas vorticais de escalas características menores (com número de onda maiores que κ_I) tem um comportamento universal e são determinadas pela viscosidade cinemática ν e pela taxa de dissipação da energia turbulenta ε . As estruturas com número de onda maiores que estão na região de equilíbrio universal. Nesta região, as escalas de tempo das estruturas vorticais são menores que as das estruturas vorticais associadas às grandes escalas, por este motivo as estruturas desta região conseguem se adaptar rapidamente para manter o equilíbrio imposto pela taxa de energia transferida das grandes estruturas vorticais [Pope, 2003]. Com os parâmetro ν e ε podemos definir as escalas de Kolmogorov, que são dadas por:

$$\begin{aligned}\eta &\equiv \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}} \\ u_\eta &\equiv (\nu\varepsilon)^{\frac{1}{4}} \\ \tau_\eta &\equiv \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}},\end{aligned}\tag{2.35}$$

onde η é escala de comprimento de Kolmogorov, u_η é a escala de velocidade de Kolmogorov e τ_η é a escala de tempo de Kolmogorov. A escala η também é conhecida como escala dissipativa de Kolmogorov, as estruturas vorticais com comprimento característicos menores que esta escala são dissipados e portanto não conseguem se desenvolver. Sendo assim, esta escala define as menores estruturas presentes no escoamento.

A segunda hipótese de similaridade de Kolmogorov possibilita a divisão da região de equilíbrio universal em região inercial e região dissipativa, diz que: Em todo escoamento turbulento, em número de Reynolds suficientemente grande, a estatística do movimento das menores escalas tem um comportamento universal e unicamente determinado pela taxa de dissipação da energia turbulência ε de forma independente da viscosidade cinemática ν . Neste ponto se torna conveniente introduzir o número de onda κ_D , que segundo Pope [2003] é da ordem de 60 vezes a escala de comprimento de Kolmolgorov. Desta forma podemos definir a região onde a segunda hipótese de Kolgolmorov é válida (região inercial), que está compreendida entre os números de onda κ_I e κ_D . Já as estruturas com número de onda maior que κ_D fazem parte da região dissipativa. Os vários números de onda bem como as regiões de equilíbrio universal, região inercial e região dissipativa são representados de forma esquemática na Fig. 2.1.

Outro conceito importante é a cascata de energia de Richardson, ou simplesmente cascata direta de energia. O processo de transferência e dissipação de energia cinética turbulenta foi sumarizado por Richardson [Pope, 2003] da seguinte forma: Os grandes vórtices transferem energia aos pequenos vórtices e estes para os menores até serem completamente dissipados pela viscosidade.

A hipótese de equilíbrio pode ser traduzida pela parábola escrita por Richardson da se-

Figura 2.1: Representação esquemática do espectro de energia. Nesta figura apresentamos os números de onda que definem as regiões de equilíbrio universal, região inercial e região dissipativa.

guinte forma: “Os grandes vórtices são compostos de menores vórtices, os quais se alimentam da energia dos maiores; os menores se compõem de outros ainda menores, e assim até as escalas viscosas dissipativas”, trecho extraído de [Silveira-Neto \[2001\]](#). Esta parábola expressa o processo de cascadeamento da energia. Sendo que o mecanismo físico responsável pela cascata direta, transferência da energia das grandes estruturas vorticais (grandes escalas) para as pequenas estruturas vorticais, é o processo de estiramento do vórtice. Considerando que o vórtice sofre um estiramento na direção principal de rotação, este vórtice se alonga nesta direção. Considerando que escoamento é incompressível e que a estrutura vortical é considerada como um tubo de vórtice, temos pela conservação do momento angular, que com a diminuição do diâmetro do tubo de vórtice ocorre o aumento da rotação do mesmo. Este processo é responsável pela transferência de energia cinética turbulenta das estruturas vorticais de maiores escalas para as de menores escalas. Esta cascata de energia representa um processo estatístico médio, porém este nem sempre descreve o comportamento local do escoamento turbulento. O processo de transferência de energia é na verdade a diferença entre dois fluxos de energia, associados a transferência de energia na direção clássica, conhecida com cascata direta (*forward scatter*). O processo reverso, onde temos a transferência de energia das menores estruturas vorticais para as maiores estruturas vorticais é conhecido como cascata indireta ou *backscatter*. Na Fig. 2.2 temos uma representação esquemática do processo de transferência de energia turbulenta. O termo ε^+ representa a cascata direta e o termo ε^- representa a cascata indireta. O balanço entre as taxas de dissipação ε^+ e ε^- na média geram um valor positivo, ou seja, no sentido clássico. Este processo é apresentado na Fig. 2.3 de forma esquemática. O ε^{NET} representa o balanço entre as taxas de dissipação presentes no escoamento turbulento, sendo que este termo deve estar associado à cascata direta. A forma para determinar as taxas de dissipação ε^+ , ε^- e ε^{NET} será apresentada mais adiante, ainda nesta seção.

Figura 2.2: Representação esquemática do processo de transferência de energia por meio da cascata direta (cascata de Richardson ou forward scatter) e indireta (backscatter).

Figura 2.3: Representação esquemática do processo de transferência de energia média.

No espaço de onda ou de Fourier a cascata indireta ou *backscatter* está associada com as tríades de interação entre as grandes e pequenas escalas vorticais. Se aplicarmos a transformada de Fourier espacial à Eq. 2.5, encontraremos a equação que representa a evolução do campo de velocidades no espaço de onda, sendo que a obtenção desta equação será baseada em Pope [2003]. A transformada de Fourier do termo relativo a derivada temporal fica:

$$F \left[\frac{\partial u_i}{\partial t} \right] = \frac{\partial \tilde{u}_i^F}{\partial t}, \quad (2.36)$$

onde $F[\]$ representa o operador de Fourier e $\tilde{u}_i^F$ representa o campo de velocidade no espaço de onda, que corresponde a transformada de Fourier do campo de velocidade.

A transformada de Fourier dos termos viscosos fica da seguinte forma:

$$F \left[\nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right] = -\nu \kappa_i^2 \tilde{u}_i^F, \quad (2.37)$$

onde κ é o módulo do vetor número de onda κ_i .

Da mesma forma, a transformada de Fourier do termo relativo ao gradiente de pressão fica:

$$F \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right] = -i \kappa_i \tilde{p}^F \quad (2.38)$$

onde $i = \sqrt{-1}$ e $\tilde{p}^F = F \left[\frac{p}{\rho} \right]$.

Já o termo convectivo da equação de quantidade de movimento para escoamento incompressível será escrito de forma simplificada como:

$$F \left[\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} \right] = \tilde{G}_i^F \quad (2.39)$$

Sendo $\tilde{G}_i^F$ a transformada do termo convectivo, que será melhor determinada mais adiante. De qualquer forma, a transformada de Fourier da equação de quantidade de movimento fica na forma:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i^F}{\partial t} + \nu \kappa_i^2 \tilde{u}_i^F = -i \kappa_i \tilde{p}^F - \tilde{G}_i^F \quad (2.40)$$

Se multiplicarmos a Eq. 2.40 por κ_i e considerando escoamento incompressível, desta forma, o lado esquerdo da Eq. 2.40 se anula, sendo assim ficamos com:

$$\kappa_i^2 \tilde{p}^F = i \kappa_j \tilde{G}_j^F, \quad (2.41)$$

isolando $\tilde{p}^F$ e substituindo no termo $-i\kappa_i\tilde{p}^F$, ficamos com:

$$-i\kappa_j\tilde{p}^F = i\frac{\kappa_j\kappa_k}{\kappa^2}\tilde{G}_k^F \quad (2.42)$$

O lado direito da Eq. 2.42 é igual parte do vetor $\tilde{G}^F$ que é paralela ao vetor κ [Pope, 2003]. Sendo assim, o lado direito da Eq. 2.40 fica sendo igual à parte do vetor $\tilde{G}^F$ que é normal ao vetor κ . A Eq. 2.40 fica da seguinte forma:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i^F}{\partial t} + \nu\kappa^2\tilde{u}_i^F = -\left(\delta_{ij} - \frac{\kappa_j\kappa_k}{\kappa^2}\right)\tilde{G}_k^F, \quad (2.43)$$

onde os termos lineares com relação à velocidade estão agrupados do lado direito da equação. Estes termos descrevem a dependência temporal e a variação em decorrência dos termos viscosos. Os termos não lineares no lado direito da Eq. 2.43 representam os termos convectivos e de pressão, sendo que $\tilde{G}_k^F$ tem a seguinte forma:

$$\tilde{G}_j^F = i\kappa_k \int \int \tilde{u}_j^F(\eta)\tilde{u}_m^F(\chi)\delta(\kappa - \eta - \chi)d^3\eta d^3\chi, \quad (2.44)$$

onde δ é o delta de Kronecker ($\delta(\kappa) = 0$ se $\kappa \neq 0$).

Os termos não lineares ou convectivos da equação da quantidade de movimento se transformam em um produto de convolução no espaço de onda e envolvem todos os números de ondas. No produto de convolução temos três números de onda (κ , η e χ) que estão relacionadas a três escalas no espaço físico (três estruturas vorticais), definindo assim uma tríade de números de onda. As interações tríades são classificadas de acordo com a topologia do triângulo formada pelos três vetores número de onda κ , η e χ . Na Fig. 2.4, temos os dois tipos de classificação das interações representadas de forma esquemática, sendo:

- Interações locais são interações entre estruturas vorticais com escalas (número de onda no espaço de onda) de tamanhos semelhantes (ver Fig. 2.4(a)).
- Interações não locais são interações onde a tríade tem dois vetores número de onda semelhantes e um terceiro bem menor que os outros dois. No espaço físico corresponde à interações entre três estruturas vorticais, onde duas estruturas tem escalas de comprimento semelhantes e uma terceira estrutura com escala de comprimento bem menor que as outras duas estruturas vorticais (ver Fig. 2.4(b)).

As hipóteses de Kolmogorov consideram que a energia cinética turbulenta é transferida das grandes escalas para as pequenas escalas, ou seja, unidirecionalmente e que o fluxo de energia na região inercial é independente do tamanho da estrutura vortical. Sendo o processo de cascata de energia um processo basicamente local e unidirecional. Por meio da análise do produto de convolução resultante dos termos não lineares das equações de quantidade de movimento, surge um importante questionamento quanto ao processo de cascata de energia

Figura 2.4: Representação esquemática da interação triáde dos números de ondas. As interações locais são interações entre estruturas vorticais com escalas (número de onda no espaço de onda) de tamanhos semelhantes, Fig. 2.4(a). Já as interações não locais são interações, onde a triáde tem dois vetores número de onda semelhantes e um terceiro bem menor que os outros dois, Fig. 2.4(b). As figuras Fig. 2.4(a) e Fig. 2.4(b) foram adaptadas de *Sagaut et al. [2006]*.

ser local e unidirecional, uma vez que a triáde de interações entre números de onda mostra a existência de processos locais e não locais. Surge também a possibilidade de pequenas estruturas vorticais influenciarem estruturas maiores, o que está relacionado com o processo de transferência de energia na direção contrária à clássica (*backscatter*).

O processo de filtragem espacial das equações de Navier-Stokes, considerando fluido incompressível e propriedades do fluido constante, faz aparecer o tensor das tensões submalha τ^{SGS} . Este tensor engloba a influência das pequenas escalas (submalha) na dinâmica das escalas resolvidas, sejam elas relacionadas com o processo de transferência direta ou inversa. O tensor τ^{SGS} é um produto do processo de filtragem sendo dado por:

$$\tau_{ij}^{SGS} = \widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i} \widetilde{u_j} \quad (2.45)$$

A equação Eq. 2.45 é igual a Eq. 2.19. Os tensores $\widetilde{u_i u_j}$ e $\widetilde{u_i} \widetilde{u_j}$ representam respectivamente o produto das velocidades filtrado e o produto das velocidades filtradas. Estes termos representam todas as interações entre escalas menores que o comprimento característico utilizado no processo de filtragem, bem como a forma como estas escalas influenciam o campo resolvido. Sendo que estes termos são normalmente aproximados nos modelos LES considerando apenas o processo de cascata direta, ou seja, tem apenas a função de drenar a energia vinda das escalas maiores. Desprezando, assim, o efeito das escalas submalha no campo resolvido (cascata indireta ou *backscatter*). As implicações de descartarmos os efeitos da cascata inversa serão melhor interpretadas se considerarmos as equações de transporte da energia cinética baseada no campo resolvido, $\widetilde{q} = \frac{\widetilde{u_i u_i}}{2}$. Para obtermos esta equação basta

realizar o produto escalar entre o campo de velocidades filtrados e a equação de quantidade de movimento filtrada (Eq. 2.18 e 2.19), o resultado final é dado por:

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_j \tilde{q}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{u}_j \tilde{p}}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{u}_i \tau_{ij}^{SGS}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{q}^2}{\partial x_j \partial x_j} - \nu \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon^{SGS}, \quad (2.46)$$

onde $\varepsilon^{SGS} = -\tau_{ij}^{SGS} \tilde{S}_{ij}$ é a taxa de dissipação submalha. O termo $\tilde{S}_{ij}$ é o tensor taxa de deformação baseado no campo resolvido (campo de velocidades filtradas). Sendo que ε^{SGS} tem o mesmo significado que ε^{NET} . Desta forma na média este termo é positivo, entretanto este termo também representa o balanço entre os fluxos de energia cinética turbulenta relativos a cascata direta e cascata indireta.

O termo ε^{SGS} representa a transferência de energia entre as escalas associadas com estruturas vorticais com comprimento característicos menores que o tamanho do comprimento utilizado no processo de filtragem. A expressão para obtenção deste termo é dada por uma somatória proveniente do duplo produto interno dos tensores τ_{ij}^{SGS} e $\tilde{S}_{ij}$. Os termos positivos desta somatória serão agrupados e darão origem ao termo $\varepsilon^{SGS,+}$, sendo que este representa a transferência de energia das escalas resolvidas para escalas não resolvidas, por este motivo este termo representa a cascata direta de energia. Em contraste, os termos negativos representam a cascata inversa de energia, a energia é transferida da escala não resolvida para a resolvida, ou seja, o backscatter. Os termos negativos serão agrupados dando origem ao termo $\varepsilon^{SGS,-}$. Os termos $\varepsilon^{SGS,+}$ e $\varepsilon^{SGS,-}$ possibilitam quantificar a taxa de dissipação associada aos processos de transferência de energia, permitindo, assim, a identificação destes processos a partir de um campo de velocidades qualquer. Para tanto, temos que definir o tipo de filtro espacial, que nosso caso, será adotado como sendo o filtro gaussiano ou *box*, que como será exposto, apresenta os mesmos resultados para aproximação utilizada no cálculo dos campos filtrados. Na apresentação dos resultados, no Capítulo 3, não utilizaremos o sobrescrito SGS (submalha) para as taxas de dissipação, ou seja, faremos por questão de simplicidade $\varepsilon^{SGS,-} = \varepsilon^-$, $\varepsilon^{SGS,+} = \varepsilon^+$ e $\varepsilon^{SGS} = \varepsilon^{NET}$.

O processo de filtragem é representado matematicamente no espaço físico como o produto de convolução do campo a ser filtrado e a função que representa. Desta forma, a parte filtrada do campo $\phi(x, t)$ é definida como:

$$\widetilde{\phi(x, t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\epsilon) G(x - \epsilon) \partial^3 \epsilon, \quad (2.47)$$

onde G é a função que representa o filtro utilizado. Esta função está associada a uma escala de corte, Δ (comprimento característico do filtro). Sendo que, no nosso caso, este comprimento característico do filtro será determinado como sendo a raiz cúbica do volume do elemento de malha localizado onde se deseja filtrar o campo. A expressão dada pela Eq. 2.47 representa o processo de filtragem em três dimensões, porém com uma notação diferente da expressão definida anteriormente pela Eq. 2.15 para o processo de filtragem. Esta mudança de notação

foi introduzida para facilitar as deduções e expansões que faremos.

O processo de filtragem pode ser aproximado por meio de uma expansão em série de Taylor [Sagaut, 2006]. Este processo introduz simplicidade e torna o processo de filtragem local. Expandindo em série de Taylor o termo $\phi(\epsilon, t)$ em torno do ponto x , temos:

$$\phi(\epsilon, t) = \phi(x, t) + (\epsilon - x) \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial x} + \frac{1}{2} (\epsilon - x)^2 \frac{\partial^2 \phi(x, t)}{\partial x^2} + \dots \quad (2.48)$$

Substituindo a Eq. 2.48 na Eq. 2.47, ficamos com:

$$\widetilde{\phi(x, t)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \alpha(k) \frac{\partial^k \phi(x, t)}{\partial x^k}, \quad (2.49)$$

onde $\alpha(k) = \Delta^k \int_{-(\pi-x)}^{-(\pi-x)} \epsilon^k G(\epsilon) d\epsilon$. Na Tab. 2.1 são apresentados os resultados de α não nulos dos 8 primeiros termos para os filtros *box* e gaussiano, estes valores foram extraídos de Sagaut [2006].

Tabela 2.1: Valores de $\alpha(k)$ para k de 0 a 8, sendo apresentados na tabela somente os termos não nulos.

Filtro	$k = 0$	$k = 2$	$k = 4$	$k = 6$	$k = 8$
<i>Box</i>	1	$\frac{\Delta^2}{12}$	$\frac{\Delta^4}{80}$	$\frac{\Delta^6}{448}$	$\frac{\Delta^8}{2304}$
Gaussiano	1	$\frac{\Delta^2}{12}$	$\frac{\Delta^4}{48}$	$\frac{5\Delta^6}{576}$	$\frac{35\Delta^8}{6912}$

Neste trabalho utilizaremos $k = 2$, ou seja a série da Eq. 2.49 será truncada no segundo termo. Desta forma, os filtros *Box* e Gaussiano geram resultados iguais. O núcleo dos filtros *Box* e gaussiano são dados por:

- Filtro *Box*

$$G(x - \epsilon) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} & \text{se } |x - \epsilon| \leq \frac{\Delta}{2} \\ 0 & \end{cases} \quad (2.50)$$

- Filtro Gaussiano

$$G(x - \epsilon) = \left(\frac{\gamma}{\pi \Delta^2} \right)^{\frac{1}{2}} \exp - \frac{\gamma(x - \epsilon)^2}{\Delta^2}, \quad (2.51)$$

onde γ geralmente é igual a 6.

Tabela 2.2: Valores da função probabilidade para as variáveis randômicas.

$P(\psi^n) = \frac{1}{2\pi}$	$0 \leq \psi^n \leq 2\pi$
$P(\varphi^n) = \frac{1}{2\pi}$	$0 \leq \varphi^n \leq 2\pi$
$P(\theta^n) = \frac{1}{2\pi}$	$0 \leq \theta^n \leq 2\pi$
$P(\alpha^n) = \frac{1}{2\pi}$	$0 \leq \alpha^n \leq 2\pi$

2.3.2 Modelo de sintetização da turbulência de Billson

Billson [2004] propôs uma metodologia capaz de gerar o campo de flutuações de velocidade turbulentas utilizando modos randômicos de Fourier. Esta metodologia se baseia na metodologia inicialmente desenvolvida por Kraichnan [1970] e Karweit *et al.* [1991] Karweit et al. (1991) e posteriormente por Béchara *et al.* [1994] e Bailly e Juvé [1999]. O campo de velocidade é dado por:

$$\hat{u}'_{i,S} = 2 \sum_{n=1}^N \hat{u}^n \cos(\hat{k}_j^n x_j + \psi^n) \sigma_i^n \quad (2.52)$$

onde $\hat{u}^n$, $\hat{k}_j^n$ e ψ^n são a amplitude, fase e direção do enésimo modo de Fourier. O subscrito S denota que o campo de velocidade é sintetizado. A Fig. 2.5 mostra a representação geométrica do enésimo modo no espaço do comprimento de onda.

Figura 2.5: Representação geométrica do enésimo modo. Esta figura foi extraída de Billson [2004].

O vetor número de onda $\hat{k}_j^n$ é escolhido forma aleatória em uma esfera com raio, conforme mostra a Fig. 2.5, o que garante a isotropia do campo de velocidades. Em decorrência da hipótese de escoamento incompressível temos que: $\hat{k}_i^n \sigma_i^n = 0$, para todo n . Em outras palavras, o vetor número de onda $\hat{k}_i^n$ e a direção $\sigma_i^n = 0$ do enésimo modo são perpendiculares. Os ângulos são parâmetros livres e escolhidos de forma aleatória, veja na 2.5 para identificar estes parâmetros. Os ângulos espaciais α^n , φ^n , θ^n (ver 2.5) e o ângulo de fase ψ^n são escolhidos de forma aleatória com função de probabilidade dada pela Tab. 2.2.

A amplitude $\hat{u}^n$ é determinado através da função espectral $E(\kappa^n)$, que corresponde a

energia espectral para turbulência isotrópica. A amplitude é calculada por:

$$\widehat{u}^n = \sqrt{E(\kappa^n) \Delta \kappa^n} \quad (2.53)$$

onde $\Delta \kappa^n$ é o intervalo de número de onda centrado em κ^n , sendo este intervalo utilizado para discretizar o espectro de energia $E(\kappa^n)$ e assim poder estimar a parcela de energia cinética que se refere a cada número de onda κ^n . Sendo assim, a somatória do quadrado $\widehat{u}^n$ é igual a energia cinética turbulenta, sendo assim ficamos com:

$$k = \sum_{n=1}^N (\widehat{u}^n)^2 \quad (2.54)$$

O espéctro de energia $E(\kappa^n)$ é dividido por meio de uma distribuição linear, dada por:

$$\kappa^n = \kappa^1 + n\delta\kappa \quad (2.55)$$

onde $\delta\kappa = \frac{\kappa^N - \kappa^1}{N-1}$.

O espectro de energia para turbulência isotrópica é aproximado pelo espectro de Kármán-Pao, dado por:

$$E(\kappa) = a \frac{1}{\kappa_e} \left(\frac{2}{3} k \right) \frac{\left(\frac{\kappa}{\kappa_e} \right)^4}{\left[1 + \left(\frac{\kappa}{\kappa_e} \right)^2 \right]^{\frac{17}{6}}} e^{\left[-2 \left(\frac{\kappa}{\kappa_e} \right)^2 \right]} \quad (2.56)$$

onde κ é o número de onda, $\kappa_\eta = \varepsilon^{\frac{1}{4}\nu}$ é o número de onda de Kolmogorov, ε é a taxa de dissipação e k a energia cinética turbulenta. O termo κ_e corresponde ao número onda onde ocorre o pico no espectro de energia, em outras palavras, corresponde ao número de onda das estruturas vorticais mais energéticas do escoamento.

A energia cinética turbulenta k e taxa de dissipação ε podem ser determinadas através de uma solução RANS do escoamento, sendo utilizados para determinar os parâmetros κ_e e a . A energia cinética turbulenta deve ser igual à integral do espectro de energia dado pela Eq. 2.56, assim podemos determinar que a constante a é igual a 1.45276.

A escala de comprimento determinada a partir de uma solução RANS pode ser determinada por:

$$l_t = f_t \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon} \quad (2.57)$$

onde f_t é um fator de ajuste para calibrar a escala de comprimento da turbulência sintetizada. Assumindo que a escala de comprimento da solução RANS do escoamento é igual a

escala integral de comprimento para o caso de turbulência isotrópica, temos que:

$$l = l_t = \frac{4\pi}{4k} \int \frac{E(\kappa)}{\kappa} d\kappa \quad (2.58)$$

por meio desta expressão obtemos que:

$$\kappa_e = \frac{9\pi}{55} \frac{a}{l} \quad (2.59)$$

A evolução temporal das flutuações turbulentas é introduzida através da aplicação de um filtro temporal. Em primeiro lugar é gerado o campo de flutuações turbulentas $\hat{u}'_{i,S}^m$ por meio da Eq. 2.52, onde o sobrescrito m indica o passo no tempo. O campo de flutuações turbulentas sintetizada não apresenta correlação temporal, cada realização $\hat{u}'_{i,S}^m$ é independente de todas as outras realizações. Em outras palavras, as flutuações geradas são apenas ruído branco. Um campo de velocidades com correlação temporal pode ser determinado através do processo de filtragem dado por:

$$\hat{v}'_{i,S}^m = c\hat{v}'_{i,S}^{m-1} + d\hat{u}'_{i,S}^m + \hat{u}'_{i,S}^{m-1} \quad (2.60)$$

onde $c = e^{\frac{-\Delta t}{\tau_t}}$ e $d = f_A \sqrt{\frac{1-c}{2}}$. Sendo o termo τ_t a escala de tempo da turbulência, que é determinado por meio do campo turbulento RANS, e f_A um fator de amplificação utilizado para modificar o campo filtrado. Normalmente c é próximo de um e d é próximo de zero. A escala de tempo da turbulência é determinado por meio da relação:

$$\tau = f_{\tau_t} \frac{k}{\varepsilon} \quad (2.61)$$

o termo f_{τ_t} foi introduzido com intuito de possibilitar ajustes na escala temporal.

Com intuito de introduzir efeitos convectivos na geração da turbulência sintetizada, o campo de velocidades $\hat{v}'_{i,S}^{m-1}$ vem da solução de uma equação de convecção dada por:

$$\frac{\partial \hat{v}'_{i,S}^{m-1}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \hat{v}'_{i,S}^{m-1}}{\partial x_j} = 0 \quad (2.62)$$

Segundo [Billson \[2004\]](#), a aplicação do operador convectivo no resultado do filtro temporal se faz necessário para evitar o problema de perda da correlação espacial, o que é reportada por [Keating e Piomelli \[2004\]](#), por exemplo.

Até este ponto as flutuações turbulentas sintetizadas são isotrópicas. O principal objetivo desta metodologia é gerar um campo de flutuações turbulento com anisotropia especificada pelo tensor de Reynolds. A ideia é introduzir anisotropia no campo de flutuações sintetizado no eixo principal do tensor de Reynolds, já que neste eixo os termos fora da diagonal principal do tensor são nulos e a anisotropia é determinada por suas componentes normais. Por fim o

campo anisotrópico é projetado para o sistema de coordenada original do tensor de Reynolds. Sendo estes processos similares aos processos de escalonamento e transformação ortogonal do campo de flutuações de velocidades turbulentas apresentado em Smirnov *et al.* [2001], porém o processo garante que o campo final tenha divergência nula, enquanto que no método de Smirnov *et al.* [2001] divergência nula ocorre apenas se o escoamento for homogêneo. A expressão para determinação do campo de flutuações de velocidades anisotrópica no eixo normal é dada por:

$$\widehat{u}_{i,S}^{a*} = 2 \sum_{n=1}^N \widehat{u}^n \cos \left(\widehat{k}_j^{n,a} x_j^* + \psi^n \right) \sigma_i^{n,a}, \quad (2.63)$$

onde o sobrescrito * indica que a variável está representada no sistema de coordenadas alinhado com eixo principal do tensor de Reynolds. Já o sobrescrito indica que o campo em questão é anisotrópico. O escalonamento do campo isotrópico é feito por meio de $\sigma_i^{n,a} = C^{\frac{1}{2}} \sigma_i^n$. Este processo resulta na introdução de anisotropia no campo. Sendo que $C^{\frac{1}{2}} = (\tau_t^{ad})^{\frac{1}{2}}$, τ_t^{ad} tensor de Reynolds normalizado por $\frac{2}{3}\rho k$ no eixo principal. O número de onda é definido por: $\widehat{\kappa}^a = C^{-\frac{1}{2}} \widehat{\kappa}^n$, esta modificação no número de onda foi introduzida para garantir que o campo de velocidades gerado tenha divergência nula para um campo homogêneo e anisotrópico, ou seja, $\widehat{\kappa}^a \cdot \sigma^{n,a} = 0$. A expressão final para o campo de velocidades é obtida retornando o campo de velocidades $\widehat{u}^{a*}$, que está representando no eixo principal do sistema de coordenadas utilizado. A matriz de transformação é composta pelos autovetores do tensor de Reynolds. Sendo assim, ficamos com:

$$\widehat{u}_{i,S}^a = a_{ik} \widehat{u}_{i,S}^{a*} \quad (2.64)$$

Este método é capaz de gerar o campo de flutuações turbulentas, bem como os outros dois métodos de sintetização das flutuações turbulentas apresentados anteriormente, de tal forma que a medial temporal do produto $\widehat{u}_i^a \widehat{u}_i^a$ é igual ao tensor de Reynolds.

2.4 Método Numérico

O pacote computacional OpenFOAM (*Open-source Field Operation and Manipulation*) tem vantagens técnicas e financeiras que justificam sua utilização. Entre as vantagens técnicas está a grande quantidade de métodos numéricos disponíveis no código, métodos estes que são utilizados para solução de escoamentos tanto compressíveis como incompressíveis. E ainda mais, temos a disponibilidade de vários modelos de turbulência implementados, do tipo RANS, LES e até mesmo DNS. As implementações existentes no código podem ser utilizadas com base para novas implementações, o que simplifica o trabalho para obtenção de novos modelos. O OpenFOAM pode ser utilizado em simulações extremamente complexas, como as mencionadas na introdução, bem como as novas implementações já nascem com esta capacidade. Por último, mas não menos importante existe a vantagem financeira, o código

em questão é livre, o que implica na inexistência de custo algum para sua utilização, o que facilita bastante no desenvolvimento de trabalhos científicos dada constante escassez de recursos financeiros. Sendo que a versão 2.4.0 do OpenFOAM foi utilizada neste trabalho.

A metodologia numérica utilizada no OpenFOAM é o método dos volumes finitos [Villiers, 2006]. O espaço computacional é dividido em volumes de controles, sendo que as propriedades são calculadas no centroide dos mesmos, sendo armazenadas de forma co-localizada, ou seja, a velocidade e a pressão são armazenadas no mesmo ponto. Com intuito de evitar problemas em decorrência da co-localização, como oscilação dos campos e ainda problemas para a avaliação do gradiente de pressão nas faces do volume, a interpolação de Rhie-Chow (Rhie e Chow [1983] apud Mangani [2008]) ou interpolação da quantidade movimento (momentum interpolation). O acoplamento entre o campo de velocidades e pressão é realizado através do procedimento PISO (Pressure-Implicit with Splitting of Operators) proposto por Issa *et al.* [1986]. O processo de marcha temporal é realizado através do método de segunda ordem de diferenças para trás (*Second Order Backward Differencing*). O sistema algébrico resultante da aplicação da discretização temporal e espacial é resolvido com o método iterativo de Gauss-Seidel.

A metodologia numérica que foi descrita de forma bastante resumida e simplificada é aplicada para os três modelos de turbulência descritos anteriormente. Mais detalhes do processo de discretização espacial e do processo de integração temporal podem ser encontrados Villiers [2006] e Jasak [1996].

Por fim, na Fig. 2.6 é apresentada, de forma esquemática, a metodologia proposta no presente trabalho. O método PISO é utilizado para solução das equações NLDE.

Figura 2.6: Esquema de funcionamento da metodologia proposta neste trabalho.

Capítulo 3

Resultados

Neste capítulo iremos apresentar os resultados das simulações para o caso do escoamento em uma canal formado por paredes paralelas em duas condições distintas. Iremos aplicar basicamente três metodologias para solução do escoamento, a saber, RANS, NLDE e LES. Com intuito de verificar e ao mesmo tempo interpretar as interações entre as escalas por meio dos processos de transferência de energia cinética turbulenta. Uma vez que, a principal contribuição deste trabalho é a obtenção de uma metodologia para solução de escoamentos turbulentos, baseado na plataforma do *OpenFOAM*, e que seja capaz de representar o processo de cascata inversa de energia (*backscatter*). Esta metodologia é baseada na solução das equações de NLDE com opção de incluir os termos submalha, que por sua vez serão incluídos via modelo de sintetização das flutuações turbulentas. Por meio dos resultados gerados por esta metodologia seremos capazes de verificar a influência do backscatter (cascata inversa de energia) no escoamento.

A principal hipótese que estamos tentando verificar é que a supressão do *backscatter* na simulação leva ao cálculo errôneo dos efeitos de parede no escoamento. Isto estaria intrinsecamente ligado ao fato da modelagem do escoamento com modelos de turbulência do tipo LES terem a necessidade de utilizar malhas com refinamento suficiente para resolver boa parte das escalas turbulentas presentes na camada limite. Este fato se dá em decorrência dos modelos de turbulência deste tipo, disponíveis na literatura, introduzirem apenas o efeito de drenagem de energia (cascata de energia do sentido das maiores escalas para as menores) e serem incapazes de introduzir os efeitos da cascata inversa de energia (*backscatter*) com intensidade consistente. O fato dos modelos submalha só drenarem a energia leva a uma diminuição significativa da dinâmica do escoamento, fato que será mostrado mais adiante neste capítulo. A tentativa de ser capaz de calcular os efeitos do backscatter nas simulações do tipo LES levaria a necessidade de malhas bastante refinadas nas regiões próximas às paredes sólidas, onde teríamos que ser capaz de resolver praticamente todas as escalas vorticais do escoamento. Este tipo de abordagem levaria a necessidade de uma grande capacidade computacional, principalmente em decorrência do tamanho da malha. Na média a transferência de energia cinética turbulenta se dá no sentido das grandes escalas vorticais para as

pequenas escalas vorticais. Entretanto, este processo na realidade é a diferença entre dois fluxos de energia direto (*forward scatter*) e indireto (*backscatter*). Sendo que a cascata direta é considerada por meio dos modelos SGS convencionais. Por outro lado, a tentativa de incluir a cascata inversa nos modelos SGS LES levaria ao aparecimento de regiões onde a viscosidade SGS é negativa para um dado intervalo de tempo, porém, o aparecimento destas regiões leva a instabilidades numéricas que normalmente levam à divergência da solução numérica. Por este motivo os modelos SGS LES, normalmente, não incluem os efeitos da cascata invertida.

A formulação proposta neste trabalho introduz os efeitos da cascata inversa através da introdução de flutuação de velocidade via modelos de sintetização (apresentados anteriormente), vale ressaltar que até o presente momento apenas o modelo de Billson [2004] foi utilizado nas simulações. Sendo assim, nesta formulação não temos, em tese, a necessidade de malhas extremamente refinadas como no caso LES, uma vez que as escalas que não são resolvidas são introduzidas via modelos de sintetização. Esta abordagem tenderia a reduzir a necessidade de refinamento de malha, porém são necessários estudos para verificação desta tendência. Os resultados que serão apresentados vão na direção de tentar desmontar este ponto.

Este capítulo será dividido em duas seções, onde apresentaremos os resultados obtidos para simulações numéricas em dois números de Reynolds. Inicialmente iremos apresentar uma breve descrição do caso teste que iremos abordar e na sequência serão apresentados os resultados bem como a análise destes resultados.

3.1 Descrição do Caso Teste - escoamento em um Canal

O caso teste utilizado para avaliar o desempenho da nova abordagem para tratamento do escoamento turbulento foi o escoamento completamente desenvolvido entre paredes paralelas, canal infinito. Sendo que os resultados utilizados como referência para as comparações que serão apresentadas foram obtidos por Moser *et al.* [1999] e Kim *et al.* [1987] por meio de simulação DNS (Direct Numerical Simulation) para Re_τ igual a 395, este resultado de referência será utilizado na seção 3.2. Resultados com Re_τ entre 594 e 1901 (o resultado que será utilizado é $Re_\tau = 934$ na 3.3) podem ser encontrados em del Álamo *et al.* [2004], sendo que estes foram obtidos via DNS. O trabalho de Schultz e Flack [2013] apresenta resultados experimentais para o caso do canal com paredes paralelas, onde os resultados apresentados são para Re_τ de 1010, 1960, 4050 e 5900, o resultado que será utilizado para comparações é o com $Re_\tau = 1010$.

Na Fig. 3.1 é apresentado um esquema do escoamento em questão, sendo que este esquema foi extraído de Villiers [2006]. Nesta figura também são apresentadas as condições de contorno utilizadas nas simulações que realizamos e serão apresentadas nas seções Sec. 3.2 e Sec. 3.3.

Figura 3.1: Representação da geometria utilizada para realização das simulações. Figura extraída de Villiers [2006].

O número de Reynolds baseado na velocidade de atrito (Re_{τ}), onde:

$$Re_\tau = \frac{U_\tau \rho h}{\mu} \quad (3.1)$$

onde ρ é a densidade do fluido, μ é a viscosidade dinâmica do fluido, h é a altura do canal e U_τ é a velocidade de atrito. A velocidade U_{τ} é determinada por meio da tensão de cisalhamento na parede (τ_w) e ρ , sendo dada por:

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (3.2)$$

3.2 Caso Teste 1 - Escoamento em um Canal com $Re_\tau = 395$

Nesta secção inicialmente faremos uma avaliação dos efeitos gerados por não utilizarmos malhas adequadas nas soluções numéricas, principalmente nos perfis de $U^+ = \frac{U}{U_\tau}$ (velocidade adimensionalizada pela velocidade de atrito, U_τ) e $k^+ = \frac{k}{\rho U_\tau^2}$ (energia cinética turbulenta adimensionalizada por ρU_τ^2). Por meio dos cálculos das taxas de dissipação da energia cinética turbulenta (ε^+ e ε^-) e de seu balanço, associaremos as discrepâncias encontradas nas soluções numéricas à dinâmica (interações entre estruturas vorticais) apresentada pelas menores estruturas vorticais presentes na solução numérica, sendo que estas são escalas que ainda são resolvidas pela combinação malha mais metodologia utilizada para solução do escoamento. As taxas de dissipação são determinadas conforme apresentado na secção 2.3.1. Verificaremos, também, a quantidade de dissipação de energia cinética que é introduzida no escoamento devido as interações entre as estruturas vorticais, com escalas de comprimento menores que o comprimento característico utilizado no processo de filtragem, em outras palavras, avaliaremos a interação entre as estruturas vorticais que são menores que o comprimento característico do filtro utilizado e que são resolvidas pela metodologia numérica

implementada, sendo esta última dada principalmente pela resolução espacial e dissipação introduzida pelo modelo utilizado para as tensões submalha. A hipótese inicial a ser verificada, se apóia na afirmação de que se não houver uma representação mínima das menores escalas (que são inferiores ao comprimento característico do filtro utilizado e maiores que resolução da malha), principalmente na região da *buffer layer*, a região logarítmica da camada limite do canal fica com resolução ruim, ou seja, os resultados numéricos se afastam do valor de referência obtido via DNS por Moser *et al.* [1999].

Tabela 3.1: *Malhas que serão utilizadas para gerar os resultados desta subsecção*

Malha	x	y	z	Δx^+	Δy^+	Δz^+	r
M1_10-4	40	100	40	40.20	0.08	20.10	1, 20
M1_10-2	40	100	40	40.20	4	20.10	1, 20
M2_8	200	100	100	8	8	20.10	1, 00
M2_16	100	50	50	16	16	20.10	1, 00
ME_1_110	40	100	40	40.20	2	20.10	1, 10
ME_1_120	40	100	40	40.20	2	20.10	1, 20
ME_0.1_120	40	100	40	40.20	0.2	20.10	1, 20
ME_4_120	40	100	40	40.20	8	20.10	1, 20
ME_1_105	40	100	40	40.20	2	20.10	1, 05
ME_0.2_120	40	100	40	40.20	0.4	20.10	1, 20

O domínio computacional do canal ($4x2x2$) tem 4 metros de comprimento, 2 de altura e 2 metros de largura. No presente trabalho não será avaliado possíveis efeitos decorrentes do tamanho do domínio computacional. A discretização (número de elementos em cada direção), comprimento viscoso associados às direções e a razão de crescimento (r) dos elementos na direção normal à parede sólida (y) são apresentados na Tab. 3.1. Os parâmetros x, y e z da Tab. 3.1 representam o número de elementos nas direções do comprimento, altura e largura do canal. Já os parâmetros Δx^+ , Δy^+ e Δz^+ representam os comprimentos viscosos nas direções mencionadas. O parâmetro r representa a razão de crescimento aplicada nos elementos da altura do canal, quando este é igual a 1,00 indica que todos os elementos de malha têm o mesmo tamanho. O valor do Y^+ (comprimento viscoso baseado na distância do centróide do primeiro elemento da malha após a parede sólida) é igual a metade de Δy^+ . A nomenclatura utilizada para representar as malhas que serão utilizadas para gerar os resultados desta subsecção são de dois tipos. Sendo a primeira composta por dois parâmetros, tipo de malha (M1 e M2) e distância do primeiro elemento de malha até a parede sólida mais próxima. Já a segunda é compostas de três parâmetros, tipo de malha (ME), distância do primeiro elemento de malha até a parede mais próxima e razão de crescimento dos elementos da malha.

Os resultados que serão apresentados neste secção e também na secção 3.3 são os resultados da média de 601 realizações do escoamento em 10 passagens pelo canal, ou seja, o tempo total das simulações é igual ao tempo que uma partícula fluida, com velocidade média do escoamento no canal, leva para percorrer uma distância igual a 10 vezes o comprimento do

canal. Só passamos a registrar os campos do escoamento, para determinação dos campos médios, depois que os campos foram considerados estatisticamente convergidos, em outras palavras, gravamos os campos quando a média de conjunto de todas as iterações passam a não apresentar variações. O tempo total para se obter a convergência foi encontrado como sendo igual ao tempo que uma partícula fluida leva, com velocidade média do escoamento no canal, para percorrer um comprimento igual a 60 vezes o comprimento do canal. Nos estudos que serão apresentados, considera-se apenas um passo no tempo, que caso de $Re_\tau = 395$ é de 0,01 segundos e no caso de $Re_\tau = 1000$ é de 0,0035 (secção 3.3).

Serão apresentados e analisados os efeitos do refinamento de malha (Tab. 3.1) na solução numérica bem como os efeitos de introduzirmos o modelo de Billson [2004] para gerar flutuações turbulentas submalha (estruturas vorticais menores que a resolução espacial). Estas avaliações serão realizadas por meio da análise dos perfis de velocidade, energia cinética turbulenta, tensões de Reynolds, e taxa de dissipação da energia cinética.

Para tanto, iremos apresentar resultados de 5 metodologias para solução do escoamento turbulento no canal turbulento. A primeira metodologia a ser utilizada será o modelo de turbulência tipo LES apresentado na secção 2.2. Das metodologias restantes, três se baseiam nas equações NLDE, conforme descrito na secção 2.3. A segunda formulação se baseia nas equações NLDE, sendo o campo das tensões de Reynolds obtido de uma solução DNS. Na terceira formulação o campo das tensões de Reynolds obtido por meio da solução RANS obtida previamente. A combinação de modelo de sintetização de flutuações submalha, que para este trabalho é o modelo apresentado por Billson [2004], com as equações NLDE baseadas no tensor de Reynolds RANS é a quarta metodologia. Por fim, a quinta metodologia de solução do escoamento turbulento que iremos apresentar é modelo de turbulência RANS SA-QCR2013, que apresentado na secção 2.1 deste trabalho.

A dissipação total presente em uma solução numérica é composta por três partes. Sendo a primeira, associada a dissipação introduzida devido ao refinamento da malha, esta parcela tende a diminuir com o aumento do refinamento da malha (diminuição do tamanho característico do elemento) e por consequência o tamanho característico do filtro, que é utilizado para determinação da dissipação introduzida pelo modelo submalha, que representa o segundo termo de dissipação. O terceiro termo de dissipação está relacionado com o efeito das menores escalas presentes na solução numérica ou introduzida na solução através de modelos de sintetização da turbulência, que no caso em estudo será determinado através da filtragem do campo resolvido numericamente, este terceiro termo está relacionada com a forma com que a energia é transferida entre as menores estruturas vorticais do escoamento. Para esta terceira forma de dissipação é esperado que a dissipação líquida (média) seja positiva, indicando que a transferência da energia entre as escalas drena energia, ou seja, tem um efeito de dissipação e a cascata média de energia se dá das maiores escalas para menores. Porém, como mostrado anteriormente através da equação filtrada da energia cinética, este efeito e o resultado líquido da soma de termos que tem valores negativo e positivo, que representam as interações entre as estruturas vorticais de diferentes tamanhos e estão relacionados com a

transferência de energia cinética entre estas escalas. Este processo de transferência de energia cinética pode ocorrer das menores para as maiores e também das maiores para menores, cascata direta e cascata invertida, respectivamente. Em outras palavras, o sinal do termo de dissipação da energia indica a direção que ocorre a cascata de energia cinética.

Até o presente momento, apenas os termos de dissipação referentes ao efeito das menores escalas presentes na solução numérica foram determinados, principalmente para tentar relacionar estes resultados, que são uma indicação da dinâmica do escoamento, com os resultados médios obtidos pelas simulações. Os outros termos, não foram determinados inicialmente, pois se imaginava que seus efeitos seriam percebidos através da variação da malha. Para um estudo mais detalhado se faz necessário a determinação destes termos, no mínimo o termo relativo ao modelo de turbulência, uma vez que o termo de dissipação numérica, depende do nível de refinamento da malha, do esquema de discretização espacial e do próprio escoamento.

3.2.1 Solução LES

Os primeiros resultados que iremos apresentar se referem ao modelo de turbulência LES apresentado na seção 2.2. As malhas utilizadas para estas soluções iniciais não são adequadas para serem utilizadas com este tipo de formulação. Entretanto, a utilização destas malhas foi feita de forma deliberada com intuito de evidenciar os problemas gerados ao não se atentar aos requisitos de malha que este modelo requer, principalmente nas proximidades de parede. Estas mesmas malhas serão utilizadas em conjunto com outras formulações de turbulência, inclusive a baseada na formulação NLDE em conjunto com sintetização de turbulência para as perturbações cujas escalas são imperceptíveis ao refinamento utilizado na malha em questão, com intuito de evidenciar possíveis melhorias em decorrência da formulação de turbulência utilizada.

A região compreendida por Y^+ menor ou igual a 5 representa a subcamada laminar ou subcamada viscosa, nesta região temos que U^+ é igual ao Y^+ . Na região compreendida por valores de Y^+ entre 5 e 60 temos a *buffer layer* ou camada limite tampão. Já a região com Y^+ maior que 60 corresponde a região conhecida como região logarítmica, uma vez que nesta região o perfil de camada limite segue a lei logarítmica ($U^+ = \frac{1}{0.41} \ln Y^+ + 5.0$). Os resultados LES, em resumo, mostram que o perfil de velocidades tende a se aproximar do resultado DNS com aumento do refinamento da malha, principalmente na região da *buffer layer*. A maior discrepância entre os resultados LES e DNS é obtido com a malha menos refinada, o que de certa forma é o esperado. Na região logarítmica da camada limite todos os resultados obtidos para as três malhas apresentam discrepâncias com relação ao valor de referência, dado pela solução DNS obtida por Moser *et al.* [1999]. Estas observações foram realizadas com base na Fig. 3.2.

Por outro lado, vemos na Fig. 3.3 que as simulações obtidas com LES indicam que o pico de energia cinética turbulenta, k^+ , ocorre em uma posição diferente da obtida via DNS

[Moser *et al.*, 1999] para $Re_\tau = 395$, isto para as três malhas utilizadas. Os resultados DNS mostram que o pico ocorre para Y^+ igual a aproximadamente 17, enquanto que para os resultados LES ocorre para Y^+ igual a aproximadamente 35, com uma pequena variação entre as malhas. Já a intensidade de k^+ varia bastante entre as malhas, sendo que para a malha mais refinada (M1_10 – 4_LES) o nível máximo de energia cinética turbulenta (k^+) fica muito próximo ao valor obtido via DNS. Vale ressaltar que o refinamento de malha que estamos nos referenciando é o refinamento na direção da altura do canal, uma vez que, a diferença entre as malhas M1_10 – 2 e M1_10 – 4 está na altura do primeiro elemento com relação à parede, na razão de crescimento dos elementos e no número de divisões presentes na direção da altura do canal. O espaçamento nas direções do comprimento e da largura do canal para ambas as malhas é o mesmo. Quando esta malha é engrossada, passando para os resultados M1_10 – 2_LES, temos que a valor máximo de k^+ diminui. O que de certa forma está associado à interação entre as estruturas presentes na solução do escoamento, esta observação será retomada quando fizermos a avaliação dos termos de dissipação associados a equação da energia cinética relacionados à cascata direta (*forward-scatter*) e cascata inversa (*backscatter*) descrita na secção 2.3.1.

Figura 3.2: Perfil de velocidade adimensional, $U^+ = \frac{U}{U_\tau}$ por $Y^+ = \frac{Y\rho U_\tau}{\mu}$, onde Y é a posição ao longo da altura do canal. Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e DNS [Moser *et al.*, 1999].

Figura 3.3: Perfil de energia cinética turbulenta adimensional, $k^+ = \frac{k}{U_\tau^2} = \frac{\frac{1}{2}\overline{u_i' u_i'}}{U_\tau^2}$ por $Y^+ = \frac{Y\rho U_\tau}{\mu}$, onde Y é a posição ao longo da altura do canal. Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e DNS [Moser et al., 1999].

Os resultados obtidos com a malha M2_16_LES (malha com espaçamento igual nas três direções) apresenta a maior discrepância com relação aos valores DNS de referência, sendo que a grande maioria dos valores de k^+ são superestimados (região logarítmica da camada limite e *buffer layer*). As discrepâncias observadas (ver Fig. 3.3) devem estar associadas a falta de refinamento e ao modelo utilizado para o cálculo das tensões submalha.

A Tab. 3.2 apresenta os valores de velocidade de atrito obtidos com as malhas e seus respectivos erros com relação ao valor obtido via DNS. Os valores do erro são determinados pela expressão dada pela Eq. 3.3.

$$Erro = \left| \frac{U_\tau^{DNS} - U_\tau^{Caso}}{U_\tau^{DNS}} \right|, \quad (3.3)$$

onde U_τ^{Caso} é a velocidade de atrito obtida via solução numérica e U_τ^{DNS} é a velocidade de atrito obtida por meio da simulação DNS.

Dos resultados de velocidade de atrito apresentados na Tab. 3.2, temos que o maior erro ocorre para o caso M2_16_LES. Sendo esta malha igualmente espaçada nas três direções, com espaçamento $\Delta x^+, \Delta y^+$ e Δz^+ , que estão relacionadas ao comprimento, largura e altura do canal, respectivamente, igual a aproximadamente 8. Esta malha, entre as três utilizadas, é que apresenta o refinamento mais grosseiro nas proximidades da parede. O resultado com menor erro não foi obtido com a malha com mais refinamento (M1_10-4_LES) e sim com a malha intermediária, M1_10-2_LES. O erro é calculado com relação ao resultado obtido por

Tabela 3.2: Velocidade de atrito obtida para os casos LES. O erro é calculado com relação ao resultado obtido por meio de uma simulação DNS [Moser *et al.*, 1999] que para $Re_\tau = 395$ é igual a $0.00784m/s$. O erro é determinado pela expressão Eq. 3.3.

Caso	$U_\tau^{Caso} \left(\frac{m}{s} \right)$	Erro (%)
M1_10-4_LES	0.00734	6.43
M1_10-2_LES	0.00746	4.84
M2_16_LES	0.00689	12.13

meio de uma simulação DNS [Moser *et al.*, 1999] que para $Re_\tau = 395$ é igual a $0.00784m/s$. O erro é determinado pela expressão Eq. 3.3.

Os termos que representam a taxa de dissipação da equação da energia cinética turbulenta são apresentados nas Fig. 3.4 e Fig. 3.5. Já o balanço entre as taxas de dissipação é apresentado na Fig. 3.6. Sendo que as taxas e balanço são determinados com base nas velocidades filtradas, onde o comprimento característico do filtro utilizado é igual à duas vezes a raiz cúbica do volume do elemento de malha. Desta forma, os valores apresentados nas figuras não devem ser comparados diretamente entre si, para tal seria necessário que os comprimentos característicos dos filtros fossem semelhantes. Vale ressaltar que os valores das taxas de dissipação apresentados nas Figs. 3.4, 3.5 e 3.6 são adimensionalizados por ρU_τ^3 e determinados no centróide do elemento de malha. Das Fig. 3.4 e Fig. 3.5 é possível destacar que todas as regiões da camada limite apresentam o processo de cascata direta (*forward-scatter*) e cascata inversa (*backscatter*). Sendo que esta observação é independente do refinamento da malha, ou seja, verificamos o mesmo comportamento para todas as malhas.

Figura 3.4: Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal positivo, ε^+ , em função do Y^+ . Este termo está associado ao processo de cascata direta da energia cinética turbulenta (*forward-scatter*).

Figura 3.5: Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal negativo, ε^- , em função do Y^+ . Este termo está associado ao processo de cascata indireta da energia cinética turbulenta (*backscatter*).

Os termos apresentados nas Fig. 3.4 e Fig. 3.5 resultam diretamente dos efeitos das interações entre as escalas vorticiais com comprimentos característicos menores, que o comprimento característico do filtro utilizado no processo de filtragem e maiores que as escalas das estruturas vorticiais resolvidas de fato pela malha em questão. Vemos nesta figura que todos os casos apresentam os dois tipos de cascata de energia, das maiores para menores escalas de comprimento (*forward-scatter*) e das menores para as maiores escalas de comprimento (*backscatter*). Os efeitos obtidos da solução do escoamento na malha mais grossa, M2_16_LES_F2, são significativamente maiores, sendo em algumas regiões aproximadamente 10 vezes maiores que das outras. Isto se deve as escalas de comprimento que estão sendo consideradas no processo de filtragem. Por outro lado, as soluções obtidas com as outras malhas (M1_10-4_LES_F2 e M1_10-2_LES_F2) apresentam resultados semelhantes, apesar da discrepância dos volumes das células da malha e por consequência o comprimento característico utilizado no processo de filtragem, em todas as regiões da camada limite.

Para a taxa de dissipação líquida (Fig. 3.6), ε^{NET} , podemos observar que as soluções obtidas com as malhas com maior refinamento próximo a parede (M1_10-4_LES_F2 e M2_10-2_LES_F2) indicam que as interações entre as estruturas vorticiais, com escalas de comprimento entre os comprimentos referentes a resolução da malha e ao comprimento característico do filtro, gera uma drenagem da energia cinética turbulenta. Ou seja, estas interações geram na média uma cascata direta de energia, onde a direção é das maiores para as menores escalas. Por outro lado, a solução obtida com a malha mais grossa (M2_16_LES_F2) indica a ocorrência tanto da cascata inversa como da cascata direta. Quando os valores de ε^{NET} são positivos, temos que a cascata de energia é dominada pela cascata direta (*forward-scatter*), ou seja, o processo médio ocorre na direção clássica. Entretanto, quando temos valores ne-

gativos, temos que o processo de cascadeamento de energia cinética turbulenta é dominado pela cascata inversa (*backscatter*).

Figura 3.6: Variação do balanço dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ou taxa dissipação líquida (soma dos termos positivos e negativos), ϵ^{NET} .

Vale ressaltar que todos os valores apresentados nas figuras Fig. 3.4, Fig. 3.5 e Fig. 3.6 consideram apenas o campo resolvido, ou seja, não está sendo considerada a parcela referente ao modelo das tensões submalha utilizado nas simulações LES. Esta parcela tende a aumentar a parcela positiva da dissipação, aumentando assim o processo de drenagem de energia. Sendo que esta drenagem é excessiva, conforme veremos mais adiante, causando impacto considerável na dinâmica das menores estruturas vorticais presentes na solução numérica.

3.2.2 Solução NLDE Com o Tensor das Tensões de Reynolds Extraído da Solução DNS de Moser *et al.* [1999]

Para utilização da metodologia baseada nas equações não lineares das equações de perturbações (NLDE), temos que ter inicialmente um campo de velocidades média e o campo tensorial das tensões de Reynolds. Com uma primeira abordagem, que tem por objetivo verificar a viabilidade do modelo de turbulência proposto neste trabalho, para solução de escoamentos turbulentos em um canal (apresentado na Fig. 3.1), iremos utilizar a solução média extraída da solução DNS obtida por Moser *et al.* [1999].

Novamente será feito uma avaliação do perfil de velocidade, U^+ , e do perfil de energia cinética turbulenta, k^+ . Também, serão avaliados os termos de dissipação da equação da energia cinética (ϵ^+ , ϵ^- e ϵ^{NET}), bem como os valores obtidos para velocidade de atrito por cada combinação malha e formulação de turbulência utilizada. Para efeito de comparação serão mantidos os resultados LES apresentados na secção anterior.

Inicialmente, iremos analisar os resultados obtidos com o método NLDE (com o campo médio vindo da solução DNS obtida por Moser *et al.* [1999]) com a malha M2_16. Sendo que, esta malha tem o pior refinamento na região próxima à parede. Esta solução será comparada com os resultados obtidos com formulação da turbulência do tipo LES e os resultados DNS Moser *et al.* [1999]. Na Fig. 3.7 temos a comparação do perfil de velocidades obtidos com os modelos de turbulência mencionados. Nesta figura é possível constatar que a metodologia NLDE melhora significativamente os resultados obtidos nas regiões da *buffer layer* e na região logarítmica da camada limite. Nenhum comentário foi feito com relação à subcamada viscosa, uma vez, que a malha em questão não tem elementos nesta região. Nesta mesma figura podemos observar os resultados para malhas mais refinadas na região próxima à parede (M1_10-4 e M1_10-2_) para as soluções NLDE (campos médios extraídos da solução DNS) e LES. Os resultados NLDE se aproximam mais dos resultados de referência (DNS), do que os resultados LES. Indicando que temos uma metodologia que representa melhor o perfil da camada limite turbulenta do canal com paredes paralelas. Os resultados NLDE são melhores em todas as regiões da camada limite do canal.

Figura 3.7: Perfil de velocidade adimensional, $U^+ = \frac{U}{U_\tau}$ por $Y^+ = \frac{Y\rho U_\tau}{\mu}$, onde Y é a posição ao longo da altura do canal. Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência NLDE (campos médios extraídos da solução DNS), LES e DNS [Moser *et al.*, 1999].

O resultado LES obtidos com as malhas M1_10-4 e M1_10-2 são representados na Fig. 3.8 por M1_10-4_LES e M1_10-2_LES, respectivamente. Conforme já mencionado anteriormente, prevêm o pico de k^+ deslocado com relação ao resultado DNS, ocorrendo para estas soluções na região logarítmica da camada limite. Sendo que, a posição deste pico se encontra na *buffer layer*, conforme demonstram os resultados DNS [Moser *et al.*, 1999]

Figura 3.8: Perfil de energia cinética turbulenta adimensional, $k^+ = \frac{k}{U_\tau^2} = \frac{\frac{1}{2}\overline{u_i' u_i'}}{U_\tau^2}$ por $Y^+ = \frac{Y\rho U_\tau}{\mu}$, onde Y é a posição ao longo da altura do canal. Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência NLDE (campos médios extraídos da solução DNS), LES e DNS [Moser et al., 1999].

apresentados nesta mesma figura. Quando passamos a utilizar a metodologia NLDE, o pico passa a ocorrer na posição correta (na região da *buffer layer*). Porém, os valores de k^+ estão superestimados para ambas as malhas. Vale ressaltar que os valores de k^+ obtidos com malha menos refinada na proximidade da parede (M1_10-2_NLDE) apresentam resultados ligeiramente inferiores aos valores obtidos com a malha mais refinada na região próxima à parede.

A Fig. 3.8 também apresenta os perfis de energia cinética turbulência adimensionalizada, k^+ , para as soluções obtidas com a malha M2_16 e as formulações de turbulência LES (M2_16_LES) e NLDE (M2_16_NLDE (campo médio extraído da solução DNS)). Nesta figura podemos observar que as metodologias NLDE, para malha em questão, melhoram a previsão da posição do pico de k^+ , se aproximando da posição do pico obtida com resultados DNS. Os valores tendem a ser ligeiramente superestimados quando comparados com os resultados de referência DNS. Apesar da aparente falta de refinamento da malha, os resultados M2_16_NLDE são os que apresentam menor discrepância com relação aos resultados DNS.

Em resumo, a utilização da metodologia NLDE (com campo médio extraído do resultado DNS) tende a melhorar os resultados para uma mesma malha quando comparada com sua respectiva solução obtida por meio da formulação LES. O perfil de velocidade U^+ se aproxima mais dos resultados DNS ao longo de todas as subcamadas da camada limite do canal. O pico de k^+ passa a ser previsto em uma posição mais próxima da determinada pelos resultados DNS.

As Figs. 3.9, 3.10 e 3.11 apresentam os valores da taxa de dissipação ε^+ , ε^- e ε^{NET} adimensionalizados por ρU_τ^3 em função do Y^+ . O comprimento característico utilizado no processo de filtragem para obtenção destes valores é igual à duas vezes a raiz cúbica do volume do elemento de malha. Os valores apresentados nestas foram determinados no centróide do elemento de malha. Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência NLDE (campos médios extraídos da solução DNS) e LES.

Os termos apresentados nas figuras Fig. 3.9, 3.10 e 3.11, para os casos NLDE, apresentam valores significativamente maiores quando comparados aos valores obtidos com LES, indicando, assim a presença de uma dinâmica mais intensa, ou seja, existe uma maior interação entre as estruturas vorticais resolvidas, que tem escalas de comprimento entre o comprimento característico do filtro e o comprimento relativo ao número de onda de corte da solução numérica dada pelo espaçamento imposto na malha. A interação entre essas estruturas é mais intensa e, sendo assim, mais perceptível nas simulações NLDE e gerando termos de dissipação da energia cinética turbulenta com intensidades maiores, o que indica que, para uma mesma resolução de malha, estamos resolvendo mais estruturas com a abordagem NLDE do que com LES. A simulação LES, por meio do seu modelo de turbulência submalha, introduz dissipação em excesso, impedindo o desenvolvimento e a interação entre estruturas com comprimento característico que a malha teria suporte para resolver. Vemos que a eliminação do modelo submalha do tipo LES, ou seja, a mudança de abordagem (LES para NLDE) leva ao enriquecimento da dinâmica das interações entre as escalas que são representados pelos termos ε^+ e ε^- . Nas figuras Fig. 3.9 e Fig. 3.10, podemos observar que os valores de ε^+ e ε^- sofrem um aumento da ordem de 5 vezes em comparação com os valores obtidos com LES. Em outras palavras, as cascatas direta (*forward-scatter*) e inversa (*backscatter*) são intensificadas, implicando em uma melhor resolução, tanto das estruturas vorticais presentes no escoamento como das interações entre as estruturas vorticais.

Os valores dos termos da taxa dissipação ε^+ , ε^- foram bastante intensificados com utilização da abordagem baseada nas equações de NLDE. Os picos de ambos os termos ocorrem na *buffer layer* para todos resultados obtidos com NLDE com o tensor das tensões de Reynolds calculados por meio dos resultados apresentados por Moser *et al.* [1999]. Os balanços entre os termos ε^+ e ε^- para cada malha são apresentados na Fig. 3.11. Quando os valores de ε^{NET} são positivos, temos que o processo dominante no cascadeamento de energia cinética turbulenta ocorre na direção clássica (cascata direta - *forward-scatter*). Agora, quando temos valores negativos, temos que o processo dominante no cascadeamento de energia cinética turbulenta ocorre na direção inversa da clássica (cascata inversa - *backscatter*). O comprimento característico utilizado no processo de filtragem para obtenção dos valores apresentados na Fig. 3.11 é igual à duas vezes a raiz cúbica do volume do elemento de malha. As propriedades aqui apresentadas nesta figura são determinadas no centroide do elemento de malha. Vale ressaltar que a Fig. 3.11 apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência NLDE (campos médios extraídos da solução DNS) e LES.

Os resultados obtidos com a malha mais fina, M1_10-4_NLDE, indicando que em toda

Figura 3.9: Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal positivo, ε^+ , em função do Y^+ . Este termo está associado ao processo de cascata direta da energia cinética turbulenta (forward-scatter).

Figura 3.10: Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal negativo, ε^- , em função do Y^+ . Este termo está associado ao processo de cascata indireta da energia cinética turbulenta (backscatter).

a camada limite do canal o processo dominante é a cascata de energia cinética turbulenta direta, ou seja, na média ocorre o processo de transferência de energia turbulenta das estruturas vorticais de maior escalas para as de menor escalas. Conforme a malha próximo à parede se torna mais grossa, temos o aparecimento de regiões onde a cascata de energia turbulenta é dominada pelo processo inverso (*back-scatter*). Já no caso da malha menos refinada na região próxima à parede (M2_16) a cascata indireta (*buffer layer*) é o processo dominante em todas as regiões da camada limite do escoamento no canal.

As comparações quantitativas dos termos da taxa dissipação da energia cinética turbulenta só podem ser realizados entre as formulações turbulentas que usam a mesma malha, uma vez, conforme já mencionado os ε^+ e ε^- são determinados por meio de um processo de filtragem que depende do comprimento característico do elemento de malha onde o cálculo está sendo realizado. Neste ponto só podemos fazer comparações qualitativas. Para melhor interpretamos os efeitos do refinamento da malha nos termos ε^+ e ε^- iremos estudar malhas com espaçamento igual em todas as direções. O espaçamento de uma dada malha será igual ao dobro da malha com refinamento subsequente. Estes efeitos serão melhor discutidos na subsecção 3.2.3

Figura 3.11: Variação do balanço dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ou taxa dissipação líquida (soma dos termos positivos e negativos), ε^{NET} .

A utilização do modelo de turbulência baseado nas equações NLDE em conjunto com o tensor das tensões de Reynolds obtidos da solução DNS de [Moser *et al.*, 1999] (as tensões obtidas desta forma são as mais precisas) diminui o erro no cálculo da velocidade de atrito, significativamente. Este fato pode ser observado na Tab. 3.3, onde podemos observar a diminuição do erro no cálculo da velocidade de atrito, quando os resultados NLDE são comparados com os resultados LES. O erro relativo cai quase pela metade para as soluções

Tabela 3.3: Velocidade de atrito obtida para os casos simulados com modelo de turbulência LES e modelo de turbulência NLDE (campos médios extraídos da solução DNS). O erro é calculado com relação ao resultado obtido por meio de uma simulação DNS [Moser *et al.*, 1999] que para $Re_\tau = 395$ é igual a 0.00784m/s. O erro é determinado pela expressão Eq. 3.3.

Caso	$U_\tau^{Caso} \left(\frac{m}{s} \right)$	Erro (%)
M1_10-4_LES	0.00734	6.43
M1_10-2_LES	0.00746	4.84
M2_16_LES	0.00689	12.13
M1_10-4_NLDE	0.00757	3.46
M1_10-2_NLDE	0.00776	1.03
M2_16_NLDE	0.00767	2.26

M1_50_10-4_NLDE e M1_50_10-2_NLDE. Já para o caso da malha M2_16 pudemos perceber uma melhora no resultado ainda mais significativa que as outras malhas. Sendo que o erro passa de 12.13% para 2.26%, sendo estes valores relacionados às soluções obtidas com modelo de turbulência LES e modelo de turbulência NLDE, respectivamente.

3.2.3 Solução NLDE Com o Tensor das Tensões de Reynolds Extraídos de uma Solução RANS Obtida Previamente

Com os resultados obtidos até o presente momento, conseguimos mostrar que as simulações obtidas com o modelo de turbulência baseado nas equações NLDE geram resultados melhores que os resultados obtidos com modelo de turbulência LES (apresentado na secção 2.2), para uma mesma malha. Porém, conforme já mencionado, temos que o tensor das tensões de Reynolds foram obtidos de uma solução DNS [Moser *et al.*, 1999] do canal. Desta forma, para realmente demonstramos que a metodologia proposta no presente trabalho é capaz de gerar resultados realistas para o caso do canal com $Re_\tau = 395$, devemos utilizar o modelo de turbulência escolhido, que é o modelo RANS proposto por Mani *et al.* [2013] (SA-QCR2013). Este modelo será utilizado para gerar a solução prévia necessária, de onde serão extraídos os campos de velocidade média e o campo do tensor das tensões de Reynolds para aplicarmos no método NLDE em conjunto com o modelo proposto por Billson [2004] para sintetização da turbulência submalha. Como caso de estudo inicial iremos utilizar a malha M2_16. Antes de apresentamos a soluções com NLDE com e sem a utilização de sintetização das estruturas submalhas da turbulência, iremos mostrar os resultados obtidos com o modelo de turbulência SA-QCR2013 [Mani *et al.*, 2013].

Outro ponto que será abordado nesta secção será o efeito da malha no *backscatter*, como dito na secção 3.2.2 o comprimento característico dos filtros, que por sua vez depende do espaçamento da malha, devem ser compatíveis para que seja possível a comparação quantitativa do *backscatter*. Para tanto, iremos utilizar malhas com espaçamento constante, sendo que o espaçamento entre as malhas será dobrado, ou seja, a partir de uma dada malha a respectiva malha mais grossa será gerada multiplicando o espaçamento por 2, no nosso caso

a malha mais fina terá Y^+ igual a 8. Neste estudo iremos utilizar duas malhas M1_8 e M2_16, sendo que mais detalhes da malha podem ser encontrados na Tab. 3.1.

Um último estudo que será realizado para este caso, será um estudo de refinamento de malha para uma solução RANS, com intuito de obter a malha com menor refinamento possível que ainda seja suficiente para uma solução com pequena discrepância quando comparada com os valores de referência DNS [Moser *et al.*, 1999]. Os detalhes das malhas utilizadas neste estudo podem ser encontrados na Tab. 3.1. Uma vez que, o objetivo principal deste trabalho é gerar uma metodologia que seja capaz de representar a dinâmica da interação entre os vortices e os efeitos de parede com a menor malha que seja considerada apropriada para uma solução RANS, iremos utilizar a malha selecionada para gerar a solução do escoamento no canal com modelo NLDE em conjunto com o melhor ajuste do modelo de sintetização.

Solução RANS

Os resultados que iremos apresentar para o caso do canal com $Re_\tau = 395$ foram obtidos com o modelo proposto nos trabalhos de Spalart [2000] e Mani *et al.* [2013]. Para obtermos os resultados, de forma que $\overline{u'u'} > \overline{w'w'} > \overline{v'v'}$ (correta anisotropia da diagonal principal do tensor das tensões de Reynolds), assim como apresentado na solução DNS obtida por Moser *et al.* [1999], tivemos que mudar o sinal da constante C_{cr1} , sendo assim ficamos com $C_{cr1} = -0.30$. Esta mudança se torna necessária em decorrência da definição gradiente de velocidade, ou para ser mais preciso na definição do operador do gradiente da velocidade. O tensor rotação ou vorticidade é definido como sendo a parte anti-simétrica do gradiente do campo de velocidade, sendo dependente da definição do operador gradiente. No OpenFOAM, em decorrência da definição do gradiente do campo de velocidade, o tensor rotação ou vorticidade é definido com o transposto do tensor definido no modelo Spalart [2000] e Mani *et al.* [2013] (Eq. 2.9). Neste trabalho utilizaremos a definição de gradiente do OpenFOAM, sendo o tensor rotação dado por:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} [\nabla \bar{u} - \nabla \bar{u}^T] = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_i} - \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_j} \right] \quad (3.4)$$

Entretanto, na literatura este tensor é definido como sendo igual ao transposto da parte anti-simétrica do gradiente de velocidade (considerarmos o operador gradiente como definido no OpenFOAM), isto vale para os trabalhos de Spalart [2000] e Mani *et al.* [2013]. Segundo estes trabalhos, o tensor rotação fica da seguinte forma:

$$\Omega_{ij}^T = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_j} - \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_i} \right] \quad (3.5)$$

A variação da velocidade adimensional, $U^+ = \frac{U}{U_\tau}$, em função do comprimento viscoso, $Y^+ = \frac{Y\rho U_\tau}{\mu}$, é apresentada na Fig. 3.12(a). Nesta figura podemos constatar que a velocidade é subestimada em toda a região logarítmica da camada limite. Já na *buffer layer* temos

resultados subestimados e superestimado, sendo que apenas um ponto está superestimada. Não temos nenhum ponto na subcamada viscosa, o que evidencia a falta de refinamento da malha em questão. Uma vez, que é senso comum utilizar para modelos RANS sem função de parede, que é nosso caso, Y^+ igual a 1 no primeiro ponto da malha após a parede sólida. No caso da simulação apresentada nas figuras Fig. 3.12, Fig. 3.13 e Fig. 3.14 o Y^+ do primeiro ponto depois da parede é igual a 8. A falta de refinamento na malha é proposital, para com isto tentar mostrar, assim como foi feito na secção anterior, que o modelo de turbulência NLDE com RANS (SA-QCR2013) para determinar o tensor das tensões de Reynolds (utilizado nas equações NLDE e na sintetização da turbulência proposto por Billson [2004]) é capaz de diminuir a discrepância dos resultados com relação aos resultados DNS.

Os resultados de energia cinética turbulenta adimensionalizados, k^+ , tem boa concordância com os resultados de DNS de referência. Apenas o ponto mais próximo da parede apresenta uma grande discrepância com relação aos resultados DNS de referência. Estas observações foram realizadas e geradas por meio dos resultados apresentados na Fig. ???. A avaliação isolada de k^+ , que determinado por meio de $\frac{\frac{1}{2}\overline{u'_i u'_i}}{U_\tau^2}$, causa uma falsa impressão de que o modelo SA-QCR2013 é capaz de prever o comportamento dos termos da diagonal principal do tensor das tensões de Reynolds. Porém, a avaliação dos termos da diagonal principal mostram que a discrepância dos resultados obtidos com o modelo SA-QCR2013 com relação aos valores DNS de referência são significativos. O comportamento dos termos da diagonal principal do tensor das tensões de Reynolds adimensionalizados, $uu+ = \frac{\overline{u'u'}}{U_\tau^2}$, $vv+ = \frac{\overline{v'v'}}{U_\tau^2}$ e $ww+ = \frac{\overline{w'w'}}{U_\tau^2}$ é apresentado nas figuras Fig. 3.13(a), Fig. 3.13(b) e Fig. 3.14(a), respectivamente. Para uma conclusão definitiva com relação à capacidade do modelo SA-QCR2013 em determinar o tensor de Reynolds, será necessário efetuar uma avaliação da dependência de malha, o que será realizada mais adiante. Neste ponto, conseguimos apenas afirmar que combinação malha modelo de turbulência não é o mais adequado. Já o termo $uv+$ tem seu comportamento previsto de forma considerada adequada em boa parte da camada limite do canal. As maiores discrepâncias no comportamento de $uv+ = \frac{\overline{u'v'}}{U_\tau^2}$, são observadas na região da *buffer layer*, o valor mínimo deste termo ocorre nesta região, entretanto a posição e a intensidade deste mínimo são discrepantes com relação ao valor de referência vindo da solução DNS. O comportamento do $uv+$ é apresentado na Fig. 3.14(b).

De qualquer forma, este tensor de Reynolds será utilizada na formulação NLDE, cujos resultados iremos apresentar na próximo secção. Considerando as discrepâncias apresentadas pelo modelo RANS SA-QCR2013 no cálculo do tensor das tensões de Reynolds, neste ponto ficamos com a seguinte pergunta: O modelo NLDE é capaz de corrigir as discrepâncias que o modelo SA-QCR2013 introduz? Ou seja, estamos querendo verificar se o modelo NLDE é capaz de gerar um resultado coerente de tensões de Reynolds, mesmo quando introduzimos uma fonte de erro, que neste caso é o comportamento do tensor de Reynolds errôneo vindo da solução RANS SA-QCR2013.

O erro, calculado com a expressão 3.3, para velocidade de atrito obtida pela simulação com o modelo de turbulência SA-QCR2013 é igual a 6,97 %. Sendo que a velocidade de

(a) Perfil de Velocidade Adimensional.

(b) Energia Cinética Turbulenta Adimensional.

Figura 3.12: Perfil de velocidade adimensional e perfil de energia cinética turbulenta adimensional para o escoamento em um canal com $Re_\tau = 395$.

(a) Termo adimensionalizado uu^+ do tensor de Reynolds.

(b) Termo adimensionalizado vv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.13: Variação dos termos uu^+ e vv^+ do tensor de Reynolds adimensionalizado para o escoamento em um canal com $Re_\tau = 395$.

(a) Termo adimensionalizado ww^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado uv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.14: Variação dos termos ww^+ e uv^+ do tensor de Reynolds adimensionalizado para o escoamento em um canal com $Re_\tau = 395$.

atrito foi superestimada, o resultado é de $0,00839 \frac{m}{s}$, enquanto o resultado DNS é $0,00784 \frac{m}{s}$.

O tensor das tensões de Reynolds é normalizado no processo de geração da turbulência sintetizada, que no nosso caso será utilizada para gerar perturbações no campo de velocidades decorrentes de escalas submalhas (não resolvidas). O parâmetro utilizado para normalização é $\frac{2}{3}\rho k$. Se aplicarmos esta normalização nos termos do tensor chegamos a resultado curioso, todos os termos do tensor ficam constantes, ou seja, não apresentam variação em função de Y^+ .

Considerando que o tensor das tensões de Reynolds, τ_{ij}^{QCR} , para o caso do modelo de turbulência SA-QCR2013 é determinado pela equação Eq. 2.13 em conjunto com a equação Eq. 2.6. Para calcular este tensor temos que determinar a taxa de deformação, S_{ij} , e tensor de rotação, ω_{ij} , que são a parte simétrica e anti-simétrica do gradiente do campo de velocidades. O gradiente do campo de velocidades, para caso do canal é dado por:

$$\nabla \bar{u} = \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial U}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Uma vez que o campo de velocidade é apenas função de y , que esta na direção da altura do canal. Sendo assim, o tensor rotação, Ω_{ij} , resulta como sendo:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} [\nabla \bar{u} - \nabla \bar{u}^T] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial U}{\partial y} & 0 \\ \frac{\partial U}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

O tensor rotação normalizado, O_{ij} , fica da seguinte forma:

$$O_{ij} = \frac{2\Omega_{ij}}{\sqrt{\frac{\partial u_k}{\partial l} \frac{\partial u_k}{\partial l}}} = \frac{1}{\frac{\partial U}{\partial y}} \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial U}{\partial y} & 0 \\ -\frac{\partial U}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Já o tensor tensor deformação, S_{ij} , fica igual a:

$$S = \frac{1}{2} [\nabla \bar{u} + \nabla \bar{u}^T] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial U}{\partial y} & 0 \\ \frac{\partial U}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Sendo o escoamento em questão incompressível ($\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$), temos que $S_{ij} = S_{ij}^*$. A parte do tensor de Reynolds relacionado à hipótese de Boussinesq (Eq. 2.6) fica:

$$\tau_{ij}^t = \mu_t \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial U}{\partial y} & 0 \\ \frac{\partial U}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Sendo assim temos o tensor das tensões de Reynolds dada pela expressão do modelo

de turbulência SA-QCR2013 (Eq. 2.13), vale lembrar que como estamos usando o tensor rotação definido pela Eq. 3.4, fica:

$$\tau_{ij}^{QCR} = \mu_t \left\{ \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial U}{\partial y} & 0 \\ \frac{\partial U}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + 2C_{cr1} \begin{bmatrix} -\frac{\partial U}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial U}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - C_{cr2} \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial U}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial U}{\partial y} \end{bmatrix} \right\} \quad (3.11)$$

A energia cinética turbulenta, k , é determinada por:

$$2k = 3\mu_t C_{cr2} \frac{\partial U}{\partial y} \quad (3.12)$$

,
o que resulta no tensor τ_{ij}^{QCR} normalizado dado por:

$$\begin{aligned} \tau_{ij}^{QCR*} &= \frac{\tau_{ij}^{QCR}}{\frac{2\rho k}{3}} = -\frac{\overline{\rho u'_i u'_j}}{\frac{2\rho k}{3}} = \\ &= \frac{1}{C_{cr2}} \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + 2C_{cr1} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - C_{cr2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} = \\ &= \begin{bmatrix} -1.24 & 0.40 & 0 \\ 0.40 & -0.76 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.13)$$

, sendo neste caso $\rho = 1 \frac{kg}{m^3}$.

Os resultados do tensor das tensões de Reynolds normalizado são apresentados nas figuras Fig. 3.15 e Fig. 3.16. Nesta figura podemos observar a comparação dos resultados da simulação do escoamento com modelo de turbulência SA-QCR2013 e com os resultados da simulação DNS obtidos por Moser *et al.* [1999]. Os resultados obtidos com modelo RANS SA-QCR2013 apresentam uma discrepância significativa com relação aos resultados DNS. Assim como mostramos acima (Eq. 3.13), temos que os termos normalizado $uu^* = \frac{\overline{u'u'}}{\frac{2\rho k}{3}}$, $vv^* = \frac{\overline{v'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$, $ww^* = \frac{\overline{w'w'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $uv^* = \frac{\overline{u'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ obtidos com o modelo RANS SA-QCR2013 são constantes. O que não se assemelha em nada com os resultados DNS, que apresentam variação em função do Y^+ . Mesmo se considerarmos apenas a hipótese de Boussinesq para determinar o tensor, o que nos levaria a ter apenas o termo uv^* , os resultados não são satisfatórios. Indicando que até mesmo o resultado original do modelo de turbulência SA não é capaz de representar a variação obtida com a simulações DNS.

(a) Termo normalizado uu^* do tensor de Reynolds. (b) Termo normalizado vv^* do tensor de Reynolds.

Figura 3.15: Comparação dos termos uu^* e vv^* do tensor das tensões de Reynolds normalizado obtidos com o modelo RANS SA-QCR2013 com $Re_\tau = 395$.

(a) Termo normalizado ww^* do tensor de Reynolds. (b) Termo normalizado uv^* do tensor de Reynolds.

Figura 3.16: Comparação dos termos ww^* e uv^* do tensor das tensões de Reynolds normalizado obtidos com o modelo RANS SA-QCR2013 com $Re_\tau = 395$.

Solução NLDE RANS sem modelo de sintetização da turbulência

Nesta secção iremos apresentar os resultados obtidos com o modelo de turbulência NLDE com o tensor das tensões de Reynolds sendo determinadas por meio de uma solução RANS prévia (modelo de turbulência NLDE_RANS), que no nosso caso é obtida com o modelo SA-QCR2013. A solução RANS foi apresentada na secção 3.2.3. Da análise desta solução pode-se constatar que o modelo RANS SA-QCR2013 apresenta uma discrepância considerável no tensor de Reynolds, quando este é comparado com resultados DNS. Sendo assim, fica o questionamento se o modelo de turbulência NLDE será capaz de corrigir o comportamento do tensor das tensões de Reynolds com uma malha que a princípio não é adequada nem para o modelo de turbulência RANS.

A solução obtida com o modelo de turbulência NLDE_RANS gera resultados com discrepância menor que os resultados obtidos com o modelo de turbulência RANS SA-QCR2013. Entretanto, a discrepância obtida com este modelo ainda é maior que as obtidas com o resultado NLDE_DNS, o que indica que existe uma dependência na forma como determinamos o tensor das tensões de Reynolds que é introduzido no modelo NLDE. Por outro lado, os resultados indicam que a metodologia NLDE_RANS é capaz de corrigir, ainda que com uma certa discrepância com relação à referência [Moser *et al.*, 1999], o comportamento dos termos do tensor das tensões de Reynolds. Estas observações podem ser constatadas nas figuras Fig. 3.17, 3.18 e 3.19, onde são apresentados as comparações entre os resultados numéricos obtidos com os modelos de turbulência LES, NLDE_DNS, NLDE_RANS, RANS SA-QCR2013 e resultados DNS [Moser *et al.*, 1999].

A figura Fig. 3.17(a) apresenta a comparação entre os resultados obtidos pelos modelos de turbulência e o perfil obtido por Moser *et al.* [1999] via DNS. A solução que mais se aproxima da solução DNS é a obtida com modelo de turbulência NLDE_DNS. O Y^+ , previamente definido para malha M2_16 utilizada neste teste, é igual a 8. Vemos nesta figura que os resultados dos modelos, a menos do resultado obtidos com modelos de turbulência LES, apresentam valores de Y^+ próximos de 8. Este valor é alto até mesmo para uma simulação RANS SA-QCR2013, que a princípio teria o menor requisito para o Y^+ . A falta de refinamento está diretamente relacionada com a discrepância encontrada nos modelos RANS SA-QC2013 e LES. Por outro lado, esta falta de refinamento não causa, nos resultados NLDE_DNS e nos resultados NLDE_RANS (Y^+ maior que 100), discrepância semelhante às geradas pelos resultados LES e RANS SA-QCR2013.

A variação de energia cinética turbulenta é apresentada na figura Fig. 3.17(b). Nesta figura podemos observar que no ponto mais próximo à parede o valor de k^+ é subestimado pelo modelo de turbulência SA-QCR2013, sendo aproximadamente 7 vezes menor que o resultado DNS. Os modelos de turbulência NLDE_RANS, NLDE_DNS e LES geram resultados mais próximos do resultado DNS. Na região da *buffer layer* os resultados dos modelos de turbulência NLDE_DNS, NLDE_RANS e RANS orbitam em torno do resultado DNS, o modelo NLDE_RANS se aproxima mais do resultado DNS nesta região. Já na região

logarítmica da camada limite os modelos turbulência NLDE_DNS, NLDE_RANS e RANS apresentam um resultado de k^+ com comportamento em função de Y^+ bastante semelhante ao obtido com DNS (resultado de referência). Os resultados LES são superestimados nestas regiões. Esta figura nos mostra a necessidade de um maior refinamento de malha na região da subcamada viscosa e da *buffer layer* para as simulações NLDE_RANS e NLDE_DNS, uma vez que falta resolução da malha para representar o pico de energia cinética turbulenta.

Apesar da discrepância evidenciada no perfil de velocidades adimensional (3.17(a)), temos que a velocidade de atrito obtida por meio do modelo de turbulência NLDE_RANS ($0,00823 \frac{m}{s}$) gera o menor erro 4,94% (Eq. 3.3) com relação ao resultado DNS ($0,00784 \frac{m}{s}$). Este resultado gera um erro menor que o obtido pelo modelo de turbulência RANS SA-QCR2013, sendo $U_\tau = 0,00839 \frac{m}{s}$ e erro igual a 6,97%.

A Fig. 3.18 é composta pelos gráficos dos termos $uu+$ e $vv+$ do tensor de Reynolds adimensionalizado em função de Y^+ . No ponto mais próximo da parede todos os modelos de turbulência subestimam o valor de $uu+$, sendo que o pior resultado é obtido com o modelo de turbulência RANS SA-QCR2013. Vale ressaltar que o modelo de turbulência NLDE_RANS gera um resultado mais próximo do resultado DNS, o que indica que é capaz de corrigir os resultados RANS SA-QCR2013 utilizados em sua formulação. Dentre os modelos de turbulência apresentados na Fig. 3.18(a), o modelo NLDE_DNS apresenta a menor discrepância com relação aos resultados DNS. Na região logarítmica e parte da *buffer layer* os modelos de turbulência NLDE_RANS e NLDE_DNS apresentam as menores discrepância com relação ao resultado DNS e também estes dois modelos apresentam comportamento bastante similar. Nesta região da camada limite (ver Fig. 3.18(a)), é possível observar que os resultados do modelo de turbulência NLDE_RANS melhora o comportamento do termo $uu+$ gerado pela modelo de turbulência RANS SA-QCR2013 que é base para o modelo de turbulência NLDE_RANS.

Na figura Fig. 3.18(b) são apresentados os resultados para o termo $vv+$ obtidos com os modelos de turbulência LES, RANS SA-QCR2013, NLDE_DNS e NLDE_RANS. O comportamento de $vv+$ em função de Y^+ na região logarítmica, assim como o comportamento de $uu+$, os modelos apresentam as menores discrepâncias com relação aos resultados DNS de referência. Os resultados obtidos com os modelos NLDE_DNS e NLDE_RANS são bastante similares aos resultados DNS. Entretanto, os resultados na região da *buffer layer*, obtidos pelos modelos de turbulência NLDE_DNS e NLDE_RANS, apresentam uma certa discrepância com relação aos resultados DNS, sendo sempre superestimados.

Os outros termos do tensor das tensões Reynolds em sua forma adimensional, $ww+$ e $uv+$, são apresentados na figura Fig. 3.19. Em boa parte da região logarítmica ($Y^+ > 60$), assim como os termos $uu+$ e $vv+$, os modelos NLDE_DNS e NLDE_RANS tem boa concordância com os resultados de DNS. Os resultados obtidos com modelo de turbulência RANS SA-QCR2013 para $ww+$ e $uv+$ são bastante semelhante aos resultados obtidos com os modelos NLDE_DNS e NLDE_RANS, sendo esta observação referente à adimensionalização realizada com U_τ como parâmetro utilizado na adimensionação, porém se utilizarmos $\frac{2}{3}k\rho$,

(a) Perfil de Velocidade Adimensional.

(b) Energia Cinética Turbulenta Adimensional.

Figura 3.17: Resultados *LES*, *NLDE_DNS* e *NLDE_RANS* para o perfil de velocidade adimensional e energia cinética turbulenta adimensional para canal com $Re_\tau = 395$.

conforme mostramos no item anterior o comportamento muda significativamente (ver Fig. 3.20). Na região da *buffer layer* e parte da região logarítmica ($Y^+ < 60$) os resultados do modelo de turbulência *NLDE_RANS* se afastam dos resultados de referência *DNS*, o

mesmo tipo de comportamento é observado para o modelo de turbulência NLDE_DNS. Estas observações podem ser visualizadas nas figuras Fig. 3.19(a) e Fig. 3.19(b) que apresentam as variações dos termos $uw+$ e $uv+$ do tensor adimensionalizado das tensões de Reynolds.

(a) Termo adimensionalizado $uu+$ do tensor de Reynolds.

(b) Termo adimensionalizado $vv+$ do tensor de Reynolds.

Figura 3.18: Resultados *LES*, *NLDE_DNS* e *NLDE_RANS* para os termos $uu+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional para canal com $Re_\tau = 395$.

(a) Termo adimensionalizado ww^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado uv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.19: Resultados *LES*, *NLDE_DNS* e *NLDE_RANS* para os termos $ww^+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv^+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional para canal com $Re_\tau = 395$.

Neste ponto, podemos afirmar que o modelo de turbulência *NLDE_RANS* é capaz de contornar as dificuldades introduzidas pelo fato do tensor das tensões de Reynolds (necessária para este modelo), calculado por meio do modelo turbulência *SA-QCR2013*, ter uma

discrepância considerável com relação aos resultados DNS de Moser *et al.* [1999], conforme foi mostrado no item anterior (Secção 3.2.3).

Nas figuras Fig. 3.20 e Fig. 3.21 são apresentados os termos do tensor das tensões de Reynolds adimensionalizado por dois terços da densidade vezes a energia cinética turbulenta, $\frac{2}{3}\rho k$. Por meio desta adimensionalização podemos de fato constatar que o modelo NLDE_RANS é capaz de melhorar o comportamento dos termos do tensor de Reynolds obtidos por meio do modelo RANS SA-QCR2013, sendo que os termos gerados por este último não variam em função do Y^+ ao longo de todas as regiões da camada limite, ou seja, são constantes ao longo de toda a camada limite do canal. Fica também evidente, por meio desta adimensionalização, que os modelos NLDE_RANS e NLDE_DNS tem comportamentos similares. Os termos uu^* e vv^* gerados pela simulação NLDE_RANS tem comportamento similar aos resultados de DNS Moser *et al.* [1999], ou seja, as discrepâncias entre estes resultados são pequenas. Este fato ocorre na região logarítmica da camada limite. Já na região da *buffer layer* os resultados dos modelos NLDE_RANS e NLDE_DNS apresentam uma discrepância mais significativa com relação aos resultados DNS. O comportamento dos termos uu^* e vv^* em função do Y^+ é apresentado nas figuras Fig. 3.20(a) e Fig. 3.20(b), respectivamente.

A Figura 3.21(a) é apresentado o comportamento do termo ww^* em função do Y^+ para os modelos de turbulência RANS SA-QCR2013, LES, NLDE_DNS e NLDE_RANS. Os modelos de turbulência NLDE_DNS e NLDE_RANS geraram um comportamento praticamente constante ao longo de toda a camada limite do canal para o termo ww^* , similar ao modelo de turbulência RANS SA-QCR2013. Sendo que, os valores médios para os dois primeiros valores são menores que o obtido por meio da simulação RANS SA-QCR2013 e estão mais próximo do valor máximo da solução DNS. De qualquer forma, o fato mais relevante nesta figura é que nenhum dos modelos prevê corretamente o comportamento do termo ww^* .

Na Figura 3.21(b) é apresentada variação do termo uv^* do tensor de Reynolds, para os modelos de turbulência RANS SA-QCR2013, LES, NLDE_DNS e NLDE_RANS. Novamente, temos que o comportamento dos resultados dos modelos NLDE_DNS e NLDE_RANS são similares em toda a camada limite. Sendo que este modelos geraram resultados que tem comportamento semelhante ao resultado DNS. A posição do valor mínimo de uv^* não esta deslocada com relação aos resultado DNS, para ambos os modelos de turbulência NLDE_DNS e NLDE_RANS. Para este termo o modelo de turbulência LES apresenta os melhores resultados, ou seja, com discrepância menor com relação resultados DNS.

(a) Termo normalizado uu^* do tensor de Reynolds. (b) Termo normalizado vv^* do tensor de Reynolds.

Figura 3.20: Comparação dos termos normalizados $uu^* = \frac{\overline{u'u'}}{2\rho k}$ e $vv^* = \frac{\overline{v'v'}}{2\rho k}$ obtidos por meio dos modelos de turbulência SA-QCR2013, LES, NLDE_DNS e NLDE_RANS para o caso canal com $Re_\tau = 395$.

(a) Termo normalizado ww^* do tensor de Reynolds. (b) Termo normalizado uv^* do tensor de Reynolds.

Figura 3.21: Comparação dos termos normalizados $ww^* = \frac{\overline{w'w'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $uv^* = \frac{\overline{u'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ obtidos por meio dos modelos de turbulência SA-QCR2013, LES, NLDE_DNS e NLDE_RANS para o caso canal com $Re_\tau = 395$.

Escolha do melhor ajuste para a modelo de sintetização das flutuações turbulentas submalhas

Para completar este estudo inicial do comportamento do modelo de turbulência NLDE_RANS iremos estudar os efeitos da introdução de flutuações submalha nas soluções numéricas. A introdução destas flutuações submalha completa a metodologia desenvolvida no presente trabalho para solução de escoamentos turbulentos. As flutuações turbulentas são introduzidas considerando um comprimento característico, que é determinado como um múltiplo da raiz cúbica do volume do elemento da malha, no nosso caso iremos utilizar a própria raiz cúbica e o valor correspondente a duas vezes esta raiz. Este comprimento característico gera um comprimento de onda, que em conjunto com o comprimento de onda associado à menor escala do escoamento (escala de Kolmogorov) gera o intervalo onde as escalas submalhas se encontram. Este intervalo está relacionado a uma determinada região do espectro de energia cinética turbulenta, que por sua vez será dividido em n intervalos. A energia correspondente a cada intervalo será utilizada para gerar as perturbações ou flutuações sintetizadas (reconstruídas) por meio do modelo de Billson [2004]. Desta forma, o modelo de turbulência NLDE terá mais dois parâmetros, o relacionado ao comprimento característico das escalas submalha e o número de intervalos que iremos dividir a parte do espectro de energia cinética turbulenta que será utilizada no modelo. No nosso caso, o primeiro parâmetro será 1 ou 2, já o segundo parâmetro receberá os valores 3,6 e 9. A definição dos parâmetros que serão utilizados no decorrer do presente trabalho, considerou para o segundo parâmetro apenas os valores 3 e 6, uma vez que o valor 9 foi introduzido posteriormente a escolha. A nomenclatura que utilizaremos nos casos está descrita na Tab.3.4.

Tabela 3.4: Nomenclatura utilizada para os resultados que iremos apresentar nas figuras Fig. 3.22, Fig.3.23, Fig. 3.24, Fig. 3.25, Fig. 3.27, Fig. 3.28 e Fig. 3.29. Apesar de não declarado explicitamente na nomenclatura do caso, todos casos apresentados nesta tabela se referem a simulações realizadas com o modelo de turbulência NLDE_RANS mais flutuações submalhas sintetizadas com modelos Billson [2004]. Sendo Vol_{Cell} o volume do elemento de malha.

Caso	Comprimento Característico	Número de Intervalos Utilizados no Espectro de k
M2_16_1_3	$1\sqrt[3]{Vol_{Cell}}$	3
M2_16_2_3	$2\sqrt[3]{Vol_{Cell}}$	3
M2_16_1_6	$1\sqrt[3]{Vol_{Cell}}$	6
M2_16_2_6	$2\sqrt[3]{Vol_{Cell}}$	6
M2_16_1_9	$1\sqrt[3]{Vol_{Cell}}$	9

O perfil de velocidades adimensional nos mostra que todos os ajustes apresentados na Tab. 3.4 tem comportamento similar, sendo que os valores da velocidade adimensional, U^+ , na região logarítmica da camada limite para todos os ajustes se encontram entre os resultados DNS e os resultados obtidos com modelo de turbulência SA QCR2013. Já na região da *buffer layer* ($5 < Y^+ < 30$) temos que os resultados com ajuste para o modelo de turbulência sintetizada passam a apresentar discrepâncias entre si e uma observação

semelhante a relatada para a região logarítmica não é possível. Observações com relação à sub-camada laminar não são apresentadas, pois a malha utilizada (M2_16) não apresenta refinamento suficiente e portanto não tem pontos nesta região. Os valores de U^+ obtidos com o modelo NLDE_RANS mais modelos de sintetização para flutuações submalha são todos subestimados, com exceção do primeiro ponto depois da parede, onde os valores obtidos são superestimados. O perfil de velocidades adimensional, U^+ , é apresentado na figura Fig. 3.22(a).

As previsões para energia cinética turbulenta adimensional, k^+ , obtidas por todos os ajustes da Tab. 3.4 tem seus resultados similares entre si e o seu comportamento é coerente com o comportamento observado a partir dos resultados DNS, sendo esta observação é válida para $Y^+ > 60$, ou seja, na região logarítmica. Entretanto, vale ressaltar que este resultado não é fruto da introdução das flutuações submalha que é calculada por meio do modelo de sintetização, uma vez que os resultados para k^+ sem este modelo tem o mesmo comportamento descrito. Os resultados sem modelo submalha para as flutuações (sem modelo de sintetização das flutuações turbulentas) foram inicialmente apresentados na subsecção anterior e são reproduzidos nesta subsecção seguindo a nomenclatura M2_16_NLDE_RANS e M2_16_NLDE_DNS, que está relacionada com a origem do tensor das tensões de Reynolds. Nas comparações apresentadas nesta subsecção, também, são mantidos os resultados LES (M2_16_LES) nos gráficos, com intuito de mostrar as discrepâncias geradas quando usamos uma malha sem refinamento adequado em uma simulação LES. Para a região da camada limite com $Y^+ < 60$, temos que os resultados obtidos com os modelos NLDE_RANS mais modelo de sintetização das flutuações turbulentas submalhas, com seus ajustes dados pela Tab. 3.4, continuam sendo bastante similares, porém a discrepância com relação aos valores DNS tendem a aumentar conforme o ponto de comparação se aproxima da parede do canal. A discrepância máxima é obtida no primeiro ponto depois da parede, sendo que o valor de k^+ [e subestimado neste ponto. O comportamento dos resultados obtidos com NLDE_RANS em combinação com os modelos de sintetização das flutuações turbulentas submalhas são apresentados na figura Fig. 3.22(b). Vale ressaltar que a malha não tem refinamento suficiente para ser capaz de capturar a posição do pico de energia cinética turbulenta. De qualquer forma, todos os resultados obtidos com o modelo de turbulência NLDE_RANS são mais coerentes com os resultados DNS que os resultados obtidos com o modelo de turbulência LES.

O comportamento do termo $uu+$ do tensor das tensões adimensionalizado de Reynolds, apresentado na Fig. 3.23(a), é bastante similar ao observado para energia cinética turbulenta (Fig. 3.22(b)). Com a ressalva de que no ponto mais próximo da parede do canal a discrepância relativa entre os resultados NLDE_RANS (ajuste do modelo de sintetização das flutuações turbulentas dada na Tab. 3.4) e o resultado de referência DNS é maior para $uu+$ que para k^+ .

As maiores discrepâncias entre os valores de referência DNS e os resultados obtidos apresentados até agora para a malha M2_16, com exceção dos resultados com modelo de

turbulência LES que erros significativos em todos os valores apresentados, ocorrem nos termos $vv+$, $ww+$ e $uv+$ do tensor adimensionalizado de Reynolds. Sendo a ocorrência destas dentro da região da *buffer layer* e em suas vizinhanças. Os resultados dos termos $vv+$ e $uv+$, na maior parte da região logarítmica da camada limite, são coerentes com os resultado DNS de referência. Já os resultados para o termo $ww+$ apresentam, além das já mencionadas, uma discordância no comportamento na região central do canal ($Y^+ < 250$). O comportamento dos termos do tensor de Reynolds adimensionalizados $vv+$, $ww+$ e $uv+$ são apresentados nas figuras Fig. 3.23(b), Fig. 3.24(a) e Fig. 3.24(b).

(a) Perfil de Velocidade Adimensional.

(b) Energia Cinética Turbulenta Adimensional.

Figura 3.22: Resultados do canal com $Re_\tau = 395$ obtidos com o modelo RANS SA-QCR2013, modelo LES e as variações do modelos NLDE. O perfil de velocidade adimensional é apresentado na Fig. 3.30(a), sendo que $U^+ = \frac{U}{U_\tau}$. Na 3.30(b) temos o perfil de velocidade cinética turbulenta adimensional, $k^+ = \frac{k}{U_\tau^2} = \frac{\frac{1}{2}\overline{u'_i u'_i}}{U_\tau^2}$, em função de $Y^+ = \frac{Y\rho U_\tau}{\mu}$.

(a) Termo adimensionalizado uu^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado vv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.23: Resultados do canal com $Re_\tau = 395$ obtidos com o modelo RANS SA-QCR2013, modelo LES e as variações do modelos NLDE. As Fig. 3.31(a) e Fig. 3.31(b) apresentam as variações dos termos uu^+ e vv^+ do tensor das tensões de Reynolds adimensionalizados em função do Y^+ , sendo que adimensionalização destes termos é dada por: $uu^+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv^+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$.

(a) Termo adimensionalizado ww^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado uv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.24: Resultados do canal com $Re_\tau = 395$ obtidos com o modelo RANS SA-QCR2013, modelo LES e as variações do modelos NLDE. As figuras Fig. 3.32(a) e Fig. 3.32(b) apresentam as variações dos termos ww^+ e uv^+ do tensor das tensões de Reynolds adimensionalizados em função do Y^+ , sendo que adimensionalização destes termos é dada por: $ww^+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv^+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$, respectivamente.

Com a normalização do tensor das tensões de Reynolds por meio de $\frac{2}{3}\rho k$, vemos que o comportamento destes termos, assim como já mencionado, tem boa correlação com os resultados de DNS de referência, com exceção da região da *buffer layer* e do termo $ww+$, que além da *buffer layer*, o comportamento dos resultados numéricos não são consistentes com os resultados DNS na região central do canal ($Y^+ < 250$). Esta normalização do tensor de Reynolds facilita a comparação dos resultados obtidos com modelo de turbulência SA QCR2013, LES, NLDE_RANS (com e sem modelo para as flutuações turbulentas submalhas) e NLDE_DNS.

Se não fosse esta normalização, baseada em $\frac{2}{3}\rho k$, não seríamos capazes de afirmar que o resultado obtido com o modelo de turbulência SA QCR2013 gera o pior resultado, assim como já discutido, entre as simulações cujos resultados são apresentados na Fig. 3.25. Nas figuras Fig. 3.25(a), Fig. 3.25(b) Fig. 3.26(a) e Fig.3.26(b) são apresentados os resultados da normalização dos resultados obtidos por meio das simulações realizadas no presente trabalho com a malha M2_16.

Tabela 3.5: Velocidade de atrito obtida para os modelos de turbulência SA-QCR2013, LES, NLDE_DNS e NLDE_RANS com e sem modelo de sintetização das flutuações turbulentas. O erro é calculado com relação ao resultado obtido por meio de uma simulação DNS [Moser et al., 1999], que para $Re_\tau = 395$ é igual a 0.00784m/s. Sendo este determinado pela expressão Eq. 3.3.

Caso	$U_\tau^{Caso} \left(\frac{m}{s}\right)$	Erro (%)
M2_16_SA_QCR2013	0,00839	6,97
M2_16_LES	0,00689	12,13
M2_16_NLDE_DNS	0,00767	2,26
M2_16_NLDE_RANS	0,00823	4,94
M2_16_1_3	0,00837	6,70
M2_16_1_6	0,00816	3,99
M2_16_1_9	0,00810	3,29
M2_16_2_3	0,00828	5,58
M2_16_2_6	0,00824	5,07

Os resultados da velocidade de atrito e o erro (Eq. 3.3) relativo à solução DNS são apresentados na Tab. 3.5. Por meio dos valores apresentados nesta tabela podemos observar que o aumento da resolução da discretização do espectro de energia turbulenta utilizado no modelo de sintetização da turbulência causa uma diminuição do erro. Para escolha do melhor ajuste, dentre os parâmetros apresentados na Tab 3.4, utilizaremos o valor do erro da Tab. 3.5, ou seja, o ajuste com menor erro será escolhido e este será utilizado no restante do presente trabalho. O erro da velocidade de atrito foi selecionado como parametro de escolha, pois os outros valores apresentados são bastante semelhante. Os resultados M2_16_1_9 não foram considerados na escolha do melhor ajuste, já que este caso foi introduzido por uma inconsistência com os resultados obtidos e os esperados para o balanço dos termos de dissipação que será apresentada mais a frente nesta sub-seção.

(a) Termo normalizado uu^* do tensor de Reynolds. (b) Termo normalizado vv^* do tensor de Reynolds.

Figura 3.25: Comparação dos termos $uu^* = \frac{\overline{u'u'}}{2\rho k}$ e $vv^* = \frac{\overline{v'v'}}{2\rho k}$ do tensor das tensões de Reynolds normalizado obtidos com os modelos de turbulência SA-QCR2013, LES, NLDE e suas variações e os obtidos por Moser et al. [1999] via simulação DNS.

(a) Termo normalizado ww^* do tensor de Reynolds. (b) Termo normalizado uv^* do tensor de Reynolds.

Figura 3.26: Comparação dos termos $ww^* = \frac{\overline{w'w'}}{2\rho k/3}$ e $uv^* = \frac{\overline{u'v'}}{2\rho k/3}$ do tensor das tensões de Reynolds normalizado obtidos com os modelos de turbulência SA-QCR2013, LES, NLDE e suas variações e os obtidos por Moser et al. [1999] via simulação DNS.

Da Tab. 3.5 temos que o menor erro foi obtido com M2_16_1_6, desta forma o ajuste para o modelo de sintetização das flutuações turbulentas submalha deste caso será utilizado em todos os resultados baseado no modelo NLDE_RANS que iremos apresentar no restante do presente trabalho.

A somatória dos termos positivo (ε^+) e negativos (ε^-), conforme apresentados na secção 2.3.1, são apresentados nas figuras Fig. 3.28 e Fig. 3.27, respectivamente. O termo ε^+ está relacionada com cascata direta de energia cinética turbulenta (cascata de Richardson ou *foward scatter*), enquanto o termo ε^- está relacionado com a cascata inversa (*backscatter*) de energia cinética turbulenta.

Figura 3.27: Variação da soma dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal positivo, ε^+ , em função do Y^+ . Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e obtidos com a formulação de turbulência NLDE e suas variações.

Os resultados de ε^+ caem com a introdução das flutuações turbulentas submalha via modelo de sintetização da turbulência, com exceção do caso M2_16_1_3 que aumenta este valor. Já os resultados de ε^- são semelhantes, considerando para esta comparação os casos M2_16_1_3, M2_16_2_3, M2_16_2_6 e M2_16_NLDE_RANS. Em contra partida os valores obtidos com os resultados dos casos M2_16_1_6 e M2_16_1_9 aumentam em comparação aos valores dos outros casos, sendo que o caso M2_16_1_9 gera um aumento maior.

A expectativa, assim como já apresentado na Fig. 3.11 para as malhas mais refinadas, é que a introdução das flutuações submalhas via modelo de sintetização da turbulência faça com que o balanço entre ε^+ e ε^- se torne positivo, o que indica que a cascata de energia cinética turbulenta ocorre das maiores escalas para as menores (cascata direta ou cascata de Richardson), o que na média é sempre verdade. O refinamento da malha reproduz este

Figura 3.28: Variação da soma dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal negativo, ε^- , em função do Y^+ . Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e obtidos com a formulação de turbulência NLDE e suas variações.

efeito, ver Fig. 3.11, nesta figura podemos ver que o refinamento da malha faz com que valor de ε^{Net} passe de negativo para positivo, indicando que as escalas vorticais não resolvidas das malhas menos refinadas, quando introduzidas pelo refinamento modificam o comportamento de ε^{Net} , em outras palavras, a dinâmica das menores escalas tem na direção da cascata de energia. A avaliação dos resultados da Fig. 3.11 foi realizada de forma qualitativa, uma vez que, as escalas utilizadas no processo de filtragem dependem da malha utilizada. Assim como no refinamento, a expectativa é que a introdução das flutuações turbulentas submalha façam com que ε^{Net} se comporte de forma a indicar que a cascata de energia cinética turbulenta seja na direção clássica (direta), uma vez que, as flutuações introduzidas levam incluir a dinâmica das escalas vorticais não resolvidas, que é o mesmo que ocorre quando refinamos a malha.

A ordem de grandeza dos valores ε^+ para os modelos de turbulência NLDE_RANS estão dentro de uma variação de no máximo 10% (ver Fig. 3.27). Os resultados apresentados pelos modelos de turbulência LES e NLDE_DNS estão nos limites inferiores e superiores, respectivamente. O valor ε^+ obtido pelo modelo LES é aproximadamente 4 vezes menor que os valores apresentados pelos outro modelos, conforme já discutido, isto é uma indicação que o modelo LES tende reduzir a dinâmica do escoamento, que neste caso, está relacionada com a influência das maiores escalas vorticais nas pequenas escalas, sendo que as escalas vorticais consideradas tem comprimento característico menor que o comprimento característico do filtro.

Para os valores ε^- temos uma variação entre os resultados NLDE_RANS maior, que fica da ordem de 20% (ver Fig. 3.28). Nos extremos temos, novamente, os resultados obtidos com os modelos de turbulência LES e NLDE_DNS. A dinâmica apresentada pelo modelo LES, que neste caso está relacionado com o efeito das menores escalas nas maiores, tende a ser bem menor que a apresentada pelos outros modelos. Este fato já havia sido mencionado.

O balanço entre os termos ε^+ e ε^- é apresentado na Fig. 3.29. Se analisarmos o comportamento dos modelos sem considerar o caso M2_16_1_9, temos que a utilização dos ajustes para o modelo de sintetização das flutuações turbulentas submalhas, apresentados na Tab. 3.4, não indica uma tendência de comportamento coerente com o esperado. Sendo que, o esperado seria conforme a resolução do espectro de energia utilizado no modelo de sintetização fosse aumentada, deveríamos ter que a direção da cascata de energia cinética turbulenta seja na direção clássica ou que pelo menos a intensidade de ε^{Net} em módulo diminua, quando este valor for negativo.

Figura 3.29: Variação do balanço dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ou taxa dissipação líquida (soma dos termos positivos e negativos), ε^{NET} . Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e obtidos com a formulação de turbulência NLDE e suas variações.

Com o objetivo de extrair uma tendência dos resultados o caso M2_16_1_9 foi introduzido. Se considerarmos apenas os M2_16_NLDE_RANS, M2_16_1_6 e M2_16_1_9 vemos que a tendência esperada é obtida (ver Fig. 3.29). O módulo de ε^{Net} obtido pelo modelo de turbulência NLDE_RANS diminui com a introdução (M2_16_1_6) das flutuações turbulentas submalha e tendem a diminuir ainda mais quando aumentamos a resolução do espectro de energia cinética turbulenta utilizada no modelo de sintetização das flutuações submalha (M2_16_1_9). Este resultado ocorre devido a variação de ambos os termos de

dissipação da energia cinética turbulenta, ε^+ e ε^- . A variação maior em decorrência das flutuações submalha ocorre para o termo ε^- , onde o módulo de ε^- diminui em torno de 16% para o caso M2_16_1_9, quando comparado com o caso M2_16_NLDE_RANS. Por outro lado, o termo ε^+ diminui em torno de 6%, esta variação é bastante semelhante para ambos os casos, M2_16_1_6 e M2_16_1_9, quando comparado com o caso M2_16_NLDE_RANS. Desta forma, pelo menos com base nos casos aqui avaliados, podemos concluir que a introdução das flutuações submalha tende a diminuir a dissipação introduzida pelo processo de cascadeamento da energia em ambos os sentidos, das maiores para as menores e menores para as maiores.

Todas as simulações realizadas com LES e NLDE e suas variações, com ou sem modelo submalha, apresentaram tempos de simulação muito próximos. Esta observação foi realizada considerando a mesma malha para o caso do canal com $Re_\tau = 395$. Para o modelo de turbulência NLDE, nós consideramos o número máximo de termos da série que representa as flutuações submalha como sendo igual a 9. Vale ressaltar que, se aumentar muito este parâmetro do modelo de sintetização da turbulência, o tempo de simulação aumentará. Uma vez que, os termos desta série são calculados para todos os elementos da malha.

Escolha da melhor malha RANS

Neste análise a ideia é avaliar os efeitos de se utilizar uma malha com refinamento adequado para uma solução RANS com modelo de turbulência SA-QCR2013. Esta malha será utilizada para realizar uma simulação com modelo de turbulência NLDE completo, ou seja, modelo de turbulência NLDE com tensor de Reynolds vindo da solução RANS SA-QCR2013 e flutuação submalha com o ajuste considerado como o melhor (parâmetros encontrados acima), sendo que o menor número de onda é determinada considerando a raiz cúbica do volume do elemento de malha com comprimento característico e número de intervalos até o maior número de onda espectro de energia cinética turbulenta (determinados com parâmetros da solução RANS) igual a 6. As malhas que iremos utilizar estão descritas na Tab. 3.1. Dentre as quais, duas malhas tem espaçamento igual em todas as direções (M2_8 e M2_16), sendo que o espaçamento de malha mais fina é igual à metade do espaçamento da malha mais grossa. Vale lembrar que a malha M2_16 já foi utilizada nas subsecções já apresentadas. Temos também um conjunto de malhas (M1_10-4, M1_10-2, ME_1_105, ME_1_110, ME_1_120, ME_01_120, ME_02_120 e ME_4_120) que suas respectivas soluções serão avaliadas com intuito de verificar o efeito do Y^+ e o efeito da razão de crescimento dos elementos na solução. Normalmente se utiliza $Y^+ = 1$ para modelos de turbulência RANS sem utilização de função de paredes (simplificações nas regiões próximas às paredes sólidas para diminuir a necessidade de malha, podem ser utilizadas para Y^+ maior que 60). Já a razão de crescimento dos elementos limita-se para valores menores ou iguais a 1,20. Os valores de Y^+ das malhas aqui utilizadas então no intervalo de 0,02 até 4. Para a razão de crescimento utilizamos valores de 1,05, 1,10 e 1,20. As malhas das famílias ME e M1 tem o mesmo

número de elementos na direção da largura do canal e na direção do comprimento do canal. Já as malhas M2_8 e M2_16, como tem espaçamento constante em todas as direções, tem número de elementos nas direções da largura e do comprimento do canal diferente entre si e com relação as malhas das famílias ME e M1.

Os resultados obtidos para o perfil de velocidade adimensional, U^+ , obtidos com as malhas com $Y^+ > 2$ (malhas ME_4_120, M2_8 e M2_16) são subestimados, enquanto os resultados obtidos com as malhas apresentam boa concordância com os resultados de referência DNS. Indicando, pelo menos para o caso em avaliação, que a razão de crescimento (1,05, 1,10 e 1,20) tem um impacto relativamente pequeno. Os efeitos da variação do Y^+ do primeiro elemento depois da parede, considerando apenas as malhas com $Y^+ < 2$, são relativamente pequenos. A variação U^+ em função de Y^+ é apresentada na Fig. 3.30(a) para todas as simulações realizada neste estudo de efeito de malha. Desta figura podemos observar que, se excluirmos os resultados com as M1_10-2, ME_4_120, M2_8 e M2_16, que os resultados se concentram, indicando um efeito de malha pequeno.

Os resultados obtidos para energia cinética turbulenta, k^+ , assim como U^+ , praticamente não apresentam os efeitos da variação malha quando o valor é menor $Y^+ < 2$, este comportamento pode ser verificado na Fig. 3.30(b). O mesmo comportamento é observado para os termos adimensionalizados e não nulos do tensor de Reynolds. A variação destes termos em função do Y^+ é apresentada nas figuras Fig. 3.31(a), Fig. 3.31(b), Fig. 3.32(a) e Fig. 3.32(b).

Nas figuras Fig. 3.33(a), Fig. 3.33(b), Fig. 3.34(a) e Fig. 3.34(b) são apresentados os termos do tensor de Reynolds normalizados pelo termo $\frac{2\rho k}{3}$. Destas figuras é possível verificar que o modelo de turbulência SA-QCR2013 gera termos constantes para o tensor de Reynolds normalizado, fato que já havia sido observado anteriormente. Os valores obtidos para cada termo não apresentam efeitos decorrentes do refinamento da malha, mesmo para as malhas com $Y^+ \geq 2$. A insensibilidade com relação ao refinamento da malha, de certa forma, já havia sido demonstrada, quando foram obtidos os valores do tensor das tensões de Reynolds por meio do equacionamento do modelo de turbulência (Eq. 3.13).

Na Tab. 3.6 são apresentados os valores do erro para velocidade de atrito dos resultados numéricos, tomando como base os resultados de referência DNS. Dos valores apresentados podemos constatar que valores menores que 0,50% são observados para as malhas com $Y^+ \leq 1$. Ainda nesta tabela vemos que a variação da razão de crescimento dos elementos da malha na direção da altura do canal, uma vez que uma variação de 0,07% é observada para uma variação da razão de crescimento de 1,05 para 1,20. Considerando que um erro da ordem 0,50% é o suficiente para as simulações em questão, temos que o melhor resultado com a malha com a menor quantidade de elementos é obtido no caso ME_1_120, que apresenta um erro igual a 0,46% com relação ao resultado de referência DNS. Vale ressaltar que os resultados mostrados anteriormente para o perfil de velocidade adimensional, energia cinética turbulenta e tensor de Reynolds, não foram utilizados no processo de escolha da malha, pois as variações observadas para estes parâmetros em decorrência do refinamento foram praticamente imperceptíveis para malhas com $Y^+ \leq 1$.

(a) Perfil de Velocidade Adimensional.

(b) Energia Cinética Turbulenta Adimensional.

Figura 3.30: Perfil de velocidade adimensional e energia cinética turbulenta adimensional obtidos via simulações numérica do canal com $Re_\tau = 395$, modelo de turbulência RANS SA-QCR2013 e malhas com vários níveis de refinamento.

(a) Termo adimensionalizado uu^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado vv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.31: Termos $uu^+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv^+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional obtidos via simulações numérica do canal com $Re_\tau = 395$, modelo de turbulência RANS SA-QCR2013 e malhas com vários níveis de refinamento.

(a) Termo adimensionalizado ww^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado uv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.32: Termos $ww^+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv^+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional obtidos via simulações numérica do canal com $Re_\tau = 395$, modelo de turbulência RANS SA-QCR2013 e malhas com vários níveis de refinamento.

(a) Termo normalizado uu^* do tensor de Reynolds. (b) Termo normalizado vv^* do tensor de Reynolds.

Figura 3.33: Comparação dos termos $uu^* = \frac{\overline{u'u'}}{2\rho k}$ e $vv^* = \frac{\overline{v'v'}}{2\rho k}$ do tensor das tensões de Reynolds obtidos com o modelo de turbulência SA-QCR2013 e os obtidos por Moser et al. [1999] via simulação DNS.

(a) Termo normalizado ww^* do tensor de Reynolds. (b) Termo normalizado uv^* do tensor de Reynolds.

Figura 3.34: Comparação dos termos $ww^* = \frac{\overline{w'w'}}{2\rho k/3}$ e $uv^* = \frac{\overline{u'v'}}{2\rho k/3}$ do tensor das tensões de Reynolds obtidos com o modelo de turbulência SA-QCR2013 e os obtidos por Moser et al. [1999] via simulação DNS.

Tabela 3.6: Velocidades de atrito obtida para o modelo de turbulência SA-QCR2013 considerando a variação da malha utilizada na simulação. O erro é calculado com relação ao resultado obtido por meio de uma simulação DNS [Moser *et al.*, 1999], que para $Re_\tau = 395$ apresenta velocidade de atrito igual a 0.007845m/s. Sendo este determinado pela expressão Eq. 3.3.

Caso	$U_\tau^{Caso} \left(\frac{m}{s}\right)$	Erro (%)
M1_10-4	0,007838	0,09
M1_10-2	0,008023	2,27
ME_1_105	0,007876	0,39
ME_1_110	0,007879	0,44
ME_1_120	0,007881	0,46
ME_01_120	0,007843	0,02
ME_02_120	0,007847	0,02
ME_4_120	0,008706	7,15
M2_8	0,008428	7,43
M2_16	0,008392	6,97

Solução NLDE com a melhor malha para uma solução RANS

A malha escolhida no item anterior (ME_1_120) será utilizada em conjunto com o modelo turbulência NLDE com solução prévia vindo do modelo SA-QCR2013 e sintetização das flutuações turbulentas, sendo que o ajuste para o modelo de sintetização também já selecionado (1_6). Os resultados para velocidade, energia cinética turbulenta e tensões de Reynolds adimensionalizados para este caso são apresentados na Fig. 3.35. Também são apresentados nesta figura, para efeito de comparação, os resultados SA-QCR2013 (solução prévia) e os resultados de referência DNS obtidos por Moser *et al.* [1999].

Os resultados do caso ME_1_120_NLDE_RANS_1_6 na região logarítmica da camada limite do canal são maiores que os respectivos valores obtidos via DNS e RANS (SA-QCR2013), este comportamento pode ser observado na Fig.3.35(a). Já na região *buffer layer* e subcamada viscosa, os resultados obtidos tem boa concordância com os resultados de referência DNS. O erro cometido para velocidade de atrito aumentou de 0,46% (solução RANS inicial) para 2,73% obtido com o caso ME_1_120_NLDE_RANS_1_6, sendo erro determinado pela Eq. 3.3.

O perfil de energia cinética turbulenta adimensionalizada, k^+ , ainda que com valores superestimados, apresenta uma boa concordância com os resultados obtidos via DNS, uma vez que consegue prever a posição onde ocorre o pico de k^+ , que ocorre na *buffer layer*. Os resultados demonstram a capacidade do modelo de turbulência NLDE_RANS_1_6 melhorar a solução inicial dada pelo modelo de turbulência SA-QCR2013. Na Fig. 3.35(b) é apresentada a variação de k^+ em função do Y^+ .

O comportamento do termo uu^+ das tensões adimensionalizadas de Reynolds tem um comportamento bastante semelhante ao apresentado pelo k^+ . Na Fig. 3.36(a) é apresentada a variação de uu^+ . O comportamento do termo vv^+ , que é apresentado na Fig. 3.36(b), apesar de ter os valores subestimado com relação aos valores de referência em todas as

regiões da camada limite, seu comportamento tem boa concordância com valores DNS. Por outro lado, os valores de $ww+$ (Fig. 3.37(a)) apresentam uma boa correlação com os resultados DNS na região da subcamada viscosa e parte da *buffer layer*, no restante da camada limite os valores são subestimados. A posição dos picos de $vv+$ e $ww+$ para os resultados ME_1_120_NLDE_RANS_1_6 estão ligeiramente deslocado com relação aos valores de referência.

O valor da velocidade de atrito obtida pela RANS SA-QCR2013 é de $0,00788 \frac{m}{s}$, que gera um erro igual 0,46% com relação ao valor DNS de referência. O modelo de turbulência NLDE_RANS com flutuações submalha turbulentas determinadas pelo modelo de Billson [2004] para turbulência sintetizada, prevê uma velocidade de atrito igual a $0,00763 \frac{m}{s}$, que por sua vez gera um erro igual 2,74% com relação aos resultados DNS. Os valores dos erros foram calculados considerando a Eq. 3.3.

Nas Figs. 3.38 e 3.39 temos a variação dos termos uu^* , vv^* , wwv e uu^* , que representam os termos não nulos e normalizados por $\frac{2\rho k}{3}$ do tensor de Reynolds. A variação dos termos uu^* , vvv , ww^* e uu^* em função do Y^+ são apresentadas respectivamente nas Fig. 3.38(a), Fig. 3.38(b), Fig. 3.39(a) e Fig. 3.39(b). Da comparação dos valores numéricos apresentados nas figuras mencionadas com os valores de referência DNS, mesmo com uma malha ideal para o modelo de turbulência SA-QCR2013, vemos que ainda ocorrem discrepâncias. Porém, comparando estes resultados com os resultados já apresentados, vemos que houve uma melhora significativa na previsão do comportamento dos termos normalizados do tensor de Reynolds. Vale ressaltar que no estudo realizado para escolher a malha para a qual os resultados são apresentados nesta subsecção, o refinamento da malha foi feito apenas na direção da altura do canal.

As figuras Fig. 3.40 e Fig. 3.41, mostram, respectivamente, a taxa de dissipação relacionada com o processo de cascata direta (*forward scatter*) e cascata indireta (*backscatter*). Os picos de dissipação, tanto para cascata inversa e cascata indireta, ocorrem na região da *buffer layer* da camada limite do canal. Os resultados apresentados nas figuras Fig. 3.41 e Fig. 3.40 são semelhantes aos resultados apresentados nas figuras Fig. 3.9 e Fig. 3.10 obtidos com as malhas M1_10-4 e M1_10-2.

O balanço do termos ε^+ e ε^- é apresentado na Fig. 3.42. Nesta figura podemos observar que a transferência de energia cinética turbulenta é dominada pelo processo direto, onde a energia é transferida das grandes escalas para as pequenas. Sendo, que este processo é máximo na região da *buffer layer*, $Y^+ \sim 11$. Outro ponto que vale ser ressaltado é que ambos os processos da cascata direta e indireta ocorrem em todos os pontos do escoamento, sendo que, assim como já mencionado, os máximos ocorrem na região da *buffer layer*.

(a) Perfil de Velocidade Adimensional.

(b) Energia Cinética Turbulenta Adimensional.

Figura 3.35: Perfil de velocidade adimensional e energia cinética turbulenta adimensional obtidos via simulações numérica do canal com $Re_\tau = 395$.

(a) Termo adimensionalizado uu^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado vv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.36: Termos $uu^+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv^+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional obtidos via simulações numérica do canal com $Re_\tau = 395$.

(a) Termo adimensionalizado ww^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado uv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.37: Termos $ww^+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv^+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional obtidos via simulações numérica do canal com $Re_\tau = 395$.

(a) Termo normalizado uu^* do tensor de Reynolds. (b) Termo normalizado vv^* do tensor de Reynolds.

Figura 3.38: Comparação dos termos $uu^* = \frac{\overline{u'u'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $vv^* = \frac{\overline{v'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ do tensor das tensões de Reynolds normalizado para $Re_\tau = 395$.

(a) Termo normalizado ww^* do tensor de Reynolds. (b) Termo normalizado uv^* do tensor de Reynolds.

Figura 3.39: Comparação dos termos $ww^* = \frac{\overline{w'w'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $uv^* = \frac{\overline{u'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ do tensor das tensões de Reynolds normalizado para $Re_\tau = 395$.

Figura 3.40: Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal positivo, ε^+ , em função do Y^+ . Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e obtidos com a formulação de turbulência NLDE e suas variações.

Figura 3.41: Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal negativo, ε^- , em função do Y^+ . Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e obtidos com a formulação de turbulência NLDE e suas variações.

Figura 3.42: Variação do balanço dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ou taxa dissipação líquida (soma dos termos positivos e negativos), ε^{NET} . Esta figura apresenta a comparação dos resultados obtidos com a formulação de turbulência LES e obtidos com a formulação de turbulência NLDE e suas variações.

Efeito da Malha no Processo de Cascadeamento da Energia Cinética Turbulenta

Para comparar o efeito do refinamento da malha no processo de cascadeamento da energia cinética turbulenta, este processo pode ser caracterizada pelo processo de filtragem tensor submalha, assim como descrito na secção 2.3.1. As malhas aqui utilizadas, são malhas com espaçamento constante, sendo o espaçamento da malha mais grossa igual ao dobro da malha mais fina. As malhas são M2_8 e M2_16, mais detalhes destas malhas podem ser encontrados na Tab. 3.1. Os resultados obtidos com o modelo de turbulência NLDE RANS mais flutuações turbulentas submalha introduzidas via modelo de sintetização turbulência (NLDE_RANS_1_6) para a malha M2_16 já foram apresentados anteriormente. Já os resultados para malha M2_8 são apresentados aqui pela primeira vez, desta maneira vale uma apresentação e discussão mais detalhadas destes resultados. Os resultados M2_16_NLDE_RANS_1_6 serão reproduzidos novamente para efeito de comparação com os resultados M2_8_NLDE_RANS_1_6. Tomaremos como referência, assim como feito anteriormente, os valores obtidos via DNS por Moser *et al.* [1999].

Nas figuras Fig. 3.43, Fig. 3.44 e Fig. 3.45 são apresentados os resultados obtidos para os casos M2_8_NLDE_RANS_1_6 e M2_16_NLDE_RANS_1_6, bem como os resultados DNS de referência. No gráfico mostrado na Fig. 3.43(b), podemos observar que a energia cinética turbulenta adimensional, k^+ , tende aos resultados DSN com o refinamento da malha, porém, vale ressaltar que mesmo com a malha mais refinada a solução numérica obtida não é capaz de indicar a posição correta do pico de k^+ , sendo que este está ligeiramente deslocado com relação à posição dada pelos resultados de referência DNS. Para o termo vv^+ , o refinamento da malha, de M2_16 para M2_8, faz com que diminua a discrepância entre resultados numéricos aqui obtidos e resultado de referência DNS, ver figura 3.44(b). Comportamento similar é observado para os termos ww^+ e uv^+ , a variação destes termos em função do Y^+ é apresentada nas figuras Fig. 3.45(a) e Fig. 3.45(b), respectivamente.

Se compararmos os resultados de k^+ M2_8_NLDE_RANS_1_6 (Fig. 3.43(b)) com os resultados ME_1_120_NLDE_RANS_1_6 obtidos no item anterior (Fig. 3.35(b)), vale lembrar que a diferença entre estes dois testes reside apenas no refinamento da malha utilizada. Sendo que, a malha ME_1_120_ tem um refinamento mais adequado para uma simulação RANS e, sendo assim, privilegia o refinamento na direção normal à parede. Da comparação das figuras mencionadas, podemos inferir que o refinamento da malha na direção da altura do canal e o refinamento nas outras direções, comprimento e largura, tem impacto direto na intensidade de k^+ . A malha ME_1_120_ tem espaçamento constante nas direções da largura e do comprimento do canal, que geram respectivamente um espaçamento viscoso da ordem de $\Delta z^+ = \frac{\Delta z U_\tau \rho}{\mu} = 20.10$ e $\Delta x^+ = \frac{\Delta x U_\tau \rho}{\mu} = 40.21$. Sendo Δz e Δx os espaçamento na direção da largura e do comprimento do canal.

(a) Perfil de Velocidade Adimensional.

(b) Energia Cinética Turbulenta Adimensional.

Figura 3.43: Perfil de velocidade adimensional e energia cinética turbulenta adimensional obtidos com o modelo NLDE_RANS mais flutuações submalha com as malhas M2_16 e M2_8 para o canal com $Re_\tau = 395$.

(a) Termo adimensionalizado uu^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado vv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.44: Termos $uu^+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv^+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional obtidos com o modelo NLDE_RANS mais flutuações submalha com as malhas M2_16 e M2_8 para o canal com $Re_\tau = 395$.

(a) Termo adimensionalizado ww^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado uv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.45: Termos $ww^+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv^+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional obtidos com o modelo NLDE_RANS mais flutuações submalha com as malhas M2_16 e M2_8 para o canal com $Re_\tau = 395$.

Por outro lado, os resultados obtidos com a malha mais refinada, M2_8, gera resultados com uma discrepância maior para o perfil de velocidades adimensional que o resultado obtido com a malha M2_16, ver Fig. 3.43(a). Sendo que, esta discrepância é mensurada com relação ao resultado de referência DNS. Quando comparando os resultados obtidos para o perfil de U^+ para malha ME_1_120_ (Fig. 3.35(a)) com os resultados obtidos com a M2_8 (Fig. 3.43(a)), podemos observar que o refinamento na direção normal à parede, assim com no modelo de turbulência RANS SA-QCR2013, tem impacto perceptível no comportamento de U^+ . O erro relativo entre a velocidade de atrito obtida com os modelos de turbulência e suas respectivas malhas fica 3,90% para o caso M2_16_NLDE_RANS_1_6 e 9,88% para o caso M2_8_NLDE_RANS_1_6.

Quando fazemos a normalização dos termos do tensor das tensões de Reynolds por meio do parâmetro $\frac{2\rho k}{3}$ percebemos que o refinamento da malha realmente aumenta a concordância dos resultados numéricos com os resultados DNS de referência. Esta observação é válida para todos os termos não nulos do tensor de Reynolds normalizados, uu^* , vv^* , ww^* e uv^* , que são apresentados nas figuras Fig. 3.46(a), Fig. 3.46(b), Fig. 3.47(a) e Fig. 3.47(b). Esta normalização permite observar que o refinamento da malha melhora significativamente a previsão do comportamento dos termos do tensor das tensões de Reynolds.

Nas Fig. 3.48 e Fig. 3.49 são apresentadas as variações dos termos da taxa de dissipação ε^+ e ε^- , que representam a interação entre as estruturas vorticais com escalas de comprimento menores que a comprimento característico (múltiplo da raiz cúbica do volume do elemento de malha) do processo de filtragem espacial utilizado para determinar estes termos. Para os valores positivos temos a cascata direta de energia cinética turbulenta, onde grandes vortices (definidos pelo comprimento característicos do filtro) influenciam nos pequenos (dependem da resolução da malha e da capacidade do modelo de sintetização de introduzir os efeitos submalha de forma coerente). Já para os valores negativo temos a cascata na direção inversa, ou seja, estamos medindo o efeito dos pequenos vortices nos grandes. Sendo assim, a medida destes dois termos um indicativo da dinâmica do escoamento (interação entre as escalas vorticais com escalas menores que comprimento característico do filtro) em um ponto do escoamento. Desta forma, é de se esperar que a solução vinda de uma malha mais refinada apresente uma dinâmica mais intensa, que irá se traduzir em termos ε^+ e ε^- com magnitude maior, que os gerados a partir de uma solução obtida com um malha mais grosseira. Nas figuras Fig. 3.49 e Fig. 3.48 temos exatamente este comportamento para ambos os termos, ε^+ e ε^- .

(a) Termo normalizado uu^* do tensor de Reynolds. (b) Termo normalizado vv^* do tensor de Reynolds.

Figura 3.46: Comparação dos termos $uu^* = \frac{\overline{u'u'}}{2\rho k}$ e $vv^* = \frac{\overline{v'v'}}{2\rho k}$ do tensor das tensões de Reynolds obtidos com o modelo NLDE_RANS mais flutuações submalha com as malhas M2_16 e M2_8 com resultados obtidos via DNS. Os resultados foram obtidos com $Re_\tau = 395$.

(a) Termo normalizado ww^* do tensor de Reynolds. (b) Termo normalizado uv^* do tensor de Reynolds.

Figura 3.47: Comparação dos termos $ww^* = \frac{\overline{w'w'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $uv^* = \frac{\overline{u'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ do tensor das tensões de Reynolds obtidos com o modelo NLDE_RANS mais flutuações submalha com as malhas M2_16 e M2_8 com resultados obtidos via DNS. Os resultados foram obtidos com $Re_\tau = 395$.

Figura 3.48: Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal positivo, ε^+ , em função do Y^+ , para os resultados obtidos com modelo turbulência NLDE mais flutuações submalha nas malhas M2_16 e M2_8.

Figura 3.49: Variação da soma dos termos de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal negativo, ε^- , em função do Y^+ , para os resultados obtidos com modelo turbulência NLDE mais flutuações submalha nas malhas M2_16 e M2_8.

Na Fig. 3.50 é apresentado o balanço entre os termos ε^+ e ε^- . A expectativa é que este termo seja positivo, conforme já mencionado anteriormente, o que representa um processo de transferência de energia na direção direta (cascata clássica ou *forward-scatter*). Entretanto, não é o que observamos na Fig. 3.50, já que os resultados do balanço são negativos em todas as regiões da camada limite. Indicando que a falta de resolução das escalas submalha e ou o impacto das flutuações submalhas intruzidos pelo modelo de sintetização da turbulência, que tem o papel de introduzir os efeitos das estruturas vorticais submalha, se traduza em um retorno da energia cinética turbulenta para as grandes escalas. O refinamento da malha na direção normal a parede leva, conforme já discutido e apresentado na Fig. 3.50, que o resultado do balanço seja completamente positivo, se comportando conforme o esperado. Aumentar a resolução do espectro de energia cinética turbulenta, que é obtido por meio do aumento do número de intervalos na região de interesse do espectro, utilizado no modelo de sintetização da flutuações turbulentas submalha tem um impacto semelhante ao efeito do refinamento de malha, pelo menos é o que indica os estudos realizados e apresentados na Fig. 3.29.

Figura 3.50: Variação do balanço dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ou taxa dissipação líquida (soma dos termos positivos e negativos), ε^{NET} , para os resultados obtidos com modelo turbulência NLDE mais flutuações submalha nas malhas M2_16 e M2_8.

3.3 Caso Teste 2 - Escoamento em um Canal com $Re_\tau = 1000$

A solução que iremos apresentar foi obtida com uma malha gerada de forma semelhante à malha da secção 3.2.3, ou seja, a malha tem $Y_+ = 1$, razão de crescimento dos elementos igual a 1,20, e número de elementos na direção da altura do canal (considerando apenas meio canal), largura do canal e comprimento do canal igual 50, 40 e 40. O número de

Reynolds das simulações que serão apresentadas nesta seção é $Re_\tau = 1000$, os valores que serão utilizados nas comparações que iremos apresentar foram extraídos de [del Álamo *et al.* \[2004\]](#) que apresenta resultados de simulação DNS com Re_τ entre 594 e 1901 (o resultado que será utilizado é $Re_\tau = 934$) e [Schultz e Flack \[2013\]](#) que apresenta resultados experimentais para Re_τ de 1010, 1960, 4050 e 5900 (o resultado que será utilizado é $Re_\tau = 1010$).

Os resultados nas figuras Fig. 3.51, Fig. 3.52 e Fig. 3.53 mostram que existe uma discrepância significativa entre os resultados obtidos, seja com a formulação de turbulência NLDE (tensões de Reynolds obtidas por meio de solução RANS com modelo de turbulência SA-QCR2013) ou com NLDE mais sintetização das flutuações turbulentas submalha, com relação aos resultados de referência, que são experimentais [[Schultz e Flack, 2013](#)] e os resultados obtidos via DNS [[del Álamo *et al.*, 2004](#)].

A Fig. 3.51(a), que apresenta o comportamento da velocidade adimensionalizada em função do Y^+ , mostra que a utilização das flutuações turbulentas submalha na metodologia NLDE introduz uma pequena diminuição da discrepância com relação ao resultado obtido via DNS. A introdução das flutuações turbulentas submalha praticamente não modifica a energia cinética turbulenta (ver Fig. 3.51(b)) e os termos adimensionalizados do tensor de Reynolds uu^+ (ver Fig. 3.52(a)) e uv^+ (ver Fig. 3.53(b)). Para o termo do tensor de Reynolds adimensionalizado vv^+ , na Fig. 3.52(b), o comportamento do resultado numérico obtido com a introdução das flutuações turbulentas submalha apresenta uma diminuição da discrepância com relação ao resultado experimental e DNS, quando comparada com os resultados gerados sem flutuações turbulentas submalha, sendo que esta diminuição está restrita à região da *buffer layer*. Por outro lado, a discrepância aumenta para o termo ww^+ do tensor de Reynolds adimensionalizado (ver Fig. 3.53(a)).

A malha utilizada para obter os resultados apresentadas nos gráficos da Fig. 3.51 tem o mesmo número de elementos da malha utilizada na seção 3.2.3, ou seja, 40 na direção da largura e 40 elementos na direção do comprimento do canal, que para o número de Reynolds utilizados nas simulações apresentados naquela seção geraram valores de $\Delta z^+ = \frac{\Delta z \rho U_\tau}{\mu} = 20$ e $\Delta x^+ = \frac{\Delta x \rho U_\tau}{\mu} = 40$. Já para o número de Reynolds igual a 1000, temos $\Delta z^+ = 51$ e $\Delta x^+ = 102$, estes valores ilustram que temos uma malha bem menos refinada que a utilizada nas soluções obtidas para número de Reynolds 395. Para fazer os valores de Δz^+ e Δx^+ se aproximarem do refinamento da malha da seção 3.2.3, teremos que dobrar o número de pontos em cada direção. Para o estudo de malha fizemos mais 3 malhas alterando o número de elementos nas direções do comprimento (x) e da largura do canal (z). A número de pontos e valores de comprimento viscoso associadas a cada malha são apresentados na Tab. 3.7.

Com base nos resultados do perfil de velocidades adimensional, concluímos que o refinamento na direção da largura do canal faz com que a discrepância encontrada inicialmente (resultados com a malha ME_1_120) diminuía significativamente. Quando este refinamento é associado com o refinamento na direção do comprimento do canal, observamos uma melhoria dos resultados, sendo que este resultado é o melhor dentre as malhas da Tab. 3.7. Por outro lado, quando introduzimos apenas o refinamento na direção do comprimento do canal,

Tabela 3.7: Características das malhas utilizadas para determinar o efeito do refinamento da malha nas direções do comprimento e largura do canal. A coluna número de elementos se refere ao número de elementos nas direções da altura, largura e comprimento. Os comprimentos viscosos Y^+ , Δx^+ e Δz^+ estão associados a altura, comprimento de largura do canal. Na direção da altura não foi introduzida nenhuma modificação.

Malha	Y^+	Δx^+	Δz^+	Número de elementos
ME_1_120	1	102	51	50, 40 e 40
50_40_80	1	50	51	50, 40 e 80
50_80_40	1	102	25	50, 80 e 40
50_80_80	1	50	25	50, 40 e 80

ocorre um aumento da discrepância do resultado obtido com relação ao resultado DNS de referência. Estas observações podem ser verificadas na Fig. 3.54(a).

Para os resultados da energia cinética turbulenta adimensionalizada, k^+ , o refinamento da malha na direção do comprimento do canal e o refinamento da malha na direção da largura do canal, de forma isolada, fazem a discrepância com relação aos resultados de referência DNS diminuir. O resultado numérico melhora ainda mais quando utilizamos o refinamento nas duas direções na malha (ver Fig. 3.54(b)). Vale ressaltar que o refinamento leva a uma mudança na posição do pico de k^+ , o refinamento da malha leva a posição do pico para malha mais refinada ficar próximo do resultado previsto via DNS. Os resultados obtidos para k^+ obtidos com todas as malhas são superestimados, ou seja, maiores que os valores de referência DNS. O mesmo comportamento é observado para o termo uu^+ do tensor das tensões de Reynolds adimensional, os resultados para uu^+ são apresentados na Fig. 3.55(a).

Para o termo vv^+ do tensor adimensional de Reynolds, o refinamento da malha melhora os resultados na região logarítmica da camada limite do canal, ou seja, a discrepância com relação aos resultados experimentais e DNS diminui nesta região da camada limite do canal. Já para as outras regiões da camada limite do canal, os valores de vv^+ são subestimados. Os resultados para este termo são apresentados na Fig. 3.55(b).

O comportamento do termo ww^+ do tensor adimensional do tensor das tensões de Reynolds se mostrou bastante dependente da malha. Na Fig. 3.56(a), pode-se observar que os resultados apresentam uma diminuição da discrepância com relação aos resultados DNS quando aumentamos o refinamento da malha na direção da largura do canal. Os resultados mostram uma pequena sensibilidade com relação ao refinamento na direção do comprimento do canal.

Por fim, os resultados obtidos para o termo uv^+ do tensor das tensões de Reynolds mostram pequena sensibilidade com relação ao refinamento da malha na direção do comprimento do canal e na direção da largura do canal. Esta observação é válida tanto para os refinamentos realizados nas direções de forma isolada, como para o refinamento realizado em conjunto. Os resultados para o termo uv^+ são apresentados na Fig. 3.56(b).

(a) Perfil de Velocidade Adimensional.

(b) Energia Cinética Turbulenta Adimensional.

Figura 3.51: Resultados de velocidade adimensional e energia cinética turbulenta adimensional ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$.

Com base nos resultados apresentados nas figuras Fig. 3.54, Fig. 3.55 e Fig. 3.56 e o que foi discutido com relação aos resultados, concluímos que a malha com refinamento nas direções da largura e do comprimento do canal introduz um aumento da concordância dos resultados obtidos numericamente com modelo NLDE com os resultados DNS e experimentais. Sendo assim, esta malha será utilizada no restante do estudo.

Nas figuras Fig. 3.57, Fig. 3.58 e Fig. 3.59 são apresentados os resultados obtidos com

(a) Termo adimensionalizado uu^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado vv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.52: Resultados de $uu^+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv^+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$ ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$.

os modelos de turbulência NLDE_RANS (RANS SA-QCR2013 como solução prévia) com e sem flutuações turbulentas submalha, sendo que estes resultados foram gerados com a malha 50_80_80 (ver Tab. 3.7 para detalhes da malha). Os resultados DNS de del Álamo *et al.* [2004] e resultados experimentais de Schultz e Flack [2013] são usados como referência nas comparações apresentadas na Fig. 3.57. A introdução das flutuações turbulentas submalha levaram a uma redução da discrepância observada no perfil de velocidade adimensional, U^+ (ver Fig. 3.57(a)). O mesmo comportamento é observado com relação à energia cinética tur-

(a) Termo adimensionalizado ww^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado uv^+ do tensor de Reynolds.**Figura 3.53:** Resultados de $ww^+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv^+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$ ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$.

bulenta (k^+) e o termo uu^+ do tensor de Reynolds. Os resultados para estes termos são apresentados nas figuras Fig. 3.57(b) e Fig. 3.58(a), respectivamente. Por outro lado, os outros termos do tensor de Reynolds demonstram que a introdução das flutuações turbulentas submalha não geram modificações nos resultados obtidos para os termos vv^+ (ver Fig. 3.58(b)), ww^+ (ver Fig. 3.59(a)) e uu (ver Fig. 3.59(b)).

(a) Perfil de Velocidade Adimensional.

(b) Energia Cinética Turbulenta Adimensional.

Figura 3.54: Efeito de refinamento de malha no resultados de velocidade adimensional e energia cinética turbulenta adimensional ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$.

(a) Termo adimensionalizado uu^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado vv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.55: Efeito de refinamento de malha nos termos $uu^+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv^+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$.

(a) Termo adimensionalizado ww^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado uv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.56: Efeito de refinamento de malha nos termos $ww^+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv^+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$ do tensor de Reynolds adimensional ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$.

(a) Perfil de Velocidade Adimensional.

(b) Energia Cinética Turbulenta Adimensional.

Figura 3.57: Resultados de velocidade adimensional e energia cinética turbulenta adimensional ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$. Estes resultados foram obtidos com os modelos de turbulência NLDE_RANS (tensões de Reynolds obtidas de uma solução RANS com modelo de turbulência SA-QCR2013) com e sem flutuações submalha. Nestas figuras são apresentadas as soluções para a malha 50_80_80.

(a) Termo adimensionalizado uu^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado vv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.58: Resultados de $uu^+ = \frac{u'u'}{U_\tau^2}$ e $vv^+ = \frac{v'v'}{U_\tau^2}$ ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$. Estes resultados foram obtidos com os modelos de turbulência NLDE_RANS (tensões de Reynolds obtidas de uma solução RANS com modelo de turbulência SA-QCR2013) com e sem flutuações submalha. Nestas figuras são apresentadas as soluções para a malha 50_80_80. Os resultados numéricos são comparados com os resultados DSN obtido por del Álamo et al. [2004] e resultados experimentais de Schultz e Flack [2013].

(a) Termo adimensionalizado ww^+ do tensor de Reynolds. (b) Termo adimensionalizado uv^+ do tensor de Reynolds.

Figura 3.59: Resultados de $ww^+ = \frac{w'w'}{U_\tau^2}$ e $uv^+ = \frac{u'v'}{U_\tau^2}$ ao longo da altura do canal para $Re_\tau = 1000$. Estes resultados foram obtidos com os modelos de turbulência NLDE_RANS (tensões de Reynolds obtidas de uma solução RANS com modelo de turbulência SA-QCR2013) com e sem flutuações submalha. Nestas figuras são apresentadas as soluções para a malha 50_80_80. Os resultados numéricos são comparados com os resultados DSN obtido por del Álamo et al. [2004] e resultados experimentais de Schultz e Flack [2013].

Nas figuras Fig. 3.60 e Fig. 3.61 são apresentadas as variações dos termos normalizados do tensor das tensões de Reynolds. Nesta Figura são apresentados, para efeito de comparação, os resultados obtidos com os modelos de turbulência RANS SA-QCR2013, NLDE_RANS (tensor de Reynolds vindo da solução prévia via RANS SA-QCR2013) com e sem flutuações turbulentas submalha.

Os resultados obtidos para os termos do tensor de Reynolds normalizados obtidos com o modelo de turbulência RANS SA-QCR2013, assim como os resultados obtidos para $Re_\tau = 395$, são constantes em toda a camada limite do canal. Os valores obtidos para $Re_\tau = 1000$ são idênticos aos obtidos para $Re_\tau = 395$, indicando que estes resultados normalizados não sofrem efeito da variação de Re_τ . Fato que para $Re_\tau = 1000$ e $Re_\tau = 395$ não ocorre para os resultados DNS.

Assim como observado nos gráficos das Fig. 3.58(a) para $uu+$ e Fig. 3.59(a) para $ww+$, a introdução das flutuações turbulentas submalha fazem com que os resultados se aproximem dos resultados DNS de referência. Os resultados para $uu*$ e $ww*$ são apresentados nas figuras Fig. 3.60(a) e Fig. 3.61(a). Por outro lado, os resultados para $vv*$ e $uv*$ não apresentam variação com a introdução das flutuações turbulentas submalha. Todos os resultados obtidos com o modelo NLDE_RANS, seja com ou sem a introdução das flutuações submalha, para os termos do tensor das tensões de Reynolds normalizadas apresentam discrepância com relação aos resultados de DNS de referência.

Por fim, temos na Fig. 3.62 a variação em função de Y^+ das taxas de dissipação ε^+ e ε^- , que respectivamente representam a cascata de energia cinética turbulenta clássica ou direta (*forward scatter*) e a cascata indireta (*backscatter*). Os picos de ε^+ e ε^- ocorrem na região da *buffer layer*, sendo que estes picos estão ligeiramente deslocados entre si. Vale ressaltar que a ordem de grandeza das taxas de dissipação, ε^+ e ε^- , são similares e que ambos os processos cascata da energia, direta e indireta, cinética turbulenta estão presentes em toda a camada limite do canal. Isto indica que a cascata direta e a cascata indireta estão presentes em todo o escoamento. Também, com base nestes resultados, podemos afirmar que estes processos estarão presentes em todos os escoamentos onde existem paredes sólidas (camada limite).

O balanço das taxas de dissipação, $\varepsilon^{NET} = \varepsilon^+ + \varepsilon^-$, mostra que o processo de cascata direta é dominante no caso do canal em estudo (malha mais modelo de turbulência). O Comprimento característico utilizado no processo de filtragem para obtenção das taxas de dissipação é igual a raiz cúbica do volume do elemento de malha onde se está calculando as taxas de dissipação.

(a) Termo normalizado uu^* do tensor de Reynolds. (b) Termo normalizado vv^* do tensor de Reynolds.

Figura 3.60: Comparação dos termos $uu^* = \frac{\overline{u'u'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $vv^* = \frac{\overline{v'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ do tensor das tensões de Reynolds obtidos com o modelo NLDE_RANS com e sem flutuações submalha, modelo de turbulência RANS SA-QCR2013 e resultados obtidos via DNS por del Álamo et al. [2004]. Os resultados foram obtidos com $Re_\tau = 1000$ e malha 80_50_50.

(a) Termo normalizado ww^* do tensor de Reynolds. (b) Termo normalizado uv^* do tensor de Reynolds.

Figura 3.61: Comparação dos termos $ww^* = \frac{\overline{w'w'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ e $uv^* = \frac{\overline{u'v'}}{\frac{2\rho k}{3}}$ do tensor das tensões de Reynolds obtidos com o modelo NLDE_RANS com e sem flutuações submalha, modelo de turbulência RANS SA-QCR2013 e resultados obtidos via DNS por del Álamo et al. [2004]. Os resultados foram obtidos com $Re_\tau = 1000$ e malha 80_50_50.

Figura 3.62: Variação da soma dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal negativo (ϵ^-), da soma dos termos da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta com sinal positivo (ϵ^+) e do balanço dos termos da taxa de dissipação (ϵ^{NET}) ϵ^+ e ϵ^- em função do Y^+ , para os resultados obtidos com modelo turbulência NLDE com flutuações submalha na malha 50_80_80.

Capítulo 4

Conclusões

Ao longo do presente trabalho de pesquisa, o modelo de turbulência NLDE foi elaborado, implementado e aplicado para o caso do escoamento em um canal com paredes paralelas com $Re_\tau = 395$ e $Re_\tau = 1000$. Esta metodologia se mostrou capaz de representar os processos de cascata direta (*forward scatter*) e de cascata indireta (*backscatter*), sem que seja necessário a introdução de qualquer tipo de dissipação, seja de origem numérica ou devido ao excesso de dissipação introduzida na modelagem do tensor submalha (LES), para a convergência da simulação. Os resultados obtidos com a formulação completa, NLDE com flutuações turbulentas submalha (modelo de sintetização turbulenta), para os casos do canal se mostraram bastante animadores, uma vez que a discrepância foi considerada pequena. As causas desta discrepância estão associadas principalmente a falta de refinamento da malha (discretização espacial) e também à discretização utilizada (número de regiões) para representar o espectro de energia cinética turbulenta utilizado no modelo de sintetização turbulenta que introduz as flutuações submalha.

O modelo de turbulência do tipo LES utilizado neste trabalho (ver seção 2.2) em virtude do seu modelo submalha apresentar um papel de drenagem da energia cinética turbulenta, que é característica de boa parte dos modelos submalha encontrados na literatura que se são baseados no modelo de Smagorinsky [1967], faz com que a dinâmica das menores escalas se empobreça, no sentido que não somos capazes de representar as interações entre as escalas e isto tem efeito em todo o campo do escoamento. As interações que nos referimos são relacionadas com escalas vorticais com comprimento característico entre o comprimento característico do filtro utilizado no processo de cálculo das taxas de dissipação da energia cinética e a resolução da malha. Sendo o primeiro comprimento conhecido inicialmente (imposto), já o relacionado com a resolução da malha é desconhecido e está associado a escala da menor estrutura encontrada na solução numérica do escoamento. O efeito dos modelos submalha foi observado para três níveis de refinamento de malha. Vale relembrar que a medida utilizada para balizar as afirmações feitas, foram os valores de ε^+ (*forward scatter*) e ε^- (*backscatter*). Todas as soluções obtidas no estudo de malha apresentaram ambos os fenômenos de cascata direta (*forward scatter*) e cascata indireta (*backscatter*) da energia ci-

nética turbulenta, porém a intensidade presente nestas soluções é significativamente menor que a prevista por outro modelo de turbulência. Esta deficiência dos modelos LES levou ao aparecimento de grandes discrepâncias nos resultados apresentados para este modelo, os resultados de comparação foram os obtidos via DNS por Moser *et al.* [1999].

A falta de refinamento da malha para o modelo de turbulência NLDE, faz com que a dinâmica das interações entre as estruturas vorticais consideradas no cálculo da taxa de dissipação seja dominada pelo processo de cascata inversa (*backscatter*), sendo que o esperado é o domínio da cascata direta (*forward scatter*). Esta discrepância de comportamento implica em prever a energia cinética turbulenta sempre de forma superestimada. Foi observado que o refinamento da malha na direção da altura do canal leva à dominância da cascata direta. Também foi observado neste trabalho que a introdução de flutuações turbulentas submalha via modelo de sintetização da turbulência [Billson, 2004], tem a tendência de fazer com que a cascata indireta no processo de interações entre as estruturas vorticais diminua seja menos dominante. Neste trabalho não foi possível mostrar que a introdução das flutuações turbulentas submalha, no limite do refinamento do espectro utilizado para gerar as flutuações turbulentas, é capaz de inverter o comportamento, ou seja, apresentar a dominância da cascata direta no processo transferência de energia cinética. De qualquer maneira, com as avaliações apresentadas na Sec. 3.2.3 foi possível mostrar e concluir que ao introduzir as flutuações turbulentas submalha via modelo de sintetização da turbulência, somos capazes de incluir a dinâmica perdida das estruturas vorticais com escalas de comprimento menores que a resolução espacial dada pelo refinamento da malha.

A principal contribuição do presente trabalho foi elaborar uma metodologia para cálculo do escoamento turbulento capaz de prever o *backscatter* (cascata de energia cinética turbulenta na direção invertida da cascata clássica) nas regiões próximas as paredes sólidas, sendo a base para esta metodologia as equações não lineares escritas em termos das flutuações (NLDE) propostas inicialmente por Morris *et al.* [1997] para solução do campo acústico. Para avaliar as taxas de dissipação da energia cinética turbulenta (ver Sec. 2.3.1), todos os termos com sinal positivo e os termos com sinal negativo foram somados gerando as taxas de dissipação relacionadas com cascata direta (termos positivos) e cascata indireta (termos negativos). Aplicando esta metodologia para a solução do escoamento em um canal com paredes paralelas, foi possível perceber que o *backscatter* está presente em todas as regiões da camada limite (subcamada laminar, *buffer layer* e região logarítmica) do canal, este comportamento foi observado nos $Re_\tau = 395$ e $Re_\tau = 1000$. Vale ressaltar que mesmo com a intensidade bastante inferior às previstas com a metodologia NLDE, as simulações LES também apresentaram o mesmo comportamento.

O modelo de turbulência RANS SA-QCR2013 foi escolhido inicialmente por ter a capacidade de introduzir anisotropia, por meio de suas relações quadráticas, no tensor das tensões de Reynolds. O campo tensorial de tensões de Reynolds obtido com este modelo para os Re_τ iguais a 395 e 1000, para o escoamento no canal apresentam uma discrepância significativa com relação aos resultados de referência DNS e ou experimentais, quando for o caso. Ao nor-

malizarmos os termos do tensor de Reynolds por $\frac{2k}{3}$, percebemos que os resultados obtidos não apresentam dependência do número de Reynolds e que são constantes ao longo de todas as regiões da camada limite (subcamada laminar, *buffer layer* e região logarítmica) do canal estudado. Este comportamento em nada se assemelha aos resultados obtidos via DNS.

O campo tensorial das tensões de Reynolds é um parâmetro necessário para o modelo de turbulência NLDE e também para o modelo de sintetização da turbulência utilizado para introduzir flutuações turbulentas submalha. Apesar das discrepâncias encontradas nos resultados do modelo de turbulência RANS SA-QCR2013, o modelo NLDE com e sem flutuações turbulentas submalha foi capaz de lidar com o problema e gerar um tensor de Reynolds (calculado estatisticamente) que no final seu comportamento ao longo da camada limite teve melhora significativa, ou seja, os resultados finais se aproximaram dos resultados de referência DNS e experimentais.

Como conclusão final, podemos afirmar que no presente momento temos uma metodologia para cálculo do escoamento turbulento (modelo NLDE com flutuações turbulenta submalha introduzidas por uma modelo de sintetização) capaz de representar a dinâmica das estruturas vorticais presentes nos escoamentos próximos às paredes sólidas.

4.1 Sugestões para Pesquisas Futuras

Como primeira sugestão para pesquisas futuras, sugerimos a modificação do modelo de turbulência RANS utilizado para gerar os campos médios iniciais. O campo tensorial das tensões de Reynolds é necessário tanto nas equações NLDE quanto no modelo utilizado para introduzir as flutuações submalha, desta forma um modelo RANS que seja capaz de inicialmente prover uma estimativa mais precisa para este campo tensorial seria útil. A sugestão seria utilizar os modelos algébricos para tratar o tensor de Reynolds, como por exemplo o modelo EARSM (*Explicit Algebraic Reynolds Stress Modeling*) proposto por Hellsten [2004].

O modelo de turbulência NLDE é capaz, conforme mencionado anteriormente, de modificar e melhorar (diminuir a discrepância com relação ao resultado de referência) o comportamento dos termos do tensor de Reynolds, sendo este calculado por meio da média dos campos de velocidade e densidade gerados pela solução NLDE. Os termos do tensor de Reynolds inicialmente introduzidos na formulação NLDE tem origem em uma solução RANS prévia, que no nosso caso é o modelo RANS é SA-QCR2013. A ideia seria avaliar a utilização dos termos do tensor de Reynolds vindos da própria solução NLDE, ou seja, o tensor seria calculado por meio dos campos médios (calculados após um número de iterações suficientes para garantir a convergência estatística) vindos da solução NLDE. Em outras palavras, o tensor de Reynolds seria calculado com base na solução média da solução NLDE e este realimentaria as equações NLDE.

Os testes de discretização do espectro de energia cinético turbulento utilizado no mo-

delo de sintetização da turbulência (modelo que introduz as flutuações turbulentas submalha) indicam que o aumento da discretização do espectro faz com que a dominância cascata indireta (*backscatter*) em uma malha pouco refinada tenda a diminuir. A proposta seria avaliar o aumento do refinamento do espectro de energia cinética turbulenta utilizado no modelo proposto por Billson [2004] (introdução de flutuações submalha), para com isto verificar se o balanço das taxas de dissipação passa a indicar a partir de um dado refinamento a dominância da cascata clássica ou direta (*forward scatter*) no processo de transferência de energia cinética turbulenta entre as estruturas vorticais presentes na solução numérica.

No levantamento bibliográfico foram identificados diversos métodos para sintetização ou reconstrução das flutuações turbulentas. Dentre os quais, gostaríamos de destacar os modelos de sintetização de turbulência de Smirnov *et al.* [2001], Batten *et al.* [2002] e Batten *et al.* [2003] e Billson [2004], sendo que este último foi utilizado no presente trabalho para introduzir as flutuações submalha na formulação NLDE de turbulência. A proposta seria utilizar os modelos propostos no trabalho de Smirnov *et al.* [2001] e nos trabalhos Batten *et al.* [2002] e Batten *et al.* [2003] para introduzir flutuações turbulentas submalhas no modelo de turbulência NLDE. Vale ressaltar que o modelo proposto nos trabalhos de Batten *et al.* [2002] e Batten *et al.* [2003], diferentemente dos outros modelos, não precisa calcular os autovalores e autovetores do tensor das tensões de Reynolds, o que indica uma vantagem inicial para este modelo.

Por fim, a proposta mais óbvia seria continuar o processo de validação da metodologia de solução de escoamentos turbulentos proposta no presente trabalho de pesquisa. Em outras palavras, aplicar esta metodologia em número de Reynolds mais altos, bem como em geometrias mais complexas, com o objetivo de tornar o modelo de turbulência NLDE capaz de gerar resultados coerentes em escoamentos em torno de geometrias complexas, como por exemplo aeronaves com hipersustentadores defletidos.

Referências Bibliográficas

- Abboud e Smith(2014)** A. W. Abboud e S. T. Smith. Large eddy simulation of a coaxial jet with a synthetic turbulent inlet. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 50:240–253. Citado na pág. [19](#)
- Bailly e Juvé(1999)** Christophe Bailly e Daniel Juvé. A stochastic approach to compute subsonic noise using linearized eulers equations. *AIAA Journal*, 1:496–506. Citado na pág. [19](#), [43](#)
- Balaras et al.(1996)** E. Balaras, C. Benocci e U. Piomelli. Two-layer approximate boundary conditions for large-eddy simulations. *AIAA Journal*, 36(6):1111. Citado na pág. [14](#)
- Batten et al.(2002)** P. Batten, U. Goldberg e S. Chakravarthy. Lns - an approach towards embedded les. Em *40 th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, USA. AIAA. AIAA 2002-0427. Citado na pág. [14](#), [19](#), [138](#)
- Batten et al.(2003)** Paul Batten, Uriel Goldberg e Sukumar Chakravarthy. Using synthetic turbulence to interface rans and les. Em *41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, USA. AIAA. AIAA 2003-81. Citado na pág. [xi](#), [14](#), [19](#), [20](#), [21](#), [138](#)
- Batten et al.(2004a)** Paul Batten, Uriel Goldberg e Sukumar Chakravarth. Interfacing statistical turbulence closures with large-eddy simulation. *AIAA JOURNAL*, 42 (3):485–492. Citado na pág. [19](#)
- Batten et al.(2004b)** Paul Batten, Enrico Ribaldone, Mauro Casella e Sukumar Chakravarthy. Towards a generalized non-linear acoustics solver. Em *10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. AIAA. AIAA 2004-3001. Citado na pág. [v](#), [vii](#), [16](#), [18](#), [19](#), [31](#)
- Berselli et al.(2010)** L. C. Berselli, T. Iliescu e W. J. Layton. *Mathematics of Large Eddy Simulations of Turbulence Flows*. Springer-Verlag, Berlin, 1ts edição. Citado na pág. [12](#)
- Billson(2004)** M. Billson. *Computational Techniques for Turbulence Generated Noise*. Tese de Doutorado, Dept. of Thermo and Fluid Dynamics, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden. Citado na pág. [vi](#), [viii](#), [xii](#), [xviii](#), [6](#), [19](#), [20](#), [33](#), [43](#), [45](#), [50](#), [53](#), [65](#), [67](#), [83](#), [103](#), [136](#), [138](#)
- Bordji et al.(2016)** Mehdi Bordji, Fabien Gand, Sébastien Deck e Vincent Brunet. Investigation of a nonlinear reynolds-averaged navier-stokes closure for corner flow. *AIAA Journal*, 54(2):386–398. Citado na pág. [27](#)
- Béchara et al.(1994)** W. Béchara, C. Bailly, P. Lafon e S. M. Candel. Stochastic approach to noise modeling for free turbulent flows. *AIAA Journal*, 32:455–463. Citado na pág. [18](#), [43](#)
- Castro e Paz(2013)** Hugo G. Castro e Rodrigo R. Paz. A time and space correlated turbulence synthesis method for large eddy simulations. *Journal of Computational Physics*, 235:742–763. Citado na pág. [19](#)

- Chyczewski et al.(2000)** T. Chyczewski, P. Morris e L. Long. Large-eddy simulation of wall bounded shear flow using the nonlinear disturbance equations. Em *6th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Lahaina, Hawaii. AIAA. Citado na pág. [14](#), [15](#), [16](#)
- Cimarelli e Angelis(2011)** A. Cimarelli e E. De Angelis. Analysis of the kolmogorov equation for filtered wall-turbulent flows. *J. Fluid Mech.*, 676:376–395. Citado na pág. [13](#)
- Craft et al.(1997)** T.J. Craft, B.E. Launder e K. Suga. Prediction of turbulent transitional phenomena with a nonlinear eddy-viscosity model. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 18:15–28. Citado na pág. [8](#)
- Dagnew e Bitsuamlak(2013)** A. Dagnew e G. Bitsuamlak. Computational evaluation of wind loads on buildings: a review. *Wind Stru.*, 16:629–660. Citado na pág. [19](#)
- Dandois(2014)** J. Dandois. Improvement of corner flow prediction using the quadratic constitutive relation. *AIAA Journal*, 53(12):2795–2806. Citado na pág. [26](#), [27](#)
- Davidson e Billson(2006)** L. Davidson e M. Billson. Hybrid les/rans using synthesized turbulence for forcing at the interface. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27:1028–1042. Citado na pág. [14](#), [19](#)
- Deardorff(1970)** J. W. Deardorff. Numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, 41:453–465. Citado na pág. [9](#)
- del Álamo et al.(2004)** J. C. del Álamo, J. Jiménez, P. Zandonade e R. D. Moser. Scaling of the energy spectra of turbulent channels. *J. Fluid Mech.*, 500:135–144. Citado na pág. [vi](#), [viii](#), [xvi](#), [xvii](#), [5](#), [50](#), [120](#), [123](#), [129](#), [130](#), [132](#), [133](#)
- di Mare et al.(2006)** L. di Mare, M. Klein, W. P. Jones e J. Janicka. Synthetic turbulence inflow conditions for large-eddy simulation. *Phys. Fluids*, 18 (2):025107. Citado na pág. [18](#)
- Dietzel et al.(2014)** D. Dietzel, D. Messig, F. Piscaglia, A. Montorfano e G. Olenik. Evaluation of scale resolving turbulence generation methods for large eddy simulation of turbulent flows. *Comput. Fluids*, 93:116–128. Citado na pág. [18](#)
- Fathali et al.(2008)** M. Fathali, M. Klein, T. Broeckhoven, C. Lacor e M. Baelmans. Generation of turbulent inflow and initial conditions based on multi-correlated random fields. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 57:93–117. Citado na pág. [18](#)
- Freire et al.(1998)** Á. P. S. Freire, P. P. M. Menut e J. Su. *Turbulência*. ABCM ? Associação Brasileira de Ciências e Engenharia Mecânica, Rio de Janeiro, RJ, vol. 1 edição. Citado na pág. [7](#)
- Germano et al.(1991)** Massimo Germano, Ugo Piomelli, Parviz Moin e William H. Cabot. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Phys. Fluids A*, 3:1760–1765. Citado na pág. [10](#), [11](#), [12](#)
- Gloerfelt e Garrec(2008)** Xavier Gloerfelt e Thomas Le Garrec. Generation of inflow turbulence for aeroacoustic applications. Em *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Vancouver, Canada. AIAA. Citado na pág. [19](#)
- Hamalainen(2001)** Ville Hamalainen. *IMPLEMENTING AN EXPLICIT ALGEBRAIC REYNOLDS STRESS MODEL INTO THE THREE-DIMENSIONAL FINFLO FLOW SOLVER*. Tese de Doutorado, Helsinki University of Technology. Laboratory of Aerodynamics. Citado na pág. [8](#)

- Hansen e Long(2002)** Robert P. Hansen e Lyle N. Long. Large-eddy simulation of a circular cylinder on unstructured grids. Em *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV. AIAA. Citado na pág. 16
- Hellsten(2004)** Antti Hellsten. *NEW TWO-EQUATION TURBULENCE MODEL FOR AERODYNAMICS APPLICATIONS*. Tese de Doutorado, Helsinki University of Technology. Laboratory of Aerodynamics. Citado na pág. xi, 2, 8, 137
- Hoshiya(1972)** M. Hoshiya. Simulation of multi-correlated random processes and application to structural vibration problems. *Proceedings of JSCE 204*, -:121–128. Citado na pág. 18
- Huang et al.(2010)** S. H. Huang, Q. S. Li e J. R. Wu. A general inflow turbulence generator for large eddy simulation. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 98:600–617. Citado na pág. 19
- Issa et al.(1986)** R. I. Issa, A. D. Gosman e A. P. Watkins. The computation of compressible and incompressible recirculating flow by a non-iterative implicit scheme. *Journal of Computational Physics*, 62:66–82. Citado na pág. 47
- Jarrin et al.(2006)** N. Jarrin, S. Benhamadouche, D. Laurencea e R. Prosser. A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 27:585–593. Citado na pág. 18, 19
- Jasak(1996)** Hrvoje Jasak. *Error analysis and estimation for the finite volume method with application to fluid flows*. Tese de Doutorado, Imperial College London, United Kingdom. Citado na pág. 47
- Karweit et al.(1991)** M. Karweit, Ph. Blanc-Benon, D. Juvé e G. Comte-Bellot. Simulation of the propagation of an acoustic wave through a turbulent velocity field: A study of phase variance. *J. Acoust. Soc. Am.*, 89(1):52–62. Citado na pág. 43
- Kassinis et al.(2000)** S.C. Kassinis, C.A. Langer, S. Haire e W.C. Reynolds. Structure-based modeling for wall-bounded flows. *International Journal Heat and Fluid Flow*, 21 5: 599–605. Citado na pág. 8
- Keating et al.(2006)** A. Keating, G. De Prisco e U. Piomelli. Interface conditions for hybrid rans/les calculations. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 27:777–788. Citado na pág. 19
- Keating e Piomelli(2004)** Anthony Keating e Ugo Piomelli. Synthetic generation of inflow velocities for large-eddy simulation. Em *34th AIAA Fluid Dynamic Conference and Exhibit*, Portland, USA. AIAA. Citado na pág. xi, 19, 20, 21, 45
- Keating et al.(2004)** Anthony Keating, Ugo Piomelli, Elias Balaras e Hans-Jakob Kaltenbach. A priori and a posteriori tests of inflow conditions for large-eddy simulation. *PHYSICS OF FLUIDS*, 16 (12):4696–4712. Citado na pág. 19, 20
- Kempf et al.(2005)** A. Kempf, M. Klein e J. Janicka. Efficient generation of initial- and inflow-conditions for transient turbulent flows in arbitrary geometries. *Flow Turbul. Combust.*, 74:67–84. Citado na pág. 18
- Kim et al.(1987)** J. Kim, P. Moin e R. Moser. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 177:133–166. Citado na pág. 50

- Kim e Haeri(2015)** J. W. Kim e S. Haeri. An advanced synthetic eddy method for the computation of aerofoil turbulence interaction noise. *J. Comput. Phys*, 287:1–17. Citado na pág. 19
- Kim et al.(2013)** Y. Kim, I. P. Castro e Z. Xie Z. Divergence-free turbulent inflow conditions for large eddy simulations with incompressible flow solvers. *Comput. Fluids*, 84:56–68. Citado na pág. 18
- Klein et al.(2003)** M. Klein, A. Sadiki e J. Janicka. A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations. *J. Comput. Phys.*, 186:652–665. Citado na pág. 18
- Kolmogorov(1941)** A. N. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk.*, 30:301–305. Reprinted Proc. Royal Soc. London; 434:9-13, 1991. Citado na pág. 9, 34
- Kondo e Murakami(1997)** K. Kondo e A. Murakami. Generation of velocity fluctuations for inflow boundary condition of les. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 67-68:51–64. Citado na pág. 18
- Kraichnan(1970)** Robert H. Kraichnan. Diffusion by a random velocity field. *The Physics of Fluids*, 13-1:22–31. Citado na pág. 19, 43
- Labourasse e Sagaut(2002)** E. Labourasse e P. Sagaut. Reconstruction of turbulent fluctuations using a hybrid rans les approach. *Journal of Computational Physics*, 182: 301–336. Citado na pág. v, vii, 16, 17, 18, 31
- Larsson et al.(2007)** J. Larsson, F.S. Lien e E. Yee. The artificial buffer layer and the effects of forcing in hybrid les/rans. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28 6: 1443–1459. Citado na pág. 14, 19
- Launder e Spalding(1974)** B. E. Launder e D. B. Spalding. The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3:269–289. Citado na pág. 8
- Launder et al.(1975)** B. E. Launder, G. J. Reece e W. Rodi. Progress in the development of a reynolds-stress turbulence closure. *Journal of Fluid Mechanics*, 68:537–566. Citado na pág. 8
- Leith(1990)** C. E. Leith. Stochastic backscatter in a subgrid-scale model: Plane shear mixing layer. *Phys. Fluids A*, 2(3):297–299. Citado na pág. 17
- Leonard(1975)** A. Leonard. Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows original. *Advances in Geophysics*, 18:237–248. Citado na pág. 9
- Li et al.(2015)** Y. Li, C. Cheng, Y. Lo, F. Fang e D. Zheng. Simulation of turbulent flows around a prism in suburban terrain inflow based on random flow generation method simulation. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 146:51–58. Citado na pág. 19
- Lilly(1967)** D. K. Lilly. The representation of small scale turbulence in numerical simulation experiments. *In Proc. IBM Scientific Computing Symp. Environ. Sci .*, páginas 195–210. Citado na pág. 9, 12

- Lilly(1992)** D. K. Lilly. A proposed modification of the germano subgrid-scale closure method. *Phys. Fluids A*, 4:633–635. Citado na pág. 11
- Lund(1998)** Thomas S. Lund. Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations. *JOURNAL OF COMPUTATIONAL PHYSICS*, 140:233–258. Citado na pág. 19
- Mangani(2008)** L. Mangani. *Development and Validation of an Object Oriented CFD Solver for Heat Transfer and Combustion Modeling in Turbomachinery Applications*. Tese de Doutorado, Università degli Studi di Firenze, Facoltà di Ingegneria, Dipartimento di Energetica ?Sergio Stecco?, Itália. Citado na pág. 47
- Mani et al.(2013)** M. Mani, D. A. Babcock, C. M. Winkler e P. R. Spalart. Predictions of a supersonic turbulent flow in a square duct. Em *In Proc. of 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, Grapevine, TX. AIAA. AIAA Paper 2013-0860. Citado na pág. vi, vii, 6, 8, 21, 26, 27, 65, 66
- Marusic e Perry(1995)** I. Marusic e A. E. Perry. A wall-wake model for the turbulence structure of boundary layers. part 2. further experimental support. *J. Fluid Mech.*, 298: 389–407. Citado na pág. 18
- Mason e Thomson(1992)** P. J. Mason e D. J. Thomson. Stochastic backscatter in large-eddy simulations of boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 242:51–78. Citado na pág. 12, 17, 34
- Mathey et al.(2006)** F. Mathey, D. Cokljat, J. Bertoglio e E. Sergent. Assessment of the vortex method for large eddy simulation inlet conditions. *Prog. Comput. Fluid Dyn.*, 6: 1–3. Citado na pág. 18
- Meneveau e Katz(2000)** Charles Meneveau e Joseph Katz. Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 32:1–32. Citado na pág. 11
- Menter(1994)** F. R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA-Journal*, 32:1598–1605. Citado na pág. 8
- Montomoli e Eastwood(2011)** F. Montomoli e S. Eastwood. Implementation of synthetic turbulence inlet for turbomachinery les. *Computers and Fluids*, 46:369–374. Citado na pág. 19
- Morris et al.(1997)** Philip J. Morris, Lyle N. Long, Ashok Bangalore e Qunzhen Wang. A parallel three-dimensional computational aeroacoustics method using nonlinear disturbance equations. *J. Comput. Phys*, 133:56–74. Citado na pág. v, vii, 14, 15, 16, 19, 25, 31, 136
- Moser et al.(1999)** Robert D. Moser, John Kim e Nagi N. Mansour. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $re_\tau = 590$. *Physics of Fluids*, 11(4):943–945. Citado na pág. vi, viii, ix, xii, xiv, xv, xviii, 5, 50, 52, 54, 55, 56, 57, 59, 60, 61, 62, 64, 65, 66, 72, 75, 80, 89, 90, 91, 100, 101, 102, 111, 136
- Patrino e Ricci(2017)** L. Patrino e M. Ricci. On the generation of synthetic divergence-free homogeneous anisotropic turbulence. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 315:396–417. Citado na pág. 18, 19

- PDhamankar e Lyrantzis(2015)** N. S. PDhamankar e G. A. Blaisdell A. S. Lyrantzis. An overview of turbulent inflow boundary conditions for large eddy simulations. Em *Presented at 2nd AIAA Comput. Fluid Dyn. Conf.*, Dallas, TX. AIAA. AIAA 2015-3213. Citado na pág. 18
- Perry e Chong(1982)** A. E. Perry e M. S. Chong. On the mechanism of wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, 119:173–217. Citado na pág. 18
- Piomelli(1993)** U. Piomelli. High reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model. *Phys. Fluids A*, 5:1484–1490. Citado na pág. 5, 11, 12
- Piomelli(1999)** U. Piomelli. Large-eddy simulation: achievements and challenge. *Progress in Aerospace Sciences*, 35:335–362. Citado na pág. 10
- Piomelli et al.(1989)** U. Piomelli, J. Ferziger, P. Moin e J. Kim. New approximate boundary conditions for large eddy simulations of wall bounded flows. *Phys. of Fluids A*, 1-6:1061–1068. Citado na pág. 14
- Piomelli et al.(2003)** U. Piomelli, E. Balaras, H. Pasinato, K.D. Squire e P.R. Spalart. The inner-outer layer interface in large-eddy simulations with wall-layer models. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24:538–550. Citado na pág. 14
- Piomelli et al.(1990)** Ugo Piomelli, Thomas A. Zang, Charles G. Speziale e M. Yousuff Hussaini. On the largeeddy simulation of transitional wallbounded flows. *Phys. Fluids A*, 2:257–265. Citado na pág. 5, 10, 11
- Piomelli et al.(1991)** Ugo Piomelli, William H. Cabot, Parviz Moin e Sangsan Lee. Sub-grid-scale backscatter in turbulent and transitional flows. *Phys. Fluids A*, 3:1766–1771. Citado na pág. 5, 11
- Poletto et al.(2013)** R. Poletto, T. Craft e A. Revell. A new divergence free synthetic eddy method for the reproduction of inlet flow conditions for les. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 91: 519?539. Citado na pág. 18, 19
- Pope(1975)** S.B. Pope. A more general effective-viscosity hypothesis. *Journal of Fluid Mechanics*, 72:331–340. Citado na pág. 8
- Pope(2003)** Stephen B. Pope. *Turbulent Flow*. Cambridge University Press, 3º edição. Citado na pág. 8, 9, 12, 34, 35, 38, 39
- Reynolds e Kassinos(1995)** W.C. Reynolds e S.C. Kassinos. A one-point modeling of rapidly deformed homogeneous turbulence. *Proceedings of Royal Society of London A*, 451:87–104. Citado na pág. 8
- Rhie e Chow(1983)** C. M. Rhie e W. L. Chow. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separatio. *AIAA Journal*, 21:1525–1532. Citado na pág. 47
- Rogallo e Moin(1984)** Robert S. Rogallo e Parviz Moin. Numerical simulation of turbulent flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 16:99–137. Citado na pág. 10
- Rudnik e Germain(2009)** R. Rudnik e E. Germain. Reynolds number scaling effects on the european high-lift project configurations. *JOURNAL OF AIRCRAFT*, 46:1140–1151. Citado na pág. xi, 2, 3, 4

- Sagaut et al.(2006)** P. Sagaut, S. Deck e M. Terracol. *Multiscale and Multiresolution Approaches in Turbulence*. Imperial College Press, - edição. Citado na pág. [xii](#), [19](#), [40](#)
- Sagaut(2006)** Pierre Sagaut. *Large Eddy Simualtion for Incompressible Flows - An Introduction*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, third editon edição. Citado na pág. [12](#), [13](#), [16](#), [17](#), [42](#)
- Saghafian et al.(2015)** A. Saghafian, L. Shunn e F. Ham D. A. Philips. Large eddy simulations of the hifire scramjet using a compressible flamelet/progress variable approach. *Proc. Combust. Inst.*, 35:2163–2172. Citado na pág. [18](#)
- Schultz e Flack(2013)** M. P. Schultz e K. A. Flack. Reynolds-number scaling of turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, 25. Citado na pág. [vi](#), [viii](#), [xvi](#), [xvii](#), [5](#), [50](#), [120](#), [123](#), [129](#), [130](#)
- Schumann(1975)** U. Schumann. Subgrid scale model for finite difference simulation of turbulent flows in plane channel and annuli. *Journal of Computational Physics*, 18:376–404. Citado na pág. [13](#), [14](#)
- Schumann(1995)** U. Schumann. Stochastic backscatter of turbulence energy and scalar variance by random subgrid-scale fluxes. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 451:293?318. Citado na pág. [17](#)
- Shur et al.(2014)** Michael L. Shur, Philippe R. Spalart, Michael K. Strelets e Andrey K. Travin. Synthetic turbulence generators for rans-les interfaces in zonal simulations of aerodynamic and aeroacoustic problems. *Flow Turbulence Combust.*, 93:63–92. Citado na pág. [19](#)
- Silveira-Neto(2001)** A. Silveira-Neto. *Turbulência nos Fluidos Aplicada*. Apostila do Curso de Pós Graduação em Engenharia Mecânica da UFU. Citado na pág. [36](#)
- Smagorinsky(1967)** J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. *The Basic Experiment. Mon. Weather Rev.*, 91:99–164. Citado na pág. [6](#), [9](#), [10](#), [12](#), [16](#), [27](#), [135](#)
- Smirnov et al.(2001)** A Smirnov, S Shi e I Celik. Random flow generation technique for large eddy simulations and particle-dynamics modeling. *Journal of Fluids Engineering*, 123:359–371. Citado na pág. [17](#), [19](#), [20](#), [33](#), [34](#), [46](#), [138](#)
- Spalart(2000)** P. R. Spalart. Strategies for turbulence modelling and simulation. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21:252–263. Citado na pág. [8](#), [25](#), [26](#), [66](#)
- Spalart e Allmaras(1992)** P. R. Spalart e S. R. Allmaras. One-equation turbulence model for aerodynamic flows. Em *In Proc. AIAA ASM*, Reno, NV. AIAA. AIAA Paper 92-439. Citado na pág. [xi](#), [1](#), [2](#), [3](#), [8](#), [24](#)
- Spalart et al.(1997)** P. R. Spalart, W. H. Jou, M. Strelets e S. R. Allmaras. Comments on the feasibility of les for wings, and on a hybrid rans/les approach. Em *In Advances in DNS/LES*, páginas 137–147. Greyden Press. Citado na pág. [14](#)
- Spalart et al.(2006)** P. R. Spalart, S. Deck, M. L. Shur, K. d. Squires e M. Kh. Strelets A. Travin. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 20. Citado na pág. [14](#)

- Spalart(2009)** Philippe R. Spalart. Detached-eddy simulation. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 41:181–202. Citado na pág. [14](#)
- Speziale(1998)** C. G. Speziale. Turbulence modeling for time dependent rans and vles: A review. *AIAA Journal*, 32-2:173. Citado na pág. [14](#)
- Tabor e Baba-Ahmadi(2010)** G. Tabor e M. Baba-Ahmadi. Inlet conditions for large eddy simulation: a review. *Comput. Fluids*, 39:553–567. Citado na pág. [19](#)
- Touber e Sandham(2009)** E. Touber e N. D. Sandham. Large-eddy simulation of low-frequency unsteadiness in a turbulent shock- induced separation bubble. *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, 23:79–107. Citado na pág. [18](#)
- Tucker(2011)** P. G. Tucker. Computation of unsteady turmachinery flows: Part 1 - progress and challenges. *Progress in Aerospace Science*, 47:522–545. Citado na pág. [17](#)
- Veloudis et al.(2007)** I. Veloudis, Z. Yang, J. J. McGuirk, G. J. Page e A. Spencer. Novel implementation and assessment of a digital filter based approach for the generation of les inlet conditions. *Flow Turbul. Combust*, 79:1–24. Citado na pág. [18](#)
- Villiers(2006)** E. Villiers. *The Potential of Large Eddy Simulation for the Modeling of Wall Bounded Flows*. Tese de Doutorado, Imperial College of Science, Technology and Medicine, United Kingdom. Citado na pág. [xii](#), [30](#), [47](#), [50](#), [51](#)
- Westbury et al.(2004)** P.S. Westbury, D.C. Dunn e J.F. Morrison. Analysis of a stochastic backscatter model for the large eddy simulation. *Eur. J. Mech. B Fluids*, 23:737–758. Citado na pág. [12](#)
- Wilcox(2002)** D. C. Wilcox. *Turbulence modelling for CFD*. DCW Industries Inc., 3td edição. Citado na pág. [8](#), [23](#), [25](#)
- Wu(2017)** X. Wu. Inflow turbulence generation methods. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 49:23–49. Citado na pág. [18](#)
- Xie e Castro(2008)** Z. T. Xie e I. P. Castro. Efficient generation of inflow conditions for large eddy simulation of street-scale flows. *Flow Turbul. Combust.*, 81:449–470. Citado na pág. [18](#), [19](#)
- Yamamoto et al.(2012)** K. Yamamoto, K. Tanaka e M. Murayama. Effect of a nonlinear constitutive relation for turbulence modeling on predicting flow separation at wing?body juncture of transonic commercial aircraft. Em *In Proc. of 30th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, New Orleans, LA. AIAA. AIAA Paper 2012-2895. Citado na pág. [26](#)
- Yan e Li(2015)** B. W. Yan e Q. S. Li. Inflow turbulence generation methods with large eddy simulation for wind effects on tall buildings. *Computers and Fluids*, 116:158–175. Citado na pág. [19](#)
- Yoshizawa(1985)** A. Yoshizawa. A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large-eddy simulation of turbulent flows. *Journal of the Physical Society of Japan*, 54(8):2834–2839. Citado na pág. [30](#)
- Yu e Bai(2014)** R. Yu e X. S. Bai. A fully divergence-free method for generation of inhomogeneous and anisotropic turbu lence with large spatial variation. *J. Comput. Phys.*, 256:234–253. Citado na pág. [19](#)

Zhang et al.(2015) Y. Zhang, W. Habashi e R.A. Khurram. Predicting wind-induced vibrations of high-rise buildings using unsteady cfd and modal analysis. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 136:165–179. Citado na pág. [19](#)