RENAN SALLAI IWAYAMA

**HEURÍSTICAS PARA AGRUPAMENTO DE PEDIDOS EM ENTREGAS
CONSIDERANDO COMPATIBILIDADE DE PRODUTOS E FRETE POR MÁXIMA
DISTÂNCIA DIRETA**

SÃO PAULO

2018

RENAN SALLAI IWAYAMA

**HEURÍSTICAS PARA AGRUPAMENTO DE PEDIDOS EM ENTREGAS
CONSIDERANDO COMPATIBILIDADE DE PRODUTOS E FRETE POR MÁXIMA
DISTÂNCIA DIRETA**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do Título
de Mestre em Ciências

SÃO PAULO

2018

RENAN SALLAI IWAYAMA

**HEURÍSTICAS PARA AGRUPAMENTO DE PEDIDOS EM ENTREGAS
CONSIDERANDO COMPATIBILIDADE DE PRODUTOS E FRETE POR MÁXIMA
DISTÂNCIA DIRETA**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do Título
de Mestre em Ciências

Área de concentração:
Programa de Pós-Graduação Engenharia de
Sistemas Logísticos.

Orientador:
Prof. Dr. Claudio Barbieri da Cunha

SÃO PAULO

2018

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Iwayama, Renan

HEURÍSTICAS PARA AGRUPAMENTO DE PEDIDOS EM ENTREGAS
CONSIDERANDO COMPATIBILIDADE DE PRODUTOS E FRETE POR
MÁXIMA DISTÂNCIA DIRETA / R. Iwayama -- versão corr. -- São Paulo, 2018.
89 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo. Departamento de Engenharia de Transportes.

1.Heurística 2.Otimização combinatória 3.Roteirização 4.Transportes urbano
5.Distribuição de mercadorias I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.
Departamento de Engenharia de Transportes II.t.

Dedico este trabalho ao meu mestre da vida Dr. Daisaku Ikeda.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Prof. Dr. Claudio Barbieri da Cunha, pelo direcionamento, atenção, confiança e incentivos dedicados durante o desenvolvimento do trabalho. Sua sabedoria e comprometimento foram um diferencial para o resultado deste trabalho.

Aos demais professores do programa Prof. Dr. Hugo Yoshizaki, Prof. Dr. André Mendes e Prof. Dr. Marco Brinati por contribuírem para a minha formação ao longo do programa de mestrado.

À Prof^a. Dr^a. Vitória Pureza por ter contribuído significativamente com sugestões para o aperfeiçoamento deste trabalho.

Aos amigos do mestrado com os quais compartilhei desafios e alegrias ao longo deste processo: Celso Hino, Fabiana Rivas, Fábio Emanuel, Guilherme Bandones, Janaína Carli, Júlia Amaral, Leandro Turi, Luiz Felipe, Maurício Souza, Patrícia Laranjeiro, Priscila Coutinho, Rachel Jardim, Renato Arbex e Rodrigo Ajauskas.

Aos amigos do Grupo Pão de Açúcar, Excel Experts e Routeasy que me apoiaram neste desafio: Alkama Bakkali, Danilo Costa, Elton Araújo, Fernando Bertaglia, Gléssica Novais, Humberto Oliveira, Remi Auzanneau, Remi Rocchelli, Thiago Passone, Adriano Carezzato, Alexandre Setani, Ana Carolina, Carlos Crestana, Felipe Garcia, Gabriel Coiro, João Manguino, Thales Sakamoto, André Gambaro, Caio Reina, Juliana Lopes, Maurício Pires, Vítor Freitas e William Kennedy.

Aos amigos da SGI que compartilham a missão de realizar a paz mundial e me incentivam a todo momento.

À minha amada namorada Cíntia Kussuda, que sempre é muito amorosa comigo e, em sintonia, também realizou seu mestrado no mesmo período.

Aos meus pais e demais familiares pelo amor incondicional e suporte para a realização deste trabalho. Em especial, agradeço à minha mãe Neusa Sallai pela revisão deste texto e por sempre ser meu porto seguro.

RESUMO

Esta dissertação trata do planejamento do abastecimento de última milha em centros urbanos, propondo métodos para agrupar pedidos de clientes em programação de entregas. Neste estudo, é considerado que o frete pago ao transportador em uma rota é definido pela distância direta do ponto de entrega mais distante do depósito em contraposição à distância total da rota que é usual na literatura sobre problemas de roteirização de veículos. Além disso, também são consideradas categorias, conjunto de produtos similares, que não podem ser transportadas juntas por não serem compatíveis entre si. O objetivo do problema proposto é determinar o agrupamento e sequenciamento de pedidos em roteiros de veículos de acordo com as características operacionais descritas acima, utilizando uma frota homogênea de veículos capacitados que parte de um depósito, de tal forma que toda a demanda seja atendida com o menor frete possível. Para resolução desse problema são propostas uma formulação matemática para obtenção de soluções exatas e a implementação da heurística “*Multi Start Perturbation Tabu*” (MSPT) que é composta das metaheurísticas “*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*” (GRASP), “*Tabu Search*” (TS) e “*Iterated Local Search*” (ILS) para obtenção de soluções heurísticas. Os resultados experimentais indicam que a MSPT é competitiva com os resultados do método exato com até 5 horas de processamento utilizando os recursos computacionais de alto desempenho do Laboratório de Computação Científica Avançada (LCCA) da Universidade de São Paulo.

Palavras-chave: Heurística; Otimização combinatória; Roteirização; Transporte urbano; Distribuição de mercadorias.

ABSTRACT

This dissertation addresses the planning of the last mile supply in urban centers and proposes methods to group customer orders into shipments. In this study, freight paid to the carrier on a route is defined as the direct distance from the point of delivery that is furthest from the depot as opposed to be defined as the total distance of the route which is commonly found in the literature on vehicle routing problems. In addition, it is also considered categories, a set of similar products, which cannot be transported together because they are not compatible with each other. The objective of the proposed problem is to determine the grouping and sequencing of orders into vehicle shipments according to the operational characteristics described above, using a homogeneous fleet of capacitated vehicles that is located in a depot, in such a way that all the demand is delivered with the lowest freight possible. To solve this problem, it is proposed a mathematical formulation to obtain exact solutions and the implementation of the Multi Start Perturbation Tabu (MSPT) heuristic that is composed of the Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP), Tabu Search (TS) and "Iterated Local Search" (ILS) for heuristic solutions. Finally, the experimental results indicate that the MSPT is competitive with the outcomes of the exact method with up to 5 hours of processing using the high performance computational resources of the Advanced Scientific Computation Laboratory (LCCA) of the University of São Paulo (USP).

Keywords: Heuristic; Combinatorial optimization; Routing; Urban transport; Distribution of goods.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – Grafo de compatibilidade	33
Figura 3.2 – Exemplo de ângulo de rota e ângulo limite.....	35
Figura 4.1 – Estrutura geral MSPT	39
Figura 4.2 – Ilustração do conceito de economia	40
Figura 4.3 – Exemplo da influência de λ no cálculo da economia	43
Figura 4.4 – Exemplo de escolha de economia	47
Figura 4.5 – Exemplo Realocação	48
Figura 4.6 – Exemplo Troca	49
Figura 4.7 – Movimentos com 2 arcos	51
Figura 4.8 – Movimentos com 3 arcos	51
Figura 5.1 – Rotas da solução ótima: P-n16-k8-90	75
Figura 5.2 – Carregamento da solução ótima: Pn16-k8-90	75
Figura 5.3 – Rotas da solução FF-A: P-n16-k8-90.....	76
Figura 5.4 – Carregamento da solução FF-A: Pn16-k8-90	76
Figura 7.1 – Estrutura de Dados	87
Figura 7.2 – Rotas 0/1/2/3 da solução ótima: Pn-16-k8-90	88
Figura 7.3 – Rotas 4/5/6/7 da solução ótima: P-n16-k8-90	88
Figura 7.4 – Rotas 0/1/2/3 da solução FF-A: P-n16-k8-90	89
Figura 7.5 – Rotas 4/5/6/7 da solução FF-A: P-n16-k8-90	89

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Relação de produtos por categoria.....	32
Tabela 3.2 – Matriz de compatibilidades entre categorias de produto	32
Tabela 4.1 – Heurísticas gulosas para o BPP	46
Tabela 5.1 – Parâmetros e valores testados	54
Tabela 5.2 – Ajuste do Parâmetro λ	55
Tabela 5.3 – Ajuste do parâmetro γ	55
Tabela 5.4 – Ajuste do parâmetro α	55
Tabela 5.5 – Ajuste do parâmetro τ	56
Tabela 5.6 – Ajuste do parâmetro σ	56
Tabela 5.7 – Ajuste do parâmetro π	56
Tabela 5.8 – Ajuste do parâmetro ω	57
Tabela 5.9 – Ajuste do parâmetro ε	57
Tabela 5.10 – Ajuste do parâmetro μ	57
Tabela 5.11 – Ajuste do tipo de probabilidade na escolha da heurística construtiva.....	58
Tabela 5.12 – Parâmetros e valores definidos	58
Tabela 5.13 – Resultados das heurísticas construtivas: 6Cat (Conjunto A).....	59
Tabela 5.14 – Resultados das heurísticas construtivas: 6Cat (Conjunto B).....	60
Tabela 5.15 – Resultados das heurísticas construtivas: 6Cat (Conjunto P)	61
Tabela 5.16 – Resumo dos resultados das heurísticas construtivas: 6Cat.....	62
Tabela 5.17 – Resultados CPLEX e método heurístico: 6Cat (Conjunto A)	63
Tabela 5.18 – Resultados CPLEX e método heurístico: 6Cat (Conjunto B).....	64
Tabela 5.19 – Resultados CPLEX e método heurístico: 6Cat (Conjunto P)	65
Tabela 5.20 – Resumo dos resultados CPLEX: 6Cat	66
Tabela 5.21 – Resumo %MSC do método heurístico: 6Cat	66
Tabela 5.22 – Resultados CPLEX e MSPT: 1Cat (Conjunto A).....	67
Tabela 5.23 – Resultados CPLEX e MSPT: 1Cat (Conjunto B)	68
Tabela 5.24 – Resultados CPLEX e MSPT: 1Cat (Conjunto P)	69
Tabela 5.25 – Resumo dos resultados CPLEX: 1Cat	70
Tabela 5.26 – Resultados Opt Augerat x PAPE-CP (1Cat): Conjunto A.....	72
Tabela 5.27 – Resultados Opt Augerat x PAPE-CP (1Cat): Conjunto B	72
Tabela 5.28 – Resultados Opt Augerat x PAPE-CP (1Cat): Conjunto P	73
Tabela 5.29 – Indicadores da solução ótima: P-n16-k8-90	74
Tabela 5.30 – Indicadores da solução FF-A: P-n16-k8-90.....	75

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

VRP	Vehicle Routing Problem
CCP	Capacitated Clustering Problem
PAPE-CP	Problema de Agrupamento de Pedidos em Entregas com Compatibilidade de Produtos
BPP	Bin Packing Problem
BPPC	Bin Packing Problem with Conflicts
GRASP	Greedy Randomized Adaptive Search Procedure
TS	Tabu Search
ILS	Iterated Local Search
MAVRPs	Multi-Attribute Vehicle Routing Problems
SA	Simulated Annealing
ALNS	Adaptive Large Neighborhood Search
GA	Genetic Algorithm
EA	Evolutionary Algorithm
PR	Path Relinking
SS	Scatter Search
ACO	Ant Colony Optimization
BCO	Bee Colony Optimization
CCLP	Capacitated Concentrator Location Problem
CPMP	Capacitated p-Median Problem
GAP	General Assignment Problem
FF	First Fit
BF	Best Fit
FFD	First Fit Decreasing

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

HGGA	Hybrid Grouping Genetic Algorithm
VNS	Variable Neighborhood Search
HI_BP	Hybrid Improvement Heuristic
WA	Weight Annealing
GGA-CGT	Grouping Genetic Algorithm with Controlled Gene Transmission
MSPT	Multi Start Perturbation Tabu

Sumário

1. INTRODUÇÃO	14
1.1. Relevância	14
1.2. Objetivos	16
1.3. Organização.....	16
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1. Métodos para solução do VRP	18
2.2. Métodos para solução do CCP	24
2.3. Métodos para solução do BPP.....	27
3. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	30
3.1. Formulação matemática do PAPE-CP	34
4. MÉTODO DE SOLUÇÃO.....	38
4.1. Fase de construção	39
4.1.1. Heurísticas construtivas para o VRP	40
4.1.2. Heurísticas construtivas para o CCP	44
4.1.3. Heurísticas construtivas para o BPP	45
4.1.4. Heurísticas construtivas com GRASP	46
4.2. Fase de melhoria.....	47
4.2.1. Busca local com TS	48
4.2.2. Procedimento Perturbação	50
4.2.3. Procedimento 3Opt.....	50
5. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	52
5.1. Descrição do conjunto de dados e experimentos	52
5.2. Ajuste de parâmetros	53
5.3. Resultados	58
5.3.1. Problema com 6 categorias	58
5.3.2. Problema com 1 categoria	66
5.3.3. Distância percorrida x Máxima distância direta em cada rota.....	71
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES.....	77
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	80
ANEXOS	87

1. INTRODUÇÃO

Esta dissertação trata do planejamento do chamado “abastecimento (ou distribuição) de última milha” em centros urbanos. Em especial, são considerados os casos práticos no Brasil em que o frete pago ao transportador (ou operador logístico) que realiza uma rota é calculado com base na distância do ponto de entrega mais distante do depósito, em contraposição à forma usual encontrada na literatura sobre problemas de roteirização de veículos, dada pela distância percorrida pelo veículo na rota. Além disso, a demanda de um cliente é composta por pedidos com produtos de diferentes fabricantes que podem pertencer a diferentes categorias, conjunto de produtos com características similares. Existem produtos que não podem ser transportados juntos por não serem compatíveis entre si, como por exemplo, alimentos e produtos de limpeza. É importante enfatizar que o veículo designado a uma rota pode visitar vários pontos de entrega, pois a demanda total destinada a um só cliente é pequena e, portanto, não ocupa toda a sua capacidade. O objetivo do problema proposto é determinar o agrupamento e sequenciamento de pedidos que compõem cada rota utilizando uma frota homogênea de veículos capacitados que está localizada em um depósito, de tal forma que toda a demanda seja atendida com o menor frete possível.

Esse problema pode ser formulado tendo como referência o “*Vehicle Routing Problem*” (VRP), mas tendo em vista que o valor a ser pago ao transportador em uma rota não leva em consideração a distância percorrida na rota formada, é possível propor uma formulação inspirada no “*Capacitated Clustering Problem*” (CCP), que não considera a formação do roteiro de cada veículo (sequência de paradas). Em outras palavras, o objetivo é particionar um conjunto de n entidades (pedidos de clientes) em k grupos (veículos) mutuamente exclusivos e coletivamente exaustivos.

Nesse contexto, são propostas uma formulação matemática e implementação de heurísticas como formas de resolução do problema.

1.1. Relevância

O problema de roteirização de veículos é o coração do gerenciamento da distribuição e algo que faz parte do dia a dia de inúmeras empresas (CORDEAU *et al.*, 2007). Para que os produtos produzidos pelos fabricantes cheguem até os consumidores finais existem dois principais canais de distribuição intermediários que são o varejo e o atacado (KOTLER; ARMSTRONG, 2016).

Segundo Kotler e Armstrong (2016), enquanto os varejistas vendem principalmente bens e serviços diretamente aos consumidores finais, os atacadistas vendem principalmente para aqueles que compram para revenda ou uso comercial, tais como os pequenos varejistas. O atacado tem um papel importante no abastecimento do pequeno varejo, pois este não possui volume suficiente para comprar diretamente dos fabricantes o sortimento de produtos desejados nas quantidades adequadas.

No Brasil, existem casos práticos relacionados à operação de distribuição de grandes redes varejistas e atacadistas em que é adotada uma forma simplificada de remuneração para as transportadoras e operadores logísticos: em vez de calcular a distância total de cada rota diariamente, opta-se por estabelecer a remuneração com base na distância direta do depósito ao cliente/ponto de entrega que está mais distante. Essa prática simplifica o cálculo do frete a ser pago em cada rota, pois não é necessário controlar os trajetos realmente realizados, o que traz benefícios do ponto de vista gerencial.

Essa característica enfraquece o enquadramento do problema como roteirização de veículos, pois na definição do VRP o frete considerado corresponde à distância total percorrida e/ou ao número de veículos. Considerar a forma como o frete é realmente pago é relevante, pois possibilita obter resultados que efetivamente minimizem o custo frete.

Como decorrência dessa forma de consideração do frete, é importante assegurar que a distância total percorrida pelo veículo não seja muito maior que a máxima distância direta, pois os motoristas, normalmente, não aceitam realizar um trajeto com pontos de entrega muito distantes entre si na cidade. Para fazer isso, é possível adotar de maneira simplificada uma restrição do problema que é o ângulo limite que a rota pode formar. Para isso, é necessário calcular o ângulo de cada rota que é a máxima diferença entre os azimutes (ângulo com relação ao norte do depósito) de pares de pontos de entrega.

Além disso, no VRP não existe uma consideração sobre a característica dos produtos e isso não interfere na função objetivo do problema. Contudo, é possível fazer uma generalização e caracterizar produtos similares por categorias. Essa é uma consideração importante nos casos em que tanto pelo uso de boas práticas ou pela imposição de órgãos regulatórios é necessário segregar o transporte de pedidos com categorias incompatíveis. Por exemplo, produtos de higiene e limpeza não devem ser transportados com produtos alimentícios.

Por fim, o problema abordado neste trabalho é denominado “Problema de Agrupamento de Pedidos em Entregas com Compatibilidade de Produtos” (PAPE-CP) e pode ser considerado

NP-Difícil, pois está relacionado ao CCP, que também é NP-Difícil (GAREY; JOHNSON, 1979) se for considerada apenas uma categoria. Portanto, devido à dificuldade em resolver esse problema em tempo polinomial dada sua natureza combinatória, é necessário desenvolver métodos para a resolução desse problema que sejam específicos e eficientes.

1.2. Objetivos

Os objetivos desse trabalho são:

- Propor uma formulação matemática para o problema de abastecimento de última milha em centros urbanos que agrupe pedidos de clientes em entregas.
 - É considerado que o frete pago ao transportador em uma rota é definido pela distância direta do depósito ao ponto de entrega mais distante.
 - É considerado que existe compatibilidade entre categorias de produtos que podem ser transportados num mesmo veículo.
- Desenvolver um método heurístico eficiente na resolução do problema proposto.

Assim sendo, há também o seguinte objetivo secundário:

- Efetuar experimentos computacionais para avaliar os tempos de processamento e a qualidade das soluções obtidas em termos do valor da função objetivo, comparando os resultados obtidos pelo método exato e pelo método heurístico. São utilizadas instâncias originais e modificadas dos conjuntos A, B e P propostos por Augerat (1995) para o VRP.

1.3. Organização

No capítulo 2, é apresentada a revisão bibliográfica do assunto, indicando os principais métodos exatos e heurísticos pesquisados. No capítulo 3, é apresentada a caracterização do problema proposto, seguida da apresentação da sua respectiva formulação matemática. O método heurístico de solução para o problema proposto é descrito no capítulo 4. O ajuste de parâmetros e a análise dos resultados dos experimentos computacionais são detalhados no capítulo 5. Por fim, no capítulo 6, são apresentadas recomendações e considerações finais deste trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Com base em amplo levantamento bibliográfico, o problema proposto parece inédito na literatura e, portanto, a revisão bibliográfica foi feita com o objetivo de identificar os principais métodos utilizados em problemas relacionados para adaptá-los ao problema proposto. Foram pesquisados trabalhos sobre o “*Vehicle Routing Problem*” (VRP), o “*Capacitated Clustering Problem*” (CCP) e “*Bin Packing Problem*” (BPP) que são problemas relacionados ao que é objeto da presente pesquisa.

Apesar do problema proposto não ter a função objetivo afetada pelo sequenciamento dos pontos de entrega, o mesmo não deixa de ser um problema de roteamento/sequenciamento de entregas, uma vez que uma solução completa do problema deve possibilitar sugerir ao transportador os pontos de entrega que compõem o roteiro a ser realizado. Portanto, é importante verificar se os métodos para o VRP podem ser adaptados ao problema proposto. Embora a distância total percorrida não seja minimizada, de alguma forma, os agrupamentos de pedidos possuem correlação com as distâncias e ângulos em relação ao depósito.

Por outro lado, os agrupamentos de pedidos definem regiões de entregas. A característica de uma boa solução do problema proposto é uma “*clusterização*” com grupos de pontos compactos, pois quanto mais compacto o “cluster”, menor a diferença entre a mínima e a máxima distância direta de entrega de uma rota. Dessa forma, os métodos utilizados para resolver o CCP podem ser úteis. De maneira similar, uma boa solução também deve ter o menor número de veículos possível com alta ocupação, uma vez que o custo da solução é diretamente proporcional ao número de veículos e, por isso, é interessante explorar os métodos de solução para o BPP.

Devido à dificuldade em resolver o VRP, o CCP e o BPP, tendo em vista a característica combinatória desses problemas, torna-se impraticável a utilização de métodos exatos para obtenção de soluções ótimas em tempo hábil para instâncias encontradas na prática, que podem compreender centenas de entregas. Consequentemente, torna-se necessário recorrer a outros métodos que sejam eficientes, tais como heurísticas que possibilitam encontrar uma solução com garantia de qualidade em tempo polinomial.

Métodos heurísticos baseiam-se em abordagens intuitivas do problema e sua resolução não garante que a solução ótima seja encontrada. Contudo, se bem estruturados, podem trazer boas soluções em um tempo de processamento extremamente reduzido quando comparado com os métodos exatos (GLOVER, 1986).

2.1. Métodos para solução do VRP

Segundo Laporte *et al.* (2000), o VRP pode ser definido da seguinte forma: seja o grafo completo $G = (V, E)$, em que $V = \{0, \dots, n\}$ é o conjunto de $n + 1$ vértices e $E = \{(i, j): i, j \in V, i < j\}$ é o conjunto de arestas. O vértice 0 representa o depósito de onde podem partir m veículos de uma frota homogênea de capacidade idêntica Q , e os demais vértices $V' = V \setminus \{0\}$ representam os pontos de entrega. Cada vértice $i \in V$ possui uma demanda não-negativa de q_i unidades de produto (com $q_0 = 0$) e cada aresta $(i, j) \in A$ possui um custo (ou distância) não-negativo c_{ij} associado ao seu percurso. O VRP consiste em definir roteiros de veículos que minimizem o custo total de transporte, cada um dos quais iniciando e terminando no depósito ou base dos veículos, assegurando que cada ponto seja visitado exatamente uma vez. Além disso, é garantido que a demanda em qualquer rota não exceda a capacidade Q do veículo que a atende e a distância total em qualquer rota não exceda o limite L . O custo total de transporte pode corresponder à distância total percorrida pelos veículos, ao custo fixo da frota utilizada ou a uma combinação de ambos os fatores.

Segundo Uchoa *et al.* (2014), as instâncias das Classes A, B e P propostas por Augerat (1995), da Classe E, proposta por Christofides e Eilon (1998), da Classe F, proposta por Fisher (1994) e da Classe M, proposta por Christofides *et al.* (1979), foram amplamente utilizadas até o início do século XXI. Dentro desse conjunto, a maioria das instâncias possuía até 100 clientes, e apenas 5 delas entre 100 e 200 clientes. As instâncias mais desafiadoras até o final do século XX pertenciam à classe M e foram resolvidas pela primeira vez por Pecin *et al.* (2017).

Um outro conjunto de instâncias bastante utilizado é o proposto por Golden *et al.* (1998). Esse conjunto de instâncias possui um maior número de clientes variando entre 240 e 483. Mesmo assim, Uchoa *et al.* (2014) afirmam que a maioria dessas instâncias possuem dois principais pontos negativos: a artificialidade das instâncias, pois grande parte reflete basicamente o formato de figuras geométricas concêntricas e em nenhuma delas existem pontos de entrega “clusterizados”, o que é recorrente em aplicações práticas. Dessa forma, Uchoa *et al.* (2014) propuseram um novo conjunto de instâncias que varia entre 100 e 1000 clientes. Os autores procuraram gerar essas instâncias de maneira menos artificial e homogênea a fim de refletir melhor as aplicações reais do VRP.

Na busca por resolver as instâncias propostas na literatura de maneira exata, o método “*branch-and-bound*” foi proposto para resolução do VRP por Laporte *et al.* (1987) e baseia-se na ideia de desenvolver uma enumeração inteligente das soluções candidatas à solução ótima inteira de

um problema, em que apenas uma fração das soluções factíveis é realmente examinada. Um aprimoramento desse método é o “*branch-and-cut*” que consiste em introduzir a aplicação de planos de corte na resolução do problema e uma aplicação no VRP pode ser encontrada em Achuthan *et al.* (1998). Já Fukasawa *et al.* (2006) descrevem o “*branch-and-price*”, uma outra variação do método que consiste em utilizar a técnica de geração de colunas.

Pecin *et al.* (2017) propuseram um método que considera diversos conceitos expostos em trabalhos anteriores, muitas vezes de maneira aprimorada, e introduzem uma técnica capaz de permitir a adição de um maior número de cortes ao reduzir o impacto em seus preços. Foram obtidas soluções ótimas para todas as instâncias de “*benchmark*” testadas com até 199 clientes.

Já com relação aos métodos heurísticos, diversas heurísticas podem ser encontradas na literatura, conforme apontam Laporte *et al.* (2000), Toth e Vigo (2002) e Golden *et al.* (2008).

O trabalho de Vidal *et al.* (2013) é um artigo de revisão convidado para ser publicado pelo periódico “*European Journal of Operation Research*”, que é uma importante referência atual sobre o estado da arte para métodos de resolução do VRP. De acordo com os autores, a ampla gama de aplicações reais de problemas de roteamento de veículos leva à definição de muitas variantes do problema clássico com características e restrições adicionais, que são chamadas de atributos, visando capturar um nível mais alto de detalhes do sistema ou de decisões. Os atributos incluem, mas não se limitam a, sistemas complexos (por exemplo, múltiplos depósitos, frotas de veículos e tipos de produtos), requisitos do cliente (por exemplo, entregas multi-período e janelas de tempo), regras de operação do veículo (por exemplo, arranjo de carga, restrições de rota na distância ou tempo total e regras de trabalho do motorista) e contexto de decisão (por exemplo, congestionamento de trânsito e planejamento em horizonte de tempo prolongado). Esses atributos complementam a definição tradicional e levam a uma variedade de “*Multi-Attribute Vehicle Routing Problems*” (MAVRPs). Pode se considerar que neste trabalho são adotados dois atributos que não foram contemplados por Vidal *et al.* (2013) e que, após amplo levantamento bibliográfico, também não foram encontrados na literatura do VRP: a consideração do frete pela máxima distância direta e a imposição de um ângulo limite em uma rota.

Ainda de acordo com Vidal *et al.* (2013), milhares de heurísticas, metaheurísticas e conceitos de soluções adaptados a alguns MAVRP específicos foram propostos na literatura e as principais abordagens para o VRP são encontradas em seu trabalho nos grupos de métodos:

heurísticas construtivas, de busca local, metaheurísticas, híbridas e metaheurísticas paralelas e cooperativas.

Segundo Uchoa *et al.* (2014), a variante mais básica do VRP é aquela que considera apenas a restrição de capacidade dos veículos e por isso desempenha um papel particular na pesquisa sobre VRP, tanto para métodos exatos como heurísticos. Sendo a variante mais básica, é natural utilizá-la para testar novas ideias. Portanto, a revisão bibliográfica dos métodos para o VRP que consta nesta subseção será feita buscando métodos que resolvem essa variante mais básica do VRP.

A principal característica das heurísticas construtivas é que elas produzem soluções de forma gradativa, levando em consideração critérios gulosos que escolhem o elemento a ser adicionado, o que traz maior valor possível à função objetivo, até que seja obtida uma solução completa viável (TOTH; VIGO, 2002). Vale a pena destacar que a cada etapa de construção são tomadas decisões definitivas no processo que não podem ser alteradas em passos futuros.

Um exemplo simples é o método de varredura proposto por Gillett e Miller (1974). Esse método avalia a inserção de pontos de entrega em uma das extremidades de cada rota, desde que se respeite a capacidade do veículo, de maneira circular, em ângulo polar crescente tendo como referência um sistema de coordenadas centrado no depósito.

Contudo, segundo Vidal *et al.* (2013), o melhor exemplo conhecido de heurística construtiva é o método das economias proposto por Clarke e Wright (1964). Começando a partir de uma solução inicial, em que cada ponto de entrega compõe uma rota distinta, a heurística avalia a combinação de duas rotas, desde que as restrições sejam satisfeitas, unindo suas extremidades i e j , maximizando as economias geradas por essa união $S_{ij} = c_{0i} + c_{j0} - c_{ij}$. Os trabalhos de Gaskell (1967), de Paessens (1988) e de Altinel e Öncan (2005) propõem diferentes parâmetros para estender a fórmula do cálculo das economias e priorizar a seleção de economias com valores iguais ou muito próximos. Além disso, Stanojević *et al.* (2013) abordam um novo método para a combinação de rotas e utilizam conceitos de randomização na ordem de avaliação das economias. Uma vez que a função objetivo do problema objeto da presente pesquisa não leva em consideração a distância entre os pontos de entrega em uma rota, será interessante analisar o quanto eficiente é a ordenação pelo valor das economias que leva em consideração a distância entre os pontos i e j . É importante destacar que as extensões do cálculo das economias trazem bons métodos que impactam na formação de uma boa solução, pois pode ser importante

diferenciar o valor de economias de pedidos com categorias distintas para um mesmo cliente, e que, conseqüentemente, destinam-se a uma mesma localização.

As heurísticas propostas por Mole e Jameson (1976) e Solomon (1987) baseiam-se em um método geral denominado inserção, que busca minimizar o custo de realizar inserções de pontos de entrega ao longo da construção das rotas. A heurística de Solomon (1987) generaliza a anterior, uma vez que permite considerar restrições de horário de entrega, também conhecidas como janela de tempo, e propõe que o primeiro ponto de entrega a ser inserido em cada nova rota seja o mais distante do depósito ou possua a janela de tempo mais próxima. Para o problema proposto, a inserção de um novo ponto de entrega irá trazer um custo adicional apenas quando a distância direta do depósito até esse novo local for superior à máxima distância direta da rota em que está sendo inserido.

Outras heurísticas construtivas adotam estratégias para atribuição e sequenciamento em fases distintas. Uma primeira abordagem é realizar agrupamentos que respeitem a capacidade dos veículos e, em seguida, resolver um problema de caminho mínimo para cada um dos grupos formados, como exemplificado no estudo de Bramel e Simchi-levi (1995). Outra opção é fazer o contrário, como proposto por Bodin e Berman (1979), primeiro os pontos de entrega são sequenciados em um roteiro gigante e em seguida esse roteiro é particionado, de forma a gerar agrupamentos menores que, por sua vez, definem rotas que respeitam a capacidade dos veículos.

Com relação aos métodos de melhoria da solução, destaca-se o procedimento de busca local de movimentos entre arcos denominado “ λOpt ” que foi proposto por Lin (1965). É possível dizer de maneira genérica que é explorado o conjunto de soluções obtidas por deletar e reinserir λ arcos. Esse tipo de procedimento pode ser utilizado no problema proposto para encontrar um bom sequenciamento dos pontos de entrega em cada rota.

De maneira mais específica, é possível definir movimentos inter-rota como o “*Replace*” que contém o conjunto de soluções obtidas por realocar um ponto de entrega de uma rota em outra e o movimento “*Swap*” que contém o conjunto de soluções obtidas por trocar um ponto de entrega de uma rota com um ponto de entrega de outra rota (OSMAN, 1993).

Os trabalhos de Toth e Vigo (2003) e Funke *et al.* (2005) tratam de métodos que buscam reduzir o tamanho do conjunto de soluções a serem exploradas com o objetivo de agilizar o processo de busca de um ótimo local com uma estrutura de vizinhança eficiente. Enquanto os trabalhos de Thompson e Psaraftis (1993) e Glover (1996) propõem a exploração de um elevado número

de soluções em tempo polinomial por meio da geração de sequências de movimentos que modificam uma solução a cada passo em busca de melhores resultados.

Uma outra variante de busca local são os métodos categorizados como “*ruin-and-recreate*” que consistem em deletar e reinserir pontos de entrega dentro dos sequenciamentos existentes, conforme visto no trabalho de Shaw (1998). Os métodos dessa categoria diferem pelo tipo de destruição e construção adotadas. Esse tipo de método pode ser interessante para alterar as relações de compatibilidade de categorias de produtos em uma rota ao adotar um operador que destrua uma ou mais categorias de uma rota e as recoloca em outras rotas.

As metaheurísticas são métodos mais sofisticados, em que uma heurística mais simples é gerenciada por uma heurística mais avançada que controla a exploração e uso do espaço de soluções do problema de maneira inteligente (OSMAN; LAPORTE, 1996). Glover (1986) adotou esse termo pela primeira vez para caracterizar heurísticas que continuavam o processo de busca após encontrar o primeiro ótimo local. É frequente encontrar mecanismos dentro desses métodos que permitem uma deterioração da função objetivo como forma de escapar de mínimos locais. As metaheurísticas são métodos muitas vezes baseados em outras áreas do conhecimento ou em fenômenos naturais.

A metaheurística “*Simulated Annealing*” (SA) é baseada na termodinâmica simulando o processo de recozimento de metais e foi introduzida por Kirkpatrick *et al.* (1983). No início do procedimento, é adotada uma temperatura elevada e isso está relacionado com a probabilidade de aceitação de movimentos que degradem a função objetivo. Com o passar do tempo, a temperatura vai sendo reduzida até que a probabilidade de aceitar movimentos que degradem a função objetivo seja nula. Li *et al.* (2005) propuseram uma adaptação chamada “*record-to-record*” para o caso do VRP que aceita qualquer solução vizinha que não seja tão pior que a melhor solução encontrada até o momento. Caso a solução seja muito degradada, a busca é reiniciada a partir da melhor solução.

A metaheurística “*Tabu Search*” (TS), proposta por Glover (2006), foi inspirada no conceito popular da palavra “Tabu” que remete a um ato proibido, logo, a função fundamental do método consiste em proibir a reversão de um determinado movimento por um determinado período de tempo, fazendo uso de memória de curto e longo prazo. A memória de curto prazo é muitas vezes utilizada para armazenar atributos da solução que vão ajudar a verificar os movimentos que estão proibidos, e a memória de longo prazo é utilizada de maneira mais estratégica para promover a intensificação e diversificação da busca ao longo do procedimento. Além disso, os

procedimentos realizados podem ser alterados de acordo com a trajetória da busca para restringir ou diversificar o uso e exploração do espaço de soluções. Gendreau *et al.* (1994) propuseram o método “TABURROUTE” que aceita soluções inviáveis ao explorar a vizinhança obtida por remover um vértice da sua rota atual e reinseri-lo em outra rota. Cordeau *et al.* (2001) fazem uso da TS e promovem diversificação e intensificação da busca por meio de penalidades ou incentivos em elementos da solução frequentemente ou raramente encontrados.

Alguns métodos exploram uma maior diversidade de vizinhanças. A metaheurística “*Adaptive Large Neighborhood Search*” (ALNS), proposta por Pisinger e Ropke (2007), explora diversas vizinhanças com uma frequência que é de acordo com a respectiva performance histórica. Já a metaheurística “*Iterated Local Search*” (ILS), proposta por Prins (2009), cria, a cada iteração, diversas soluções a partir da melhor solução encontrada até o momento, aplicando sucessivamente uma fase de perturbação para escapar de ótimos locais seguida de uma fase de melhoria local em busca de melhores soluções.

As metaheurísticas descritas anteriormente são caracterizadas pela exploração iterativa do espaço de soluções unicamente a partir da melhor solução encontrada até o momento. Contudo, existem métodos que são caracterizados pela geração de novas soluções a partir de combinações de soluções parciais dentro de um conjunto de diferentes soluções. As metaheurísticas “*Genetic Algorithm*” (GA) e “*Evolutionary Algorithm*” (EA) foram criadas por meio de analogia com o mecanismo natural de evolução. Prins (2004) utiliza esse conceito adotando a representação da solução no formato de um gene como um roteiro gigante sem delimitadores. Vidal *et al.* (2012) mostram que o gerenciamento da diversidade da população é um fator crítico para o desempenho desse tipo de método.

De maneira similar, os métodos “*Path Relinking*” (PR) e “*Scatter Search*” (SS), propostos por Glover (1998), fazem uso da combinação de soluções, mas se diferem pelo tamanho da população inicial utilizada que geralmente é menor e pela maneira como as soluções são combinadas. Glover *et al.* (2004) abordam sete aplicações práticas desse método incluindo problemas de roteirização com múltiplos objetivos.

Ao longo dos experimentos com metaheurísticas, verificou-se que combinando conceitos de diferentes métodos poderiam ser obtidos melhores resultados (VIDAL *et al.*, 2013).

Ho e Gendreau (2006) combinam PR com TS e obtêm resultados superiores quando comparados com TS puro. Osman (1993) usa SA junto com uma estrutura especial de dados da TS, que reduz o tempo computacional do SA puro em mais de 50%. Duhamel *et al.* (2010)

fazem uso do “*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*” (GRASP) em conjunto com uma adaptação do ILS para explorar tanto conjunto de soluções de roteiro gigante como soluções viáveis do VRP. Hamdi-Dhaoui *et al.* (2011) combinam GRASP com ILS em um tipo de VRP que considera a característica dos itens transportados de acordo com um grafo de incompatibilidades item-a-item.

Por fim, existem métodos que fazem uso de processamento em paralelo. De acordo com Vidal *et al.* (2013), esses métodos se diferenciam pela forma como é feito o paralelismo, comunicação entre tarefas e busca da solução. É natural que existam aplicações dessa categoria inspiradas no comportamento social de alguns insetos “*swarm intelligence*” como as formigas ou abelhas. O método “*Ant Colony Optimization*” (ACO) foi utilizado para resolver o VRP por Yu *et al.* (2009) que adotaram uma nova maneira de ajustar a quantidade de feromônio no sistema e incluiu um operador de mutação. Marinakis e Marinaki (2011) introduziram um novo algoritmo do tipo “*Bee Colony Optimization*” (BCO) no VRP baseado no comportamento de acasalamento de uma espécie específica de abelhas.

O processamento em paralelo pode, muitas vezes, ocorrer em vários processadores e também pode ser realizado utilizando tanto metaheurísticas como programação inteira. Os trabalhos de Groër *et al.* (2011) e Jin *et al.* (2012) fazem uso desses conceitos usando princípios de memória adaptativa e centralizada, respectivamente.

De maneira geral, os métodos propostos para o VRP buscam minimizar a distância total percorrida e por esse motivo possuem uma complexidade adicional que não é necessária para resolver o problema proposto. Mesmo assim, é possível adaptar os métodos pesquisados adotando estratégias mais relacionadas ao problema de atribuição e deixar o problema de sequenciamento ser resolvido de maneira isolada com maior eficiência. Todas as estratégias que têm como objetivo reduzir o número de veículos de uma solução estão de alguma forma relacionadas e podem contribuir com a melhoria da função objetivo do problema proposto que é minimizar a máxima distância direta.

2.2. Métodos para solução do CCP

O “*Capacitated Clustering Problem*” (CCP) pode ser encontrado no contexto de situações práticas como atribuição de pedidos de clientes em programação de entregas (KOSKOSIDIS; POWELL, 1992), criação de projeto de redes de comunicação de computadores (PIRKUL, 1987), definição de conjunto de clientes a serem abastecidos por uma fábrica (OSMAN;

CHRISTOFIDES, 1994) ou definição de territórios para vendedores (MULVEY; BECK, 1984). Segundo Scheuerer e Wendolsky (2006), o “*Capacitated Clustering Problem*” (CCP) considera a divisão de um conjunto de n nós que possuem peso w_i , chamados clientes, em p “*clusters*”, de modo que a capacidade Q de cada “*cluster*” não seja excedida. Todo cliente deve ser atribuído a exatamente um “*cluster*”. Para um determinado “*cluster*”, o centro do “*cluster*” é o cliente cuja soma das distâncias para todos os outros clientes no “*cluster*” é a menor possível. O objetivo é encontrar uma partição de clientes que minimize a soma das distâncias de todos os centros de “*cluster*” para os demais clientes em cada “*cluster*”. Garey e Johnson (1979) demonstraram que o CCP é um problema combinatório do tipo NP-difícil.

Para o problema proposto, um “*cluster*” poderá ser considerado como o agrupamento de pedidos em uma programação de entregas, mas o conceito de centro de “*cluster*” não pode ser utilizado, pois o objetivo de minimização é diferente, uma vez que não se busca reduzir a distância dos pontos do “*cluster*” até seu centro. Por outro lado, esse tipo de problema resulta em agrupamentos de clientes que são compactos, o que está, de certa forma, alinhado com o objetivo do problema que é objeto desta pesquisa, pois quanto mais compacto o “*cluster*” menor é a diferença entre a mínima e a máxima distância direta de entrega de uma rota.

O CCP é equivalente a alguns problemas como “*Capacitated Concentrator Location Problem*” (CCLP) e “*Capacitated p -Median Problem*” (CPMP). Além disso, ele pode ser modelado como o “*General Assignment Problem*” (GAP) quando os centros dos “*clusters*” são definidos e conhecidos a priori. Pirkul (1987) aplica o método exato “branch-and-bound” combinado com relaxação lagrangeana para resolver o CCLP. Nesse trabalho, foram utilizadas instâncias de até 100 nós na rede e com até 20 potenciais localizações. Baldacci *et al.* (2000) propuseram um algoritmo exato baseado em partição de conjuntos para resolução do CPMP que, apesar de não garantir a otimalidade do resultado, permite estimar a distância até a solução ótima. Foram utilizadas instâncias de até 200 clientes e de até 20 medianas.

Fisher e Jaikumar (1981) resolveram o GAP dentro do contexto de roteirização de veículos. Nesse trabalho, são propostas heurísticas simples para resolver o GAP como um subproblema da roteirização de veículos. Contudo, para resolver o GAP é preciso preestabelecer os centros de “*cluster*” e isso não é algo fácil de ser realizado com instâncias grandes ou considerando muitas restrições. Por outro lado, heurísticas para o CCP consideram a escolha dos centros de “*cluster*” como parte do algoritmo. Essa é uma abordagem similar à do problema proposto, pois resolve o problema de alocação e facilita a posterior resolução do problema de sequenciamento

de pontos de entrega na medida em que os “*clusters*” ficam compactos. A principal diferença é a minimização da distância total da solução e a ausência da consideração de categorias de produtos.

Mulvey e Beck (1984) propuseram um método para o CCP, que inicia com uma heurística construtiva, a qual escolhe aleatoriamente os clientes que serão considerados como centros de “*clusters*”, em seguida, faz a alocação dos demais clientes com base no cálculo do arrependimento (diferença de custo entre alocar um cliente na primeira ou segunda semente mais próxima) e continua o procedimento após obter uma solução completa, redefinindo os clientes “sementes” de forma a procurar a mínima soma da distância dos clientes à respectiva semente em cada “*cluster*”. Após a fase de construção, são aplicados procedimentos de busca local fazendo a troca entre nós. Por fim, os procedimentos de construção e melhoria são realizados durante um determinado número de iterações, e a melhor solução é sempre armazenada. A heurística construtiva se assemelha ao algoritmo “*p-means*” proposto por Macqueen (1967). Contudo, existem diferenças significativas como: consideração da restrição de capacidade, realização de diversos reinícios, adoção de procedimentos aleatórios e realização do cálculo do arrependimento para definir a ordem de atribuição dos clientes.

Koskosidis e Powell (1992) estendem os conceitos anteriormente citados por meio da adoção de procedimentos mais eficientes na escolha dos clientes ‘sementes’ e, assim como Mulvey e Beck (1984), utilizam relaxação lagrangeana para avaliar a performance das heurísticas propostas.

Os métodos proposto por Mulvey e Beck (1984) e Koskosidis e Powell (1992) trazem uma abordagem bastante eficiente na criação de grupos de pontos compactos. Contudo, essa abordagem está bastante ligada à função objetivo do problema, que é a minimização das distâncias dos pontos a cada centro de “*cluster*”. Portanto, é necessário adaptar esse conceito para considerar a função objetivo do problema objeto da presente pesquisa.

Osman e Christofides (1994) propuseram uma metaheurística híbrida que utiliza SA e TS para resolver o CCP. É proposta uma heurística simples para a fase construtiva que não garante a obtenção de uma solução viável. Na fase de melhoria é utilizado o procedimento de busca local “*λOpt*” e é utilizado um esquema de esfriamento que permite minimizar o tempo computacional em altas e baixas temperaturas. As instâncias utilizadas possuem até 100 clientes e até 10 “*clusters*”.

França *et al.* (1999) propuseram uma aplicação de TS para resolução do CCP. São consideradas quatro heurísticas construtivas que usam pesos e distâncias como critérios de otimização. Essas heurísticas foram baseadas no método de Osman e Christofides (1994), mas possuem pequenas modificações para minimizar a ocorrência de não encontrar uma solução viável. Como operadores de busca local foram propostos os movimentos de troca e inserção. Os resultados demonstram resultados superiores aos de Osman e Christofides (1994) nas mesmas instâncias utilizadas.

É importante enfatizar que os métodos para resolver o CPP possuem uma maior simplicidade com relação aos métodos para resolver o VRP, pois não envolvem a resolução do problema de sequenciamentos dos pontos de entrega. Mesmo assim, ainda possuem uma ligação forte com a relação das distâncias entre os pontos de entrega em cada “*cluster*”, o que faz sentido para o objetivo de minimização do CCP, mas não é tão aplicável ao problema proposto.

2.3. Métodos para solução do BPP

Segundo Fleszar e Hindi (2002), o agrupamento de itens em “*bins*” é uma atividade que ocorre frequentemente nos processos de distribuição e produção. Problemas como minimizar o desperdício de material ao cortar peças em pequenos pedaços ou agendar processadores de tarefas para minimizar o tempo de conclusão dos serviços também são aplicações práticas do BPP (FLESZAR; HINDI, 2002).

O BPP pode ser definido da seguinte forma: dado um número ilimitado de “*bins*” com capacidade $c > 0$ e um conjunto de n itens, cada um com um peso específico $0 < w_i \leq c$, o BPP consiste em atribuir todos os itens ao menor número de “*bins*” garantindo que a restrição de capacidade seja atendida (QUIROZ-CASTELLANOS *et al.*, 2015). O tamanho m da solução é definido por uma partição do conjunto de itens em m subconjuntos, cada um dos quais corresponde aos itens associados a um “*bin*”. O BPP é um problema de otimização combinatório bem conhecido, do tipo NP-difícil conforme demonstrado por Garey e Johnson (1979).

O método exato “*branch-and-bound*” associado a um critério de dominância foi utilizado por Martello e Toth (1990) para resolução do BPP reduzindo o espaço de busca de soluções. Esse critério estabelece que, se for possível extrair um conjunto de itens pequenos de um “*bin*” e substituí-los por um único item do mesmo peso, então poderá ser mais fácil melhorar a solução.

Esse fato é verdadeiro, pois é mais fácil agrupar um conjunto de itens pequenos nos “bins” remanescentes do que encontrar um lugar para um item maior. Isso pode ser aplicado da mesma forma na formação de roteiros de entrega ao considerar o veículo que irá realizar uma rota como um “bin” e cada item como um pedido a ser transportado; ou seja, é mais fácil colocar um pedido menor num veículo de uma rota que já está bem ocupado do que um pedido grande.

Heurísticas construtivas para o BPP foram propostas por Johnson (1974). A heurística gulosa, denominada “*First Fit*” (FF), consiste em construir uma solução a partir de uma lista de itens, atribuindo os itens da lista aos “bins” de maneira sequencial no primeiro “bin” em que as restrições do problema sejam satisfeitas até que todos os itens sejam alocados. Variações dessa heurística são a “*Best Fit*” (BF), que consiste em adicionar uma etapa de ordenação dos “bins” da solução de acordo com as respectivas ocupações a cada novo item alocado, ou a “*First Fit Decreasing*” (FFD), que consiste em ordenar previamente a lista de itens de acordo com os respectivos pesos. O desempenho do pior caso de tais heurísticas foi demonstrado matematicamente por Delorme *et al.* (2016), mostrando que os resultados obtidos não eram consistentemente bons. Além disso, os experimentos feitos por Stawowy (2008) indicam que não há diferença significativa entre usar as diferentes variações da FF como a solução inicial para uma metaheurística. Por outro lado, Quiroz-castellanos *et al.* (2015) mostram que pequenas modificações nessas heurísticas podem melhorar os resultados. Esses métodos são bem interessantes para o problema proposto, pois são simples e precisam da informação da distância entre pontos de entrega. Mesmo assim, falta a consideração de atributos importantes como a localização, ângulos com relação ao depósito e a categoria dos produtos dos pedidos, características do problema abordado na presente pesquisa.

Falkenauer (1996) propôs o algoritmo denominado “*Hybrid Grouping Genetic Algorithm*” (HGGA), que usa um esquema de codificação especial para grupos de itens e busca local inspirada no critério de dominância de Martello e Toth (1990).

Fleszar e Hindi (2002) desenvolveram a heurística “*Perturbation-MBS*” que se baseia na metaheurística “*Variable Neighborhood Search*” (VNS) e na utilização de limitantes inferiores, para construir sucessivamente novas soluções por meio da perturbação da solução atual.

Alvim *et al.* (2004) apresentaram a heurística “*Hybrid Improvement Heuristic*” (HI_BP), que usa uma estratégia dupla com o método exato “branch-and-bound” e TS para minimizar o preenchimento de um número fixado de “bins”. Também são utilizadas as técnicas de redução de espaço de busca propostas por Martello e Toth (1990) e estratégias com limitantes inferiores.

Loh *et al.* (2008) desenvolveram um procedimento baseado nos conceitos da termodinâmica denominado “*Weight Annealing*” (WA), para expandir e acelerar a busca local criando distorções em diferentes partes do espaço de busca. Essas distorções são feitas por meio da modificação artificial do peso dos itens ao longo do procedimento.

Fleszar e Charalambous (2011) propuseram o método “*Perturbation-SAWMBS*” que é uma modificação do “*Perturbation-MBS*” e utiliza um princípio denominado “*sufficient average weight*” para controlar o peso médio dos itens que são atribuídos a cada “*bin*”. O “*Perturbation-SAWMBS*” supera os resultados das heurísticas consideradas como “*state-of-the-art*” para o BPP como o HGGA, HI_BP e WA.

Mais recentemente, Quiroz-castellanos *et al.* (2015) propuseram o método “*Grouping Genetic Algorithm with Controlled Gene Transmission*” (GGA-CGT), em que a transmissão de genes é controlada, garantindo que as futuras gerações recebam os genes mais bem avaliados, mantendo um balanceamento entre a pressão seletiva e a diversidade da população. Os resultados confirmam que o algoritmo é competitivo com as heurísticas consideradas estado da arte na classe de instâncias “*Hard28*”, que possuem até 200 itens e parecem ser uma das mais difíceis, apesar de existirem instâncias na literatura de até 1.000 itens.

Conflitos item-a-item foram introduzidos no BPP por Jansen e Ohring (1997); no entanto, a modelagem nesse estudo é de um problema de agendamento em que os objetos representam tarefas e as caixas seriam as máquinas de processamento de tarefas. Essa variação do BPP depende de um gráfico de conflito $G = (J, E)$, em que J denota todos os itens a serem empacotados e E é o conjunto de arcos que conectam itens que não podem ser empacotados juntos. Essa representação do problema também foi adotada por Gendreau e Laporte (2004), Muritiba *et al.* (2010), Jansen (1999), Sadykov e Vanderbeck (2013) e Khanafer *et al.* (2010) que abordam explicitamente o problema de “*Bin Packing Problem with Conflicts*” (BPPC). Os trabalhos relacionados ao BPPC possuem bons métodos para resolver o problema proposto com relação à consideração da compatibilidade entre categoria dos produtos.

De maneira geral, todas as abordagens para resolver o BPP possuem estratégias menos complexas se comparadas ao VRP ou CCP, pois é resolvido apenas o problema de atribuição e não existe uma consideração sobre distância e/ou localizações. Também fica claro que os métodos têm como objetivo minimizar o número de “*bins*” e isso está relacionado com o objetivo de minimização do problema proposto, mas mesmo assim é necessário incluir a consideração da localização dos pedidos para que a adaptação desses métodos seja eficiente.

3. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

O problema objeto da presente pesquisa corresponde ao agrupamento de entregas no contexto do abastecimento de última milha em centros urbanos, sendo aqui denominado como “Problema de Agrupamento de Pedidos em Entregas com Compatibilidade de Produtos” (PAPE-CP). Segundo Kotler e Armstrong (2016), os dois principais canais de distribuição são o atacado e o varejo. Enquanto os varejistas vendem principalmente bens e serviços diretamente aos consumidores finais, os atacadistas vendem principalmente para aqueles que compram para revenda ou uso comercial, tais como os pequenos varejistas (KOTLER; ARMSTRONG, 2016).

As grandes redes varejistas possuem volume suficiente para comprarem produtos diretamente dos fabricantes, mas o pequeno varejo depende do canal atacadista para realizar seu abastecimento. Os atacadistas exercem o papel de harmonizar e homogeneizar a oferta de produtos, especialmente bens de consumo, por meio da oferta de diferentes conjuntos de produtos para vendas. O canal atacadista agrega valor realizando uma ou mais das seguintes funções: venda e promoção, compra de produtos em grande quantidade e variedade de diferentes fabricantes, armazenamento, unitização adequada dos produtos, entrega dos pedidos dos varejistas, financiamento das compras, tomada de riscos como variações de preços ou vencimento/obsolescência dos produtos, transmissão de informações de mercado e outros processos auxiliares. Assim, particularmente os pequenos varejistas podem obter o sortimento de produtos que precisam na quantidade desejada (KOTLER; ARMSTRONG, 2016). Em termos de custo, o abastecimento do pequeno varejo, diretamente dos fabricantes, seria inviável de acordo com a quantidade e frequência de entregas necessárias.

Tanto para as grandes redes varejistas como para os atacadistas a consolidação de carga para o transporte é essencial para assegurar competitividade das entregas e rentabilidade das empresas. A capacidade de reposição fracionada de pequenas quantidades de mercadorias para milhares de pontos de varejo no território nacional permite a sobrevivência e a posição estratégica do setor atacadista na relação entre indústria e varejo, uma vez que existe grande dificuldade para cada indústria atender isoladamente o pequeno varejo por este formar uma verdadeira constelação de lojas de vizinhança espalhadas por milhares de centros urbanos em todo o território e pelos bairros das grandes cidades (XAVIER, 2009). O atacado, ao consolidar entregas para diferentes indústrias numa mesma viagem de um veículo, possibilita atender o varejo tradicional, como armazéns, mercadinhos de bairro, e outros tipos de estabelecimentos comerciais com produtos variados, em quantidades menores, porém mantendo uma frequência

de entrega que assegura um bom nível de serviço da reposição dos produtos e que minimiza o risco de falta.

No Brasil, existem casos práticos relacionados à operação de distribuição de grandes redes varejistas e atacadistas em que é adotada uma forma simplificada de remuneração para as transportadoras: em vez de calcular a distância total de cada rota diariamente, opta-se por estabelecer a remuneração com base na distância direta de entrega do cliente/ponto de entrega que está mais distante do depósito de onde partem os veículos. Essa prática simplifica o processo de cálculo do frete a ser pago em cada rota, pois não é necessário controlar os trajetos realmente realizados, trazendo assim benefícios do ponto de vista gerencial.

É prática dos transportadores que compõem o setor não aceitar realizar rotas que contenham pontos de entrega muito distantes entre si para que a distância total percorrida pelo veículo no roteiro de entregas não seja muito elevada e prejudique sua rentabilidade. Não é viável, por exemplo, atender um cliente na região norte de uma cidade e em seguida ir para a região sul, mesmo que ambos estejam a uma mesma distância do depósito, pois o acréscimo de distância para deslocamento entre pontos equidistantes do depósito é elevado.

A solução do problema contém a sequência de entregas a ser realizada pelo veículo e, portanto, entre duas configurações de rota que possuam a mesma máxima distância direta, aquela que apresentar a menor distância total do roteiro deve ser priorizada, pois este é um objetivo secundário (desejável) do problema. Rotas com uma menor distância são mais atraentes para as transportadoras, pois isso implica na redução dos custos variáveis da operação de transporte.

Além disso, a demanda total de um cliente é composta por pedidos com produtos de diferentes fabricantes que podem pertencer a categorias distintas, definidas como conjuntos de produtos com características físicas similares e de acondicionamento.

Para o problema proposto foi definida a relação de produtos por categoria ilustrada na Tabela 3.1 e a matriz de compatibilidades de categorias de produtos apresentada na Tabela 3.2. De acordo com essas tabelas, produtos de higiene, limpeza, perfumaria e descartáveis (categoria C1) são compatíveis apenas com cigarro e outros itens de tabacaria (C3), o que significa que nenhum produto pertencente a outra categoria, além da C3, pode ser carregado num mesmo veículo em que produtos da categoria C1 estejam presentes.

As relações de compatibilidade também podem ser representadas por um grafo de compatibilidade $K = (V, A)$. Os nós do grafo indicam as diferentes categorias $k \in K$ de itens e um arco $(k, k') \in A$ é criado para cada par compatível de categorias $k, k' \in K$, isto é, $M_{kk'} =$

1. Nesta representação, o grau de compatibilidade de uma categoria k é igual ao número de arcos que estão conectados ao nó k . A Figura 3.1 mostra uma representação do grafo K , na qual o tamanho de cada nó é diretamente proporcional ao grau de compatibilidade de sua categoria correspondente. É possível verificar que a categoria 1 é a menos compatível, a categoria 4 é a mais compatível, e as categorias 3, 5 e 6 são equivalentes em termos de grau de compatibilidade.

Tabela 3.1 – Relação de produtos por categoria

Categoria	Produtos
C1	Higiene, limpeza, perfumaria e descartáveis
C2	Mercearia básica (óleos, azeites, massas, achocolatados, grãos, farináceos, café, arroz, feijão e açúcar)
C3	Cigarro e outros itens de tabacaria
C4	Mercearia Líquida (bebidas alcoólicas e não alcoólicas)
C5	Ovos e FLV (frutas, legumes e verduras)
C6	Mercearia Complementar (salgadinhos, enlatados, bomboniere, biscoitos, torradas, cereais e doces)

Os diferentes produtos de um pedido solicitado são consolidados por categoria em algum tipo de embalagem no depósito. Por exemplo, duas embalagens de achocolatados podem ser colocadas juntamente com quatro embalagens de café em uma única caixa e esse agrupamento unitizado equivale a 1 unidade de demanda a ser transportada.

Tabela 3.2 – Matriz de compatibilidades entre categorias de produto

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆
C ₁	1	0	1	0	0	0
C ₂	0	1	0	1	1	1
C ₃	1	0	1	1	0	0
C ₄	0	1	1	1	1	1
C ₅	0	1	0	1	1	0
C ₆	0	1	0	1	0	1

A compatibilidade entre categorias de produtos é um aspecto que afeta a operação de transporte, pois alguns produtos não podem ser transportados num mesmo veículo. Isso é particularmente importante no uso de veículos pequenos, uma vez que a quantidade de produto a ser entregue em cada local é muito limitada. Essa restrição é imposta tanto por códigos de boas práticas como por instituições reguladoras que, por exemplo, não permitem o transporte de produtos alimentícios junto com materiais de limpeza.

Ainda em relação às características dos pedidos, o fato do tamanho médio dos pedidos ser pequeno, inviabiliza o preenchimento de um veículo grande com alta ocupação. Não seria realista considerar que uma carreta poderia ser carregada e atender 100 entregas ao longo de

uma jornada de trabalho, tendo em vista os horários de funcionamento dos recebedores e as restrições trabalhistas do número máximo de horas trabalhadas pelos motoristas. Além disso, restrições à circulação de caminhões estão se tornando cada vez mais frequentes nas cidades brasileiras. Tais restrições geralmente se aplicam aos centros urbanos, particularmente, durante os horários de pico, e para veículos de grande porte (BONTEMPO *et al.*, 2014). Portanto, é definida uma frota homogênea de veículos urbanos de carga para realizar o atendimento dos clientes, uma vez que representa para muitas empresas a realidade da chamada “distribuição de última milha” em áreas urbanas.

Figura 3.1 – Grafo de compatibilidade

Fonte: Próprio autor

Dessa forma, são adotadas as seguintes considerações operacionais:

- Toda rota começa e termina no depósito onde são carregados os veículos.
- É considerado apenas um depósito. Como referência de trabalho sobre VRP que considera múltiplos depósitos sugere-se consultar, por exemplo, Vidal *et al.* (2012).
- Cada rota está associada apenas a um veículo.
- É considerado horizonte de planejamento de um dia. Como referência de trabalho sobre VRP que considera múltiplos períodos sugere-se consultar, por exemplo, Vidal *et al.* (2012).
- Não são consideradas janelas de tempo. Como referência de trabalho sobre VRP que considera janela de tempo sugere-se consultar, por exemplo, Vidal *et al.* (2012).
- A ocupação total do veículo não deve exceder a sua capacidade de carga.
- A demanda total de um cliente para cada categoria de produto deve ser entregue por um único veículo, ou seja, não é considerado o fracionamento da demanda dos pedidos. De qualquer forma, um cliente poderá receber mais de um veículo, pois é possível que não

seja viável atender a demanda total de um cliente com um único veículo devido às restrições de compatibilidade entre categorias de produtos; isso certamente é verdadeiro se o cliente tiver entregas de produtos de todas as categorias.

- Os pedidos dos clientes atribuídos a cada veículo devem respeitar as restrições de compatibilidade entre a diversidade de produtos transportados, dado que nem todas as categorias de produtos são compatíveis entre si.
- Os clientes dos pedidos atribuídos a cada veículo devem estar dentro de um ângulo limite em relação ao depósito, pois, caso contrário, a distância total percorrida pelo veículo pode ser muito maior que a máxima distância direta.
- Não é considerado o problema do arranjo da carga no veículo. Como referência de trabalho sobre VRP que considera o arranjo de carga no veículo sugere-se consultar, por exemplo, Duhamel *et al.* (2010).
- É considerada uma frota homogênea de veículos. Como referência de trabalho sobre VRP que considera frota heterogênea sugere-se consultar, por exemplo, Prins (2009).

3.1. Formulação matemática do PAPE-CP

O problema proposto, sendo aqui denominado como “Problema de Agrupamento de Pedidos em Entregas com Compatibilidade de Produtos” (PAPE-CP) pode ser formalmente definido da seguinte forma. Seja o grafo completo $G = (N, A)$, em que $N = \{0, 1, \dots, n\}$ é o conjunto de $n + 1$ vértices e $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$ é o conjunto de arestas. Seja $V = \{1, 2, \dots, v\}$ o conjunto de veículos e $K = \{1, 2, \dots, k\}$ o conjunto de categorias de produtos. O vértice 0 representa o depósito de onde partem e para onde retornam v veículos de uma frota homogênea com capacidade Q . Cada um dos demais vértices $i \in N' = N \setminus \{0\}$ corresponde a um pedido, definido por um local de entrega e pela demanda não-negativa q_i de uma dada categoria de produto $cat_i \in K$; em outras palavras, todo pedido $i \in N'$ está associado a uma dada categoria de produto $k \in K$. Assume-se ainda que não há demanda de nenhuma categoria para o depósito ($q_0 = 0$) e define-se para cada vértice $i \in N'$ o azimute (ou ângulo) φ_i , medido no plano horizontal da reta que o liga ao depósito, calculado com base nas suas coordenadas cartesianas. Cada aresta $(i, j) \in A$ possui um custo não-negativo c_{ij} que equivale à distância entre as localizações dos vértices i e j .

Sejam $N'_k \subset N'$ os k subconjuntos que contêm os pedidos $i \in N$ tal que $\text{cat}_i = c, \forall i \in N'_k$. A compatibilidade entre as categorias consideradas é dada pela matriz $M_{kk'}$ que é preenchida com 1 quando as categorias correspondentes aos índices da linha e coluna da matriz são compatíveis e com 0 caso contrário. O maior ângulo formado dentre os pedidos de uma rota é limitado pelo ângulo limite φ_{max} que pode assumir valores entre 0 e 180 graus. A Figura 3.2 ilustra uma rota com 3 pedidos e indica que o ângulo da rota, menor que o ângulo limite de 90 graus, é 60 graus (formado pelo par de pedidos que possui o maior ângulo entre seus azimutes, 90 graus e 30 graus). Por fim, é importante destacar que o número de veículos k pode ser definido a priori com o mesmo valor da quantidade de pedidos, pois é possível assumir que no limite cada pedido será entregue por 1 veículo. Contudo, uma abordagem que reduz o espaço de soluções é adotar a quantidade de veículos obtida por meio de uma heurística e isso facilita o método de solução exato, uma vez que possibilita reduzir o número de variáveis de decisão do problema.

Figura 3.2 – Exemplo de ângulo de rota e ângulo limite

Fonte: Próprio autor

Variáveis de decisão:

x_i^v , variável binária, que é igual a 1 se, e somente se, o veículo $v \in V$ atende o pedido $i \in N'$; e igual a 0 caso contrário.

f_k^v , variável binária, que é igual a 1 se, e somente se, o veículo $v \in V$ atender pelo menos um pedido da categoria k ; igual a 0 caso contrário.

d^v , variável contínua, que representa a distância do cliente mais distante do depósito que o veículo $v \in V$ atende.

Função objetivo:

$$\text{Min } f(x) = \sum_{v \in V} d^v \quad (3.1)$$

Restrições:

$$\sum_{v \in V} x_i^v = 1, \forall i \in N' \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in N'} x_i^v * q_i \leq Q, \forall v \in V \quad (3.3)$$

$$f_k^v \geq x_i^v, \forall v \in V, \forall k \in K, \forall i \in N'_k \quad (3.4)$$

$$f_k^v + f_{k'}^v \leq 1, \forall v \in V, \forall k \in K, \forall k' \in K, M_{kk'} = 0, k < k' \quad (3.5)$$

$$x_i^v + x_j^v \leq 1, \forall v \in V, \forall i \in N', \forall j \in N', \min(|\varphi_i - \varphi_j|, 360 - |\varphi_i - \varphi_j|) > \varphi_{max} \quad (3.6)$$

$$d^v \geq x_i^v * c_{0i}, \forall v \in V, \forall i \in N' \quad (3.7)$$

$$d_v \geq d_{v'}, \forall v \in V, \forall v' \in V, v < v' \quad (3.8)$$

$$x_i^v \in \{0,1\}, \forall i \in N, \forall v \in V \quad (3.9)$$

$$f_k^v \in \{0,1\}, \forall k \in K, \forall v \in V \quad (3.10)$$

$$d^v \in R, \forall v \in V \quad (3.11)$$

A função objetivo (3.1) corresponde à minimização da soma da máxima distância direta de cada rota. A restrição (3.2) garante que cada pedido será entregue por um único veículo. A quantidade de carga que cada veículo pode transportar é limitada por sua capacidade e a restrição (3.3) garante que essa capacidade não seja excedida. A restrição (3.4) tem por finalidade ativar a variável f_k^v quando existir pelo menos um pedido da categoria k no veículo v , e, em conjunto com a restrição (3.5), garante que não existam veículos transportando pedidos com categorias em conflito. A restrição (3.6) garante que a máxima diferença entre os azimutes de pares de pedidos em uma rota seja menor que φ_{max} . A máxima distância direta de cada rota é definida pela restrição (3.7), que é uma restrição do tipo mín-máx; ou seja, é imposto que a

variável d^v assumo o maior valor entre todas as distâncias diretas do depósito a cada pedido da rota $v \in V$. A restrição (3.8) não é obrigatória, mas foi incluída com o objetivo de reduzir o espaço de soluções ao impor que eventuais rotas vazias sejam as últimas, evitando possíveis soluções equivalentes. Portanto, apesar de não ser obrigatória, a restrição ajuda acelerar a resolução do problema. Por fim, as restrições (3.9), (3.10) e (3.11) definem a natureza das variáveis de decisões.

4. MÉTODO DE SOLUÇÃO

A fim de encontrar boas soluções em tempo hábil para instâncias encontradas na prática, que podem compreender centenas de entregas, é proposta a heurística denominada “*Multi Start Perturbation Tabu*” (MSPT) que é composta pelas metaheurísticas “*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*” (GRASP), “*Tabu Search*” (TS) e “*Iterated Local Search*” (ILS). O algoritmo da MSPT é apresentado na Figura 4.1 e a estrutura de dados utilizada é descrita no ANEXO A. Em linhas gerais, o seu funcionamento é o seguinte: são geradas diversas soluções iniciais, denotando múltiplos reinícios que possuem uma fase de construção e, em seguida, uma fase de melhoria com a finalidade de continuar a busca de melhores soluções após encontrar o primeiro ótimo local.

A fase de construção consiste em escolher, por meio da função *EscolherHC* (passo 4), e utilizar uma heurística construtiva para obter uma solução inicial (passo 5). A escolha da heurística construtiva é feita de maneira probabilística entre as nove variantes propostas de heurísticas construtivas clássicas que serão descritas na subseção 4.1. A probabilidade de escolha pode ser uniforme ou de acordo com um controle de pontuações que vai sendo atualizado dinamicamente, com base no desempenho de cada heurística, de forma responsiva. O controle de pontuações é feito da seguinte maneira: inicialmente, é atribuído um ponto a cada uma das nove heurísticas, ou seja, a chance de escolha de cada uma delas é $1/9$. A cada nova solução gerada, se o valor da função objetivo não for maior que o valor da solução incumbente $f(x^*)$ multiplicado por ε (sendo ε o desvio máximo em relação à solução incumbente), a pontuação da heurística escolhida é incrementada com 1 ponto. Por exemplo, num segundo reinício, no qual a heurística escolhida na iteração anterior teve sua pontuação incrementada, a chance de escolha passa a ser $2/10$.

Com base na solução construída, a fase de melhoria só é iniciada se o valor da função objetivo, calculado pela soma da máxima distância direta de cada rota, não for maior que o valor da solução incumbente $f(x^*)$ multiplicado por ε (passo 9). Cada vez que a fase de melhoria é iniciada, o contador k é incrementado; caso contrário, quando a solução não é promissora, ou seja, não é menor que o valor da função objetivo da melhor solução encontrada até o momento com a fase de melhoria, o contador l é incrementado. A fase de construção e a de melhoria são realizadas até que o contador k ou l atinjam o limite de ω reinícios (passo 3). A fase de melhoria é realizada durante τ iterações (passo 12), nas quais são aplicados procedimentos que diversificam e intensificam a exploração e uso do espaço de soluções.

Por fim, após a última inicialização ter sido realizada é aplicado o procedimento 3Opt com a finalidade de definir o sequenciamento de pedidos que minimiza a distância total percorrida em cada rota. Esse procedimento é realizado, tendo em vista que a redução da soma das distâncias dos roteiros é um objetivo secundário (desejável) do problema, já que torna as rotas mais atraentes para as transportadoras, uma vez que implica na redução dos custos variáveis da operação de transporte.

Figura 4.1 – Estrutura geral MSPT

Algoritmo 1: Estrutura geral MSPT

```

1  $k \leftarrow 0$ ;
2  $l \leftarrow 0$ ;
3 enquanto  $k \leq \omega$  e  $l \leq \omega$  faça
4   EscolherHC();
5    $x \leftarrow x(hc)$ ;
6   se  $f(x) < f(x^*)$  então
7      $x^* \leftarrow x$ ;
8   fim
9   se  $f(x) < f(x^*) * \epsilon$  então
10     $k++$ ;
11     $i \leftarrow 0$ ;
12     $j \leftarrow 0$ ;
13    enquanto  $i < \tau$  e  $j < \sigma$  faça
14      se  $\text{resto}(i/\pi) = 0$  então
15        Perturbacao();
16      fim
17      Troca();
18      Realocao();
19       $i++$ ;
20       $j++$ ;
21      se  $f(x) < f(x^*)$  então
22         $x^* \leftarrow x$ ;
23         $j \leftarrow 0$ ;
24      fim
25    fim
26  fim
27 senão
28    $l++$ ;
29 fim
30 fim
31 3Opt();

```

Fonte: Próprio autor

4.1. Fase de construção

Como o problema proposto parece ser inédito na literatura, não foram encontradas referências de heurísticas construtivas específicas para a sua solução. Dessa forma, com base na revisão de literatura de métodos para resolução de problemas relacionados são propostas nove diferentes heurísticas construtivas, sendo duas baseadas no “*Vehicle Routing Problem*” (VRP), uma baseada no “*Capacitated Clustering Problem*” (CPP) e seis baseadas no “*Bin Packing Problem*” (BPP).

4.1.1. Heurísticas construtivas para o VRP

O problema proposto, apesar de não ter a sua função objetivo influenciada pelo roteiro ou sequenciamento dos pontos de entrega, não deixa de ser um problema de sequenciamento, pois solução completa do problema deve possibilitar sugerir ao transportador os pontos de entrega que compõem o roteiro a ser realizado. Embora a distância total percorrida não seja minimizada, os agrupamentos de pedidos possuem correlação com as distâncias e ângulos com relação ao depósito. Portanto, foi feita a adaptação de uma heurística para o VRP que é o método das economias proposto por Clarke e Wright (1964).

O método clássico das economias consiste em reduzir as distâncias totais percorridas em cada rota combinando duas rotas em uma, como ilustrado na Figura 4.2, onde o ponto 0 representa o depósito e os pontos i e j representam clientes.

Figura 4.2 – Ilustração do conceito de economia

Fonte: Lysgaard (1997)

Enquanto a Figura 4.2(a) ilustra os clientes i e j sendo visitados em rotas separadas, a Figura 4.2(b) indica o que ocorre quando i e j são unidos em uma única rota.

A economia resultante dessa combinação pode ser calculada de acordo com as distâncias entre os pontos de entrega i e j , e também as distâncias diretas, como indicado na expressão (4.1) a seguir, referente à Figura 4.2(a).

$$D_a = c_{0i} + c_{i0} + c_{0j} + c_{j0} \quad (4.1)$$

D_a : distância total percorrida na Figura 4.2(a);

c_{0i} : distância entre o depósito 0 e o cliente i ;

c_{i0} : distância entre o cliente i e o depósito 0;

c_{0j} : distância entre o depósito 0 e o cliente j ;

c_{j0} : distância entre o cliente j e o depósito 0;

De forma equivalente, a distância total indicada na Figura 4.2(b) é dada pela expressão (4.2):

$$D_b = c_{0i} + c_{ij} + c_{0j} \quad (4.2)$$

D_b : distância total percorrida na Figura 4.2(b);

Combinando as duas rotas parciais em uma, é obtida a economia S_{ij} dada pela expressão (4.3):

$$S_{ij} = D_a - D_b = c_{i0} + c_{0j} - c_{ij} \quad (4.3)$$

S_{ij} : economia em distância total percorrida entre o cenário ‘a’ e ‘b’.

Em adição à fórmula clássica, foi considerado o parâmetro λ que multiplica c_{ij} conforme mostrado na expressão (4.4). Esse parâmetro foi introduzido por Gaskell (1967) e denominado como fator de forma. A utilização de λ permite ajustar a ênfase que é colocada na distância entre os pontos de entrega i e j em relação às distâncias diretas entre o depósito de onde partem os veículos.

$$S_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - \lambda * c_{ij} \quad (4.4)$$

O problema proposto nesta pesquisa considera que um mesmo cliente pode receber até 6 pedidos de produtos de categorias distintas. Portanto, o fato desses pedidos terem a mesma localização implica que a economia de pares de pedidos do mesmo cliente também seja a mesma. Dessa forma, inspirado no estudo de Altinel e Öncan (2005) foi considerado a inclusão de uma parcela no cálculo que leva em consideração a quantidade da demanda de cada cliente-categoria de produto conforme a expressão (4.5).

$$S_{ij} = c_{i0} + c_{0j} - \lambda * c_{ij} + \gamma * \frac{q_i + q_j}{\bar{q}} \quad (4.5)$$

Considerar uma parcela de cálculo relativa à demanda dos clientes ajuda como critério de desempate para ordenação da lista das economias. Essa estratégia está relacionada com a lógica da heurística para o “*Bin Packing Problem*” (BPP) denominada “*First Fit Decreasing*” (FFD) proposta por Johnson (1974) que faz a alocação dos elementos com maior peso primeiro. Assim, uma expressão de cálculo da economia que de alguma forma considera uma estratégia de atribuição pode aumentar a chance de obter melhores resultados. Ou seja, é adotada uma parcela do cálculo que prioriza a formação de rotas com pares de pedidos que tenham uma maior quantidade de produtos.

Na expressão (4.5), q_i é a demanda do cliente-categoria do produto i e $\bar{q}$ é a demanda média de uma dada categoria para o conjunto de clientes que é utilizada para normalizar o cálculo. É importante enfatizar que a normalização do cálculo, realizada ao dividir a soma da demanda

dos pedidos da rota por $\bar{q}$, gera um valor incremental que tem como objetivo simplesmente diferenciar as economias entre pares de pedidos de um mesmo cliente. A ênfase dessa parcela do cálculo é calibrada de acordo com o parâmetro γ , denominado fator de demanda.

Inspirado em Altinel e Öncan (2005), é proposta uma outra parcela de cálculo que possui relação com os graus de compatibilidade gc_i e gc_j das categorias dos pedidos i e j dos clientes. O grau de incompatibilidade de uma categoria é definido pela contagem do número de categorias que não são compatíveis com ela mesma. A expressão (4.6) mostra essa parcela de cálculo em que k é o número de categorias consideradas e α é o parâmetro denominado fator de compatibilidade que calibra a influência dessa parcela de cálculo. Nesse caso, a finalidade é alocar com maior prioridade os pares de pedidos que possuem maior grau de incompatibilidade e que podem dificultar a construção de uma boa solução em etapas futuras se não forem priorizados.

$$S_{ij} = c_{i0} + c_{oj} - \lambda * c_{ij} + \gamma * \frac{q_i + q_j}{\bar{q}} + \left(\alpha * \frac{2 * k - (gc_i + gc_j)}{k} \right) \quad (4.6)$$

Vale a pena ressaltar que a fórmula clássica do método das economias descrita na expressão (4.3) é obtida quando $\lambda = 1$, $\gamma = 0$ e $\alpha = 0$. Quando $\lambda = 0$ o conceito de um cálculo de economia perde o sentido, mas pode ser que para o problema objeto da presente pesquisa, cuja função objetivo leva em consideração apenas distância direta do depósito até cada um dos pontos de entrega, essa consideração aumente a chance de obter melhores resultados, pois favorece a união dos pontos que estão mais distantes do depósito e isso tende a levar a um frete menor do que seria obtido se fossem unidos pontos que estão mais próximos entre si, porém não tão distantes do ponto de onde partem os veículos. Adicionalmente, o ângulo máximo assegura que não sejam unidos pontos que estejam muito distantes entre si.

A Figura 4.3 exemplifica o que foi descrito acima, por meio de um exemplo em que é possível verificar a diferença no cálculo e ordenação das economias quando considerados $\lambda = 1$ e $\lambda = 0$ (para valores iguais prioriza-se a ordem de cálculo das economias). Quando o cálculo é feito com $\lambda = 1$ as economias com $ID = 1$ e $ID = 6$ possuem os maiores valores e, portanto, a economia com $ID = 1$ será a primeira a ser avaliada e possibilitará que os pares de pedidos (1,2) sejam agrupados em uma mesma rota. Em seguida, a próxima combinação factível será com a economia $ID = 6$ e possibilitará que os pares de pedidos (3,4) sejam agrupados em uma mesma rota. Portanto, a soma da máxima distância direta de cada rota será $10 + 10 = 20$. Contudo, essa não é uma boa solução considerando o valor da função objetivo (minimização

da soma da máxima distância direta em cada rota). Dessa forma, quando o cálculo é feito com $\lambda = 0$ a economia com $ID = 4$ possui o maior valor e, portanto, ao ser avaliada primeiro permite que os pares de pedidos (2,3) sejam agrupados em uma mesma rota. Em seguida, a próxima combinação factível será com a economia $ID = 3$ e possibilitará que os pares de pedidos (1,4) sejam agrupados em uma mesma rota. Portanto, a soma da máxima distância direta de cada rota será $10 + 5 = 15$. Ou seja, essa consideração permite um melhor resultado com relação à função objetivo do problema objeto da presente pesquisa.

Figura 4.3 – Exemplo da influência de λ no cálculo da economia

Fonte: Próprio autor

Além disso, o frete sendo pago pelo ponto de entrega mais distante leva a uma menor importância da distância percorrida entre pontos consecutivos da rota e enfatiza o melhor aproveitamento dos veículos com a demanda de pontos de entrega que possuam a distância do depósito mais próxima possível.

Após calcular todas as economias, é feita uma ordenação decrescente para priorizar a formação de rotas com os pedidos que possuem os maiores valores de economias, pois quanto maior o valor de S_{ij} , maior é a vantagem de atender os clientes i e j por meio de uma mesma rota, sendo que a ordem de entrega deve ser primeiro i e depois j .

Com o vetor de economias ordenado, é possível iniciar a construção da solução e para isso Clarke e Wright (1964) desenvolveram duas versões de algoritmo: a versão sequencial, que constrói estritamente uma rota por vez; e a paralela, que constrói rotas simultaneamente. Escolhida uma economia, as demais têm que ter um dos extremos ligado a um nó da extremidade da rota que está sendo gerada, até que não haja mais economias a serem unidas.

Portanto, a versão sequencial do algoritmo requer que a lista de economias seja revisitada cada vez que não for possível adicionar um novo ponto de entrega à rota que está sendo gerada, até que toda a lista de economias seja verificada sem que haja combinações factíveis. Isso ocorre porque o método sequencial só constrói uma rota por vez e combinações de pares de pedidos que antes não eram factíveis (em função de restrições tanto de capacidade quanto de compatibilidade decorrentes de combinações anteriormente efetuadas) podem ter a chance de serem realizadas em iterações futuras. Já no caso da versão paralela, somente uma passagem por essa lista é necessária, pois é possível gerar rotas simultaneamente.

O primeiro passo do algoritmo é selecionar a primeira economia ainda não selecionada e combinar os pares de pedidos numa mesma rota, desde que as restrições sejam respeitadas, a fim de obter a maior economia possível.

É importante enfatizar que, no caso da versão sequencial do método das economias, foi criada uma lista ligada que relaciona cada pedido com os respectivos pares de economias a que ele pertence. Portanto, isso deve acelerar o procedimento, pois não é necessário percorrer toda a lista de economias em cada iteração, uma vez que é selecionada apenas a lista de pares de economias que correspondem a ligações cuja extremidade coincide com a rota que está sendo formada. A cada iteração é avaliada a lista de economias do primeiro e do último pedido da rota que está sendo construída. Entre as duas economias que são selecionadas, a que possuir maior valor será a escolhida. Dessa forma, apenas uma rota é gerada por vez.

Portanto, são propostas duas heurísticas construtivas baseadas no método das economias: a que utiliza a versão sequencial, denominada CW-SEQ, e a que utiliza a versão paralela, denominada CW-PAR.

4.1.2. Heurísticas construtivas para o CCP

Uma característica desejável de uma boa solução do problema proposto é uma “*clusterização*” com grupos de pontos compactos, pois quanto mais compacto o “cluster”, menor a diferença entre a mínima e a máxima distância direta de entrega de uma rota. Portanto, é proposta uma heurística construtiva baseada no método utilizado por Mulvey e Beck (1984) para resolver o CCP.

O primeiro procedimento é criar um determinado número de rotas e atribuir um pedido a cada uma delas de maneira aleatória. Esses pedidos são denominados pedidos semente. O número

de rotas a serem criadas é calculado arredondando para o inteiro mais próximo a soma de todas as demandas dos pedidos dividida pela capacidade dos veículos.

Em seguida, a lista de pedidos é ordenada de acordo com o valor do cálculo do chamado ‘arrependimento’. O arrependimento representa a penalidade de atribuir um determinado pedido à rota com o segundo menor custo de atribuição (ou inserção), ao invés da rota com o menor custo, e é feito de acordo com o seguinte procedimento: o Custo de Atribuição (CA) é calculado conforme expressão (4.7) e em seguida é calculado o arrependimento que é a diferença do custo de atribuição entre o menor e segundo menor valor conforme expressão (4.8). O objetivo da ordenação pelo cálculo do arrependimento é priorizar a atribuição dos pedidos cuja diferença é maior.

$$CA_{ij} = \begin{cases} c_{0i} - c_{0j}, & c_{0i} > c_{0j} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.7)$$

$$Arrependimento_i = CA_{ij}^2 - CA_{ij}^1 \quad (4.8)$$

Por fim, é feita a atribuição dos pedidos à rota com o menor CA que respeite as restrições do problema. Contudo, pode ocorrer de não ser possível atribuir um pedido a nenhuma das rotas formadas sem violar as restrições do problema. Quando isso ocorre, inspirado no método proposto por Koskosidis e Powell (1992), o pedido em questão passa a ser considerado como pedido semente e o procedimento é reiniciado a partir da segunda etapa do método que é o cálculo do arrependimento, ou seja, é feita novamente a atribuição de pedidos à rota com o menor CA que respeite as restrições do problema. Esse procedimento garante que a heurística proposta sempre encontre uma solução viável, pois é considerado que a frota de veículos é ilimitada e no limite cada pedido pode ser atendido por um veículo exclusivo. A heurística proposta é denominada CCP-A.

4.1.3. Heurísticas construtivas para o BPP

Uma boa solução do problema proposto deve ter o menor número de veículos possível com alta ocupação, pois o custo da solução é diretamente proporcional ao número de veículos. Portanto, é interessante adaptar os métodos de solução para o BPP.

São propostas 6 heurísticas construtivas baseadas nos métodos propostos por Johnson (1974). Na heurística “*First Fir*” (FF), cada um dos pedidos considerados é incluído sequencialmente na primeira rota viável; caso não existam rotas viáveis, uma nova rota é criada, e o procedimento

é repetido até que todos os pedidos sejam atribuídos a uma rota. Também foi considerada a variação da heurística FF denominada “*Best Fit*” (BF), que inclui uma ordenação decrescente em termos de ocupação das rotas a cada novo pedido que é incluído na solução. Além disso, tanto para a heurística FF como para a BF foi considerada a ordenação da lista de pedidos em dois níveis, sendo o primeiro pelo grau de incompatibilidade da categoria do pedido (i.e., número de categorias com as quais existe incompatibilidade), e o segundo pela demanda, distância ao depósito ou azimuth do pedido. A ordenação pelo azimuth do pedido é similar à heurística de varredura proposta por Gillett e Miller (1974) para o VRP.

Os diferentes tipos de ordenação buscam priorizar os pedidos que são mais difíceis de atribuir às rotas existentes. Portanto, é considerada uma melhor opção atribuir primeiro pedidos menos flexíveis, pois esses seriam mais difíceis de atribuir às rotas existentes já com diferentes categorias em etapas futuras. A Tabela 4.1 resume as seis heurísticas propostas resultantes da combinação dos diferentes tipos de ordenação de rotas e pedidos.

Tabela 4.1 – Heurísticas gulosas para o BPP

Sigla	Ordenação das Rotas	Ordenação dos Pedidos	
		1º Nível	2º Nível
		Ordenação crescente	Ordenação decrescente
FF-P	Sem ordenação	Grau de Compatibilidade	Demanda
FF-D	Sem ordenação	Grau de Compatibilidade	Distância ao depósito
FF-A	Sem ordenação	Grau de Compatibilidade	Azimuth
BF-P	Ocupação decrescente	Grau de Compatibilidade	Demanda
BF-D	Ocupação decrescente	Grau de Compatibilidade	Distância ao depósito
BF-A	Ocupação decrescente	Grau de Compatibilidade	Azimuth

4.1.4. Heurísticas construtivas com GRASP

As nove variantes de heurísticas construtivas clássicas realizam a escolha dos elementos de construção de uma solução de maneira sequencial. Contudo, inspirado na metaheurística GRASP, a escolha do elemento que será utilizado para construir a solução (por exemplo, economias no caso das heurísticas para o VRP, pedidos no caso das heurísticas para o CCP e BPP) é feita aleatoriamente entre uma Lista Restrita de Candidatos (LRC) que contém os primeiros μ elementos ainda não escolhidos da lista completa dos elementos de construção de uma solução. É escolhido apenas um elemento de cada vez e a probabilidade de escolha de cada elemento da LRC é a mesma.

A Figura 4.4 exemplifica esse conceito aplicado na heurística CW-PAR. A cada iteração, a LRC é gerada com base na lista ordenada de economias; ou seja, na primeira iteração a LRC é composta pelas economias (1, 2, 3, 4 e 5) e a economia 2 é a escolhida para ser avaliada para união. Na segunda iteração, a LRC é composta pelas cinco primeiras economias (1, 3, 4, 5 e 6) e a economia 4 é a escolhida para ser avaliada. Na terceira iteração, a LRC é composta pelas cinco primeiras economias (1, 3, 5, 6 e 7) e uma dessas cinco economias será escolhida. No caso das heurísticas construtivas para o CPP ou BPP, a LRC é gerada, a cada iteração, com base na lista de pedidos.

Figura 4.4 – Exemplo de escolha de economia

Portanto, seguindo essa lógica, a cada reinício uma nova solução é gerada, e isso permite que a fase de construção por si só já seja capaz de produzir soluções que podem superar o resultado das heurísticas construtivas clássicas. Além disso, a geração de diferentes soluções iniciais permite que a fase de melhoria inicie em diferentes pontos do espaço de soluções, e isso ajuda no processo de busca de melhores soluções.

4.2. Fase de melhoria

A fase de melhoria consiste em melhorar uma solução inicial e isso é feito na MSPT utilizando tanto procedimentos que têm a finalidade de convergir o resultado para um ótimo local, procedimento *Busca local com TS*, como com a finalidade de diversificar a solução com perturbações, procedimento este denominado *Perturbação*. A sequência de aplicação dos procedimentos é indicada nos passos 13 a 17 descritos na Figura 4.1.

A cada iteração, se a solução incumbente for superior à melhor solução encontrada até o momento, então, a melhor solução é atualizada (passo 18).

Além disso, após a última inicialização da MSPT ser realizada (passo 28) é aplicado o procedimento *3Opt* que tem a finalidade de definir o sequenciamento de pedidos que minimiza a distância total percorrida em cada rota e, consequentemente, reduz os custos variáveis de transporte.

4.2.1. Busca local com TS

Como procedimento para melhorar uma determinada solução, foi proposta a realização de busca local utilizando os operadores *Realocação* e *Troca*, inspirados nos métodos utilizados por Osman (1993). Contudo, ao invés de testar todas as combinações de movimentos dentre os pedidos de duas rotas, o procedimento proposto tem a vizinhança de soluções a ser explorada limitada por um determinado critério inspirado no método “*Granular Search*” utilizado por Toth e Vigo (2003).

Quando aplicado o operador *Realocação*, o primeiro passo é escolher uma rota $v \in V$ da solução atual e formar o conjunto denominado A^v , que contém os pedidos da rota v com os seguintes critérios: maior distância com relação ao depósito e o par de pedidos que possui o maior ângulo entre seus azimutes. Os pedidos que fazem parte da rota de um veículo e que atendem a esses critérios permitem uma alteração no valor da função objetivo, ou pelo menos ajudam a flexibilizar o ângulo da rota a fim de que se possa encontrar novas combinações de pedidos que sejam viáveis. Em seguida, é formado um conjunto denominado $B^{v'}$ que possui apenas o primeiro pedido da rota $v' \in V$, $v' \neq v$. O operador *Realocação*, exemplificado na Figura 4.5, seleciona um pedido do conjunto A^v e realoca esse pedido em uma posição prévia ao pedido do conjunto $B^{v'}$. Dessa forma, caso o pedido do conjunto A^v seja o único pedido da rota, o número de rotas da solução é reduzido. É importante ressaltar que a escolha do primeiro pedido da rota v' foi feita a fim de simplificar e agilizar o procedimento, uma vez que o sequenciamento dos pedidos não altera a função objetivo.

Figura 4.5 – Exemplo Realocação

Operador Realocação (Pedidos 2 e 3)

Fonte: Próprio autor

Quando aplicado o operador *Troca*, o primeiro passo também é formar o conjunto A^v conforme exposto anteriormente, mas, nesse caso, o segundo conjunto formado é denominado $B^{v''}$ que possui todos os pedidos da rota v'' , $v'' > v$. O operador *Troca*, exemplificado na Figura 4.6, seleciona um pedido do conjunto A^v e troca esse pedido com um pedido do conjunto $B^{v''}$.

Figura 4.6 – Exemplo Troca

Fonte: Próprio autor

O procedimento proposto também é inspirado na metaheurística TS, e a escolha do movimento a ser realizado para ambos os operadores é feita de acordo com o primeiro movimento que gerar melhoria na função objetivo ou o que gerar a menor degradação desde que os pedidos envolvidos não estejam no período tabu. A única exceção é quando um movimento que contém um pedido no período tabu consegue melhorar a função objetivo, pois, nesse caso, o movimento é aceito, caracterizando o chamado critério de aspiração.

Em ambos os operadores, o pedido escolhido do conjunto A^v passa a ter um período tabu, cujo valor é determinado conforme expressão (4.9), ou seja, função da raiz do número total de pedidos n . De acordo com a lógica da TS, o movimento realizado deve ter sua reversão impedida durante o período tabu. Portanto, de maneira estratégica, é feito o armazenamento de atributos da solução, que foram modificados em iterações prévias. Associa-se ao pedido movimentado do conjunto A^v , como atributo da solução, o número do pedido com a máxima distância direta ao depósito da rota v . Caso o pedido que está sendo movimentado seja o cliente mais distante do depósito é então associado o número do segundo pedido com a máxima distância direta do depósito da rota v . Por exemplo, assumindo-se um roteiro hipotético no qual o pedido 13 está sendo retirado da rota 2, cujo ponto de entrega mais distante do depósito é o pedido 32, busca-se evitar que o pedido 13 retorne à rota 2 (à qual pertence o pedido 32) durante o período tabu. Para fazer isso, ao invés de identificar a rota que o pedido 13 está saindo o algoritmo identifica o pedido mais distante da rota que é o pedido 32 e associa o número 32 ao pedido 13 para evitar que esses pedidos fiquem em um mesmo agrupamento ao longo da duração tabu.

$$\text{Período Tabu} = \frac{\sqrt{n}}{2} \quad (4.9)$$

O procedimento proposto é aplicado por τ iterações, mas pode ser interrompido prematuramente caso seja atingido um número máximo de iterações consecutivas sem melhoria da função objetivo. Esse número de iteração é função de τ e ajustado pelo parâmetro σ que pode assumir valores entre 0 e 1 conforme expressão (4.10).

$$\text{Iterações sem melhoria} = \tau * \sigma \quad (4.10)$$

A finalidade que se busca ao estabelecer um período tabu para o pedido movimentado do conjunto A^v e aceitar piores soluções ao longo da busca local é ultrapassar mínimos locais por meio da restrição de determinadas regiões do espaço de soluções.

4.2.2. Procedimento Perturbação

O procedimento *Perturbação* é inspirado na metaheurística ILS e tem como objetivo buscar escapar de mínimos locais ao destruir e reconstruir parte de uma solução. Existe uma chance de 50% do operador remover uma ou duas categorias de $\eta\%$ das rotas da solução. O valor η é definido aleatoriamente entre 1 e o número total de rotas da solução a cada vez que o operador é aplicado. Após a solução ser parcialmente destruída, os pedidos que haviam sido eliminados são reinseridos na solução seguindo a lógica da heurística FF. A periodicidade de utilização desse procedimento é função de σ conforme expressão (4.11), sendo ajustada pelo parâmetro π que pode assumir valores entre 0 e 1.

$$\text{Periodicidade Perturbação} = \sigma * \pi \quad (4.11)$$

4.2.3. Procedimento 3Opt

O procedimento *3Opt* é utilizado para encontrar um bom sequenciamento de pedidos que reduza ao máximo a distância percorrida em cada rota. O procedimento *3Opt* é um caso especial do procedimento *λopt* proposto por Lin (1965) e consiste em realizar trocas de três arcos (ou arestas) em uma rota, reconectando os pontos da rota de todas as outras maneiras possíveis e avaliando cada movimento para encontrar o melhor e modificar a solução. Esse processo é então repetido para um conjunto diferente de três arcos até que não haja mais possibilidade de redução da distância percorrida.

É importante enfatizar que o *3Opt* inclui todos os movimentos do *2Opt* que também é um caso especial do *λopt* proposto por Lin (1965). A Figura 4.7 ilustra os 3 tipos de movimentos com 2 arcos e a Figura 4.8 ilustra os 4 tipos de movimentos com 3 arcos. Todos os movimentos são realizados no *3Opt*.

Figura 4.7 – Movimentos com 2 arcos

Fonte: Próprio autor

O procedimento *3Opt* é aplicado apenas ao final, no passo 28 indicado na Figura 4.1, pois obter o sequenciamento de pedidos durante a fase de melhoria traria um custo de processamento adicional sem trazer benefícios para melhoria da função objetivo.

Figura 4.8 – Movimentos com 3 arcos

Fonte: Próprio autor

5. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

As heurísticas propostas foram implementadas em linguagem C++ utilizando o Microsoft Visual Studio 2017. Para fins de testes, foi utilizado um computador com processador Intel® Core™ i7-4500U CPU @ 1,80GHz e 8Gbytes de memória RAM.

A formulação matemática proposta também foi implementada em C++ utilizando o Microsoft Visual Studio 2017. Foi utilizado o Software de otimização GUROBI para obter o Programa Linear (LP), de cada instância gerando um arquivo com a extensão “.lp”. Contudo, dada a natureza combinatória do problema, os experimentos computacionais para resolução dos arquivos “.lp” foram realizados utilizando os recursos computacionais de alto desempenho do Laboratório de Computação Científica Avançada (LCCA) da Universidade de São Paulo. Mais especificamente, utilizou-se o software de otimização CPLEX instalado no “cluster” Águia que possui 64 servidores físicos; cada servidor possui um processador Intel® Xeon® E7-2870 @ 2,40 GHz com 10 núcleos, 20 threads e 512 GB de RAM. O limite de tempo de processamento de cada instância foi definido em 5 horas.

5.1. Descrição do conjunto de dados e experimentos

Foram selecionadas 40 instâncias de problemas de roteamento propostas por Augerat (1995) e classificadas nos conjuntos denominados A, B e P conforme biblioteca CVRPLIB (<http://vrp.atd-lab.inf.puc-rio.br>). Essas instâncias foram criadas especificamente para o “*Vehicle Routing Problem*” (VRP), com frota homogênea de veículos capacitados. Possuem de 16 a 78 clientes e estão nomeadas conforme padrão P_nN_kK, no qual a primeira letra é o nome do conjunto de instâncias, N é o número de nós e K indica o número de rotas para a melhor solução conhecida (BKS) por Augerat (1995). O conjunto A possui instâncias cuja localização do depósito, clientes e demandas foram geradas aleatoriamente de acordo com uma distribuição uniforme. As instâncias do conjunto B são caracterizadas por conterem localizações de clientes agrupadas e por isso são mais semelhantes a casos práticos do VRP. Para todas as instâncias dos conjuntos A e B a capacidade é de 100 unidades e as demandas estão entre 1 e 30 unidades. Por fim, o conjunto P é composto de versões modificadas de outras instâncias da literatura; entretanto, não foi encontrada uma referência das instâncias originais nem qual foi a modificação realizada. As capacidades do conjunto P estão no intervalo de 35 a 3.000 unidades.

Todas as distâncias e ângulos calculados foram arredondados para o inteiro mais próximo (por exemplo, 4,5 é arredondado para 5,0). A fim de adaptar as instâncias selecionadas para o problema proposto, foi feita uma divisão da demanda original nas seis categorias definidas de maneira randômica, de modo que as demandas originais sejam distribuídas de forma uniforme dentre as seis categorias. Ou seja, uma instância de 16 clientes pode ter até 96 pedidos e uma instância de 78 clientes pode ter até 468 diferentes pedidos.

5.2. Ajuste de parâmetros

O ajuste de parâmetros foi feito a fim de se encontrar as melhores configurações relacionadas ao cálculo das economias (heurísticas para o VRP), número de iterações de busca local, número de reinícios e probabilidade de escolha da heurística construtiva, que correspondem aos parâmetros chave das heurísticas propostas nesta pesquisa.

Para esse fim, foram selecionadas nove instâncias, sendo três instâncias de cada um dos conjuntos A, B e P: a menor instância, uma instância de tamanho médio e a maior instância. As instâncias selecionadas foram A-n32-k5, A-n39-k6, A-n48-k7, B-n31-k5, B-n50-k8, B-n78-k10, P-n16-k8, P-n23-k8 e P-n50-k10.

O ajuste foi feito em 4 etapas. Primeiramente, foram ajustados os parâmetros que influenciam o cálculo das economias (heurísticas para o VRP). Na segunda etapa, foram ajustados os parâmetros que influenciam na fase de melhoria. Na terceira etapa, foram ajustados os parâmetros relacionados à estratégia de múltiplos reinícios. Por fim, foram analisados dois tipos de probabilidades na escolha da heurística construtiva na fase de construção.

A Tabela 5.1 indica os parâmetros e respectivos valores testados em cada etapa. Na primeira etapa, foram executadas as heurísticas CW-SEQ e CW-PAR para cada uma das 9 instâncias escolhidas, o que totaliza $2 * 9 * 5 * 2 * 2 = 360$ execuções. Na segunda etapa, cada uma das 9 heurísticas propostas foi aplicada nas 9 instâncias, com 3 sementes distintas para geração de números aleatórios, o que totaliza $9 * 9 * 3 * 3 * 3 * 3 = 6.561$ execuções. Na terceira etapa, cada uma das 9 heurísticas propostas foi aplicada nas 9 instâncias, também com 3 sementes para geração de números aleatórios o que totaliza $9 * 9 * 3 * 3 * 3 * 4 = 8.748$ execuções. Por fim, na quarta etapa, foi testada a probabilidade de escolha da heurística construtiva com 3 sementes para geração de números aleatórios o que totaliza $9 * 3 * 2 = 27$ execuções. Para cada execução é calculado um indicador denominado “Acuracidade” de acordo com a expressão

(5.1), na qual x_i é o valor encontrado utilizando uma determinada heurística construtiva para uma dada instância e x_{min} é o menor desses valores.

Tabela 5.1 – Parâmetros e valores testados

Tipo	Parâmetro	Símbolo	Valores
Cálculo das economias	Fator de forma	λ	0 / 0,5 / 1 / 1,5 / 2
	Fator de demanda	γ	0 / 1
	Fator de compatibilidade	α	0 / 1
Fase de melhoria	Número de Iterações	τ	500 / 1000 / 1500
	Número de Iterações sem melhoria	σ	0,25 / 0,5 / 0,75
	Periodicidade da Perturbação	π	0,05 / 0,1 / 0,2
Múltiplos reinícios	Número de reinícios com ou sem fase de melhoria	ω	50 / 100 / 200
	Desvio máximo em relação à solução incumbente	ε	1,1 / 1,2 / 1,3
	Tamanho da Lista Restrita de Candidatos	μ	3 / 6 / 9 / 12
Escolha da heurística construtiva	Tipo de Probabilidade	-	Uniforme / Pontuações

Para ajustar os parâmetros do cálculo das economias foram executadas as versões CW-SEQ e CW-PAR das heurísticas para o VRP sem a utilização da fase de melhoria ou múltiplos reinícios.

$$Acuracidade = 1 - \frac{(x_i - x_{min})}{x_{min}} \quad (5.1)$$

As tabelas de resultados do ajuste de parâmetros possuem na primeira coluna os valores do respectivo parâmetro testado. Em seguida, a coluna ‘Soma (Posição = 1)’ indica o número de vezes em que o resultado de uma determinada heurística construtiva em uma dada instância utilizando o valor do parâmetro escolhido ficou em primeiro lugar entre todos os conjuntos de parâmetros testados. Por fim, a terceira e quarta coluna indicam, respectivamente, a acuracidade média e máxima entre todas as heurísticas construtivas e instâncias testadas.

A Tabela 5.2 sumariza os resultados da primeira etapa com relação ao parâmetro λ , que multiplica c_{ij} na expressão (4.4). É possível identificar que $\lambda = 0$ ficou em primeiro lugar em 10 execuções, e entre todas as combinações possui os maiores valores de Acuracidade média e mínima, com exceção de $\lambda = 1$, que possui um valor de Acuracidade mínima 4,5% maior. Utilizar o parâmetro $\lambda = 0$ descaracteriza um cálculo de “economia”, mas mesmo assim essa maneira de ordenar a lista de economias e fazer a construção de rotas mostra-se bastante eficiente. Para o problema proposto, verifica-se que quanto maior o valor de λ , menor a qualidade das soluções geradas.

Tabela 5.2 – Ajuste do Parâmetro λ

λ	Soma (Posição = 1)	Acuracidade média	Acuracidade mínima
0	10	95,3%	73,3%
0,5	9	93,0%	77,8%
1	6	90,7%	67,6%
1,5	2	87,5%	66,5%
2	2	84,1%	45,5%

A Tabela 5.3 resume os resultados da primeira etapa com relação ao parâmetro γ , denominado fator de demanda (expressão (4.5)). É possível identificar que $\gamma = 0$ ficou em 16 execuções em primeiro lugar. A acuracidade média é bem próxima de $\gamma = 1$ e possui uma acuracidade mínima 3,1% menor. Utilizar o parâmetro $\gamma = 0$ significa não levar em consideração a demanda dos pedidos para desempatar pares de pedidos com valores de economia iguais. É possível ver que com ambos os valores a Acuracidade média é muito próxima, portanto, será adotado $\gamma = 0$.

Tabela 5.3 – Ajuste do parâmetro γ

γ	Soma (Posição = 1)	Acuracidade média	Acuracidade mínima
0	16	90,3%	45,5%
1	13	90,0%	48,6%

A Tabela 5.4 resume os resultados da primeira etapa com relação ao parâmetro α , denominado fator de compatibilidade (expressão (4.6)). É possível identificar que $\alpha = 1$ ficou em 23 execuções em primeiro lugar. A acuracidade média e mínima são superiores aos valores de $\alpha = 0$. Utilizar o parâmetro $\alpha = 1$ significa levar em consideração o grau de compatibilidade dos pedidos para desempatar pares de pedidos com valores iguais de economia. Portanto, será utilizado $\alpha = 1$.

Tabela 5.4 – Ajuste do parâmetro α

α	Soma (Posição = 1)	Acuracidade média	Acuracidade mínima
0	6	88,3%	45,5%
1	23	91,9%	51,3%

Para ajustar os parâmetros que influenciam na fase de melhoria foi realizada apenas uma inicialização da MSPT com cada uma das heurísticas construtivas propostas. A Tabela 5.5 resume os resultados da segunda etapa com relação ao parâmetro τ , número de iterações do procedimento *Busca local com TS*. É possível identificar que realizar um maior número de iterações leva a melhores resultados, mas existe um custo de tempo de processamento associado. De qualquer forma, será adotado $\tau = 1.500$ para execução da MSPT. Não foram

testados valores maiores para manter o tempo de execução da fase de melhoria em até 15 segundos para o pior caso.

Tabela 5.5 – Ajuste do parâmetro τ

τ	Soma (Posição = 1)	Acuracidade média	Acuracidade mínima	Soma de tempo (segundos)
500	332	91,5%	59,6%	1.558
1.000	417	93,5%	59,6%	2.861
1.500	518	94,1%	66,1%	4.856

A Tabela 5.6 sumariza os resultados da segunda etapa com relação ao parâmetro σ , que define o número de iterações sem melhoria do procedimento *Busca local com TS* conforme expressão (4.10) ao multiplicar τ . É possível identificar que $\sigma = 0,5$ obteve o maior número de execuções em primeiro lugar. Mesmo assim, os demais valores de σ possuem uma acuracidade média muito próxima. Portanto, será adotado $\sigma = 0,25$ para execução da MSPT para reduzir o tempo de processamento sem grande perda da qualidade da solução.

Tabela 5.6 – Ajuste do parâmetro σ

σ	Soma (Posição = 1)	Acuracidade média	Acuracidade mínima	Soma de tempo (segundos)
0,25	396	92,4%	59,6%	2.234
0,5	460	93,4%	66,1%	3.258
0,75	411	93,3%	59,6%	3.782

A Tabela 5.7 sumariza os resultados da segunda etapa com relação ao parâmetro π , que define a periodicidade do procedimento *Perturbação* conforme expressão (4.11) ao multiplicar σ . É possível identificar que $\pi = 0,05$ obteve o maior número de execuções em primeiro lugar. Mesmo assim, $\pi = 0,1$ possui uma acuracidade média muito próxima. Portanto, será adotado $\pi = 0,1$ para execução da MSPT a fim de reduzir o tempo de processamento sem grande perda da qualidade da solução.

Tabela 5.7 – Ajuste do parâmetro π

π	Soma (Posição = 1)	Acuracidade média	Acuracidade mínima	Soma de tempo (segundos)
0,05	528	93,8%	63,7%	4.061
0,1	427	93,4%	66,1%	2.627
0,25	312	91,8%	59,6%	2.587

Com relação aos parâmetros que influenciam a estratégia de múltiplos reinícios, a Tabela 5.8 sumariza os resultados da terceira etapa referente ao parâmetro ω , número de reinícios com ou sem fase de melhoria (passo 3 do algoritmo). É possível identificar que realizar um maior número de reinícios leva a melhores resultados, mas existe um custo de tempo de processamento associado. De qualquer forma, será adotado $\omega = 200$ para execução da MSPT.

Não foram testados valores maiores para manter o tempo de execução do algoritmo em até 60 segundos para o pior caso.

Tabela 5.8 – Ajuste do parâmetro ω

ω	Soma (Posição = 1)	Acuracidade média	Acuracidade mínima	Soma de tempo (segundos)
50	688	93,1%	64,9%	8.035
100	832	93,6%	64,9%	13.973
200	987	94,0%	64,9%	25.387

A Tabela 5.9 resume os resultados da terceira etapa com relação ao parâmetro ε , desvio máximo do valor da heurística construtiva em relação à solução incumbente (passo 9 do algoritmo). É possível identificar que $\varepsilon = 1,3$ obteve o maior número de execuções em primeiro lugar. Também pode-se observar que realizar a fase de melhoria em soluções com menor qualidade leva a melhores resultados, mas existe um custo de tempo de processamento associado. De qualquer forma, será adotado $\varepsilon = 1,3$ para a execução da MSPT. Não foram testados valores maiores para manter o tempo de execução do algoritmo em até 60 segundos para o pior caso.

Tabela 5.9 – Ajuste do parâmetro ε

ε	Soma (Posição = 1)	Acuracidade média	Acuracidade mínima	Soma de tempo (segundos)
1,1	585	91,9%	64,9%	8.955
1,2	836	94,0%	68,3%	16.188
1,3	1086	94,7%	78,8%	22.251

A Tabela 5.10 resume os resultados da terceira etapa com relação ao parâmetro μ , tamanho da Lista Restrita de Candidatos (LRC). É possível identificar que $\mu = 6$ obteve o maior número de execuções em primeiro lugar. Mesmo assim, os demais valores possuem uma acuracidade média muito próxima e os valores de μ testados não alteram significativamente a qualidade da solução. De qualquer forma, será adotado $\mu = 6$ para execução da MSPT.

Tabela 5.10 – Ajuste do parâmetro μ

μ	Soma (Posição = 1)	Acuracidade média	Acuracidade mínima	Soma de tempo (segundos)
3	601	93,4%	64,9%	11.749
6	624	93,5%	64,9%	11.831
9	641	93,6%	64,9%	11.899
12	641	93,6%	64,9%	11.915

Com relação ao tipo de probabilidade na escolha da heurística construtiva a ser utilizada em cada reinício, a Tabela 5.11 resume os resultados da quarta etapa e é possível identificar que a probabilidade com base em pontuações obteve o maior número de execuções em primeiro lugar. Mesmo assim, é possível perceber que a probabilidade uniforme resulta uma acuracidade

média muito próxima. Portanto, será adotada a probabilidade uniforme para execução da MSPT para economizar tempo de processamento sem grande perda na qualidade da solução.

Tabela 5.11 – Ajuste do tipo de probabilidade na escolha da heurística construtiva

Probabilidade	Soma (Posição = 1)	Acuracidade média	Acuracidade mínima	Soma de tempo (segundos)
Uniforme	13	99,0%	96,3%	3.698
Pontuação	18	99,2%	96,2%	4.708

Por fim, a Tabela 5.12 sumariza os valores resultantes dos conjuntos de parâmetros que serão utilizados para realizar os experimentos computacionais com o método heurístico.

Tabela 5.12 – Parâmetros e valores definidos

Tipo	Parâmetro	Símbolo	Valores
Cálculo das economias	Fator de forma	λ	0
	Fator de demanda	γ	0
	Fator de compatibilidade	α	1
Fase de melhoria	Número de Iterações	τ	1.500
	Número de Iterações sem melhoria	σ	0,25
	Periodicidade da Perturbação	π	0,1
	Número de reinícios	ω	200
Múltiplos reinícios	com ou sem fase de melhoria		
	Fator de qualidade	ε	1,3
	Lista Restrita de Candidatos	M	6
Escolha da heurística construtiva	Tipo de Probabilidade	-	Uniforme

5.3. Resultados

Os resultados estão divididos em 3 seções. A primeira seção corresponde aos experimentos computacionais do problema proposto com 6 categorias. A segunda seção possui os resultados do problema proposto com 1 categoria, ou seja, assume-se que todos os clientes fazem apenas 1 pedido da mesma categoria. Por fim, na terceira seção é feita uma análise comparativa entre os resultados ótimos das instâncias originais propostas por Augerat (1995) e os resultados do método heurístico proposto com o objetivo de minimização que considera a soma da máxima distância direta em cada rota.

5.3.1. Problema com 6 categorias

A Tabela 5.13, a Tabela 5.14 e a Tabela 5.15 indicam os resultados de cada heurística construtiva proposta e a respectiva diferença percentual com relação à melhor solução obtida em cada instância. Os valores sublinhados em negrito destacam a heurística que atingiu o menor dos valores dentre as demais.

Tabela 5.13 – Resultados das heurísticas construtivas: 6Cat (Conjunto A)

Inst	CW-SEQ	CW-PAR	FF-P	FF-D	FF-A	BF-P	BF-D	BF-A	CPP-A
Conj. A	Valor da função objetivo Diferença percentual com o menor valor								
n32-k5-90	256 8%	236 0%	289 22%	249 6%	259 10%	316 34%	255 8%	279 18%	359 52%
n32-k5-60	292 4%	292 4%	317 13%	305 9%	281 0%	314 12%	304 8%	285 1%	355 26%
n32-k5-45	322 13%	322 13%	317 12%	302 6%	284 0%	317 12%	302 6%	318 12%	429 51%
n33-k5-90	238 10%	217 0%	276 27%	238 10%	221 2%	276 27%	238 10%	217 0%	291 34%
n33-k5-60	302 35%	302 35%	314 41%	302 35%	223 0%	314 41%	302 35%	224 0%	315 41%
n33-k5-45	311 1%	311 1%	309 1%	311 1%	311 1%	309 1%	311 1%	307 0%	309 1%
n33-k6-90	217 0%	217 0%	261 20%	217 0%	221 2%	252 16%	217 0%	217 0%	291 34%
n33-k6-60	310 39%	310 39%	280 26%	310 39%	223 0%	312 40%	310 39%	223 0%	315 41%
n33-k6-45	332 6%	313 0%	342 9%	332 6%	313 0%	342 9%	332 6%	313 0%	346 11%
n34-k5-90	217 0%	217 0%	291 34%	217 0%	221 2%	282 30%	217 0%	217 0%	298 37%
n34-k5-60	310 39%	310 39%	310 39%	310 39%	223 0%	310 39%	310 39%	223 0%	302 35%
n34-k5-45	332 6%	332 6%	313 0%	332 6%	313 0%	313 0%	332 6%	313 0%	374 19%
n36-k5-90	217 0%	217 0%	291 34%	217 0%	221 2%	282 30%	217 0%	217 0%	301 39%
n36-k5-60	310 39%	310 39%	310 39%	310 39%	223 0%	342 53%	310 39%	223 0%	346 55%
n36-k5-45	332 6%	313 0%	342 9%	332 6%	313 0%	342 9%	332 6%	313 0%	313 0%
n37-k5-90	384 4%	370 0%	441 19%	427 15%	445 20%	479 29%	432 17%	434 17%	420 14%
n37-k5-60	493 6%	467 0%	522 12%	488 4%	535 15%	554 19%	468 0%	529 13%	523 12%
n37-k5-45	673 14%	673 14%	609 3%	676 15%	590 0%	609 3%	700 19%	590 0%	695 18%
n37-k6-90	317 0%	316 0%	401 27%	371 17%	342 8%	416 32%	371 17%	368 16%	391 24%
n37-k6-60	334 2%	326 0%	374 15%	362 11%	346 6%	413 27%	393 21%	364 12%	412 26%
n37-k6-45	376 3%	366 0%	389 6%	371 1%	383 5%	386 5%	378 3%	383 5%	490 34%
n38-k5-90	460 14%	460 14%	445 10%	470 17%	403 0%	463 15%	452 12%	403 0%	452 12%
n38-k5-60	590 7%	656 19%	617 12%	597 8%	557 1%	623 13%	590 7%	551 0%	636 15%
n38-k5-45	723 5%	723 5%	773 13%	705 3%	686 0%	761 11%	688 0%	691 1%	752 10%
n39-k5-90	495 13%	504 15%	475 8%	505 15%	438 0%	493 13%	481 10%	438 0%	531 21%
n39-k5-60	671 8%	693 11%	670 8%	662 6%	628 1%	698 12%	688 11%	622 0%	637 2%
n39-k5-45	774 7%	754 4%	832 15%	756 5%	740 2%	818 13%	723 0%	741 2%	943 30%
n39-k6-90	504 19%	546 29%	423 0%	529 25%	452 7%	423 0%	496 17%	448 6%	615 45%
n39-k6-60	611 3%	596 0%	678 14%	599 1%	600 1%	670 12%	596 0%	599 1%	686 15%
n39-k6-45	783 8%	783 8%	788 9%	787 9%	724 0%	754 4%	831 15%	732 1%	892 23%
n45-k6-90	502 19%	546 29%	423 0%	523 24%	448 6%	423 0%	496 17%	448 6%	481 14%
n45-k6-60	603 1%	596 0%	678 14%	596 0%	600 1%	670 12%	596 0%	599 1%	660 11%
n45-k6-45	783 8%	783 8%	788 9%	787 9%	724 0%	754 4%	831 15%	732 1%	886 22%
n45-k7-90	600 8%	600 8%	710 28%	643 16%	554 0%	718 30%	603 9%	557 1%	653 18%
n45-k7-60	852 12%	852 12%	814 7%	852 12%	762 0%	814 7%	852 12%	762 0%	837 10%
n45-k7-45	879 13%	879 13%	891 14%	879 13%	780 0%	891 14%	879 13%	780 0%	904 16%
n46-k7-90	565 8%	521 0%	623 20%	575 10%	574 10%	598 15%	529 2%	574 10%	632 21%
n46-k7-60	789 18%	831 24%	774 16%	789 18%	669 0%	765 14%	822 23%	669 0%	807 21%
n46-k7-45	857 0%	872 2%	1014 19%	853 0%	954 12%	1006 18%	867 2%	948 11%	861 1%
n48-k7-90	647 7%	645 7%	660 9%	633 5%	712 18%	603 0%	645 7%	681 13%	702 16%
n48-k7-60	791 5%	791 5%	820 9%	791 5%	754 0%	797 6%	791 5%	754 0%	920 22%
n48-k7-45	933 7%	933 7%	874 0%	933 7%	885 1%	874 0%	949 9%	885 1%	954 9%
Total	21287 6%	21301 6%	22068 10%	21443 6%	20135 0%	22096 10%	21436 6%	20171 0%	23316 16%

A Tabela 5.16 sumariza os resultados e é possível identificar que a heurística CW-PAR ficou em primeiro lugar com 44 melhores resultados, seguida da heurística CW-SEQ com 37 melhores resultados. Além disso, do total de melhores resultados a CW-PAR ficou em primeiro lugar sozinha em 31 instâncias e a CW-SEQ em 27 instâncias.

Tabela 5.14 – Resultados das heurísticas construtivas: 6Cat (Conjunto B)

Inst	CW-SEQ	CW-PAR	FF-P	FF-D	FF-A	BF-P	BF-D	BF-A	CPP-A
Conj. B	Valor da função objetivo Diferença percentual com o menor valor								
n31-k5-90	586 9%	536 0%	647 21%	556 4%	713 33%	621 16%	596 11%	687 28%	763 42%
n31-k5-60	837 8%	890 15%	869 12%	837 8%	778 0%	851 10%	837 8%	777 0%	908 17%
n31-k5-45	921 0%	1017 10%	997 8%	921 0%	933 1%	997 8%	921 0%	933 1%	945 3%
n34-k5-90	723 6%	833 23%	680 0%	732 8%	813 20%	742 9%	710 4%	705 4%	852 25%
n34-k5-60	773 2%	849 12%	1053 39%	755 0%	928 23%	1019 35%	799 6%	899 19%	867 15%
n34-k5-45	1063 26%	1100 30%	927 10%	1063 26%	857 1%	927 10%	1076 27%	845 0%	995 18%
n35-k5-90	612 7%	718 25%	758 32%	612 7%	573 0%	758 32%	633 10%	573 0%	733 28%
n35-k5-60	822 2%	1029 28%	840 4%	816 1%	807 0%	840 4%	820 2%	807 0%	908 13%
n35-k5-45	930 0%	930 0%	1171 26%	930 0%	1008 8%	1171 26%	975 5%	1008 8%	984 6%
n38-k6-90	734 0%	736 0%	854 16%	819 12%	939 28%	860 17%	796 8%	900 23%	734 0%
n38-k6-60	819 0%	819 0%	1007 23%	841 3%	829 1%	989 21%	832 2%	824 1%	851 4%
n38-k6-45	945 0%	945 0%	1169 24%	945 0%	1077 14%	1150 22%	958 1%	1090 15%	952 1%
n39-k5-90	577 5%	615 12%	630 15%	547 0%	699 28%	606 11%	575 5%	699 28%	719 31%
n39-k5-60	783 0%	783 0%	883 13%	783 0%	915 17%	883 13%	783 0%	915 17%	982 25%
n39-k5-45	1011 3%	1011 3%	1003 2%	1011 3%	984 0%	1003 2%	1011 3%	984 0%	1079 10%
n41-k6-90	721 9%	748 13%	819 24%	752 14%	668 1%	875 32%	741 12%	661 0%	775 17%
n41-k6-60	827 3%	987 23%	874 9%	807 1%	862 8%	927 16%	800 0%	862 8%	982 23%
n41-k6-45	965 4%	1087 17%	1047 13%	970 5%	972 5%	1153 24%	1013 9%	928 0%	1249 35%
n43-k6-90	617 2%	608 0%	819 35%	607 0%	843 39%	804 32%	608 0%	839 38%	803 32%
n43-k6-60	894 3%	932 7%	1027 18%	899 3%	903 4%	1016 17%	870 0%	903 4%	978 12%
n43-k6-45	1014 3%	1208 23%	1267 29%	1029 5%	1029 5%	1267 29%	984 0%	1029 5%	1176 20%
n44-k7-90	729 4%	747 7%	813 16%	741 6%	701 0%	779 11%	791 13%	742 6%	852 22%
n44-k7-60	856 4%	875 6%	897 9%	822 0%	894 9%	874 6%	822 0%	888 8%	1111 35%
n44-k7-45	991 18%	991 18%	1063 27%	991 18%	840 0%	1081 29%	1008 20%	840 0%	1172 40%
n45-k5-90	2110 0%	2102 0%	2930 39%	2531 20%	2727 30%	2834 35%	2596 24%	2703 29%	2669 27%
n45-k5-60	2214 0%	2219 0%	2733 23%	2642 19%	2768 25%	2808 27%	2618 18%	2738 24%	2725 23%
n45-k5-45	2358 1%	2342 0%	2936 25%	2785 19%	2809 20%	2924 25%	2737 17%	2851 22%	2983 27%
n45-k6-90	2390 0%	2397 0%	3404 42%	3099 30%	3472 45%	3448 44%	3318 39%	3440 44%	3418 43%
n45-k6-60	2482 0%	2492 0%	3487 40%	3190 29%	3465 40%	3573 44%	3169 28%	3419 38%	3476 40%
n45-k6-45	2506 0%	2539 1%	3430 37%	3172 27%	3388 35%	3435 37%	3265 30%	3358 34%	3419 36%
n50-k7-90	1909 0%	1908 0%	2597 36%	2333 22%	2538 33%	2593 36%	2372 24%	2534 33%	2603 36%
n50-k7-60	1972 0%	2034 3%	2593 31%	2417 23%	2486 26%	2586 31%	2354 19%	2500 27%	2672 35%
n50-k7-45	2103 0%	2124 1%	2607 24%	2438 16%	2593 23%	2598 24%	2472 18%	2563 22%	2652 26%
n50-k8-90	2402 1%	2374 0%	3132 32%	2801 18%	3133 32%	3164 33%	2884 21%	3212 35%	3421 44%
n50-k8-60	2424 0%	2452 1%	3152 30%	2932 21%	3120 29%	3208 32%	2972 23%	3115 29%	3410 41%
n50-k8-45	2544 0%	2575 1%	3218 26%	2963 16%	3082 21%	3215 26%	3060 20%	3055 20%	3580 41%
n66-k9-90	1487 0%	1490 0%	1953 31%	1639 10%	1736 17%	1974 33%	1659 12%	1715 15%	1827 23%
n66-k9-60	1487 2%	1452 0%	1816 25%	1596 10%	1772 22%	1833 26%	1584 9%	1676 15%	1894 30%
n66-k9-45	1520 0%	1562 3%	1732 14%	1654 9%	1745 15%	1731 14%	1676 10%	1763 16%	1884 24%
n78-k10-90	1756 0%	1755 0%	1905 9%	1863 6%	1822 4%	1948 11%	1919 9%	1773 1%	2022 15%
n78-k10-60	1735 0%	1731 0%	1952 13%	1843 6%	1865 8%	1903 10%	1845 7%	1839 6%	2023 17%
n78-k10-45	1735 0%	1730 0%	1815 5%	1771 2%	1816 5%	1825 5%	1768 2%	1816 5%	2037 18%
Total	56884 0%	58272 2%	69506 22%	63455 12%	66902 18%	69793 23%	64227 13%	66408 17%	71085 25%

As heurísticas para o BPP alcançaram melhores resultados em 28 instâncias em que a CW-SEQ e CW-PAR não conseguiram. Já a heurística para o CPP conseguiu encontrar apenas 2 melhores resultados. Isso ocorreu porque a escolha das sementes para iniciar a construção de uma solução

é feita de maneira aleatória e, portanto, seria necessário aplicar uma estratégia de múltiplos reinícios para que essa heurística pudesse obter um melhor desempenho.

Tabela 5.15 – Resultados das heurísticas construtivas: 6Cat (Conjunto P)

Inst	CW-SEQ	CW-PAR	FF-P	FF-D	FF-A	BF-P	BF-D	BF-A	CPP-A
Conj. P	Valor da função objetivo Diferença percentual com o menor valor								
n16-k8-90	2219 0%	2213 0%	2673 21%	2438 10%	2464 11%	2641 19%	2434 10%	2554 15%	2503 13%
n16-k8-60	2200 0%	2197 0%	2607 19%	2473 13%	2556 16%	2702 23%	2520 15%	2556 16%	2588 18%
n16-k8-45	2248 0%	2247 0%	2461 10%	2403 7%	2383 6%	2440 9%	2403 7%	2336 4%	2729 21%
n19-k2-90	1619 0%	1630 1%	2217 37%	2010 24%	2052 27%	2214 37%	2013 24%	2052 27%	2125 31%
n19-k2-60	1688 2%	1651 0%	2091 27%	1893 15%	2071 25%	2053 24%	1856 12%	2002 21%	2241 36%
n19-k2-45	1721 3%	1676 0%	1965 17%	1808 8%	2011 20%	2097 25%	1862 11%	1978 18%	2188 31%
n20-k2-90	1525 0%	1545 1%	2163 42%	1898 24%	1965 29%	2153 41%	1913 25%	2009 32%	1985 30%
n20-k2-60	1579 0%	1595 1%	2061 31%	1892 20%	1993 26%	2143 36%	1969 25%	2027 28%	1981 25%
n20-k2-45	1579 0%	1595 1%	2142 36%	1805 14%	1993 26%	2139 35%	1917 21%	2027 28%	1981 25%
n21-k2-90	1730 1%	1721 0%	2212 29%	2043 19%	2035 18%	2198 28%	2043 19%	2027 18%	2425 41%
n21-k2-60	1789 3%	1743 0%	2268 30%	2095 20%	2021 16%	2241 29%	2006 15%	2080 19%	2450 41%
n21-k2-45	1812 0%	1811 0%	2057 14%	1908 5%	1961 8%	2062 14%	1913 6%	1985 10%	2537 40%
n22-k2-90	1614 0%	1609 0%	2215 38%	1893 18%	1970 22%	2152 34%	1922 19%	1952 21%	2019 25%
n22-k2-60	1647 0%	1645 0%	1884 15%	1789 9%	1796 9%	1892 15%	1790 9%	1783 8%	2112 28%
n22-k2-45	1712 0%	1713 0%	1902 11%	1802 5%	1880 10%	1937 13%	1848 8%	1829 7%	2142 25%
n22-k8-90	1828 0%	1828 0%	2581 41%	2187 20%	2496 37%	2653 45%	2289 25%	2477 36%	2518 38%
n22-k8-60	1826 0%	1858 2%	2573 41%	2224 22%	2523 38%	2572 41%	2180 19%	2465 35%	2490 36%
n22-k8-45	1851 0%	1858 0%	2651 43%	2285 23%	2553 38%	2576 39%	2285 23%	2530 37%	2496 35%
n23-k8-90	1653 0%	1677 1%	2219 34%	1986 20%	2099 27%	2267 37%	2011 22%	2140 29%	2172 31%
n23-k8-60	1670 0%	1708 2%	2122 27%	1925 15%	2123 27%	2159 29%	1934 16%	2094 25%	2187 31%
n23-k8-45	1817 0%	1829 1%	2272 25%	2070 14%	2248 24%	2335 29%	2124 17%	2230 23%	2361 30%
n40-k5-90	1698 0%	1701 0%	2263 33%	1969 16%	2152 27%	2310 36%	2026 19%	2116 25%	2241 32%
n40-k5-60	1750 0%	1753 0%	2276 30%	2030 16%	2022 16%	2374 36%	2077 19%	2084 19%	2414 38%
n40-k5-45	1830 1%	1820 0%	2329 28%	2077 14%	2166 19%	2316 27%	2094 15%	2185 20%	2320 27%
n45-k5-90	1806 0%	1835 2%	2209 22%	2122 17%	2178 21%	2227 23%	2048 13%	2168 20%	2292 27%
n45-k5-60	1850 0%	1867 1%	2267 23%	2116 14%	2198 19%	2231 21%	2097 13%	2189 18%	2449 32%
n45-k5-45	1874 0%	1898 1%	2184 17%	2051 9%	2184 17%	2183 16%	2065 10%	2166 16%	2400 28%
n50-k10-90	761 10%	692 0%	1036 50%	878 27%	901 30%	1004 45%	893 29%	896 29%	1094 58%
n50-k10-60	879 4%	844 0%	1062 26%	981 16%	865 2%	1081 28%	1015 20%	978 16%	1091 29%
n50-k10-45	983 4%	944 0%	1170 24%	1095 16%	1068 13%	1170 24%	1109 17%	1042 10%	1418 50%
n50-k7-90	861 0%	870 1%	967 12%	885 3%	943 10%	989 15%	906 5%	943 10%	904 5%
n50-k7-60	966 10%	1069 22%	1092 24%	923 5%	978 11%	1028 17%	878 0%	961 9%	1110 26%
n50-k7-45	953 0%	1026 8%	1263 33%	988 4%	990 4%	1221 28%	1190 25%	993 4%	1193 25%
n50-k8-90	765 6%	723 0%	921 27%	887 23%	846 17%	939 30%	861 19%	871 20%	921 27%
n50-k8-60	851 5%	842 4%	1147 42%	809 0%	825 2%	1162 44%	819 1%	871 8%	984 22%
n50-k8-45	884 0%	981 11%	944 7%	883 0%	913 3%	971 10%	888 1%	994 13%	1025 16%
Total	56038 0%	56214 0%	70466 26%	63521 13%	66422 19%	70832 26%	64198 15%	66590 19%	72086 29%

Logo, esse resultado indica que faz sentido adotar uma estratégia de múltiplos reinícios na qual diferentes heurísticas construtivas são escolhidas para a fase de construção. Dessa forma, diferentes soluções iniciais são geradas e o método torna-se mais robusto numa grande variedade de instâncias.

Tabela 5.16 – Resumo dos resultados das heurísticas construtivas: 6Cat

Conjunto	CW-SEQ	CW-PAR	FF-P	FF-D	FF-A	BF-P	BF-D	BF-A	CPP-A
Quantidade de vezes em primeiro lugar									
A	3	15	4	5	20	5	6	20	1
B	16	13	1	8	5	0	6	8	1
P	18	16	0	2	0	0	1	0	0
Geral	37	44	5	15	25	5	13	28	2

O tempo de processamento não é mostrado, pois não existe grande diferença nesse quesito entre as heurísticas construtivas. O tempo de processamento é inferior a um segundo na maioria das vezes e chega a quase três segundos no pior caso (Instância n66-k9-90 do conjunto B).

Os resultados do método exato obtido com o CPLEX são indicados na Tabela 5.17, na Tabela 5.18 e na Tabela 5.19 em conjunto com os resultados do método heurístico. Dessa forma, é possível analisar a qualidade dos métodos propostos.

Em cada uma dessas tabelas, as colunas abaixo do título ‘CPLEX’ contêm resultados do método exato. A coluna ‘MSC’ indica a melhor solução gerada pelo CPLEX (destaque em negrito quando é o valor ótimo). A coluna ‘%GAP LB’ indica a diferença percentual entre o limitante inferior e a ‘MSC’. A coluna tempo indica o tempo de processamento que é no limite de 18.000 segundos (5 horas). Em seguida, as próximas colunas indicam resultados do método heurístico. A coluna ‘FC’ indica o percentual do valor obtido quando utilizado a melhor heurística construtiva para a fase de construção com relação à ‘MSC’. A coluna ‘FC+FM’ indica o percentual do valor obtido quando utilizado a melhor heurística construtiva para a fase de construção e fase de melhoria com relação à ‘MSC’. As colunas abaixo do título ‘MSPT’ são referentes aos resultados da heurística MSPT. A coluna ‘Mín’ indica o melhor resultado encontrado pela MSPT (destaque em negrito para valores menores ou iguais à ‘MSC’) utilizando dez sementes randômicas para geração de números aleatórios. A coluna ‘%MSC’ indica o percentual do valor mínimo obtido utilizando a MSPT com relação à ‘MSC’. A coluna ‘Média’ indica a média do resultado entre as dez sementes utilizadas. Por fim, a coluna tempo indica o tempo médio de processamento de cada instância.

A Tabela 5.20 apresenta um resumo dos resultados CPLEX e é possível identificar que foram geradas 25 soluções ótimas e 76 soluções viáveis. Do total de 120 instâncias, em 19 casos não foi possível gerar uma solução viável no tempo de processamento de 5h. O maior número de soluções ótimas está no conjunto P (18 soluções). Os resultados dos conjuntos A e B mostram que existe uma maior dificuldade na resolução dessas instâncias, pois um menor número de soluções ótimas (5 e 2 soluções, respectivamente) foram geradas nesses conjuntos.

Tabela 5.17 – Resultados CPLEX e método heurístico: 6Cat (Conjunto A)

Inst Conj. A	CPLEX			FC	FC+FM	MSPT			
	MSC	%GAP LB	Tempo	%MSC		Mín	%MSC	Média	Tempo
n32-k5-90	534	0%	236	3,7%	0,0%	534	0,0%	534,0	32
n32-k5-60	744	0%	9.091	2,4%	2,0%	744	0,0%	744,0	34
n32-k5-45	774	64%	18.000	0,8%	0,0%	774	0,0%	774,0	35
n33-k5-90	521	67%	18.000	0,0%	0,0%	521	0,0%	521,0	45
n33-k5-60	684	83%	18.000	-2,2%	-2,2%	669	-2,2%	669,0	47
n33-k5-45	1.324	94%	18.000	-35,6%	-35,7%	851	-35,7%	851,0	57
n33-k6-90	537	59%	18.000	12,3%	5,2%	531	-1,1%	533,0	45
n33-k6-60	772	80%	18.000	-2,3%	-3,5%	745	-3,5%	745,0	48
n33-k6-45	1.152	92%	18.000	-24,1%	-26,2%	850	-26,2%	850,0	56
n34-k5-90	524	0%	3.580	2,3%	2,3%	536	2,3%	536,0	40
n34-k5-60	792	80%	18.000	-1,9%	-9,2%	719	-9,2%	719,0	49
n34-k5-45	1.292	93%	18.000	-28,7%	-29,6%	909	-29,6%	909,0	57
n36-k5-90	549	0%	81	23,9%	5,5%	579	5,5%	579,0	43
n36-k5-60	673	67%	18.000	12,2%	-1,2%	665	-1,2%	665,0	44
n36-k5-45	996	85%	18.000	-15,2%	-15,2%	842	-15,5%	842,0	48
n37-k5-90	579	37%	18.000	-1,0%	-1,0%	573	-1,0%	573,0	42
n37-k5-60	870	82%	18.000	-7,2%	-8,3%	798	-8,3%	798,0	53
n37-k5-45	1.465	94%	18.000	-36,5%	-36,5%	930	-36,5%	930,0	62
n37-k6-90	597	13%	18.000	22,9%	2,2%	597	0,0%	597,9	24
n37-k6-60	800	81%	18.000	2,4%	-3,5%	762	-4,8%	762,0	53
n37-k6-45	1.669	92%	18.000	-43,4%	-50,4%	828	-50,4%	828,0	58
n38-k5-90	547	70%	18.000	0,0%	0,0%	547	0,0%	547,0	44
n38-k5-60	1.269	93%	18.000	-38,3%	-40,5%	741	-41,6%	741,0	57
n38-k5-45	1.488	94%	18.000	-33,9%	-36,7%	942	-36,7%	942,0	70
n39-k5-90	577	0%	12.515	14,6%	5,4%	577	0,0%	580,6	27
n39-k5-60	869	86%	18.000	-7,9%	-17,3%	718	-17,4%	718,0	50
n39-k5-45	1.204	90%	18.000	-22,9%	-24,7%	894	-25,7%	895,1	59
n39-k6-90	655	65%	18.000	-7,3%	-9,0%	596	-9,0%	596,0	51
n39-k6-60	1.287	92%	18.000	-32,4%	-36,8%	814	-36,8%	814,0	61
n39-k6-45	1.692	94%	18.000	-41,8%	-41,8%	971	-42,6%	971,0	66
n45-k6-90	3.644	97%	18.000	-42,3%	-42,3%	2.090	-42,6%	2.095,3	238
n45-k6-60	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	2.182	n/a	2.189,4	258
n45-k6-45	4.185	98%	18.000	-44,0%	-44,5%	2.250	-46,2%	2.267,7	250
n45-k7-90	3.248	97%	18.000	-26,4%	-26,4%	2.385	-26,6%	2.391,1	111
n45-k7-60	4.018	97%	18.000	-38,2%	-38,2%	2.458	-38,8%	2.482,4	110
n45-k7-45	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	2.528	n/a	2.530,6	177
n46-k7-90	2.996	97%	18.000	-36,3%	-36,3%	1.890	-36,9%	1.900,1	210
n46-k7-60	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	1.982	n/a	1.994,0	275
n46-k7-45	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	2.038	n/a	2.068,9	262
n48-k7-90	3.630	97%	18.000	-34,6%	-34,6%	2.378	-34,5%	2.385,9	306
n48-k7-60	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	2.416	n/a	2.422,4	317
n48-k7-45	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	2.520	n/a	2.529,4	294

Uma outra análise pode ser feita com a coluna ‘%GAP LB’ que reflete o grau de dificuldade para obter a solução ótima de uma instância e é possível mostrar que para as instâncias dos conjuntos A e B quanto menor o ângulo limite maior é o ‘%GAP LB’, enquanto que para as instâncias do conjunto P os resultados não apresentaram uma correlação. Por fim, não foi

possível verificar correlação do ‘%GAP LB’ com o tamanho das instâncias, independentemente do conjunto ou ângulo limite. Como os limitantes inferiores são elevados não é possível confirmar a alta qualidade dos resultados do método heurístico proposto.

Tabela 5.18 – Resultados CPLEX e método heurístico: 6Cat (Conjunto B)

Inst Conj. B	CPLEX			FC	FC+FM	MSPT			
	MSC	%GAP LB	Tempo	%MSC		Mín	%MSC	Média	Tempo
n31-k5-90	1.419	22%	18.000	4,8%	4,7%	1.451	2,3%	1.456,6	190
n31-k5-60	1.428	86%	18.000	1,7%	1,7%	1.455	1,9%	1.458,4	177
n31-k5-45	1.725	92%	18.000	-11,9%	-11,9%	1.526	-11,5%	1.530,0	173
n34-k5-90	1.649	89%	18.000	6,4%	1,6%	1.647	-0,1%	1.666,1	203
n34-k5-60	2.026	95%	18.000	-14,6%	-14,8%	1.706	-15,8%	1.715,4	177
n34-k5-45	2.017	96%	18.000	-14,2%	-14,2%	1.709	-15,3%	1.714,9	176
n35-k5-90	2.204	93%	18.000	0,4%	-0,3%	2.126	-3,5%	2.135,7	195
n35-k5-60	2.633	95%	18.000	-16,6%	-16,6%	2.146	-18,5%	2.174,1	168
n35-k5-45	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	2.136	n/a	2.149,9	149
n38-k6-90	1.726	94%	18.000	-6,2%	-6,2%	1.607	-6,9%	1.612,4	125
n38-k6-60	2.397	96%	18.000	-31,1%	-31,1%	1.659	-30,8%	1.670,9	194
n38-k6-45	2.385	90%	18.000	-29,7%	-29,7%	1.644	-31,1%	1.667,6	176
n39-k5-90	2.243	96%	18.000	-32,0%	-32,0%	1.504	-32,9%	1.509,6	64
n39-k5-60	2.441	96%	18.000	-35,3%	-35,6%	1.515	-37,9%	1.530,9	104
n39-k5-45	2.720	96%	18.000	-41,9%	-41,9%	1.509	-44,5%	1.530,3	107
n41-k6-90	2.727	97%	18.000	-36,9%	-36,9%	1.682	-38,3%	1.697,6	240
n41-k6-60	2.812	97%	18.000	-38,0%	-38,0%	1.720	-38,8%	1.736,4	222
n41-k6-45	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	1.753	n/a	1.768,7	209
n43-k6-90	2.363	97%	18.000	-31,9%	-31,9%	1.568	-33,6%	1.580,3	254
n43-k6-60	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	1.596	n/a	1.602,1	232
n43-k6-45	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	1.622	n/a	1.642,7	234
n44-k7-90	2.468	96%	18.000	-25,9%	-25,9%	1.835	-25,6%	1.842,9	110
n44-k7-60	2.856	97%	18.000	-36,1%	-36,1%	1.833	-35,8%	1.836,3	132
n44-k7-45	3.024	97%	18.000	-38,8%	-38,8%	1.879	-37,9%	1.886,9	204
n45-k5-90	3.076	97%	18.000	-46,3%	-46,3%	1.622	-47,3%	1.628,9	177
n45-k5-60	3.219	97%	18.000	-48,1%	-48,1%	1.644	-48,9%	1.661,9	239
n45-k5-45	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	1.763	n/a	1.778,9	239
n45-k6-90	2.356	97%	18.000	-27,9%	-27,9%	1.663	-29,4%	1.672,6	356
n45-k6-60	2.571	97%	18.000	-31,9%	-31,9%	1.724	-32,9%	1.729,0	343
n45-k6-45	2.795	98%	18.000	-34,9%	-34,9%	1.788	-36,0%	1.797,4	320
n50-k7-90	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	1.771	n/a	1.782,1	324
n50-k7-60	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	1.851	n/a	1.865,3	286
n50-k7-45	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	1.850	n/a	1.868,3	288
n50-k8-90	624	0%	3.286	10,9%	6,4%	642	2,9%	649,6	37
n50-k8-60	726	0%	1.861	16,3%	5,8%	746	2,8%	756,7	72
n50-k8-45	880	74%	18.000	7,3%	5,8%	893	1,5%	896,7	85
n66-k9-90	730	69%	18.000	17,9%	7,8%	759	4,0%	764,3	122
n66-k9-60	1.183	83%	18.000	-25,8%	-29,0%	819	-30,8%	827,3	109
n66-k9-45	1.621	93%	18.000	-41,2%	-43,5%	906	-44,1%	911,7	109
n78-k10-90	990	88%	18.000	-27,0%	-28,7%	648	-34,5%	666,6	104
n78-k10-60	1.350	92%	18.000	-40,1%	-44,8%	742	-45,0%	742,1	111
n78-k10-45	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	823	n/a	824,1	119

De acordo com a Tabela 5.21, o resultado da melhor heurística construtiva é superior ou igual à MSC em 94 instâncias (78% do total) e isso mostra a qualidade do método heurístico em relação ao método exato no tempo de processamento de 5 horas. Esse valor aumenta para 101 instâncias (84% do total), quando a fase de melhoria é aplicada e aumenta ainda mais para 109 instâncias (91% do total) quando é utilizada a MSPT. Portanto, é possível afirmar que a utilização da fase de melhoria e da estratégia de múltiplos reinícios contribuíram para melhorar os resultados.

Tabela 5.19 – Resultados CPLEX e método heurístico: 6Cat (Conjunto P)

Inst Conj. P	CPLEX			FC	FC+FM	MSPT			
	MSC	%GAP LB	Tempo	%MSC		Mín	%MSC	Média	Tempo
n16-k8-90	222	0%	637	6,3%	0,5%	223	0,5%	223,0	27
n16-k8-60	238	0%	462	18,1%	8,0%	238	0,0%	238,1	23
n16-k8-45	282	0%	471	0,7%	0,0%	282	0,0%	282,0	23
n19-k2-90	217	0%	10	0,0%	0,0%	217	0,0%	217,0	20
n19-k2-60	223	0%	56	0,0%	0,0%	223	0,0%	223,0	18
n19-k2-45	307	0%	578	0,0%	0,0%	307	0,0%	307,0	22
n20-k2-90	217	0%	10	0,0%	0,0%	217	0,0%	217,0	21
n20-k2-60	223	0%	38	0,0%	0,0%	223	0,0%	223,0	19
n20-k2-45	313	0%	898	0,0%	0,0%	313	0,0%	313,0	26
n21-k2-90	217	0%	13	0,0%	0,0%	217	0,0%	217,0	22
n21-k2-60	223	0%	66	0,0%	0,0%	223	0,0%	223,0	20
n21-k2-45	313	0%	843	0,0%	0,0%	313	0,0%	313,0	26
n22-k2-90	217	0%	17	0,0%	0,0%	217	0,0%	217,0	22
n22-k2-60	223	0%	73	0,0%	0,0%	223	0,0%	223,0	20
n22-k2-45	313	0%	501	0,0%	0,0%	313	0,0%	313,0	28
n22-k8-90	351	0%	8.826	5,4%	0,0%	351	0,0%	351,0	30
n22-k8-60	465	80%	18.000	0,4%	0,2%	463	-0,4%	463,0	33
n22-k8-45	618	89%	18.000	-4,5%	-9,1%	562	-9,1%	562,0	40
n23-k8-90	271	14%	18.000	16,6%	2,6%	274	1,1%	277,3	36
n23-k8-60	281	0%	1.763	16,0%	4,6%	286	1,8%	289,1	37
n23-k8-45	325	0%	2.519	12,6%	2,2%	325	0,0%	327,6	38
n40-k5-90	420	85%	18.000	-4,0%	-6,0%	393	-6,4%	393,1	56
n40-k5-60	748	94%	18.000	-26,3%	-30,5%	500	-33,2%	500,0	66
n40-k5-45	914	95%	18.000	-24,9%	-26,9%	645	-29,4%	645,1	83
n45-k5-90	485	87%	18.000	-9,7%	-12,8%	422	-13,0%	422,0	66
n45-k5-60	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	577	n/a	581,6	82
n45-k5-45	1.052	96%	18.000	-31,3%	-33,3%	700	-33,5%	700,9	98
n50-k10-90	516	91%	18.000	-18,0%	-20,3%	408	-20,9%	408,3	80
n50-k10-60	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	572	n/a	576,6	95
n50-k10-45	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	678	n/a	682,0	112
n50-k7-90	442	89%	18.000	-4,3%	-7,5%	407	-7,9%	407,4	74
n50-k7-60	724	95%	18.000	-17,7%	-18,9%	571	-21,1%	574,9	93
n50-k7-45	814	95%	18.000	-11,1%	-15,0%	678	-16,7%	679,7	110
n50-k8-90	481	92%	18.000	-12,1%	-14,8%	407	-15,4%	407,7	78
n50-k8-60	n/a	n/a	18.000	n/a	n/a	568	n/a	574,1	93
n50-k8-45	809	95%	18.000	-10,5%	-11,9%	680	-15,9%	682,3	111

Comparando os 3 conjuntos propostos, é possível afirmar que apenas para o conjunto A o ‘%MSC’ é proporcional ao valor do ângulo limite. Para o conjunto B o ‘%MSC’ aumenta do ângulo limite de 90 graus para 60 graus, mas quando considerado o ângulo limite de 45 graus, o valor do ‘%MSC’ fica próximo ao valor do ‘%MSC’ com ângulo limite de 60 graus. Já para o conjunto P não foi possível verificar uma grande variação do ‘%MSC’ entre ângulos limites. Finalmente, não existe correlação do ‘%MSC’ entre tamanho de instâncias, independentemente do conjunto e ângulo limite.

Tabela 5.20 – Resumo dos resultados CPLEX: 6Cat

Conjunto	Opt	MSC	n/a	Total
A	5	31	6	42
B	2	31	9	42
P	18	14	4	36
Total	25	76	19	120

Com relação aos tempos de processamento, o maior valor foi de 6 minutos (instância n45-k6-90 do conjunto B) e em média cerca de 2 minutos.

Tabela 5.21 – Resumo %MSC do método heurístico: 6Cat

%MSC	FC	FC+FM	MSPT
<= 0%	94	101	109
0% - 1%	4	2	1
1% - 5%	6	9	9
> 5%	16	8	1

Como observado na Tabela 5.16, a escolha da heurística construtiva contribui de maneira significativa para a qualidade da solução obtida. Logo, faz sentido utilizar a heurística MSPT, que escolhe a heurística construtiva a ser utilizada de maneira probabilística e possui uma estratégia de múltiplos reinícios para obter soluções de melhor qualidade.

Portanto, conforme exposto nas análises acima, é possível verificar que devido à complexidade combinatória do problema proposto não é possível obter uma solução com garantia de qualidade em termos da função objetivo e tempo de processamento utilizando o método exato. Por outro lado, as heurísticas propostas foram capazes de gerar soluções viáveis de alta qualidade em relação ao método exato em todas as instâncias testadas.

5.3.2. Problema com 1 categoria

Para avaliar a qualidade das heurísticas em relação ao problema sem categorias é feita uma comparação considerando que nas instâncias originais propostas por Augerat (1995) cada cliente faz um único pedido de 1 única categoria (o atributo ângulo limite ainda é considerado).

Os resultados do método exato obtido com o CPLEX são indicados na Tabela 5.22, na Tabela 5.23 e na Tabela 5.24 em conjunto com os resultados pelo método heurístico utilizando a MSPT.

Tabela 5.22 – Resultados CPLEX e MSPT: 1Cat (Conjunto A)

Inst Conj. A	CPLEX			MSPT			
	MSC	%GAP LB	Tempo	Mín	%MSC	Média	Tempo
n32-k5-90	311	0%	2	311	0,0%	311,0	5
n32-k5-60	325	0%	3	325	0,0%	325,4	4
n32-k5-45	350	0%	3	350	0,0%	350,0	4
n33-k5-90	258	0%	4	258	0,0%	258,0	4
n33-k5-60	292	0%	4	292	0,0%	292,0	4
n33-k5-45	332	0%	5	332	0,0%	332,0	4
n33-k6-90	275	0%	6	275	0,0%	275,0	5
n33-k6-60	327	0%	7	327	0,0%	327,0	5
n33-k6-45	357	0%	8	357	0,0%	357,0	4
n34-k5-90	314	0%	3	314	0,0%	314,0	6
n34-k5-60	331	0%	4	331	0,0%	331,0	5
n34-k5-45	353	0%	5	353	0,0%	356,0	5
n36-k5-90	310	0%	3	310	0,0%	310,0	5
n36-k5-60	333	0%	4	333	0,0%	333,0	5
n36-k5-45	347	0%	3	347	0,0%	347,0	5
n37-k5-90	241	0%	3	241	0,0%	241,0	4
n37-k5-60	289	0%	4	289	0,0%	289,0	4
n37-k5-45	329	0%	6	329	0,0%	329,0	4
n37-k6-90	372	0%	7	372	0,0%	372,0	6
n37-k6-60	379	0%	9	379	0,0%	379,0	5
n37-k6-45	414	0%	16	414	0,0%	414,0	6
n38-k5-90	284	0%	6	284	0,0%	284,2	5
n38-k5-60	304	0%	5	304	0,0%	304,0	5
n38-k5-45	337	0%	6	337	0,0%	337,0	5
n39-k5-90	322	0%	11	322	0,0%	322,0	5
n39-k5-60	364	0%	30	364	0,0%	364,0	7
n39-k5-45	389	0%	17	389	0,0%	389,0	6
n39-k6-90	303	2%	19	303	0,0%	303,2	4
n39-k6-60	340	0%	6	340	0,0%	340,0	5
n39-k6-45	368	0%	25	368	0,0%	368,0	6
n45-k6-90	368	1%	41	368	0,0%	368,8	7
n45-k6-60	402	0%	44	402	0,0%	402,0	7
n45-k6-45	449	0%	81	449	0,0%	449,0	7
n45-k7-90	456	0%	130	456	0,0%	456,4	11
n45-k7-60	479	0%	83	479	0,0%	480,6	10
n45-k7-45	500	0%	19	501	0,2%	501,0	10
n46-k7-90	357	0%	18	357	0,0%	360,2	9
n46-k7-60	404	0%	36	404	0,0%	404,0	9
n46-k7-45	421	0%	58	421	0,0%	421,0	8
n48-k7-90	415	0%	66	415	0,0%	415,4	10
n48-k7-60	438	0%	89	438	0,0%	438,6	8
n48-k7-45	453	0%	86	457	0,9%	458,0	8

Tabela 5.23 – Resultados CPLEX e MSPT: 1Cat (Conjunto B)

Inst Conj. B	CPLEX			MSPT			
	MSC	%GAP LB	Tempo	Mín	%MSC	Média	Tempo
n31-k5-90	306	0%	1	306	0,0%	306,0	8
n31-k5-60	306	0%	1	306	0,0%	306,0	6
n31-k5-45	316	0%	2	316	0,0%	316,0	5
n34-k5-90	331	0%	2	331	0,0%	331,0	7
n34-k5-60	386	0%	3	386	0,0%	386,0	6
n34-k5-45	393	0%	2	393	0,0%	393,0	7
n35-k5-90	418	0%	1	418	0,0%	418,0	7
n35-k5-60	423	0%	5	423	0,0%	423,0	4
n35-k5-45	449	0%	3	449	0,0%	449,0	4
n38-k6-90	330	0%	4	330	0,0%	330,0	7
n38-k6-60	349	0%	16	349	0,0%	349,0	8
n38-k6-45	372	0%	11	372	0,0%	372,0	6
n39-k5-90	243	0%	1	243	0,0%	243,0	5
n39-k5-60	250	0%	6	250	0,0%	250,0	4
n39-k5-45	250	0%	2	250	0,0%	250,0	4
n41-k6-90	354	0%	7	354	0,0%	354,0	7
n41-k6-60	376	0%	13	376	0,0%	376,0	8
n41-k6-45	436	0%	34	436	0,0%	436,0	8
n43-k6-90	307	0%	20	307	0,0%	307,0	7
n43-k6-60	310	0%	12	310	0,0%	310,0	7
n43-k6-45	341	0%	21	341	0,0%	341,0	8
n44-k7-90	405	0%	12	405	0,0%	405,0	12
n44-k7-60	429	0%	33	429	0,0%	429,0	11
n44-k7-45	430	0%	47	430	0,0%	430,0	9
n45-k5-90	292	0%	8	292	0,0%	292,0	7
n45-k5-60	306	0%	5	306	0,0%	306,0	6
n45-k5-45	369	0%	20	369	0,0%	369,0	7
n45-k6-90	301	0%	17	301	0,0%	301,0	9
n45-k6-60	315	0%	25	315	0,0%	315,0	9
n45-k6-45	332	0%	23	332	0,0%	332,0	8
n50-k7-90	307	0%	42	307	0,0%	307,2	9
n50-k7-60	339	0%	57	339	0,0%	339,0	8
n50-k7-45	354	0%	60	354	0,0%	354,0	9
n50-k8-90	558	0%	8	558	0,0%	558,0	20
n50-k8-60	558	0%	22	558	0,0%	561,4	18
n50-k8-45	606	0%	138	612	1,0%	613,8	14
n66-k9-90	556	10%	18.000	556	0,0%	556,8	21
n66-k9-60	571	15%	18.000	572	0,2%	572,6	18
n66-k9-45	577	8%	18.000	577	0,0%	577,8	16
n78-k10-90	511	65%	18.000	508	-0,6%	508,0	25
n78-k10-60	519	50%	18.000	521	0,4%	523,6	21
n78-k10-45	554	66%	18.000	553	-0,2%	555,4	22

Em cada uma dessas tabelas, as colunas abaixo do título ‘CPLEX’ contêm resultados do método exato. A coluna ‘MSC’ indica a melhor solução gerada pelo CPLEX (valor em negrito quando o ótimo é encontrado). A coluna ‘%GAP LB’ indica a diferença percentual entre o limitante inferior e a ‘MSC’. A coluna tempo indica o tempo de processamento que é no limite de 18.000

segundos (5 horas). Em seguida, as próximas colunas indicam resultados do método heurístico. As colunas abaixo do título ‘MSPT’ são referentes aos resultados da heurística MSPT. A coluna ‘Mín’ indica o melhor resultado encontrado pela MSPT utilizando dez sementes randômicas para geração de números aleatórios. A coluna ‘%MSC’ indica o percentual do valor mínimo obtido utilizando a MSPT com relação à ‘MSC’. A coluna ‘Média’ indica a média do resultado entre as dez sementes utilizadas. Por fim, a coluna tempo indica o tempo médio de processamento de cada instância.

Tabela 5.24 – Resultados CPLEX e MSPT: 1Cat (Conjunto P)

Inst Conj. P	CPLEX			MSPT			
	MSC	%GAP LB	Tempo	Mín	%MSC	Média	Tempo
n16-k8-90	194	0%	1	194	0,0%	194,0	3
n16-k8-60	203	0%	1	203	0,0%	203,0	4
n16-k8-45	205	0%	1	205	0,0%	205,0	3
n19-k2-90	76	0%	0	76	0,0%	76,0	0
n19-k2-60	88	0%	0	88	0,0%	88,0	2
n19-k2-45	106	0%	0	106	0,0%	106,0	2
n20-k2-90	76	0%	0	76	0,0%	76,0	1
n20-k2-60	88	0%	0	88	0,0%	88,0	2
n20-k2-45	106	0%	0	106	0,0%	106,0	2
n21-k2-90	76	0%	0	76	0,0%	76,0	1
n21-k2-60	88	0%	1	88	0,0%	88,0	2
n21-k2-45	106	0%	0	106	0,0%	106,0	2
n22-k2-90	76	0%	0	76	0,0%	76,0	0
n22-k2-60	92	0%	1	92	0,0%	92,0	2
n22-k2-45	106	0%	0	106	0,0%	106,0	2
n22-k8-90	265	0%	5	265	0,0%	265,0	4
n22-k8-60	268	0%	6	268	0,0%	268,0	4
n22-k8-45	291	0%	20	291	0,0%	291,0	4
n23-k8-90	228	0%	8	228	0,0%	228,0	9
n23-k8-60	239	0%	43	239	0,0%	239,0	8
n23-k8-45	239	0%	5	239	0,0%	239,0	7
n40-k5-90	157	0%	4	157	0,0%	157,0	5
n40-k5-60	190	0%	6	190	0,0%	190,0	4
n40-k5-45	224	0%	7	224	0,0%	224,0	5
n45-k5-90	173	0%	4	173	0,0%	173,0	5
n45-k5-60	214	0%	10	214	0,0%	214,0	6
n45-k5-45	250	0%	19	250	0,0%	250,0	7
n50-k10-90	258	9%	18.000	257	-0,4%	258,2	12
n50-k10-60	280	47%	18.000	280	0,0%	280,0	12
n50-k10-45	299	66%	18.000	299	0,0%	299,0	11
n50-k7-90	193	1%	121	194	0,5%	194,0	8
n50-k7-60	212	0%	122	212	0,0%	212,0	7
n50-k7-45	240	0%	195	240	0,0%	240,0	8
n50-k8-90	225	0%	1.517	225	0,0%	227,6	11
n50-k8-60	248	0%	896	248	0,0%	248,0	9
n50-k8-45	268	0%	1.009	268	0,0%	268,0	9

A Tabela 5.25 apresenta um resumo dos resultados CPLEX e é possível identificar que foram encontradas 88 soluções ótimas e 32 soluções viáveis. Em nenhum caso o método exato deixou de gerar uma solução viável no tempo de processamento de 5h. O resultado do conjunto A apresentou um maior número de soluções ótimas (34 soluções) e o resultado dos conjuntos B e P apresentaram 26 e 28 soluções, respectivamente, evidenciando maior dificuldade na resolução das instâncias desses conjuntos. Contudo, se comparado com o problema considerando 6 categorias, é possível afirmar que o problema fica mais fácil de ser resolvido. Ao considerar apenas 1 categoria, foi possível gerar um maior número de soluções ótimas e analisando o resultado da coluna %GAP LB é possível mostrar que em poucas instâncias esse valor é elevado (n66-k9-90 e n78-k10-90 do conjunto B e n50-k10-90 do conjunto P). Um importante fator que contribui para esse resultado é a redução do tamanho do problema em seis vezes, pois agora só é considerada uma categoria de produto.

Tabela 5.25 – Resumo dos resultados CPLEX: 1Cat

Conjunto	Opt	MSC	n/a	Total
A	34	8	0	42
B	26	16	0	42
P	28	8	0	36
Total	88	32	0	120

Além disso, é importante evidenciar que os tempos de processamento com o método exato são competitivos com o método heurístico. Mesmo assim, o tempo de processamento aumenta de acordo com o tamanho da instância e, nas mesmas três instâncias indicadas anteriormente, em que o ‘%GAP LB’ foi elevado, o tempo de processamento atingiu o tempo limite de 5 horas.

O resultado da coluna ‘%MSC’ possibilita mostrar que a MSPT também gera soluções de alta qualidade para o problema considerando apenas 1 categoria. Em 85% das instâncias é gerado um resultado melhor ou igual ao método exato e nos demais casos (15% das instâncias) a diferença percentual entre o resultado da MSPT e o método exato não passa de 1%.

Com relação aos tempos de processamento, o maior valor foi de 25 segundos (instância n78-k10-90 do conjunto A) e em média cerca de 7 segundos.

Logo, conforme descrito nas análises acima, verifica-se que é possível obter uma solução com garantia de qualidade em termos da função objetivo e tempo de processamento utilizando o método exato para a maioria das instâncias testadas. Mesmo assim, o método heurístico também foi capaz de gerar soluções de alta qualidade, inclusive, nas instâncias mais difíceis que foram testadas. A comparação dos resultados do método exato com os do método heurístico no problema de 1 categoria, ajuda a inferir que o método deve resultar em soluções de alta

qualidade também para o problema com 6 categorias no qual foram encontrados ‘GAPs’ com relação aos limitantes inferiores elevados.

5.3.3. *Distância percorrida x Máxima distância direta em cada rota*

Por fim, com o propósito de comparar o objetivo de minimização do problema clássico de roteamento (soma da distância total percorrida em cada rota) com o objetivo de minimização considerado nessa pesquisa (soma da máxima distância direta em cada rota), é calculada a soma da máxima distância direta em cada rota nas soluções ótimas das instâncias propostas por Augerat (1995). Dessa forma, foi possível comparar os resultados das soluções ótimas das instâncias propostas por Augerat (1995) com os resultados da MSPT nas mesmas instâncias, só que considerando os ângulos limites de 90 graus, 60 graus e 45 graus.

Os resultados para os conjuntos A, B e P são apresentados na Tabela 5.26, na Tabela 5.27 e na Tabela 5.28, respectivamente. Em cada uma dessas tabelas, as colunas intituladas ‘Opt Augerat’ contêm os resultados das soluções ótimas das instâncias propostas por Augerat (1995). A coluna ‘SMDD’ indica a soma da máxima distância direta de cada rota, a coluna ‘SDT’ indica a distância total dos roteiros e a coluna ‘Veíc’ indica o número de veículos da solução. A coluna ‘Opt Augerat viável?’ indica se a solução ótima das instâncias propostas por Augerat (1995) são viáveis se consideradas as restrições dos ângulos limites de 90 graus, 60 graus e 45 graus. Em seguida, são apresentados os resultados utilizando a MSPT nas mesmas instâncias só que considerando os ângulos limites de 90 graus, 60 graus e 45 graus. As colunas ‘SSMD%’ indicam a diferença percentual entre o resultado ‘Opt Augerat’ da soma da máxima distância direta de cada rota com o resultado da MSPT. As colunas ‘SDT%’ indicam a diferença percentual entre o resultado ‘Opt Augerat’ da soma das distâncias totais dos roteiros com o resultado da MSPT. Por fim, as colunas ‘Acréscimo de veículos’ indicam o acréscimo de veículos entre o resultado ‘Opt Augerat’ de número de veículos e o resultado da MSPT.

Ao analisar a informação das colunas ‘Opt Augerat viável?’ é possível perceber que quanto menor o ângulo limite, maior é a quantidade de soluções ‘Opt Augerat’ inviáveis. Existem 52% de soluções inviáveis quando considerado o ângulo de 90 graus, 87% de soluções inviáveis quando considerado 60 graus e 90% de soluções inviáveis quando considerado 45 graus. Além disso, o conjunto B é o que apresenta o maior número de soluções inviáveis.

Tabela 5.26 – Resultados Opt Augerat x PAPE-CP (1Cat): Conjunto A

Inst	Opt Augerat			Opt Augerat viável?			SMDD%			SDT%			Acréscimo de veículos		
	SMDD	SDT	Veíc	90	60	45	90	60	45	90	60	45	90	60	45
Conj. A															
n32-k5	325	784	5	S	N	N	-4,3%	0,0%	7,7%	12,5%	5,0%	6,5%	0	0	0
n33-k5	270	661	5	S	N	N	-4,4%	8,1%	23,0%	14,8%	15,1%	18,3%	0	1	2
n33-k6	304	742	6	N	N	N	-9,5%	7,6%	17,4%	14,2%	12,8%	10,6%	0	1	1
n34-k5	314	778	5	N	N	N	0,0%	5,4%	12,4%	19,0%	5,9%	6,9%	1	1	2
n36-k5	326	799	5	N	N	N	-4,9%	2,1%	6,4%	8,8%	7,6%	4,3%	0	1	1
n37-k5	249	669	5	N	N	N	-3,2%	16,1%	32,1%	10,3%	12,1%	16,3%	0	1	2
n37-k6	397	949	6	N	N	N	-6,3%	-4,5%	4,3%	13,2%	5,2%	6,1%	1	1	2
n38-k5	275	730	5	N	N	N	3,3%	10,5%	22,5%	13,6%	4,4%	10,7%	1	1	2
n39-k5	356	822	5	N	N	N	-9,6%	2,2%	9,3%	7,1%	11,1%	9,6%	1	2	3
n39-k6	321	831	6	N	N	N	-5,6%	5,9%	14,6%	8,1%	10,7%	8,5%	0	1	2
n45-k6	362	944	6	N	N	N	1,7%	11,0%	24,0%	15,6%	7,1%	11,4%	1	1	4
n45-k7	509	1146	7	S	N	N	-10,4%	-5,9%	-1,6%	17,6%	9,6%	5,9%	0	0	1
n46-k7	382	914	7	N	N	N	-6,5%	5,8%	10,2%	16,5%	13,3%	6,3%	0	1	1
n48-k7	482	1073	7	S	S	S	-13,9%	-9,1%	-5,2%	14,8%	13,9%	7,3%	0	0	0

Com relação ao resultado ‘SMDD%’ todos os valores são menores que os das soluções ‘Opt Augerat’ que são viáveis. Ou seja, o método heurístico proposto que considera o objetivo de minimização da máxima distância direta de atendimento de cada rota foi capaz de gerar soluções com um menor custo frete. A diferença percentual média para as instâncias viáveis é -6,0% considerando o ângulo limite de 90 graus, -6,3% considerando o ângulo limite de 60 graus e -4,2% considerando o ângulo limite de 45 graus. Também é possível verificar que a diferença percentual média é maior para as instâncias do conjunto A.

Tabela 5.27 – Resultados Opt Augerat x PAPE-CP (1Cat): Conjunto B

Inst	Opt Augerat			Opt Augerat Viável?			SMDD%			SDT%			Acréscimo de veículos		
	SMDD	SDT	Veíc	90	60	45	90	60	45	90	60	45	90	60	45
Conj. B															
n31-k5	316	672	5	S	S	S	-3,2%	-3,2%	0,0%	6,1%	4,3%	0,1%	0	0	0
n34-k5	346	788	5	S	N	N	-4,3%	11,6%	13,6%	10,4%	12,4%	10,0%	0	1	1
n35-k5	412	955	5	N	N	N	1,5%	2,7%	9,0%	10,9%	5,1%	5,3%	0	0	1
n38-k6	355	805	6	S	S	N	-7,0%	-1,7%	4,8%	11,6%	2,7%	3,0%	0	0	0
n39-k5	243	549	5	S	N	N	0,0%	2,9%	2,9%	1,3%	2,6%	1,6%	0	0	0
n41-k6	365	829	6	S	N	N	-3,0%	3,0%	19,5%	16,6%	4,1%	14,2%	0	1	2
n43-k6	328	742	6	N	N	N	-6,4%	-5,5%	4,0%	5,7%	4,7%	4,0%	0	0	1
n44-k7	414	909	7	N	N	N	-2,2%	3,6%	3,9%	10,2%	7,9%	8,0%	0	1	1
n45-k5	295	751	5	N	N	N	-1,0%	3,7%	25,1%	6,3%	2,3%	14,2%	1	1	3
n45-k6	297	678	6	N	N	N	1,3%	6,1%	11,8%	13,7%	13,0%	9,3%	1	1	1
n50-k7	330	741	7	S	N	N	-7,0%	2,7%	7,3%	14,7%	3,5%	3,4%	0	0	1
n50-k8	616	1312	8	S	N	N	-9,4%	-9,4%	-0,6%	12,3%	9,6%	6,6%	0	0	0
n66-k9	588	1316	9	S	S	S	-5,4%	-2,7%	-1,9%	10,6%	4,5%	4,6%	0	0	0
n78-k10	528	1221	10	N	N	N	-3,8%	-1,3%	4,7%	12,3%	4,7%	7,0%	0	0	0

Os resultados das colunas ‘SDT%’ permitem verificar que a mudança do objetivo de minimização aumenta a soma das distâncias dos roteiros que, em média, aumenta 8,6%, ou seja, essas soluções, apesar de resultarem em um custo frete menor, possuem um maior custo variável de transporte. É importante enfatizar que como o resultado ‘Opt Augerat’ não leva em consideração a restrição do ângulo limite, são formados roteiros com pontos de entrega muito distantes entre si e, portanto, isso pode trazer problemas práticos para implementar essa solução com relação à aceitação desses roteiros de entrega pelo motorista de uma transportadora, conforme discutido no capítulo 3.

Tabela 5.28 – Resultados Opt Augerat x PAPE-CP (1Cat): Conjunto P

Inst Conj. P	Opt Augerat			Opt Augerat Viável?			SMDD%			SDT%			Acréscimo de veículos		
	SMDD	SDT	Veíc	90	60	45	90	60	45	90	60	45	90	60	45
n16-k8	219	450	8	S	S	S	-11,4%	-7,3%	-6,4%	10,9%	2,4%	2,4%	0	0	0
n19-k2	76	212	2	N	N	N	0,0%	15,8%	39,5%	3,3%	14,6%	17,5%	0	1	1
n20-k2	76	216	2	N	N	N	0,0%	15,8%	39,5%	0,5%	13,4%	16,2%	0	1	1
n21-k2	76	211	2	S	N	N	0,0%	15,8%	39,5%	3,8%	17,1%	19,4%	0	1	1
n22-k2	76	216	2	S	N	N	0,0%	21,1%	39,5%	0,0%	19,9%	18,5%	0	1	1
n22-k8	268	603	8	N	N	N	-1,1%	0,0%	8,6%	4,0%	6,1%	4,0%	1	1	2
n23-k8	228	529	8	S	N	N	0,0%	4,8%	4,8%	0,0%	1,5%	1,5%	0	0	0
n40-k5	176	458	5	S	N	N	-10,8%	8,0%	27,3%	12,4%	11,4%	18,3%	0	1	2
n45-k5	191	510	5	N	N	N	-9,4%	12,0%	30,9%	7,6%	7,8%	15,1%	0	1	2
n50-k10	273	696	10	S	N	N	-5,9%	2,6%	9,5%	10,6%	5,2%	5,5%	0	1	1
n50-k7	201	554	7	N	N	N	-3,5%	5,5%	19,4%	8,7%	0,5%	8,3%	0	0	2
n50-k8	240	631	8	S	N	N	-6,3%	3,3%	11,7%	7,6%	5,1%	3,3%	0	1	1

Com relação aos resultados ‘Acréscimo de veículos’ é possível constatar que o acréscimo do número de veículos aumenta proporcionalmente com o aumento do ângulo limite. Quando considerado o ângulo limite de 90 graus, apenas 20% das instâncias tiveram aumento de 1 veículo, e quando considerado o ângulo limite de 45 graus, 75% das instâncias tiveram aumento de 1 veículo ou mais. O conjunto A apresentou os valores mais elevados de aumento do número de veículos em comparação com os demais conjuntos.

Ou seja, com base na análise dos resultados ‘%SDT’ e ‘Acréscimo de veículos’ pode-se afirmar que ao definir um ângulo limite muito baixo o custo fixo (número de veículos) aumenta, mas não necessariamente isso ocorre com o custo variável (distância total percorrida).

Portanto, conforme exposto nas análises acima, é possível observar um “*trade-off*” entre o custo frete e os custos variáveis de transporte com relação ao objetivo de minimização do problema.

Além disso, é possível verificar que ao desconsiderar as categorias de produtos, o tamanho do problema é reduzido, e o método exato é capaz de gerar um maior número de soluções ótimas

dentro do tempo limite de processamento de 18.000 segundos (5 horas). Mesmo assim, para as maiores instâncias não foi possível obter uma solução com baixo tempo de processamento e, portanto, a heurística MSPT também se mostrou eficiente na obtenção de soluções com alta qualidade em termos do valor da função objetivo e tempo de processamento para o problema considerando apenas uma categoria.

Por fim, são mostrados os resultados de uma solução (instância P-n16-k8) com o método exato e com a heurística FF-A para verificar o atendimento das restrições do problema. A Tabela 5.29 mostra o atendimento das restrições de capacidade e ângulo limite para o método exato. As 8 rotas da solução exata dessa instância podem ser visualizadas na

Figura 5.1; a representação de cada uma dessas rotas individualmente é apresentada no ANEXO B, Figura 7.2 e Figura 7.3. A Figura 5.2 mostra o carregamento do veículo de cada rota e facilita verificar que a capacidade e a compatibilidade de pedidos são respeitadas na solução exata.

Tabela 5.29 – Indicadores da solução ótima: P-n16-k8-90

Rota	MDD	Distância da rota	Pedidos	Ocupação (Cap=35)	Ângulo Limite = 90°		
					θ^-	θ^+	Delta
0	30	110	13	94%	355	74	79
1	21	55	10	94%	30	85	55
2	30	110	10	100%	355	74	79
3	33	112	13	100%	43	115	72
4	33	112	12	100%	43	115	72
5	33	117	10	100%	43	115	72
6	30	108	12	69%	355	74	79
7	12	74	2	43%	85	85	0
Total	222	798	82	88%			

Com relação à solução heurística, a Tabela 5.30 mostra o atendimento das restrições de capacidade e ângulo limite. As 8 rotas da solução heurística dessa instância podem ser visualizadas na Figura 5.3; a representação de cada uma dessas rotas individualmente é apresentada no ANEXO B, Figura 7.4 e Figura 7.5. A Figura 5.4 mostra o carregamento do veículo de cada rota e facilita verificar que a capacidade e a compatibilidade de pedidos são respeitadas na solução heurística.

Figura 5.1 – Rotas da solução ótima: P-n16-k8-90

Figura 5.2 – Carregamento da solução ótima: Pn16-k8-90

Tabela 5.30 – Indicadores da solução FF-A: P-n16-k8-90

Rota	MDD	DT	Pedidos	Ocupação (Cap=35)	Ângulo Limite = 90°		
					θ^-	θ^+	Delta
0	33	128	13	100%	26	115	89
1	32	113	10	74%	354	74	80
2	33	112	9	100%	354	74	80
3	32	79	9	100%	85	115	30
4	33	113	13	100%	354	74	80
5	33	106	12	100%	354	65	71
6	31	107	12	91%	25	115	89
7	32	91	4	34%	3	87	84
Total	259	849	82	88%			

Figura 5.3 – Rotas da solução FF-A: P-n16-k8-90

Figura 5.4 – Carregamento da solução FF-A: Pn16-k8-90

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES

Este trabalho tratou do problema do planejamento do abastecimento de última milha em centros urbanos, propondo uma formulação matemática e heurísticas para agrupar pedidos em entregas. Esse problema é denominado neste trabalho como “Problema de Agrupamento de Pedidos em Entregas com Compatibilidade de Produtos” (PAPE-CP), uma vez que se define como função objetivo a minimização da soma da máxima distância direta de atendimento em cada rota em contraposição à distância total percorrida pelos veículos, como é usual na literatura sobre problemas de roteirização de veículos, e também considera-se a compatibilidade entre categorias de produtos a fim de assegurar que categorias incompatíveis não sejam transportadas num mesmo veículo.

Foram identificados na literatura diversos métodos para resolução de problemas correlatos como o “*Vehicle Routing Problem*” (VRP), o “*Capacitated Clustering Problem*” (CCP) e o “*Bin Packing Problem*” (BPP). Ao verificar os principais aspectos desses métodos que poderiam ajudar a resolver o problema objeto da presente pesquisa foi possível propor nove heurísticas construtivas, sendo duas baseadas no VRP, uma baseada no CPP e seis baseadas no BPP. Além disso, foram propostas heurísticas de melhoria e a heurística “*Multi Start Perturbation Tabu*” (MSPT) que é composta pelas metaheurísticas “*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*” (GRASP), “*Tabu Search*” (TS) e “*Iterated Local Search*” (ILS), realizando múltiplos reinícios que possuem uma fase de construção seguida de uma fase de melhoria e que após a última inicialização realiza o procedimento 3Opt para encontrar o sequenciamento de pedidos que leve a uma menor distância a ser percorrida em cada rota.

A formulação matemática proposta não leva em consideração o sequenciamento dos pontos de atendimento em cada rota, pois isto não influencia a função objetivo e aumentaria ainda mais a dificuldade combinatória do problema. Portanto, não foi possível comparar a distância total percorrida em cada rota no problema proposto com o valor que poderia ser obtido pelo método exato. Mesmo assim, recomenda-se propor uma formulação matemática mais forte que leve em consideração o sequenciamento dos pontos de atendimento em cada rota e para isso sugere-se adaptar o método exato utilizado por Pecin et al. (2017) na resolução do VRP.

O problema considerado neste trabalho possui dois atributos de solução, que não foram contemplados por Vidal et al. (2013) e que também não foram encontrados após amplo levantamento bibliográfico na literatura do VRP: a consideração do frete pela máxima distância direta e a imposição de um ângulo limite em uma rota. Além disso, a consideração das

características dos produtos não é usual na literatura do VRP e os trabalhos encontrados com essa abordagem apresentam essa consideração produto a produto e não por categoria de produtos. Portanto, as restrições (3.4) e (3.5), referentes à compatibilidade entre categorias de produtos, restrição (3.6), referente ao ângulo limite de cada rota, e restrição (3.7), referente a máxima distância direta de cada rota, podem ser consideradas inéditas.

Uma possível extensão do problema seria considerar uma função objetivo com dois critérios hierárquicos: máxima distância direta e distância total percorrida pelos veículos da frota. Ou seja, seria interessante tentar encontrar soluções que, sem alterar o critério dado pela máxima distância direta, minimizem como objetivo secundário a distância total percorrida.

Além disso, como possível encaminhamento deste trabalho, recomenda-se estudar a consideração de compatibilidade entre categorias de produtos e/ou ângulo limite no problema clássico de roteamento (minimização da distância total percorrida em cada rota). Também é válido avaliar a inclusão de outros atributos na resolução do problema proposto de forma análoga aos “*Multi-Attribute Vehicle Routing Problems*” (MAVRPs) encontrados para resolução do VRP descritos por Vidal *et al.* (2013).

Com relação a outros métodos para resolução do problema proposto, a utilização de relaxação lagrangeana pode ser promissora, pois foi bastante eficiente na resolução do “*Capacitated Clustering Problem*” (CCP) como descrito nos trabalhos de Mulvey e Beck (1984) e Koskosidis e Powell (1992).

A maior instância utilizada possui 78 clientes (n78-k10 do conjunto B) e isso equivale a 468 pedidos ao considerar 6 categorias de produtos. Recomenda-se avaliar o método proposto em outros conjuntos de instância da literatura que possuam um maior número de clientes/pedidos. Além disso, é interessante validar o método proposto com dados de transportadoras que prestam serviço para atacadistas e/ou varejistas para verificar o real impacto no custo frete e custo variável da operação de transporte ao mudar o objetivo de minimização do VRP clássico.

É possível concluir com base nos resultados da abordagem proposta, consideração do frete a ser pago em uma rota como a máxima distância direta, que existe um “*trade-off*” entre o custo frete e o custo variável de transporte com relação ao objetivo de minimização utilizado. Resolver o problema considerando a minimização da distância das rotas gera um custo frete maior, ao passo que, resolver o problema considerando a minimização da máxima distância direta gera um aumento da distância dos roteiros e, conseqüentemente, aumento do custo variável de transporte.

Os experimentos computacionais realizados permitiram validar a qualidade das soluções obtidas pelo método heurístico em termos do valor da função objetivo e tempo de processamento utilizando instâncias clássicas e modificadas dos conjuntos A, B e P propostos por Augerat (1995) para o VRP. Os resultados experimentais indicam que a heurística MSPT é competitiva com os resultados do modelo exato, tanto para o problema considerando 6 categorias como para o problema considerando apenas 1 categoria, com até 5 horas de processamento utilizando os recursos computacionais de alto desempenho do Laboratório de Computação Científica Avançada (LCCA) da Universidade de São Paulo (USP).

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACHUTHAN, N. R.; CACCETTA, L.; HILL, S. P. Capacitated Vehicle Routing Problems: Some New Cutting Planes. **Asia-Pacific Journal of Operational Research**, v. 15, p. 109–123, 1998.
- ALTINEL, İ. K.; ÖNCAN, T. A new enhancement of the Clarke and Wright savings heuristic for the capacitated vehicle routing problem. **Journal of the Operational Research Society**, v. 56, n. 8, p. 954–961, 2005.
- ALVIM, A. C. F.; RIBEIRO, C. C.; GLOVER, F.; ALOISE, D. J. A Hybrid Improvement Heuristic for the One-Dimensional Bin Packing Problem. **Journal of Heuristics**, v. 10, n. 2, p. 205–229, mar. 2004.
- AUGERAT, P. **Approche polyédrale du problème de tournées de véhicules**. [s.l.] Institut National Polytechnique de Grenoble, 1995.
- BALDACCI, R.; HADJICONSTANTINOU, E.; MANIEZZO, V.; MINGOZZI, A. A new method for solving capacitated location problems based on a set partitioning approach. **Computers & Operations Research**, v. 29, p. 365–386, 2000.
- BODIN, L. D.; BERMAN, L. Routing and Scheduling of School Buses by Computer. **Transportation Science**, v. 13, n. 2, p. 113–129, 1979.
- BONTEMPO, A. P.; CUNHA, C. B.; BOTTER, D. A.; YOSHIZAKI, H. T. Y. **Evaluating Restrictions on the Circulation of Freight Vehicles in Brazilian Cities** *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2014. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877042814015110>>
- BRAMEL, J.; SIMCHI-LEVI, D. A location based heuristic for general routing problems. **Operations Research**, v. 43, n. 4, p. 649–660, 1995.
- CHRISTOFIDES, N.; EILON, S. An Algorithm for the Vehicle-dispatching Problem. **Journal of the Operational Research Society**, v. 8, n. 2, p. 415–422, 1998.
- CHRISTOFIDES, N.; MINGOZZI, A.; TOTH, P. The Vehicle Routing Problem. **Combinatorial Optimization**, v. 1, p. 315–338, 1979.
- CLARKE, G.; WRIGHT, J. W. Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. **Operations Research**, v. 12, n. 4, p. 568–581, 1964.
- CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G.; MERCIER, A.; OTHERS. A unified tabu search heuristic

for vehicle routing problems with time windows. **Journal of the Operational research society**, v. 52, n. 8, p. 928–936, 2001.

CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G.; SAVELSBERGH, M. W. P.; VIGO, D. Chapter 6 Vehicle Routing. In: BARNHART, C.; LAPORTE, G. (Eds.). . **Transportation**. Amsterdam: Elsevier, 2007. v. 14p. 367–428.

DELORME, M.; IORI, M.; MARTELLO, S. Bin packing and cutting stock problems: Mathematical models and exact algorithms. **European Journal of Operational Research**, v. 255, n. 1, p. 1–20, 2016.

DUHAMEL, C.; LACOMME, P.; PRINS, C.; PRODHON, C. A GRASPxEELS approach for the capacitated location-routing problem. **Computers and Operations Research**, v. 37, n. 11, p. 1912–1923, 2010.

FALKENAUER, E. A hybrid grouping genetic algorithm for bin packing. **Journal of Heuristics**, v. 2, n. 1, p. 5–30, 1996.

FISHER, L. M.; JAIKUMAR, R. A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing. **Networks**, v. 11, n. 2, p. 109–124, 1981.

FISHER, M. L. Summary of “ Optimal Solution of Vehicle Routing Problems Using Minimum K-Trees ”. **Operations Research**, 1994.

FLESZAR, K.; CHARALAMBOUS, C. Average-weight-controlled bin-oriented heuristics for the one-dimensional bin-packing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 210, p. 176–184, 2011.

FLESZAR, K.; HINDI, K. S. New heuristics for one-dimensional bin-packing. **Computers and Operations Research**, v. 29, n. 7, p. 821–839, 2002.

FRANÇA, P. M.; SOSA, N. M.; PUREZA, V. An adaptive tabu search algorithm for the capacitated clustering problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 6, p. 665–678, 1999.

FUKASAWA, R.; LONGO, H.; LYSGAARD, J.; DE ARAGAO, M. P.; REIS, M.; UCHOA, E.; WERNECK, R. F. Robust branch-and-cut-and-price for the capacitated vehicle routing problem. **Mathematical Programming**, v. 106, n. 3, p. 491–511, 2006.

FUNKE, B.; GRÜNERT, T.; IRNICH, S.; GRUNERT, T.; IRNICH, S. Local search for vehicle routing and scheduling problems: Review and conceptual integration. **Journal of Heuristics**,

v. 11, n. 4, p. 267–306, 2005.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. **Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP- Completeness**. San Francisco: Freeman, 1979.

GASKELL, T. J. Bases for Vehicle Fleet Scheduling. **Journal of the Operational Research Society**, v. 19, n. 2, p. 201–202, 1967.

GENDREAU, M.; HERTZ, A.; LAPORTE, G. A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem. **Management Science**, v. 40, n. 10, p. 1276–1290, 1994.

GENDREAU, M.; LAPORTE, G. Heuristics and lower bounds for the bin packing problem with conflicts. **Computers & Operations Research**, v. 31, p. 347–358, 2004.

GILLETT, B.; MILLER, L. A Heuristic Algorithm for the Vehicle Dispatch Problem. **Operations Research**, v. 22, n. 2, p. 340–349, 1974.

GLOVER, F. Paths for Integer Programming. **Computers and Operations Research**, v. 13, n. 5, p. 533–549, 1986.

GLOVER, F. Ejection chains, reference structures and alternating path methods for traveling salesman problems. **Discrete Applied Mathematics**, v. 65, n. 1–3, p. 223–253, 1996.

GLOVER, F. A Template for Scatter Search and Path Relinking. **Artificial Evolution**, Lecture Notes in Computer Science. v. 1363, p. 2–51, 1998.

GLOVER, F. Tabu Search - Part I. **ORSA Journal on Computing**, v. 1, n. 3, p. 190–206, 2006.

GLOVER, F.; LAGUNA, M.; MARTÍ, R. New Ideas and Applications of Scatter Search and Path Relinking. In: **Studies in Fuzziness and Soft Computing**. Berlin: Elsevier, 2004. p. 367–383.

GOLDEN, B.; RAGHAVAN, S.; WASIL, E. **The vehicle routing problem: latest advances and new challenges**. US: Springer, 2008.

GOLDEN, B.; WASIL, E. A.; KELLY, J. P.; CHAO, I.-M. The Impact of Metaheuristics on Solving the Vehicle Routing Problem: Algorithms, Problem Sets, and Computational Results. In: T.G., C.; G., L. (Eds.). . **Fleet Management and Logistics**. Boston: Springer, 1998. p. 33–56.

GROËR, C.; GOLDEN, B.; WASIL, E. A parallel algorithm for the vehicle routing problem. **INFORMS Journal on Computing**, v. 23, n. 2, p. 315–330, 2011.

- HAMDI-DHAOUI, K.; LABADIE, N.; YALAOUI, A. The Vehicle Routing Problem with Conflicts. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 44, n. 1, p. 9799–9804, 2011.
- HO, S. C.; GENDREAU, M. Path relinking for the vehicle routing problem. **Journal of Heuristics**, v. 12, n. 1–2, p. 55–72, 2006.
- JANSEN, K. An approximation scheme for Bin Packing with Conflicts. **Journal of Combinatorial Optimization**, v. 3, n. 4, p. 363–377, 1999.
- JANSEN, K.; OHRING, S. Approximation Algorithms for Time Constrained Scheduling. **Information and Computation**, v. 108, p. 85–108, 1997.
- JIN, J.; CRAINIC, T. G.; LOKKETANGEN, A. A parallel multi-neighborhood cooperative tabu search for capacitated vehicle routing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 222, n. 3, p. 441–451, 2012.
- JOHNSON, D. S. Fast algorithms for bin packing. **Journal of Computer and System Sciences**, v. 8, n. 3, p. 272–314, 1974.
- KHANAFAER, A.; CLAUTIAUX, F.; TALBI, E. New lower bounds for bin packing problems with conflicts. **European Journal of Operational Research**, v. 206, n. 2, p. 281–288, 2010.
- KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by Simulated Annealing. **Science**, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983.
- KOSKOSIDIS, Y. A.; POWELL, W. B. Clustering algorithms for consolidation of customer orders into vehicle shipments. **Transportation Research Part B**, v. 26, n. 5, p. 365–379, 1992.
- KOTLER, P.; ARMSTRONG, G. **Principles of Marketing**. Boston: Pearson, 2016.
- LAPORTE, G.; GENDREAU, M.; POTVIN, J. Y.; SEMET, F. Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 7, n. 4–5, p. 285–300, 2000.
- LAPORTE, G.; NOBERT, Y.; TAILLEFER, S. A branch-and-bound algorithm for the asymmetrical distance-constrained vehicle routing problem. **Mathematical Modelling**, v. 9, n. 12, p. 857–868, 1987.
- LI, F.; GOLDEN, B.; WASIL, E. Very large-scale vehicle routing: New test problems, algorithms, and results. **Computers and Operations Research**, v. 32, n. 5, p. 1165–1179, 2005.
- LIN, S. Computer Solutions of the Traveling Salesman Problem. **Bell System Technical**

Journal, v. 44, n. 10, p. 2245–2269, 1965.

LOH, K.-H.; GOLDEN, B.; WASIL, E. Solving the one-dimensional bin packing problem with a weight annealing heuristic. **Computers & Operations Research**, v. 35, p. 2283–2291, 2008.

LYSGAARD, J. Clarke & Wright 's Savings Algorithm. n. September, p. 1–7, 1997.

MACQUEEN, J. Some methods for classification and analysis of multivariate observations. **Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability**, v. 1, n. 233, p. 281–297, 1967.

MARINAKIS, Y.; MARINAKI, M. Bumble Bees Mating Optimization Algorithm for the Vehicle Routing Problem. **Handbook of Swarm Intelligence**, p. 347–369, 2011.

MARTELLO, S.; TOTH, P. Lower bounds and reduction procedures for the bin packing problem. **Discrete Applied Mathematics**, v. 28, n. 1, p. 59–70, jul. 1990.

MOLE, R. H.; JAMESON, S. R. A Sequential Route-Building Algorithm Employing a Generalised Savings Criterion. **Operational Research Quarterly (1970-1977)**, v. 27, n. 2, p. 503–511, 1976.

MULVEY, J. M.; BECK, M. P. Solving capacitated clustering problems. **European Journal of Operational Research**, v. 18, n. 3, p. 339–348, 1984.

MURITIBA, A. E. F.; IORI, M.; MALAGUTI, E.; TOTH, P.; MURITIBA, A. E. F.; MALAGUTI, E.; TOTH, P. Algorithms for the Bin Packing Problem with Conflicts. **INFORMS Journal on Computing**, v. 22, n. 3, p. 401–415, 2010.

OSMAN, I. H. Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem. **Annals of Operations Research**, v. 41, n. 4, p. 421–451, 1993.

OSMAN, I. H.; CHRISTOFIDES, N. Capacitated clustering problems by hybrid simulated annealing and tabu search. **International Transactions in Operational Research**, v. 1, n. 3, p. 317–336, 1994.

OSMAN, I. H.; LAPORTE, G. Metaheuristics: A bibliography. **Annals of Operations Research**, v. 63, n. 5, p. 511–623, 1996.

PAESSENS, H. The savings algorithm for the vehicle routing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 34, n. 3, p. 336–344, 1988.

PECIN, D.; PESSOA, A.; POGGI, M.; UCHOA, E. Improved branch-cut-and-price for capacitated vehicle routing. **Mathematical Programming Computation**, v. 9, n. 1, p. 61–100,

2017.

PIRKUL, H. Efficient algorithms for the capacitated concentrator location problem. **Computers and Operations Research**, v. 14, n. 3, p. 197–208, 1987.

PISINGER, D.; ROPKE, S. A general heuristic for vehicle routing problems. **Computers and Operations Research**, v. 34, n. 8, p. 2403–2435, 2007.

PRINS, C. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. **Computers and Operations Research**, v. 31, n. 12, p. 1985–2002, 2004.

PRINS, C. A GRASP×Evolutionary Local Search Hybrid for the Vehicle Routing Problem. In: PEREIRA, F. B.; TAVARES, J. (Eds.). . **Bio-inspired Algorithms for the Vehicle Routing Problem**. Studies in Computational Intelligence. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009. v. 161.

QUIROZ-CASTELLANOS, M.; CRUZ-REYES, L.; TORRES-JIMENEZ, J.; S, C. G.; FRAIRE, H. J.; ALVIM, A. C. F. A grouping genetic algorithm with controlled gene transmission for the bin packing problem. **Computers and Operation Research**, v. 55, p. 52–64, 2015.

SADYKOV, R.; VANDERBECK, F. Bin packing with conflicts: A generic branch-and-price algorithm. **INFORMS Journal on Computing**, v. 25, n. 2, p. 244–255, 2013.

SCHEUERER, S.; WENDOLSKY, R. A scatter search heuristic for the capacitated clustering problem. **European Journal of Operational Research**, v. 169, n. 2, p. 533–547, 2006.

SHAW, P. Using Constraint Programming and Local Search Methods to Solve Vehicle Routing Problems. In: M., M.; JF., P. (Eds.). . **Principles and Practice of Constraint Programming**. Berlin: Springer, 1998. p. 417–431.

SOLOMON, M. M. Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints. **Operations Research**, v. 35, n. 2, p. 254–265, 1987.

STANOJEVIĆ, M.; STANOJEVIĆ, B.; VUJOŠEVIĆ, M. Enhanced savings calculation and its applications for solving capacitated vehicle routing problem. **Applied Mathematics and Computation**, v. 219, n. 20, p. 10302–10312, 2013.

STAWOWY, A. Evolutionary based heuristic for bin packing problem. **Computers & Industrial Engineering**, v. 55, n. 2, p. 465–474, 2008.

THOMPSON, P. M.; PSARAFTIS, H. N. Cyclic transfer algorithms for multi-vehicle routing

and scheduling problems. **Operations Research**, v. 41, n. 5, p. 935–946, 1993.

TOTH, P.; VIGO, D. **The Vehicle Routing Problem**. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002.

TOTH, P.; VIGO, D. The Granular Tabu Search and Its Application to the Vehicle-Routing Problem. **INFORMS Journal on Computing**, v. 15, n. 4, p. 333–346, 2003.

UCHOA, E.; PECIN, D.; PESSOA, A.; POGGI, M.; SUBRAMANIAN, A.; VIDAL, T. New Benchmark Instances for the Capacitated Vehicle Routing Problem. **European Journal of Operational Research**, v. 257, p. 845–858, 2014.

VIDAL, T.; CRAINIC, T. G.; GENDREAU, M.; LAHRICHI, N.; REI, W. A Hybrid Genetic Algorithm for Multidepot and Periodic Vehicle Routing Problems. **Operations Research**, v. 60, n. 3, p. 611–624, 2012.

VIDAL, T.; CRAINIC, T. G.; GENDREAU, M.; PRINS, C. Heuristics for multi-attribute vehicle routing problems: A survey and synthesis. **European Journal of Operational Research**, v. 231, n. 1, p. 1–21, nov. 2013.

XAVIER, M. A. DE M. **Os elos entre os circuitos da economia urbana brasileira no atual período: os atacadistas e seu papel intermediário**. [s.l.] Universidade Estadual de Campinas, 2009.

YU, B.; YANG, Z. Z.; YAO, B. An improved ant colony optimization for vehicle routing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 196, n. 1, p. 171–176, 2009.

ANEXO A

A Figura 7.1 ilustra a estrutura de dados utilizada para a representação das soluções do problema. Essa estrutura de dados é composta por dois vetores e uma matriz. Considerando um problema com n pedidos, v veículos e k categorias, a solução é formada por um vetor denominado PRÓXIMO de n componentes, um vetor denominado INÍCIO de v componentes e uma matriz denominada COMPATIBILIDADES com dimensões v e k . Cada posição do vetor PRÓXIMO[n] corresponde ao código de um pedido, que é único e sequencial, e seu conteúdo é uma variável inteira que indica o código do próximo pedido a ser atendido na sequência da rota ou o valor -1 caso seja o último pedido. Cada posição do vetor INÍCIO[k] corresponde ao código do veículo que irá realizar uma rota e seu conteúdo é uma variável inteira que indica o código do primeiro pedido a ser atendido. A primeira dimensão da matriz COMPATIBILIDADES[v][k] corresponde ao código do veículo que irá realizar uma rota e a segunda dimensão corresponde ao código de uma das categorias de pedidos. Cada posição da matriz é uma variável binária que assume valor 1 se existe pelo menos um pedido da categoria k na rota v . Por fim, é utilizada uma variável inteira para definir o número de reinícios do procedimento e uma variável inteira para contar o número de iterações da busca local.

Figura 7.1 – Estrutura de Dados

ANEXO B

Figura 7.2 – Rotas 0/1/2/3 da solução ótima: Pn-16-k8-90

Figura 7.3 – Rotas 4/5/6/7 da solução ótima: P-n16-k8-90

Figura 7.4 – Rotas 0/1/2/3 da solução FF-A: P-n16-k8-90

Figura 7.5 – Rotas 4/5/6/7 da solução FF-A: P-n16-k8-90