RENATA CAROLINA BARREIRO RODRIGUES

RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE EVACUAÇÃO PREDIAL
FASEADA

São Paulo
2013

RENATA CAROLINA BARREIRO RODRIGUES

RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE EVACUAÇÃO PREDIAL
FASEADA

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia.

São Paulo
2013

RENATA CAROLINA BARREIRO RODRIGUES

RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE EVACUAÇÃO PREDIAL
FASEADA

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia.

Área de Concentração:
Engenharia de Sistemas Logísticos

Orientador:
Prof. Dr. André Bergsten Mendes

São Paulo
2013

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 2 de outubro de 2013.

Assinatura do autor Renata C.B. Rodrigues

Assinatura do orientador Antônio M. N.

FICHA CATALOGRÁFICA

Rodrigues, Renata Carolina Barreiro

**Resolução de um problema de evacuação predial faseada /
R.C.B. Rodrigues. -- versão corr. -- São Paulo, 2013.
76 p.**

**Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia de Transportes.
Sistemas Logísticos.**

**1.Heurística 2.Evacuação predial 3.Logística I.Universidade
de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia
de Transportes II.t.**

RESUMO

O trabalho apresentado nesta dissertação é referente ao estudo da evacuação de pessoas, mais especificamente, a evacuação predial faseada. O objetivo é determinar, para instâncias de até 25 andares, os instantes de liberação de cada grupo de pessoas, a fim de minimizar o tempo total de evacuação do edifício. No entanto, a determinação destes instantes deve considerar o risco ao qual os diferentes grupos estão submetidos, priorizando a evacuação do andar afetado. Além disso, os conflitos de diferentes grupos por espaço nas rotas de evacuação também devem ser evitados, já que, são nessas situações que acontecem grande parte dos acidentes. Para atingir tal objetivo, foi elaborado um modelo matemático de programação linear inteira. Devido à alta complexidade do modelo, fez-se necessária a aplicação de métodos heurísticos para a obtenção de soluções. Dessa maneira, foram desenvolvidas uma heurística de busca baseada em GRASP e uma heurística lagrangeana. Apesar da heurística lagrangeana atestar a qualidade da solução (a partir da comparação do resultado obtido com o limitante inferior), a heurística de busca mostrou-se mais adequada para o problema pois forneceu resultados de qualidade com pouco esforço computacional.

Palavras chave: evacuação predial faseada. Programação inteira. GRASP. Relaxação lagrangeana.

ABSTRACT

This dissertation studies the evacuation of people, more specifically, building phased evacuation. The objective of this study is to determine, for buildings of up to 25 floors, in which instants each group of people has to be released, in order to minimize the total evacuation time. Furthermore, the determination of these instants has to consider the risk to which each group of people is submitted, thus the affected floor has to be the first group to be released. In addition, conflicts for space between groups should be avoided, since such situations increase the occurrences of accidents. To achieve this goal, an integer linear programming model was designed. Due to the high complexity of the model, it was necessary to apply heuristics to obtain solutions for some instances. Therefore, a search heuristic based on GRASP and a lagrangian heuristic were developed. Despite the fact that the lagrangian heuristic attests to the quality of the solution (when it is compared to the lower bound), the search heuristic was considered more suitable for this problem because it provided quality results with lower computational efforts.

Keywords: building phased evacuation. Integer programming. GRASP. Lagrangean relaxation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 - Comparação entre tempos de evacuação estimados e observados por Pauls (1987)	18
Figura 3.1 - Nomenclatura utilizada.....	23
Figura 3.2 - Modelo Conceitual	24
Figura 3.3 – Parâmetro de dimensão de escadas (Abolins et al., 2008)	26
Figura 4.1 - Análise do número de variáveis binárias do problema	31
Figura 5.1 - Esquemático dos métodos de solução utilizados.....	32
Figura 5.2 - Pseudo código - heurística construtiva	34
Figura 5.3 - Pseudo-código meta heurística GRASP	36
Figura 5.4 - Pseudo-código - heurística de viabilização	40
Figura 6.1 - Solução ótima para 5 andares.	44
Figura 6.2 - Tentativa de liberação do andar 2 no instante 0.	45
Figura 6.3 - Instante disponível para entrada do próximo grupo.	46
Figura 6.4 - Instante de liberação do grupo 5.....	46
Figura 6.5 - Solução alternativa - liberação 1-4-5-3-2.	47
Figura 6.6 - Resultado 5 andares - Heurística Construtiva.....	48
Figura 6.7 - Resultado 5 andares - explicitação do diagrama	48
Figura 6.8 - Resultado 7 andares - Heurística Construtiva.....	49
Figura 6.9 - Resultado 9 andares - Heurística Construtiva.....	50
Figura 6.10 - Resultado 25 andares - Heurística Construtiva.....	51
Figura 6.11 - Resultado 25 andares parâmetros genéricos - Heurística Construtiva.	52
Figura 6.12 - Resultado 5 andares - <i>Branch and Bound</i>	53

Figura 6.13 - Resultado 7 andares - <i>Branch and Bound</i>	53
Figura 6.14 - Resultado 5 andares - Heurística de Busca	55
Figura 6.15 - Resultado 7 andares - Heurística de Busca	55
Figura 6.16 - Resultado 9 andares - Heurística de Busca	56
Figura 6.17 - Resultado 25 andares - Heurística de Busca	57
Figura 6.18 - Resultado 25 andares (LRC 5 elementos) - Heurística de Busca	58
Figura 6.19 - Resultado 25 andares genérico - Heurística de Busca	60
Figura 6.20 - Resultado 5 andares - Heurística Lagrangeana	61
Figura 6.21 - Resultado 7 andares - Heurística Lagrangeana	62
Figura 6.22 - Resultado 9 andares - heurística Lagrangeana	63
Figura 6.23 - Resultado 25 andares - Heurística Lagrangeana	64
Figura 6.24 - Resultado 25 andares com parâmetros genéricos - Heurística Lagrangeana.	65
Figura 6.25 - Comparativo entre número de iterações para obtenção da solução ótima e convergência do limitante inferior.	66
Figura 6.26 - Resultado com prioridade de liberação dos vizinhos - GRASP.	67
Figura 6.27 - Resultado com prioridade de liberação dos vizinhos - Heurística Lagrangeana.	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1 - Parâmetros $p_{m,i}$ para instância com 5 andares	42
Tabela 6.2 - Parâmetros $s_{m,i}$ para instância com 5 andares	42
Tabela 6.3 - Tempo necessário para uma pessoa percorrer um tramo da escada ($p_{m,i}$) - cenário 25 andares genérico	43
Tabela 6.4 - Intervalo entre a primeira e a última pessoa de cada grupo ($s_{m,i}$) - cenário 25 andares genérico	43
Tabela 7.1 - Comparativo dos resultados.....	71

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
1.1.	OBJETIVOS E METODOLOGIA	12
1.2.	ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	13
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
3	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	22
3.1.	CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES	22
3.2.	PARÂMETROS DO PROBLEMA	24
4	MODELAGEM MATEMÁTICA	27
4.1.	MODELO MATEMÁTICO	27
4.2.	ANÁLISE DA COMPLEXIDADE DO PROBLEMA	30
5	MÉTODOS DE SOLUÇÃO	32
5.1.	HEURÍSTICA CONSTRUTIVA	33
5.2.	HEURÍSTICA DE BUSCA - GRASP	34
5.3.	HEURÍSTICA LAGRANGEANA	36
6	TESTES COMPUTACIONAIS	41
6.1.	CENÁRIOS ANALISADOS	41
6.2.	HEURÍSTICA CONSTRUTIVA	47
6.3.	MÉTODO BRANCH AND BOUND	52
6.4.	HEURÍSTICA DE BUSCA - GRASP	54
6.5.	HEURÍSTICA LAGRANGEANA	61
6.6.	RESULTADOS EXTRAS	66
7	CONCLUSÃO E PRÓXIMOS PASSOS	70
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73

1 INTRODUÇÃO

O estudo de evacuação de pessoas é um tema de grande interesse na sociedade. Seja devido à ocorrência de desastres naturais, ataques terroristas ou acidentes, é importante garantir que a população afetada seja evacuada da área de risco o mais rápido possível e em segurança. O trabalho apresentado a seguir é focado na ramificação deste estudo que analisa evacuações prediais.

Existem diversas formas de evacuação predial. A mais comum é a chamada evacuação livre, na qual o alarme de incêndio soa simultaneamente em todos os pontos do edifício e a população realiza a evacuação sem qualquer tipo de controle. Apesar de, em muitos casos, esta forma de evacuação resultar num tempo total de evacuação menor que se comparada a outros métodos, devido à organização necessária para realizar a evacuação de uma forma controlada (Pauls, 1987), o risco ao qual a população é submetida e o número de feridos durante o processo é maior que em evacuações organizadas como, por exemplo, a evacuação faseada pois grande parte dos acidentes acontece devido à disputa por espaços em rotas de evacuação (Pauls, 1984).

Além da evacuação livre, é crescente o número de planos de evacuação utilizando transporte vertical, como relata o estudo de Ma et al. (2012). No entanto, para que esta técnica seja viável e segura, é necessário não só que a brigada de incêndio elabore um plano de evacuação adequado (faseado ou não), mas também que a estrutura do edifício permita a utilização dos elevadores. Usualmente, durante um incêndio, por exemplo, ocorre falha de energia elétrica, impossibilitando a utilização destes. Além disso, é comum a fumaça se espalhar pelos dutos dos elevadores, tornando perigosa a utilização dos mesmos. Assim, apesar desta forma de evacuação ser promissora para edifícios muito altos, ela deve ser aplicada com cautela e apenas uma vez que tenha sido atestado que é seguro fazê-lo.

A terceira forma de evacuação é a evacuação faseada. É fato que grande parte dos acidentes acontece durante o processo de descida, por causa do tumulto nas vias de evacuação, e não por causa da ocorrência em si. A fim de diminuir esta quantidade de acidentes, a evacuação faseada sugere que os ocupantes dos

andares sejam liberados em instantes distintos, de forma que não haja conflito entre diferentes grupos de pessoas. Muitas vezes, caso o perigo seja controlado, alguns andares nem chegam a ser evacuados. Apesar de muito promissora na questão da segurança, para que esta técnica possa ser aplicada com sucesso, os edifícios devem ter brigadas de incêndio organizadas, que treinem a população a obedecer a ordem de liberação sem entrar em pânico.

Quando se fala em evacuação predial, o principal exemplo citado é o ataque terrorista de 11 de setembro ao *World Trade Center*. Apesar de, provavelmente, não haver rota de escape desbloqueada para a população acima dos andares atingidos, dentre os indivíduos localizados nos andares abaixo do choque, 99% saíram do complexo comercial em segurança (Johnson, 2005). Este número indica sucesso no plano de evacuação adotado, apesar de falhas no processo de evacuação, mencionadas por Johnson. O sucesso deste plano pode ser atribuído parcialmente aos estudos a respeito da evacuação de 1993 do mesmo centro comercial. Pauls (1994) relatou a necessidade da elaboração de um plano de evacuação consolidado, devido a relatos sobre este incidente. Em condições ótimas, a evacuação do complexo se daria em 80 minutos, no entanto, em condições de fluxo livre, uma pessoa levaria em média 37 minutos para descer os 110 andares. Isso significa que parte da população do prédio ficaria uma grande quantidade de tempo apenas esperando para fazer uso das escadas super ocupadas. Além disso, o estudo de Pauls estima que 1.000 pessoas (de um total de 22.000) se acidentaram durante a evacuação. As pessoas com deficiência foram instruídas a descer pelo lado direito da escada - que não tinha corrimão em toda sua extensão, além disso, houve falta de luz e contaminação do ar por fumaça.

Outro exemplo de relato de evacuação é o referente ao incêndio no *Chicago Cook County Administration Building* em 2003 (Proulx e Reid, 2006). O plano de evacuação oficial era a evacuação faseada e, apesar de as instruções para segui-lo terem sido dadas corretamente, a grande parcela dos ocupantes não entendeu as instruções ou desconhecia que esta era a estratégia adotada pela brigada de incêndio. Além disso, muitos demoraram para seguir as instruções anunciadas pelo sistema de comunicação do edifício, simplesmente por não acreditarem que a situação fosse grave. Houve relatos de pessoas que esperaram até 30 minutos depois de terem ouvido o aviso de evacuação para iniciar sua descida. Apesar disso,

a maior falha desta evacuação, que causou seis fatalidades (entre as 250 pessoas presentes no edifício no instante do incêndio), foi que a população desconhecia o fato que as portas das escadas trancavam automaticamente, não sendo possível voltar das escadas para dentro do edifício. Isto foi um problema pois os bombeiros subiram até o andar incendiado por uma escada e bloquearam a passagem das pessoas que estavam tentando descer por ela, aconselhando-as a voltar e descer pela outra escada, localizada numa parte do prédio não afetada. Os ocupantes tiveram que subir 15 andares para achar uma porta que, por ser defeituosa, não estava trancada, no entanto seis ocupantes não conseguiram chegar tão longe e foram asfixiados pela fumaça.

Esses estudos são apenas alguns, entre muitos, que analisam eventos reais e que servem como exemplo, tanto para as brigadas de incêndio e corpo de bombeiros, quanto para a comunidade científica, de como é importante para a segurança dos indivíduos investir em estudos que garantam uma evacuação segura. É neste contexto que essa dissertação será elaborada, em particular, na área da evacuação faseada. Esta técnica usualmente é planejada tomando como base o senso comum de que deve ser dada prioridade para o andar afetado. A proposta deste estudo é ir além desta regra. Almeja-se apresentar um novo método para determinar a sequência de liberação dos andares que, além de priorizar o andar afetado, minimize o tempo total de evacuação do edifício.

Dessa forma, esta dissertação consiste na elaboração e resolução (para problemas de escala real) de um modelo matemático cujo objetivo é determinar o instante ótimo de liberação dos andares de um prédio, a fim de minimizar o risco ao qual a população é submetida. O edifício que inspirou este estudo foi o prédio *Edise*, sede da *Petrobras* no Rio de Janeiro. Foi informado pela *Petrobras* que no prédio de 50 andares havia 10 escadas de pequena largura, sendo que cada andar tinha acesso a 5 escadas. Ou seja, uma escada só dá acesso a 25 andares, pares ou ímpares.

Para a resolução do problema, serão utilizados métodos heurísticos, como o GRASP e a relaxação lagrangeana que, por gerar limitantes inferiores, permite que a qualidade das soluções seja aferida. Espera-se que este modelo auxilie as brigadas de incêndio na elaboração de planos de evacuação e aumentem a segurança de todos os envolvidos.

1.1. OBJETIVOS E METODOLOGIA

O objetivo desta dissertação é resolver um problema de determinação dos instantes de liberação dos andares em uma evacuação predial faseada para um caso real. No caso de um edifício com mais de uma escada (ou rota de fuga), é assumido que os ocupantes dos diferentes andares seguirão suas próprias rotas de fuga, permitindo que o problema de evacuação faseada seja resolvido para o grupo de indivíduos dos diferentes andares previstos para ocuparem uma determinada rota de fuga (escada), ao longo de toda sua extensão. Em função desta premissa, considera-se que a evacuação dos demais grupos por meio de outras rotas não causam interferência nos tempos de evacuação dos demais ocupantes. Apesar da técnica ser aplicável para instâncias de qualquer porte, almeja-se obter os resultados para edifícios de até 25 andares. A resolução deste problema inicia-se com a aplicação de um modelo matemático exato, no entanto, devido à complexidade do problema, a solução se dará por meio de heurísticas para instâncias de grande porte, sendo elas uma heurística de busca baseada em GRASP e uma heurística lagrangeana.

A abordagem proposta é decorrente do problema em questão ser uma variação de um problema de *flowshop*, conhecido por ser NP-difícil (Garey et al., 1976), para o qual o uso dos métodos de enumeração implícita, como o clássico *branch-and-bound*, não são exequíveis em instâncias de grande porte.

Apesar da presente pesquisa ser motivada e ter sido direcionada para resolver um caso específico (Edifício *Edise*), pretende-se desenvolver um método genérico, capaz de resolver diversas configurações de edifícios e rotas de fuga, desde que diferentes rotas de fuga sejam independentes umas das outras.

O problema em questão consiste em um problema de programação linear inteira, o qual será, inicialmente, modelado e, em seguida solucionado, de maneira aproximada por um conjunto de heurísticas. A proposta inicial seria solucionar o problema de forma ótima. No entanto, como já foi mencionado, por tratar-se de um problema de alta complexidade, isso não é possível para todas as instâncias. Desta forma, optou-se por utilizar uma heurística probabilística construtiva baseada na fase construtiva do GRASP para a obtenção de um limitante superior para a solução deste problema e uma heurística de busca baseada em GRASP. Também foi

desenvolvida uma heurística lagrangeana capaz de gerar limitantes de solução, e cujas soluções duais foram ajustadas para respeitar todas as restrições do problema original.

1.2. ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

O texto está organizado da seguinte maneira:

- No capítulo 2, *Revisão Bibliográfica*, é feita uma análise dos estudos existentes referentes à evacuação predial, desde modelos matemáticos para determinação do tempo total de evacuação, modelos de simulação para análise de características específicas durante a evacuação (como escolha de rotas de fuga, iteração entre indivíduos, composição gasosa, etc) e características sociais.
- No capítulo 3, *Definição do Problema*, o problema é formalmente apresentado. O texto mostra o edifício no qual este estudo foi baseado, assim como os tempos de evacuação considerados para cada indivíduo. Além disso, é apresentada a nomenclatura utilizada nesta dissertação.
- O capítulo 4, *Modelo Matemático*, contém o detalhamento do modelo de programação inteira elaborado para esta dissertação, assim como uma análise da complexidade do modelo conforme o tamanho da instância de teste.
- No capítulo 5, *Métodos de solução*, são apresentados os quatro métodos de solução usados neste projeto - heurística probabilística construtiva, *branch and bound*, heurística de busca e heurística lagrangeana.
- O capítulo 6, *Testes Computacionais*, apresenta as instâncias de testes utilizadas neste projeto, assim como os resultados obtidos com a aplicação de cada um dos quatro métodos de solução.
- O capítulo 7, *Conclusão e Próximos Passos*, contém as conclusões tiradas das análises feitas e sugestões de continuidade para esta pesquisa.
- Finalmente, o capítulo 8, *Referências Bibliográficas*, contém as referências utilizadas na elaboração deste estudo.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A legislação brasileira que diz respeito à prevenção de incêndios é extensiva e complexa, o que dificulta sua interpretação, como menciona Tavares (2009). Além disso, a fiscalização referente a essa legislação é praticamente inexistente e, por isso, quase nenhum edifício possui todos os requisitos de segurança exigidos, como extintores, alarmes e sinalização para saídas de emergência. Países desenvolvidos como Inglaterra, Suécia e Austrália mudaram seus códigos de incêndio para códigos baseados em performance, ao invés dos tradicionais códigos prescritivos. Essa nova forma de elaboração do código, ao invés de criar regras e leis restritas para procedimentos de segurança, oferece guias de desempenho, dando aos engenheiros e arquitetos liberdade para criar soluções inovadoras e que sejam mais adequadas à planta em questão. No entanto, Tavares (2009) defende que o Brasil não se encontra preparado para adotar códigos baseados em desempenho. Antes de utilizar este método mais evoluído, é necessário que os brasileiros reconheçam os perigos ligados ao fogo e que as autoridades fiscalizem rigorosamente os requisitos de segurança e procedimentos exigidos para que talvez, no futuro, seja possível dar mais liberdade para procedimentos de prevenção a incêndio.

O estudo de evacuação de multidões pode ser dividido em diversas categorias devido ao ambiente estudado, ao foco dado ao estudo e à metodologia utilizada. Como já foi mencionado, o estudo apresentado neste texto contempla a análise de uma evacuação predial em um edifício de alta densidade populacional. De acordo com Pauls (1987), as contribuições científicas neste campo podem ser divididas em três níveis hierárquicos. No topo encontram-se observações diretas de como a evacuação realmente ocorre. No meio encontram-se os estudos primários e descobertas científicas, como desenvolvimento de novas técnicas de evacuação, estudo da composição do ar ou estudo da visibilidade durante um incêndio. E por último, existem as revisões dos métodos já elaborados, críticas e recomendações a eles. O presente estudo encaixa-se no nível intermediário por apresentar um novo método para a determinação do sequenciamento de liberação de andares em uma evacuação faseada.

Ono et al. (2008) recomendam a evacuação faseada em prédios de alta densidade populacional para evitar o congestionamento das escadas. Apesar de Pauls (1987) indicar que o tempo total de evacuação em um sistema livre (descontrolado) pode ser inferior ao tempo total da evacuação faseada (devido à baixa densidade nas escadas e a um tempo necessário para organizar o processo de descida), na evacuação livre, os indivíduos expostos aos maiores riscos (andar incendiado e vizinhos imediatos) permanecem mais tempo expostos ao perigo, o que pode resultar numa maior quantidade de feridos ou, até mesmo, de fatalidades (Pauls, 1987). No entanto, são poucos os estudos de evacuação que tratam da evacuação faseada. E mesmo aqueles que a abordam, usam simplificações, mantendo uma sequência de liberação fixa que não considera o local incendiado (Cepolina, 2009) ou dividindo o edifício em apenas dois grupos, o prioritário e o geral (Sun, 2013). Apenas Rodrigues e Trevisan (2010) tratam o problema da forma como ele é abordado nesta dissertação, eles elaboraram um modelo matemático preliminar para a determinação dos instantes de liberação de grupos de indivíduos em uma evacuação predial faseada.

Tradicionalmente, existem três características quantitativas da movimentação de multidões: densidade, velocidade e fluxo. A densidade é o número de pessoas em uma unidade de área, a velocidade é a distância percorrida em uma unidade de tempo e o fluxo é o número de pessoas passando em um ponto em uma unidade de tempo (Pauls, 1994). Essas três características estão diretamente relacionadas com a largura das vias de evacuação, isto é: $\text{fluxo} = \text{densidade} \times \text{velocidade} \times \text{largura}$. Da mesma forma, densidade e velocidade estão diretamente interligadas uma vez que, quanto maior a densidade em uma via, menor será a velocidade de escoamento nela. Desta forma, o fluxo é baixo tanto em casos de baixa quanto de alta densidade populacional, atingindo seu máximo em algum valor de densidade intermediário. A velocidade de evacuação pode ainda variar com as condições físicas do edifício (iluminação, composição gasosa nas escadas, etc.), e até com as vestimentas dos indivíduos evacuando o edifício. A complexidade na relação entre as três características mencionadas exige atenção na estimativa de velocidade, pois uma pequena variação no fluxo pode resultar em um erro significativo na estimativa do tempo total de evacuação (Pauls, 1987).

Ainda de acordo com Pauls (1987), o tempo de evacuação predial pode ser dividido em quatro subcomponentes, sendo eles:

- i. o tempo de fluxo em todos os elementos da rota, inclusive aquele mais restrito, com o maior tempo de fluxo;
- ii. o tempo de viagem na rota mais direta da evacuação;
- iii. o tempo decorrido entre a ocorrência do incêndio e o início da evacuação;
- iv. o tempo decorrido devido à escolha do indivíduo de não evacuar pela rota mais próxima (para ajudar outros, por exemplo).

Note que as componentes iii e iv são variáveis com características comportamentais e, por isso, mais difíceis de serem estimadas. Por isso, elas são constantemente ignoradas pelos estudos, gerando estimativas de tempo total de evacuação equivocadas.

Existem, na literatura, modelos que estimam o tempo mínimo de evacuação de um edifício, considerando a evacuação livre, a partir de equacionamentos matemáticos. Togawa (1955) desenvolveu equacionamentos que relacionam o tempo de evacuação com o tempo de fluxo (do trecho mais restritivo da rota) e o tempo de viagem entre o ponto de início e o de fim da evacuação. Pauls (1987) identificou que este modelo não pode ser aplicado a prédios mais altos, nos quais o controle de evacuação deve ser feito pela capacidade de fluxo das escadas, e não pela capacidade de fluxo das portas de acesso a elas, como admitiu Togawa.

No modelo proposto por Galbreath (1969), o tempo de evacuação é obtido a partir do número de pessoas acima do primeiro andar, somado com o número máximo de pessoas que podem estar na escada simultaneamente (ou o número de pessoas no andar, caso este seja menor), dividido pelo produto do fluxo com a largura da escada. Pauls (1987) menciona que as suposições de Galbreath quanto ao fluxo foram muito otimistas, e que foi feita confusão entre fluxo mínimo e máximo. Desta forma, os resultados apresentados em seu estudo foram muito baixos. Em 8 de 9 testes, o tempo de evacuação observado foi até 64% maior que o estimado no estudo.

O modelo de Melinek e Booth (1975) prevê duas situações diferentes: um prédio de alta densidade populacional, no qual a quantidade de pessoas nos andares excede

a capacidade das escadas, e um prédio de baixa densidade populacional no qual a quantidade de pessoas nos andares cabe toda nas escadas. Assim como Galbreath (1969), os autores superestimaram o fluxo, resultando em uma previsão muito otimista do tempo de evacuação.

Kendik (1983) também desenvolveu um modelo para estimar o tempo total de evacuação. O autor baseia-se num parâmetro denominado fator de área projetada. Com este fator, o modelo identifica diferença nos fluxos de evacuação em diferentes partes da rota de escape, como, por exemplo, nas portas. Por este motivo, o autor considera que este método seja mais adequado que os de Galbreath (1969), por exemplo. O trabalho mostra comparações entre tempos totais de evacuação em testes reais e o tempo projetado pelo modelo. As comparações mostraram divergências nos tempos entre 0,5 e 1,0 minuto, o que o autor identificou como o tempo de reação dos ocupantes do edifício, que não é considerado no modelo matemático.

Pauls (1987) realizou diversas observações em treinamentos de evacuação e, assim, pode observar falhas nos modelos apresentados acima, principalmente no que diz respeito à movimentação de multidões nas escadas, estimativas de fluxo máximo e médio e população da evacuação. O modelo desenvolvido por este autor considera o índice de população por metro de largura efetiva das escadas. Como o fluxo não varia linearmente com a largura das escadas, o modelo do autor foi dividido em duas partes, para populações de até 800 pessoas/metro de largura efetiva das escadas, o tempo mínimo de evacuação pode ser estimado como $T = 2,00 + 0,0117p$, onde T é o tempo mínimo de evacuação, em minutos e p é a população por metro de largura efetiva das escadas. Para populações maiores que 800 pessoas/metro de largura efetiva, a regressão utilizada deveria ser $T = 0,70 + 0,0133p$. Estas estimativas tornam-se menos precisas quando aplicadas a edifícios altos e com baixa densidade populacional, nos quais o tempo de evacuação é fortemente influenciado pela distância percorrida e a capacidade da população de descer rapidamente. Para um prédio de oito andares com 1700 ocupantes, a Figura 2.1 mostra a comparação entre o resultado estimado e observado por Pauls em um prédio com 6 escadas.

Apesar da diversidade nos métodos de estimativa do tempo de evacuação livre, percebe-se que existe muita dificuldade para determinar e correlacionar as premissas corretamente. Mesmo o estudo de Pauls (1987), cujo resultado estimado, em geral, não foi muito discrepante do resultado observado (vide Figura 2.1), o próprio autor explica que, quanto maior o número de andares do prédio, mais impreciso passa a ser o resultado obtido pelo uso de seu método. Isso indica que devem ser tomados cuidados para a determinação dessas premissas.

Figura 2.1 - Comparação entre tempos de evacuação estimados e observados por Pauls (1987)

Além dos modelos matemáticos que calculam o tempo total de evacuação de um edifício, são encontrados na literatura modelos de simulação, que podem ser de diversos tipos. Como exemplo, é possível citar o modelo de Thompson e Marchant (1995) que simula um andar do edifício com todas as distribuições de espaço e barreiras, com o objetivo de auxiliar na determinação da rota ótima de evacuação. O simulador é discretizado em 0,1 segundos. Sempre que o indivíduo encontra uma barreira, ele deve alterar sua direção de evacuação. Outro exemplo é o modelo de simulação de Monte Carlo elaborado por Zhang et al. (2013), utilizando simulação em rede e diferenciando cada indivíduo com respeito a gênero, idade, velocidade, escolha de rota, distância percorrida e os efeitos de fumaça.

Santos e Aguirre (2004) fizeram uma revisão dos principais modelos de simulação de evacuação, que podem ser baseados em fluxo, *celular automata*, baseados em agentes e, os mais recentes, modelos que incorporam processos sócio-científicos. Esses modelos diferem entre si na forma como consideram o espaço (como uma rede ou um espaço discretizado - em grelha, por exemplo). Eles podem também diferenciar os indivíduos e atribuir características específicas a cada um, ou considerar indivíduos homogêneos com características médias da população. Existem modelos que consideram características sociais, de forma que os indivíduos tomarão decisões diferentes de acordo com as características atribuídas a cada um, mas podem ou não considerar a interação entre diferentes indivíduos durante o processo. Cada um destes modelos é aplicado a diferentes objetivos, como obtenção de rota ótima de evacuação ou análise da composição gasosa do ar. No entanto, é importante lembrar que todos os casos tratam de aproximações e, na análise dos resultados, devem ser consideradas todas as premissas utilizadas.

O que, de acordo com Santos e Aguirre (2004), nenhum modelo conseguiu incorporar, foram os fatores coletivos e socioculturais que caracterizam as evacuações e que, ao contrário do que aponta o senso comum, não são eventos individuais. Os modelos pecam ao não considerar que, em um prédio comercial, por exemplo, serão formados diversos grupos (de indivíduos que trabalham juntos) gerando assim competição entre grupos e cooperação entre indivíduos de um mesmo grupo. Além disso, as pessoas nem sempre respondem adequadamente à situações perigosas, elas tendem a ignorar o perigo a não ser que existam evidências de que este seja real, como fumaça ou o comportamento de outros indivíduos que estejam respondendo ao perigo. Exemplos destes tipos de implicações socioculturais são dados por Drabek (1999), que realizou diversas entrevistas com pessoas que estiveram em situações de risco com necessidade de evacuação (principalmente furacões e enchentes). O autor identificou padrões comportamentais. Diante da iminência de uma emergência, a primeira resposta é sempre a negação, mais acentuada em pessoas mais velhas e do sexo masculino. Em seguida, vem a discussão, isto porque as entidades que realizam a evacuação não são indivíduos, mas sim grupos de pessoas que, em um primeiro momento, raramente irão concordar sobre a atitude correta a ser tomada. Drabek também identificou outros padrões, que não se aplicam diretamente à evacuação predial

como, por exemplo, uma maior resistência de minorias étnicas a seguir as orientações das autoridades.

Kuligowski e Peacock (2005) também fizeram um levantamento dos principais modelos de simulação de evacuação de multidões. Os modelos são classificados de acordo com suas capacidades em atingir certos objetivos, tais como roteirização, fatores humanos que afetam o andamento da evacuação, caráter estocástico, definição de grupos de pessoas para cada rota, fluxo de pessoas, entre outros.

Dentre os modelos que consideram alguma forma de análise de comportamento humano, pode-se mencionar o modelo de simulação de Hanea e Ale (2009) que analisa o número de fatalidades em uma evacuação decorrida do incêndio em função da rota escolhida pela população, de forma a auxiliar na determinação da rota ótima de evacuação. A lógica implementada relaciona a propagação do incêndio com a evacuação da população e considera que, o encontro de um indivíduo com um foco de incêndio é fatal, não havendo a possibilidade do indivíduo mudar de rota durante a evacuação. Tong e Canter (1985), por sua vez, analisam a motivação que leva um indivíduo a iniciar a evacuação. Eles identificam que, uma pessoa não toma a decisão de evacuar assim que ouve o alarme de incêndio, mas sim que existe um intervalo de tempo no qual acontece a tomada de decisão. Estudos, até então, admitiam que através do pânico era possível descrever a resposta das pessoas ao perigo. No entanto, os autores identificaram que, na verdade, o pânico não prevalece nas evacuações, mas sim uma sequência de eventos que podem ou não levar a esta decisão. Inicialmente, existe a incerteza de o que está acontecendo e qual a intensidade do perigo, por isso, os indivíduos buscam informações e interpretam-nas, preparam-se e tomam suas decisões (o que pode significar realizar a evacuação ou não). Além disso, estes autores identificaram fatores individuais que caracterizam a probabilidade de um indivíduo realizar a evacuação imediatamente. Dentre eles destacam-se:

- i. o gênero - mulheres são mais aptas a realizar a evacuação que os homens;
- ii. conhecimento de uma rota de escape - que deixa as pessoas mais confortáveis com o ambiente e, por isso, menos adeptas a realizarem a evacuação;

- iii. intensidade da fumaça - a existência de uma prova perceptível do perigo incentiva as pessoas a saírem do edifício;
- iv. experiência anterior em um incêndio - pessoas que sobreviveram um evento similar anteriormente, tendem a acreditar que sobreviverão novamente;
- v. treinamento - indivíduos com treinamento são mais aptos a tentar conter a ameaça do que fugir dela
- vi. percepção direta do perigo - indivíduos que julgam que a ameaça é realmente perigosa, são mais adeptos a evacuarem.

Shih et al. (2000) elaboraram um modelo de realidade virtual. Com este modelo, é possível fazer testes reais com pessoas que devem escolher suas rotas de evacuação. O objetivo deste estudo era fazer uma comparação dos tempos totais de evacuação obtidos com os tempos obtidos a partir de modelos matemáticos. A principal conclusão dos autores é que os resultados de modelos matemáticos só são válidos se a sinalização é seguida à risca pelos ocupantes, o que raramente acontece.

Os trabalhos apresentados nesta seção são alguns dentre muitos que tratam, principalmente, a determinação do tempo total de evacuação para a evacuação livre e estudam modelos de simulação que analisam a escolha de rota de fuga e a composição do ar, entre outros fatores. No entanto, a literatura é pobre no que diz respeito à evacuação predial faseada. Dessa maneira, esta dissertação irá contribuir para enriquecer a literatura existente referente a este tema.

3 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

3.1. CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Este trabalho consiste em um estudo para a obtenção da sequência ótima de liberação das pessoas em diferentes andares de um prédio comercial em uma evacuação. Seguindo a orientação de Ono et al. (2008), a estratégia de evacuação adotada para este estudo será a evacuação faseada, com o objetivo de minimizar o tempo total de evacuação do edifício.

A evacuação faseada consiste em uma evacuação por partes, com instantes distintos de início de evacuação para cada grupo de pessoas a fim de evitar conflitos e tumultos nas rotas de escape, minimizando, assim, o risco ao qual às vítimas são submetidas. No caso específico de a evacuação ser iniciada devido a um incêndio, Ono et al. (2008) recomendam não só a evacuação faseada, como também que seja dada prioridade ao andar afetado e seus vizinhos imediatos.

Tradicionalmente, existem duas formas de realizar a evacuação faseada. Na primeira forma, a população do edifício é dividida em dois grupos: um prioritário e um secundário. O grupo prioritário é liberado no instante inicial enquanto o outro grupo é liberado uma vez que o grupo prioritário esteja em segurança. A segunda forma de liberação considera a divisão da população em um grupo por andar e assume uma ordem de liberação pré determinada, iniciando a liberação no andar mais baixo e liberando os grupos um a um até atingir o andar mais alto ou vice-versa. A abordagem tratada neste estudo foi inspirada por essa última forma, ao invés de se admitir uma ordem fixa de liberação, almeja-se obter ordens ótimas para cada caso, ou seja, a ordem é alterada conforme o local de origem do perigo (por exemplo, do incêndio).

A fim de minimizar o risco ao qual a população do edifício está submetida, optou-se por determinar a sequência ótima de liberação dos andares que minimize o tempo total de evacuação, ou seja, o *makespan*.

Para facilitar o entendimento deste texto, é importante explicar a nomenclatura utilizada nesta dissertação. A cada lance de escadas entre dois andares

consecutivos é dado o nome "tramo". Um prédio de N andares terá N tramos. Ou seja, o tramo 2, por exemplo, será o trecho da escada localizado entre os andares 1 e 2. A Figura 3.1 contém um esquema simplificado, mostrando os tramos e a origem de cada grupo para um prédio de três andares.

Figura 3.1 - Nomenclatura utilizada

A fim de minimizar o *makespan*, foi desenvolvido um modelo matemático de otimização que determina os instantes ótimos de liberação dos andares. Ele garante que todos os grupos de pessoas percorram todos os tramos da escada a partir daquele no qual eles se encontram, respeitando a ordem física dos andares, ou seja, os ocupantes do andar um deverão passar pelo tramo um, os ocupantes do andar dois deverão passar pelo tramo dois e, em seguida, pelo tramo um, os ocupantes do andar três deverão passar pelos tramos três, dois e um, e assim sucessivamente. Além disso, o modelo considera a premissa que, uma vez iniciada a descida de um grupo, ela não deve ser interrompida. A Figura 3.2 ilustra o funcionamento do modelo. A ocorrência do perigo, seja de um incêndio, de um ataque terrorista, ou outro fator que faça necessária a evacuação, determina o instante zero, quando soa o alarme no andar afetado. Em seguida, o alarme soará nos demais andares, seguindo a ordem ótima pré-determinada, até que todo o edifício tenha sido evacuado.

Figura 3.2 - Modelo Conceitual

Como já foi mencionado, o edifício que inspirou este estudo foi o prédio *Edise*, sede da *Petrobras* no Rio de Janeiro, por isso, nele será baseada a instância de teste deste modelo. A instância consistirá em uma escada de 25 andares (já que o edifício possui 50 andares e 10 escadas, e cada escada dá acesso apenas aos andares pares ou ímpares). A população média considerada em cada andar será de 150 pessoas. Além disso, será admitido que as rotas de fuga já são pré determinadas pela brigada de incêndio.

No entanto, a *Petrobras* não pôde disponibilizar mais informações pertinentes para que fosse possível uma análise mais realista, tais como dimensões da escada, número exato de ocupantes por andar, *layout* das salas, tempo total de evacuação em treinamentos, entre outros. Sendo assim, a próxima seção mostrará como os dados de entrada que caracterizam as instâncias de testes foram estimados.

3.2. PARÂMETROS DO PROBLEMA

Para que seja possível testar o modelo matemático, é importante ter estimativas de dados que sejam consistentes. Para isso, é importante saber quanto tempo cada

grupo de pessoas leva para descer um tramo da escada. No modelo, este tempo é dividido em dois parâmetros, o tempo que um indivíduo leva para descer um tramo da escada (parâmetro $p_{m,i}$ no modelo) e o tempo decorrido entre a passagem da primeira e da última pessoa do grupo por um mesmo ponto do tramo (parâmetro $s_{m,i}$), que está diretamente relacionado ao tamanho do grupo.

A determinação dos dados de entrada utilizados neste estudo foi baseada em de Abolins et al. (2008) que diz respeito a saídas de emergência em edificações. No entanto, é importante frisar que, para o caso de uma aplicação prática deste modelo, os dados de entrada deverão ser obtidos a partir de ensaios de evacuação no edifício em questão. Estes ensaios deverão considerar os tempos socioculturais mencionados anteriormente, como por exemplo, o intervalo de tempo entre o soar do alarme e o início da evacuação.

Além disso, a brigada de incêndio do edifício deverá ser bem estruturada e respeitada pela população, para que não haja resistência desta na hora de cumprir as orientações fornecidas em relação ao método de evacuação.

Inicialmente, devem ser conhecidas as dimensões das escadas de evacuação. Neste caso, será considerada uma escada com passagem para apenas uma pessoa. autores consideram o espaço ocupado por um indivíduo como uma elipse corporal de eixo maior 0,6 m e eixo menor 0,46 m. Esta premissa não é exata pois, para este modelo, é importante saber apenas quantas pessoas conseguem ocupar a escada lado a lado. Caso seja necessário fazer essa alteração para aplicações futuras, o impacto se dará apenas nas premissas de tempo de descida.

De acordo com Abolins et al. (2008), os degraus devem “permitir o avanço harmonioso da massa ao longo de seu percurso”. Para tal, de acordo com a norma NBR9077, eles devem ter altura h compreendida entre 16 cm e 18 cm e largura b conforme a fórmula de Blondel ($63 \text{ cm} \leq 2h + b \leq 64 \text{ cm}$). O lanço médio entre dois patamares consecutivos é de 3 metros. A Figura 3.3 contém a ilustração destes parâmetros.

Figura 3.3 – Parâmetro de dimensão de escadas (Abolins et al., 2008)

Desta forma, foram admitidos lanços de 18 degraus cada, com 17 cm de altura, resultando num lanço médio de 3,06 metros. A largura b calculada para cada degrau é de 29,5 cm. É importante frisar que, para este estudo, foram considerados tramos de igual dimensão em toda a extensão da escada.

De acordo com Prouxl (1995), a velocidade média de descida em uma escada é de 0,56m/s. Considerando, então, que a distância percorrida por uma pessoa entre dois lanços é de 6,13 metros, o tempo de descida de uma pessoa em um tramo será de 11 segundos (o que define o parâmetro $p_{m,i}$).

A princípio, serão consideradas, em média, 150 pessoas por andar, divididas igualmente entre 5 escadas, por isso, será considerado, por andar, uma média de 30 pessoas para cada escada. Na descida, é considerado um fluxo médio de 69 pessoas por minuto por unidade de passagem (Abolins et al., 2008), sendo assim, as 30 pessoas demorariam 26,09 segundos para passar pela porta entre o andar e a escada (o que define o parâmetro $s_{m,i}$). Com base nesses dados, é possível concluir que o tempo para que todas as pessoas de um andar desçam um tramo é de 37 segundos.

A seguir será descrito o modelo matemático elaborado, de forma que ficará mais clara a aplicação dos parâmetros estimados nesta seção.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA

Na literatura, apenas Rodrigues e Trevisan (2010) desenvolveram um modelo matemático que solucionasse o problema na forma como ele foi proposto neste estudo. Eles identificaram a semelhança entre o problema de evacuação predial faseada e um problema de programação de tarefas em um *flowshop* (considerando que os grupos de pessoas são tarefas e os tramos das escadas são máquinas). Trata-se de um modelo de programação linear inteira mista em tempo contínuo. Na tentativa de solucionar o problema utilizando o método do *branch and bound*, o método só forneceu soluções para instâncias de até sete andares.

Dessa maneira, o presente estudo foi inspirado no estudo iniciado por Rodrigues e Trevisan (2010) e propõe obter uma solução a partir de um método heurístico para o problema apresentado por eles. Dentre as heurísticas estudadas, como já foi mencionado, destacou-se a relaxação lagrangeana que apresenta bastante sucesso quando aplicada a problemas de *flowshop*. Dessa maneira, a fim de aplicar esta técnica, foi desenvolvido um novo modelo de programação inteira, dessa vez em tempo discreto, baseado em modelos de programação de tarefas em ambiente *flowshop*, que foram solucionados por relaxação lagrangeana.

Para a solução de maneira exata, o modelo de Rodrigues e Trevisan (2010), apesar de equivalente ao apresentado a seguir, forneceu melhor desempenho. No entanto, destaca-se a importância da modelagem descrita a seguir pois foi a partir dela que a relaxação lagrangeana pode ser aplicada.

4.1. MODELO MATEMÁTICO

Os índices, parâmetros e conjuntos utilizados nesta modelagem são os seguintes.

- n - número total de andares considerados (sendo $n-1$ o número total de andares no edifício e n um andar fictício);
- i - índice que identifica o andar de origem de um determinado grupo ($i = 1, \dots, n$);

- m - índice que identifica os tramos da escada ($m = 1, \dots, n$);
- $T_{\max}$ - limite superior de tempo dentro do qual é sabido ser possível evacuar todo o edifício - depende do intervalo de discretização utilizado, neste caso, de um segundo;
- t - índice que identifica o instante de tempo ($t = 0, \dots, T_{\max}$);
- G_i - conjunto de tramos m por onde deverão passar os membros do grupo i ($G_i = i, i-1, i-2, \dots, 2, 1$);
- Q_m - conjunto de grupos provenientes dos andares i que utilizam o tramo m ($Q_m = m, m+1, \dots, n-1, n$);
- $p_{m,i}$ - tempo que uma pessoa do andar i leva para percorrer o tramo m ;
- $s_{m,i}$ - tempo que todo o grupo originário do andar i leva para passar por um mesmo ponto do tramo m ;

A utilização de um andar fictício n facilita o processo de solução do modelo pois, caso seja considerado que o grupo n é o último a evacuar o edifício, o instante final de evacuação do grupo n será o instante final de evacuação do edifício. Além disso, para garantir que a existência do andar fictício não influencie no resultado final do problema, basta considerar que todos os tempos $p_{m,n}$ e $s_{m,n}$ sejam iguais a zero.

O parâmetro $T_{\max}$ deve ser estimado a partir de alguma forma heurística. Como este parâmetro influencia diretamente o esforço computacional necessário para solucionar o problema, ele foi estimado, neste trabalho, a partir de uma heurística probabilística construtiva baseada em GRASP, que garante um resultado bom com pouco esforço computacional, como será mostrado mais adiante.

A generalização dos parâmetros $p_{m,i}$ como uma constante para todos os indivíduos de um mesmo grupo não pode ser considerada errada já que, durante uma evacuação, os indivíduos tendem a formar grupos e estes grupos movimentam-se como uma unidade (Santos e Aguirre, 2004).

A existência do parâmetro $s_{m,i}$ é muito importante, pois a natureza do problema permite que grupos diferentes estejam ocupando um mesmo tramo simultaneamente. No entanto, seguindo a recomendação de Ono et al. (2008), é premissa deste modelo que grupos diferentes não disputem pelo mesmo espaço físico. Desta forma, $s_{m,i}$ pode ser definido como o intervalo de tempo entre o primeiro

e o último membro do grupo i a entrar no tramo m , ou seja, $s_{m,i}$ instantes depois que o primeiro membro do grupo i entrou no tramo m , haverá espaço neste tramo para a ocupação de um próximo grupo.

As variáveis utilizadas neste modelo são as seguintes:

- $x_{m,i,t}$ - variável binária que vale 1 se o grupo i iniciar a descida pelo tramo m no instante t , 0 caso contrário;
- $z_{i,t}$ - variável binária que vale 1 se o grupo i terminou a evacuação no instante t , 0 caso contrário.

As equações do modelo matemático são as apresentadas a seguir.

$$\min \sum_{t=1}^{Tmax} t z_{n,t} \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{t=1}^{Tmax} x_{m,i,t} = 1 \quad \forall i, m \in G_i \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^{TMAX} x_{m+1,i,t}(t + p_{m+1,i}) = \sum_{t=1}^{TMAX} x_{m,i,t}t \quad \forall i, m \in G_i \setminus i \quad (3)$$

$$\sum_{i \in Q_m} \sum_{r=\max(t-s_{m,i}+1,0)}^t x_{m,i,r} \leq 1 \quad \forall m, t: 1, \dots, Tmax \quad (4)$$

$$\sum_{t=1}^{Tmax} z_{it}t = \sum_{t=1}^{Tmax} (tx_{1,i,t}) + s_{1,i} + p_{1,i} \quad \forall i \quad (5)$$

$$(n-1) * z_{n,t} \leq \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{r=1}^t z_{i,r} \quad t: 1, \dots, Tmax \quad (6)$$

$$\sum_{t=1}^{Tmax} z_{i,t} = 1 \quad \forall i \quad (7)$$

$$x_{m,i,t} \in \{0,1\} \quad \forall i, m, t \quad (8)$$

$$z_{i,t} \in \{0,1\} \quad \forall i, t \quad (9)$$

A equação (1) é a função objetivo, a qual representa o máximo instante de liberação (evacuação) do edifício, e que deverá ser minimizada. A restrição (2) força a definição de um instante de entrada em cada tramo percorrido pelos ocupantes de cada andar i . A restrição (3) estabelece que, uma vez definido o instante inicial de descida dos ocupantes de um andar, o instante de entrada em cada tramo subsequente dependerá apenas do instante de entrada no tramo anterior e do respectivo tempo de descida. A restrição (4) estabelece a capacidade de cada tramo, ou seja, o membro de um grupo não pode entrar em um tramo antes que todos os membros do grupo anterior a ele tenham entrado neste tramo. A restrição (5) determina o instante em que os ocupantes de um andar i deixam o edifício. A restrição (6) define o instante de liberação do andar fictício n , ou seja, o instante total de evacuação, em função dos instantes de liberação dos ocupantes dos demais andares. A restrição (7) impõe que cada andar possua um único instante de saída. As restrições (8) e (9) estabelecem o espaço de solução das variáveis do problema.

Além da formulação apresentada, é importante também garantir que o andar afetado seja liberado no primeiro instante possível. Como este instante pode ser definido antes da execução do modelo, à variável $x_{i,i,0}$, quando i for o local afetado, será atribuído um valor fixo 1, transformando-a em um parâmetro.

Em casos reais de evacuação predial, é importante também priorizar a evacuação dos andares vizinhos ao andar incendiado, tanto porque eles estão submetidos a maiores riscos, quanto porque esses locais servem de base para a operação do corpo de bombeiros. Dessa forma, assim como foi fixada variável $x_{i,i,0}$, seria interessante também fixar as variáveis $x_{i+1,i+1,t1}$ e $x_{i-1,i-1,t2}$, sendo $t1$ e $t2$ o primeiro instante que é possível liberar os grupos $i+1$ e $i-1$, respectivamente. Considerando então $p_{m,i}$ igual a 11 e $s_{m,i}$ igual a 26 para qualquer par m,i , tem-se que $x_{i+1,i+1,15}=1$ e $x_{i-1,i-1,63}=1$.

4.2. ANÁLISE DA COMPLEXIDADE DO PROBLEMA

Quanto maior a instância analisada, mais complexo fica o problema. A Figura 4.1 mostra o aumento na quantidade de variáveis binárias, com o aumento da instância (considerando T_{max} como os valores obtidos a partir da heurística construtiva - seção

5.1). Percebe-se o crescimento abrupto do tamanho do problema para instâncias maiores, o que justifica a dificuldade para obter soluções para esses casos.

Figura 4.1 - Análise do número de variáveis binárias do problema

O modelo de evacuação pode ser caracterizado como um modelo de *flowshop* modificado, no qual as tarefas não necessariamente precisam ser processadas em todas as máquinas e, uma máquina pode processar duas tarefas simultaneamente uma vez que já tenha processado a primeira tarefa por algum tempo. Como, de acordo com Garey et al. (1976), o problema de sequenciamento de tarefas em um *flowshop* é NP - difícil, conclui-se que o modelo de evacuação predial também o é.

Desta forma, a grande complexidade do problema justifica a busca por alternativas que resolvam as instâncias maiores, obtendo boas soluções.

5 MÉTODOS DE SOLUÇÃO

O objetivo deste trabalho é obter os instantes ótimos de liberação de cada grupo de pessoas. Naturalmente, o algoritmo *branch and bound*, que garante a obtenção da solução ótima, foi aplicado. No entanto, por tratar-se de um problema de difícil solução, foram desenvolvidos três métodos heurísticos para auxiliar neste objetivo. Estes métodos são:

- i. heurística construtiva;
- ii. heurística de busca;
- iii. heurística lagrangeana.

Dos quatro métodos, o primeiro a ser implementado foi a heurística construtiva. Trata-se de uma heurística simples, que exige pouco esforço computacional e, por isso, é uma boa forma de obter um limitante superior. O resultado obtido com esta heurística foi usado como limitante superior em todos os outros métodos.

Figura 5.1 - Esquemático dos métodos de solução utilizados

O segundo método implementado foi o *branch and bound*. Caso este método fornecesse a solução ótima, não seria necessária a utilização de outros métodos heurísticos. No entanto, como já foi mencionado na seção 4.2, o crescimento exponencial do modelo prejudica a resolução do mesmo, que passa a não ser possível para instâncias grandes (como será mostrado mais adiante).

Os dois outros métodos heurísticos explorados foram uma heurística de busca baseada em GRASP e uma heurística lagrangeana.

A seguir os três métodos heurísticos são apresentados detalhadamente.

5.1. HEURÍSTICA CONSTRUTIVA

Estudos como os de Prabhakaran et al. (2006) e Binato et al. (2001) comprovaram a eficiência da metaheurística GRASP para solucionar problemas de *flowshop* ou *jobshop* que minimizam o *makespan*. Por exemplo, Prabhakaran et al. (2006) mostraram que, para as instâncias de teste já conhecidas, apenas a fase construtiva do GRASP já fornecia resultados melhores do que os obtidos pelo método NEH (heurística construtiva baseada em dois critérios: tempo de processamento de cada tarefa e *makespan* das próximas duas tarefas a serem alocadas), até então considerado o mais eficaz para este tipo de problema. Binato et al. (2001), por sua vez, conseguiram atingir soluções ótimas para um problema de *job shop* ou quase ótimas em todas as 66 instâncias testadas.

A heurística construtiva foi baseada na metaheurística GRASP. O GRASP (*greedy randomized adaptive search procedure*) é dividido em duas fases: a fase construtiva e a fase de busca local. A fase construtiva consiste em um algoritmo construtivo aleatório que busca sempre resolver o problema fazendo a escolha que aparenta ser a melhor naquele instante. Uma vez obtida esta solução viável, é feita uma busca em sua vizinhança a fim de encontrar uma solução melhor.

Como, neste momento, o objetivo da heurística é apenas obter um limitante superior, apenas será aplicada a fase construtiva do GRASP.

A heurística construtiva busca iniciar a liberação de algum andar no próximo instante possível, ou seja, a partir do instante zero, a heurística irá buscar, instante por instante, quais andares podem ser liberados. Havendo mais de um andar que possa ser liberado no instante t , a heurística segue a recomendação de Ono et al. (2008) e opta pelo andar mais distante da saída, pois é nele que, teoricamente, os ocupantes estão expostos a maiores riscos.

A heurística probabilística utiliza o conceito do GRASP de lista restrita de candidatos e, a cada passo, constrói uma lista dos n próximos andares que podem ser liberados (não necessariamente simultaneamente). O modelo realiza então um sorteio, considerando probabilidade igual para todos os itens da lista, e escolhe assim o próximo andar a ser liberado. A figura a seguir mostra o pseudocódigo desta heurística.

```

1. Inicialização – definição dos dados de entrada
2. para(iteração = 1; iteração <= número máximo de iterações; iteração =
   iteração + 1)
3.     Instante de início andar afetado = zero;
4.     instante de início = zero;
5.     enquanto (houver andares não alocados)
6.         andar = andar mais alto não alocado;
7.         enquanto (lista restrita de candidatos não está completa)
8.             teste (andar pode ser liberado no instante de início)
9.             se (teste = verdadeiro)
10.                inclui andar na lista restrita de candidatos;
11.            fim se
12.            se (andar = 1)
13.                instante de início + 1;
14.            fim se
15.        fim enquanto
16.        sorteio (item da lista restrita de candidatos);
17.        aloca andar sorteado;
18.        instante de início = mínimo instante de início da lista restrita de
candidatos;
19.        zera lista restrita de candidatos;
20.    fim enquanto
21.    Cmax = máximo instante de saída;
22.    se (Ctotal > Cmax)
23.        Ctotal = Cmax;
24.        solução = solução atual;
25.    fim se
26. fim para

```

Figura 5.2 - Pseudo código - heurística construtiva

5.2. HEURÍSTICA DE BUSCA - GRASP

A primeira alternativa para a busca de boas soluções para o problema estudado foi a elaboração de uma heurística baseada em GRASP composta por duas fases, uma construtiva e uma fase de busca.

A fase construtiva deste método é a mesma utilizada para a obtenção da solução inicial (item 5.1).

Para a etapa de busca, o código foi elaborado baseado no *variable neighborhood search* (VNS). Ou seja, partindo da solução da fase construtiva, é feita uma busca aleatória na vizinhança desta solução. A vizinhança é determinada com base na sequência de passagem dos andares pelo último tramo do edifício (tramo 1). A busca sorteia um dos andares, retira-o de sua posição na sequência de saída e o insere em outra posição, gerando assim uma solução parecida com a original. Caso a solução encontrada pela busca forneça uma solução melhor que todas as obtidas até aquele momento, ela será admitida como a solução para o problema, pelo menos até que seja encontrada uma solução melhor que ela. O pseudo código para esta heurística é apresentado na Figura 5.3.

```

1. Inicialização – definição dos dados de entrada
2. para(iteração = 1; iteração <= número máximo de iterações; iteração =
   iteração + 1)
3.     Instante de início andar do incêndio = zero;
4.     instante de início = 0;
5.     enquanto (houver andares não alocados)
6.         andar = andar mais alto não alocado;
7.         enquanto (lista restrita de candidatos não está completa)
8.             teste (andar, instante de início)
9.             se (teste = verdadeiro)
10.                inclui andar na lista restrita de candidatos;
11.            fim se
12.            se (andar = 1)
13.                instante de início + 1;
14.            fim se
15.        fim enquanto
16.        sorteio (lista restrita de candidatos);
17.        aloca andar sorteado;
18.        instante de início = mínimo instante de início da lista restrita de
candidatos;
19.        zera lista restrita de candidatos;
20.        fim enquanto
21.        Cmax = máximo instante de saída;
22.        se (Ctotal >= Cmax)
23.            Ctotal = Cmax;
24.            solução = solução atual;
25.        fim se
26.        Guarda solução da fase construtiva para ser utilizada na fase de
busca;
27.        para (iteração de busca =1 ; iteração de busca <= máximo de
   iterações de busca; iteração de busca++)

```

```

28.      Guarda no VetorUm a ordem de passagem dos andares pelo
      tramos 1;
29.      Sorteia posição do VetorUm que deverá ser retirada e
      reinserida em outra posição;
30.      Sorteia a nova posição para a inserção do andar sorteado;
31.      Recalcula os instantes de liberação de cada andar para
      viabilizar a nova ordem de passagem pelo tramo 1;
32.      CmaxVNS = tempo total de evacuação da nova solução;
33.      se(CmaxVNS < Ctotal)
34.          Ctotal = CmaxVNS;
35.          Atualiza solução final para solução atual;
36.      fim se
37.  fim para
38. fim para

```

Figura 5.3 - Pseudo-código meta heurística GRASP

5.3. HEURÍSTICA LAGRANGEANA

A aplicação de uma heurística lagrangeana para solução do problema aqui proposto foi motivada pelo sucesso da aplicação deste método em problemas de sequenciamento de tarefas em *job shops*, como feito por Zhang et. al (2001) e Luh et. al (2005).

Zhang et. al (2001) fazem uma analogia entre a relaxação lagrangeana e o processo de determinação de preços na economia, ou seja, na relaxação lagrangeana, as restrições de capacidade são substituídas pela disponibilidade dos recursos ao se pagar um preço (os multiplicadores de lagrange). Os preços, ou seja, os multiplicadores, são ajustados iterativamente com base nos níveis de violação da restrição relaxada, sendo assim, os preços são mais altos para recursos super utilizados e são baixos para recursos sub utilizados.

A partir do modelo matemático apresentado na seção 4, optou-se por relaxar a restrição de capacidade (4) e a restrição que define o instante final de evacuação do edifício (6). Essas restrições foram penalizadas pelos multiplicadores de Lagrange $u_{m,t}$ e v_t , resultando assim no seguinte problema relaxado:

$$R(u, v) = \min \left\{ \sum_{t=1}^{Tmax} t * z_{n,t} + \sum_{m=1}^n \sum_{t=1}^{Tmax} \left[u_{m,t} \left(\sum_{i \in Q_m} \sum_{r=\max(t-s_{m,i}+1,0)}^t (x_{m,i,r}) - 1 \right) \right] + \sum_{t=1}^{Tmax} v_t \left((n-1)z_{n,t} - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{r=1}^t z_{i,r} \right) \right\} \quad (10)$$

sujeito a (2), (3), (5), (7), (8), (9) e

$$u_{m,t} \geq 0 \quad \forall m, t \quad (11)$$

$$v_t \geq 0 \quad \forall t \quad (12)$$

As duas restrições excluídas são as chamadas *linking constraints*, ou, também, restrições complicadoras do problema, dado que elementos de todos os andares estão presentes nas restrições. Na ausência destas duas restrições é possível decompor o problema em um subproblema por andar, o que proporciona ganhos computacionais importantes. Para facilitar o entendimento da função relaxada (10), a mesma foi reescrita (13):

$$R(u, v) = \min \left\{ \begin{aligned} & - \sum_{m=1}^n \sum_{t=1}^{Tmax} u_{m,t} \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{m \in G_i} \sum_{t=1}^{Tmax} \sum_{r=\max(t-s_{m,i}+1,0)}^t u_{m,t} x_{m,i,r} \\ & - \sum_{t=1}^{Tmax} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{r=1}^t v_t z_{i,r} \\ & + \sum_{t=1}^{Tmax} (t * z_{n,t} + v_t (n-1) z_{n,t}) \end{aligned} \right\} \quad (13).$$

Sendo os multiplicadores $u_{m,t}$ e v_t maiores ou iguais a zero, constata-se que a função $R(u, v)$ é uma relaxação do problema original pois o espaço de solução de $R(u, v)$ é mais abrangente que o espaço de solução do problema original. Desta maneira, a solução de $R(u, v)$ será um limitante inferior para a solução ótima do problema em questão. Sendo assim, busca-se determinar o máximo valor deste limitante, o que caracteriza a resolução do chamado problema dual, com a seguinte estrutura:

$$D = \max_{u_{m,t} \geq 0, v_t \geq 0} \left\{ \min \left\{ \begin{aligned} & - \sum_{m=1}^n \sum_{t=1}^{Tmax} u_{m,t} \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{m \in G_i} \sum_{t=1}^{Tmax} \sum_{r=\max(t-s_{m,i}+1,0)}^t u_{m,t} x_{m,i,r} \\ & - \sum_{t=1}^{Tmax} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{r=1}^t v_t z_{i,r} \\ & + \sum_{t=1}^{Tmax} (t * z_{n,t} + v_t (n-1) z_{n,t}) \end{aligned} \right\} \right\} \quad (14)$$

sujeito a (2), (3), (5), (7), (8), (9), (10) e (11).

Por conveniência e organização, é possível reescrever (14) como sendo:

$$D = \max_{u_{m,t} \geq 0, v_t \geq 0} \left\{ \min \left\{ - \sum_{m=1}^n \sum_{t=1}^{Tmax} u_{m,t} + \sum_{i=1}^n w_i(u, v) \right\} \right\} \quad (15)$$

Onde

$$w_i(u, v) = \begin{cases} \sum_{t=1}^{Tmax} \left(\sum_{m \in G_i} \sum_{r=\max(t-s_{m,i}+1,0)}^t u_{m,t} x_{m,i,r} - \sum_{r=1}^t v_t z_{i,r} \right) & \text{para } i < n \\ \sum_{t=1}^{Tmax} \left(\sum_{m \in G_i} \sum_{r=\max(t-s_{m,i}+1,0)}^t u_{m,t} x_{m,i,r} + (t z_{n,t} + v_t (n-1) z_{n,t}) \right) & \text{para } i = n \end{cases} \quad (16)$$

Dessa maneira, o problema original foi dividido em diversos subproblemas, um para cada andar i , que podem ser resolvidos separadamente, facilitando sua solução.

Para maximizar a função dual D , no campo das variáveis de Lagrange u e v , será utilizado o método do subgradiente, conforme descrito em Beasley (1993). Este método encontra a solução ótima de um problema por, iterativamente, encontrar soluções que "caminhem" na direção do subgradiente. Ou seja, o multiplicador v_t , por exemplo, será calculado como uma composição de v_{t-1} e do subgradiente.

A formulação a seguir descreve este método, onde: k é o número da iteração; g^k é o subgradiente de D na iteração k ; α^k é o passo da iteração k ; $\bar{L}$ é o limitante superior da função objetivo do problema original, calculado pela solução heurística no início do algoritmo; L^k é o limitante inferior da função objetivo do problema original, na iteração k ; λ é um fator de ajuste do tamanho do passo, que será reduzido pela metade cada vez que a iteração não melhorar o limitante inferior por um número consecutivo de vezes; o operador $[x]^+$ irá retornar $\max(0, x)$.

$$\pi = (u, v) \quad (17)$$

$$\pi^{k+1} = [\pi^k + \alpha^k g^k(\pi^k)]^+ \quad (18)$$

$$g^k = (g_u^k, g_v^k) \quad (19)$$

$$g_u^k(m, t) = \sum_{i \in Q_m} \sum_{r=\max(t-s_{m,i}+1, 0)}^t (x_{m,i,r}) - 1 \quad (20)$$

$$g_v^k(t) = (n-1)z_{n,t} - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{r=0}^t z_{i,r} \quad (29)$$

$$\alpha^k = \lambda \frac{\bar{L} - L^k}{\|g^k(\pi^k)\|} \quad 0 < \lambda < 2 \quad (30)$$

$$L^k = - \sum_{m=1}^n \sum_{t=1}^{T_{max}} u_{m,t} + \sum_{i=1}^n w_i(u, v) \quad (31)$$

Cada subproblema i será resolvido avaliando-se cada possível intervalo de início de evacuação, entre 0 e T_{max} , sendo a complexidade deste subproblema da ordem do tamanho do horizonte de tempo considerado. Uma vez calculadas todas as soluções $w_i(t)$, para o andar i (a partir da equação 16), será escolhido $w_i(t^*)$, tal que, $w_i(t^*) \leq w_i(t)$ para qualquer t . A composição de todos os w_i será a solução da iteração k da relaxação.

Como a relaxação lagrangeana não garante a obtenção de soluções viáveis, é necessária a implementação de uma heurística auxiliar que viabilize o resultado encontrado, conforme indicado no pseudocódigo da Figura 5.4.

1. Recebe os instantes de liberação de cada grupo da relaxação lagrangeana
2. Ordena os grupos de acordo com o instante de liberação no vetor **ordem**
3. **se**(dois grupos têm o mesmo instante de liberação)
4. **prioridade é dada para o grupo mais distante da saída;**

```

5.      fim se
6.  Tfinal_solução=0
7.  para(i=1; i<n; i++)
8.      instante de início = 0;
9.      enquanto(teste for falso)
10.         teste (andar = ordem(i), instante de início)
11.         se(teste = verdadeiro)
12.             instante de liberação = instante de início
13.         fim se
14.         instante de início ++
15.      fim enquanto
16.      aloca andar ordem(i) no instante de liberação
17.      calcular instante final de evacuação do andar ordem(i)
18.      se (Tfinal_solução < instante final do andar ordem(i))
19.          Tfinal_solução = instante final do andar ordem (i)
20.      fim se
21. fim para

```

Figura 5.4 - Pseudo-código - heurística de viabilização

Inicialmente, os limitantes inferiores obtidos nos testes deste método não convergiam para nenhuma instância, ou seja, não era possível garantir a qualidade dos resultados. Por isso, optou-se por viabilizar a solução encontrada em todas as iterações, atualizando o limitante superior, $\bar{L}$, sempre que um resultado melhor fosse encontrado (Tfinal_solução). Essa variação no método da relaxação lagrangeana resultou na melhora na qualidade dos limitantes inferiores.

6 TESTES COMPUTACIONAIS

A seguir serão apresentados alguns resultados obtidos na tentativa de resolver este problema. A seção 6.1 explicita todos os cenários estudados.

É importante frisar que os resultados obtidos, com base nos dados de entrada estimados na seção 3.2, têm função exclusivamente acadêmica. Estimativas reais de tempo de evacuação poderão ser obtidos uma vez que o modelo seja aplicado em testes reais. Nesse caso, os dados de tempo utilizados pelo modelo serão aqueles observados em testes reais e poderão incluir, inclusive, tempos referentes à características comportamentais, como por exemplo o tempo de resposta ao aviso de evacuação.

Todos os resultados foram obtidos em um processador Intel® Core™ i7 2.20GHz e 8GB de memória RAM DDR3 SDRAM.

6.1. CENÁRIOS ANALISADOS

Deseja-se solucionar o cenário que considera um prédio de 25 andares. No entanto, foram testados também cenários de 5, 7 e 9 andares que auxiliaram na verificação e compreensão do funcionamento de cada método.

O primeiro cenário testado, em todos os métodos, foi o de 5 andares. Trata-se de um cenário simples, pequeno e de rápida solução. Para este cenário, todos os parâmetros (p e s) foram considerados constantes para qualquer par tramo-grupo ($m-i$). A Tabela 6.1 mostra os parâmetros $p_{m,i}$ usados neste cenário, enquanto a tabela Tabela 6.2 mostra os parâmetros $s_{m,i}$ para o mesmo cenário.

Tabela 6.1 - Parâmetros $p_{m,i}$ para instância com 5 andares

		Grupo - i					
Tramo - m		1	2	3	4	5	6 - fictício
	1	11	11	11	11	11	0
	2	-	11	11	11	11	0
	3	-	-	11	11	11	0
	4	-	-	-	11	11	0
	5	-	-	-	-	11	0
	6 - fictício	-	-	-	-	-	0

Tabela 6.2 - Parâmetros $s_{m,i}$ para instância com 5 andares

		Grupo - i					
Tramo - m		1	2	3	4	5	6 - fictício
	1	26	26	26	26	26	0
	2	-	26	26	26	26	0
	3	-	-	26	26	26	0
	4	-	-	-	26	26	0
	5	-	-	-	-	26	0
	6 - fictício	-	-	-	-	-	0

Os cenários de 7 e 9 andares são uma variação do cenário de 5 andares. Neles também foram considerados parâmetros $p_{m,i}$ e $s_{m,i}$ constantes para todos os andares, com exceção do andar fictício (8 para o caso de 7 andares e 10 para o caso de 9 andares), no qual estes parâmetros têm valor igual a zero.

Foram considerados dois cenários de 25 andares. Um cenário base, com parâmetros $p_{m,i}$ e $s_{m,i}$ iguais a 11 e 26 segundos respectivamente, para quaisquer pares m,i (desde que não o andar fictício 26). E um cenário geral, nos quais estes parâmetros são variados de andar para andar. Neste último cenário, como mostram a Tabela 6.3 e a Tabela 6.4, o parâmetro $p_{m,i}$, que representa o tempo necessário para uma pessoa percorrer um tramo da escada, é constante para todos os grupos (i) e varia com o tramo (m). Enquanto isso, o parâmetro $s_{m,i}$, que está relacionado ao tamanho de cada grupo, é constante nos tramos (m) e varia conforme o grupo (i).

Tabela 6.3 - Tempo necessário para uma pessoa percorrer um tramo da escada ($p_{m,i}$) - cenário 25 andares genérico

Tramo(m)	Tempo (s)		Tramo(m)	Tempo (s)
1	11		14	15
2	10		15	10
3	12		16	12
4	15		17	8
5	9		18	15
6	8		19	15
7	17		20	11
8	12		21	11
9	16		22	11
10	9		23	13
11	9		24	12
12	10		25	13
13	15			

Tabela 6.4 - Intervalo entre a primeira e a última pessoa de cada grupo ($s_{m,i}$) - cenário 25 andares genérico

Grupo(i)	Tempo (s)		Grupo(i)	Tempo (s)
1	26		14	25
2	20		15	25
3	25		16	15
4	23		17	15
5	21		18	20
6	17		19	15
7	24		20	24
8	18		21	15
9	22		22	18
10	19		23	26
11	21		24	28
12	26		25	30
13	26			

Como é importante dar especial atenção ao andar incendiado, para que o grupo que esteja nele tenha prioridade na evacuação, foi considerado, nos cinco cenários, que o incêndio acontece no andar 4.

Os quatro cenários de teste iniciais (de 5, 7, 9 e 25 andares) consideram que os parâmetros p e s são constantes para todos os pares tramo - grupo. Apesar dessa simplificação não retratar a realidade em prédios comerciais (já que as

características de composição da população proveniente de cada andar tendem a ser bastante heterogêneas), ela auxilia na compreensão do funcionamento de cada método pois os resultados são facilmente analisados. Como exemplo disso, a Figura 6.1 mostra uma solução ótima para um edifício com 5 andares e incêndio localizado no andar 4. Como será mostrado na seção 6.3, o tempo total de evacuação neste caso é de 147 segundos.

Figura 6.1 - Solução ótima para 5 andares.

Almeja-se provar, a partir da análise da figura, que esta solução é ótima, a fim de auxiliar a análise de soluções para as quais não se conhece o valor ótimo. Percebe-se que, a exceção dos grupos 1 e 4, não existe intervalo entre a liberação de demais grupos consecutivos. Como o grupo 4 necessariamente deve ser liberado no instante zero (por ser o andar afetado), vale verificar se algum outro grupo, fora o 1, poderia ter sido liberado também no instante zero. A Figura 6.2 mostra o conflito por espaço existente entre os grupos 2 e 4 caso o grupo 2 fosse liberado no instante zero. O mesmo problema acontece nas tentativas de liberar os grupos 3 e 5 no instante zero. Dessa maneira, conclui-se que a liberação do grupo 1 no instante zero é necessária para caracterizar uma solução ótima.

Figura 6.2 - Tentativa de liberação do andar 2 no instante 0.

Os próximos testes devem envolver a ordem de liberação dos grupos após o grupo 4. Na solução ótima obtida, a ordem de liberação desses andares foi 3-5-2. Para provar que qualquer solução na qual não haja espaçamento entre a liberação de dois grupos é ótima, é necessário testar todas as combinações de ordens de liberação desses três grupos (3-2-5, 5-3-2, 5-2-3, 2-3-5 e 2-5-3). Essas cinco soluções alternativas foram montadas considerando sempre a liberação do andar seguinte no primeiro instante possível. Por exemplo, no caso da ordem 5-2-3, a Figura 6.3 mostra que o tramo 4 estará disponível para a descida do grupo 5 no instante 26. Dessa maneira, calcula-se que o início de passagem do grupo 5 pelo tramo 4 será o instante 26, logo, o instante de liberação do grupo 5 será o instante 15 (como mostra a Figura 6.4).

Figura 6.3 - Instante disponível para entrada do próximo grupo.

Figura 6.4 - Instante de liberação do grupo 5.

O mesmo procedimento foi realizado para determinar os instantes de liberação dos grupos 2 e 3, resultando na solução mostrada na Figura 6.5, cujo tempo total de evacuação é 147 segundos, ou seja, a solução calculada é ótima.

Figura 6.5 - Solução alternativa - liberação 1-4-5-3-2.

Este teste foi realizado para as outras 4 ordens de liberação e, sempre garantindo que não haja espaçamento entre a evacuação de diferentes grupos, a solução encontrada é a ótima. De forma análoga, para os três cenários que, apesar de considerarem instâncias maiores, consideram os parâmetros de tempo constantes para os pares tramo-grupo, admiti-se que a ausência de espaçamento entre andares adjacentes (com exceção do espaçamento entre os grupos 1 e 4), caracteriza uma solução ótima.

A seguir serão apresentados os resultados obtidos para os cinco cenários por cada um dos métodos implementados.

6.2. HEURÍSTICA CONSTRUTIVA

Os resultado heurísticos utilizados para auxiliar a determinação da solução ótima das instâncias apresentadas nesta seção foram gerados com 10 iterações e com lista restrita de candidatos de 3 membros. Estes parâmetros foram escolhidos empiricamente. Para as instâncias testadas, estes parâmetros forneceram limitantes aceitáveis em poucos segundos, como era almejado.

Para o primeiro cenário, com 5 andares, a heurística forneceu o resultado mostrado na Figura 6.6. O tempo total de evacuação fornecido por este método foi de 147 segundos.

Figura 6.6 - Resultado 5 andares - Heurística Construtiva

O gráfico da Figura 6.6 ilustra o processo de evacuação do edifício considerado pelo método de solução. Por exemplo, a região vermelha representa a evacuação do grupo do primeiro andar. Este grupo iniciou a descida do tramo 1 no instante zero e, o último integrante deste grupo entrou neste tramo no instante 26. A primeira pessoa do grupo 1 saiu do prédio no instante 11 e a última saiu do prédio no instante 37 (a Figura 6.7 explicita estes quatro pontos).

Figura 6.7 - Resultado 5 andares - explicitação do diagrama

É possível notar, pela análise da Figura 6.6 que o resultado obtido pela heurística construtiva é a solução ótima do problema. Isso é perceptível pois o grupo do andar 4 foi liberado no instante zero e não existe espaçamento em nenhum tramo entre este grupo e os que vieram depois. Além disso, o espaçamento entre a liberação do grupo 1 e do grupo 4 não pode ser eliminado pois ambos os grupos foram liberados no instante zero.

Figura 6.8 - Resultado 7 andares - Heurística Construtiva

A segunda instância, para 7 andares, forneceu o resultado apresentado na Figura 6.8. A solução encontrada foi de 199 segundos. A mesma análise feita no resultado anterior pode ser feita neste caso e concluir-se que esta solução é a ótima.

A heurística construtiva forneceu o resultado mostrado na Figura 6.9 para a instância de 9 andares. O tempo total de evacuação encontrado por esta solução foi de 254 segundos. A análise da figura sugere que a solução obtida não é a ótima, pois existe um pequeno espaçamento entre a descida dos grupos originários dos andares 5 e 9. Isso sugere que, caso a ordem de liberação fosse invertida e o grupo do andar 9 fosse liberado depois, o tempo total de evacuação seria menor.

Figura 6.9 - Resultado 9 andares - Heurística Construtiva

Para a instância de 25 andares, com parâmetros constantes, a solução oferecida pela heurística foi de 690 segundos. Assim como no caso para 9 andares, é possível observar espaçamentos entre as descidas dos andares 3 e 9, 9 e 12, 13 e 17, 17 e 20, 22 e 25. Por isso, conclui-se que o resultado fornecido por esta heurística não é o ótimo.

Figura 6.10 - Resultado 25 andares - Heurística Construtiva

A última instância a ser testada foi a de 25 andares com parâmetros genéricos. O resultado obtido, mostrado na Figura 6.11, é de 608 segundos. Neste caso, o resultado não é o ótimo devido aos espaçamentos entre a descida de alguns grupos, que podem ser eliminados.

Figura 6.11 - Resultado 25 andares parâmetros genéricos - Heurística Construtiva.

6.3. MÉTODO BRANCH AND BOUND

Utilizando como limitante superior os resultados mostrados na seção 6.2, os cenários foram resolvidos pelo método *branch and bound*.

Para a instância de 5 andares, o resultado obtido é o mostrado na Figura 6.12. O tempo total de evacuação é de 147 segundos (mesmo tempo encontrado pela heurística construtiva). Se este resultado for comparado com o da Figura 6.6, nota-se que a ordem de liberação dos grupos não é a mesma, no entanto, ambas as soluções são equivalentes, uma vez que só está sendo analisado o tempo total de evacuação.

Figura 6.12 - Resultado 5 andares - *Branch and Bound*

Figura 6.13 - Resultado 7 andares - *Branch and Bound*

O resultado para a instância de 7 andares está apresentado na Figura 6.13. A solução encontrada é ótima, com tempo total de evacuação de 199 segundos. Assim como no caso da instância com 5 andares, a solução encontrada pelo *branch and bound* não é a mesma encontrada pela heurística construtiva, porém ambas são ótimas.

Para a instância de 9 andares, o *branch and bound* não conseguiu encontrar nenhuma solução viável antes de estourar a capacidade de recursos do CPLEX. Isso deixa claro o aumento da complexidade do problema com o aumento do tamanho das instâncias. O modelo otimizante, que foi solucionado para a instância para 5 andares em 0,188 segundos e para 7 andares em 0,578 segundos, não foi solucionado para instâncias a partir de 9 andares. Logo, claramente não será possível alcançar o objetivo pretendido (de resolver instâncias de 25 andares) com este método. Dessa forma, foram aplicadas as heurísticas de busca e lagrangeana para tentar solucionar este problema. Os resultados obtidos estão apresentados a seguir.

6.4. HEURÍSTICA DE BUSCA - GRASP

Com base no procedimento utilizado para a obtenção dos resultados da seção 5.2, a princípio, foram admitidas rodadas com 10 iterações cada e lista restrita de candidatos de 3 membros. Para o número de buscas na vizinhança da solução original, admitiu-se 100 iterações de buscas, pois com este número de iterações observou-se que, mesmo para instâncias de 25 andares, os resultados obtidos foram bons.

Para a instância de 5 andares, o resultado obtido pelo GRASP (Figura 6.14) foi o mesmo obtido pelo modelo otimizante, com tempo total de evacuação de 147 segundos.

Figura 6.14 - Resultado 5 andares - Heurística de Busca

Para a instância de 7 andares, a heurística construtiva resultou em uma solução de 199 segundos (Figura 6.15), que é a solução ótima, obtida também pelo método *branch and bound*.

Figura 6.15 - Resultado 7 andares - Heurística de Busca

Figura 6.16 - Resultado 9 andares - Heurística de Busca

A instância de 9 andares, que não foi solucionada pelo *branch and bound*, apresentou uma melhora em relação ao resultado previamente obtido (com a heurística construtiva). O tempo total de evacuação para este cenário melhorou de 254 segundos para 251 segundos. Esta melhora de apenas 3 segundos fornece a solução ótima uma vez que não existe espaçamento entre a saída dos diferentes grupos (o que é perceptível na Figura 6.16).

Para a instância de 25 andares, a maior que se deseja resolver nesta pesquisa, o resultado do GRASP foi altamente satisfatório. Em apenas 3 minutos de processamentos, foi possível obter uma solução com tempo total de evacuação de 670 segundos (Figura 6.17).

Figura 6.17 - Resultado 25 andares - Heurística de Busca

O espaçamento existente entre a saída dos grupos provenientes dos andares 6 (preto) e 9 (azul escuro) sugere que esta solução está próxima da ótima mas que ainda é possível obter melhorias. Para a obtenção de uma solução mais refinada, optou-se por rodar a mesma instância considerando uma lista restrita de candidatos de 5 elementos, ao invés de 3 elementos, o que elevou o tempo de processamento em um minuto. O resultado obtido é mostrado na Figura 6.18.

Figura 6.18 - Resultado 25 andares (LRC 5 elementos) - Heurística de Busca.

Os resultados obtidos para este caso (resultando em tempo total de evacuação de 667 segundos), não apresentam espaçamento entre a saída de nenhum grupo de andares (com exceção do primeiro e do quarto andar, o que acontece em todos os casos). Devido a isso, pode-se concluir que esta é a solução ótima para esta instância.

O último teste feito com a heurística de busca foi a instância de 25 andares com parâmetros pm,i e sm,i genéricos. O melhor resultado obtido, neste caso, foi de 571 segundos para a evacuação total do edifício. Este resultado foi obtido com lista restrita de candidatos de 10 elementos e rodadas de 20 iterações com 200 tentativas de busca cada. O resultado pode ser visualizado na Figura 6.19. Mais uma vez, o resultado encontrado não é o ótimo devido ao espaçamento existente entre a liberação de alguns grupos.

Figura 6.19 - Resultado 25 andares genérico - Heurística de Busca

6.5. HEURÍSTICA LAGRANGEANA

A convergência do método da relaxação lagrangeana acontece quando o limitante inferior L_n e o limitante superior $\bar{L}$ atingem o mesmo valor. Para que isso aconteça, os parâmetros do método devem ser calibrados adequadamente. Sendo assim, nos resultados apresentado a seguir, foi considerado λ inicial igual a 2, sendo que λ será dividido pela metade sempre que o método atingir um número de iterações sem melhorias. Este número de iterações sem melhoria impacta no resultado obtido pelo método e, por isso, ele foi calibrado para cada cenário. Além disso, inicialmente, assumiu-se $\bar{L}$ igual ao limitante superior obtido na heurística construtiva. No entanto, notou-se que o valor inicial de $\bar{L}$ também influencia na convergência do método. Dessa maneira, admitiu-se um $\bar{L}$ inicial grande (diferente para cada cenário) que será atualizado para o valor máximo entre $\frac{\bar{L}}{2}$ e a solução encontrada pela heurística de viabilização, sempre que esta solução for menor que $\bar{L}$.

A instância de 5 andares foi rodada com $\bar{L}$ inicial igual a 200 e atualização de λ a cada 30 iterações sem melhoria. O resultado obtido pelo modelo foi de 147 segundos (mostrado na Figura 6.20). O limitante inferior obtido neste caso foi 146,08 (em 791 iterações) que, arredondado para o próximo número inteiro, resulta em 147 segundos. Dessa maneira, a otimalidade da solução é provada pelo método.

Figura 6.20 - Resultado 5 andares - Heurística Lagrangeana

Figura 6.21 - Resultado 7 andares - Heurística Lagrangeana

A convergência da solução para a instância de 7 andares foi mais difícil de ser alcançada. Para que isso acontecesse, foi necessário iniciar o $\bar{L}$ como 1000 segundos e atualizar lambda a cada 100 iterações sem melhoria. A solução encontrada, mostrada na Figura 6.21, é a ótima, com tempo total de evacuação de 199 segundos e limitante inferior igual a 198,046, obtido depois de 8235 iterações (82 minutos de processamento).

Para obter o resultando de 9 andares, foram usados $\bar{L}$ inicial igual a 1000 e atualização de lambda a cada 400 iterações. A solução encontrada, mostrada na Figura 6.22, é a ótima. O tempo total de evacuação encontrado foi de 251 segundos, com limitante inferior igual a 250,005, encontrado depois de 15.792 iterações (245 minutos de processamento).

Figura 6.22 - Resultado 9 andares - heurística Lagrangeana

Como é possível observar até o momento, conforme o tamanho da instância de teste aumenta, aumenta também o número de iterações sem melhoria para atualizar o λ e o tempo de processamento da instância. Dessa maneira, para as instâncias de 25 andares, o tempo de processamento necessário para provar a otimalidade da solução encontrada será muito maior.

Dessa maneira, foram testadas diversas combinações de $\bar{L}$ inicial e número de iterações sem melhoria para tentar encontrar a solução ótima do problema. Cada teste foi processado por 48 horas.

Para a instância de 25 andares com parâmetros $p_{m,i}$ e $s_{m,i}$ constantes, admitiu-se $\bar{L}$ inicial igual a 5000 e atualização do λ a cada 1500 iterações sem melhoria. A solução fornecida pela heurística foi de 667 segundos (Figura 6.23). Este resultado é o mesmo que foi encontrado pela heurística de busca para esta instância (Figura 6.18). Ou seja, a análise do resultado permite concluir que a solução é ótima pois não existe espaçamento entre a liberação de diferentes grupos de pessoas. No entanto, o limitante inferior fornecido pelo método é apenas 300 segundos. Dessa maneira, a otimalidade do resultado não pode ser confirmada pelo método.

Figura 6.23 - Resultado 25 andares - Heurística Lagrangeana.

O mesmo acontece com a instância de 25 andares com parâmetros variados. A solução encontrada pela heurística é de 577 segundos (Figura 6.24), com limitante inferior igual a 364,343. Como existem espaçamentos que podem ser removidos entre a saída dos grupos provenientes dos andares 9 e 19 (azul escuro e verde claro), 23 e 17 (roxo e verde) e 17 e 16 (verde e azul claro), admiti-se que a solução não é a ótima. Além disso, sabe-se que a heurística de busca forneceu uma solução

de 571 segundos, ou seja, existe uma solução viável melhor que a encontrada pela relaxação lagrangeana.

Figura 6.24 - Resultado 25 andares com parâmetros genéricos - Heurística Lagrangeana.

Apesar da relaxação lagrangeana fornecer o limitante inferior que pode comprovar a otimalidade da solução encontrada, este limitante atinge o valor ótimo muito depois de encontrada a solução. Por exemplo, na instância de 7 andares, a solução ótima foi encontrada na décima primeira iteração, no entanto, a otimalidade da solução só foi provada na iteração 8235. Da mesma forma, a solução para 9 andares foi encontrada na décima primeira iteração (em um total de 15.792) e para 25 andares na iteração 2133 (em um total de 3010). Para ilustrar esta dificuldade, foi elaborado um gráfico, mostrado na Figura 6.25, no qual a curva azul mostra, para cada instância, quantas iterações foram necessárias para encontrar a solução ótima, enquanto a curva vermelha mostra quantas iterações foram necessárias para que o limitante inferior convergisse para o valor do limitante superior.

Figura 6.25 - Comparativo entre número de iterações para obtenção da solução ótima e convergência do limitante inferior.

6.6. RESULTADOS EXTRAS

Nesta seção serão apresentados alguns resultados adicionais que não são essenciais para o estudo apresentado nesta dissertação, porém auxiliam a compreensão do problema, assim como o desenvolvimento de estudos futuros.

Como foi mencionado na seção 4.1, em casos reais de evacuação predial, é dada prioridade tanto para o andar incendiado como para seus vizinhos. Dessa maneira, considerando o caso com 25 andares e incêndio no andar 4, foram testados os

métodos GRASP e a relaxação lagrangeana garantindo a liberação do grupo 5 imediatamente após o grupo 4 e o grupo 3 imediatamente após o grupo 5. A Figura 6.26 e a Figura 6.27 mostram os resultados encontrados.

Figura 6.26 - Resultado com prioridade de liberação dos vizinhos - GRASP.

Figura 6.27 - Resultado com prioridade de liberação dos vizinhos - Heurística Lagrangeana.

Ambas as soluções encontradas são ótimas e equivalentes às soluções encontradas pelos métodos sem prioridade aos andares vizinhos ao incêndio. Além disso, assim como no resultado original (Figura 6.23), a heurística lagrangeana não forneceu um limitante inferior de boa qualidade (300 segundos para a solução de 667 segundos) apesar de ser considerado que este caso é um pouco mais fácil de ser solucionado

que o caso anterior (é necessário determinar o instante de liberação de 22 grupos apenas, não 24 como no caso anterior).

7 CONCLUSÃO E PRÓXIMOS PASSOS

O tema abordado nessa dissertação é de real importância para a sociedade urbana atual. Diversos exemplos de necessidades de evacuação foram dados no decorrer do texto, além disso, foi identificada a necessidade de estudar a otimização da evacuação faseada já que existe uma lacuna na literatura referente a este tema.

Foi desenvolvido um modelo de otimização que garante a determinação dos instantes de liberação que minimizem o tempo total de evacuação, garantindo prioridade à população do andar afetado

A clara similaridade entre o problema de evacuação predial e um problema de sequenciamento de tarefas em um *flowshop* permitiu a elaboração de um modelo matemático de otimização baseado em modelos de *flowshop*.

O modelo, implementado no *software* GAMS® com *solver* CPLEX®, forneceu os resultados almejados para instâncias de até 7 andares. Quando foram testadas instâncias de 9 andares, o modelo não conseguiu encontrar nenhuma solução viável. Dessa maneira, foi identificada a necessidade de explorar algum outro método que permitisse a obtenção de um resultado quase ótimo em menor tempo computacional. Os métodos explorados foram uma heurística probabilística construtiva, uma heurística de busca e uma heurística lagrangeana.

A heurística construtiva, que foi utilizada principalmente para a obtenção de um limitante superior, mostrou-se muito eficaz. Ela foi executada com pouquíssimo esforço computacional e forneceu resultados de boa qualidade (ótimos para instâncias de 5 e 7 andares).

A heurística de busca também forneceu bons resultados. Com um esforço computacional muito menor que o exigido pela heurística lagrangeana, a solução encontrada foi a ótima em quatro das cinco instâncias testadas. No entanto, este método não possui ferramentas para provar a otimalidade dos resultados obtidos.

A técnica da relaxação lagrangeana é amplamente utilizada em problemas de sequenciamento de tarefas em *flowshops* e *jobshops*. Por isso, apostou-se nela para a obtenção da solução ótima do problema de evacuação predial faseada. Além

disso, a relaxação lagrangeana combina a existência de um limitante superior e um limitante inferior, o que garante a otimalidade da solução, caso ambos os limitantes tenham o mesmo valor. Dessa maneira, a heurística lagrangeana foi testada para as cinco instâncias de teste buscando não só encontrar uma solução para o problema, como também provar a otimalidade desta solução a partir do limitante inferior.

A heurística lagrangeana encontrou a solução ótima em quatro das cinco instâncias testadas. Notou-se que o resultado ótimo foi encontrado muito antes dessa otimalidade ser provada, ou seja, o limitante superior convergiu para o valor ótimo muito antes do limitante inferior. Sendo assim, muito esforço computacional foi gasto apenas na convergência do limitante inferior. Além disso, para as duas instâncias de 25 andares, o limitante inferior não convergiu para o valor ótimo, apesar do grande esforço computacional gasto na solução dessas instâncias.

A Tabela 7.1 mostra o comparativo dos resultados obtidos a partir dos diversos métodos. Os resultados apresentados em negrito são os resultados ótimos.

Tabela 7.1 - Comparativo dos resultados.

	<i>Branch</i>			
	Heurística Construtiva	and Bound	Heurística GRASP	Heurística Lagrangeana
5 andares	147	147	147	147
7 andares	199	199	199	199
9 andares	254	-	251	251
25 andares	690	-	667	667
25 andares genérico	608	-	571	577

A partir da análise da tabela, conclui-se que a heurística de busca baseada em GRASP, apesar de não garantir a qualidade da solução, é mais apropriada para a solução do problema de evacuação faseada, pois a qualidade dos resultados obtidos

é a mesma que a fornecida pela heurística lagrangeana e esta técnica exige menos esforços computacionais.

A fim de aprimorar esta pesquisa e obter melhores resultados, sugere-se a aplicação de outros métodos de atualização dos multiplicadores de lagrange, que melhorem a convergência do algoritmo; a busca de outras formas de evacuação faseada (por exemplo, a divisão do edifício em subgrupos, dos quais apenas o grupo no qual se encontra o andar afetado será liberado de forma faseada) e a discretização do tempo em instantes diferentes de um segundo (o que, apesar de facilitar a resolução do problema, poderá resultar em soluções ótimas que sejam maiores que a solução ótima real devido ao efeito da discretização. Além disso, sugere-se a aplicação dos resultados obtidos em testes reais de evacuação, com o objetivo de aprimorar as premissas admitidas para cada caso, e integrar este método com modelos de determinação de rotas de fuga para que ele possa ser aplicado a edifícios com outras estruturas.

A aplicação prática ideal deste modelo seria a geração de resultados instantâneos a partir da ocupação real de cada andar, no entanto, devido aos altos tempos computacionais exigidos para a obtenção de soluções, deverão ser geradas soluções com base na ocupação média do edifício. Dessa maneira, havendo necessidade de evacuação, a ordem de liberação dos andares será baseada em uma base de dados pré existente.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABOLIINS, H. A., NOMELLINI, L. H., BIANCHINI, F.J. **A Segurança contra o Incêndio no Brasil: Saídas de emergência em edificações**. São Paulo. Projeto Editora. 2008.

BEASLEY, J. E. Lagrangean relaxation In: REEVES, C. R. **Moderns heuristics techniques for combinatorial problems**. Nova Iorque. John Wiley & Sons, Inc., 1993, cap. 6, pp 243-303.

BINIATO, S. et al. A GRASP for job shop scheduling. In: Ribeiro, C. C., Hansen, P. (eds.) **Essays and surveys on metaheuristics**, pp. 59-79. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001.

CEPOLINA, E. M. Phased evacuation: An optimisation model which takes into account the capacity drop phenomenon in pedestrian flows. *Fire Safety Journal*, v.4, n.44, pp.532-544, 2009.

DRABEK, T. E. Understanding Disaster Warning Responses. *The Social Science Journal*, vol. 36, n.3, p515-523, 1999.

GALBREATH, M. **Time of Evacuation by Stairs in High Buildings**. Fire Research note 8, Nacional Research Council of Canda, Ottawa, 1969

GAREY, M., JOHNSON, D. S., SETHI, R. The Complexity of Flowshop and Jobshop Scheduling. *Mathematics of Operations Research*, vol. 1, p 117-129, 1976.

HANEA, D., ALE, B. Risk of human fatality in building fires: A decision tool using Bayesian networks. *Fire Safety Journal*, v.44, pp. 704-710, 2009.

HOITOMT, D. J., LUH, P. B., PATTIPATI, K.R. A practical approach to job shop scheduling problems. *IEEE Transactions on Robotic and Automation*, vol 9, no 1, pp.543-547, 1993.

JOHNSON, C. W. Applying the lessons of the attack on the World Trade Center, 11th September 2001, to the design and use of interactive evacuation simulations. In: **SIGCHI CONFERENCE ON HUMAN FACTORES IN COMPUTING SYSTEMS**, 2005, Portland, Oregon, E.U.A. **Proceedings of the SIGCHI Conference on Human**

Factors in Computing Systems. Portland, Oregon, E.U.A., New York: ACM, 2005. Pp 651 - 660, 2005.

KENDIK, E. Determination of the Evacuation Time Pertinent to the Projected Area Factor in the Event of Total Evacuation of High-rise Office Buildings via Staircases. *Fire Safety Journal*, v.5, pp.223-232, 1983.

KULIGOWSKI, E. D., PEACOCK, R. D., **A Review of Building Evacuation Models.** Washington: National Institute of Standards and Technology, julho 2005.

LUH, P. B. et al. A Lagrangean Relaxation Based Approach to Schedule Asset Overhaul and Repair Services. *IEEE Transactions on automation science and engineering*. vol. 2, n. 2, abril 2005.

MA, J., LO, S. M., SONG, W. C. **Cellular automaton modeling approach for optimum ultra-high rise building evacuation design.** *Fire Safety Journal*, n.54, pp 57-66, 2012.

MELINEK, S. J., BOOTH, S. **An Analysis of Evacuation Times and Movement of Crowds in Buildings.** Borehamwood: Fire Research Station, 1975.

NISHI, T., HIRANAKA, Y., INUIGUCHI, M. A successive lagrangean relaxation method for solving flowshop scheduling problems with total weighted tardiness. **IEEE on Automation Science Engineering.** Apresentado a IEEE Conference on Automation Science and Engineering, Scottsdale, EUA, 2007

ONO, R., VALENTIIN, M. V., VENEZIA, A. **A Segurança contra o Incêndio no Brasil: Arquitetura e Urbanismo.** São Paulo. Projeto Editora. 2008.

PAULS, J. Development of knowledge about means of egress. *Fire Technology*, n.20, p28 - 40, 1984.

PAULS, J. Calculating Evacuation Times for Tall Buildings. *Fire Safety Journal*, n.12, p 213-236, 1987.

PAULS, J. Vertical Evacuation in Large Buildings: Missed Opportunities for Research. **Disaster Management**, 1994. Special Issue.

PRABAHARAN, G., KHAN, B., RAKESH, L. Implementation of GRASP in flowshop scheduling. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. Reino Unido, v. 30, n. 11-12, pp. 1126-1131, outubro 2006.

PROULX, G., REID, I. M. A. Occupant Behavior and Evacuation during the Chicago Cook County Administration Building Fire. Journal of Fire Protecting Engineering, vol. 16, n.4, p 283-309, 2006

PROULX, G. Evacuation Time and Movement in Apartment Buildings. Fire Safety Journal, Canada, vol. 24, n.3, p229-246, 1995.

RODRIGUES, R., TREVISAN, E. **Modelo de otimização para um plano de evacuação predial**. 2010. pp 107. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade de São Paulo. São Paulo, 2010.

SANTOS, G., AGUIRRE, B. E. A Critical Review of Emergency Evacuation Simulation Models. **Workshop on Building Occupant Movement During Fire Emergencies, June 10-11, 2004, National Institute of Standards and Technology**. NIST Special Publication 1032, p25-50, 2004.

SHIH, N.J., LIN, C. Y., YANG, C. H. A virtual reality based feasibility study of evacuation time compared to the traditional calculation method. Fire Safety Journal, v. 34, pp. 377-391, 2000.

SUN, Y. **Egress as a part of fire safety in high-rise building**. 2013. pp 197. Dissertação - Delf University of Technology. Delf, 2013.

TAVARES, R. M. An analysis of the fire safety codes in Brazil: Is the performance based approach the best practice? Fire Safety Journal, n.44, pp. 749-755, 2009.

THOMPSON, P. A., MARCHANT, E. W. A Computer Model for the Evacuation of Large Building Populations. Fire Safety Journal, v. 24, pp. 131-148, 1995.

TOGAWA, K. **Study of Fire Escapes Basing on the Observation of Multitude Curents**. Tokyo: Building Research Institute, 1955.

TONG, D., CANTER, D. The decision to evacuate: a study of the motivations which contribute to evacuation in the event of fire. Fire Safety Journal, v.9, pp. 257-265, 1985.

ZHANG, X., LI, X., HADJISOPHOCLEOUS, G. **A probabilistic occupant evacuation model for fire emergencies using Monte Carlo methods.** Fire Safety Journal, n 58, pp 15-24, 2013.

Zhang, Y. et al. A Macro-Level Scheduling Method Using Lagrangian Relaxation. IEEE Transactions on robotics and automation, v. 17, n. 1, fevereiro 2001.