FÁBIO GASPAROTTO BOAVENTURA

Uma abordagem *matheuristic* para o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*

São Paulo
2022

FÁBIO GASPAROTTO BOAVENTURA

Uma abordagem *matheuristic* para o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*

Versão Corrigida

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração:
Programa de Pós-graduação em Engenharia de Sistemas Logísticos.

Orientador:
Prof. Dr. André Bergsten Mendes

São Paulo
2022

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 03 de janeiro de 2022

Assinatura do autor: Fabio G. Boaventura

Assinatura do orientador: Al. M. S.

Catálogo na publicação

Gasparotto Boaventura, Fábio.

Uma abordagem *matheuristic* para o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* / F. G. Boaventura. – Versão corrigida – São Paulo, 2022.

117 p.

Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Logísticos.

1.Problema da mochila bidimensional 2.Problemas de corte e empacotamento 3.Otimização matemática 4.Otimização combinatória 5.Otimização linear e não linear I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Logísticos II.t.

FÁBIO GASPAROTTO BOAVENTURA

Uma abordagem *matheuristic* para o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*

Versão Corrigida

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências.

São Paulo
2022

Boaventura, FG. **Uma abordagem *matheuristic* para o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio offshore [dissertação]**. São Paulo: Universidade de São Paulo, Escola Politécnica; 2022.

Aprovado em: 26 de novembro de 2021

Banca Examinadora

Prof. Dr. André Bergsten Mendes

Instituição: Universidade de São Paulo - USP

Julgamento: Aprovado

Prof. Dr. Marco Antonio Brinati

Instituição: Universidade de São Paulo - USP

Julgamento: Aprovado

Prof.^a Dr.^a Maria do Socorro Nogueira Rangel

Instituição: Universidade Estadual Paulista - UNESP

Julgamento: Aprovado

Aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Maurílio e Inês, por todo o amor e carinho incondicional e pelo apoio e incentivo durante o período de realização deste trabalho.

Ao meu orientador Prof. Dr. André Bergsten Mendes, por ter aceitado este desafio junto comigo e pelos valiosos ensinamentos durante o processo de orientação.

A todos professores do programa de pós-graduação em engenharia de sistemas logísticos, pelos valiosos ensinamentos durante as disciplinas e palestras do curso de mestrado.

Aos funcionários do programa, pelo excelente suporte prestado e por facilitar as questões burocráticas do programa de pós-graduação.

À Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, pela oportunidade de realização do curso de mestrado.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) pelo apoio financeiro concedido através de uma bolsa de mestrado concedida através do programa de Demanda Social com o processo nº 1809289.

Aos professores membros da banca examinadora, pelos valiosos ensinamentos, comentários e sugestões feitos em sua avaliação do trabalho que enriqueceram ainda mais esta pesquisa.

“Se eu vi mais longe foi por estar apoiado sobre ombros de gigantes.”

Isaac Newton

RESUMO

Boaventura, FG. **Uma abordagem *matheuristic* para o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* [dissertação]**. São Paulo: Universidade de São Paulo, Escola Politécnica; 2021.

Esta dissertação apresenta uma abordagem *matheuristic* com três estágios para o problema de alocação de carga geral no convés de navios de apoio *offshore* com múltiplas entregas. Uma característica operacional encontrada nas atividades de apoio à exploração de petróleo é que uma única embarcação deve levar suprimentos, em geral, a mais de um destino *offshore*. Além das clássicas restrições de não sobreposição de cargas e que todas as cargas devem estar integralmente contidas no convés do navio, somam-se as seguintes restrições: conjuntos de cargas com determinadas características devem permanecer juntas (e.g. mesmo destino); cargas perigosas têm uma região pré-determinada no convés do navio; existem áreas reservadas onde não se pode posicionar nenhuma carga; o número de cargas refrigeradas é restrito ao número de pontos de energia no convés do navio; e existem cargas que devem obrigatoriamente ser embarcadas. Todas essas imposições configuram este problema, cujo objetivo é maximizar a somatória das prioridades (valor) das cargas embarcadas. Este problema, é uma variação do clássico problema da mochila bidimensional, de classe *NP-difícil*. Assim, neste trabalho propõe-se resolver instâncias originadas a partir de dados reais e, portanto, com aplicações práticas e em escala real, por meio de uma abordagem *matheuristic* com três estágios, que utiliza modelos de otimização matemática linear e não linear em sua solução.

Palavras-chave: Problema da mochila bidimensional. Problemas de corte e empacotamento. Otimização matemática. Otimização combinatória. Otimização linear e não linear.

ABSTRACT

Boaventura, FG. **A matheuristic approach to the cargo allocation problem on the main deck of offshore supply vessels [dissertation]**. São Paulo: Universidade de São Paulo, Escola Politécnica; 2021.

This dissertation presents a matheuristic approach for the problem of general cargo allocation on the deck of platform supply vessels with multiple deliveries. An operational characteristic found in activities to support oil exploration is that a single vessel, usually, should take supplies to more than one offshore unit. In addition to the classic constraints of non-overlapping loads and that all loads must be fully contained within the vessel, the following constraints are added: sets of loads with certain characteristics must remain nearby or grouped (e.g., same destination); dangerous goods have a predetermined area on the vessel's main deck; there are reserved areas which should be free of cargo; the number of refrigerated loads is bounded by the number of power outlets on the ship's deck; and there are cargoes that must be loaded. All these impositions constitute the problem herein studied. The objective is to maximize the sum of the priorities (value) of the loaded cargoes. This problem is a variation of the classic two-dimensional knapsack problem, which is *NP-hard*. This work proposes to solve instances originated from real data and, therefore, with practical and real-scale applications, through a matheuristic approach with three-stages, which uses linear and non-linear mathematical programming models on its solution.

Keywords: Two-dimensional Knapsack Problem. Cutting and Packing Problems. Mathematical modeling. Combinatorial optimization. Linear and non-linear Optimization.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tipos de contêineres <i>offshore</i>	19
Figura 2 – Convés principal de um PSV.....	21
Figura 3 – Metodologia para soluções em problemas de Pesquisa Operacional.	25
Figura 4 – Tipos básicos dos problemas de corte e empacotamento.....	29
Figura 5 – Distância alvo para os itens (departamentos) i e j	48
Figura 6 – Exemplo de padrão de corte para o problema de corte bidimensional.	55
Figura 7 – Padrão de empacotamento bidimensional e os grafos de intervalo induzidos pelas projeções dos itens nos eixos.	57
Figura 8 – Pontos de referências para o convés do navio e cargas.....	68
Figura 9 – Orientações possíveis para uma carga no convés do navio.....	69
Figura 10 – Posicionamento das áreas específicas para as cargas de cada unidade <i>offshore</i> e dos espaços restritos.	72
Figura 11 – Exemplo para disposição de áreas utilizando o segundo estágio da abordagem.	87
Figura 12 – Exemplo de padrão de alocação de cargas no convés do navio de apoio <i>offshore</i>	90
Figura 13 – Padrão de empacotamento da instância n.º 4 do grupo 1, obtido com o modelo completo.	98
Figura 14 - Padrão de empacotamento da instância n.º 2 do grupo 2, obtido com o modelo completo.	98
Figura 15 - Padrão de empacotamento da instância n.º 3 do grupo 3, obtido com o modelo completo.	99
Figura 16 – Padrão de áreas da instância n.º 4 do grupo 1, obtida no segundo estágio da <i>matheuristic</i>	106
Figura 17 – Padrão de empacotamento da instância n.º 4 do grupo 1, obtido no terceiro estágio da <i>matheuristic</i>	106

Figura 18 – Padrão de áreas da instância n.º 2 do grupo 2, obtido no segundo estágio da <i>matheuristic</i>	106
Figura 19 – Padrão de empacotamento da instância n.º 2 do grupo 2, obtido no terceiro estágio da <i>matheuristic</i>	107
Figura 20 – Padrão de áreas da instância n.º 3 do grupo 3, obtido no segundo estágio da <i>matheuristic</i>	107
Figura 21 – Padrão de empacotamento da instância n.º 3 do grupo 3, obtido no terceiro estágio da <i>matheuristic</i>	107
Figura 22 – Padrão de áreas da instância n.º 3 do grupo 4, obtido no segundo estágio da <i>matheuristic</i>	108
Figura 23 – Padrão de empacotamento da instância n.º 3 do grupo 4, obtido no terceiro estágio da <i>matheuristic</i>	108
Figura 24 – Padrão de empacotamento obtido para a instância de n.º 8 do grupo 3 com a <i>matheuristic</i>	110
Figura 25 – Padrão de empacotamento obtido por Seixas <i>et al.</i> (2016) para a instância de n.º 8 do grupo 3 (LS0 instância 8).	111

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumo dos PCE's intermediários com maximização (do valor) das saídas.	30
Tabela 2 – Resumo dos PCE's intermediários com minimização (do valor) das entradas.	30
Tabela 3 – Considerações práticas para o problema de alocação de cargas no convés de navio de apoio <i>offshore</i>	52
Tabela 4 – Escopo da pesquisa relativo aos problemas de carregamento de veículos (em geral) e contêineres.	66
Tabela 5 – Resumo das características das instâncias adaptadas de Seixas <i>et al.</i> (2016).	92
Tabela 6 – Números mínimo, médio e máximo de variáveis, variáveis binárias e restrições do modelo matemáticos completo, para cada um dos grupos de instâncias.....	94
Tabela 7 – Resultados com o modelo completo para as instâncias do grupo 1, com tamanho de convés Pequeno, 4 destinos e 104 cargas disponíveis.	95
Tabela 8 – Resultados com o modelo completo para as instâncias do grupo 2, com tamanho de convés Pequeno, 8 destinos e 160 cargas disponíveis.	96
Tabela 9 – Resultados com o modelo completo para as instâncias do grupo 3, com tamanho de convés Grande, 4 destinos e 176 cargas disponíveis.	96
Tabela 10 – Resumo dos resultados obtidos com o modelo completo.....	97
Tabela 11 – Número de variáveis, variáveis binárias e restrições dos modelos matemáticos em cada um dos estágios da abordagem.	100
Tabela 12 – Resultados das instâncias do grupo 1, com tamanho de convés Pequeno, 4 destinos e 104 cargas disponíveis.	102
Tabela 13 – Resultados das instâncias do grupo 2, com tamanho de convés Pequeno, 8 destinos e 160 cargas disponíveis.	102

Tabela 14 – Resultados das instâncias do grupo 3, com tamanho de convés Grande, 4 destinos e 176 cargas disponíveis.....	103
Tabela 15 – Resultados das instâncias do grupo 4, com tamanho de convés Grande, 8 destinos e 272 cargas disponíveis.....	103
Tabela 16 – Resumo dos experimentos computacionais para os 4 grupos de instâncias.	105
Tabela 17 – Comparação com os resultados médios reportados por Seixas <i>et al.</i> (2016).	109

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	17
1.1	EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO “OFFSHORE”	17
1.2	DETALHAMENTO DO PROBLEMA	20
1.3	MOTIVAÇÃO DO TEMA.....	22
1.4	OBJETIVOS & METODOLOGIA	23
1.5	DELINEAMENTO DA DISSERTAÇÃO	25
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	27
2.1	PROBLEMAS DE CORTE E EMPACOTAMENTO	27
2.1.1	<i>Tipologia dos problemas de corte e empacotamento.....</i>	<i>28</i>
2.2	PROBLEMAS DA MOCHILA	31
2.2.1	<i>O Problema da Mochila 0 – 1</i>	<i>32</i>
2.2.1.1	Formulação matemática do problema da mochila	32
2.2.2	<i>O Problema da Mochila com Duas Dimensões</i>	<i>34</i>
2.2.2.1	Formulação matemática e solução de Beasley (1985).....	35
2.2.2.2	Formulação matemática e solução de Hadjiconstantinou e Christofides (1995)..	37
2.2.2.3	Formulação matemática de Chen <i>et al.</i> (1995)	42
2.3	O PROBLEMA DO LAYOUT DE INSTALAÇÕES	45
2.3.1	<i>Formulação do Problema de “Layout” de Instalações com áreas diferentes.....</i>	<i>46</i>
2.4	O PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE CARGAS NO CONVÉS DE NAVIOS DE APOIO OFFSHORE	50
2.4.1	<i>Considerações Práticas na Alocação de Cargas no Convés de Navios</i>	<i>51</i>
2.5	MÉTODOS DE SOLUÇÃO	53
2.5.1	<i>Abordagens exatas</i>	<i>53</i>
2.5.2	<i>Solução de Gilmore e Gomory (1965).....</i>	<i>54</i>
2.5.3	<i>Solução de Fekete e Schepers (1997).....</i>	<i>56</i>

2.5.4	<i>Solução de Caprara e Monaci (2004)</i>	58
2.5.5	<i>Abordagens heurísticas</i>	60
2.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO.....	64
3	MODELAGEM MATEMÁTICA	66
3.1	PREMISSAS DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO MATEMÁTICA.....	66
3.2	MODELO DE OTIMIZAÇÃO MATEMÁTICA	68
3.2.1	<i>Considerações para a orientação das cargas</i>	69
3.2.2	<i>Considerações para o agrupamento das cargas</i>	70
3.2.3	<i>Considerações para os espaços restritos no convés</i>	70
3.2.4	<i>Modelo</i>	72
4	ABORDAGEM MATHEURISTIC	81
4.1	PRIMEIRO ESTÁGIO.....	82
4.2	SEGUNDO ESTÁGIO	84
4.3	TERCEIRO ESTÁGIO.....	87
5	RESULTADOS & DISCUSSÕES	91
5.1	ESCOLHA DO VALOR PARA O PARÂMETRO B	91
5.2	RESULTADOS DOS EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS.....	92
5.2.1	<i>Resultados dos experimentos computacionais com o modelo matemático completo</i>	94
5.2.2	<i>Resultados dos experimentos computacionais com a abordagem proposta</i>	100
5.2.3	<i>Comparação com os resultados de Seixas et al. (2016)</i>	109
6	CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS FUTURAS	112
	REFERÊNCIAS.....	114

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como objetivo introduzir o problema abordado neste trabalho, intitulado “Uma abordagem *matheuristic* para o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*”, bem como, apresentar o contexto logístico no qual ele está inserido. Além disso, apresentar e definir os objetivos pretendidos, apresentar a metodologia e o método utilizados. E, por fim, ter-se o completo delineamento da dissertação.

1.1 Exploração de Petróleo *Offshore*

As atividades de exploração de petróleo em alto mar, também conhecidas como sistema de exploração *offshore*, foram impulsionadas pelas descobertas das reservas de petróleo no Mar do Norte, principalmente na região da Noruega, na década de 1970. E, com a primeira crise do petróleo em 1973, houve uma grande aceleração no desenvolvimento tecnológico de exploração *offshore* (Mendes, 2007).

Para lidar com o ambiente de exploração do petróleo *offshore*, uma das estratégias empregadas se baseava no deslocamento dos equipamentos às áreas alagadas. O que levou à criação de grandes ilhas artificiais ou plataformas de trabalho, nas quais pudessem ser instalados todos os equipamentos necessários às atividades que ali seriam desempenhadas como, por exemplo, perfuração de poços, coleta e transporte do petróleo, dentre outras. Com o distanciamento dessas regiões de exploração de petróleo em relação à costa, tornou-se ainda mais importante o desenvolvimento tecnológico, requerendo estruturas cada vez mais complexas e autossuficientes nestes ambientes (Mendes, 2007).

A criação da Petrobras em 1953, e seu posterior desenvolvimento tecnológico em exploração *offshore*, principalmente após a descoberta da camada do pré-sal, impulsionou ainda mais o desenvolvimento tecnológico para a exploração em regiões

bastante distantes da costa e com profundidades que poderiam superar os 2 quilômetros. Assim, a demanda por atividades de apoio logístico nessas regiões em alto mar, também tiveram um crescimento, requerendo cada vez mais eficiência nas atividades de suporte às unidades *offshore*.

A maior parte da produção brasileira de petróleo é proveniente de reservatórios localizados em alto mar, sejam eles reservatórios em alta ou baixa lâminas d'água¹. De onde surgiu a necessidade da existência de unidades fixas e/ou flutuantes *offshore*, que também desempenham as atividades de produção e prospecção de petróleo. A fase de produção é precedida pelas fases de exploração e perfuração, quando as sondas perfuram e preparam os poços de petróleo (Ritchie, 2004). Durante toda a vida útil de um campo de petróleo, diferentes tipos de embarcações de apoio *offshore* são necessários para executar diferentes serviços de apoio.

Uma importante operação de suporte é a entrega de suprimentos, realizado por navios de apoio. Os itens demandados por essas unidades *offshore*, para as atividades de perfuração e produção, por exemplo, englobam cargas geral e a granel. A carga geral é uma categoria ampla que inclui ferramentas, equipamentos, contentores para produtos químicos e resíduos comuns, peças e equipamentos de reposição e cargas refrigeradas (e.g. alimentos), dentre outros. Estes são geralmente embalados em contêineres *offshore*, cestas, e *skids*, que são estruturas externas projetadas para o transporte de equipamentos (e.g. motores, bombas e geradores), atuando como um exoesqueleto, para serem posicionadas no convés principal² da embarcação. É importante destacar que, apesar do nome contêiner *offshore*, estes dispositivos não são padronizados e podem ser encontrados nos mais diversos formatos e tamanhos, conforme mostra a Figura 1. A carga a granel engloba água potável, óleo diesel, produtos químicos (e.g. fluidos de perfuração), etc., e geralmente são transportados embaixo do convés principal, em tanques apropriados (Aas *et al.*, 2009).

¹ Termo que indica a profundidade do leito marinho em relação ao nível do mar.

² O primeiro pavimento contínuo de proa a popa, contado de cima para baixo, que é descoberto em todo ou em parte, leva o nome de convés principal (Fonseca, 2005).

Figura 1 – Tipos de contêineres *offshore*.

Fonte: Compilação do autor³.

As plataformas são servidas periodicamente por navios de abastecimento, sendo visitadas de uma a três vezes por semana (Halvorsen-Weare e Fagerholt, 2017). No caso brasileiro, as unidades *offshore* são segregadas em conjuntos (*clusters*), e um roteiro é feito para cada um desses *cluster* de plataformas. A demanda requerida pelas unidades *offshore* é suprida pelos navios de apoio, observando-se a área total do convés disponível e a sua capacidade máxima em toneladas. Caso essa demanda seja muito

³ Imagens obtidas no website da empresa NHJ do Brasil.

Disponível em: <<http://www.nhjdobrasil.com.br/container-offshore/>>. Acesso em 22 de maio de 2021

alta, algumas das cargas não prioritárias podem não ser transportadas, o que requer uma seleção e priorização dessas cargas. Neste caso, a demanda não atendida é naturalmente adiada para viagens futuras.

De particular interesse, para o escopo deste trabalho, estão as atividades de suprimento desempenhadas pelos navios de apoio *offshore*, em particular, a seleção e posterior alocação das cargas em seu convés principal, as quais devem ser transportadas às unidades *offshore* para suprir suas demandas.

1.2 Detalhamento do Problema

O problema a ser abordado nesta pesquisa está relacionado às atividades de suprimento das unidades *offshore*. Uma empresa petrolífera, como por exemplo a Petrobras, pode ter uma frota contendo vários navios de apoio, que devem ser carregados e deslocados até suas unidades *offshore* de maneira contínua e recorrente, para que não haja falta de suprimentos e, conseqüentemente, paradas em suas operações.

A questão central tratada neste trabalho de pesquisa está relacionada às fases de seleção e alocação das cargas, que devem embarcar em um navio de apoio, para atender a um determinado *cluster* de plataformas pré-estabelecidos.

Esses serviços, de abastecimentos das unidades *offshore*, são realizados por navios especializados, denominados PSV (*Platform Supply Vessel*). A principal característica desses navios é a sua capacidade de convés que, em geral, é dada em metros quadrados e podem ser incluídos em três categorias: 0 – 525 m²; 525 – 726 m²; e acima de 726 m². Raramente são encontrados navios com capacidade acima de 1.000 m². Um dos maiores navios tem um convés com 1.220 m² (Aas *et al.*, 2009). Grandes capacidades de convés principal, em geral, são mais facilmente encontradas nos navios mais atuais, isto é, construídos a partir da última década. A Figura 2 mostra o convés principal de um navio do tipo PSV, construído em 2016. Vale destacar também que, a

área destinada às cargas, é a área retangular dentro dos limites das faixas mescladas em vermelho e branco, conforme destacado na imagem.

Figura 2 – Convés principal de um PSV.

Antes de planejar a próxima viagem de uma embarcação de suprimentos, é apresentada uma lista de cargas pendentes, a serem transportadas para as unidades *offshore*, a partir das quais, um subconjunto delas deverá ser embarcada. Portanto, selecionar e alocar cargas no convés principal do PSV consiste em determinar qual conjunto de cargas subirá a bordo e qual será sua posição no convés do navio. Neste

processo, algumas restrições físicas e operacionais devem ser observadas. Fisicamente, não pode haver uma sobreposição de cargas e essas cargas devem estar contidas integralmente no convés do navio. Além disso, operacionalmente, há uma proibição ao empilhamento de cargas, cargas com as mesmas características devem permanecer agrupadas (e.g. cargas perigosas e cargas cujo destino é o mesmo), e podem existir áreas reservadas que devem permanecer livres e desobstruídas de cargas, cargas refrigeradas estão limitadas ao número de tomadas disponíveis no convés e cargas urgentes devem ser obrigatoriamente embarcadas. O critério utilizado para priorizar e selecionar as cargas que devem ir a bordo obedecem a uma prioridade, a qual deve ser maximizada. As datas de entrega dessas cargas determinam essa prioridade (ou valor) que é atribuído a cada carga, quanto antes é essa data, maior é a sua prioridade.

O problema de alocação de cargas, no convés de navio de apoio *offshore*, pressupõe que o roteiro a ser percorrido por determinada embarcação e sua capacidade do convés, em metros quadrados, já estão caracterizados e, portanto, fora dos objetivos do problema.

1.3 Motivação do Tema

O tema proposto se insere no contexto dos problemas de corte e empacotamento, tratando de um problema ainda pouco explorado na literatura científica. Seixas *et al.* (2016) argumentam que existe pouca literatura que aborda problemas da logística de apoio *offshore* e, em geral, são trabalhos que tratam de temas mais abrangentes, como, por exemplo, a roteirização dos navios de apoio e composição de frota. No entanto, a indústria de petróleo e gás *offshore* é amplamente afetada por sua eficiência logística de apoio.

Diferentemente dos trabalhos encontrados na literatura que estudam o planejamento logístico *offshore*, em que a ocupação do convés é um tema, em geral, abordado de maneira simplificada, em que cada navio de apoio dispõe de uma capacidade máxima de convés (em metros quadrados), e as cargas são caracterizadas

apenas por sua área. Então, qualquer solução em que, a soma das áreas das cargas escolhidas para embarque não exceda a área total do convés do navio é, neste caso, considerada factível. No entanto, assim como no artigo de Seixas *et al.* (2016), neste trabalho, as cargas são caracterizadas pelas dimensões comprimento e largura, tornando o problema mais realístico e abrangente e, portanto, mais complexo. Então, o posicionamento das cargas no convés principal do navio faz parte da solução pretendida. Por exemplo, uma carga de 16 m^2 (com largura de 4 m e comprimento de 4 m) não pode ser atribuída a uma área de convés de 42 m^2 (com largura de 3 m e comprimento de 14 m).

Além das restrições geométricas, as considerações práticas da operação desses navios de apoio *offshore* são o que tornam o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* (PACNO), inicialmente proposto por Seixas *et al.* (2016), substancialmente diferente daqueles encontrados na literatura de problemas de empacotamento bidimensional.

Neste trabalho, diferentemente do que foi visto em Seixas *et al.* (2016), apresenta-se um modelo de otimização matemática e uma abordagem *matheuristic* para tratar o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* (PACNO) e, assim, acrescentando-se à pesquisa inicial sobre o tema.

Do ponto de vista acadêmico este tema é desafiador, pois ao incorporar restrições adicionais ao clássico problema da mochila com duas dimensões, faz com que um problema que já pertence a classe *NP-difícil* (Caprara e Monaci, 2004) torne-se ainda mais complexo.

1.4 Objetivos & Metodologia

O objetivo deste trabalho é, então, apresentar uma abordagem *matheuristic* com três estágios, que utiliza modelos de otimização matemática para resolver o problema de alocação de cargas no convés principal de navios de apoio *offshore*, e assim, contribuir com o planejamento operacional de empresas de energia (e.g. petróleo e

gás), que desempenham atividades em unidades *offshore* e demandam reabastecimentos constantes. Foram muito pouco exploradas, na literatura científica de problemas de corte e empacotamento, as situações práticas e frequentemente encontradas, por essas empresas. Assim, com este trabalho, pretende-se contribuir neste sentido, apresentando uma nova abordagem para tratar tais situações, difíceis de serem solucionadas.

Esta pesquisa possui uma abordagem quantitativa, pois, segundo Junqueira (2009), ela é mais apropriada quando se deseja manipular cenários e observar os efeitos realizados desta intervenção nas variáveis de interesse, para produzir descobertas em que relações de causa e efeito são estabelecidas (Bryman, 2003).

O método de pesquisa utilizado neste trabalho usa a modelagem matemática, pois esta é tida como uma abordagem racional para a geração de conhecimento. Além disso, este método permite a criação de modelos objetivos para explicar todo (ou parte) do comportamento de processos operacionais encontrados na vida real, ou que possam capturar os problemas (ou parte deles) de tomada de decisão encontrados na prática (Bertrand e Fransoo, 2002).

A Pesquisa Operacional (*Operations Research*), como ciência, tem como objetivo resolver problemas na área de operações (Bertrand e Fransoo, 2002). Utilizando-se os passos da Figura 3, adaptada de Bertrand e Fransoo (2002) por Mendes (2007), um problema ou situação real é convertido em um modelo conceitual através de uma etapa de abstração, que deverá trazer consigo a especificação do problema a ser resolvido, quais as variáveis relevantes e o que se espera como resposta. Em seguida, tem-se a fase de modelagem matemática (modelo científico) em que se determinam as relações causais entre as variáveis, resultando em um modelo quantitativo. O passo seguinte consiste em resolver esse modelo matemático, que é a representação científica do problema abordado. Por fim, tem-se a fase de implementação da solução.

Figura 3 – Metodologia para soluções em problemas de Pesquisa Operacional.

Fonte: Mendes (2007, p. 12).

O escopo deste trabalho se restringe às etapas de abstração, modelagem, resolução do modelo e, por fim, a realimentação da solução do modelo científico no modelo conceitual.

1.5 Delineamento da Dissertação

Este trabalho está estruturado e organizado nos seguintes capítulos:

Capítulo 2. Revisão Bibliográfica – neste capítulo são apresentados os conceitos e definições dos problemas de corte e empacotamento, bem como classifica o problema desta pesquisa segundo a tipologia proposta por Wäscher *et al.* (2007). O problema da mochila 0 – 1 e o problema da mochila com duas dimensões também são revisados neste capítulo. Além disso, são apresentados os trabalhos que fundamentaram a base do conhecimento para o desenvolvimento da pesquisa.

Capítulo 3. Modelagem Matemática – neste capítulo é apresentado o modelo de otimização matemática utilizado para representar o problema alvo;

Capítulo 4. Método de Solução – neste capítulo é apresentada a abordagem *matheuristic* proposta para a resolução do problema;

Capítulo 5. Resultados & Discussões – neste capítulo são apresentados os resultados computacionais obtidos por meio da estratégia de solução proposta, discute-se as descobertas e os desafios encontrados;

Capítulo 6. Conclusão & Perspectivas Futuras – este capítulo contém a conclusão da pesquisa realizada e apresenta possíveis extensões e linhas de pesquisa para o problema e a abordagem desenvolvida;

Capítulo 7. Referências Bibliográficas – lista-se toda a literatura consultada.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada uma revisão da literatura e o contexto no qual o problema objeto de estudo deste trabalho está inserido. Apresenta-se uma breve discussão dos problemas de corte e empacotamento e, em particular, dos problemas da mochila, com uma e duas dimensões, pois estes fundamentam a base do conhecimento deste trabalho. Na sequência, é apresentado o Problema do *Layout* de Instalações (*Facility Layout Problem*), que tem características similares com parte do problema aqui estudado, e é uma variação dos problemas da mochila com duas dimensões. Posteriormente, discute-se o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* (PACNO) e das considerações práticas que podem ser levadas em conta para modelar este problema. Finalmente, são apresentados alguns métodos de solução para os problemas de empacotamento da literatura.

2.1 Problemas de Corte e Empacotamento

Os problemas de corte e empacotamento (PCE) até o final da década de 1980 eram, em geral, divididos em problemas de corte, os quais consistem em cortar objetos maiores em itens menores e em problemas de empacotamento, que consistem em empacotar itens menores dentro de objetos maiores. Assim, esses problemas eram tratados, em geral, como pesquisas em duas áreas distintas. A tipologia introduzida por Dyckhoff (1990) destacou que esses problemas possuem estrutura lógica/matemática similar, e desde então passaram a ser tratados de forma conjunta.

Em ambos os tipos de problema deseja-se otimizar uma função objetivo, como por exemplo, a minimização das sobras do objeto grande, nos problemas de corte, ou maximização do volume ocupado no objeto grande, pelos itens menores, nos problemas de empacotamento (Junqueira, 2009).

Na indústria pode-se encontrar diversos exemplos de aplicações práticas para esses problemas. Por exemplo, os problemas de corte aparecem no corte de chapas metálicas, de placas de madeira e vidro, de bobinas de aço, de caixas de papelão, de rolos de tecido, dentre outros. Já os problemas de empacotamento aparecem no carregamento de veículos, carregamento de contêineres e paletes, por exemplo.

Na prática esses problemas são bastante distintos, no entanto, do ponto de vista matemático eles podem ser tratados de maneira conjunta, pois, possuem estrutura lógica/matemática similar, conforme a tipologia introduzida por Dyckhoff (1990). Além disso, Junqueira (2009) explica que, não importa se o padrão obtido para um dado conjunto de itens é interpretado como de corte ou empacotamento, o que implica na existência de uma dualidade entre esses problemas. Isto é, cortar material/empacotar (preencher) espaço ou cortar espaço/empacotar material, essencialmente, são problemas que, conceitualmente podem ser tratados por modelos de otimização matemática, iguais.

Outros problemas correlatos e/ou com estrutura lógica similar passaram, então, a ser tratados de forma conjunta, com a introdução da tipologia de Dyckhoff (1990), na década de 1990, como parte dos problemas de corte e empacotamento.

2.1.1 Tipologia dos problemas de corte e empacotamento

Tendo como base o trabalho originalmente introduzido por Dyckhoff (1990), Wäscher *et al.* (2007) apresentaram uma nova tipologia para organizar e categorizar, de maneira sistemática, os problemas de corte e empacotamento. Os autores classificam os problemas de corte e empacotamento em três tipos de problemas: básico, intermediários e refinados. Wäscher *et al.* (2007), para classificar os PCE's nesses três tipos, assumiram algumas premissas relacionadas as propriedades gerais dos problemas. E essas premissas restringiram a visão a problemas de objetivo único, período único e determinísticos. Para casos não contemplados por essas premissas os problemas foram tratados como variações.

Para classificar os tipos básicos dos PCE's, Wäscher *et al.* (2007) utilizaram dois critérios, o primeiro foi a forma de alocação dos itens (1) e o segundo, a variedade desses itens (2). Com relação a forma de alocação (1), os autores distinguem entre maximização (do valor) das saídas e minimização (do valor) das entradas. No primeiro critério (1), a quantidade de objetos não é suficiente para acomodar todos os itens e, portanto, o valor dos itens acomodados deve ser maximizado, assim todos os objetos serão utilizados. Neste caso, existe uma seleção dos itens, porém, não há seleção dos objetos. Já no segundo critério (2), existe quantidade suficiente de objetos para acomodar todos os itens e, assim, a quantidade de objetos necessária para acomodar todos os itens deverá ser minimizada. A

Figura 4 mostra as combinações relevantes e os problemas básicos correspondentes.

Figura 4 – Tipos básicos dos problemas de corte e empacotamento.

Fonte: Traduzido de Wäscher *et al.* (2007, p. 1117).

Adicionalmente aos critérios anteriores, a variedade dos objetos (3) é introduzida para definir os problemas intermediários. As Tabela 1 e Tabela 2 apresentam resumidamente o sistema de problemas intermediários, introduzidos por Wäscher *et al.* (2007). É importante destacar que os nomes dos problemas

intermediários não foram traduzidos para não prejudicar a interpretação dos problemas.

Tabela 1 – Resumo dos PCE's intermediários com maximização (do valor) das saídas.

Variedade dos itens Variedade dos objetos		Idênticos	Fracamente heterogêneos	Fortemente heterogêneos
Todas as dimensões fixas	Um único objeto	<i>Identical Item Packing Problem (IIPP)</i>	<i>Single Large Object Placement Problem (SLOPP)</i>	<i>Single Knapsack Problem (SKP)</i>
	Idênticos	X	<i>Multiple Identical Large Object Placement Problem (MILOPP)</i>	<i>Multiple Identical Knapsack Problem (MIKP)</i>
	Heterogêneos		<i>Multiple Heterogeneous Large Object Placement Problem (MHLOPP)</i>	<i>Multiple Heterogeneous Knapsack Problem (MHKP)</i>

Fonte: Traduzido e adaptado de Wäscher *et al.* (2007, p. 1119)

Tabela 2 – Resumo dos PCE's intermediários com minimização (do valor) das entradas.

Variedade dos itens Variedade dos objetos		Fracamente heterogêneos	Fortemente heterogêneos
Todas as dimensões fixas	Idênticos	<i>Single Stock Size Cutting Stock Problem (SSSCSP)</i>	<i>Single Bin Size Bin Packing Problem (SBSBPP)</i>
	Fracamente heterogêneos	<i>Multiple Stock Size Cutting Stock Problem (MSSCSP)</i>	<i>Multiple Bin Size Bin Packing Problem (MBSBPP)</i>
	Fortemente heterogêneos	<i>Residual Cutting Stock Problem (RCSP)</i>	<i>Residual Bin Packing Problem (RBPP)</i>
Um único objeto Dimensão(ões) variável(is)		<i>Open Dimension Problem (ODP)</i>	

Fonte: Traduzido e adaptado de Wäscher *et al.* (2007, p. 1120)

Por fim, os problemas refinados são obtidos aplicando-se os critérios de dimensionalidade (4) e a forma dos itens (5), é importante destacar que este último critério é válido apenas para os problemas em duas e três dimensões. Assim, os PCE's podem ter uma, duas ou até três dimensões, conforme a tipologia apresentada por

Wäscher *et al.* (2007), e tratar itens com formas regulares (retângulos, caixas, círculos, etc.) e irregulares (em geral, itens não convexos e assimétricos), conforme explica Junqueira (2009). Assim, a tipologia de Wäscher *et al.* (2007) introduz cinco critérios para classificar e definir os PCE's. Todos os problemas que não são contemplados por esses critérios e estão fora do escopo das premissas que definem os PCE's. Wäscher *et al.* (2007) os trata como variantes, o que inclui, mas não se limitam, aos problemas com dimensões maiores do que três, com objetos irregulares, que contém itens regulares e irregulares, problemas com múltiplos objetivos e problemas estocásticos, por exemplo.

2.2 Problemas da Mochila

Os problemas da mochila que são problemas de empacotamento, conforme a tipologia proposta por Wäscher *et al.* (2007), e suas diversas variações, são amplamente estudados na literatura, e provavelmente um dos mais estudados dentro dos PCE's, pois do ponto de vista prático esses problemas podem modelar diversas situações encontradas nas mais variadas indústrias (Martello e Toth, 1990). Além disso, Pisinger e Toth (1998) citam três razões principais para o amplo interesse da comunidade científica nesses problemas: (i) são o tipo de problema de programação linear inteira mais simples; (ii) aparecem como subproblemas de diversos outros problemas mais complexos; e (iii) conforme mencionado anteriormente, eles podem representar diversas situações práticas.

Basicamente, os problemas da mochila consistem em um conjunto de itens, cada um com um valor e tamanho associados, a serem empacotados em uma mochila (ou objeto) que detém uma certa capacidade, cujo objetivo é maximizar o valor dos itens que foram escolhidos e empacotados.

Além dos problemas já apresentados na Tabela 1, e dentre os diversos problemas encontrados na prática que podem ser tratados como um problema da mochila ou uma variação dele, podemos citar também: *container loading problem*, *pallet loading problem*, *vehicle loading problem*, *multi container problem*, *multi-pallet loading*

problem, multi vehicle loading problem, cargo loading problem, capital budgeting problems, facility layout problem, dentre outros.

O problema da mochila e suas variações são de especial interesse para este trabalho, pois o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* pode ser tratado como uma variação do problema da mochila com duas dimensões.

2.2.1 O Problema da Mochila 0 – 1

O problema da mochila 0 – 1 (também chamado indistintamente de *problema da mochila unidimensional* no decorrer do texto) é a forma mais simples entre os problemas da classe *NP-difícil* em otimização combinatória (Pisinger e Toth, 1998). O problema consiste em selecionar um subconjunto dos n itens disponíveis, de modo que o valor correspondente desses itens seja maximizado sem exceder a capacidade da mochila.

É importante destacar que o valor atribuído aos itens pode assumir diversos papéis a depender do problema a ser tratado, por exemplo, em problemas de *capital budgeting*, o valor poder ser o retorno esperado dos investimentos (ou itens, neste caso), em problemas de carregamento de veículos (*vehicle loading problems*), o valor dos itens pode ser o volume deles, quando o objetivo é maximizar a ocupação desses veículos ou então a prioridade que esses itens têm de serem carregados.

2.2.1.1 Formulação matemática do problema da mochila

Nesta seção é apresentada a formulação matemática para o problema da mochila 0 – 1, introduzido por Gilmore e Gomory (1961), e posteriormente apresentado por Martello e Toth (1990) e, também, presente em Pisinger e Toth (1998). É importante destacar *a priori* que a notação utilizada neste texto, para este e os demais problemas que serão apresentados, pode não coincidir com a notação original utilizada pelos autores. Os índices, parâmetros e variáveis utilizados na formulação do problema da mochila 0 – 1, se encontram apresentados a seguir.

Índice

i : índice para os itens disponíveis;

Parâmetros

m : é o número total de itens disponíveis;

$(W \cdot H)$: é a capacidade da mochila;

p_i : valor do item i ;

$(w_i \cdot h_i)$: é o peso do item i ;

Variável de decisão

$$z_i = \begin{cases} 1 & \text{se o item } i \text{ é selecionado;} \\ 0 & \text{em caso contrário.} \end{cases}$$

Modelo

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{i=1}^n p_i \cdot z_i \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{i=1}^m (w_i \cdot h_i) \cdot z_i \leq (W \cdot H) \quad (2)$$

$$z_i \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, m \quad (3)$$

Na formulação (1) – (3), a função objetivo (1) visa maximizar o valor total dos itens selecionados. A restrição (2) garante que a capacidade da mochila seja respeitada.

A restrição (3) define o domínio das variáveis de decisão. Sem perda de generalidade podemos assumir que p_i , $(w_i \cdot h_i)$ e $(W \cdot H)$ são números positivos.

Além disso, para evitar casos triviais podemos assumir que $(w_i \cdot h_i) \leq (W \cdot H)$ para $i = 1, \dots, m$ e que $\sum_{i=1}^m (w_i \cdot h_i) > (W \cdot H)$, pois itens que violem a primeira restrição não estarão presentes em nenhuma solução e os problemas que violem a segunda restrição têm a solução trivial, quando todos os itens são selecionados (Pisinger e Toth, 1998).

2.2.2 O Problema da Mochila com Duas Dimensões

O problema da mochila (ortogonal) com duas dimensões (*2-Dimensional Orthogonal Knapsack Problem*), é o problema correspondente ao problema da mochila 0 – 1, porém em uma dimensão superior. Este problema consiste em um conjunto $N = \{1, \dots, m\}$ de itens (“pequenos” retângulos), com largura w_i , comprimento h_i , um valor p_i e uma mochila (objeto ou retângulo “grande”) com largura W e comprimento H . O objetivo, assim, como em sua versão anterior, é de maximizar o valor dos itens selecionados, porém, neste caso deve-se observar também restrições geométricas (espaciais), ou seja, os itens não podem ser sobrepostos e eles devem estar integralmente posicionados dentro da mochila. Além disso, as arestas dos itens devem ser paralelas às arestas da mochila (objeto), este requerimento é o que torna o problema ortogonal (Caprara e Monaci, 2004).

O problema da mochila 0 – 1, pode ser resolvido em tempo *pseudopolinomial*, utilizando-se programação dinâmica (Pisinger e Toth, 1998). No entanto, o problema da mochila com duas dimensões é um problema “fortemente” *NP-difícil*, conforme relatado por Caprara e Monaci (2004).

2.2.2.1 *Formulação matemática e solução de Beasley (1985)*

Beasley (1985) tratou o problema de corte não-guilhotinado bidimensional, em que itens retangulares menores são cortados a partir de um único retângulo grande (mochila) e que tem como objetivo maximizar o valor dos itens cortados. O autor utilizou programação linear inteira 0 – 1 (binária) para formular matematicamente o problema. O problema apresentado por Beasley (1985) também é um problema da classe *NP-difícil* e, por isso, o autor desenvolveu um procedimento de busca em árvore para resolvê-lo. Beasley (1985) utiliza a relaxação Lagrangeana do modelo para obter um limitante superior em seu método. Este método possui três estágios: no primeiro utiliza-se a relaxação Lagrangeana do modelo para fornecer um limite superior, no segundo estágio, faz-se uma otimização do subgradiente, para otimizar o limitante superior encontrado e, no terceiro estágio, é feita uma busca em árvore para resolver o problema.

Os resultados computacionais, apresentados por Beasley (1985), mostraram soluções ótimas para doze instancias de teste. Este método foi capaz de resolver instâncias de tamanho moderado, ou seja, que contém até 10 itens a serem cortados de um objeto, com 30 unidades de largura e 30 unidades de comprimento. Os índices, parâmetros e variáveis utilizados na formulação de Beasley (1985) são apresentados a seguir.

Índices

i : índice para os itens disponíveis;

p, r : índices para as posições em relação ao eixo x ;

q, s : índices para as posições em relação ao eixo y ;

Parâmetros

m : número total de itens disponíveis;

p_i : valor do item i ;

P_i : quantidade mínima do item i que deve ser cortado do retângulo em estoque;

Q_i : quantidade máxima do item i que pode ser cortado do retângulo em estoque;

w_i, h_i : largura e comprimento, respectivamente, do item i ;

W, H : largura e comprimento, respectivamente, do retângulo grande em estoque (mochila);

$$a_{ipqrs} = \begin{cases} 1, \text{ se } 0 \leq p \leq r \leq p + w_i - 1 \leq W - 1 \text{ e} \\ \quad 0 \leq q \leq s \leq q + h_i - 1 \leq H - 1; \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

É importante destacar que a_{ipqrs} é um parâmetro e não uma variável de decisão do modelo, além disso, é inicializado antes da resolução do modelo. O parâmetro a_{ipqrs} é igual a 1, se o item i , quando posicionado com seu canto inferior esquerdo no ponto (p, q) , cobre também o ponto (r, s) e, assim, não permite que outro item qualquer ocupe a posição (r, s) ; caso contrário é igual a 0.

Variável de decisão

x_{ipq} : é igual à 1, se o item i é posicionado com seu canto inferior esquerdo no ponto (p, q) , tal que, $i = 1, \dots, m$, $0 \leq p \leq W - w_i$ e $0 \leq q \leq H - h_i$; e é 0, caso contrário.

Modelo

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{p=0}^{W-w_i} \sum_{q=0}^{H-h_i} p_i \cdot x_{ipq} \quad (4)$$

Sujeito a

$$\sum_{i=1}^m \sum_{p=0}^{W-w_i} \sum_{q=0}^{H-h_i} a_{ipqrs} \cdot x_{ipq} \leq 1 \quad \begin{array}{l} r = 0, \dots, W-1 \\ s = 0, \dots, H-1 \end{array} \quad (5)$$

$$P_i \leq \sum_{p=0}^{W-w_i} \sum_{q=0}^{H-h_i} x_{ipq} \leq Q_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (6)$$

$$\begin{array}{l} x_{ipq} \in \{0, 1\} \\ i = 1, 2, \dots, m \\ p = 0, \dots, W - w_i \\ q = 0, \dots, H - h_i \end{array} \quad (7)$$

A função objetivo (4) visa maximizar o valor dos itens que devem ser cortados do objeto. As restrições (5) garantem que não haverá sobreposição dos itens. As restrições (6) garantem que as demandas mínimas e máximas serão atendidas. E, por fim, as restrições (7) definem o domínio das variáveis de decisão.

O problema de alocação de cargas no convés principal de navios de apoio *offshore*, pode ser modelado através da manipulação do modelo proposto por Beasley (1985). No entanto, a modelagem proposta por Beasley (1985) é mais eficiente no caso de instâncias em que a variedade dos “itens” é fracamente heterogênea, pois isso permite que a discretização da área considerada seja maior, isto é, o objeto considerado pode ser subdividido em menos posições (p, q) e, conseqüentemente, o número de variáveis do modelo é reduzido.

2.2.2.2 *Formulação matemática e solução de Hadjiconstantinou e Christofides (1995)*

Hadjiconstantinou e Christofides (1995), apresentaram um procedimento de busca em árvore, para resolver de maneira exata o problema de corte não-guilhotinado bidimensional, em que um subconjunto de itens (peças retangulares) pequenos, cada um com um determinado tamanho e valor, devem ser cortados de um objeto (retangular grande) em estoque. E de maneira similar ao procedimento apresentado por Beasley (1985), também foi usado a relaxação Lagrangeana do modelo matemático, para encontrar um limitante superior e a otimização do subgradiente para otimizar o

limitante encontrado e, assim, limitar o tamanho da árvore de busca. Além disso, são utilizados testes de redução, que são derivados tanto do problema original quanto do problema relaxado, para reduzir o tamanho dos problemas (Junqueira, 2009).

A formulação matemática apresentada por Hadjiconstantinou e Christofides (1995) difere daquela proposta por Beasley (1985), uma vez que, foram introduzidas duas novas variáveis de decisão e que são ligadas através de restrições, para garantir que não haverá sobreposição dos itens. No entanto, o modelo proposto por Hadjiconstantinou e Christofides (1995), também, assume que a orientação dos objetos é fixa. Assim como em Beasley (1985), o método, proposto por Hadjiconstantinou e Christofides (1995), tem melhores resultados para a resolução de problemas de tamanho médio, isto é, com até 15 itens e um objeto (em estoque) com 30 unidades de largura e 30 unidades de comprimento. Esse método foi capaz de encontrar as soluções ótimas, para sete instâncias de teste, conforme mostram os resultados computacionais apresentados. Os índices, parâmetros e variáveis utilizados na formulação de Hadjiconstantinou e Christofides (1995), se encontram apresentados a seguir.

Índices

i, j : índices para os itens disponíveis;

p, r : índices para as posições em relação ao eixo x ;

q, s : índices para as posições em relação ao eixo y ;

Parâmetros

m : número total de itens disponíveis;

p_i : valor do item i ;

Q_i : quantidade máxima do item i que pode ser cortado do retângulo em estoque;

w_i, h_i : largura e comprimento, respectivamente, do item i ;

W, H : largura e comprimento, respectivamente, do retângulo grande em estoque (mochila);

Variáveis de decisão

x_{ijp} : é igual à 1, se a j -ésima réplica do item i está posicionada com seu canto inferior esquerdo no ponto p em relação ao eixo x , tal que, $j = 1, \dots, Q_i$ e $0 \leq p \leq W - w_i$; e é 0, caso contrário.

y_{ijq} : é igual à 1, se a j -ésima réplica do item i está posicionada com seu canto inferior esquerdo no ponto q , em relação ao eixo y , tal que, $j = 1, \dots, Q_i$ e $0 \leq q \leq H - h_i$; e é 0, caso contrário.

z_{rs} : é igual à 1, se o ponto (r, s) não está ocupado por nenhum item, tal que, $0 \leq r \leq W - 1$ e $0 \leq s \leq H - 1$; e é 0, caso contrário.

Modelo

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{i=1}^m p_i \cdot \sum_{j=1}^{Q_i} \sum_{p=0}^{W-w_i} x_{ijp} \quad (8)$$

Sujeito a

$$\sum_{r=p}^{p+w_i-1} \sum_{s=q}^{q+h_i-1} z_{rs} \leq (2 - x_{ijp} - y_{ijq}) \cdot w_i \cdot h_i \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, Q_i \\ p = 0, \dots, W - w_i \\ q = 0, \dots, H - h_i \end{array} \quad (9)$$

$$\sum_{p=0}^{W-w_i} x_{ijp} \leq 1 \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, Q_i \end{array} \quad (10)$$

$$\sum_{p=0}^{W-w_i} x_{ijp} = \sum_{q=0}^{H-h_i} y_{ijq} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, Q_i \end{array} \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^m h_i \cdot \sum_{j=1}^{Q_i} \sum_{p=\max(0, r-w_i+1)}^r x_{ijp} + \sum_{s=0}^{H-1} z_{rs} = H \quad r = 1, \dots, W-1 \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^m w_i \cdot \sum_{j=1}^{Q_i} \sum_{q=\max(0, s-l_i+1)}^s y_{ijq} + \sum_{r=0}^{W-1} z_{rs} = W \quad s = 1, \dots, H-1 \quad (13)$$

$$x_{ijp}, y_{ijq} \in \{0, 1\} \quad \begin{aligned} i &= 1, \dots, m \\ j &= 1, \dots, Q_i \\ p &= 0, \dots, W - w_i \\ q &= 0, \dots, H - h_i \end{aligned} \quad (14)$$

$$z_{rs} \in \{0, 1\} \quad \begin{aligned} r &= 0, \dots, W-1 \\ s &= 0, \dots, H-1 \end{aligned} \quad (15)$$

Na formulação (8) – (15), a função objetivo (8) visa maximizar o valor dos itens que serão cortados. As restrições (9) garantem que qualquer ponto (p, q) poderá ser cortado uma única vez do objeto em estoque, isto é, impedem o corte de itens em posições já cortadas. As restrições (10) e (11) expressam o fato de que qualquer item poderá ser cortado uma única vez do objeto. As restrições (12) garantem que nem todos os itens cuja soma dos seus comprimentos exceda o comprimento do objeto (H), poderão ser cortados do objeto com seus cantos inferiores esquerdos na mesma largura. Similarmente, as restrições (13) garantem que nem todos os itens cuja soma de suas larguras exceda a largura do objeto (W), poderão ser cortados do objeto com seus cantos inferiores esquerdos no mesmo comprimento. E, por fim, as restrições (14) e (15) definem o domínio das variáveis de decisão.

Conforme Junqueira (2009) destaca em seu trabalho, a formulação apresentada por Hadjiconstantinou e Christofides (1995), nem sempre é válida para o caso bidimensional, pois existem soluções infactíveis, que são satisfeitas pelo modelo, e conforme o autor explica, pode-se obter uma formulação válida para o caso

bidimensional removendo as variáveis z_{rs} e substituindo as restrições (9), (12) e (13) pelas restrições (19), que garantem a não sobreposição dos itens. Assim, o problema deveria ser formulado da seguinte maneira:

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{i=1}^m p_i \cdot \sum_{j=1}^{Q_i} \sum_{p=0}^{W-w_i} x_{ijp} \quad (16)$$

Sujeito a

$$\sum_{p=0}^{W-w_i} x_{ijp} \leq 1 \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, Q_i \end{array} \quad (17)$$

$$\sum_{p=0}^{W-w_i} x_{ijp} = \sum_{q=0}^{H-h_i} y_{ijq} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, Q_i \end{array} \quad (18)$$

$$x_{ijp} + y_{ijq} + x_{klr} + y_{kls} \leq 3 \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, Q_i \\ k = 1, \dots, m, \quad l = 1, \dots, Q_k \\ i \neq j \text{ ou } p \neq q \\ p = 0, \dots, W - w_i, \quad r = 0, \dots, W - 1 \\ q = 0, \dots, H - h_i, \quad s = 0, \dots, H - 1 \end{array} \quad (19)$$

$$x_{ijp}, y_{ijq} \in \{0, 1\} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, Q_i \\ p = 0, \dots, W - w_i \\ q = 0, \dots, H - h_i \end{array} \quad (20)$$

O problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*, também, poderia ser formulado por meio da manipulação da formulação de Hadjiconstantinou e Christofides (1995), assim como a formulação de Beasley (1985). No entanto, apresenta os mesmos desafios mencionados anteriormente para a formulação de Beasley (1985).

2.2.2.3 *Formulação matemática de Chen et al. (1995)*

Chen *et al.* (1995) apresentaram uma formulação matemática para o problema de carregamento de múltiplos contêineres com cargas não-uniformes, que consiste em selecionar um subconjunto de contêineres com diferentes dimensões, para carregar todas as cargas. O objetivo deste problema é minimizar o número de contêineres utilizados. Em seu trabalho os autores ainda incluíram considerações para alguns casos especiais do problema de carregamento de contêineres e mostraram como estender a modelagem matemática para esses casos. Além disso, eles tratam os itens (ou cargas) com orientação não fixas, isto é, rotações em 90° são permitidas. Os autores apresentaram um modelo de programação linear inteira mista 0 – 1 para formular o problema. E, também, apresentam resultados numéricos para validar o modelo de otimização matemática proposto.

É importante destacar que o modelo matemático, apresentado por Chen *et al.* (1995), foi inicialmente proposto para um problema com três dimensões, com múltiplos contêineres (múltiplas mochilas) e com objetivo de minimização do número de contêineres utilizados, no entanto, esse problema pode ser facilmente adaptado para o caso bidimensional, uma única mochila e com objetivo de maximização do valor dos itens selecionados, como é o caso do problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*. Assim, a formulação que será apresentada nesta seção é um caso particular da formulação de Chen *et al.* (1995), ou seja, aplicando-se as considerações necessárias para o problema de empacotamento bidimensional de uma única mochila, que visa maximizar o valor dos itens selecionados (2D-R-SKP, segundo a tipologia de Wäscher *et al.* (2007)). Os índices, parâmetros e variáveis utilizados na formulação são descritos a seguir.

Índices

i, j : índices para os itens disponíveis;

Parâmetros

M : número suficientemente grande;

m : número total de itens disponíveis;

p_i : valor do item i ;

w_i, h_i : largura e comprimento, respectivamente, do item i ;

W, H : largura e comprimento, respectivamente, do objeto (retângulo) grande;

Variáveis de decisão

z_i : é igual à 1, se o item i é selecionado, para $i = 1, \dots, m$; e é 0, caso contrário;

x_i, y_i : variáveis reais, que indicam a posição do canto inferior esquerdo do item i , respectivamente, em relação aos eixos x e y , para $i = 1, \dots, m$;

wx_i, wy_i : variáveis binárias, que indicam se a largura do item i é paralela ao eixo x ou y , para $i = 1, \dots, m$ (e.g. wx_i é igual a 1, caso a largura do item i seja paralela ao eixo x ; e é 0, caso contrário);

hx_i, hy_i : variáveis binárias, que indicam se o comprimento do item i é paralelo ao eixo x ou y , para $i = 1, \dots, m$ (e.g. hy_i é igual a 1, caso o comprimento do item i seja paralelo ao eixo y ; e é 0, caso contrário);

a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} e d_{ij} : variáveis binárias, que indicam a posição relativa entre os itens i e j . Por exemplo, a_{ij} é igual à 1, se o item i está posicionado à esquerda do item j , tal que, $i, j = 1, \dots, m$; e é 0, caso contrário. Similarmente, as variáveis b_{ij}, c_{ij} e d_{ij} representam se o item i está posicionado, respectivamente, à direita, à cima ou abaixo do item j ;

Modelo

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{i=1}^m p_i \cdot z_i \quad (21)$$

Sujeito a

$$x_i + w_i \cdot wx_i + h_i \cdot hx_i \leq x_j + (1 - a_{ij}) \cdot M \quad i, j = 1, \dots, m, \quad i < j \quad (22)$$

$$x_j + w_j \cdot wx_j + h_j \cdot hx_j \leq x_i + (1 - b_{ij}) \cdot M \quad i, j = 1, \dots, m, \quad i < j \quad (23)$$

$$y_i + h_i \cdot hy_i + w_i \cdot wy_i \leq y_j + (1 - c_{ij}) \cdot M \quad i, j = 1, \dots, m, \quad i < j \quad (24)$$

$$y_j + h_j \cdot hy_j + w_j \cdot wy_j \leq y_i + (1 - d_{ij}) \cdot M \quad i, j = 1, \dots, m, \quad i < j \quad (25)$$

$$a_{ij} + b_{ij} + c_{ij} + d_{ij} \geq z_i + z_j - 1 \quad i, j = 1, \dots, m, \quad i < j \quad (26)$$

$$x_i + w_i \cdot wx_i + h_i \cdot hx_i \leq W + (1 - z_i) \cdot M \quad i = 1, \dots, m \quad (27)$$

$$y_i + h_i \cdot hy_i + w_i \cdot wy_i \leq H + (1 - z_i) \cdot M \quad i = 1, \dots, m \quad (28)$$

$$x_i, y_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (29)$$

$$z_i, wx_i, wy_i, hx_i, hy_i \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, m \quad (30)$$

$$a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij} \in \{0, 1\} \quad i, j = 1, \dots, m \quad (31)$$

Na formulação (21) – (31), a função objetivo (21) visa maximizar a soma dos itens selecionados. As restrições (22) – (25) garantem que não existam sobreposições dos itens selecionados. As restrições (26) impedem que as restrições (22) – (25) tenham efeito caso um dos itens i ou j não tenha sido selecionado. As restrições (27) e (28) impedem que os itens sejam posicionados além das dimensões do objeto, caso este item tenha sido selecionado. Finalmente, as restrições (29) – (31) definem o domínio das variáveis de decisão.

A formulação apresentada por Chen *et al.* (1995) pode ser adaptada para diversos problemas de empacotamento ortogonais com duas ou três dimensões, para todas as variações apresentadas na Tabela 2, bem como os problemas do tipo IIPP, SLOPP e SKP, apresentados na Tabela 1. A modelagem para esses outros tipos de problemas de empacotamento podem ser encontradas em Junqueira (2009). E,

inclusive, a modelagem proposta por Chen *et al.* (1995), também pode ser estendida ao problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*.

2.3 O Problema do *Layout* de Instalações

O problema do *layout* de instalações (*Facility Layout Problem*), também conhecido como *Facility-Layout Design* (ou *Floor-Planning*) *Problem*, consiste em dividir uma instalação retangular de dimensões conhecidas em “departamentos” (ou itens menores), com áreas (geralmente fixas), de modo a minimizar o custo total associado com as interações (conhecidas ou projetadas) entre esses departamentos. Em geral, os custos de interação entre os departamentos refletem a preferência de adjacência entre elas ou o custo para se mover entre esses departamentos. Além disso, se o comprimento e a largura dos departamentos são variáveis, então, encontrar a forma retangular ótima de cada departamento também é parte do problema (Anjos e Vannelli, 2006).

De acordo com Anjos e Vannelli (2006), este é um problema difícil, pois qualquer *layout* factível não permite a sobreposição dos departamentos e, mesmo em sua versão restrita, em que todos os departamentos tem áreas iguais e fixas, e a otimização é realizada sobre um conjunto finito de possíveis localizações para os departamentos, é também, um problema da classe *NP-difícil*.

Estes problemas têm aplicações práticas em diversos ambientes, como por exemplo, *layout* de hospitais, *layout* de centros de serviço e *layout* de fábricas de diversos setores. E, segundo Anjos e Vannelli (2006), todos esses problemas também são da classe *NP-difícil*.

O problema do *layout* de instalações, conforme apresentando, pode ser entendido como uma variação dos problemas de empacotamento com duas dimensões, uma vez que estes problemas consistem em dividir um objeto retangular maior (instalação) em itens retangulares menores (departamentos). A diferença é que aqui a função objetivo visa minimizar o custo de interação entres os itens e, no caso

dos problemas nos quais deseja-se saber também o formato ótimo de cada uns dos itens, deve ser introduzida uma restrição não linear (quadrática).

2.3.1 *Formulação do Problema de “Layout” de Instalações com áreas diferentes*

Anjos e Vieira (2016) apresentaram uma abordagem com dois estágios, baseada em otimização para o problema do layout de instalações com áreas diferentes (*Unequal-Areas Facility Layout Problem*). Este problema consiste em encontrar o arranjo ótimo de um determinado número de departamentos (não divisíveis), os quais não devem se sobrepor e com diferentes áreas dentro de uma instalação. O objetivo deste problema é minimizar o custo total esperado dos fluxos entres os departamentos dentro da instalação, neste caso, os autores assumiram como custo a distância retilínea entre o centroide dos departamentos vezes um fluxo projetado ou custo relativo (c_{ij}) entre eles. Conforme os autores explicam, esses custos relativos (c_{ij}) podem representar quantidades distintas, como por exemplo, um custo de transporte entre os departamentos, a construção de um sistema de manuseio de materiais, o custo de passagem de cabos e instalação de uma infraestrutura de comunicação, ou simplesmente a preferência de adjacência entre os departamentos.

O *framework*, proposto por Anjos e Vieira (2016), é composto pela combinação de dois modelos de otimização. O primeiro modelo de otimização matemática contém não linearidade e tem como objetivo obter uma boa estimativa para a posição relativa entre os pares de itens (departamentos). E o segundo modelo de otimização matemática é uma formulação exata e convexa do problema e tem como objetivo determinar o *layout* final da solução, calculando um *layout* viável e que satisfaça as posições relativas, encontradas através do primeiro modelo da abordagem.

Em seu trabalho Anjos e Vieira (2016) apresentam formulações matemáticas distintas, uma para o problema completo, e outras duas formulações matemáticas para o primeiro e segundo estágio, respectivamente. É de especial interesse para esta pesquisa, apenas o modelo matemático proposto para o primeiro estágio. Os índices,

parâmetros e variáveis utilizados na formulação deste estágio encontram-se descritos a seguir.

Índices

i, j : índices para os itens (departamentos);

Parâmetros

m : número total de itens (departamentos);

c_{ij} : é o custo relativo entre os itens i e j (assume-se que estes custos são simétricos, isto é, $c_{ij} = c_{ji}$);

A_i : é a área mínima que o item (departamento) i deve assumir;

W, H : largura e comprimento, respectivamente, do objeto retangular (instalação) grande;

β : é limite superior para as razões de aspecto dos itens w_i/h_i e h_i/w_i .

α : parâmetro utilizado para ajustar o quanto os itens poderão se sobrepor. Isto é, se α é igual a 0, os itens vão se sobrepor e as distâncias relativas entre eles não será clara, caso α tenha um valor muito grande, os itens serão empurrados contra a arestas do objeto (instalação) e sua posição relativa será distorcida.

K : é o parâmetro utilizado para balancear entre o primeiro termo ($c_{ij} \cdot D_{ij}^2$) e o segundo termo ($K \cdot \frac{T_{ij}^2}{D_{ij}^2} - 1$) da função objetivo (32), em que $K = \alpha \cdot \sum_{1 \leq i < j \leq m} c_{ij}$;

D_{ij}^2 : é a distância euclidiana quadrada entre os centroides dos itens i e j , sendo $D_{ij}^2 = \frac{1}{4} \cdot \left(((x_i + w_i) - (x_j + w_j))^2 + ((y_i + h_i) - (y_j + h_j))^2 \right)$;

T_{ij}^2 : é a distância alvo (ao quadrado) dos itens i e j , em termos de suas larguras e alturas, onde $T_{ij}^2 = \frac{1}{4} \cdot \left((w_i + w_j)^2 + (h_i + h_j)^2 \right)$, veja a Figura 5. O propósito da distância alvo T_{ij} não é especificar precisamente a distância entre os itens (departamentos). A razão $D_{ij}/T_{ij} \approx 1$ indica que algumas das bordas dos retângulos (departamentos)

estão próximos, estejam esses retângulos sobrepostos por uma pequena quantidade ou não.

Figura 5 – Distância alvo para os itens (departamentos) i e j .

Fonte: Adaptado de Anjos e Vieira (2016, p. 1383).

Variáveis de decisão

x_i, y_i : variáveis reais positivas, que indicam a posição do canto inferior esquerdo do item i , respectivamente, em relação aos eixos x e y , tal que, $i = 1, \dots, m$;

w_i, h_i : variáveis reais positivas, que indicam a largura e o comprimento, respectivamente, do item i , tal que, $i = 1, \dots, m$;

Modelo

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{1 \leq i < j \leq m} c_{ij} \cdot D_{ij}^2 + K \cdot \frac{T_{ij}^2}{D_{ij}^2} - 1 \quad (32)$$

Sujeito a

$$x_i + w_i \leq W \quad i = 1, \dots, m \quad (33)$$

$$y_i + h_i \leq H \quad i = 1, \dots, m \quad (34)$$

$$w_i \cdot h_i \geq A_i \quad i = 1, \dots, m \quad (35)$$

$$\beta \cdot w_i - h_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (36)$$

$$\beta \cdot h_i - w_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (37)$$

$$W_i^{min} \leq w_i \leq W_i^{max} \quad i = 1, \dots, m \quad (38)$$

$$H_i^{min} \leq h_i \leq H_i^{max} \quad i = 1, \dots, m \quad (39)$$

Na formulação (32) – (39), a função objetivo (32) busca minimizar uma combinação entre o custo total de interação entre os departamentos e o termo de penalização por sobreposição desses departamentos. O parâmetro K é utilizado para balancear esses termos. As restrições (33) e (34) garantem que os itens sejam posicionados dentro do objeto. As restrições (35) garantem que área de cada um dos itens seja no mínimo do tamanho pré-definido. As restrições (36) e (37) garantem que a razão de aspecto, para cada um dos objetos, não seja maior do que β . Finalmente, as restrições (38) e (39) impõem um limitante superior e inferior para a largura e comprimento, respectivamente.

Note que este modelo é o primeiro estágio da solução e, portanto, o seu objetivo não é encontrar um *layout* viável, mas sim obter informações sobre as posições relativas entre os itens (departamentos) e, por isso, no trabalho de Anjos e Vieira (2016) permite-se que haja sobreposição entre eles e que possivelmente os itens possam ser posicionados parcialmente (no máximo 10% de sua largura e comprimento) fora dos limites do objeto, assim, nas restrições (33) e (34) deve-se multiplicar a largura (W) e comprimento (H) da instalação (objeto) por um fator de 1,1, respectivamente.

O parâmetro β tem um papel importante na forma de área encontrada para cada um dos departamentos, conforme β se aproxima de 1 os departamentos adquirem formatos mais quadrados. No entanto, podem não existir soluções onde todos os departamentos sejam quadrados. E, β muito próximo de 1, pode gerar modelos no segundo estágio ineficazes. Além do mais, valores muito grandes para β , podem gerar formas de área muito estreitas, o que também não é desejável. Assim, é muito importante equalizar este parâmetro no modelo de otimização matemática.

A segunda etapa da solução, conforme mencionado anteriormente, não foi apresentada neste trabalho, pois não se aplica ao problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*. O emprego apenas do primeiro estágio da solução proposta por Anjos e Vieira (2016), também, não é suficiente para resolver o PACNO, no entanto, a solução apresenta conceitos e ideias que podem ser adaptados e aplicados para solucionar, em parte, o PACNO.

2.4 O Problema de Alocação de Cargas no Convés de Navios de Apoio *offshore*

O objeto de estudo deste trabalho é o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* (PACNO), que é um caso particular dos problemas de corte e empacotamento. Este problema foi inicialmente visto em Seixas *et al.* (2013), onde os autores apresentaram um sistema de suporte a decisão (*Decision Support System*, em inglês) para apoiar os planejadores de carga desses navios. Posteriormente, em Seixas *et al.* (2016) foi apresentada uma metodologia de solução heurística para o mesmo problema. Este problema, especificamente, foi pouco explorado na literatura, no entanto, ele tem fortes sinergias com outros problemas amplamente estudados na literatura dos PCE's, como por exemplo, os problemas de carregamento de veículos, de carregamento de paletes e os problemas de carregamento de contêineres. Alguns nomes (em inglês) mais comumente encontrados para esses últimos problemas são: *vehicle loading problem*, *multi-vehicle loading problem*, *pallet loading (packing) problem*, *multi-pallet loading (packing) problem*, *two-dimensional pallet loading (packing) problem*, *two-dimensional knapsack problem*, *two-dimensional bin packing problem*, *container loading problem*, etc.

Nestes problemas, genericamente, itens retangulares devem ser empacotados ortogonalmente dentro de um ou mais objetos. Enquanto o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* consiste em selecionar e posicionar cargas (itens) no convés (objeto) de navios de apoio *offshore*. É comum que após esta operação, nem todo o espaço disponível no navio seja preenchido, gerando, então, espaços

ociosos e que são transportados juntamente com as cargas. E, assim, surge a necessidade de um melhor planejamento para essas operações, para aproveitar melhor o recurso disponível, neste caso, o navio contratado para realizar o transporte. Com base na tipologia de Wäscher *et al.* (2007), é possível dizer que o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* é uma extensão do *Two-Dimensional Orthogonal Single Knapsack Problem* (2D-R-SKP).

2.4.1 Considerações Práticas na Alocação de Cargas no Convés de Navios

No problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*, assim como nos problemas de corte e empacotamento, duas considerações básicas devem ser satisfeitas: (a) as cargas devem ser empacotadas completamente dentro dos navios; (b) as cargas embarcadas não podem se sobrepor, ou seja, não podem ocupar o mesmo espaço no convés do navio. A grande maioria dos problemas de corte e empacotamento, sejam eles com duas ou três dimensões, encontrados na literatura já contemplam estas duas considerações.

No entanto, o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* apresenta, também, outras considerações e exigências. Muitas dessas exigências são bastante similares ou até mesmo iguais àquelas encontradas em problemas de carregamento de contêineres, veículos e paletes. Seixas *et al.* (2016) apresentaram diversas exigências práticas para o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* e essas exigências têm grande sinergia com àquelas introduzidas por Bischoff e Ratcliff (1995) e, também, presentes em Junqueira (2009), para o problema do carregamento de contêineres. A Tabela 3 apresenta algumas das considerações práticas relevantes para o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*. Note que, as considerações práticas para problemas de carregamento de veículos em geral e contêineres não se limitam às apresentadas neste trabalho. Uma revisão do estado da arte de todas as considerações práticas que podem

ser encontradas nos problemas de carregamento de contêineres pode ser vista em Bortfeldt e Wäscher (2013).

Tabela 3 – Considerações práticas para o problema de alocação de cargas no convés de navio de apoio *offshore*.

	Exigência	Descrição
1	Orientação	Alguns itens podem ter orientações pré-estabelecidas dentro do navio, contêiner, veículos, dentre outros. A instrução “este lado para cima” em caixas é um exemplo simples desta exigência. Outro exemplo é a permissão ou não para uma rotação em 90° das cargas.
2	Empilhamento	Apenas uma determinada quantidade de itens do mesmo tipo pode ser empilhado, uns sobre os outros. Em geral, a pressão exercida sobre um determinado item não pode exceder um limite máximo. Para o caso do problema de alocação de cargas no convés de navio de apoio <i>offshore</i> apenas tubos e <i>risers</i> ⁴ podem ser empilhados, mas de acordo com regras específicas (Seixas <i>et al.</i> , 2016, 2013).
3	Agrupamento/Adjacência de itens	Cargas com características comuns devem permanecer agrupadas ou próximas. Por exemplo, cargas perigosas.
4	Múltiplos Destinos	Cargas a serem entregues ou coletadas em um mesmo destino devem permanecer próximas para facilitar o seu manuseio e descarregamento ou carregamento <i>offshore</i> .
5	Cargas de retorno	São cargas que devem retornar ao depósito, em geral, este requerimento aparece em problemas com coleta e entrega (PDP, do inglês <i>pick-up and deliveries</i>). Assim, em um determinado destino podem existir cargas que devem ser entregues e cargas que devem ser coletadas.
6	Carregamento obrigatório de itens ou grupo de itens	O embarque dessas cargas é obrigatório. Itens que fazem parte de um mesmo sistema é um exemplo de situação em que o carregamento de todos os componentes é mandatório.
7	Prioridades	Algumas cargas podem ter maior prioridade para o embarque devido a sua data de entrega ou prazo de validade.
8	Limite de peso/Peso Total	O limite de peso que navio é capaz de suportar não pode ser excedido. Além disso, alguns navios podem ter áreas específicas no convés com diferentes densidades de peso (e.g. 5 toneladas/m ² na proa ⁵ , e 10 toneladas/m ² na popa ⁶).
9	Balanceamento do peso das cargas	O peso das cargas embarcadas deve estar distribuído de maneira que o veículo mantenha o equilíbrio, por exemplo, o centro de gravidade deste veículo carregado deve ficar próximo ao plano geométrico que define sua base.

⁴ *Riser* é um tipo de tubulação especializada e que conecta as plataformas de petróleo ao leito do mar, para conduzir o petróleo extraído dos poços até a plataforma.

⁵ Proa é a extremidade anterior do navio, isto é, a parte mais a frente e no sentido de avanço (Fonseca, 2005).

⁶ Popa é a extremidade posterior do navio (Fonseca, 2005).

10	Corredor central	Um corredor quase central de proa a popa deve existir para que a tripulação do navio tenha acesso às cargas para as operações <i>offshore</i> . Geralmente, este corredor tem entre 1 e 2 m de largura e deve ser posicionado na linha central do navio, com uma tolerância de até 15% em relação a largura do navio.
11	Posicionamento de cargas perigosas	Cargas que são caracterizadas como perigosas ou <i>dangerous goods</i> (em inglês), devido a normas de segurança, devem ser posicionadas em áreas específicas no convés do navio e, em geral, mais próximas da popa.
12	Áreas de manuseio de mangueiras	O convés de navios de apoio <i>offshore</i> , em geral, possui diversos equipamentos que auxiliam na operação da embarcação e, em alguns casos, podem existir áreas especializadas para o manuseio de mangueiras e essas áreas não podem ser obstruídas e, assim, devem estar livres de cargas.
13	Fonte de energia	A quantidade de cargas refrigeradas que um navio pode transportar é limitada ao número de tomadas disponíveis no convés dessa embarcação.

Fonte: Adaptado de Junqueira (2009, p. 38) e Seixas *et al.* (2016, p. 4)

O problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* será discutido em mais detalhes no Capítulo 3 deste trabalho, onde também será apresentado um modelo de otimização matemática.

2.5 Métodos de Solução

As duas principais abordagens encontradas na literatura para a solução dos problemas de empacotamento são os métodos exatos e os métodos de aproximação. Os métodos exatos, em geral, são baseados em modelos de otimização matemática, e podem garantir que a solução encontrada seja ótima. Os métodos de aproximação, por outro lado, são baseados em heurísticas, metaheurísticas e abordagens híbridas que contém elementos dos dois mundos, no entanto, de forma geral, não podem garantir que as soluções encontradas sejam ótimas (Oliveira *et al.*, 2016).

2.5.1 Abordagens exatas

Os métodos exatos, em geral, são algoritmos baseados em modelos de otimização matemática e podem garantir que uma solução seja ótima ao encontrá-la. Na literatura dos PCE's, dentre os métodos exatos, pode-se destacar os métodos baseados em programação linear (LP, do inglês *linear programming*), métodos baseados em programação dinâmica e métodos baseados em algoritmos de busca recursiva em árvore. Considerando os trabalhos que utilizam programação linear e programação dinâmica, destacam-se os trabalhos de Gilmore e Gomory (1961, 1965, 1966). Os trabalhos de Hadjiconstantinou e Christofides (1995) e Fekete e Schepers (1997) abordam o problema de empacotamento bidimensional através de algoritmos de busca em árvore. Mais recentemente, o trabalho de Caprara e Monaci (2004) apresentam uma abordagem baseada em relaxação do problema.

2.5.2 Solução de Gilmore e Gomory (1965)

Gilmore e Gomory (1961) apresentaram um algoritmo de programação dinâmica para resolver o problema da mochila 0 – 1 e gerar colunas para a relaxação linear do problema de corte de estoque unidimensional. Esse é um problema de otimização combinatória do tipo *NP-Difícil*, ou seja, ele é intratável, pois existem inúmeros padrões de corte que satisfazem as restrições do problema. Então, para superar essa dificuldade Gilmore e Gomory (1961) propuseram resolver um problema auxiliar, ao invés de tentar determinar um número muito grande de padrões de corte previamente, a ideia foi a de gerar esses padrões somente quando necessário e apenas durante a execução do algoritmo.

O trabalho de Gilmore e Gomory (1961) apesar de tratar de um problema com apenas uma dimensão, fundamenta e proporciona a base teórica para o trabalho desenvolvido por Gilmore e Gomory (1965), para resolver o problema com duas e mais dimensões. O problema de corte de estoque bidimensional pode ser definido como o suprimento de objetos retangulares em estoque com largura W e comprimento H , e uma demanda N_i de itens (retângulos menores) com largura w_i e comprimento h_i , $i =$

1, 2, ..., m . Assim, o problema de corte de estoque com duas dimensões consiste em “cortar” itens com uma determinada demanda utilizando a menor quantidade de objetos em estoque possível, isto é, minimizar a quantidade de objetos utilizados (Gilmore e Gomory, 1965). Esse problema veio a ser conhecido mais tarde, genericamente, como o problema do *bin packing* com duas dimensões.

Gilmore e Gomory (1965) utilizaram uma formulação matemática linear inteira para o problema. Assim, como no modelo anterior, ou seja, na versão unidimensional, aqui os parâmetros a_{ij} dizem o número de vezes que o retângulo pequeno com largura w_i e comprimento h_i ocorre no padrão de corte j . Por exemplo, no padrão de corte ilustrado pela Figura 6, em que se têm um retângulo largura w_1 e comprimento h_1 , dois retângulos largura w_3 e comprimento h_3 , três retângulos com largura w_8 e comprimento h_8 , um retângulo com largura w_4 e comprimento h_4 e um retângulo com largura w_6 e comprimento h_6 e, se $m = 10$, então, tem-se que o padrão de corte será dado pela coluna $a = [1, 0, 2, 1, 0, 1, 0, 3, 0, 0]^T$ (Gilmore e Gomory, 1965).

Figura 6 – Exemplo de padrão de corte para o problema de corte bidimensional.

Fonte: Gilmore e Gomory (1965, p. 99)

Assim, como no caso unidimensional, uma das dificuldades em resolver este problema, como um problema de programação linear, é a imensa quantidade de colunas que podem ocorrer na matriz. Desta forma, Gilmore e Gomory (1965) também aplicaram uma técnica de geração de colunas, que utiliza um cálculo recursivo e, assim, obter padrões de corte que são introduzidos a cada nova iteração. No entanto,

conforme Gilmore e Gomory (1965) argumentam, a partir da aplicação da técnica de geração de colunas, surge o problema generalizado da mochila e que à época não havia um método econômico para resolvê-lo. Porém, existem diversos casos práticos sem a necessidade de se resolver o problema geral da mochila com duas dimensões.

Gilmore e Gomory (1965) apresentaram um método de solução para o problema de corte com duas dimensões em dois estágios, considerando que os cortes necessários sejam do tipo guilhotinados. Cortes em guilhotina são aqueles que vão de uma aresta do retângulo até a outra, e de maneira paralela às outras duas arestas remanescentes do objeto (retângulo em estoque). O primeiro estágio corresponde ao processo de corte desse objeto em tiras com as larguras demandas, enquanto o segundo estágio corresponde ao processo de corte dessas tiras nos comprimentos requeridos e, assim, obter os itens menores.

2.5.3 Solução de Fekete e Schepers (1997)

Fekete e Schepers (1997) propuseram um método de busca em árvore com dois estágios, para resolver o problema da mochila ortogonal com d -dimensões. Os resultados obtidos mostraram que o método foi capaz de encontrar a solução ótima para todas as instâncias de teste do problema com duas dimensões.

O método proposto por Fekete e Schepers (1997) utiliza a teoria de grafos para caracterizar a posição relativa dos itens em uma solução factível, o que permite uma maneira eficiente de se construir uma solução ótima para o problema. Além disso, essa modelagem buscou responder duas questões fundamentais dos algoritmos de enumeração exata:

- (a) Como provar de maneira rápida que um subconjunto de itens pequenos não é factível para o empacotamento?
- (b) Como evitar tratar casos equivalentes mais de uma vez?

A ideia apresentada por Fekete e Schepers (1997) foi utilizar a informação combinatória induzida pela posição relativa entre os itens. Para isso, são consideradas as projeções desses itens ao longo dos eixos de coordenadas – uma sobreposição nessas projeções define um grafo de intervalo para cada coordenada. Os autores trabalharam com classes de empacotamento que compartilham de uma mesma estrutura combinatória, ao invés de empacotamentos individuais. Essa estrutura surge da maneira como cada um dos itens pequenos veem uns aos outros ortogonalmente a um dos eixos. Assim, Fekete e Schepers (1997) argumentam que as orientações transitivas de certas classes de empacotamento (ou grafos) correspondem a empacotamentos factíveis somente se condições específicas forem adicionadas, o que permite aos autores utilizar uma gama de teoremas para “podar” sua árvore de busca. A Figura 7 mostra um exemplo de padrão de empacotamento para o problema e seus respectivos grafos de intervalo.

Figura 7 – Padrão de empacotamento bidimensional e os grafos de intervalo induzidos pelas projeções dos itens nos eixos.

Fonte: Fekete e Schepers (1997, p. 147)

Os resultados computacionais apresentados por Fekete e Schepers (1997) mostraram que este método de solução é bastante robusto, uma vez que foi possível resolver instâncias com até 30 itens e dimensões do objeto grande iguais à 100 unidades

de largura por 100 unidades de comprimentos, em um tempo computacional inferior a 120 segundos e, por tanto, razoáveis do ponto de vista prático.

2.5.4 Solução de Caprara e Monaci (2004)

Caprara e Monaci (2004) também abordaram o problema ortogonal da mochila com duas dimensões, considerando a relaxação unidimensional do problema com os pesos dos itens iguais à área de cada um desses itens. A relaxação unidimensional do problema com duas dimensões, conforme mencionam Caprara e Monaci (2004), pode ser modelada segundo a formulação (1) – (3), apresentada anteriormente.

A partir da relaxação unidimensional, Caprara e Monaci (2004) propuseram três algoritmos enumerativos diferentes para resolver o problema com duas dimensões. O algoritmo de *branch-and-bound* é o ponto de partida para os três algoritmos propostos por eles, sendo que cada nova ramificação define um subconjunto S , tal que $\sum_{i \in S} w_i \cdot h_i \leq W \cdot H$, e gerando subproblemas filhos, de maneira a considerar um item em S que não havia sido considerado anteriormente. A partir de cada subconjunto S , é necessário checar a factibilidade do problema bidimensional sistematicamente. No entanto, segundo Caprara e Monaci (2004), as soluções ótimas para os problemas com uma e duas dimensões tendem a ser próximas e, na prática é plausível que essa verificação seja feita com menor frequência.

Para checar a factibilidade das soluções encontradas para o subconjunto de itens S , isto é, se $H(S) \leq H$, Caprara e Monaci (2004) utilizam limites inferiores combinatórios e algoritmos de aproximação que resolvem o problema do *strip packing* com duas dimensão. O problema do *strip packing*, que também faz parte da classe de problemas *NP – difícil*, consiste em empacotar todos os itens de um (sub)conjunto S , em um objeto com largura W e comprimento infinito e busca minimizar $H(S)$, ou seja, a altura necessária para empacotar todos os itens. Assim, Caprara e Monaci (2004) determinaram que se $U(S) \leq H$ a solução é factível e se $L(S) > H$, então, a solução é

infactível, em que $U(S)$ é a melhor solução heurística encontrada e $L(S)$ é o melhor limitante inferior.

O primeiro algoritmo apresentado por Caprara e Monaci (2004) tem como objetivo verificar a viabilidade do subconjunto S , para o problema bidimensional, apenas nos nós folha (*leaf nodes*) da árvore de ramificações do *branch-and-bound*. Assim, obtém-se um melhor limitante inferior $L(S)$ do subconjunto S cada vez que um novo item é adicionado a ele e, para cada nó folha, tal que $L(S) \leq H < U(S)$, em que H é o comprimento do retângulo em estoque, $U(S)$ é a melhor solução heurística encontrada, e $\sum_{i \in S} p_i > \sum_{i \in S^*} p_i$, verifica a viabilidade da solução obtida através do subconjunto S , e, possivelmente, atualiza a solução corrente (S^*).

No segundo algoritmo proposto por Caprara e Monaci (2004), primeiramente é resolvido o problema unidimensional, até que uma solução ótima P seja encontrada. Em seguida, checka-se a factibilidade do problema com duas dimensões com valor P , ou seja, para cada solução S , calcula-se $L(S)$ e $U(S)$, e se $L(S) \leq H < U(S)$, então, uma enumeração problema do *bin packing* é realizada, isto é, resolve-se o problema do *bin packing* para a solução S . Assim, se S é factível, ou seja, se $H(S) \leq H$, então S é uma solução ótima para o problema original. Caso a solução S não seja factível, reduz-se o valor do limitante superior para o problema original e resolve-se novamente um *branch-and-bound* para o problema unidimensional, incluindo uma restrição adicional para que a solução S , tal que $\sum_{i \in S} p_i > U(S)$, não seja considerada (Caprara e Monaci, 2004).

Por fim, o terceiro algoritmo utiliza de uma estratégia híbrida. O modelo proposto armazena as primeiras m soluções S do problema unidimensional, tal que $L(S) \leq H$ e $\sum_{i \in S} p_i > Z$, em que Z é um valor escolhido entre o valor da solução corrente e o valor do limitante superior. Inicialmente, U é definido como o valor da solução ótima do problema unidimensional e S^* é uma solução heurística inicial (possivelmente, $S = \emptyset$). Nesta estratégia, as próximas m soluções, representam as soluções encontradas pelo *branch-and-bound* do problema unidimensional, a partir da última solução considerada na iteração anterior (na primeira iteração, consideram as

primeiras m soluções). Para verificar a viabilidade das soluções são consideradas, apenas, as próximas m soluções de valores maior do que Z . Se as soluções forem viáveis para o problema bidimensional, então a de maior valor P é a solução ótima, caso contrário Z é considerado um valor válido para o limitante superior da solução ótima. Neste último caso, o algoritmo atualiza $U = Z$, define um novo Z e é executada uma nova iteração (Caprara e Monaci, 2004).

Os resultados computacionais apresentados, mostraram que a estratégia híbrida proposta foi a melhor dentre os três algoritmos apresentados, uma vez que essa estratégia foi capaz de resolver todas as instâncias estudadas, exceto uma delas, e em tempos computacionais inferiores a 1800 segundos. Além disso, essa estratégia obteve resultados similares àqueles apresentados na literatura. A melhoria da abordagem apresentada se deve ao fato de que o algoritmo proposto checa a viabilidade das soluções encontradas com menor frequência, quando comparado com outras metodologias existentes na literatura.

2.5.5 *Abordagens heurísticas*

Heurísticas são algoritmos que não podem garantir que uma solução seja ótima, e nem mesmo identificá-la, quando está é encontrada, além disso, não podem determinar a “distância” entre a solução ótima e a solução encontrada. Porém, são métodos considerados rápidos se comparados com os métodos exatos, devido ao baixo tempo computacional necessário para encontrar uma solução, e são uma maneira eficiente de resolver instâncias grandes de problemas difíceis como, por exemplo, os da classe $NP - difícil$. Em geral, são divididas em heurísticas construtivas e heurísticas de melhoria (Oliveira *et al.*, 2016).

As heurísticas construtivas, como o próprio nome já diz, consistem em construir as soluções adicionando os itens um a um e, em geral, essa construção é “miope”, ou seja, os itens são adicionados seguindo uma ordenação pré-estabelecida, por exemplo, do item com maior altura para o item com menor altura, sem levar em consideração

os próximos itens da “fila”, e, apenas, ao final desse processo obtém-se uma solução. Heurísticas construtivas utilizam mecanismos simples de alocação dos itens nos objetos, o que, por sua vez, demanda baixa complexidade computacional. Em contrapartida, são menos propícias a detectar espaços vazios, onde pode-se colocar mais itens. A melhoria desta capacidade tornou-se uma tendência no desenvolvimento das heurísticas mais recentes, conforme explicam Oliveira *et al.* (2016).

Para os problemas de empacotamento bidimensionais, pode-se destacar quatro estratégias de solução utilizadas pelas heurísticas construtivas: posicionamento, *fitness*, níveis e perfil. Segundo Oliveira *et al.* (2016), essa classificação é baseada na maneira como esses itens menores são de fato alocados aos objetos grandes.

As heurísticas baseadas em posicionamento, conforme descrevem Oliveira *et al.* (2016) em seu trabalho, são as mais antigas encontradas na literatura e mais comuns nos primeiros trabalhos sobre o assunto. O mecanismo básico das heurísticas baseadas em posicionamento é identificar um espaço que esteja livre e seja o mais adequado para receber o item.

A heurística proposta por Baker, Coffman e Rivest (1980), denominada *Bottom Left* (BL), foi a primeira abordagem heurística para o problema do *strip-packing* e é amplamente utilizada para esse tipo de problema. Ela consiste em posicionar cada retângulo (itens pequenos) na parte mais inferior e mais à esquerda possível. A maior vantagem desse método é ser rápido, porém, ele tem uma grande dificuldade para preencher “buracos”, ou seja, posicionar os itens entre os espaços vazios deixados por itens alocados anteriormente (Oliveira *et al.*, 2016).

Heurísticas baseadas em *fitness* são voltadas para os espaços vazios, ou seja, seleciona-se os itens que melhor se encaixam no espaço pretendido. É comum que seja dada prioridade aos espaços próximos das arestas do objeto grande em estoque. A primeira heurística construtiva, que explora esse mecanismo, foi introduzida por Burke, Kendall e Whitwell (2004) e foi denominada *Best-Fit* (BF), devido a sua característica de selecionar o item que melhor se encaixa no espaço considerado do objeto grande. O funcionamento dessa heurística é bastante simples. Primeiro escolhe-

se o espaço vazio no ponto mais “baixo” e a primeira opção de item é a que se encaixa perfeitamente naquele espaço (i.e., o item que não deixa espaço vazio). Caso não exista item com tal característica, escolhe-se o maior item que se encaixa no espaço pretendido (Oliveira *et al.*, 2016).

A ideia central das heurísticas baseadas em níveis é alocar os itens menores em níveis paralelos à largura do objeto grande em estoque, assim, como é feito nas prateleiras de supermercado. Cada novo nível é então determinado pelo comprimento do seu item mais longo. Os padrões gerados por esse tipo de heurística são para endereçar problemas reais específicos e, portanto, muito diferentes dos padrões de empacotamento gerados pelas heurísticas descritas anteriormente.

As heurísticas baseadas em “perfil”, como explicam Oliveira *et al.* (2016), foram inicialmente conceituadas por Scheithauer (1997), para descrever uma solução parcial. Essas heurísticas utilizam de uma linha de contorno que descreve o “perfil” que contém todos os itens já posicionados, essa linha de contorno vai do lado esquerdo ao lado direito formando um “perfil” de escada, conforme inicialmente proposto por Scheithauer (1997). Os cantos (*corner points*) formados por esse perfil são os possíveis pontos para alocação de novos itens. Outros autores, como por exemplo Wei *et al.* (2011), também usam um conceito de perfil para descrever uma solução parcial, mas com uma proposta conceitual um pouco diferente. O perfil que é formado utilizando os conceitos de Wei *et al.* (2011) não tem um formato em escada como foi anteriormente proposto por Scheithauer (1997), no entanto, os cantos do perfil formado também são pontos factíveis de alocação dos novos itens. Martello, Monaci e Vigo (2003) também utilizaram os conceitos de contorno das heurísticas baseadas em perfil, mas numa abordagem para resolver o problema do *strip-packing* de maneira exata.

Heurísticas de melhoria têm o propósito de melhorar as soluções obtidas através de heurísticas construtivas ou geradas aleatoriamente. Uma solução inicial é continuamente alterada, com o objetivo de que uma solução melhor seja alcançada ou até que um critério de parada seja atingido. É importante que os tempos computacionais dessas heurísticas sejam mantidos os mais baixos possíveis, enquanto

que as soluções alcançadas sejam melhores que às aquelas obtidas através de heurísticas construtivas (Oliveira *et al.*, 2016).

Destacam-se dois tipos de heurísticas de melhoria para os problemas de corte e empacotamento bidimensionais, segundo Oliveira *et al.* (2016). Na primeira, faz-se uma alteração diretamente no *layout* da solução, ou seja, modifica-se a disposição dos itens no objeto de estoque diretamente em seu *layout*. Estes, em geral, são procedimentos mais lentos, pois deve-se observar a restrição geométrica (em que os itens não podem se sobrepor, nem podem ser alocados fora dos limites do objeto grande). A outra maneira, de se realizar modificações nas soluções iniciais, é através de alterações na sequência de alocação dos itens.

Heurísticas de melhoria que têm como base alterar a sequência da solução encontrada, em geral, fazem uso de operadores comuns a problemas que utilizam sequências para codificar suas soluções. Exemplos desses tipos de problemas são o do caixeiro viajante, de roteirização de veículos e problemas de *scheduling*. Alguns dos operadores de melhoria mais comuns são: o operador de troca, que consiste em permutar a ordem de alocação de dois itens ou, então, retirar um item da solução, para alocar outro, que não compunha a solução; o operador de subtração, que consiste em retirar um item da solução; o operador de adição, que consiste em adicionar um novo item à solução; e o operador de inserção, que consiste em retirar o item de sua posição atual na sequência e o realocá-lo em outra posição.

Normalmente, utiliza-se uma estratégia de busca local para as heurísticas de melhoria, baseadas na busca sobre sequência. A busca local é uma estratégia que aceita uma solução, caso ela seja melhor que a solução inicial, ou permanece com a solução anteriormente obtida. Tal busca é finalizada após atingir um número de iterações pré-estabelecidas sem que haja uma melhora da solução. A grande desvantagem de heurísticas de melhoria baseadas puramente em busca local é que esse tipo de estratégia chega facilmente em um ponto de máximo ou mínimo local, ou seja, chega em uma solução, tal que a partir dela não é possível obter uma solução melhor. Não garantindo, portanto, que a solução encontrada seja ótima. Uma maneira de superar

essa dificuldade é por meio de metaheurísticas como, por exemplo, algoritmos genéticos, que em sua estratégia de busca permitem uma degradação na solução, ou seja, aceitam uma solução pior que possa levar a busca para uma outra região do espaço de soluções e, assim, seja possível obter, eventualmente, a solução ótima (Oliveira *et al.*, 2016).

Uma das primeiras heurísticas de melhoria baseada na busca sobre *layout* foi apresentada por Alvarez-Valdés, Parreño e Tamarit (2005), a qual tem como base o algoritmo GRASP (*Greedy Randomized Adaptative Search Procedure*), introduzido por Feo e Resende (1995). A heurística é composta por duas fases, sendo uma construtiva e a outra de melhoria. A fase construtiva utiliza uma heurística baseada em *fitness* que prioriza o uso dos menores espaços vazios. Na fase de melhoria, o algoritmo GRASP utiliza-se de dois operadores, um para transformar vários pequenos espaços vazios em grandes espaços vazios, de maneira a abrir espaços para que outros itens passem a fazer parte da solução, e o outro para melhorar o arranjo dos itens alocados (Oliveira *et al.*, 2016).

2.6 Considerações Finais do Capítulo

Neste capítulo foi apresentado o referencial teórico necessário para fundamentar o tipo do problema e a estratégia de solução abordados neste trabalho. Foi, também, apresentada uma revisão da literatura relevante aos problemas de empacotamento com duas dimensões.

A partir da revisão apresentada, pôde-se verificar que o tema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*, e que leva em consideração as dimensões reais das cargas, foi pouco abordado pela literatura científica. Uma proposta, neste sentido, pode ser encontrada em Seixas *et al.* (2016, 2013), como um problema de empacotamento. Outros trabalhos como, por exemplo, de Arpini (2015) e Pinto *et al.* (2018), abordam o problema de roteirização de veículos (navios de apoio *offshore*) e que consideram restrições de empacotamento bidimensional. No entanto, por serem

trabalhos com um foco maior na roteirização, e não no empacotamento, não foram aqui explorados em maior profundidade. O trabalho de Puisa (2018), também, aborda o tema de alocação de cargas no convés de navios, porém, são navios do tipo Ro-Ro⁷ cujas características e propósito divergem, substancialmente, dos navios de apoio *offshore*, e por isso, não foi aqui explorado em maior profundidade.

Outros autores também abordam o tema de logística *offshore* como, por exemplo, os trabalhos de Aas *et al.* (2007), Fagerholt e Lindstad (2000) e Halvorsen-weare *et al.* (2012). No entanto, o foco desses trabalhos não é o de posicionamento e seleção das cargas, que deverão compor o carregamento dos navios, e sim a composição das frotas, na política de atendimento às unidades e no *scheduling* desses navios. Em geral, o carregamento entra apenas como uma restrição nessas referências.

Problemas de empacotamento bidimensional são amplamente estudados e existem diversos métodos utilizados para resolvê-los, como foi explanado anteriormente. Porém, alguns dos métodos apresentados são impraticáveis para solução de problemas da classe *NP – Difícil*, mesmo com a evolução tecnológica e o aumento da capacidade computacional, ainda são complexos e de difícil solução.

Os métodos heurísticos têm um grande apelo quando deseja-se superar as barreiras apresentadas em grandes instâncias de problemas da classe *NP – Difícil*. No entanto, são métodos que não atingem soluções ótimas, nem mesmo podem identificar a distância entre a solução corrente e a solução ótima do problema. O grande desafio em se apresentar métodos com esta finalidade está em obter soluções de boa qualidade. Por isso, modelos de otimização matemática podem ser úteis para fornecer atestados de qualidade das soluções heurística. Por fim, a solução eficiente de problemas de otimização matemática pode exigir uma combinação apropriada de modelos matemáticos e de métodos exatos e heurísticos.

⁷ Ro-Ro vem do inglês *Roll on-Roll off* e é um tipo de embarcação para o transporte de veículos.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo é apresentada uma variação do modelo de otimização matemática proposto por Chen *et al.* (1995), para tratar as situações comumente encontradas nas operações de alocação de cargas no convés de navio de apoio *offshore*. Tomando como base as considerações apresentadas na seção 2.4.1, a formulação proposta aborda considerações para orientação das cargas, limite de fontes de energia do navio, obrigatoriedade no embarque de cargas urgentes, agrupamentos de cargas, área específica para cargas perigosas e áreas reservadas (i.e. corredor central e áreas de manuseio de mangueiras) que devem permanecer livres de cargas.

3.1 Premissas do Modelo de Otimização Matemática

Tendo, como princípio, a revisão bibliográfica realizada, nota-se que em problemas de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*, bem como nos problemas de carregamento de veículos (em geral) e contêineres, é possível incluir diversas considerações práticas, tornando-os problemas bastante complexos e de difícil solução. Por isso, para este trabalho foram adotadas algumas simplificações e premissas, as quais encontram-se apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4 – Escopo da pesquisa relativo aos problemas de carregamento de veículos (em geral) e contêineres.

Considerações práticas	Problemas de carregamento de veículos (em geral) e contêineres	Escopo deste trabalho
Orientação	✓	✓
Empilhamento	✓	✗
Agrupamento/Adjacência de itens	✓	✓
Múltiplos Destinos	✓	✓

Cargas de retorno	✓	✗
Carregamento obrigatório de itens ou grupo de itens	✓	✓
Prioridades	✓	✓
Limite de peso/Peso Total	✓	✗
Balanceamento do peso das cargas	✓	✗
Corredor central	✓	✓
Posicionamento de cargas perigosas	✓	✓
Áreas de manuseio de mangueiras	✓	✓
Fonte de energia	✓	✓

Alguns pontos merecem ser destacados: (i) como o empilhamento no convés de navio do tipo PSV não são permitidos, essa consideração foi excluída do contexto deste trabalho; (ii) unidades *offshore*, em geral, têm espaços reduzidos e não podem receber novas cargas sem que outras sejam completamente desembarcadas e, assim, é comum que um navio seja designado exclusivamente para fazer a logística reversa das cargas de retorno; (iii) foi considerado, para o desenvolvimento deste trabalho, que o peso de todas as cargas transportadas no convés é muito menor do que o porte⁸ do navio. Além disso, os navios do tipo PSV não transportam cargas apenas no convés, mas também, cargas à granel, que são transportadas embaixo do convés principal em tanques especializados e, em geral, o peso total das cargas à granel é maior que as transportadas no convés e, portanto, têm maior impacto no peso total das cargas transportadas. Como as cargas transportadas embaixo do convés principal se encontram fora do escopo deste trabalho, optou-se por não incluir considerações de limite de peso; (iv) o balanceamento do peso das cargas é uma consideração que pode ser encontrado em

⁸ Porte ou toneladas de porte bruto (do inglês *deadweight tonnage*) é soma dos pesos de combustível, água, mantimentos, consumíveis, tripulantes, passageiros, bagagens e cargas embarcadas. Representa, assim, o peso que o navio é capaz de embarcar (Fonseca, 2005).

diversos problemas de carregamento de veículos e contêineres, pois o desbalanceamento de cargas pode representar um risco ao seu transporte. No entanto, em navios, é comum realizar o balanceamento do peso das cargas utilizando-se lastro⁹, o que justifica a não inclusão do requisito no escopo deste trabalho.

3.2 Modelo de Otimização Matemática

Para facilitar a leitura do modelo de otimização matemática proposto para o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*, a Figura 8 ilustra os pontos de referência utilizados. Assim, o canto inferior esquerdo do convés do navio é o ponto $(0, 0)$, dos eixos de coordenadas, sendo W e H , respectivamente, a largura e o comprimento do convés. O posicionamento das cargas é realizado, também, em relação ao seu canto inferior esquerdo, de maneira que a largura w_i e o comprimento h_i das cargas, sejam ortogonais as arestas do convés do navio.

Figura 8 – Pontos de referências para o convés do navio e cargas.

⁹Colocar lastro ou lastrear um navio é colocar um certo peso no fundo do seu casco para aumentar a estabilidade ou para trazê-lo à posição de flutuação direita, melhorando as condições de navegabilidade (Fonseca, 2005).

3.2.1 Considerações para a orientação das cargas

O fato de não poder existir empilhamento de cargas no convés dos navios de apoio *offshore*, permite a simplificação do problema de maneira que é possível tratá-lo com apenas duas dimensões, ou seja, neste caso, não é necessário retratar o eixo z . Assim, as situações com instruções do tipo “este lado para cima” estão implicitamente satisfeitas, pois assume-se que as cargas não podem ser rotacionados em torno de seus eixos x e y . No entanto, há ainda outras duas possibilidades no que tange a orientação das cargas. No primeiro caso, elas podem ser rotacionadas em torno de sua base, isto é, do eixo z , podendo ser posicionada, portanto, com uma dentre duas orientações possíveis. E na outra situação, uma determinada carga não tem a possibilidade de ser rotacionada e, portanto, só existe a possibilidade de ser posicionada em uma única orientação fixa. A Figura 9 mostra as duas possíveis orientações que uma carga pode ter, caso não exista nenhuma limitação quanto à sua orientação. É importante destacar que o posicionamento não-ortogonal, conforme pode ser visto na Figura 10 (a), neste modelo, não é permitido, isto é, apenas orientações ortogonais são permitidas.

Figura 9 – Orientações possíveis para uma carga no convés do navio.

3.2.2 Considerações para o agrupamento das cargas

As cargas destinadas a uma determinada unidade *offshore*, ou que fazem parte do grupo de cargas perigosas, devem ser posicionadas em uma área específica, retangular e ortogonal em relação ao convés da embarcação. Uma área específica é uma região no convés onde somente as cargas de um determinado destino ou perigosas podem ser posicionadas. Assim, uma vez definido o tamanho e posição dessa área no convés, somente as cargas que devem ir ao destino associado a está área poderão ser posicionadas ali, por exemplo, a área de número 1 da Figura 10 (b) (canto superior esquerdo), só poderá receber cargas do destino 1. Essas áreas seguem os mesmos pontos de referência ilustrados na Figura 8. O tamanho das áreas e as respectivas posições são livres, isto é, são variáveis de decisão do modelo. Assim, faz parte do modelo matemático proposto não só determinar a posição (x, y) do canto inferior esquerdo de cada uma dessas áreas, bem como, determinar sua largura e comprimento. A Figura 10 (b) ilustra o posicionamento dessas áreas no convés do navio e estão numeradas de 1 a 6, bem como a área destinada às cargas perigosas que está destacada em vermelho (mais próxima a popa da embarcação).

3.2.3 Considerações para os espaços restritos no convés

Os espaços restritos no convés do navio referem-se a situações em que, exista a exigência de que determinados espaços devem permanecer livres de cargas. E, assim, a tripulação do navio possa manusear equipamentos de convés como, por exemplo, mangueiras. Refere-se, também, a situação em que um corredor central (ou quase-central) deve existir, para que a tripulação do navio tenha acesso as cargas no momento de desembarcá-las nas unidades *offshore*. Neste trabalho, essas situações foram retratadas por meio de um corredor central (ou quase central) e por dois espaços

restritos, um em cada um dos bordos¹⁰ do navio, destinados ao manuseio de mangueiras e que têm seu tamanho e posição no convés do navio pré-determinado e conhecido.

Uma maneira de lidar com esta situação consiste em definir um conjunto de “cargas” especiais que têm exatamente o tamanho (largura e comprimento, respectivamente) destes espaços e utilizar restrições que garantam seu posicionamento correto no convés. Outra maneira consiste em inclui-los como “áreas específicas”, e que não serão associadas a nenhum destino, conforme descrito na seção anterior e, portanto, nenhuma carga poderá ser posicionada neste espaço. Na Figura 10 (b) pode-se observar como seria o posicionamento desses espaços restritos no convés do navio. Os espaços em preto são aqueles destinados ao manuseio de mangueiras (e/ou equipamentos) no convés do navio. O espaço em cinza (mais ao centro da imagem) com o inscrito “corredor” representa o corredor (quase) central do navio. Esses são os espaços restritos no convés e devem ser mantidos livres de cargas.

É importante destacar que, neste trabalho os espaços restritos foram tratados de duas maneiras diferentes. O corredor (quase) central foi tratado como uma “área específica”, no entanto, nesta área não será possível nem permitido o posicionamento de cargas. Já os espaços restritos para o manuseio de equipamentos de convés, foram tratados como cargas, isto é, fazem parte de um conjunto de cargas que não têm um destino associado e, portanto, podem ser posicionadas dentro de qualquer área específica.

¹⁰ Bordos são as duas partes simétricas em que o navio é dividido pelo plano diametral (central) que vai de proa a popa. Boreste é a parte à direita e bombordo é a parte à esquerda, supondo-se que o observador está situado no plano diametral e olhando para a proa (Fonseca, 2005).

Figura 10 – Posicionamento das áreas específicas para as cargas de cada unidade *offshore* e dos espaços restritos.

3.2.4 Modelo

Os índices, conjuntos, parâmetros e variáveis de decisão utilizados na formulação matemática do problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* encontram-se apresentados a seguir.

Índices

i, j : índices para as cargas disponíveis para embarque;

k, l : índices para as áreas específicas no convés do navio mais o corredor (quase) central, isto é, para as áreas que serão reservadas para o transporte das cargas de cada um dos destinos ou cargas perigosas;

Conjuntos

A : é o conjunto de áreas específicas mais o corredor (quase) central (índices $k, l = 0, \dots, n, n+1$).

C : é o conjunto de todas as cargas candidatas à alocação no convés do navio (índices $i, j = 1, \dots, m$).

C^{HS} : é o conjunto das cargas especiais que representam espaços restritos ($C^{HS} \subset C$) i.e., espaços para o manuseio de mangueiras.

C^{URG} : é o conjunto das cargas urgentes ou emergenciais e que devem ser embarcadas no navio obrigatoriamente ($C^{URG} \subset C$).

C^{DG} : é o conjunto de cargas perigosas ($C^{DG} \subset C$).

C^{REF} : é o conjunto de cargas refrigeradas ($C^{REF} \subset C$).

C_1^{AUX} : é o conjunto de todos os pares de cargas perigosas. $C_1^{AUX} = \{\forall(i, j): i, j \in C^{DG}, i \neq j\}$

C_2^{AUX} : é o conjunto de todos os pares de cargas em que uma delas é um espaço restrito (para o manuseio de mangueiras) e a outra uma carga convencional. $C_2^{AUX} = \{\forall(i, j): i \in C^{HS}, j \in C \setminus C^{HS}\}$

C_3^{AUX} : é o conjunto de todos os pares de cargas que possuem o mesmo destino. $C_3^{AUX} = \{\forall(i, j): i, j \in C \setminus (C^{HS} \cup C^{DG}), i \neq j, A_i = A_j\}$. A_i ou A_j são os parâmetros do número da área associada às cargas $i, j \in C$.

C^{AUX} : é o conjunto auxiliar de todas os pares de cargas, para os quais se deseja garantir a não sobreposição no convés, a saber: todos os pares de cargas que possuem o mesmo destino, todos os pares de cargas perigosas, todos os pares de cargas em que uma delas é um espaço restrito (para o manuseio de mangueiras) e a outra uma carga convencional. $C^{AUX} = C_1^{AUX} \cup C_2^{AUX} \cup C_3^{AUX}$. As cargas que possuem

destinos diferentes (exceto as perigosas) nunca podem ser sobrepostas, pois devem ser alocadas em áreas distintas no convés, veja Figura 10 (b).

Parâmetros

m : é a quantidade de cargas disponíveis;

n : é o número de destinos no roteiro do navio;

W, H : é a largura e o comprimento, respectivamente, do convés do navio;

H^{DG} : é a cota máxima para o posicionamento das cargas perigosas em metros;

T : é o número de tomadas disponíveis na embarcação para cargas refrigeradas;

w_i, h_i : é a largura e o comprimento, respectivamente, da carga $i \in C$;

d_i : é a data de entrega da carga $i \in C$, onde d_i é dado em dias (e.g. 10).

p_i : é a prioridade da carga $i \in C$. Seja j a carga com data de entrega mais tarde, isto é,

$j = \max_{i \in C} d_i$. Então a prioridade de cada uma das cargas é dada por

$p_i = d_j - d_i + 1$ e atribuirá maiores prioridades às cargas com datas de entrega mais cedo, conforme proposto por Seixas *et al.* (2016).

A_i : é o número da área associada à carga $i \in C$. Se $i \in C^{DG}$, então A_i será igual a $n + 1$

(área do convés destinada a cargas perigosas). Se $i \in C^{HS}$, então A_i será igual a 0

(trata-se de uma área não vinculada a um destino). Caso contrário, isto é, $i \in$

$C \setminus (C^{HS} \cup C^{DG})$, A_i será igual ao número da unidade marítima que será visitada.

x_i^{HS} : é a abscissa da posição da área de manuseio de mangueiras ($i \in C^{HS}$).

y_i^{HS} : é a ordenada da posição da área de manuseio de mangueiras ($i \in C^{HS}$).

w_i^{HS}, h_i^{HS} : é largura e o comprimento, respectivamente, da área de manuseio de mangueiras ($i \in C^{HS}$).

Variáveis de decisão

z_i : variável binária, que será 1; se a carga $i \in C$ for escolhida; e é 0, caso contrário;

r_i : variável binária, que será 1, se a carga $i \in C$ for rotacionado em 90° ; e é 0, caso contrário;

x_i : variável real, que indica a abscissa (coordenada horizontal de posicionamento) da carga $i \in C$;

y_i : variável real, que indica a ordenada (coordenada vertical de posicionamento) da carga $i \in C$;

a_{ij} : variável binária, que será 1, se a carga $i \in C$ for alocada à esquerda da carga $j \in C$, $j > i$; 0, caso contrário;

b_{ij} : variável binária, que será 1, se a carga $i \in C$ for alocada à direita da carga $j \in C$, $j > i$; 0, caso contrário;

c_{ij} : variável binária, que será 1, se a carga $i \in C$ for posicionada ao norte da carga $j \in C$, $j > i$; e 0, caso contrário;

d_{ij} : variável binária, que será 1, se a carga $i \in C$ for alocada ao sul da carga $j \in C$, $j > i$; e 0, caso contrário;

z_k^A : variável binária, que será 1, se a área específica $k \in A$ é alocada ao convés; e 0, caso contrário.

x_k^A : variável real, que indica a abscissa (coordenada horizontal de posicionamento) da área $k \in A$.

y_k^A : variável real, que indica a ordenada (coordenada vertical de posicionamento) da área $k \in A$.

w_k^A, h_k^A : variáveis reais, que são a largura e o comprimento, respectivamente, da área $k \in A$.

a_{kl}^A : variável binária, que será 1, se a área $k \in A$ for posicionada à esquerda da área $l \in A$, $l > k$; e 0, caso contrário.

b_{kl}^A : variável binária, que será 1, se a área $k \in A$ for posicionado à direita da área $l \in A$, $l > k$; e 0, caso contrário.

c_{kl}^A : variável binária, que será 1, se a área $k \in A$ for posicionada ao norte da área $l \in A$, $l > k$; e 0, caso contrário;

d_{kl}^A : variável binária que será 1, se a área $k \in A$ for posicionado ao sul da área $l \in A$, $l > k$; e 0, caso contrário.

Modelo

O modelo de otimização matemática para o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* é escrito da seguinte maneira:

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{i=1}^m p_i \cdot z_i \quad (40)$$

Sujeito a

$$z_i \leq z_k^A \quad \forall i \in C \setminus C^{Hs}, k = A_i \quad (41)$$

$$x_k^A + w_k^A \leq z_k^A \cdot W \quad k = 0, \dots, n+1 \quad (42)$$

$$y_k^A + h_k^A \leq z_k^A \cdot H \quad k = 0, \dots, n+1 \quad (43)$$

$$a_{ij} \leq \frac{1}{2} \cdot (z_i + z_j) \quad \forall (i, j) \in C^{AUX}, i < j \quad (44)$$

$$b_{ij} \leq \frac{1}{2} \cdot (z_i + z_j) \quad \forall (i, j) \in C^{AUX}, i < j \quad (45)$$

$$c_{ij} \leq \frac{1}{2} \cdot (z_i + z_j) \quad \forall (i, j) \in C^{AUX}, i < j \quad (46)$$

$$d_{ij} \leq \frac{1}{2} \cdot (z_i + z_j) \quad \forall (i, j) \in C^{AUX}, i < j \quad (47)$$

$$a_{ij} + b_{ij} + c_{ij} + d_{ij} \leq 1 \quad \forall (i, j) \in C^{AUX}, i < j \quad (48)$$

$$a_{ij} + b_{ij} + c_{ij} + d_{ij} \geq z_i + z_j - 1 \quad \forall (i, j) \in C^{AUX}, i < j \quad (49)$$

$$\begin{aligned} x_i + w_i \cdot (1 - r_i) + h_i \cdot r_i \\ \leq x_j + M \cdot (1 - a_{ij}) \end{aligned} \quad \forall (i, j) \in C^{AUX}, i < j \quad (50)$$

$$\begin{aligned} x_j + w_j \cdot (1 - r_j) + h_j \cdot r_j \\ \leq x_i + M \cdot (1 - b_{ij}) \end{aligned} \quad \forall (i, j) \in C^{AUX}, i < j \quad (51)$$

$$\begin{aligned} y_i + h_i \cdot (1 - r_i) + w_i \cdot r_i \\ \leq y_j + M \cdot (1 - c_{ij}) \end{aligned} \quad \forall (i, j) \in C^{AUX}, i < j \quad (52)$$

$$\begin{aligned} y_j + h_j \cdot (1 - r_j) + w_j \cdot r_j \\ \leq y_i + M \cdot (1 - d_{ij}) \end{aligned} \quad \forall (i, j) \in C^{AUX}, i < j \quad (53)$$

$$a_{kl}^A \leq \frac{1}{2} \cdot (z_k^A + z_l^A) \quad \forall (k, l): 0, \dots, n+1, \quad k < l \quad (54)$$

$$b_{kl}^A \leq \frac{1}{2} \cdot (z_k^A + z_l^A) \quad \forall (k, l): 0, \dots, n+1, \quad k < l \quad (55)$$

$$c_{kl}^A \leq \frac{1}{2} \cdot (z_k^A + z_l^A) \quad \forall (k, l): 0, \dots, n+1, \quad k < l \quad (56)$$

$$d_{kl}^A \leq \frac{1}{2} \cdot (z_k^A + z_l^A) \quad \forall (k, l): 0, \dots, n+1, \quad k < l \quad (57)$$

$$a_{kl}^A + b_{kl}^A + c_{kl}^A + d_{kl}^A \leq 1 \quad \forall (k, l): 0, \dots, n+1, \quad k < l \quad (58)$$

$$a_{kl}^A + b_{kl}^A + c_{kl}^A + d_{kl}^A \geq z_k^A + z_l^A - 1 \quad \forall (k, l): 0, \dots, n+1, \quad k < l \quad (59)$$

$$x_k^A + w_k^A \leq x_l^A + M \cdot (1 - a_{kl}^A) \quad \forall (k, l) \in N, \quad k < l \quad (60)$$

$$x_l^A + w_l^A \leq x_k^A + M \cdot (1 - b_{kl}^A) \quad \forall (k, l) \in N, \quad k < l \quad (61)$$

$$y_k^A + h_k^A \leq y_l^A + M \cdot (1 - c_{kl}^A) \quad \forall (k, l) \in N, \quad k < l \quad (62)$$

$$y_l^A + h_l^A \leq y_k^A + M \cdot (1 - d_{kl}^A) \quad \forall (k, l) \in N, \quad k < l \quad (63)$$

$$x_i \geq x_k^A - M \cdot (1 - z_i) \quad \forall i \in C \setminus C^{Hs}, k = A_i \quad (64)$$

$$\begin{aligned} x_i + w_i \cdot (1 - r_i) + h_i \cdot r_i \\ \leq x_k^A + W_k^A - M \cdot (1 - z_i) \end{aligned} \quad \forall i \in C \setminus C^{Hs}, k = A_i \quad (65)$$

$$y_i \geq y_k^A - M \cdot (1 - z_i) \quad \forall i \in C \setminus C^{Hs}, k = A_i \quad (66)$$

$$\begin{aligned} y_i + h_i \cdot (1 - r_i) + w_i \cdot r_i \\ \leq x_k^A + H_k^A - M \cdot (1 - z_i) \end{aligned} \quad \forall i \in C \setminus C^{Hs}, k = A_i \quad (67)$$

$$x_i, y_i \geq 0, z_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in C \quad (68)$$

$$a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in C^{AUX}, i < j \quad (69)$$

$$x_k^A, y_k^A, w_k^A, h_k^A \geq 0, \quad z_k^A \in \{0, 1\} \quad \forall k \in A \quad (70)$$

$$a_{kl}^A, b_{kl}^A, c_{kl}^A, d_{kl}^A \in \{0, 1\} \quad \forall (k, l) \in A, k < l \quad (71)$$

Na formulação (40) – (71), a função objetivo (40) visa maximizar a prioridade (valor) das cargas embarcados no navio. As restrições (41) garantem que a carga será embarcada somente se houver uma área designada para o embarque das cargas cujo destino é k . As restrições (42) e (43) garantem que a área para o destino k seja posicionada dentro dos limites do convés do navio. As restrições (44) – (49) asseguram que a carga i tenha uma posição relativa à carga j , caso ambas tenham sido selecionadas e alocadas no convés do navio. As restrições (50) – (53) garantem que não ocorra sobreposição de cargas no convés do navio. As restrições (54) – (59) têm a mesma função das restrições (44) – (49), porém, respeitando as áreas com finalidades distintas, corredor e área para as cargas perigosas, isto é, garantem a reserva de uma posição relativa entre a área k e l , caso ambas tenham sido posicionadas no convés do navio. As restrições (60) – (63) garantem que não ocorra sobreposição de áreas no convés do navio. As restrições (64) – (67) garantem que a carga i , caso selecionada, seja posicionada dentro dos limites da área determinada para o seu destino. Finalmente, as restrições (68) – (71) definem o espaço de solução das variáveis de decisão.

Considerando Cargas Urgentes

Cargas urgentes referem-se a situações em que é obrigatório o embarque de determinadas cargas no navio, pois estas devem ser entregues o mais breve possível. Assim, a restrição (72), para cargas urgentes, tem a finalidade de garantir que as cargas urgentes serão obrigatoriamente selecionadas e alocadas no convés do navio e pode ser formulada da seguinte maneira:

$$z_i = 1 \quad \forall i \in C^{URG} \quad (72)$$

Considerando Cargas Refrigeradas

Cargas refrigeradas referem-se a situações quando não há quantidade suficiente de fontes de energia elétrica disponíveis no navio. Assim, a restrição (73), que visa limitar a quantidade de cargas refrigeradas selecionadas para o embarque, pode ser formulada da seguinte maneira:

$$\sum_{i \in C^{REF}} z_i \leq T \quad (73)$$

Note que está é uma restrição de cardinalidade (Caprara *et al.* 2000).

Considerando Áreas Reservadas no Convés

As áreas reservadas para o manuseio de mangueiras (ou equipamentos) foram tratadas como “cargas” especiais e, por isso, para garantir que elas sejam incluídas na solução e sejam posicionadas corretamente no convés do navio, deve se incluir na formulação as restrições (74) – (76):

$$z_i = 1 \quad \forall i \in C^{Hs}, i \leq m \quad (74)$$

$$x_i = x_i^{Hs} \quad \forall i \in C^{Hs}, i \leq m \quad (75)$$

$$y_i = y_i^{Hs} \quad \forall i \in C^{Hs}, i \leq m \quad (76)$$

O corredor para acesso as cargas, no momento do desembarque nas unidades *offshore*, foi tratado como uma área de destino cujo índice k é igual a 0. Assim, para

garantir o correto posicionamento deste corretor no convés do navio, foram incluídas no modelo as seguintes restrições:

$$z_0^A = 1 \quad (77)$$

$$w_0^A = W^{Corredor} \quad (78)$$

$$h_0^A = H \quad (79)$$

$$x_0^A \geq 0,35 \cdot W \quad (80)$$

$$x_0^A \leq 0,65 \cdot W \quad (81)$$

Como existe um requerimento de que a área destinada às cargas perigosas (onde $k = n + 1$) esteja mais próxima a popa do navio, deve-se, então, incluir restrições na formulação para tratar essa situação. Portanto, as restrições (82) e (83) devem ser adicionadas na formulação (40) – (81):

$$h_{n+1}^A \leq H^{DG} \quad (82)$$

$$y_{n+1}^A = 0 \quad (83)$$

4 ABORDAGEM *MATHEURISTIC*

Alguns aspectos do problema de alocação de cargas no convés de navio de apoio *offshore*, aliado as considerações práticas, tornam-no um problema de difícil resolução: (a) as restrições de empacotamento, e que garantem a não sobreposição de cargas e áreas, têm natureza disjuntiva; (b) o problema apresenta simetrias; e (c) o número de variáveis binárias cresce com relação a quantidade de cargas e destinos, o que pode até inviabilizar a solução do problema, do ponto de vista prático. Assim, a abordagem aqui proposta, e que tem a pretensão de ser uma das contribuições deste trabalho, tem como objetivo lidar com essas questões.

A proposta deste trabalho é no sentido de dividir o problema, que é bastante complexo e, também, faz parte dos problemas da classe *NP-difícil*, em problemas menores e que possam ser resolvidos em tempo hábil para aplicações práticas, isto é, levando-se em conta que as cargas podem chegar ao terminal portuário com até uma hora de antecedência para o embarque, portanto, o tempo mínimo necessário para o planejamento do embarque das cargas é de uma hora. Assim, a abordagem *matheuristic* proposta é composta por três estágios (ou etapas), que consistem em solucionar uma etapa do problema, ou pelo menos obter informações que possam contribuir com a sua solução.

Os estágios, bem como as formulações utilizadas, encontram-se apresentados a seguir. É importante destacar que, por motivos de simplicidade, sempre que uma variável ou conjunto aparecer sucedido pelo caractere asterisco (*), significa que aquele conjunto e/ou variável é na verdade o resultado ótimo de um estágio anterior da *matheuristic*. Além disso, a definição dos índices, variáveis e conjuntos presentes nas formulações a seguir, isto é que compõem cada um dos estágios, são as mesmas do que aquelas apresentada no Capítulo 3 deste trabalho.

4.1 Primeiro Estágio

O primeiro estágio tem como objetivo a seleção de um subconjunto de cargas candidatas à alocação no convés do navio e que seja ótimo para uma variação problema da mochila 0 – 1 com restrição de cardinalidade, conforme definido em Caprara *et al.* (2000), e que é derivado do problema deste trabalho. Além disso, este estágio da solução só é necessário caso a soma das áreas de todas as cargas (candidatas) seja maior do que a área de convés (disponível) para o posicionamento destas cargas.

Este estágio consiste em resolver uma problema da mochila 0 – 1 com restrição de cardinalidade (Caprara *et al.* 2000), isto é, o PACNO é relaxado para sua versão com apenas uma dimensão, assim como proposto por Caprara e Monaci (2004). Nesta etapa é possível incluir algumas das considerações práticas do problema completo, isto é, do problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* e, é a inclusão dessas considerações que torna este problema em um problema da mochila 0 – 1 com restrições de cardinalidade.

Assim, com base na formulação (1) – (3) e nas considerações práticas para o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*, é possível escrever um procedimento e uma formulação para selecionar um subconjunto (ótimo) de cargas para posterior alocação no convés do navio:

Se $\sum_{i \in C} W_i \cdot H_i > W \cdot H$, resolva a formulação (84) – (88):

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{i=1}^n p_i \cdot z_i \quad (84)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m (w_i \cdot h_i) \cdot z_i \leq (W \cdot H) \quad i = 1, \dots, m \quad (85)$$

$$z_i = 1 \quad \forall i \in C^{URG} \cup C^{HS}, i \leq m \quad (86)$$

$$\sum_{i \in C^{REF}} z_i \leq T \quad (87)$$

$$z_i \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, m \quad (88)$$

Retorne C^* e $\sum_{i=1}^m (w_i \cdot h_i) \cdot z_i^*$ para todo $k = 1, \dots, n+1$.

Na formulação (84) – (88), a função objetivo (84) busca maximizar a prioridade das cargas selecionadas. A restrição (85) garante que a capacidade da mochila seja respeitada, neste caso, essa restrição garante que a soma das áreas de cada uma das cargas seja menor ou igual a área disponível do convés do navio. As restrições (86) garantem que as cargas urgentes e as áreas reservadas (que neste caso são tratadas como cargas que fazem parte de um conjunto específico) sejam selecionadas. A restrição (87) garante que as cargas refrigeradas selecionadas não excederão o limite de tomadas disponíveis no navio. E, por fim, a restrição (88) define o espaço de solução das variáveis de decisão. O primeiro estágio deve retornar o subconjunto ótimo de cargas C^* , bem como a área mínima necessária para alocar as cargas selecionadas de cada um dos destinos e as cargas perigosas.

Note que, neste estágio, ainda não há distinção dos destinos de cada uma das cargas e nem se elas pertencem ao conjunto de cargas consideradas perigosas. Note também que neste estágio é realizada uma otimização sem considerar as restrições de empacotamento. Convém, ainda, observar que, nesta formulação, considerações de obrigatoriedade de cargas e o limite de tomadas disponíveis no navio já foram incorporadas e, caso outras considerações práticas se façam necessárias, poderiam facilmente ser incluídas neste estágio.

Em resumo, objetivo deste estágio é, então, obter um subconjunto de cargas C^* (que é o subconjunto de cargas ótimo para o problema da mochila 0 – 1) e, também, uma boa estimativa das áreas que serão necessárias para a alocação das cargas de cada um dos destinos previstos e, também, das cargas perigosas. Desta forma, essas informações compõem os dados de entrada para o próximo estágio.

4.2 Segundo Estágio

O objetivo do segundo estágio é obter uma boa estimativa do posicionamento das áreas necessárias para cada um dos destinos e das cargas perigosas, isto é, as posições relativas entre elas e o seu posicionamento individual no convés do navio. E, por isso, nesta etapa considera-se apenas a área total de cada destino encontrada no estágio anterior, isto é a soma das áreas das cargas que fazem parte da solução (ótima) para cada destino, e não para as cargas individualmente.

Então, tendo como base o trabalho de Anjos e Vieira (2016), para o problema de *layout* de instalações e, também, no modelo matemático apresentado no Capítulo 3, é possível escrever um modelo de otimização matemática com restrições quadráticas e lineares que cumpra com o objetivo desejado. Para isso, define-se um novo parâmetro β , que é o limite superior para a razão de aspecto da área necessária ao empacotamento das cargas com destino k e os limitantes inferior e superior W_k^{min} , W_k^{max} , H_k^{min} e H_k^{max} para a largura e o comprimento, respectivamente, da área necessária ao empacotamento das cargas com destino k , conforme a formulação (89) – (109).

Resolva a formulação (89) – (109):

$$\text{Maximizar } Z = \frac{\sum_{k=0}^{n+1} W_k^A \cdot H_k^A}{W \cdot H} \quad (89)$$

Sujeito a:

$$w_k^A \cdot h_k^A \geq \sum_{\substack{i \in C^*: \\ A_i=k}} w_i \cdot h_i \quad \forall k \quad (90)$$

$$x_k^A + w_k^A \leq x_l^A + M \cdot (1 - a_{kl}^A) \quad \forall (k, l) \in N, \quad k < l \quad (91)$$

$$x_l^A + w_l^A \leq x_k^A + M \cdot (1 - b_{kl}^A) \quad \forall (k, l) \in N, \quad k < l \quad (92)$$

$$y_k^A + h_k^A \leq y_l^A + M \cdot (1 - c_{kl}^A) \quad \forall (k, l) \in N, \quad k < l \quad (93)$$

$$y_l^A + h_l^A \leq y_k^A + M \cdot (1 - d_{kl}^A) \quad \forall (k, l) \in N, \quad k < l \quad (94)$$

$$a_{kl}^A + b_{kl}^A + c_{kl}^A + d_{kl}^A \geq 1 \quad \forall (k, l): 0, \dots, n+1, \quad k < l \quad (95)$$

$$\beta \cdot w_k^A - h_k^A \geq 0 \quad k = 1, \dots, n+1 \quad (96)$$

$$\beta \cdot h_k^A - w_k^A \geq 0 \quad k = 1, \dots, n+1 \quad (97)$$

$$W_k^{min} \leq w_k^A \leq W_k^{max} \quad k = 1, \dots, n+1 \quad (98)$$

$$H_k^{min} \leq h_k^A \leq H_k^{max} \quad k = 1, \dots, n+1 \quad (99)$$

$$x_k^A + w_k^A \leq W \quad k = 1, \dots, n+1 \quad (100)$$

$$y_k^A + h_k^A \leq H \quad k = 1, \dots, n+1 \quad (101)$$

$$w_0^A = W^{Corredor} \quad (102)$$

$$h_0^A = H \quad (103)$$

$$x_0^A \geq 0,35 \cdot W \quad (104)$$

$$x_0^A \leq 0,65 \cdot W \quad (105)$$

$$h_{n+1}^A \leq H^{DG} \quad (106)$$

$$y_{n+1}^A = 0 \quad (107)$$

$$x_k^A, y_k^A, W_k^A, H_k^A \geq 0 \quad \forall k \in A \quad (108)$$

$$a_{kl}^A, b_{kl}^A, c_{kl}^A, d_{kl}^A \in \{0, 1\} \quad \forall (k, l) \in A, k < l \quad (109)$$

Retorne $a_{kl}^A, b_{kl}^A, c_{kl}^A, d_{kl}^A \quad \forall (k, l) \in A$ e $k < l$ e, $x_k^A, y_k^A, w_k^A, h_k^A \quad \forall k \in A$.

Na formulação (89) – (109), a função objetivo (89), que é quadrática, busca maximizar a área total ocupada pelas áreas de cada destino, somada a área das cargas perigosas e corredor (quase) central. As restrições (90) garantem que a área destinada

às cargas de cada destino e perigosas sejam pelo menos iguais a soma das áreas dessas cargas. Note que, a soma das áreas das cargas de cada destino e cargas perigosas é um parâmetro obtido do estágio anterior. As restrições (91) – (95) garantem que não existam sobreposições das áreas no convés do navio. As restrições (96) e (97) impõem um limitante superior para a razão de aspecto de cada uma das áreas. As restrições (98) e (99) representam o limitante inferior e superior da largura e comprimento, respectivamente, de cada uma das áreas. As restrições (100) – (101), garantem que as áreas serão posicionadas dentro dos limites do convés do navio. As restrições (102) – (105) limitam o tamanho e posicionamento do corredor (quase) central no convés do navio. Note que a característica da quase-centralidade do corredor é obtida através das restrições (104) e (105). As restrições (106) e (107) representam um limitante para o posicionamento da área destinada às cargas perigosas no convés, isto é, esta área deve iniciar na popa do navio e é restrita a um comprimento máximo previamente estipulado. Finalmente, as restrições (108) e (109) definem o espaço de solução das variáveis de decisão.

Note que, neste estágio, realiza-se uma otimização que não considera as cargas individualmente e sim o conjunto delas, isto é, considera-se a soma das áreas das cargas que pertencem a um mesmo destino ou das áreas das cargas perigosas. Além disso, nas formulações (89) – (109), a função objetivo (89) e as restrições (90) são quadráticas e, conseqüentemente, o resultado da otimização pode não ser o ótimo global e, sim um ótimo local. No entanto, esta característica é suficiente para cumprir com o objetivo pretendido, mesmo que a otimização resulte em um ótimo local, isto é, o segundo estágio da solução não necessariamente deve gerar áreas factíveis para posicionar as cargas, mas sim obter uma boa estimativa do posicionamento individual no convés e relativo destas áreas. Convém, ainda, observar que, neste estágio, as considerações práticas referentes ao posicionamento das cargas perigosas e corredor (quase) central do problema completo foram devidamente incorporadas.

A Figura 11 ilustra uma possível disposição de áreas, utilizando este estágio de solução, com cargas de oito diferentes destinos, mais o espaço reservado para cargas perigosas, identificado na imagem como *DG* (do inglês *dangerous goods*).

Figura 11 – Exemplo para disposição de áreas utilizando o segundo estágio da abordagem.

4.3 Terceiro Estágio

Finalmente, o terceiro estágio, consiste em obter uma alocação das cargas no convés do navio de apoio *offshore* que seja factível, a partir das informações e resultados obtidos nos estágios 1 e 2. Assim, com base na formulação apresentada no Capítulo 3, é possível reescrevê-la de maneira simplificada, para que as informações obtidas nos estágios anteriores sejam devidamente consideradas. Então, a partir dos subconjuntos C^* , C^{*AUX} , C^{*URG} que são os subconjuntos de cargas que fazem parte das soluções factíveis obtidas no primeiro estágio da *matheuristic*, pode-se escrever a formulação a seguir.

Resolva a formulação (110) – (140):

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{i=0}^m p_i \cdot z_i \quad (110)$$

Sujeito a:

$$a_{ij} \leq \frac{1}{2} \cdot (z_i + z_j) \quad \forall (i, j) \in C^{*AUX}, i < j \quad (111)$$

$$b_{ij} \leq \frac{1}{2} \cdot (z_i + z_j) \quad \forall (i, j) \in C^{*AUX}, i < j \quad (112)$$

$$c_{ij} \leq \frac{1}{2} \cdot (z_i + z_j) \quad \forall (i, j) \in C^{*AUX}, i < j \quad (113)$$

$$d_{ij} \leq \frac{1}{2} \cdot (z_i + z_j) \quad \forall (i, j) \in C^{*AUX}, i < j \quad (114)$$

$$a_{ij} + b_{ij} + c_{ij} + d_{ij} \leq 1 \quad \forall (i, j) \in C^{*AUX}, i < j \quad (115)$$

$$a_{ij} + b_{ij} + c_{ij} + d_{ij} \geq z_i + z_j - 1 \quad \forall (i, j) \in C^{*AUX}, i < j \quad (116)$$

$$x_i + w_i \leq x_j + M \cdot (1 - a_{ij}) \quad \forall (i, j) \in C^{*AUX}, i < j \quad (117)$$

$$x_j + w_j \leq x_i + M \cdot (1 - b_{ij}) \quad \forall (i, j) \in C^{*AUX}, i < j \quad (118)$$

$$y_i + h_i \leq y_j + M \cdot (1 - c_{ij}) \quad \forall (i, j) \in C^{*AUX}, i < j \quad (119)$$

$$y_j + h_j \leq y_i + M \cdot (1 - d_{ij}) \quad \forall (i, j) \in C^{*AUX}, i < j \quad (120)$$

$$x_i \geq x_k^A - M \cdot (1 - z_i) \quad \forall i \in C^* \setminus C^{Hs}, k = A_i \quad (121)$$

$$x_i + w_i \leq x_k^A + w_k^A - M \cdot (1 - z_i) \quad \forall i \in C^* \setminus C^{Hs}, k = A_i \quad (122)$$

$$y_i \geq y_k^A - M \cdot (1 - z_i) \quad \forall i \in C^* \setminus C^{Hs}, k = A_i \quad (123)$$

$$y_i + h_i \leq x_k^A + h_k^A - M \cdot (1 - z_i) \quad \forall i \in C^* \setminus C^{Hs}, k = A_i \quad (124)$$

$$z_i = 1 \quad \forall i \in C^{*URG} \cup C^{Hs} \quad (125)$$

$$x_i = x_i^{Hs} \quad \forall i \in C^{Hs}, i \leq m \quad (126)$$

$$y_i = y_i^{Hs} \quad \forall i \in C^{Hs}, i \leq m \quad (127)$$

$$\sum_{i \in C^{*REF}} z_i \leq T \quad (128)$$

$$x_k^A + w_k^A \leq W \quad k = 1, \dots, n + 1 \quad (129)$$

$$y_k^A + h_k^A \leq H \quad k = 1, \dots, n + 1 \quad (130)$$

$$\text{Restrições de não sobreposição das áreas.} \quad \forall (k, l) \in A, k < l \quad (131)$$

$$w_0^A = W^{\text{Corredor}} \quad (132)$$

$$h_0^A = H \quad (133)$$

$$x_0^A \geq 0,35 \cdot W \quad (134)$$

$$x_0^A \leq 0,65 \cdot W \quad (135)$$

$$h_{n+1}^A \leq H^{DG} \quad (136)$$

$$y_{n+1}^A = 0 \quad (137)$$

$$x_i, y_i \geq 0, z_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in C^* \quad (138)$$

$$a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in C^* \quad (139)$$

$$x_k^A, y_k^A, W_k^A, H_k^A \geq 0 \quad \forall k \in A \quad (140)$$

A formulação (110) – (140), representa uma simplificação da formulação (40) – (83) e, por isso, a notação utilizada anteriormente também é adequada para estas formulações. A diferença entre as formulações (110) – (140), e as formulações (40) – (83), são as restrições (131), que garantem a não sobreposição das áreas no convés do navio. Essas restrições são selecionadas a partir dos resultados de $a_{kl}^{*A}, b_{kl}^{*A}, c_{kl}^{*A}, d_{kl}^{*A}$. Assim, para cada par de áreas k e l , se a_{kl}^{*A} é igual a 1, ou seja, a área k está à esquerda da área l , por exemplo, então a restrição de não sobreposição $x_k^A + w_k^A \leq x_l^A$ é adicionada.

A Figura 12 ilustra um exemplo de padrão de alocação de cargas no convés do navio, ao final do terceiro estágio de solução, com cargas de oito diferentes destinos, mais o espaço reservado para cargas perigosas, identificado na figura como DG .

Figura 12 – Exemplo de padrão de alocação de cargas no convés do navio de apoio *offshore*.

5 RESULTADOS & DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com os experimentos computacionais realizados. O modelo matemático, apresentado no Capítulo 3, bem como a abordagem baseada em otimização com três estágios, apresentada no Capítulo 4, foram implementados em linguagem de programação C++. Foi utilizado o *solver* Gurobi™ (versão 9.1.1), com seus parâmetros nas configurações padrão, para resolver os modelos de programação linear e não linear quadrático da abordagem proposta. Os experimentos foram realizados em um computador PC com processador Intel® Core™ i7 @ 2,3 GHz com 16 Gb de memória. A abordagem proposta foi testada com exemplos gerados aleatoriamente, no entanto, a partir de dados reais. Esses exemplos foram extraídos do conjunto de exemplos utilizados por Seixas *et al.* (2016).

5.1 Escolha do valor para o parâmetro β

O parâmetro β , que determinar o limitante superior para razão de aspecto das áreas no segundo estágio da abordagem proposta, tem uma forte influência no formato encontrado para essas áreas e, assim, influenciam diretamente na qualidade das soluções obtidas. Se $\beta = 1$, todas as áreas devem ter um formato quadrado, o que pode resultar em um segundo estágio infactível, uma vez que, devido ao formato do convés ser retangular, é possível que não exista uma solução em que todas as áreas são quadradas, caibam dentro dos limites do convés e, mesmo assim, respeitem os requisitos de tamanho de área encontrados no estágio anterior. Se β for muito grande, pode ocorrer de não restringir a razão de aspectos das áreas e gerar formatos indesejados, como por exemplo, áreas muito estreitas e compridas.

Assim, para exemplos com 8 destinos, caso o convés do navio seja dividido em 8 áreas iguais, com duas fileiras na largura e quatro fileiras no comprimento, resultaria em $\beta = H/2 \cdot W$, no entanto, deve-se levar em consideração a largura do corredor (o

que impõe uma razão de aspecto um pouco maior às áreas individuais). Assim, o parâmetro β foi escolhido como $\beta = \max\{\frac{H}{W}, \frac{W}{H}\}$, pois, dessa maneira, o modelo é flexível o suficiente para encontrar formas de áreas, sem resultar em infactibilidades ou, ao menos, reduzi-las. Utilizando-se a mesma lógica para exemplos com 4 destinos, chega-se à conclusão de que a razão de aspecto mínima é exatamente igual a $\beta = \max\{\frac{H}{W}, \frac{W}{H}\}$, portanto, para permitir uma maior flexibilidade do modelo optou-se, para esses casos, que o parâmetro β seja tomado como $\beta = \max\{(1,5 \cdot \frac{H}{W}), (1,5 \cdot \frac{W}{H})\}$.

5.2 Resultados dos experimentos computacionais

Nesta seção são apresentados os resultados computacionais obtidos a partir dos exemplos considerados. As instâncias utilizadas neste trabalho, para os experimentos computacionais, foram extraídas e adaptadas de Seixas *et al.* (2016). Estas instâncias podem ser divididas de acordo com as seguintes características:

- Tamanho do convés do navio: (i) pequeno ($W = 12,45$ m e $H = 43,65$ m); e (ii) grande ($W = 16,0$ m e $H = 57,0$ m);
- Quantidade de cargas disponível para alocação: $m = 104$; $m = 160$; $m = 176$; e $m = 272$;
- Número de destinos: $n = 4$ ou $n = 8$.

A Tabela 5 resume as características das instâncias de Seixas *et al.* (2016) e a quantidade disponível de cada uma delas, que foram utilizadas neste trabalho.

Tabela 5 – Resumo das características das instâncias adaptadas de Seixas *et al.* (2016).

Grupo de Instâncias	Tamanho do convés	Número de destinos (n)	Quantidade de cargas disponível (m)	Total de Exemplos
1	Pequeno	4	104	10
2	Pequeno	8	160	10

3	Grande	4	176	10
4	Grande	8	272	10

Além dos resultados obtidos por meio da abordagem proposta neste trabalho, são apresentados também resultados obtidos a partir da solução do modelo completo (apresentado no capítulo 3), com o objetivo de validá-lo, e é feita uma comparação com resultados obtidos Seixas *et al.* (2016).

Nos experimentos realizados com o modelo de otimização completo, o tempo de processamento foi limitado a 1 hora (3600 segundos). Já nos experimentos realizados com a abordagem *matheuristic*, o tempo de processamento foi limitado em 1 hora (3600 segundos), apenas no terceiro estágio da solução, pois no primeiro e segundo estágio da abordagem foi possível obter, ao menos uma solução, com um tempo de processamento menor do que 1 segundo, portanto, pôde ser desprezado do tempo total de solução da *matheuristic*. E, por fim, em todos os experimentos realizados o *gap* para a solução ótima foi calculado da seguinte maneira:

$$gap = \frac{(\text{melhor limitante encontrado} - \text{melhor solução encontrada})}{(\text{melhor limitante encontrado})} \cdot 100\%$$

Após cada um dos estágios da abordagem e ao final da otimização com modelo completo (veja o capítulo 3), três situações podem ocorrer quanto à solução obtida pelo Gurobi™:

- (i) A solução é ótima, com *gap* igual a zero;
- (ii) A solução não é ótima, com *gap* maior do que zero e o limite de tempo excedido pelo Gurobi™;
- (iii) Sem solução, sem *gap* e com o limite de tempo excedido pelo Gurobi™.

5.2.1 Resultados dos experimentos computacionais com o modelo matemático completo

A Tabela 6 apresenta os números mínimos, médios e máximos de variáveis, variáveis binárias e restrições obtidos com o modelo matemático completo, para cada um dos quatro grupos de instâncias. Estes números são os reportados pelo Gurobi™ após o pré-processamento.

Tabela 6 – Números mínimo, médio e máximo de variáveis, variáveis binárias e restrições do modelo matemáticos completo, para cada um dos grupos de instâncias.

Instância			N.º de Exemplos	Est.	Modelo Completo		
Tamanho do convés	Número de destinos	Quantidade de cargas disponíveis			N.º de Var.	N.º de Var. Bin.	N.º de Res.
Pequeno	4	104	10,0	<i>Mín.</i>	5.229	5.001	8.806
				<i>Méd.</i>	5.270	5.042	8.887
				<i>Máx.</i>	5.331	5.103	8.958
Pequeno	8	160	10,0	<i>Mín.</i>	4.193	3.876	7.713
				<i>Méd.</i>	5.167	4.837	9.182
				<i>Máx.</i>	6.690	6.334	11.384
Grande	4	176	10,0	<i>Mín.</i>	13.905	13.533	24.036
				<i>Méd.</i>	14.090	13.718	24.156
				<i>Máx.</i>	14.212	13.840	24.274
Grande	8	272	10,0	<i>Mín.</i>	15.204	14.645	26.627
				<i>Méd.</i>	16.760	16.186	28.778
				<i>Máx.</i>	17.574	16.994	29.966

Pode-se verificar que, utilizando-se o modelo completo, o número de variáveis e restrições é de 2 a 3 vezes maior do que no terceiro estágio da abordagem aqui proposta, o que já era esperado, uma vez que não há um “filtro” das cargas que podem ser consideradas para alocação no convés e, além disso, as áreas para o posicionamento dessas cargas estão totalmente livres, do ponto de visto de posicionamento no convés e posição relativa entre elas, e isso acarreta em um aumento de variáveis e restrições no modelo matemático. O elevado número de variáveis e restrições, em geral, têm um

grande impacto na performance de *solvers*, como o Gurobi™, por exemplo, na resolução de modelo matemáticos, especialmente para problemas da classe *NP-difícil*.

Nas Tabelas 7 a 9, a seguir, encontram-se os resultados para os três primeiros grupos de instâncias, respectivamente. Os resultados para o grupo 4 de instâncias foram omitidos, pois o Gurobi™ não foi capaz de encontrar solução viável para os exemplos testados. As tabelas contêm: a prioridade total da instância, isto é, o valor máximo de prioridade possível de ser atingido caso todas as cargas pudessem ser alocadas no convés do navio; o valor da melhor solução obtida; o limitante superior encontrado; o *gap*; o número de cargas alocadas; e a ocupação final obtida, isto é, a fração da área (em %) que as cargas alocadas ocupam. Para os casos em que ocorreu a situação (iii), ou seja, o limite de tempo foi excedido e não houve solução encontrada, eles foram representados nas tabelas com o caractere hífen (-). É importante destacar que a ocupação apresentada desconsidera regiões nas quais não podem ser posicionadas cargas (e.g. corredor central e áreas de manuseio de mangueiras). Além disso, omitiu-se da tabela o tempo de solução, pois em todos os casos o limite de tempo de 3.600 segundos foi excedido.

É interessante notar que, apenas em alguns casos, o Gurobi™ foi capaz de encontrar um limitante superior melhor do que a trivial soma de todas as prioridades da instância, e mesmo assim esse limitante foi ligeiramente “melhor”, isto é, ligeiramente menor do que a prioridade total da instância.

Tabela 7 – Resultados com o modelo completo para as instâncias do grupo 1, com tamanho de convés Pequeno, 4 destinos e 104 cargas disponíveis.

#	Modelo Completo					
	Prioridade total da instância	Melhor Solução	Limitante Superior	<i>gap</i>	N.º de cargas alocadas	Ocupação Final
0	577	439	575	31,0%	74	91,4%
1	601	500	601	20,2%	82	88,9%
2	566	380	566	48,9%	60	72,2%
3	572	444	568	27,9%	74	89,7%
4	564	452	564	24,8%	75	78,6%
5	608	472	608	28,8%	74	91,9%
6	544	436	544	24,8%	78	90,0%
7	621	470	596	26,8%	69	88,7%

8	594	491	594	21,0%	78	87,1%
9	583	442	583	31,9%	70	89,5%

Tabela 8 – Resultados com o modelo completo para as instâncias do grupo 2, com tamanho de convés Pequeno, 8 destinos e 160 cargas disponíveis.

#	Modelo Completo					
	Prioridade total da instância	Melhor Solução	Limitante Superior	gap	N.º de cargas alocadas	Ocupação Final
0	896	456	658	44,3%	75	88,4%
1	894	454	693	52,6%	72	84,5%
2	823	419	598	42,7%	72	78,9%
3	841	462	663	43,5%	73	89,7%
4	854	500	689	37,8%	79	90,1%
5	812	396	637	60,9%	67	74,3%
6	835	386	596	54,4%	69	79,5%
7	901	468	671	43,4%	76	90,9%
8	867	410	646	57,6%	71	87,7%
9	864	456	683	49,8%	73	75,2%

Tabela 9 – Resultados com o modelo completo para as instâncias do grupo 3, com tamanho de convés Grande, 4 destinos e 176 cargas disponíveis.

#	Modelo Completo					
	Prioridade total da instância	Melhor Solução	Limitante Superior	gap	N.º de cargas alocadas	Ocupação Final
0	1002	636	1002	57,5%	104	73,1%
1	912	665	912	37,1%	109	79,3%
2	950	718	908	26,5%	121	88,0%
3	906	715	904	26,4%	128	87,7%
4	986	752	986	31,1%	124	89,3%
5	996	795	983	23,6%	130	87,7%
6	962	753	951	26,3%	126	88,0%
7	925	686	910	32,7%	118	89,3%
8	930	722	899	24,5%	125	89,6%
9	963	689	947	37,4%	115	87,9%

Outro resultado importante de se observar é que, para o modelo completo o Gurobi™ encontrou resultados, em número absoluto da função objetivo de cada instância, piores se comparado a estratégia proposta. Isto é, em média para as instâncias do grupo 1 (Tabela 7) e 3 (Tabela 9) o valor da função objetivo foi 3,4% menor, para as instâncias do grupo 2 (Tabela 8) esse valor ficou em média 7,8% menor

e, por fim, para as instâncias do grupo 4 o Gurobi™ não foi capaz de encontrar uma solução viável em nenhuma dos exemplos testados.

Em apenas 5 casos (instâncias n.º 0 e 8 do grupo 1, n.º 4 do grupo 2 e n.º 2 e 4 do grupo 3) a resolução do modelo completo resultou em valores absolutos da função objetivo melhores, mas ainda assim esses resultados foram ligeiramente melhores. Por exemplo, no caso da instância de número 4 do grupo 2 (Tabela 8), o resultado encontrado foi 4,4% maior do que aquele encontrado pela abordagem com três estágios, no entanto, em média os valores dessas cinco instâncias foram 2% maiores, apenas. Este fato mostra que a abordagem de solução com três estágios ainda apresenta alguns pontos que podem ser melhorados. No entanto, essa abordagem apresenta características que podem contribuir significativamente com a solução de problemas maiores e mais complexos, como é o caso das instâncias do grupo 4.

A Tabela 10 apresenta um resumo dos resultados obtidos com o modelo completo. Nessa tabela são mostrados os valores mínimos, médios e máximos para os três grupos de instâncias em que o Gurobi™ foi capaz de apresentar uma solução ao final do tempo de processamento.

Tabela 10 – Resumo dos resultados obtidos com o modelo completo.

Instância			Nº de Exemplos	Est.	Modelo Completo		
Tamanho do convés	Número de destinos	Quantidade de cargas disponíveis			gap	N.º de Cargas Alocadas	Ocupação efetiva
Pequeno	4	104	10,0	<i>Mín.</i>	20,2%	60,0	72,2%
				<i>Méd.</i>	28,6%	73,4	86,8%
				<i>Máx.</i>	48,9%	82,0	91,9%
Pequeno	8	160	10,0	<i>Mín.</i>	37,8%	67,0	74,3%
				<i>Méd.</i>	48,7%	72,7	83,9%
				<i>Máx.</i>	60,9%	79,0	90,9%
Grande	4	176	10,0	<i>Mín.</i>	23,6%	104,0	73,1%
				<i>Méd.</i>	32,3%	120,0	86,0%
				<i>Máx.</i>	57,5%	130,0	89,6%

As Figuras 13 a 15, mostram os padrões de empacotamento obtidos, com o modelo completo, para as instâncias de n.º 4 do grupo 1, n.º 2 do grupo 2 e n.º 3 do grupo 3, respectivamente. Para fins de comparação, estes são os mesmos exemplos cujas figuras foram apresentadas anteriormente para a abordagem *matheuristic*, com exceção das instâncias do grupo 4, pois não foi possível obter um padrão de empacotamento para esses exemplos.

Figura 13 – Padrão de empacotamento da instância n.º 4 do grupo 1, obtido com o modelo completo.

Figura 14 - Padrão de empacotamento da instância n.º 2 do grupo 2, obtido com o modelo completo.

Figura 15 - Padrão de empacotamento da instância n.º 3 do grupo 3, obtido com o modelo completo.

Note que no caso das Figura 13 e Figura 14, foram destacadas áreas hachuradas em azul, estas áreas representam regiões ociosas, isto é, apesar de não haver nenhuma limitação quanto a ocupação dessas regiões por alguma área designada para cargas de um dos destinos, elas não foram ocupadas e por isso não puderam receber cargas. É importante salientar que, neste trabalho, regiões ociosas são diferentes de espaços vazios. Espaços vazios são regiões que poderiam ter sido ocupadas por alguma carga de algum destino, porém não foram devido ao padrão de empacotamento obtido.

Visualmente, o padrão de empacotamento mostrado na Figura 15 é interessante. Porém, sabe-se que existe espaço para melhorias devido ao *gap* obtido (Tabela 9) e que a solução obtida, para o mesmo exemplo, com a abordagem em três estágios foi 4,9% melhor em um mesmo tempo de processamento.

Em comparação com o modelo matemático completo, a abordagem *matheuristic* se mostrou bastante interessante, pois na maioria dos casos ela apresentou resultados melhores e foi capaz de resolver as instâncias do grupo 4, e, além disso, apresentou uma melhor consistência no padrão de empacotamento obtido, isto é, não resultou em regiões ociosas nos exemplos testados, conforme será apresentado a seguir.

5.2.2 Resultados dos experimentos computacionais com a abordagem proposta

A Tabela 11 apresenta os números mínimos, médios e máximos de variáveis, variáveis binárias e restrições obtidos em cada um dos estágios da solução, para cada um dos quatro grupos de instâncias. Estes números são os reportados pelo *solver* Gurobi™ após o pré-processamento.

Tabela 11 – Número de variáveis, variáveis binárias e restrições dos modelos matemáticos em cada um dos estágios da abordagem.

Instância			Est.	Modelo Estágio 1			Modelo Estágio 2				Modelo Estágio 3		
Convés	n	m		N.º de Var.	Nº de Var. Bin.	N.º de Res.	N.º de Var.	Nº de Var. Bin.	N.º de Res.	N.º de Rest. quadráticas e bi lineares	N.º de Var.	Nº de Var. Bin.	N.º de Res.
Pequeno	4	104	<i>Mín.</i>	53,0	39,0	1,0	66,0	41,0	90,0	10,0	2.641	2.480	4.031
			<i>Méd.</i>	58,9	48,0	1,2	66,0	41,0	90,0	10,0	3.104	2.933	4.756
			<i>Máx.</i>	64,0	57,0	2,0	66,0	41,0	90,0	10,0	3.642	3.455	5.655
Pequeno	8	160	<i>Mín.</i>	72,0	51,0	1,0	190,0	145,0	252,0	17,0	1.803	1.621	2.727
			<i>Méd.</i>	80,6	60,6	1,4	191,6	145,2	252,2	17,9	2.031	1.842	3.173
			<i>Máx.</i>	105,0	81,0	2,0	192,0	147,0	254,0	18,0	2.419	2.208	3.768
Grande	4	176	<i>Mín.</i>	76,0	48,0	1,0	66,0	41,0	90,0	10,0	7.105	6.842	11.089
			<i>Méd.</i>	85,8	60,9	1,7	66,0	41,0	90,0	10,0	8.017	7.741	12.558
			<i>Máx.</i>	93,0	73,0	2,0	66,0	41,0	90,0	10,0	9.174	8.878	14.458
Grande	8	272	<i>Mín.</i>	105,0	62,0	1,0	252,0	145,0	190,0	18,0	5.146	4.836	7.609
			<i>Méd.</i>	112,6	71,6	1,4	252,0	145,0	190,0	18,0	5.619	5.295	8.428
			<i>Máx.</i>	119,0	81,0	2,0	252,0	145,0	190,0	18,0	6.242	5.898	9.501

Como pode ser observado, na Tabela 11, no terceiro estágio da abordagem, o número de variáveis, variáveis binárias e restrições é significativamente maior que nos primeiros dois estágios. Além disso, para um mesmo número de destinos, as variáveis e restrições também crescem conforme a quantidade de cargas disponíveis e o convés do navio aumentam. É importante destacar que, a quantidade de cargas selecionadas no primeiro estágio da solução influencia diretamente na quantidade de variáveis e restrições do terceiro estágio.

As tabelas contendo os resultados, apresentadas a seguir, contém o valor da função objetivo obtido, o *gap* e o tempo em cada um dos estágios. Para o primeiro estágio, é também, apresentado a quantidade de cargas selecionadas, isto é, o número de cargas que serão consideradas no terceiro estágio e a fração da área (em %) que essas cargas ocupam. Para o terceiro estágio se inclui o melhor limitante superior encontrado, a quantidade de cargas que foram alocadas e a fração da área (em %) que elas ocupam no convés. Para os casos em que a situação (iii) ocorreu, eles foram representados nas tabelas com o caractere hífen (-). É importante destacar que a ocupação apresentada desconsidera regiões nas quais não podem ser posicionadas cargas (e.g. corredor central e áreas de manuseio de mangueiras).

As Tabelas 12 a 15 apresentam os resultados obtidos para as 40 instâncias dos quatro grupos descritos na Tabela 5. É interessante notar que, para todos os casos, no primeiro e no segundo estágio da solução, o solver foi capaz de encontrar uma solução ótima em tempo computacional extremamente baixo, isto é, muito menor que um segundo.

Tabela 12 – Resultados das instâncias do grupo 1, com tamanho de convés Pequeno, 4 destinos e 104 cargas disponíveis.

#	Estágio 1					Estágio 2			Estágio 3					
	Solução ótima	gap	Tempo (s)	N.º de cargas selecionadas	Ocupação	Solução ótima	gap	Tempo (s)	Melhor solução	Limitante Superior	gap	Tempo (s)	N.º de cargas alocadas	Ocupação final
0	475	0,0%	0,01	79	99,9%	1,0	0,0%	0,05	432	475	10,0%	3.600	72	87,6%
1	542	0,0%	0,00	86	100,0%	1,0	0,0%	0,04	504	542	7,5%	3.600	81	87,4%
2	489	0,0%	0,00	80	99,6%	1,0	0,0%	0,03	455	489	7,5%	3.600	75	88,3%
3	489	0,0%	0,00	83	99,7%	1,0	0,0%	0,05	447	489	9,4%	3.600	75	87,3%
4	518	0,0%	0,00	90	99,9%	1,0	0,0%	0,04	496	518	4,4%	3.600	86	91,3%
5	526	0,0%	0,00	84	99,4%	1,0	0,0%	0,05	483	526	8,9%	3.600	77	90,1%
6	469	0,0%	0,00	77	99,9%	1,0	0,0%	0,04	440	469	6,6%	3.600	72	88,3%
7	524	0,0%	0,00	81	99,9%	1,0	0,0%	0,02	488	524	7,4%	3.600	76	90,7%
8	528	0,0%	0,00	84	100,0%	1,0	0,0%	0,04	490	528	7,8%	3.600	78	87,1%
9	478	0,0%	0,00	77	99,9%	1,0	0,0%	0,05	451	478	6,0%	3.600	73	92,0%

Tabela 13 – Resultados das instâncias do grupo 2, com tamanho de convés Pequeno, 8 destinos e 160 cargas disponíveis.

#	Estágio 1					Estágio 2			Estágio 3					
	Solução ótima	gap	Tempo (s)	N.º de cargas selecionadas	Ocupação	Solução ótima	gap	Tempo (s)	Melhor solução	Limitante Superior	gap	Tempo (s)	N.º de cargas alocadas	Ocupação final
0	515	0,0%	0,00	80	99,9%	1,0	0,0%	0,53	482	515	6,8%	3.600	73	90,0%
1	527	0,0%	0,00	84	100,0%	1,0	0,0%	0,13	485	527	8,7%	3.600	78	89,7%
2	486	0,0%	0,00	81	99,7%	1,0	0,0%	0,47	456	486	6,6%	3.600	74	87,9%
3	518	0,0%	0,00	82	99,9%	1,0	0,0%	0,19	471	518	10,0%	3.600	75	86,7%
4	559	0,0%	0,00	90	99,8%	1,0	0,0%	0,15	479	559	16,7%	3.600	78	86,6%
5	547	0,0%	0,00	95	99,9%	1,0	0,0%	0,15	507	547	7,9%	3.600	88	86,0%
6	476	0,0%	0,00	85	99,9%	1,0	0,0%	0,49	446	476	6,7%	3.600	78	90,3%
7	515	0,0%	0,00	81	99,9%	1,0	0,0%	0,40	479	515	7,5%	3.600	76	90,4%
8	504	0,0%	0,00	81	99,9%	1,0	0,0%	0,17	455	504	10,8%	3.600	74	85,1%
9	575	0,0%	0,00	94	99,9%	1,0	0,0%	0,17	524	575	9,7%	3.600	83	85,3%

Tabela 14 – Resultados das instâncias do grupo 3, com tamanho de convés Grande, 4 destinos e 176 cargas disponíveis.

	Estágio 1					Estágio 2			Estágio 3					
#	Solução ótima	gap	Tempo (s)	N.º de cargas selecionadas	Ocupação	Solução ótima	gap	Tempo (s)	Melhor solução	Limitante Superior	gap	Tempo (s)	N.º de cargas alocadas	Ocupação final
0	822	0,0%	0,00	133	99,4%	1,0	0,0%	0,05	754	822	9,0%	3.600	124	87,1%
1	772	0,0%	0,00	128	99,3%	1,0	0,0%	0,04	692	772	11,6%	3.600	116	83,9%
2	801	0,0%	0,00	131	99,4%	1,0	0,0%	0,04	705	801	13,6%	3.600	120	82,0%
3	800	0,0%	0,00	144	99,4%	1,0	0,0%	0,05	750	800	6,7%	3.600	135	89,4%
4	819	0,0%	0,00	131	99,4%	1,0	0,0%	0,04	736	819	11,3%	3.600	119	86,3%
5	869	0,0%	0,00	142	99,3%	1,0	0,0%	0,02	803	869	8,2%	3.600	130	86,3%
6	871	0,0%	0,00	142	99,3%	1,0	0,0%	0,03	802	871	8,6%	3.600	131	88,7%
7	773	0,0%	0,00	127	99,4%	1,0	0,0%	0,04	716	773	8,0%	3.600	118	88,7%
8	790	0,0%	0,00	138	99,3%	1,0	0,0%	0,05	733	790	7,8%	3.600	129	89,3%
9	765	0,0%	0,00	126	99,4%	1,0	0,0%	0,02	695	765	10,1%	3.600	116	89,5%

Tabela 15 – Resultados das instâncias do grupo 4, com tamanho de convés Grande, 8 destinos e 272 cargas disponíveis.

	Estágio 1					Estágio 2			Estágio 3					
#	Solução ótima	gap	Tempo (s)	N.º de cargas selecionadas	Ocupação	Solução ótima	gap	Tempo (s)	Melhor solução	Limitante Superior	gap	Tempo (s)	N.º de cargas alocadas	Ocupação final
0	914	0,0%	0,00	145	99,4%	1,0	0,0%	0,15	-	914	-	-	-	-
1	965	0,0%	0,00	162	99,4%	1,0	0,0%	0,45	826	965	16,8%	3.600	142	89,0%
2	877	0,0%	0,01	148	99,5%	1,0	0,0%	0,21	749	877	17,1%	3.600	129	91,4%
3	956	0,0%	0,01	151	99,3%	1,0	0,0%	0,15	847	956	12,9%	3.600	136	91,2%
4	915	0,0%	0,01	145	99,5%	1,0	0,0%	0,37	805	915	13,7%	3.600	130	91,6%
5	982	0,0%	0,00	158	99,4%	1,0	0,0%	0,14	864	982	13,7%	3.600	143	89,7%
6	880	0,0%	0,00	148	99,4%	1,0	0,0%	0,51	-	880	-	-	-	-
7	953	0,0%	0,00	159	99,3%	1,0	0,0%	0,36	841	953	13,3%	3.600	144	90,4%
8	938	0,0%	0,00	149	99,4%	1,0	0,0%	0,31	823	938	14,0%	3.600	132	90,8%
9	957	0,0%	0,00	153	99,4%	1,0	0,0%	0,11	828	957	15,6%	3.600	135	89,7%

No terceiro estágio da abordagem, o solver não foi capaz de encontrar a solução ótima no tempo pré-estabelecido para nenhum dos exemplos, sendo que em dois deles o solver se quer foi capaz de encontrar uma solução. No entanto, este comportamento do solver já era esperado, uma vez que o número de variáveis e restrições é bem maior que nos outros estágios e, além disso, várias das restrições são disjuntivas, característica que dificulta ainda mais a solução do modelo matemático, mesmo que o valor escolhido para o M – grande seja razoável, por exemplo, neste trabalho utilizou-se o comprimento ou a largura do convés navio, dependendo da restrição. Veja que, conforme o tamanho do convés do navio e a quantidade de cargas disponíveis aumentam, os *gaps* também tendem a ser maiores.

É interessante notar que, a solução ótima do primeiro estágio é sempre igual ao melhor limitante superior no terceiro estágio, o que indica que o limitante encontrado pelo *solver* foi simplesmente a soma das prioridades de todas as cargas selecionadas (no estágio 1). Isso sugere que o Gurobi™ não foi capaz de encontrar um limitante melhor ao longo do tempo. Então, existe uma dificuldade do *solver* em provar que uma solução do problema seja ótima, caso ela seja encontrada.

Outro aspecto interessante de notar nos resultados obtidos é que, apesar da função objetivo não estar diretamente relacionada com a área ocupada por cada uma das cargas, o percentual de ocupação obtido em todos os casos foi superior a 85%, e em alguns casos superando 90%. A indústria de transporte de cargas considera que 85% é uma boa ocupação para um veículo e que ocupações maiores ou iguais a essa são difíceis de se obter.

A Tabela 16 apresenta um resumo dos resultados obtidos nos estágios 1 e 3, com os exemplos testados. Em cada um dos estágios, são apresentados: o número de exemplos que foi possível obter uma solução nos 3 estágios (apesar do estágio 2 ser omitido desta tabela, em todas as instâncias foi possível obter-se uma solução para este estágio); os valores mínimos, médio e máximos para os *gaps* do primeiro e terceiro estágio; o número de cargas selecionadas no primeiro estágio; o número de cargas

(efetivamente) alocadas no terceiro estágio; e as frações (em %) de ocupação do primeiro e terceiro estágios, respectivamente.

Tabela 16 – Resumo dos experimentos computacionais para os 4 grupos de instâncias.

Instância			N.º de Exemplos	Est.	Estágio 1			Estágio 3		
Tamanho do convés	Número de destinos	Quantidade de cargas disponíveis			gap	N.º de Cargas selecionadas	Ocupação	gap	N.º de Cargas Alocadas	Ocupação
Pequeno	4	104	10,0	<i>Mín.</i>	0,0%	77,0	99,4%	4,4%	72,0	87,1%
				<i>Méd.</i>	0,0%	82,1	99,8%	7,5%	76,5	89,0%
				<i>Máx.</i>	0,0%	90,0	100,0%	10,0%	86,0	92,0%
Pequeno	8	160	10,0	<i>Mín.</i>	0,0%	80,0	99,7%	6,6%	73,0	85,1%
				<i>Méd.</i>	0,0%	85,3	99,9%	9,1%	77,7	87,8%
				<i>Máx.</i>	0,0%	95,0	100,0%	16,7%	88,0	90,4%
Grande	4	176	10,0	<i>Mín.</i>	0,0%	126,0	99,3%	6,7%	116,0	82,0%
				<i>Méd.</i>	0,0%	134,2	99,4%	9,5%	123,8	87,1%
				<i>Máx.</i>	0,0%	144,0	99,4%	13,6%	135,0	89,5%
Grande	8	272	8,0	<i>Mín.</i>	0,0%	145,0	99,3%	12,9%	129,0	89,0%
				<i>Méd.</i>	0,0%	151,8	99,4%	14,6%	136,4	90,5%
				<i>Máx.</i>	0,0%	162,0	99,5%	17,1%	144,0	91,6%

As Figuras 16 a 23, mostram os padrões de área (estágio 2) e de empacotamento (estágio 3), obtidos com os experimentos, para as instâncias número 4 do grupo 1, número 2 do grupo 2, número 3 do grupo 3 e número 3 do grupo 4. Note que, por motivos de praticidade, as figuras a seguir estão rotacionadas, isto é, a região do convés mais próxima a popa do navio está próxima a margem esquerda e a região próxima a proa do navio está à margem direita.

Nas Figuras 16 a 23, as numerações das regiões indicam a área reservada para os diferentes destinos (unidades *offshore*) e as áreas reservadas para as cargas perigosas, representada pela sigla *DG*, que podem conter cargas de diferentes destinos. Os espaços marcados com a letra *H*, indicam regiões reservadas, ou seja, regiões que não devem conter nenhum tipo de carga. E o corredor central está devidamente identificado nas figuras a seguir.

Figura 16 – Padrão de áreas da instância n.º 4 do grupo 1, obtida no segundo estágio da *matheuristic*.

Figura 17 – Padrão de empacotamento da instância n.º 4 do grupo 1, obtido no terceiro estágio da *matheuristic*.

Figura 18 – Padrão de áreas da instância n.º 2 do grupo 2, obtido no segundo estágio da *matheuristic*.

Figura 19 – Padrão de empacotamento da instância n.º 2 do grupo 2, obtido no terceiro estágio da *matheuristic*.

Figura 20 – Padrão de áreas da instância n.º 3 do grupo 3, obtido no segundo estágio da *matheuristic*.

Figura 21 – Padrão de empacotamento da instância n.º 3 do grupo 3, obtido no terceiro estágio da *matheuristic*.

Figura 22 – Padrão de áreas da instância n.º 3 do grupo 4, obtido no segundo estágio da *matheuristic*.

Figura 23 – Padrão de empacotamento da instância n.º 3 do grupo 4, obtido no terceiro estágio da *matheuristic*.

É interessante notar que, da maneira como a abordagem em estágios foi estruturada, as formas de áreas, obtidas no segundo estágio da solução, podem sofrer algumas alterações no comprimento, na largura e de posicionamento no convés do navio no terceiro estágio, o que permitiu ao modelo, deste estágio, flexibilidade suficiente para a resolução dos exemplos sem que houvesse a ocorrência de casos inviáveis. Além disso, a abordagem adotada permitiu reduzir consideravelmente o número de restrições e variáveis no terceiro estágio, indiscutivelmente, a etapa de maior dificuldade para o Gurobi™.

Um outro resultado que pode ser observado, através das Figura 17, Figura 19, Figura 21 e Figura 23, é que, apesar das soluções apresentarem *gap*, e em alguns casos maior que 15%, indicando que há uma certa distância entre a solução encontrada e a

solução ótima, os espaços vazios são bastante limitados e mostram que há pouco espaço para melhoria das soluções.

Os resultados computacionais obtidos mostram que ainda existem limitações em *solvers*, tais como o Gurobi™, para tratar de problemas complexos, como o apresentado neste trabalho, mesmo apesar dos avanços tecnológicos e científicos ocorridos ao longo dos anos, e das simplificações adotadas. No entanto, convém observar que o problema tratado, no terceiro estágio da solução, envolve milhares de variáveis e restrições e estão longe de serem considerados de fácil resolução. Apesar de toda a estratégia adotada, ainda estamos lidando com problemas da classe de problemas *NP – difícil* no terceiro estágio da abordagem proposta.

5.2.3 Comparação com os resultados de Seixas et al. (2016)

As instâncias utilizadas para os experimentos computacionais deste trabalho foram originalmente utilizadas por Seixas *et al.* (2016) para avaliar a performance de um método heurístico, cujos resultados constam na Tabela 17. É importante destacar que em Seixas *et al.* (2016) foram avaliados, além desses, outros exemplos, no entanto, apenas os resultados que são de interesse para este trabalho são aqui mostrados.

Tabela 17 – Comparação com os resultados médios reportados por Seixas *et al.* (2016).

Resultados de Seixas <i>et al.</i> (2016)				Resultados obtidos neste trabalho			
Instância	Tempo de Solução (s)	Ocupação (%)	N.º de cargas alocadas	Instância	Tempo de Solução (s)	Ocupação (%)	N.º de cargas alocadas
SS0	611	88,35%	62	Grupo 1	3.600	89,00%	76
SL0	1.046	88,47%	66	Grupo 2	3.600	87,80%	77
LS0	1.248	89,57%	110	Grupo 3	3.600	87,10%	123
LL0	4.111	89,33%	121	Grupo 4	3.600	90,50%	136

Fonte: Traduzido e adaptado de Seixas *et al.* (2016, p. 156).

As instâncias SS0, SL0, LS0 e LL0, conforme apresentadas no trabalho de Seixas *et al.* (2016) são comparáveis às instâncias do grupo 1, 2, 3 e 4, respectivamente, deste trabalho.

É interessante notar que as ocupações médias de ambos os trabalhos estão alinhadas, ou seja, no primeiro e último grupo de instâncias a abordagem em três estágios deste trabalho obteve uma ocupação média ligeiramente maior, já nos grupos de instâncias intermediários a heurística de Seixas *et al.* (2016) obteve valores ligeiramente maiores. No entanto, o número obtido de cargas alocadas pela abordagem em três estágios foi em média 15,90% maior, para os quatro grupos de instâncias, do que o número de cargas alocadas obtido por Seixas *et al.* (2016).

Outro resultado interessante é que para as instâncias do grupo 4 o tempo de solução necessário para obter os resultados, aqui apresentados, foi menor do que a heurística de Seixas *et al.* (2016). Apesar da abordagem *matheuristic* não conseguir superar os tempos de solução para instâncias menores, é possível afirmar que ela é competitiva e pode ser aplicada para encontrar uma solução viável de instâncias maiores.

É importante destacar que, no trabalho de Seixas *et al.* (2016), não são apresentados os valores obtidos para a função objetivo e, por isso, não foi possível comparar com os resultados aqui obtidos.

Figura 24 – Padrão de empacotamento obtido para a instância de n.º 8 do grupo 3 com a *matheuristic*.

Figura 25 – Padrão de empacotamento obtido por Seixas *et al.* (2016) para a instância de n.º 8 do grupo 3 (LS0 instância 8).
 Fonte: Seixas *et al.* (2016, p. 157)

Por fim, em Seixas *et al.* (2016) é apresentado o padrão de empacotamento para a instância de n.º 8 do grupo 3 (ou LS0 conforme a nomenclatura dos autores), conforme pode ser visto na Figura 25. A Figura 24 apresenta o padrão de empacotamento, para este mesmo exemplo, obtido pela *matheuristic* aqui proposta. Vale destacar que no trabalho de Seixas *et al.* (2016), não há uma região na popa do navio dedicada às cargas perigosas, existe apenas o requisito de que elas devem estar próximas a ela, assim, pode-se notar uma diferença no padrão de empacotamento da Figura 24 e da Figura 25, apresentado por Seixas *et al.* (2016). Apesar de não podermos identificar visualmente qual dos padrões é melhor, isto é, se o apresentado por Seixas *et al.* (2016), ou se este aqui obtido, é possível afirmar que ambos os padrões de empacotamento são ao menos similares.

6 CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS FUTURAS

Neste trabalho foi apresentada uma abordagem *matheuristic* com três estágios, para o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*, que contempla diversas exigências práticas da operação do embarque de cargas nesses navios. É interessante destacar que este problema pode ser entendido como uma variação do problema da mochila bidimensional e, da maneira como foi abordado neste trabalho, poderia ser interpretado como um problema da mochila compartimentada (ou com compartimentos) (Quiroga-Orozco *et al.*, 2019), porém com duas dimensões, uma vez que as formas de áreas necessárias para garantir a separação das cargas de cada um dos destinos podem ser entendidas como compartimentos dessa mochila. Vários experimentos computacionais foram realizados em algumas instâncias adaptadas do trabalho de Seixas *et al.* (2016). Os resultados obtidos mostram que os modelos e abordagem proposta são coerentes e representam adequadamente a situação tratada, mesmo embora esta abordagem não tenha sido capaz de encontrar a solução ótima para os exemplos testados. É importante destacar que, apesar das soluções encontradas apresentarem *gap* médio de 10,2% com a *matheuristic* proposta, obteve-se boa ocupação dos navios, isto é, em média a ocupação ficou em 88,6%, e o número de cargas alocadas foi maior do que aquele visto na literatura, i.e. Seixas *et al.* (2016). Assim, pode-se dizer que, os resultados aqui apresentados, utilizando a *matheuristic* se mostraram alinhados com os resultados encontrados na literatura, portanto, a abordagem se mostrou eficiente e poderia facilmente ser incorporada a sistemas de suporte a tomada de decisão.

Do ponto de vista científico, acredita-se que este trabalho tenha contribuído com a apresentação formal de um modelo de otimização matemática válido e que represente, adequadamente, o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore* (PACNO) e, também, na introdução de uma variação ao clássico problema da mochila, mais especificamente, o problema da mochila compartimentada

com duas dimensões. Além disso, a abordagem *matheuristic* pode também ser entendida como contribuição deste trabalho, uma vez que ela introduz conceitos teóricos utilizados em outros tipos de problemas, como, por exemplo, o problema do *layout* de instalação, para resolver o problema de alocação de cargas no convés de navios de apoio *offshore*, introduzido anteriormente por Seixas *et al.* (2016), e, com isso, espera-se que pesquisas futuras sobre o tema possam ser motivadas.

A abordagem aqui apresentada é passível de melhorias, as quais poderiam ser exploradas em trabalhos futuros. Por exemplo, variar iterativamente o parâmetro beta, com o objetivo de encontrar outras formas de área que satisfaçam às exigências e que resultem em soluções alternativas no terceiro estágio, e que poderiam possivelmente levar a melhores resultados. Outro aspecto interessante, seria explorar métodos para se obter melhores limitantes superiores, por exemplo, através de relaxação lagrangeana, com o objetivo de reduzir os *gaps* obtidos, visto que este foi um dos gargalos da solução. Além disso, mais instancias poderiam ser testadas e com uma diversidade maior nos tamanhos de convés e número de destinos.

Por fim, outras perspectivas interessantes para pesquisas futuras são: (i) considerar mais exigências práticas, como por exemplo, distribuição dos pesos das cargas no convés do navio; (ii) não utilizar apenas os parâmetros do *solver* em seus valores padrão (neste trabalho, por simplicidade, o *solver* Gurobi™ foi utilizado com valores padrão); (iii) explorar maneiras distintas para se obter o posicionamento relativo das áreas necessárias à alocação das cargas de cada um dos destinos, e.g. utilizando modelos fortemente não-lineares, como aquele apresentado por Anjos e Vieira (2016); (iv) utilizar restrições para quebrar a simetria do problema; (v) aplicar métodos para redução do modelo no terceiro estágio da solução; e (vi) aplicar a abordagem deste trabalho em outros problemas da literatura.

REFERÊNCIAS¹¹

- Aas B, Gribkovskaia I, Halskau Ø, Shlopak A. Routing of supply vessels to petroleum installations. *Int J Phys Distrib Logist Manag* 2007;37:164–79.
- Aas B, Halskau ØS, Wallace SW. The role of supply vessels in offshore logistics. *Marit Econ Logist* 2009;11:302–25.
- Alvarez-Valdes R, Parreño F, Tamarit JM. A GRASP algorithm for constrained two-dimensional non-guillotine cutting problems. *J Oper Res Soc* 2005;56:414–25.
- Anjos MF, Vannelli A. A new mathematical-programming framework for facility-layout design. *INFORMS J Comput* 2006;18:111–8.
- Anjos MF, Vieira MVC. An improved two-stage optimization-based framework for unequal-areas facility layout. *Optim Lett* 2016;10:1379–92.
- Arpini B. Planejamento da logística de suprimento de plataformas offshore por meio de um modelo matemático não linear 2L-CVRP com frota heterogênea e equilíbrio náutico. Universidade Federal do Espírito Santo, 2015.
- Baker BS, Coffman, Jr. EG, Rivest RL. Orthogonal Packings in Two Dimensions. *SIAM J Comput* 1980;9:846–55.
- Beasley JE. An Exact Two-Dimensional Non-Guillotine Cutting Tree Search Procedure. *Oper Res* 1985;33:49–64.
- Bertrand JWM, Fransoo JC. Operations management research methodologies using quantitative modeling. *Int J Oper Prod Manag* 2002;22:241–64.
- Bischoff EE, Ratcliff MSW. Issues in the development of approaches to container loading. *Omega* 1995;23:377–90.
- Bortfeldt A, Wäscher G. Constraints in container loading-A state-of-the-art review. *Eur J Oper Res* 2013;229:1–20.
- Bryman A. *Research Methods and Organization Studies*. Routledge; 2003.

¹¹ De acordo com Estilo Vancouver (autor data).

- Burke EK, Kendall G, Whitwell G. A New Placement Heuristic for the Orthogonal Stock-Cutting Problem. *Oper Res* 2004;52:655–71.
- Caprara A, Kellerer H, Pferschy U, Pisinger D. Approximation algorithms for knapsack problems with cardinality constraints. *Eur J Oper Res* 2000;123:333–45.
- Caprara A, Monaci M. On the two-dimensional Knapsack Problem. *Oper Res Lett* 2004;32:5–14.
- Chen CS, Lee SM, Shen QS. An analytical model for the container loading problem. *Eur J Oper Res* 1995;80:68–76.
- Dyckhoff H. A typology of cutting and packing problems. *Eur J Oper Res* 1990;44:145–59.
- Fagerholt K, Lindstad H. Optimal policies for maintaining a supply service in the Norwegian Sea. *Omega* 2000;28:269–75.
- Fekete SP, Schepers J. A new exact algorithm for general orthogonal d-dimensional knapsack problems 1997:144–56.
- Feo TA, Resende MGCC. Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. *J Glob Optim* 1995;6:109–33.
- Fonseca MM. *Arte naval*. vol. I & II. 7ed ed. Marinha do Brasil; 2005.
- Gilmore PC, Gomory RE. The Theory and Computation of Knapsack Functions. *Oper Res* 1966;14:1045–74.
- Gilmore PC, Gomory RE. Multistage Cutting Stock Problems of Two and More Dimensions. *Oper Res* 1965;13:94–120.
- Gilmore PC, Gomory RE. Linear Programming Approach Cutting Stock. *Oper Res* 1961;9:849–59.
- Hadjiconstantinou E, Christofides N. An exact algorithm for general, orthogonal, two-dimensional knapsack problems. *Eur J Oper Res* 1995;83:39–56.
- Halvorsen-Weare EE, Fagerholt K. Optimization in offshore supply vessel planning. *Optim Eng* 2017;18:317–41.
- Halvorsen-Weare EE, Fagerholt K, Nonås LM, Asbjørnslett BE. Optimal fleet composition and periodic routing of offshore supply vessels. *Eur J Oper Res*

2012;223:508–17.

Junqueira L. Modelos de Programação Matemática para Problemas de Carregamento de Caixas Dentro de Contêineres. Universidade Federal de São Carlos, 2009.

Martello S, Monaci M, Vigo D. An exact approach to the strip-packing problem. *INFORMS J Comput* 2003;15:310–9.

Martello S, Toth P. Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations. 1st ed. New York, NY: John Wiley & Sons, Inc.; 1990.

Mendes AB. Programação de frota de apoio a operações “offshore” sujeita à restrição de múltiplas embarcações para uma mesma tarefa. Universidade de São Paulo, 2007.

Oliveira JF, Neuenfeldt Júnior A, Silva E, Carravilla MA. A Survey on Heuristics for the Two-Dimensional Rectangular Strip Packing Problem. *Pesqui Operacional* 2016;36:197–226.

Pinto G de L, Vitorugo LR, Rosa R de A, Arpini BP, Caprini LA. Planning the transport of loads to oil platforms considering the arrangement of the loads on the ship’s deck. *Comput Ind Eng* 2018;119:289–300.

Pisinger D, Toth P. Knapsack Problems. *Handb. Comb. Optim.*, vol. 1, Boston, MA: Springer US; 1998, p. 299–428.

Puisa R. Optimal stowage on Ro-Ro decks for efficiency and safety 2018;20:17–33.

Quiroga-Orozco JJ, Valério de Carvalho JM, V. Hoto RS. A strong integer linear optimization model to the compartmentalized knapsack problem. *Int Trans Oper Res* 2019;26:1633–54.

Ritchie G. Practical introduction to anchor handling and supply vessel operations. Oilfield Publications Ltd.; 2004.

Scheithauer G. Equivalence and dominance for problems of optimal packing of rectangles. *Ric Oper* 1997;83:3–34.

Seixas MP, Barretto MR, Cunha C, Brinati MA, Mendes AB, Cruz RE. A decision support system for allocating general cargo in platform supply vessels. *Proc Annu Offshore Technol Conf* 2013;2.

Seixas MP, Mendes AB, Pereira Barretto MR, Da Cunha CB, Brinati MA, Cruz RE, et al. A heuristic approach to stowing general cargo into platform supply vessels. *J Oper*

Res Soc 2016;67:148–58.

Wäscher G, Haußner H, Schumann H. An improved typology of cutting and packing problems. Eur J Oper Res 2007;183:1109–30.

Wei L, Oon WC, Zhu W, Lim A. A skyline heuristic for the 2D rectangular packing and strip packing problems. Eur J Oper Res 2011;215:337–46.