UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA
PROGRAMA DE MESTRADO EM ENGENHARIA DE SISTEMAS LOGÍSTICOS

LUIZ AUGUSTO CANITO GALLEGU DE ANDRADE

HEURÍSTICA BASEADA EM COLÔNIA ARTIFICIAL DE ABELHAS PARA O PROBLEMA
DE LOCALIZAÇÃO DE BASES, ALOCAÇÃO E REALOCAÇÃO DE AMBULÂNCIAS

São Paulo
2012

LUIZ AUGUSTO CANITO GALLEGU DE ANDRADE

HEURÍSTICA BASEADA EM COLÔNIA ARTIFICIAL DE ABELHAS PARA O PROBLEMA
DE LOCALIZAÇÃO DE BASES, ALOCAÇÃO E REALOCAÇÃO DE AMBULÂNCIAS

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo como parte dos requisitos
exigidos para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Área de Concentração:

Engenharia de Sistemas Logísticos

Orientador:

Prof. Dr. Cláudio Barbieri da Cunha

São Paulo
2012

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 25 de julho de 2012

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Andrade, Luiz Augusto Canito Gallego de
Heurística baseada em colônia artificial de abelhas para o
problema de localização de bases, alocação e realocação de
ambulâncias / L.A.C.G. de Andrade. -- São Paulo, 2012.
250 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia de Transportes.
Sistemas Logísticos.

1.Heurística 2.Logística 3.Ambulâncias 4.Abelhas 5.Estudo
de caso I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Depar-
tamento de Engenharia de Transportes II.t.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família pela compreensão durante todos os momentos em que não pude estar presente fazendo-os companhia. À minha namorada Mariana Peres Ciriano por sua compreensão e ajuda na edição do trabalho, e também por me incentivar sempre com seu carinho e amizade.

Ao meu orientador Prof. Dr. Cláudio Barbieri da Cunha por seu inestimável apoio e pela orientação sempre firme e justa.

Ao amigo e mentor Eng. José Guilherme Whitaker Ribeiro pelas sugestões críticas durante a elaboração desta dissertação e pelo incentivo em minha carreira profissional.

Ao Cel. Luiz Carlos Wilke, por incentivar o trabalho, e por tornar viável o estudo de caso, oferecendo as instalações do Sistema de Atendimento Móvel Pré-Hospitalar de Urgência do Município de São Paulo como laboratório de testes.

E a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

Sistemas de atendimento emergencial estão presentes nos grandes centros urbanos de todo o mundo. Sua finalidade é fornecer socorro a indivíduos acidentados, catástrofes e pessoas com problemas de saúde de maneira ágil e eficaz. Assim, uma característica importante desses sistemas é a prontidão dos recursos e o planejamento da malha de atendimento, definida pelas localizações das bases de veículos e pelas viaturas de atendimento.

A operação desses sistemas é ainda mais crítica em grandes centros urbanos, nos quais as condições de trânsito e os padrões de variação da demanda por atendimento emergencial inserem um grau de complexidade extra ao problema. Desta forma, um mapa de localização de bases e viaturas eficientemente elaborado é crítico para o desempenho do sistema como um todo.

Como no Brasil existe uma lacuna entre os mecanismos de planejamento dessas malhas de atendimento e as teorias de localização de instalações, observa-se que os métodos atualmente utilizados para a localização das bases e veículos, bem como para o dimensionamento desses serviços, dependem da percepção e da experiência dos gestores responsáveis.

Este trabalho visa tratar esse problema de estruturação das malhas de atendimento quanto à localização e alocação dos recursos chave (bases e viaturas) utilizando ferramentas e modelos matemáticos, de modo a propor uma formalização de todo o processo de planejamento.

São revisados diversos modelos de localização de instalações e veículos de emergência e com base nas características dos grandes centros urbanos, propõe-se uma formulação matemática para o problema. Uma vez que esse modelo recai num problema de complexidade não polinomial, também é proposto um método de solução baseado no comportamento de colônias de abelhas na busca de alimentos. O método de soluções proposto é aplicado ao Serviço de Atendimento Móvel Pré-hospitalar de Urgência do Município de São Paulo em um estudo de caso.

ABSTRACT

Emergency systems are present in most of the large urban centers around the world. Its main goal is to provide assistance to victims of accidents, catastrophic events and general health issues in a quick and effective way. Therefore, a major characteristic of such systems is their resources readiness and a well-structured service network consisted basically by their emergency sites and ambulances.

Operation of these systems is even more critical in large cities, in which the traffic conditions and the shifting pattern of demand along the day impose an extra complexity to the problem. Thus, an efficiently defined location/allocation map is crucial for the systems performance.

In Brazil however, there is a gap between the processes, by which these maps are obtained, and the facility location theories. Besides that, the methods currently applied to achieve a location/allocation map strongly depend on the perception and experience of decision makers.

This work aims to deal with this planning problem by tackling the question with mathematical tools and models, resulting in a formal procedure for future emergency service network planning.

A review of theories and mathematical models regarding emergency siting models is presented, and based on the large cities main characteristics, a model is proposed. Also, once this problem leads to a problem with non-polynomial complexity, a meta-heuristic was developed based on the behavior of foraging bees. This proposed solution method is also applied in a case study in São Paulo's Ambulance Service System (Serviço de Atendimento Móvel Pré-hospitalar de Urgência do Município de São Paulo).

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1.	Motivação e justificativa	1
1.2.	Objetivo	4
1.3.	Estrutura da dissertação	5
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	6
2.1.	Problemas de localização de ambulâncias.....	6
2.1.1.	Modelos iniciais.....	8
2.1.2.	Modelos determinísticos.....	12
2.1.3.	Modelos probabilísticos	22
2.1.4.	Modelos dinâmicos	58
2.2.	Algoritmo de colônia artificial de abelhas.....	65
2.2.1.	Definições do algoritmo de Colônia Artificial de Abelhas	68
2.2.2.	Aplicações e variações	75
3.	CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO E ALOCAÇÃO DE AMBULÂNCIAS.....	77
3.1.	Sistemas de ambulâncias.....	77
3.2.	O problema de localização, alocação e realocação de ambulâncias	84
4.	MÉTODO DE SOLUÇÃO	96
4.1.	Visão geral e decomposição do problema.....	97
4.2.	Método para solução do subproblema de localização e alocação em múltiplos períodos.....	100
4.2.1.	Estrutura de dados.....	104
4.2.2.	Soluções iniciais – Abelhas exploradoras.....	105
4.2.3.	Função aptidão	109
4.2.4.	Busca local – Abelhas trabalhadoras e oportunistas	111
4.2.5.	Sorteio de soluções – Abelhas oportunistas.....	114

4.2.6.	Conversão entre abelhas exploradoras e trabalhadoras.....	115
4.2.7.	Regra de aleatoriedade do algoritmo.....	115
4.2.8.	Algoritmo de colônia artificial de abelhas.....	117
4.3.	Método para a solução do subproblema de realocação de ambulâncias	119
4.4.	Integração entre os métodos de solução dos subproblemas P^L e P^R	124
4.5.	Métodos de solução para comparação do desempenho do algoritmo	125
5.	TESTES COMPUTACIONAIS	127
5.1.	Descrição dos conjuntos de dados e dos testes.....	127
5.2.	Testes de parametrização.....	132
5.2.1.	Determinação do parâmetro P	135
5.2.2.	Determinação do parâmetro <i>limit</i>	135
5.2.3.	Determinação do parâmetro <i>MCN</i>	136
5.2.4.	Determinação do parâmetro $p_{aleatorio}$	138
5.2.5.	Determinação do parâmetro n_{tent}	138
5.2.6.	Parâmetros resultantes	139
5.3.	Testes de desempenho	140
5.4.	Considerações finais	156
6.	ESTUDO DE CASO	158
6.1.	O SAMU do município de São Paulo.....	158
6.2.	Construção da base de dados	161
6.3.	Avaliação preliminar do sistema atual.....	167
6.4.	Descrição testes do estudo de caso.....	171
6.5.	Resultados dos testes do estudo de caso	173
6.5.1.	Tempo de cobertura de 15 minutos	173
6.5.2.	Tempo de cobertura de 10 minutos	179
6.5.3.	Tempo de cobertura igual a 5 minutos	184

6.6.	Exemplo de planejamento da malha de atendimento	185
6.7.	Considerações finais	189
7.	CONCLUSÕES	192
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	197
	ANEXO A. DOCUMENTOS COMPONENTES DO REGISTRO DE UMA OCORRÊNCIA ..	203
	ANEXO B. RESULTADOS DOS TESTES DE PARAMETRIZAÇÃO	209
	ANEXO C. RESULTADOS DOS TESTES DE DESEMPENHO	217
	ANEXO D. TABELAS DE RESULTADOS DO ESTUDO DE CASO	239
	ANEXO E. EXEMPLO DE PLANEJAMENTO	248

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Comportamento dos ganhos de cobertura para um ponto genérico i.....	25
Figura 2.2 – Fluxograma da aplicação do MEXCLP realizada em Bangkok.....	25
Figura 2.3 – Sistema de filas para um ponto i do TTM.....	51
Figura 2.4 – Probabilidades de equilíbrio do TTM	52
Figura 2.5 – Ilustração do algoritmo de colônia artificial de abelhas.....	70
Figura 2.6 – Pseudocódigo genérico do algoritmo de colônia artificial de abelhas	73
Figura 2.7 – Fluxograma de funcionamento do algoritmo de colônia artificial de abelhas	74
Figura 3.1 – Fluxograma de um sistema de ambulâncias generic.....	81
Figura 3.2 – Ilustração da variação dos tempos de deslocamento	86
Figura 4.1 – Representação simbólica de uma abelha	105
Figura 4.2 – Pseudocódigo do procedimento LOCALIZA_BASES.....	107
Figura 4.3 – Pseudocódigo do procedimento ALOCA_AMBULANCIAS	110
Figura 4.4 – Pseudocódigo do procedimento INICIA_SOLUCOES	111
Figura 4.5 – Pseudocódigo do procedimento de BUSCA_LOCAL	114
Figura 4.6 – Pseudocódigo do procedimento REGRA_DE_ALEATORIEDADE.....	116
Figura 4.7 – Pseudocódigo do algoritmo ABC.....	118
Figura 4.8 – Representação de um grafo genérico do problema de transporte	121
Figura 4.9 – Pseudocódigo para o procedimento ALGORITMO_TRANSPORTE.....	124
Figura 5.1 – Ilustração da composição dos conjuntos de dados.....	129
Figura 5.2 – Evolução da solução considerando MCN igual a 10000	137
Figura 5.3 – Comportamento do Gap de Otimalidade frente à variação da quantidade de períodos ..	153
Figura 5.4 – Comportamento do Tempo total de processamento do Algoritmo com Colônia de Abelhas frente à variação da quantidade de períodos.....	154
Figura 5.5 – Comportamento do Tempo total de processamento do Método Exato Decomposto frente à variação da quantidade de períodos.....	156
Figura 6.1 – Área atendida pelo SAMU SP	Error! Bookmark not defined.
Figura 6.2 – Imagem de uma base modular de ambulâncias	160
Figura 6.3 – Imagem de uma viatura do SAMU SP	160

Figura 6.4 – Ilustração do processo atual de posicionamento de bases e ambulâncias do SAMU SP ..	161
Figura 6.5 – Avaliação preliminar da configuração atual de bases do SAMU SP	170
Figura 6.6 – Avaliação preliminar de uma configuração alternativa de bases do SAMU SP	171
Figura 6.7 – Resultados do estudo de caso considerando testes não livres para um tempo de cobertura igual a 15 minutos e um tempo de atendimento de duas horas	174
Figura 6.8 – Resultados do estudo de caso considerando testes livres para um tempo de cobertura igual a 15 minutos e um tempo de atendimento de duas horas	175
Figura 6.9 – Resultados do estudo de caso considerando testes não livres para um tempo de cobertura igual a 15 minutos e um tempo de atendimento de três horas.....	176
Figura 6.10 – Resultados do estudo de caso considerando testes livres para um tempo de cobertura igual a 15 minutos e um tempo de atendimento de três horas.....	177
Figura 6.11 – Resultados do estudo de caso considerando testes não livres para um tempo de cobertura igual a 15 minutos e um tempo de atendimento de quatro horas	178
Figura 6.12 – Resultados do estudo de caso considerando testes livres para um tempo de cobertura igual a 15 minutos e um tempo de atendimento de quatro horas	178
Figura 6.13 – Resultados do estudo de caso considerando testes não livres para um tempo de cobertura igual a 10 minutos e um tempo de atendimento de duas horas	180
Figura 6.14 – Resultados do estudo de caso considerando testes livres para um tempo de cobertura igual a 10 minutos e um tempo de atendimento de duas horas	180
Figura 6.15 – Resultados do estudo de caso considerando testes não livres para um tempo de cobertura igual a 10 minutos e um tempo de atendimento de três horas	181
Figura 6.16 – Resultados do estudo de caso considerando testes livres para um tempo de cobertura igual a 10 minutos e um tempo de atendimento de três horas.....	182
Figura 6.17 – Resultados do estudo de caso considerando testes não livres para um tempo de cobertura igual a 10 minutos e um tempo de atendimento de quatro horas	182
Figura 6.18 – Resultados do estudo de caso considerando testes livres para um tempo de cobertura igual a 10 minutos e um tempo de atendimento de quatro horas.....	183
Figura 6.19 – Diminuição de cobertura esperada frente ao aumento do tempo de atendimento para o caso de testes não livres e tempo de cobertura igual a 10 minutos.....	184
Figura 6.20 – Resultados do estudo de caso considerando um tempo de cobertura de 5 minutos e todos os distritos com bases.....	185
Figura A.1 – Ficha de registro do início do atendimento telefônico	203
Figura A.2 – Ficha de registro e instruções dadas ao solicitante logo após o despacho de uma ambulância	204
Figura A.3 – Ficha de registro e instruções passadas para o solicitante antes da chegada da ambulância	205
Figura A.4 – Ficha de registro do atendimento de viatura avançada – página 1.....	206

Figura A.5 – Ficha de registro do atendimento de viatura avançada – página 2.....	207
Figura A.6 - Ficha de registro do atendimento de viatura básica.....	208
Figura B.1 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100	209
Figura B.2 – Testes de parametrização - P=30, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100	209
Figura B.3 – Testes de parametrização - P=40, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100	210
Figura B.4 – Testes de parametrização - P=50, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100	210
Figura B.5 – Testes de parametrização - P=20, limit=50, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100	211
Figura B.6 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100	211
Figura B.7 – Testes de parametrização - P=20, limit=500, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100	212
Figura B.8 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=1000, p_aleatorio=20% e n_tent=100	212
Figura B.9 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100	213
Figura B.10 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=10000, p_aleatorio=20% e n_tent=100.....	213
Figura B.11 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100	214
Figura B.12 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=40% e n_tent=100	214
Figura B.13 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=60% e n_tent=100	215
Figura B.14 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100	215
Figura B.15 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=500	216
Figura B.16 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=1000.....	216
Figura C.1 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 300_70_80-4_40-8_150_0	217
Figura C.2 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 300_70_80-4_40-8_150_1	217

Figura C.3 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 300_70_80-4_40-8_3_0.....	218
Figura C.4 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 300_70_80-4_40-8_3_1.....	218
Figura C.5 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 200_50_80-4_40-8_150_0.....	219
Figura C.6 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 200_50_80-4_40-8_150_1.....	219
Figura C.7 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 200_50_80-4_40-8_3_0.....	220
Figura C.8 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 200_50_80-4_40-8_3_1.....	220
Figura C.9 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 150_50_80-4_40-8_150_0.....	221
Figura C.10 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 150_50_80-4_40-8_150_1.....	221
Figura C.11 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 150_50_80-4_40-8_3_0.....	222
Figura C.12 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 150_50_80-4_40-8_3_1.....	222
Figura C.13 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 100_30_30-4_15-8_150_0.....	223
Figura C.14 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 100_30_30-4_15-8_150_1.....	223
Figura C.15 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 100_30_30-4_15-8_3_0.....	224
Figura C.16 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 100_30_30-4_15-8_3_1.....	224
Figura C.17 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 50_30_30-4_15-8_150_0.....	225
Figura C.18 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 50_30_30-4_15-8_150_1.....	225
Figura C.19 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 50_30_30-4_15-8_3_0.....	226
Figura C.20 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 50_30_30-4_15-8_3_1.....	226
Figura C. 21 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 25_15_20-4_10-8_150_0.....	227

Figura C.22 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 25_15_20-4_10-8_150_1	227
Figura C.23 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 25_15_20-4_10-8_3_0.....	228
Figura C.24 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 25_15_20-4_10-8_3_1.....	228
Figura C.25 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-1-100_30_30-4_15-8_150_0	229
Figura C.26 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-1-100_30_30-4_15-8_150_1	229
Figura C.27 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-1-100_30_30-4_15-8_3_0	230
Figura C.28 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-1-100_30_30-4_15-8_3_1	230
Figura C.29 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-2-100_30_30-4_15-8_150_0	231
Figura C.30 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-2-100_30_30-4_15-8_150_1	231
Figura C.31 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-2-100_30_30-4_15-8_3_0	232
Figura C.32 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-2-100_30_30-4_15-8_3_1	232
Figura C.33 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-3-100_30_30-4_15-8_150_0	233
Figura C.34 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-3-100_30_30-4_15-8_150_1	233
Figura C.35 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-3-100_30_30-4_15-8_3_0	234
Figura C.36 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-3-100_30_30-4_15-8_3_1	234
Figura C.37 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-4-100_30_30-4_15-8_150_0	235
Figura C.38 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-4-100_30_30-4_15-8_150_1	235
Figura C.39 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-4-100_30_30-4_15-8_3_0	236
Figura C.40 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-4-100_30_30-4_15-8_3_1	236

Figura C.41 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-5-100_30_30-4_15-8_150_0	237
Figura C.42 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-5-100_30_30-4_15-8_150_1	237
Figura C.43 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-5-100_30_30-4_15-8_3_0	238
Figura C.44 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-5-100_30_30-4_15-8_3_1	238

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Conjuntos de dados para teste de desempenho	130
Tabela 5.2 – Conjuntos de dados para teste de desempenho específicos da variação da quantidade de períodos.....	132
Tabela 5.3 – Conjuntos de parâmetros para teste.....	134
Tabela 5.4 – Resultados da parametrização – Tamanho da população.....	135
Tabela 5.5 – Resultados da parametrização – Limite de buscas sem melhoria	136
Tabela 5.6 – Resultados da parametrização – Número de ciclos	137
Tabela 5.7 – Resultados da parametrização – Percentual de bases localizadas aleatoriamente no procedimento LOCALIZA_BASES.....	138
Tabela 5.8 – Resultados da parametrização – Número de tentativas de busca de solução viável no procedimento BUSCA_LOCAL.....	138
Tabela 5.9 – Parâmetros selecionados para o Algoritmo com Colônia de Abelhas.....	139
Tabela 5.10 – Resultados do conjunto de dados utilizado na parametrização com o conjunto de parâmetros selecionados	139
Tabela 5.11 – Resultados dos conjuntos de dados em relação a cobertura encontrada.....	141
Tabela 5.12 – Resultados dos conjuntos de dados comparados com métodos exatos	143
Tabela 5.13 – Resultados dos conjuntos de dados com relação ao tempo efetivo de solução	146
Tabela 5.14 – Resultados dos conjuntos de dados com relação ao tempo total de solução.....	147
Tabela 5.15 – Resultados dos conjuntos de dados com relação ao tempo total de solução comparados com métodos exatos.....	148
Tabela 5.16 – Resultados dos conjuntos de dados com relação à cobertura esperada para os testes de variação da quantidade de períodos.....	151
Tabela 5.17 – Resultados médios dos conjuntos de dados com relação à cobertura esperada para os testes de variação da quantidade de períodos em comparação com os outros métodos	152
Tabela 5.18 –Tempo total de processamento para cada um dos conjuntos de dados de estudo da variação da quantidade de períodos.....	154
Tabela 5.19 –Tempo total de processamento para cada um dos conjuntos de dados de estudo da variação da quantidade de períodos considerando métodos exatos.	155
Tabela 6.1 – Crescimento do SAMU SP.....	159
Tabela 6.2 - Distritos administrativos considerados no estudo de caso do município de São Paulo...	162
Tabela 6.3 – Períodos de tempo do estudo de caso do município de São Paulo.....	163
Tabela 6.4 – Levantamento dos distritos cobertos por bases fixas.....	165

Tabela 6.5 – Levantamento de distritos cobertos por bases.....	166
Tabela 6.6 – Fatores de multiplicação da matriz básica de tempos de transporte	167
Tabela 6.7 – Levantamento das maiores mínimas distâncias entre os distritos e uma base da configuração atual.....	168
Tabela 6.8 – Distritos que devem conter bases no exemplo de planejamento	186
Tabela 6.9 – Parte da matriz de realocação do período 2 com a realocação entre os distritos 24 a 31	187
Tabela 6.10 – Alocação de ambulâncias no distrito de São Rafael.....	188
Tabela 6.11 – Vizinhança do distrito de Vila Mariana ao longo do tempo	189
Tabela D.1 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 2h – Tempo de cobertura = 15min	239
Tabela D.2 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 3h – Tempo de cobertura = 15min	239
Tabela D.3 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 4h – Tempo de cobertura = 15min	240
Tabela D.4 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 2h – Tempo de cobertura = 15min	240
Tabela D.5 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 3h – Tempo de cobertura = 15min	241
Tabela D.6 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 4h – Tempo de cobertura = 15min	241
Tabela D.7 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 2h – Tempo de cobertura = 10min	242
Tabela D.8 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 3h – Tempo de cobertura = 10min	242
Tabela D.9 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 4h – Tempo de cobertura = 10min	243
Tabela D.10 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 2h – Tempo de cobertura = 10min	243
Tabela D.11 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 3h – Tempo de cobertura = 10min	244
Tabela D.12 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 4h – Tempo de cobertura = 10min	244
Tabela D.13 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 2h – Tempo de cobertura = 5min	245
Tabela D.14 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 3h – Tempo de cobertura = 5min	245

Tabela D.15 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 4h – Tempo de cobertura = 5min	246
Tabela D.16 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 2h – Tempo de cobertura = 5min	246
Tabela D.17 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 3h – Tempo de cobertura = 5min	247
Tabela D.18 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 4h – Tempo de cobertura = 5min	247
Tabela E.1 – Exemplo de planejamento para o SAMU SP – Parte 1	249
Tabela E.2 – Exemplo de planejamento para o SAMU SP – Parte 2	250

1. INTRODUÇÃO

Esta dissertação trata do desenvolvimento de uma meta-heurística baseada no algoritmo de colônia artificial de abelhas, tendo em vista a solução do problema de localização de bases de ambulâncias, alocação de veículos em múltiplos períodos a essas bases, e posterior realocação dos mesmos nos períodos subsequentes.

1.1. Motivação e justificativa

O serviço de atendimento móvel pré-hospitalar de emergência compreende o tratamento e o transporte de pacientes sujeitos a acidentes, traumas e condições que põem em risco vidas humanas. Sua finalidade é maximizar a probabilidade de sobrevivência dos socorridos, desde o acontecimento da situação de risco até a entrada do paciente a uma unidade de saúde especializada. Todo o trabalho é realizado por veículos de transporte e suporte à vida, sendo os mais comuns às ambulâncias, embora outros veículos, como motocicletas e helicópteros, podem também ser utilizados. Tais veículos atuam como unidades de tratamento móvel que são providas de equipes médicas, medicamentos e equipamentos médicos para o atendimento dos pacientes.

A probabilidade de sobrevivência dos pacientes está ligada à natureza e gravidade de uma determinada ocorrência, à rapidez com que a equipe de resgate chega ao local e inicia o atendimento e ao preparo do sistema de atendimento para receber o paciente em termos da disponibilidade de insumos médicos e capacitação das equipes. A natureza das ocorrências é um fator fora do controle dos planejadores do sistema de atendimento de urgência; os diversos tipos de emergência e a distribuição de probabilidade de cada um deles são considerados parâmetros de entrada para os gestores de sistemas de ambulâncias. O preparo refere-se à capacitação dos colaboradores que operam esse tipo de serviço, médicos, enfermeiros, paramédicos e outros profissionais de saúde; e também à adequação dos insumos e equipamentos disponíveis para as equipes de atendimento; medicamentos, equipamentos médicos e veículos. A prontidão trata das condições operacionais que visam minimizar o tempo de resposta às ocorrências.

O tempo de resposta, por sua vez, compreende o tempo entre a notificação de algum tipo de ocorrência e a chegada de uma equipe de resgate ao respectivo local por uma unidade de atendimento. Esse tempo é fortemente afetado pela disposição geográfica das bases de veículos e a alocação desses veículos às bases. Assim, o mapa de localização e alocação afeta diretamente a probabilidade de sobrevivência dos usuários do serviço.

Tradicionalmente, no Brasil, o serviço de atendimento móvel pré-hospitalar de urgência é de responsabilidade de cada município, o que inclui planejamento, operação e aprimoramento de seu próprio sistema. Os principais componentes de custo de operação do sistema são as viaturas e tudo o que é ligado a elas, equipes, insumos e equipamentos médicos, e o correto dimensionamento e projeto do sistema são atividades que condicionam o sucesso dessa operação. Sendo um serviço público que trata de vidas humanas, é desejável que os recursos destinados a esse sistema sejam empregados da melhor forma possível.

Essa situação motiva o presente trabalho, que objetiva desenvolver uma ferramenta de planejamento para os gestores de serviços de atendimento móvel pré-hospitalar de urgência, no que se refere à localização de bases e à alocação de veículos. Essa ferramenta objetiva determinar os melhores mapas de localização dessas bases de veículos, e alocação dos mesmos a essas bases. Esse mapa de localização, também chamado de malha de atendimento, corresponde às melhores localizações de bases e viaturas em uma região geográfica, determinadas pela solução de um modelo matemático que maximiza a probabilidade de um determinado chamado ser atendido dentro de um tempo máximo pré-estabelecido.

Uma questão abordada pelos planejadores de sistemas de atendimento emergencial é com relação ao quanto investir em preparo, seja na compra de novos medicamentos, novos equipamentos ou na capacitação dos colaboradores; e quanto investir em prontidão, comprando novos veículos ou adquirindo novas tecnologias, como sistemas de comunicação mais eficientes ou sistemas de rastreamento de veículos; de maneira a melhorar o serviço prestado. O que ocorre muitas vezes é que os gestores públicos, almejando aumentar o desempenho de seu serviço, optam por adquirir mais veículos ou abrir mais bases pelo município, sem antes realizar uma análise

minuciosa com relação ao número de ambulâncias e sua disposição geográfica, sendo que não necessariamente a escassez desse recurso restringe o desempenho do sistema, que pode estar ligado a ineficiências operacionais, tais como: falta de comunicação entre bases e viaturas, ineficiência nos hospitais para receberem os pacientes, etc. Essa situação acaba gerando um mau aproveitamento do orçamento e impele dificuldades gerenciais na medida em que o número de veículos cresce.

Os problemas de localização são clássicos na literatura; e problemas de localização de bases de veículos aparecem em inúmeras situações no estudo da logística. Esses problemas, frequentemente remetem a formulações matemáticas cujas soluções apresentam complexidade não polinomial, sendo impraticável encontrar soluções ótimas para instâncias reais utilizando técnicas de otimização convencionais. Neste caso, procedimentos heurísticos podem ser utilizados para encontrar boas soluções para os problemas de localização com esforço computacional aceitável.

Logo, a motivação desse trabalho decorre da necessidade de uma melhoria no processo de planejamento e estruturação de malhas municipais de atendimento móvel pré-hospitalar de urgência.

A justificativa da pesquisa advém da constatação, percebida ao se travar um maior conhecimento sobre o tema, de haver uma considerável distância entre os desenvolvimentos teóricos relativos ao problema, e as ferramentas práticas utilizadas no planejamento de serviços de emergência.

Espera-se que com os resultados da pesquisa os gestores públicos responsáveis por serviços de atendimento de emergência, no âmbito municipal, consigam localizar bases e alocar viaturas de maneira a maximizar a prontidão de seus sistemas.

Os sistemas de atendimento de urgência no Brasil lidam com características como: escassez de recursos para aquisição de viaturas, padrões de demanda altamente variáveis durante o ciclo de operação, tempos de deslocamento entre pontos da malha de atendimento muito variável devido às questões de tráfego e congestionamento. Os modelos matemáticos encontrados na literatura contêm características singulares na formulação do problema de localização e alocação de

ambulâncias sendo que alguns modelos consideram a estocasticidade do processo de atendimento de urgência, outros consideram a formação de ciclos de operação compostos por mapas de localização em períodos subsequentes, outros consideram a necessidade de coberturas múltiplas para os pontos de demanda, dentre outras características. O presente trabalho se justifica também pela proposição de uma formulação que contemple as características que melhor correspondam ao problema brasileiro de sistemas de atendimento de urgência.

1.2. Objetivo

Os objetivos desta presente pesquisa são:

- Propor uma formulação matemática para problema de localização de bases de ambulâncias, alocação de veículos a essas bases e realocação desses veículos entre períodos subsequentes, que considere o aspecto dinâmico da demanda e dos tempos de deslocamento durante o ciclo de operação, através de uma busca na literatura de modelos matemáticos que tratam do tema.
- Desenvolver uma heurística de solução que permita a solução de instâncias reais de problemas de localização de ambulâncias, comparando os resultados obtidos em instâncias de teste. A heurística proposta baseia-se em um algoritmo de *Swarm Optimization*, que é uma classe de heurísticas inspiradas no comportamento de sociedades animais que vem mostrando resultados promissores em problemas de natureza altamente combinatória.
- Efetuar experimentos computacionais para avaliar o desempenho da heurística proposta considerando diversas configurações de parâmetros e diferentes conjuntos de dados com características distintas, comparando-a com outros métodos de solução.
- Realizar um estudo de caso num sistema de atendimento de emergência e comparação do desempenho do algoritmo gerado em relação às técnicas convencionais de otimização.

1.3. Estrutura da dissertação

O trabalho está estruturado em seis capítulos, sendo o primeiro capítulo de Introdução, que descreve em linhas gerais os fatores que motivaram a pesquisa bem como os objetivos esperados.

No segundo capítulo a fundamentação teórica para o desenvolvimento da pesquisa é apresentada. A revisão bibliográfica percorre dois grandes temas, um deles faz referência aos problemas e modelos de localização de instalações e veículos de emergência encontrados na literatura. Outro tema abordado na revisão bibliográfica são heurísticas de solução de problemas de complexidade não polinomial. O assunto relativo a algoritmos e heurísticas de solução é extenso e a revisão procura apenas descrever em linhas gerais os conceitos dos algoritmos de *Swarm Optimization* e os principais algoritmos dessa categoria.

O terceiro capítulo apresenta a caracterização do problema que será alvo do algoritmo desenvolvido nessa pesquisa. Um dos temas discutidos no capítulo é o funcionamento geral dos serviços de ambulâncias. Outro tema discutido é a definição formal do problema abordado e sua respectiva formulação matemática.

O quarto capítulo descreve o método de solução desenvolvido. As rotinas são explicitadas e o algoritmo geral é apresentado. São descritos também os métodos de solução que serão utilizados para comparação de desempenho da heurística proposta.

Os testes computacionais são apresentados no capítulo cinco, onde o algoritmo é testado em instâncias geradas especificamente para a análise de desempenho. São feitas também comparações com outros métodos de solução.

O sexto capítulo expõe os resultados decorrentes de um estudo de caso do serviço de atendimento móvel pré-hospitalar de urgência da cidade de São Paulo.

O sétimo e último capítulo apresenta as conclusões da pesquisa bem como futuros desdobramentos do tema.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica abrange dois grandes temas: problemas de localização de instalações e veículos de emergência; e um algoritmo pertencente ao grupo de algoritmos de *Swarm Optimization*, o algoritmo *Artificial Bee Colony Algorithm* (ABC).

2.1. Problemas de localização de bases e veículos emergenciais

Os problemas de localização de instalações e veículos para atendimento de emergências ocorrem em muitos casos práticos, por exemplo: localização de veículos do corpo de bombeiros, veículos de apoio mecânico, veículos de suporte medico e embarcações para atendimento de acidentes marítimos (MEDINA, 1996).

Sendo assim, podem ser encontradas inúmeras referências para esse tipo de problema, contudo, para esta dissertação, foram selecionadas aquelas que de alguma forma continham uma abordagem de modelagem matemática para o problema.

Os problemas de localização de bases e ambulâncias, em geral, são definidos em grafos não direcionados com pontos de demanda e pontos candidatos a receberem bases ou viaturas (DASKIN, 1995). Nos casos reais a demanda por serviços de atendimento de emergência é distribuída geograficamente por municípios ou pela região coberta pelo sistema. Na resolução de problemas de localização de bases e ambulâncias o que geralmente se faz é determinar o nível de agregação de demandas que se deseja (por distritos, por bairros ou por zonas eleitorais, por exemplo) e acumular a demanda de cada subdivisão num único ponto, sendo esse ponto tratado matematicamente no grafo de cada problema.

Na definição de problemas de localização de bases de veículos de emergência, diz-se que determinado ponto de demanda é coberto se ele pode ser atendido em um intervalo de tempo máximo pré-estabelecido. Segundo Rajagopalan *et al.* (2008), essa noção de cobertura é amplamente aceita e inclusive utilizada como meio de definição de níveis de serviço. Quanto à demanda dos pontos, em geral ela é definida como um número de ocorrências. Alguns autores definem a demanda como um número de ocorrências médio, tomado num horizonte de tempo suficientemente grande, outros ainda definem a demanda como o número de ocorrências computado no período de

operação anterior ao da análise que está sendo feita, por exemplo, num determinado ano, a demanda de cada ponto considerada no problema é a demanda de cada ponto acumulada no ano anterior.

O problema de localização de ambulâncias é um caso mais simples do problema tratado neste trabalho. Esse problema considera um conjunto de pontos de demanda e um conjunto de pontos candidatos dispostos num grafo. Cada arco do grafo entre quaisquer pontos i e j representa o tempo de deslocamento entre esses pontos. Os dois primeiros trabalhos encontrados na literatura foram propostos por Toregas *et al.* (1971) e Church e ReVelle (1974). Nos dois trabalhos, analogamente ao exposto por Rajagopalan *et al.* (2008), define-se um tempo máximo de atendimento S , acima do qual uma viatura localizada num ponto candidato j não consegue cobrir um ponto de demanda i adequadamente. Em Toregas *et al.* (1971) o problema é definido como: encontrar o menor número possível de viaturas necessário para que todos os pontos de demanda sejam cobertos. Em Church e ReVelle (1974) o problema é definido como: dado um número p de viaturas, maximizar o número de pontos cobertos. Todo o desenvolvimento posterior dos modelos para o problema de localização de ambulâncias foi baseado nessas duas definições. Uma característica da definição proposta por Toregas *et al.* (1971) é que, em geral, resultava num número muito grande de viaturas, o que do ponto de vista prático é inviável, dadas as restrições orçamentárias dos sistemas de ambulâncias. A definição proposta por Church e ReVelle (1974) é mais condizente com as restrições enfrentadas pelos planejadores dos sistemas de ambulância, e como consequência, os modelos posteriormente desenvolvidos aderem mais a essa segunda vertente de modelagem. Como apontado por Brotcorne *et al.* (2003), esses modelos matemáticos mais antigos, propostos para o problema de localização de viaturas de emergência consideram definições muito restritas e genéricas para o problema. Esses dois modelos foram aprimorados, resultando em modelos determinísticos que consideravam aspectos mais realistas do problema, como por exemplo, o fato da localização de bases ser independente da localização de viaturas, ou o fato de existirem diferentes tipos de veículos com tempos máximos de atendimento distintos; alguns modelos ainda introduziram o conceito de cobertura múltipla que define um ponto de demanda como atendido, se ele é coberto por mais de uma viatura.

Com o decorrer das pesquisas acerca do tema, modelos ainda mais sofisticados foram criados para considerar características mais estocásticas do problema, como por exemplo, a possibilidade de não haverem ambulâncias disponíveis em um determinado tempo máximo para que certo ponto de demanda seja atendido. Esses modelos utilizam técnicas de modelagem mais sofisticadas, como a consideração de ambulâncias operando como servidores em um sistema de filas e de resultados da Teoria das Filas. Modelos que incorporam essas características de estocasticidade compõem uma classe de modelos probabilísticos.

Nos últimos anos, seguindo o desenvolvimento de algoritmos de solução mais eficientes, características dinâmicas do problema foram incorporadas nos modelos matemáticos, como a variação da demanda durante um ciclo de operação do sistema, ou a variação nos tempos de deslocamento entre pontos durante o ciclo de operação, entre outros. Esses modelos mais recentes, seguindo a nomenclatura dada por Brotcorne *et al.* (2003), são os modelos dinâmicos do problema. Esses modelos resultam em planos de localização e alocação ao longo do ciclo de operação de um sistema de ambulâncias.

No decorrer da seção, os modelos levantados na revisão bibliográfica são apresentados quanto a seus conceitos e características. Para uma melhor compreensão da contribuição de cada um desses modelos, eles foram divididos em: modelos iniciais, modelos determinísticos, modelos probabilísticos e modelos dinâmicos. Os modelos e suas variáveis de decisão serão apresentados agrupados para melhor organização do trabalho.

2.1.1. Modelos iniciais

Os modelos iniciais, que datam do início da década de 1970, apresentam uma definição determinística e estática da demanda por serviços emergenciais, assumem apenas um período de planejamento e consideram um ponto coberto apenas no caso em que uma instalação esteja posicionada a menos de um determinado tempo máximo de resposta. O modelo mais antigo relacionado a problemas de localização de ambulâncias é o *Location Set Covering Model* (LSCM) (TOREGAS *et al.*, 1971). Sua formulação considera um conjunto de pontos de demanda V e um conjunto de pontos

candidatos a receberem instalações de emergência W , que configuram um grafo não direcionado G com arcos ligando pontos de demanda a locais candidatos. É importante notar que esse modelo trata da localização de instalações de emergência não distinguindo entre viaturas e bases.

Cada arco do grafo liga um ponto de demanda a um local candidato, e possui um custo associado que representa o tempo de deslocamento entre aquele ponto de demanda e o local candidato, em outras palavras, cada arco é caracterizado por um custo t_{ij} tal que, seja $i \in V$ e $j \in W$, t_{ij} é o menor tempo de deslocamento entre os pontos i e j . Define-se um tempo máximo de cobertura r e considera-se que o ponto i é coberto por uma unidade posicionada em j se e somente se $t_{ij} \leq r$, onde r define o nível de serviço em termos de tempo máximo de atendimento.

Define-se também W_i como o conjunto de pontos candidatos que estão a um tempo de deslocamento menor ou igual a r em relação ao ponto de demanda i ; em outras palavras, W_i é o conjunto de pontos $j \in W$ tal que $t_{ij} \leq r$.

A formulação define as variáveis de decisão x_j como variáveis binárias iguais a um se o ponto j recebe uma instalação, e zero caso contrário. Assim a formulação matemática do LSCM é dada por:

<i>Location Set Covering Model (LSCM)</i>	
$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se posiciona - se uma instalação no pontocandidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	(2.1)
$[\min] \sum_{j \in W} x_j$	(2.2)
Sujeito a:	
$\sum_{j \in W_i} x_j \geq 1, \forall i \in V$	(2.3)
$x_j \in \{0,1\}, \forall j \in W$	(2.4)

As variáveis de decisão são definidas em (2.1). A função objetivo (2.2) procura minimizar o número de bases necessárias para que sejam cobertos todos os pontos

de demanda. As restrições (2.3) garantem que todos os pontos de demanda sejam atendidos e as equações (2.4) definem o espaço de solução.

A solução desse problema de programação linear inteira resulta no número mínimo de instalações necessárias para que sejam cobertos todos os pontos de demanda. Isso, apesar de desejável, na maioria das vezes é inviável, devido a restrições orçamentárias do sistema de ambulâncias. Além disso, o modelo desconsidera uma característica básica do problema: uma vez que uma ambulância de uma determinada base é designada para atender um chamado a instalação deixa de cobrir uma série de pontos.

Do ponto de vista dos planejadores de sistemas de ambulâncias, a quantidade de recursos é limitada e um parâmetro do problema. Seguindo essa ideia, uma alternativa para a formulação foi proposta por Church e ReVelle (1974). A nova formulação é chamada de *Maximal Covering Location Problem* (MCLP). Assim, como o LSCM, o MCLP também é definido num grafo não orientado G . Cada ponto de demanda $i \in D$ possui uma demanda d_i que expressa a quantidade esperada de ocorrências no ponto. Para cada ponto i define-se também o subconjunto W_i , cuja definição é análoga ao do LSCM. Seja p o número de instalações que se deseja posicionar, o MCLP busca maximizar a demanda coberta por uma quantidade pré-definida de instalações. Utilizam-se as variáveis binárias de decisão x_j e y_i . A variável y_i recebe o valor um se, e somente se, o ponto i é coberto por pelo menos uma instalação, e zero caso contrário. A variável x_j recebe o valor um se, e somente se, posiciona-se uma instalação no ponto j . Assim o MCLP pode ser formulado.

Maximal Covering Location Problem (MCLP)

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto } i \text{ é coberto por pelo menos uma instalação} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.5)$$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se posiciona - se uma instalação no pontocandidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.6)$$

$$[\max] \sum_{i \in V} d_i \cdot y_i \quad (2.7)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq y_i, \forall i \in V \quad (2.8)$$

$$\sum_{j \in W} x_j = p \quad (2.9)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in W \quad (2.10)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \forall i \in V \quad (2.11)$$

As equações (2.5) e (2.6) definem as variáveis binárias de decisão. A função objetivo (2.7) busca maximizar a demanda atendida, sendo que cada termo $d_i y_i$ indica se a demanda do ponto i é coberta por pelo menos uma instalação ou não. As restrições (2.8) garantem que um ponto i só é considerado coberto se houver alguma instalação localizada em algum ponto candidato pertencente à W_i . A restrição (2.9) limita a quantidade total de bases. As equações (2.10) e (2.11) definem o espaço de busca.

Uma diferença básica entre os dois modelos é que o LSCP resulta no número de recursos (instalações) mínimo para cobrir todos os pontos, e o MCLP resulta na localização de um número pré-definido de instalações de maneira a maximizar a demanda coberta. Além disso, o MLCP introduz o conceito de demanda por serviços de atendimento de urgência. Todavia, os dois modelos não discriminam a localização de bases e de veículos, ponto importante sob o aspecto prático do problema.

Vale ressaltar que é possível a combinação entre os dois modelos para a solução de problemas de atendimento emergencial. Em Medina (1996) variações do LSCM e do MCLP foram combinadas num processo de dimensionamento de frota e maximização de cobertura para atendimento de emergências marítimas, com uma aplicação considerando a região produtora de petróleo de Bacia de Campos, no estado brasileiro do Rio de Janeiro. Primeiramente, a frota é dimensionada utilizando uma variação do modelo LSCM e em seguida as localizações das embarcações são definidas conforme uma variação do modelo MCLP. Essa abordagem combinada utilizou pontos fortes dos dois modelos fornecendo soluções de baixo custo, com cobertura adequada para atendimento desses acidentes.

2.1.2. Modelos determinísticos

A partir desses dois modelos iniciais muitos desdobramentos e novos modelos surgiram ao longo dos anos. As primeiras extensões do LSCP e do MCLP foram modelos que consideravam a localização de múltiplos tipos de veículos e bases. Em seguida, outros modelos determinísticos foram criados incorporando conceitos de cobertura múltipla, significando que um determinado ponto só é considerado coberto se um número pré-definido de veículos o atende em um tempo máximo de cobertura.

A primeira extensão foi proposta por Schilling *et al.* (1979) que desenvolveram uma modelagem para a localização de veículos de emergência de dois níveis: básicos e avançados. A formulação proposta pelos autores não distingue entre a localização das bases e a localização dos veículos em si. Nessa nova abordagem, a localização de bases e veículos é feita de maneira conjunta, de modo que se um determinado veículo é localizado num determinado ponto, decorre que lá deverá haver uma base para ele.

Dado um número de ambulâncias básicas p_B e um número de ambulâncias avançadas p_A que se desejam localizar, o modelo busca maximizar a demanda coberta, sendo que um ponto só é considerado coberto se assim o for por ambos os tipos de veículos. O trabalho de Schilling *et al.* (1979) estende a definição de raio de cobertura r e define dois novos parâmetros r_A e r_B . Nessa formulação diz-se que um ponto de demanda $i \in V$ é coberto por uma ambulância avançada posicionada numa base em $j \in W$ se $t_{ij} \leq r_A$, e de maneira análoga, o ponto $i \in V$ é coberto por uma ambulância básica posicionada em $j \in W$ se $t_{ij} \leq r_B$; t_{ij} é o tempo de deslocamento entre i e j . Define-se também, para cada ponto de demanda i os subconjuntos W_i^A e W_i^B : $W_i^A = \{j \in W \mid t_{ij} \leq r_A\}$ e $W_i^B = \{j \in W \mid t_{ij} \leq r_B\}$. O nome dado a essa nova formulação é *Tandem Equipment Allocation Model* (TEAM).

Tandem Equipment Allocation Model (TEAM)

$$x_j^A = \begin{cases} 1, & \text{se posiciona-se uma ambulância avançada no pontocandidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.12)$$

$$x_j^B = \begin{cases} 1, & \text{se posiciona - se uma ambulância básica no pontocandidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.13)$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto } i \text{ é coberto por ambos os tipos de ambulâncias} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.14)$$

$$[\max] \sum_{i \in V} d_i \cdot y_i \quad (2.15)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in W_i^A} x_j^A \geq y_i, \forall i \in V \quad (2.16)$$

$$\sum_{j \in W_i^B} x_j^B \geq y_i, \forall i \in V \quad (2.17)$$

$$\sum_{j \in W} x_j^A = p^A \quad (2.18)$$

$$\sum_{j \in W} x_j^B = p^B \quad (2.19)$$

$$x_j^A \leq x_j^B, j \in W \quad (2.20)$$

$$x_j^A, x_j^B = \{0, 1\}, \forall j \in W \quad (2.21)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \forall i \in V \quad (2.22)$$

As variáveis de decisão (2.12), (2.13) são análogas as variáveis de decisão do MCLP. As variáveis de decisão (2.14) representam o novo conceito de cobertura em que um ponto, para ser considerado coberto, deve ser coberto por ambos os tipos de veículos. Isso reflete a necessidade de considerar momentos em que uma determinada ambulância está indisponível por se encontrar alocada a um chamado. A função objetivo (2.15) é idêntica à do MCLP, mudando apenas a definição de ponto coberto. As restrições (2.16) e (2.17) refletem o mesmo raciocínio das restrições (2.8) do MCLP; porém com a adição das restrições (2.20), o modelo toma uma forma um

pouco diferente, pois segundo essas equações, uma ambulância avançada só pode ser localizada em j se houver uma ambulância básica também localizada em j . Isso impõe uma hierarquia entre os diferentes tipos de veículos. As restrições (2.18) e (2.19) limitam a quantidade de cada veículo, e as equações (2.21) e (2.22) definem o espaço de solução. Essa modelagem é uma extensão do MCLP no sentido em que a quantidade de recursos (viaturas básicas e avançadas) é um dado do problema.

Outro ponto interessante do TEAM é que ele considera um ponto coberto se, e somente se, esse ponto for coberto por ambos os tipos de veículos e tenta maximizar a demanda coberta dessa forma. Apesar de esse conceito representar um tipo de cobertura múltipla, os autores não definem dessa forma, sendo que a principal contribuição desse modelo é a consideração de mais de um tipo de instalação a ser localizada. Além disso, o modelo também considera uma hierarquia entre os dois tipos de veículos. Essa hierarquia será útil para a distinção entre localização de bases e viaturas separadamente.

Em Figueiredo e Lorena (2005) o modelo TEAM foi aplicado na cidade brasileira de São José dos Campos. Os autores apresentam um estudo de caso no município paulista no qual um algoritmo genético construtivo foi desenvolvido para resolver o modelo.

Outra extensão do MCLP que é muito similar aos avanços do modelo TEAM é o modelo *Facility-Location Equipment-Emplacement Technique* (FLEET), criado para a localização de bases de unidades de combate a incêndio juntamente com dois tipos de veículos: bombas e caminhões. Apesar de ser um modelo desenvolvido para a solução de problemas de localização de bases de bombeiros, seus conceitos se aplicam ao problema de localização de ambulâncias. Um ponto do modelo FLEET que difere do modelo TEAM, é que no primeiro não existe hierarquia entre os veículos, porém certamente existe uma hierarquia entre as bases e os veículos, ou seja, veículos só podem ser alocados a pontos candidatos que contenham bases. Outro ponto importante é que o modelo FLEET distingue explicitamente entre a localização das bases e dos veículos. Sua formulação é muito similar ao modelo TEAM. Definem-se dois raios de cobertura r_C e r_B referentes ao tempo máximo de atendimento de caminhões e bombas. Definem-se também os conjuntos W_i^C e W_i^B , $W_i^C = \{j \in W \mid t_{ij} \leq r_C\}$

e $W_i^B = \{j \in W \mid t_{ij} \leq r_B\}$. Para um número p_C de caminhões, p_B de bombas, e p_Z de bases, o modelo busca o mapa de localização que maximiza os pontos cobertos por ambos os tipos de veículos. Utilizam-se variáveis binárias de decisão x_i^C e x_i^B analogamente ao modelo TEAM, e também variáveis binárias de decisão z_j que são iguais a um se localiza-se uma base no ponto j , e zero caso contrário.

Facility-Location Equipment-Emplacement Technique (FLEET)

$$x_j^C = \begin{cases} 1, & \text{se posiciona - se um caminhão no pontocandidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.23)$$

$$x_j^B = \begin{cases} 1, & \text{se posiciona - se uma bomba no pontocandidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.24)$$

$$z_j = \begin{cases} 1, & \text{se posiciona - se uma base no pontocandidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.25)$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto } i \text{ é coberto por ambos os tipos de veículos} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.26)$$

$$[\max] \sum_{i \in V} d_i \cdot y_i \quad (2.27)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in W_i^B} x_j^B \geq y_i, \forall i \in V \quad (2.28)$$

$$\sum_{j \in W_i^C} x_j^C \geq y_i, \forall i \in V \quad (2.29)$$

$$\sum_{j \in W} x_j^B = p^B \quad (2.30)$$

$$\sum_{j \in W} x_j^C = p^C \quad (2.31)$$

$$\sum_{j \in W} z_j = p^z \quad (2.32)$$

$$x_j^B \leq z_j, \forall j \in W \quad (2.33)$$

$$x_j^C \leq z_j, \forall j \in W \quad (2.34)$$

$$x_j^B, x_j^C, z_j = \{0, 1\}, \forall j \in W \quad (2.35)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \forall i \in V \quad (2.36)$$

Em relação ao modelo TEAM, insere-se uma nova variável binária de decisão z_j que representa se uma base está localizada no ponto candidato j ou não. A função objetivo (2.27) é idêntica à do modelo TEAM. As restrições (2.28) e (2.29) garantem que determinado ponto i só é considerado coberto se assim o for por dois tipos de veículos. As equações (2.30), (2.31) e (2.32) limitam a quantidade de veículos e bases. As restrições (2.33) e (2.34) definem a hierarquia entre bases e veículos. O espaço de solução é definido pelas equações (2.35) e (2.36).

O modelo FLEET apresenta explicitamente em sua formulação uma distinção entre a localização de bases e de veículos. Outra característica é a hierarquia de localização entre bases e veículos.

Seguindo essa mesma linha de modelagem ReVelle e Snyder (1995) apresentam um modelo para a localização simultânea de bases de veículos, ambulâncias e caminhões de bombeiros. O modelo, denominado *Fire and Ambulance Service Technique* (FAST), utiliza os conceitos apresentados no modelo FLEET: hierarquia entre veículos e dois parâmetros de cobertura, um para ambulâncias e um para caminhões. O modelo de maneira análoga considera um ponto coberto apenas se atendido por ambos os tipos de veículos.

Os modelos apresentados não consideram o fato de quando uma ambulância é designada para atendimento, a mesma deixa uma série de pontos descobertos por um período de tempo igual à duração do chamado. Para atender a esse ponto, utiliza-se o

conceito de cobertura múltipla, ou cobertura de backup, apresentado por Hogan e ReVelle (1986). Esse conceito também foi explorado anteriormente por Daskin e Stern (1981), que empregaram uma formulação com múltiplos objetivos para maximizar o número de pontos cobertos mais de uma vez, dado um número pré-definido de veículos. Em Hogan e ReVelle (1986), os autores apresentam dois modelos que consideram cobertura múltipla, o *Backup Covering Problem 1* (BACOP1) e o *Backup Covering Problem 2* (BACOP2). No BACOP1 utiliza-se uma variável binária de decisão u_i que recebe o valor um se, e somente se, o ponto de demanda i é coberto mais de uma vez, e zero caso contrário, e utilizam-se variáveis binárias x_j com definição idêntica ao MCLP. Essa variável u_i representa todo o novo conceito desenvolvido nessas duas formulações.

O restante do modelo BACOP1 é análogo ao modelo MCLP no sentido em que se deseja localizar um número p de veículos de maneira a maximizar o número de pontos com cobertura múltipla multiplicados pelas suas respectivas demandas, o que resulta na maximização da demanda coberta mais de uma vez.

<i>Backup Covering Problem 1</i> (BACOP1)	
$u_i = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto de demanda } i \text{ é coberto mais de uma vez} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	(2.37)
$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se posiciona-se uma instalação no ponto candidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	(2.38)
$[\max] \sum_{i \in V} d_i \cdot u_i$	(2.39)
Sujeito a:	
$\sum_{j \in W_i} x_j - u_i \geq 1, \forall i \in V$	(2.40)
$\sum_{j \in W} x_j = p$	(2.41)

$$u_i = \{0,1\}, \forall i \in V \quad (2.42)$$

$$x_j = \{0,1\}, \forall j \in W \quad (2.43)$$

A função objetivo (2.39) busca maximizar a demanda com cobertura múltipla. As restrições (2.40) garantem coerência entre as variáveis u_i e x_j , ou seja, u_i só será igual a um se houver mais de uma viatura localizada em condições de cobrir esse ponto em um tempo máximo de resposta. A equação (2.41) limita a quantidade de recursos a ser localizada e as equações (2.42) e (2.43) definem o espaço de busca.

O BACOP1 considera a localização de apenas um tipo de veículo e também considera a localização de veículos e bases de maneira conjunta. É um modelo mais simples que os modelos TEAM e FLEET, contudo o conceito de cobertura múltipla pode ser considerado o grande avanço propiciado por essa modelagem.

O modelo BACOP 2 pode ser considerado uma mistura entre os modelos MCLP e BACOP1. A formulação considera uma função objetivo com duas parcelas: uma representa a demanda coberta pelo menos uma vez e outra representa a demanda coberta pelo menos mais de uma vez. Essas duas parcelas recebem pesos complementares θ e $(1-\theta)$ e, para um dado número de instalações, procura-se maximizar a combinação dessas duas parcelas. Utilizam-se variáveis binárias u_i idênticas às utilizadas no BACOP1, e variáveis binárias y_i e x_j idênticas às utilizadas no MCLP.

Backup Covering Problem 2 (BACOP2)

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto } i \text{ é coberto por pelo menos um veículo} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.44)$$

$$u_i = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto de demanda } i \text{ é coberto mais de uma vez} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.45)$$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se posiciona - se uma instalação no pontocandidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.46)$$

$$[\max] \theta \cdot \sum_{i \in V} d_i \cdot y_i + (1 - \theta) \cdot \sum_{i \in V} d_i \cdot u_i \quad (2.47)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in W_i} x_j - y_i - u_i \geq 0, \forall i \in V \quad (2.48)$$

$$u_i - y_i \leq 0, \forall i \in V \quad (2.49)$$

$$\sum_{j \in W} x_j = p \quad (2.50)$$

$$y_i, u_i = \{0,1\}, \forall i \in V \quad (2.51)$$

$$x_j = \{0,1\}, \forall j \in W \quad (2.52)$$

$$\theta \in [0,1] \quad (2.53)$$

Assim como o BACOP1, o BACOP2 busca localizar apenas um tipo de veículo e considera a localização de bases e veículos de maneira conjunta. A função objetivo (2.47) define as duas parcelas: uma referente à demanda coberta uma única vez e outra referente à demanda coberta mais de uma vez. O valor de θ representa um peso relativo entre as duas parcelas. As restrições (2.48) garantem a consistência entre as variáveis de decisão u_i e y_i e a quantidade de veículos que cobrem o ponto i . As restrições (2.49) garantem a consistência da formulação ao permitirem que determinado ponto de demanda seja coberto mais que uma vez apenas se já coberto pelo menos uma vez. A equação (2.50) limita a quantidade de veículos a serem localizados e as equações (2.51), (2.52) e (2.53) representam o espaço de busca.

Os autores não explicitam como é determinado o parâmetro θ . Contudo, a função objetivo (2.47) pode ser considerada como uma função com dois objetivos, e variando-se o valor de θ , uma curva de ótimo de *pareto* pode ser traçada para o problema.

Outra abordagem determinística do problema de localização de ambulâncias foi apresentada em Gendreau *et al.* (1997). Em seu trabalho, os autores utilizaram o conceito de cobertura múltipla contido nos modelos BACOP de uma forma diferente. No modelo desenvolvido são considerados dois padrões de nível de serviço caracterizados por raios de cobertura r_1 e r_2 sendo $r_1 < r_2$. O modelo busca um mapa de localização de veículos tentando maximizar a demanda coberta por pelo menos dois veículos num raio de cobertura r_1 , considerando as restrições de garantir que pelo menos uma fração α da demanda seja coberta dentro do raio r_1 , e garantir que toda a demanda seja coberta dentro do raio r_2 . Esse modelo foi denominado *Double Standard Model* (DSM), pois define dois parâmetros de cobertura: r_1 e r_2 . Para cada ponto de demanda i definem-se $W_i^1 = \{j \in W \mid t_{ij} \leq r_1\}$ e $W_i^2 = \{j \in W \mid t_{ij} \leq r_2\}$; t_{ij} é o mínimo tempo de deslocamento entre i e j . O modelo considera ainda que no máximo p_j veículos podem ser localizados em um ponto candidato j . Utilizam-se variáveis de decisão inteiras y_j iguais ao número de veículos localizados no ponto candidato j ; e variáveis binárias x_i^k iguais a um se, e somente se, o ponto i é coberto, pelo menos k vezes, dentro de um raio r_1 .

<i>Double Standard Model</i> (DSM)	
y_j é o número de veículos localizados em $j \in W$	(2.54)
$x_i^k = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto } i \in V \text{ é coberto pelo menos } k \text{ vezes dentro do raio } r_1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	(2.55)
$[\max] \sum_{i \in V} d_i \cdot x_i^2$	(2.56)
Sujeito a:	
$\sum_{j \in W_i^2} y_j \geq 1, \forall i \in V$	(2.57)
$\sum_{i \in V} d_i \cdot x_i^1 \geq \alpha \cdot \sum_{i \in V} d_i$	(2.58)

$$\sum_{j \in W_i^1} y_j \geq x_i^1 + x_i^2, \forall i \in V \quad (2.59)$$

$$x_i^2 \leq x_i^1, \forall i \in V \quad (2.60)$$

$$\sum_{j \in W} y_j = p \quad (2.61)$$

$$y_j \leq p_j, \forall j \in W \quad (2.62)$$

$$x_i^1, x_i^2 \in \{0,1\}, \forall i \in V \quad (2.63)$$

$$y_j \text{ inteiro}, \forall j \in W \quad (2.64)$$

O DSM foi o primeiro modelo que considerou restrições de viabilidade relativas à cobertura, representadas pelas restrições (2.57) e (2.58). A restrição (2.57) garante que todos os pontos devem ser cobertos, pelo menos uma vez, dentro de um tempo máximo r_2 ; e a restrição (2.58) garante que pelo menos uma parcela α da demanda deve ser coberta dentro de um tempo máximo r_1 pelo menos uma vez. Além disso, outra característica interessante do DSM é que ele considera uma restrição de capacidade (2.62) para os pontos candidatos, algo que representa um aspecto prático do problema de localização de ambulâncias.

A função objetivo (2.56) busca maximizar a demanda coberta pelo menos duas vezes num raio r_1 . As restrições (2.59) e (2.60) indicam as relações entre as variáveis de decisão, garantindo consistência entre elas e suas definições. A equação (2.61) determina o número máximo de veículos e as equações (2.62) limitam o número de veículos alocados em cada ponto candidato j . Por fim, (2.63) e (2.64) limitam o espaço de soluções.

Uma aplicação do modelo DSM pode ser encontrada em Gendreau *et al.* (1997). Os autores desenvolveram um algoritmo de solução, baseado na heurística de Busca Tabu, para o problema considerando a formulação do DSM. Sua estratégia de solução passa por uma relaxação da formulação do DSM, incorporando as equações (2.55) e

(2.56) na função objetivo, e trabalha o problema utilizando conceitos de programação por objetivos (*Goal Programming*).

Existem outros modelos determinísticos que se referem ao problema de localização de veículos de emergência. Contudo, os conceitos de modelagem encontram-se descritos nesta seleção.

2.1.3. Modelos probabilísticos

Os modelos determinísticos apresentados não consideram uma característica importante do problema de localização de ambulâncias: a possibilidade de um ponto não ser atendido, pois o veículo que garantia a sua cobertura está alocado a um chamado.

Dentre os modelos probabilísticos de localização de ambulância encontram-se os modelos que consideram as características estocásticas do problema. Alguns modelos utilizam resultados da Teoria das Filas, outros apenas consideram cálculos mais simples de probabilidade. Há ainda modelos mais sofisticados que se fundam no modelo do Hipercubo de Larson (LARSON, 1974).

Um dos modelos probabilísticos mais antigos foi proposto por Daskin (1983), denominado *Maximum Expected Covering Location Problem* (MEXCLP). A modelagem proposta pelo autor considera que uma ambulância genérica possui uma probabilidade q de estar indisponível para atendimento. Esta probabilidade recebe o nome de fração de ocupação (*busy fraction*). Os autores assumem que essa probabilidade é igual para todas as ambulâncias do sistema, e assumem também que cada ambulância opera independentemente das demais. Uma forma de estimar o valor de q , para um sistema com p ambulâncias, segundo Daskin (1983), é dada por:

$$q \cong \frac{\lambda}{\mu \cdot p} \quad (2.65)$$

Onde λ é a taxa de geração de chamados, μ é a taxa média de atendimento das ambulâncias, e p é o número de ambulâncias. Caso os valores de λ e μ não sejam conhecidos, a probabilidade q pode ser estimada dividindo-se a duração total

estimada das chamadas de todos os pontos de demanda num ciclo de operação pelo número de ambulâncias multiplicado pelo período de funcionamento delas no ciclo.

$$q \cong \frac{\bar{D} \cdot \sum_{i \in V} d_i}{p \cdot t_{op}} \quad (2.66)$$

Onde $\bar{D}$ é a duração média de cada chamado, d_i é a demanda do ponto $i \in V$, p é o número de ambulâncias a serem localizadas, e t_{op} é o tempo de operação de cada ambulância.

Com base nessa probabilidade Daskin (1983) calcula para determinado ponto i coberto por k ambulâncias, a demanda probabilisticamente coberta E_k , dada por:

$$E_k = d_i \cdot (1 - q^k) \quad (2.67)$$

Onde as variáveis já foram anteriormente definidas. Para o mesmo ponto i , o ganho marginal de cobertura esperada, dada por uma ambulância a mais cobrindo o ponto, pode ser calculado por:

$$E_k - E_{k-1} = d_i \cdot (1 - q) \cdot q^{k-1} \quad (2.68)$$

O modelo MEXCLP considera variáveis de decisão binárias y_{ik} que são iguais a um se, e somente se, o ponto de demanda i é coberto por pelo menos k ambulâncias, e zero caso contrário; e utiliza variáveis inteiras x_j iguais ao número de instalações localizadas em j . O modelo também utiliza os conjuntos W_i com definição idêntica à do MCLP.

<i>Maximum Expected Covering Location Problem (MEXCLP)</i>	
$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto de demanda } i \in V \text{ é coberto por pelo menos } k \text{ ambulâncias} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	(2.69)
$x_j = \text{número de ambulâncias posicionadas no ponto candidato } j \in W$	(2.70)

$$[\max] \sum_{i \in V} \sum_{k=1}^p d_i \cdot (1-q) \cdot q^{k-1} \cdot y_{ik} \quad (2.71)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq \sum_{k=1}^p y_{ik}, \forall i \in V \quad (2.72)$$

$$\sum_{j \in W} x_j \leq p \quad (2.73)$$

$$x_j, \text{inteiro}, \forall j \in W \quad (2.74)$$

$$y_{ik} = \{0,1\}, \forall i \in V; k = \{1,2,\dots, p\} \quad (2.75)$$

Como definido anteriormente, as variáveis y_{ik} são definidas em (2.69) e as variáveis x_j em (2.70). A função objetivo (2.71), que define a característica de estocasticidade do modelo, busca maximizar a cobertura esperada da demanda total. As restrições (2.72) garantem que o número de variáveis y_{ik} unitárias não ultrapasse o número de ambulâncias que cobrem o ponto i . De acordo com os autores, a consistência entre as variáveis y_{ik} só vale por a função objetivo ser côncava em k , ou seja, tal que quando k aumenta, os ganhos marginais diminuem; dessa forma uma vez que se tenha para um ponto de demanda i , $h > k$ e $y_{ih}=1$, y_{ik} forçosamente será igual a um, visto que o problema é de maximização. A Figura 2.1 ilustra o comportamento dos ganhos marginais de cobertura esperada para um ponto genérico i com demanda igual a um com o crescimento de k , considerando diferentes valores de q .

A restrição (2.73) limita a quantidade de veículos a serem localizados. As equações (2.74) e (2.75) determinam o espaço de soluções. O modelo não distingue entre a localização de bases e veículos, assim se um determinado veículo é posicionado no ponto candidato j , significa que deve haver uma base neste ponto.

O MEXCLP foi a primeira abordagem probabilística para o problema. Apesar de apresentar limitações como o fato de considerar apenas um tipo de viatura e não considerar separadamente a localização de bases e veículos, o modelo representa um

avanço considerável sob o aspecto de representar melhor o problema real. O principal ponto negativo do modelo é que ele considera uma estimativa global para a probabilidade q , premissa que será mais bem estudada em outros modelos probabilísticos.

Figura 2.1 – Comportamento dos ganhos de cobertura para um ponto genérico i

Fonte: Próprio autor

Em Fujiwara *et al.* (1987) os autores utilizam o modelo MEXCLP em um estudo de caso na cidade de Bangkok. O modelo é utilizado para criar as condições de contorno para uma simulação, definindo a localização das bases e veículos. O modelo foi resolvido heurísticamente, gerando diversos mapas de alocação promissores. Esses mapas de alocação foram então testados com uma simulação de Monte Carlo considerando a geração e atendimento de chamados. Na Figura 2.2 é apresentada uma ilustração do modelo de simulação.

Figura 2.2 – Fluxograma da aplicação do MEXCLP realizada em Bangkok

Fonte: Próprio autor

Para os diferentes mapas de alocação, provenientes de uma heurística de solução do MEXCLP, o modelo de simulação foi utilizado para avaliar parâmetros de desempenho do sistema: tempo médio e máximo de resposta, tempo médio e máximo de atendimento (inclui o tempo de resposta adicionado aos tempos de atendimento no local e transporte até o hospital), e tempo médio e máximo de operação (corresponde ao tempo de atendimento mais o tempo de retorno à base de veículos).

Uma extensão do modelo MEXCLP pode ser encontrada em Repede e Bernardo (1994), que desenvolveram um sistema de suporte à decisão que utiliza dois componentes em sua base: um modelo para o problema de localização de ambulâncias; e um modelo de simulação para validação do mapa de alocação. Os autores argumentam que modelos de localização usualmente resultam numa superestimação da cobertura da demanda; assim, os mapas de alocação gerados pelo modelo de localização são utilizados como entradas para o modelo de simulação que checka o desempenho do resultado do modelo.

A formulação desenvolvida em Repede e Bernardo (1994) recebe o nome de *Maximal Expected Coverage Location Model with Time Variation* (TIMEXCLP), e trata-se de uma otimização em múltiplos períodos da cobertura esperada. Os autores consideram uma matriz com K linhas e T colunas sendo que cada elemento da matriz corresponde à taxa de geração de chamadas de um ponto k durante o período t . Dessa forma, os autores estimam a frota necessária em cada período e resolvem para cada período um problema de MEXCLP. O TIMEXCLP possui a contribuição de considerar a variação temporal da demanda, mas não considerar nenhum tipo de custo associado à realocação dos veículos.

O modelo MEXCLP fornece meios para localizar apenas um tipo de veículo e não considera a localização de bases de veículos. Em Bianchi e Church (1988), os autores desenvolveram um modelo híbrido entre os modelos FLEET e MEXCLP, denominado *Multiple cover, One unit, FLEET problem* (MOFLEET). Esse modelo de forma idêntica ao modelo MEXCLP considera explicitamente uma fração de ocupação u dos veículos. Um ponto interessante é que o MOFLEET discrimina explicitamente a localização de bases e a localização de veículos, e pode ser considerado como uma extensão do MCLP, pois procura localizar uma quantidade finita de recursos: E veículos e P bases.

A formulação matemática utiliza uma variável binária de decisão diferente de todas as outras formulações. A variável y_{ik} recebe o valor um se, e somente se, o ponto de demanda i não é coberto por k veículos. São utilizadas também variáveis de decisão x_j iguais ao número de viaturas localizadas em j e variáveis binárias z_j iguais a um se, e somente se, o ponto j recebe uma base, e zero caso contrário.

Considerando a equação (2.68) pode-se calcular a parcela de demanda d_i não coberta pelo fato de ter-se $(k-1)$ ao invés de k veículos cobrindo o ponto i :

$$E_k - E_{k-1} = (1 - q) \cdot q^{k-1} \cdot d_i \quad (2.76)$$

Dessa equação decorre a função objetivo do problema que busca minimizar a parcela de demanda não coberta.

No modelo MEXCLP teoricamente p veículos podem cobrir um ponto genérico i , o que resulta que são necessárias, para cada ponto i , p variáveis y_{ik} ; todavia, na maioria das vezes apenas uma fração dos veículos disponíveis deve cobrir um ponto de demanda i . Assim, para limitar a quantidade de variáveis de decisão y_{ik} no modelo MOFLEET os autores ainda consideram que um ponto genérico de demanda i precisa de M_p veículos para que ele seja completamente atendido, o que significa que um número maior que M_p veículos cobrindo um ponto i , não acresce cobertura à função objetivo.

O modelo proposto por Bianchi e Church (1988) define raios de cobertura S_i para cada ponto de demanda i , sendo assim, para a construção do modelo definem-se os conjuntos $N_i = \{j \in W | t_{ij} \leq S_i\}$. Com isso, o MOFLEET pode ser formulado.

<i>Multiple cover, One unit, FLEET problem (MOFLEET)</i>	
x_j = número de ambulâncias posicionadas no pontocandidato $j \in W$	(2.77)
$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto de demanda } i \in V \text{ não é coberto por } k \text{ ambulâncias} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	(2.78)

$$z_j = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto candidato } j \text{ recebe uma base de veículos} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.79)$$

$$[min] \sum_{i \in V} \sum_{k=1}^{M_p} (1-u) \cdot u^{k-1} \cdot d_i \cdot y_{ik} \quad (2.80)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j + \sum_{k=1}^{M_p} y_{ik} \geq M_p, \forall i \in V \quad (2.81)$$

$$\sum_{j \in W} x_j = E \quad (2.82)$$

$$\sum_{j \in W} z_j = P \quad (2.83)$$

$$x_j \leq C \cdot z_j, \forall j \in W \quad (2.84)$$

$$x_j \geq 0, \text{ inteiros}, \forall j \in W \quad (2.85)$$

$$z_j, y_{ik} = \{0,1\}, \forall j \in W; i \in V; k = \{1,2,\dots,M_p\} \quad (2.86)$$

As variáveis de decisão são definidas em (2.77), (2.78) e (2.79). A função objetivo busca minimizar a fração da demanda não atendida.

As restrições (2.81) dão consistência às variáveis de decisão e verificam se M_p veículos cobrem o ponto i . Vale ressaltar que as restrições (2.81) não são restrições de número mínimo de veículos cobrindo um determinado ponto i para que ele seja considerado coberto, mas sim restrições que limitam a quantidade de variáveis de decisão e dão consistência às variáveis x_j e y_{ik} .

As restrições (2.82) e (2.83) limitam as quantidades de bases e veículos a serem localizados respectivamente. As equações (2.84) limitam a quantidade máxima C de veículos que podem ser alocados em uma base. O espaço de busca é definido pelas equações (2.85) e (2.86).

O modelo MOFLEET possui uma característica interessante ao considerar simultaneamente a estocasticidade do processo de atendimento de urgência e a independência da localização de bases e viaturas. Ainda, o MOFLEET considera uma hierarquia entre bases e veículos e uma capacidade de cada ponto candidato de receber viaturas.

Contudo, o modelo não permite a localização de múltiplos tipos de veículos, algo que foi desenvolvido por Jayaraman e Srivastava (1995). Para localizar múltiplas instalações e veículos os autores desenvolveram um modelo chamado *Multiple Equipment Multiple Cover Facility Location Allocation Problem* (MEMCOLA). Em seu trabalho, os autores desenvolvem a formulação para dois tipos de veículos, primários e especiais; porém ela pode ser facilmente estendida para uma maior quantidade de veículos diferentes.

O modelo utiliza variáveis binárias de decisão análogas às utilizadas no modelo MOFLEET. A variável y_{ik} recebe o valor um se, e somente se, o ponto de demanda i não é coberto por k veículos primários, e zero caso contrário; a variável q_{il} recebe o valor um se, e somente se, o ponto de demanda i não é coberto por l veículos especiais, e zero caso contrário. Utilizam-se variáveis binárias z_j que definem se existe uma base localizada em j ou não. Para cada ponto de demanda i , são definidos dois tipos de demanda: a_i^P a demanda por serviços de veículos primários, e a_i^S a demanda por serviços de veículos especiais.

No trabalho exposto em Jayaraman e Srivastava (1995), o modelo é formulado para a localização de dois tipos de veículos e de bases que podem receber qualquer tipo de veículo. A função objetivo do problema é análoga à definida para o MOFLEET, porém com duas parcelas, uma para cada tipo de veículo. A quantidade de veículos de cada tipo que pode ser alocada em cada ponto candidato j também é limitada, existe em cada ponto candidato j a possibilidade de se localizar C veículos primários e D veículos especiais.

Vale ressaltar que, assim como modelos anteriormente apresentados, existe uma hierarquia entre bases e veículos, de modo que um veículo só pode ser localizado em um ponto candidato que contenha uma base, contudo a formulação não considera

hierarquia entre veículos. Busca-se no MEMCOLA localizar F bases a serem localizadas, Q veículos primários, e S veículos especiais.

Jayaraman e Srivastava (1995) consideram frações de ocupação globais e independentes para cada tipo de veículo, de modo que u é a probabilidade de um veículo primário randomicamente selecionado estar ocupado; r é a probabilidade de um veículo especial randomicamente selecionado estar ocupado. Para cada tipo de veículo são definidos tempos máximos de cobertura, S_p é o raio de cobertura para os veículos primários; S_s é o raio de cobertura para os veículos especiais. Analogamente ao MOFLEET, considera-se M_p como o número máximo de veículos primários necessários para prover cobertura completa a um ponto de demanda i , ou o número necessário para prover uma determinada cobertura calculada a um ponto de demanda i ; e M_s como número máximo de veículos especiais necessários para prover cobertura completa a um ponto de demanda i , ou o número necessário para prover uma determinada cobertura calculada a um ponto de demanda i . Os números M_s e M_p do modelo MEMCOLA são definidos como no modelo MOFLEET, como quantidades limite de veículos que cobrem um determinado ponto, sendo que mais veículos cobrindo esse ponto não influem positivamente a função objetivo.

Ainda, d_{ij} é a mínima distância entre os pontos i e j . O modelo ainda considera os conjuntos: $N_{ip} = \{j \in W \mid d_{ij} \leq S_p\}$; e $N_{is} = \{j \in W \mid d_{ij} \leq S_s\}$ semelhantes aos conjuntos W definidos para os outros modelos apresentados.

Esses são os conceitos incluídos na formulação do modelo MEMCOLA.

<i>Multiple Equipment Multiple Cover Facility Location Allocation Problem (MEMCOLA)</i>	
$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto de demanda } i \in V \text{ não é coberto por } k \text{ veículos primários} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	(2.87)
$q_{il} = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto de demanda } i \in V \text{ não é coberto por } l \text{ veículos especiais} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	(2.88)

$$z_j = \begin{cases} 1, & \text{se posiciona - se uma base no pontocandidato } j \in W \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.89)$$

$$x_j^p \text{ é o número de veículos primários alocados no pontocandidato } j \in W \quad (2.90)$$

$$x_j^s \text{ é o número de veículos especiais alocados no pontocandidato } j \in W \quad (2.91)$$

$$[\min] \sum_{i \in V} \sum_{k=1}^{M_p} (1-u) \cdot u^{k-1} \cdot a_i^p \cdot y_{ik} + \sum_{i \in V} \sum_{l=1}^{M_s} (1-r) \cdot r^{l-1} \cdot r_i^s \cdot q_{il} \quad (2.92)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in N_p} x_j^p + \sum_{k=1}^{M_p} y_{ik} \geq M_p, \forall i \in V \quad (2.93)$$

$$\sum_{j \in N_s} x_j^s + \sum_{l=1}^{M_s} q_{il} \geq M_s, \forall i \in V \quad (2.94)$$

$$\sum_{j \in W} x_j^p = Q \quad (2.95)$$

$$\sum_{j \in W} x_j^s = S \quad (2.96)$$

$$\sum_{j \in W} z_j = F \quad (2.97)$$

$$x_j^p \leq C \cdot z_j, \forall j \in W \quad (2.98)$$

$$x_j^s \leq D \cdot z_j, \forall j \in W \quad (2.99)$$

$$x_j^p, x_j^s \geq 0, \text{ inteiros}, \forall j \in W \quad (2.100)$$

$$z_j, y_{ik}, q_{il} = \{0,1\}, \forall j \in W; i \in V; k = \{1,2,...,M_p\}; l = \{1,2,...,M_s\} \quad (2.101)$$

As equações (2.87) e (2.88) definem as variáveis de decisão já mencionadas para dois tipos de veículos, primários e especiais. Outras variáveis de decisão são descritas,

respectivamente, pelas equações (2.89), (2.90) e (2.91): z_j , variável binária que determina se uma base está localizada no ponto candidato j ou não; x_j^p , variável que determina o número de veículos primários alocados ao ponto candidato j ; e x_j^s , variável que determina o número de veículos especiais alocados ao ponto candidato j .

Da equação (2.76) decorre a função objetivo (2.92) que busca minimizar a parcela de demanda não coberta para ambos os tipos de veículos. As restrições (2.93) e (2.94) são relativas a consistência entre as variáveis x_j^p e y_{ik} e entre as variáveis x_j^s e q_{il} respectivamente e verificam quantas ambulâncias cobrem um determinado ponto i até M_p e M_s veículos respectivamente. A formulação só é válida visto que a função objetivo é côncava em k , ou seja, conforme k aumenta, o coeficiente na função objetivo da variável de decisão diminui, e como a formulação trata de uma minimização, a consistência entre as variáveis y_{ik} se mantém, em outras palavras, dado $h > k$ e $y_{ik}=1$, isso implica que $y_{ih}=1$; o mesmo raciocínio é válido para as variáveis q_{il} . As restrições (2.95), (2.96) e (2.97) limitam a quantidade total de veículos primários, especiais e bases, respectivamente. As equações (2.98) e (2.99), além de representarem as restrições no número máximo de veículos por base, estabelecem a hierarquia entre bases e veículos. O espaço de busca é definido pelas equações (2.100) e (2.101).

O modelo MEMCOLA é muito versátil e pode considerar questões como múltiplos veículos, diferentes definições de hierarquia entre veículos e entre bases e veículos, no sentido em que podem ser definidas regras de localização como, por exemplo, só localizar um determinado tipo de veículo num ponto se nesse mesmo ponto estiver localizado outro veículo. Contudo, ainda apresenta a limitação de considerar para cada tipo de veículo uma fração global de ocupação, que é uma estimativa grosseira da probabilidade de uma ambulância randomicamente escolhida estar ocupada.

Dois outros modelos probabilísticos de localização de ambulâncias foram propostos por ReVelle e Hogan (1989a). Os autores formularam dois modelos chamados *Maximum Availability Location Problem I* e *II* (MALP I e MALP II). Assim como o MEXCLP, o modelo MALP I considera que a fração de ocupação q é a mesma para todos os pontos candidatos j e consequentemente igual e independente para todos os veículos. Sendo assim, o número mínimo de ambulâncias necessárias para cobrir um ponto de demanda i com uma probabilidade α pode ser calculado por:

$$1 - q^{\sum_{j \in W_i} x_j} \geq \alpha, \forall i \in V \quad (2.102)$$

Onde x_j é uma variável binária que recebe o valor um se o ponto candidato j recebe uma base de ambulâncias, e zero caso contrário. Com uma manipulação algébrica, a equação (2.102) pode ser reescrita conforme a expressão (2.103).

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq \left\lceil \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln(q)} \right\rceil = b, \forall i \in V \quad (2.103)$$

A equação (2.103) fornece o valor b do número de ambulâncias necessárias para que um ponto de demanda i esteja coberto com probabilidade α . A formulação do MALP I considera esse valor explicitamente em sua formulação, e busca maximizar a demanda coberta com uma probabilidade α .

Maximum Availability Location Problem I (MALP I)

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto de demanda } i \in V \text{ é coberto por pelo menos } k \text{ instalações} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.104)$$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se posiciona-se uma instalação no ponto candidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.105)$$

$$[\max] \sum_{i \in V} d_i \cdot y_{ib} \quad (2.106)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^b y_{ik} \leq \sum_{j \in W_i} x_j, \forall i \in V \quad (2.107)$$

$$y_{ik} \leq y_{i,k-1}, \forall i \in V; k = \{1, 2, 3, \dots, b\} \quad (2.108)$$

$$\sum_{j \in W} x_j = p \quad (2.109)$$

$$x_j = \{0,1\}, \forall j \in W \quad (2.110)$$

$$y_{ik} = \{0,1\}, \forall i \in V; k = \{1,2,\dots, p\} \quad (2.111)$$

As equações (2.104) e (2.105) definem as variáveis de decisão, que possuem conceitos já utilizados em outros modelos. A função objetivo do MALP I (2.106) procura maximizar a demanda coberta por no mínimo b ambulâncias, o que por sua vez, garante uma probabilidade de cobertura de α para um ponto i genérico. Nesta formulação, a mesma propriedade do modelo MEXCLP da concavidade da função objetivo em k não se verifica, por isso são necessárias as restrições (2.108). As restrições (2.107) garantem que o somatório de variáveis binárias y_{ik} não nulas não seja maior que o número de instalações que cobrem o ponto de demanda i . A equação (2.109) limita a quantidade de instalações a serem localizadas. O espaço de busca é definido pelo conjunto de equações (2.110) e (2.111).

Esse modelo é interessante, pois usa um conceito de maximizar a demanda coberta com uma probabilidade α . Contudo, possui a desvantagem de não considerar separadamente a localização de bases e veículos; somente é possível localizar uma instalação em cada ponto candidato.

Na formulação do MALP II, a premissa de que as frações de ocupação são iguais para todos os pontos candidatos não é tomada. Em vez disso, os autores associam uma fração de ocupação q_i para cada ponto de demanda i , que corresponde à probabilidade de uma ambulância localizada na vizinhança do ponto i esteja ocupada. Define-se vizinhança do ponto i como o subconjunto de pontos localizados a menos de um raio máximo de cobertura do ponto i . Isso representa um avanço considerável no que diz respeito a representar o problema real; essas frações de ocupação locais proporcionam estimativas mais realistas da probabilidade de uma ambulância randomicamente selecionada estar ocupada.

Dessa maneira, no MALP II, calcula-se para cada ponto de demanda i um número mínimo de ambulâncias necessárias b_i para que o ponto i seja coberto com probabilidade α . Define-se a vizinhança M_i do ponto i como sendo o conjunto de

pontos ao redor do ponto de demanda i que estão a um tempo de deslocamento menor ou igual ao parâmetro de cobertura r , ou seja, $M_i = \{z \in V \mid t_{iz} \leq r\}$. São definidos também conjuntos W_i equivalentes à definição utilizada em outros modelos ($W_i = \{z \in W \mid t_{iz} \leq r\}$). As probabilidades q_i podem ser estimadas por:

$$q_i \cong \frac{\bar{t} \cdot \sum_{z \in M_i} d_z}{24 \cdot \sum_{j \in W_i} x_j} \quad (2.112)$$

Onde $\bar{t}$ é a duração média das ocorrências em horas, d_z é a demanda do ponto z expressa em quantidade de ocorrências por dia. O número vinte e quatro no denominador é apenas para converter o valor da demanda definida em ocorrências por dia para ocorrências por hora, de acordo com a unidade de $\bar{t}$. Essa estimativa equivale a dividir o tempo total dos chamados da região ao redor de i pela disponibilidade diária das ambulâncias ao redor de i . Se a região ao redor do ponto i , definida por $(M_i \cup W_i)$, for considerada como uma região isolada onde os chamados que ocorrem na região são atendidos pelas ambulâncias na região, como um sistema de filas com servidores idênticos, a equação (2.112) pode ser reescrita como:

$$q_i \cong \frac{\lambda_i}{\mu_i \cdot \sum_{j \in W_i} x_j} = \frac{\rho_i}{\sum_{j \in W_i} x_j} \quad (2.113)$$

Analogamente à equação (2.103), pode-se calcular o número de ambulâncias necessárias para que o ponto i seja coberto com probabilidade α .

$$1 - q^{\sum_{j \in W_i} x_j} \geq \alpha, \forall i \in V \Rightarrow 1 - \left(\frac{\rho_i}{\sum_{j \in W_i} x_j} \right)^{\sum_{j \in W_i} x_j} \geq \alpha, \forall i \in V \quad (2.114)$$

A equação (2.114) não possui equivalente analítica linear, porém pode ser numericamente resolvida e os valores b_i podem ser encontrados como sendo os menores inteiros que satisfazem a equação:

$$1 - \left(\frac{\rho_i}{b_i} \right)^{b_i} \geq \alpha, \forall i \in V \quad (2.115)$$

Considerando as estimativas de b_i , o MALP II pode ser formulado como:

Maximum Availability Location Problem II (MALP II)

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto de demanda } i \in V \text{ é coberto por pelo menos } k \text{ instalações} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.116)$$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se posiciona-se uma instalação no ponto candidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.117)$$

$$[\max] \sum_{i \in V} d_i \cdot y_{ib_i} \quad (2.118)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^{b_i} y_{ik} \leq \sum_{j \in W_i} x_j, \forall i \in V \quad (2.119)$$

$$y_{ik} \leq y_{i,k-1}, \forall i \in V; k = \{1, 2, 3, \dots, b_i\} \quad (2.120)$$

$$\sum_{j \in W} x_j = p \quad (2.121)$$

$$x_j = \{0, 1\}, \forall j \in W \quad (2.122)$$

$$y_{ik} = \{0, 1\}, \forall i \in V; k = \{1, 2, \dots, p\} \quad (2.123)$$

A única diferença substancial entre os modelos MALP I e MALP II é a consideração das estimativas locais de frações de ocupação b_i .

O modelo MALP II representa um avanço significativo no desenvolvimento dos modelos probabilísticos ao considerar estimativas locais para as frações de ocupação.

Os trabalhos de Marianov e ReVelle (1996) estendem os modelos MALP utilizando resultados da Teoria das Filas para fornecer melhores estimativas das frações de ocupação. Esse modelo foi denominado *Queuing Maximal Availability Location Problem* (Q-MALP) e utiliza um método diferente para cálculo do número de servidores necessários b_i para cobertura do ponto i com probabilidade α .

Outra característica interessante do Q-MALP é que os tempos de deslocamento são considerados como variáveis randômicas com distribuição conhecida, dessa forma, os conjuntos W_i passam a ter configurações variáveis de acordo com o nível de confiança desejado. Os parâmetros b_i são calculados considerando as redondezas do ponto i , dentro do raio de cobertura especificado, como um sistema de filas do tipo M/G/s-loss. Definem-se para cada ponto de demanda i os subconjuntos W_i , análogos aos do modelo MALP II, e os conjuntos N_i , com definição idêntica aos conjuntos M_i definidos no modelo MALPII.

Ao considerar uma região dividida em vizinhanças, a premissa dos modelos MALP de que as frações de ocupação dos diferentes servidores são independentes não precisa mais ter tomada, uma vez que a consideração de um sistema de filas nas redondezas dos pontos i permite considerar as dependências entre as probabilidades de os diferentes servidores estarem ocupados. Essa consideração também simplifica a modelagem, pois evita a necessidade de uso de modelos de filas espaciais como o modelo do Hipercubo de Larson.

Outra premissa do Q-MALP é que a taxa de geração de chamados dentro de uma vizinhança M_i de um ponto i não difere muito da taxa de geração de chamados em vizinhanças adjacentes. Isso garante certa equivalência entre os chamados originados fora de M_i e atendidos por servidores instalados dentro de $(M_i \cup W_i)$, e chamados originados em M_i e atendidos por servidores instalados fora de $(M_i \cup W_i)$. Se também for considerado que os tempos de deslocamento dentro de $(M_i \cup W_i)$, e os tempos de deslocamento de $(M_i \cup W_i)$ para regiões adjacentes são muito menores comparados aos tempos de atendimento, uma premissa geralmente válida para centros urbanos, existe pouca diferença entre uma situação em que um servidor atende um chamado dentro de sua área, e outra em que um servidor atende um chamado fora de sua área, desde que essa nova área seja adjacente. Dessas duas premissas pode-se inferir que

os fluxos de servidores entrando e saindo de W_i e M_i são praticamente iguais e se cancelam, o que permite o tratamento de cada vizinhança isoladamente, como um sistema de filas isolado com número constante de servidores.

Esse tipo de tratamento é ainda suportado pelo fato de que para problemas práticos o valor da probabilidade de cobertura α sempre é arbitrado como muito próximo de um; isso faz com que o número de servidores dentro da vizinhança de i seja maior que o número de veículos necessários para cobrir o ponto i com probabilidade alta. Isso resulta que os chamados ocorridos em i quase sempre encontrarão um servidor desocupado em W_i fazendo com que o fluxo de veículos entre vizinhanças adjacentes seja mínimo, pequeno o suficiente para ser desconsiderado.

O modelo utilizado para computar os valores de b_i considera um processo de geração de chamados dentro da vizinhança M_i como um processo do tipo Poisson com média λ_i . A taxa de atendimento é assumida com distribuição genérica e com média μ_i . Isso resulta para a região $(M_i \cup W_i)$ uma taxa de congestionamento ρ_i igual a λ_i/μ_i . Os autores modelam cada vizinhança i como um sistema de filas do tipo M/G/s-loss e resolvendo as equações de equilíbrio de estados para uma região com s servidores se obtêm que a probabilidade p_s de todos os servidores estarem ocupados em W_i é:

$$p_s = \frac{\left(\frac{1}{s!}\right) \cdot \rho_i^s}{1 + \rho_i + \left(\frac{1}{2!}\right) \cdot \rho_i^2 + \dots + \left(\frac{1}{s!}\right) \cdot \rho_i^s} \quad (2.124)$$

Uma equação recursiva para p_s também pode ser encontrada.

$$p_s = \left(\frac{1}{p_{s-1} + s \cdot \frac{\mu_i}{\lambda_i}} \right) \cdot p_{s-1} \quad (2.125)$$

A equação (2.125) indica que p_s é uma função decrescente em s , o que é intuitivo, uma vez que quanto maior o número de servidores numa vizinhança i , menor a probabilidade de todos estarem ocupados ao mesmo tempo.

Deseja-se encontrar para a vizinhança i , o número de ambulâncias necessárias b_i para que uma demanda ocorrida em i encontre pelo menos um servidor disponível em W_i . Isso pode ser escrito conforme a expressão (2.126).

$$1 - p_{b_i} \geq \alpha, \forall i \in V \Leftrightarrow \frac{\left(\frac{1}{b_i!}\right) \cdot \rho_i^{b_i}}{1 + \rho_i + \left(\frac{1}{2!}\right) \cdot \rho_i^2 + \dots + \left(\frac{1}{b_i!}\right) \cdot \rho_i^{b_i}} \leq 1 - \alpha \quad (2.126)$$

Os valores b_i são calculados numericamente como os menores inteiros que satisfazem à equação (2.126). O modelo ainda considera capacidades de alocação de veículos C_j para cada ponto candidato j .

A formulação do Q-MALP considera além de variáveis binárias y_{ik} análogas aos modelos MALP, variáveis binárias x_{kj} iguais a um se, e somente se, posicionam-se k veículos no ponto candidato j .

<i>Queuing Maximal Availability Location Problem (Q-MALP)</i>	
$y_{ik} = \begin{cases} 1, \text{ se o ponto de demanda } i \in V \text{ é coberto por pelo menos } k \text{ veículos} \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (2.127)$	
$x_{kj} = \begin{cases} 1, \text{ se posicionam-se } k \text{ veículos no ponto candidato } j \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (2.128)$	
$[\max] \sum_{i \in V} d_i \cdot y_{ib_i} \quad (2.129)$	
Sujeito a:	
$\sum_{k=1}^{b_i} y_{ik} \leq \sum_{j \in W_i} \sum_{k=1}^{C_j} x_{kj}, \forall i \in V \quad (2.130)$	
$y_{ik} \leq y_{i,k-1}, \forall i \in V; k = \{1, 2, 3, \dots, b_i\} \quad (2.131)$	

$$\sum_{j \in W} \sum_{k=1}^{C_j} x_{kj} = p \quad (2.132)$$

$$x_{kj}, y_{ik} = \{0,1\}, \forall i \in V; \forall j \in W; k = \{1,2,\dots,C_j\} \quad (2.133)$$

As equações (2.127) e (2.128) definem as variáveis binárias decisão. A formulação é idêntica a dos modelos MALP convencionais, exceto pela adequação quanto às novas variáveis de decisão x_{jk} e a consideração das capacidades C_j .

Essa formulação do Q-MALP também pode incorporar outra melhoria, que é a consideração dos tempos de deslocamento como variáveis randômicas com distribuição conhecida. Com isso a definição das vizinhanças W_i precisa ser revista; deve-se selecionar W_i de modo que se um chamado ocorrer em i , ele será atendido com o tempo de resposta requerido com probabilidade β . Assume-se que os tempos de deslocamento sejam normalmente distribuídos, hipótese que pode ser relaxada assumindo-se qualquer distribuição com função inversa de probabilidade existente. Considerando um parâmetro de cobertura S tem-se:

$$W_i = \{j \in W \mid P(t_{ij} \leq S) \geq \beta\} \quad (2.134)$$

Considera-se t_{ij} com distribuição normal de probabilidade com média $\bar{t}_{ij}$ e desvio padrão σ_{ij} . Reescrevendo a equação (2.134) e utilizando variáveis normalizadas z tem-se:

$$\begin{cases} P((t_{ij} - \bar{t}_{ij})/\sigma_{ij} \leq (S - \bar{t}_{ij})/\sigma_{ij}) \geq \beta \\ z = (t_{ij} - \bar{t}_{ij})/\sigma_{ij} \end{cases} \Rightarrow P(z \leq (S - \bar{t}_{ij})/\sigma_{ij}) \geq \beta \quad (2.135)$$

Seja $F_z(x)$ a função cumulativa de probabilidade; a equação (2.135) é equivalente a:

$$F_z((S - \bar{t}_{ij})/\sigma_{ij}) \geq \beta \quad (2.136)$$

Considerando K_β como o menor valor que satisfaz a equação (2.136) pode-se redefinir apropriadamente os conjuntos W_i :

$$W_i = \{j \in W \mid \bar{t}_{ij} + K_\beta \cdot \sigma_{ij} \geq S\} \quad (2.137)$$

Dessa forma o modelo Q-MALP pode considerar a variabilidade nos tempos de deslocamento, e juntamente com o método de cálculo dos b_i 's, fornece mapas de localização mais realistas em relação aos modelos MALP convencionais. Uma desvantagem do modelo Q-MALP, também presente nos modelos MALP, é o fato de não considerar separadamente a localização de veículos e bases.

Os modelos MALP I e II e o modelo Q-MALP podem ser considerados como derivados do modelo inicial MCLP, pois buscam localizar uma quantidade finita de recursos. Um modelo probabilístico desenvolvido para a localização de veículos de emergência, que pode ser considerado como derivado do LSCP, foi desenvolvido por ReVelle e Hogan (1989b), definido como *Probabilistic Location Set Covering Model* (P-LSCM). Sua formulação busca minimizar o número de veículos necessários para que uma cobertura com probabilidade α seja garantida para todos os pontos de demanda i . O modelo define as variáveis de decisão x_j como o número de veículos posicionados no ponto candidato j ; e define os parâmetros a_{ij} iguais a um se, e somente se, a distância, ou o tempo de deslocamento, entre o ponto j e o ponto de demanda i for menor ou igual a um raio de cobertura S , caso contrário o parâmetro é nulo.

O modelo considera para cada região i uma probabilidade p_i de um veículo aleatoriamente selecionado estar ocupado. Os valores de p_i são calculados de maneira idêntica ao modelo MALP II, e com eles é possível calcular o número de veículos b_i necessários para cobrir um ponto de demanda i com probabilidade α .

$$b_i = \left\lceil \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln(p_i)} \right\rceil \quad (2.138)$$

Com os valores de b_i e a matriz de cobertura $A_{ik}=\{a_{ij}\}$ o P-LSCP é formulado.

<i>Probabilistic Location Set Covering Problem</i> (P-LSCP)	
x_j é o número de veículos posicionados no pontocandidato $j \in W$	(2.139)

$$[\min] \sum_{j \in W} x_j \quad (2.140)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in W} a_{ij} \cdot x_j \geq b_i, \forall i \in V \quad (2.141)$$

$$x_i \geq 0, \text{inteiro}, \forall i \in V \quad (2.142)$$

As variáveis de decisão são definidas em (2.139). A função objetivo (2.140) busca minimizar o número de veículos necessários e as restrições (2.141) garantem a cobertura com probabilidade α para todos os pontos de demanda. O espaço de busca é definido pelas equações (2.142).

A formulação do P-LSCP é simples e pode ser considerada uma extensão direta do modelo determinístico LSCM. Esse modelo foi ainda aprimorado por Marianov e ReVelle (1994) que formularam uma forma mais complexa do LSCM chamada *Queuing Probabilistic Location Set Covering Problem* (Q-PLSCP). Sua diferença básica em relação ao modelo P-LSCP é quanto ao cálculo dos valores de b_i . O avanço do modelo Q-PLSCP em relação ao P-LSCP é idêntico ao avanço do modelo Q-MALP em relação ao modelo MALP II, ou seja, o avanço se refere ao método de cálculo do número de veículos necessários para cobrir um ponto i com probabilidade α .

Sua abordagem é idêntica a do modelo Q-MALP: cada região/vizinhança de um ponto de demanda i é modelada como um sistema de filas M/G/s-loss. As mesmas premissas são adotadas e os valores de b_i podem ser calculados como os menores inteiros positivos que satisfazem a equação (2.143).

$$1 - p_{b_i} \geq \alpha, \forall i \in V \Leftrightarrow \frac{\left(\frac{1}{s!}\right) \cdot \rho_i^{b_i}}{1 + \rho_i + \left(\frac{1}{2!}\right) \cdot \rho_i^2 + \dots + \left(\frac{1}{b_i!}\right) \cdot \rho_i^{b_i}} \leq 1 - \alpha \quad (2.143)$$

Com os valores dos b_{is} calculados, a formulação do Q-PLSCP é idêntica ao modelo P-LSCP.

Uma abordagem probabilística do modelo FLEET também foi formulada por ReVelle e Marianov (1991). O *Probabilistic FLEET model* (P-FLEET) procura localizar bases, caminhões e bombas independentemente, de maneira a buscar uma maximização da cobertura da demanda com probabilidade α . Para cada ponto de demanda i , no P-FLEET calculam-se frações de ocupação locais para os diferentes tipos de veículos, assim como o modelo MALP II, e com base nesses valores calcula-se o número de servidores necessários para cobrir o ponto de demanda i com probabilidade α , para cada tipo de veículo.

Para cada tipo de veículo um raio de cobertura é considerado de modo que r_C é o raio de cobertura para caminhões e r_B é o raio de cobertura para bombas. Com esses raios de cobertura definem-se para cada tipo de veículo duas vizinhanças W_i^K e M_i^K : $W_i^K = \{z \in W | t_{iz} \leq r_K\}$ e $M_i^K = \{z \in V | t_{iz} \leq r_K\}$. As frações de ocupação na vizinhança do ponto i para caminhões q_i^C e para bombas q_i^B são estimadas da mesma forma como as frações de ocupação locais são calculadas no modelo MALP II:

$$q_i^C \cong \frac{\bar{t}^C \cdot \sum_{z \in M_i^C} d_z}{24 \cdot \sum_{j \in W_i^C} x_j^C} \quad (2.144)$$

$$q_i^B \cong \frac{\bar{t}^B \cdot \sum_{z \in M_i^B} d_z}{24 \cdot \sum_{j \in W_i^B} x_j^B} \quad (2.145)$$

Onde $\bar{t}^C$ e $\bar{t}^B$ são os tempos médios de duração dos chamados relativos a caminhões e bombas respectivamente, d_z é a demanda do ponto z . É importante notar que a demanda d_z não é segregada para os dois tipos de veículos, contudo poderiam ser consideradas demandas específicas para os dois tipos de veículos separadamente. Com essas probabilidades calculam-se os valores e_i e c_i de bombas e caminhões necessários para que um ponto esteja coberto pelos dois tipos de veículos com probabilidade α .

$$1 - (q^C)^{\sum_{j \in W_i^C} x_j^C} \geq \alpha, \forall i \in V \Rightarrow 1 - \left(\frac{\bar{t}^C \cdot \sum_{z \in M_i^C} d_z}{24 \cdot \sum_{j \in W_i^C} x_j^C} \right)^{\sum_{j \in W_i^C} x_j^C} \geq \alpha \quad (2.146)$$

$$1 - (q^B)^{\sum_{j \in W_i^B} x_j^B} \geq \alpha, \forall i \in V \Rightarrow 1 - \left(\frac{\bar{t}^B \cdot \sum_{z \in M_i^B} d_z}{24 \cdot \sum_{j \in W_i^B} x_j^B} \right)^{\sum_{j \in W_i^B} x_j^B} \geq \alpha \quad (2.147)$$

Considerando:

$$F_i^C = \frac{\bar{t}^C \cdot \sum_{z \in M_i^C} d_z}{24} \quad (2.148)$$

$$c_i = \sum_{j \in W_i^C} x_j^C \quad (2.149)$$

$$F_i^B = \frac{\bar{t}^B \cdot \sum_{z \in M_i^B} d_z}{24} \quad (2.150)$$

$$e_i = \sum_{j \in W_i^B} x_j^B \quad (2.151)$$

As equações (2.146) e (2.147) podem ser escritas como:

$$1 - \left(\frac{F_i^C}{c_i} \right)^{c_i} \geq \alpha, \forall i \in V \quad (2.152)$$

$$1 - \left(\frac{F_i^B}{e_i} \right)^{e_i} \geq \alpha, \forall i \in V \quad (2.153)$$

As quantidades de veículos c_i e e_i que garantem uma probabilidade α de cobertura, podem ser calculadas como os menores inteiros que satisfazem equações (2.152) e (2.153).

São utilizadas variáveis de decisão binárias y_{ik}^C que são iguais a um se, e somente se o ponto i é coberto por pelo menos k caminhões; o mesmo é feito para as bombas com

as variáveis y_{ik}^B . Essas variáveis são combinadas numa variável de decisão binária y_i que recebe o valor um se, e somente se, o ponto i é coberto por ambos os veículos com probabilidade α , e zero caso contrário.

O P-FLEET considera que apenas um veículo de cada tipo pode ser alocado em uma determinada base, assim, utilizam-se as variáveis binárias x_j^K que indicam se no ponto j localiza-se um veículo do tipo K ou não.

Probabilistic Facility-Location Equipment-Emplacement Technique (P-FLEET)

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se } i \in V \text{ é coberto por caminhões e bombas com probabilidade } \alpha \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.154)$$

$$y_{ik}^B = \begin{cases} 1, & \text{se } i \text{ é coberto por, pelo menos, } k \text{ veículos do tipo bomba} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.155)$$

$$y_{ik}^C = \begin{cases} 1, & \text{se } i \text{ é coberto por, pelo menos, } k \text{ caminhões} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.156)$$

$$x_j^C = \begin{cases} 1, & \text{se um caminhão está posicionado no pontocandidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.157)$$

$$x_j^B = \begin{cases} 1, & \text{se um veículo bomba está posicionado no pontocandidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.158)$$

$$[\max] \sum_{i \in V} d_i \cdot y_i \quad (2.159)$$

Sujeito a:

$$y_i + \sum_{k=1}^{e_i-1} y_{ik}^B \leq \sum_{j \in W_i^B} x_j^B, \forall i \in V \quad (2.160)$$

$$y_i + \sum_{k=1}^{c_i-1} y_{ik}^C \leq \sum_{j \in W_i^C} x_j^C, \forall i \in V \quad (2.161)$$

$$y_i \leq y_{i,(e_i-1)}^B, \forall i \in V \quad (2.162)$$

$$y_i \leq y_{i,(c_i-1)}^C, \forall i \in V \quad (2.163)$$

$$y_{ik}^B \leq y_{i,(k-1)}^B, \forall i \in V; k = \{1, 2, \dots, e_i - 1\} \quad (2.164)$$

$$y_{ik}^C \leq y_{i,(k-1)}^C, \forall i \in V; k = \{1, 2, \dots, c_i - 1\} \quad (2.165)$$

$$x_j^B \leq z_j, \forall j \in W \quad (2.166)$$

$$x_j^C \leq z_j, \forall j \in W \quad (2.167)$$

$$\sum_{j \in W} x_j^B = p^B \quad (2.168)$$

$$\sum_{j \in W} x_j^C = p^C \quad (2.169)$$

$$\sum_{j \in W} z_j = p^z \quad (2.170)$$

$$x_j^B, x_j^C, z_j = \{0, 1\}, \forall j \in W \quad (2.171)$$

$$y_i, y_{ik}^B, y_{ik}^C = \{0, 1\}, \forall i \in V; k = \{1, 2, \dots, e_i \text{ ou } c_i\} \quad (2.172)$$

A formulação do P-FLEET utiliza apenas variáveis binárias de decisão. A função objetivo (2.159) procura maximizar a demanda coberta por ambos os tipos de veículos com probabilidade α . A coerência entre as variáveis de decisão é garantida pelas equações (2.160), (2.161), (2.162), (2.163), (2.164), e (2.165). Vale ressaltar que as equações (2.160) e (2.161) garantem que um determinado ponto i só é considerado coberto se assim o for por e_i veículos bomba e c_i caminhões; o que assegura uma probabilidade α de cobertura. As restrições (2.166) e (2.167) estabelecem a hierarquia entre bases e veículos. Assim como o modelo FLEET, o P-FLEET também possui limites para os recursos bases e veículos; esses são

representados pelas equações (2.168), (2.169) e (2.170). O espaço de busca é definido por variáveis binárias como pode ser observado nas equações (2.171) e (2.172).

O P-FLEET é um modelo bastante completo e possui uma característica interessante para representar o problema prático pelo fato de considerar um ponto coberto só se o mesmo for coberto com probabilidade α por mais de um tipo de veículo. Esse é o grande diferencial do modelo frente aos demais. Porém, ele possui a desvantagem de permitir a alocação de apenas um veículo de cada tipo por base.

Existe uma formulação alternativa para o P-FLEET, também apresentada em ReVelle e Marianov (1991) que permite relaxar essa restrição de modo a permitir a localização de múltiplos veículos por base. Essa formulação recebe o nome de *Probabilistic Facility-Location Equipment-Emplacement Technique with Multiple Co-location* (P-FLEET-MC). Essa formulação alternativa utiliza, ao invés das variáveis binárias x_j^B e x_j^C , as variáveis binárias x_{kj}^B e x_{kj}^C .

Probabilistic Facility-Location Equipment-Emplacement Technique with Multiple Co-location (P-FLEET-MC)

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se } i \in V \text{ é coberto por caminhões e bombas com probabilidade } \alpha \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.173)$$

$$y_{ik}^B = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto } i \text{ é coberto por } k \text{ veículos do tipo bomba} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.174)$$

$$y_{ik}^C = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto } i \text{ é coberto por } k \text{ caminhões} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.175)$$

$$x_{kj}^C = \begin{cases} 1, & \text{se pelo menos } k \text{ caminhões estão posicionados no ponto candidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.176)$$

$$x_{kj}^B = \begin{cases} 1, & \text{se pelo menos } k \text{ veículos bomba estão posicionados no ponto candidato } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.177)$$

$$[\max] \sum_{i \in V} d_i \cdot y_i \quad (2.178)$$

Sujeito a:

$$y_i + \sum_{k=1}^{e_i-1} y_{ik}^B \leq \sum_{j \in W_i^B} \sum_{k=1}^T x_{kj}^B, \forall i \in V \quad (2.179)$$

$$y_i + \sum_{k=1}^{c_i-1} y_{ik}^C \leq \sum_{j \in W_i^C} \sum_{k=1}^T x_{kj}^C, \forall i \in V \quad (2.180)$$

$$y_i \leq y_{i,(e_i-1)}^B, \forall i \in V \quad (2.181)$$

$$y_i \leq y_{i,(c_i-1)}^C, \forall i \in V \quad (2.182)$$

$$y_{ik}^B \leq y_{i,(k-1)}^B, \forall i \in V; k = \{1, 2, \dots, e_i - 1\} \quad (2.183)$$

$$y_{ik}^C \leq y_{i,(k-1)}^C, \forall i \in V; k = \{1, 2, \dots, c_i - 1\} \quad (2.184)$$

$$x_{1j}^B \leq z_j, \forall j \in W \quad (2.185)$$

$$x_{1j}^C \leq z_j, \forall j \in W \quad (2.186)$$

$$x_{kj}^B \leq x_{(k-1)j}^B, \forall j \in W; k = \{1, 2, \dots, T\} \quad (2.187)$$

$$x_{kj}^C \leq x_{(k-1)j}^C, \forall j \in W; k = \{1, 2, \dots, T\} \quad (2.188)$$

$$\sum_{j \in W} \sum_{k=1}^T x_{kj}^B = p^B \quad (2.189)$$

$$\sum_{j \in W} \sum_{k=1}^T x_{kj}^C = p^C \quad (2.190)$$

$$\sum_{j \in W} z_j = p^z \quad (2.191)$$

$$x_{kj}^B, x_{kj}^C, z_j = \{0,1\}, \forall j \in W; k = \{1,2,...,T\} \quad (2.192)$$

$$y_i, y_{ik}^B, y_{ik}^C = \{0,1\}, \forall i \in V; k = \{1,2,...,e_i \text{ ou } c_i\} \quad (2.193)$$

A formulação é similar à do P-FLEET, exceto pela definição das variáveis de decisão e do parâmetro T que representa o máximo de veículos que podem ser alocados a uma determinada base.

Genericamente, sistemas de ambulâncias típicos são caracterizados por veículos de dois tipos: básicos e avançados. Além disso, os veículos avançados podem atender ocorrências que demandem atendimento básico, porém o contrário não é verdadeiro. Isso impossibilita a segregação de demandas por um determinado tipo de veículo e gera uma complexidade na modelagem do problema. Em Mandell (1998), um modelo é desenvolvido para vencer essa dificuldade, localizando ambulâncias em um sistema de atendimento de emergência com veículos básicos (*Basic Life Support* - BLS) e avançados (*Advanced Life Support* - ALS) com as características de atendimento mencionadas. A hierarquia da formulação é inclusiva no sentido em que ambulâncias avançadas podem prestar todos os serviços de ambulâncias básicas. Assim como os modelos com demanda segregada para diferentes tipos de veículos, Mandell (1998) considera raios de cobertura diferentes r_B e r_A para ambulâncias básicas e avançadas respectivamente, sendo $r_A \geq r_B$.

Em seu método, Mandell (1998) calcula, utilizando modelos da Teoria das Filas, a probabilidade de um chamado ocorrido num ponto i ser atendido adequadamente. Essa probabilidade depende do número de ambulâncias avançadas h localizadas num raio r_A do ponto i , do número de ambulâncias avançadas k localizadas num raio r_B do ponto i , e do número de ambulâncias básicas s localizadas num raio r_B do ponto i . Modelando os atendimentos como um sistema de filas, os autores calculam essas probabilidades simbolicamente representadas por θ_{hkl}^i . O modelo recebe o nome de *Two-Tiered Model* (TTM), e procura maximizar a cobertura esperada da demanda. A complexidade do modelo reside no cálculo das probabilidades θ_{hkl}^i que uma vez calculadas o transformam num problema de programação inteira.

A primeira questão abordada pelo trabalho de Mandell (1998) é quanto ao termo “adequadamente atendido” que resulta nas probabilidades θ_{hkl}^i . Primeiramente, os raios de cobertura r_A e r_B são definidos baseados em tempos de resposta t_A e t_B . O autor define que um ponto de demanda i será adequadamente atendido se: um veículo básico consegue se deslocar até o ponto i em, no máximo t_B unidades de tempo e um veículo avançado consegue se deslocar até o ponto i em t_A unidades de tempo; ou se um veículo avançado consegue se deslocar até o ponto i em t_B unidades de tempo, independentemente dos tempos de deslocamento das outras unidades básicas. Definem-se para cada nó de demanda i dois tipos de vizinhança: N_i^A e N_i^B : $N_i^A = \{j \in W \mid t_{ij} \leq t_A\}$ e $N_i^B = \{j \in W \mid t_{ij} \leq t_B\}$. Considerando essas duas vizinhanças, um sistema de fila regional é modelado para cada ponto i tomando as mesmas premissas que ReVelle e Hogan (1989)a: o número de chamados em regiões vizinhas não difere muito e os tempos de atendimento são muito maiores em relação aos tempos de deslocamento. Dessa maneira, assume-se que as diferentes regiões podem ser modeladas como sistemas isolados sendo que chamados originados em i serão atendidos por veículos em alguma das vizinhanças de i , e veículos localizados nas vizinhanças de i atenderão apenas chamados nas vizinhanças de i . Esse método fornece as equações para a estimativa dos coeficientes θ_{hkl}^i , que tornam possíveis a formulação do TTM.

Para calcular os coeficientes θ_{hkl}^i , Mandell (1998) monta um sistema de filas para cada ponto i (Figura 2.3), a partir do qual serão calculadas as probabilidades de estado estacionário. Para a configuração do modelo de filas assume-se que: (i) chamados originados dentro do parâmetro de cobertura t_A em relação ao ponto i são atendidos por uma ambulância ALS se, e somente se, houver pelo menos uma ambulância ALS disponível dentro de t_A ; (ii) unidades ALS localizadas dentro de t_A em relação ao ponto i atendem somente chamadas originadas dentro de t_A em relação a i ; (iii) chamadas originadas dentro de t_B em relação ao ponto i são atendidas por unidades BLS se, e somente se, houver pelo menos uma ambulância BLS disponível; e (iv) unidades BLS localizadas dentro de t_A em relação ao ponto i atendem somente chamadas originadas dentro de t_B em relação a i .

Figura 2.3 – Sistema de filas para um ponto i do TTM

Fonte: Mandell (1998)

Sendo f_j a taxa de geração de chamados no ponto j , a taxa de geração do ponto i , λ_i^* , de chamados dentro da vizinhança definida por t_B , NB_i é dada por:

$$\lambda_i^* = \sum_{j \in NB_i} f_j \quad (2.194)$$

De acordo com as premissas (i) e (iii), esses chamados serão atendidos por ambas as unidades ALS e BLS. Para o ponto i , a taxa de geração de chamados que ocorrem entre os parâmetros de cobertura t_A e t_B , λ_i^{**} , é dada pela expressão (2.195)

$$\lambda_i^{**} = \sum_{j \in NA_i} f_j - \sum_{j \in NB_i} f_j = \sum_{j \in NA_i} f_j - \lambda_i^* \quad (2.195)$$

De acordo com as premissas (i) e (iv), apenas unidades ALS atenderão a esses chamados. A probabilidade de equilíbrio de cada estado do sistema de filas do ponto i é representado por $P[k, l | r, s]$ que representa a probabilidade para o ponto i de haverem k unidades ALS localizadas dentro de t_A em relação ao ponto i indisponíveis e l unidades BLS localizadas dentro de t_B em relação ao ponto i indisponíveis, dado que o ponto i é coberto por r unidades ALS dentro de t_A e s unidades BLS dentro de t_B .

Para esse modelo de filas, as probabilidades de equilíbrio e sua correlação com serviço adequado para o ponto i são mostradas na Figura 2.4.

Referindo-se a Figura 2.4, se menos que r ambulâncias ALS e menos que s ambulâncias BLS estiverem indisponíveis, o atendimento adequado do ponto i é garantido (pontos escuros exceto a linha superior). Se, independente do número de ambulâncias BLS livres, houver r ambulâncias ALS indisponíveis, o ponto i não será atendido (pontos em branco na última coluna).

Figura 2.4 – Probabilidades de equilíbrio do TTM

Fonte: Mandell (1998)

Com relação ao caso em que todas as ambulâncias BLS localizadas em até t_B estão ocupadas mas nem todas as ambulâncias ALS localizadas em até t_A estão ocupadas, pois a quantidade de ambulâncias ALS localizadas em até t_B em relação ao ponto i não são representadas pelo modelo de filas bidimensional, o ponto i só será atendido se houver uma ambulância ALS disponível em até t_B .

Seja r' o número de ambulâncias ALS localizadas em até t_B em relação ao ponto i , e k igual ao número de ambulâncias ALS localizadas em até t_A que estão ocupadas. Se $k < r'$, pelo menos uma ambulância ALS localizada em até t_B estará disponível, assegurando o atendimento do ponto i . Se $r' \leq k < r$, denota-se que a probabilidade de o

ponto i ser atendido de $\gamma(k, r, r')$. Sendo assim, os valores de θ_{ihkl}^i podem ser computados.

$$\theta_{rr's}^i = \sum_{k=0}^{r-l} \sum_{l=0}^{s-l} P[k, l / r, s] + \sum_{k=0}^{r'-l} P[k, s / r, s] + \sum_{k=r'}^{r-l} \gamma(k, r, r') * P[k, s / r, s] \quad (2.196)$$

Mandell (1998) apresenta uma forma de aproximação de $\gamma(k, r, r')$. Assumindo que, quando o número de ambulâncias ALS localizadas em até t_A estão ocupadas está entre r' e r , as ambulâncias na vizinhança são despachadas aleatoriamente, e assumindo que as unidades ALS localizadas em até t_B são randomicamente selecionadas sem reposição, dados k , r e r' , a probabilidade de que todas as ambulâncias r' estejam ocupadas é dada por uma distribuição hipergeométrica, e $\gamma(k, r, r')$ pode ser calculado como o complementar dessa probabilidade.

$$\gamma(k, r, r') = 1 - \prod_{j=0}^{r'-l} \frac{k-j}{r-j} \quad (2.197)$$

O TTM considera que em cada ponto só podem ser localizados um veículo de cada tipo e dessa forma, o número máximo de veículos ALS que serão localizados na vizinhança N_i^A do ponto i , H_i , é o mínimo entre o número total de ambulâncias ALS que serão localizadas (n_A) e o número de pontos em N_i^A ($|N_i^A|$); o número máximo de veículos ALS que serão localizados na vizinhança N_i^B do ponto i , K_i , é o mínimo entre o número total de ambulâncias ALS que serão localizadas (n_A) e o número de pontos em N_i^B ($|N_i^B|$); e o número máximo de veículos BLS que serão localizados na vizinhança N_i^B do ponto i , L_i , é igual ao mínimo entre o número total de veículos BLS que serão localizados (n_B) e o número de pontos em N_i^B ($|N_i^B|$).

Como variável de decisão, o TTM utiliza variáveis binárias y_{ihkl} que são iguais a um se, e somente se, o ponto i possui exatamente h veículos avançados localizados a menos de t_A , exatamente k veículos avançados localizados a menos de t_B , e exatamente l veículos básicos localizados a menos de t_B . Além disso, variáveis binárias x_j^K que são iguais a um se o ponto j recebe uma ambulância do tipo K e zero caso contrário.

Two-Tiered Model (TTM)

$$y_{ihkl} = \begin{cases} 1, \text{ se } h \text{ veículos ALS estão localizados à } r_A \text{ do ponto } i, k \text{ veículos ALS} \\ \text{estão localizados à } r_B \text{ do ponto } i, \text{ e } l \text{ veículos BLS estão localizados a} \\ r_B \text{ do ponto } i \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (2.198)$$

$$x_j^A = \begin{cases} 1, \text{ se um veículo ALS está localizado no ponto candidato } j \in W \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (2.199)$$

$$x_j^B = \begin{cases} 1, \text{ se um veículo BLS está localizado no ponto candidato } j \in W \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (2.200)$$

$$[\max] \sum_{i \in V} \sum_{h=0}^{H_i} \sum_{k=0}^{K_i} \sum_{l=0}^{L_i} d_i \cdot \theta_{ihkl} \cdot y_{ihkl} \quad (2.201)$$

Sujeito a:

$$\sum_{h=0}^{H_i} h \cdot \sum_{k=0}^{K_i} \sum_{l=0}^{L_i} y_{ihkl} \leq \sum_{j \in NA_i} x_j^A, \forall i \in V \quad (2.202)$$

$$\sum_{k=0}^{K_i} k \cdot \sum_{h=0}^{H_i} \sum_{l=0}^{L_i} y_{ihkl} \leq \sum_{j \in NB_i} x_j^A, \forall i \in V \quad (2.203)$$

$$\sum_{l=0}^{L_i} l \cdot \sum_{k=0}^{K_i} \sum_{h=0}^{H_i} y_{ihkl} \leq \sum_{j \in NA_i} x_j^B, \forall i \in V \quad (2.204)$$

$$\sum_{h=0}^{H_i} \sum_{k=0}^{K_i} \sum_{l=0}^{L_i} y_{ihkl} \leq 1, \forall i \in V \quad (2.205)$$

$$\sum_{j \in W} x_j^A = n_A \quad (2.206)$$

$$\sum_{j \in W} x_j^B = n_B \quad (2.207)$$

$$x_j^A, x_j^B = \{0,1\}, \forall j \in W \quad (2.208)$$

$$y_{ihkl} = \{0,1\}, \forall i; h = \{0,1,2,\dots,H_i\}; k = \{0,1,2,\dots,K_i\}; l = \{0,1,2,\dots,L_i\} \quad (2.209)$$

A função objetivo (2.201) procura maximizar a cobertura esperada. As restrições (2.202), (2.203), e (2.204) conferem consistência às variáveis de decisão y_{ihkl} uma vez que limitam h , k e l à quantidade de veículos ALS e BLS alocados nas vizinhanças de i . As restrições (2.205) garantem que para cada ponto i apenas uma combinação de h , k e l será escolhida. As equações (2.206) e (2.207) limitam o número de ambulâncias que devem ser localizadas pelo modelo e o espaço de soluções é definido em (2.208) e (2.209).

O TTM utiliza um modelo de fila mais complexo que o utilizado nos modelos Q-MALP e Q-PLSCP e proporciona uma estimativa mais acurada da probabilidade de um ponto ser atendido. Diferentemente dos modelos que buscam maximizar a demanda coberta com probabilidade α , o TTM busca maximizar a cobertura esperada, que dividida pela demanda total indica a probabilidade de um ponto ser atendido. Um ponto fraco do modelo é permitir a alocação de apenas um veículo de cada tipo em cada ponto candidato, além de não diferenciar a localização de bases e viaturas. Essa diferenciação da localização de bases e viaturas é importante para o problema de realocação de viaturas pelas bases durante o ciclo de operação considerado. Contudo, é um modelo que agrega um modelo de filas bidimensional e considera uma definição mais complexa do termo “adequadamente coberto”, um dos principais pontos fortes do modelo.

Em relação à fração de ocupação q , os modelos apresentados até esse ponto da dissertação, tratam essa grandeza de forma global (como é o caso dos modelos MEXCLP e MALP I) ou de forma regional para os pontos de demanda, independentemente da sofisticação do método de estimativa. Em ReVelle e Hogan (1989a) e Gendreau *et al.* (1997) os autores apontam a dificuldade de trabalhar com frações de ocupação específicas para cada ponto candidato q_j , uma vez que esses valores são uma saída do modelo e não podem ser determinados *a priori*.

Outra abordagem probabilística para o problema, que muda toda a perspectiva quanto às frações de ocupação, foi proposta por Larson (1974) que desenvolveu o modelo do hipercubo para avaliação da localização de instalações de atendimento emergencial, derivado da teoria das filas. Em sua formulação original, o modelo, considerando uma região espacial discretizada em K átomos, assume que os chamados originados na região ocorrem segundo uma distribuição de Poisson com uma taxa média de λ . Cada átomo age como um gerador de chamados independente segundo uma distribuição de Poisson com média $(f_k \cdot \lambda)$, sendo f_k uma fração de contribuição do átomo k (*region-wide workload factor*). São conhecidos os tempos de viagem entre os átomos i e j , τ_{ij} .

A demanda é atendida por N servidores, os quais representam as instalações de atendimento emergencial, e cada chamado é atendido por apenas um servidor. O tempo médio de atendimento do servidor j μ_j é conhecido, segue uma distribuição exponencial negativa e independe do local onde o chamado ocorre.

Além disso, o modelo assume que a localização das instalações é conhecida, pelo menos probabilisticamente, e é representada uma matriz de localização $\{l_{ij}\}$ tal que cada elemento l_{ij} representa a probabilidade de um servidor i estar localizado no átomo j . Para problemas de localização tais que as unidades a serem localizadas ficarão fixas, para cada servidor i a matriz possuirá $l_i = 1$ e para algum átomo j , e $l_{ik} = 0$, para k diferente de j . Para problemas em que os servidores devem ficar se deslocando pela região, como no caso do posicionamento de viaturas policiais, l_{ij} pode apresentar valores fracionários.

Cada átomo i do modelo possui uma lista de servidores preferenciais n_{ij} , $j = \{0, 1, \dots, N\}$, segunda a qual, na ocorrência de um chamado no átomo i , procura-se o servidor livre de maior preferência. Analogamente, cada servidor j possui uma região preferencial, composta de átomos que sempre procurarão primeiramente o servidor j na ocorrência de um chamado.

Cada estado do sistema modelado pode ser univocamente descrito por um conjunto de estado $B = \{b_1, b_2, \dots, b_N\}$, sendo que cada componente b_i é igual a um se, e somente se, o servidor i encontra-se ocupado, e zero caso contrário. Para um problema genérico, o

espaço formado pelos 2^N conjuntos de estado representa um hipercubo no $\mathcal{H}^N$ (isso justifica o nome do modelo).

O processo de fila é modelado como uma cadeia de Markov sendo $A=\{\lambda_{ij}\}$ a matriz de transição de estados e cada elemento λ_{ij} igual a taxa média de transição do estado i para o estado j , $i,j \in \{0,1,\dots,2^N\}$. Para maiores referências sobre a utilização de cadeias de Markov pode-se consultar Winston e Venkataramanan (2003). Considerando os diferentes estados e as taxas de transição, Larson (1974) realiza os cálculos das probabilidades de estado estacionário da cadeia de Markov resolvendo o sistema de equações de equilíbrio do sistema, cujos resultados serão utilizados na avaliação.

Considerando as definições e premissas apresentadas, o modelo do hipercubo possibilita a avaliação de um mapa de localização de instalações através do cálculo das probabilidades de estado resultando numa série de parâmetros de desempenho do sistema, por exemplo, o tempo médio de resposta do sistema, fração de despacho de um servidor para fora do átomo em que ele se localiza, fração de ocupação de cada servidor, entre outros. De acordo com Galvão *et al.* (2005), a solução do modelo do hipercubo, apesar de permitir a avaliação de diferentes configurações do sistema, diversas políticas de despacho entre outros cenários, não permite a otimização da localização das instalações de emergência.

A utilização isolada do modelo de hipercubo é uma abordagem interessante para a localização de um número pequeno de servidores, uma vez que o sistema de equações de equilíbrio cresce rapidamente com o número de servidores. A complexidade do problema também aumenta rapidamente com o crescimento do número de átomos e servidores, visto que o aumento resultante no número de cenários a serem avaliados é muito grande. A característica interessante é o fato de permitir o cálculo de frações de ocupação específicas para cada servidor e permitir a relaxação da premissa que estabelece que os servidores operem isoladamente, porém as frações de ocupação são saídas do modelo de modo que não podem ser conhecidas *a priori*.

Outros modelos derivados do modelo do hipercubo foram criados, utilizando premissas e considerações do modelo original e ao mesmo tempo algoritmos e modelos de otimização, buscando encontrar a localização que maximiza um ou mais

indicadores de desempenho do sistema (SOUZA, 2010). Oliveira e Gonçalves (2003) denominam esses modelos como modelos híbridos do hipercubo.

Dentre esses vários desdobramentos do modelo do hipercubo destaca-se o trabalho de Batta *et al.* (1989) que utilizam o modelo do hipercubo em conjunto com o modelo MEXCLP de Daskin (1983).

Modelos que incorporam as características probabilísticas do modelo do hipercubo compõem a categoria mais complexa de modelos probabilísticos para o problema de localização de veículos de emergência.

2.1.4. Modelos dinâmicos

Outra categoria de modelos, acompanhando os avanços no desenvolvimento de algoritmos e heurísticas, e acompanhando também a evolução das capacidades de processamento dos computadores, vem se ocupando com o dinamismo da questão. Modelos que consideram simultaneamente a localização de bases e a realocação dinâmica dos veículos ao longo de um ciclo de operação compõem os últimos avanços no tema.

Vale ressaltar que os chamados modelos dinâmicos podem ser determinísticos ou probabilísticos; o termo “dinâmico” advém do simples fato de considerarem explicitamente em sua formulação, variações temporais nos parâmetros do problema.

Um trabalho que considera essas características do problema foi desenvolvido por Gendreau *et al.* (2001), e atende ao problema de realocação de veículos especificamente. A formulação pode ser considerada como uma extensão do modelo DSM (BROTCORNE *et al.*, 2003). Algumas características do modelo são: veículos realocados num determinado período t não poderão ser novamente realocados no período $t+1$; ciclos de realocação com apenas dois pontos são evitados; realocações com grandes distâncias são evitadas; apenas um número limitado de ambulâncias pode ser posicionado em cada base; apenas um número limitado de ambulâncias pode ser realocado em cada instante t ; a atribuição de uma ambulância a um chamado distante no final do expediente deve ser evitada.

O modelo, por representar o problema de realocação de veículos no instante t , foi denominado *Redeployment Problem t* (RPt). Assim como o DSM e outros modelos de cobertura múltipla, o RPt considera dois parâmetros de cobertura, r_1 e r_2 ($r_1 < r_2$). O modelo é determinístico e, utilizando o conceito de cobertura múltipla, busca maximizar a demanda coberta pelo menos duas vezes dentro do raio de cobertura r_1 .

O número total de ambulâncias que deve ser posicionado é igual a p , e o número máximo de veículos que podem ser localizados no ponto candidato j é igual a p_j . Os autores ainda definem os coeficientes:

$$\gamma_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ se } t_{ij} \leq r_1 \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (2.210)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ se } t_{ij} \leq r_2 \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (2.211)$$

Para considerar as questões de reposicionamento, são definidos os coeficientes de penalidade M_{jl}^t relacionados com a ambulância $l = \{1, 2, \dots, p\}$ e seu reposicionamento no período t de sua base atual para o ponto j . Esses coeficientes refletem informações sobre a realocação de uma determinada ambulância no período t e também informações sobre realocações anteriores, sendo atualizados a cada período t . Analogamente ao modelo DSM, o RPt restringe que todos os pontos devem ser atendidos em menos de r_2 , e uma fração da população α deve ser atendida dentro do raio r_1 por pelo menos um veículo.

O modelo RPt é resolvido para um instante t utilizando como parâmetro o estado atual do sistema de ambulância no que se refere às demandas, localização corrente dos veículos. Assim, para um instante genérico t , o RPt pode ser formulado.

<i>Redeployment Problem t</i> (RPt)	
$y_{jl} = \begin{cases} 1, \text{ se a ambulância } l \text{ está localizada no ponto } j \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$	(2.212)

$$x_i^k = \begin{cases} 1, & \text{se o ponto } i \in V \text{ é coberto pelo menos } k \text{ vezes dentro do raio } r_1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.213)$$

$$[\max] \sum_{i \in V} d_i \cdot x_i^2 - \sum_{j \in W} \sum_{l=1}^p M_{jl}^t \cdot y_{jl} \quad (2.214)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in W} \sum_{l=1}^p \gamma_{ij} \cdot y_{jl} \geq 1, \forall i \in V \quad (2.215)$$

$$\sum_{i \in V} d_i \cdot x_i^1 \geq \alpha \cdot \sum_{i \in V} d_i \quad (2.216)$$

$$\sum_{i \in W} \sum_{l=1}^p \delta_{ij} \cdot y_{jl} \geq x_i^1 + x_i^2, \forall i \in V \quad (2.217)$$

$$x_i^2 \leq x_i^1, \forall i \in V \quad (2.218)$$

$$\sum_{j \in W} y_{jl} = 1, l = \{1, 2, \dots, p\} \quad (2.219)$$

$$\sum_{l=1}^p y_{jl} \leq p_j, \forall j \in W \quad (2.220)$$

$$x_i^1, x_i^2 = \{0, 1\}, \forall i \in V \quad (2.221)$$

$$y_{jl} = \{0, 1\}, \forall j \in W; l = \{1, 2, \dots, p\} \quad (2.222)$$

O modelo utiliza variáveis binárias y_{jl} definidas em (2.212) e variáveis binárias x_i^k definidas em (2.213) idêntica ao modelo DSM. A função objetivo (2.214) busca maximizar a demanda coberta pelo menos duas vezes dentro de um raio de cobertura r_1 (objetivo idêntico ao DSM) e considera uma penalidade associada à realocação de ambulâncias do estado atual do sistema para um novo estado de alocação. A restrição (2.215) garante que todos os pontos serão cobertos pelo menos uma vez num raio r_2 . A restrição (2.216) assegura que uma fração α da demanda seja coberta num raio r_1 pelo menos uma vez. As restrições (2.217) montam a correlação entre as variáveis de

decisão, bem como as restrições (2.218). As restrições (2.219) garantem que pela lógica, cada ambulância deve ser realocada de um ponto l para um ponto candidato j (a restrição também é válida mesmo que a ambulância continue no mesmo ponto). As equações (2.220) limitam a quantidade de veículos localizados no ponto j até o máximo p_j . O espaço de soluções é definido pelas equações (2.221) e (2.222).

Vale a pena ressaltar que o modelo não necessita de restrições quanto ao número total de ambulâncias a serem localizadas, visto que pela forma como o modelo foi desenvolvido, cada ambulância possui uma referência l . Ademais, os valores das penalidades M_{jl}^t são atualizados para cada período t em que o modelo é resolvido de modo a: penalizar de forma crescente reposicionamentos da mesma ambulância, penalizar reposicionamentos distantes, penalizar ciclos de reposicionamento formados por dois pontos, e limitar a quantidade de reposicionamentos.

O modelo RPt utiliza uma indexação para cada ambulância, uma abordagem diferente de todos os modelos apresentados nesse trabalho. O método de cômputo dos coeficientes M_{jl}^t não é descrito no trabalho de Gendreau *et al.* (2001). O RPt também não faz distinção entre a localização de bases e viaturas. Os autores comentam que, considerando um ciclo de operação, o RPt pode ser repetidamente resolvido para diferentes períodos consecutivos resultando num plano de localização para as ambulâncias de um sistema. A desvantagem disso é que a otimização independente da alocação em diversos períodos de tempo não garante a otimalidade do plano de alocação como um todo.

Outra abordagem para as questões de realocação foi proposta por Schmid e Doerner (2010). O modelo formulado foi denominado pelos autores de *Multi-period Double Standard Model* (mDSM). Trata-se de uma formulação multi-período que considera além das premissas de Gendreau *et al.* (2001), que dependendo do instante t considerado, os valores dos tempos de viagem são diferentes. Isso retrata condições de tráfego de regiões densamente povoadas como grandes centros urbanos. Assim, os arcos do grafo, no qual o problema de localização de ambulâncias é definido, passam a possuir parâmetros dinâmicos s_{ij}^t de tempo de viagem entre os pontos i e j .

Cada ponto i possui uma demanda d_i constante para todos os períodos, expressa como uma taxa de geração de ocorrências. A formulação considera ainda que em cada ponto candidato j podem ser alocadas no máximo p_j ambulâncias, isso se houver uma base localizada em j .

Os subconjuntos referentes às vizinhanças do ponto i passam a ter configurações dependentes do período de tempo considerado. Consideram-se vizinhanças W e V definidas como:

$$W_i^{kt} = \{j \in W \mid s_{ij}^t \leq r_k\}; k = \{1, 2\} \quad (2.223)$$

$$V_j^{kt} = \{i \in V \mid s_{ij}^t \leq r_k\}; k = \{1, 2\} \quad (2.224)$$

Em cada instante t , o número de veículos realocados do ponto candidato i para o ponto candidato j ($i, j \in W$), no instante seguinte $t+1$, é denotado por r_{ij}^t . Para garantir a continuidade de tempo, as realocações no período T (instante final) resultam na alocação de ambulâncias do período $t=0$ (período inicial);

Outra consideração do mDSM é que qualquer veículo pode cobrir, de maneira satisfatória, no máximo ω habitantes. A demanda realmente atendida em um ponto genérico i , coberto por um veículo localizado em j no instante t é representada pela variável z_{ij}^t .

O modelo considera o problema de localizar p veículos de maneira que toda a demanda em todos os períodos seja coberta com uma distância máxima r_2 da ambulância mais próxima, que todos os pontos tenham uma ambulância localizada a menos de r_2 , e que uma parcela α da demanda seja coberta com uma distância máxima $r_1 \leq r_2$ da ambulância mais próxima; sendo que essas condições devem ser mantidas para todos os períodos $t \in \tau = \{1, 2, \dots, T\}$.

A formulação do mDSM busca maximizar o número de pontos cobertos pelo menos duas vezes num raio r_1 e ao mesmo tempo minimizar a realocação de ambulâncias em todos os períodos simultaneamente.

Multi-period Double Standard Model (mDSM)

$$x_i^{kt} = \begin{cases} 1, \text{ se o ponto de demanda } i \text{ é coberto por } k \text{ veículos no instante } t \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (2.225)$$

$$y_j^t \text{ é o número de veículos alocados no ponto } j \text{ no instante } t \quad (2.226)$$

$$r_{ij}^t \text{ é o número de veículos realocados de } i \text{ para } j \text{ entre os instantes } t \text{ e } t+1 \quad (2.227)$$

$$z_{ij}^t \text{ é o número de pacientes atendidos em } i \text{ para os veículos alocados em } j \quad (2.228)$$

$$[\max] \sum_{t \in T} \left(\sum_{i \in V} d_i \cdot x_i^{2,t} - \beta \cdot \sum_{i \in W} \sum_{j \in W} r_{ij}^t \right) \quad (2.229)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in W_i^{2,t}} y_j^t \geq 1, \forall i \in V, \forall t \in \tau \quad (2.230)$$

$$\sum_{i \in V} d_i \cdot x_i^{1,t} \geq \alpha \cdot \sum_{i \in V} d_i, \forall t \in \tau \quad (2.231)$$

$$\sum_{j \in W_i^{1,t}} y_j^t \geq x_i^{1,t} + x_i^{2,t}, \forall i \in V, \forall t \in \tau \quad (2.232)$$

$$x_i^{2,t} \geq x_i^{1,t}, \forall i \in V, \forall t \in \tau \quad (2.233)$$

$$\sum_{j \in W} y_j^t = p, \forall t \in \tau \quad (2.234)$$

$$y_j^t \leq p_j, \forall j \in W, \forall t \in \tau \quad (2.235)$$

$$y_j^t + \sum_{i \in W} r_{ij}^t - \sum_{i \in W} r_{ji}^t = y_j^{t+1}, \forall j \in W, \forall t \in \tau - \{T\} \quad (2.236)$$

$$y_j^\tau + \sum_{i \in W} r_{ij}^\tau - \sum_{i \in W} r_{ji}^\tau = y_j^1, \forall j \in W \quad (2.237)$$

$$\sum_{i \in V_j^{2,t}} z_{ij}^t \leq \omega \cdot y_j^t, \forall j \in W, \forall t \in \tau \quad (2.238)$$

$$\sum_{j \in W_i^{2,t}} z_{ij}^t = d_i, \forall i \in V, \forall t \in \tau \quad (2.239)$$

$$x_i^{kt} = \{0,1\}, \forall i \in V, \forall t \in \tau, k = \{1,2\} \quad (2.240)$$

$$y_j^t \text{ inteiro}, \forall j \in W, \forall t \in \tau \quad (2.241)$$

$$r_{ij}^t \geq 0 \text{ inteiro}, \forall (i,j) \in W, \forall t \in \tau \quad (2.242)$$

$$z_{ij}^t \geq 0 \text{ inteiro}, \forall i \in V, \forall j \in W, \forall t \in \tau \quad (2.243)$$

As variáveis de decisão são definidas em (2.225), (2.226), (2.227), e (2.228). A função objetivo (2.229) busca maximizar a demanda coberta duas vezes num raio r_1 e ao mesmo tempo minimizar as realocações de ambulâncias entre diferentes períodos. Um coeficiente β é arbitrado como penalidade para cada realocação. As restrições (2.230) garantem que em todos os períodos, todos os pontos de demanda i serão cobertos por algum veículo num raio r_2 . As restrições (2.231) garantem que em todos os períodos, pelo menos uma parcela α da demanda total é coberta por, ao menos, uma ambulância dentro de um raio de cobertura r_1 . As equações (2.232) e (2.233) garantem consistência entre as variáveis de decisão. As restrições (2.234) limitam, em cada período, o número de veículos que serão localizados e as restrições (2.235) limitam, para cada ponto candidato j em todos os períodos, a quantidade máxima de veículos que podem nele ser alocados. As equações (2.236) e (2.237) garantem continuidade na realocação de ambulâncias durante os períodos de análise; trata-se de equações de fluxo de entrada e saída de ambulâncias dos pontos candidatos j . As restrições (2.238) e (2.239) determinam que a demanda de todos os pacientes em todos os períodos estão cobertas por algum veículo num raio r_2 . O espaço de busca é definido por (2.240), (2.241), (2.242) e (2.243).

Os autores comentam que a formulação do mDSM apresenta restrições muito fortes, de modo que soluções viáveis são difíceis de serem encontradas. Assim, para a

solução do mDSM os autores desenvolveram um algoritmo baseado na meta-heurística VNS que trabalha com uma relaxação do modelo mDSM. No trabalho dos autores, outro comentário que vale a pena menção, é que quanto menor for arbitrado o parâmetro β mais a solução se aproxima da solução de múltiplos modelos DSM; isso é intuitivo, pois uma vez que não há custo de realocação, o problema passa a ser o de localização e alocação em múltiplos períodos.

Dentre os avanços dessa formulação nota-se a vantagem de permitir a consideração de tempos de viagem variáveis entre pontos i e j dependendo do período t considerado. O mDSM possui um aprimoramento em relação ao RPt que é o fato de considerar um ótimo global que abrange os mapas de localização de todos os períodos. Outra inovação do modelo é a consideração de uma capacidade de atendimento para uma ambulância genérica igual a ω .

Um modelo com características dinâmicas foi desenvolvido por Rajagopalan *et al.* (2008). Seu modelo, denominado *Dynamic Available Coverage Location* (DACL) é empregado para encontrar, em diversos períodos de tempo, a mínima quantidade de veículos e suas localizações, além de suas localizações para cada período de tempo, necessárias para atender requisitos de cobertura com probabilidade α . O trabalho dos autores incorpora o modelo do hipercubo, permitindo o cálculo de frações de ocupação individuais para cada servidor. Uma consideração de grande parte dos modelos probabilísticos é que os servidores operam de maneira independente, ou seja, sem cooperação; o modelo DACL ao utilizar o modelo do hipercubo permite a relaxação dessa premissa.

2.2. Algoritmo de colônia artificial de abelhas

Muitos problemas encontrados em situações práticas do estudo da logística recaem em modelos matemáticos com complexidade não polinomial. Isso significa que conforme o tamanho desses problemas cresce, o custo computacional de tempo de processamento cresce de maneira exponencial, tornando a solução exata de instâncias reais inviável por meios clássicos de otimização. Os problemas com esse tipo de característica foram estudados por Garey e Johnson (1979), numa publicação que trata sobre a complexidade de algoritmos e sua inviabilidade computacional.

Essa situação apontada por Garey e Johnson (1979) sugere a utilização de algoritmos numéricos que são capazes de encontrar boas soluções aproximadas em tempos de processamento viáveis. Esses algoritmos de aproximação, segundo Talbi (2009), podem ser separados em heurísticas e meta-heurísticas. As heurísticas são algoritmos desenvolvidos para problemas particulares e, assim sendo, têm sua aplicabilidade restrita a esses problemas específicos que originaram o seu desenvolvimento. As meta-heurísticas, por sua vez, representam uma classe mais abrangente e genérica de algoritmos de aproximação e são adaptáveis a uma diversidade muito grande de problemas.

O desenvolvimento dessas meta-heurísticas, nos últimos anos, acompanhou uma crescente e rápida evolução da capacidade de processamento dos computadores, e veio acompanhada também de um aumento considerável da complexidade dos modelos matemáticos formulados para diferentes tipos de problemas. Pode-se afirmar que essa classe particular de algoritmos compõe um ramo interdisciplinar da matemática aplicada e da ciência da computação. Existem inúmeros algoritmos que se enquadram na categoria de meta-heurísticas. Uma referência bastante completa pode ser encontrada em Luke (2010), em que uma lista extensa desses algoritmos é apresentada.

As meta-heurísticas podem ser utilizadas para a solução de praticamente qualquer problema de otimização considerado complexo o bastante para ser intratável do ponto de vista de busca de soluções exatas. Esses algoritmos de aproximação possuem a característica de explorar o espaço de busca das soluções dos problemas de maneira eficiente, restringindo a busca a regiões promissoras desse espaço; isso é o que torna essa abordagem aproximativa atraente para problemas complexos. De acordo com Talbi (2009), as meta-heurísticas são utilizadas com três propósitos: resolver problemas de maneira mais rápida; resolver problemas grandes e complexos; e obter algoritmos robustos para a solução de problemas.

Os problemas de localização de ambulâncias e suas diversas formulações podem ser definidos como problemas de cobertura ou de particionamento, e são problemas altamente combinatórios, ou seja, existem muitas combinações das variáveis de decisão que devem ser testadas. De acordo com Garey e Johnson (1979) esse tipo de

problema possui uma ordem de dificuldade não polinomial, e o desenvolvimento de meta-heurísticas é um caminho viável para a solução de instâncias reais.

Dentre os algoritmos classificados como meta-heurísticas, existe uma subclasse composta por algoritmos de *Swarm Optimization* ou *Swarm Intelligence*, que podem ser definidos como algoritmos que buscam, de alguma forma, mimetizar o comportamento de sociedades ou conjuntos de organismos, agrupados com o objetivo de vencer tarefas complexas, tarefas praticamente impossíveis de serem vencidas por indivíduos dessas sociedades. Alguns exemplos dessas sociedades que inspiram esses algoritmos são: colônias de insetos, conjuntos de pássaros, colônias de bactérias, etc. Esses algoritmos se inspiram na inteligência coletiva dessas sociedades que realizam tarefas complexas no mundo natural, adaptando esses comportamentos para a ciência de desenvolvimento de algoritmos.

Essas comunidades possuem algumas características interessantes do ponto de vista computacional. A principal dessas características é o fato de essas organizações realizarem diariamente diversas tarefas complexas sem a existência de uma inteligência centralizada, e com um comportamento auto-organizado. Essa característica de auto-organização e controle descentralizado adere bem aos mecanismos estocásticos de algoritmos de programação evolucionária, que são algoritmos populacionais de otimização que se utilizam de processos randômicos para busca do espaço de solução, se assemelhando a um processo de seleção natural.

Segundo Talbi (2009), outro ponto de interesse dessas sociedades que inspiram o desenvolvimento de algoritmos, é o fato de as partículas mais simples dos sistemas, os agentes, serem compostos de organismos muito simples que cooperam de alguma forma por algum mecanismo direto ou indireto de comunicação.

Todos os algoritmos de *Swarm Optimization*, pela sua própria definição, são algoritmos populacionais, no sentido em que trabalham com uma população de soluções para resolver um problema particular. Além disso, existe sempre a consideração de uma parcela de aleatoriedade no desenvolvimento desses algoritmos, que adere aos princípios da auto-organização e controle descentralizado. Existem muitos algoritmos nessa categoria sendo que alguns dos principais são:

Particle Swarm Optimization, Ant Colony Optimization, Bee colony Optimization, etc. Para maiores referências, pode-se consultar Panigrahi *et al.* (2011), Luke (2010), Talbi (2009), e Kennedy e Eberhart (2001).

As colônias de insetos são temas recorrentes no estudo de algoritmos de *Swarm Intelligence*, e especificamente as colônias de abelhas, que são organismos extremamente bem adaptados a diversos tipos de ambientes e que trabalham de maneira eficiente, apesar da complexidade de sua colônia. Um algoritmo que foi desenvolvido inspirado no comportamento das abelhas na procura de alimentos é o *Artificial Bee Colony Algorithm* (ABC) apresentado pela primeira vez por Karaboga (2005).

2.2.1. Definições do algoritmo de Colônia Artificial de Abelhas

O algoritmo ABC em sua forma clássica, desenvolvido por Karaboga (2005), é uma meta-heurística para a otimização de funções contínuas, multidimensionais e multimodais (GAO; LIU, 2011). Trata-se de uma analogia com o comportamento de busca de alimentos de abelhas melíferas.

Organizados em colônias, estes insetos possuem três tipos de comportamento na busca de alimentos (KARABOGA, 2005): trabalhadoras, exploradoras e oportunistas. As abelhas trabalhadoras são aquelas que efetivamente estão alocadas em alguma fonte de néctar próxima da colmeia; essas abelhas realizam viagens à colônia levando néctar colhido e informações acerca da quantidade de néctar da fonte onde ela está alocada. Essa informação é passada para as outras abelhas em um local chamado área de dança, onde as abelhas trabalhadoras realizam movimentos que transmitem a informação sobre a proximidade e quantidade de néctar da fonte a que estão alocadas.

Na área de dança, as abelhas oportunistas assistem à dança das abelhas trabalhadoras e tomam uma decisão sobre qual fonte desejam visitar naquele instante. A decisão das abelhas oportunistas é tomada em função da proximidade e da quantidade de néctar das fontes alocadas às abelhas trabalhadoras. Cada abelha oportunista toma uma decisão e uma vez escolhida uma fonte, elas a visitam e retornam à colmeia com mais

néctar, onde aguardam a volta de outras abelhas trabalhadoras para repetirem o processo de escolha.

As abelhas exploradoras são aquelas que realizam buscas randômicas nos arredores da colmeia para encontrarem novas fontes de néctar. Quando uma abelha trabalhadora esgota a sua fonte de néctar ela se torna uma abelha exploradora, realiza uma busca randômica ao redor da colmeia e se aloca a uma nova fonte.

Dessa forma, segundo Karaboga e Akay (2009), as colônias de abelhas, através da interação entre oportunistas e trabalhadoras desenvolvem uma inteligência coletiva que otimiza a sua busca de alimentos, visto que mais abelhas oportunistas irão para as fontes de alimento com mais néctar, intensificando o processo de busca de fontes promissoras; ao mesmo tempo em que as abelhas exploradoras garantem uma diversidade de locais para a busca de alimento. A Figura 2.5 ilustra esse comportamento.

Do ponto de vista matemático, é feita uma analogia entre o espaço ao redor da colmeia e o espaço de busca relacionado com o problema que o algoritmo resolve, além disso, trabalha-se com uma população $P=\{1,2,3,...,2N\}$ de abelhas, sendo que cada abelha possui uma solução alocada a ela em cada iteração do algoritmo. Estas soluções são análogas às fontes de néctar do caso natural.

Inicialmente são consideradas N abelhas exploradoras e N abelhas trabalhadoras, contudo essa distribuição pode variar. Cada abelha j é representada por um vetor $X_j=\{x_{1j}, x_{2j},...,x_{nj}\}$ em que cada componente x_{ij} representa o valor da variável de decisão ou parâmetro de otimização x_i para a solução alocada à abelha j . Assim como em outros algoritmos populacionais, a aptidão (*fitness*) de cada solução alocada a um indivíduo é mensurada de acordo com a função objetivo e com as restrições do problema que será resolvido pelo ABC.

Figura 2.5 – Ilustração do algoritmo de colônia artificial de abelhas

Fonte: Próprio autor

O comportamento algorítmico dos três agentes da meta-heurística, as abelhas trabalhadoras, as exploradoras e as oportunistas, é descrito da seguinte forma:

- As abelhas exploradoras realizam buscas randômicas pelo espaço de busca, sendo que ao final dessa busca, uma solução com certo grau de aleatoriedade criada estará alocada a essa abelha e o seu status passará ao de abelha trabalhadora, pois ela estará explorando uma solução específica.
- As abelhas trabalhadoras realizam buscas locais nas soluções alocadas a elas e realizam viagens periódicas à colmeia, levando informações sobre a sua fonte para a área de dança. As abelhas utilizam um mecanismo guloso de seleção, isto é, se a aptidão da solução resultante da busca local for melhor que a solução atualmente alocada, a abelha se aloca a essa nova solução, caso contrário, a abelha continua com a solução antiga. Esse processo é realizado até que se tenham atingido um número pré-definido *limit* de buscas sem melhoria de solução, neste caso, a abelha trabalhadora muda de status e se transforma numa abelha exploradora que irá realizar uma busca randômica procurando outra fonte de néctar para se alocar. Na

área de dança, ocorre uma interação entre as abelhas trabalhadoras que transmitem informações sobre a quantidade de néctar contido em suas fontes, e entre as abelhas oportunistas que utilizam essas informações para tomarem decisões.

- As abelhas oportunistas aguardam as informações sobre as fontes exploradas pelas abelhas trabalhadoras e por meio de um sorteio, selecionam uma fonte para ser explorada. A abelha então se desloca para essa fonte sorteada e realiza uma busca local na fonte de néctar. Essas abelhas utilizam o mesmo mecanismo guloso das abelhas trabalhadoras.

O algoritmo, na forma como foi apresentado por Karaboga e Akay (2009) utiliza mecanismos simples de busca local, sendo essa busca idêntica para os diferentes tipos de abelha. Considerando a solução X_j armazenada na abelha j , na busca local para gerar uma solução alternativa V_j , aplica-se a expressão (2.244).

$$v_{ij} = x_{ij} + \delta_{ij} \cdot (x_{ij} - x_{ik}) \quad (2.244)$$

Tal que $k=\{1,2,...,2N\}$ e $i=\{1,2,...,D\}$, são índices randomicamente selecionados, D é a dimensão do problema, e δ_{ij} é um número aleatório entre -1 e 1. Essa expressão só é válida para problemas com espaço de solução contínuo. Para a geração de soluções iniciais a partir da atuação de abelhas exploradoras, o ABC utiliza a expressão (2.245) para cada dimensão do problema.

$$x_{ij} = x_{i,min} + \varphi_{ij} \cdot (x_{i,max} - x_{i,min}) \quad (2.245)$$

Sendo $x_{i,min}$ o valor mínimo da variável x_i , $x_{i,max}$ o valor máximo da variável x_i , e φ_{ij} um número aleatório entre zero e um. Essa expressão só é válida em espaços de busca contínuos. As expressões (2.244) e (2.245) fazem parte do ABC clássico, sendo que outras estratégias de busca local e geração de soluções iniciais foram propostas e implementadas por outros trabalhos, especialmente para a otimização de problemas combinatórios com restrições.

Os autores citam que um dos pontos positivos do algoritmo é a necessidade de pouca parametrização do próprio algoritmo, sendo que os parâmetros necessários são

basicamente o tamanho ($2N$) da população de soluções e sua distribuição, o número (MCN) de ciclos do algoritmo e o valor do parâmetro ($limit$).

O mecanismo de sorteio das abelhas oportunistas utilizado pelos autores considera para cada solução alocada a uma abelha trabalhadora, uma probabilidade de ser sorteada igual a sua aptidão dividida pela soma das aptidões das outras soluções de abelhas trabalhadoras, de acordo com a expressão (2.246).

$$P(X_j) = \frac{fitness(X_j)}{\sum_{i \in T} fitness(X_i)} \quad (2.246)$$

Onde $P(X_j)$ é a probabilidade da solução j ser selecionada no sorteio, $fitness(X_i)$ é a aptidão da solução i , e T é o conjunto de abelhas trabalhadoras. A probabilidade de uma solução ser sorteada pelas abelhas oportunistas é tão maior quanto for a sua aptidão; isso promove uma intensificação da busca de regiões promissoras do espaço de solução. Ao mesmo tempo, a atuação de abelhas exploradoras garante uma diversificação das soluções exploradas. Esse balanço entre diversificação e intensificação é o que resulta numa busca eficiente do espaço de soluções, característica útil das meta-heurísticas.

De uma maneira geral, considerando T como o conjunto de abelhas trabalhadoras, E o conjunto de abelhas exploradoras, O o conjunto de abelhas oportunistas; $cont_j$ um contador interno de cada abelha trabalhadora e it como a iteração corrente do algoritmo, o pseudocódigo que descreve o funcionamento do algoritmo é apresentado na Figura 2.6. Na Figura 2.7 um fluxograma ilustra o funcionamento do algoritmo ABC.

```

0 Algoritmo ABC (T conjunto de abelhas trabalhadoras; E conjunto de
abelhas exploradoras; O conjunto de abelhas oportunistas)
1 Inicia População:  $T = \emptyset$ ;  $E = \{1, 2, \dots, N\}$ ;  $O = \{1, 2, \dots, N\}$ 
2 enquanto  $it \leq MCN$  faça
3   para cada  $X_j \in E$  faça
4     Busca randômica no espaço de solução
5      $E = E - \{X_j\}$ 
6      $T = T + \{X_j\}$ 
7      $cont_j = 0$ 
8   fim
9   para cada  $X_j \in T$  faça
10    Busca local de abelha trabalhadora (solução alternativa  $X'_j$ )
11    se  $fitnessX_j < fitnessX'_j$  então
12       $X_j \leftarrow X'_j$ 
13       $cont_j = 0$ 
14    caso contrário
15       $cont_j = cont_j + 1$ 
16    fim
17    se  $cont_j \geq limit$  então
18       $T = T - \{X_j\}$ 
19       $E = E + \{X_j\}$ 
20    fim
21  fim
22  Avalia aptidão das abelhas trabalhadoras
23  para cada  $X_j \in O$  faça
24    Sorteia uma solução de uma abelha não oportunista
25    Busca local na solução sorteada (solução alternativa  $X'_j$ )
26    se  $fitnessX_j < fitnessX'_j$  então
27       $X_j \leftarrow X'_j$ 
28    fim
29  fim
30  Avalia aptidão de todas as abelhas
31  Guarda solução com maior aptidão:  $X_b$ 
32   $it = it + 1$ 
33 fim
34 fim

```

Figura 2.6 – Pseudocódigo genérico do algoritmo de colônia artificial de abelhas

fonte: Próprio autor

Figura 2.7 – Fluxograma de funcionamento do algoritmo de colônia artificial de abelhas

Fonte: Próprio autor

2.2.2. Aplicações e variações

Em Karaboga e Basturk (2007) o algoritmo ABC é testado em diferentes problemas de otimização de funções. Seu desempenho foi comparado com outras meta-heurísticas (*differential evolution*, *particle swarm optimization*, e *evolutionary algorithm*). Também foram realizados testes quanto à velocidade de convergência do algoritmo de acordo com o tamanho da população. Os resultados mostram que com o crescimento do tamanho da população, o algoritmo ABC ganha em tempo de convergência; todavia, existe um tamanho da população acima do qual, qualquer aumento no tamanho da colônia não reflete em ganhos significativos na velocidade de convergência. Para os testes realizados, o ABC apresentou melhores soluções em relação às outras meta-heurísticas utilizadas para comparação.

O algoritmo ABC foi empregado em problemas de otimização com espaço de busca contínuo em Akay e Karaboga (2010), apresentando bons resultados. Um algoritmo para problemas de clusterização não capacitados foi desenvolvido em Zhang *et al.* (2010) em que os autores utilizaram uma abordagem similar à Akay e Karaboga (2010), realizaram testes em instâncias de problemas de agrupamento de conjuntos de dados, e obtiveram resultados melhores em relação a outros autores, superando os resultados obtidos com heurísticas de colônia de formigas, algoritmo genético, *simulated annealing*, e busca tabu.

Em Ozbakir *et al.* (2010) foi desenvolvido um algoritmo de colônia artificial de abelhas para o problema de alocação generalizado (*Generalized Assingment Problem*), um problema similar ao problema de localização e alocação de ambulâncias. Os resultados foram comparados com outras heurísticas: busca tabu, algoritmo genético, *path relinking*, colônia de formigas, entre outros. Os autores concluem que o algoritmo desempenha bem em problemas grandes e com restrições fortes.

Em Banharnsakun *et al.* (2011) é desenvolvido um aprimoramento do algoritmo ABC chamado *best-so-far* ABC. A principal modificação que os autores introduzem é que em todas as iterações a melhor solução encontrada até o corrente momento da execução do algoritmo pode ser sorteada pelas abelhas oportunistas. Essa versão do ABC é aplicada para encontrar máximos e mínimos de funções de teste e também em

aplicações de tratamento de imagens e os resultados são comparados com o algoritmo clássico ABC. Os autores demonstram que o *best-so-far* ABC apresenta uma convergência significativamente mais rápida que o ABC clássico.

Outra versão modificada do algoritmo ABC foi desenvolvida por Gao e Liu (2011). Os autores propõem uma melhoria no método de soluções iniciais que aprimora o sorteio do número aleatório φ_{ij} de modo a garantir uma cobertura mais esparsa do espaço de soluções. Os autores também propõem duas novas expressões, variações de (2.244), para a geração de soluções alternativas na busca local. Originalmente, uma busca local em uma solução, busca uma solução alternativa pela alteração de uma das variáveis do vetor X_j ; alternativamente, os autores utilizam um parâmetro $M=\{1,2,...,D\}$ que controla a quantidade de dimensões que são modificadas em cada busca local. Os testes, realizados em funções multidimensionais, multimodais e contínuas, mostram que o algoritmo *Improved Artificial Bee Colony* (IABC), como foi denominado, apresenta melhor desempenho quanto à qualidade da resposta, velocidade de convergência e tempo de processamento em relação às outras meta-heurísticas analisadas incluindo o ABC clássico.

3. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO E ALOCAÇÃO DE AMBULÂNCIAS

Este capítulo apresenta uma caracterização genérica de serviços de ambulâncias, indicando os principais processos e características de um sistema de atendimento emergencial. Em seguida é apresentado o detalhamento do problema de localização de bases e ambulâncias objeto da presente pesquisa, com a descrição do modelo matemático desenvolvido.

3.1. Sistemas de ambulâncias

No contexto do presente trabalho, os chamados sistemas de ambulâncias referem-se a sistemas de despacho de veículos de emergência, que atendem chamados relativos a acidentes, traumas e outras situações de risco à saúde e vidas humanas. Como descrito no capítulo 1, o serviço de atendimento emergencial busca maximizar a probabilidade de sobrevivência de um indivíduo acidentado por meio da minimização do tempo de chegada ao local do acidente, pelo rápido diagnóstico das equipes de resgate que operam as viaturas, pela aplicação dos procedimentos médicos corretamente e pela minimização do tempo de transporte do local do acidente até o centro de saúde mais próximo. Dentre esses objetivos citados, a minimização do tempo de chegada se relaciona com o planejamento da localização de bases de atendimento e com a alocação de viaturas a essas bases.

Tradicionalmente, no Brasil, os sistemas de ambulâncias são de jurisdição municipal, todavia existem relatos de diferentes arranjos organizacionais, como por exemplo, blocos de municípios que operam e compartilham um sistema integrado (Ministério da Saúde. Plano Estadual de Atendimento às Urgências e Emergências, Portaria nº 2048/GM, 5 de novembro de 2002).

Segundo Singer e Donoso (2008) esses sistemas podem ser caracterizados como sistemas de filas, onde os chamados representam a demanda ou o processo de chegada, e os servidores são representados pelos veículos e suas equipes. Além disso, entre chamados e veículos existe um sistema de triagem que organiza as filas de atendimento de acordo com prioridades médicas, e decide se um determinado chamado necessita de atendimento no local ou se a situação pode ser resolvida

apenas através de instruções telefônicas. Esse sistema de triagem é composto fisicamente por uma sala de controle com operadores treinados em procedimentos de diagnóstico via telefone. De uma maneira sucinta, o processo de serviço do sistema de ambulâncias ocorre da seguinte maneira:

- Primeiramente um chamado é efetuado e atendido por uma linha dedicada a esse serviço, como por exemplo, ou 193 para o caso de atendimento por ambulâncias do corpo de bombeiros, ou 192 para atendimento via Sistema de Atendimento Móvel Pré-hospitalar de Urgência (SAMU). Vale ressaltar que no Brasil existem dois principais sistemas públicos de atendimento de emergência, o sistema de ambulâncias Resgate pertencente ao corpo de bombeiros e sistemas SAMU dos municípios.
- Esse chamado pode entrar numa fila de espera caso não existam operadores disponíveis no momento da ligação, e aguarda pela liberação de um operador da sala de controle.
- Assim que um operador se torna disponível esse chamado é atendido e inicia-se o preenchimento de uma ficha de paciente, que funciona como um registro médico do chamado no qual serão registradas todas as informações pertinentes, como por exemplo: local de origem do chamado, queixa principal, gravidade da ocorrência, qual a viatura alocada em caso de despacho de veículo, procedimentos médicos executados *in loco* e unidade de saúde de destino do paciente. Esse registro serve como controle de aplicação de insumos médicos, como fonte de dados para análise estatística, e nos casos em que o socorrido é efetivamente atendido no local do acidente e transportado até uma unidade de saúde, como referência para tratamento do socorrido nesta unidade.
- O operador faz uma série de perguntas ao indivíduo que fez a ligação e, com base em seu treinamento e das regras de despacho de veículos do sistema, decide se o chamado necessita do atendimento efetivo por uma equipe no local via despacho de algum veículo. As regras de despacho

indicam, baseadas na gravidade do chamado diagnosticada pelo operador, se uma viatura deve ser despachada para atendimento ou não.

- Caso o chamado não necessite de despacho de veículo, o operador fornece instruções pelo telefone para que a ocorrência seja resolvida. Esses casos representam casos simples de acidentes como, por exemplo, torções e dúvidas quanto à ingestão de medicamentos. Caso o atendente detecte algum tipo de inconsistência ou brincadeira, o chamado é considerado como falso e abandonado imediatamente.
- Caso o chamado necessite de despacho de veículo, o operador realiza duas tarefas: (i) passa esse chamado para uma fila de despachos, na qual uma equipe técnica se encarrega de alocar as ambulâncias disponíveis para os chamados abertos; e (ii) passa instruções médicas para a pessoa que solicitou o chamado para maximizar a probabilidade de sobrevivência da(s) vítima(s). A fila de chamados opera de acordo com um padrão de *Prioriry Queuing Discipline* (PQD), de maneira que chamados mais críticos, de maior prioridade, recebem alocações de veículos primeiro. Cada sistema de ambulância possui um mecanismo de priorização próprio que em geral é estabelecido pelas autoridades médicas locais. Para um exemplo de sistema de priorização pode-se verificar o trabalho de Curka *et al.* (1992); os autores descrevem um sistema de priorização do *Houston Fire Department* que consiste num questionário passado pelo atendente de um determinado chamado para determinar a prioridade do despacho.
- A equipe técnica de despacho, seguindo a ordem da fila de despachos, busca para o chamado corrente o veículo disponível mais próximo. Em seguida, a equipe de despacho se comunica com a base em que essa ambulância está alocada e passa as instruções para o atendimento do chamado corrente. Se o sistema possuir algum tipo de comunicação móvel, como radiofrequência, a ambulância é contatada diretamente.
- A equipe médica das ambulâncias, no momento em que é alocada a um chamado, recebe a ficha do paciente, continua seu preenchimento com os

dados da ambulância (identificação do veículo, nome dos integrantes da equipe, horário de saída, etc), enquanto se dirige para o local do chamado. Esse preenchimento geralmente é realizado com a ambulância já em deslocamento até o local do chamado.

- Ao chegar ao local do chamado, a equipe, após uma rápida averiguação da situação, realiza os procedimentos médicos necessários no local. Em alguns sistemas existe um corpo médico remoto que se comunica com a equipe da ambulância durante o atendimento, servindo como referência para dúvidas médicas.
- Em seguida a equipe inicia o transporte do paciente ao hospital ou unidade de saúde mais próxima que contenha as especialidades médicas necessárias para o tratamento do paciente socorrido. Durante esse transporte, a equipe realiza mais uma etapa de preenchimento da ficha do paciente, anotando informações relativas aos procedimentos médicos realizados no local e para qual instalação hospitalar o paciente será transportado.
- A viatura com o paciente, na chegada ao hospital onde o paciente receberá o tratamento completo, entrega-o para a equipe médica do hospital e encerra o chamado, realizando o fechamento da ficha do paciente.
- Caso a ambulância possua comunicação remota, após a entrega do paciente, essa ambulância recebe o status de disponível. Caso não haja comunicação remota, ao chegar a sua base, a ambulância comunica à central de despacho a sua disponibilidade para outro atendimento.

Uma representação gráfica desse sistema pode ser encontrada na Figura 3.1.

Ressalta-se que a ficha do paciente, descrita anteriormente, pode ser composta por uma série de documentos, preenchidos em etapas diferentes do atendimento, do momento do chamado à entrega do paciente em uma unidade de saúde. Exemplos desses documentos, utilizados pelo Serviço de Atendimento Móvel Pré-hospitalar de

Urgência do Município de São Paulo (SAMU SP), que compõem o registro de uma ocorrência são apresentados no ANEXO A.

Cabe também citar que o preenchimento da ficha de paciente pode ser realizado manualmente ou por meio de sistemas de ficha de paciente eletrônica (*Electronic Patient Care Report – ePCR*) quando o sistema dispõe dessa tecnologia. Esse sistema é composto por um *software* na central que registra em uma ficha virtual os dados da ocorrência preenchidos pelo operador da triagem; uma vez despachada para atender o chamado, a viatura recebe essa ficha em um computador embarcado via comunicação sem fio e continua o preenchimento de acordo com os procedimentos médicos. No término do chamado, ou seja, na entrega do socorrido em uma unidade de saúde, a equipe, por meio do computador de bordo, envia a ficha novamente para a central que o armazena. Em alguns casos, em sistemas que possuem sistemas de ficha de paciente eletrônica existe também uma central de regulação médica que tem acesso em tempo real a todas as fichas de ocorrências atendidas num determinado momento; essa central é composta por profissionais de saúde que auxiliam as equipes de campo no diagnóstico e tratamento *in loco* dos acidentados.

Figura 3.1 – Fluxograma de um sistema de ambulâncias genérico

Fonte: Próprio autor

As regras de prioridade dos chamados da fila PQD dos despachos são definida pelas autoridades médicas. Para maiores referências, pode-se consultar Curka *et al.* (1992).

As ambulâncias ficam estacionadas em bases nos períodos entre despachos. Estas bases, além da garagem das viaturas, contêm estoques de insumos médicos, equipamentos de comunicação (rádios, computadores e telefones) e instalações físicas para as equipes de atendimento (refeitório, camas e banheiros).

Os sistemas de ambulâncias têm diversas medidas de nível de serviço, sendo que a mais utilizada é a medida de cobertura, muito utilizada nos modelos de localização de ambulâncias. Em Fitzsimmons e Sullivan (1979) a definição de cobertura que os autores fornecem está intimamente ligada ao tempo de resposta definido como o tempo entre o recebimento do chamado e o tempo de chegada ao local do acidente. A cobertura é definida com diversos padrões sendo que cada um deles refere-se a um tipo de veículo ou região e define uma porcentagem γ dos chamados que devem ser atendidos em no máximo um tempo de resposta T . Isso equivale a estabelecer que os chamados de uma região devem ser atendidos em, no máximo, T unidades de tempo com probabilidade γ . Exemplos desse tipo de definição são:

- Em áreas urbanas, $\gamma = 95\%$ dos chamados devem ser atendidos em no máximo $T=10$ minutos; em áreas rurais $\gamma = 95\%$ dos chamados devem ser atendidos em no máximo $T=30$ minutos (GALVÃO *et al.*, 2005);
- Toda a população ($\gamma = 100\%$) deve ser atendida em no máximo $T = 10$ minutos (BAKER *et al.*, 1989);
- 75% dos chamados de emergência devem receber atendimento em no máximo oito minutos e 95% desses chamados devem receber atendimento em no máximo 19 minutos (ORCON Services, 1974).

Fitzsimmons e Sullivan (1979) propõem uma metodologia para definir o nível de serviço de sistemas de ambulância. Sua abordagem utiliza um sistema de localização de ambulâncias chamado *Computerized Ambulance Location Logic* (CALL) desenvolvido por Fitzsimmons (1973) para determinar a relação custo-benefício entre o custo por chamado e o tempo de resposta médio para diferentes tamanhos de

frota. Assim é possível estabelecer os níveis de serviço de acordo com o tamanho da frota de ambulância.

Alguns sistemas de ambulâncias são compostos por dois tipos de veículos: as unidades básicas e as unidades avançadas. Os veículos avançados, utilizados em casos mais complexos, possuem insumos médicos e equipamentos a mais em relação às unidades básicas, consequentemente sua manutenção e operação têm um custo maior que a manutenção e operação das unidades básicas. As unidades básicas são veículos para atendimentos mais simples e mais frequentes. Dessa forma, em geral, os sistemas de ambulâncias possuem um número maior de ambulâncias básicas e um número significativamente menor de unidades avançadas, uma vez que a maioria dos chamados não requer uma unidade avançada. Cada viatura recebe uma espécie de pacote de atendimento sendo esse pacote definido por insumos médicos, equipamentos, e pessoal de atendimento. Cada pacote possibilita a realização de uma série de procedimentos médicos (aplicação de medicamentos, reanimação cardiovascular, etc). Assim, o que difere uma ambulância básica de uma avançada é o pacote de atendimento e consequentemente a lista de procedimentos médicos que podem ser realizados.

Quando o sistema de ambulâncias opera com veículos de tipos diferentes, devido às diferentes características dos mesmos, em geral, definem-se diferentes padrões de nível de serviço para cada tipo de veículo. Essa abordagem é considerada em Mandell (1998) para a modelagem de um problema de localização de ambulâncias básicas e avançadas. Nesses casos, uma definição de nível de serviço comumente utilizada é: uma parcela γ dos chamados deve ser atendida em no máximo T_B unidades de tempo por uma unidade básica ou por uma unidade avançada, e uma porcentagem $\delta \leq \gamma$ dos chamados deve ser atendida em no máximo $T_A \geq T_B$ unidades de tempo.

Essa abordagem de múltiplos padrões é também utilizada na definição de sistemas de cobertura extra, como pode ser visto em Gendreau *et al.* (1997). Nesses casos, para o mesmo tipo de veículo definem-se diversas restrições de cobertura.

Existem outras definições de desempenho de sistemas de ambulâncias, como por exemplo, indicadores de custo, todavia para o problema de localização de bases e veículos a definição de cobertura é a mais pertinente.

3.2. O problema de localização, alocação e realocação de ambulâncias

A posição das ambulâncias de um sistema de atendimento de emergência impacta especificamente o tempo de resposta do sistema, sendo um fator que condiciona o desempenho do mesmo. Sendo assim, busca-se uma formulação matemática que represente o problema de encontrar, em vários períodos, a localização de bases, alocação de veículos a essas bases, e as consequentes realocações de veículos entre os períodos que proporcione o maior nível de serviço possível, respeitando restrições mínimas de viabilidade e disponibilidade de recursos (bases e viaturas). O modelo foi desenvolvido com o intuito de maximização da disponibilidade, ou probabilidade de cobertura, para dois tipos de veículos em todos os períodos, considerando a realocação das ambulâncias entre as bases na troca de períodos.

O problema, nessa dissertação, é definido num grafo G não direcionado, com um conjunto de pontos de demanda V e um conjunto de pontos candidatos a receberem bases e veículos W . Esses pontos constituem uma simplificação da realidade uma vez que representam uma determinada localização geográfica concentrada em um único ponto. A determinação do nível de agregação da demanda que resulta nos pontos de demanda depende da precisão desejada na localização de bases. Esse nível de agregação dos pontos de demanda intuitivamente é considerado o mesmo para os pontos candidatos. O que define se um ponto é candidato ou não é a sua capacidade de receber uma base de veículos; exemplos de pontos candidatos são: pontos que representam distritos que possuem instalações do corpo de bombeiros, pontos que representam zonas com hospitais próximos, ou zonas muito isoladas e distantes de um município.

Utiliza-se o índice $i \in V$ para designar pontos de demanda genéricos; $j \in W$ para designar pontos genéricos candidatos a localização de bases; k para designar diferentes tipos de veículos; e $t \in T$ para designar os períodos de tempo do período de planejamento.

$$V = \{i\} = \{1, 2, \dots, n\} \text{ pontos de demanda} \quad (3.1)$$

$$W = \{j\} = \{1, 2, \dots, m\} \text{ pontos candidatos} \quad (3.2)$$

$$\tau = \{t\} = \{1, 2, \dots, T\} \text{ períodos de tempo} \quad (3.3)$$

Os períodos t são períodos de tempo nos quais a alocação de viaturas para um conjunto de bases localizadas é fixa, ou seja, a realocação representada pela mudança de alocação das viaturas só pode ser realizada entre diferentes períodos. A definição de suas durações depende de diversos fatores, como por exemplo: a periodicidade com que a realocação pode ser feita, do horizonte de planejamento desejado e do padrão de variação temporal da demanda.

Para cada período t , define-se deterministicamente o tempo de deslocamento entre dois pontos $i \in V \cup W$ e $j \in V \cup W$, s_{ij}^t . Com isso define-se o grafo não direcionado G .

$$G(N, A^t); N = V \cup W; A^t = \{s_{ij}^t / i \in V \cup W; j \in V \cup W\} \quad (3.4)$$

Essa definição faz com que o grafo mencionado assuma diferentes configurações dependendo do período de tempo considerado. Esse fato é graficamente representado na Figura 3.2, na qual um mesmo grafo é ilustrado em períodos distintos, com arcos de comprimentos proporcionais aos seus tempos de deslocamento em cada período.

A formulação é definida para dois tipos de veículos k , básicos (*Basic Life Support* - BLS) e avançados (*Advanced Life Support* - ALS). O índice k igual a um é utilizado para representar veículos do tipo BLS, e o índice k igual a dois é utilizado para representar veículos do tipo ALS. Referindo-se às condições mínimas de desempenho, deseja-se que, em todos os períodos, cada ponto de demanda i possua pelo menos uma unidade BLS posicionada num ponto candidato j , sendo o tempo de deslocamento entre i e j igual ou inferior a r_1 (ou r_B); e deseja-se também que cada ponto de demanda i possua pelo menos uma unidade ALS posicionada num ponto candidato j , sendo o tempo de deslocamento entre i e j igual ou inferior a r_2 (ou r_A). Em geral um sistema de ambulâncias possui mais veículos do tipo BLS do que ALS, o que resulta que na maioria dos casos práticos $r_1 \leq r_2$.

Cada ponto de demanda i possui uma demanda d_i^{kt} , em frequência de chamados por unidade de tempo, em cada período t para cada tipo de veículo k . Assim como nos modelos P-FLEET, TEAM e outros também citados no capítulo 2, a demanda foi segregada para os diferentes tipos de veículos. Essa é uma premissa válida visto que nos sistemas de ambulância reais, caso haja um protocolo de triagem para definir diferentes necessidades de atendimento baseando-se na gravidade diagnosticada da ocorrência, é possível definir uma demanda básica ou avançada.

O modelo matemático tem o intuito de localizar, no grafo G , p_z bases, e alocar p_B ambulâncias básicas e p_A ambulâncias avançadas nos diversos períodos de tempo t . Considera-se também que em cada ponto candidato j , em qualquer instante de tempo, não podem ser alocados mais do que C_j veículos.

Figura 3.2 – Ilustração da variação dos tempos de deslocamento

Fonte: Próprio autor

Para a modelagem, definem-se também conjuntos de acordo com as expressões (3.5), (3.6) e (3.7).

$$W_i^{kt} = \{j \in W \mid s_{ij}^t \leq r_k\}; k = \{1, 2\} \quad (3.5)$$

$$V_j^{kt} = \{i \in V \mid s_{ij}^t \leq r_k\}; k = \{1, 2\} \quad (3.6)$$

$$N_i^{kt} = \{z \in V \mid s_{iz}^t \leq r_k\}; k = \{1, 2\} \quad (3.7)$$

Definem-se as variáveis de decisão conforme as expressões (3.8), (3.9) e (3.10).

$$z_j = \begin{cases} 1, & \text{se é aberta uma base no pontocandidato } j \in W \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.8)$$

$$y_j^{kt} = \text{número de veículos do tipo } k \text{ posicionados no ponto } j \in W, \text{ no período } t \in \tau \quad (3.9)$$

$$x_i^{wkt} = \begin{cases} 1, & \text{se o pontode demanda } i \text{ é coberto por } w \text{ veículos do tipo } k \text{ no período } t \in \tau \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.10)$$

As bases devem ser localizadas nos pontos candidatos e, em cada período, as viaturas devem ser alocadas às bases. Simultaneamente a essa questão, existe o problema de, sendo diferente a alocação de viaturas entre períodos subsequentes, movimentar as viaturas entre esses períodos, partindo da alocação de um período para o próximo de maneira a minimizar o tempo total de percurso de todas as ambulâncias; esse é o problema da realocação. Considerando essa situação definem-se as variáveis de decisão $r_{jj'}^{kt}$ que representam a quantidade de ambulâncias do tipo k realocadas do ponto $j \in W$ para o ponto $j' \in W$, entre os períodos t e $t+1$.

$$r_{jj'}^{kt} = \text{número de veículos } k \text{ realocados de } j \in W \text{ para } j' \in W \text{ entre os períodos } t \text{ e } t+1 \quad (3.11)$$

A realocação dos veículos é penalizada de maneira proporcional à distância entre os pontos j e j' sendo a constante de proporcionalidade igual a β .

Com a solução do modelo deseja-se formar um ciclo de operação contínuo, de modo que a realocação do último período T deve resultar na localização de bases e alocação de viaturas do período inicial. Ou seja, $r_{jj'}^{kT}$ é o número de veículos de serão realocados de $j \in W$ para $j' \in W$ entre os períodos $t=T$ e $t=1$.

De maneira análoga ao modelo Q-MALP desenvolvido por Marianov e ReVelle (1996) descrito no capítulo 2, consideram-se duas vizinhanças do ponto i , definidas para

cada parâmetro de cobertura, r_1 e r_2 , ou seja, para cada ponto i , em cada período de tempo t e para cada tipo de veículo k , define-se uma vizinhança. Admite-se que essas vizinhanças funcionam como sistemas de filas M/G/s-loss, ou seja, um sistema de filas com s servidores tal que: a chegada de clientes ocorre de acordo com um processo de Poisson com média $1/\lambda$, o serviço de atendimento ocorre com um tempo definido segundo uma distribuição de probabilidade genérica com média $1/\mu$, e quando um cliente entra no sistema e não existem servidores disponíveis ele não é atendido e sai do sistema, não havendo a formação de filas. Para cada uma dessas vizinhanças, em cada período de tempo t , é calculada uma fração de ocupação q , que equivale à probabilidade de uma ambulância randomicamente selecionada estar ocupada. Como o modelo trata de dois tipos de veículos, para cada ponto de demanda i em cada período t são consideradas duas frações de ocupação: uma referente à cobertura por veículos BLS (vizinhança relativa ao parâmetro r_1) e outra referente à cobertura por veículos ALS (vizinhança relativa ao parâmetro r_2). Essas frações de ocupação $q_{r_k i}^t$ podem ser calculadas segundo as expressões (3.12) e (3.13) respectivamente.

$$q_{r_1, i}^t \cong \frac{\bar{t} \cdot \sum_{z \in N_i^{1t}} d_z^{1,t}}{24 \cdot \sum_{j \in W_i^{1t}} y_j^{1t}} \quad (3.12)$$

$$q_{r_2, i}^t \cong \frac{\bar{t} \cdot \sum_{z \in N_i^{2t}} d_z^{2,t}}{24 \cdot \sum_{j \in W_i^{2t}} y_j^{2t}} \quad (3.13)$$

Sendo que $\bar{t}$ é o tempo médio de atendimento em horas, d_z^{kt} é a demanda, expressa em chamados por dia, do ponto z por veículos do tipo k durante o período t , e y_j^{kt} é a quantidade de veículos do tipo k localizados no ponto j no período t . O divisor 24 serve apenas para compatibilizar a unidade de tempo da demanda e do tempo de atendimento. Considerando que a soma das demandas, expressas em frequências de chamadas por dia, é equivalente a uma taxa de geração de clientes e que o inverso do tempo médio de atendimento, definido em horas, é equivalente a uma taxa de atendimento de servidores em sistemas de filas, o quociente entre eles é análogo a uma taxa de congestionamento do sistema ρ_i^{kt} . Além disso, reescrevendo o somatório

de y_j^{kt} em todos os pontos candidatos $j \in W_i^{kt}$ como uma variável b_i^{kt} que representa a quantidade total de ambulâncias do tipo k localizadas no período de tempo t na vizinhança W_i^{kt} do ponto i , as expressões (3.12) e (3.13) podem ser reescritas resultando nas equações (3.14) e (3.15).

$$q_{r_1,i}^t \cong \frac{\lambda_i^{1,t}}{\mu_i^{1,t} \cdot \sum_{j \in W_i^{1,t}} y_j^{1,t}} = \frac{\rho_i^{1,t}}{b_i^{1,t}} \quad (3.14)$$

$$q_{r_2,i}^t \cong \frac{\lambda_i^{2,t}}{\mu_i^{1,t} \cdot \sum_{j \in W_i^{1,t}} y_j^{2,t}} = \frac{\rho_i^{2,t}}{b_i^{2,t}} \quad (3.15)$$

Na presente pesquisa consideram-se estimativas locais para a probabilidade de em uma vizinhança do ponto de demanda i , em um período qualquer, haver ambulâncias disponíveis, sendo que para o cálculo dessas probabilidades utilizam-se as taxas de congestionamento ρ_i^{kt} apresentadas nas expressões (3.14) e (3.15). Para esse cálculo de probabilidades, são utilizadas premissas equivalentes ao modelo Q-MALP.

A consideração do modelo do Hipercubo de Larson, segundo Galvão *et al.* (2005), possibilitaria a estimativa de frações de ocupação específicas para cada veículo o que resultaria num cálculo mais refinado das probabilidades mencionadas, porém isso introduziria uma grande complexidade ao problema devido aos modelos de filas pertencentes ao modelo do Hipercubo. Considerando o ganho possível na precisão do método de cálculo das frações de ocupação contra a complexidade para modelagem do problema, optou-se por considerar um método de cálculo similar ao do modelo Q-MALP, resultando em estimativas de frações de ocupação para vizinhanças de um ponto i , considerando essas vizinhanças como sistemas de filas M/G/s-loss com servidores homogêneos.

Genericamente, considerando o modelo de fila M/G/s-loss para a vizinhança k de um determinado ponto i coberto por w veículos, pode-se calcular a probabilidade de todos estes veículos estarem ocupados através da expressão (3.16).

$$p(w) = \frac{\left(\frac{1}{w!}\right) \cdot \rho^w}{1 + \rho + \left(\frac{1}{2!}\right) \cdot \rho^2 + \dots + \left(\frac{1}{w!}\right) \cdot \rho^w} \quad (3.16)$$

Em que ρ é uma taxa de congestionamento genérica. Além disso, a cobertura esperada $E(w)$ na mesma vizinhança, que representa a probabilidade de ao menos um servidor estar livre, considerando a probabilidade $p(w)$ de todos os w veículos numa vizinhança k de um determinado ponto i estarem ocupados é dada pela expressão (3.17).

$$E(w) = (1 - p(w)) \quad (3.17)$$

A equação (3.17) permite definir a cobertura incremental, que representa o ganho de cobertura ao se ter w ao invés de $(w-1)$ veículos em uma vizinhança k de um determinado ponto i cobrindo esse ponto. Essa cobertura incremental pode ser calculada pela expressão (3.18).

$$E(w) - E(w-1) = (1 - p(w)) - (1 - p(w-1)) \quad (3.18)$$

Desenvolvendo algebricamente a expressão (3.18), substituindo as probabilidades $p(w)$ pela expressão (3.16) e substituindo os valores de ρ pelos valores apresentados nas expressões (3.14) e (3.15), resulta que para um ponto de demanda i , num período de tempo t , considerando a vizinhança k , a cobertura incremental C_i^{wkt} obtida por um veículo do tipo k a mais cobrindo o ponto i é dada pela expressão (3.19).

$$\frac{\left(\frac{1}{(w-1)!}\right) \cdot (\rho_i^{k,t})^{w-1}}{1 + \rho_i^{k,t} + \left(\frac{1}{2!}\right) \cdot \rho_i^{k,t^2} + \dots + \left(\frac{1}{(w-1)!}\right) \cdot (\rho_i^{k,t})^{w-1}} - \frac{\left(\frac{1}{w!}\right) \cdot (\rho_i^{k,t})^w}{1 + \rho_i^{k,t} + \left(\frac{1}{2!}\right) \cdot \rho_i^{k,t^2} + \dots + \left(\frac{1}{w!}\right) \cdot (\rho_i^{k,t})^w} = C_i^{w,k,t} \quad (3.19)$$

A expressão (3.16) também pode ser utilizada para calcular para cada ponto de demanda i , considerando cada vizinhança k , em cada período t , uma quantidade de veículos mínima de modo que a probabilidade de todos os veículos estarem ocupados seja inferior a $(1-\alpha)$, onde α é chamado de probabilidade de cobertura. Essa quantidade mínima, denotada por M_i^{kt} , é igual ao menor inteiro que satisfaz a equação (3.20).

$$1 - p(M_i^{kt}) \geq \alpha \Leftrightarrow \frac{\left(\frac{1}{M_i^{kt}!}\right) \cdot (\rho_i^{kt})^{M_i^{kt}}}{1 + \rho_i^{kt} + \left(\frac{1}{2!}\right) \cdot \rho_i^{kt^2} + \dots + \left(\frac{1}{M_i^{kt}!}\right) \cdot (\rho_i^{kt})^{M_i^{kt}}} \leq 1 - \alpha \quad (3.20)$$

Assim, considerando todos os pontos de demanda do conjunto V , todos os períodos do conjunto τ e os dois tipos de veículo $k=1$ e $k=2$, que definem dois tipos de vizinhança, é possível calcular a cobertura esperada em um sistema de atendimento emergencial pela expressão (3.21).

$$\sum_{t \in \tau} \sum_{k=1}^2 \sum_{i \in V} \sum_{w=0}^{M_i^{k,t}} d_i^{k,t} \cdot C_i^{w,k,t} \cdot x_i^{w,k,t} \quad (3.21)$$

Vale ressaltar que a cobertura esperada do sistema, dada pela expressão (3.21), é limitada superiormente por α , uma vez que a quantidade w de ambulâncias do tipo k que cobrem um ponto i em um período de tempo t é sempre menor ou igual a M_i^{kt} .

Com relação ao problema de realocação de ambulâncias entre períodos subsequentes, pode-se calcular o tempo total de deslocamento referente às realocações pela expressão (3.22), que é a soma de todas as realocações ponderadas pelos tempos de deslocamento de cada realocação.

$$\sum_{t \in \tau} \sum_{j \in W} \sum_{j' \in W} \sum_{k=1}^2 s_{jj'}^t \cdot r_{jj'}^{kt} \quad (3.22)$$

Com isso, pode-se definir o modelo matemático para o problema de localização de bases, alocação de veículos em múltiplos períodos e realocação entre períodos subsequentes. Esse modelo busca a maximização da cobertura esperada em um sistema de atendimento emergencial com dois tipos de veículos, e a minimização dos tempos de realocação.

Problema de localização de bases, alocação de veículos em múltiplos períodos, e realocação entre períodos subsequentes

$$z_j = \begin{cases} 1, & \text{se posiciona - se uma base no pontocandidato } j \in W \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.23)$$

$$y_j^{kt} \text{ o número de veículos do tipo } k \text{ posicionadas no ponto } j \in W, \text{ no instante } t \in \tau \quad (3.24)$$

$$x_i^{wkt} = \begin{cases} 1, & \text{se o pontode demanda } i \text{ é coberto por } w \text{ veículos do tipo } k \text{ no instante } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.25)$$

$$r_{jj'}^{k,t} \text{ o número de veículos } k \text{ realocados de } j \in W \text{ para } j' \in W \text{ entre períodos } t \text{ e } t+1 \quad (3.26)$$

$$[\max] \sum_{t \in \tau} \left[\sum_{k=1}^2 \sum_{i \in V} \sum_{w=0}^{M_i^{k,t}} d_i^{k,t} \cdot C_i^{w,k,t} \cdot x_i^{w,k,t} - \beta \cdot \sum_{j \in W} \sum_{j' \in W} \sum_{k=1}^2 s_{jj'}^t \cdot r_{jj'}^{kt} \right] \quad (3.27)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in W_i^{k,t}} y_j^{k,t} \geq 1, \forall i \in V, \forall t \in \tau, k = \{1,2\} \quad (3.28)$$

$$\sum_{j \in W_i^{k,t}} y_j^{kt} \geq \sum_{w=0}^{M_i^{k,t}} x_i^{w,k,t}, \forall i \in V, \forall t \in \tau, k = \{1,2\} \quad (3.29)$$

$$x_i^{w,k,t} \leq x_i^{(w-1),k,t}, \forall i \in V, \forall t \in \tau, k = \{1,2\}, w = \{1,2,...,M_i^{k,t}\} \quad (3.30)$$

$$p_k \cdot z_j \geq y_j^{k,t}, \forall j \in W, \forall t \in \tau, k = \{1,2\} \quad (3.31)$$

$$y_j^{kt} + \sum_{i \in W} r_{ij}^{kt} - \sum_{i \in W} r_{ji}^{kt} = y_j^{k,(t+1)}, \forall j \in W, \forall t \in \tau - \{T\}, k = \{1,2\} \quad (3.32)$$

$$y_j^{k,T} + \sum_{i \in W} r_{ij}^{kT} - \sum_{i \in W} r_{ji}^{kT} = y_j^{k,1}, \forall j \in W, k = \{1,2\} \quad (3.33)$$

$$\sum_{j \in W} z_j = p_z \quad (3.34)$$

$$\sum_{j \in W} y_j^{1,t} = p_B, \forall t \in \tau \quad (3.35)$$

$$\sum_{j \in W} y_j^{2,t} = p_A, \forall t \in \tau \quad (3.36)$$

$$y_j^{1,t} + y_j^{2,t} \leq C_j, \forall j \in W, \forall t \in \tau \quad (3.37)$$

$$y_j^{k,t} \geq 0 \text{ inteiro}, \forall j \in W, \forall t \in \tau, k = \{1,2\} \quad (3.38)$$

$$x_i^{wkt} = \{0,1\}, \forall i \in V, \forall t \in \tau, k = \{1,2\}, w = \{0,1,2,\dots, M_i^{k,t}\} \quad (3.39)$$

$$z_j = \{0,1\}, \forall j \in W \quad (3.40)$$

$$r_{jj'}^{k,t} \geq 0 \text{ inteiro}, \forall (j, j') \in W, \forall t \in \tau, k = \{1,2\} \quad (3.41)$$

As expressões (3.23), (3.24), (3.25) e (3.26) repetem as definições das variáveis de decisão anteriormente apresentadas. A função objetivo (3.27) busca a maximização da cobertura esperada para os pontos de demanda em todos os períodos de tempo, ao mesmo tempo busca minimizar as realocações de veículos de maneira proporcional à distância de realocação, sendo a constante de proporcionalidade igual ao parâmetro β .

A restrição (3.28) é uma restrição de nível de serviço mínimo do sistema, que garante que em todos os períodos, todos os pontos devem ter pelo menos uma ambulância BLS alocada a uma base a menos de um raio de cobertura r_1 , e também pelo menos uma ambulância ALS alocada a uma base a menos de um raio de cobertura r_2 . As equações (3.29) e (3.30) garantem consistência das definições das variáveis de decisão x e y .

As restrições (3.31) estabelecem a hierarquia entre bases e veículos, de modo que veículos só podem ser alocados a pontos candidatos que contenham bases localizadas neles.

As restrições (3.32) e (3.33) são equivalentes a equações de balanceamento de fluxo de ambulâncias numa base. Elas garantem a consistência na definição das realocações, de modo que em um determinado período t , a quantidade de viaturas do tipo k alocadas em uma base localizada em um determinado ponto j é igual a quantidade de viaturas k neste ponto no período anterior, mais a quantidade de viaturas do tipo k realocadas de outras bases para essa base j no período anterior, menos a quantidade de viaturas do tipo k realocadas dessa base j para outras bases no período anterior.

As restrições (3.34), (3.35) e (3.36) são, respectivamente, as restrições da quantidade de bases que devem ser localizadas, e as restrições das ambulâncias básicas e avançadas que devem ser alocadas em todos os períodos. As restrições (3.37) limitam, para todos os períodos, a quantidade de veículos que pode ser alocada em uma determinada base. O espaço de busca é definido pelas equações (3.38), (3.39), (3.40) e (3.41).

Caso o problema esteja definido apenas para um período, a formulação pode ser empregada excluindo-se tanto as variáveis $r_{jj'}^{kt}$ como a segunda parcela da função objetivo, uma vez que não haverá realocação entre períodos subsequentes. Nesse caso, devem ser excluídos também os conjuntos de restrições (3.32) e (3.33).

Na formulação apresentada pelas expressões (3.23) a (3.41), a definição dos tempos de deslocamento entre dois pontos foi feita de maneira determinística. Contudo, a definição dos tempos de deslocamento s_{ij}^t , identicamente ao modelo Q-MALP, pode ser feita de forma probabilística, considerando os tempos de deslocamento como variáveis randômicas com distribuição de probabilidade conhecida. Assim os tempos de deslocamento podem ser definidos considerando um nível de confiança δ . Pode-se ilustrar essa definição probabilística dos tempos de deslocamento assumindo que cada variável s_{ij}^t siga uma distribuição normal com média $\bar{s}_{ij}^t$ e desvio padrão σ_{ij}^t ; sendo que os tempos de deslocamento podem ser definidos como:

$$\hat{s}_{ij}^t = \bar{s}_{ij}^t + z_{\delta} \cdot \sigma_{ij}^t \quad (3.40)$$

Tal que z_δ é o valor da função cumulativa normal de probabilidade que satisfaz o nível de confiança δ . Essa definição dos tempos de deslocamento é estendida à definição dos conjuntos de pontos W_i^{kt} , V_j^{kt} , e N_i^{kt} .

$$W_i^{kt} = \{j \in W \mid \hat{s}_{ij}^t = \bar{s}_{ij}^t + z_\delta \cdot \sigma_{ij}^t \leq r_k\}; k = \{1,2\} \quad (3.41)$$

$$V_j^{kt} = \{i \in V \mid \hat{s}_{ij}^t = \bar{s}_{ij}^t + z_\delta \cdot \sigma_{ij}^t \leq r_k\}; k = \{1,2\} \quad (3.42)$$

$$N_i^{kt} = \{z \in V \mid \hat{s}_{iz}^t = \bar{s}_{iz}^t + z_\delta \cdot \sigma_{iz}^t \leq r_k\}; k = \{1,2\} \quad (3.43)$$

A consideração de tempos de deslocamento determinísticos ou probabilísticos não altera o restante do modelo, impactando somente no cálculo de s_{ij}^t e na definição dos conjuntos.

Essa é a formulação matemática para o problema de localização de bases, alocação e realocação de ambulâncias em múltiplos períodos, que é o alvo do método de solução desenvolvido na presente pesquisa, descrito no capítulo 4.

O modelo pode ser considerado original no sentido em que não há outro idêntico na literatura. Porém, ele pode ser considerado uma extensão do modelo Q-MALP proposto por Marianov e ReVelle (1996), utilizando alguns dos conceitos apresentados em Schmid e Doerner (2010), apresentando os seguintes avanços: (i) consideração de múltiplos períodos de planejamento e consequente consideração do problema de realocação entre períodos subsequentes, (ii) consideração da característica dinâmica da questão, no sentido em que as demandas e tempos de deslocamento são diferentes para cada período, (iii) distinção entre a localização de bases e a alocação de viaturas, (iv) consideração de múltiplos tipos de veículos e diferentes raios de cobertura para cada um e (v) consideração de restrições de capacidade nas bases.

4. MÉTODO DE SOLUÇÃO

Este capítulo tem por objetivo descrever o método empregado para a solução do problema de localização de bases, alocação de ambulâncias em múltiplos períodos e realocação entre períodos subsequentes. O método de solução proposto considera uma decomposição do problema descrito no capítulo 3 em dois subproblemas: o de localização de bases e alocação de ambulâncias nos períodos de tempo considerados, e o de realocação de ambulâncias entre períodos subsequentes.

Para o subproblema de localização de bases e alocação de ambulâncias nos períodos de tempo propõe-se um algoritmo baseado na meta-heurística de colônia artificial de abelhas. Já para o subproblema de realocação de ambulâncias entre períodos subsequentes é feita uma analogia com o problema de transporte, sendo a solução deste subproblema encontrada pelo Método Simplex para o Problema de Transporte. A seção 4.1 apresenta uma visão geral para o problema e as justificativas para a decomposição do mesmo. Nas seções 4.2 e 4.3 são apresentados os métodos de solução para o subproblema de localização e alocação e para o subproblema de realocação respectivamente.

O método de solução desenvolvido neste presente trabalho, que resolve esses dois subproblemas sequencialmente, é denominado Algoritmo com Colônia de Abelhas para o problema de localização de bases, alocação de viaturas em múltiplos períodos e realocação entre períodos subsequentes, e é descrito na seção 4.4.

Também são apresentados na seção 4.5 outros dois métodos de solução baseados em técnicas de otimização. Eles foram desenvolvidos para comparação do desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas frente a outros métodos de solução.

Um desses métodos que foram utilizados para comparação, denominado neste trabalho de Método Exato é basicamente a solução do modelo matemático apresentado na seção 3.2 utilizando o Método *Branch and Bound* para solução de problemas de programação inteira.

Outro, que recebe o nome de Método Exato Decomposto, considera a decomposição do problema de maneira idêntica ao Algoritmo com Colônia de Abelhas, sendo que

para o subproblema de localização de bases e alocação de ambulâncias em diferentes períodos de tempo o Método Exato Decomposto utiliza o Método *Branch and Bound* para solução de problemas de programação inteira. Para o subproblema de realocação de ambulâncias, utiliza-se a mesma analogia com o problema de transporte, e assim como o Algoritmo com Colônia de Abelhas, o Método Exato Decomposto resolve esse subproblema através do Método Simplex para o Problema de Transporte.

4.1. Visão geral e decomposição do problema

Seja P o problema de localização de bases, alocação e realocação de ambulâncias, conforme o modelo matemático descrito na seção 3.2. Este é formado por subproblemas de localização e alocação em cada período L^t e por subproblemas de realocação resultantes das diferenças de alocação entre períodos subsequentes R^t . Caso o problema esteja definido apenas para um período, existe apenas um problema de localização L .

$$P = \{(L^1 \cup L^2 \cup L^3 \cup \dots \cup L^T) \cup (R^1 \cup R^2 \cup R^3 \cup \dots \cup R^T)\} \quad (4.1)$$

Ao analisar a função objetivo (3.27) da formulação matemática proposta na seção 3.2, verifica-se que o parâmetro β pode ser visto como uma penalidade para realocação de ambulâncias entre as bases tendo em vista a característica da malha de pontos quanto aos tempos de deslocamento em cada período considerado na análise; a penalidade de uma determinada realocação é dada pelo produto entre β e o tempo de deslocamento da realocação. De acordo com Schmid e Doerner (2010), quanto menor for a penalidade β , mais a solução do problema de localização, alocação e realocação, tratado nesse trabalho, se aproxima do caso que corresponde a resolver múltiplos problemas independentes de localização e alocação, um para cada período considerado na análise. Dessa forma, se o valor de β puder ser assumido como muito pequeno, de maneira que a segunda parcela da função objetivo (3.27) seja muito pequena em relação à primeira parcela, o problema P pode ser decomposto em dois subproblemas independentes: um de localização de bases e alocação de ambulâncias nos períodos de análise, e outro de realocação de ambulâncias em períodos subsequentes, o qual decorre da solução do primeiro subproblema.

Em seu trabalho, Schmid e Doerner (2010) realizam diversos experimentos para determinar o parâmetro de penalidade. Os resultados indicam que, nos casos em que a demanda total do sistema é elevada, um aumento significativo no valor de β causa pequena deterioração nos valores de cobertura da função objetivo em comparação à cobertura máxima possível, a qual é encontrada no caso em que β é igual a zero.

Outra interpretação do parâmetro β seria o número de chamados a mais que poderiam ser atendidos, de modo a justificar a realocação de uma ambulância, ou seja, um *trade-off* entre o custo de uma determinada realocação e o acréscimo de cobertura proporcionado por ela.

Neste trabalho, considera-se que o objetivo primordial de um sistema de ambulâncias é o de maximizar a probabilidade de sobrevivência de pacientes sujeitos a traumas e acidentes, a qual é afetada diretamente pela cobertura esperada. Assim, nesta pesquisa, o objetivo de minimizar o custo das realocações assume um papel secundário. Isso, além das constatações de Schmid e Doerner (2010), torna possível assumir valores de β pequenos o suficiente para que a segunda parcela da função objetivo (3.27), que representa o custo de realocação, seja desprezível em relação ao primeiro termo que representa a cobertura esperada.

Dessa forma, o problema de localização, alocação e realocação de ambulâncias apresentado é decomposto em dois subproblemas: o problema de localização de bases e alocação de ambulâncias e o problema de realocação de ambulâncias. Nesse caso, a localização de bases e a alocação das ambulâncias nos diferentes períodos de tempo considerados na análise são parâmetros de entrada para o problema de realocação.

Considerando pequenos valores do parâmetro β e considerando a expressão (4.1), a decomposição do problema pode ser formalizada resultando em dois subproblemas: o problema de localização e alocação P^L , e o problema de realocação P^R .

$$P = \{(L^1 \cup L^2 \cup L^3 \cup \dots \cup L^T) + (R^1 \cup R^2 \cup R^3 \cup \dots \cup R^T)\} \quad (4.2)$$

$$P = \{P^L + P^R\} \quad (4.3)$$

A solução de P^L condiciona os parâmetros de entrada para a solução de P^R . Assim sendo, resolve-se primeiro P^L e com o resultado, resolve-se P^R . A solução de P^L consiste em encontrar a localização de bases comuns a todos os L^t e a alocação de viaturas em cada L^t , de modo a maximizar a cobertura esperada do sistema de ambulâncias, como exposto no capítulo 3. Para tanto, desenvolveu-se um algoritmo baseado no algoritmo *Artificial Bee Colony*.

Cada problema R^t consiste em encontrar o plano de realocação entre soluções de problemas L^t subsequentes, sendo que esse plano de realocação é a definição de quantas ambulâncias de cada tipo devem ser movidas de uma determinada base para uma outra entre os períodos t e $t+1$. Cada um dos problemas R^t pode ser encarado como um problema de transporte, tal que as viaturas devem ser transportadas entre origens (alocação do período t) e destinos (alocação do período $t+1$), de modo a minimizar o custo de transporte. Sendo assim, para a solução de P^R , neste trabalho, aplica-se o algoritmo de transporte, que é um algoritmo de solução específico do problema de transporte, por T vezes, uma para cada R^t . Vale ressaltar que R^T , o problema de realocação do último período, corresponde ao problema de realocação entre o último e o primeiro período.

De acordo com Rajagopalan *et al.* (2008), problemas de localização e realocação são tipicamente NP-Completo devido à sua natureza combinatória. Diante disso, o uso de meta-heurísticas representa um caminho promissor para a solução do problema proposto nesse trabalho.

Para a solução do subproblema de localização e alocação de ambulâncias é proposto um algoritmo baseado na meta-heurística de colônia artificial de abelhas (*Artificial Bee Colony*). Nesse algoritmo busca-se, em múltiplos períodos, encontrar a localização de bases comuns a todos os períodos e a alocação de ambulâncias a essas bases nos diversos períodos, de modo a maximizar a cobertura esperada, respeitando às condições mínimas de viabilidade: (i) cada ponto de demanda i deve ter no mínimo uma ambulância do tipo BLS alocada a uma base posicionada a no máximo r_B e uma ambulância do tipo ALS alocada a uma base posicionada a no máximo r_A (r_A e r_B são definidos em unidades de tempo); (ii) em todos os períodos deve-se respeitar a

disponibilidade de viaturas; e (iii) devem ser respeitadas as capacidades de suportar veículos de cada base.

Para o subproblema de realocação de ambulâncias faz-se uma analogia com o problema de transporte, um problema clássico da pesquisa operacional. Considerando a localização de bases, comuns a todos os períodos, a alocação de viaturas num determinado período é tomada como fonte de veículos que devem ser transportados para a alocação de viaturas no período subsequente, minimizando o custo de transporte, que, neste caso, pode ser considerado equivalente ao tempo total de deslocamento das realocações.

Assim, para a solução do problema completo de localização de bases, alocação e realocação de ambulâncias, resolve-se primeiramente o problema de localização e alocação em múltiplos períodos visando encontrar boas configurações da malha de atendimento para os períodos de tempo considerados, e em seguida resolve-se o problema de realocação, tomando a solução do anterior como entrada, visando otimizar as realocações necessárias, compostas das diferenças entre as posições de ambulâncias entre períodos subsequentes. O algoritmo desenvolvido neste trabalho, que resolve sequencialmente esses dois subproblemas foi denominado de Algoritmo com Colônia de Abelhas.

4.2. Método para solução do subproblema de localização e alocação em múltiplos períodos

O subproblema de localização de bases e alocação de ambulâncias em múltiplos períodos pode ser genericamente definido como: encontrar, num grafo discreto e não direcional e em diversos períodos de tempo, a localização de exatamente p_z bases, comuns aos diversos períodos de tempo e a alocação, em cada período, de exatamente p_A ambulâncias avançadas e exatamente p_B ambulâncias básicas a essas bases, de modo a maximizar a cobertura esperada, dados nos diversos períodos de tempo os valores de demanda por cada ambulância e o tempo de deslocamento entre os pontos do grafo.

As meta-heurísticas compõem um grupo de algoritmos genéricos não específicos para determinados problemas, sendo adaptáveis para diversas situações. Neste trabalho, o

método de solução para o subproblema de localização de bases e alocação de ambulâncias nos períodos de tempo considerados é um algoritmo embasado na meta-heurística de Colônia Artificial de Abelhas (*Artificial Bee Colony* - ABC), que foi adaptada para o problema em questão contendo diversas heurísticas com funções específicas.

Como exposto por Karaboga (2005), a meta-heurística ABC pode ser vista como um algoritmo populacional que faz uma analogia com o comportamento de busca de alimentos de colônias de abelhas.

- Na natureza, esses insetos, quando na busca de alimentos, apresentam três comportamentos: abelhas exploradoras, trabalhadoras, e oportunistas. As abelhas exploradoras realizam voos a lugares aleatórios nos arredores da colônia; as abelhas trabalhadoras são aquelas que realizam voos de ida e volta até uma fonte de alimento já detectada e, ao fazerem isso, trazem informações sobre a quantidade de alimento e qualidade dessa fonte; e as abelhas oportunistas, as quais ficam na colmeia esperando informações das abelhas trabalhadoras, para então voarem para uma fonte que julgarem mais promissora em termos de quantidade e qualidade de alimento e explorá-la.
- No caso da meta-heurística ABC a solução de um determinado problema é encontrada através da interação entre três tipos de agentes, as abelhas trabalhadoras, as abelhas exploradoras, e as abelhas oportunistas. No algoritmo, as abelhas exploradoras realizam buscas randômicas no espaço de solução, buscando soluções viáveis para um determinado problema; as abelhas trabalhadoras realizam buscas locais em uma solução alocada a elas, utilizando um mecanismo guloso de seleção para tentar melhorar essa solução; e as abelhas oportunistas escolhem soluções promissoras do espaço de busca, utilizando informações da qualidade/aptidão das soluções alocadas às abelhas trabalhadoras, e realizam buscas locais nessas soluções escolhidas.

Em linhas gerais, o algoritmo funciona da seguinte forma em cada iteração:

1. Cada abelha que se encontra na condição de exploradora realiza uma busca randômica no espaço de busca até encontrar uma solução viável e, ao encontrar essa solução, a mesma abelha recebe o rótulo de trabalhadora;
2. Cada abelha na condição de trabalhadora realiza uma busca local numa solução a ela alocada, utilizando um mecanismo guloso de seleção e:
 - 2.1. Caso seja encontrada uma melhoria na mesma, zera-se um contador interno de buscas sem melhoria da abelha trabalhadora;
 - 2.2. Caso contrário adiciona-se uma unidade a esse contador interno;
3. Caso o contador interno de alguma abelha trabalhadora tenha ultrapassado um valor pré-definido *limit*, essa abelha recebe o status de exploradora e realizará uma nova busca randômica na próxima iteração;
4. Cada abelha oportunista sorteia uma solução alocada a alguma abelha trabalhadora sendo que a probabilidade de uma determinada solução ser selecionada é proporcional a sua qualidade;
5. Cada abelha oportunista, com uma solução sorteada, realiza uma busca local nessa solução tentando melhorá-la;
6. Ao fim de cada iteração busca-se a melhor das soluções alocadas às abelhas e verifica-se se ela é melhor que a melhor solução até então encontrada pelo algoritmo,
 - 6.1. Em caso positivo essa nova solução passa a ser a solução incumbente do ABC.
 - 6.2. Caso contrário mantém-se a solução incumbente anterior.

No desenvolvimento da meta-heurística para a solução do subproblema foram elaborados procedimentos para compor um algoritmo aderente aos conceitos do ABC.

Para representar o comportamento das abelhas exploradoras, dois procedimentos para construção de solução inicial foram desenvolvidos: um procedimento para

localizar um conjunto de bases denominado *LOCALIZA_BASES* e um procedimento para alocar viaturas a essas bases em cada período de análise denominado *ALOCA_AMBULANCIAS*. O procedimento *LOCALIZA_BASES* utiliza a geração de numeros aleatórios em seus passos, sendo repetido até que se tenha um conjunto de bases e alocações de ambulâncias em múltiplos períodos que atenda as condições mínimas de cobertura: todos os pontos de demanda em todos os períodos devem ter pelo menos uma ambulância básica localizada a no máximo r_B unidades de tempo e uma ambulância avançada localizada a no máximo r_A unidades de tempo.

Com relação ao comportamento das abelhas trabalhadoras, um procedimento de busca local foi desenvolvido (*BUSCA_LOCAL*). Esse procedimento seleciona aleatoriamente duas bases, testa a transposição de uma viatura de uma base para a outra e, caso haja melhoria, a nova solução é mantida, caso contrário ela é descartada. Isso é repetido até que se tenha transcorrido um número *limit* de tentativas sem melhoria de solução. Se esse número *limit* for atingido, a abelha trabalhadora passa a ser uma abelha exploradora e realiza uma busca no espaço de solução por uma nova solução viável; ao encontrar uma solução viável a abelha exploradora se transforma novamente numa abelha trabalhadora.

Para o comportamento das abelhas oportunistas, um algoritmo de sorteio baseado na qualidade das soluções das abelhas trabalhadoras foi desenvolvido (*SORTEIO*). Uma vez que uma abelha oportunista sorteia uma solução, ela realiza uma busca local idêntica a das abelhas trabalhadoras, pelo mesmo procedimento (*BUSCA_LOCAL*) tentando melhorar a solução escolhida aleatoriamente.

Genericamente, o método de solução para o subproblema em questão funciona da seguinte forma:

1. No início da execução do método de solução, as abelhas exploradoras, através dos procedimentos *LOCALIZA_BASES* e *ALOCA_AMBULANCIAS*, constroem soluções iniciais viáveis e passam a ser abelhas trabalhadoras com as soluções construídas alocadas a elas;

2. No decorrer do método, em uma iteração, cada abelha trabalhadora realiza o procedimento *BUSCA_LOCAL* na tentativa de melhorar a solução alocada a ela.
3. Em cada iteração, cada abelha oportunista sorteia uma solução para o problema através do procedimento *SORTEIO*, e tenta melhorar essa solução aplicando o procedimento *BUSCA_LOCAL*.
4. Se em uma determinada iteração, uma abelha trabalhadora tenha atingido um número de tentativas de melhoria de sua solução sem sucesso, ela abandona essa solução, se transforma em uma abelha exploradora, na próxima iteração constrói outra solução viável pelos procedimentos *LOCALIZA_BASES* e *ALOCA_AMBULANCIAS* e se torna novamente uma abelha trabalhadora.

Para compor o método de solução do subproblema de localização de bases e alocação de viaturas em múltiplos períodos, outros procedimentos foram também desenvolvidos, porém esses quatro procedimentos, *LOCALIZA_BASES*, *ALOCA_AMBULANCIAS*, *BUSCA_LOCAL*, e *SORTEIO*, são os principais. Todos os procedimentos são descritos nas próximas seções e uma explicação detalhada do método de solução para o subproblema de localização de bases e alocação de viaturas em múltiplos períodos é descrita na seção 4.2.8.

4.2.1. Estrutura de dados

Antes de explicar cada um dos procedimentos que compõem o método de solução e suas respectivas finalidades no algoritmo, é apresentada a estrutura de dados para a representação das soluções do problema. Essa estrutura de dados será genericamente chamada de abelha, cujos componentes principais são um vetor e duas matrizes. Considerando uma malha com N pontos de demanda, e T períodos de análise, cada abelha i é formada por um vetor denominado bi de N componentes e duas matrizes $BLSi$, e $ALSi$ com dimensões $T \times N$. Cada componente do vetor $bi[j]$ é do tipo binário, sendo igual a um se o ponto j contém uma base de veículos e zero caso contrário. Cada componente $BLSi[k][j]$ contém um número inteiro não negativo, que é igual ao número de ambulâncias do tipo BLS alocadas ao ponto j no período k . De maneira análoga, um componente genérico $ALSi[k][j]$ contém um número inteiro não negativo, o qual é igual ao número de ambulâncias do tipo ALS alocadas ao ponto j no período k .

Além disso, cada abelha possui um contador interno (*contador*) que será utilizado para computar o número de iterações sem melhoria de solução, utilizado apenas para as abelhas trabalhadoras, e outro inteiro que caracteriza o tipo de abelha (se trabalhadora/exploradora ou se oportunista). A Figura 4.1 ilustra essa estrutura de dados.

Figura 4.1 – Representação simbólica de uma abelha

Fonte: Próprio autor

4.2.2. Soluções iniciais – Abelhas exploradoras

Uma vez definida a estrutura de dados, o passo seguinte consiste em definir os procedimentos de construção de soluções iniciais, correspondentes ao comportamento das abelhas exploradoras. Esses procedimentos têm por finalidade

encontrar soluções iniciais viáveis, sendo cada uma delas representada por um conjunto de localizações de bases e alocações de ambulâncias nos períodos de tempo atendendo às condições de viabilidade. Antes de qualquer alocação de viaturas, as bases precisam ser localizadas. Além disso, como a realocação de bases é fisicamente impossível, uma solução contida numa determinada abelha no seu vetor bi conterá um conjunto de bases comum para os períodos de análise, bases estas que serão ocupadas por um número variável de viaturas nos diversos períodos. Ou seja, a localização das bases, para uma solução contida numa determinada abelha, precisa ser definida apenas uma vez, dado que é fixa ao longo dos períodos de análise. Contudo, certo conjunto de bases pode ser inviável, por impossibilitar o atendimento de todos os pontos nos raios mínimos de cobertura; neste caso, o conjunto de bases precisa ser redefinido.

O procedimento de localização de bases utiliza um mecanismo aleatório, na medida em que é arbitrado um percentual, $p_{aleatorio}$, do número total de bases que são randomicamente localizadas, sendo idênticas as probabilidades de sorteio de cada ponto candidato. Isso significa que as primeiras $(p_{aleatorio}.p_z)$ bases são localizadas em locais candidatos randomicamente sorteados, resultando numa possibilidade de diversidade de soluções. Essa característica é necessária para o funcionamento de qualquer algoritmo populacional como o algoritmo ABC.

As outras bases são localizadas através de uma lógica que procura o ponto candidato ainda sem nenhuma base posicionada, tal que o menor tempo de deslocamento entre ele e uma base já localizada é máximo. O processo, também chamado de método *minmax*, é repetido até que $(1-p_{aleatorio}).p_z$ bases tenham sido localizadas. Esse método guloso garante que as bases não aleatórias estejam bem distribuídas na malha de pontos, o que por sua vez facilita a construção de soluções viáveis, pois, com um conjunto de bases bem distribuídas, a cobertura de todos os pontos por ambulâncias alocadas a essas bases é facilitada. Além disso, nos casos em que a demanda se encontra distribuída de modo aproximadamente uniforme pelo grafo, sem a existência de pontos com demanda excessivamente maior que os demais, essa distribuição de bases pelo grafo, em geral, favorece a construção de soluções com bons valores de cobertura esperada.

Para a localização das bases, visto que os tempos de deslocamento entre os diversos pontos do grafo são diferentes para cada período, foi considerada no procedimento uma matriz de tempos (t_{medios}) de deslocamento, sendo que o tempo médio de deslocamento entre o ponto i e o ponto j é igual a média dos tempos de deslocamento entre os pontos i e j em todos os períodos considerados. Essa é uma aproximação, contudo, tendo em vista que o algoritmo ABC utiliza uma população de soluções que são frequentemente modificadas e melhoradas e considerando a aleatoriedade do procedimento, julga-se que essa abordagem de utilizar tempos médios é razoável para o procedimento que visa localizar bases. Esse procedimento foi denominado *LOCALIZA_BASES* e encontra-se detalhado na Figura 4.2.

```

0 LOCALIZA_BASES(abelha i)
1   zera bi
2   cria lista de bases localizadas lista_bases[]
3   bases_localizadas = 0
4   enquanto bases_localizadas < (pz.p_aleatorio) faça
5       sorteia número aleatório r entre 1 e N
6       se bi[r] = 0
7           bi[r] = 1
8           lista_bases = lista_bases + {r}
9           bases_localizadas = bases_localizadas + 1
10      fim
11  fim
12  enquanto bases_localizadas < pz faça
13      cont1 = 0
14      max_t_min = Ø
15      nova_base = Ø
16      t_minimo_candidato = Ø
17      enquanto cont1 < N faça
18          se bi[cont1] = 0
19              cont2 = 0
20              enquanto cont2 <= bases_alocadas faça
21                  t_min_candidato = Ø
22                  se t_medios[cont1][lista_bases[cont2]] < t_min_pto
23                      t_min_candidato = t_medios[cont1][lista_bases[cont2]]
24                  fim
25              fim
26              se t_min_candidato > max_t_min
27                  nova_base = cont1
28                  max_t_min = t_min_candidato
29              fim
30      fim
31      lista_bases = lista_bases + {nova_base}
32      bases_localizadas = bases_localizadas + 1
33  fim

```

Figura 4.2 – Pseudocódigo do procedimento LOCALIZA_BASES

Fonte: Próprio autor

Uma vez determinadas as localizações das bases, passa-se à alocação das ambulâncias às mesmas. O procedimento desenvolvido para essa finalidade, denominado *ALOCA_AMBULANCIAS*, busca primeiramente atender as condições de viabilidade relativas às coberturas mínimas, e em seguida maximizar a cobertura esperada. É importante frisar que esse procedimento não assegura a viabilidade da alocação, ou seja, ele não garante que em todos os períodos, todos os pontos serão cobertos por ambulâncias de ambos os tipos dentro dos raios de cobertura r_A e r_B . Para esse procedimento, no início, são criadas duas listas, *lista_BLS* e *lista_ALS*, contendo os pontos que possuem bases. Em seguida essas listas são ordenadas de maneira não crescente, considerando o número de pontos de demanda que podem ser cobertos por essas bases selecionadas, de acordo com os raios de cobertura para BLS e ALS respectivamente. Para cada ponto de demanda as listas ordenadas são percorridas até se encontrar uma base que cobre esse determinado ponto de demanda e tenha capacidade excedente para receber uma viatura. Se essa base ainda não possuir uma ambulância BLS ou ALS, dependendo de qual lista está sendo percorrida, ela recebe uma viatura do respectivo tipo; caso contrário passa-se para o próximo ponto de demanda. Para um determinado ponto de demanda, no caso de não ser possível encontrar nenhuma base que possa cobri-lo dentro dos raios BLS ou ALS, nada é feito e o processo continua normalmente, ou seja, verifica-se que a solução é inviável. O fato de não ser possível cobrir um determinado ponto por algum tipo de veículo indica que o conjunto de bases, utilizado como entrada de *ALOCA_AMBULANCIAS*, não permite a construção de uma solução viável pelo procedimento e nada pode ser feito, uma vez que *ALOCA_AMBULANCIAS* busca apenas alocar as viaturas.

O procedimento *ALOCA_AMBULANCIAS* tenta atender a viabilidade em relação às ambulâncias básicas primeiro, e em seguida em relação às ambulâncias avançadas, ou seja, para cada ponto percorre-se primeiro a lista *lista_BLS* e em seguida a lista *lista_ALS*. A lógica por trás dessas listas ordenadas é tentar atender a viabilidade com o menor número possível de viaturas de um determinado tipo, buscando alocar primeiro as viaturas nas bases que cobrem maiores quantidades de pontos. As alocações são sempre realizadas respeitando as capacidades das bases relativas às quantidades de veículos.

Em seguida, ainda referindo-se ao procedimento *ALOCA_AMBULANCIAS*, as duas listas são reordenadas de acordo com a demanda contida na vizinhança de cada ponto da lista em relação à BLS e ALS (a definição das vizinhanças encontra-se no capítulo 3). Essas listas de pontos são percorridas alternadamente alocando-se viaturas BLS e ALS respeitando a capacidade das bases. Destaca-se que esse procedimento de alocação de bases é realizado considerando um determinado período t , o que implica na consideração das vizinhanças e tempos de deslocamento do período t , sendo ele repetido para todos os períodos $t \in \tau$. O procedimento *ALOCA_AMBULANCIAS* é detalhado na Figura 4.3.

Esses dois procedimentos, *LOCALIZA_BASES* e *ALOCA_AMBULANCIAS*, são combinados num outro chamado *INICIA_SOLUCOES*, que define o comportamento das abelhas exploradoras, ilustrado na Figura 4.4.

4.2.3. Função aptidão

A solução alocada a uma determinada abelha é avaliada segundo a cobertura esperada que ela proporciona, o que corresponde ao primeiro termo da função objetivo da formulação matemática, ignorando o termo relativo às realocações de viaturas, conforme apresentado na seção 3.2. Essa avaliação resulta numa medida de qualidade da solução denominada aptidão da abelha. Para o desenvolvimento do método assume-se que a aptidão de uma determinada solução é dada pela cobertura esperada por essa solução, dividida pela variável *demanda_total*, a qual representa as demandas de ambulâncias básicas e avançadas somadas em todos os períodos. Em outras palavras, para cada abelha i , considerando a solução alocada a ela, atribui-se a aptidão $F_{apt}(i)$.

Para o cálculo da F_{apt} de uma determinada abelha, para cada ponto de demanda j definem-se as listas *cob_BLS_j* e *cob_ALS_j*, a primeira contendo todos os pontos candidatos com bases posicionadas que cobrem o ponto j em r_B e a segunda contendo todos os pontos candidatos com bases posicionadas que cobrem o ponto j em r_A . Considerando essas listas, para cada solução i calculam-se as quantidades de ambulâncias BLS e ALS que cobrem cada ponto j em cada período t , $QiBLS[j][t]$ e $QiALS[j][t]$.

```

0  ALOCA_AMBULANCIAS (abelha I, período k)
1      zera ALSi
2      zera BLSi
3      ALS_disponivel = pA
4      BLS_disponivel = pB
5      cria lista com capacidades das bases capacidades[]
6      cria lista de pontos com bases lista_ALS
7      cria lista de pontos com bases lista_BLS
8      ordena lista lista_BLS de maneira não crescente de acordo com os
pontos cobertos pelo elemento da lista segundo o parâmetros r1
9      ordena lista lista_ALS de maneira não crescente de acordo com os
pontos cobertos pelo elemento da lista segundo o parâmetros r2
10     contALS=0
11     contBLS=0
12     enquanto contALS<pz ou contBLS<pz faça
13         se contALS<pz
14             ALSi[lista_ALS[cont1]][k] = 1
15             ALS_disponivel = ALS_disponivel - 1
16             capacidades[lista_ALS[cont1]] = capacidades[lista_ALS[cont1]]-1
17             marca pontos cobertos por lista_ALS[cont1]
18             se todos os pontos cobertos por ALS
19                 contALS=pz
20             caso contrário
21                 contALS = contALS+1
22             fim
23         fim
24         se contBLS<pz
25             BLSi[lista_BLS[cont2]][k] = 1
26             BLS_disponivel = BLS_disponivel - 1
27             capacidades[lista_BLS[cont1]] = capacidades[lista_BLS[cont1]]-1
28             marca pontos cobertos por lista_BLS[cont2]
29             se todos os pontos cobertos por BLS
30                 contBLS=pz
31             caso contrário
32                 contBLS = contBLS+1
33             fim
34         fim
35     fim
36     ordena lista lista_BLS de maneira não crescente de acordo com a
demanda coberta pelo elemento da lista segundo o parâmetros r1
37     ordena lista lista_ALS de maneira não crescente de acordo com
demanda coberta pelo elemento da lista segundo o parâmetros r2
38     cont=1
39     enquanto ALS_disponivel > 0 ou BLS_disponivel > 0 faça
40         se capacidade[lista_ALS[cont%pz]]>0 e ALS_disponivel > 0
41             ALSi[lista_ALS[cont%pz]][k] = ALSi[lista_ALS[cont%pz]][k]+1
42             ALS_disponivel = ALS_disponivel - 1
43             capacidade[lista_ALS[cont%pz]] = capacidade[lista_ALS[cont%pz]]-1
44         fim
45         se capacidade[lista_BLS[cont%pz]]>0 e BLS_disponivel>0
46             BLSi[lista_BLS[cont%pz]][k] = BLSi[lista_BLS[cont%pz]][k]+1
47             BLS_disponivel = BLS_disponivel - 1
48             capacidade[lista_BLS[cont%pz]] = capacidade[lista_BLS[cont%pz]]-1
49         fim
50     cont=cont+1
51     fim
52 fim

```

Figura 4.3 – Pseudocódigo do procedimento *ALOCA_AMBULANCIAS*

Fonte: Próprio Autor

```

0 INICIA_SOLUCOES (abelha i)
1   marcador = 0
2   enquanto marcador=0 faça
3     LOCALIZA_BASES(abelha i)
4     k=1
5     enquanto k <= T faça
6       ALOCA_AMBULANCIAS(abelha i, k)
7       k=k+1
8     fim
9   se abelha i cobre todos os pontos com BLS e ALS
10    marcador = 1
11  fim
12 fim
13 fim

```

Figura 4.4 – Pseudocódigo do procedimento INICIA_SOLUCOES

Fonte: Próprio autor

$$QiBLS[j][t] = \sum_u BLSi[cob_BLS_j[u]][t]; u \in W_j^{1,t} \quad (4.4)$$

$$QiALS[j][t] = \sum_u ALSi[cob_ALS_j[u]][t]; u \in W_j^{2,t} \quad (4.5)$$

A partir dessas quantidades, definidas pelas expressões (4.4) e (4.5), e com a definição de taxas de congestionamento dadas pela equação (3.14) e (3.15), define-se a probabilidade de um ponto de demanda j , durante o período t , coberto por w veículos do tipo k (extensão de 3.18), encontrar um veículo de mesmo tipo disponível no momento da ocorrência de um chamado. Essa probabilidade é determinada pela expressão (4.6).

$$E(j, k, w, t) = 1 - \frac{\left(\frac{1}{w!}\right) \cdot (\rho_j^{kt})^w}{1 + \rho_j^{kt} + \left(\frac{1}{2!}\right) \cdot (\rho_j^{kt})^2 + \dots + \left(\frac{1}{w!}\right) \cdot (\rho_j^{kt})^w} \quad (4.6)$$

Lembrando que cada ponto j possui demanda pelo veículo k no período t igual a d_j^{kt} , a função aptidão da solução i pode ser calculada pela equação (4.7).

$$F_{apt}(i) = \frac{\sum_{t=0}^T \sum_{j=0}^N [d_j^{BLS,t} \cdot E(j, BLS, QiBLS[j][t], t) + d_j^{ALS,t} \cdot E(j, ALS, QiALS[j][t], t)]}{demanda_total} \quad (4.7)$$

A função aptidão assume valores no intervalo $[0,1]$ e representa a parcela da demanda coberta em uma determinada solução, de acordo com: os parâmetros de

cobertura estabelecidos, a quantidade de ambulâncias que cobre cada ponto e a demanda de cada ponto.

4.2.4. Busca local – Abelhas trabalhadoras e oportunistas

De acordo com a definição do método, cada abelha trabalhadora e oportunista realiza uma busca local em cada iteração do algoritmo ABC na tentativa de melhorar sua aptidão. Assim, propõe-se um procedimento de busca local para a solução alocada em uma determinada abelha trabalhadora e para qualquer solução sorteada por uma abelha oportunista.

Na estrutura de dados proposta, descrita na seção 4.2.1, cada solução contém a localização das bases e a alocação de viaturas em diversos períodos de análise. Nessa pesquisa, dado o conjunto de bases e a alocação de viaturas nos diferentes períodos de uma solução, a busca local compreende uma tentativa de melhoria da cobertura para cada malha de alocação de viaturas em cada período, respeitando as condições de viabilidade da solução, ou seja, garantindo que em todos os períodos, todos os pontos de demanda sejam cobertos por veículos ALS e BLS dentro de raios r_A e r_B respectivamente e sem que a capacidade de acomodação de viaturas em nenhuma base seja ultrapassada. Isso significa que a busca local não procura melhores posições de bases, mas sim melhores posições de viaturas nos diversos períodos, para um conjunto de bases já definido.

Cada abelha trabalhadora possui um contador interno, denominado *contador*, que registra a quantidade de iterações sem melhoria da solução alocada a elas, que por sua vez corresponde à quantidade de buscas locais mal sucedidas. Caso esse contador atinja um valor *limit*, essa abelha abandona a solução, se transforma em uma abelha exploradora e construirá uma nova solução na iteração seguinte.

O procedimento de tentativa de melhoria é denominado *BUSCA_LOCAL* (Figura 4.5), cuja finalidade é tentar melhorar a cobertura esperada de uma determinada solução efetuando trocas de viaturas entre as bases, e funciona da seguinte forma:

1. Sorteia-se aleatoriamente uma base;

1.1. Caso esta base contenha apenas viaturas de um tipo (BLS ou ALS), sorteia-se outra base aleatoriamente e;

1.1.1. Caso as restrições de viabilidade sejam respeitadas, ou seja, se a segunda base sorteada tiver capacidade disponível para receber outra viatura e se, com a troca todos os pontos de demanda continuam cobertos por veículos ALS e BLS, transfere-se uma viatura do tipo contido na primeira base para a segunda base;

1.1.2. Caso contrário não é feita a troca;

1.2. Caso a base sorteada inicialmente contenha viaturas dos dois tipos;

1.2.1. Sorteia-se um tipo (ALS ou BLS); e em seguida sorteia-se outra base aleatoriamente,

1.2.1.1. Caso as restrições de viabilidade sejam respeitadas, ou seja, se a segunda base sorteada tiver capacidade disponível para receber outra viatura e se, com a troca todos os pontos de demanda continuam cobertos por veículos ALS e BLS, transfere-se uma viatura do tipo sorteado para a segunda base;

1.2.1.2. Caso contrário não é feita a troca;

Essa tentativa de troca é realizada para todos os períodos de uma solução alocada a uma determinada abelha, ou seja, de $t=1$ à $t=T$, e para cada período são realizadas n_{tent} tentativas de encontrar uma troca que respeite a viabilidade da solução. Caso durante a busca local alguma troca tenha sido realizada, um mecanismo guloso de seleção é aplicado e se a nova solução após a troca for melhor que a anterior (possua uma maior cobertura esperada), essa nova solução passa a ser a nova solução armazenada na abelha, caso contrário mantém-se a solução anterior sem a troca, significando que a busca local foi mal sucedida. Caso a abelha que está executando a busca local seja trabalhadora e a busca foi mal sucedida, adiciona-se uma unidade ao seu *contador*.

Se a busca local for realizada numa abelha trabalhadora e resultar numa melhoria da solução, o contador interno da abelha é zerado, caso contrário ele é acrescido de uma unidade.

4.2.5. Sorteio de soluções – Abelhas oportunistas

Em cada iteração, baseando-se na qualidade das soluções das abelhas trabalhadoras, as abelhas oportunistas devem escolher uma solução a fim de realizar uma busca local nessa região do espaço de busca. O procedimento de seleção de soluções é denominado *SORTEIO* e corresponde a um processo aleatório de sorteio em que a probabilidade de uma determinada solução de uma abelha trabalhadora ser selecionada é proporcional a sua aptidão relativa, que é a razão entre a sua aptidão e a soma das aptidões de todas as abelhas trabalhadoras.

```

0  BUSCA_LOCAL(abelha i)
1    gera estrutura de dados auxiliar abelha_copia
2    copia abelha i.bi[] em abelha_copia.bi[]
3    para cada t ter faça
4      cont=0
5      marcador=0
6      enquanto marcador=0 ou cont<n_tent faça
7        copia abelha i.BLSi[k][] em abelha_copia.BLSi[k][]
8        copia abelha i.ALSi[k][] em abelha_copia.ALSi[k][]
9        sorteia base b1 de abelha_copia que contém ambulância em t
10       sorteia base b2 de abelha_copia que contém capacidade em t
11       se b1 contém ALS e BLS
12         sorteia ALS ou BLS
13       fim
14       troca ambulância sorteada de b1 para b2
15       se abelha_copia é viável
16         marcador=1
17       caso contrário
18         cont=cont+1
19       fim
20     fim
21   fim
22   se aptidão(abelha_copia) > aptidão(abelha i)
23     copia abelha_copia em abelha i
24   caso contrário
25     abelha i.contador= abelha i.contador+1
26   fim
27 fim

```

Figura 4.5 – Pseudocódigo do procedimento de BUSCA_LOCAL

Fonte: Próprio autor

Denomina-se F_{apti} como a aptidão da abelha trabalhadora i e T_{it} o conjunto de abelhas trabalhadoras na iteração i . Sendo assim, a probabilidade $p(i)$ de uma solução de uma

abelha trabalhadora i ser selecionada pode ser calculada de acordo com a expressão (4.8).

$$p(i) = \frac{F_{apt}(i)}{\sum_{j \in T} F_{apt}(j)} \quad (4.8)$$

Uma abelha oportunista, em cada iteração do algoritmo, sorteia a solução de uma abelha trabalhadora e aplica o mesmo procedimento de busca local das abelhas trabalhadoras nessa solução, com uma nova tentativa aleatória de melhoria, e aplicando o mesmo princípio de seleção gulosa no resultado.

Não existe a conversão de abelhas oportunistas em exploradoras e vice-versa. Além disso, como uma determinada solução é alocada a uma abelha oportunista por apenas uma iteração, sendo uma nova solução sorteada e alocada na próxima iteração, para as abelhas oportunistas o contador de buscas sem melhoria não se aplica.

4.2.6. Conversão entre abelhas exploradoras e trabalhadoras

Um ponto importante é a conversão de abelhas trabalhadoras em exploradoras e vice-versa. Primeiro, a conversão de abelhas exploradoras em trabalhadoras é direta, tão logo uma abelha exploradora inicia uma nova solução, ela passa a ser uma abelha trabalhadora. Uma determinada abelha trabalhadora realiza buscas locais na tentativa de, dado um conjunto de bases, encontrar a alocação de veículos que proporcione a melhor cobertura possível para todos os períodos. Caso o contador de buscas sem melhoria atinja um determinado valor *limit*, indicando que após *limit* tentativas não foi possível melhorar a solução para certo conjunto de bases, essa abelha trabalhadora é então convertida numa abelha exploradora, que realizará uma nova localização de bases e alocação de viaturas e reiniciará o processo de buscas locais como abelha trabalhadora nas iterações seguintes.

4.2.7. Regra de aleatoriedade do algoritmo

Outro procedimento utilizado pelo algoritmo é um controle do grau de aleatoriedade. Basicamente, um dos pontos chave na busca de soluções é a seleção das bases, a qual é efetuada pelas abelhas exploradoras. Uma parcela $p_{aleatorio}$ dessas bases é

randomicamente sorteada e as bases restantes são alocadas pelo método *minmax* descrito na seção 4.2.2. Caso a evolução do algoritmo leve a locais promissores da região de busca, ou seja, caso o algoritmo leve a soluções com valores de cobertura esperada (aptidão) próximos a um, é conveniente que a aleatoriedade seja pequena para intensificar a busca nessa região. Entretanto, caso a busca fique estagnada em uma determinada região, é desejável que a aleatoriedade seja grande para forçar a saída dessa região.

Assim, a fim de controlar a aleatoriedade do sorteio das bases, é proposto o procedimento *REGRA_DE_ALEATORIEDADE*. Basicamente trata-se de um contador denominado *conta_melhoria*, que verifica por quantas iterações não houve melhoria na abelha mais apta já encontrada pelo algoritmo. Caso esse contador ultrapasse certo valor máximo, multiplica-se por dois o valor de *p_aleatorio*, desde que o resultado deste produto seja inferior a um. Caso, mesmo com essa alteração, o contador *conta_melhoria* ultrapassar um outro valor máximo, maior que o anterior, significando que mesmo com uma aleatoriedade aumentada não foi possível melhorar a solução da abelha mais apta da população, atribui-se o valor original à *p_aleatorio*. Na primeira iteração do algoritmo armazena-se o valor de *p_aleatorio* numa variável auxiliar. Os valores máximos supracitados foram arbitrados como 100 e 500.

```

0 REGRA_DE_ALEATORIEDADE()
1   se it = 0
2     marcador = p_aleatorio
3   fim
4   se aptidão da melhor abelha da iteração anterior > aptidão da
    melhor abelha da iteração atual
5     conta_melhoria = conta_melhoria + 1
6   caso contrário
7     conta_melhoria = 0
8   fim
9   se conta_melhoria < 100
10    p_aleatorio = marcador
11  fim
12  se conta_melhoria > 100 e conta_melhoria < 500
13    p_aleatorio = max(2*marcador,1)
14  fim
15  se conta_melhoria > 500
16    p_aleatorio = marcador
17  fim
18 fim

```

Figura 4.6 – Pseudocódigo do procedimento *REGRA_DE_ALEATORIEDADE*

Fonte: Próprio autor

4.2.8. Algoritmo de colônia artificial de abelhas

A partir dos procedimentos descritos anteriormente, pode-se estruturar o algoritmo de solução para o problema de localização de bases e alocação de viaturas em múltiplos períodos. Os parâmetros necessários do algoritmo são:

1. Tamanho da população de abelhas P ;
2. Número máximo de iterações MCN ;
3. Percentual de bases aleatórias $p_{aleatório}$;
4. Número de tentativas de encontrar troca viável n_{tent} e;
5. Número máximo de buscas locais sem melhoria $limit$.

Vale ressaltar que a distribuição da população, ou seja, quantas abelhas iniciam o algoritmo como exploradoras e quantas iniciam como oportunistas, é tomada como recomenda Karaboga (2005): metade da população inicia como exploradora e a outra metade como oportunista.

Com os procedimentos apresentados e os parâmetros do algoritmo é possível compor a heurística de solução para o subproblema de localização de bases e alocação de ambulâncias em múltiplos períodos, *ALGORITMO_ABC* (Figura 4.7), que recebe como dados de entrada os pontos do grafo, suas respectivas características (demandas pelos veículos nos vários períodos de tempo e se o ponto é candidato ou não) e os tempos de deslocamento entre os pontos em cada período.

O *ALGORITMO_ABC* retorna como solução a abelha, *abelha_solucao*, com a maior cobertura esperada, a qual será utilizada como entrada do método de solução do problema de realocação. Essa abelha possui a mesma estrutura de dados das outras, ou seja, um vetor com os pontos que contém bases e matrizes com as alocações de veículos em diferentes períodos.

Após as preparações, ao entrar no *loop* de iterações (linha 12 da Figura 4.7), o algoritmo começa a construção e busca de soluções para o problema.

```

0  ALGORITMO_ABC (G(N,A+) | t ∈ T)
1      i=1
2      cria abelha para armazenar melhor solução abelha_solucao
3      enquanto i < (P/2) faça
4          abelha i.tipo = exploradora
5          i=i+1
6      fim
7      enquanto i ≤ P faça
8          abelha i.tipo = oportunista
9          i=i+1
10     fim
11     it=0
12     enquanto it < MCN faça
13         REGRA_DE_ALEATORIEDADE()
14         i=1
15         enquanto i ≤ P faça
16             se abelha i.tipo = exploradora
17                 INICIA_SOLUCOES(abelha i)
18                 abelha i.tipo = trabalhadora
19             fim
20             se abelha i.tipo = trabalhadora
21                 BUSCA_LOCAL(abelha i)
22                 se abelha i.contador > limit
23                     abelha i.tipo = exploradora
24             fim
25         fim
26         se abelha i.tipo = oportunista
27             sorteia uma abelha trabalhadora r baseado nas aptidões das
                mesmas
28             abelha i = abelha r
29             BUSCA_LOCAL(abelha i)
30         fim
31         i=i+1
32     fim
33     procura abelha com maior aptidão abelha_melhor
34     se aptidao(abelha_melhor) > aptidão(abelha_solucao)
35         abelha_solucao = abelha_melhor
36     fim
37     it = it+1
38 fim
39 retorna abelha_solucao
40 fim

```

Figura 4.7 – Pseudocódigo do algoritmo ABC

Fonte: Próprio autor

No início de cada iteração (linha 13), inicialmente aplica-se o procedimento *REGRA_DE_ALEATORIEDADE*, para definir o valor de $p_{aleatorio}$ que sera utilizado na construção de novas soluções por abelhas exploradoras.

Em seguida (linha 16 a 19) verifica-se a existência de abelhas exploradoras, e em caso afirmativo, essas abelhas realizam o procedimento de busca de soluções iniciais viáveis e em seguida se transformam em abelhas trabalhadoras.

Na mesma iteração, cada abelha trabalhadora realiza uma busca local na tentativa de melhorar a solução presente em sua estrutura (linha 20 a 25). Caso haja melhoria, essa nova solução é alocada à estrutura da respectiva abelha, caso contrário adiciona-se uma unidade no contador interno da abelha.

Ainda na mesma iteração, cada abelha oportunista sorteia uma solução de alguma abelha trabalhadora e realiza uma busca local na mesma (linha 26 a 30). Esse é o mecanismo responsável pela intensificação de buscas em regiões promissoras do espaço de busca.

Após a atuação das abelhas oportunistas, uma abelha trabalhadora só passa a ser uma abelha exploradora se seu contador interno atingiu o número limit de iterações sem melhoria.

Ao fim da iteração busca-se a abelha da população com maior aptidão e caso essa abelha possua aptidão maior que a solução incumbente do algoritmo, ela passa a ser a solução incumbente (linha 33 a 36).

Assim, através da interação entre os diferentes agentes do algoritmo, sem um controle centralizado e com um compartilhamento de informações, a população de abelhas percorre o espaço de busca de uma maneira eficiente realizando processos de diversificação de buscas (abelhas exploradoras) e processos de intensificação de buscas (abelhas oportunistas).

4.3. Método para a solução do subproblema de realocação de ambulâncias

Conhecidas as localizações de bases e a alocação de ambulâncias às bases nos diversos períodos considerados, resultantes da aplicação do método de solução para o subproblema de localização de bases e alocação de ambulâncias em múltiplos períodos (*ALGORITMO_ABC*), o subproblema de realocação de ambulâncias é então resolvido a fim de encontrar o plano de realocação de menor tempo total de deslocamento, sendo esse plano de realocação caracterizado pelas realocações de veículos entre bases, entre períodos subsequentes.

Este problema pode ser modelado como o tradicional problema do transporte em grafo bipartido, um problema de programação linear clássico da pesquisa operacional (BRADLEY *et al.*, 1977). Considerando a realocação R^t entre um período genérico t e o período seguinte $t+1$, a malha do sistema de ambulâncias do período t pode ser considerada como a oferta por veículos, e a malha do sistema do período $t+1$ pode ser considerada como a demanda por veículos. Dessa forma, a solução para o problema de realocação de veículos de um tipo k , entre os períodos t e $t+1$, é equivalente à solução de um problema de transporte cujas mercadorias transportadas são os veículos, as fontes (origens) são as bases que dispõem de veículos do tipo k no período t , e os sumidouros (destinos) são as bases que necessitam de veículos do tipo k no período $t+1$. Considerando um par de períodos t e $t+1$, os custos nos arcos para esse problema de transporte são iguais aos tempos de deslocamento da matriz de distâncias do problema de localização do período $t+1$, que é período no qual a realocação ocorrerá para esse par de períodos.

Resolvendo o problema para todos os pares de períodos consecutivos e para todos os tipos de veículos, obtém-se o plano de realocação completo para todos os períodos e tipos de veículo.

Um ponto importante é que não é necessário restringir a capacidade das bases que receberão a realocação do período anterior, pois as condições de viabilidade quanto à capacidade das bases já foram garantidas pela solução do problema de localização de bases e alocação de ambulâncias. Além disso, a quantidade de realocações em um determinado período não foi restrita, como no trabalho de Gendreau *et al.* (2001).

A definição tradicional do problema de transporte considera um conjunto de fontes e suas ofertas por um determinado produto e um conjunto de destinos e suas demandas pelo mesmo produto, definindo um grafo bipartido entre pontos de oferta e pontos de demanda. O problema pode ser definido como: dados os custos unitários de transporte em cada arco do grafo, encontrar o plano de transporte (fluxos nos arcos) que minimize o custo total de transporte. A Figura 4.8 ilustra um exemplo de grafo do problema de transporte. O modelo matemático para esse problema é um problema de programação linear e considera: o conjunto de nós de oferta denominado pela letra I e o conjunto de nós de destino denominado pela letra J , c_{ij} o

custo unitário de transporte do arco (i,j) , a_i a oferta do ponto i , b_j a demanda do ponto j e a variável de decisão x_{ij} igual a quantidade de produto transportada no arco (i,j) .

Figura 4.8 – Representação de um grafo genérico do problema de transporte

Fonte: Próprio autor

<i>Problema de Transporte</i>	
$[min] \sum_i \sum_j c_{ij} \cdot x_{ij}$	(4.9)
Sujeito a:	
$\sum_i x_{ij} = b_j, \forall j \in J$	(4.10)
$\sum_j x_{ij} = a_i, \forall i \in I$	(4.11)
$x_{ij} \geq 0, \forall i \in I; \forall j \in J$	(4.12)

A função objetivo (4.9) corresponde à minimização do custo total de transporte. As restrições (4.10) garantem que toda a demanda de um determinado sumidouro j seja atendida e as restrições (4.11) certificam que toda a oferta de uma fonte i seja enviada para algum sumidouro. A equação (4.12) é a restrição de não negatividade das variáveis de decisão. Nessa formulação assume-se que o problema seja balanceado, ou seja, a soma das demandas é igual à soma das ofertas.

No caso da realocação das viaturas uma restrição adicional é a integralidade dos fluxos nos arcos do problema de transporte. Todavia, dado que a matriz de coeficientes das restrições do modelo matemático do problema é sempre unimodular, é possível demonstrar que no problema de transporte as variáveis de decisão para a solução ótima do problema apresentam sempre valores inteiros, desde que os valores de demanda e oferta também o sejam (BRADLEY *et al.*, 1977). Na realocação de ambulâncias a demanda e a oferta por viaturas correspondem a números inteiros, o que possibilita a relaxação da restrição de integralidade dos fluxos nos arcos do problema de transporte, utilizando a formulação convencional sem nenhuma alteração.

A solução do problema de transporte está associada a um algoritmo específico chamado Método Simplex para o Problema de Transporte (BRADLEY *et al.*, 1977), o qual resolve o problema garantindo a otimalidade da solução encontrada. Para que o algoritmo funcione o problema deve estar balanceado, isto é, a demanda total deve ser igual a oferta total. Porém, visto que o número de viaturas de ambos os tipos é fixo em todos os períodos, o balanceamento do problema é sempre verificado.

Uma descrição detalhada do problema de transporte e do Método Simplex para o Problema de Transporte podem ser encontrados em Bradley *et al.* (1977).

Para os fins desta dissertação, foi desenvolvido um procedimento para a solução dos problemas de realocação R^t entre períodos consecutivos para cada tipo de veículo que corresponde a uma implementação própria do Método Simplex para o Problema de Transporte. Esse procedimento recebe o nome de *ALGORITMO_TRANSPORTE* e seu desenvolvimento foi feito sem o uso de pacotes comerciais de otimização.

Para a solução do problema é necessário determinar uma solução inicial viável, sendo que existem diversos métodos para encontrar essa solução, como por exemplo: método do canto noroeste, método de Vogel e método do mínimo custo. Referências quanto aos métodos de definição de soluções iniciais para o algoritmo de transporte podem ser encontradas em Hillier e Lieberman (2004), Winston e Venkataramanan (2003) e Bradley *et al.* (1977). No procedimento *ALGORITMO_TRANSPORTE*, essa solução inicial é determinada pelo método do canto noroeste.

Bradley *et al.* (1977) argumentam que o método do canto noroeste é o que, em geral, fornece piores soluções iniciais pois ignora quaisquer informações sobre os custos unitários de transporte, contudo, é o mais simples de ser implementado, visando somente a viabilidade da solução. Para o problema tratado nesta dissertação, o número de problemas de transporte que devem ser resolvidos para uma instância com K tipos de veículos e T períodos de análise é igual a $(K.T)$. Como, em geral, os sistemas de ambulâncias são compostos de dois tipos de veículos e o ciclo de operação dos sistemas é em geral diário ou semanal, resulta que o número de vezes que o problema de transporte deverá ser resolvido é pequeno. Esse fato justificaria a construção de um método mais sofisticado de construção de soluções iniciais para o problema de transporte, contudo, pela sua simplicidade de implementação, optou-se por utilizar como método de construção de solução inicial o método do canto noroeste. Maior detalhamento do método do canto noroeste pode ser encontrado em Hillier e Lieberman (2004).

O resultado da aplicação do *ALGORITMO_TRANSPORTE* para os K tipos de veículos e T períodos resulta em planos de realocação para os diversos períodos. Esses planos são organizados em $(K.T)$ matrizes $R^{kt} = \{r_{ij}^{kt}\}_{N \times N}$, sendo N o número de pontos de demanda do problema de localização de bases e de alocação de viaturas a essas bases. Para a matriz R^{kt} , o elemento r_{ij}^{kt} representa a quantidade de veículos do tipo k que devem ser realocadas no período $t+1$ do ponto i para o ponto j (a aplicação do procedimento *ALGORITMO_ABC*, descrito na seção 4.2.8, garante que os pontos i e j contenham bases). Esse método de solução resolve o problema de realocação e retorna as matrizes de realocação para os diferentes tipos de veículos em todos os períodos R^{kt} , $k=\{1,2,...,K\}$ e $t=\{1,2,...,T\}$. Vale ressaltar que a solução de cada subproblema de

realocação R^t consiste nas matrizes de realocação do período t para cada tipo de veículo k ; no caso em que consideram-se dois tipos de veículos, BLS com $k=1$ e ALS com $k=2$, a solução de R^t é dada por $R^{1,t}$ (ou $R^{BLS,t}$) e $R^{2,t}$ (ou $R^{ALS,t}$).

O procedimento *ALGORITMO_TRANSPORTE* encontra-se descrito na Figura 4.9 e recebe como parâmetro a solução do algoritmo ABC, mais especificamente a melhor abelha *abelha_solucao*.

```

0  ALGORITMO_TRANSPORTE (abelha_solucao)
1    cria as matrizes de transporte  $R^{kt}$  para calcular as soluções
2    para cada  $t \in T$  faça
3      fontes de  $R^{(BLS)t}$  = bases de abelha_melhor.bi[]
4      fontes de  $R^{(ALS)t}$  = bases de abelha_melhor.bi[]
5      destinos de  $R^{(BLS)t}$  = bases de abelha_melhor.bi[]
6      destinos de  $R^{(ALS)t}$  = bases de abelha_melhor.bi[]
7      oferta de  $R^{(BLS)t}$  = abelha_melhor.BLSi[t][]
8      oferta de  $R^{(ALS)t}$  = abelha_melhor.ALSi[t][]
9      demanda de  $R^{(BLS)t}$  = abelha_melhor.BLSi[t+1][]
10     demanda de  $R^{(ALS)t}$  = abelha_melhor.ALSi[t+1][]
11     gera solução inicial pelo método do canto noroeste para  $R^{(BLS)t}$ 
12     resolve o algoritmo de transporte para  $R^{(BLS)t}$ 
13     gera solução inicial pelo método do canto noroeste para  $R^{(ALS)t}$ 
14     resolve o algoritmo de transporte para  $R^{(ALS)t}$ 
15   fim
16   retorna as matrizes  $R^{kt}$ 
17 fim

```

Figura 4.9 – Pseudocódigo para o procedimento ALGORITMO_TRANSPORTE

Fonte: Próprio autor

4.4. Integração entre os métodos de solução dos subproblemas P^L e P^R

Nas seções 4.2 e 4.3 são descritos os métodos desenvolvidos para a solução dos subproblemas de localização de bases e alocação de viaturas a essas bases P^L , e de realocação de bases entre períodos consecutivos P^R , respectivamente. Nesta seção descreve-se a integração entre esses dois métodos para compor um método de solução do problema de localização de bases, alocação de viaturas em múltiplos períodos, e realocação entre períodos subsequentes. A esse método dá-se o nome de Algoritmo com Colônia de Abelhas.

Seu funcionamento ocorre da seguinte forma:

1. Primeiramente resolve-se o subproblema de localização de bases e alocação de viaturas a essas bases em todos os períodos considerados pela utilização do procedimento *ALGORITMO_ABC*;
2. Em seguida, tomando a resposta obtida pelo *ALGORITMO_ABC* como dados de entrada para o subproblema de realocação de veículos, aplica-se o procedimento *ALGORITMO_TRANSPORTE*, resultando nas matrizes de realocação de todos os períodos e tipos de veículo;
3. Combinam-se as soluções do *ALGORITMO_ABC* e do *ALGORITMO_TRANSPORTE* em uma única que corresponde à solução do problema de localização de bases, alocação de viaturas em múltiplos períodos, e realocação entre períodos subsequentes.

A combinação dos procedimentos, *ALGORITMO_ABC* e *ALGORITMO_TRANSPORTE*, compõe o Algoritmo com Colônia de Abelhas, o qual é o método de solução desenvolvido para o problema tratado nesta dissertação.

4.5. Métodos de solução para comparação do desempenho do algoritmo

Com a finalidade de comparar o desempenho do algoritmo descrito neste capítulo, são utilizados dois outros métodos de solução para o problema. O primeiro consiste em um método de otimização desenvolvido com o uso de um pacote comercial de programação matemática, para a solução do modelo matemático do problema descrito no capítulo 3 e denominado de problema *P* na seção 4.1. Para maiores referências sobre métodos de solução exata de problemas de programação inteira pode-se consultar Nemhauser e Wosley (1988).

A utilização desse método garante a otimalidade da solução encontrada, de modo que além de permitir uma comparação do desempenho computacional do algoritmo, permite também a avaliação da qualidade das soluções encontradas pelo método de solução desenvolvido nesse trabalho. No decorrer do texto esse método é denominado Método Exato.

Outro método de solução utilizado para comparação do desempenho do algoritmo é uma variação do Método Exato. Esse método considera a decomposição do problema P em dois subproblemas: P^L e P^R . O problema P^L é resolvido por um método de otimização desenvolvido com o uso do mesmo pacote comercial de programação matemática e sua resposta é utilizada como parâmetro para o problema P^R , que por sua vez é resolvido pelo Método Simplex para o Problema de Transporte com o procedimento *ALGORITMO_TRANSPORTE*, desenvolvido nesta dissertação e descrito na seção 4.3; denomina-se esse método desenvolvido para comparação, o qual resolve sequencialmente P^L e P^R , de Método Exato Decomposto. Considerando que os métodos desenvolvidos com o uso do pacote comercial de programação matemática e o Método Simplex para o Problema de Transporte garantem a otimalidade da solução encontrada, o Método Exato Decomposto também garante a otimalidade da solução encontrada para o problema decomposto em P^L e P^R .

Vale ressaltar que para valores pequenos do parâmetro β , a solução do Método Exato e a Solução do Método Exato Decomposto são iguais. Essa abordagem exata do Método Exato Decomposto foi utilizada para avaliar o desempenho do algoritmo em relação a um método de solução exato, porém considerando o problema decomposto, estratégia também utilizada pelo algoritmo proposto neste trabalho. Caso contrário, a comparação de uma heurística que utiliza uma decomposição em relação a um método exato para o problema completo poderia fornecer comparações enviesadas do desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas.

Outra abordagem que poderia ser utilizada seria a solução do problema considerando a decomposição e resolvendo os dois subproblemas por métodos de otimização desenvolvidos com o uso do pacote comercial de programação matemática. Todavia, o algoritmo Simplex convencional, utilizado pelos pacotes comerciais, aplicado ao subproblema de transporte apresenta maior complexidade computacional que o Método Simplex para o Problema de Transporte (BRADLEY *et al.*, 1977). Assim essa outra abordagem alternativa apresentaria desempenho computacional inferior ou igual ao Método Exato Decomposto e por isso não foi utilizada para comparação.

5. TESTES COMPUTACIONAIS

Neste capítulo são apresentados os resultados da aplicação do Algoritmo com Colônia de Abelhas (descrito nas seções 4.2 e 4.3) para a solução do problema de localização de bases, alocação de viaturas em múltiplos períodos e realocação entre períodos subsequentes (descrito na seção 3.2). Esses resultados são comparados com os resultados dos métodos para comparação que também foram desenvolvidos: o Método Exato e o Método Exato Decomposto (definidos na seção 4.5).

Os métodos de solução foram implementados em linguagem C++ utilizando o pacote *Microsoft Visual C++ 2008 Express Edition*, sendo que para o desenvolvimento do Método Exato e do Método Exato Decomposto foi utilizado o ILOG *Concert Technology* do pacote de otimização *CPLEX 12.0* da empresa IBM: um conjunto de bibliotecas de programação oferecido através de uma Interface de Programação de Aplicativos (*Application Programming Interface – API*), a qual permite utilizar os algoritmos de otimização e estruturas de dados do ILOG *CPLEX Optimizer* em linguagem C++.

Os experimentos computacionais foram efetuados utilizando um computador com processador *Intel Core i5*, com velocidade de processamento de 2,3GHz e 8Gb de memória RAM e sistema operacional *Microsoft Windows 7*.

5.1. Descrição dos conjuntos de dados e dos testes

Os testes foram realizados com dois objetivos: parametrização do Algoritmo com Colônia de Abelhas, e análise do desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas, em comparação com os outros métodos, na solução de problemas com algumas características distintas.

Aos testes com a finalidade de encontrar bons parâmetros para o Algoritmo com Colônia de Abelhas deu-se o nome de Testes de Parametrização. Para os testes com o objetivo de verificar e analisar o comportamento do mesmo algoritmo frente às variações de características do problema deu-se o nome de Testes de Desempenho.

Em relação aos Testes de Desempenho, buscou-se identificar o comportamento do Algoritmo com Colônia de Abelhas quanto à: variação da quantidade de pontos de demanda, variação da quantidade de períodos, variação da demanda, variação da

capacidade de ambulâncias por base. Não foi estudado o comportamento do algoritmo quanto às seguintes variáveis: quantidade de recursos (bases e ambulâncias), tempo de cobertura para cada tipo de veículo e tempo de atendimento de cada chamado. Essas características foram desconsideradas, pois, em casos reais de grandes centros urbanos, a quantidade de valores possíveis para essas variáveis não varia significativamente. Além disso, especificamente para o tempo de atendimento de cada chamado, pela análise do Algoritmo com Colônia de Abelhas, é possível constatar que esse parâmetro não afeta o desempenho do algoritmo, uma vez que é apenas utilizado para cálculo das taxas de congestionamento, necessárias para cálculo da função objetivo. Isso pode ser observado pela expressão (4.6), de modo que não se espera alteração no desempenho do algoritmo com a variação deste tempo de atendimento.

Para a realização de testes computacionais foram criados conjuntos de dados fictícios, porém com valores cuja ordem de grandeza pode ser comparada a casos reais.

Esses conjuntos consideram diferentes características do problema. A quantidade de pontos de demanda foi variada assumindo valores de 25, 50, 100, 150, 200 e 300 pontos. Além disso, para cada quantidade de pontos foram consideradas duas situações quanto aos valores de demanda dos pontos: sistema com valores altos de demanda, que foi denominado de sistema congestionado; e sistema com valores baixos de demanda, que foi denominado de sistema não congestionado. Ademais, para cada quantidade de pontos e situação de demanda, foram consideradas duas condições de restrição de capacidade: assumindo-se capacidades idênticas para todas as bases iguais a três viaturas por base e assumindo-se capacidades irrestritas das bases em termos da quantidade de veículos que pode ser acomodada. Cada uma dessas combinações de características, ilustradas na Figura 5.1 está associada a um conjunto de dados. Ressalta-se que os valores de demanda julgados altos ou baixos foram definidos com base em valores de casos reais.

Esses conjuntos de dados não consideram a variação da quantidade de períodos, sendo que em todos eles essa quantidade foi arbitrada como igual a três, o que corresponderia a um ciclo de operação diário com três períodos de oito horas. Para a verificação do comportamento do algoritmo em relação à variação de períodos foram

criados conjuntos de dados específicos, como será explicado posteriormente nesta seção.

Figura 5.1 – Ilustração da composição dos conjuntos de dados

Fonte: Próprio autor

A cada conjunto de dados, ilustrados pela Figura 5.1, foi atribuído um nome contendo suas principais características: número de pontos de demanda (n), quantidade de bases (p_z), quantidade de ambulâncias básicas (p_B) e o seu raio de cobertura (t_B), quantidade de ambulâncias avançadas (p_A) e o seu raio de cobertura (t_A), a capacidade das bases (C) e um valor binário igual a um se o conjunto considera o

sistema congestionado e zero caso contrário. Assim, o nome de cada conjunto de dados é representado por:

$\langle n \rangle _ \langle p_z \rangle _ \langle p_B \rangle _ \langle t_B \rangle _ \langle p_A \rangle _ \langle t_A \rangle _ \langle C \rangle _ \langle \text{congestionamento} \rangle [0/1]$

Nesses conjuntos, o tempo médio de atendimento de cada chamado de demanda foi arbitrado como meia hora, o tempo de cobertura de veículos básicos como quatro minutos e o tempo de cobertura de veículos avançados como oito minutos; em um caso real, um sistema que consiga operar com esses parâmetros seria considerado como de bom desempenho, e por isso eles foram arbitrados. Como para esses conjuntos não se deseja verificar o desempenho do algoritmo quanto à quantidade de recursos, as quantidades de bases e viaturas foram definidas em testes primários apenas para garantir que o algoritmo conseguiria encontrar soluções viáveis. Para representar uma situação sem restrição de capacidade nas bases, foi arbitrada uma capacidade de 150 viaturas por base. A Tabela 5.1 sumariza cada um desses conjuntos de dados.

Tabela 5.1 – Conjuntos de dados para teste de desempenho

Nome	N	p_z	p_B	t_B	p_A	t_A	C	Congestionado?
200_50_80-4_40-8_150_0	200	50	80	4	40	8	150	0
200_50_80-4_40-8_150_1	200	50	80	4	40	8	150	1
200_50_80-4_40-8_3_0	200	50	80	4	40	8	3	0
200_50_80-4_40-8_3_1	200	50	80	4	40	8	3	1
150_50_80-4_40-8_150_0	150	50	80	4	40	8	150	0
150_50_80-4_40-8_150_1	150	50	80	4	40	8	150	1
150_50_80-4_40-8_3_0	150	50	80	4	40	8	3	0
150_50_80-4_40-8_3_1	150	50	80	4	40	8	3	1
100_30_30-4_15_8-150_0	100	30	30	4	15	8	150	0
100_30_30-4_15_8-150_1	100	30	30	4	15	8	150	1
100_30_30-4_15_8-3_0	100	30	30	4	15	8	3	0
100_30_30-4_15_8-3_1	100	30	30	4	15	8	3	1
50_30_30-4_15_8-150_0	50	30	30	4	15	8	150	0
50_30_30-4_15_8-150_1	50	30	30	4	15	8	150	1
50_30_30-4_15_8-3_0	50	30	30	4	15	8	3	0
50_30_30-4_15_8-3_1	50	30	30	4	15	8	3	1
25_15_20-4_10-8_150_0	25	15	15	4	10	8	150	0
25_15_20-4_10-8_150_1	25	15	15	4	10	8	150	1
25_15_20-4_10-8_3_0	25	15	15	4	10	8	3	0
25_15_20-4_10-8_3_1	25	15	15	4	10	8	3	1

Fonte: Próprio autor

Além dos conjuntos de dados descritas na Tabela 5.1, os quais possuem três períodos de análise, outros foram criados para avaliar especificamente o comportamento do algoritmo frente à variação no número de períodos. Para a execução destes testes em particular, os conjuntos com 100 pontos de demanda descritos na Tabela 5.1 foram modificados com a variação no número de períodos. O mesmo não foi feito para todos os conjuntos de dados com as diferentes quantidades de pontos de demanda, uma vez que a quantidade necessária de testes seria extensiva. Assim, assumiu-se que o efeito da variação do número de períodos poderia ser averiguado somente considerando conjuntos de dados com a mesma quantidade de pontos de demanda. Optou-se pelos conjuntos de dados com 100 pontos por ser uma quantidade intermediária dentre os valores considerados na Tabela 5.1.

Assim como nos demais conjuntos de dados, foram considerados quatro casos: sistema congestionado sem restrição de capacidade, sistema congestionado com restrição de capacidade, sistema não congestionado sem restrição de capacidade e sistema não congestionado com restrição de capacidade. Os conjuntos de dados utilizados foram 100_30_30-4_15-8_150_0, 100_30_30-4_15-8_150_1, 100_30_30-4_15-8_3_0 e 100_30_30-4_15-8_3_1. Para indicar a quantidade de períodos considerada foi adotada uma pequena variação em relação à nomenclatura utilizada nos outros conjuntos de dados, adicionando-se a informação da quantidade de períodos T considerados.

<T>-<n>_<pz>_<pB>-<tB>_<pA>-<tA>_<C>_<congestionamento[0/1]>

A Tabela 5.2 apresenta esses conjuntos de dados. Foram adotadas nomenclaturas diferentes para os conjuntos de dados da Tabela 5.1 e da Tabela 5.2, pois esses últimos foram utilizados com o propósito específico de avaliar o desempenho do algoritmo com o crescimento da quantidade de períodos da instância.

Os Testes de Parametrização foram realizados variando os valores dos parâmetros do Algoritmo com Colônia de Abelhas e verificando seu desempenho. Foi considerado apenas um conjunto de dados 100_30_30-4_15-8_150_1 para este fim. Caso fossem realizados testes com todos os conjuntos de dados ao invés de apenas um, a determinação de parâmetros seria feita com maior rigor, e os valores encontrados

seriam mais adequados para o desempenho do algoritmo; contudo, o custo computacional seria excessivo tendo em vista que cada parâmetro do algoritmo deveria ser variado para cada característica diferente dos conjuntos de dados. A consideração de apenas um conjunto de dados não garante que os parâmetros resultantes sejam os melhores, mas pode-se considerar que são suficientes para o propósito desta pesquisa.

Tabela 5.2 – Conjuntos de dados para teste de desempenho específicos da variação da quantidade de períodos

Nome	N	p_z	p_B	t_B	p_A	t_A	C	Congestionado?	Quantidade de Períodos
1-100_30_30-4_15_8-150_0	100	30	30	4	15	8	150	0	1
1-100_30_30-4_15_8-150_1	100	30	30	4	15	8	150	1	1
1-100_30_30-4_15_8-3_0	100	30	30	4	15	8	3	0	1
1-100_30_30-4_15_8-3_1	100	30	30	4	15	8	3	1	1
2-100_30_30-4_15_8-150_0	100	30	30	4	15	8	150	0	2
2-100_30_30-4_15_8-150_1	100	30	30	4	15	8	150	1	2
2-100_30_30-4_15_8-3_0	100	30	30	4	15	8	3	0	2
2-100_30_30-4_15_8-3_1	100	30	30	4	15	8	3	1	2
3-100_30_30-4_15_8-150_0	100	30	30	4	15	8	150	0	3
3-100_30_30-4_15_8-150_1	100	30	30	4	15	8	150	1	3
3-100_30_30-4_15_8-3_0	100	30	30	4	15	8	3	0	3
3-100_30_30-4_15_8-3_1	100	30	30	4	15	8	3	1	3
4-100_30_30-4_15_8-150_0	100	30	30	4	15	8	150	0	4
4-100_30_30-4_15_8-150_1	100	30	30	4	15	8	150	1	4
4-100_30_30-4_15_8-3_0	100	30	30	4	15	8	3	0	4
4-100_30_30-4_15_8-3_1	100	30	30	4	15	8	3	1	4
5-100_30_30-4_15_8-150_0	100	30	30	4	15	8	150	0	5
5-100_30_30-4_15_8-150_1	100	30	30	4	15	8	150	1	5
5-100_30_30-4_15_8-3_0	100	30	30	4	15	8	3	0	5
5-100_30_30-4_15_8-3_1	100	30	30	4	15	8	3	1	5

Fonte: Próprio autor

5.2. Testes de parametrização

Como citado anteriormente, o propósito dos Testes de Parametrização é encontrar bons valores para os parâmetros do Algoritmo com Colônia de Abelhas. Os parâmetros de interesse são: o tamanho da população de abelhas P , o número de tentativas sem melhoria para a conversão de uma abelha trabalhadora em

exploradora *limit*, o número total de iterações *MCN*, o percentual de bases sorteadas aleatoriamente *p_aleatorio* (vale ressaltar que de acordo com a regra de aleatoriedade do Algoritmo com Colônia de Abelhas descrita na seção 4.2.7, esse percentual varia ao longo do algoritmo, todavia é necessário introduzir um valor inicial) e o número de tentativas de encontrar uma solução viável alternativa do procedimento de busca local *n_tent*.

Os parâmetros *P*, *MCN*, e *limit*, são parâmetros básicos do Algoritmo de Colônia Artificial de Abelhas proposto por Karaboga (2005), no qual o Algoritmo com Colônia de Abelhas desenvolvido neste trabalho se baseou. Assim, para a determinação desses parâmetros, eles foram variados partindo dos valores sugeridos por Karaboga (2005). Para avaliação do tamanho da população consideram-se conjuntos de parâmetros com valores de *P* iguais a 20, 30, 40, e 50. Para avaliação do parâmetro *limit* consideram-se conjuntos de parâmetros com valores de *limit* de 50, 100 e 500. Para avaliação do número de ciclos consideram-se conjuntos de parâmetros com valores de *MCN* iguais a 1000, 5000, e 10000.

Os parâmetros *p_aleatório* e *n_tent* são específicos do Algoritmo com Colônia de Abelhas, não havendo referência quanto a valores recomendados. Para a avaliação do parâmetro *p_aleatorio* consideram-se conjuntos com o valor do parâmetro igual a 20%, 40% e 60%. Para avaliação do valor de *n_tent*, consideram-se conjuntos com valores de 100, 500, e 1000 para o parâmetro.

As variações de um determinado parâmetro foram feitas mantendo os outros constantes. A Tabela 5.3 apresenta cada um dos conjuntos de parâmetros resultantes, com destaque para o parâmetro em análise de cada conjunto.

Cada um dos conjuntos de parâmetros relacionado na Tabela 5.3 foi processado cinco vezes alterando-se a semente de geração de números aleatórios para evitar que os resultados ficassem dependentes de algum valor específico da semente. Os conjuntos de dados utilizados nos testes foram resolvidas também pelo Método Exato Decomposto, utilizando como parâmetros de geração do modelo matemático, de acordo com a seção 3.2, α igual a 1 e β igual a 0,00001. A escolha de α igual a 1 significa que um determinado ponto poderá ser coberto com no máximo 100% de

probabilidade, ou seja, não há limite superior para a quantidade de ambulâncias cobrindo um ponto. A escolha de β igual a 0,00001 significa que a importância do objetivo de minimização do tempo total de realocação é muito menor que o objetivo de maximização da cobertura. O valor de cobertura da função objetivo da solução ótima encontrada pelo Método Exato Decomposto é de 34,47% da demanda total.

Tabela 5.3 – Conjuntos de parâmetros para teste

Nome	P	$limit$	MCN	$p_{aleatorio}$	n_{tent}
P_set_1	20	100	5000	0,2	100
P_set_2	30	100	5000	0,2	100
P_set_3	40	100	5000	0,2	100
P_set_4	50	100	5000	0,2	100
limit_set_1	20	50	5000	0,2	100
limit_set_2	20	100	5000	0,2	100
limit_set_3	20	500	5000	0,2	100
MCN_set_1	20	100	1000	0,2	100
MCN_set_2	20	100	5000	0,2	100
MCN_set_3	20	100	10000	0,2	100
p_aleatorio_set_1	20	100	5000	0,2	100
p_aleatorio_set_2	20	100	5000	0,4	100
p_aleatorio_set_3	20	100	5000	0,6	100
n_tent_set_1	20	100	5000	0,2	100
n_tent_set_2	20	100	5000	0,2	500
n_tent_set_3	20	100	5000	0,2	1000

Fonte: Próprio autor

Os resultados foram analisados considerando a diferença percentual em relação à solução ótima (Gap de Otimalidade) e em relação ao tempo total de processamento (T_{Total}), segmentado em tempo para solução do subproblema de localização de bases e alocação de ambulâncias em múltiplos períodos (T_1) e tempo de solução do subproblema de realocação de ambulâncias (T_2). Os resultados de cada teste são apresentados no ANEXO B na forma de gráficos de evolução do Algoritmo com Colônia de Abelhas. Nesta seção são apresentados apenas os valores referentes à média aritmética das respostas considerando as cinco rodadas de cada conjunto de parâmetros. As Tabelas 5.4 a 5.8 apresentam os resultados dos testes computacionais realizados com os diversos conjuntos de parâmetros.

5.2.1. Determinação do parâmetro P

A Tabela 5.4 apresenta os resultados considerando a variação do tamanho da população de abelhas P . Pode-se observar que com o aumento do tamanho da população há uma diminuição do *Gap* de Otimalidade, porém essa melhoria é obtida com um aumento considerável no tempo de processamento T_1 . Observa-se que independentemente do tamanho da população, o tempo T_2 é muito menor que o tempo T_1 . E praticamente invariável, uma vez que não depende do algoritmo baseado em colônia de abelhas desenvolvido para a solução do subproblema de localização de bases e alocação de ambulâncias.

Considerando os resultados apresentados na Tabela 5.4, os quais mostram uma melhoria significativa da qualidade da solução entre os resultados obtidos para uma população de 20 e 30 abelhas, e também levando em conta o *trade-off* entre a qualidade da solução final e o tempo total computacional, optou-se por um tamanho de população igual a 30.

Tabela 5.4 – Resultados da parametrização – Tamanho da população

Parâmetro Analisado: P	Respostas				
Valores do Parâmetro	Percentual de Cobertura	<i>Gap</i> de Otimalidade	T_1 (s)	T_2 (s)	T_{total} (s)
20	30,60%	11,24%	746,24	0,02	746,26
30	30,79%	10,67%	1364,77	0,02	1364,78
40	30,89%	10,38%	1917,30	0,02	1917,32
50	30,83%	10,56%	2663,72	0,02	2663,74

Fonte: Próprio autor

5.2.2. Determinação do parâmetro *limit*

A Tabela 5.5 apresenta os resultados dos testes de variação do parâmetro *limit*. Pode-se observar uma melhoria considerável no valor da solução encontrada, sem aumento do tempo total de processamento. Um fato observado é que quando o parâmetro foi arbitrado como 500, houve uma diminuição do tempo de processamento T_1 ; isso pode ser explicado pela baixa ocorrência de conversões de abelhas trabalhadoras em exploradoras e consequentemente pela baixa geração de novas soluções, algo que é mais custoso em termos computacionais que uma busca local. Identicamente aos resultados da Tabela 5.4, os tempos T_2 são muito inferiores aos tempos T_1 . Esses

resultados demonstram que o Algoritmo com Colônia de Abelhas apresenta desempenho melhor caso uma determinada região possa ser explorada um maior número de vezes antes de ser abandonada. Todavia, segundo os princípios de exploração e intensificação das meta-heurísticas populacionais como a Colônia Artificial de Abelhas, não se deve restringir a geração de novas soluções caso a busca fique estagnada numa região, de modo que não é recomendado fazer *limit* igual ao número máximo de iterações *MCN*, o que resultaria nas soluções iniciais serem exploradas até o fim do algoritmo sem que novas soluções sejam geradas.

Uma vez que o aumento do parâmetro *limit* acarreta numa melhoria da qualidade da solução em termos do *Gap* de Otimalidade, sem impactar significativamente no tempo total de processamento, optou-se por um valor do parâmetro igual a 750. Não foi escolhido um valor maior para *limit*, pois isso poderia restringir a diversificação do Algoritmo com Colônia de Abelhas em termos da geração de novas soluções, o que poderia resultar num algoritmo que ficasse estagnado em poucas regiões do espaço de busca, não realizando uma busca abrangente por soluções alternativas.

Tabela 5.5 – Resultados da parametrização – Limite de buscas sem melhoria

Parâmetro Analisado: <i>limit</i>	Respostas				
Valores do Parâmetro	Percentual de Cobertura	<i>Gap</i> de Otimalidade	T_1 (s)	T_2 (s)	T_{total} (s)
50	30,52%	11,46%	735,03	0,02	735,04
100	30,72%	10,86%	751,33	0,02	751,35
500	31,22%	9,44%	535,45	0,02	535,47

Fonte: Próprio autor

5.2.3. Determinação do parâmetro *MCN*

A Tabela 5.6 apresenta os resultados dos testes de variação na quantidade de iterações do Algoritmo com Colônia de Abelhas. Com um aumento no número de ciclos do Algoritmo com Colônia de Abelhas há uma melhoria na solução obtida, contudo há também um aumento no tempo T_1 . Pode-se observar que o aumento relativo no número de ciclos acarreta um aumento na mesma proporção no tempo T_1 ; uma vez que o tempo T_1 é muito maior que o tempo T_2 , decorre que o tempo total de processamento também aumenta com a mesma proporção.

Tabela 5.6 – Resultados da parametrização – Número de ciclos

Parâmetro Analisado: <i>MCN</i>	Respostas				
Valores do Parâmetro	Percentual de Cobertura	Gap de Otimalidade	T_1 (s)	T_2 (s)	T_{total} (s)
1000	30,32%	12,03%	148,85	0,02	148,87
5000	30,61%	11,17%	750,23	0,02	750,24
10000	30,78%	10,71%	1499,98	0,02	1500,00

Fonte: Próprio autor

A Figura 5.2 mostra a evolução da solução do problema de alocação e localização nos testes realizados considerando um número de ciclos igual a 10000. Para as rodadas apresentadas, pode-se observar que por volta de 8000 iterações o Algoritmo com Colônia de Abelhas encontrou sua melhor solução, sem apresentar melhoria nas iterações seguintes, com exceção da rodada de número três.

Figura 5.2 – Evolução da solução considerando *MCN* igual a 10000

Fonte: Próprio autor

Considerando que valores altos para o parâmetro *MCN* tendem a produzir soluções de melhor qualidade com altos tempos totais de processamento e observando os resultados apresentados na Figura 5.2, optou-se por um valor igual a 8000 como número total de iterações do Algoritmo com Colônia de Abelhas.

5.2.4. Determinação do parâmetro $p_{aleatorio}$

A Tabela 5.7 contém os resultados para os testes realizados considerando a variação do parâmetro $p_{aleatorio}$. Observa-se que a variação desse parâmetro altera muito pouco o valor da cobertura da solução encontrada. Além disso, esse parâmetro tem pouca influência sobre o tempo de processamento do método de solução do problema de localização e alocação.

Tabela 5.7 – Resultados da parametrização – Percentual de bases localizadas aleatoriamente no procedimento *LOCALIZA_BASES*

Parâmetro Analisado: $p_{aleatorio}$	Respostas				
Valores do Parâmetro	Percentual de Cobertura	Gap de Otimalidade	T1 (s)	T2 (s)	Ttotal (s)
20%	30,83%	10,56%	752,14	0,02	752,16
40%	30,71%	10,90%	744,16	0,02	744,17
60%	30,97%	10,16%	735,29	0,02	735,31

Fonte: Próprio autor

Optou-se por um valor de $p_{aleatorio}$ igual a 20%, uma vez que para os testes realizados, esse parâmetro mostrou pouca influência no desempenho do algoritmo.

5.2.5. Determinação do parâmetro n_{tent}

A Tabela 5.8 apresenta os resultados dos testes realizados considerando a variação de n_{tent} . Não é possível observar melhora significativa da solução com o aumento do parâmetro, contudo com o aumento de n_{tent} decorre um aumento considerável no tempo T_1 .

Tabela 5.8 – Resultados da parametrização – Número de tentativas de busca de solução viável no procedimento *BUSCA_LOCAL*

Parâmetro Analisado: n_{tent}	Respostas				
Valores do Parâmetro	Percentual de Cobertura	Gap de Otimalidade	T1 (s)	T2 (s)	Ttotal (s)
100	30,78%	10,71%	744,29	0,02	744,31
500	30,73%	10,85%	2676,07	0,02	2676,09
1000	30,74%	10,83%	5219,52	0,02	5219,54

Fonte: Próprio autor

Assim, como o aumento do parâmetro n_{tent} não resulta em melhoria da qualidade da solução e causa um aumento no tempo computacional, foi escolhido um valor igual a 100 para esse parâmetro, que é igual ao menor valor dentre os testes.

5.2.6. Parâmetros resultantes

Considerando os resultados dos testes com os conjuntos de parâmetros, o conjunto de parâmetros do Algoritmo com Colônia de Abelhas é apresentado na Tabela 5.9. Os parâmetros foram escolhidos com o propósito de balancear a qualidade da solução encontrada e o custo computacional representado pelo tempo total de processamento do algoritmo.

A Tabela 5.10 apresenta os resultados obtidos resolvendo o conjunto de dados 100_30_30-4_15-8_150_1 que é o mesmo utilizado nos Testes de Parametrização, considerando os parâmetros apresentados na Tabela 5.9, os quais correspondem ao Conjunto de Parâmetros Finais.

Tabela 5.9 – Parâmetros selecionados para o Algoritmo com Colônia de Abelhas

Parâmetro	Valor
População de Abelhas P	30
Limite de Buscas sem Melhoria $Limit$	750
Número de Ciclos MCN	8000
Aleatoriedade no Sorteio das Bases $p_{aleatorio}$	20%
Número de Tentativas de Busca de Solução Viável n_{tent}	100

Fonte: Próprio autor

Tabela 5.10 – Resultados do Algoritmo com Colônia de Abelhas para o conjunto de dados utilizado na parametrização considerando o conjunto de parâmetros selecionados

Conjunto de Dados	100_30_30-4_15-8_150_1
Cobertura (%)	31,52%
T1 (s)	2432,76
T2 (s)	0,016
Ttotal (s)	2432,776

Fonte: Próprio autor

Ressalta-se que a determinação dos parâmetros integrantes do Conjunto de Parâmetros Finais pode ter sido afetada pela escolha do conjunto de dados utilizado. Testes realizados com um número maior de conjuntos de dados permitiriam uma definição mais criteriosa desses parâmetros. Todavia, para os fins da presente pesquisa julgou-se suficiente a consideração de um único conjunto de dados para os Testes de Parametrização.

5.3. Testes de desempenho

Com o Conjunto de Parâmetros Finais foi possível realizar os testes com os diversos conjuntos de dados descritos na Tabela 5.1 e na Tabela 5.2. Esses testes foram realizados para avaliar o desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas, considerando a variação de diversas características dos conjuntos de dados, em comparação com o Método Exato e o Método Exato Decomposto.

Cada conjunto de dados da Tabela 5.1 foi resolvido cinco vezes utilizando o Algoritmo com Colônia de Abelhas, para diferentes sementes de geração de números aleatórios. Além disso, foi feita uma rodada com o Método Exato e com o Método Exato Decomposto para cada conjunto de dados. Os parâmetros utilizados para o Método Exato e para o Método Exato Decomposto foram α igual a 1 e β igual a 0,00001.

Os resultados referentes à cobertura da solução encontrada pelo Algoritmo com Colônia de Abelhas são apresentados na Tabela 5.11, em que cada coluna do campo Resultado da Rodada representa cada uma das cinco rodadas de cada conjunto de dados. A coluna Média representa a média de cobertura encontrada nas rodadas, a coluna DP representa o desvio padrão relativo às cinco rodadas de cada conjunto de dados, a coluna Max-Min apresenta a subtração entre o valor máximo e mínimo dentre as cinco rodadas, a qual corresponde a amplitude dos resultados, e a coluna CV representa o coeficiente de variação considerando as cinco rodadas de um conjunto de dados. Os resultados completos para cada conjunto de dados relativos à evolução do Algoritmo com Colônia de Abelhas ao longo das iterações são apresentados no ANEXO C.

Observando a Tabela 5.11, podem ser verificados baixos valores de desvio padrão entre as cinco rodadas de cada conjunto de dados e valores baixos de amplitude dos

resultados, o que comprova a convergência do Algoritmo com Colônia de Abelhas frente à variação da semente de geração de números aleatórios.

Outro ponto que pode ser verificado na Tabela 5.11 é que, comparando conjuntos de dados com as mesmas características, exceto pelo congestionamento do sistema, observa-se uma diminuição da cobertura encontrada pelo Algoritmo com Colônia de Abelhas. Por exemplo, comparando os resultados dos conjuntos 200_50_80-4_40-8_150_0 e 200_50_80-4_40-8_150_1 há uma diminuição na cobertura média de 97,15% para 34,79%.

Tabela 5.11 – Resultados dos conjuntos de dados em relação a cobertura encontrada

Conjunto de Dados	Resultado da Rodada					Média	DP	Max-Min	CV
	1	2	3	4	5	-	-		
300_70_80-4_40-8_150_0	87,60%	87,71%	87,56%	87,53%	87,51%	87,58%	0,07%	0,20%	0,08%
300_70_80-4_40-8_150_1	25,07%	25,08%	25,07%	25,04%	25,10%	25,07%	0,02%	0,06%	0,08%
300_70_80-4_40-8_3_0	86,85%	87,12%	87,04%	86,94%	86,98%	86,99%	0,09%	0,27%	0,11%
300_70_80-4_40-8_3_1	24,12%	24,07%	24,10%	24,06%	24,09%	24,09%	0,02%	0,05%	0,08%
200_50_80-4_40-8_150_0	97,09%	97,19%	97,09%	97,33%	97,07%	97,15%	0,10%	0,26%	0,10%
200_50_80-4_40-8_150_1	34,83%	34,54%	34,92%	34,86%	34,80%	34,79%	0,13%	0,37%	0,37%
200_50_80-4_40-8_3_0	96,73%	96,67%	96,99%	96,75%	96,88%	96,80%	0,12%	0,33%	0,12%
200_50_80-4_40-8_3_1	31,86%	31,43%	31,94%	32,09%	31,57%	31,78%	0,24%	0,66%	0,77%
150_50_80-4_40-8_150_0	99,14%	99,16%	99,14%	99,08%	99,14%	99,13%	0,03%	0,08%	0,03%
150_50_80-4_40-8_150_1	47,77%	47,78%	47,72%	47,58%	47,54%	47,68%	0,10%	0,24%	0,21%
150_50_80-4_40-8_3_0	98,95%	99,09%	99,00%	99,14%	99,07%	99,05%	0,07%	0,19%	0,07%
150_50_80-4_40-8_3_1	43,26%	43,19%	43,51%	43,67%	43,49%	43,42%	0,17%	0,48%	0,40%
100_30_30-4_15-8_150_0	79,23%	79,47%	79,38%	79,22%	80,15%	79,49%	0,34%	0,93%	0,43%
100_30_30-4_15-8_150_1	31,44%	31,45%	31,47%	31,96%	31,82%	31,63%	0,22%	0,52%	0,69%
100_30_30-4_15-8_3_0	79,80%	80,11%	79,63%	79,79%	80,55%	79,98%	0,33%	0,93%	0,41%
100_30_30-4_15-8_3_1	31,61%	31,14%	31,24%	31,34%	31,33%	31,33%	0,16%	0,47%	0,50%
50_30_30-4_15-8_150_0	99,72%	99,72%	99,72%	99,72%	99,72%	99,72%	0,00%	0,00%	0,00%
50_30_30-4_15-8_150_1	65,93%	65,88%	65,82%	66,02%	65,95%	65,92%	0,07%	0,20%	0,10%
50_30_30-4_15-8_3_0	99,71%	99,71%	99,71%	99,71%	99,71%	99,71%	0,00%	0,00%	0,00%
50_30_30-4_15-8_3_1	63,85%	63,80%	63,60%	63,49%	63,55%	63,66%	0,14%	0,36%	0,22%
25_15_20-4_10-8_150_0	99,76%	99,76%	99,76%	99,76%	99,76%	99,76%	0,00%	0,00%	0,00%
25_15_20-4_10-8_150_1	78,90%	78,79%	78,75%	78,79%	78,78%	78,80%	0,05%	0,15%	0,06%
25_15_20-4_10-8_3_0	99,75%	99,75%	99,75%	99,75%	99,75%	99,75%	0,00%	0,01%	0,00%
25_15_20-4_10-8_3_0	77,63%	77,49%	77,33%	77,36%	77,40%	77,44%	0,11%	0,30%	0,14%

Fonte: Próprio autor

Essa diminuição da cobertura é justificada matematicamente pelo aumento das taxas de congestionamento ρ_i^{kt} no sistema congestionado em relação ao sistema não congestionado, o que faz com que a contribuição marginal de cobertura de um veículo em um determinado ponto i seja menor no sistema congestionado em relação ao sistema não congestionado, diminuindo o valor da função objetivo do problema. Intuitivamente isso é explicado por serem necessários mais veículos para atender uma cidade com um maior número de chamados.

Há também uma diminuição na cobertura encontrada pelo Algoritmo com Colônia de Abelhas quando se comparam conjuntos de dados com características idênticas, exceto pela restrição de capacidades nas bases de veículos. Por exemplo: há uma diminuição na cobertura média de 65,92% para 63,66% quando são comparados os conjuntos de dados 50_30_30-4_15-8_150_1 e 50_30_30-4_15-8_3_1, entre os quais a única diferença é a restrição de capacidade nas bases: no segundo admite-se uma capacidade de três viaturas por base e no primeiro admite-se capacidade irrestrita de acomodação de viaturas nas bases. De acordo com Bradley *et al.* (1977), isso ocorre pois, adicionando-se uma restrição a um problema de otimização mantendo-se a mesma função objetivo, espera-se que a solução do novo problema não seja melhor que a do problema original. No caso do problema tratado nesta dissertação, ocorre uma piora da solução com a adição de uma restrição de capacidade nas bases.

Na Tabela 5.12 são apresentadas as médias aritméticas dos resultados do Algoritmo com Colônia de Abelhas na coluna Média; na coluna ME são apresentados os resultados no Método Exato e na coluna MED são apresentados resultados do Método Exato Decomposto. Na coluna GAP é apresentada a diferença relativa média entre os resultados encontrados pelo Algoritmo com Colônia de Abelhas e a solução ótima de determinada instância de acordo com a expressão (5.1), em que Média, ME e MED têm definição idêntica às colunas da Tabela 5.12; NR significa que determinado método exato não resolveu o problema por falta de memória computacional.

$$GAP = \frac{(ME) - (Média)}{(ME)} = \frac{(MED) - (Média)}{(MED)} \quad (5.1)$$

Os resultados apresentados na Tabela 5.12 evidenciam que o Método Exato permite resolver apenas problemas com tamanho reduzido, sendo que em relação aos conjuntos de dados considerados foram resolvidas apenas as instâncias de 25 pontos. O Método Exato Decomposto resolve problemas de tamanho maior que o Método Exato; todavia, existe certo tamanho de problema acima do qual o Método Exato Decomposto não encontra solução; no caso das instâncias consideradas, esse tamanho é representado pelos conjuntos de dados com 150 pontos. Essa limitação do Método Exato e do Método Exato Decomposto decorre da característica do subproblema de localização e alocação de ser NP-Completo como descrito por Garey e Johnson (1979).

Tabela 5.12 – Resultados dos conjuntos de dados comparados com métodos exatos

	Média	ME	MED	GAP
Conjunto de Dados	-	-	-	
300_70_80-4_40-8_150_0	87,58%	NR	NR	0,00%
300_70_80-4_40-8_150_1	25,07%	NR	25,77%	2,69%
300_70_80-4_40-8_3_0	86,99%	NR	NR	0,00%
300_70_80-4_40-8_3_1	24,09%	NR	NR	0,00%
200_50_80-4_40-8_150_0	97,15%	NR	NR	0,00%
200_50_80-4_40-8_150_1	34,79%	NR	35,08%	0,82%
200_50_80-4_40-8_3_0	96,80%	NR	NR	0,00%
200_50_80-4_40-8_3_1	31,78%	NR	33,59%	5,38%
150_50_80-4_40-8_150_0	99,13%	NR	NR	0,00%
150_50_80-4_40-8_150_1	47,68%	NR	47,79%	0,23%
150_50_80-4_40-8_3_0	99,05%	NR	NR	0,00%
150_50_80-4_40-8_3_1	43,42%	NR	45,48%	4,52%
100_30_30-4_15-8_150_0	79,49%	NR	83,49%	4,78%
100_30_30-4_15-8_150_1	31,63%	NR	34,47%	8,24%
100_30_30-4_15-8_3_0	79,98%	NR	83,36%	4,08%
100_30_30-4_15-8_3_1	31,33%	NR	33,64%	6,86%
50_30_30-4_15-8_150_0	99,72%	NR	99,72%	0,00%
50_30_30-4_15-8_150_1	65,92%	NR	66,12%	0,29%
50_30_30-4_15-8_3_0	99,71%	NR	99,72%	0,01%
50_30_30-4_15-8_3_1	63,66%	NR	64,92%	1,95%
25_15_20-4_10-8_150_0	99,76%	99,76%	99,76%	0,00%
25_15_20-4_10-8_150_1	78,80%	78,93%	78,93%	0,16%
25_15_20-4_10-8_3_0	99,75%	99,75%	99,75%	0,01%
25_15_20-4_10-8_3_1	77,44%	78,24%	78,24%	1,02%

Fonte: Próprio autor

Um ponto interessante é que o Método Exato Decomposto resolveu os problemas de 150 e 200 pontos sob a condição de sistema congestionado, mas não resolveu os mesmos problemas sob a condição de sistema não congestionado. Uma explicação possível para esse fato faz referência à estratégia de solução do subproblema de localização e alocação utilizada no algoritmo do Método Exato Decomposto. Essa estratégia consiste em encontrar planos de corte da região viável das soluções do problema de modo a eliminar o maior número possível de soluções candidatas a solução ótima. Uma descrição detalhada deste método pode ser encontrada em Nemhauser e Wosley (1988). O que possivelmente ocorre é que como o problema é pouco congestionado, a maioria das soluções encontra-se próxima ao maior valor teórico com a função objetivo próxima de 100% de cobertura da demanda. Uma vez que todas as soluções possuem valores muito próximos, o algoritmo não consegue encontrar planos de corte eficientes, tendo que explorar exaustivamente o espaço de busca, o que torna a solução do problema custosa do ponto de vista computacional, mesmo que o algoritmo consiga encontrar boas soluções rapidamente. Isso não ocorre no sistema congestionado, no qual as soluções candidatas têm valores de função objetivo mais distantes. Porém, para a constatação deste fato seria necessário um estudo minucioso do algoritmo de solução utilizado pelo pacote CPLEX 12.0 bem como das técnicas de solução exata de problemas de programação inteira, algo que foge do escopo desta pesquisa.

Outro fato apontado tem relação com o valor da função objetivo para problemas idênticos, exceto pela restrição de capacidade. Constata-se que o valor da função objetivo para a solução do problema com restrição de capacidade é menor que o valor da função objetivo do mesmo problema sem a restrição. Esse resultado é consistente com a literatura, pois segundo Nemhauser e Wosley (1988) a introdução de uma restrição de capacidade num problema de otimização não pode melhorar o valor da função objetivo em relação ao problema original, pelo contrário, tende a piorar a solução.

Observa-se na Tabela 5.12 que o Algoritmo com Colônia de Abelhas resulta em soluções relativamente próximas à solução ótima sendo que o GAP máximo foi de 8,24%, em 15 dos 24 conjuntos de dados o GAP foi inferior a 1% e em 21 dos 24

conjuntos de dados o GAP foi inferior a 5%. Observa-se também que, em geral, o *Gap* de Otimalidade foi maior para conjuntos de dados congestionados e com restrição de capacidade. Isso indica que o Algoritmo com Colônia de Abelhas funcionando com o Conjunto Final de Parâmetros determinado na seção 5.2, não desempenha muito bem para conjuntos de dados com essas características.

Com relação ao tempo computacional do Algoritmo com Colônia de Abelhas foram analisadas duas grandezas: o tempo efetivo, que é o tempo em segundos gasto pelo algoritmo para chegar à melhor solução encontrada do subproblema de localização e alocação somado ao tempo de solução do subproblema de realocação e o tempo total, definido como o tempo em segundos despendido pelo algoritmo para realização de todas as iterações do método de solução do subproblema de localização e alocação mais o tempo necessário para a solução do subproblema de realocação de ambulâncias.

A Tabela 5.13 apresenta os resultados dos testes computacionais com relação ao tempo efetivo (T_{ef}). A primeira coluna lista os diversos conjuntos de dados sendo que cada coluna do campo Resultado da Rodada apresenta o tempo efetivo de cada uma das rodadas do Algoritmo com Colônia de Abelhas para um determinado conjunto de dados. A coluna Média – T_{ef} , apresenta a média dos resultados das rodadas, a coluna DP – T_{ef} apresenta o desvio padrão e a coluna CV – T_{ef} apresenta o coeficiente de variação dos tempos efetivos de um conjunto de dados.

Pode ser observado na Tabela 5.13 um aumento do tempo efetivo médio com o aumento do tamanho do problema em relação à quantidade de pontos de demanda. Observa-se também que o desvio padrão é, em geral, alto em relação à média, indicando que a iteração em que o melhor resultado é encontrado difere consideravelmente entre as diferentes rodadas. Isso é comum em métodos de solução fundamentados na geração de números aleatórios.

A Tabela 5.14 apresenta os resultados de tempo totais para os testes computacionais com os diversos conjuntos de dados e é análoga à Tabela 5.13, exceto por serem apresentados valores de tempo totais (T_{tot}).

Tabela 5.13 – Resultados dos conjuntos de dados com relação ao tempo efetivo de solução

	Resultado da Rodada - Tempo Efetivo					Média - T_{ef}	DP - T_{ef}	CV - T_{ef}
Conjunto de Dados	1	2	3	4	5	-	-	-
300_70_80-4_40-8_150_0	31878,90	31344,50	31002,10	31412,00	31030,30	31333,56	355,49	1,13%
300_70_80-4_40-8_150_1	32683,70	33295,40	32757,90	33000,50	32747,90	32897,08	253,23	0,77%
300_70_80-4_40-8_3_0	30039,00	30351,50	27473,30	29408,70	30723,20	29599,14	1282,43	4,33%
300_70_80-4_40-8_3_1	36364,20	34502,30	31743,20	29370,50	31446,00	32685,24	2749,87	8,41%
200_50_80-4_40-8_150_0	7532,47	7690,69	7773,73	7931,60	8042,01	7794,10	199,95	2,57%
200_50_80-4_40-8_150_1	10294,46	10512,65	10504,75	9803,09	10347,43	10292,48	289,85	2,82%
200_50_80-4_40-8_3_0	6985,82	7167,11	7523,49	7108,77	7507,90	7258,62	243,69	3,36%
200_50_80-4_40-8_3_1	5415,73	7886,59	7756,78	7856,32	5308,80	6844,84	1354,78	19,79%
150_50_80-4_40-8_150_0	4846,95	5238,31	4861,79	5207,90	5246,44	5080,28	206,79	4,07%
150_50_80-4_40-8_150_1	7336,90	7288,49	7092,13	7290,74	7607,67	7323,19	184,91	2,52%
150_50_80-4_40-8_3_0	5138,49	5185,03	5010,61	4955,45	4566,71	4971,25	244,50	4,92%
150_50_80-4_40-8_3_1	3885,58	4942,85	4683,95	5789,93	5525,96	4965,65	748,30	15,07%
100_30_30-4_15-8_150_0	1366,23	1386,67	1953,38	1359,51	1070,16	1427,19	321,83	22,55%
100_30_30-4_15-8_150_1	1793,14	1881,22	1934,15	2408,16	2298,63	2063,06	272,55	13,21%
100_30_30-4_15-8_3_0	1651,88	1356,00	1672,91	875,28	1577,53	1426,72	332,84	23,33%
100_30_30-4_15-8_3_1	1632,93	1386,88	1688,39	1539,77	1042,89	1458,17	258,72	17,74%
50_30_30-4_15-8_150_0	1104,15	1583,29	1279,38	1055,91	1759,07	1356,36	305,56	22,53%
50_30_30-4_15-8_150_1	2012,92	1700,26	877,49	1483,67	2029,22	1620,71	473,86	29,24%
50_30_30-4_15-8_3_0	1612,43	1562,43	1421,28	1625,57	1626,77	1569,69	87,01	5,54%
50_30_30-4_15-8_3_1	776,04	2005,18	1195,35	1262,41	1317,21	1311,23	442,67	33,76%
25_15_20-4_10-8_150_0	214,94	421,06	365,39	313,84	483,73	359,79	102,76	28,56%
25_15_20-4_10-8_150_1	247,47	262,33	105,69	425,98	269,59	262,21	113,57	43,31%
25_15_20-4_10-8_3_0	352,86	314,79	373,58	440,58	483,74	393,11	68,20	17,35%
25_15_20-4_10-8_3_1	497,10	256,15	156,39	290,07	404,43	320,83	132,50	41,30%

Fonte: Próprio autor

Em contraste com os resultados da Tabela 5.13, a Tabela 5.14 mostra que os valores dos Tempos Totais apresentam uma menor variação em relação à média, indicada pelos valores de desvio padrão comparados com os valores da média dos Tempos Totais de cada conjunto de dados. Uma possível explicação para esse fato é que no decorrer das iterações do Algoritmo com Colônia de Abelhas, independentemente da semente de geração de números aleatórios utilizada, as taxas de troca entre abelhas trabalhadoras e exploradoras se iguala e permanece aproximadamente constante até o fim do algoritmo. Isso faz com que a quantidade de agentes executando suas funções seja aproximadamente constante ao longo das iterações, resultando que a duração de cada iteração permanece aproximadamente constante. O resultado deste

fato é que o Tempo Total de Processamento possui uma dependência menor da semente de geração de números aleatório, ao contrário do tempo efetivo.

Considerando a menor variância do Tempo Total em relação à variância do Tempo Efetivo, conclui-se que o primeiro é um melhor indicador de tempo computacional. Vale ressaltar que, por definição, o Tempo Total é maior que o Tempo Efetivo, todavia, para comparação dos tempos computacionais do Algoritmo com Colônia de Abelhas em relação ao Método Exato e em relação ao Método Exato Decomposto, o Tempo Total é um indicador mais consistente pela sua menor variância.

Tabela 5.14 – Resultados dos conjuntos de dados com relação ao tempo total de solução

	Resultado da Rodada - Tempo Total					Média - T_{tot}	DP - T_{tot}	CV - T_{tot}
Conjunto de Dados	1	2	3	4	5	-	-	-
300_70_80-4_40-8_150_0	32000,82	31423,13	31222,93	31720,51	31460,33	31565,54	300,92	0,95%
300_70_80-4_40-8_150_1	33382,48	33530,28	33249,89	33181,58	33016,89	33272,22	195,36	0,59%
300_70_80-4_40-8_3_0	30442,79	30783,54	30700,97	30777,49	30882,76	30717,51	166,59	0,54%
300_70_80-4_40-8_3_1	36550,21	34539,24	31811,11	31245,81	31532,49	33135,77	2319,77	7,00%
200_50_80-4_40-8_150_0	7856,67	7866,89	8105,31	8067,82	8120,85	8003,51	130,86	1,63%
200_50_80-4_40-8_150_1	10490,16	10606,75	10650,75	10309,05	10374,83	10486,31	146,12	1,39%
200_50_80-4_40-8_3_0	7433,95	7507,69	7531,86	7452,52	7567,79	7498,76	55,41	0,74%
200_50_80-4_40-8_3_1	8239,46	7898,59	7830,10	8014,97	7987,33	7994,09	155,48	1,94%
150_50_80-4_40-8_150_0	5286,55	5244,31	5298,90	5228,00	5285,58	5268,67	30,69	0,58%
150_50_80-4_40-8_150_1	7409,31	7381,64	7309,53	7336,46	7673,05	7422,00	145,59	1,96%
150_50_80-4_40-8_3_0	5191,16	5227,76	5278,87	5073,84	5089,32	5172,19	88,56	1,71%
150_50_80-4_40-8_3_1	5892,43	6197,31	5963,19	5853,27	5896,88	5960,62	138,08	2,32%
100_30_30-4_15-8_150_0	1994,65	1978,29	1965,89	2001,75	1989,64	1986,04	14,14	0,71%
100_30_30-4_15-8_150_1	2400,56	2390,31	2348,28	2441,23	2375,25	2391,12	34,23	1,43%
100_30_30-4_15-8_3_0	1673,53	1677,09	1675,18	1670,66	1687,44	1676,78	6,41	0,38%
100_30_30-4_15-8_3_1	1828,23	1807,06	1808,20	1812,94	1788,09	1808,90	14,38	0,79%
50_30_30-4_15-8_150_0	1761,29	1755,26	1760,82	1757,93	1774,25	1761,91	7,31	0,42%
50_30_30-4_15-8_150_1	2047,30	2041,68	2026,46	2035,74	2048,06	2039,84	8,98	0,44%
50_30_30-4_15-8_3_0	1674,24	1664,19	1917,52	1663,88	1665,02	1716,97	112,19	6,53%
50_30_30-4_15-8_3_1	1858,49	2117,92	1840,60	1862,59	2192,43	1974,40	167,31	8,47%
25_15_20-4_10-8_150_0	506,92	510,19	507,72	509,75	511,47	509,21	1,86	0,36%
25_15_20-4_10-8_150_1	544,24	543,55	544,43	543,84	542,18	543,65	0,89	0,16%
25_15_20-4_10-8_3_0	488,94	486,63	488,24	487,24	489,66	488,14	1,23	0,25%
25_15_20-4_10-8_3_1	509,19	510,20	507,24	507,94	508,56	508,63	1,14	0,22%

Fonte: Próprio autor

A Tabela 5.15 apresenta os resultados dos Tempos Totais para solução dos conjuntos de dados para os três métodos de solução: o Algoritmo com Colônia de Abelhas, o Método Exato e o Método Exato Decomposto. A coluna Média – T_{tot} contém os valores médios dos Tempos Totais para solução de cada conjunto de dados pelo Algoritmo com Colônia de Abelhas, a coluna DP – T_{tot} apresenta o valor do desvio padrão dos Tempos Totais do Algoritmo com Colônia de Abelhas, a coluna ME – T_{tot} apresenta o tempo computacional de cada conjunto de dados resolvido pelo Método Exato e a coluna MED – T_{tot} , apresenta os resultados dos Tempos Totais para cada conjunto de dados resolvido pelo Método Exato Decomposto.

Tabela 5.15 – Resultados dos conjuntos de dados com relação ao tempo total de solução comparados com métodos exatos

	Média – T_{tot}	DP – T_{tot}	ME – T_{tot}	MED – T_{tot}
Conjunto de Dados	-	-	-	-
300_70_80-4_40-8_150_0	31565,54	300,92	NR	NR
300_70_80-4_40-8_150_1	33272,22	195,36	NR	183,145
300_70_80-4_40-8_3_0	30717,51	166,59	NR	NR
300_70_80-4_40-8_3_1	33135,77	2319,77	NR	NR
200_50_80-4_40-8_150_0	8003,51	130,86	NR	NR
200_50_80-4_40-8_150_1	10486,31	146,12	NR	5,242
200_50_80-4_40-8_3_0	7498,76	55,41	NR	NR
200_50_80-4_40-8_3_1	7994,09	155,48	NR	67,767
150_50_80-4_40-8_150_0	5268,67	30,69	NR	NR
150_50_80-4_40-8_150_1	7422,00	145,59	NR	5,741
150_50_80-4_40-8_3_0	5172,19	88,56	NR	NR
150_50_80-4_40-8_3_1	5960,62	138,08	NR	10,920
100_30_30-4_15-8_150_0	1986,04	14,14	NR	144,597
100_30_30-4_15-8_150_1	2391,12	34,23	NR	37,721
100_30_30-4_15-8_3_0	1676,78	6,41	NR	137,671
100_30_30-4_15-8_3_1	1808,90	14,38	NR	4,415
50_30_30-4_15-8_150_0	1761,91	7,31	NR	0,952
50_30_30-4_15-8_150_1	2039,84	8,98	NR	0,873
50_30_30-4_15-8_3_0	1716,97	112,19	NR	1,061
50_30_30-4_15-8_3_1	1974,40	167,31	NR	0,858
25_15_20-4_10-8_150_0	509,21	1,86	0,702	0,405
25_15_20-4_10-8_150_1	543,65	0,89	1,5	0,484
25_15_20-4_10-8_3_0	488,14	1,23	0,733	0,546
25_15_20-4_10-8_3_1	508,63	1,14	0,78	0,515

Fonte: Próprio autor

Os resultados da Tabela 5.15 mostram que quando os métodos exatos conseguiram resolver um determinado conjunto de dados, os Tempos Totais tanto do Método Exato quanto do Método Exato Decomposto foram muito inferiores ao Tempo Total do Algoritmo com Colônia de Abelhas. Contudo, como os resultados da Tabela 5.12 já mostram, alguns conjuntos de dados não foram resolvidos pelos métodos exatos.

Ainda considerando os métodos exatos, comparando conjuntos de dados idênticos, exceto pelo congestionamento do sistema, observa-se que o tempo computacional necessário para os conjuntos congestionados é menor que o tempo necessário para solução dos conjuntos não congestionados; e comparando conjuntos de dados com características idênticas, exceto pela restrição de capacidade, em geral o tempo computacional para solução dos conjuntos com restrição de capacidade é menor.

Para explicar esse fato recorre-se ao já citado argumento ligado à estratégia de solução do Método Exato e do Método Exato Decomposto. No caso do subproblema de localização e alocação para os sistemas congestionados, os valores de função objetivo das soluções viáveis são mais discrepantes entre si do que os valores das soluções para o problema não congestionado; e os valores de função objetivo para problemas com restrição de capacidade são mais distantes entre si do que em problemas sem a restrição. Assim, para explicar esse fato pode-se recorrer ao já citado argumento ligado a estratégia de planos de corte utilizada pelo algoritmo de solução exata do subproblema de localização e alocação. Segundo Nemhauser e Wosley (1988) para a solução eficiente de problemas de programação inteira, devem ser utilizadas estratégias para encontrar soluções dominantes e planos de corte que eliminem porções do espaço de soluções viáveis. Essa estratégia pode ser mais eficientemente empregada em problemas nos quais os valores da função objetivo das soluções viáveis são mais discrepantes. Já em problemas em que as funções objetivo das soluções viáveis possuem valores muito próximos é difícil de encontrar soluções dominantes eficientemente e eliminar porções significativas do espaço de busca. Contudo, como já mencionado, essa análise foge do escopo desta pesquisa e uma explicação mais aprofundada pode ser alvo de pesquisa futura.

Com relação ao Tempo Total do Algoritmo com Colônia de Abelhas, verifica-se que este é maior para a solução de conjuntos de dados congestionados em comparação com conjuntos de dados com características idênticas, mas não congestionados.

Além disso, o Tempo Total para solução de conjuntos de dados com restrição de capacidade pelo Algoritmo com Colônia de Abelhas é menor comparado com o tempo de solução de conjuntos com características similares, porém sem a restrição de capacidade. Este último fato pode ser explicado pelo fato de, durante a execução do algoritmo, especificamente nas buscas locais, um número menor de novas soluções viáveis ser encontrado, fazendo com que a quantidade de avaliações da função objetivo seja menor, o que resulta num Tempo Total menor.

Os testes cujos resultados são apresentados nas Tabelas 5.11 a 5.15 avaliam o desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas de acordo com a variação das características do problema, exceto o número de períodos T . Para verificação do desempenho do algoritmo frente à variação desta quantidade, os conjuntos de dados da Tabela 5.2 foram resolvidos cinco vezes utilizando o Algoritmo com Colônia de Abelhas, alterando a cada vez a semente de geração de números aleatórios. Para cada conjunto de dados da Tabela 5.2 também foi feita uma rodada com o Método Exato e com o Método Exato Decomposto, utilizando como parâmetros para esses métodos α igual a 1 e β igual a 0,00001.

Os resultados dos testes com as instâncias da Tabela 5.2 em termos dos valores da função objetivo são apresentados na Tabela 5.16. Nesta seção são apresentados os resultados finais das cinco rodadas de cada conjunto de dados da Tabela 5.2, sendo que os resultados detalhados são apresentados no ANEXO C por meio de gráficos de evolução do algoritmo.

Na Tabela 5.16 cada coluna do campo Resultado da Rodada apresenta o resultado de uma das cinco rodadas de cada conjunto de dados. A coluna Média representa a média de cobertura encontrada nas rodadas, a coluna DP representa o desvio padrão relativo às cinco rodadas de cada conjunto de dados, a coluna Max-Min apresenta a subtração entre o valor máximo e mínimo dentre as cinco rodadas, a qual corresponde a amplitude dos resultados e a coluna CV representa o coeficiente de

variação dos resultados das rodadas de um conjunto de dados. Assim como na Tabela 5.11 observam-se baixos valores de desvio padrão e coeficiente de variação das soluções, mostrando novamente a convergência do algoritmo.

Tabela 5.16 – Resultados dos conjuntos de dados com relação à cobertura esperada para os testes de variação da quantidade de períodos

Conjunto de dados	Resultado da Rodada					Média	DP	Max-Min	CV
	1	2	3	4	5	-	-	-	-
1-100_30_30-4_15-8-150_0	81,98%	82,21%	82,04%	81,65%	81,72%	81,92%	0,21%	0,57%	0,25%
1-100_30_30-4_15-8-150_1	32,73%	33,34%	33,00%	33,62%	33,10%	33,16%	0,30%	0,89%	0,91%
1-100_30_30-4_15-8-3_0	81,27%	81,55%	81,10%	81,64%	81,67%	81,45%	0,23%	0,57%	0,28%
1-100_30_30-4_15-8-3_1	31,63%	31,71%	31,87%	32,06%	31,88%	31,83%	0,15%	0,42%	0,46%
2-100_30_30-4_15-8-150_0	80,86%	80,99%	80,82%	80,75%	80,32%	80,75%	0,23%	0,66%	0,28%
2-100_30_30-4_15-8-150_1	32,11%	32,28%	32,17%	32,20%	32,12%	32,18%	0,06%	0,17%	0,19%
2-100_30_30-4_15-8-3_0	81,13%	81,13%	81,37%	80,63%	80,86%	81,02%	0,26%	0,74%	0,31%
2-100_30_30-4_15-8-3_1	31,68%	31,36%	31,20%	31,30%	31,63%	31,43%	0,19%	0,48%	0,61%
3-100_30_30-4_15-8-150_0	80,60%	79,80%	79,56%	79,59%	79,75%	79,86%	0,38%	1,04%	0,48%
3-100_30_30-4_15-8-150_1	31,37%	31,49%	31,57%	32,00%	31,86%	31,66%	0,24%	0,63%	0,75%
3-100_30_30-4_15-8-3_0	80,22%	80,04%	80,30%	80,01%	80,08%	80,13%	0,11%	0,29%	0,14%
3-100_30_30-4_15-8-3_1	31,16%	31,40%	31,11%	31,74%	31,13%	31,31%	0,24%	0,62%	0,76%
4-100_30_30-4_15-8-150_0	78,95%	78,89%	79,20%	78,95%	79,21%	79,04%	0,14%	0,32%	0,17%
4-100_30_30-4_15-8-150_1	31,15%	30,68%	31,05%	31,09%	30,60%	30,91%	0,23%	0,54%	0,73%
4-100_30_30-4_15-8-3_0	79,58%	79,56%	80,03%	79,33%	79,40%	79,58%	0,24%	0,70%	0,30%
4-100_30_30-4_15-8-3_1	30,95%	30,95%	31,13%	31,29%	30,82%	31,03%	0,16%	0,47%	0,53%
5-100_30_30-4_15-8-150_0	78,45%	78,64%	78,56%	78,54%	78,72%	78,58%	0,09%	0,28%	0,12%
5-100_30_30-4_15-8-150_1	30,81%	30,91%	30,87%	30,53%	30,59%	30,74%	0,15%	0,38%	0,50%
5-100_30_30-4_15-8-3_0	79,15%	79,99%	79,36%	79,83%	79,54%	79,57%	0,30%	0,84%	0,38%
5-100_30_30-4_15-8-3_1	30,76%	30,64%	30,84%	30,58%	30,56%	30,68%	0,11%	0,28%	0,35%

Fonte: Próprio autor

A Tabela 5.17 apresenta o comportamento do *Gap* de Otimalidade, descrito pela equação (5.1), com a variação da quantidade de períodos; isso é feito pela comparação dos resultados provenientes do Algoritmo com Colônia de Abelhas com os resultados do Método Exato e do Método Exato Decomposto.

A coluna média da Tabela 5.17 apresenta, para cada conjunto de dados, a média entre as cinco rodadas do Algoritmo com Colônia de Abelhas, a coluna ME apresenta o resultado obtido pela aplicação do método exato, a coluna MED apresenta o resultado

da aplicação do Método Exato Decomposto e a coluna GAP apresenta o *Gap* de Otimalidade.

Tabela 5.17 – Resultados médios dos conjuntos de dados com relação à cobertura esperada para os testes de variação da quantidade de períodos em comparação com os outros métodos

	Média	ME	MED	GAP
Conjunto de Dados	-	-	-	-
1-100_30_30-4_15_8-150_0	81,92%	NR	84,11%	2,61%
1-100_30_30-4_15_8-150_1	33,16%	NR	34,85%	4,84%
1-100_30_30-4_15_8-3_0	81,45%	NR	84,11%	3,17%
1-100_30_30-4_15_8-3_1	31,83%	NR	34,12%	6,70%
2-100_30_30-4_15_8-150_0	80,75%	NR	84,04%	3,91%
2-100_30_30-4_15_8-150_1	32,18%	NR	34,38%	6,42%
2-100_30_30-4_15_8-3_0	81,02%	NR	84,02%	3,57%
2-100_30_30-4_15_8-3_1	31,43%	NR	33,75%	6,87%
3-100_30_30-4_15_8-150_0	79,86%	NR	83,61%	4,48%
3-100_30_30-4_15_8-150_1	31,66%	NR	34,47%	8,16%
3-100_30_30-4_15_8-3_0	80,13%	NR	83,51%	4,06%
3-100_30_30-4_15_8-3_1	31,31%	NR	33,64%	6,93%
4-100_30_30-4_15_8-150_0	79,04%	NR	83,85%	5,74%
4-100_30_30-4_15_8-150_1	30,91%	NR	34,66%	10,81%
4-100_30_30-4_15_8-3_0	79,58%	NR	83,50%	4,69%
4-100_30_30-4_15_8-3_1	31,03%	NR	33,76%	8,10%
5-100_30_30-4_15_8-150_0	78,58%	NR	83,86%	6,30%
5-100_30_30-4_15_8-150_1	30,74%	NR	34,78%	11,62%
5-100_30_30-4_15_8-3_0	79,57%	NR	83,68%	4,91%
5-100_30_30-4_15_8-3_1	30,68%	NR	33,83%	9,32%

Fonte: Próprio autor

Ressalta-se que o Método Exato não resolveu nenhum dos conjuntos de dados da Tabela 5.2. Analisando os resultados da Tabela 5.17 observa-se um crescimento do *Gap* de Otimalidade com o aumento da quantidade de períodos. Isso pode constatado também a partir da Figura 5.3 que representa graficamente os resultados da Tabela 5.17.

Outro ponto analisado foi o comportamento do tempo de processamento do Algoritmo com Colônia de Abelhas (Tabela 5.18), bem como do Método Exato e do Método Exato Decomposto (Tabela 5.19), com a variação da quantidade de períodos do conjunto de dados. Assim como constatado nos testes cujos resultados encontram-

se na Tabela 5.13 e na Tabela 5.14, o tempo total de processamento é um indicador mais apropriado que o tempo efetivo de processamento, dessa forma, para analisar o comportamento do tempo de processamento dos métodos frente à variação do número de períodos utiliza-se o tempo total de processamento.

Figura 5.3 – Comportamento do *Gap* de Otimalidade frente à variação da quantidade de períodos

Fonte: Próprio autor

Os valores do tempo total de processamento em segundos T_{tot} são apresentados na Tabela 5.18, na qual cada coluna do campo Resultado da Rodada representa uma das cinco rodadas de cada conjunto de dados da Tabela 5.2, a coluna Média representa o valor médio do tempo total de processamento das cinco rodadas de cada conjunto, a coluna DP representa o desvio padrão relativo às cinco rodadas de um determinado conjunto e a coluna CV contém o coeficiente de variação do tempo total de processamento de cada conjunto de dados.

Verifica-se um crescimento do Tempo Total do Algoritmo com Colônia de Abelhas com o aumento da quantidade de períodos de análise. O comportamento desse crescimento pode ser mais bem observado através da Figura 5.4 que representa graficamente os resultados da Tabela 5.18. É possível identificar um crescimento aproximadamente linear do Tempo Total de processamento em relação ao aumento do número de períodos de análise.

Tabela 5.18 – Tempo total de processamento para cada um dos conjuntos de dados de estudo da variação da quantidade de períodos.

Conjuntos de Dados	Resultado da Rodada – Tempo Total					Média - Ttot	DP - Ttot	CV - Ttot
	1	2	3	4	5	-	-	-
1-100_30_30-4_15_8-150_0	667,39	671,66	674,97	674,58	674,50	672,62	2,87	0,43%
1-100_30_30-4_15_8-150_1	937,58	934,73	927,52	921,78	918,47	928,02	7,30	0,79%
1-100_30_30-4_15_8-3_0	548,89	551,09	550,68	545,24	545,78	548,34	2,43	0,44%
1-100_30_30-4_15_8-3_1	600,90	606,75	606,63	606,48	605,88	605,33	2,23	0,37%
2-100_30_30-4_15_8-150_0	1360,40	1348,84	1352,72	1355,15	1355,06	1354,43	3,76	0,28%
2-100_30_30-4_15_8-150_1	1770,65	1789,27	1813,20	1771,69	1782,82	1785,52	15,49	0,87%
2-100_30_30-4_15_8-3_0	1116,83	1120,08	1118,75	1109,48	1102,93	1113,61	6,48	0,58%
2-100_30_30-4_15_8-3_1	1213,82	1256,89	1310,46	1510,17	1332,47	1324,76	101,54	7,67%
3-100_30_30-4_15_8-150_0	2105,63	1969,49	2052,70	2086,64	2077,31	2058,35	47,59	2,31%
3-100_30_30-4_15_8-150_1	2457,44	2544,83	2475,60	2482,40	2440,20	2480,09	35,56	1,43%
3-100_30_30-4_15_8-3_0	1644,14	1646,88	1688,09	1681,07	1672,87	1666,61	17,91	1,07%
3-100_30_30-4_15_8-3_1	1813,44	1800,75	1820,97	1820,50	1811,27	1813,38	7,38	0,41%
4-100_30_30-4_15_8-150_0	2561,98	2556,09	2543,62	2572,80	2566,22	2560,14	9,90	0,39%
4-100_30_30-4_15_8-150_1	2924,26	2977,47	2935,83	2966,97	2941,26	2949,16	19,89	0,67%
4-100_30_30-4_15_8-3_0	2127,07	2094,55	2134,43	2168,91	2097,35	2124,46	27,24	1,28%
4-100_30_30-4_15_8-3_1	2299,94	2258,60	2323,87	2395,34	2326,88	2320,92	44,51	1,92%
5-100_30_30-4_15_8-150_0	3326,89	3272,57	3271,90	3258,27	3262,59	3278,45	24,83	0,76%
5-100_30_30-4_15_8-150_1	3520,82	3489,39	3507,15	3509,68	3515,97	3508,60	10,73	0,31%
5-100_30_30-4_15_8-3_0	2622,77	2639,89	2641,16	3598,61	2685,98	2837,68	381,04	13,43%
5-100_30_30-4_15_8-3_1	2765,55	2839,00	2790,79	2923,46	2856,52	2835,07	54,92	1,94%

Fonte: Próprio autor

Figura 5.4 – Comportamento do Tempo total de processamento do Algoritmo com Colônia de Abelhas frente à variação da quantidade de períodos

Fonte: Próprio autor

Os Tempos Totais de processamento do Método Exato e do Método Exato Decomposto, para cada um dos conjuntos de dados da análise da variação da quantidade de períodos, são apresentados na Tabela 5.19 nas colunas ME e MED respectivamente. Também é apresentado o valor médio do Tempo Total para o Algoritmo com colônia de Abelhas.

Novamente ressalta-se que o Método Exato não resolveu nenhum dos conjuntos de dados da Tabela 5.2.

Como na Tabela 5.15, é possível observar na Tabela 5.19 que o tempo de processamento do Método Exato Decomposto é menor que o tempo do Algoritmo com Colônia de Abelhas.

Tabela 5.19 –Tempo total de processamento para cada um dos conjuntos de dados de estudo da variação da quantidade de períodos considerando métodos exatos.

Conjuntos de Dados	Média - T_{tot}	ME - T_{tot}	MED - T_{tot}
1-100_30_30-4_15_8-150_0	672,62	NR	0,83
1-100_30_30-4_15_8-150_1	928,02	NR	0,53
1-100_30_30-4_15_8-3_0	548,34	NR	0,81
1-100_30_30-4_15_8-3_1	605,33	NR	0,58
2-100_30_30-4_15_8-150_0	1354,43	NR	31,61
2-100_30_30-4_15_8-150_1	1785,52	NR	4,06
2-100_30_30-4_15_8-3_0	1113,61	NR	8,39
2-100_30_30-4_15_8-3_1	1324,76	NR	3,20
3-100_30_30-4_15_8-150_0	2058,35	NR	204,81
3-100_30_30-4_15_8-150_1	2480,09	NR	36,08
3-100_30_30-4_15_8-3_0	1666,61	NR	106,72
3-100_30_30-4_15_8-3_1	1813,38	NR	4,34
4-100_30_30-4_15_8-150_0	2560,14	NR	318,38
4-100_30_30-4_15_8-150_1	2949,16	NR	43,04
4-100_30_30-4_15_8-3_0	2124,46	NR	246,95
4-100_30_30-4_15_8-3_1	2320,92	NR	5,40
5-100_30_30-4_15_8-150_0	3278,45	NR	600,17
5-100_30_30-4_15_8-150_1	3508,60	NR	34,85
5-100_30_30-4_15_8-3_0	2837,68	NR	545,07
5-100_30_30-4_15_8-3_1	2835,07	NR	11,25

Fonte: Próprio autor

Contudo, analisando a Figura 5.5 que representa graficamente os resultados da Tabela 5.19, pode-se observar um crescimento acentuado do tempo de

processamento dos conjuntos de dados de sistemas não congestionados. Esse crescimento é esperado uma vez que o problema possui complexidade não polinomial e o custo computacional para solução do problema tende a crescer muito com o aumento do tamanho do conjunto de dados como exposto por Garey e Johnson (1979). O mesmo comportamento não pode ser observado para os sistemas congestionados, porém espera-se que para uma determinada quantidade de períodos o mesmo ocorra uma vez que o problema é essencialmente o mesmo em ambos os casos (sistema congestionado e sistema não congestionado).

Figura 5.5 – Comportamento do Tempo total de processamento do Método Exato Decomposto frente à variação da quantidade de períodos

Fonte: Próprio autor

5.4. Considerações finais

A realização dos testes aponta o Algoritmo com Colônia de Abelhas como um método eficaz de solução do problema de localização de bases, alocação de ambulâncias e realocação entre períodos subsequentes.

O desempenho do Método Exato mostrou-se insuficiente para a solução de problemas com grande número de pontos, considerando o equipamento utilizado nos testes. Já o Método Exato Decomposto mostrou-se eficiente na solução de algumas instâncias do porte de problemas reais, entretanto seu desempenho variou consideravelmente em relação às características do conjunto de dados.

Na solução de um problema real não se sabe *a priori* a condição do sistema, se congestionado ou não congestionado, nem se uma determinada restrição de capacidade realmente restringe a solução do problema e nem se a quantidade de períodos utilizados é grande ou não. Assim não se pode garantir que determinado problema será resolvido pelo Método Exato Decomposto.

O Algoritmo com Colônia de Abelhas conseguiu encontrar boas soluções para os conjuntos de dados com diversos tamanhos e características, se mostrando convergente tanto em relação à qualidade das soluções encontradas alterando-se a semente inicial de geração de números aleatórios, como em relação ao tempo total de processamento.

Como ponto negativo verificam-se os *Gaps* de Otimalidade que podem atingir até 10% em relação à solução ótima dos problemas. Entretanto, na maioria dos casos esse *Gap* foi menor e os valores encontrados podem ser considerados razoáveis num problema real; além disso, com a adição de um maior número de iterações é possível diminuir ainda mais essa diferença às custas de um maior tempo total de processamento.

Portanto, pode ser constatado que o Algoritmo com Colônia de Abelhas é um método robusto para a solução de problemas reais de localização de bases, alocação de ambulâncias e realocação entre períodos subsequentes, no sentido em que resolve problemas de diferentes tamanhos e características, sendo os resultados pouco influenciados pela semente de sorteio de números aleatórios.

Vale ressaltar que o desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas é dependente do conjunto de parâmetros utilizado. Uma determinação mais precisa dos mesmos pode ser feita em pesquisa futura, uma vez que neste trabalho julgou-se suficiente realizar a parametrização com testes que consideraram apenas um conjunto de dados.

O sistema foi sendo expandido ao longo dos anos, conforme dados fornecidos pela coordenação do SAMU SP, passando de um número médio de ambulâncias em operação de 33,4 no ano de 2003 para 119,7 no ano de 2009, sendo que essa média é calculada com o número de ambulâncias em operação semanalmente. Houve também um aumento no número de bases de atendimento de 25 no ano de 2004 para 70 em 2011. Os dados referentes a esse crescimento podem ser vistos na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Crescimento do SAMU SP

ANO	Média de Ambulâncias em Operação	ANO	Quantidade de Bases de Atendimento
2003	33,4	2003	-
2004	61,1	2004	25
2005	71,6	2005	25
2006	72,5	2006	32
2007	87,4	2007	32
2008	119,3	2008	60
2009	119,7	2009	65
2010	-	2010	67
2011	-	2011	70

Fonte: SAMU-SP

Com relação à malha de atendimento, são empregadas bases fixas e bases móveis de atendimento. As bases fixas são edificações alugadas espalhadas na cidade ou cedidas por outros órgãos públicos como, por exemplo, o corpo de bombeiros ou hospitais. As bases móveis, ou bases modulares são edificações de montagem e desmontagem rápida para serem eventualmente realocadas pela cidade (Figura 6.2), que ficam localizadas em geral em praças ou qualquer local público. A finalidade básica das bases móveis é a de assegurar atendimento a eventos especiais com grande concentração de pessoas como, por exemplo, eventos esportivos; contudo, sua rapidez de montagem e desmontagem, faz com que sejam também uma opção para as bases fixas. As bases servem como local de armazenamento de insumos, descanso dos funcionários, além de estacionamento dos veículos.

O SAMU SP conta com 140 viaturas, divididas entre viaturas básicas (BLS) e avançadas (ALS). Cada viatura básica, contém uma equipe de profissionais de enfermagem composta por duas pessoas, um auxiliar ou técnico em enfermagem e

um condutor, contém também materiais de primeiros socorros, desfibrilador externo automático, telecardiograma, oxímetro de pulso, glicosímetro dentre outros. As viaturas básicas não podem administrar medicamentos nos socorridos.

Figura 6.2 – Imagem de uma base modular de ambulâncias

Fonte: SAMU-SP

Já no caso das ambulâncias avançadas, cada uma é composta por uma equipe de profissionais composta por um médico, um enfermeiro e um condutor, a qual pode administrar medicamentos durante o atendimento. Este tipo de viatura contém todos os materiais e equipamentos de uma ambulância básica além dos seguintes: cardioversor, desfibrilador e marcapasso. A diferença entre esses dois tipos de viaturas está nos equipamentos, nos profissionais especializados e na administração de medicamentos. Externamente as viaturas do SAMU SP são idênticas, e uma ilustração pode ser encontrada na Figura 6.3.

Figura 6.3 – Imagem de uma viatura do SAMU SP

Fonte: SAMU-SP

Atualmente o planejamento da localização das bases e das ambulâncias é feito com base na distribuição geográfica de ocorrências. Essa distribuição é analisada de acordo com a incidência de chamados nas diversas regiões do município e as bases e ambulâncias são posicionadas tentando cobrir os pontos da cidade com maior ocorrência. Uma ilustração desse tipo de análise, que é feita continuamente, pode ser encontrada na Figura 6.4.

Figura 6.4 – Ilustração do processo atual de posicionamento de bases e ambulâncias do SAMU SP

Fonte: SAMU-SP

Além das bases e ambulâncias, o SAMU SP conta com uma central de despacho, uma central de regulação médica e uma série de outros recursos humanos e tecnológicos de menor relevância para o escopo deste estudo de caso.

6.2. Construção da base de dados

Para esse estudo de caso desenvolvido nesta dissertação, a cidade de São Paulo foi dividida em 96 distritos, que representam os pontos de demanda e consequentemente os nós da rede de atendimento. Os distritos e seus respectivos nomes foram estabelecidos de acordo com a estrutura administrativa do município, conforme a Tabela 6.2, sendo que todos esses distritos são considerados candidatos a receberem bases e viaturas.

Tabela 6.2 - Distritos administrativos considerados no estudo de caso do município de São Paulo

0	Alto de Pinheiros	24	Cidade Tiradentes	48	Mandaqui	72	Penha
1	Barra Funda	25	Ermelino Matarazzo	49	Perus	73	Sacomã
2	Jardim Paulista	26	Guaianases	50	Pirituba	74	São Lucas
3	Lapa	27	Iguatemi	51	Santana	75	Sapopemba
4	Perdizes	28	Itaim Paulista	52	São Domingos	76	Saúde
5	Pinheiros	29	Itaquera	53	Tremembé	77	Tatuapé
6	Raposo Tavares	30	Jardim Helena	54	Tucuruvi	78	Vila Mariana
7	República	31	José Bonifácio	55	Vila Guilherme	79	Vila Matilde
8	Rio Pequeno	32	Lajeado	56	Vila Maria	80	Vila Prudente
9	Santa Cecília	33	Parque do Carmo	57	Vila Medeiros	81	Campo Belo
10	Sé	34	Ponte Rasa	58	Vila Formosa	82	Campo Grande
11	Vila Leopoldina	35	São Mateus	59	Água Rasa	83	Campo Limpo
12	Vila Sônia	36	São Miguel	60	Aricanduva	84	Capão Redondo
13	Bela Vista	37	São Rafael	61	Artur Alvin	85	Cidade Ademar
14	Bom Retiro	38	Vila Curuçá	62	Belém	86	Cidade Dutra
15	Butantã	39	Vila Jacuí	63	Brás	87	Grajaú
16	Cambuci	40	Anhanguera	64	Cangaíba	88	Jardim Ângela
17	Consolação	41	Brasilândia	65	Carrão	89	Jardim São Luís
18	Itaim Bibi	42	Cachoeirinha	66	Cursino	90	Parelheiros
19	Jaguareé	43	Casa Verde	67	Ipiranga	91	Marsilac
20	Liberdade	44	Freguesia do Ó	68	Jabaquara	92	Pedreira
21	Morumbi	45	Jaçanã	69	Moema	93	Santo Amaro
22	Jaguara	46	Jaraguá	70	Mooca	94	Socorro
23	Cidade Líder	47	Limão	71	Pari	95	Vila Andrade

Fonte: Próprio autor

O SAMU SP opera atualmente com dois turnos de 12 horas, um iniciando às 7:00h e terminado às 19:00h do mesmo dia (turno diário), e outro iniciando às 19:00h de um dia e terminado às 7:00h do dia seguinte (turno noturno). Foi arbitrado que seria possível implementar futuramente uma realocação de ambulâncias durante o turno diário, ou seja, em algum momento deste turno haveria um reposicionamento das viaturas entre as bases. Entre o fim do turno diário e o início do turno noturno, também foi considerado que seria possível efetuar um reposicionamento das ambulâncias, assim como entre o fim do turno noturno e o início do turno diário. Já durante o turno noturno, arbitrou-se que seria difícil implementar uma realocação de ambulâncias. Além disso, assumiu-se como semanal o ciclo de operação típico do sistema.

Dessa forma, nesse estudo de caso, o período de planejamento considerado foi de uma semana, sendo que cada período de 24 horas foi subdividido em três diferentes períodos: das 7:00h às 14:00h, que corresponde à primeira parcela do turno diário, das 14:00h às 19:00h, que corresponde à segunda parcela do turno diário, e das 19:00h de um dia às 7:00h do dia seguinte, que corresponde ao turno noturno; entre cada um desses períodos pode haver uma realocação. Essa divisão resulta em um total de 21 períodos (Tabela 6.3).

Tabela 6.3 – Períodos de tempo do estudo de caso do município de São Paulo

	das 7 às 14	das 14 às 19	das 19 às 7
Segunda-Feira	0	1	2
Terça-Feira	3	4	5
Quarta-Feira	6	7	8
Quinta-Feira	9	10	11
Sexta-Feira	12	13	14
Sábado	15	16	17
Domingo	18	19	20

Fonte: Próprio autor

De acordo com o modelo matemático apresentado no capítulo 3, esse número total de períodos define a quantidade de períodos de análise T sendo que para cada um deles é necessário definir os valores de demanda para cada distrito e os valores de tempos de deslocamento entre os diversos distritos.

O procedimento de recebimento e triagem de chamados do SAMU SP não distingue entre chamados que necessitam de viaturas do tipo básico e chamados que necessitam de viaturas do tipo avançado; assim, as demandas foram definidas apenas em relação a um tipo de veículo; o mesmo foi feito com relação aos tempos de cobertura r_A e r_B do modelo matemático, ou seja, foi feita uma simplificação do modelo considerando apenas um tempo de cobertura t_c . Foram feitas algumas alterações no modelo matemático apresentado na seção 3.2 e no método de solução apresentado no capítulo 4, sendo que essas mudanças dizem respeito basicamente a desconsideração de um dos dois tipos de veículo aos quais o modelo e o método fazem referência.

Para cada um dos períodos apresentados na Tabela 6.3 e para cada distrito da Tabela 6.2 foram levantados valores de demanda, expressos em número de chamados, que representam os valores médios de três meses de dados do banco de registro de ocorrências. Em outras palavras, o valor de demanda de um distrito em um determinado período de um dia da semana representa o valor médio de ocorrências originadas no distrito no respectivo dia e período, considerando o valor médio de três meses de registro de dados. Atualmente o SAMU SP conta com um sistema chamado Central Automática de Despacho (CAD) que mantém o registro de cada despacho; nesse sistema foi possível programar as 2016 consultas necessárias (21 períodos vezes 96 distritos) para levantamento das demandas dos distritos.

O SAMU SP opera com bases fixas e com bases móveis, portanto foram levantados os distritos que possuem bases fixas, pois estas não podem ser realocadas. O resultado desse levantamento encontra-se sumarizado na Tabela 6.4. Esse levantamento inserido nos parâmetros dos testes com a base de dados do SAMU SP permite comparar o que ocorreria se 100% das bases fossem modulares.

Foram também levantados os distritos que atualmente contém bases, fixas ou modulares. Isso foi feito para avaliação da situação atual e o resultado deste levantamento encontra-se sumarizado na Tabela 6.5.

A capacidade de acomodação de veículos, para os dois tipos de bases, foi assumida como sendo de quatro unidades, dado que este é um limite plausível para casos reais.

Outro ponto importante é a determinação dos tempos de deslocamento entre os distritos para cada período de tempo. Após busca nas fontes de referência do município e do SAMU SP constatou-se que não existem registros estatísticos suficientes para a definição dos tempos de deslocamento entre os diversos distritos considerados na análise, e nem como esses tempos variam ao longo do dia ou da semana. Sendo assim, utilizou-se uma ferramenta de busca em mapas disponível na internet para levantar os tempos de deslocamento entre os distritos. A base de mapas utilizada foi a da ferramenta *Google Maps*, disposta gratuitamente. Esse mecanismo de busca encontra o caminho mínimo entre os centros geométricos aproximados de cada distrito e considera como velocidade de tráfego as velocidades permitidas das vias ao

longo do trajeto encontrado. Foram realizadas 9216 buscas (96 distritos vezes 96 distritos) resultando numa matriz de tempos de deslocamento denominada matriz básica.

Tabela 6.4 – Levantamento dos distritos que contêm bases fixas

Distrito	Possui base fixa? (1=s/0=n)	Distrito	Possui base fixa? (1=s/0=n)	Distrito	Possui base fixa? (1=s/0=n)	Distrito	Possui base fixa? (1=s/0=n)
Alto de Pinheiros	0	Cidade Tiradentes	1	Mandaqui	0	Penha	1
Barra Funda	1	Ermelino Matarazzo	1	Perus	1	Sacomã	1
Jardim Paulista	0	Guaianases	1	Pirituba	1	São Lucas	0
Lapa	0	Iguatemi	0	Santana	1	Sapopemba	1
Perdizes	1	Itaim Paulista	1	São Domingos	1	Saúde	0
Pinheiros	1	Itaquera	1	Tremembé	0	Tatuapé	1
Raposo Tavares	0	Jardim Helena	0	Tucuruvi	1	Vila Mariana	1
República	0	José Bonifácio	0	Vila Guilherme	0	Vila Matilde	0
Rio Pequeno	0	Lajeado	0	Vila Maria	1	Vila Prudente	0
Santa Cecília	1	Parque do Carmo	1	Vila Medeiros	0	Campo Belo	1
Sé	1	Ponte Rasa	0	Vila Formosa	0	Campo Grande	0
Vila Leopoldina	0	São Mateus	1	Água Rasa	0	Campo Limpo	1
Vila Sônia	0	São Miguel	1	Aricanduva	1	Capão Redondo	1
Bela Vista	1	São Rafael	0	Artur Alvin	0	Cidade Ademar	1
Bom Retiro	1	Vila Curuçá	0	Belém	1	Cidade Dutra	0
Butantã	1	Vila Jacuí	0	Brás	0	Grajaú	0
Cambuci	0	Anhanguera	0	Cangaíba	1	Jardim Ângela	0
Consolação	1	Brasilândia	0	Carrão	1	Jardim São Luís	0
Itaim Bibi	1	Cachoeirinha	0	Cursino	0	Parelheiros	0
Jaguapé	0	Casa Verde	1	Ipiranga	1	Marsilac	1
Liberdade	0	Freguesia do Ó	1	Jabaquara	1	Pedreira	0
Morumbi	0	Jaçanã	1	Moema	0	Santo Amaro	1
Jaguara	0	Jaraguá	1	Mooca	1	Socorro	1
Cidade Líder	0	Limão	0	Pari	0	Vila Andrade	0

Fonte: Próprio autor

Para cada período de análise é necessário definir uma matriz de tempos de transporte, assim para levar em consideração as variações nos tempos de deslocamento em grandes centros urbanos, causadas basicamente por aumento de tráfego em horários de pico e consequente diminuição na velocidade de trânsito das ambulâncias, essa matriz foi multiplicada por diferentes coeficientes. Além disso, deve-se considerar que uma ambulância não pode se deslocar acima dos limites de

velocidade estabelecidos, porém por serem veículos preferenciais geralmente trafegam pouco acima desta velocidade, desde que não ponham em risco vidas humanas.

Tabela 6.5 – Levantamento de distritos que contêm bases

Distrito	Possui base? (1=s/0=n)	Distrito	Possui base? (1=s/0=n)	Distrito	Possui base? (1=s/0=n)	Distrito	Possui base? (1=s/0=n)
Alto de Pinheiros	0	Cidade Tiradentes	1	Mandaqui	0	Penha	1
Barra Funda	1	Ermelino Matarazzo	1	Perus	1	Sacomã	1
Jardim Paulista	0	Guaianases	1	Pirituba	1	São Lucas	0
Lapa	1	Iguatemi	0	Santana	1	Sapopemba	1
Perdizes	1	Itaim Paulista	1	São Domingos	1	Saúde	0
Pinheiros	1	Itaquera	1	Tremembé	0	Tatuapé	1
Raposo Tavares	1	Jardim Helena	0	Tucuruvi	1	Vila Mariana	1
República	0	José Bonifácio	0	Vila Guilherme	0	Vila Matilde	0
Rio Pequeno	0	Lajeado	0	Vila Maria	1	Vila Prudente	0
Santa Cecília	1	Parque do Carmo	1	Vila Medeiros	0	Campo Belo	1
Sé	1	Ponte Rasa	0	Vila Formosa	0	Campo Grande	0
Vila Leopoldina	0	São Mateus	1	Água Rasa	0	Campo Limpo	1
Vila Sônia	0	São Miguel	1	Aricanduva	1	Capão Redondo	1
Bela Vista	1	São Rafael	0	Artur Alvin	1	Cidade Ademar	1
Bom Retiro	1	Vila Curuçá	0	Belém	1	Cidade Dutra	0
Butantã	1	Vila Jacuí	0	Brás	1	Grajaú	1
Cambuci	0	Anhanguera	0	Cangaíba	1	Jardim Ângela	0
Consolação	1	Brasilândia	0	Carrão	1	Jardim São Luís	0
Itaim Bibi	1	Cachoeirinha	0	Cursino	0	Parelheiros	1
Jaguari	0	Casa Verde	1	Ipiranga	1	Marsilac	1
Liberdade	0	Freguesia do Ó	1	Jabaquara	1	Pedreira	0
Morumbi	0	Jaçanã	1	Moema	0	Santo Amaro	1
Jaguara	0	Jaraguá	1	Mooca	1	Socorro	1
Cidade Líder	0	Limão	1	Pari	0	Vila Andrade	0

Fonte: Próprio autor

Com relação à determinação dos coeficientes de multiplicação da matriz básica de tempos de deslocamento, para os dias do fim de semana assume-se que o tempo de transporte entre dois distritos é 90% do tempo de deslocamento da matriz básica, e em dias úteis esse tempo é 115% em relação ao tempo da matriz básica.

Considerando os diferentes períodos de um mesmo dia da semana, considera-se que nos horários de pico, que correspondem aos períodos entre 7:00h e 14:00h e entre 14:00h e 19:00h que o tempo de transporte entre dois distritos por um veículo preferencial como uma ambulância é igual à 90% do tempo da matriz básica, já para os períodos entre 19:00h e 7:00 é 70% do tempo indicado na matriz básica. Essas premissas foram construídas junto aos tomadores de decisão do SAMU SP, contando com sua experiência em serviços de atendimento emergencial e especificamente em relação à velocidade de tráfego das ambulâncias. A Tabela 6.6 apresenta os fatores de multiplicação resultantes para os diferentes períodos.

Tabela 6.6 – Fatores de multiplicação da matriz básica de tempos de transporte

Tipo de dia	Horários	Fator Resultante
Fim de Semana	07 - 14 horas	
	0,9	0,81
	14 - 19 horas	
	0,9	0,81
	19 - 7 horas	
	0,7	0,63
Dia Normal	07 - 14 horas	
	1,15	1,035
	14 - 19 horas	
	0,9	1,035
	19 - 7 horas	
	0,7	0,805

Fonte: Próprio autor

Com esses dados e hipóteses foi possível construir a base de dados que foi utilizada no estudo de caso para a condução das análises.

6.3. Avaliação preliminar do sistema atual

Foi feita uma avaliação de desempenho da configuração atual do sistema de atendimento do SAMU SP, no que diz respeito à localização de bases. Essa análise considerou o modelo matemático apresentado no capítulo 3 assim como a base de dados levantada, descrita na seção 6.2.

A Tabela 6.5 apresenta os distritos que hoje são cobertos por bases fixas e móveis do SAMU SP, totalizando 54. Atualmente, as viaturas são constantemente realocadas de

acordo com o processo de planejamento ilustrado na Figura 6.4, sendo que não necessariamente possuem bases pré-determinadas por um plano de operação.

Considerando a matriz de tempos de deslocamento que foi elaborada e a localização atual das bases, levantou-se o tempo de deslocamento entre um determinado distrito e a base mais próxima em cada um dos períodos de tempo. Em seguida, considerando um determinado distrito e os mínimos tempos de deslocamento entre ele e uma base, nos diversos períodos, levantou-se qual destes era o maior, denominado T_{max} , que corresponde ao maior dos mínimos tempos de deslocamento entre o distrito e uma base nos diversos períodos, medido em minutos. O resultado deste levantamento é apresentado na Tabela 6.7.

Tabela 6.7 – Levantamento das maiores mínimas distâncias entre os distritos e uma base da configuração atual

Distrito	T_{max}	Distrito	T_{max}	Distrito	T_{max}	Distrito	T_{max}
0	8,4	24	0,0	48	14,7	72	0,0
1	0,0	25	0,0	49	0,0	73	0,0
2	5,3	26	0,0	50	0,0	74	8,4
3	0,0	27	16,8	51	0,0	75	0,0
4	0,0	28	0,0	52	0,0	76	6,3
5	0,0	29	0,0	53	19,0	77	0,0
6	0,0	30	11,6	54	0,0	78	0,0
7	6,3	31	10,5	55	8,4	79	12,6
8	14,7	32	7,4	56	0,0	80	11,6
9	0,0	33	0,0	57	6,3	81	0,0
10	0,0	34	9,5	58	9,5	82	8,4
11	13,7	35	0,0	59	11,6	83	0,0
12	13,7	36	0,0	60	0,0	84	0,0
13	0,0	37	11,6	61	0,0	85	0,0
14	0,0	38	12,6	62	0,0	86	9,5
15	0,0	39	7,4	63	0,0	87	0,0
16	10,5	40	19,0	64	0,0	88	26,3
17	0,0	41	21,1	65	0,0	89	24,2
18	0,0	42	14,7	66	8,4	90	0,0
19	14,7	43	0,0	67	0,0	91	0,0
20	8,4	44	0,0	68	0,0	92	13,7
21	8,4	45	0,0	69	11,6	93	0,0
22	11,6	46	0,0	70	0,0	94	0,0
23	11,6	47	0,0	71	11,6	95	13,7

* T_{max} representa a máxima menor distância entre um determinado distrito e uma base, considerando todos os períodos medido em minutos

Fonte: Próprio autor

Os distritos da Tabela 6.7 que possuem T_{max} nulo são os que contêm bases, pois para esses distritos o mínimo tempo de deslocamento entre ele e uma base posicionada é sempre nulo. Pode-se observar que, em sua maioria, os valores de T_{max} são inferiores

a 15 minutos. A média dos valores de T_{max} , considerando todos os distritos é igual a 5,3 minutos; a média dos valores não nulos de T_{max} é igual a 12,0 minutos. Esses tempos médios levam em conta apenas o tempo de deslocamento interdistrital e desconsideram o tempo de deslocamento intradistrital.

Além disso, no cômputo dos valores médios de T_{max} , distritos com valores altos dessa grandeza não são devidamente identificados por conta do cálculo das médias, o qual não evidencia valores extremos da grandeza. Logo, os valores médios de T_{max} são menos adequados como parâmetros para avaliar a cobertura do sistema se comparados aos tempos máximos de cobertura, que por sua vez identificam quais distritos demoram mais tempo para serem atendidos a partir de uma base posicionada.

Ainda referindo-se aos valores apresentados na Tabela 6.7, observando o tempo máximo de cobertura de cada distrito, que é relevante para o modelo matemático proposto no capítulo 3, verificam-se valores que chegam a superar o dobro dos valores médios. O maior valor de T_{max} da Tabela 6.7 é referente ao distrito de Jardim Ângela (distrito 88) com um valor de 26,3 minutos. Dessa forma, a solução do modelo matemático para localização de bases e alocação de ambulâncias, o qual considera o tempo máximo de cobertura, tomando a configuração atual de bases do SAMU SP como parâmetro, só pode fornecer soluções viáveis para um tempo de cobertura superior a 26,3 minutos. De fato, isso foi verificado em avaliações realizadas neste estudo de caso, as quais são apresentadas na Figura 6.5. Foram realizadas tentativas de solução do problema considerando a configuração atual de bases do SAMU SP, variando o tempo de cobertura, entre 15 e 30 minutos, e assumindo valores de duas, três e quatro horas para o tempo de atendimento.

No caso em que se considera a configuração atual de bases do SAMU SP, a Figura 6.5 evidencia que, para tempos de cobertura superiores a 27 minutos, a cobertura esperada resultante é bastante próxima de 100%, não importando os valores de tempo de atendimento e de cobertura. Já para tempos de cobertura iguais ou inferiores a 26 minutos não foi possível encontrar soluções viáveis.

Figura 6.5 – Avaliação preliminar da configuração atual de bases do SAMU SP

Fonte: SAMU-SP

Uma possível melhoria para a configuração atual de bases, sem considerar os testes de melhoria apresentados na seção 6.4, apenas observando os valores de T_{max} da Tabela 6.7, seria posicionar bases nos distritos com os maiores valores para esse tempo. Segundo essa lógica e assumindo possível atingir um total de 60 distritos cobertos por bases (seis a mais que a configuração atual), os seis distritos com os maiores valores de T_{max} da Tabela 6.7 são os distritos de Iguatemi (distrito 27), Anhanguera (distrito 40), Brasilândia (distrito 41), Tremembé (distrito 53), Jardim Ângela (distrito 88) e Jardim São Luís (distrito 89). Estes distritos possuem valores de T_{max} iguais a (16,8), (19,0), (21,1), (19,0), (26,3) e (24,2) minutos respectivamente.

Caso sejam posicionadas bases nos distritos de Iguatemi, Anhanguera, Brasilândia, Tremembé, Jardim Ângela e Jardim São Luís, é possível, com o uso do Algoritmo com Colônia de Abelhas, encontrar soluções viáveis para tempos iguais ou superiores à 16 minutos. Foram realizadas tentativas de solução considerando a configuração atual de bases, acrescida de seis outras bases posicionadas nos distritos mencionados, variando o tempo de cobertura, entre 15 e 30 minutos, e assumindo valores de duas, três e quatro horas para o tempo de atendimento. O resultado desses testes é apresentado na Figura 6.6.

Figura 6.6 – Avaliação preliminar de uma configuração alternativa de bases do SAMU SP

Fonte: SAMU-SP

Os resultados da Figura 6.6 mostram que o posicionamento de seis bases adicionais nos distritos mencionados pode diminuir o tempo máximo de cobertura do sistema de 27 para 16 minutos. De maneira análoga aos resultados da Figura 6.5, observa-se que para tempos de cobertura superiores a 16 minutos, a cobertura esperada resultante é bastante próxima de 100%, não importando os valores de tempo de atendimento e de cobertura. Já para tempos de cobertura iguais ou inferiores a 15 minutos não foi possível encontrar soluções viáveis.

Essa é apenas uma análise preliminar que apresenta uma potencial melhoria em relação à configuração atual de bases do SAMU SP. Os resultados dos diversos testes realizados na seção 6.5 apresentam análises mais minuciosas sobre o sistema de atendimento do SAMU SP. A seção 6.6 apresenta um exemplo de planejamento completo do sistema do SAMU SP, considerando bases e ambulâncias.

6.4. Descrição dos testes do estudo de caso

Foram realizados testes para estudar o sistema do SAMU SP em diversas condições. Foram variados diversos parâmetros e como variável de resposta do sistema adotou-se o percentual de cobertura, equivalente à função objetivo do modelo matemático descrito no capítulo 3.

Primeiramente, deve-se considerar que atualmente existem 47 distritos cobertos por bases fixas do SAMU SP. A primeira subdivisão das instâncias de testes faz referência a esse fato, sendo que foram realizados para cada combinação de parâmetros dois tipos de instâncias teste, livres e não livres. As instâncias de teste não livres consideram na construção de cada solução do Algoritmo com Colônia de Abelhas que esses 47 distritos necessariamente contêm bases; isso foi considerado pois, uma vez inaugurada uma base fixa, complexidades burocráticas impedem que essa base seja fechada e movida para outro distrito no curto prazo, algo que na realidade dificilmente acontece. Nessas instâncias de teste não livres, além desses distritos que necessariamente contêm bases, quaisquer outras bases são consideradas como móveis, ou seja, podem ser localizadas em qualquer um dos outros distritos que não contêm bases fixas. Já nos testes livres considera-se que 100% das bases disponíveis são móveis, que *a priori* nenhum distrito contém base, e todos os distritos são candidatos a conter uma base.

A quantidade de bases foi variada iniciando com 50 bases (47 fixas e 3 móveis para os testes não livres) até 96 bases que é o número total de distritos, simulando a condição de todos eles possuírem uma base do SAMU SP. Os valores de quantidade de bases utilizados foram: 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, e 96.

Para cada tipo de teste e para cada quantidade de bases, variou-se também a quantidade de ambulâncias p de 10 em 10 unidades iniciando em 50 viaturas até 140 viaturas que é o número atual de ambulâncias básicas e avançadas do SAMU SP. Esse valor considera todos os tipos de ambulâncias, pois o SAMU SP não diferencia na triagem dos chamados os que necessitam de ambulâncias básicas e quais necessitam de ambulâncias avançadas.

Outro parâmetro objeto de variação foi o tempo de cobertura do veículo, que para a série de testes do estudo de caso recebeu o nome de tempo crítico t_c , análogo aos parâmetros r_A e r_B do modelo matemático. Foram feitos testes considerando tempos críticos de 5, 10 e 15 minutos.

Além disso, variou-se também o tempo de ocupação da ambulância para um chamado t_o , utilizado para calcular em cada vizinhança de cada distrito a probabilidade de

existirem ambulâncias disponíveis, equivalente ao parâmetro $\bar{t}$ do modelo matemático. Os valores considerados foram de duas, três e quatro horas.

Foram construídos conjuntos de dados variando cada um desses parâmetros sendo que cada conjunto de dados recebeu um nome que descreve os valores de cada um deles:

dados_SAMU-47-<bases adicionais>-<p>-< t_c >-< t_o >-<simulação_livre[0/1]>

Esses conjuntos de dados, que correspondem aos testes do estudo de caso, foram resolvidos uma vez cada utilizando o Algoritmo com Colônia de Abelhas. Os outros métodos (Método Exato e Método Extado Decomposto não forneceram respostas para testes preliminares dos conjuntos de dados do estudo de caso).

6.5. Resultados dos testes do estudo de caso

Nesta seção são apresentados os resultados da solução do problema de localização de bases, alocação de viaturas e realocação entre períodos subsequentes para os diferentes conjuntos de dados do estudo de caso.

São apresentados gráficos de cobertura esperada em função da quantidade de ambulâncias, com diferentes curvas representando diferentes quantidades de bases. Alguns resultados foram suprimidos, sem prejuízo de compreensão, com o intuito de não deixar os gráficos visualmente poluídos; são apresentadas curvas apenas para quantidades de 50, 60, 70, 80, e 96 bases. Os resultados detalhados se encontram em Tabelas no ANEXO D.

Esta seção está dividida de acordo com os diferentes tempos de cobertura considerados na análise do estudo de caso, ou seja, 15, 10 e 5 minutos. Em cada subseção os resultados dos testes considerando as diferentes combinações de parâmetros do problema são apresentados.

6.5.1. Tempo de cobertura de 15 minutos

Nesta seção são apresentados os resultados das instâncias de teste livres e não livres, considerando o tempo de cobertura igual a 15 minutos e o tempo de atendimento assumindo valores de duas, três e quarto horas. A Figura 6.7 apresenta os resultados

considerando o tempo de cobertura igual a 15 minutos, um tempo de atendimento de duas horas e levando em conta as instâncias de teste não livres. Cada curva representa os resultados dos testes considerando determinada quantidade de bases e variando o número de ambulâncias a serem alocadas e realocadas no sistema.

A Figura 6.8 apresenta resultados análogos aos da Figura 6.7, exceto pela consideração das instâncias de teste livres, ou seja, considerando todas as bases móveis, sem locais pré-definidos.

Figura 6.7 – Resultados do estudo de caso considerando testes não livres para um tempo de cobertura igual a 15 minutos e um tempo de atendimento de duas horas

Fonte: Próprio autor

Observa-se que, para os dois tipos de instância de teste (livres e não livres) e para um tempo de cobertura de 15 minutos, existem soluções viáveis para o problema mesmo considerando pequenas quantidades de bases e ambulâncias; porém, com cobertura esperada da ordem de 80% a 85%, dependendo do número de bases. Também é possível verificar que, para todas as curvas apresentadas na Figura 6.7 e na Figura 6.8, os ganhos marginais de cobertura, obtidos com o aumento da quantidade de ambulâncias no sistema, são decrescentes com a quantidade de viaturas. Essa constatação está de acordo com as afirmações de Daskin (1983), graficamente

representadas na Figura 2.1 e pode ser verificada de maneira generalizada em todos os testes. Percebe-se em ambos os tipos de teste que a partir de 100 ambulâncias no sistema, independentemente da quantidade de bases, o aumento no número de viaturas contribui pouco para o aumento de cobertura esperada.

Figura 6.8 – Resultados do estudo de caso considerando testes livres para um tempo de cobertura igual a 15 minutos e um tempo de atendimento de duas horas

Fonte: Próprio autor

Outro ponto a ser observado é que, uma vez que o método de solução utilizado para resolver os diversos testes apresenta um *Gap* de Otimalidade que não se pode saber *a priori*, não é possível distinguir entre a cobertura esperada para diferentes quantidades de bases considerando um mesmo número de ambulâncias. Isso é um dos pontos fracos deste estudo de caso, ou seja, com os dados levantados e com o método de solução aplicado considerando um tempo de cobertura de 15 minutos, não foi possível distinguir entre os resultados de cobertura esperada para diferentes quantidades de base, o que impossibilita a constatação de qualquer comportamento frente à variação dessa quantidade de recursos no sistema.

Isso poderia ser melhorado aumentando-se mais a quantidade de distritos utilizada para representar o município, o que poderia aumentar a precisão das respostas no que se refere à distinção das curvas para diferentes quantidades de bases.

A Figura 6.9 apresenta os resultados relativos às instâncias testes não livres para uma cobertura de 15 minutos, considerando um tempo de atendimento de três horas. Os resultados análogos, mas relativos aos testes livres, são apresentados na Figura 6.10.

Figura 6.9 – Resultados do estudo de caso considerando testes não livres para um tempo de cobertura igual a 15 minutos e um tempo de atendimento de três horas

Fonte: Próprio autor

É possível identificar uma diminuição de desempenho em relação aos resultados obtidos nos testes considerando um tempo de atendimento de duas horas, especialmente nas situações em que a quantidade de ambulâncias no sistema é pequena. Por exemplo, considerando uma quantidade de ambulâncias igual a 50, no caso dos testes não livres considerando duas horas como tempo de atendimento, a cobertura esperada variou entre 80% e 84%; no caso dos testes considerando um tempo de atendimento de três horas, essa cobertura variou entre 73% e 78%. Isso ocorre de maneira generalizada comparando as duas situações.

Os resultados das instâncias de teste para um tempo de cobertura de 15 minutos e considerando um tempo de atendimento de quatro horas são apresentados na Figura 6.11, a qual apresenta os resultados das instâncias não livres, e na Figura 6.12, que mostra os resultados das instâncias livres.

Figura 6.10 – Resultados do estudo de caso considerando testes livres para um tempo de cobertura igual a 15 minutos e um tempo de atendimento de três horas

Fonte: Próprio autor

De uma maneira geral pode-se notar, para uma mesma quantidade de bases e ambulâncias e sob a mesma condição de instância livre ou não livre, uma diminuição de cobertura esperada com o aumento do tempo de atendimento. Esse resultado era esperado, pois uma vez que esse tempo aumenta, menor é a probabilidade de um chamado qualquer encontrar servidores disponíveis em sua vizinhança.

Outra constatação é que considerando um tempo de cobertura de 15 minutos, independentemente do tempo de atendimento assumido, para as instâncias de teste não livres, só foram encontradas soluções viáveis para um número de bases superior ou igual a 60; já nas instâncias teste livres, soluções viáveis foram encontradas a partir de 50 bases no sistema, o que mostra uma vantagem em ter 100% das bases modulares ao invés de bases fixas nos locais atuais. Além desse fato, não se observam

diferenças significativas entre a situação de testes livres e não livres para o caso de considerar uma cobertura de 15 minutos.

Figura 6.11 – Resultados do estudo de caso considerando testes não livres para um tempo de cobertura igual a 15 minutos e um tempo de atendimento de quatro horas

Fonte: Próprio autor

Figura 6.12 – Resultados do estudo de caso considerando testes livres para um tempo de cobertura igual a 15 minutos e um tempo de atendimento de quatro horas

Fonte: Próprio autor

6.5.2. Tempo de cobertura de 10 minutos

A Figura 6.13 apresenta os resultados dos testes livres considerando duas horas como tempo de atendimento, para um tempo de cobertura de 10 minutos.

Em comparação às instâncias de teste não livres realizadas considerando um tempo de cobertura de 15 minutos e um tempo de atendimento de duas horas, observa-se na Figura 6.13 que no caso em que se considera um tempo de cobertura de 10 minutos, o problema fica mais restrito e são encontradas soluções viáveis apenas para uma quantidade de bases igual ou superior a 80, e uma quantidade de viaturas igual ou superior a 70, sendo que em nenhum dos casos, uma quantidade de 50 bases foi suficiente para encontrar soluções viáveis. Isso significa que, para um tempo de cobertura de 10 minutos em comparação com um de 15 minutos, são necessárias mais bases para que seja possível despachar ambulâncias que cheguem a outros distritos em tempos iguais ou inferiores a 10 minutos.

Os resultados das instâncias livres considerando um tempo de cobertura de 10 minutos e um tempo de atendimento de duas horas são apresentados na Figura 6.14. Observa-se que é possível encontrar soluções viáveis com 70 bases e 70 viaturas, ou seja, 10 bases a menos em relação às instâncias não livres com os mesmos parâmetros. Além disso, essas soluções viáveis, com 70 bases no caso de instâncias livres e com 80 bases no caso de instâncias não livres, possuem coberturas esperadas aproximadamente equivalentes.

Para um tempo de atendimento de três horas e um tempo de cobertura de 10 minutos, os resultados das instâncias não livres são apresentados na Figura 6.15 e os das instâncias livres na Figura 6.16.

Os resultados considerando três horas como tempo de atendimento e 10 minutos como tempo de cobertura não apresentam soluções com cobertura esperada acima de 95%, independentemente do tipo de instância, se livre ou não livre. Já nas instâncias análogas considerando duas horas como tempo de atendimento, observa-se que para um tempo de cobertura de 10 minutos é possível superar 95% de cobertura esperada com cerca de 130 ambulâncias, o que mostra a diminuição da cobertura esperada com o aumento do tempo de atendimento como já anteriormente constatado.

Figura 6.13 – Resultados do estudo de caso considerando testes não livres para um tempo de cobertura igual a 10 minutos e um tempo de atendimento de duas horas

Fonte: Próprio autor

Figura 6.14 – Resultados do estudo de caso considerando testes livres para um tempo de cobertura igual a 10 minutos e um tempo de atendimento de duas horas

Fonte: Próprio autor

Figura 6.15 – Resultados do estudo de caso considerando testes não livres para um tempo de cobertura igual a 10 minutos e um tempo de atendimento de três horas

Fonte: Próprio autor

Os resultados para os as instâncias de teste com tempo de cobertura de 10 minutos e tempo de atendimento de quatro horas são apresentados na Figura 6.17 (instâncias não livres) e na Figura 6.18 (instâncias livres).

Uma análise geral dos resultados das instâncias com cobertura de 10 minutos, em comparação com o caso em que se considera um tempo de cobertura de 15 minutos, mostra que um aumento no tempo de atendimento causa um decréscimo mais acentuado na cobertura esperada.

A Figura 6.19 apresenta esse decréscimo no caso das instâncias não livres com tempo de cobertura de 10 minutos, todavia esse efeito pode ser verificado de modo generalizado. As curvas mais superiores representam o caso de um tempo de atendimento igual a duas horas e as mais inferiores um tempo de quatro horas.

No caso das instâncias com tempo de cobertura de 10 minutos também não foi possível distinguir adequadamente entre os resultados de diferentes quantidades de bases considerando os demais parâmetros fixos.

Figura 6.16 – Resultados do estudo de caso considerando testes livres para um tempo de cobertura igual a 10 minutos e um tempo de atendimento de três horas

Fonte: Próprio autor

Figura 6.17 – Resultados do estudo de caso considerando testes não livres para um tempo de cobertura igual a 10 minutos e um tempo de atendimento de quatro horas

Fonte: Próprio autor

Figura 6.18 – Resultados do estudo de caso considerando testes livres para um tempo de cobertura igual a 10 minutos e um tempo de atendimento de quatro horas

Fonte: Próprio autor

Por outro lado, pode ser verificada uma diferença significativa entre as instâncias de teste livres e não livres. Soluções equivalentes em termos de cobertura esperada podem ser encontradas com um menor número de recursos no caso das instâncias livres em relação às não livres. Por exemplo, considerando um tempo de atendimento de três horas, uma solução com 90% de cobertura esperada pode ser encontrada com 70 bases e aproximadamente 110 ambulâncias; no caso das instâncias não livres, essa mesma cobertura só pode ser atingida com 80 bases e cerca de 115 viaturas. Isso pode ser verificado comparando todos os resultados de instâncias livres e não livres com tempo de cobertura de 10 minutos, considerando o mesmo tempo de atendimento.

Vale ressaltar que essas constatações do caso em que se considera o tempo de cobertura de 10 minutos estão sujeitas ao mesmo problema de não se conhecer *a priori* o *Gap* de Otimalidade citado no caso em que se considera um tempo de cobertura de 15 minutos. Todavia, como os pontos dos gráficos se baseiam em soluções viáveis encontradas pelo Algoritmo com Colônia de Abelhas, podem-se admitir essas observações como plausíveis.

Figura 6.19 – Diminuição de cobertura esperada frente ao aumento do tempo de atendimento para o caso de testes não livres e tempo de cobertura igual a 10 minutos

Fonte: Próprio autor

6.5.3. Tempo de cobertura igual a 5 minutos

No caso em que se considera o tempo de cobertura igual a cinco minutos, independentemente do tipo de instância (livre ou não livre) e do tempo de atendimento, o Algoritmo com Colônia de Abelhas encontrou soluções apenas para os conjuntos de dados com 96 bases. Vale ressaltar que este caso em que 96 distritos possuem bases implica que todos os pontos do conjunto de dados possuem bases, o que significa que não existe mais a distinção entre instâncias livres e não livres. Isso é explicado pela inexistência de distritos cujo tempo de deslocamento entre si é inferior a 5 minutos durante todos os períodos, o que impossibilita que qualquer base cubra mais de um distrito.

Os resultados dessas instâncias de teste considerando um tempo de cobertura de cinco minutos, para os tempos de atendimento de duas, três e quatro horas é apresentado na Figura 6.20.

Figura 6.20 – Resultados do estudo de caso considerando um tempo de cobertura de 5 minutos e todos os distritos com bases

Fonte: Próprio autor

Os resultados da Figura 6.20 evidenciam a perda de cobertura com o aumento do tempo de atendimento. Pode ser observado que para garantir uma cobertura esperada mínima de 85% para um tempo de cobertura de 5 minutos, seriam necessárias cerca de 105 ambulâncias caso o tempo de atendimento fosse de duas horas, 125 ambulâncias caso o tempo de atendimento fosse de três horas e 140 ambulâncias caso o tempo de atendimento fosse de quatro horas. Isso mostra o *trade-off* entre a quantidade de recursos necessária e o tempo de atendimento.

6.6. Exemplo de planejamento da malha de atendimento

Considerando os resultados descritos na seção 6.5, nesta seção apresenta-se um exemplo de planejamento de um sistema de atendimento para o município de São Paulo, utilizando o modelo matemático e o método de solução desenvolvidos nesta

pesquisa. O resultado deste exemplo é um plano de operação que indica quais distritos devem conter bases e quantas ambulâncias devem ser alocadas em cada base em cada período; resultam também os planos de realocação, indicando entre períodos, quantas ambulâncias devem ser enviadas de um determinado distrito a outro.

O SAMU SP, como já citado anteriormente, possui 47 distritos que contêm bases fixas. Além disso, existem 23 bases modulares que podem ser reposicionadas e 140 viaturas. Neste exemplo considera-se um cenário no qual foram adquiridas 10 bases modulares, totalizando 80 bases, e busca-se redistribuir as bases do SAMU SP a fim de maximizar a cobertura esperada para um tempo de cobertura de 10 minutos. O tempo de atendimento considerado é de duas horas.

Com essas informações, pode-se resolver o problema utilizando o Algoritmo com Colônia de Abelhas, o que resulta numa cobertura de aproximadamente 96%.

Os resultados detalhados deste exemplo acerca de quais distritos devem conter bases, bem como quantas viaturas devem ser alocadas em cada base nos diversos períodos são apresentados no ANEXO E. Especificamente quanto a quais distritos devem receber bases, considerando as bases fixas atuais, os resultados são apresentados na Tabela 6.8.

Tabela 6.8 – Distritos que devem conter bases no exemplo de planejamento

	Distrito		Distrito		Distrito		Distrito
1	Barra Funda	26	Guaianases	51	Santana	75	Sapopemba
4	Perdizes	27	Iguatemi	52	São Domingos	77	Tatuapé
5	Pinheiros	28	Itaim Paulista	53	Tremembé	78	Vila Mariana
6	Raposo Tavares	29	Itaquera	54	Tucuruvi	79	Vila Matilde
8	Rio Pequeno	30	Jardim Helena	56	Vila Maria	80	Vila Prudente
9	Santa Cecília	31	José Bonifácio	58	Vila Formosa	81	Campo Belo
10	Sé	33	Parque do Carmo	59	Água Rasa	82	Campo Grande
11	Vila Leopoldina	35	São Mateus	60	Aricanduva	83	Campo Limpo
12	Vila Sônia	36	São Miguel	61	Artur Alvin	84	Capão Redondo
13	Bela Vista	37	São Rafael	62	Belém	85	Cidade Ademar
14	Bom Retiro	40	Anhanguera	64	Cangaíba	86	Cidade Dutra
15	Butantã	41	Brasilândia	65	Carrão	87	Grajaú
16	Cambuci	42	Cachoeirinha	66	Cursino	88	Jardim Ângela
17	Consolação	43	Casa Verde	67	Ipiranga	89	Jardim São Luís
18	Itaim Bibi	44	Freguesia do Ó	68	Jabaquara	90	Parelheiros
19	Jaguareé	45	Jaçanã	69	Moema	91	Marsilac
21	Morumbi	46	Jaraguá	70	Mooca	92	Pedreira
22	Jaguara	48	Mandaqui	71	Pari	93	Santo Amaro
24	Cidade Tiradentes	49	Perus	72	Penha	94	Socorro
25	Ermelino Matarazzo	50	Pirituba	73	Sacomã	95	Vila Andrade

Fonte: Próprio autor

As matrizes de realocação resultantes da análise possuem um tamanho que impede que sejam apresentadas integralmente neste trabalho, contudo sua determinação é simples, basta resolver os problemas de transporte resultantes da diferença de alocação de veículos entre os diversos períodos. Uma parte da matriz relativa à realocação entre os períodos um e dois, contendo a realocação de viaturas entre os distritos 24 a 31, é apresentada na Tabela 6.9.

Tabela 6.9 – Parte da matriz de realocação do período 2 com a realocação entre os distritos 24 a 31

<div style="text-align: center;"> <div style="transform: rotate(-45deg); display: inline-block;"> Distrito de Origem </div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> Distrito de Destino </div> </div>	24	25	26	27	28	29	30	31
24	2	0	0	0	0	0	0	0
25	0	1	0	0	0	1	0	0
26	0	0	2	0	0	0	0	0
27	0	0	0	2	0	0	0	0
28	0	0	0	0	1	0	1	0
29	0	0	0	0	0	2	0	0
30	0	0	0	0	0	0	2	0
31	0	0	0	0	0	0	0	1

Fonte: Próprio autor

Os valores na diagonal da Tabela 6.9 indicam as viaturas que devem permanecer nas bases localizadas nos distritos 24 a 31 entre os períodos um e dois. O valor unitário, contido na célula da linha 25 e da coluna 29, indica que entre os períodos um e dois, uma ambulância deve ser realocada da base do distrito 24 para a do distrito 29. O mesmo raciocínio se aplica à célula da linha 28 e da coluna 30.

Como citado anteriormente, os resultados detalhados deste exemplo de planejamento encontram-se no ANEXO E, mas apenas como exemplo, a Tabela 6.10 apresenta as quantidades de ambulâncias que devem ser alocadas em cada período ao distrito de São Rafael (distrito 37). É possível verificar que nos dias úteis da semana (períodos 0 a 14) ocorrem realocações nesse distrito e nos fins de semana (períodos 15 a 20) a quantidade de ambulâncias que deve ser alocada a esse distrito é constante e igual a um.

Tabela 6.10 – Alocação de ambulâncias no distrito de São Rafael

Período	Quantidade de Ambulâncias	Período	Quantidade de Ambulâncias
0	2	11	1
1	2	12	2
2	1	13	2
3	2	14	1
4	2	15	1
5	1	16	1
6	1	17	1
7	2	18	1
8	1	19	1
9	2	20	1
10	2		

Fonte: Próprio autor

É possível também determinar as vizinhanças de atuação de cada base. Como explicitado no capítulo 3, essas vizinhanças são variáveis conforme o período de tempo considerado e incluem quais distritos devem ser atendidos a partir uma base posicionada num determinado distrito. Assim como as matrizes de realocação, as listas com as vizinhanças de todos os distritos possuem um tamanho que impossibilita sua apresentação integral nesta dissertação, porém, como exemplo, na Tabela 6.11 é apresentada, ao longo dos períodos, a vizinhança de atuação da base posicionada no distrito de Vila Mariana (distrito 78).

Vale ressaltar que caso o tempo de atendimento, ao invés de duas horas como previsto, fosse assumido como sendo de três horas, a cobertura esperada prevista cairia de 96% para 94%.

Os resultados contidos no ANEXO E, as matrizes de realocação e as listas com as vizinhanças de atuação das bases compõem um plano de operação sugerido para o SAMU SP, considerando um tempo de cobertura de 10 minutos, 140 viaturas e 80 bases, sendo 47 bases fixas com localização correspondente à atual e 33 móveis. Esse plano busca a otimização da cobertura esperada ao longo de uma semana, sendo que o resultado encontrado para essa cobertura pela solução do modelo matemático com o emprego do Algoritmo com Colônia de Abelhas é de aproximadamente 96% da demanda total.

avaliação preliminar da configuração atual e também foram testadas diversas combinações de parâmetros e quantidades de bases e viaturas.

O estudo preliminar da configuração atual, descrito na seção 6.3 mostrou que o posicionamento de seis bases adicionais em distritos específicos pode melhorar o tempo máximo de cobertura do sistema de 27 minutos para 16 minutos com cobertura superior a 99%.

Com os testes descritos na seção 6.5, foi possível constatar que, para os tempos de cobertura de 10 e 5 minutos, uma mesma cobertura esperada pode ser obtida com um número menor de bases e viaturas no caso de instâncias de teste livres em comparação com as instâncias de teste não livres, o que evidencia uma vantagem de não haver locais pré-definidos para as bases, ou seja, uma maior flexibilidade no posicionamento das bases apresenta vantagens para o sistema em termos de cobertura esperada. Não foi possível observar esse fato no caso em que se considera o tempo de cobertura de 15 minutos, o que indica que para esse tempo de cobertura o sistema estaria superdimensionado, com excesso de bases e viaturas.

Como o processo de planejamento depende dos dados coletados de demanda e tempos de transporte e também das bases e viaturas disponíveis, e uma vez que esses variam ao longo do tempo, as bases modulares apresentam vantagens em relação às bases fixas. Essas bases, também chamadas de bases móveis, podem ser realocadas em pouco tempo, tornando possível sempre readequar a localização e alocação dos recursos de atendimento conforme a mudança nos padrões de demanda e tempos de transporte. Ressalta-se que não foram realizados estudos de custos dos diferentes tipos de base, nem de suas necessidades de espaço físico, assim essa vantagem observada das bases móveis em relação às fixas, se restringe aos aspectos ligados a maior flexibilidade para posicionamento, melhoria de cobertura esperada do sistema e a possibilidade de realocação em curtos períodos de tempo (cerca de alguns dias) para acompanhamento das variações do sistema ao longo do tempo, sem levar em conta outros fatores.

Devem também ser consideradas as limitações deste estudo de caso. Não foi possível, no caso dos tempos de cobertura de 15 e 10 minutos, distinguir entre a cobertura esperada para diferentes quantidades de bases.

Outra limitação da análise é referente à divisão do município de São Paulo em 96 distritos. Uma vez que essa divisão foi adotada, o resultado da aplicação do algoritmo indica a localização das bases e alocação das viaturas considerando esses 96 distritos. Contudo, para o planejamento das localizações de bases, um distrito pode ainda ser uma área muito grande, havendo muitas opções de lugares para posicionar a base. Para que seja possível uma maior precisão da localização indicada pelo algoritmo, seria necessário dividir o município numa quantidade maior de distritos, como por exemplo, em bairros. Isso tornaria necessária uma nova e mais extensa coleta de dados, algo que pode ser futuramente encaminhado pelos gestores do SAMU SP.

Outra limitação da análise feita é ligada aos tempos de deslocamento. Eles foram considerados na análise de modo determinístico e levantados como tal. Contudo, nos grandes centros urbanos esses tempos de transporte podem variar muito em um mesmo período, fazendo necessária uma determinação probabilística desses tempos. Isso exigiria uma coleta de dados ainda mais extensa, porém poderia aproximar muito os resultados do modelo à realidade. Essa coleta pode posteriormente ser organizada pelos tomadores de decisão do SAMU SP, possivelmente com o uso de alguma ferramenta de rastreamento e localização automática de veículos (*Automatic Vehicle Location* – AVL).

Constatou-se também que, em todos os casos analisados, o tempo de atendimento de cada chamado é um fator determinante na cobertura esperada do sistema, sendo que o seu aumento resulta numa diminuição de desempenho do sistema em termos de cobertura esperada.

Como resultado global admite-se que o estudo de caso foi satisfatório para os fins dessa pesquisa, comprovando a capacidade de aplicação do modelo matemático e do método de solução desenvolvidos neste trabalho em casos reais, para planejamento de sistemas de atendimento emergencial.

7. CONCLUSÕES

Este trabalho teve como foco o estudo de um problema de planejamento de sistemas de atendimento emergencial do tipo resgate. Mais precisamente foi abordada a questão ligada à localização de bases e ao posicionamento de viaturas de atendimento nos diversos períodos de um horizonte de planejamento, que é relevante para um bom funcionamento do serviço. Esse posicionamento impacta diretamente o tempo de cobertura possível para atendimento aos cidadãos de um município, sendo que um menor tempo de cobertura resulta numa maior probabilidade de salvamento de pessoas.

Foram identificadas na literatura diversas abordagens para o problema, representadas por diferentes modelos matemáticos. Uma análise crítica das peculiaridades e premissas de cada modelo permitiu a proposição de um novo, que busca utilizar os pontos fortes de cada um dos anteriores, considerando também as características intrínsecas da operação de serviços de resgate em grandes centros urbanos. Especificamente, procurou-se levar em conta na modelagem algumas características desses centros: (i) variações no tempo de deslocamento de acordo com as mudanças horárias das condições de tráfego, (ii) variação dos padrões de demanda ao longo do tempo, decorrentes das alterações de densidade populacional ao longo do dia e da consequente variação de incidências de chamados nos diferentes locais de um município. Além disso, buscou-se uma formulação que considerasse a característica estocástica do processo de atendimento emergencial, representada basicamente pela probabilidade de um determinado chamado encontrar uma viatura disponível para atendimento e do tempo necessário para esse atendimento.

Com essas considerações foi possível propor um modelo matemático para o problema denominado neste trabalho de “Problema de localização de bases, alocação de veículos em múltiplos períodos, e realocação entre períodos subsequentes”. Esse modelo abrange outros pontos do problema além dos já citados: determinação do posicionamento de bases e da correspondente alocação de veículos feita de forma independente, possibilidade de consideração de mais de um tipo de veículos para diferentes tipos de demanda, diferentes tempos de cobertura para cada tipo de

veículo, consideração de capacidade de acomodação de viaturas nas bases e disponibilidade finita de recursos de atendimento (bases e viaturas).

Pode-se considerar que esse é um modelo bastante abrangente e pode ser aplicado a diversas de situações, como por exemplo: sistemas de ambulâncias com um ou mais tipos de veículos, sistemas de combate a incêndio e sistemas de atendimento à emergências policiais. Com isso conclui-se que foi atingido o objetivo de propor uma formulação matemática para o problema de atendimento emergencial em grandes centros urbanos.

A formulação matemática proposta possui algumas limitações como descrito no capítulo 3, e certamente pode ser melhorada. Um dos potenciais aprimoramentos seria a consideração do modelo do Hipercubo, que talvez permitisse a consideração da característica estocástica do problema com mais detalhes, sendo esse um potencial tema para pesquisa futura.

Além disso, a utilidade do modelo matemático pode ser verificada com sua utilização em casos práticos, além dos testes realizados nesta pesquisa, e além de sistemas de ambulâncias com dois tipos de veículo. Sendo assim, a validação do modelo com sua aplicação em outros problemas também consiste em um potencial campo para futuro aprimoramento.

Nesta pesquisa foi também desenvolvido um método de solução específico uma vez que o modelo matemático do problema possui complexidade não polinomial. Isso foi feito utilizando como embasamento a meta-heurística denominada Algoritmo de Colônia Artificial de Abelhas. A aplicação desta no problema em estudo resultou no Algoritmo com Colônia de Abelhas que resolve o problema considerando sua decomposição em dois subproblemas, o de localização de bases e alocação de viaturas, e o de realocação entre períodos subsequentes. O algoritmo desenvolvido utiliza estruturas de vizinhança simples para os procedimentos de busca local, que é aplicado extensivamente na busca de soluções, o que torna sua implementação simples.

Os testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas foram realizados em conjuntos de dados que, embora fictícios, foram elaborados considerando valores próximos a casos reais. Os resultados foram comparados, em termos de cobertura esperada e tempo total de processamento, com resultados de dois outros métodos exatos, que por sua vez resolvem o problema até a otimalidade. Esses testes, descritos no capítulo 5, indicam que o tempo total de processamento do Algoritmo com Colônia de Abelhas para problemas pequenos é grande em relação aos tempos de processamento dos métodos exatos. Porém, para conjuntos de dados cuja quantidade de pontos de demanda é grande, os métodos exatos não conseguiram resolver o problema, enquanto o Algoritmo com Colônia de Abelhas o fez em tempos computacionais razoáveis (por volta de algumas horas).

Sendo o Algoritmo com Colônia de Abelhas um método heurístico de solução para o problema, há um *Gap* de Otimalidade, que representa o quão distante uma determinada solução obtida está da solução ótima para um conjunto de dados. Os valores encontrados para essa diferença nos testes foram, em sua maioria, inferiores a 5%.

Ao mesmo tempo em que o Algoritmo com Colônia de Abelhas foi desenvolvido para solução do problema, ele também serviu para avaliar a meta-heurística de Colônia Artificial de Abelhas para solução de problemas de programação inteira com restrições. O algoritmo desenvolvido mostrou-se eficaz na solução do modelo matemático no sentido em que resolveu todos os conjuntos de dados utilizados nos testes de desempenho, e apresentou dois pontos fortes que merecem comentário: (i) sua implementação é relativamente simples e (ii) possui poucos parâmetros. Além disso, o algoritmo conseguiu resolver, em tempo hábil, problemas com características diversas: sistemas congestionados e não congestionados, sistemas com restrição de capacidade nas bases e sem restrição, sistemas com grande quantidade de pontos de demanda, sistemas com um elevado número de períodos de análise e sistemas com diversas quantidades de recursos bases e viaturas. Isso indica que a meta-heurística de Colônia Artificial de Abelhas é promissora para a solução de problemas de programação inteira com restrições.

Um dos possíveis desdobramentos desta pesquisa pode ser a utilização de outros tipos de meta-heurísticas para a construção de métodos de solução para o mesmo problema, ou ainda, a implementação de melhorias do Algoritmo com Colônia de Abelhas. Os resultados apontados por Chaves *et al.* (2007) indicam que a implementação da heurística de *Clustering Search* aliada a outros métodos de solução pode aprimorar muito os resultados de uma meta-heurística, uma vez que *clusters* de soluções de boa aptidão são encontrados no começo e ao longo do algoritmo e a busca no espaço de soluções viáveis ocorre de maneira mais eficiente. Isso aliado às simples estruturas de vizinhança do Algoritmo com Colônia de Abelhas pode melhorar os resultados encontrados nesta pesquisa.

Nesta dissertação também foi desenvolvido um estudo de caso no município de São Paulo. Através de um trabalho de coleta de dados, foi possível elaborar conjuntos de dados que representam o município, e com isso foram realizados diversos testes.

O estudo de caso do município de São Paulo foi realizado considerando o Sistema de Atendimento Móvel Pré-hospitalar de Urgência (SAMU SP), suas bases e viaturas. Os testes foram feitos levando em conta a variação de diversos parâmetros: número de bases e ambulâncias, tempo de atendimento de cada chamado e tempo de cobertura desejado.

Os resultados apontam que o Município de São Paulo pode chegar a um tempo de cobertura de 10 minutos com probabilidade esperada de atendimento acima de 95% considerando a quantidade de recursos existentes. Pode-se ainda, com um acréscimo do número de bases até um total de 96, chegar a um tempo de cobertura de cinco minutos com probabilidade esperada de atendimento acima de 95%. Essa é uma melhoria considerável que poderia aumentar ainda mais o desempenho do sistema em relação à sua configuração atual, como apresentado na seção 6.3.

Também foi apresentado um exemplo de planejamento do sistema SAMU SP, indicando para um caso em que se tenham 80 bases (47 bases fixas que correspondem às atuais e 33 bases móveis), 140 ambulâncias e deseja-se planejar o sistema para um tempo de cobertura de 10 minutos. Foi apresentado um plano de operação semanal, que indica em que locais devem ser posicionadas as bases e em

quais bases devem ser alocadas as ambulâncias ao longo do tempo. Com esse plano, a probabilidade esperada de atendimento dos chamados em até 10 minutos é de 96%.

Além disso, é possível observar que existem vantagens em operar com bases móveis, que podem ser reposicionadas em pouco tempo, ao invés de bases fixas que dificilmente podem ser trocadas de local. Os resultados indicam que, considerando a configuração atual do sistema SAMU SP, um determinado tempo de cobertura pode ser atingido com igual probabilidade com uma quantidade menor de bases no caso em que 100% delas são móveis.

Outra constatação diz respeito ao tempo de atendimento de cada chamado, que corresponde ao tempo em que uma viatura fica ocupada no atendimento de uma ocorrência. Esse tempo impacta na probabilidade de no momento da ocorrência de um chamado, haver ambulâncias disponíveis para atendimento nas redondezas do local. Os resultados obtidos indicam que um aumento nesse tempo causa uma deterioração na cobertura esperada do sistema. Essa é uma constatação que pode eventualmente indicar um ponto de atenção no sistema SAMU SP, pois pode ser uma maneira de melhorar a cobertura esperada do sistema.

Tudo o que foi desenvolvido nesta dissertação, especificamente o modelo matemático e o método de solução, podem ser incorporados ao processo de planejamento das redes de atendimento emergencial como uma ferramenta de apoio à decisão. Isso resulta no posicionamento de bases e alocação de ambulâncias que maximizam o nível de serviço para a população, fazendo com que os recursos, públicos ou privados, sejam empregados da melhor forma possível para salvar vidas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AKAY, B., KARABOGA, D., (2010). A modified Artificial Bee Colony algorithm for real-parameter optimization. *Information Science*. IN PRESS.

BAKER, J. R., CLAYTON E. R., MOORE, L. J., (1989). Redesign of primary response for county ambulance services areas. *European Journal of Operations Research* 41, 23-32.

BANHARNSAKUN A., ACHALAKUL T, SIRINAOVAKUL B. (2011). The best-so-far selection in Artificial Bee Colony algorithm. *Applied Soft Computing* 11 2888-2901.

BATTA, R., DOLAN, J., KRISHNAMURTHY, N., (1989). The maximal expected covering location problem: revisited. *Transport. Science*. 23, 277-287.

BIANCHI, G., CHURCH, R. L.,(1988). A hybrid fleet model for emergency medical service systems design. *Social Sci. Med.* 26, 163-171.

BRADLEY, S.P., HAX A. C., MAGNANTI T.L. *Applied Mathematical Programming*. Reading, MA: Addison-Wesley Publishing Company, 1977.

BRASIL, Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Censo Demográfico 2010.

BRASIL, Ministério da Saúde. Plano Estadual de Atendimento às Urgências e Emergências, Portaria nº 2048/GM, 5 de novembro de 2002.

BROTCORNE, L., LAPORTE, G., SEMET, F., (2003). Ambulance Location and Relocation Models. *European Journal of Operations Research* 147, 451-463.

CHAVES A.A., CORREA F.A., LORENA L.A.N. (2007). Clustering search heuristic for the capacitated p-median problem. *Advances in Software Computing Series* 44: 136–43.

CHURCH, R.L. e REVELLE, C. The maximal covering location problem. *Papers of the Regional Science Association* 32,101-118, 1974

CURKA, P. A., PEPE, P. E., GINGER, V. F., SHERRARD, R. C., Ivy, M. V., ZACHARIAH, B. S., 1992. Emergency Medical Services Priority Dispatch 1993. Washington D. C. *Annals...*

Washington D. C.: Annals of Emergency Medicine, 1993. Society for Academic Emergency Medicine, 1993.

DASKIN, M.S., STERN, E.H., (1981). A hierarchical objective set covering model for emergency medical service vehicle deployment. *Transportation Science* 15, 137–152.

DASKIN M. Network and discrete location: models, algorithms, and application. John Wiley&Sons;1995.

DASKIN, M. S., (1983). A maximum expected location model: Formulation, properties and heuristic solution. *Transportation Science* 7, 48–70.

FIGUEIREDO, A. P. S., LORENA, L. A. N. Localização de Ambulâncias: Uma aplicação para a cidade de São José dos Campos – SP. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SENSORIAMENTO REMOTO, XII, 2005. Goiânia. *Anais...* abril, 2005. p 1965-1972.

FITZSIMMONS, J. A., SULLIVAN, R. S., 1979. Establishing the Level of Service for Public Emergency Ambulance Systems. *Socio Economic Planning Science* 13, 235-239.

FITZSIMMONS, J. A., 1973. A methodology for emergency ambulance deployment. *Management Science* 19 (6), 627-636.

FUJIWARA, O., MAKJAMROEN, T., GUPTA, K. K., (1987). Ambulance deployment analysis: A case study of Bangkok. *European Journal of Operations Research* 31, 9-18.

GALVÃO, R.D., CHIYOSHI, F.Y. e MORABITO, R. (2005). Towards formulations and extensions of two classical probabilistic location models. *Computers and Operations Research*, 32, 15 - 33.

GAO W., LIU S. (2011). Improved artificial bee colony algorithm for global optimization. *Information Processing Letters* 111 871-882.

GAREY, M.R., JOHNSON, D.S. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness. Freeman, San Francisco, 1979.

GENDREAU, M., LAPORTE, G., SEMET, F., (1997). Solving an ambulance location model by tabu search. *Location Science* 5, 75–88.

GENDREAU, M., LAPORTE, G., SEMET, F., (2001). A dynamic model and parallel tabu search heuristic for real-time ambulance relocation. *Parallel Computing* 27, 1641-1653.

HILLIER, F. S., LIEBERMAN, G. J. Introduction to Operations Research. 8th Edition. McGraw-Hill College, 2004.

HOGAN, K., REVELLE, C.S., (1986). Concepts and applications of backup coverage. *Management Science* 34, 1434–1444.

JAYARAMAN, V., SRIVASTAVA, R., (1995). A Service Logistics Model for Simultaneous Siting of Facilities and Multiple Levels of Equipment. *Computers & Operations Research* 22 (2), 191-204.

KARABOGA, D., (2005). An idea based on honey bee swarm for numerical optimization. Technical report-TR06, Erciyes University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department.

KARABOGA, D., AKAY, B., (2009). A comparative study of Artificial Bee Colony algorithm. *Applied Mathematics and Computation* 214, 108-132.

KARABOGA D., BASTURK B. (2007). On the performance of artificial bee colony (ABC) algorithm. *Applied Soft Computing* 8 687-697.

KENNEDY, J., EBERHART, R. C. Swarm Intelligence. 1st Edition. Morgan Kaufmann, 2001.

LARSON, R.C., (1974). A hypercube queueing model for facility location and redistricting in urban emergency services. *Computers and Operations Research* 1, 67–95.

LUKE, S. Essentials of Metaheuristics. Department of Computer Science, George Mason University, USA. 2010.

MANDELL, M.B., (1998). Covering models for two-tiered emergency medical services systems. *Location Science* 6, 355– 368.

MARIANOV V., REVELLE C. (1994). The queuing probabilistic location set covering problem and some extensions. *Socio-Economic Planning Sciences* 28, 167–78.

MARIANOV V., REVELLE C. (1996). The Queueing Maximal Availability Location Problem: A model for the siting of emergency vehicles. *European Journal of Operations Research* 93, 110-120.

MEDINA, A. C. Modelos para dimensionamento de frota e localização de embarcações para atendimento de acidentes marítimos. 1996. 240p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica, São Paulo 1996.

NEMHAUSER G.L., WOSLEY L.A., 1988, Integer and Combinatorial Optimization, Wiley, New York, NY.

OLIVEIRA, L. K., GONÇALVES, M. B., (2003). METODOLOGIA PARA AVALIAR CENTRO DE EMERGÊNCIA: Aplicação ao Centro de Emergência da Polícia Militar de Santa Catarina. *Revista Produção Online*. Santa Catarina, v 4, n 2.

ORCON Services (1974), Ambulance service performance standards and measurements, Report to DHSS, Cranfield Institute of Technology.

OZBAKIR, L., BAYKASOGLU, A., TAPKAN, P., (2010). Bees algorithm for generalized assignment problem. *Applied Mathematics and Computation* 215, 3782-3795.

PANIGRAHI, B.K., SHI, Y., LIM, M-H. Handbook of Swarm Intelligence (Adaptation, Learning, and Optimization), Vol. 8, Springer-Verlag 2011.

RAJAGOPALAN, H.K., SAYDAM, C., XIAO, J., (2008). A multi-period set covering location model for dynamic redeployment of ambulances. *Computers & Operations Research* 35 (3), 814–826.

REPEDE, J.F., BERNARDO, J.J., (1994). Developing and validating a decision support system for locating emergency medical vehicles in Louisville, Kentucky. *European Journal of Operational Research* 75, 567–581.

REVELLE, C.S., HOGAN, K., (1989) a. The maximum availability location problem. *Transportation Science* 23, 192–200.

REVELLE C, HOGAN K ., (1989) b. The maximum reliability location problem and alpha-reliable p-center problems: derivatives of the probabilistic location set covering problem. *Annals of Operations Research* 18, 155–74.

REVELLE, C., MARIANOV, V., (1991). A probabilistic FLEET model with individual vehicle reliability requirements. *European Journal of Operations Research* 53, 93-105.

REVELLE, C., SNYDER, S., (1995). Integrated Fire and Ambulance Siting: A Deterministic Model. *Socio Economic Planning* 29 (4), 261-271.

SCHILLING, D. ELZINGA, D.J., COHON, J., CHURCH, R., REVELLE, C., (1979) The Team/Fleet Models for Simultaneous Facility and Equipment Siting. *Transportation Science*, v. 13, n. 2, p. 163-175.

SCHILLING, D. A., JAYARAMAN, V., BARKHI, R., (1993). A review of covering problems in facility location. *Location Science* v 1 n 1, 25–55.

SCHMID, V., DOERNER, K. F., (2010). Ambulance location and relocation problems with time-dependent travel times. *European Journal of Operations Research* 207, 1293–1303.

SINGER, M., DONOSO, P., (2008). Assessing an ambulance service with queuing theory. *Computers & Operations Research* 35, 2549-2560.

SOUZA, R. M. ANÁLISE DA CONFIGURAÇÃO DE SAMU UTILIZANDO O MODELO HIPERCUBO COM PRIORIDADE NA FILA E MÚLTIPLAS ALTERNATIVAS DE LOCALIZAÇÃO DE AMBULÂNCIAS. 2010. 243. Dissertação. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2010.

TALBI, E.-G. (2009) Frontmatter, in *Metaheuristics: From Design to Implementation*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA. doi: 10.1002/9780470496916.fmatter

TOREGAS, C.R., SWAIN, R., REVELLE, C.S., BERGMAN, L., (1971). The location of emergency service facilities. *Operations Research* 19, 1363–1373.

WINSTON, W. L., VENKATARAMANAN, M. Introduction to Mathematical Programming. 4th Edition. Brookes/Cole 2003.

ZHANG, C., OYUANG, D., NING, J., (2010). An artificial bee colony approach for clustering. *Expert Systems with Applications* 37, 4761-4767.

ANEXO A. DOCUMENTOS COMPONENTES DO REGISTRO DE UMA OCORRÊNCIA

The screenshot displays the 'ProQA para MPDS (3.4.3.30)' application window. The interface includes a menu bar with options like 'Arquivo', 'Exibir', 'Registros Especiais', 'Opções', 'Abas', 'Informação Adicional', 'Versão', and 'Sobre ProQA'. Below the menu is a toolbar with various icons. A digital clock shows '3:29'. The main area is divided into tabs: 'Entrada' (selected), 'PC', 'IPD/ICD', 'DLS', and 'Resumo'. The 'Entrada' tab contains several text input fields for recording incident details:

- O endereço é:
- O número do telefone é:
- O problema é:
- Com o paciente agora:
- O número de pessoas feridas (enfermas):
- A idade do paciente é:
- O sexo do paciente é:
- O paciente está acordado (consciente):
- O paciente está respirando:
- A Queixa Principal é:

A callout box on the right side of the form provides instructions: 'Entre a **localização mais exata** do paciente ou incidente e **verifique**. Inclua se é uma **casa, apartamento, comércio** ou **intersecção**. Obtenha as **coordenadas do rastreador** se disponíveis e aplicáveis.'

At the bottom right of the form is a button labeled 'Critical Caller Danger'. The bottom status bar shows 'SUPERVISOR' with the ID '0012000062' and the text 'O: BZP' and 'P: BZP - STD'.

Figura A.1 – Ficha de registro do início do atendimento telefônico

ProQA para MPDS (3.4.3.30)

Arquivo Exibir Registros Especiais Opções Abas Informação Adicional Versão Sobre ProQA

5:32 5:01 **31: Inconsciente / Desmaio (Quase)** 31-D-3

Entrada PC **IPD/ICD** DLS Resumo

a. Estou mandando uma **ambulância** agora para lhe ajudar. **Fique na linha** e eu lhe direi **exatamente** o que fazer a seguir.

b. (**=> 1 + ECHO, DELTA ou C-2**) Se houver um **desfibrilador** (aparelho de choque) disponível, **mande** alguém buscar um **agora** em caso de precisarmos de um mais tarde.

Informação Crítica de DEM

* **Permaneça na linha com a pessoa** se a condição dele parecer **instável** ou estiver **piorando**.

Links de DLS

Inconsciente ➔

Cartão X

RESP. INEFICAZ. e Não alerta

Controle de sangramento

Controle de sangramento nasal

INSTRUÇÕES PÓS-DESPACHO INFORMAÇÃO ADICIONAL

SUPERVISOR O: BZP 41 ano(s), Homem, Consciente, Respirando. Código: 31-D-3: Não alerta.
0012000062 P: BZP - STD

SS, SS

Figura A.2 – Ficha de registro e instruções dadas ao solicitante logo após o despacho de uma ambulância

ProQA para MPDS (3.4.3.30)

Arquivo Exibir Registros Especiais Opções Abas Informação Adicional Versão Sobre ProQA

6:25 5:01 **31: Inconsciente / Desmaio (Quase)** **31-D-3**

Entrada PC IPD/ICD **DLS** Resumo

C2 Verificar via respiratória Mant. via respiratória Cont. B-A-B

Ouçá com atenção.

(Não respira) Deite-o em posição **plana** com as **costas** no **chão** e **remova** qualquer **travesseiro**.

(Respira) Deite-o em posição **plana** de **costas** e **remova** qualquer **travesseiro**.

(3º TRIMESTRE) Deite-a virada para o **lado esquerdo** dela e **apoie** a parte inferior das costas dela com **um travesseiro**.

Ajoelhe-se ao lado dele e **olhe** dentro da **boca** para ver se há **alimento** ou **vômito**.

Parada cardíaca/respiratória Informação Adicional Tranquilize Limpar vômito Remoção de corpo estranho

Há algo na boca?

SUPERVISOR O: BZP 41 ano(s), Homem, Consciente, Respirando. Código: 31-D-3: Não alerta.
0012000062 P: BZP - STD

SS, SS

Figura A.3 – Ficha de registro e instruções passadas para o solicitante antes da chegada da ambulância

Figura A.4 – Ficha de registro do atendimento de viatura avançada – página 1

ESCALA DE COMA DE GLASGOW				ESCORE do TRAUMA revisado			
ADULTO		Menor de 5 anos		FREQÜÊNCIA RESPIRATÓRIA mv/min			
ABERTURA OCULAR		ABERTURA OCULAR		PRESSÃO SISTÓLICA (mmhg)			
Esontânea	4	4	Esontânea	10-29	4	4	
Com estímulo verbal	3	3	Com estímulo verbal	> 29	3	3	
Com estímulo doloroso	2	2	Com estímulo doloroso	6-9	2	2	
Nenhuma resposta	1	1	Nenhuma resposta	1-5	1	1	
RESPOSTA VERBAL		RESPOSTA VERBAL		GLASGOW			
Orientado	5	5	Orientado	13-15	4	4	
Confuso	4	4	Confuso	9-12	3	3	
Palavras inapropriadas	3	3	Palavras inapropriadas	6-8	2	2	
Sons ou gemidos	2	2	Sons ou gemidos	4-5	1	1	
Nenhuma	1	1	Nenhuma	3	0	0	
RESPOSTA MOTORA		RESPOSTA MOTORA		ESCORE INICIAL: (na cena)			
Obedece comandos	6	6	Obedece comandos	ESCORE FINAL: (chegada ao hospital)			
Localiza a dor	5	5	Localiza a dor				
Retira o membro	4	4	Retira o membro				
Flexão	3	3	Flexão				
Extensão	2	2	Extensão				
Nenhuma resposta	1	1	Nenhuma resposta				
Procedimentos Efectuados							
☐ Adm Oxigênio ☐ Massagem Cardíaca ☐ Intraóssea ☐ Desfibrilação ☐ Sutura ☐ Guedel ☐ Punção Torácica ☐ Flebotomia ☐ Oximetria ☐ Amputação ☐ Aspição ☐ Drenagem Torácica ☐ Colar Cervical ☐ Colar Cervical ☐ KED / Prancha Curta ☐ Intubação (OT, NT) ☐ Veia Periférica ☐ Sonda Gástrica ☐ Imobilização Membros ☐ Prancha Longa ☐ Cricot ☐ Intracath ☐ Sonda Vesical ☐ Curativo ☐ Bomba de Infusão							
Avaliação				Avaliação			
Monitor ECG				Oximetria			
				Inicial			
				Final			
Reposição Volêmica / Medicamentos							
Remoção: Removido para _____ Médico Resp _____							
Removido por Outros ☐ Quem: _____							
Chamado não Localizado ☐ Vítima Evadiu-se ☐ Outros _____							
Óbito ☐ Sim ☐ Não Responsável do Local _____							
☐ no Local ☐ na Ambulância ☐ no Hospital							
Recusa do Atendimento							
Eu, abaixo assinado, devidamente orientado e ciente dos risco, recuso o atendimento, assumo total responsabilidade de tal recusa, isentando o serviço de Atendimento Pré Hospitalar de qualquer responsabilidade advinda deste ato							
Assinatura _____ Documento _____							
Testemunha Nome _____							
Assinatura _____ Documento _____							
Dados da Equipe							
Médico _____				CRM _____ RF _____			
Enfermeira _____				COREN _____ RF _____			
Motorista _____				RF _____			
	CHAMADO	SAÍDA DA BASE	CHEGADA LOCAL	SAÍDA LOCAL	CHEGADA HOSPITAL	RETORNO À BASE	
HORÁRIO							

Figura A.5 – Ficha de registro do atendimento de viatura avançada – página 2

PREFEITURA DO MUNICÍPIO DE SÃO PAULO SECRETARIA MUNICIPAL DA SAÚDE ATENDIMENTO PRÉ-HOSPITALAR SISTEMATIZAÇÃO DO ATENDIMENTO SUPPORTO BÁSICO				SAMU 192		Nº DE ORDEM <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
DATA: ____/____/____		BASE: _____		PRIORIDADE: ☐ 1 ☐ 2		EM TRÂNSITO ☐ AMBULÂNCIA <input type="text"/> PG GUIA/LETRA Nº <input type="text"/>	
MOTIVO DA SOLICITAÇÃO							
LOCAL DA OCORRÊNCIA ☐ RESIDÊNCIA ☐ VIA-PÚBLICA ☐ OUTROS				RÁDIO OPERADOR			
RUA/AV. _____				BAIRRO _____			
REFERÊNCIA _____							
SOLICITANTE _____							
DADOS DA VÍTIMA							
NOME _____				IDADE SEXO: M ☐ F ☐ ETNIA: B ☐ N ☐			
ENDEREÇO: _____							
BAIRRO: _____		CIDADE _____		TELEFONE -			
H. CHAMADO	H. TRANSMISSÃO	H. SAÍDA	H. CHEGADA LOCAL	H. SAÍDA LOCAL	H. CHEGADA HOSPITAL	H. SAÍDA HOSPITAL	H. RETORNO BASE
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
SITUAÇÃO NO LOCAL							
☐ MORTE ÓBIVA		☐ ENDEREÇO NÃO LOCALIZADO		☐ CHAMADO FALSO		☐ EVADIU-SE DO LOCAL	
☐ LIBERADO DR. (A) _____							
DESCRIÇÃO DA CENA _____							
ANTECEDENTES MÉDICOS							
1 ☐ ANGINA		2 ☐ INSUF. CARDÍACA		3 ☐ ASMA/BRONQUITE		4 ☐ AVC	
5 ☐ HIPERTENSÃO		6 ☐ CONVULSÕES		7 ☐ DIABETES		8 ☐ OUTROS _____	
MEDICAÇÃO EM USO _____							
ALERGIAS _____							
AVALIAÇÃO PRIMÁRIA		AV. SECUNDÁRIA		LOCAIS DAS LESÕES		PELE:	
☐ CONSCIENTE		Inical RESP _____ MPM				☐ CORADA ☐ DESCORADA ☐ DERMÁTICA ☐ ÚMIDA ☐ SECA	
☐ INCONSCIENTE		☐ IRREGULAR				PUPILAS DIREITO - ESQUERDO ☐ REATIVO ☐ NÃO REATIVO	
LIB. VIA AÉREA ☐ SIM ☐ NÃO		PULSO _____ BPM					
RESPIRAÇÃO ☐ SIM ☐ NÃO		☐ RÍTMICO					
PULSO: ☐ SIM ☐ NÃO		☐ ARRÍTMICO					
HEMORRÁGIA: ☐ SIM ☐ NÃO		PA _____ X _____ mmHg					
OUTROS SINAIS OU LESÕES				AV. SECUNDÁRIA			
CABEÇA: _____				Final RESP _____ MPM			
PEITO: _____				☐ IRREGULAR			
TÓRAX: _____				☐ RÍTMICO			
DORSO: _____				☐ ARRÍTMICO			
				PA _____ X _____ mmHg			
PROCEDIMENTOS				MEMBROS SUPERIORES:			
☐ LIB. VIAS AÉREAS (guedes)				☐ CURATIVO, ONDE? _____			
☐ VENTILAÇÃO				☐ IMOBILIZAÇÃO PROVISÓRIA, ONDE? _____			
☐ OXIGÊNIO				☐ FRANJA LONGA ☐ CURTA ☐ KED ☐ TALA ☐ BANDAGEM			
☐ COMPRESSÃO CARDÍACA EXTERNA				☐ OCLUSIVO ☐ COMPRESSIVO			
☐ HEMOSTASIA				☐ CONTENSÃO			
☐ COLAR CERVICAL							
REMOÇÃO							
REMOVIDO PARA: _____ F.O. Nº _____ RECEBIDO POR: _____							
SOLICITAÇÃO DE APOIO: _____							
REMOVIDO POR: ☐ S.A.V. ☐ BOMBEIRO ☐ POLÍCIA ☐ PRIVADO ☐ TERCEIROS							
RECUSA DE ATENDIMENTO							
Eu, abaixo assinado, devidamente orientado e ciente dos riscos, recuso o atendimento, assumo total responsabilidade de tal recusa, isentando o serviço de atendimento pré-hospitalar de qualquer responsabilidade advinda deste ato.							
Assinatura do paciente ou responsável _____				Documento _____			
MOTIVO FINAL DO ATENDIMENTO							
AUXILIAR DE ENFERMAGEM		AUXILIAR DE ENFERMAGEM		RÁDIO OP			
				MOTORISTA			
NOME _____		NOME _____		NOME _____			
RF _____		RF _____		RF _____			
Corren - SP _____		Corren - SP _____		Corren - SP _____			
GERENTE/SUPERVISÃO _____							

Figura A.6 - Ficha de registro do atendimento de viatura básica

ANEXO B. RESULTADOS DOS TESTES DE PARAMETRIZAÇÃO

Figura B.1 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100

Figura B.2 – Testes de parametrização - P=30, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100

Figura B.3 – Testes de parametrização - P=40, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100

Figura B.4 – Testes de parametrização - P=50, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100

Figura B.5 – Testes de parametrização - P=20, limit=50, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100

Figura B.6 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100

Figura B.7 – Testes de parametrização - P=20, limit=500, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100

Figura B.8 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=1000, p_aleatorio=20% e n_tent=100

Figura B.9 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100

Figura B.10 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=10000, p_aleatorio=20% e n_tent=100

Figura B.11 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100

Figura B.12 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=40% e n_tent=100

Figura B.13 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=60% e n_tent=100

Figura B.14 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=100

Figura B.15 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=500

Figura B.16 – Testes de parametrização - P=20, limit=100, MCN=5000, p_aleatorio=20% e n_tent=1000

ANEXO C. RESULTADOS DOS TESTES DE DESEMPENHO

Figura C.1 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 300_70_80-4_40-8_150_0

Figura C.2 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 300_70_80-4_40-8_150_1

Figura C.3 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 300_70_80-4_40-8_3_0

Figura C.4 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 300_70_80-4_40-8_3_1

Figura C.5 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 200_50_80-4_40-8_150_0

Figura C.6 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 200_50_80-4_40-8_150_1

Figura C.7 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 200_50_80-4_40-8_3_0

Figura C.8 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 200_50_80-4_40-8_3_1

Figura C.9 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 150_50_80-4_40-8_150_0

Figura C.10 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 150_50_80-4_40-8_150_1

Figura C.11 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 150_50_80-4_40-8_3_0

Figura C.12 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 150_50_80-4_40-8_3_1

Figura C.13 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 100_30_30-4_15-8_150_0

Figura C.14 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 100_30_30-4_15-8_150_1

Figura C.15 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 100_30_30-4_15-8_3_0

Figura C.16 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 100_30_30-4_15-8_3_1

Figura C.17 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 50_30_30-4_15-8_150_0

Figura C.18 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 50_30_30-4_15-8_150_1

Figura C.19 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 50_30_30-4_15-8_3_0

Figura C.20 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 50_30_30-4_15-8_3_1

Figura C.21 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 25_15_20-4_10-8_150_0

Figura C.22 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 25_15_20-4_10-8_150_1

Figura C.23 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 25_15_20-4_10-8_3_0

Figura C.24 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas – 25_15_20-4_10-8_3_1

Figura C.25 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-1-100_30_30-4_15-8_150_0

Figura C.26 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-1-100_30_30-4_15-8_150_1

Figura C.27 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-1-100_30_30-4_15-8_3_0

Figura C.28 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-1-100_30_30-4_15-8_3_1

Figura C.29 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-2-100_30_30-4_15-8_150_0

Figura C.30 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-2-100_30_30-4_15-8_150_1

Figura C.31 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-2-100_30_30-4_15-8_3_0

Figura C.32 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-2-100_30_30-4_15-8_3_1

Figura C.33 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-3-100_30_30-4_15-8_150_0

Figura C.34 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-3-100_30_30-4_15-8_150_1

Figura C.35 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-3-100_30_30-4_15-8_3_0

Figura C.36 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-3-100_30_30-4_15-8_3_1

Figura C.37 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-4-100_30_30-4_15-8_150_0

Figura C.38 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-4-100_30_30-4_15-8_150_1

Figura C.39 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-4-100_30_30-4_15-8_3_0

Figura C.40 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-4-100_30_30-4_15-8_3_1

Figura C.41 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-5-100_30_30-4_15-8_150_0

Figura C.42 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-5-100_30_30-4_15-8_150_1

Figura C.43 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-5-100_30_30-4_15-8_3_0

Figura C.44 – Testes de desempenho do Algoritmo com Colônia de Abelhas-5-100_30_30-4_15-8_3_1

ANEXO D. TABELAS DE RESULTADOS DO ESTUDO DE CASO

Tabela D.1 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 2h – Tempo de cobertura = 15min

Instância de teste não livre - tempo de atendimento = 2h - tempo de cobertura = 15min												
		Quantidade de bases										
		50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	96
Quantidade de Ambulâncias	50	0,0%	0,0%	82,3%	82,7%	83,1%	82,2%	81,5%	81,1%	81,2%	80,0%	80,3%
	60	0,0%	0,0%	88,2%	88,7%	88,4%	87,2%	86,7%	85,8%	85,3%	84,0%	83,4%
	70	0,0%	0,0%	92,0%	91,9%	92,1%	91,5%	90,8%	89,6%	89,2%	88,2%	87,8%
	80	0,0%	0,0%	95,5%	94,8%	94,7%	94,2%	93,5%	93,0%	92,5%	92,3%	91,4%
	90	0,0%	0,0%	96,7%	97,2%	97,0%	96,3%	96,0%	95,5%	95,4%	94,7%	94,6%
	100	0,0%	0,0%	97,8%	98,4%	98,5%	98,2%	97,8%	97,3%	96,8%	97,2%	97,0%
	110	0,0%	0,0%	97,2%	98,6%	98,8%	99,0%	98,9%	98,7%	98,3%	98,3%	98,5%
	120	0,0%	0,0%	97,7%	98,8%	99,1%	99,1%	99,5%	99,3%	99,2%	99,1%	99,1%
	130	0,0%	0,0%	98,1%	99,4%	99,4%	99,4%	99,4%	99,4%	99,5%	99,5%	99,5%
	140	0,0%	0,0%	98,5%	99,6%	99,7%	99,7%	99,6%	99,6%	99,7%	99,7%	99,7%

Tabela D.2 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 3h – Tempo de cobertura = 15min

Instância de teste não livre - tempo de atendimento = 3h - tempo de cobertura = 15min												
		Quantidade de bases										
		50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	96
Quantidade de Ambulâncias	50	0,0%	0,0%	76,0%	76,4%	77,0%	76,2%	75,3%	75,2%	75,2%	73,8%	74,0%
	60	0,0%	0,0%	84,0%	83,8%	83,2%	82,6%	81,7%	80,8%	80,4%	78,6%	78,6%
	70	0,0%	0,0%	88,1%	88,4%	88,3%	87,7%	87,1%	86,0%	85,7%	84,1%	83,7%
	80	0,0%	0,0%	92,7%	92,3%	91,8%	91,3%	91,0%	89,8%	90,2%	89,3%	88,3%
	90	0,0%	0,0%	95,0%	94,9%	94,7%	94,1%	93,4%	93,3%	92,6%	92,5%	92,5%
	100	0,0%	0,0%	95,1%	96,6%	96,9%	96,6%	96,0%	95,6%	95,5%	95,2%	95,4%
	110	0,0%	0,0%	96,5%	97,1%	97,5%	97,6%	97,7%	97,5%	97,0%	97,0%	96,8%
	120	0,0%	0,0%	97,4%	97,7%	97,9%	98,0%	98,2%	98,2%	98,3%	98,3%	98,1%
	130	0,0%	0,0%	97,8%	98,6%	98,9%	98,8%	98,7%	98,7%	98,8%	98,9%	98,9%
	140	0,0%	0,0%	97,8%	99,1%	99,4%	99,3%	99,2%	99,2%	99,3%	99,2%	99,2%

Tabela D.3 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 4h – Tempo de cobertura = 15min

Instância de teste não livre - tempo de atendimento = 4h - tempo de cobertura = 15min												
		Quantidade de bases										
		50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	96
Quantidade de Ambulâncias	50	0,0%	0,0%	70,9%	71,0%	71,2%	70,5%	69,6%	69,2%	69,5%	68,7%	68,3%
	60	0,0%	0,0%	79,0%	78,8%	78,8%	77,9%	77,2%	76,0%	76,0%	73,9%	73,2%
	70	0,0%	0,0%	84,4%	85,0%	84,5%	84,0%	83,1%	82,4%	82,0%	80,4%	79,9%
	80	0,0%	0,0%	89,0%	89,2%	88,9%	88,4%	87,7%	87,0%	86,2%	85,6%	85,0%
	90	0,0%	0,0%	91,5%	92,3%	92,1%	91,8%	91,0%	90,8%	90,1%	90,0%	89,2%
	100	0,0%	0,0%	92,6%	94,3%	94,6%	94,5%	93,9%	93,3%	92,8%	92,6%	93,1%
	110	0,0%	0,0%	93,8%	95,2%	95,7%	95,9%	96,0%	95,8%	95,6%	95,2%	95,1%
	120	0,0%	0,0%	94,8%	96,0%	97,0%	96,9%	96,8%	96,9%	97,0%	97,1%	96,9%
	130	0,0%	0,0%	96,1%	97,0%	97,9%	97,8%	98,2%	98,0%	97,9%	98,1%	97,9%
	140	0,0%	0,0%	96,9%	98,7%	98,8%	98,9%	98,7%	98,5%	98,5%	98,7%	98,6%

Tabela D.4 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 2h – Tempo de cobertura = 15min

Instância de teste livre - tempo de atendimento = 2h - tempo de cobertura = 15min												
		Quantidade de bases										
		50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	96
Quantidade de Ambulâncias	50	85,0%	85,5%	86,0%	85,0%	84,6%	83,9%	83,1%	82,9%	81,8%	80,4%	80,3%
	60	90,5%	90,6%	90,6%	90,3%	89,4%	88,5%	87,6%	86,5%	85,7%	84,0%	83,3%
	70	94,1%	94,3%	94,1%	93,7%	93,0%	92,3%	91,2%	90,4%	89,7%	88,1%	87,9%
	80	96,2%	96,6%	96,6%	95,9%	95,2%	94,7%	94,1%	93,6%	92,4%	91,7%	91,6%
	90	97,5%	97,7%	97,9%	98,0%	97,5%	96,5%	95,8%	95,5%	95,4%	95,0%	94,7%
	100	98,2%	98,4%	98,5%	98,7%	98,7%	98,4%	98,0%	97,3%	97,3%	97,1%	97,1%
	110	98,7%	98,8%	98,8%	99,0%	98,9%	99,0%	99,0%	98,6%	98,5%	98,2%	98,3%
	120	99,2%	99,1%	99,3%	99,3%	99,2%	99,2%	99,2%	99,2%	99,2%	99,1%	99,0%
	130	99,5%	99,5%	99,6%	99,5%	99,5%	99,5%	99,4%	99,5%	99,5%	99,5%	99,5%
	140	99,7%	99,7%	99,8%	99,8%	99,7%	99,8%	99,8%	99,7%	99,6%	99,7%	99,6%

Tabela D.5 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 3h – Tempo de cobertura = 15min

Instância de teste livre - tempo de atendimento = 3h - tempo de cobertura = 15min												
		Quantidade de bases										
		50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	96
Quantidade de Ambulâncias	50	78,6%	79,1%	79,7%	79,7%	78,8%	77,7%	77,0%	76,6%	74,9%	74,0%	73,9%
	60	84,1%	84,9%	86,3%	85,7%	85,0%	84,1%	83,0%	81,9%	80,5%	78,8%	78,2%
	70	88,9%	90,0%	90,3%	90,0%	89,8%	89,0%	87,9%	87,1%	85,6%	84,4%	83,7%
	80	92,5%	93,2%	93,4%	93,3%	92,6%	92,0%	91,5%	90,5%	89,7%	89,5%	88,7%
	90	94,8%	95,6%	96,0%	96,0%	95,5%	94,4%	93,8%	93,3%	93,1%	92,4%	92,2%
	100	96,5%	96,7%	96,7%	97,1%	97,1%	96,9%	96,2%	95,7%	95,4%	95,0%	95,1%
	110	97,5%	97,5%	97,5%	97,7%	97,8%	97,8%	97,7%	97,5%	97,3%	96,6%	96,6%
	120	98,4%	98,2%	98,3%	98,5%	98,2%	98,4%	98,3%	98,3%	98,3%	98,2%	98,2%
	130	98,8%	98,9%	98,8%	99,0%	99,0%	99,0%	98,8%	98,8%	98,9%	98,9%	98,8%
	140	99,3%	99,3%	99,3%	99,4%	99,5%	99,4%	99,4%	99,2%	99,3%	99,3%	99,2%

Tabela D.6 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 4h – Tempo de cobertura = 15min

Instância de teste livre - tempo de atendimento = 4h - tempo de cobertura = 15min												
		Quantidade de bases										
		50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	96
Quantidade de Ambulâncias	50	72,7%	71,9%	73,2%	73,4%	72,5%	71,6%	71,2%	70,4%	69,7%	68,3%	68,4%
	60	79,4%	79,7%	80,8%	80,7%	80,3%	79,5%	78,9%	76,5%	76,2%	74,0%	73,2%
	70	83,8%	85,2%	85,9%	86,3%	85,7%	85,2%	84,2%	83,1%	82,0%	80,4%	80,1%
	80	88,3%	89,5%	89,8%	89,8%	89,7%	89,1%	88,3%	87,4%	86,6%	85,5%	85,3%
	90	91,7%	91,7%	92,5%	93,0%	92,8%	92,1%	91,3%	90,5%	90,2%	89,8%	89,6%
	100	94,0%	94,1%	94,6%	94,9%	94,9%	94,8%	94,3%	93,2%	92,9%	92,7%	92,8%
	110	95,4%	95,6%	96,0%	96,1%	96,1%	96,1%	96,2%	95,6%	95,5%	95,2%	94,9%
	120	96,4%	96,8%	97,0%	97,2%	97,1%	96,9%	97,0%	97,0%	97,1%	97,1%	97,0%
	130	97,6%	97,9%	98,1%	98,1%	98,1%	98,1%	97,8%	98,1%	98,0%	97,9%	98,1%
	140	98,4%	98,6%	98,7%	98,9%	98,8%	98,9%	98,7%	98,5%	98,7%	98,7%	98,7%

Tabela D.7 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 2h – Tempo de cobertura = 10min

Instância de teste não livre - tempo de atendimento = 2h - tempo de cobertura = 10min												
		Quantidade de bases										
		50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	96
Quantidade de Ambulâncias	50	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	60	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	70	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	77,5%	78,0%	78,4%	78,2%	78,0%
	80	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	81,4%	81,7%	81,8%	81,4%	81,4%
	90	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	85,3%	85,5%	85,1%	84,4%	84,2%
	100	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	88,2%	88,2%	87,9%	87,4%	87,3%
	110	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	91,5%	91,3%	90,6%	89,8%	89,6%
	120	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	93,7%	93,8%	93,4%	92,7%	92,3%
	130	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	95,1%	95,7%	95,4%	94,7%	94,7%
	140	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	96,1%	96,7%	96,7%	96,5%	96,3%

Tabela D.8 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 3h – Tempo de cobertura = 10min

Instância de teste não livre - tempo de atendimento = 3h - tempo de cobertura = 10min												
		Quantidade de bases										
		50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	96
Quantidade de Ambulâncias	50	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	60	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	70	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	71,6%	72,0%	71,6%	72,2%	72,0%
	80	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	76,1%	76,6%	76,5%	76,2%	76,1%
	90	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	80,7%	81,0%	80,6%	80,0%	79,8%
	100	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	84,3%	84,1%	84,3%	83,7%	83,6%
	110	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	88,3%	88,0%	87,5%	86,8%	86,5%
	120	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	90,7%	91,2%	90,8%	90,2%	89,8%
	130	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	92,6%	93,1%	93,1%	92,6%	92,4%
	140	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	93,8%	94,6%	94,7%	94,5%	94,3%

Tabela D.9 – Estudo de caso - instância de teste não livre - tempo de atendimento = 4h – Tempo de cobertura = 10min

Instância de teste não livre - tempo de atendimento = 4h - tempo de cobertura = 10min												
		Quantidade de bases										
		50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	96
Quantidade de Ambulâncias	50	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	66,3%	66,8%	67,1%	66,9%	66,7%
	60	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	71,2%	71,8%	71,9%	71,6%	71,5%
	70	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	76,4%	76,4%	76,7%	75,8%	75,6%
	80	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	80,4%	80,7%	80,5%	80,1%	79,8%
	90	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	84,8%	84,7%	84,3%	83,6%	83,4%
	100	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	87,6%	88,0%	87,9%	87,4%	87,0%
	110	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	89,5%	90,3%	90,5%	90,0%	89,9%
	120	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	91,2%	91,9%	92,2%	92,2%	92,0%
	130	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	140	status	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Tabela D.10 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 2h – Tempo de cobertura = 10min

Instância de teste livre - tempo de atendimento = 2h - tempo de cobertura = 10min												
		Quantidade de bases										
		50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	96
Quantidade de Ambulâncias	50	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	60	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	70	0,0%	0,0%	0,0%	80,2%	79,5%	78,8%	78,9%	79,4%	79,0%	78,2%	78,0%
	80	0,0%	0,0%	0,0%	84,8%	84,4%	84,0%	83,2%	82,6%	82,2%	81,4%	81,4%
	90	0,0%	0,0%	0,0%	88,0%	87,8%	87,3%	86,2%	86,2%	85,5%	84,3%	84,2%
	100	0,0%	0,0%	0,0%	91,6%	91,6%	90,6%	89,0%	88,9%	88,2%	87,4%	87,2%
	110	0,0%	0,0%	0,0%	93,1%	93,4%	93,2%	92,9%	92,0%	90,9%	89,8%	89,6%
	120	0,0%	0,0%	0,0%	93,9%	95,1%	95,1%	94,5%	94,2%	93,9%	92,7%	92,4%
	130	0,0%	0,0%	0,0%	94,7%	96,0%	96,2%	95,9%	95,9%	95,6%	94,7%	94,6%
	140	0,0%	0,0%	0,0%	95,6%	96,7%	96,8%	96,8%	97,0%	96,9%	96,5%	96,3%

Tabela D.11 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 3h – Tempo de cobertura = 10min

Instância de teste livre - tempo de atendimento = 3h - tempo de cobertura = 10min												
		Quantidade de bases										
		50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	96
Quantidade de Ambulâncias	50	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	60	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	70	0,0%	0,0%	0,0%	74,0%	72,9%	72,9%	73,3%	72,7%	72,8%	72,2%	72,0%
	80	0,0%	0,0%	0,0%	79,2%	78,8%	78,4%	77,9%	76,9%	77,2%	76,2%	76,1%
	90	0,0%	0,0%	0,0%	83,3%	82,9%	82,1%	81,8%	81,4%	81,5%	80,0%	79,7%
	100	0,0%	0,0%	0,0%	87,6%	87,5%	86,6%	85,2%	84,7%	84,4%	83,8%	83,6%
	110	0,0%	0,0%	0,0%	89,7%	89,7%	89,8%	89,4%	88,5%	88,0%	86,7%	86,5%
	120	0,0%	0,0%	0,0%	90,0%	91,7%	91,6%	91,6%	91,3%	91,3%	90,2%	89,8%
	130	0,0%	0,0%	0,0%	91,7%	93,2%	93,5%	93,2%	93,4%	93,3%	92,5%	92,4%
	140	0,0%	0,0%	0,0%	92,9%	94,3%	94,5%	94,5%	94,8%	94,8%	94,5%	94,3%

Tabela D.12 – Estudo de caso - instância de teste livre - tempo de atendimento = 4h – Tempo de cobertura = 10min

Instância de teste livre - tempo de atendimento = 4h - tempo de cobertura = 10min												
		Quantidade de bases										
		50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	96
Quantidade de Ambulâncias	50	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	60	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
	70	0,0%	0,0%	0,0%	68,4%	67,5%	67,8%	67,4%	67,9%	67,6%	66,9%	66,7%
	80	0,0%	0,0%	0,0%	73,1%	73,6%	73,3%	73,1%	72,8%	72,2%	71,6%	71,5%
	90	0,0%	0,0%	0,0%	78,5%	77,8%	77,8%	77,2%	77,4%	76,6%	75,8%	75,6%
	100	0,0%	0,0%	0,0%	82,6%	82,6%	82,4%	81,4%	81,0%	80,9%	80,0%	79,8%
	110	0,0%	0,0%	0,0%	84,9%	86,0%	86,3%	85,8%	85,0%	84,7%	83,7%	83,3%
	120	0,0%	0,0%	0,0%	86,9%	87,6%	88,3%	88,3%	88,3%	88,2%	87,4%	87,0%
	130	0,0%	0,0%	0,0%	88,9%	89,8%	90,0%	90,4%	90,5%	90,7%	90,0%	89,9%
	140	0,0%	0,0%	0,0%	90,2%	91,4%	91,8%	91,9%	92,1%	92,4%	92,1%	92,0%

ANEXO E. EXEMPLO DE PLANEJAMENTO

Este anexo apresenta um exemplo de planejamento do sistema de atendimento do SAMU SP. Foi considerado como horizonte de planejamento o período de uma semana, assumiu-se um tempo de cobertura desejada de 10 minutos e um tempo de atendimento de duas horas. As quantidades de recursos consideradas foram: 140 viaturas, 47 bases fixas com localização idêntica à atual, e 33 bases móveis.

Este plano apresenta as localizações de bases e viaturas recomendadas ao longo do período. A cobertura esperada para o plano é de 96%.

O planejamento referente a quais distritos devem conter bases e quantas bases devem estar posicionadas nesses distritos em cada um dos períodos de tempo é apresentado nas Tabelas E.1 e E.2.

Tabela E.2 – Exemplo de planejamento para o SAMU SP – Parte 2

Distrito	Contém base?	Quantidade de ambulâncias no período																				
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
48	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1
49	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
50	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
51	1	2	2	3	2	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	3	1	2	3	1	1	3
52	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1
53	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
54	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	2	3	1
55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
56	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1
57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
58	1	2	2	2	2	2	2	2	2	3	2	2	3	2	2	3	1	1	1	1	1	1
59	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2	2	1	1	1	2	1	1	3
60	1	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	1	2
61	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	2	2	2	3	3	1	3	3	1
62	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1
63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
64	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1
65	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	2
66	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
67	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1
68	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	2
69	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1
70	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
71	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	2	1	1	2
72	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	2	3	3
73	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75	1	2	2	1	2	2	1	2	2	2	2	2	1	2	2	1	2	3	1	2	2	1
76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
77	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	1	1	3
78	1	2	2	3	2	2	3	2	2	3	2	2	3	2	2	3	3	3	3	3	3	3
79	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1
80	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1
81	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	2
82	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	2	2
83	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
84	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1
85	1	2	2	3	2	2	3	2	2	3	2	2	3	2	2	3	1	1	3	1	1	3
86	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1
87	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
88	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
89	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
90	1	2	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
91	1	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2
92	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	1
93	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
94	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
95	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	1	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1