PAULO KENJI MATSUO

**MODELAGEM DE REDES DE TRANSPORTE PARA TERMINAIS
MULTIALOCADOS E CAPACITADOS DE CARGA PARCELADA**

São Paulo

2014

PAULO KENJI MATSUO

**MODELAGEM DE REDES DE TRANSPORTE PARA TERMINAIS
MULTIALOCADOS E CAPACITADOS DE CARGA PARCELADA**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Engenharia de Sistemas Logísticos.

São Paulo

2014

PAULO KENJI MATSUO

**MODELAGEM DE REDES DE TRANSPORTE PARA TERMINAIS
MULTIALOCADOS E CAPACITADOS DE CARGA PARCELADA**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Engenharia de Sistemas Logísticos.

Área de concentração:
Engenharia de Sistemas Logísticos

Orientador:
Prof. Dr. Claudio Barbieri da Cunha

São Paulo

2014

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de dezembro de 2014.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Matsuo, Paulo Kenji

**Modelagem de redes de transporte para terminais multi-
alocados e capacitados de carga parcelada / P.K. Matsuo. --
versão corr. -- São Paulo, 2014.
117 p.**

**Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.**

**1.Logística 2.Transportes (Modelagem) 3.Terminais de carga
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento
de Engenharia de Produção II.t.**

AGRADECIMENTOS

A Deus primeiramente, toda a honra.

Ao Prof. Dr. Claudio Barbieri da Cunha pela orientação precisa em todos os momentos.

À minha esposa Tathiane e a minha família pelo apoio incansável.

A todos os professores e colegas da USP e aos meus amigos da empresa “Alfa” que de alguma forma me ajudaram na realização deste sonho.

RESUMO

O presente trabalho aborda a temática da modelagem de redes de transporte para terminais multialocados e capacitados de carga parcelada através de métodos quantitativos aplicados em Pesquisa Operacional, onde o objetivo principal é minimizar o custo total, além de determinar a configuração ótima da rede, levando-se em consideração os custos de transporte ponto a ponto, a capacidade de processamento de carga dos *hubs* e os custos de alocação dos mesmos.

Uma rede *Hub and Spoke* é configurada de forma que as estações geradoras de cargas (*spoke*) se comunicam única e exclusivamente com os terminais consolidadores (*hubs*) que, por sua vez, direcionam as cargas para as estações destino. Esta operação de consolidação gera economia de escala e é o princípio utilizado em muitos modelos de localização de redes de transporte de carga.

Os modelos matemáticos utilizados para a resolução pertencem à família dos problemas de localização com custos fixos e particularmente será utilizado o método CMAHLP (*Capacitated Multiple Allocation Hub Location Problem*), onde para a sua resolução será utilizado o software AIMMS (*Advanced Integrated Multidimensional Modeling Software*) como ferramenta de apoio.

Palavras-chave: Rede de transporte, multi-alocação, capacitado.

ABSTRACT

This paper addresses the issue of modeling transportation networks for multi allocated and capacitated terminals for parcel cargos through quantitative methods applied in Operational Research, where the main objective is to minimize the total cost and to determine the optimal configuration of the network, taking into account the transportation costs, the loading capacity of the hubs and the cost of allocation thereof.

A Hub and Spoke network is configured in a way that the generating stations (spokes) communicate solely with consolidators terminals (hubs) which dispatch the cargo to the destination stations. This consolidation operation generates economies of scale and it is the principle used in many models of location problems.

The mathematical models used for the settlement belongs to the family of location problems with fixed costs and particularly the CMAHLP (Capacitated Multiple Allocation Hub Location Problem) method is used with the AIMMS (Advanced Integrated Multidimensional Modeling Software) software, which will be used as a support tool.

Keywords: Transportation network, multi-allocation, capacitated.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Objetivo do trabalho	1
1.2. Importância do tema no transporte de cargas no Brasil.....	1
1.3. Tema específico da empresa de transportes Alfa.....	4
1.4. Organização da dissertação	4
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1. Histórico do desenvolvimento dos modelos de localização.....	6
2.2. Taxonomia dos modelos de localização	7
2.3. Problemas de localização de redes <i>Hub and Spoke</i>	10
2.3.1. Definição de redes <i>Hub and Spoke</i>	10
2.3.2. Síntese da literatura para problemas de localização de redes <i>Hub and Spoke</i>	12
2.3.2.1. Problema de mediana <i>p-hub</i>	14
2.3.2.2. Problema de localização de <i>hubs</i> com custos fixos	16
2.3.2.2.1. Problema de localização de <i>hubs</i> não capacitados de alocação única e múltipla:	16
2.3.2.2.2. Problema de localização de <i>hubs</i> capacitados de alocação única e múltipla	17
2.3.2.3. Problema de <i>p-centro</i>	17
2.3.2.4. Problemas de cobertura de <i>hub</i>	18
2.3.3. Problema de Alocação Múltipla a <i>Hubs</i> Capacitados ou (CMAHLP)	19
3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	24
3.1. Formulação SCMT	25
3.2. Formulação CMAHLP-F	30
3.3. Comparação entre os parâmetros e variáveis das formulações SCMT e CMAHLP-F	34
4. VALIDAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DOS MODELOS MATEMÁTICOS NO AIMMS	35
4.1. Utilização do conjunto de dados AP para o teste inicial.....	36
4.2. Estruturação das formulações SCMT e CMAHLP-F no AIMMS.....	40
4.3. Resultados obtidos na resolução do SCMT e CMAHLP-F através do AIMMS	41
4.4. Fluxos de carga na solução ótima obtida com o AIMMS	43
4.4.1. Resultados obtidos no cálculo dos fluxos de carga pelo SCMT	44
4.4.2. Resultados obtidos no cálculo dos fluxos de carga pelo CMAHLP-F	49
4.5. Diferença entre os resultados obtidos no cálculo dos fluxos de carga através do AIMMS para o SCMT e o CMAHLP-F	54

4.6. Avaliação da solução ótima obtida pelo AIMMS para a utilização de coeficientes de capacidade de processamento de carga (Γk) e custo fixo operacional (Fk) iguais à zero	55
4.6.1. Nova simulação para a condição 10LL com o SCMT e CMAHLP-F com capacidade de processamento de carga (Γk) e custos operacionais (Fk) iguais à zero	57
4.6.2. Correção do processo de escolha dos <i>hubs</i>	60
4.6.3. Resultado da simulação após a inserção da nova restrição	61
5. APLICAÇÃO DOS MODELOS SCMT E CMAHLP-F EM UM CASO REAL	62
5.1. Estrutura da empresa de transportes Alfa	62
5.2. Conjunto de dados considerados na aplicação real	64
5.3. Plano de testes da aplicação do SCMT e CMAHLP-F em um caso real	67
5.3.1. Modelagem da rede atual, considerando-se os <i>hubs</i> existentes	67
5.3.2. Inclusão aleatória de mais dois nós candidatos a <i>hub</i> e impacto no custo total, em relação à rede atual	71
5.3.3. Inclusão de todos os nós como candidatos a <i>hub</i> e impacto no custo total, em relação à rede atual	73
5.3.4. Redução aleatória de dois nós candidatos a <i>hub</i> e impacto no custo total, em relação à rede atual	75
5.3.5. Teste com apenas um nó candidato a <i>hub</i> e impacto no custo total	77
5.3.6. Comparação entre os resultados obtidos com a variação do número de <i>hubs</i> escolhidos	78
5.3.7. Influência da variação do custo fixo operacional (Fk) no processo de escolha dos <i>hubs</i>	79
6. CONCLUSÃO	83
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	87
APÊNDICE A: Modelagem das formulações matemáticas SCMT e CMAHLP-F no AIMMS	92
APÊNDICE B: Tabelas complementares da aplicação em um caso real do SCMT e CMAHLP-F	104

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Custo logístico brasileiro em função do PIB	2
Figura 1.2: Mapa rodoviário do Brasil.....	4
Figura 2.1: Número de publicações sobre problemas de localização de hubs.....	7
Figura 2.2: Classificação dos modelos de localização	8
Figura 2.3: Classificação dos modelos de localização discreta.....	9
Figura 2.4: Modelo de rede de transporte sem consolidação.....	11
Figura 2.5: Modelo de rede de transporte com consolidação.....	11
Figura 2.6: Exemplo de alocação única	12
Figura 2.7: Exemplo de alocação múltipla.....	13
Figura 2.8: Exemplo de ligações não- <i>hub</i>	14
Figura 2.9: Fluxos de carga possíveis de uma parada.....	21
Figura 3.1: Esquema de transporte padrão em uma rede <i>Hub and Spoke</i>	24
Figura 3.2: Orientação das variáveis de fluxo de carga do SCMT	27
Figura 3.3: Possíveis rotas para o fluxo entre i e j	28
Figura 3.4: Orientação das variáveis de fluxo de carga do CMAHLP-F	32
Figura 4.1: Exemplo de interface de resultados do AIMMS	36
Figura 4.2: Fluxo de carga A_{mj} (Kg)	47
Figura 4.3: Fluxo de carga B_{kmj} (Kg)	48
Figura 4.4: Fluxo de carga C_{ikj} (Kg)	49
Figura 4.5: Fluxo de carga Z_{ik} (kg)	52
Figura 4.6: Fluxo de carga Y_{kmi} (kg)	53
Figura 4.7: Fluxo de carga e X_{mji} (kg).....	54
Figura 4.8: Novo fluxo de carga A_{mj} (kg).....	57
Figura 4.9: Novo fluxo de carga B_{kmj} (kg).....	58
Figura 4.10: Novo fluxo de carga C_{ikj} (kg).....	58
Figura 4.11: Novo fluxo de carga Z_{ik} (kg)	59
Figura 4.12: Novo fluxo de carga Y_{kmi} (kg)	59
Figura 4.13: Novo fluxo de carga X_{mji} (kg)	60
Figura 5.1: Malha de distribuição da transportadora Alfa	62
Figura 5.2: Exemplo da estrutura operacional da transportadora Alfa	63
Figura 6.1: Novo modelo <i>Hub and Spoke</i> proposto para trabalhos futuros	86
Figura 1: Exemplo da seção <i>Model Explorer</i> para o SCMT	92
Figura 2: Exemplo de declaração de índices.....	93

Figura 3: Exemplo de declaração de parâmetros.....	93
Figura 4: Exemplo de declaração de variáveis.....	94
Figura 5: Exemplo de declaração de restrições	94
Figura 6: Exemplo de declaração de programação matemática	95
Figura 7: Exemplo de declaração de procedimento de execução	95
Figura 8: Exemplo da seção <i>Page Manager</i> do SCMT	96
Figura 9: Exemplo de progresso da execução	96
Figura 10: Modelagem da formulação matemática SCMT no AIMMS.....	97
Figura 11: Declaração da seção <i>Model Explorer</i> do CMAHLP-F	100
Figura 12: Declaração da seção <i>Page Manager</i> do CMAHLP-F	101
Figura 13: Modelagem da formulação matemática CMAHLP-F no AIMMS	101

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Quadro comparativo entre os coeficientes/variáveis utilizados no SCMT e CMAHLP-F	34
Tabela 4.1: Comparação entre os principais sistemas	35
Tabela 4.2: Instâncias e combinações do AP a serem testadas	37
Tabela 4.3: Fluxo de carga W_{ij} , do nó i para o nó j (kg)	38
Tabela 4.4: Fluxo total de carga para cada destino D_j (kg).....	38
Tabela 4.5: Custo de transporte de carga d_{ik} , d_{km} e d_{mj} (\$/kg)	39
Tabela 4.6: Custo fixo de operação de cada nó (F_k), caso o mesmo seja escolhido como <i>hub</i> (\$)	39
Tabela 4.7: Capacidade de processamento de carga em cada nó (Γ_k), caso o nó seja escolhido como <i>hub</i> (kg).....	40
Tabela 4.8: Tabela de Coeficientes.....	40
Tabela 4.9: Solução de ótimo custo total e nós escolhidos como <i>hub</i> para a base do AP (instâncias de 10, 20, 25, 40 e 50 nós) obtidos por Ebery et al. (2000) através da formulação CMAHLP	41
Tabela 4.10: Comparação entre os resultados obtidos pelo SCMT e CMAHLP-F através do AIMMS em relação as soluções de ótimo custo do modelo CMAHLP de Ebery et al (2000).....	42
Tabela 4.11: Fluxo de carga A_{mj} (kg)	44
Tabela 4.12: Fluxo de carga B_{kmj} (kg)	45
Tabela 4.13: Fluxo de carga C_{ikj} (kg)	46
Tabela 4.14: Fluxo de carga Z_{ik} (kg)	50
Tabela 4.15: Fluxo de carga Y_{kmi} (kg)	50
Tabela 4.16: Fluxo de carga X_{mji} (kg).....	51
Tabela 4.17: Nova capacidade de processamento de carga Γ_k (kg)	56
Tabela 4.18: Novo custo fixo operacional F_k (\$).....	56
Tabela 5.1: Escopo de serviços de transporte oferecidos pela transportadora Alfa ..	64
Tabela 5.2: Tabelas de filiais pólo consideradas no teste real	65
Tabela 5.3: Tabela de Coeficientes.....	66
Tabela 5.4: Capacidade de processamento de carga em cada nó (Γ_k), e custo fixo de operação de cada nó (F_k) – Rede atual.....	69
Tabela 5.5: Capacidade de processamento de carga em cada nó (Γ_k), e custo fixo de operação de cada nó (F_k) – Aumento da quantidade de nós candidatos a <i>hub</i> ..	72
Tabela 5.6: Capacidade de processamento de carga em cada nó (Γ_k), e custo fixo de operação de cada nó (F_k) – Todos os nós são considerados como candidatos a <i>hub</i>	74

Tabela 5.7: Capacidade de processamento de carga em cada nó (Γ_k), e custo fixo de operação de cada nó (F_k) – Redução da quantidade de nós candidatos a <i>hub</i> ..	76
Tabela 5.8: Capacidade de processamento de carga em cada nó (Γ_k), e custo fixo de operação de cada nó (F_k) – Teste com apenas um nó candidato a <i>hub</i>	78
Tabela 5.9: Teste da Base Atual (modificada).....	80
Tabela 1: Fluxo de carga W_{ij} , do nó i para o nó j (Kg).....	104
Tabela 2: Fluxo total de carga D_j (Kg)	109
Tabela 3: Tabela de distâncias entre os nós (Km)	110
Tabela 4: Custo de transporte de carga d_{ik} , d_{km} , d_{mj} do nó i para o nó j (\$/Kg) ..	114

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1.1: Transporte de cargas no Brasil, por modalidade	2
Gráfico 1.2: Evolução do PIB brasileiro	3
Gráfico 5.1: Análise do Custo Total da Operação	79
Gráfico 5.2: Análise do Novo Custo Total da Operação	82

1. INTRODUÇÃO

A presente pesquisa de mestrado explora a aplicação de uma metodologia específica baseada em modelos quantitativos de pesquisa operacional para a redução dos custos de transporte e alocação de terminais de consolidação de cargas (*hubs*) para o dimensionamento de redes de transporte de carga parcelada.

Dentre as várias abordagens *Hub and Spoke* existentes, focou-se nos modelos de múltipla alocação, isto é, onde um terminal origem pode enviar cargas para vários *hubs* destino, sendo esses *hubs* do tipo “capacitado”, onde é estabelecido um nível máximo de capacidade de recebimento de carga a um determinado custo fixo operacional. Mais precisamente, esses modelos pertencem à categoria de Problemas de Localização de Alocação Múltipla de *Hubs* Capacitados ou *Capacitated Multiple Allocation Hub Location Problem* (CMAHLP).

1.1. Objetivo do trabalho

Especificamente, três objetivos são estabelecidos em relação aos modelos analisados. São eles:

- ✓ Minimizar o Custo Total da rede de transporte;
- ✓ Determinar os terminais de consolidação (*hubs*) para a solução ótima obtida;
- ✓ Determinar os fluxos de carga para a solução ótima obtida.

Para tanto, será utilizado um *software* de modelagem chamado AIMMS (*Advanced Integrated Multidimensional Modeling Software*) que possibilita a execução de formulações complexas sem a necessidade de conhecimentos específicos em linguagens de programação. O AIMMS apresenta também interfaces gráficas de alimentação e saída de informações muito amigáveis que podem simplificar bastante os cálculos matemáticos necessários para as modelagens.

1.2. Importância do tema no transporte de cargas no Brasil

O desenvolvimento da logística no Brasil é de suma importância para a redução dos custos operacionais, de forma a tornar os produtos brasileiros mais competitivos no

mercado local e mundial. Sendo que dentre todos os custos logísticos, o transporte é o custo mais expressivo. De acordo com Fleury (2011), o custo de transporte representou 6,3% do PIB brasileiro no ano de 2010, conforme representado na Figura 1.1.

Figura 1.1: Custo logístico brasileiro em função do PIB

Fonte: Adaptado de Fleury (2011).

De acordo com o Plano Nacional de Logística e Transporte (PNLT) de 2012, o transporte rodoviário de cargas é o modal mais utilizado para o transporte de cargas no Brasil com 58% de participação, seguido do ferroviário, aquaviário e dutoviário/aéreo, conforme Gráfico 1.1.

Gráfico 1.1: Transporte de cargas no Brasil, por modalidade

Fonte: PNLT (2012). Acesso em 12/07/2013

A Série Histórica do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) representada no Gráfico 1.2 mostra a evolução da economia no Brasil, no período de 1994 a 2012, onde fica evidenciada a necessidade de ferramentas e/ou processos mais elaborados para garantir a redução dos custos, o aumento da produtividade e a eliminação dos gargalos produtivos no transporte rodoviário de cargas.

Gráfico 1.2: Evolução do PIB brasileiro

Fonte: Adaptado de IBGE (2013). Acesso em 12/07/2013

A Figura 1.2 da Confederação Nacional do Transporte (CNT) de 2006 mostra a complexidade da malha de transporte rodoviário no Brasil, de onde se percebe que a aplicação de modelos matemáticos específicos é também necessária para promover uma elevação nos índices de produtividade e redução de custo total das empresas.

Figura 1.2: Mapa rodoviário do Brasil

Fonte: CNT (2006). Acesso em 17/05/2014

1.3. Tema específico da empresa de transportes Alfa

O estudo em questão aborda um dos temas mais importantes da empresa de transportes anonimamente chamada de Alfa, com 70 anos de existência, que foi considerada em 2.010 como a quarta maior empresa de transporte rodoviário de cargas do Brasil, conforme Guia do Transportador de 2010 (Acesso em 17/05/2013). Maiores detalhes sobre a empresa serão fornecidos na subseção 5.1.

1.4. Organização da dissertação

O presente trabalho será dividido em capítulos, conforme descrito a seguir:

- O Capítulo 1 refere-se à introdução, objetivo do trabalho e importância do tema para o contexto econômico brasileiro e específico da transportadora Alfa.
- No Capítulo 2, é conduzida a revisão bibliográfica, de forma a elucidar o conceito de uma rede *hub and spoke*, bem como a síntese da literatura, contemplando os principais tipos de problemas desta natureza e já introduzindo também o método *Capacitated Multiple Allocation Hub Location Problem* (CMAHLP) que objeto do presente estudo.
- No Capítulo 3, serão apresentadas detalhadamente as formulações matemáticas referentes ao CMAHLP, contemplando a função objetivo, restrições e variáveis de decisão.
- No Capítulo 4 é feita uma pequena introdução sobre o AIMMS e suas funcionalidades face a outros *softwares* de modelagem e posteriormente é abordada a resolução das formulações matemáticas para uma base conhecida e detalhadamente as suas visões parciais para uma rede de dez nós.
- No Capítulo 5, as formulações matemáticas são aplicadas na modelagem da rede de transporte da transportadora Alfa, a qual possui as mesmas características do problema anterior.
- No Capítulo 6 é apresentada a conclusão e recomendações para trabalhos futuros.
- Posteriormente, são elencadas todas as referências bibliográficas utilizadas no presente trabalho, bem como os apêndices com as tabelas adicionais geradas nas modelagens executadas.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Histórico do desenvolvimento dos modelos de localização

Os modelos de localização foram e são utilizados há muito tempo para determinar desde a otimização de rotas com base em análises geométricas até modelos de alta complexidade para otimização de custos e aumento de produtividade nas empresas, sendo considerados altamente estratégicos no mundo corporativo, em se tratando de decisões de caráter logístico. Klose & Drexel (2005) citam inúmeras aplicações destes modelos, tais como alocação de instalações como fábricas ou centros de distribuição, instituições governamentais, hospitais entre outros de forma a reduzir as distâncias às áreas atendidas ou cobrir as demandas existentes ao menor custo ou prazo de entrega.

Smith et al. (2009) apresentam de forma didática o desenvolvimento dos problemas de localização, onde é possível observar três períodos distintos:

- ✓ O período das primeiras contribuições: representado por problemas como o de Pierre de Fermat (1601~1665) que tratava do cálculo da distância de um ponto equidistante localizado dentro de um plano triangular até os primeiros trabalhos publicados no século XX, como o problema de Weber (1909) que inicia a era moderna de problemas de análise de localização (neste caso especificamente, objetivando a minimização das distâncias euclidianas para um conjunto de dados localizado em um plano);
- ✓ A nova era: a partir das décadas de 60 e 70, com o aumento da capacidade processual dos computadores foi possível o início real da era moderna dos problemas de otimização e a da pesquisa dos problemas de localização, principalmente devotados aos modelos de p-mediana, p-centro, cobertura, localização simples de plantas e problemas de atribuição quadrática e suas extensões. Foi também neste período que a ciência regional tomou forma unindo a teoria de localização e o desenvolvimento da economia. O trabalho de Isard (1969) e as pesquisas gêmeas de Tansel, Francis e Lowe (1983a, b) cobrem este período;

- ✓ Desenvolvimento de novos modelos e aplicações: este período se inicia a partir dos anos 80, aproximadamente, trazendo grande crescimento à comunidade mundial de pesquisa sobre análise de localização. Houve também contribuições de campo das áreas de pesquisa operacional, administração, economia, engenharia e geografia que inspiraram e continuam a inspirar o desenvolvimento de novos modelos e aplicação para a teoria de localização.

Alumur & Kara (2008) evidenciam o estágio de desenvolvimento desse período através do aumento da publicação de artigos relacionados a este tema, conforme apresentado na Figura 2.1.

Figura 2.1: Número de publicações sobre problemas de localização de hubs

Fonte: Adaptado de Alumur & Kara (2008)

2.2. Taxonomia dos modelos de localização

A taxonomia é a área da Biologia que cuida da classificação e identificação dos seres vivos, sejam eles animais ou vegetais, mas no contexto dos problemas de localização, esse termo foi utilizado por Daskin (2008) para classificar os modelos existentes, baseado na área e classe à qual os modelos são aplicados.

Para ilustrar melhor esta classificação, é apresentada na Figura 2.2 a separação das classes desses modelos.

Figura 2.2: Classificação dos modelos de localização

Fonte: Adaptado de Daskin (2008)

Segundo Daskin (2008), existem quatro classes principais de modelos de localização:

- ✓ Modelos analíticos: são modelos que assumem que a demanda é distribuída de sobre uma área de serviço e as instalações são alocadas em algum lugar dentro dessa área e são normalmente resolvidos com cálculos ou outros tipos de técnicas simples;
- ✓ Modelos contínuos: enquanto os modelos analíticos assumem que a demanda é distribuída continuamente ao longo da região de serviço e que as instalações podem ser localizadas em qualquer lugar dentro da região, os modelos contínuos tipicamente assumem que a demanda acontece somente em um ponto discreto. Esses modelos são resolvidos utilizando procedimentos numéricos iterativos como o algoritmo de Weiszfeld (1936);
- ✓ Modelos de rede: assumem que a demanda surge e as instalações podem ser alocadas somente em uma rede composta de nós e arcos. O foco de boa parte da literatura de localização de redes é encontrar algoritmos com tempos polinomiais, frequentemente para problemas em rede especialmente estruturados, como árvores, por exemplo;
- ✓ Modelos de localização discreta: em que as demandas surgem nos nós e as instalações a serem localizadas são restritas a um conjunto finito de nós candidatos. Nesses modelos pode ou não haver uma distância métrica

incorporada. As distâncias ou custos entre pares de nós podem ser arbitrárias, embora geralmente sigam uma regra (ex.: distância Euclidiana ou Manhattan).

Observa-se na Figura 2.3 uma subdivisão do modelo de localização discreta em três grandes áreas: modelos baseados em cobertura, modelos baseados em mediana e outros modelos.

Figura 2.3: Classificação dos modelos de localização discreta

Fonte: Adaptado de Daskin (2008)

Esses tipos de modelos de localização discreta podem ser caracterizados conforme segue:

- ✓ Modelos baseados em Cobertura: são modelos onde há uma certa distância ou tempo crítico de cobertura, onde as demandas precisam ser servidas, se elas forem consideradas cobertas ou adequadamente servidas. Tais modelos são tipicamente usados no planejamento de serviços de emergência. É importante notar que modelos de cobertura diferem dos modelos de emergência. Por exemplo, para a determinação de brigadas de incêndio, um nó pode não ser coberto se o tempo para a chegada à estação mais próxima for superior a um padrão estabelecido, mas as demandas daquela locação continuariam a ser servidas se elas estiverem dentro da região servida. Dentro da classe dos modelos de cobertura existem três modelos representativos dessa classe de modelos. São eles: o modelo de conjunto de cobertura, o modelo de cobertura máxima e o modelo p-centro;

- ✓ Modelos baseados em Mediana: são modelos que minimizam a demanda ponderada da distância média entre um nó de demanda à estação consolidadora a qual ele foi atribuído. Tais modelos são tipicamente usados no contexto do planejamento de distribuição no qual minimizar o custo total de saída ou entrada é essencial. Dois modelos são muito representativos dessa categoria: o modelo de p-mediana e o problema de localização com custos fixos de *hubs* não capacitados;
- ✓ Outros modelos: existem modelos que não se enquadram em nenhum dos dessas categorias. Por exemplo, o modelo de p-dispersão Kuby (1987) que busca maximizar a distância mínima entre qualquer par de instalações. Este modelo é útil para determinar *outlets* de franquias, onde minimizar a canibalização do mercado entre um *outlet* e um franqueado é um objetivo desejável. O modelo pode também ser utilizado para se determinar a localização de fontes de armas (por exemplo, armas nucleares), onde minimizar a probabilidade da destruição de qualquer esconderijo que afete outros suprimentos é o objetivo desejável.

2.3. Problemas de localização de redes *Hub and Spoke*

Segundo Ballou (2006), um tipo de solução para problemas de localização de rede foi desenvolvido para empresas de entrega expressa de encomenda (do tipo Fedex, UPS), nos quais o tráfego é conduzido por meio de um ou dois *hubs* (centros) que nesse caso podem ser considerados como pontos de interconexão, sendo posteriormente entregues ao destino final. De acordo com Silva (2010), devido à semelhança geométrica desse tipo de operação com uma roda de bicicleta, esse modelo foi “batizado” como *Hub and Spoke* que literalmente pode ser traduzido como “cubo e raio”.

2.3.1. Definição de redes *Hub and Spoke*

Redes *Hub and Spoke* são redes consolidadoras, onde os nós que correspondem às estações geradoras de carga (*spokes*) não se comunicam diretamente entre si, mas

sim através de outros nós denominados concentradores (*hubs*), de forma a consolidar as cargas, reduzindo o custo de transporte entre estações.

Para exemplificar a sua aplicação e importância, observa-se na Figura 2.4, um modelo de rede de transporte sem consolidação, onde cada nó gerador de demanda pode se comunicar diretamente com qualquer outro nó de destino.

Figura 2.4: Modelo de rede de transporte sem consolidação

Fonte: The geography of transport system. Acesso em 12/07/2013

Na Figura 2.5, observa-se um modelo de rede de transporte com consolidação, onde os fluxos ocorrem de forma otimizada dos nós origem para os nós destino através da utilização dos *hubs*. Fica evidente também que o número de fluxos (linhas) é muito menor comparativamente à Figura 2.4 anterior, com uma possibilidade real de redução no custo total do transporte e da operação como um todo, tendo em vista as economias de escala resultantes da consolidação dos fluxos.

Figura 2.5: Modelo de rede de transporte com consolidação

Fonte: The geography of transport system. Acesso em 12/07/2013

2.3.2. Síntese da literatura para problemas de localização de redes *Hub and Spoke*

Alumur & Kara (2008) fizeram uma ampla revisão e classificação dos principais métodos relacionados a problemas de localização de redes *Hub and Spoke*, provendo de forma geral a síntese da literatura mais recente que é disponível.

De acordo com os autores, os modelos localização de rede podem ser divididos em duas categorias:

- ✓ Alocação única: todas as demandas originadas ou destinadas a um nó passam por um único *hub*. Essa condição pode ser verificada através da Figura 2.6, sendo os nós representados pelos círculos e os *hubs* pelos quadrados. Em outras palavras, cada nó está ligado a apenas um *hub* ou concentrador.

Figura 2.6: Exemplo de alocação única

- ✓ Alocação múltipla: as demandas originadas ou destinadas a um nó podem passar por mais de um *hub*, conforme mostrado na Figura 2.7, onde o nó representado pela cor verde é conectado aos *hubs* 1 e 2 e possui fluxo de carga simultâneo entre ambos os *hubs*. Em outras palavras, um nó pode estar conectado a mais de um *hub*.

Figura 2.7: Exemplo de alocação múltipla

Os modelos do tipo *hub and spoke* frequentemente assumem três premissas, conforme descrito a seguir:

- ✓ A rede dos *hubs* é completa. Isto significa que sempre existe uma ligação entre cada par de *hubs*;
- ✓ Há uma economia de escala no transporte representada por um fator de desconto α , proveniente das interconexões dos *hubs*;
- ✓ Ligações não-*hub* não são permitidas, isto é, não é possível que um terminal se comunique diretamente a outro terminal, conforme ilustrado também na Figura 2.8. A conexão não-*hub* é representada pela seta em vermelho, não sendo admitida nessa estrutura de rede.

Figura 2.8: Exemplo de ligações não-*hub*

São conhecidos também os seguintes dados dos problemas:

- ✓ Os n nós de origem, destino e nós candidatos a *hub* são conhecidos;
- ✓ O fluxo (demanda) entre cada par de origem-destino, bem como um atributo associado ao fluxo (custo, tempos e distâncias) também são conhecidas;
- ✓ O fator α de desconto na movimentação entre *hubs* é também conhecido. Classicamente, os arcos *hub-hub* são descontados de um fator de desconto α que varia entre 0 e 1 e que pode afetar seriamente o número e a localização dos *hubs*. Porém, a maioria dos problemas de localização assume que α não é dependente da quantidade de fluxo entre esses arcos.

A próxima subseção descreve a classificação dos principais tipos de problemas *Hub and Spoke*.

2.3.2.1. Problema de mediana *p-hub*

O objetivo do problema de mediana *p-hub* é minimizar o custo de transporte (tempo, distância, etc.) de um dado conjunto de fluxos origem-destino conhecidos de uma rede de n nós de demanda e p *hubs* para alocação que podem ser analisados sob a

ótica de alocação única ou múltipla, onde p representa um número pré-definido de nós a serem alocados como *hubs*. Ressalta-se ainda que não há custo fixo associado para estabelecer os nós como *hubs*. Desta forma, o custo total será composto apenas pelo custo de transporte dos fluxos determinados.

Dentre os artigos mais relevantes relacionados aos modelos de alocação única, podemos citar Ebery (2001) que propôs a melhor formulação matemática, com $O(n^2)$ variáveis e $O(n^2)$ restrições. Esta formulação utiliza menos variáveis que qualquer outro modelo previamente apresentado em literatura. Entretanto a melhor formulação matemática do ponto de vista computacional é a de Ernst e Krishnamoorthy (1996), que propôs uma formulação diferente de programação linear inteira que requer menos variáveis e restrições em uma tentativa de resolver problemas grandes. O procedimento de solução exata mais eficiente é o do caminho mais curto baseado no algoritmo de *branch and bound* apresentado por Ernst e Krishnamoorthy (1998b), que difere dos algoritmos tradicionais de *branch and bound*, este algoritmo não inicia com um único nó raiz, mas com um conjunto de nós raízes. Pirkul and Schilling (1998) desenvolveram um método eficiente de relaxação lagrangeana que calcula limites superiores e inferiores apertados com um consumo razoavelmente baixo de tempo computacional.

Com relação aos modelos alocação múltipla, Campbell (1992) foi o primeiro a formular a alocação múltipla de mediana p -hub como programação linear inteira. Ernst e Krishnamoorthy (1998a) propuseram uma nova formulação para alocação múltipla de mediana p -hub baseada na idéia proposta para o modelo de alocação única de Ernst e Krishnamoorthy (1996). Esta nova formulação possui $(2n^3 + n^2 + n)$ variáveis, sendo n binário e requer $(4n^2 + n + 1)$ restrições lineares. Posteriormente, Boland et al. (2004) propuseram uma versão aprimorada de Ernst e Krishnamoorthy (1998a) que melhorou a solução para limites inferiores fracos através da identificação de características da solução ótima. Com isso foram desenvolvidas técnicas de pré-processamento e fortalecimento de restrições que quando aplicadas ao problema de mediana p -hub com alocação múltipla, resultaram na redução do tempo de processamento computacional.

2.3.2.2. Problema de localização de *hubs* com custos fixos

Em problemas de mediana *p-hub*, os custos fixos para abertura de *hubs* são normalmente ignorados.

Os problemas de localização de *hubs* com custos fixos são classificados em duas categorias: problemas de localização de *hubs* não capacitados de alocação única e múltipla e problemas de localização de *hubs* capacitados de alocação única e múltipla.

A seguir serão descritas as características de cada modelo.

2.3.2.2.1. Problema de localização de hubs não capacitados de alocação única e múltipla:

Com relação aos problemas de localização de *hubs* não capacitados, O'Kelly (1992) introduziu a primeira formulação matemática, partindo de uma variação do problema de mediana *p-hub* com alocação única, levando em consideração os custos fixos e o número de *hubs* como uma variável de decisão, porém sem considerar a capacidade de processamento de carga dos mesmos. Posteriormente, Campbell (1994b) apresentou uma formulação de programação linear inteira para alocação única e alocação múltipla com *hubs* capacitados e *hubs* não capacitados.

Particularmente, com relação ao modelo de alocação única de *hubs* não capacitados, Cunha e Silva (2007) propuseram uma heurística de algoritmo genético combinada com uma heurística *simulated annealing* que permite que fatores de redução de escala variável sejam aplicados nos custos de transporte de acordo com a quantidade total de carga entre os terminais *hub*. Chen (2007) foca na determinação do limite superior do número de *hubs* através de uma heurística híbrida baseada no método *simulated annealing*, *tabu list* e melhoria dos procedimentos de alocação dos nós aos *hubs*.

Mayer e Wagner (2002) desenvolveram um método *branch and bound* para alocação múltipla de *hubs* não capacitados, chamado *Hublocator*. Este método tem

a vantagem de encontrar limites inferiores que são mais apertados e reduzem o esforço computacional requerido dentro do algoritmo *branch and bound*.

2.3.2.2.2. Problema de localização de hubs capacitados de alocação única e múltipla

Aykin (1994) apresentou a versão capacitada do problema de alocação única com custos fixos, onde os *hubs* possuem capacidade limitada. Ele formulou o problema de forma que as conexões diretas (entre nós não-*hub*) também são permitidas e propôs também um algoritmo *branch and bound* onde os limites inferiores são obtidos através de relaxação lagrangiana que é resolvida através de um subgradiente de otimização.

Em 2009, Cunha e Silva (2009) propuseram uma nova e simples heurística multi-início *Hub TS (Tabu Search)* que proporcionou a resolução de instâncias do CAB (*Civil Aeronautics Board*) até 25 nós e instâncias do AP (*Australian Post*) até 200 nós. O CAB e o AP são conjuntos de dados cujos resultados são conhecidos em literatura, com duas condições de custos fixos e capacidade de processamento de carga: Folgado (L-Loose) e Apertado (T-Tight). Particularmente para o AP, foram geradas também instâncias adicionais de 300 e 400 nós, através de regras de distância média e máxima entre os 200 nós existentes.

O problema de localização de hubs capacitados de alocação múltipla será abordado detalhadamente na subseção 2.3.3.

2.3.2.3. Problema de p-centro

Trata-se de um problema do tipo “*minimax*” análogo ao problema de p-centro. Campbel (1994b) foi o primeiro a formular e discutir o problema de p-centro na literatura definindo os três diferentes tipos principais de problema:

- ✓ Minimizar o custo máximo para qualquer par origem-destino;
- ✓ Minimizar o custo máximo de movimentação para qualquer link único (*origem-hub, hub-hub e hub-destino*);

- ✓ Minimizar o custo máximo de movimentação entre um hub e uma origem/destino (centro *vertex*).

De acordo com Campbell (1994b), o primeiro tipo de problema é importante para um *hub* com itens perecíveis ou sensíveis ao tempo, no qual o custo se refere ao tempo. Um exemplo do segundo tipo de problema pode ser encontrado para *hubs* onde os itens necessitam de uma etapa de processamento nos próprios *hubs* e o terceiro tipo de problema envolve operações onde as ligações *hub-hub* possuem algum atributo especial. Campbell (1994b) apresentou formulações para alocação única e múltipla para os três tipos de problema de centro *p-hub*.

A primeira heurística para alocação única de um problema de centro *p-hub* foi proposta por Pamuk e Sepil (2001). Eles propuseram uma heurística de realocação única para a geração de decisões de localização/alocação que possibilitou a utilização de um razoável tempo de processamento computacional, tendo sobreposto o algoritmo de busca tabu sobre esse algoritmo subjacente de modo a diminuir a possibilidade de ficar preso em ótimos locais.

Ernst et al. (2002a) estudaram o problema de alocação múltipla de centro *p-hub*. Os autores propuseram duas formulações e provaram que este problema é NP-hard. Eles apresentaram um método heurístico para ambos os problemas de alocação única e múltipla de centro *p-hub*. Para a versão de alocação múltipla, eles também propuseram o caminho mais curto baseado em um algoritmo *branch and bound* que é muito similar ao algoritmo desenvolvido para problemas de alocação múltipla de mediana *p-hub* por Ernst e Krishnamoorthy (1998b).

2.3.2.4. Problemas de cobertura de *hub*

Para este tipo de problema, a demanda dos nós é coberta somente se eles estiverem dentro da distância especificada da instalação. Como no problema de centro *p-hub*, Campbell (1994b) definiu três critérios de cobertura para *hubs*. O par origem-destino (i,j) é coberto pelos *hubs* k e m se:

- ✓ O custo de i para j via k e m não excede o valor especificado;

- ✓ O custo para cada *link* no trajeto de i para j via k e m não excede o valor especificado;
- ✓ Cada link origem-*hub* e *hub*-destino atende valores especificados separadamente.

O objetivo do problema de cobertura de *hub* é alocar o *hub* de forma a cobrir a maior demanda, minimizando também o custo de abertura de outras instalações. O problema de cobertura máxima, por outro lado, maximiza a demanda coberta de um conjunto de *hubs* a serem alocados. Campbell (1994b) apresentou a primeira formulação inteira mista para ambos os tipos de problemas.

Hamacher e Meyer (2006) compararam várias formulações de problemas de cobertura de *hub*. Eles analisaram o poliedro da viabilidade e identificaram algumas facetas de desigualdades válidas. Eles resolveram o problema de cobertura de conjunto *hub* para um determinado raio de cobertura β e reduzindo β de forma iterativa obtiveram a solução ótima do problema de centro *p-hub*.

2.3.3. Problema de Alocação Múltipla a Hubs Capacitados ou (CMAHLP)

Nesta subseção apresenta-se uma revisão detalhada das formulações e métodos de solução para o Problema de Alocação Múltipla a Hubs Capacitados ou *Capacitated Multiple Allocation Hub Location Problem* (CMAHLP) que corresponde ao problema que é o objeto de estudo do presente trabalho, por ser considerado pelo autor como o método mais adequado de análise de uma rede *Hub and Spoke* a ser aplicado no caso prático tratado do presente trabalho. Particularmente, o CMAHLP faz parte do grupo de problemas de localização de *hubs* com custos fixos.

Alumur & Kara (2008) citam cinco artigos como os mais relevantes no desenvolvimento do modelo CMAHLP, conforme relacionados a seguir:

Campbell (1994b) apresentou formulações de programação matemática para vários problemas de alocação discreta de *hubs* análogos aos quatro tipos fundamentais de problemas de alocação discreta de instalações:

- i. O problema de p-mediana e mais especificamente o modelo com gatilho e custos fixos para os terminais, onde o *link* entre duas locações somente é ativado mediando um fluxo mínimo entre eles (gatilho);
- ii. O problema das instalações não capacitadas e especificamente a primeira formulação de programação linear inteira para alocação única e alocação múltipla de *hubs* capacitados e *hubs* não capacitados, com atenção especial ao modelo de fluxo máximo com gatilho para terminais que é a mesma formulação dos problemas de alocação única de *hubs* não capacitados;
- iii. O problema de p-centro, onde o centro do hub é localizado de tal forma que o custo máximo de qualquer par origem-destino é minimizado. Um caso específico apresentado é o de alocação única ao centro p-*hub* ou máximo fluxo com gatilho para os terminais.
- iv. O problema de cobertura que funciona de forma contrário ao problema de centro. Nestes problemas, a demanda das locações é coberta somente se as estações estiverem perto o suficiente para servir a demanda dentro de padrões especificados. Um problema abordado é o de fluxo gatilho para terminais que é um caso especial do problema de cobertura do conjunto de *hubs* com máximo fluxo gatilho nos terminais ou problema de cobertura de alocação única do conjunto de *hubs*.

Ebery et al. (2000) desenvolveram um modelo de alocação múltipla de *hubs* capacitados. Sua formulação é similar à formulação do problema de mediana p-*hub* de alocação múltipla de *hubs* não capacitados de Ernst e Krishnamoorthy (1998a), exceto pelo fato de que não há restrições ao número de *hubs* a serem alocados e a capacidade dos mesmos. Os autores propuseram uma heurística baseada no algoritmo *All Pair Shortest Path* (APSP), ou algoritmo do Caminho Mínimo Entre Todos os Pares, de forma que caso o fluxo entre os nós não-*hub* e o hub exceda a capacidade dos *hub* escolhido, automaticamente haverá uma re-roteirização para outro *hub* até o que as capacidades dos *hubs* sejam satisfeitas. Os experimentos computacionais utilizaram as bases de dados do CAB e do AP para experimentos até 50 nós. As formulações propostas são denominadas CMAHLP-C, CMAHLP-N e CMAHLP-F, sendo que as variações N e F são muito mais eficientes do que o modelo C que requer mais de uma ordem de magnitude de esforço computacional comparado aos demais modelos para a sua execução, devido ao fato de possuir um

número maior de variáveis em sua formulação. O modelo CMAHLP-N é especialmente indicado para problemas de AP com grande número de nós e o F é indicado para α maiores, de acordo com os resultados obtidos por Ebery et al. (2000).

Sasaki e Fukushima (2003) apresentaram um modelo que difere dos modelos tradicionais de *hub and spoke*, sendo esse modelo do tipo capacitado de uma parada com múltipla alocação envolvendo restrições de capacidade nos *hubs* e nos arcos. A Figura 2.9 exibe os padrões de uma parada existentes para o presente modelo. Para a resolução foi utilizado um algoritmo *branch-and-bound* com relaxação lagrangiana utilizando para testes a base do CAB com 25 nós.

Figura 2.9: Fluxos de carga possíveis de uma parada

Fonte: Adaptado de Sasaki e Fukushima (2003)

A presente formulação leva também em consideração capacidade dos arcos, pois em um caso hipotético de transporte de passageiros, além se analisar a capacidade do hub, seriam analisadas as capacidades das linhas neste caso dos veículos e quantas pessoas podem ser efetivamente carregadas com segurança, sendo esse o diferencial em relação à demais formulações matemáticas.

Boland et al. (2004) apontaram várias propriedades da solução ótima para ambos os casos de *hubs* capacitados (CMAHLP) e não-capacitados de múltipla alocação ou *Uncapacitated Multiple Allocation p-hub Median Problem* (UMApHMP) e

Uncapacitated Multiple allocation Hub Location Problem (UMAHLP). Dentre as propriedades mencionadas, pode-se citar:

- i. Em uma rede formada pelo fluxo entre os nós $h \rightarrow k \rightarrow l \rightarrow j$, onde h e j são os nós origem e destino e k e l são os *hubs*, se não houver restrições de capacidade na coleta, cada *hub* irá coletar o seu próprio fluxo de saída ou *outbound* na solução ótima;
- ii. De forma similar à coleta, se não houver restrições de capacidade na distribuição, cada *hub* irá coletar o seu próprio fluxo de entrada ou *inbound* na solução ótima;
- iii. Em problemas de alocação de *hubs* não-capacitados, na solução ótima nenhum fluxo será roteirizado do nó i para o *hub* l via *hub* k , se o custo de i para k é mais barato e envia fluxo diretamente para o *hub* l ;
- iv. Novamente, em um caso de distribuição para problemas de alocação de *hubs* não-capacitados, na solução ótima nenhum fluxo será roteirizado de um *hub* k para o nó j via *hub* l , se é mais barato enviar fluxo diretamente do nó k ;
- v. Exista também a condição oposta, para problemas de alocação de *hubs* não-capacitados. Na solução ótima nenhum fluxo será coletado por um *hub* l , se é mais barato coletar a partir de k e então transferir para l ;
- vi. Outro caso simétrico da distribuição para problemas de alocação de *hubs* não-capacitados. Na solução ótima nenhum fluxo será distribuído por um *hub* k se é mais barato transferir para l e então distribuir;
- vii. A propriedade anterior leva a uma segunda observação: para problemas de alocação de *hubs* não-capacitados, na solução ótima todo fluxo (i, i) será coletado e distribuído por um *hub* próximo à ele;

As propriedades citadas caracterizam mais soluções ótimas do que soluções viáveis. Estas propriedades também requerem distribuição e coleta não-capacitados, de forma que apenas algumas propriedades podem ser aplicadas ao modelo CMAHLP, que é por definição um problema capacitado.

Através dessas propriedades foram desenvolvidos pré-procedimentos e o fortalecimento de restrições que aplicadas aos problemas apropriados podem melhorar as relaxações da programação linear de forma a reduzir o tempo de

processamento computacional para problemas capacitados. Isto porque as formulações de programação linear mais recentes reduziram o tamanho das variáveis de $O(n^4)$ para $O(n^3)$, o que diretamente reduziu o tempo de processamento computacional, porém com limitantes inferiores fracos. A melhoria desses limitantes mostrou-se então como uma boa alternativa através do fortalecimento das restrições.

Dentre estes procedimentos criados, os autores citam:

- a) Fortalecimento de restrições: procedimento aplicado para *hubs* não-capacitados, baseado nas propriedades i e ii, de forma a tornar a restrição da demanda mais efetiva do ponto de vista operacional;
- b) Pré-processamento: Uso de várias propriedades, entre elas a i, iv para desenvolver técnicas de pré-processamento para eliminar algumas das variáveis das formulações;
- c) Desigualdades válidas para o CMAHLP: as variáveis dos problemas de alocação de hubs precisam satisfazer a restrição do tipo “mochila” (Knapsack). Essa restrição consiste na escolha de um subconjunto de itens de modo a que o lucro global ou alguma variável do problema seja maximizado e que determinadas características (tais como peso ou volume) não excedam um determinado limite estabelecido;
- d) Reformulação dos problemas de alocação de *hubs*: As formulações UMApHMP, UMAHMP e CMAHLP foram redefinidas utilizando-se as propriedades i, ii, iii e iv antes do pré-processamento.

Marín (2005) apresentou uma nova formulação para o CMAHLP, baseado nas mesmas ideias de Ebery et al. (2000), mas com algumas idéias de Marín et al (2006) para a redução do tamanho (número de variáveis) e tempo de processamento. O modelo proposto foi chamado *Splittable Capacitated Multiple Allocation Hub Location Problem* ou simplifadamente SCM, que literalmente é traduzido como Problema de Alocação Múltipla a Hubs Capacitados Divisíveis, e possui a variação SCMT que é uma forma adaptada para permitir comparações de literatura. O complemento “Divisível” apenas reforça a ideia de que um nó pode enviar fluxo através de várias rotas para vários destinos.

3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Com base no perfil da transportadora Alfa, bem como na sua estrutura de distribuição e características principais que estão descritas na subseção 5.1 do presente trabalho, foram escolhidas as formulações matemáticas SCMT de Marín (2005) e CMAHLP-F de Ebery et al. (2000) como objeto de estudo, visto que ambas são consideradas como as mais representativas da categoria de problemas de alocação múltipla de *hubs* capacitados (CMAHLP) e estão mais alinhadas à realidade da rede de transporte da transportadora Alfa

Adicionalmente, será feito um comparativo entre os resultados obtidos pelo SCMT e pelo CMAHLP-F, de forma a verificar as principais diferenças entre ambas as formulações.

Antes de prosseguir para a análise das formulações matemáticas propriamente ditas, será descrito na Figura 3.1, o fluxo padrão de transporte em uma rede *Hub and Spoke*, de forma a caracterizar os fluxos de carga e alguns parâmetros utilizados nesse tipo de modelagem, conforme descrito a seguir:

- ✓ i e j representam os nós origem e destino, respectivamente;
- ✓ k e m representam os nós *hub*, respectivamente;
- ✓ A coleta corresponde ao fluxo de carga do nó origem para o *hub* k ;
- ✓ A transferência corresponde ao fluxo de carga entre os *hubs* k e m ;
- ✓ A distribuição corresponde ao fluxo de carga entre o *hub* m e o nó destino j .

Figura 3.1: Esquema de transporte padrão em uma rede *Hub and Spoke*

3.1. Formulação SCMT

A formulação matemática *Splittable Capacitated Multiple Allocation Hub Location Problem* ou simplificada como SCM é traduzida como Problema de Alocação Múltipla a Hubs Capacitados Divisíveis e possui também a versão SCMT que é uma variação criada para permitir comparações com outras formulações e é objeto da presente análise.

De acordo com Marín (2005), dado um grafo $G = (N, A)$, onde $N = \{1, \dots, n\}$ representa o conjunto de nós e $A = N \times N$ representa o conjunto de arcos, tem-se os arcos $(i, j) \in A$, com $i \neq j$ e as distâncias $d_{ij} \geq 0$, as quais não exatamente obedecem algum tipo de simetria triangular ou qualquer outro tipo de simetria. Por conveniência, considera-se também $d_{ii} = 0$.

É conhecido também o fluxo $W_{ij} \geq 0$, entre uma origem i e um destino j , em N . Em particular, W_{ii} deve ser estritamente positivo.

Para os nós candidato escolhidos como *hubs*, é imputado um custo fixo de operação $F_k \geq 0, \forall k \in N$, sendo que cada *hub* k pode processar uma quantidade máxima de fluxo de carga, definida pela variável $\Gamma_k, \forall k \in N$, proveniente de várias origens não-*hub*.

A distância d_{ij} será forçadamente admitida como custo unitário de transporte, dada a equivalência entre esses parâmetros e também para manter a coerência unitária em relação aos parâmetros da função objetivo.

O fluxo de carga entre dois nós (i, j) possui os componentes de coleta, transferência e distribuição, conforme descrito na Figura 3.1. A cada componente, será imputado um custo de transporte d_{ij} e a cada componente d_{ij} será imputado uma constante responsável por corrigir o grau de aumento ou redução do custo de transporte unitário entre os pontos i e j , quando não são conhecidos os custos unitários de frete para cada componente. As constantes a serem utilizadas são β (coleta), α (transferência) e γ (distribuição).

Se somente i é *hub*, d_{ij} é multiplicado por $\gamma \geq 1$. Se somente j é *hub*, então se deve multiplicar d_{ij} por $\beta \geq 1$. Se ambos i e j forem *hubs*, então se deve multiplicar por $0 \leq \alpha \leq 1$.

Os fluxos totais provenientes de cada origem i e encaminhadas para cada destino j , são dados respectivamente por O_i e D_j , conforme descrito a seguir:

$$O_i = \sum_j W_{ij} \quad \forall i \in N \quad (3.1)$$

$$D_j = \sum_i W_{ij} \quad \forall j \in N \quad (3.2)$$

O modelo SCMT tem como objetivo encontrar um subconjunto de nós que irão atuar como *hubs* e para dividir o fluxo W_{ij} entre várias rotas, é necessário que as seguintes condições sejam atendidas:

- (A) Se i e j não são *hubs*, todas as rotas para W_{ij} passam por um *hub*;
- (B) Se i é *hub* e j não, o fluxo W_{ij} pode passar diretamente de i para j , ou passar por no máximo mais um *hub*;
- (C) Se j é *hub* e i não é, W_{ij} pode passar diretamente de i para j , ou passar por no máximo mais um *hub*;
- (D) Se i e j são *hubs*, então W_{ij} deve ir diretamente de i para j ;
- (E) O fluxo total movimentado pelo *hub* k não pode exceder Γ_k ;
- (F) O custo total (custo fixo do *hub* mais o custo de transporte) é minimizado.

Um conjunto de variáveis binárias Y_k , $\forall k \in N$, é também definido de forma que:

$$Y_k = \begin{cases} 1 & \text{se } k \text{ é } hub \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Ao conjunto de nós candidatos onde $Y_k = 1$, serão designados os custos fixos F_k e capacidades de processamento de carga Γ_k .

Os fluxos de carga serão nomeados conforme descrito, de forma que:

- ✓ A_{mj} : Fluxo de carga com destino $j, \forall j \in N$ proveniente diretamente do *hub* m ;
- ✓ B_{kmj} : Fluxo de carga com destino $j, \forall j \in N$, proveniente diretamente do *hub* m e previamente do *hub* k ;
- ✓ C_{ikj} : Fluxo de carga proveniente da origem i , diretamente para o *hub* k e talvez para outro *hub* e posteriormente para o destino $j, \forall j \in N$.

É apresentado na Figura 3.2, um exemplo de fluxo para o SCMT, onde se percebe a clara orientação dos fluxos de carga, em relação ao nó destino j , onde os nós *hub* são representados pelos quadrados e os não-*hub* pelos círculos

Figura 3.2: Orientação das variáveis de fluxo de carga do SCMT

A seguir, todas as possibilidades de rota para uma demanda de transporte W_{ij} entre dois nós i e j e as variáveis de decisão são indicadas na Figura 3.3.

Figura 3.3: Possíveis rotas para o fluxo entre i e j

Fonte: Adaptado de Marín (2005)

Conforme observado na Figura 3.2, as quatro possibilidades de fluxo entre os nós i e j também podem ser sumarizadas da seguinte forma:

- Fluxo de um nó não-*hub* para um nó não-*hub* (item a);
- Fluxo de um nó *hub* para um nó não-*hub* (item b);
- Fluxo de um nó não-*hub* para um nó *hub* (item c);
- Fluxo de um nó *hub* para um nó *hub* (item d).

Com isso, é descrita a formulação matemática do SCMT, conforme segue:

Min:

$$\sum_m \sum_j \gamma d_{mj} A_{mj} + \sum_k \sum_m \sum_j \alpha d_{km} B_{kmj} + \sum_i \sum_k \sum_j \beta d_{ik} C_{ikj} + \sum_k F_k Y_k \quad (3.3)$$

Sujeito a:

$$\sum_k C_{ikj} = W_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad (3.4)$$

$$A_{mj} = \sum_k B_{kmj} \quad \forall m, j \in N \quad (3.5)$$

$$\sum_i C_{ikj} = \sum_m B_{kmj} \quad \forall j, k \in N \quad (3.6)$$

$$A_{mj} \leq D_j Y_m \quad \forall m, j \in N \quad (3.7)$$

$$C_{ikj} \leq W_{ij} Y_k, \quad \forall i, j, k \in N \quad (3.8)$$

$$\sum_i \sum_j C_{ikj} \leq \Gamma_k Y_k \quad \forall k \in N \quad (3.9)$$

$$Y_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in N$$

$$B_{kmj} = 0 \quad \forall k, j, j : \alpha d_{km} \geq \gamma(d_{kj} - d_{mj}), \quad (3.10)$$

$$B_{kmj}, C_{ikj}, A_{mj} \geq 0 \quad \forall i, j, k, m \in N$$

A função objetivo (3.3) é composta de quatro parcelas componentes, onde o primeiro componente reflete o custo da coleta, o segundo componente o custo da transferência, o terceiro componente o custo da distribuição e o quarto componente o custo fixo do(s) *hub*(s) escolhido(s).

As restrições (3.4) asseguram que todos os fluxos W_{ij} entre qualquer par de nós $(i, j) \in N$, passando pelos *hubs* k , sejam atendidos.

As restrições (3.5) asseguram que o fluxo de um *hub* m , com destino a um nó j , seja igual ao fluxo total que passa por todos os *hubs* k em direção a m e com destino final j .

As restrições (3.6) asseguram que a soma dos fluxos de carga de todos os nós i em direção ao nó j via *hub* k , sejam igual à soma dos fluxos de carga com destino ao nó j , para todos os *hubs* k .

As restrições (3.7) asseguram que o fluxo de carga entre o *hub* m e o nó j , seja menor ou igual ao fluxo total em relação ao destino j , se m for escolhido como *hub*.

As restrições (3.8) asseguram que o fluxo de carga entre os nós i e j passando pelo *hub* k , deve ser menor ou igual ao fluxo de carga W_{ij} , se k for escolhido como *hub*.

As restrições (3.9) asseguram que o somatório do fluxo de carga proveniente do nó i com destino ao nó j via *hub* k , deve ser menor ou igual à capacidade instalada Γ_k do *hub* k , se k for escolhido como *hub*.

As restrições (3.10) asseguram que se o custo de transporte αd_{km} for maior que a diferença $\gamma(d_{kj} - d_{mj})$, então o fluxo de carga B_{kmj} será nulo, para quaisquer i, k, m e j escolhidos. Essa restrição melhora a busca pela solução ótima reduzindo o tempo de processamento computacional. Porém, devido ao fato de que d_{kj} é um parâmetro implícito no problema e que não faz parte da função objetivo, essa restrição será descartada nos experimentos realizados posteriormente.

3.2. Formulação CMAHLP-F

Ebery et al. (2000) desenvolveram uma formulação matemática chamada *Capacitated Multiple Allocation Hub Location Problem* ou simplificada CMAHLP que é traduzida como Problema de Alocação Múltipla a *Hubs* Capacitados.

Para o presente trabalho será adotada a versão CMAHLP-F que é uma versão que requer menos esforço computacional em sua resolução, dado o tamanho das variáveis e restrições em relação às outras versões da mesma referência.

Para fins de comparação, as variáveis de mesmo significado matemático serão alteradas na formulação de Ebery et al (2000), de forma a utilizar a mesma nomenclatura da formulação de Marín (2005).

De acordo com Ebery et al (2000), dado um grafo $G = (N, A)$, onde N é o conjunto dos nós e A é subconjunto dos arcos $A \subseteq N \times N$, tem-se o fluxo W_{ij} associado a cada par de nós $(i, j) \in A$. Não se assume que $W_{ij} = W_{ji}$ e adicionalmente $W_{ii} = 0$.

É também assumido d_{ij} como o custo de transporte do nó i ao nó j .

São conhecidos os três componentes parciais de cada fluxo de transporte: a coleta (de um nó origem para um nó *hub*), a transferência (entre nós *hub*) e a distribuição (de um nó *hub* para um nó destino), conforme a Figura 3.1, sendo que cada

componente tem o seu respectivo coeficiente de custo β (coleta), α (transferência) e γ (distribuição)

Um conjunto de variáveis binárias Y_k , $\forall k \in N$, é também definido de forma que:

$$Y_k = \begin{cases} 1 & \text{se } k \text{ é } hub \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Ao conjunto de nós candidatos onde $Y_k = 1$, serão associados os custos fixos F_k e capacidades de processamento de carga Γ_k .

Na formulação CMAHLP-F, as variáveis referentes aos fluxos são descritas de forma que:

Z_{ik} : Fluxo de carga originada no nó origem i , $\forall i \in N$ com destino ao *hub* k ;

Y_{km}^i : Fluxo de carga originada no nó origem i , $\forall i \in N$ com destino ao *hub* m via *hub* k ;

X_{mj}^i : Fluxo de carga originada do nó origem i , $\forall i \in N$ com destino ao nó j via *hub* m .

É apresentado na Figura 3.4, um exemplo de fluxo para o CMAHLP-F, onde se percebe a clara orientação dos fluxos de carga, em relação ao nó origem i , onde os nós *hub* são representados pelos quadrados e os não-*hub* pelos círculos.

Nota-se também que a principal diferença entre o modelo de CMAHLP-F de Ebery et al. (2000) do modelo SCMT de Marín (2005) é a orientação dos fluxos de carga em relação à origem i ou ao destino j , conforme observado nas Figuras 3.2 e 3.4, pois todos os outros resultados esperados em termos de solução de ótimo custo e escolha dos hubs, devem ser obrigatoriamente os mesmos, dada à categoria em que ambas as formulações pertencem (CMAHLP).

Figura 3.4: Orientação das variáveis de fluxo de carga do CMAHLP-F

Com isso, tem-se a formulação do CMAHLP-F:

Min:

$$\sum_i \sum_k \sum_m (\beta d_{ik} + \alpha d_{km}) Y_{km}^i + \sum_i \sum_j \sum_m \gamma d_{mj} X_{mj}^i + \sum_k F_k Y_k \quad (3.11)$$

Sujeito a:

$$\sum_m X_{mj}^i = W_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad (3.12)$$

$$\sum_i \sum_m Y_{km}^i \leq \Gamma_k Y_k \quad \forall k \in N \quad (3.13)$$

$$\sum_i \sum_k Y_{km}^i \leq \sum_i \sum_j W_{ij} Y_m \quad \forall m \in N \quad (3.14)$$

$$\sum_k Y_{km}^i = \sum_j X_{mj}^i \quad \forall i, m \in N \quad (3.15)$$

$$X_{mj}^i, Y_{km}^i \geq 0, Y_k \in \{0,1\} \quad \forall i, j, k, m \in N \quad (3.16)$$

E adicionalmente,

$$Z_{ik} = \sum_m Y_{km}^i \quad \forall i, k \in N \quad (3.17)$$

A função objetivo (3.11) é composta de três parcelas componentes, onde o primeiro componente reflete o custo da coleta e adicionalmente a transferência e o segundo componente o custo da distribuição e o terceiro componente o custo fixo do(s) *hub*(s) escolhido(s).

As restrições (3.12) que asseguram que todos os fluxos W_{ij} entre qualquer par de nós $(i, j) \in N$, passando pelos *hubs* m , sejam atendidos.

As restrições (3.13) asseguram que o somatório dos fluxos de carga, provenientes do nó i , passando pelo *hub* m via *hub* k , deve ser menor ou igual à capacidade instalada Γ_k do *hub* k escolhido.

As restrições (3.14) asseguram que o somatório dos fluxos de carga, provenientes do nó i , passando pelo *hub* m via *hub* k , deve ser menor ou igual ao fluxo de carga W_{ij} , para qualquer *hub* m escolhido.

As restrições (3.15) asseguram que o somatório dos fluxos de carga, provenientes do nó i , passando pelo *hub* m via *hub* k , seja igual ao somatório dos fluxos de carga provenientes do nó i com destino ao nó j via *hub* m .

As restrições (3.16) asseguram que os fluxos X_{mj}^i e Y_{km}^i são todos positivos para quaisquer i, k, m e j escolhidos.

Finalmente, as restrições (3.17), asseguram que todo o fluxo proveniente do nó i com destino ao *hub* k , seja igual ao somatório dos fluxos de carga provenientes do nó i com destino ao *hub* m , via *hub* k .

3.3. Comparação entre os parâmetros e variáveis das formulações SCMT e CMAHLP-F

Com o intuito de fazer a correspondência entre os coeficientes e variáveis utilizados nos dois modelos, é descrito a seguir uma tabela comparativa entre os mesmos.

Tabela 3.1: Quadro comparativo entre os coeficientes/variáveis utilizados no SCMT e CMAHLP-F

Parâmetros e variáveis	SCMT	CMAHLP-F
Nó origem	i	i
Nó destino	j	j
Primeiro e segundo <i>hub</i>	k, m	k, m
Fluxo entre os nós origem e destino	W_{ij}	W_{ij}
Fluxo total de carga na origem	O_i	O_i
Fluxo total de carga no destino	D_j	D_j
Coeficiente de coleta entre o nó origem e o 1º <i>hub</i>	β	β
Coeficiente de transferência entre o 1º e o 2º <i>hub</i>	α	α
Coeficiente de distribuição entre o 2º <i>hub</i> e nó destino	γ	γ
Variável de escolha do <i>hub</i>	Y_k	Y_k
Fluxo para o nó j , via o 1º <i>hub</i> , proveniente do nó i	C_{ikj}	
Fluxo entre o 1º e o 2º <i>hubs</i> com destino ao nó j	B_{kmj}	
Fluxo entre o 2º <i>hub</i> e o nó j	A_{mj}	
Custo de transporte entre o nó origem i e o <i>hub</i> k	d_{ik}	d_{ik}
Custo de transporte entre os <i>hubs</i> k e m	d_{km}	d_{km}
Custo de transporte entre o <i>hub</i> m e o nó destino j	d_{mj}	d_{mj}
Fluxo entre o nó i e o <i>hub</i> k		Z_{ik}
Fluxo entre o 1º e o 2º <i>hubs</i> , proveniente do nó i		Y_{km}^i
Fluxo entre o 2º <i>hub</i> e o nó j , proveniente do nó i		X_{mj}^i
Capacidade de processamento de carga do <i>hub</i> k escolhido	Γ_k	Γ_k
Custo fixo de operação do <i>hub</i> k escolhido	F_k	F_k

4. VALIDAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DOS MODELOS MATEMÁTICOS NO AIMMS

Este capítulo aborda a resolução do problema de localização de hubs com alocação múltipla através dos modelos SCMT e CMAHLP-F para vários conjuntos de dados conhecidos. Para tanto, foi utilizado o AIMMS (*Advanced Integrated Multidimensional Modeling Software*) como ferramenta de apoio à modelagem.

De acordo com Ignacio e Ferreira Filho (2004), o AIMMS corresponde a “uma ferramenta para se desenvolver e se construir sistemas de apoio à decisão, desde procedimentos que ajudam na modelagem, até aplicativos com interface amigável para usuários finais”. Na Tabela 4.1 é apresentado o comparativo entre os principais *softwares* de modelagem existentes, com relação às suas funcionalidades.

Tabela 4.1: Comparação entre os principais sistemas

	AIMMS	GAMS	OPL Studio	Xpress Mosel	AMPL	MPL	Lingo
Facilidades da Linguagem							
Programação Matemática	√	√	√	√	√	√	√
Controle de Fluxo	√	√	√	√	√		√
Procedimentos	√			√	√		
Gerência de Casos	√	√					
Calendário e Horizonte de Tempo	√						
Interface de Desenvolvimento							
Ferramentas de Diagnóstico (<i>Cross Reference / Debugger / Profiler</i>)	√	√			√		
Tipos de Solver							
LP/MIP (<i>Linear Programming / Mixed Integer Programming</i>)	√	√	√	√	√	√	√
QP (<i>Quadratic Program</i>)	√	√		√	√	√	√
NLP (<i>NonLinear Programming</i>)	√	√		√ (SLP)	√	√	√
MINLP (<i>Mixed Integer Nonlinear Program</i>)	√	√		√ (SLP)	√		√
MCP (<i>Mixed Complementarity Programming</i>)	√	√			√		
CP (<i>Constraint Programming</i>)			√				
Global		√					√
Características da Interface							
Interface Gráfica – Usuário Final	√		√				
Conectividade							
ODBC/OLE DB	√		√	√	√	√	
XML	√					√	
Funções Externas	√	√			√		
Desenvolvimento							
Unix / Linux		√	√	√	√	√	√

Fonte: Ignacio e Ferreira Filho (2004)

Percebe-se através da Tabela 4.1 a superioridade do AIMMS em relação aos demais *softwares* de modelagem. O AIMMS é mais completo, com relação aos quesitos facilidade de linguagem, interface de desenvolvimento, tipos de Solver, características da interface, conectividade e desenvolvimento, sendo que um dos pontos mais interessantes é a interface gráfica do usuário ou *Graphical User Interface* (GUI) que proporciona a construção de telas de apresentação da solução a ser obtida.

Este tipo de interface é muito útil para auxílio na obtenção rápida de dados para tomada de decisões. A Figura 4.1 abaixo ilustra uma tela de saída do AIMMS.

Figura 4.1: Exemplo de interface de resultados do AIMMS

Fonte: AIMMS (2010)

4.1. Utilização do conjunto de dados AP para o teste inicial

Para o teste inicial do AIMMS, será utilizado o conjunto de dados da *Australian Post* (AP) que é uma base de dados muito conhecida e referenciada em muitos artigos relacionados ao estudo de problemas de rede do tipo *Hub and Spoke*.

A base AP é a mesma utilizada por Ebery et al. (2000) e Marín (2005) e consiste em um conjunto de 200 instâncias que representam os códigos postais dos distritos da Austrália. São conhecidos também todos os parâmetros de entrada necessários para a resolução das formulações matemáticas SCMT e CMAHLP-F.

O conjunto de dados AP é classificado de acordo com o número de nós e também de acordo com os parâmetros de Custo Fixo Operacional (F_k) e Capacidade de Processamento de Carga do *Hub* (Γ_k), sendo que esses dois parâmetros podem variar de acordo com as condições “Folgado” ou *Loose* (L) e “Apertado” ou *Tight* (T)

As instâncias consideradas no presente trabalho são de 10, 20, 25, 40 e 50 nós e as combinações a serem testadas no presente trabalho são formadas conforme descrito na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Instâncias e combinações do AP a serem testadas

Qtde de nós	Custo Fixo Operacional (F_k)	Capacidade de Processamento de Carga (T_k)	Combinação
10	L	L	10LL
10	L	T	10LT
10	T	L	10TL
10	T	T	10TT
20	L	L	20LL
20	L	T	20LT
20	T	L	20TL
20	T	T	20TT
25	L	L	25LL
25	L	T	25LT
25	T	L	25TL
25	T	T	25TT
40	L	L	40LL
40	L	T	40LT
40	T	L	40TL
40	T	T	40TT
50	L	L	50LL
50	L	T	50LT
50	T	L	50TL
50	T	T	50TT

Como os dados do AP não estão mais disponíveis na OR-Library de Beasley (1990) que era uma biblioteca virtual para consulta de vários conjuntos de dados, os dados da base AP foram obtidos junto a Silva (2010), visto que o mesmo também utilizou a mesma base de dados em sua tese sobre o transporte de carga parcelada.

Para exemplificar a utilização do AP, tem-se uma rede de 10 nós na condição LL, cujos dados de entrada são apresentados nas Tabelas 4.3 à 4.8.

Tabela 4.3: Fluxo de carga W_{ij} , do nó i para o nó j (kg)

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
1	75,455	36,992	54,504	19,270	20,094	17,651	56,770	17,080	18,831	16,386	333,033
2	25,794	38,376	24,998	26,576	18,289	23,169	38,162	20,412	12,483	16,598	244,856
3	66,813	39,315	51,186	22,409	24,203	20,514	70,558	20,242	23,000	19,424	357,664
4	17,329	33,120	18,761	24,908	16,362	22,930	40,161	23,146	11,420	18,670	226,807
5	17,485	25,137	21,183	19,093	23,480	18,306	73,410	20,088	23,890	19,434	261,506
6	11,607	18,442	12,168	16,115	11,117	16,943	37,167	21,829	9,556	18,066	173,011
7	82,373	77,535	90,449	67,792	95,058	72,636	312,259	98,827	110,007	110,368	1.117,303
8	35,143	41,735	36,299	48,415	35,711	57,578	173,373	89,946	41,226	91,825	651,252
9	12,196	11,900	15,345	10,239	18,936	11,159	67,875	15,064	23,622	20,373	206,709
10	21,718	24,964	22,807	27,790	23,084	32,892	109,098	50,847	30,247	63,328	406,774
Total	365,913	347,515	347,701	282,608	286,333	293,777	978,833	377,481	304,282	394,472	3.978,915

Fonte: Silva (2010)

Tabela 4.4: Fluxo total de carga para cada destino D_j (kg)

Nó	D_j
1	365,913
2	347,515
3	347,701
4	282,608
5	286,333
6	293,777
7	978,833
8	377,481
9	304,282
10	394,472

Fonte: Silva (2010)

Tabela 4.5: Custo de transporte de carga d_{ik} , d_{km} e d_{mj} (\$/kg)

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,000	19,961	15,695	23,247	23,047	30,371	31,578	32,743	35,819	36,033
2	19,961	0,000	20,191	12,595	24,554	18,813	29,874	25,425	38,248	30,558
3	15,695	20,191	0,000	13,743	7,367	18,671	15,891	18,297	20,875	20,739
4	23,247	12,595	13,743	0,000	14,467	7,401	17,777	12,875	26,800	17,963
5	23,047	24,554	7,367	14,467	0,000	16,357	8,627	13,047	14,116	14,159
6	30,371	18,813	18,671	7,401	16,357	0,000	15,746	7,943	25,356	13,246
7	31,578	29,874	15,891	17,777	8,627	15,746	0,000	8,784	9,609	6,702
8	32,743	25,425	18,297	12,875	13,047	7,943	8,784	0,000	18,158	5,353
9	35,819	38,248	20,875	26,800	14,116	25,356	9,609	18,158	0,000	14,475
10	36,033	30,558	20,739	17,963	14,159	13,246	6,702	5,353	14,475	0,000

Fonte: Silva (2010)

Tabela 4.6: Custo fixo de operação de cada nó (F_k), caso o mesmo seja escolhido como *hub* (\$)

Nó	Custo fixo
1	28.766,737
2	28.376,762
3	29.774,239
4	24.301,334
5	25.853,462
6	20.762,874
7	34.166,356
8	33.859,209
9	24.717,891
10	33.686,432

Fonte: Silva (2010)

Tabela 4.7: Capacidade de processamento de carga em cada nó (Γ_k), caso o nó seja escolhido como *hub* (kg)

Nó	Capacidade
1	2.198,533
2	6.106,712
3	2.226,593
4	4.515,467
5	4.423,706
6	5.748,027
7	6.109,336
8	6.425,976
9	4.740,036
10	6.238,555

Fonte: Silva (2010)

Tabela 4.8: Tabela de Coeficientes

Coeficiente	Valor
Transferência (α)	0,750
Coleta (β)	3,000
Distribuição (γ)	2,000

Fonte: Silva (2010)

4.2. Estruturação das formulações SCMT e CMAHLP-F no AIMMS

Todo o processo de utilização e lançamento das variáveis, parâmetros, índices, restrições e funções-objetivo, bem como todo o processo de resolução das formulações SCMT e CMAHLP-F no AIMMS está descrito no APÊNDICE A da presente dissertação.

Um recurso adicional muito importante do AIMMS é a criação de casos ou cases que são conjuntos de dados relacionados a cenários ou instâncias específicas e que podem ser controladas separadamente. Como exemplo prático de aplicação, todas as tabelas da instância 10LL exibida na subseção 4.1 podem ser armazenadas

como um case específico no AIMMS e o mesmo pode ser feito com todas as demais instâncias geradas na Tabela 4.2.

4.3. Resultados obtidos na resolução do SCMT e CMAHLP-F através do AIMMS

Para a instância 10LL do AP, a solução de mínimo custo de operação obtida pelo AIMMS para os modelos SCMT e CMAHLP-F é igual a \$ 221.032,70 e os nós escolhidos como *hub* foram os nós 1, 4 e 7. Este resultado condiz com os resultados obtidos por Ebery et al. (2000), conforme dados da Tabela 4.9.

Tabela 4.9: Solução de ótimo custo total e nós escolhidos como *hub* para a base do AP (instâncias de 10, 20, 25, 40 e 50 nós) obtidos por Ebery et al. (2000) através da formulação CMAHLP

Problem	10LL	10TL	10LT	10TT
Opt Sol	221032.70	257558.06	246495.03	257558.06
Opt Hubs	1 4 7	4 5 10	1 4 5 10	4 5 10
Problem	20LL	20TL	20LT	20TT
Opt Sol	230385.47	266877.50	246433.77	287574.78
Opt Hubs	7 14	7 19	6 8 14	1 10 19
Problem	25LL	25TL	25LT	25TT
Opt Sol	233636.69	305982.08	263760.56	333221.75
Opt Hubs	8 18	9 23	9 12 19	12 14 24
Problem	40LL	40TL	40LT	40TT
Opt Sol	238313.45	297204.10	261547.11	339965.84
Opt Hubs	14 29	14 19	14 26 30	14 25 38
Problem	50LL	50TL	50LT	50TT
Opt Sol	234399.93	314845.56	264999.73	391287.33
Opt Hubs	15 35	3 24	6 26 32 48	6 26 41 48

Fonte: Ebery et al (2000)

As demais instâncias descritas na Tabela 4.2 também foram testadas no AIMMS, com relação às formulações SCMT e CMAHLP-F e os resultados de Custo Total (ótimo) estão descritos na Tabela 4.10.

Tabela 4.10: Comparação entre os resultados obtidos pelo SCMT e CMAHLP-F através do AIMMS em relação as soluções de ótimo custo do modelo CMAHLP de Ebery et al (2000)

Base AP	SCMT	CMAHLP-F	Ebery et al. (2000)
Problema	10LL	10LL	10LL
Sol. Ótima de Custo	221.033,70	221.033,70	221.033,70
Hubs escolhidos	1, 4, 7	1, 4, 7	1, 4, 7
Problema	10TL	10TL	10TL
Sol. Ótima de Custo	257.558,06	257.558,06	257.558,06
Hubs escolhidos	4, 5, 10	4, 5, 10	4, 5, 10
Problema	10LT	10LT	10LT
Sol. Ótima de Custo	246.495,03	246.495,03	246.495,03
Hubs escolhidos	1, 4, 5, 10	1, 4, 5, 10	1, 4, 5, 10
Problema	10TT	10TT	10TT
Sol. Ótima de Custo	257.558,06	257.558,06	257.558,06
Hubs escolhidos	4, 5, 10	4, 5, 10	4, 5, 10
Problema	20LL	20LL	20LL
Sol. Ótima de Custo	230.385,47	230.385,47	230.385,47
Hubs escolhidos	7, 14	7, 14	7, 14
Problema	20TL	20TL	20TL
Sol. Ótima de Custo	266.877,50	266.877,50	266.877,50
Hubs escolhidos	7, 19	7, 19	7, 19
Problema	20LT	20LT	20LT
Sol. Ótima de Custo	246.433,77	246.433,77	246.433,77
Hubs escolhidos	6, 8, 14	6, 8, 14	6, 8, 14
Problema	20TT	20TT	20TT
Sol. Ótima de Custo	287.574,78	287.574,78	287.574,78
Hubs escolhidos	1, 10, 19	1, 10, 19	1, 10, 19
Problema	25LL	25LL	25LL
Sol. Ótima de Custo	233.636,69	233.636,69	233.636,69
Hubs escolhidos	8, 18	8, 18	8, 18
Problema	25TL	25TL	25TL
Sol. Ótima de Custo	305.982,08	305.982,08	305.982,08
Hubs escolhidos	9, 23	9, 23	9, 23
Problema	25LT	25LT	25LT
Sol. Ótima de Custo	263.760,56	263.760,56	263.760,56
Hubs escolhidos	9, 12, 19	9, 12, 19	9, 12, 19
Problema	25TT	25TT	25TT
Sol. Ótima de Custo	333.221,75	333.221,75	333.221,75
Hubs escolhidos	12, 14, 24	12, 14, 24	12, 14, 24

Continua

Continuação

Base AP	SCMT	CMAHLP-F	Ebery et al. (2000)
Problema	40LL	40LL	40LL
Sol. Ótima de Custo	238.313,45	238.313,45	238.313,45
<i>Hubs</i> escolhidos	14, 29	14, 29	14, 29
Problema	40TL	40TL	40TL
Sol. Ótima de Custo	297.204,10	297.204,10	297.204,10
<i>Hubs</i> escolhidos	14, 19	14, 19	14, 19
Problema	40LT	40LT	40LT
Sol. Ótima de Custo	261.547,11	261.547,11	261.547,11
<i>Hubs</i> escolhidos	14, 26, 30	14, 26, 30	14, 26, 30
Problema	40TT	40TT	40TT
Sol. Ótima de Custo	339.965,84	339.965,84	339.965,84
<i>Hubs</i> escolhidos	14, 25, 38	14, 25, 38	14, 25, 38
Problema	50LL	50LL	50LL
Sol. Ótima de Custo	234.399,93	234.399,93	234.399,93
<i>Hubs</i> escolhidos	15, 35	15, 35	15, 35
Problema	50TL	50TL	50TL
Sol. Ótima de Custo	314.845,56	314.845,56	314.845,56
<i>Hubs</i> escolhidos	3, 24	3, 24	3, 24
Problema	50LT	50LT	50LT
Sol. Ótima de Custo	264.999,73	264.999,73	264.999,73
<i>Hubs</i> escolhidos	6, 26, 32, 48	6, 26, 32, 48	6, 26, 32, 48
Problema	50TT	50TT	50TT
Sol. Ótima de Custo	391.287,33	391.287,33	391.287,33
<i>Hubs</i> escolhidos	6, 26, 41, 48	6, 26, 41, 48	6, 26, 41, 48

Esse comparativo mostra que os resultados obtidos através dos AIMMS para as formulações matemáticas do SCMT e o CMAHLP-F atingiram o mesmo resultado em relação à solução ótima de custo total de Ebery et al (2000) descrita na Tabela 4.9, além de considerarem corretamente a escolha dos *hubs*, de forma que os modelos escolhidos podem ser utilizados em uma aplicação em um caso real.

4.4. Fluxos de carga na solução ótima obtida com o AIMMS

A seguir, cada uma das variáveis das formulações SCMT e CMAHLP-F será listada para o conjunto 10LL a fim de ilustrar o resultado obtido referente à representação do fluxo de carga em cada trecho (coleta, transferência e distribuição).

É importante lembrar que o SCMT e o CMAHLP-F representam os fluxos de carga de forma diferente em relação ao mesmo conjunto de dados, sendo que ambos estão corretos. A diferenciação ocorre especificamente na referência dos fluxos em relação ao nó origem (CMAHLP-F) ou destino (SCMT).

4.4.1. Resultados obtidos no cálculo dos fluxos de carga pelo SCMT

Serão apresentados nas próximas tabelas, os resultados referentes aos fluxos de carga A_{mj} , B_{kmj} e C_{ikj} da formulação SCMT, que representam respectivamente as parcelas de distribuição, transferência e coleta, onde o índice j representa a referência ao nó destino final.

Tabela 4.11: Fluxo de carga A_{mj} (kg)

		j										Total
m	A_{mj}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	1	365,913	36,992	54,504								457,409
	2											
	3											
	4		310,523	107,114	282,608	45,768	293,777		65,387			1.105,176
	5											
	6											
	7			186,084		240,565		978,833	312,094	304,282	394,472	2.416,331
	8											
	9											
	10											
	Total	365,913	347,515	347,701	282,608	286,333	293,777	978,833	377,481	304,282	394,472	3.978,915

Percebe-se através da Tabela 4.11 que somente há fluxo A_{mj} para a parte dos nós, os quais m é igual a 1, 4 e 7, que são os *hubs* escolhidos da solução ótima, conforme a Tabela 4.9.

Como observação, nota-se que existem nós destinos j na configuração ótima obtida que são atendidos somente por um *hub* (1, 4, 6, 7, 9 e 10), por dois *hubs* (2, 5 e 8) e por três *hubs* (3).

A variável seguinte B_{kmj} representa o fluxo de carga entre os *hubs* m e k , cujo destino final é o nó j e os valores desta variável serão mostrados na Tabela 4.12,

sendo esta uma tabela simplificada, onde serão excluídas as linhas às quais m e k são diferentes de 1, 4 e 7, pois nessas linhas os fluxos de carga são nulos. Esta simplificação facilitará a visualização dos resultados obtidos.

Tabela 4.12: Fluxo de carga B_{kmj} (kg)

		j										Total	
B_{kmj}		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
m	k	1	142,268	36,992	54,504							233,764	
		4				19,270		17,651				36,921	
		7					20,094		56,770	17,080	18,831	16,386	129,161
		4	1	54,730									54,730
			4		170,987	107,114	138,423	45,768	141,134		65,387		668,813
			7						115,490		33,460	53,334	202,283
		7	1	168,915									168,915
			4		139,536		124,914		134,992				399,442
			7			186,084		220,472		806,573	295,013	251,992	324,753
Total			365,913	347,515	347,701	282,608	286,333	293,777	978,833	377,481	304,282	394,472	3.978,915

A próxima variável C_{ikj} representa o fluxo de carga entre os nós origem i e o *hub* k , com destino ao nó j e será detalhada na Tabela 4.13.

De forma semelhante, serão excluídas as linhas onde k é diferente 1, 4 e 7, pois não há fluxo a partir da origem i , pois somente há *hubs* nos nós 1, 4 e 7.

Com isso, tem-se o detalhamento de todos os fluxos de carga A_{mj} , B_{kmj} e C_{ikj} .

Tabela 4.13: Fluxo de carga C_{ikj} (kg)

			j										
C _{ikj}			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
k	i	1	75,455	36,992	54,504	19,270	20,094	17,651	56,770	17,080	18,831	16,386	333,033
		4											
		7											
		1											
		4	25,794	38,376	24,998	26,576	18,289	23,169	38,162	20,412	12,483	16,598	244,856
		7											
		1	66,813										66,813
		4		39,315	51,186	22,409		20,514					133,425
		7					24,203		70,558	20,242	23,000	19,424	157,427
		1											
		4	17,329	33,120	18,761	24,908	16,362	22,930	40,161	23,146	11,420	18,670	226,807
		7											
		1											
		4											
		7	17,485	25,137	21,183	19,093	23,480	18,306	73,410	20,088	23,890	19,434	261,506
		1											
		4	11,607	18,442	12,168	16,115	11,117	16,943	37,167	21,829	9,556	18,066	173,011
		7											
		1											
	4												
	7	82,373	77,535	90,449	67,792	95,058	72,636	312,259	98,827	110,007	110,368	1.117,303	
	1												
	4		41,735		48,415		57,578					147,728	
	7	35,143		36,299		35,711		173,373	89,946	41,226	91,825	503,525	
	1												
	4												
	7	12,196	11,900	15,345	10,239	18,936	11,159	67,875	15,064	23,622	20,373	206,709	
	1												
	4												
	7	21,718	24,964	22,807	27,790	23,084	32,892	109,098	50,847	30,247	63,328	406,774	
Total			365,913	347,515	347,701	282,608	286,333	293,777	978,833	377,481	304,282	394,472	3.978,915

Para facilitar o entendimento e a visualização dos resultados de forma prática, será descrita também uma representação gráfica dos fluxos para o problema analisado.

Esse passo será feito de forma qualitativa, representando-se inicialmente todo o fluxo carga A_{mj} . Será então realizada uma decomposição de um fluxo A_{mj} qualquer, e suas respectivas parcelas em relação aos fluxos de B_{kmj} e por último será realizada a decomposição das parcelas B_{kmj} em relação às parcelas C_{ikj} .

O primeiro fluxo de carga a ser representado são os fluxos de carga A_{mj} (kg).

Figura 4.2: Fluxo de carga A_{mj} (Kg)

A Figura 4.2 representa todos os fluxos de carga A_{mj} (kg), sendo que os círculos representam os nós destino e os quadrados representam os *hubs* escolhidos. Nesse caso, os *hubs* escolhidos são os nós 1, 4 e 7, conforme solução ótima apresentada.

Tomando-se o fluxo A_{42} equivalente a 310,523 kg, representaremos sua decomposição em cada componente B_{kmj} e sua representação esquemática será exibida na Figura 4.3.

Observa-se que o fluxo A_{42} é igual à soma dos fluxos B_{442} (170,987 kg) e B_{742} (139,536 kg), que são os fluxos correspondentes aos fluxos de transferência de carga entre os *hubs* 4 e 7 até o *hub* 4 com destino ao nó 2.

Figura 4.3: Fluxo de carga B_{kmj} (Kg)

A seguir as componentes B_{442} e B_{742} serão decompostas de acordo com os fluxos de carga proveniente das origens, representadas aqui por C_{ikj} na Figura 4.4.

Nota-se que o componente B_{442} é formado pela soma dos componentes C_{242} (38,376 Kg), C_{342} (39,315 kg), C_{442} (33,120 kg), C_{642} (18,442 kg) e C_{842} (41,735 kg), enquanto que o componente B_{742} é formado pela soma de C_{572} (25,137 kg), C_{772} (77,535 kg), C_{972} (11,900 kg) e C_{1072} (24,964 kg).

Figura 4.4: Fluxo de carga C_{ikj} (Kg)

Desta forma, conclui-se que a partir do SCMT, é possível também criar uma representação matricial e gráfica de todos os fluxos de carga desde o nó origem até o nó destino e todo o percurso envolvido.

4.4.2. Resultados obtidos no cálculo dos fluxos de carga pelo CMAHLP-F

De forma semelhante ao item 4.4.1, serão descritos a seguir os resultados referentes aos fluxos de carga Z_{ik} , Y_{km}^i e X_{mj}^i da formulação CMAHLP-F, que representam os fluxos de coleta, transferência e distribuição, onde o índice i representa a referência ao nó origem.

O primeiro fluxo de carga a ser descrito na Tabela 4.14 é o fluxo de carga Z_{ik} (Kg) que corresponde ao fluxo do nó i ao *hub* k .

Tabela 4.14: Fluxo de carga Z_{ik} (kg)

		k										Total
Z_{ik}		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
i	1	333,033										333,033
	2				244,856							244,856
	3	66,813			133,425			157,427				357,664
	4				226,807							226,807
	5							261,506				261,506
	6				173,011							173,011
	7							1.117,303				1.117,303
	8				147,728			503,525				651,252
	9							206,709				206,709
	10							406,774				406,774
	Total	399,846			925,826			2.653,243				3.978,915

A seguir, será representado na Tabela 4.15, o fluxo de carga Y_{km}^i (kg) entre os *hubs* k e m , que representa na prática a transferência entre *hubs*, com relação à origem i .

Tabela 4.15: Fluxo de carga Y_{km}^i (kg)

		m										Total
Y_{ikm}		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
k i	1	166,951			36,921			129,161				333,033
	4											
	7											
	1											
	4	17,329			139,226			70,252				226,807
	7											
	1											
	4											
	7	82,373			217,963			816,968				1.117,303
	Total	457,409			1.105,176			2.416,331				3.978,915

Como os fluxos de transferência Y_{km}^i entre k e m existem somente para os nós 1, 4 e 7 que são efetivamente os nós escolhidos como *hub* na solução ótima para a rede considerada, os demais valores de do fluxo Y_{km}^i são nulos e por esse motivo suas linhas não foram incluídas na Tabela 4.15, de forma a facilitar a visualização do resultado.

O último fluxo de carga a ser representado é referente à variável X_{mj}^i e corresponde ao fluxo do *hub* m ao nó j , em relação à origem i , representado na Tabela 4.16.

Tabela 4.16: Fluxo de carga X_{mj}^i (kg)

			<i>j</i>										
<i>X_{imj}</i>			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
<i>m</i> <i>i</i>	1	1	75,455	36,992	54,504								166,951
		4				19,270		17,651					36,921
		7					20,094		56,770	17,080	18,831	16,386	129,161
	2	1	25,794										25,794
		4		38,376	24,998	26,576	18,289	23,169		20,412			151,820
		7							38,162		12,483	16,598	67,242
	3	1	66,813										66,813
		4		39,315	51,186	22,409		20,514					133,425
		7					24,203		70,558	20,242	23,000	19,424	157,427
	4	1	17,329										17,329
		4		33,120	18,761	24,908	16,362	22,930		23,146			139,226
		7							40,161		11,420	18,670	70,252
	5	1	17,485										17,485
		4		25,137		19,093		18,306					62,536
		7			21,183		23,480		73,410	20,088	23,890	19,434	181,484
	6	1	11,607										11,607
		4		18,442	12,168	16,115	11,117	16,943		21,829			96,614
		7							37,167		9,556	18,066	64,790
	7	1	82,373										82,373
		4		77,535		67,792		72,636					217,963
7				90,449		95,058		312,259	98,827	110,007	110,368	816,968	
8	1	35,143										35,143	
	4		41,735		48,415		57,578					147,728	
	7			36,299		35,711		173,373	89,946	41,226	91,825	468,381	
9	1	12,196										12,196	
	4		11,900		10,239		11,159					33,297	
	7			15,345		18,936		67,875	15,064	23,622	20,373	161,215	
10	1	21,718										21,718	
	4		24,964		27,790		32,892					85,646	
	7			22,807		23,084		109,098	50,847	30,247	63,328	299,410	
Total			365,913	347,515	347,701	282,608	286,333	293,777	978,833	377,481	304,282	394,472	3.978,915

De forma a obter uma representação gráfica do modelo CMAHLP-F, serão representados os fluxos de carga Z_{ik} , Y_{km}^i e X_{mj}^i

Esse passo será feito de forma qualitativa, representando-se inicialmente todo o fluxo de carga Z_{ik} . Será então realizada uma decomposição de um fluxo Z_{ik} qualquer, em relação aos fluxos de Y_{km}^i e por último será realizada a decomposição das parcelas Y_{km}^i em relação às parcelas X_{mj}^i .

O primeiro fluxo de carga a ser representado é o fluxo de carga Z_{ik} (kg), conforme Figura 4.5.

Figura 4.5: Fluxo de carga Z_{ik} (kg)

Tomando-se o fluxo Z_{84} equivalente a 147,728 kg, será representada a sua decomposição em relação ao componente Y_{km}^i e sua representação esquemática será exibida na Figura 4.6.

Observa-se que a parcela decomposta Y_{44}^8 possui valor idêntico ao valor de Z_{84} (147,728 kg), indicando um fluxo único com destino ao próprio *hub* 4. Em outras palavras, o fluxo de transferência foi realizado para k igual a m .

Figura 4.6: Fluxo de carga Y_{km}^i (kg)

O último componente do fluxo corresponde ao fluxo entre o *hub*, representado pela parcela Y_{44}^8 , conforme fluxos determinados X_{42}^8 (41,735 kg), X_{44}^8 (48,415 kg) e X_{46}^8 (57,578), na Figura 4.7.

Da mesma forma que o SCMT, conclui-se que a partir do CMAHLP-F, é possível também criar uma representação matricial e gráfica de todos os fluxos de carga desde o nó origem até o nó destino e todo o percurso envolvido.

Figura 4.7: Fluxo de carga e X_{mj}^i (kg)

4.5. Diferença entre os resultados obtidos no cálculo dos fluxos de carga através do AIMMS para o SCMT e o CMAHLP-F

Conforme já descrito na Tabela 4.10, os resultados obtidos em termos de solução e escolha dos hubs por ambos os métodos SCMT e CMAHLP-F foram exatamente os mesmos em termos de solução ótima e escolha dos *hubs*.

Porém, as variáveis representativas dos fluxos de coleta, transferência e distribuição apresentaram resultados bem diferentes entre si.

Isto pode ser observado pelo fato de que as variáveis da formulação SCMT são orientadas sempre em relação ao destino j e as variáveis da formulação CMAHLP-F são orientadas em relação à origem i , conforme já comentado anteriormente nas subseções 3.1 e 3.2.

Ambas estão corretas e podem ser consideradas complementares em relação aos testes realizados.

4.6. Avaliação da solução ótima obtida pelo AIMMS para a utilização de coeficientes de capacidade de processamento de carga (Γ_k) e custo fixo operacional (F_k) iguais à zero

O presente tópico tem por objetivo avaliar a solução ótima obtida pelo AIMMS em relação às formulações SCMT e CMAHLP-F, quando da utilização de coeficientes de capacidade de processamento de carga (Γ_k) e custo fixo operacional (F_k) iguais à zero.

Dada a escolha dos nós *hubs*, pressupõe-se que caso a capacidade de processamento de carga (Γ_k) e o custo operacional (F_k) dos nós não-escolhidos sejam iguais à zero, então o AIMMS não deverá escolher os referidos nós como *hubs* para o problema em questão e a solução ótima não se alterará.

Essa hipótese deverá ser testada, pois é relevante no caso da modelagem dos custos de uma rede de transporte, onde existam nós previamente classificados como não-*hub*, com a capacidade de processamento de carga (Γ_k) e o custo fixo operacional (F_k) iguais a zero.

Esse cenário deve ser testado tanto para o SCMT quanto para o CMAHLP-F. e para tanto será utilizado o conjunto de dados 10LL da base AP, cuja solução é conhecida foi previamente testada no AIMMS.

A solução ótima de mínimo custo do conjunto 10LL apresentada na Tabela 4.9 é igual a \$ 221.032,70. A mesma tabela também informa a escolha dos nós 1,4 e 7 como *hubs* para o referido caso.

Dada a solução ótima existente, pressupõe-se que caso a capacidade de processamento de carga (Γ_k) e o custo operacional (F_k) dos nós não-escolhidos sejam igualados a zero a solução ótima não se alterará.

Nesse caso, as tabelas de capacidade de processamento de carga (Γ_k) e o custo operacional (F_k) serão alteradas, conforme descritos nas tabelas 4.17 e 4.18.

Tabela 4.17: Nova capacidade de processamento de carga I_k (kg)

Nó	Capacidade
1	2.198,533
2	0,000
3	0,000
4	4.515,467
5	0,000
6	0,000
7	6.109,336
8	0,000
9	0,000
10	0,000

Tabela 4.18: Novo custo fixo operacional F_k (\$)

Nó	Custo fixo
1	28.766,737
2	0,000
3	0,000
4	24.301,334
5	0,000
6	0,000
7	34.166,356
8	0,000
9	0,000
10	0,000

Os demais parâmetros são mantidos, conforme dados existentes no item 4.1 do presente capítulo.

4.6.1. Nova simulação para a condição 10LL com o SCMT e CMAHLP-F com capacidade de processamento de carga (Γ_k) e custos operacionais (F_k) iguais à zero

A simulação do SCMT no AIMMS apresentou uma nova solução ótima com o valor de \$ 188.827,02 e todos os nós foram escolhidos como *hub*. Este resultado difere da solução ótima de \$ 221.032,74, sendo a nova configuração obtida para os *hubs* também muito diferente da escolha ótima anterior dos nós 1, 4 e 7, da Tabela 4.10.

Esta solução obtida difere da solução ótima inicial, pois os nós 2, 3, 5, 6, 8, 9 10 não deveriam ter sido escolhidos como hub, visto que os mesmos não possuíam capacidade de processamento de carga (Γ_k).

O mesmo resultado foi obtido na simulação com o CMAHLP-F.

A seguir são representados os fluxos de carga da nova simulação e uma decomposição de um fluxo qualquer exemplificando a nova configuração obtida.

Figura 4.8: Novo fluxo de carga A_{mj} (kg)

Figura 4.9: Novo fluxo de carga B_{kmj} (kg)

Figura 4.10: Novo fluxo de carga C_{ikj} (kg)

Figura 4.11: Novo fluxo de carga Z_{ik} (kg)

Figura 4.12: Novo fluxo de carga Y_{km}^i (kg)

Figura 4.13: Novo fluxo de carga X_{mj}^i (kg)

Percebe-se na representação gráfica dos fluxos de carga da nova simulação do conjunto 10LL, que tanto o SCMT quanto o CMAHLP-F escolheram todos os dez nós como *hubs* (Figuras 4.8 e 4.13), mesmo com os coeficientes de capacidade de processamento de carga (Γ_k) quanto com o custo fixo operacional (F_k) apresentando valores iguais à zero.

A escolha de nós ocorrida nesta simulação decorre do fato de a função objetivo escolhe os nós cujos custos operacionais sejam os menores possíveis e nada impede que um nó com um custo igual a zero seja escolhido, pois esta seria uma situação de mínimo custo, embora de fato o *hub* escolhido nesse caso fosse um falso *hub* e que não possui capacidade de processamento de carga.

4.6.2. Correção do processo de escolha dos *hubs*

Para corrigir o processo de escolha dos *hubs*, será criada uma nova restrição, que inviabiliza a escolha dos nós cujos custos fixos de processamento (F_k) sejam iguais a zero. A nova restrição está descrita, conforme Equação (4.1) :

$$Y_k = 0 \quad \forall k \mid F_k = 0 \quad (4.1)$$

Esta nova restrição deve ser acrescentada às formulações matemáticas SCMT e CMAHLP-F para corrigir o processo de escolha dos nós candidatos a *hub*.

4.6.3. Resultado da simulação após a inserção da nova restrição

Com a nova restrição, o resultado da solução de mínimo custo obtida para o conjunto 10LL foi de \$ 221.032,74, com a escolha correta dos nós 1, 4 e 7 tanto para o SCMT quanto para o CMAHLP-F, de forma que esses modelos se encontram aptos para serem testados no AIMMS em um caso real, a partir deste ponto.

5. APLICAÇÃO DOS MODELOS SCMT E CMAHLP-F EM UM CASO REAL

5.1. Estrutura da empresa de transportes Alfa

A transportadora Alfa dispõe de uma malha com 52 filiais pólo e 138 pontos de operação, atendendo mais de 4.000 localidades em 20 Estados e dispõe de uma frota de mais de 3.000 veículos circulando de norte a sul do país para atendimento de toda a demanda de transporte.

Na Figura 5.1 é apresentada a malha de distribuição da transportadora Alfa:

Figura 5.1: Malha de distribuição da transportadora Alfa

Fonte: Site da transportadora Alfa (2013). Acesso em 12/07/2013

Percebe-se em vermelho, as filiais pólo que são as principais responsáveis pelo recebimento, consolidação e distribuição para os clientes finais e são caracterizadas em função da estrutura própria existente e os pontos de operação (em azul) que são estações geradoras ou receptoras de carga, normalmente geridas por parceiros comerciais.

Dentre as filiais pólo existentes, dez se destacam e são também consideradas como terminais consolidadores de carga (*hubs*), distribuídos estrategicamente no território brasileiro, realizando operações de transferência de carga entre as mesmas e também operações de coleta e distribuição com as filiais pólo.

Através da Figura 5.2 é possível descrever de forma qualitativa a estrutura de transporte da empresa Alfa e suas atuais inter-relações entre os *hubs*, as filiais pólo e os pontos de operação, de acordo com os fluxos marcados de 1 a 7.

Figura 5.2: Exemplo da estrutura operacional da transportadora Alfa

A explicação de cada um dos fluxos marcados é descrita conforme segue:

- (1) As filiais pólo (círculos amarelos) se comunicam com os *hubs* (quadrados azuis). Esse fluxo é o fluxo padrão existente;
- (2) Existem pontos de operação (círculos verdes) para captação e entrega de cargas;
- (3) Existem pontos de operação (círculos verdes) somente para captação de cargas;
- (4) Existem pontos de operação somente para entrega de cargas;

- (5) Pode existir comunicação direta entre os pontos de operação com os *hubs*;
- (6) Existe alocação múltipla das filiais pólo aos *hubs*. Cada filial pólo pode se comunicar com mais de um *hub*;
- (7) Embora não seja padrão, podem existir linhas longas entre filiais pólo e *hubs* distantes;
- (8) Embora não seja padrão, podem existir linhas de fluxo direto entre filiais pólo. Esse tipo de fluxo também deve ser evitado, conforme premissas da subseção 2.3.2.

O escopo de serviços oferecidos pela transportadora Alfa é descrito na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Escopo de serviços de transporte oferecidos pela transportadora Alfa

No.	Serviços
1	Transporte rodoviário local, estadual, regional ou nacional
2	Transporte de carga fracionada ou lotação
3	Logística reversa
4	Entregas em lugares de difícil acesso
5	Distribuição e consolidação de produtos

Fonte: Site da transportadora Alfa (2014). Acesso em 12/05/2014

E dada a rede existente, justifica-se a aplicação da metodologia de *Hub and Spoke*, especificamente das formulações matemáticas SCMT e CMAHLP-F para a determinação da configuração ótima, de forma a se atingir os objetivos descritos no item 1.1.

5.2. Conjunto de dados considerados na aplicação real

Para a modelagem matemática da rede da transportadora Alfa em questão, serão considerados apenas 51 filiais pólo como nós principais, visto que os fluxos de carga dos pontos de operação exclusivamente ligados à captação ou entrega de cargas por parceiros comerciais já estão contemplados dentro do próprio fluxo de carga destes nós.

É listada na Tabela 5.2 a relação de cidades das 51 filiais pólo e respectivas siglas identificadoras.

Tabela 5.2: Tabelas de filiais pólo consideradas no teste real

No.	Cidade	SIGLA	No.	Cidade	SIGLA
1	Aracaju	AJU	27	Chapecó	XAP
2	Belo Horizonte	BHZ	28	Belem	BEL
3	Barueri	BRI	29	Blumenau	BNU
4	Cajazeiras	CJZ	30	Barreiras	BRA
5	Campina Grande	CPV	31	Brasilia	BSB
6	Curitiba	CWB	32	Castanhal	CAS
7	Eunápolis	ENP	33	Criciúma	CCM
8	Feira De Santana	FES	34	Campinas	CPQ
9	Imperatriz	IMP	35	Caxias do Sul	CXJ
10	Itabuna	ITN	36	Florianópolis	FLN
11	Juazeiro Do Norte	JDO	37	Fortaleza	FOR
12	Joao Pessoa	JPA	38	Goiania	GYN
13	Manaus	MAO	39	Joaçaba	JCB
14	Matias Barbasa	MTB	40	Joinvile	JOI
15	Mossoró	MFV	41	Lajes	LAJ
16	Natal	NAT	42	Maceio	MCZ
17	Nova Serrana	NVS	43	Picus	PIC
18	Petrolina	PNZ	44	Porto Alegre	POA
19	Sobral	QBX	45	Pouso Alegre	PPY
20	Ribeirao Preto	RAO	46	Tubarão	QTB
21	Recife	REC	47	Rio De Janeiro	RIO
22	São Paulo	SAO	48	Salgueiro	SAG
23	Salvador	SSA	49	São Luiz	SLZ
24	Terezina	THE	50	Santa Inês	STI
25	Uberlandia	UDI	51	Vitoria Da Conquista	VDC
26	Vitoria	VIX			

Para efeito de descaracterização dos dados, a numeração sequencial de cada cidade (1 a 51) será refeita aleatoriamente e não será mais utilizado o nome e nem a sigla de cada cidade nas próximas análises. Desta forma, foca-se na resolução do problema e não na exposição de alguma informação de caráter mais estratégico da empresa Alfa.

A nova numeração criada será também utilizada para identificar os índices i , k , m e j que serão utilizados para caracterizar todos os dados de fluxo de carga W_{ij} , fluxo de carga no destino D_j , distância entre nós, custo de transporte d_{ik} , d_{km} , d_{mj} ,

capacidade de processamento de carga em cada nó (I_k) e custo fixo operacional (F_k) a seguir apresentados, bem como todos os resultados obtidos como o custo total da solução ótima, *hubs* escolhidos e rotas associadas para coleta, transferência e distribuição.

Devido ao tamanho das tabelas, os dados de fluxo de carga W_{ij} entre as cidades i e j , o fluxo de carga no destino D_j e a distância entre nós serão descritos nas Tabelas 1 à 4, na seção APÊNDICE B.

Para o cálculo do custo de transporte d_{ik} , d_{km} , d_{mj} , será adotado um valor médio de custo de transporte de R\$ 0,003 / Kg.Km que será multiplicado pela distância ponto a ponto de cada arco, obtendo-se desta forma o custo de transporte referente às parcelas de coleta, transferência e distribuição em R\$ / Kg, também descritas na Tabela 4, na seção APÊNDICE B.

O valor médio do custo de transporte de R\$ 0,003 / Kg.Km é um valor calculado de forma empírica, não sendo necessário nenhuma justificativa exata para o presente trabalho.

Nota-se que são utilizados os mesmos valores para os custos de transporte d_{ik} , d_{km} , d_{mj} , sendo que a diferenciação entre os mesmos será obtida através da aplicação dos coeficientes de transferência, coleta e distribuição, de acordo com a Tabela 5.3, também obtida empiricamente:

Tabela 5.3: Tabela de Coeficientes

Coeficiente	Valor
Transferência (α)	0,750
Coleta (β)	1,000
Distribuição (γ)	1,000

5.3. Plano de testes da aplicação do SCMT e CMAHLP-F em um caso real

Para o presente trabalho serão considerados os seguintes cenários para teste da transportadora Alfa:

- Modelagem da rede atual, considerando *hubs* existentes.
- Inclusão aleatória de mais dois nós como candidatos a *hub* e impacto no custo total, em relação à rede atual;
- Inclusão de todos os nós como candidatos a *hub* e impacto no custo total, em relação à rede atual;
- Redução aleatória de dois nós candidatos a *hub* e impacto no custo total, em relação à rede atual;
- Teste com apenas um nó candidato a *hub* e impacto no custo total;
- Influência da variação do custo fixo operacional (F_k) no processo de escolha dos *hubs*.

O objetivo dos cenários propostos é avaliar o impacto da variação dos parâmetros de custo fixo operacional no processo de escolha dos hubs e também no custo total da solução ótima obtida a tecer conclusões que possam auxiliar análises estratégicas da empresa Alfa.

5.3.1. Modelagem da rede atual, considerando-se os *hubs* existentes

Devido ao fato de que o custo total da rede de transporte da transportadora Alfa não é conhecido, não se pode comparar este dado com o custo total da modelagem considerando os *hubs* atualmente existentes. Esta primeira comparação poderia indicar se os fluxos de carga de coleta, transferência e distribuição estariam sendo corretamente executados, em função de custo total obtido, mas não será possível se chegar a nenhuma conclusão a esse respeito. De qualquer forma o resultado obtido pode servir de parâmetro de comparação em relação aos próximos cenários a serem testados e com esse intuito é realizada a primeira modelagem real.

Foram considerados como *hubs* existentes os nós 2, 3, 13, 16, 18, 19, 40, 41, 43 e 45 que atualmente operam com esta finalidade, além de serem também filiais pólo com demanda de recebimento e entrega de carga para outros nós.

Será calculada a seguir, a capacidade de processamento de carga em cada nó *hub* (Γ_k). A capacidade de processamento de carga nada mais é que a capacidade do *hub* de transferir cargas de uma origem para um destino dentro da própria estrutura física. Este processo é executado por operadores que exercem esta função em docas especificamente designadas de acordo com as rotas estabelecidas e é definida de acordo com a seguinte expressão:

$$\Gamma_k = Qdc \cdot Qop \cdot Cap_{op} \cdot Qturnos \quad (5.1)$$

Onde:

Γ_k : Capacidade de processamento de carga em cada nó (kg / Dia)

Qdc : Quantidade de docas

Qop : Quantidade de operadores por doca e turno

Cap_{op} : Capacidade operacional de manuseio de carga por operador (kg) por turno

$Qturnos$: Quantidade de turnos

A expressão 5.1 foi definida de forma empírica e não tem o mérito de representar fielmente a definição de capacidade de processamento de carga (Γ_k).

Para o custo fixo da operação (F_k) é considerado apenas o custo da mão de obra, a exemplo de Silva (2007) e sua definição é descrita na equação abaixo:

$$F_k = Qdc \cdot Qop \cdot Qturnos \cdot Sal_{op} \quad (5.2)$$

Onde:

F_k : Custo fixo da operação (R\$ / Dia)

Qdc : Quantidade de docas

Q_{op} : Quantidade de operadores por doca e turno

Q_{turnos} : Quantidade de turnos

Sal_{op} : Salário médio dos operadores por dia (R\$ / Dia)

Os dados de capacidade de processamento de carga em cada nó (Γ_k), e custo fixo de operação de cada nó (F_k) estão descritos na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Capacidade de processamento de carga em cada nó (Γ_k), e custo fixo de operação de cada nó (F_k) – Rede atual

Nó	Q_{dc}	Q_{op}	Cap_{op} (kg/Dia)	Q_{turnos}	Capacidade Total por Dia T_k (kg)	Sal_{op} por dia (R\$)	Custo Operacional por Dia F_k (\$)
1							
2	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
3	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13	40,000	8,000	500,000	1,000	160.000,000	100,000	32.000,000
14							
15							
16	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
17							
18	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
19	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
29							
30							

Continua

Continuação

Nó	Qdc	Qop	Cap_op (kg/Dia)	Qturnos	Capacidade Total por Dia Tk (kg)	Sal_op por dia (R\$)	Custo Operacional por Dia Fk (\$)
31							
32							
33							
34							
35							
36							
37							
38							
39							
40	50,000	8,000	500,000	1,000	200.000,000	100,000	40.000,000
41	50,000	8,000	500,000	1,000	200.000,000	100,000	40.000,000
42							
43	50,000	8,000	500,000	1,000	200.000,000	100,000	40.000,000
44							
45	50,000	8,000	500,000	1,000	200.000,000	100,000	40.000,000
46							
47							
48							
49							
50							
51							
Total	390,000				1.560.000,000		312.000,000

Dados os parâmetros de entrada, o custo total obtido para a modelagem da rede atual com a utilização do AIMMS foi de \$ 7.277.938,24 tanto na simulação através do SCMT quanto através do CMAHLP-F e os nós escolhidos como *hubs* foram: 2, 3, 13, 16, 18, 19, 40, 41, 43 e 45, sendo que a escolha dos *hubs* coincidiu com os *hubs* atualmente existentes descritos na subseção 5.1 do presente capítulo. Esse resultado já era esperado pelo fato de que os demais nós não possuem capacidade de processamento de carga (Γ_k).

Nota-se que escolha dos *hubs* também não poderia ser diferente, pois a capacidade de processamento de carga total (kg) em toda a rede é de 1.560.000,000 kg / dia, enquanto que a demanda total da rede W_{ij} (kg) é de 1.558.208,205 kg. Sendo assim, não haveria a possibilidade de escolha de outro *hub*, dadas as opções existentes.

O resultado obtido servirá de parâmetro de comparação para a simulação dos próximos cenários, visto que conforme informação anteriormente descrita, os resultados reais da rede atual não estão disponíveis para comparação.

Verifica-se que os parâmetros de capacidade operacional de manuseio de carga por operador (kg) por turno Cap_{op} e salário médio dos operadores por dia (R\$ / Dia) Sal_{op} foram considerados os mesmos para todos os nós. Porém, de forma prática, os valores utilizados podem variar em função do grau de maturidade dos operadores e do piso salarial estabelecido que pode diferir de região para região.

5.3.2. Inclusão aleatória de mais dois nós candidatos a *hub* e impacto no custo total, em relação à rede atual

A partir desta subseção serão propostas alterações na configuração da rede transportadora Alfa, como a escolha aleatória de nós a serem incluídos ou excluídos como nós candidatos a *hub* para que sejam testadas novas condições de operação, de forma a checar o impacto no custo total da solução obtida.

Para o novo teste, serão considerados valores de capacidade de processamento de carga (Γ_k) e custo fixo operacional (F_k) não-nulos a dois nós candidatos existentes da rede atual (27 e 48, em amarelo, na Tabela 5.5), de forma que a nova configuração dos *hubs* na rede pode ser alterada, em função de uma melhor alternativa que propicie um menor custo total de operação.

Tabela 5.5: Capacidade de processamento de carga em cada nó (Γ_k), e custo fixo de operação de cada nó (F_k) – Aumento da quantidade de nós candidatos a *hub*

Nó	Q_{dc}	Q_{op}	Cap_{op} (kg/Dia)	Q_{turnos}	Capacidade Total por Dia T_k (kg)	Sal_{op} por dia (R\$)	Custo Operacional por Dia F_k (\$)
1							
2	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
3	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13	40,000	8,000	500,000	1,000	160.000,000	100,000	32.000,000
14							
15							
16	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
17							
18	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
19	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
28							
29							
30							
31							
32							
33							
34							
35							
36							
37							
38							
39							
40	50,000	8,000	500,000	1,000	200.000,000	100,000	40.000,000

Continua

Continuação

Nó	Q_{dc}	Q_{op}	Cap_{op} (kg/Dia)	Q_{turnos}	Capacidade Total por Dia T_k (kg)	Sal_{op} por dia (R\$)	Custo Operacional por Dia F_k (\$)
41	50,000	8,000	500,000	1,000	200.000,000	100,000	40.000,000
42							
43	50,000	8,000	500,000	1,000	200.000,000	100,000	40.000,000
44							
45	50,000	8,000	500,000	1,000	200.000,000	100,000	40.000,000
46							
47							
48	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
49							
50							
51							
Total	450,000				1.800.000,000		360.000,000

Para o novo cenário tanto o SCMT quanto o CMAHLP-F atingiram o mesmo custo total no valor de \$ 6.546.502,45, valor menor que o resultado inicial de \$ 7.277.938,24, com a escolha dos nós atualmente escolhidos como *hubs* 2, 3, 13, 16, 18, 19, 40, 41, 43 e 45 e adicionalmente os nós 27 e 48 também.

O resultado obtido é particularmente interessante, pois como o custo fixo operacional (F_k) leva em consideração somente o custo de mão de obra, que é significativamente inferior ao custo total (responde apenas por \$ 360.000,00 ou 5,5% do custo total no novo cenário), o AIMMS aloca todos os nós com capacidade de processamento de carga (Γ_k).

Outro ponto interessante é que com a escolha de todos os nós candidatos a *hub*, existe uma sobra de capacidade de processamento de carga, decorrente da capacidade instalada de 1.800.000,00 kg/dia processados. Caso seja necessário, um ajuste na capacidade das instalações pode ser realizado de forma a reduzir o impacto do custo fixo, reduzindo ainda mais o custo total obtido na solução ótima.

5.3.3. Inclusão de todos os nós como candidatos a *hub* e impacto no custo total, em relação à rede atual

Neste novo cenário, todos os nós da rede serão candidatos a *hub* e a capacidade de processamento de carga (Γ_k) será igualmente dividida entre todos os nós da rede.

Adicionalmente, serão também imputados custos fixos (F_k) para cada nó candidato a *hub*.

Os novos valores de capacidade e custo fixo estão descritos na Tabela 5.6 e a distribuição das capacidades foi feita de forma aleatória, mantendo os *hubs* da rede atual com um nível de capacidade que não seja menor que 50% da capacidade instalada no teste na subseção 5.3.1.

Tabela 5.6: Capacidade de processamento de carga em cada nó (Γ_k), e custo fixo de operação de cada nó (F_k) – Todos os nós são considerados como candidatos a *hub*

Nó	Q_{dc}	Q_{op}	Cap_{op} (kg/Dia)	Q_{turnos}	Capacidade Total por Dia T_k (kg)	Sal_{op} por dia (R\$)	Custo Operacional por Dia F_k (\$)
1	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
2	15,000	8,000	500,000	1,000	60.000,000	100,000	12.000,000
3	15,000	8,000	500,000	1,000	60.000,000	100,000	12.000,000
4	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
5	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
6	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
7	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
8	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
9	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
10	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
11	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
12	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
13	20,000	8,000	500,000	1,000	80.000,000	100,000	16.000,000
14	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
15	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
16	15,000	8,000	500,000	1,000	60.000,000	100,000	12.000,000
17	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
18	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
19	15,000	8,000	500,000	1,000	60.000,000	100,000	12.000,000
20	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
21	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
22	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
23	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
24	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
25	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
26	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
27	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
28	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
29	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
30	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000

Continua

Continuação

Nó	Q _{dc}	Q _{op}	Cap _{op} (kg/Dia)	Qturnos	Capacidade Total por Dia T _k (kg)	Sal _{op} por dia (R\$)	Custo Operacional por Dia F _k (\$)
31	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
32	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
33	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
34	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
35	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
36	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
37	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
38	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
39	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
40	25,000	8,000	500,000	1,000	100.000,000	100,000	20.000,000
41	25,000	8,000	500,000	1,000	100.000,000	100,000	20.000,000
42	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
43	25,000	8,000	500,000	1,000	100.000,000	100,000	20.000,000
44	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
45	25,000	8,000	500,000	1,000	100.000,000	100,000	20.000,000
46	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
47	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
48	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
49	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
50	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
51	5,000	8,000	500,000	1,000	20.000,000	100,000	4.000,000
Total	415,000				1.660.000,000		332.000,000

O custo total ótimo obtido nesta nova modelagem tanto para o tanto o SCMT quanto para o CMAHLP-F foi de \$ 5.749.159,49 com a alocação de todos os nós candidatos á hub, exceto os nós 22, 24 e 38.

Cabe ressaltar que o custo total obtido é menor do que o custo total \$ 6.546.502,45 e \$ 7.277.938,24 para 12 e 10 nós alocados como *hubs*, respectivamente.

5.3.4. Redução aleatória de dois nós candidatos a *hub* e impacto no custo total, em relação à rede atual

Na presente simulação, a base inicial existente de 10 nós candidatos a *hub* será reduzida para 8 nós, sendo que suas capacidade de processamento de carga (Γ_k) e custo fixo operacional (F_k) serão redistribuídas, de forma que a capacidade total da rede e o custo fixo total se mantenham inalterados.

Em amarelo na Tabela 5.7, se encontram os nós desconsiderados como candidatos e em verde os nós candidatos a *hub* cujas capacidades e custos foram aumentados.

Tabela 5.7: Capacidade de processamento de carga em cada nó (Γ_k), e custo fixo de operação de cada nó (F_k) – Redução da quantidade de nós candidatos a *hub*

Nó	Qdc	Qop	Cap_op (kg/Dia)	Qturnos	Capacidade Total por Dia Tk (kg)	Sal_op por dia (R\$)	Custo Operacional por Dia Fk (\$)
1							
2	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
3	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13	40,000	8,000	500,000	1,000	160.000,000	100,000	32.000,000
14							
15							
16							
17							
18							
19	30,000	8,000	500,000	1,000	120.000,000	100,000	24.000,000
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
29							
30							
31							
32							
33							
34							
35							

Continua

Continuação

Nó	Qdc	Qop	Cap_op (kg/Dia)	Qturnos	Capacidade Total por Dia Tk (kg)	Sal_op por dia (R\$)	Custo Operacional por Dia Fk (\$)
36							
37							
38							
39							
40	80,000	8,000	500,000	1,000	320.000,000	100,000	64.000,000
41	50,000	8,000	500,000	1,000	200.000,000	100,000	40.000,000
42							
43	50,000	8,000	500,000	1,000	200.000,000	100,000	40.000,000
44							
45	80,000	8,000	500,000	1,000	320.000,000	100,000	64.000,000
46							
47							
48							
49							
50							
51							
Total	390,000				1.560.000,000		312.000,000

O novo resultado do custo total da operação é de \$ 7.832.238,58 referente às formulações SCMT e CMAHLP-F e os hubs escolhidos foram 2, 3, 13, 19, 40, 41, 43 e 45. Este resultado é pior do o que resultado inicial de \$ 7.277.938,24 e muito pior do que o resultado o Teste 1 de \$ 6.546.502,45, comprovando que nesse caso, com a redução dos nós disponíveis para serem utilizados como *hubs*, os custos de transporte acabaram aumentando significativamente.

5.3.5. Teste com apenas um nó candidato a *hub* e impacto no custo total

Para esse novo cenário, será escolhido apenas um nó como candidato a *hub* e toda capacidade de processamento de carga (Γ_k) será concentrado nesse nó, bem como todo o custo fixo operacional (F_k).

Será escolhido como nó candidato, o nó que apresentar o maior somatório em i do fluxo de mercadoria (W_{ij}), que nesse caso é o nó 43.

Os demais nós não serão exibidos na Tabela 5.8, pelo fato de apenas possuírem valores nulos.

Tabela 5.8: Capacidade de processamento de carga em cada nó (Γ_k), e custo fixo de operação de cada nó (F_k) – Teste com apenas um nó candidato a *hub*

Nó	Q_{dc}	Q_{op}	Cap_{op} (kg/Dia)	Q_{turnos}	Capacidade Total por Dia T_k (kg)	Sal_{op} por dia (R\$)	Custo Operacional por Dia F_k (\$)
43	390,000	8,000	500,000	1,000	1.560.000,000	100,000	312.000,000

O resultado obtido para a solução ótima de mínimo custo foi de \$ 18.794.819,76 tanto para o CMAHLP-F quanto para o SCMT.

Este resultado mostra que para o presente problema e para o cenário onde foi considerado apenas um nó como candidato a hub, houve aumento do custo total da solução ótima.

5.3.6. Comparação entre os resultados obtidos com a variação do número de hubs escolhidos

De forma a facilitar o entendimento dos resultados obtidos, os dados dos testes realizados referentes à resolução das formulações matemáticas do SCMT e CMAHLP-F via AIMMS foram agrupados no Gráfico 5.1, onde percebe-se claramente o efeito da quantidade de nós escolhidos como *hub* e o aumento do custo total de transporte da rede considerada.

Ou seja, quanto menor a quantidade *hubs* a serem utilizados, maior será o custo total da operação, face ao aumento da demanda de transporte ponto a ponto.

Esse resultado é conclusivo, porém dado que o Custo Fixo Operacional (F_k) leva em consideração apenas o custo da mão de obra que no caso da Base Atual é \$ 312.000,00 ante o Custo Total calculado de \$ 7.277.938,24, ou 4,29%, fica claro que a formulação matemática procurará sempre alocar todos os nós candidatos existentes como *hub*.

Gráfico 5.1: Análise do Custo Total da Operação

Nota-se que na análise apresentada no Gráfico 5.1, muitos nós foram definidos aleatoriamente como candidatos a *hub*. Caso outros nós tivessem sido escolhidos como candidatos a *hub*, a análise apresentada poderia ter chegado resultados diferentes, consequentemente.

5.3.7. Influência da variação do custo fixo operacional (F_k) no processo de escolha dos *hubs*

Caso seja considerado o custo fixo da instalação para que o nó candidato se torne *hub*, então possivelmente o sistema optará pela escolha de poucos nós como *hub*, desde que os mesmos possuam capacidade de processamento de carga (Γ_k) suficiente para o atendimento da demanda.

Para testar esta hipótese, foi criado um novo cenário, de acordo com a Tabela 5.9

Nessa nova tabela, as capacidades de processamento de carga (Γ_k) foram aumentadas de forma a permitir um excesso de capacidade em relação a toda a rede, de forma que o sistema possa optar pela escolha de outros terminais.

Adicionalmente, foi incluída uma parcela de custo fixo da Instalação que representa hipoteticamente duas vezes o valor do custo fixo operacional (F_k), de forma a novamente forçar o sistema a optar pela escolha de poucos nós candidatos a *hub*.

Tabela 5.9: Teste da Base Atual (modificada)

Nó	Qdc	Qop	Cap_op (kg/Dia)	Qturnos	Capacidade Total por Dia T_k (kg)	Sal_op por dia (R\$)	Custo Operacional por Dia F_k (\$)	Custo Fixo da Instalação Dia(\$)	Custo Operacional Total Dia F_k (\$)
1									
2	30,000	8,000	1.000,000	1,000	240.000,000	100,000	24.000,000	48.000,000	72.000,000
3	30,000	8,000	1.000,000	1,000	240.000,000	100,000	24.000,000	48.000,000	72.000,000
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13	40,000	8,000	1.000,000	1,000	320.000,000	100,000	32.000,000	64.000,000	96.000,000
14									
15									
16	30,000	8,000	1.000,000	1,000	240.000,000	100,000	24.000,000	48.000,000	72.000,000
17									
18	30,000	8,000	1.000,000	1,000	240.000,000	100,000	24.000,000	48.000,000	72.000,000
19	30,000	8,000	1.000,000	1,000	240.000,000	100,000	24.000,000	48.000,000	72.000,000
20									
21									
22									
23									
24									
25									
26									
27									
28									
29									
30									
31									
32									
33									
34									
35									
36									
37									
38									
39									
40	50,000	8,000	1.000,000	1,000	400.000,000	100,000	40.000,000	80.000,000	120.000,000

Continua

Continuação

Nó	Qdc	Qop	Cap_op (kg/Dia)	Qturnos	Capacidade Total por Dia Tk (kg)	Sal_op por dia (R\$)	Custo Operacional por Dia Fk (\$)	Custo Fixo da Instalação Dia(\$)	Custo Operacional Total Dia Fk (\$)
41	50,000	8,000	1.000,000	1,000	400.000,000	100,000	40.000,000	80.000,000	120.000,000
42									
43	50,000	8,000	1.000,000	1,000	400.000,000	100,000	40.000,000	80.000,000	120.000,000
44									
45	50,000	8,000	1.000,000	1,000	400.000,000	100,000	40.000,000	80.000,000	120.000,000
46									
47									
48									
49									
50									
51									
	390,000				3.120.000,000				936.000,000

Os nós candidatos a hub, nesse novo teste continuam sendo os nós 2, 3, 13, 16, 18, 19, 40, 41, 43 e 45 da base atual.

Esta condição será testada em ambas as formulações matemáticas SCMT e CMAHLP-F através do AIMMS, onde conforme esperado, obteve-se um novo Custo Total (\$ 7.091.092,96), relativamente menor, em comparação ao Custo Total anterior (\$ 7.277.938,24) com a escolha de oito nós candidatos a *hub* (2, 3, 13, 16, 18, 19, 40 e 43). Os nós 41 e 45 deixaram de fazer parte da solução ótima como nós candidatos.

Esse fato demonstra que o aumento do Custo Fixo Operacional (F_k) impacta a decisão de escolha dos nós candidatos a *hub* e, portanto, todos os custos que podem impactar no cálculo deste parâmetro devem ser corretamente levados em consideração, conforme resultado observado no Gráfico 5.2, testado para ambas as formulações SCMT e CMAHLP-F.

Gráfico 5.2: Análise do Novo Custo Total da Operação

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como foco a aplicação de uma metodologia específica de modelagem de redes de transporte para terminais multialocados e capacitados de carga parcelada, em um caso real.

Os modelos matemáticos utilizados foram o *Splittable Capacitated Multiple Allocation Hub Location Problem* ou simplificadaamente SCM, que literalmente é traduzido como Problema de Alocação Múltipla a Hubs Capacitados Divisíveis, na versão SCMT, de Marín (2005) e o *Capacitated Multiple Allocation Hub Location Problem* (CMAHLP) ou Problema de Alocação Múltipla a Hubs Capacitados, na versão CMAHL-F de Ebery et al. (2000).

Foi utilizado o software AIMMS (*Advanced Integrated Multidimensional Modeling Software*) como ferramenta suporte à modelagem desenvolvida, onde foram estabelecidos os seguintes objetivos:

- ✓ Minimizar o Custo Total da rede de transporte;
- ✓ Determinar os terminais de consolidação (*hubs*) para a solução ótima obtida;
- ✓ Determinar os fluxos de carga para a solução ótima obtida.

Inicialmente, ambas as formulações matemáticas (SCMT e CMAHLP-F) foram testadas em relação ao conjunto de dados do *Australian Post* (AP) para 10, 20, 25, 40 e 50 nós, nas condições L-Loose (Folgado) e T-Tight (Apertado). Foram testados ao total, vinte conjuntos de dados para ambas as formulações e os resultados obtidos foram idênticos entre si e idênticos aos resultados da solução ótima obtida por Ebery et al. (2000).

Desta forma, verificou-se que o SCMT e o CMAHLP-F estavam aptos para serem testados em um caso real. Porém, antes do teste real foi detectada uma inconsistência em ambas as formulações quando eram utilizados dados de nós candidatos com custos fixos operacionais (F_k) e capacidades de processamento de carga (Γ_k) nulos, pois a função objetivo visava sempre a escolha dos *hubs* com o menor custo fixo, modificando totalmente o resultado esperado.

Esse problema foi detectado em uma instância modificada do AP (10LL) com custos fixos operacionais e capacidades de processamento de carga zerados, onde se esperava atingir o mesmo resultado da solução ótima da instância 10LL original. Porém, o resultado obtido da instância alterada foi a escolha dos nós candidatos com custo fixo igual a zero como *hubs*, alterando totalmente o resultado da solução ótima.

Para reparar esse problema, foi criada uma nova restrição que foi aplicada em ambas as formulações, de forma a proibir a escolha de nós que apresentassem o custo fixo operacional nulo. Com isso, os resultados obtidos novamente retornaram aos valores corretos para a instância “modificada” 10LL do AP.

Após a aplicação desta correção, foi realizada uma aplicação prática na rede de transporte da Transportadora Alfa que possui 51 nós, dentre os quais somente 10 eram considerados como nós candidatos e somente esses nós possuíam capacidade de processamento de carga e custos fixos operacionais não-nulos.

Foram realizados testes, aumentando ou reduzindo a quantidade de nós candidatos a *hub* e percebeu-se que dado o peso da parcela de custo fixo em relação ao custo total da solução ótima (em torno de 4,29% para a base atual), o AIMMS sempre buscava a alocação de todas as bases com capacidade de processamento de carga e custo fixos instalados para serem utilizados como *hub*.

Para verificar a relevância do custo fixo operacional em relação ao custo total da solução ótima, foi criado um novo cenário teste, aumentando-se a capacidade de processamento de carga de todos os nós candidatos e adicionando-se ao custo fixo operacional uma parcela de custo da instalação, de forma a tornar este custo significativo em relação ao montante do custo total.

O valor obtido para o custo total da solução ótima nesse novo teste foi menor do que o custo total ótimo anterior e houve também a escolha de uma quantidade menor de nós candidatos a *hub*, confirmando a hipótese testada. Porém, para se determinar qual seria o ponto de equilíbrio no processo decisório de escolha dos *hubs*, um estudo mais profundo sobre este parâmetro deve ser realizado.

As formulações matemáticas SCMT e CMAHLP-F aplicadas no presente trabalho apresentaram os mesmos resultados, tanto em termos de custo total obtido, quanto com relação à escolha dos nós candidatos a *hub*, mostrando que a utilização do AIMMS levou aos mesmos resultados obtidos em literatura.

A diferença entre ambas as formulações é que o SCMT possui um tempo de processamento computacional menor, em função da redução do tamanho das variáveis do modelo.

Outra diferença entre as formulações matemáticas está no fato de que as variáveis de fluxo de carga nos processos de coleta, transferência e distribuição, referenciam dados distintos do problema. No caso do SCMT, todas as variáveis de fluxo referenciam os nós destino j e no caso do CMAHLP-F, as variáveis de fluxo referenciam sempre os nós origem i .

No exemplo prático as simulações foram mais uma situação *p-hub* (onde o número de *hubs* é definido, à priori) do que uma situação de escolha do *hub* pelo próprio modelo, visto que os nós candidatos já estavam previamente definidos, sendo o primeiro objetivo a modelagem da rede atual e a partir desse ponto foram elaborados outros cenários para comparação.

Um ponto importante sobre a escolha dos nós candidatos a *hub* na aplicação prática, é que o resultado obtido pode variar em função da infinidade de combinações que podem ser aplicadas. Caso outros nós fossem escolhidos como candidatos a *hub*, com capacidades de processamento de carga e custos fixos não-nulos, a solução ótima certamente sofreria variações.

Com relação ao sistema de apoio à decisão, o AIMMS se mostrou uma plataforma muito prática para a resolução de problemas de modelagem de redes de transporte para terminais multialocados e capacitados de carga parcelada.

Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se criar um novo modelo prevendo a criação de mais *hubs* entre os pares Origem-Destino, conforme Figura 6.1, visto que

para distâncias muito grandes, qualquer formulação matemática do tipo *Hub and Spoke* é limitada a um máximo de dois *hubs*, sendo que para distâncias muito grandes, como no caso do Brasil, a distância percorrida pode se tornar demasiadamente longa e a inserção de pelo menos mais um *hub* pode levar a redução do custo total da solução ótima.

Figura 6.1: Novo modelo *Hub and Spoke* proposto para trabalhos futuros

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALUMUR, S., & KARA, B. Y. (2008). **Network hub location problems: The state of the art**. European Journal of Operational Research, 190(1), 1–21. doi:10.1016/j.ejor.2007.06.008.

AYKIN, T., 1994. **Lagrangian relaxation based approaches to capacitated hub-and-spoke network design problem**. European Journal of Operational Research 79 (3), 501–523.

BALLOU, R. H., **Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos/Logística Empresarial**. Porto Alegre. Ed. Bookman, 5. Ed., 2006.

BEASLEY, J.E., **"OR-Library: distributing test problems by electronic mail"**, Journal of the Operational Research Society 41(11) (1990) pp1069-1072.

BOLAND, N., KRISHNAMOORTHY, M., ERNEST, A.T., EBERY, J., 2004. **Preprocessing and cutting for multiple allocation hub location problems**. European Journal of Operational Research 155 (3), 638–653.

BOWERSOX, D. J., **Gestão Logística de Cadeias de Suprimentos**. Porto Alegre. Ed. Bookman, 2007.

CAMPBELL, J.F., 1992. **Location and allocation for distribution systems with transshipments and transportation economies of scale**. Annals of Operations Research 40, 77–99.

CAMPBELL, J.F., 1994b. **Integer programming formulations of discrete hub location problems**. European Journal of Operational Research 72, 387–405.

Campbell, J.F., 1996. Hub location and the p-hub median problem. Operations Research 44 (6), 1–13.

CHEN, J.F., 2007. **A hybrid heuristic for the uncapacitated single allocation hub location problem**. Omega 35, 211–220.

Confederação Nacional do Transporte (CNT), Atlas do Transporte (2006), Disponível em: <<http://www.sistematicnt.org.br/informacoes/pesquisas/atlas/2006/index.htm>> . Acesso em 17/05/2014.

CUNHA, C.B., SILVA, M.R., 2007. **A genetic algorithm for the problem of configuring a hub-and-spoke network for a LTL trucking company in Brazil.** European Journal of Operational Research 179, 747–758.

DASKIN, M.S. (2008). **What you should know about location modeling.** Naval Res Logis 55: 283-294.

DASKIN, M.S. (2008), **What you should know about location modeling.** Naval Research Logistics, 55: 283–294. doi: 10.1002/nav.20284.

WEISZFELD, E. **Sur le point pour lequel la somme des distances de n points donne est minimum**, Tohoku Math J 43 (1936), 355–386.

EBERY, J., 2001. **Solving large single allocation p-hub problems with two or three hubs.** European Journal of Operational Research 128 (2), 447–458.

EBERY, J., KRISHNAMOORTHY, M., ERNEST, A., BOLAND, N., 2000. **The capacitated multiple allocation hub location problem:** Formulations and algorithms. European Journal of Operational Research 120, 614–631.

ERNEST, A., HAMACHER, H., JIANG H., KRISHNAMOORTHY, M., WOEGINGER, G., 2002a. **Uncapacitated single and multiple allocation p-hub center problems.** Unpublished Report, CSIRO Mathematical and Information Sciences, Australia.

ERNEST, A.T., KRISHNAMOORTHY, M., 1996. **Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem.** Location Science 4 (3), 139–154.

ERNEST, A.T., KRISHNAMOORTHY, M., 1998a. **Exact and heuristic algorithms for the uncapacitated multiple allocation p-hub median problem**. European Journal of Operational Research 104, 100–112.

ERNEST, A.T., KRISHNAMOORTHY, M., 1998b. **An exact solution approach based on shortest-paths for p-hub median problems**. Informs Journal on Computing 10 (2), 149–162.

FLEURY, P., 2011. Logística no Brasil: **Situação atual e transição para uma economia verde**. Fundação Brasileira para o Desenvolvimento Sustentável, Coleção de estudos sobre diretrizes para uma economia verde no Brasil.

Guia do Transportador, **Ranking das maiores empresas transportadoras de carga (2010)**. Disponível em: http://www.guiadotrc.com.br/mercado/ranking_transportadoras2010.asp. Acesso em 17/05/2010.

H. K. SMITH, G. LAPORTE and P. R. HARPER. **Locational Analysis: Highlights of Growth to Maturity**. The Journal of the Operational Research Society. Vol. 60, Supplement 1: Milestones in OR (May, 2009), pp. s140-s148.

IGNACIO, A. A. V., FERREIRA FILHO, V. J. M.. **Seção de Software: o uso de software de modelagem AIMMS na solução de problemas de programação matemática**. Pesqui. Oper. [online]. 2004, vol.24, n.1, pp. 197-210. ISSN 0101-7438.

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Séries Históricas e Estatísticas (2013), Disponível em: <http://seriesestatisticas.ibge.gov.br/series.aspx?no=1&op=1&vcodigo=SCN52&t=produto-interno-bruto-br-valores-correntes> . Acesso em 12/07/2013.

ISARD W (1969). **General Theory: Social, Political, Economic, and Regional, with Particular Reference to Decision-making Analysis**. M.I.T. Press: Cambridge, Massachusetts.

KLOSE, A., & DREXL, A. (2005). **Facility location models for distribution system design**. European Journal of Operational Research, 162(1), 4–29. doi:10.1016/j.ejor.2003.10.031.

KUBY, M., **Programming models for facility dispersion: The pdispersion and maxisum dispersion problems**, Geog Anal 19 (1987), 315–329.

MARÍN, A., 2005. **Formulating and solving splittable capacitated multiple allocation hub location problems**. Computers & OR 32 (12), 3093–3109.

MARÍN, A., CÁNOVAS, L., LANDETE, M., 2006. **New formulations for the uncapacitated multiple allocation hub location problem**. European Journal of Operational Research 172 (1), 274–292.

MAYER, G., WAGNER, B., 2002. **HubLocator: An exact solution method for the multiple allocation hub location problem**. Computers & OR 29, 715–739.

O'KELLY, M.E., 1992. **Hub facility location with fixed costs**. Papers in Regional Science 71 (3), 293–306.

PAMUK, F.S., SEPIL, C., 2001. **A solution to the hub center problem via a single-relocation algorithm with tabu search**. IIE Transactions 33 (5), 399–411.

PIRKUL, H., SCHILLING, D.A., 1998. **An efficient procedure for designing single allocation hub and spoke systems**. Management Science 44 (12), 235–242.

SASAKI, M., FUKUSHIMA, M., 2003. **On the hub-and-spoke model with arc capacity constraints**. Journal of the Operations Research Society of Japan 46 (4), 409–428.

Secretaria de Política Nacional de Transportes, **Plano Nacional de Logística e Transportes (PNLT)**, 2006, Disponível em: <<http://www.transportes.gov.br/conteudo/36391>>. Acesso em 12/07/2013.

SILVA, M. R., & CUNHA, C. B. (2009). **New simple and efficient heuristics for the uncapacitated single allocation hub location problem**. Computers & Operations Research, 36(12), 3152–3165. doi:10.1016/j.cor.2008.12.019.

SILVA, M. R.. **Uma contribuição ao problema de localização de terminais de consolidação no transporte de carga parcelada**. Dissertação (Mestrado). Universidade de São Paulo (2004).

SILVA, M.R., **Uma contribuição ao projeto de redes de transporte de carga parcelada**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo (2010)

TANSEL, B.C., Francis RL and Lowe TJ (1983a, 1983b). **Location on networks: a survey**, Parts I and II. Mngt Sci 29: 482-497 and 498-511.

The geography of transport system, **Airlines deregulation and hub and spoke networks** (2013). Disponível em: <http://people.hofstra.edu/geotrans/eng/ch3en/conc3en/hubspokederegulation.html> . Acesso em 12/07/2013.

WEBER, A. (1909). **Über den Standort der Industrien**. Tübingen, Germany.

APÊNDICE A: MODELAGEM DAS FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS SCMT E CMAHLP-F NO AIMMS

Será apresentada nesta seção a modelagem das formulações SCMT de Marin (2005) e CMAHLP-F de Ebery et al. (2000) no AIMMS, baseada nos itens 3.1 e 3.2, em termos de linguagem computacional.

Para a modelagem do SCMT no AIMMS, é necessário o preenchimento de duas seções internas para garantir o funcionamento do programa:

1. *Model Explorer*: nesta seção será inserida toda a declaração matemática do modelo.

Figura 1: Exemplo da seção *Model Explorer* para o SCMT

Para a presente seção, é requerido o preenchimento dos seguintes conjuntos de dados / informações:

- *Set*: são os índices dos conjuntos de dados. Nesse caso, os nós existentes que podem ser a origem (i), o destino (j) ou os *hubs* (k e m);

Figura 2: Exemplo de declaração de índices

Nodes	
Type	Set
Identifier	Nodes
Index domain	
Subset of	
Text	
Index	i, j, k, m
Parameter	
Property	
Order by	
☒ Definition ☐ Initial data	

- *Parameter*: são todos os parâmetros estabelecidos para a rede, como fluxo de carga (W_{ij}), custo de transporte (d_{ij}), custo fixo operacional (F_k), capacidade de processamento de carga (Γ_k) e os coeficientes de coleta, transferência e distribuição (β, α e γ).

Figura 3: Exemplo de declaração de parâmetros

W	
Type	Parameter
Identifier	W
Index domain	(i, j)
Text	
Range	
Unit	
Default	
Property	
☒ Definition ☐ Initial data	

- *Variable*: são as variáveis a serem calculadas pelo AIMMS, tais como os fluxos de carga A_{mj} , B_{kmj} , C_{ikj} custo total e Y_k que é a variável de escolha dos *hubs*;

Figura 4: Exemplo de declaração de variáveis

Amj	
Type	Variable
Identifier	Amj
Index domain	(m, j)
Text	
Range	nonnegative
Unit	
Default	
Property	
Nonvar status	
Definition	

- *Constraint*: são as restrições da formulação, dentre as quais podemos citar as equações 3.4 a 3.9 e 4.1;

Figura 5: Exemplo de declaração de restrições

Rest_34	
Type	Constraint
Identifier	Rest_34
Index domain	(i, j)
Text	
Unit	
Property	
Definition	Sum [k, C _{ikj} (i, k, j)] = W(i, j)

- *Mathematical Program*: programação matemática para atingir a solução ótima da função objetivo proposta;

Figura 6: Exemplo de declaração de programação matemática

Least_Total_Cost	
Type	Mathematical Progr ▾
Identifier	Least_Total_Cost
Objective	Total_Cost
Direction	minimize
Constraints	AllConstraints
Variables	AllVariables
Text	
Type	Automatic
Violation penalty	
Comment	

- *Main Execution*: procedimento de execução que contém as condições que o programa necessita seguir para atingir a solução ótima.

Figura 7: Exemplo de declaração de procedimento de execução

MainExecution	
Procedure	MainExecution
Body	<pre>Solve Least_Total_Cost;</pre> <div> <pre>If (Least_Total_Cost.ProgramStatus <> 'Optimal') then empty Total_Cost, Amj, Bkmj, Cikj, Y; Endif;</pre> </div>

2. *Page Manager*: é a seção onde é criada a interface de saída dos resultados obtidos no modelo.

Esta seção é criada pelo próprio usuário e pode fornecer perfis de dados, de acordo com a necessidade do problema.

Figura 8: Exemplo da seção *Page Manager* do SCMT

O AIMMS possui uma funcionalidade que pode ser facilmente acionada através do comando “CTRL P”, de forma a exibir o progresso da execução. Através desta funcionalidade, é possível checar problemas na formulação ou status da resolução.

Figura 9: Exemplo de progresso da execução

Progress Window	
READY	
AIMMS	: Teste.amb
Executing	: MainExecution
Line number	: 1 [body]
Math.Program	: Least_Total_Cost
# Constraints	: 469
# Variables	: 475 (6 integer)
# Nonzeros	: 2999
Model Type	: MIP
Direction	: minimize
SOLVER	: CPLEX 12.4
Phase	: Postsolving
Iterations	: 154
Nodes	: 0 (Left: 0)
Best LP Bound	: 16271.745 (Gap: 0.00%)
Best Solution	: 16271.745 (Post: 16271.745)
Solving Time	: 0.08 sec (Peak Mem: 0.1 Mb)
Program Status	: Optimal
Solver Status	: Normal completion
Total Time	: 0.00 sec
Memory Used	: 81.9 Mb
Memory Free	: 1343.3 Mb

Por último, será descrita nas Figuras 10 a 12, toda a modelagem da formulação matemática do SCMT obtida através do comando *Model Explorer / View / Text Representation / All* que também possui todas as condições adotadas para a representação da formulação matemática SCMT.

Figura 10: Modelagem da formulação matemática SCMT no AIMMS

```

MAIN MODEL Main_SCMT

DECLARATION SECTION

SET:
  identifier   : Nodes
  indices     : i, j, k, m ;

PARAMETER:
  identifier   : Gama
  range       : nonnegative ;

PARAMETER:
  identifier   : Alfa
  range       : nonnegative ;

PARAMETER:
  identifier   : Beta
  range       : nonnegative ;

PARAMETER:
  identifier   : W
  index domain : (i,j) ;

PARAMETER:
  identifier   : D
  index domain : j ;

PARAMETER:
  identifier   : T
  index domain : k ;

PARAMETER:
  identifier   : Dist_1
  index domain : (m,j) ;

PARAMETER:
  identifier   : Dist_2
  index domain : (k,m) ;

PARAMETER:
  identifier   : Dist_3
  index domain : (i,k) ;

PARAMETER:
  identifier   : F
  index domain : k ;

VARIABLE:
  identifier   : Amj
  index domain : (m,j)
  range       : nonnegative ;

```

Continua

Continuação

```

VARIABLE:
  identifier   : Bkmj
  index domain : (k,m,j)
  range       : nonnegative ;

VARIABLE:
  range       : nonnegative ;

VARIABLE:
  identifier   : Y
  index domain : k
  range       : binary ;

VARIABLE:
  identifier   : Total_Cost
  range       : free
  definition   : Sum [ (m,j), (Dist_1(m,j)*Amj(m,j))] * Gama + Sum [
(k,m,j), (Dist_2(k,m)*Bkmj(k,m,j))] * Alfa + Sum [ (i,k,j),
(Dist_3(i,k)*Cikj(i,k,j))] * Beta + Sum [k, (F(k)*Y(k))] ;

MATHEMATICAL PROGRAM:
  identifier   : Least_Total_Cost
  objective    : Total_Cost
  direction    : minimize
  constraints   : AllConstraints
  variables    : AllVariables
  type         : Automatic ;

CONSTRAINT:
  identifier   : Rest_34
  index domain : (i,j)
  definition   : Sum [ k, Cikj(i,k,j)] = W(i,j) ;

CONSTRAINT:
  identifier   : Rest_35
  index domain : (m,j)
  definition   : Amj(m,j) = Sum [ k, Bkmj(k,m,j)] ;

CONSTRAINT:
  identifier   : Rest_36
  index domain : (j,k)
  definition   : Sum [ i, Cikj(i,k,j)] = Sum [ m, Bkmj(k,m,j)] ;

CONSTRAINT:
  identifier   : Rest_37
  index domain : (m,j)
  definition   : Amj(m,j) <= D(j)*Y(m) ;

CONSTRAINT:
  identifier   : Rest_38
  index domain : (i,j,k)
  definition   : Cikj(i,k,j) <= (W(i,j) * Y(k)) ;

CONSTRAINT:
  identifier   : Rest_39
  index domain : k
  definition   : Sum [ (i,j), Cikj(i,k,j)] <= (T(k) * Y(k)) ;

CONSTRAINT:
  identifier   : Rest_41
  index domain : k | T(k)=0
  definition   : Y(k) = 0 ;

```

Continua

Continuação

```
PROCEDURE
  identifier : MainInitialization

ENDPROCEDURE ;

PROCEDURE
  identifier : MainExecution
  body      :
    Solve Least_Total_Cost;

    If ( Least_Total_Cost.ProgramStatus <> 'Optimal' ) then
      empty Total_Cost, Amj, Bkmj, Cikj, Y;
    Endif;

ENDPROCEDURE ;

PROCEDURE
  identifier : MainTermination
  body      :
    return DataManagementExit();

ENDPROCEDURE ;

ENDMODEL Main_SCMT ;
```

Analogamente ao SCMT, a modelagem da formulação matemática CMAHLP-F no AIMMS será descrita a seguir.

Devido à semelhança na estrutura da programação, serão exibidos apenas os tópicos sobre as seções *Model Explorer* e *Page Manager* referente ao CMAHLP-F (Figuras 13 e 14), pois estes são os únicos pontos que diferem entre os dois modelos e também a representação da modelagem propriamente dita da formulação matemática, conforme Figuras 15 a 17.

Figura 11: Declaração da seção *Model Explorer* do CMAHLP-F

Figura 12: Declaração da seção *Page Manager* do CMAHLP-F

Modelagem da formulação matemática CMAHLP-F no AIMMS:

Figura 13: Modelagem da formulação matemática CMAHLP-F no AIMMS

```

MAIN MODEL Main_CMAHLP_F

DECLARATION SECTION

SET:
  identifier : Nodes
  indices    : i, k, m, j ;

PARAMETER:
  identifier : Ki
  range      : nonnegative ;

PARAMETER:
  identifier : Alfa
  range      : nonnegative ;

PARAMETER:
  identifier : Delta_
  range      : nonnegative ;

PARAMETER:
  identifier : W
  index domain : (i,j) ;

```

Continua

Continuação

```

PARAMETER:
  identifier   : T
  index domain : k
  range        : nonnegative ;

PARAMETER:
  identifier   : F
  index domain : k
  range        : nonnegative ;

PARAMETER:
  identifier   : Dist_1
  index domain : (i,k) ;

PARAMETER:
  identifier   : Dist_2
  index domain : (k,m) ;

PARAMETER:
  identifier   : Dist_3
  index domain : (m,j) ;

VARIABLE:
  identifier   : Y
  index domain : k
  range        : binary ;

VARIABLE:
  identifier   : Zik
  index domain : (i,k)
  range        : free
  definition   : Sum [ (m), Yikm(i, k, m)] ;

VARIABLE:
  identifier   : Ximj
  index domain : (i,m,j)
  range        : nonnegative ;

VARIABLE:
  identifier   : Yikm
  index domain : (i,k,m)
  range        : nonnegative ;

VARIABLE:
  identifier   : Custo_Total
  range        : free
  definition   : Sum [ (i,k,m),
(Ki*Dist_1(i,k)+Alfa*Dist_2(k,m))*Yikm(i,k,m)] + Sum [(i,j,m),
(Delta_*Dist_3(m,j)*Ximj(i,m,j))] + Sum [(k), (F(k)*Y(k))] ;

MATHEMATICAL PROGRAM:
  identifier   : Least_Total_Cost
  objective    : Custo_Total
  direction    : minimize
  constraints   : AllConstraints
  variables    : AllVariables
  type         : Automatic ;

CONSTRAINT:
  identifier   : Rest_312
  index domain : (i,j)
  definition   : Sum [ m, Ximj(i,m,j)] = W(i,j) ;

```

Continua

Continuação

```

CONSTRAINT:
  identifier   : Rest_313
  index domain : k
  definition   : Sum [ (i,m), Yikm(i,k,m)] <= T(k) * Y(k) ;

CONSTRAINT:
  identifier   : Rest_314
  index domain : m
  definition   : Sum [(i,k), Yikm(i,k,m)] <= Sum [(i,j), W(i,j) * Y(m)] ;

CONSTRAINT:
  identifier   : Rest_315
  index domain : (i,m)
  definition   : Sum [ k, Yikm(i,k,m)] = Sum [ j, Ximj(i,m,j)] ;

CONSTRAINT:
  identifier   : Rest_41
  index domain : k | T(k)=0
  definition   : Y(k)=0 ;

ENDSECTION ;

PROCEDURE
  identifier : MainInitialization

ENDPROCEDURE ;

PROCEDURE
  identifier : MainExecution
  body      :
    Solve Least_Total_Cost;

    If (Least_Total_Cost.ProgramStatus <> 'Optimal') then
      empty Custo_Total, Y, Ximj, Yikm;
    Endif;

ENDPROCEDURE ;

PROCEDURE
  identifier : MainTermination
  body      :
    return DataManagementExit();

ENDPROCEDURE ;

ENDMODEL Main_CMAHLP_F ;

```

APÊNDICE B: TABELAS COMPLEMENTARES DA APLICAÇÃO EM UM CASO REAL DO SCMT E CMAHLP-F

Tabela 1: Fluxo de carga W_{ij} , do nó i para o nó j (Kg)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	292,914	284,167	27,971	0,000	14,929	40,333	1,676	0,000	0,000	57,671
2	145,143	4.600,971	32,629	27,600	62,171	0,000	7,714	0,000	0,000	0,000
3	1.029,600	400,243	2.546,786	100,371	260,614	512,143	279,043	0,000	28,157	160,071
4	343,214	665,143	51,143	2.124,429	55,464	43,143	73,000	0,000	0,000	45,714
5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6	6,914	0,000	890,738	59,871	0,000	10.640,929	0,052	0,000	0,000	0,000
7	100,500	214,714	85,114	0,900	76,929	0,000	393,386	0,000	0,000	6,686
8	0,000	7.633,257	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1.219,086	0,000	0,000
9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
11	1.570,533	2.411,133	4.458,000	58,367	147,333	0,000	119,367	0,000	55,633	177,700
12	1.982,143	80,657	7,971	0,000	131,271	8,400	29,100	0,000	0,000	114,171
13	548,971	482,362	699,462	4.563,495	18,633	731,157	1.352,681	0,000	1.276,476	19,933
14	93,943	30,571	21,771	409,829	18,457	22,171	5,714	0,000	222,000	0,000
15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
16	257,886	1.877,714	551,829	97,714	147,600	124,571	814,514	0,000	17,029	199,029
17	78,867	143,371	335,648	11,824	3,219	124,986	67,105	0,000	0,000	51,071
18	668,748	6.970,648	763,557	64,324	766,386	163,376	2.399,886	0,000	0,000	241,214
19	178,243	115,629	23,143	1,586	0,000	0,000	50,229	0,000	0,000	18,600
20	0,952	4,914	8,800	2,362	0,000	18,286	0,648	0,000	0,000	0,000
21	138,967	842,076	157,352	4,610	4,819	110,681	917,295	0,000	2,933	54,633
22	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
23	131,067	479,767	26,700	210,600	34,000	17,467	24,533	0,000	0,000	23,400
24	266,186	92,314	10,371	6,857	1,543	54,129	0,000	0,000	0,000	62,957
25	668,262	1.074,171	262,414	12,505	132,043	44,138	39,929	0,000	0,000	315,281
26	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
27	2.399,486	976,071	297,600	2,529	561,900	0,000	3.264,129	0,000	0,000	1.355,057
28	0,000	0,000	48,126	0,000	0,000	25,621	0,000	0,000	0,000	0,000
29	29,281	69,614	4,190	0,000	0,000	80,929	6,076	0,000	0,000	0,000
30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
31	13,257	52,000	102,629	0,000	0,000	51,600	7,143	0,000	0,000	0,000
32	198,576	36,248	33,995	3,824	12,886	31,900	13,776	0,000	0,000	58,457
33	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
34	11,681	4,819	12,519	0,629	0,000	27,290	0,000	0,000	13,148	0,000
35	1.716,248	1.483,486	65,990	891,057	512,262	305,686	520,557	0,000	675,381	257,462
36	475,829	159,086	277,943	0,000	13,314	112,114	224,000	0,000	0,000	0,000
37	2.236,719	7.845,671	2,462	0,052	111,310	2,043	0,000	0,000	0,000	205,543
38	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
39	9,043	96,986	0,000	0,000	0,000	0,000	2,014	0,000	0,000	16,414
40	8.210,557	1.087,743	1.476,514	44,629	1.903,890	165,052	104,395	0,000	0,000	2.278,048
41	1.212,043	2.144,162	2.427,019	339,271	5,710	2.596,367	778,486	0,000	94,705	698,867
42	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
43	3.003,543	14.146,457	9.428,914	1.409,314	746,971	1,086	4.362,343	16,171	182,629	302,000
44	2,200	140,329	7,910	7,595	0,000	61,233	2,619	0,000	0,000	0,000
45	6.165,557	190,714	4.331,057	160,114	509,871	173,657	45,729	0,000	24,300	32,314
46	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
47	369,705	359,595	10,162	25,824	60,867	33,262	0,000	0,000	0,000	0,000
48	533,557	0,000	1,300	0,000	245,205	18,324	12.551,933	0,000	0,000	517,648
49	3,086	23,162	38,057	0,000	0,038	116,610	3,810	0,000	0,000	67,086
50	294,914	1.291,657	63,657	158,229	53,943	170,286	824,743	0,000	133,543	67,143
51	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Total	35.388,333	58.511,624	29.591,445	10.800,310	6.613,579	16.628,969	29.287,624	1.235,257	2.725,933	7.404,171

Continua

Continuação

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	72,600	143,210	28,810	0,000	9,167	148,343	0,000	956,057	11,262	31,795
2	26,114	72,743	21,543	0,000	56,457	90,114	0,114	528,571	351,714	242,800
3	469,371	335,486	672,386	158,914	372,514	1.498,157	106,971	1.282,114	705,943	357,600
4	86,786	30,071	160,607	4,714	84,107	478,536	72,571	1.231,964	94,500	296,571
5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6	0,000	0,943	579,019	35,148	0,000	64,743	132,786	99,262	0,052	14,195
7	310,800	282,000	29,143	0,000	11,957	288,943	10,971	664,286	133,243	311,914
8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1.619,886
9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
11	3.503,233	589,667	1.664,467	221,867	590,900	1.893,733	28,567	4.447,700	472,933	1.486,567
12	31,671	122,314	2,357	4,029	90,514	9.537,086	1,800	10.337,743	12,643	853,757
13	2.497,981	40,052	7.280,990	286,681	51,443	187,324	3.050,419	1.320,243	1.998,224	75,895
14	35,600	164,857	2.611,657	190,057	143,429	599,029	235,486	2.086,743	90,914	458,171
15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
16	514,971	179,657	173,886	116,571	40,514	347,829	157,486	626,857	1.342,571	624,000
17	22,286	38,814	649,505	0,124	4,581	50,452	164,729	67,352	123,624	76,700
18	612,805	216,962	327,329	24,724	208,948	3.160,876	302,081	6.234,538	6.838,386	4.469,510
19	166,843	142,543	1,971	3,343	33,300	3.071,571	10,114	4.290,643	14.372,829	87,514
20	12,419	19,657	0,000	0,229	0,000	10,895	1,333	23,162	11,010	34,933
21	273,219	27,814	831,024	0,000	31,167	160,914	24,410	435,862	1.390,086	255,200
22	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
23	136,233	31,233	490,700	65,800	56,733	261,933	143,867	311,900	9,000	221,500
24	28,671	17,100	20,871	0,000	0,000	40,071	0,814	208,071	102,857	3,129
25	241,305	2.816,110	212,086	23,710	211,467	3.363,348	1,486	5.580,776	217,657	328,157
26	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
27	1.405,971	796,843	31,114	0,000	334,714	257,914	0,000	5.453,571	262,800	3.049,243
28	94,714	18,538	4,290	20,481	0,000	3,319	0,000	8,945	14,207	3,481
29	44,733	3,143	23,152	0,000	6,338	58,510	0,314	233,671	6,757	11,524
30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
31	120,971	87,600	17,143	4,286	0,000	25,314	0,229	35,600	51,257	0,000
32	29,229	118,957	67,571	15,243	12,362	225,186	4,871	407,681	17,338	155,886
33	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
34	53,638	4,033	4,086	0,000	3,352	0,000	0,000	7,386	2,567	0,733
35	460,571	716,981	2.148,219	142,814	414,824	3.011,048	1.297,090	6.091,429	232,452	1.615,033
36	1.358,400	3,371	6,800	0,000	13,829	673,086	3,886	912,114	418,571	331,943
37	0,000	894,562	0,000	0,000	341,419	8.015,962	0,000	4.839,005	1,624	3.381,871
38	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
39	2.281,843	68,529	1,543	0,000	0,000	38,914	0,000	57,900	2,657	0,000
40	698,029	2.989,067	219,371	75,952	399,405	9.524,114	38,290	14.390,881	455,662	913,052
41	877,329	2.024,471	796,452	137,395	50,914	1.464,100	1.084,810	6.766,205	7.518,029	267,457
42	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
43	6.989,371	1.489,943	4.652,571	941,371	588,800	6.187,771	821,029	16.641,086	5.895,143	2.975,600
44	60,238	0,000	0,314	13,619	2,410	60,971	0,000	261,171	1,048	5,343
45	7.786,157	969,514	575,186	132,343	277,071	2.332,414	111,043	2.554,329	511,371	244,114
46	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
47	164,371	20,429	20,586	0,210	9,848	614,429	1,257	311,457	11,471	0,262
48	1,300	365,671	0,000	0,000	236,971	814,976	0,000	1.152,790	11.446,748	566,800
49	35,010	102,552	2,286	0,000	4,305	16,571	0,305	328,114	87,124	99,314
50	184,343	125,429	1.332,743	52,686	52,571	531,429	186,400	1.309,886	163,257	400,800
51	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Total	31.689,129	16.070,867	25.661,779	2.672,310	4.746,331	59.109,926	7.995,529	102.497,067	55.379,531	25.872,252

Continua

Continuação

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	46,305	0,000	94,129	0,000	373,214	0,000	421,771	163,167	0,000	328,429
2	35,486	0,000	8,286	0,000	176,343	0,000	78.874,686	24,971	0,000	100,686
3	450,643	16,329	246,986	51,257	678,986	11,014	78,300	786,043	163,586	254,357
4	232,107	0,000	95,893	36,821	541,893	12,036	1.294,643	202,679	84,393	108,107
5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6	33,995	0,000	17,129	71,762	15,714	32,214	0,000	12,048	71,867	0,000
7	139,157	4,414	83,143	8,271	105,214	1,157	63,129	73,543	78,943	67,929
8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
11	458,000	22,267	500,633	51,333	1.573,067	12,133	1.440,833	1.453,933	120,300	199,100
12	389,700	0,000	2.097,600	0,000	11.956,329	0,000	0,000	512,443	0,000	228,643
13	109,695	1.060,367	75,338	3.394,176	2.003,981	662,071	1.743,671	406,962	174,262	24,638
14	159,257	314,800	224,514	246,686	617,714	186,629	342,514	695,543	0,000	104,171
15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
16	111,543	16,514	113,143	24,057	187,200	9,714	677,886	213,886	129,314	29,143
17	27,300	0,000	14,857	62,214	51,195	0,000	30,581	24,019	61,843	6,562
18	119,167	0,000	1.641,933	46,829	527,895	0,000	233,252	592,690	20,114	168,667
19	239,186	0,000	101,829	0,000	84,557	0,000	151,757	84,900	2,314	16,414
20	0,038	0,000	0,000	0,000	9,829	0,000	1,524	0,000	0,000	0,000
21	6,914	0,000	148,867	2,305	468,390	0,000	620,086	87,686	1,467	19,171
22	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
23	60,933	51,533	102,267	0,000	176,533	89,467	256,033	291,433	3,067	28,167
24	30,943	0,000	32,700	60,429	256,500	0,000	101,786	37,629	2,786	15,857
25	721,500	0,000	791,886	49,648	1.714,576	10,276	1.328,352	951,043	1,795	405,352
26	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
27	80,614	0,000	194,100	5,486	2.956,500	0,000	6.988,671	1.096,800	12,000	39,857
28	0,971	0,000	0,000	1,781	7,731	0,000	16,190	63,426	29,629	0,000
29	0,000	0,000	34,048	3,510	184,905	0,000	4,924	23,414	3.271,871	0,000
30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
31	3,771	0,000	0,000	0,171	1.991,657	0,000	0,000	3,314	0,000	0,514
32	81,924	10,476	177,519	6,390	180,924	11,681	493,586	418,367	0,000	7,700
33	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
34	2,671	0,000	0,000	0,000	11,524	0,000	0,000	0,000	4,714	0,000
35	502,667	21,295	755,795	42,776	2.264,414	103,752	480,938	1.042,229	0,000	370,500
36	0,686	0,000	1,200	0,400	819,314	0,000	1.039,600	480,057	44,914	14,000
37	385,576	0,000	841,133	1,467	3.861,262	0,000	5.765,362	3.618,005	0,000	237,024
38	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
39	0,000	0,000	0,000	0,000	68,186	0,000	6,129	1,329	0,857	0,000
40	1.928,090	1,310	4.983,052	454,824	7.241,614	0,000	2.165,010	8.582,305	51,071	4.206,714
41	183,229	532,400	1.160,657	116,914	5.637,029	1,152	2.225,824	875,810	62,543	640,305
42	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
43	765,086	142,343	1.866,114	518,743	6.053,886	86,057	5.724,286	3.091,657	1.178,000	472,343
44	2,357	0,000	0,000	0,000	422,505	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
45	815,014	5,743	226,371	94,714	856,200	8,314	1.436,957	1.854,386	202,500	141,000
46	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
47	37,819	0,000	65,162	3,614	28,705	0,000	12.323,614	15,452	0,000	0,000
48	276,219	0,000	7,243	0,000	322,957	0,000	0,000	334,843	12,381	140,586
49	25,600	0,000	110,590	0,000	114,438	0,000	1,067	232,495	0,000	44,038
50	64,286	0,000	136,229	12,343	272,971	2,686	262,286	98,629	49,029	23,486
51	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Total	8.528,450	2.199,790	16.950,345	5.368,921	54.815,852	1.240,355	126.595,248	28.447,133	5.835,560	8.443,460

Continua

Continuação

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	135,876	0,733	8,276	18,071	234,352	0,838	29,438	0,000	26,190	4.426,243
2	60,343	0,000	0,000	19,143	11,829	0,000	21,029	0,000	0,000	706,114
3	863,957	108,171	130,029	390,386	1.145,829	584,314	226,243	26,829	3,300	2.526,171
4	1.274,607	0,000	32,393	504,071	595,750	0,000	103,821	0,000	7,214	1.408,929
5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6	17,600	0,000	0,000	8,381	281,024	154,105	14,457	0,000	0,000	69,719
7	184,200	2,657	44,357	15,171	31,757	56,829	182,400	0,000	48,086	388,243
8	0,000	0,000	365,676	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
11	2.247,200	29,567	132,233	487,333	1.557,200	376,633	257,133	24,067	347,633	5.295,767
12	5.300,143	0,000	6,686	724,157	4,500	0,000	549,343	0,000	0,000	7.878,471
13	468,248	40,486	0,619	48,905	2.362,286	88,338	3,343	808,043	268,729	3.780,338
14	628,571	0,057	0,000	141,771	1.616,286	3,486	26,457	51,086	0,000	1.885,829
15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
16	438,400	100,286	14,400	259,314	1.060,914	64,000	67,886	44,571	183,714	1.263,029
17	48,533	28,414	4,952	39,495	204,162	50,948	7,676	1,857	0,000	53,733
18	408,467	0,000	621,605	177,152	272,852	11,262	1.605,319	5,395	98,738	2.224,462
19	363,771	0,000	0,000	59,143	8,657	5,057	86,186	0,000	1,457	875,571
20	7,314	0,000	0,000	0,000	54,590	0,000	0,000	0,000	0,000	14,324
21	148,919	12,624	22,314	51,752	308,262	0,000	87,057	8,433	0,000	737,943
22	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
23	241,500	21,400	4,033	89,833	215,767	0,000	47,300	0,000	0,000	486,733
24	37,157	2,529	8,957	32,871	48,943	7,286	21,300	0,000	2,657	896,657
25	4.724,138	6,624	50,700	597,195	250,281	1.919,048	11.179,257	0,000	19,624	9.950,571
26	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
27	1.384,114	2,914	68,186	277,029	394,586	2,100	43,414	0,000	1,071	23.779,243
28	0,000	0,000	0,000	0,000	33,433	3,683	0,000	0,000	2,793	244,962
29	0,524	0,000	0,000	0,367	7,386	1,152	0,000	0,000	1,048	145,724
30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
31	292,343	6,571	0,000	0,000	71,714	7,200	1,714	0,000	2,343	238,343
32	192,552	0,000	66,210	66,838	34,100	3,510	215,390	1,205	0,000	655,181
33	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
34	0,000	0,000	0,000	0,733	8,329	3,929	0,000	0,000	2,095	128,805
35	1.998,533	0,619	978,962	389,443	12.092,971	0,000	305,376	405,971	60,667	7.975,129
36	9,543	88,457	0,000	23,600	26,857	267,029	1,200	0,000	33,314	5.233,429
37	3.888,395	0,000	132,576	527,057	0,419	0,000	925,362	0,000	0,000	15.216,195
38	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
39	112,457	0,000	0,000	4,886	4,071	0,000	0,000	0,000	6.142,243	84,643
40	10.700,381	23,257	38,605	3.246,414	678,962	230,738	7.329,981	36,667	102,929	52.203,381
41	3.256,210	19,957	104,762	43,738	4.181,519	305,905	905,614	21,110	659,529	6.006,262
42	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
43	4.266,343	300,571	319,714	745,543	6.387,543	1.009,829	587,600	234,171	1.634,857	20.658,229
44	1,833	1,519	0,000	0,000	12,571	0,000	0,000	0,000	0,524	884,610
45	569,614	110,571	31,543	973,029	906,471	396,900	271,286	11,443	144,129	1.359,686
46	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
47	43,005	2,462	0,000	19,538	30,276	0,000	0,000	0,000	0,000	456,290
48	792,505	0,000	60,110	262,352	0,000	0,000	3,900	0,000	0,000	1.898,867
49	159,543	0,000	37,143	62,362	5,676	0,000	43,581	0,000	0,000	822,781
50	575,600	0,000	10,800	207,714	820,400	12,400	27,600	19,429	7,086	1.393,714
51	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Total	45.842,440	910,448	3.295,840	10.514,790	35.962,526	5.566,517	25.177,664	1.700,276	9.801,969	184.254,319

Continua

Continuação

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	Total
1	108,900	35,724	8.455,124	1.333,200	1.040,757	0,000	152,376	0,000	192,971	17,652	0,000	19.764,643
2	97,486	23,086	217,200	78,343	758,857	0,000	68,971	6,000	70,000	11,771	0,000	87.637,029
3	173,871	406,371	1.221,686	1.929,857	2.024,914	0,000	1.701,771	322,629	763,671	35,143	42,729	28.641,857
4	88,571	45,321	141,250	256,536	688,643	0,000	813,000	54,464	718,857	31,893	7,357	15.322,929
5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6	1.159,138	0,000	103,190	45,781	60,290	0,000	24,095	0,000	17,390	176,210	17,757	14.928,519
7	338,529	125,786	1.140,814	990,643	339,514	0,000	628,886	47,614	102,343	1,500	4,629	8.220,343
8	0,000	0,000	0,038	3.136,610	0,000	1.292,381	5.000,876	0,000	0,000	0,000	0,000	20.267,810
9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
11	3.554,900	281,300	855,100	1.078,300	4.466,933	0,000	1.313,200	1.615,600	676,700	3.822,200	18,300	58.166,600
12	100,500	46,586	412,286	6.890,829	8.348,443	0,000	4.890,086	3,514	474,000	0,000	0,000	74.161,886
13	4.567,952	39,867	4.707,548	578,562	1.671,924	0,000	376,752	113,781	133,095	229,295	1.479,648	57.905,343
14	0,114	117,943	4,400	502,629	546,457	0,000	560,000	0,571	183,771	27,371	672,914	17.301,943
15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
16	674,571	127,486	1.854,457	589,714	486,000	0,000	406,571	156,286	558,971	87,371	25,486	18.188,057
17	516,038	9,286	27,362	243,533	122,695	0,000	67,538	37,886	39,867	180,143	4,643	3.981,590
18	1.814,110	113,719	3.030,290	11.655,967	2.955,490	0,000	8.178,448	222,776	457,914	311,457	2,933	71.953,200
19	33,000	20,186	203,700	356,700	3.083,486	0,000	261,429	27,343	1.385,014	80,529	0,000	30.100,286
20	2,362	0,000	45,600	2,171	0,000	0,000	0,000	2,057	0,152	0,000	0,000	289,562
21	46,410	66,681	2.376,105	329,686	341,262	0,000	231,681	1,886	127,810	0,000	6,443	11.923,214
22	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
23	95,900	78,100	1.165,100	203,133	173,200	0,000	186,367	6,133	115,233	70,767	129,867	7.066,233
24	19,500	5,443	28,671	11,014	423,300	0,000	122,186	8,100	51,857	0,429	0,000	3.183,429
25	1.008,800	2.194,214	1.404,867	1.070,890	3.742,205	0,000	1.932,233	9,533	1.382,457	335,710	0,000	63.297,619
26	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
27	5.628,214	168,471	10.516,586	3.354,000	14.457,214	0,000	13.313,614	18,814	211,029	239,657	0,000	105.683,229
28	5,869	0,000	228,974	0,000	20,440	0,000	0,000	10,524	4,776	2,145	0,000	919,052
29	2,095	0,000	15,557	34,362	47,090	0,000	11,419	0,629	10,843	1,886	0,000	4.380,986
30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
31	118,514	0,000	397,657	0,000	23,657	0,000	0,000	43,600	5,257	10,914	0,000	3.788,286
32	0,000	83,338	25,981	427,167	221,729	0,000	361,900	1,571	53,848	246,976	0,000	5.490,048
33	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
34	23,886	0,000	32,686	8,119	6,495	0,000	0,000	12,467	2,619	0,000	0,000	394,952
35	82,767	981,438	539,871	1.991,786	5.122,433	0,000	2.452,790	0,000	1.104,195	27,733	39,124	64.692,767
36	348,857	3,143	74,114	238,743	4.312,800	0,000	1.921,886	8,400	17,086	25,886	0,000	20.018,800
37	13,829	960,667	15.763,733	4.234,790	1.892,838	0,000	2.199,162	0,000	1.341,057	0,000	0,000	89.684,152
38	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
39	3,771	0,000	54,771	36,986	131,871	0,000	48,429	0,000	12,514	21,943	0,000	9.310,929
40	1.286,738	790,324	6.134,910	3.676,567	37.262,762	0,000	3.513,819	894,562	2.432,100	179,195	23,519	205.374,452
41	4.593,024	1.352,110	860,567	1.048,614	4.589,514	0,000	1.524,233	116,914	125,819	588,500	64,010	73.087,562
42	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
43	11.784,857	798,171	34.349,771	5.970,857	14.120,914	11,600	7.315,543	2.000,971	1.910,800	3.206,400	313,543	218.608,457
44	22,733	0,000	206,486	897,548	0,943	0,000	7,438	3,143	2,619	0,000	0,000	3.093,829
45	7.740,814	86,400	7.563,814	722,357	720,814	0,000	419,100	458,829	1.190,700	133,286	50,186	56.629,029
46	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
47	44,262	0,000	148,971	13,305	19,590	0,000	133,100	16,605	82,448	0,000	0,000	15.497,952
48	2.565,395	120,900	26,743	808,662	1.162,386	0,000	962,433	0,990	479,948	0,000	0,000	38.692,643
49	8,610	76,305	180,648	133,143	42,286	0,000	145,448	1,867	23,162	0,610	0,000	3.198,819
50	530,457	222,629	584,400	1.164,400	666,114	0,000	490,800	118,800	5,600	12.084,057	98,571	27.360,171
51	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Total	49.205,345	9.380,993	105.101,029	56.045,502	116.096,264	1.303,981	61.737,581	6.344,860	16.468,495	22.188,629	3.001,657	1.558.208,205

Tabela 2: Fluxo total de carga D_j (Kg)

Nó	D_j
1	35.388,333
2	58.511,624
3	29.591,445
4	10.800,310
5	6.613,579
6	16.628,969
7	29.287,624
8	1.235,257
9	2.725,933
10	7.404,171
11	31.689,129
12	16.070,867
13	25.661,779
14	2.672,310
15	4.746,331
16	59.109,926
17	7.995,529
18	102.497,067
19	55.379,531
20	25.872,252
21	8.528,450
22	2.199,790
23	16.950,345
24	5.368,921
25	54.815,852
26	1.240,355
27	126.595,248
28	28.447,133
29	5.835,560
30	8.443,460
31	45.842,440
32	910,448
33	3.295,840
34	10.514,790
35	35.962,526
36	5.566,517
37	25.177,664
38	1.700,276
39	9.801,969
40	184.254,319
41	49.205,345
42	9.380,993
43	105.101,029
44	56.045,502
45	116.096,264
46	1.303,981
47	61.737,581
48	6.344,860
49	16.468,495
50	22.188,629
51	3.001,657

Tabela 3: Tabela de distâncias entre os nós (Km)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0	2146	1590	2799	1124	2178	1734	2069	3124	703	2196	613	2559
2	2146	0	3027	3576	1880	2975	2072	76	3773	1671	2871	2031	3193
3	1590	3027	0	1221	1426	600	734	2694	1489	2097	620	2126	1021
4	2799	3576	1221	0	2284	621	1602	3432	325	3282	695	3383	225
5	1124	1880	1426	2284	0	1666	658	1804	2549	1421	1589	1692	2067
6	2178	2975	600	621	1666	0	1026	2902	893	2696	94	2966	411
7	1734	2072	734	1602	658	1026	0	1939	1894	2023	914	2296	1392
8	2069	76	2694	3432	1804	2902	1939	0	3697	1635	2836	1958	3200
9	3124	3773	1489	325	2549	893	1894	3697	0	3647	966	3717	494
10	703	1671	2097	3282	1421	2696	2023	1635	3647	0	2672	351	3077
11	2196	2871	620	695	1589	94	914	2836	966	2672	0	2732	481
12	613	2031	2126	3383	1692	2966	2296	1958	3717	351	2732	0	3095
13	2559	3193	1021	225	2067	411	1392	3200	494	3077	481	3095	0
14	3228	3816	1594	459	2653	997	1998	3739	303	3751	1071	3821	587
15	878	2707	913	2101	1058	1494	1530	2631	2366	1439	1511	1471	1883
16	309	1984	1278	2487	801	1866	1422	2038	2801	819	1887	845	2250
17	2946	3596	1311	147	2371	715	1716	3519	197	3469	788	3539	316
18	1191	1614	2468	3613	1688	3109	2505	1537	4106	475	3074	633	3437
19	2001	2068	929	1445	877	915	223	1992	1710	2231	848	2569	1212
20	1834	608	2079	2967	1266	2363	1463	538	3159	1362	2246	1755	2583
21	627	2360	1079	2346	1034	1725	1422	2411	2587	1188	1685	1141	2044
22	3040	3530	1406	337	2465	809	1810	3453	428	3563	883	3633	399
23	899	1433	2161	3346	1414	2760	1908	1492	3639	143	2736	671	3141
24	2760	3410	1126	97	2185	529	1530	3334	362	3283	603	3353	131
25	637	2090	2221	3409	1740	2788	2343	2171	3741	477	2808	128	3172
26	3010	3598	1376	234	2435	779	1781	3522	219	3533	853	3603	369
27	5443	1501	4527	5076	3380	4475	3572	1576	5273	3171	4371	3531	4693
28	289	2070	1854	3070	1390	2448	2004	2055	3391	649	2468	340	2832
29	1715	3086	293	1106	1696	581	1006	2964	1401	2217	533	2298	895
30	1074	1879	2429	3651	1690	3029	2348	1802	3916	269	3015	426	3433
31	812	2107	2340	3580	1916	2959	2514	2091	3916	487	2946	234	3309
32	1713	2870	135	1195	1387	574	733	2655	1466	222	569	2296	985
33	870	1276	2060	3281	1100	2675	1750	1200	3639	435	2646	759	3064
34	603	1578	1653	2886	987	2265	1623	1627	3216	416	2259	654	2623
35	3296	3854	1760	587	2778	1143	2124	3864	291	3779	1201	3832	720
36	1985	2950	388	811	1654	225	986	2901	1103	2482	201	2559	606
37	1316	1339	2692	3811	1535	3193	2185	1262	4178	618	3116	968	3593
38	3067	3717	1433	268	2492	836	1857	3640	57	3590	909	3660	437
39	2009	2660	495	906	1369	309	703	2609	1187	2506	226	2583	701
40	508	2116	2075	3292	1621	2671	2226	2054	3621	568	2681	186	3041
41	1907	3453	429	1069	1859	471	1165	3127	1358	2473	472	2466	835
42	557	1593	1986	3207	1246	2586	1905	1517	3472	173	2572	446	2990
43	2227	2967	581	621	1682	40	1027	2918	897	2657	100	2767	408
44	1597	806	2291	3597	1594	2996	2093	755	3812	1181	2886	1476	3244
45	344	2149	1430	2604	919	1983	2152	2156	2919	936	2017	924	2380
46	1576	574	2552	3290	1530	2760	1796	498	3555	1141	2693	1465	3057
47	1156	984	1936	3537	1154	2915	1772	877	3761	746	2684	1035	3059
48	1640	2396	540	1212	1093	567	439	2347	1463	2315	691	2176	999
49	734	2394	852	2083	728	1497	1180	2467	2373	1223	1461	1143	1824
50	1396	3064	528	1593	1611	972	1241	3185	1815	1950	1020	1980	1383
51	3129	3619	1495	513	2554	898	1899	3543	604	3652	972	3722	488

Continua

Continuação

	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	3228	878	309	2946	1102	2001	1834	627	3040	899	2760	637	3010
2	3816	2707	1984	3596	1614	2068	608	2360	3530	1433	3410	2090	3598
3	1594	913	1278	1311	2468	929	2079	1079	1406	2161	1126	2221	1376
4	459	2101	2487	147	3613	1445	2967	2346	337	3346	97	3409	234
5	2653	1058	801	2371	1688	877	1266	1034	2465	1414	2185	1740	2435
6	997	1494	1866	715	3109	915	2363	1725	809	2760	529	2788	779
7	1998	1530	1422	1716	2505	223	1463	1422	1810	1908	1530	2343	1781
8	3739	2631	2038	3519	1537	1992	538	2411	3453	1492	3334	2171	3522
9	303	2366	2801	197	4106	1710	3159	2587	428	3639	362	3741	219
10	3751	1439	819	3469	475	2231	1362	1188	3563	143	3283	477	3533
11	1071	1511	1887	788	3074	848	2246	1685	883	2736	603	2808	853
12	3821	1471	845	3539	633	2569	1755	1141	3633	671	3353	128	3603
13	587	1883	2250	316	3437	1212	2583	2044	399	3141	131	3172	369
14	0	2470	2905	461	4210	1752	3201	2691	426	3744	546	3845	225
15	2470	0	593	2188	1898	1688	2323	221	2282	1431	2002	1495	2252
16	2905	593	0	2623	1187	1678	1769	342	2717	883	2437	921	2688
17	461	2188	2623	0	3928	1532	2981	2409	429	3461	184	3563	236
18	4210	1898	1187	3928	0	2557	1428	1529	4022	477	3742	675	3993
19	1752	1688	1678	1532	2557	0	1454	1610	1466	2116	1346	2618	1534
20	3201	2323	1769	2981	1428	1454	0	2073	2915	1124	2795	1838	2984
21	2691	221	342	2409	1529	1610	2073	0	2503	1252	2223	1238	2473
22	426	2282	2717	429	4022	1466	2915	2503	0	3556	424	3657	209
23	3744	1431	883	3461	477	2116	1124	1252	3556	0	3276	797	3526
24	546	2002	2437	184	3742	1346	2795	2223	424	3276	0	3377	321
25	3845	1495	921	3563	675	2618	1838	1238	3657	797	3377	0	3627
26	225	2252	2688	236	3993	1534	2984	2473	209	3526	321	3627	0
27	5316	4207	3484	5096	5998	3568	2108	3860	5030	2933	4910	3590	5098
28	3495	1145	582	3213	974	2268	1821	901	3307	836	3027	351	3277
29	1505	1041	1403	1223	2528	1198	2477	1246	1317	2281	1037	2324	1287
30	4020	1708	1115	3738	256	2567	1700	1488	3832	418	3552	446	3802
31	4020	1670	1059	3738	523	2793	1857	1398	3832	817	3552	180	3832
32	1571	1041	1401	1288	2526	787	2261	1239	1383	2286	1103	2322	1353
33	3650	1432	745	3461	588	1969	963	1119	3462	184	3182	972	3433
34	3317	1008	441	3038	847	1864	1353	720	3129	480	2849	787	3099
35	125	2595	2987	478	4174	1877	3272	2764	551	3843	643	3908	350
36	2107	1308	1663	925	2923	913	2340	1505	1019	2546	739	2590	989
37	4180	1970	1377	4000	277	2441	1160	1751	3903	644	3712	988	3962
38	350	2309	2744	140	4049	1653	3102	2530	449	3582	305	3684	241
39	1291	1412	1687	1009	2947	621	2050	1525	1103	2570	823	2614	1073
40	3725	1375	794	3443	788	2498	1866	1111	3537	839	3257	135	3507
41	1462	1091	1621	1180	2808	1352	2505	1279	1274	2537	994	2519	1244
42	3576	1264	671	3294	638	2124	1280	1045	3388	375	3108	659	3359
43	1001	1469	1918	719	3109	931	2327	1616	813	2736	533	2837	783
44	3854	2202	1532	3634	1070	2106	639	1873	3568	943	3448	1601	3636
45	3023	673	116	2741	1423	1796	1899	449	2835	1000	2556	956	2806
46	3597	2044	1451	3377	1044	1849	396	1825	3311	999	3191	1678	3379
47	3799	1762	1090	3583	634	2056	767	1432	3518	508	3331	1161	3581
48	1567	1462	1327	1285	2518	359	1787	1051	1379	2379	1099	2246	1349
49	2477	330	426	2195	1613	1367	1918	234	2289	1287	2009	1345	2260
50	1919	554	1147	1637	2239	1447	2712	753	1731	2014	1451	2006	1702
51	389	2371	2806	605	4111	1555	3005	2592	180	3645	601	3746	385

Continua

Continuação

	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
1	5443	289	1715	1074	812	1713	870	603	3296	1985	1316	3067	2009
2	1501	2070	3086	1879	2107	2870	1276	1578	3854	2950	1339	3717	2660
3	4527	1854	293	2429	2340	135	2060	1653	1760	388	2692	1433	495
4	5076	3070	1106	3651	3580	1195	3281	2886	587	811	3811	268	906
5	3380	1390	1696	1690	1916	1387	1100	987	2778	1654	1535	2492	1369
6	4475	2448	581	3029	2959	574	2675	2265	1143	225	3193	836	309
7	3572	2004	1006	2348	2514	733	1750	1623	2124	986	2185	1857	703
8	1576	2055	2964	1802	2091	2655	1200	1627	3864	2901	1262	3640	2609
9	5273	3391	1401	3916	3916	1466	3639	3216	291	1103	4178	57	1187
10	3171	649	2217	269	487	222	435	416	3779	2482	618	3590	2506
11	4371	2468	533	3015	2946	569	2646	2259	1201	201	3116	909	226
12	3531	340	2298	426	234	2296	759	654	3832	2559	968	3660	2583
13	4693	2832	895	3433	3309	985	3064	2623	720	606	3593	437	701
14	5316	3495	1505	4020	4020	1571	3650	3317	125	2107	4180	350	1291
15	4207	1145	1041	1708	1670	1041	1432	1008	2595	1308	1970	2309	1412
16	3484	582	1403	1115	1059	1401	745	441	2987	1663	1377	2744	1687
17	5096	3213	1223	3738	3738	1288	3461	3038	478	925	4000	140	1009
18	5998	974	2528	256	523	2526	588	847	4174	2923	277	4049	2947
19	3568	2268	1198	2567	2793	787	1969	1864	1877	913	2441	1653	621
20	2108	1821	2477	1700	1857	2261	963	1353	3272	2340	1160	3102	2050
21	3860	901	1246	1488	1398	1239	1119	720	2764	1505	1751	2530	1525
22	5030	3307	1317	3832	3832	1383	3462	3129	551	1019	3903	449	1103
23	2933	836	2281	418	817	2286	184	480	3843	2546	644	3582	2570
24	4910	3027	1037	3552	3552	1103	3182	2849	643	739	3712	305	823
25	3590	351	2324	446	180	2322	972	787	3908	2590	988	3684	2614
26	5098	3277	1287	3802	3832	1353	3433	3099	350	989	3962	241	1073
27	0	3570	4586	3379	3607	4370	2776	3078	5354	4450	2839	5217	4160
28	3570	0	1985	833	507	1983	855	706	3568	2247	1375	3334	2271
29	4586	1985	0	2551	2496	407	2181	1802	1628	368	2813	1344	756
30	3379	833	2551	0	288	2557	649	705	4145	2824	542	3859	2890
31	3607	507	2496	288	0	2493	952	866	4046	2763	830	3859	2787
32	4370	1983	407	2557	2493	0	2188	1800	1718	367	2820	1409	423
33	2776	855	2181	649	952	2188	0	335	3775	2455	578	3582	2461
34	3078	706	1802	705	866	1800	335	0	3359	2068	967	3159	2092
35	5354	3568	1628	4145	4046	1718	3775	3359	0	1308	4305	338	1403
36	4450	2247	368	2824	2763	367	2455	2068	1308	0	3087	1046	290
37	2839	1375	2813	542	830	2820	578	967	4305	3087	0	4121	2896
38	5217	3334	1344	3859	3859	1409	3582	3159	338	1046	4121	0	1130
39	4160	2271	756	2890	2787	423	2461	2092	1403	290	2896	1130	0
40	3616	245	2207	571	288	2205	855	751	3781	2474	1113	3564	2498
41	4953	2180	169	2799	2680	566	2430	1967	1555	375	3062	1301	719
42	3093	542	2107	448	695	2114	317	261	3701	2381	763	3415	2447
43	4467	2504	484	3019	2981	574	2649	2394	1166	201	3208	840	316
44	2306	1583	2905	1373	1607	2903	770	1090	3911	2988	833	3755	2698
45	3649	617	1520	1233	1111	1518	863	571	3117	1780	1495	2862	1804
46	2074	1561	2822	1309	1597	2513	706	1041	3722	2758	769	3498	2466
47	2484	1140	2452	931	1174	2450	331	649	3725	2724	391	3705	2482
48	3896	1913	1075	2684	2390	1165	2185	1803	1757	565	2620	1406	282
49	3894	1007	999	1544	1482	997	1174	748	2560	1260	1806	2316	1284
50	4564	1667	493	2261	2177	655	1892	1512	2115	916	2524	1758	1023
51	5119	3396	1406	3921	3921	1472	3551	3218	490	1108	3992	625	1192

Continua

Continuação

	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51
1	508	1907	557	2227	1597	344	1576	1156	1640	734	1396	3626
2	2116	3453	1593	2967	806	2149	574	984	2396	2394	3064	902
3	2075	429	1986	581	2291	1430	2552	1936	540	852	528	1363
4	3292	1069	3207	621	3597	2604	3290	3537	1212	2083	1593	2925
5	1621	1859	1246	1682	1594	919	1530	1154	1093	728	1611	3129
6	2671	471	2586	40	2996	1983	2760	2915	567	1497	972	3992
7	2226	1165	1905	1027	2093	1539	1796	1772	439	1180	1241	4111
8	2054	3127	1517	2918	755	2156	498	877	2347	2467	3185	3921
9	3621	1358	3472	897	3812	2919	3555	3761	1463	2373	1815	3746
10	568	2473	173	2657	1181	936	1141	746	2315	1223	1950	3619
11	2681	472	2572	100	2886	2017	2693	2684	691	1461	1020	3396
12	186	2466	446	2767	1476	924	1465	1035	2176	1143	1980	3722
13	3041	835	2990	408	3244	2380	3057	3059	999	1824	1383	3657
14	3725	1462	3576	1001	3854	3023	3597	3799	1567	2477	1919	3607
15	1375	1091	1264	1469	2202	673	2044	1762	1462	330	554	1468
16	794	1621	671	1918	1532	116	1451	1090	1327	426	1147	3652
17	3443	1180	3294	719	3634	2741	3377	3583	1285	2195	1637	3645
18	788	2808	638	3109	1070	1423	1044	634	2518	1613	2239	2806
19	2498	1352	2124	931	2106	1796	1849	2056	359	1367	1447	3005
20	1866	2505	1280	2327	639	1899	396	767	1787	1918	2712	3218
21	1111	1279	1045	1616	1873	449	1825	1432	1051	234	753	5119
22	3537	1274	3388	813	3568	2835	3311	3518	1379	2289	1731	1472
23	839	2537	375	2736	943	1000	999	508	2379	1287	2014	488
24	3257	994	3108	533	3448	2556	3191	3331	1099	2009	1451	1406
25	135	2519	659	2837	1601	956	1678	1161	2246	1345	2006	2592
26	3507	1244	3359	783	3636	2806	3379	3581	1349	2260	1702	972
27	3616	4953	3093	4467	2306	3649	2074	2484	3896	3894	4564	1820
28	245	2180	542	2504	1583	617	1561	1140	1913	1007	1667	1899
29	2207	169	2107	484	2905	1520	2822	2452	1075	999	493	513
30	571	2799	448	3019	1373	1233	1309	931	2684	1544	2261	898
31	288	2680	695	2981	1607	1111	1597	1174	2390	1482	2177	1192
32	2205	566	2114	574	2903	1518	2513	2450	1165	997	655	1108
33	855	2430	317	2649	770	863	706	331	2185	1174	1892	2897
34	751	1967	261	2394	1090	571	1041	649	1803	748	1512	1555
35	3781	1555	3701	1166	3911	3117	3722	3725	1757	2560	2115	3477
36	2474	375	2381	201	2988	1780	2758	2724	565	1260	916	2554
37	1113	3062	763	3208	833	1495	769	391	2620	1806	2524	3551
38	3564	1301	3415	840	3755	2862	3498	3705	1406	2316	1758	1576
39	2498	719	2447	316	2698	1804	2466	2482	282	1284	1023	3552
40	0	2392	542	2716	1628	829	1561	1185	2125	1218	1889	3921
41	2392	0	2356	429	2725	1726	2985	2365	1020	1169	535	389
42	542	2356	0	2576	1087	789	1023	648	2241	1100	1818	385
43	2716	429	2576	0	2982	2052	2776	2780	567	1497	972	605
44	1628	2725	1087	2982	0	1662	261	445	2417	1891	2616	180
45	829	1726	789	2052	1662	0	1569	1219	1461	521	1201	2925
46	1561	2985	1023	2776	261	1569	0	384	2204	1880	2598	3543
47	1185	2365	648	2780	445	1219	384	0	2352	1450	2163	2371
48	2125	1020	2241	567	2417	1461	2204	2352	0	906	1563	604
49	1218	1169	1100	1497	1891	521	1880	1450	906	0	861	625
50	1889	535	1818	972	2616	1201	2598	2163	1563	861	0	3400
51	3626	1363	3477	902	3657	2925	3400	3607	1468	2378	1820	0

Tabela 4: Custo de transporte de carga d_{ik} , d_{km} , d_{mj} do nó i para o nó j (\$/Kg)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0,000	6,438	4,770	8,397	3,372	6,534	5,202	6,207	9,372	2,109	6,588	1,839	7,677
2	6,438	0,000	9,081	10,728	5,640	8,925	6,216	0,228	11,319	5,013	8,613	6,093	9,579
3	4,770	9,081	0,000	3,663	4,278	1,800	2,202	8,082	4,467	6,291	1,860	6,378	3,063
4	8,397	10,728	3,663	0,000	6,852	1,863	4,806	10,296	0,975	9,846	2,085	10,149	0,675
5	3,372	5,640	4,278	6,852	0,000	4,998	1,974	5,412	7,647	4,263	4,767	5,076	6,201
6	6,534	8,925	1,800	1,863	4,998	0,000	3,078	8,706	2,679	8,088	0,282	8,898	1,233
7	5,202	6,216	2,202	4,806	1,974	3,078	0,000	5,817	5,682	6,069	2,742	6,888	4,176
8	6,207	0,228	8,082	10,296	5,412	8,706	5,817	0,000	11,091	4,905	8,508	5,874	9,600
9	9,372	11,319	4,467	0,975	7,647	2,679	5,682	11,091	0,000	10,941	2,898	11,151	1,482
10	2,109	5,013	6,291	9,846	4,263	8,088	6,069	4,905	10,941	0,000	8,016	1,053	9,231
11	6,588	8,613	1,860	2,085	4,767	0,282	2,742	8,508	2,898	8,016	0,000	8,196	1,443
12	1,839	6,093	6,378	10,149	5,076	8,898	6,888	5,874	11,151	1,053	8,196	0,000	9,285
13	7,677	9,579	3,063	0,675	6,201	1,233	4,176	9,600	1,482	9,231	1,443	9,285	0,000
14	9,684	11,448	4,782	1,377	7,959	2,991	5,994	11,217	0,909	11,253	3,213	11,463	1,761
15	2,634	8,121	2,739	6,303	3,174	4,482	4,590	7,893	7,098	4,317	4,533	4,413	5,649
16	0,927	5,952	3,834	7,461	2,403	5,598	4,266	6,114	8,403	2,457	5,661	2,535	6,750
17	8,838	10,788	3,933	0,441	7,113	2,145	5,148	10,557	0,591	10,407	2,364	10,617	0,948
18	3,573	4,842	7,404	10,839	5,064	9,327	7,515	4,611	12,318	1,425	9,222	1,899	10,311
19	6,003	6,204	2,787	4,335	2,631	2,745	0,669	5,976	5,130	6,693	2,544	7,707	3,636
20	5,502	1,824	6,237	8,901	3,798	7,089	4,389	1,614	9,477	4,086	6,738	5,265	7,749
21	1,881	7,080	3,237	7,038	3,102	5,175	4,266	7,233	7,761	3,564	5,055	3,423	6,132
22	9,120	10,590	4,218	1,011	7,395	2,427	5,430	10,359	1,284	10,689	2,649	10,899	1,197
23	2,697	4,299	6,483	10,038	4,242	8,280	5,724	4,476	10,917	0,429	8,208	2,013	9,423
24	8,280	10,230	3,378	0,291	6,555	1,587	4,590	10,002	1,086	9,849	1,809	10,059	0,393
25	1,911	6,270	6,663	10,227	5,220	8,364	7,029	6,513	11,223	1,431	8,424	0,384	9,516
26	9,030	10,794	4,128	0,702	7,305	2,337	5,343	10,566	0,657	10,599	2,559	10,809	1,107
27	16,329	4,503	13,581	15,228	10,140	13,425	10,716	4,728	15,819	9,513	13,113	10,593	14,079
28	0,867	6,210	5,562	9,210	4,170	7,344	6,012	6,165	10,173	1,947	7,404	1,020	8,496
29	5,145	9,258	0,879	3,318	5,088	1,743	3,018	8,892	4,203	6,651	1,599	6,894	2,685
30	3,222	5,637	7,287	10,953	5,070	9,087	7,044	5,406	11,748	0,807	9,045	1,278	10,299
31	2,436	6,321	7,020	10,740	5,748	8,877	7,542	6,273	11,748	1,461	8,838	0,702	9,927
32	5,139	8,610	0,405	3,585	4,161	1,722	2,199	7,965	4,398	0,666	1,707	6,888	2,955
33	2,610	3,828	6,180	9,843	3,300	8,025	5,250	3,600	10,917	1,305	7,938	2,277	9,192
34	1,809	4,734	4,959	8,658	2,961	6,795	4,869	4,881	9,648	1,248	6,777	1,962	7,869
35	9,888	11,562	5,280	1,761	8,334	3,429	6,372	11,592	0,873	11,337	3,603	11,496	2,160
36	5,955	8,850	1,164	2,433	4,962	0,675	2,958	8,703	3,309	7,446	0,603	7,677	1,818
37	3,948	4,017	8,076	11,433	4,605	9,579	6,555	3,786	12,534	1,854	9,348	2,904	10,779
38	9,201	11,151	4,299	0,804	7,476	2,508	5,571	10,920	0,171	10,770	2,727	10,980	1,311
39	6,027	7,980	1,485	2,718	4,107	0,927	2,109	7,827	3,561	7,518	0,678	7,749	2,103
40	1,524	6,348	6,225	9,876	4,863	8,013	6,678	6,162	10,863	1,704	8,043	0,558	9,123
41	5,721	10,359	1,287	3,207	5,577	1,413	3,495	9,381	4,074	7,419	1,416	7,398	2,505
42	1,671	4,779	5,958	9,621	3,738	7,758	5,715	4,551	10,416	0,519	7,716	1,338	8,970
43	6,681	8,901	1,743	1,863	5,046	0,120	3,081	8,754	2,691	7,971	0,300	8,301	1,224
44	4,791	2,418	6,873	10,791	4,782	8,988	6,279	2,265	11,436	3,543	8,658	4,428	9,732
45	1,032	6,447	4,290	7,812	2,757	5,949	6,456	6,468	8,757	2,808	6,051	2,772	7,140
46	4,728	1,722	7,656	9,870	4,590	8,280	5,388	1,494	10,665	3,423	8,079	4,395	9,171
47	3,468	2,952	5,808	10,611	3,462	8,745	5,316	2,631	11,283	2,238	8,052	3,105	9,177
48	4,920	7,188	1,620	3,636	3,279	1,701	1,317	7,041	4,389	6,945	2,073	6,528	2,997
49	2,202	7,182	2,556	6,249	2,184	4,491	3,540	7,401	7,119	3,669	4,383	3,429	5,472
50	4,188	9,192	1,584	4,779	4,833	2,916	3,723	9,555	5,445	5,850	3,060	5,940	4,149
51	9,387	10,857	4,485	1,539	7,662	2,694	5,697	10,629	1,812	10,956	2,916	11,166	1,464

Continua

Continuação

	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	9,684	2,634	0,927	8,838	3,306	6,003	5,502	1,881	9,120	2,697	8,280	1,911	9,030
2	11,448	8,121	5,952	10,788	4,842	6,204	1,824	7,080	10,590	4,299	10,230	6,270	10,794
3	4,782	2,739	3,834	3,933	7,404	2,787	6,237	3,237	4,218	6,483	3,378	6,663	4,128
4	1,377	6,303	7,461	0,441	10,839	4,335	8,901	7,038	1,011	10,038	0,291	10,227	0,702
5	7,959	3,174	2,403	7,113	5,064	2,631	3,798	3,102	7,395	4,242	6,555	5,220	7,305
6	2,991	4,482	5,598	2,145	9,327	2,745	7,089	5,175	2,427	8,280	1,587	8,364	2,337
7	5,994	4,590	4,266	5,148	7,515	0,669	4,389	4,266	5,430	5,724	4,590	7,029	5,343
8	11,217	7,893	6,114	10,557	4,611	5,976	1,614	7,233	10,359	4,476	10,002	6,513	10,566
9	0,909	7,098	8,403	0,591	12,318	5,130	9,477	7,761	1,284	10,917	1,086	11,223	0,657
10	11,253	4,317	2,457	10,407	1,425	6,693	4,086	3,564	10,689	0,429	9,849	1,431	10,599
11	3,213	4,533	5,661	2,364	9,222	2,544	6,738	5,055	2,649	8,208	1,809	8,424	2,559
12	11,463	4,413	2,535	10,617	1,899	7,707	5,265	3,423	10,899	2,013	10,059	0,384	10,809
13	1,761	5,649	6,750	0,948	10,311	3,636	7,749	6,132	1,197	9,423	0,393	9,516	1,107
14	0,000	7,410	8,715	1,383	12,630	5,256	9,603	8,073	1,278	11,232	1,638	11,535	0,675
15	7,410	0,000	1,779	6,564	5,694	5,064	6,969	0,663	6,846	4,293	6,006	4,485	6,756
16	8,715	1,779	0,000	7,869	3,561	5,034	5,307	1,026	8,151	2,649	7,311	2,763	8,064
17	1,383	6,564	7,869	0,000	11,784	4,596	8,943	7,227	1,287	10,383	0,552	10,689	0,708
18	12,630	5,694	3,561	11,784	0,000	7,671	4,284	4,587	12,066	1,431	11,226	2,025	11,979
19	5,256	5,064	5,034	4,596	7,671	0,000	4,362	4,830	4,398	6,348	4,038	7,854	4,602
20	9,603	6,969	5,307	8,943	4,284	4,362	0,000	6,219	8,745	3,372	8,385	5,514	8,952
21	8,073	0,663	1,026	7,227	4,587	4,830	6,219	0,000	7,509	3,756	6,669	3,714	7,419
22	1,278	6,846	8,151	1,287	12,066	4,398	8,745	7,509	0,000	10,668	1,272	10,971	0,627
23	11,232	4,293	2,649	10,383	1,431	6,348	3,372	3,756	10,668	0,000	9,828	2,391	10,578
24	1,638	6,006	7,311	0,552	11,226	4,038	8,385	6,669	1,272	9,828	0,000	10,131	0,963
25	11,535	4,485	2,763	10,689	2,025	7,854	5,514	3,714	10,971	2,391	10,131	0,000	10,881
26	0,675	6,756	8,064	0,708	11,979	4,602	8,952	7,419	0,627	10,578	0,963	10,881	0,000
27	15,948	12,621	10,452	15,288	17,994	10,704	6,324	11,580	15,090	8,799	14,730	10,770	15,294
28	10,485	3,435	1,746	9,639	2,922	6,804	5,463	2,703	9,921	2,508	9,081	1,053	9,831
29	4,515	3,123	4,209	3,669	7,584	3,594	7,431	3,738	3,951	6,843	3,111	6,972	3,861
30	12,060	5,124	3,345	11,214	0,768	7,701	5,100	4,464	11,496	1,254	10,656	1,338	11,406
31	12,060	5,010	3,177	11,214	1,569	8,379	5,571	4,194	11,496	2,451	10,656	0,540	11,496
32	4,713	3,123	4,203	3,864	7,578	2,361	6,783	3,717	4,149	6,858	3,309	6,966	4,059
33	10,950	4,296	2,235	10,383	1,764	5,907	2,889	3,357	10,386	0,552	9,546	2,916	10,299
34	9,951	3,024	1,323	9,114	2,541	5,592	4,059	2,160	9,387	1,440	8,547	2,361	9,297
35	0,375	7,785	8,961	1,434	12,522	5,631	9,816	8,292	1,653	11,529	1,929	11,724	1,050
36	6,321	3,924	4,989	2,775	8,769	2,739	7,020	4,515	3,057	7,638	2,217	7,770	2,967
37	12,540	5,910	4,131	12,000	0,831	7,323	3,480	5,253	11,709	1,932	11,136	2,964	11,886
38	1,050	6,927	8,232	0,420	12,147	4,959	9,306	7,590	1,347	10,746	0,915	11,052	0,723
39	3,873	4,236	5,061	3,027	8,841	1,863	6,150	4,575	3,309	7,710	2,469	7,842	3,219
40	11,175	4,125	2,382	10,329	2,364	7,494	5,598	3,333	10,611	2,517	9,771	0,405	10,521
41	4,386	3,273	4,863	3,540	8,424	4,056	7,515	3,837	3,822	7,611	2,982	7,557	3,732
42	10,728	3,792	2,013	9,882	1,914	6,372	3,840	3,135	10,164	1,125	9,324	1,977	10,077
43	3,003	4,407	5,754	2,157	9,327	2,793	6,981	4,848	2,439	8,208	1,599	8,511	2,349
44	11,562	6,606	4,596	10,902	3,210	6,318	1,917	5,619	10,704	2,829	10,344	4,803	10,908
45	9,069	2,019	0,348	8,223	4,269	5,388	5,697	1,347	8,505	3,000	7,668	2,868	8,418
46	10,791	6,132	4,353	10,131	3,132	5,547	1,188	5,475	9,933	2,997	9,573	5,034	10,137
47	11,397	5,286	3,270	10,749	1,902	6,168	2,301	4,296	10,554	1,524	9,993	3,483	10,743
48	4,701	4,386	3,981	3,855	7,554	1,077	5,361	3,153	4,137	7,137	3,297	6,738	4,047
49	7,431	0,990	1,278	6,585	4,839	4,101	5,754	0,702	6,867	3,861	6,027	4,035	6,780
50	5,757	1,662	3,441	4,911	6,717	4,341	8,136	2,259	5,193	6,042	4,353	6,018	5,106
51	1,167	7,113	8,418	1,815	12,333	4,665	9,015	7,776	0,540	10,935	1,803	11,238	1,155

Continua

Continuação

	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
1	16,329	0,867	5,145	3,222	2,436	5,139	2,610	1,809	9,888	5,955	3,948	9,201	6,027
2	4,503	6,210	9,258	5,637	6,321	8,610	3,828	4,734	11,562	8,850	4,017	11,151	7,980
3	13,581	5,562	0,879	7,287	7,020	0,405	6,180	4,959	5,280	1,164	8,076	4,299	1,485
4	15,228	9,210	3,318	10,953	10,740	3,585	9,843	8,658	1,761	2,433	11,433	0,804	2,718
5	10,140	4,170	5,088	5,070	5,748	4,161	3,300	2,961	8,334	4,962	4,605	7,476	4,107
6	13,425	7,344	1,743	9,087	8,877	1,722	8,025	6,795	3,429	0,675	9,579	2,508	0,927
7	10,716	6,012	3,018	7,044	7,542	2,199	5,250	4,869	6,372	2,958	6,555	5,571	2,109
8	4,728	6,165	8,892	5,406	6,273	7,965	3,600	4,881	11,592	8,703	3,786	10,920	7,827
9	15,819	10,173	4,203	11,748	11,748	4,398	10,917	9,648	0,873	3,309	12,534	0,171	3,561
10	9,513	1,947	6,651	0,807	1,461	0,666	1,305	1,248	11,337	7,446	1,854	10,770	7,518
11	13,113	7,404	1,599	9,045	8,838	1,707	7,938	6,777	3,603	0,603	9,348	2,727	0,678
12	10,593	1,020	6,894	1,278	0,702	6,888	2,277	1,962	11,496	7,677	2,904	10,980	7,749
13	14,079	8,496	2,685	10,299	9,927	2,955	9,192	7,869	2,160	1,818	10,779	1,311	2,103
14	15,948	10,485	4,515	12,060	12,060	4,713	10,950	9,951	0,375	6,321	12,540	1,050	3,873
15	12,621	3,435	3,123	5,124	5,010	3,123	4,296	3,024	7,785	3,924	5,910	6,927	4,236
16	10,452	1,746	4,209	3,345	3,177	4,203	2,235	1,323	8,961	4,989	4,131	8,232	5,061
17	15,288	9,639	3,669	11,214	11,214	3,864	10,383	9,114	1,434	2,775	12,000	0,420	3,027
18	17,994	2,922	7,584	0,768	1,569	7,578	1,764	2,541	12,522	8,769	0,831	12,147	8,841
19	10,704	6,804	3,594	7,701	8,379	2,361	5,907	5,592	5,631	2,739	7,323	4,959	1,863
20	6,324	5,463	7,431	5,100	5,571	6,783	2,889	4,059	9,816	7,020	3,480	9,306	6,150
21	11,580	2,703	3,738	4,464	4,194	3,717	3,357	2,160	8,292	4,515	5,253	7,590	4,575
22	15,090	9,921	3,951	11,496	11,496	4,149	10,386	9,387	1,653	3,057	11,709	1,347	3,309
23	8,799	2,508	6,843	1,254	2,451	6,858	0,552	1,440	11,529	7,638	1,932	10,746	7,710
24	14,730	9,081	3,111	10,656	10,656	3,309	9,546	8,547	1,929	2,217	11,136	0,915	2,469
25	10,770	1,053	6,972	1,338	0,540	6,966	2,916	2,361	11,724	7,770	2,964	11,052	7,842
26	15,294	9,831	3,861	11,406	11,496	4,059	10,299	9,297	1,050	2,967	11,886	0,723	3,219
27	0,000	10,710	13,758	10,137	10,821	13,110	8,328	9,234	16,062	13,350	8,517	15,651	12,480
28	10,710	0,000	5,955	2,499	1,521	5,949	2,565	2,118	10,704	6,741	4,125	10,002	6,813
29	13,758	5,955	0,000	7,653	7,488	1,221	6,543	5,406	4,884	1,104	8,439	4,032	2,268
30	10,137	2,499	7,653	0,000	0,864	7,671	1,947	2,115	12,435	8,472	1,626	11,577	8,670
31	10,821	1,521	7,488	0,864	0,000	7,479	2,856	2,598	12,138	8,289	2,490	11,577	8,361
32	13,110	5,949	1,221	7,671	7,479	0,000	6,564	5,400	5,154	1,101	8,460	4,227	1,269
33	8,328	2,565	6,543	1,947	2,856	6,564	0,000	1,005	11,325	7,365	1,734	10,746	7,383
34	9,234	2,118	5,406	2,115	2,598	5,400	1,005	0,000	10,077	6,204	2,901	9,477	6,276
35	16,062	10,704	4,884	12,435	12,138	5,154	11,325	10,077	0,000	3,924	12,915	1,014	4,209
36	13,350	6,741	1,104	8,472	8,289	1,101	7,365	6,204	3,924	0,000	9,261	3,138	0,870
37	8,517	4,125	8,439	1,626	2,490	8,460	1,734	2,901	12,915	9,261	0,000	12,363	8,688
38	15,651	10,002	4,032	11,577	11,577	4,227	10,746	9,477	1,014	3,138	12,363	0,000	3,390
39	12,480	6,813	2,268	8,670	8,361	1,269	7,383	6,276	4,209	0,870	8,688	3,390	0,000
40	10,848	0,735	6,621	1,713	0,864	6,615	2,565	2,253	11,343	7,422	3,339	10,692	7,494
41	14,859	6,540	0,507	8,397	8,040	1,698	7,290	5,901	4,665	1,125	9,186	3,903	2,157
42	9,279	1,626	6,321	1,344	2,085	6,342	0,951	0,783	11,103	7,143	2,289	10,245	7,341
43	13,401	7,512	1,452	9,057	8,943	1,722	7,947	7,182	3,498	0,603	9,624	2,520	0,948
44	6,918	4,749	8,715	4,119	4,821	8,709	2,310	3,270	11,733	8,964	2,499	11,265	8,094
45	10,947	1,851	4,560	3,699	3,333	4,554	2,589	1,713	9,351	5,340	4,485	8,586	5,412
46	6,222	4,683	8,466	3,927	4,791	7,539	2,118	3,123	11,166	8,274	2,307	10,494	7,398
47	7,452	3,420	7,356	2,793	3,522	7,350	0,993	1,947	11,175	8,172	1,173	11,115	7,446
48	11,688	5,739	3,225	8,052	7,170	3,495	6,555	5,409	5,271	1,695	7,860	4,218	0,846
49	11,682	3,021	2,997	4,632	4,446	2,991	3,522	2,244	7,680	3,780	5,418	6,948	3,852
50	13,692	5,001	1,479	6,783	6,531	1,965	5,676	4,536	6,345	2,748	7,572	5,274	3,069
51	15,357	10,188	4,218	11,763	11,763	4,416	10,653	9,654	1,470	3,324	11,976	1,875	3,576

Continua

Continuação

	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51
1	1,524	5,721	1,671	6,681	4,791	1,032	4,728	3,468	4,920	2,202	4,188	10,878
2	6,348	10,359	4,779	8,901	2,418	6,447	1,722	2,952	7,188	7,182	9,192	2,706
3	6,225	1,287	5,958	1,743	6,873	4,290	7,656	5,808	1,620	2,556	1,584	4,089
4	9,876	3,207	9,621	1,863	10,791	7,812	9,870	10,611	3,636	6,249	4,779	8,775
5	4,863	5,577	3,738	5,046	4,782	2,757	4,590	3,462	3,279	2,184	4,833	9,387
6	8,013	1,413	7,758	0,120	8,988	5,949	8,280	8,745	1,701	4,491	2,916	11,976
7	6,678	3,495	5,715	3,081	6,279	4,617	5,388	5,316	1,317	3,540	3,723	12,333
8	6,162	9,381	4,551	8,754	2,265	6,468	1,494	2,631	7,041	7,401	9,555	11,763
9	10,863	4,074	10,416	2,691	11,436	8,757	10,665	11,283	4,389	7,119	5,445	11,238
10	1,704	7,419	0,519	7,971	3,543	2,808	3,423	2,238	6,945	3,669	5,850	10,857
11	8,043	1,416	7,716	0,300	8,658	6,051	8,079	8,052	2,073	4,383	3,060	10,188
12	0,558	7,398	1,338	8,301	4,428	2,772	4,395	3,105	6,528	3,429	5,940	11,166
13	9,123	2,505	8,970	1,224	9,732	7,140	9,171	9,177	2,997	5,472	4,149	10,971
14	11,175	4,386	10,728	3,003	11,562	9,069	10,791	11,397	4,701	7,431	5,757	10,821
15	4,125	3,273	3,792	4,407	6,606	2,019	6,132	5,286	4,386	0,990	1,662	4,404
16	2,382	4,863	2,013	5,754	4,596	0,348	4,353	3,270	3,981	1,278	3,441	10,956
17	10,329	3,540	9,882	2,157	10,902	8,223	10,131	10,749	3,855	6,585	4,911	10,935
18	2,364	8,424	1,914	9,327	3,210	4,269	3,132	1,902	7,554	4,839	6,717	8,418
19	7,494	4,056	6,372	2,793	6,318	5,388	5,547	6,168	1,077	4,101	4,341	9,015
20	5,598	7,515	3,840	6,981	1,917	5,697	1,188	2,301	5,361	5,754	8,136	9,654
21	3,333	3,837	3,135	4,848	5,619	1,347	5,475	4,296	3,153	0,702	2,259	15,357
22	10,611	3,822	10,164	2,439	10,704	8,505	9,933	10,554	4,137	6,867	5,193	4,416
23	2,517	7,611	1,125	8,208	2,829	3,000	2,997	1,524	7,137	3,861	6,042	1,464
24	9,771	2,982	9,324	1,599	10,344	7,668	9,573	9,993	3,297	6,027	4,353	4,218
25	0,405	7,557	1,977	8,511	4,803	2,868	5,034	3,483	6,738	4,035	6,018	7,776
26	10,521	3,732	10,077	2,349	10,908	8,418	10,137	10,743	4,047	6,780	5,106	2,916
27	10,848	14,859	9,279	13,401	6,918	10,947	6,222	7,452	11,688	11,682	13,692	5,460
28	0,735	6,540	1,626	7,512	4,749	1,851	4,683	3,420	5,739	3,021	5,001	5,697
29	6,621	0,507	6,321	1,452	8,715	4,560	8,466	7,356	3,225	2,997	1,479	1,539
30	1,713	8,397	1,344	9,057	4,119	3,699	3,927	2,793	8,052	4,632	6,783	2,694
31	0,864	8,040	2,085	8,943	4,821	3,333	4,791	3,522	7,170	4,446	6,531	3,576
32	6,615	1,698	6,342	1,722	8,709	4,554	7,539	7,350	3,495	2,991	1,965	3,324
33	2,565	7,290	0,951	7,947	2,310	2,589	2,118	0,993	6,555	3,522	5,676	8,691
34	2,253	5,901	0,783	7,182	3,270	1,713	3,123	1,947	5,409	2,244	4,536	4,665
35	11,343	4,665	11,103	3,498	11,733	9,351	11,166	11,175	5,271	7,680	6,345	10,431
36	7,422	1,125	7,143	0,603	8,964	5,340	8,274	8,172	1,695	3,780	2,748	7,662
37	3,339	9,186	2,289	9,624	2,499	4,485	2,307	1,173	7,860	5,418	7,572	10,653
38	10,692	3,903	10,245	2,520	11,265	8,586	10,494	11,115	4,218	6,948	5,274	4,728
39	7,494	2,157	7,341	0,948	8,094	5,412	7,398	7,446	0,846	3,852	3,069	10,656
40	0,000	7,176	1,626	8,148	4,884	2,487	4,683	3,555	6,375	3,654	5,667	11,763
41	7,176	0,000	7,068	1,287	8,175	5,178	8,955	7,095	3,060	3,507	1,605	1,167
42	1,626	7,068	0,000	7,728	3,261	2,367	3,069	1,944	6,723	3,300	5,454	1,155
43	8,148	1,287	7,728	0,000	8,946	6,156	8,328	8,340	1,701	4,491	2,916	1,815
44	4,884	8,175	3,261	8,946	0,000	4,986	0,783	1,335	7,251	5,673	7,848	0,540
45	2,487	5,178	2,367	6,156	4,986	0,000	4,707	3,657	4,383	1,563	3,603	8,775
46	4,683	8,955	3,069	8,328	0,783	4,707	0,000	1,152	6,612	5,640	7,794	10,629
47	3,555	7,095	1,944	8,340	1,335	3,657	1,152	0,000	7,056	4,350	6,489	7,113
48	6,375	3,060	6,723	1,701	7,251	4,383	6,612	7,056	0,000	2,718	4,689	1,812
49	3,654	3,507	3,300	4,491	5,673	1,563	5,640	4,350	2,718	0,000	2,583	1,875
50	5,667	1,605	5,454	2,916	7,848	3,603	7,794	6,489	4,689	2,583	0,000	10,200
51	10,878	4,089	10,431	2,706	10,971	8,775	10,200	10,821	4,404	7,134	5,460	0,000