MILENA DE MELLO DIAS

Uso da “Superfórmula” para projeto geométrico de Tomada D'água.

São Paulo

2016

MILENA DE MELLO DIAS

Uso da “Superfórmula” para projeto geométrico de Tomada D'água.

**Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
ciências.**

São Paulo

2016

MILENA DE MELLO DIAS

Uso da “Superfórmula” para projeto geométrico de Tomada D'água.

**Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
ciências.**

**Área de Concentração:
Engenharia Hidráulica**

**Orientador: Profº Drº Podalyro Amaral de
Souza.**

São Paulo

2016

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Dias, Milena de Mello

Uso de "superfórmula" para projeto geométrico de tomada d'água. / M.
M. Dias -- versão corr. -- São Paulo, 2015.
66 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo. Departamento de Engenharia de Hidráulica e Ambiental.

1.Estruturas hidráulicas 2.Modelos matemáticos I.Universidade de São
Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Hidráulica e
Ambiental II.t.

AGRADECIMENTOS

Esta dissertação é o resultado do incentivo, encorajamento e apoio de muitas pessoas que me cercam. Particularmente agradeço ao professor Podalyro Amaral de Souza pela orientação, genialidade de soluções e pelo estímulo à pesquisa em todo desenvolvimento do trabalho.

Aos professores do PHA, pelos conhecimentos transmitidos nessa etapa da minha vida. À Wandrea, pela paciência.

Ao professor Acácio Eiji Ito, não apenas por ter sido sempre um professor dedicado, mas pela amizade desenvolvida em todos esses anos.

Ao meu esposo, que sempre tinha uma palavra para me incentivar a nunca desistir e por ter me propiciado as condições necessárias para tornar esse sonho possível. À minha mãe que sempre acreditou na minha capacidade. Ao meu pai e aos familiares que sempre foram compreensivos com minhas ausências por conta da dedicação necessária ao desenvolvimento dessa pesquisa.

Aos amigos de perto e aos de longe!

À minha filha Bárbara, que mesmo antes de nascer me faz ter o desejo de ser melhor a cada dia.

À Deus!

RESUMO

O presente trabalho propõe a utilização da “superfórmula” como solução de dimensionamento de estruturas hidrodinâmicas na engenharia hidráulica. Para tanto, apresentam-se neste trabalho os métodos atualmente empregados para o dimensionamento de uma tomada d’água, apresenta-se também o que é a “superfórmula”, como se chegou a ela e a possibilidade de sua aplicação na engenharia, necessitando para isso algumas parametrizações.

A introdução da “superfórmula” na engenharia hidráulica tem o objetivo de facilitar o dimensionamento de estruturas e reduzir as complexidades, com foco no desenvolvimento de formas geométricas ideais com vistas à hidrodinâmica e especificamente para a tomada d’água, tem o objetivo de encontrar uma transição entre seções onde a perda de carga seja mínima, para isso, propõe-se uma modelação matemática para otimização da estrutura da tomada d’água, baseada no conceito de aceleração convectiva máxima.

Palavras-Chave: “Superfórmula”. Tomada d’água. Estruturas hidráulicas. Modelos matemáticos.

ABSTRACT

This dissertation proposes that "superfórmula" have high potential use in solutions for hydrodynamic design of hydraulic structures. Thus, it presents, the methods currently employed for the design of a water intake, also presents what is "superfórmula", how it discovered and application possibility in engineering, requiring for it some parameterizations.

The introduction of "superfórmula" in hydraulic engineering aims to facilitate the design of structures and reduce the complexities, focusing on the development of ideal geometric shapes with a view to hydrodynamic and specifically for water intake, aims to find a transition between sections where the head loss. For this, it proposes a mathematical model to optimize the water intake structure based on the concept of maximum convective acceleration.

Keywords: Supershape. Water intake. Hydraulic structures. Mathematical models.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 - TOMADA D'ÁGUA TIPO TORRE	16
FIGURA 2 - TOMADA D'ÁGUA TIPO GRAVIDADE COM CONDUTOS EXTERNOS.....	16
FIGURA 3 - TOMADA D'ÁGUA TIPO GRAVIDADE ALIVIADA	17
FIGURA 4 - TOMADA D'ÁGUA INTEGRADA À CASA DE FORÇA.....	18
FIGURA 5 - APROVEITAMENTO COM TOMADA D'ÁGUA E CASA DE FORÇA INTEGRADOS NA MESMA ESTRUTURA (UHE ESPERANÇA).....	18
FIGURA 6 - GEOMETRIA DA GERATRIZ SUPERIOR DE TOMADA D'ÁGUA.	21
FIGURA 7 - ESCOAMENTO NA REGIÃO DE ENTRADA DE UM CONDUITO	28
FIGURA 8 - EXEMPLOS DE FORMAS OBTIDAS A PARTIR DA “SUPERELIPSE”.	35
FIGURA 9 - GEOMETRIAS OBTIDAS ATRAVÉS DA “SUPERFÓRMULA” COM VALORES DE $N_1=N_2=N_3=1$	37
FIGURA 10 - GEOMETRIAS OBTIDAS ATRAVÉS DA “SUPERFÓRMULA” COM VALORES DE $N_1=N_2=N_3=0,3$	37
FIGURA 11 - GEOMETRIAS OBTIDAS ATRAVÉS DA “SUPERFÓRMULA” COM VALORES DE $N_1=40$, $N_2=N_3=10$	38
FIGURA 12 - GEOMETRIAS OBTIDAS ATRAVÉS DA “SUPERFÓRMULA” COM VALORES MUITO GRANDES PARA N_1 , E VALORES GRANDES PARA N_2 E N_3	38
FIGURA 13 - GEOMETRIAS ASSIMÉTRICAS OBTIDAS ATRAVÉS DA “SUPERFÓRMULA” COM VALORES DE $N_1=60$, N_2 E N_3 . -	39
FIGURA 14 - GEOMETRIAS OBTIDAS ATRAVÉS DA “SUPERFÓRMULA” COM VALORES DE $N_1=N_2$ E $N_3=0,3$	39
FIGURA 15 - GEOMETRIAS OBTIDAS ATRAVÉS DA “SUPERFÓRMULA” COM VALORES DE N_1 VARIADOS E $M=5$, $N_2=N_3=1,7$	40
FIGURA 16 - REPRESENTAÇÃO DOS SEMI-EIXOS "A" E "B"	48
FIGURA 17 – TRANSIÇÃO DE SEÇÃO RETANGULAR PARA SEÇÃO CIRCULAR.....	50

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 - CURVA DE TENDÊNCIA DA UHE NOVA PONTE.....	45
GRÁFICO 2 - CURVA DE TENDÊNCIA DA UHE TUCURUÍ.	46
GRÁFICO 3 - CURVA DE TENDÊNCIA DA UHE ÁGUA VERMELHA.....	46
GRÁFICO 4 - CURVA DE TENDÊNCIA DA UHE TRÊS IRMÃOS.	47
GRÁFICO 5 - CURVA DE TENDÊNCIA PARA O AJUSTE DO EXPOENTE "C".	59

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - COEFICIENTE DE PERDA DE CARGA PARA TOMADAS D'ÁGUA COM UM VÃO.	25
TABELA 2 - COEFICIENTE DE PERDA DE CARGA PARA TOMADAS D'ÁGUA COM DOIS VÃOS.....	25
TABELA 3 - COEFICIENTE DE PERDA DE CARGA PARA TOMADAS D'ÁGUA COM TRÊS VÃOS.	26
TABELA 4 - EXEMPLO DE FORMATOS ENCONTRADOS A PARTIR DA “SUPERELIPSE”.....	36
TABELA 5 - DADOS INICIAIS DAS USINAS HIDRELÉTRICAS ESTUDADAS.....	42
TABELA 6 - VALORES DE ACELERAÇÃO CONVECTIVA EXTREMA.	43
TABELA 7 - RESULTADO DOS CÁLCULOS PARA UHE NOVA PONTE.	54
TABELA 8 - RESULTADO DOS CÁLCULOS PARA UHE TUCURUÍ.....	55
TABELA 9 - RESULTADO DOS CÁLCULOS PARA UHE ÁGUA VERMELHA.....	56
TABELA 10 - RESULTADO DOS CÁLCULOS PARA UHE TRÊS IRMÃOS.....	57
TABELA 11 - MÉDIA ARITMÉTICA PARA “C” DAS UHE’S NOVA PONTE, TUCURUÍ, ÁGUA VERMELHA E TRÊS IRMÃOS.	58

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área da seção transversal
A_0	Área inicial da transição da tomada d'água
A_N	Área final da transição da tomada d'água
a	Aceleração da partícula
a_1	Área líquida através das grades
a_b	Área bruta das grades e guias
a	Semi eixo horizontal
a_0	Semi eixo horizontal para a seção inicial da transição
a_N	Semi eixo horizontal para a seção final da transição
b	Semi eixo ortogonal a "a"
b_0	Semi eixo ortogonal a "a ₀ "
b_N	Semi eixo ortogonal a "a _N "
C	Coeficiente relacionado a forma de aproximação do canal de adução (simétrico/assimétrico)
c	Expoente de ajuste para calibração dos valores de "n", ao longo da transição
D	Altura da seção retangular da comporta
d	Distância entre as barras
e	Espessura das barras da grade.
ε	Fator de forma da estrutura da tomada d'água
E_p	Energia potencial
g	Aceleração da gravidade
h_a	Perda de carga por aceleração
h_g	Perda de carga nas grades
h_r	Perda de carga local
h_t	Perda de carga na tomada d'água
H	Queda
H_e	Carga na seção de entrada
H_s	Carga na seção de saída
H_u	Queda útil na turbina
K_e	Coeficiente de perda de carga entre o portal de entrada e a seção das comportas
K_g	Coeficiente de perda de carga nas grades
K_r	Coeficiente de perda de carga nas ranhuras das comportas

$K_{ext.}$	Aceleração convectiva extrema
L	Comprimento da transição
m_a	Massa da água
m	Parâmetro de simetria rotacional
m	Expoente que dará uma escala ao raio equivalente da seção
n	Parâmetro de simetria – grau de arredondamento
n_1	Parâmetro de simetria 1
n_2	Parâmetro de simetria 2
n_3	Parâmetro de simetria 3
P	Potência
Q	Vazão
r	Coordenada polar
r_e	Raio equivalente a área
r_{e0}	Raio equivalente a área inicial da transição
r_{eN}	Raio equivalente a área final da transição
S	Submergência mínima
V	Velocidade do escoamento
v_1	Velocidade d'água antes da tomada d'água
v_2	Velocidade d'água na saída da tomada d'água
$Vol.$	Volume de água
x	Absissa
X	Posição ao longo da transição
X/L	Posição relativa ao longo da transição
Δx	Distância entre as seções
y	Ordenada
α	Inclinação das grades em relação a horizontal
β	Fator que depende da forma das barras
η	Rendimento da turbina
ρ	Massa específica da água

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	OBJETIVO	13
2.1	OBJETIVOS GERAIS	13
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
3	JUSTIFICATIVA.....	14
4	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	15
4.1	TOMADAS D'ÁGUA	15
4.2	DIMENSIONAMENTO DE TOMADAS D'ÁGUA.....	19
4.2.1	Submergência mínima	19
4.2.2	Geometria	20
4.3	PERDA DE CARGA	21
4.4	CAMADA LIMITE.....	27
4.5	ACELERAÇÃO DA PARTÍCULA FLUIDA	28
4.6	POTÊNCIA HIDRÁULICA DE TURBINAS.....	31
4.7	DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADES.....	33
4.8	“SUPERFÓRMULA”	34
5	DESENVOLVIMENTO ANALÍTICO	41
5.1	DETERMINAÇÃO DA ACELERAÇÃO CONVECTIVA EXTREMA ($K_{EXT.}$) ..	42
5.2	DETERMINAÇÃO DOS VALORES DE X.....	43
5.3	DETERMINAÇÃO DAS ÁREAS	43
5.4	DETERMINAÇÃO DO RAIO EQUIVALENTE.....	44
5.5	DETERMINAÇÃO DO EXPOENTE DE FORMA “m”.....	44
5.6	DETERMINAÇÃO DOS SEMI-EIXOS “a” e “b”	48
5.7	DETERMINAÇÃO DOS VALORES DE “n”	50
5.8	CÁLCULO DO VALOR DE “n”	51
5.9	DETERMINAÇÃO DO VALOR DA ÁREA ATRAVÉS DA INTEGRAÇÃO ...	51
5.10	RE-CÁLCULO DO VALOR DE “n”	52
5.11	DEFINIÇÃO DO EXPOENTE “C”	58
6	ALGORITMO: SEÇÃO DE TOMADA D'ÁGUA	60
7	DISCUSSÃO	62
8	CONCLUSÃO	64
9	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	66

1 INTRODUÇÃO

A tomada d'água tem a finalidade de captar e conduzir a água aos órgãos adutores e daí às turbinas, impedir a entrada de corpos flutuantes, que possam danificá-las, e fechar a entrada d'água quando for necessário. Em aproveitamentos hidrelétricos, trata-se de uma estrutura de grande importância e o seu dimensionamento e geometria implicam, de maneira direta, em ganhos ou perdas de queda na geração hidráulica. Esses ganhos e perdas estão relacionados às perdas de carga que podem ocorrer por diversos fatores.

A tomada d'água deve ter uma geometria ideal que reduza as perdas de carga ao mínimo possível, em todos os seus trechos, de maneira que não eleve o custo da tubulação adutora. Geralmente uma tomada d'água é munida de grades grossas e comportas que impedem a entrada de grandes corpos flutuantes.

Para se evitar a formação de turbilhões e contrações do jato, depósito de lodo e areia e eventualmente erosões nas beiras e no fundo, grande parte das bibliografias consultadas aconselham o estudo, em modelo hidráulico reduzido, a fim de se determinar a forma da tomada implantada e principalmente o ângulo da entrada com o eixo do rio.

Apesar da importância em se reduzir a perda de carga nos projetos de transição de seções em tomadas d'água, o projetista geralmente encontra dificuldades para efetuar o cálculo devido ao fato de a perda de carga ser do tipo distribuída e ocorrer em camada limite não desenvolvida completamente. Nesses casos, o projetista costuma adotar algumas alternativas para a geometria da seção, que de acordo com os atuais critérios empregados deverá aproximar-se da forma elíptica, é usual que a forma geométrica da transição de seções sejam feitas utilizando-se concordâncias de arcos de elipses ou de circunferências com segmentos de retas, o que fatalmente introduz pontos que contenham descontinuidade, e refletirá em fontes potenciais de ocorrência de problemas, já que é comum definir primeiramente a forma geométrica da transição e em decorrência dessa definição, ter alguns fenômenos hidráulicos observados e minimizados, se possível, tais como a perda de carga ou a formação de vórtices.

Essas alternativas são então ensaiadas em laboratórios através de modelos hidráulicos reduzidos para obtenção de uma forma mais adequada, porém que talvez não seja a forma ideal.

Sabe-se que um critério que permita a obtenção da transição ideal (ou de uma boa aproximação) da sua forma geométrica será de grande utilidade para a projetista, nesse intuito, é que obedeça a um critério hidráulico pré estabelecido. Definiu-se como critério hidráulico para o desenvolvimento da pesquisa o conceito de aceleração convectiva extrema com forma senoidal, onde, para se obter resultados de utilidade prática, a preocupação foi obter um modelo representativo da aceleração ideal do escoamento, que ocorre de forma gradual e progressiva, sem mudanças bruscas no perfil de velocidade e aceleração, evitando a formação de vórtices e de cavitação que são bastante desfavoráveis além de diminuir a perda de carga do tipo distribuída que ocorre em camada limite não desenvolvida completamente, devido aos grandes diâmetros empregados nesse tipo de tubulação.

O conceito hidráulico aplicado na pesquisa desenvolvida, aliado a “superfórmula” é capaz de reduzir a complexidade atual do dimensionamento de tomadas d’água, onde são necessárias diversas equações matemáticas empíricas e menos racionais do que a proposta nesta dissertação, além da necessidade de ensaios em modelos físicos para validar a alternativa escolhida e que na grande maioria das vezes não é a melhor solução a ser adotada já que não seguem um critério hidráulico onde a preocupação seja obter uma forma hidrodinâmica adequada.

Apresenta-se, neste trabalho a revisão dos principais conceitos teóricos e critérios para o dimensionamento de tomadas d’água usualmente empregadas, além de se descrever de forma sucinta como e porque a “superfórmula” foi criada e propor a aplicação de um novo método de cálculo de transição de seções em condutos forçados.

2 OBJETIVO

2.1 OBJETIVOS GERAIS

Aprofundar conhecimentos na área de dimensionamento hidráulico de tomadas d'água, visando aperfeiçoar os métodos atualmente adotados, em específico para os aproveitamentos hidrelétricos, através do emprego da “superfórmula” com o objetivo de desenvolver uma geometria ótima que minimize as perdas de carga e, portanto maximize a eficiência na geração de energia.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Estudar os fenômenos hidráulicos que ocorrem em escoamentos com transição de seções.

Parametrizar a “superfórmula”, para que essa retorne valores adequados para o dimensionamento da estrutura de tomada d'água.

Estabelecer um critério teórico que permita a determinação da lei de variação de área $A(x)$ ao longo do comprimento da transição.

Propor um modelo matemático com critério hidráulico baseado em propriedades hidráulicas às quais o escoamento deve satisfazer para reduzir os principais problemas hidráulicos característico de tomadas d'água, cujo equacionamento tenha reduzido número de parâmetros e seja de fácil resolução para estabelecer explicitamente o cálculo da geometria da transição de tomadas d'água.

Verificar a empregabilidade da “superfórmula” para dimensionamento hidráulico da estrutura de tomada d'água como forma de substituição a formas geométricas não tão racionais.

Parametrizar a “superfórmula”; através da calibração dos parâmetros de forma a , b , m , n_1 , n_2 e n_3 , de acordo com o comportamento do escoamento e comparar os resultados já obtidos de estudos realizados nos modelos hidráulicos reduzidos das usinas hidrelétricas de Tucuruí, Água Vermelha, Nova Ponte e Três Irmão com o modelo matemático proposto. A comparação entre os modelos reduzidos e o modelo matemático proposto será realizado através de gráficos.

3 JUSTIFICATIVA

A redução da perda de carga em tomada d'água ainda é um assunto que precisa ser melhor explorado em pesquisas. Atualmente, as diferentes formas de transição de seções são escolhidas de acordo com o bom senso do engenheiro e posteriormente são estudadas em laboratório através de modelo hidráulico reduzido e analisadas até que estas apresentem a menor perda de carga, porém que pode não ser a transição “ideal”, já que esta pode estar no intervalo entre duas alternativas analisadas, sendo necessário para tanto, validar um critério teórico para estabelecer a forma ideal. Para isto, o presente trabalho foi buscar uma solução conjunta entre um critério hidráulico pré estabelecido que deverá resultar em uma geometria “ideal” de transição e nos trabalhos realizados por Johan Gielis, inicialmente para a botânica.

Visto que a redução da perda de carga implica em grandes ganhos de potência gerada ao longo da vida útil de uma obra, e a minimização dos custos de estudos com modelos hidráulicos reduzidos.

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste tópico serão apresentados os principais tipos de tomadas d'água utilizados em aproveitamentos hidrelétricos com critérios de dimensionamento, além disso, apresenta-se a base teórica do desenvolvimento da “superfórmula” e as perspectivas para utilização dessa na engenharia civil para modelação de estruturas hidrodinâmicas.

4.1 TOMADAS D'ÁGUA

São órgãos com a finalidade de captar e conduzir a água aos órgãos adutores e daí às turbinas, impedir a entrada de corpos flutuantes que possam danificar as turbinas, e fechar a entrada d'água quando for necessário. (SCHREIBER, 1977).

Segundo o Ministério das Minas e Energia (2007), os tipos de tomada d'água mais usuais são:

- Torre.
- Gravidade.
- Integrado à casa de força.

Tomadas d'água tipo torre (Figura 1) são geralmente empregadas em aproveitamentos onde se utiliza o túnel ou galeria de desvio também para adução. (MINISTÉRIO DAS MINAS E ENERGIA, 2007)

Segundo Ministério das Minas e Energia (2007), tomadas d'água do tipo gravidade são integradas ou não à barragem e a adução é feita para condutos forçados externos (Figura 2). Essas tomadas são empregadas em aproveitamentos equipados com turbinas tipo Pelton, Francis ou Kaplan com caixa espiral de aço.

Uma variação é o tipo gravidade aliviada (Figura 3), normalmente apoiada em maciço rochoso. Neste tipo de tomada d'água, a adução é feita para túneis, sejam eles forçados ou não. O espaçamento entre as unidades é aumentado para garantir a estabilidade da escavação subterrânea. Essas tomadas são empregadas em aproveitamentos equipados com turbinas tipo Pelton, Francis ou, mais raramente, Kaplan com caixa espiral de aço. (MINISTÉRIO DAS MINAS E ENERGIA, 2007)

Figura 1 - Tomada d'água tipo torre

Fonte: MINISTÉRIO DAS MINAS E ENERGIA, (2007).

Figura 2 - Tomada d'água tipo gravidade com condutos externos.

Fonte: MINISTÉRIO DAS MINAS E ENERGIA, (2007).

Figura 3 - Tomada d'água tipo gravidade aliviada

Fonte: MINISTÉRIO DAS MINAS E ENERGIA, (2007).

O último tipo, integrado à casa de força, é recomendado para aproveitamentos equipados com turbinas tipo Bulbo (Figura 4) ou Kaplan (Figura 5) com caixa semi-espiral de concreto. Devem ser consideradas, neste tipo de estrutura, comportas tipo vagão com rodas a montante das turbinas (Kaplan) ou a jusante (Bulbo).

Figura 4 - Tomada d'água integrada à casa de força.

Fonte: MINISTÉRIO DAS MINAS E ENERGIA, (2007).

Figura 5 - Aproveitamento com tomada d'água e casa de força integrados na mesma estrutura (UHE Esperança).

Fonte: MINISTÉRIO DAS MINAS E ENERGIA, (2007).

4.2 DIMENSIONAMENTO DE TOMADAS D'ÁGUA

Uma estrutura de tomada d'água qualquer deve ser projetada de forma que a aceleração do escoamento desde o reservatório até a adução seja feita de forma gradual e progressiva com o objetivo de se evitar a separação do escoamento visando uma distribuição satisfatória de pressões, formação de vórtices e não ocorrência de cavitação, o que minimiza a perda de carga.

4.2.1 Submergência mínima

Para que essa condição citada acima seja atendida, alguns critérios no dimensionamento devem ser levados em conta. Um desses critérios estabelecidos pela Eletrobrás (2003), é a garantia de que a submergência mínima seja respeitada com o intuito de minimizar a formação de vórtices com arrastamento de ar.

Atualmente, os critérios de projeto civil da Eletrobrás (2003), as Diretrizes para Projetos de PCH do Ministério das Minas e Energia (2000), e o Manual do Inventário Hidrelétrico do Ministério das Minas e Energia (2007), recomendam que o cálculo da submergência mínima no caso de tomada submersa seja avaliado pela Fórmula de Gordon, que recomenda uma expressão em função da velocidade da água na comporta, da altura da comporta e da forma do canal de adução, conforme apresentado na equação 1 a seguir:

$$S = CVd^{0,5} \quad (1)$$

$$\frac{S}{d} = C_0 \left(\frac{V}{\sqrt{dg}} \right) \quad (2)$$

$$C_0 = C\sqrt{g} \quad (3)$$

Onde:

S = Submergência mínima (m);

$C=2,27$ ou $1,70$, para escoamento de aproximação assimétrico e simétrico, respectivamente;

V = Velocidade do escoamento (m/s) na região da comporta;

d = Altura do conduto de adução (m).

De acordo com Eletrobrás (2003), a elevação máxima da geratriz superior do conduto, na seção onde foi tomada a dimensão “ d ”, é definida pela cota do nível de água mínimo normal do reservatório subtraído do valor de “ S ”. Além desta condição, algumas bibliografias fixam valores mínimos entre a aresta superior do portal de entrada da tomada d’água e o nível de água mínimo normal do reservatório, porém, não se tratam os motivos para esses valores.

Segundo Eletrobrás (2003), a formação de vórtices desfavoráveis é muito influenciada pela circulação do escoamento no canal de aproximação e por esse motivo, o critério de submergência deve ser considerado como uma estimativa preliminar para o projeto da tomada de água, que deverá posteriormente ser verificado em modelo reduzido.

4.2.2 Geometria

As dimensões da passagem hidráulica, largura x altura, conforme trata (Ministério das Minas e Energia, 2000), são definidas, em cada caso, em função da vazão a ser aduzida, utilizando-se a equação da continuidade.

As bibliografias consultadas tais como Eletrobrás (2003), Ministério das Minas e Energia (2000), Ministério das Minas e Energia (2007) e Schreiber (1977), recomendam que a geometria da aresta superior da tomada d’água deve ter forma hidráulica que se assemelha a uma elipse visando acomodar o escoamento de forma estável e sem descolamento (separação) do fluxo da estrutura de concreto e, conseqüentemente, com uma distribuição satisfatória de pressões. De acordo com Ministério das Minas e Energia (2000), deve ser dimensionada de forma a obedecer a equação 4 apresentada a seguir.

$$\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{2D}{3}\right)^2} = 1 \quad (4)$$

É possível visualizar os elementos da equação na Figura 6, a seguir:

Figura 6 - Geometria da geratriz superior de Tomada d'água.

Fonte: (Ministério das Minas e Energia, 2000).

Onde:

- D = altura da seção retangular da comporta (m);
- L = distância ao longo do conduto (m);
- x = distância horizontal do comprimento da elipse (m);
- y = distância vertical do comprimento da elipse (m);
- PC = Aresta superior da tomada d'água;
- PT = Ponto de tangência.

4.3 PERDA DE CARGA

A perda de carga pode ser distribuída ou localizada, dependendo do motivo que a causa.

A perda de carga localizada é causada pelos acessórios da tubulação, isto é, as diversas peças necessárias para a montagem e controle do fluxo do escoamento, que provocam alteração de módulo ou direção da velocidade, e conseqüentemente, da pressão localmente. Isso se reflete em um acréscimo de turbulência que produz

perdas de carga, nos pontos onde estão localizadas. O escoamento sofre perturbações bruscas em pontos da instalação tais como em válvulas, curvas, reduções, expansões, emendas entre outros. PORTO (2006)

Na perda distribuída as partículas em contato com a parede adquirem a velocidade da parede, ou seja, velocidade nula para atender ao princípio da aderência completa. As partículas vizinhas vão sendo desaceleradas a medida que o escoamento avança, até que partículas fluidas cada vez mais próximas do eixo do conduto vão sendo atingidas pelo efeito de parede. Isso se deve a perda de energia por atrito viscoso/turbulento que ocorre entre duas seções de escoamento de um tubo de corrente. Como resultado, o perfil de velocidades que era uniforme próximo a entrada do conduto, vai se modificando até a distância onde as camadas limite se encontram, no eixo do duto. A partir daí diz-se que o escoamento está dinamicamente estabelecido, com um perfil de velocidades imutável. BISTAFA (2010)

O que acontece no estudo desenvolvido nesse trabalho é que, devido aos diâmetros empregados nos condutos de tomadas d'água de usinas hidrelétricas serem muito grandes, não se consegue estabelecer o comprimento de entrada necessário para haver a condição de escoamento dinamicamente estabelecido, pois a camada limite não está, ainda completamente desenvolvida, ou seja, não se encontrou no eixo do conduto.

A tomada d'água deve ter uma forma que reduza as perdas de carga ao mínimo possível, em todos os seus trechos, o que se inicia nas grades e continua ao longo da entrada até a seção da comporta e nas ranhuras da comporta. Deste modo, aconselha-se o estudo, em modelo hidráulico reduzido, a forma da tomada em planta e principalmente o ângulo que forma o eixo da entrada com o eixo do rio, para que se evite a formação de turbilhonamento e contrações do jato. SCHREIBER (1977)

De acordo com Schreiber (1977), as perdas nas tomadas d'água são as seguintes:

- Perda de carga devido à aceleração da água
- Perda de carga nas grades
- Perda de carga nos nichos dos *stop logs* e comportas.

A perda por aceleração depende da geometria da tomada e é expressa pela fórmula:

$$h_a = \varepsilon \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \right) \quad (5)$$

Onde:

h_a = perda de carga por aceleração (m);

v_2 = velocidade d'água na saída da tomada d'água (m/s);

v_1 = velocidade d'água antes da tomada (m/s);

ε = um fator de forma que varia de entre 0,01, para forma hidrodinâmica bem afunilada e arredondada, e 0,1, para transição brusca.

Quando a água entra na tomada diretamente de um reservatório grande, diz Schreiber (1977), a velocidade v_1 pode ser considerada zero.

As perdas de carga nas grades estão relacionadas com a velocidade d'água e podem ser diminuídas dando-se às barras uma forma mais hidrodinâmica, porém a fabricação com essa forma é relativamente cara, e em geral o maior custo não é compensado pelo ganho de carga na turbina. SCHREIBER (1977)

Para o cálculo de perda de carga nas grades existem várias fórmulas, porém a mais utilizada é de Kirschmer e está descrita a seguir, na equação 6.

$$h_g = \beta \operatorname{sen} \alpha \left(\frac{e}{d} \right)^{4/3} \frac{v^2}{2g} \quad (6)$$

Onde,

h_g = perda de carga nas grades (m);

α = inclinação das grades em relação à horizontal;

e = espessura das barras (m);

d = distância entre as barras (m);

β = fator que depende da forma das barras;

v = velocidade da água calculada para projeção da abertura sobre um plano vertical, sem se descontarem as barras da grade (m/s).

Nota: Para as barras retangulares, $\beta = 2,42$; barras com cantos de montante arredondados $\beta = 1,83$; barras com os quatro cantos arredondados $\beta = 1,16$).

A fórmula citada vale apenas para os casos em que a direção da corrente é perpendicular à projeção vertical da grade e em casos contrários, as perdas são muito maiores. SCHREIBER (1977)

Além disso, a fórmula não leva em consideração as perdas causadas pelas vigas horizontais de apoio para as grades e no Brasil não há literaturas que apresentem medições exatas feitas em tomadas d'água, porém de medições realizadas em diversas tomadas d'água na Itália, de acordo com Schreiber (1977), constatou-se que o número de perdas é de até 7,5 vezes maiores do que as calculadas, provavelmente devido à forma inadequada dos apoios. Por essa razão, essas vigas devem ter forma hidrodinâmica e direção correspondente ao fluxo de água.

Quando se trata da perda de carga em comportas, Schreiber (1977), menciona que as comportas do tipo segmento raramente são utilizadas em tomadas d'água apesar de apresentarem grandes vantagens quanto à operação, porém nas entradas de túneis ou tubulações a grande cavidade em que entra a comporta, quando levantada, ocasiona turbilhões e conseqüentemente perdas de carga maiores que as relativas aos nichos para uma comporta tipo vagão, muito embora não se encontre em literaturas especializadas, muita informação acerca das perdas de carga nos nichos das comportas ou dos *stop-logs*, também não se conhece publicações sobre medições dessas perdas. Geralmente, calcula-se a perda de carga por nicho com a seguinte fórmula:

$$h_r = 0,02 \frac{V^2}{2g} \quad (7)$$

Onde:

h_r = perda de carga local (m);

V = velocidade (m/s);

g = aceleração da gravidade (m/s²).

Já nos critérios de projeto civil de usinas hidrelétricas da Eletrobrás (2003), recomenda-se a equação 8 para cálculo da perda de carga:

$$h_r = (K_e + K_g + K_r) \frac{V^2}{2g} \quad (8)$$

Onde:

h_t = perda de carga na tomada de água (m);

V = velocidade (m/s);

g = aceleração da gravidade (m/s^2);

K_e = coeficiente de perda de carga na entrada, entre o portal de entrada e a seção das comportas;

K_g = coeficiente de perda de carga nas grades;

K_r = coeficiente de perda de carga nas ranhuras das comportas.

O valor de K_e é definido com base em tabelas ou dado experimental indicado em Corps of Engineers (1990), apresentadas a seguir:

Tabela 1 - Coeficiente de perda de carga para tomadas d'água com um vão.

SHAPE	PROJECT (1)	CONDUIT PROPER			AVERAGE INTAKE COEFFICIENT K _e
		LENGTH	REYNOLDS	VELOCITY	
		DIAM (2)	NUMBER (2)	HEAD (1)	
SINGLE INTAKE (CONCRETE DAM CONDUITS)
PROFILE	<u>PINE FLAT</u>	54	2.9-3.6 X 10 ⁷	65-81	0.16
	(PROTOTYPE) A=9.0, B=3.0 C=9.0, E=5.0 F=5.0, G=1.7		(PROTOTYPE)
PLAN	<u>ES 802</u>	83	6.7 X 10 ⁵	97	0.07 (3)
	(1:20 MODEL) A=7.5, B=2.5 C=10.0, E=5.7 F=4.3, G=1.4		(MODEL)		

Fonte: CORPS OF ENGINEERS, (1990)

Tabela 2 - Coeficiente de perda de carga para tomadas d'água com dois vãos.

DOUBLE INTAKE (EARTH DAM TUNNEL)
PROFILE	<u>DENISON</u>	40	1.2×10^6	66	0.19
	(PROTOTYPE) A=25.0, B=39.0 C=19.0, D=20.0 E=9.0, T=53.0		(PROTOTYPE)
PLAN	<u>DENISON</u>	47	$8.2-9.6 \times 10^5$	61-82	0.12
	(1:25 MODEL) (SEE ABOVE)		(MODEL)		
	<u>FT RANDALL (5)</u>	39	$0.7-1.5 \times 10^6$	16-72	0.25
	(PROTOTYPE) A=24.0, B=16.0 C=23.0, D=22.0 E=11.0, T=49.0		(PROTOTYPE)		
	<u>FT RANDALL</u>	39	$0.9-1.0 \times 10^6$	46-66	0.16
	(1:25 MODEL) (SEE ABOVE)		(MODEL)		

Fonte: CORPS OF ENGINEERS, (1990)

Tabela 3 - Coeficiente de perda de carga para tomadas d'água com três vãos.

TRIPLE INTAKE (EARTH DAM TUNNEL)
TIONESTA (1:36 MODEL) A=30.0, B=22.0 C=16.0, D=19.0 E=7.5, T=66.0	98	$1.5 - 4.1 \times 10^5$ (MODEL)	7-50
				0.33
INIAKE HEAD LOSS $h_e = K_e \frac{V^2}{2g}$ V = VELOCITY IN CONDUIT PROPER				
(1) DIMENSIONS IN PROTOTYPE FEET. (2) EQUIVALENT DIAMETER FOR NONCIRCULAR SECTIONS BASED ON HYDRAULIC RADIUS. (3) DOES NOT INCLUDE GATE-SLOT LOSSES. (4) LENGTH OF TRANSITION (5) ROOF CURVE MAJOR AXIS HORIZONTAL				
CONCRETE CONDUITS INTAKE LOSSES				

Fonte: CORPS OF ENGINEERS, (1990)

A Eletrobrás (2003), ressalta que para o cálculo do coeficiente de perda de carga nas grades, K_g , deverá ser levado em consideração à seção real de obstrução incluindo os perfis estruturais e de contraventamento, obtendo-se o coeficiente de perda de carga através da equação 9.

$$K_g = 1,45 - 0,45 \frac{a_1}{a_b} - \left(\frac{a_1}{a_b} \right)^2 \quad (9)$$

Onde:

K_g = coeficiente de perda de carga nas grades;

a_1 = área líquida através das grades, (m²);

a_b = área bruta das grades e guias, (m²).

Recomenda-se, em Eletrobrás (2003), que a análise das vorticidades deverá considerar situações operativas, com níveis máximos, médios e mínimos, conjugadas com vários níveis de operação das unidades geradoras funcionando isoladamente e em conjunto com o vertedouro.

Antes do advento dos recursos computacionais e das máquinas de calcular eletrônicas, evitava-se o uso de formulações com métodos de resolução iterativos para se calcular a perda de carga em condutos. Utilizavam-se formulações empíricas, tais como as apresentadas acima, determinadas por aproximações experimentais,

onde a partir da correlação de algumas variáveis do equacionamento de um fluxo em conduto, com algum coeficiente empírico normalmente relacionado à perda de energia, determina-se a perda de carga do escoamento.

A multiplicidade de fórmulas de perda de carga é tamanha que no livro Manual de Hidráulica, o autor Azevedo Netto et al (1998), apresenta uma listagem de quarenta fórmulas, desde a fórmula de Chézy (1775), até a fórmula de Hazen-Williams(1903). O que pode-se perceber é que a maioria destas fórmulas foram desenvolvidas antes do surgimento da Teoria da Camada Limite desenvolvida por Prandtl, no ano de 1904, das hipóteses de perfil de velocidade e tensão de cisalhamento para condutos lisos desenvolvida por Kármán no ano de 1930, e das experiências de Nikuradse em 1933, para condutos rugosos. Dessa forma, nenhuma das equações empíricas considera todas as variáveis das quais a perda de carga é dependente.

Dada a suas origens experimentais, cabe alertar que todas as formulações empíricas foram estabelecidas e, assim, são válidas para particulares condições de escoamento.

4.4 CAMADA LIMITE

Todo fluido real possui viscosidade. Em qualquer escoamento viscoso observa-se que o fluido em contato com as paredes do duto tem a mesma velocidade que ela, ou seja têm as velocidades levadas a zero para atender ao princípio de aderência completa. As partículas vizinhas vão sendo atingidas pelo efeito da parede a medida em que o escoamento avança e vão sendo desaceleradas até que atingem o eixo do duto. BISTAFA (2010)

Na figura 7, apresentada a seguir, é possível ver um exemplo do efeito da camada limite sobre o escoamento. O fluido se aproxima da superfície plana com velocidade uniforme U . A superfície exerce uma ação retardadora sobre o fluido diminuindo sua velocidade nas vizinhanças da superfície. A velocidade cresce gradativamente de $u=0$ no ponto de aderência a superfície plana até $u=U$ em um local próximo ao eixo do duto, formando um perfil de velocidades. BISTAFA (2010)

O perfil de velocidades na camada limite se dá em relação à maneira como a velocidade varia em função do diâmetro da tubulação. Com o aumento do comprimento do conduto, os efeitos da viscosidade penetram cada vez mais na corrente livre aumentando a camada limite. BISTAFA (2010)

Figura 7 - Escoamento na região de entrada de um conduto

. Fonte: Fox e McDonald's, (2011).

Suficientemente longe da entrada do tubo, a camada limite em desenvolvimento na parede do tubo atinge a sua linha de centro e o escoamento torna-se inteiramente viscoso. Quando a forma do perfil de velocidades não muda mais com o aumento do comprimento do conduto, o escoamento está completamente desenvolvido. A distância a partir da entrada, até o ponto em que o escoamento completamente desenvolvido começa é chamado de comprimento de entrada. BISTAFA (2010)

Segundo Fox (2011), experiências mostram que o perfil de velocidades médias torna-se completamente desenvolvidos para distâncias entre 25 e 40 diâmetros de tubo a partir da entrada.

4.5 ACELERAÇÃO DA PARTÍCULA FLUIDA

A aceleração convectiva representa a variação da velocidade em um mesmo tempo em pontos distintos do campo, ou seja, é a parcela espacial da aceleração ao longo da transição, enquanto a aceleração local representa a variação da velocidade em um mesmo ponto do campo. No estudo do escoamento de fluidos viscosos, as equações de Navier-Stokes são relações fundamentais resultantes da aplicação da segunda lei de Newton ao movimento do fluido. (MSPC, 2014)

O uso da derivada substancial da velocidade em relação ao tempo (aceleração) é significativo, pois separa as partes dependente do tempo e dependente do local.

Seja o vetor velocidade apresentado na equação 10, a seguir:

$$u = u_x i + u_y j + u_z k \quad (10)$$

Onde i , j e k são os vetores unitários nos eixos de coordenadas.

Assim, temos como resultante a equação 11, apresentada:

$$a = \frac{Du}{Dt} = \frac{Du_x}{Dt}i + \frac{Du_y}{Dt}j + \frac{Du_z}{Dt}k \quad (11)$$

Onde,

a= aceleração da partícula.

Se aplicarmos uma igualdade a cada componente da equação 11, resultará em:

$$a = \frac{Du}{Dt} = \left(\underbrace{\frac{\partial ux}{\partial t}}_A + \underbrace{u_x \frac{\partial ux}{\partial x} + u_y \frac{\partial ux}{\partial y} + u_z \frac{\partial ux}{\partial z}}_B \right) i \quad (12)$$

$$+ \left(\underbrace{\frac{\partial uy}{\partial t}}_A + \underbrace{u_x \frac{\partial uy}{\partial x} + u_y \frac{\partial uy}{\partial y} + u_z \frac{\partial uy}{\partial z}}_B \right) j \quad (13)$$

$$+ \left(\underbrace{\frac{\partial uz}{\partial t}}_A + \underbrace{u_x \frac{\partial uz}{\partial x} + u_y \frac{\partial uz}{\partial y} + u_z \frac{\partial uz}{\partial z}}_B \right) k \quad (14)$$

Na forma compacta, resultará na equação 15, a seguir:

$$a = \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \quad (15)$$

Onde o operador do último termo equivale a:

$$u \cdot \nabla = ux \frac{\partial}{\partial x} + uy \frac{\partial}{\partial y} + uz \frac{\partial}{\partial z} \quad (16)$$

Sendo assim, na igualdade, o termo "u.∇u" representa a parte convectiva da aceleração.

A relação anterior é genérica, essa pode, portanto, ser aplicada a uma função vetorial f , do tipo apresentada na equação 17:

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + (u \cdot \nabla)f \quad (17)$$

A derivada substancial (também denominada derivada lagrangeana, derivada material ou derivada total) relaciona um sistema de referência lagrangeano com um sistema de referência euleriano. Exemplificando, o sistema lagrangeano seria o caso de um observador analisar o fluxo de um rio em um barco que acompanha a corrente e o sistema euleriano, o observador estaria fixo, em um local na margem do rio. (MSPC, 2014).

Considerando apenas a direção “x” a equação 17 acima, resultará na equação 18 apresentada a seguir:

$$\frac{DF}{DT} = u_x \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial t} \quad (18)$$

Onde:

$$\frac{DF}{DT} = \text{derivada total de F.}$$

$$u_x \frac{\partial F}{\partial x} = \text{derivada convectiva,}$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \text{derivada local.}$$

Se a função de F coincidir com a velocidade média na seção, a aceleração convectiva média será dada pela equação 19, a seguir:

$$a = V \frac{\partial V}{\partial x} \quad (19)$$

Sendo a velocidade V do escoamento:

$$V = \frac{Q}{A} \quad (20)$$

A aceleração convectiva será:

$$a = \frac{Q}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q}{A} \right) \quad (21)$$

Da equação 21, obtêm-se:

$$a = \frac{Q^2}{A} \left(- \frac{\frac{\partial A}{\partial x}}{A^2} \right) \quad (22)$$

Como A depende apenas de x, pode-se escrever:

$$a = - \frac{Q^2}{A^3} \frac{dA}{dx} \quad (23)$$

4.6 POTÊNCIA HIDRÁULICA DE TURBINAS

De acordo com Porto (2006), turbinas são máquinas hidráulicas que têm a função de extrair energia do escoamento. A energia gerada posteriormente na turbina é a energia potencial da água (E_p) correspondente a queda (H), dada por:

$$E_p = m_a g H \quad (24)$$

Onde:

E_p = energia potencial (J = N.m);

m_a = massa da água (kg);

g = aceleração da gravidade (9,8 m/s²);

H = queda (m).

A massa da água é dada pela equação 25, a seguir:

$$m = \rho Vol. \quad (25)$$

Onde:

ρ = massa específica da água (1000 kg/m³);

Vol.= volume de água (m³);

Portanto a equação 25 acima, pode ser escrita por:

$$E_p = \rho g V H \quad (26)$$

Sabemos que:

$$\gamma = \rho g \quad (27)$$

Onde:

γ = peso específico da água

É possível observar que a energia armazenada na água é proporcional ao volume armazenado (Vol.) e à queda hidráulica (H).

A potência associada a esta energia pode ser obtida da seguinte maneira:

$$P = \frac{dE_p}{dt} \quad (28)$$

$$P = \rho g \left(V \frac{dH}{dt} + H \frac{dVol}{dt} \right) \quad (29)$$

Sendo a variação da altura H é muito mais lenta do que a variação do volume, a derivada da queda pode ser considerada nula. Neste caso, a potência teórica máxima será dada por:

$$P = \rho g Q H_u \quad (30)$$

Onde:

Q= vazão de água (m³/s);

H_u = queda útil da turbina (m);

P = potência (W).

A diferença de cargas do escoamento entre a entrada e a saída, conforme equação abaixo é definida como a queda útil da turbina.

$$H_u = H_e - H_s \quad (31)$$

Onde:

H_e = carga na seção de entrada (m);

H_s = carga na seção de saída (m).

Porém a transformação de energia no processo, de acordo com Porto (2006), resulta em perda de rendimento, sendo a potência absorvida por uma turbina inferior à aquela que é recebida do escoamento.

Sendo η , o rendimento da transformação da turbina nas condições do escoamento, têm-se:

$$P = \gamma Q H_u \eta \quad (32)$$

Para o caso particular do fluido em escoamento ser a água, cujo peso específico é $\gamma=9,8.10^3\text{N/m}^3$, a equação 32 pode ser escrita da seguinte forma:

$$P = 9,8 Q H_u \eta \quad (33)$$

Onde:

P = Potência (kW)

Q = Vazão (m^3/s)

H_u = Queda útil da turbina (m)

η = Rendimento da turbina.

4.7 DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADES

Atendendo ao princípio da aderência completa, de acordo com Bistafa (2010), tanto para o escoamento laminar quanto para o turbulento, é nula a velocidade do

escoamento junto à parede do duto, a partir de onde a velocidade cresce, atingindo, em ambos os casos, o valor máximo no eixo do duto.

Todo fluido real possui viscosidade. Em qualquer escoamento viscoso observa-se que o fluido em contato direto com uma fronteira sólida tem a mesma velocidade que ela. Observações experimentais mostraram que quando um fluido escoar, paralelamente a uma superfície, as moléculas do fluido em contato com a superfície aderem a esta e a velocidade relativa do fluido na superfície sólida é zero, ainda que o fluido esteja em movimento. As moléculas do fluido aderidas à superfície começam a influir sobre as moléculas vizinhas exercendo sobre elas um efeito de redução de velocidade à medida que se aproxima do centro da tubulação. Desta forma, existem gradientes de velocidade e, conseqüentemente, tensões tangenciais. BISTAFA (2010)

4.8 “SUPERFÓRMULA”

Johan Gielis foi quem sugeriu a “superfórmula” com a finalidade de descrever diversas formas complexas que se encontram na natureza. Segundo ele, se as formas mais complexas em biologia também podem ser analisadas em termos de círculos harmônicos através da análise de Fourier elíptica, então muitas formas geométricas, tanto naturais quanto artificiais podem ser interpretadas como círculos modificados que podem ser reproduzidos e calculados. (GENICAP, 2013).

De acordo com Weisstein (2012), para chegar à “superfórmula”, Gielis partiu dos estudos realizados pelo físico francês Gabriel Lamé. Lamé foi quem discutiu pela primeira vez em 1818, aquilo que chamou de “superelipse”.

“Superelipse’s” são a família de curvas que se encontram entre ellipses e retângulos, trata-se de uma curva com equação cartesiana e pode ser descrita por:

$$\left|\frac{x}{a}\right|^n + \left|\frac{y}{b}\right|^n = 1 \quad (34)$$

Ou, em coordenadas polares:

$$\frac{r^n(\cos\theta)^n}{a^n} = \frac{r^n(\sin\theta)^n}{b^n} = 1 \quad (35)$$

onde:

$$x = r(\cos\theta) \quad (36)$$

$$y = r(\sin\theta) \quad (37)$$

“Superellipse’s” com $a=b$ são também conhecidos como curvas de Lamé, e no caso $a=b$ com $n=4$ é por vezes conhecido como o *Squircle*. Por analogia, a “superellipse” com $a \neq b$ e $n=4$ pode ser denominado *rectellipse*. Abaixo, na figura 7 são apresentados alguns exemplos de “superellipse’s”, variando a , b e n e casos especiais onde $n=2/3$, 1 e 2. (WEISSTEIN, 2012)

A tabela 4 a seguir resume alguns casos especiais, como por exemplo, Piet Hein, um artista e matemático dinamarquês que utilizou a “superfórmula” em vários dos seus projetos, ele se perguntou certa vez: Que forma geométrica entre o retângulo e elipse é a mais bonita? Para responder a sua pergunta foi que usou a “superfórmula” com o valor de $n=5/2$, com diferentes números para a/b . Por exemplo, ele usou $a/b=6/5$ para Praça Sergel em Estocolmo, Suécia, e $a/b=3/2$ para sua própria mesa. (GARDNER, 1989).

Na figura 8, apresenta-se as formas que podem ser obtidas para a “superellipse”, quando aplicados os parâmetros apresentados pela tabela 5.

Figura 8 - Exemplos de formas obtidas a partir da “superellipse”.

Fonte: WEISSTEIN (2012).

Tabela 4 - Exemplo de formatos encontrados a partir da “superelipse”.

<i>Valores para n</i>	<i>Forma</i>
2/3	Esmagado (Astroid)
1	Esmagado (Diamante)
2	Elipse
4	Rectellipse

Fonte: Adaptado de Weisstein, (2012).

Nota-se que a curva torna-se mais perto de um retângulo conforme os valores para n aumentam.

A área de uma “superelipse”, de acordo com Gardner (1989) é dada por:

$$A = 4b \int_0^a \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^n \right]^{1/n} dx \quad (38)$$

A etapa chave da obtenção da “superfórmula” a partir da superelipse, foi converter as equações em coordenadas polares, e onde havia um parâmetro único para a simetria foram colocados três parâmetros, n_1 , n_2 e n_3 , além disso, introduziu-se o parâmetro $m/4$. GENICAP (2013)

Considerou-se a generalização da “superelipse” dada em coordenadas polares por:

$$r(\theta) = \left[\left| \frac{\cos\left(\frac{1}{4}m\theta\right)}{a} \right|^{n_2} + \left| \frac{\sin\left(\frac{1}{4}m\theta\right)}{b} \right|^{n_3} \right]^{-1/n_1} \quad (39)$$

Onde r e θ são coordenadas polares n_1 , n_2 , n_3 , e m são números reais. a e b são números reais, excluindo zero. Se $m = 0$, o resultado são círculos, ou seja, $r = 1$, $n_1 = n_2 = n_3 = 1$, conforme os valores de m aumentam, adiciona-se simetria rotacional à forma. Este é geralmente o caso para os outros valores dos parâmetros de n . As curvas são repetidas em seções do círculo de ângulo $2\pi/m$, isto é aparente na maioria dos exemplos apresentados na figura 9, para valores inteiros de m .

Figura 9 - Geometrias obtidas através da “superfórmula” com valores de $n_1=n_2=n_3=1$.

Fonte: BOURKE (2012)

À medida que os valores do parâmetro n são mantidos iguais, mas diminuem o valor atribuído, as formas obtidas tornam-se cada vez mais comprimidas, conforme mostra a figura 10 apresentada a seguir.

Figura 10 - Geometrias obtidas através da “superfórmula” com valores de $n_1=n_2=n_3=0,3$.

Fonte: BOURKE (2012)

Se n_1 é ligeiramente maior do que n_2 e n_3 , as formas geométricas obtidas aparentam aspecto inflado, a figura 11 apresenta formas obtidas quando $n_1 = 40$, $n_2 = n_3 = 10$.

Figura 11 - Geometrias obtidas através da “superfórmula” com valores de $n_1=40$, $n_2=n_3=10$.

Fonte: BOURKE (2012)

Já as formas poligonais são alcançados com valores muito grandes de n_1 e valores grandes, mas iguais para n_2 e n_3 , como mostra a figura 12.

Figura 12 - Geometrias obtidas através da “superfórmula” com valores muito grandes para n_1 , e valores grandes para n_2 e n_3 .

Fonte: BOURKE (2012)

Formas assimétricas podem ser criadas usando diferentes valores para n . O exemplo da figura 13, a seguir têm $n_1 = 60$, $n_2 = 55$ e $n_3 = 30$.

Figura 13 - Geometrias assimétricas obtidas através da “superfórmula” com valores de $n_1=60$, n_2 e n_3 .

Fonte: BOURKE (2012)

Para valores racionais de m tem-se uma variação de forma conforme apresentado na figura 14. No exemplo a seguir foram utilizados valores de $n_1 = n_2 = n_3 = 0,3$ em que o ângulo de θ precisa se estender $0-12\pi$.

Figura 14 - Geometrias obtidas através da “superfórmula” com valores de $n_1=n_2$ e $n_3=0,3$.

Fonte: BOURKE (2012)

Formas de estrelas e estrelas do mar, resultam de valores de n_1 menores do que de n_2 e n_3 . Os exemplos apresentados na figura 15, a seguir, têm $m = 5$ e $n_2 = n_3 = 1,7$

Figura 15 - Geometrias obtidas através da “superfórmula” com valores de n_1 variados e $m=5$, $n_2=n_3=1,7$.

Fonte: BOURKE (2012)

Pode-se notar que os valores para m , representam o número de vértices nas figuras planas obtidas através da “superfórmula”.

A “superfórmula” é claramente capaz de descrever diversas formas geométricas poligonais planas com variedade de simetrias para diferentes propostas.

5 DESENVOLVIMENTO ANALÍTICO

Neste trabalho, o autor procura explorar a “superfórmula”, desenvolvida a princípio para utilização na botânica por Johan Gielis, para aplicação em projetos de transição de seções em tomadas d’água.

Na literatura pesquisada e manuais de projetos, recomenda-se que a transição mais eficiente é aquela que apresenta a entrada elíptica. Frequentemente essas transições são feitas utilizando-se concordâncias de arcos e elipses ou de circunferências com segmentos de retas, o que fatalmente leva ao risco de introduzir pontos que contenham descontinuidade sendo essa uma fonte potencial de ocorrência de problemas pois é comum definir primeiramente a forma geométrica da transição e em decorrência dessa definição, ter alguns fenômenos hidráulicos observados e minimizados quando possível, tais como a aceleração, perda de carga ou a formação de vórtices.

Por outro lado, se fixarmos um critério hidráulico de dimensionamento e como resultado obtivermos a forma geométrica decorrente desse critério, então será possível aumentar o grau de confiabilidade aos resultados apresentados pois um critério hidráulico garante que as qualidades hidráulicas serão alcançadas.

Pensou-se no critério hidráulico de aceleração convectiva máxima com curva de forma senoidal, pois esse critério garante que a água comprimida pelas paredes da tomada d’água acelerará de forma gradual e progressiva ao longo do comprimento da tubulação, até seu destino, minimizando a perda de carga do tipo distribuída, que ocorre em camada limite não desenvolvida completamente, bem como fenômenos de formação de vórtice e cavitação. Sabe-se, pela revisão bibliográfica apresentada no capítulo anterior, que a transição ideal para o escoamento forçado, é aquela em que a perda de carga é mínima.

A adoção de um critério hidráulico consistente, tal qual o estabelecido, permite estabelecer o comportamento cinemático e dinâmico do escoamento ao longo da transição. Um desenvolvimento desse tipo garante que a aceleração irá aumentar gradativamente, partindo de zero, atingindo um valor máximo e retornando a zero no final da transição. De acordo com Fadiga Junior (1999), caso necessário, pode ser conveniente adotar um valor inicial ou final da aceleração convectiva diferente de zero, dependendo das condições do escoamento a montante ou a jusante.

Para validação do modelo matemático proposto foi resgatado da dissertação de doutorado da Idelma Lucia de Carvalho do ano de 2001, alguns dados de dimensionamento das usinas hidrelétricas de Nova Ponte, Tucuruí, Água Vermelha e Três Irmãos. (CARVALHO, 2001)

Os dados resgatados e utilizados para o dimensionamento foram:

- Vazão turbinada (Q), em m³/s;
- Área Inicial da transição da tomada d'água (A₀), em m²;
- Área final da transição da tomada d'água (A_N), em m²;
- Comprimento da transição (L), em m.

E estão apresentados na tabela 5, a seguir:

Tabela 5 - Dados iniciais das usinas hidrelétricas estudadas.

Dados	Nova Ponte	Tucuruí	Água Vermelha	Três Irmãos
Q (m³/s)	224,00	600,00	437,00	408,34
A₀ (m²)	124,69	289,53	408,28	343,07
L (m)	37,10	32,52	34,40	32,00
A_N (m²)	16,62	63,62	63,62	78,53

Fonte: Adaptado de Carvalho, 2001.

5.1 DETERMINAÇÃO DA ACELERAÇÃO CONVECTIVA EXTREMA (K_{EXT.})

Com os dados apresentados anteriormente foi possível determinar o valor da aceleração convectiva extrema (K_{ext}), para cada usina hidrelétrica através da seguinte equação:

$$K_{ext.} = \frac{Q^2}{L} \left[\frac{1}{A_N^2} - \frac{1}{A_0^2} \right] \quad (40)$$

Onde:

K_{ext.}= Aceleração Convectiva extrema (m/s²);

Q= Vazão turbinada (m³/s);

A₀= Área inicial da transição da tomada d'água (m²);

A_N= Área final da transição da tomada d'água (m²);

Foi adotada a curva de forma senoidal para representação comportamental da aceleração convectiva extrema, onde os valores de aceleração extremos devem ocorrer aproximadamente na metade do comprimento da transição.

Os valores calculados aparecem na tabela 6, a seguir.

Tabela 6 - Valores de aceleração convectiva extrema.

NOVA PONTE	TUCURUI	ÁGUA VERMELHA	TRÊS IRMÃOS
$K_{ext.}=4,8098\text{m/s}^2$	$K_{ext.}=2,6033\text{m/s}^2$	$K_{ext.}=1,3384\text{m/s}^2$	$K_{ext.}=0,8007\text{m/s}^2$

Fonte: O autor.

5.2 DETERMINAÇÃO DOS VALORES DE X

Os valores de X, foram obtidos através da divisão do comprimento total da transição (L) pelo número de seções desejadas para o cálculo, dessa forma, é possível encontrar um valor numérico para Δx . Os valores para X serão encontrados quando o número da seção for multiplicado pelo Δx encontrado, nesse processo selecionou-se 21 seções, sendo a seção 0 a posição 0 do eixo X.

Lembrando-se sempre que o espaçamento entre as seções de cálculo deve ser suficientemente pequeno para permitir determinar a configuração da forma geométrica, pois um espaçamento muito grande não gera pontos que definam a geometria da transição e pode ocasionar a não convergência do método.

5.3 DETERMINAÇÃO DAS ÁREAS

De posse das informações calculadas até esse ponto, e dadas as áreas, máxima e mínima (A_N e A_0) e a distância (L) entre elas, é possível através da equação 41 apresentada na sequência, calcular a área de cada seção de acordo com sua posição. Da equação apresenta a seguir, obtém-se a determinação da lei de variação de área $A(x)$. Os resultados podem ser visualizados nas tabelas 7, 8, 9 e 10.

$$A(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{k_{ext.}}{Q^2} \left[\left(x + \frac{L}{4} \right) - \left(\frac{L}{2\pi} \right) \cos \left(\frac{2\pi X}{L} \right) \right] + \frac{1}{A_0^2}}} \quad (41)$$

Onde:

$A(x)$ = Área da seção transversal ao longo do comprimento da transição (m^2).

K_{ext} = Aceleração convectiva máxima (m/s^2);

Q = Vazão turbinada (m^3/s);

L = Comprimento da transição (m);

X = Posição horizontal ao longo do comprimento da transição (m);

A_0 = Área inicial da transição da tomada d'água (m^2);

5.4 DETERMINAÇÃO DO RAIOS EQUIVALENTE

Com os valores da área de cada seção ao longo da transição, é possível encontrar um valor numérico para o raio equivalente, através da equação 42 apresentada a seguir:

$$r_e(x) = \sqrt{\frac{A(x)}{\pi}} \quad (42)$$

Onde:

$r_e(x)$ = Raio equivalente a área calculada, ao longo do comprimento da transição.

$A(x)$ = Área da seção transversal ao longo do comprimento da transição.

Os resultados podem ser visualizados nas tabelas 7, 8, 9 e 10.

5.5 DETERMINAÇÃO DO EXPOENTE DE FORMA “m”

O passo seguinte foi calcular um valor numérico para “m”, que é o expoente que dará uma escala ao raio equivalente encontrado para cada seção, esse valor para “m”, varia grandemente no início da transição e quase linearmente no trecho final. Pode ser obtido através da equação 43.

$$\left[\frac{(r_{e0} - r_e)}{(r_{e0} - r_{eN})} \right] = \left(\frac{X}{L} \right)^m \quad (43)$$

Onde:

r_{e0} = Raio equivalente inicial da transição da tomada d'água (m);

r_e = Raio equivalente na posição X/L analisada (m);

r_{eN} = Raio equivalente final da transição da tomada d'água (m);

Com os valores encontrados para o parâmetro de forma $m(X)$, foi elaborado um gráfico com os valores para X/L no eixo horizontal e m no eixo vertical para cada usina hidrelétrica estudada. A partir da linha de tendência apresentada pelo gráfico, foi possível obter uma equação logarítmica para expressar uma lei de variação de “ m ” ao longo do comprimento da transição.

Os resultados podem ser visualizados nas tabelas 7, 8, 9 e 10.

A seguir, são apresentados os gráficos, resultante da interpolação entre X/L e “ m ”.

Nova Ponte:

Gráfico 1 - Curva de tendência da UHE Nova Ponte

Fonte: O autor.

O coeficiente de determinação resultante foi: $R^2 = 0,9612$

A equação 44, é resultante do ajuste da curva de tendência para UHE Nova Ponte:

$$m = -0,427 \ln\left(\frac{X}{L}\right) - 0,0968 \quad (44)$$

Tucuruí:

Gráfico 2 - Curva de tendência da UHE Tucuruí.

Fonte: O autor.

O coeficiente de determinação resultante foi: $R^2 = 0,9862$

A equação 45 é resultante do ajuste da curva de tendência para UHE Tucuruí.

$$m = -0,554 \ln\left(\frac{X}{L}\right) - 0,0974 \quad (45)$$

Água Vermelha:

Gráfico 3 - Curva de tendência da UHE Água Vermelha

Fonte: O autor.

O coeficiente de determinação resultante foi: $R^2 = 0,9702$

A equação 46 é resultante do ajuste da curva de tendência para UHE Água Vermelha.

$$m = -0,466 \ln\left(\frac{X}{L}\right) - 0,0993 \quad (46)$$

Três Irmãos:

Gráfico 4 - Curva de tendência da UHE Três Irmãos.

Fonte: O autor.

O coeficiente de determinação resultante foi: $R^2 = 0,9877$

A equação 47 é resultante do ajuste da curva de tendência para UHE Três Irmãos.

$$m = -0,565 \ln\left(\frac{X}{L}\right) - 0,0963 \quad (47)$$

Analisando o formato da equação resultante de todas as curvas de tendência, pode-se observar um padrão de repetição da expressão, que está representada na equação 48, a seguir:

$$m = -C_1 \ln\left(\frac{X}{L}\right) - C_2 \quad (48)$$

Onde C_1 e C_2 , representam a constante resultante da equação.

Então, com o objetivo de obter um equacionamento único para qualquer usina que se desejar dimensionar, adotou-se um valor médio para a constante C_1 , e analogamente para a constante C_2 , o que resultou no seguinte equacionamento para “m”, conforme apresentado na equação 49.

$$m = -0,503 \ln\left(\frac{X}{L}\right) - 0,09745 \quad (49)$$

5.6 DETERMINAÇÃO DOS SEMI-EIXOS “a” e “b”

Conforme mostra a figura a seguir, o valor para “a” representa o semi-eixo (em metros) posicionado no eixo horizontal, e “b”, representa o semi-eixo (em metros) posicionado ortogonalmente ao semi-eixo “a”.

Figura 16 - Representação dos semi-eixos “a” e “b”

Fonte: O autor.

Dessa forma, a área deve ser recalculada através da integração, levando em consideração que os valores sofrem mudança partindo de um valor “a” até chegar num valor diferente desse em “b”. Os valores para “a” e “b”, respectivamente, podem ser encontrados através das equações 50 e 51.

$$a = a_0 - (a_0 - a_N) \left(\frac{X}{L}\right)^m \quad (50)$$

$$b = b_0 - (b_0 - b_N) \left(\frac{X}{L}\right)^m \quad (51)$$

Onde:

a_0 = Semi-eixo horizontal para a seção inicial da transição da tomada d'água (m);

a_n = Semi-eixo horizontal para a seção final da transição da tomada d'água (m);

b_0 = Semi-eixo ortogonal a a_0 para a seção inicial da transição da tomada d'água (m);

b_n = Semi-eixo ortogonal a a_n para a seção final da transição da tomada d'água (m);

X = Posição da seção em relação ao comprimento total da transição (m);

L =Comprimento total da transição da tomada d'água (m).

Para a equação acima, podemos calcular o valor de a_0 , e b_0 , através da seguinte relação expressa na equação 52, a seguir, considerando uma razão áurea entre as b_0 e a_0 , então:

$$A_0 = b_0 a_0 \quad (52)$$

E a razão áurea entre b_0 e $a_0=1,618$, então:

$$A_0 = 1,618 a_0 \quad (53)$$

Tem-se:

$$a_0 = \sqrt{\frac{A_0}{1,618}} \quad (54)$$

E:

$$b_0 = 1,618 a_0 \quad (55)$$

Os valores de a_n , b_n são os valores encontrados para o raio equivalente na última seção, visto que trata-se de um conduto circular, e o valor do comprimento L , foi dado anteriormente.

Os resultados podem ser visualizados nas tabelas 7, 8, 9 e 10.

5.7 DETERMINAÇÃO DOS VALORES DE “n”

De acordo com os critérios apresentados, observa-se que quando os valores para n são muito grandes, tendendo a infinito, a forma produzida pela “superfórmula” tende a um retângulo, e conforme esses valores vão diminuindo, a forma obtida vai tendo suas extremidades arredondadas até se tornar um círculo, quando o valor de n passa a ser 2.

Com isso em mente, foi elaborado um equacionamento que descreva a transição que ocorre em uma tomada d’água, a figura 17, a seguir ilustra essa transição.

Figura 17 – Transição de seção retangular para seção circular.

Fonte: O autor.

A equação 56, representa a seção 1 da figura 17 acima:

$$\left(\frac{x}{a_0}\right)^n + \left(\frac{y}{b_0}\right)^n = 1; n \rightarrow \infty \quad (56)$$

A equação 57, representa a seção 2 da figura 17 acima:

$$\left(\frac{x}{a_N}\right)^n + \left(\frac{y}{b_N}\right)^n = 1; n \rightarrow \infty, a_N = b_N \quad (57)$$

5.8 CÁLCULO DO VALOR DE “n”

Também pela figura 17, sabe-se que para o comprimento L , existe uma transição de uma seção circular para uma seção retangular, dessa forma o parâmetro n deve variar de 2 até ∞ , conforme os valores para X aumentam. Logo, para determinar o valor de n , chegou-se a equação 58 (apresentada a seguir), que foi elaborada com a finalidade de atender a necessidade observada.

$$n = \frac{2L}{X} \quad (58)$$

Onde:

n = Expoente (sem unidade);

L = Comprimento total da transição da tomada d'água (m).

X = Posição da seção em relação ao comprimento total da transição (m);

Os resultados do cálculo de “n”, pela equação 54, podem ser visualizados nas tabelas 7, 8, 9 e 10.

5.9 DETERMINAÇÃO DO VALOR DA ÁREA ATRAVÉS DA INTEGRAÇÃO

Com as informações produzidas a partir dos equacionamentos apresentados acima, pode-se recalcular a área, através da integração, o que trará resultados mais consolidados.

O cálculo da área, por integração foi calculado pela seguinte equação:

$$A = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} r ds \quad (59)$$

$$A = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} r (rd\theta) \quad (60)$$

$$A = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} r^2 d\theta \quad (61)$$

Ou em coordenadas polares:

$$A = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\left[\left(\frac{\cos\theta}{a} \right)^n + \left(\frac{\sin\theta}{b} \right)^n \right]^{\frac{2}{n}}} \quad (62)$$

Os resultados da integração para cálculo da área podem ser visualizados nas tabelas 7, 8, 9 e 10.

5.10 RE-CÁLCULO DO VALOR DE “n”

O valor da área encontrado através da integração deverá ser igual a área real calculada anteriormente. Nos casos de valores divergentes, há que se recalcular o valor do parâmetro de simetria “n”, para que se obtenha a igualdade entre as áreas. Para isso pensou-se num reajuste da equação 58, de “n”, apresentada acima para o seguinte formato:

$$n = 2 \left(\frac{L}{X} \right)^c \quad (63)$$

Onde:

L=comprimento da transição (m);

X= Posição horizontal ao longo do comprimento da transição (m);

c=expoente de ajuste para calibração dos valores de “n”, ao longo do comprimento da transição.

O expoente “c” foi definido matematicamente, através da utilização de logaritmo neperiano. A equação 64 é resultante para o cálculo de “c”. Os resultados obtidos são apresentados nas tabelas 7, 8, 9 e 10.

$$c = \frac{\ln n - \ln 2}{\ln \frac{L}{X}} \quad (64)$$

Tabela 7 - Resultado dos cálculos para UHE Nova ponte.

NOVA PONTE											
SEÇÕES	X (m)	A(X) (m²)	r _e (X) (m)	x'=(X/L) (m)	“m”	(X/L) ^m (m)	Valores de a(X) (m)	Valores de b(x) (m)	Cálculo de “n”	Re- cálculo de “n”	$c = \frac{\ln n - \ln 2}{\ln \frac{L}{X}}$
Seção 0	0,000	124,690	6,300	0,000	-	-	4,389	7,102	-	-	-
Seção 1	1,855	121,961	6,231	0,050	1,354	0,017	4,353	7,019	40,000	15,890	0,692
Seção 2	3,710	107,051	5,837	0,100	0,937	0,116	4,148	6,547	20,000	8,799	0,643
Seção 3	5,565	84,558	5,188	0,150	0,675	0,278	3,808	5,767	13,333	5,601	0,543
Seção 4	7,420	64,918	4,546	0,200	0,512	0,439	3,473	4,996	10,000	4,187	0,459
Seção 5	9,275	50,807	4,021	0,250	0,406	0,570	3,199	4,367	8,000	3,449	0,393
Seção 6	11,130	41,068	3,616	0,300	0,331	0,671	2,987	3,879	6,667	3,010	0,339
Seção 7	12,985	34,277	3,303	0,350	0,275	0,749	2,824	3,504	5,714	2,723	0,294
Seção 8	14,840	29,435	3,061	0,400	0,230	0,810	2,697	3,214	5,000	2,525	0,254
Seção 9	16,695	25,908	2,872	0,450	0,193	0,857	2,599	2,986	4,444	2,382	0,219
Seção 10	18,550	23,297	2,723	0,500	0,161	0,894	2,521	2,808	4,000	2,276	0,186
Seção 11	20,405	21,343	2,606	0,550	0,133	0,923	2,460	2,668	3,636	2,196	0,156
Seção 12	22,260	19,878	2,515	0,600	0,108	0,946	2,413	2,559	3,333	2,136	0,129
Seção 13	24,115	18,785	2,445	0,650	0,086	0,964	2,376	2,474	3,077	2,090	0,103
Seção 14	25,970	17,984	2,393	0,700	0,066	0,977	2,348	2,411	2,857	2,057	0,079
Seção 15	27,825	17,414	2,354	0,750	0,048	0,986	2,328	2,365	2,667	2,034	0,058
Seção 16	29,680	17,031	2,328	0,800	0,032	0,993	2,315	2,334	2,500	2,017	0,039
Seção 17	31,535	16,795	2,312	0,850	0,019	0,997	2,306	2,315	2,353	2,007	0,023
Seção 18	33,390	16,672	2,304	0,900	0,009	0,999	2,302	2,304	2,222	2,002	0,011
Seção 19	35,245	16,626	2,300	0,950	0,002	1,000	2,300	2,301	2,105	2,000	0,004
Seção 20	37,100	16,619	2,300	1,000	0,000	1,000	2,300	2,300	2,000	2,000	0,000

Fonte: O autor.

Tabela 8 - Resultado dos cálculos para UHE Tucuruí.

TUCURUÍ											
SEÇÕES	X (m)	A(X) (m²)	r _e (X)	x'=(X/L)	"m"	(X/L) ^m (m)	Valores de a(X)	Valores de b(x)	Cálculo de "n"	Re- cálculo de "n"	$c = \frac{\ln n - \ln 2}{\ln \frac{L}{X}}$
Seção 0	0,000	289,529	9,600	0,000	-	-	6,688	10,822	-	-	-
Seção 1	1,626	287,221	9,562	0,050	1,633	0,008	6,672	10,774	40,000	280,384	0,705
Seção 2	3,252	272,708	9,317	0,100	1,256	0,055	6,567	10,471	20,000	10,813	0,733
Seção 3	4,878	243,077	8,796	0,150	0,974	0,158	6,344	9,826	13,333	6,847	0,649
Seção 4	6,504	206,874	8,115	0,200	0,767	0,291	6,051	8,981	10,000	4,906	0,558
Seção 5	8,130	173,311	7,427	0,250	0,616	0,426	5,756	8,129	8,000	3,880	0,478
Seção 6	9,756	146,048	6,818	0,300	0,503	0,545	5,495	7,374	6,667	3,279	0,411
Seção 7	11,382	125,043	6,309	0,350	0,417	0,645	5,276	6,742	5,714	2,898	0,353
Seção 8	13,008	109,113	5,893	0,400	0,348	0,727	5,098	6,227	5,000	2,641	0,304
Seção 9	14,634	97,044	5,558	0,450	0,291	0,793	4,954	5,811	4,444	2,460	0,259
Seção 10	16,260	87,872	5,289	0,500	0,242	0,845	4,838	5,478	4,000	2,329	0,220
Seção 11	17,886	80,889	5,074	0,550	0,200	0,887	4,746	5,212	3,636	2,232	0,183
Seção 12	19,512	75,588	4,905	0,600	0,162	0,921	4,674	5,002	3,333	2,160	0,150
Seção 13	21,138	71,600	4,774	0,650	0,128	0,946	4,618	4,840	3,077	2,106	0,120
Seção 14	22,764	68,658	4,675	0,700	0,098	0,966	4,575	4,717	2,857	2,067	0,092
Seção 15	24,390	66,559	4,603	0,750	0,071	0,980	4,544	4,628	2,667	2,039	0,067
Seção 16	26,016	65,142	4,554	0,800	0,047	0,989	4,523	4,566	2,500	2,020	0,045
Seção 17	27,642	64,270	4,523	0,850	0,028	0,995	4,510	4,529	2,353	2,031	0,094
Seção 18	29,268	63,813	4,507	0,900	0,013	0,999	4,503	4,509	2,222	2,003	0,012
Seção 19	30,894	63,642	4,501	0,950	0,003	1,000	4,500	4,501	2,105	2,000	0,004
Seção 20	32,520	63,617	4,500	1,000	0,000	1,000	4,500	4,500	2,000	2,000	0,000

Fonte: O autor.

Tabela 9 - Resultado dos cálculos para UHE Água Vermelha.

ÁGUA VERMELHA											
SEÇÕES	X (m)	A(X) (m²)	r _e (X)	x'=(X/L)	“m”	(X/L) ^m (m)	Valores de a(X)	Valores de b(x)	Cálculo de “n”	Re- cálculo de “n”	$c = \frac{\ln n - \ln 2}{\ln \frac{L}{X}}$
Seção 0	0,000	408,281	11,400	0,000	-	-	7,943	12,851	-	-	-
Seção 1	1,720	401,728	11,308	0,050	1,442	0,013	7,897	12,740	40,000	16,397	0,702
Seção 2	3,440	363,833	10,762	0,100	1,034	0,093	7,624	12,078	20,000	9,405	0,672
Seção 3	5,160	299,880	9,770	0,150	0,761	0,236	7,129	10,878	13,333	5,947	0,574
Seção 4	6,880	237,528	8,695	0,200	0,582	0,392	6,593	9,578	10,000	4,380	0,487
Seção 5	8,600	189,318	7,763	0,250	0,462	0,527	6,128	8,449	8,000	3,563	0,416
Seção 6	10,320	154,610	7,015	0,300	0,377	0,635	5,755	7,544	6,667	3,080	0,359
Seção 7	12,040	129,818	6,428	0,350	0,312	0,721	5,462	6,834	5,714	2,769	0,310
Seção 8	13,760	111,886	5,968	0,400	0,261	0,787	5,232	6,276	5,000	2,555	0,267
Seção 9	15,480	98,709	5,605	0,450	0,219	0,840	5,051	5,838	4,444	2,402	0,230
Seção 10	17,200	88,895	5,319	0,500	0,182	0,881	4,909	5,492	4,000	2,290	0,195
Seção 11	18,920	81,526	5,094	0,550	0,151	0,914	4,796	5,219	3,636	2,383	0,293
Seção 12	20,640	75,983	4,918	0,600	0,122	0,939	4,709	5,006	3,333	2,142	0,134
Seção 13	22,360	71,842	4,782	0,650	0,097	0,959	4,641	4,841	3,077	2,095	0,107
Seção 14	24,080	68,801	4,680	0,700	0,074	0,974	4,590	4,718	2,857	2,060	0,082
Seção 15	25,800	66,639	4,606	0,750	0,054	0,985	4,553	4,628	2,667	2,035	0,060
Seção 16	27,520	65,182	4,555	0,800	0,036	0,992	4,527	4,567	2,500	2,018	0,040
Seção 17	29,240	64,287	4,524	0,850	0,021	0,997	4,512	4,529	2,353	2,008	0,024
Seção 18	30,960	63,818	4,507	0,900	0,010	0,999	4,504	4,509	2,222	2,002	0,011
Seção 19	32,680	63,642	4,501	0,950	0,003	1,000	4,500	4,501	2,105	2,000	0,003
Seção 20	34,400	63,617	4,500	1,000	0,000	1,000	4,500	4,500	2,000	2,000	0,000

Fonte: O autor.

Tabela 10 - Resultado dos cálculos para UHE Três Irmãos.

Tabela 16 – Resultado dos cálculos para CNE TRÊS IRMÃOS.											
SEÇÕES	X (m)	A(X) (m²)	r _e (X)	x'=(X/L)	“m”	TRÊS IRMÃOS					
						(X/L) ^m (m)	Valores de a(X)	Valores de b(x)	Cálculo de “n”	Re- cálculo de “n”	$c = \frac{\ln n - \ln 2}{\ln \frac{L}{X}}$
Seção 0	0,000	343,070	10,450	0,000	-	-	7,281	11,780	-	-	-
Seção 1	1,600	340,559	10,412	0,050	1,655	0,007	7,265	11,732	40,000	17,410	0,722
Seção 2	3,200	324,654	10,166	0,100	1,283	0,052	7,162	11,426	20,000	10,983	0,740
Seção 3	4,800	291,603	9,634	0,150	1,001	0,150	6,939	10,765	13,333	6,965	0,658
Seção 4	6,400	250,239	8,925	0,200	0,791	0,280	6,642	9,883	10,000	4,979	0,567
Seção 5	8,000	211,027	8,196	0,250	0,637	0,414	6,337	8,976	8,000	3,925	0,486
Seção 6	9,600	178,642	7,541	0,300	0,521	0,534	6,063	8,161	6,667	3,308	0,418
Seção 7	11,200	153,408	6,988	0,350	0,432	0,635	5,832	7,473	5,714	2,917	0,359
Seção 8	12,800	134,128	6,534	0,400	0,361	0,718	5,642	6,909	5,000	2,654	0,309
Seção 9	14,400	119,450	6,166	0,450	0,302	0,786	5,488	6,451	4,444	2,469	0,264
Seção 10	16,000	108,258	5,870	0,500	0,251	0,840	5,364	6,083	4,000	2,335	0,223
Seção 11	17,600	99,718	5,634	0,550	0,207	0,884	5,265	5,789	3,636	2,236	0,186
Seção 12	19,200	93,224	5,447	0,600	0,168	0,918	5,187	5,557	3,333	2,162	0,153
Seção 13	20,800	88,334	5,303	0,650	0,133	0,944	5,126	5,377	3,077	2,108	0,122
Seção 14	22,400	84,723	5,193	0,700	0,101	0,965	5,081	5,240	2,857	2,068	0,093
Seção 15	24,000	82,145	5,113	0,750	0,073	0,979	5,047	5,141	2,667	2,039	0,068
Seção 16	25,600	80,405	5,059	0,800	0,049	0,989	5,025	5,073	2,500	2,020	0,045
Seção 17	27,200	79,332	5,025	0,850	0,029	0,995	5,010	5,031	2,353	2,009	0,027
Seção 18	28,800	78,771	5,007	0,900	0,013	0,999	5,003	5,009	2,222	2,003	0,012
Seção 19	30,400	78,560	5,001	0,950	0,003	1,000	5,000	5,001	2,105	2,000	0,003
Seção 20	32,000	78,530	5,000	1,000	0,000	1,000	5,000	5,000	2,000	2,000	0,000

Fonte: O autor.

5.11 DEFINIÇÃO DO EXPOENTE “c”

Com os resultados obtidos para valores de “c”, foi calculado uma média aritmética para aplicação em qualquer tomada d’água que se desejar fazer o dimensionamento através do método apresentado neste trabalho, os resultados estão apresentados na tabela 11, a seguir.

Tabela 11 - Média aritmética para “c” das UHE’s Nova Ponte, Tucuruí, Água vermelha e Três Irmãos.

SEÇÕES	X/L (m)	Média para “c”
Seção 0	0,000	-
Seção 1	0,050	0,705
Seção 2	0,100	0,697
Seção 3	0,150	0,606
Seção 4	0,200	0,518
Seção 5	0,250	0,443
Seção 6	0,300	0,382
Seção 7	0,350	0,329
Seção 8	0,400	0,284
Seção 9	0,450	0,243
Seção 10	0,500	0,206
Seção 11	0,550	0,205
Seção 12	0,600	0,141
Seção 13	0,650	0,113
Seção 14	0,700	0,087
Seção 15	0,750	0,063
Seção 16	0,800	0,042
Seção 17	0,850	0,042
Seção 18	0,900	0,012
Seção 19	0,950	0,003
Seção 20	1,000	0,000

Fonte: O autor.

Com os resultados, apresentados na tabela 11, construiu-se um gráfico cujos valores para “c” se encontram no eixo vertical e os valores para “X/L” se encontram no eixo horizontal.

Gráfico 5 - Curva de tendência para o ajuste do expoente "c".

Fonte: O autor.

O coeficiente de determinação resultante foi: $R^2 = 0,9945$

A partir da linha de tendência apresentada pelo gráfico, foi possível obter uma equação polinomial de 2ª ordem para expressar uma lei de variação de "c" ao longo do eixo horizontal X. A equação 65 é resultante para determinação do expoente "c".

$$c = 0,806 \left(\frac{X}{L} \right)^2 - 1,602 \left(\frac{X}{L} \right) + 0,808 \quad (65)$$

6 ALGORITMO: SEÇÃO DE TOMADA D'ÁGUA

Neste capítulo, divulga-se a elaboração de um algoritmo (ou pseudocódigo) para a seção da tomada d'água, onde a partir do roteiro elaborado aqui, facilmente pode-se desenvolver uma programação que retornará o dimensionamento das seções da transição da tomada d'água.

1. Dados: a_0 , b_0 , a_N , b_N , L , N .

2. Seção "0": $A_0 \leftarrow 4 a_0 \times b_0$ (retangular)

3. Seção "N": $A_N \leftarrow \pi a_N b_N$

4. $\Delta X \leftarrow L/N$

5. Para $i=1$ até $(N-1)$

5.1 $X \leftarrow i \cdot \Delta X$

5.2 $m \leftarrow -0,503 \ln \left(\frac{X}{L} \right) - 0,09745$

5.3 $c \leftarrow 0,806 \left(\frac{X}{L} \right)^2 - 1,602 \left(\frac{X}{L} \right) + 0,808$

5.4 $a \leftarrow a_0 - (a_0 - a_N) \left(\frac{X}{L} \right)^m$

5.5 $b \leftarrow b_0 - (b_0 - b_N) \left(\frac{X}{L} \right)^m$

5.6 $n \leftarrow 2 \left(\frac{L}{X} \right)^c$

5.7 Forma da seção "i":

$$\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 1$$

$$5.8 \quad A_i \leftarrow A = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\left[\left(\frac{\cos\theta}{a}\right)^n + \left(\frac{\sin\theta}{b}\right)^n\right]^{\frac{2}{n}}}$$

6. Para $i=0$ até N

6.1 Imprimir a_i , b_i , A_i

7. Término.

7 DISCUSSÃO

É possível observar que, a “superfórmula” aliada ao critério hidráulico de aceleração convectiva extrema com curva de forma senoidal, retornou resultados de dimensionamento adequados as necessidades hidráulicas para o desenvolvimento do estudo de transições de seções que ocorrem nas estruturas de tomadas d’água, pois garante que a água no interior da estrutura vai acelerar de forma gradual e progressiva ao longo do comprimento da tubulação, partindo de um valor igual a zero no emboque da estrutura, atingirá seu valor extremo aproximadamente no meio do comprimento da transição e retorna a zero no final da transição. Esse critério diminui a perda de carga distribuída que ocorre em escoamentos forçados, além de evitar a formação de vórtices indesejados, com arrastamento de ar, o que prejudica o funcionamento da turbina e evita cavitação na estrutura, exatamente por garantir uma aceleração gradual e progressiva.

As poucas tomadas d’água analisadas nesse estudo, apresentaram variação muito grande para os valores de aceleração convectiva extrema, no intervalo de $0,8007 \text{ m/s}^2$ a $4,8098 \text{ m/s}^2$. Para efeito de ensaio optou-se por utilizar um valor médio entre as quatro tomadas d’água analisadas. Apesar da grande variação apresentada, é importante ressaltar que o método aqui apresentado permite a escolha de um valor de aceleração extrema que condiciona o projeto.

Além disso, com o critério adotado, respeitou-se uma lei de variação de área, o que hidraulicamente é bastante importante. Nesse trabalho a variação da área poderá ser feita de três formas distintas, são elas:

- varia-se apenas o expoente de forma “m”. Para isso, fixa-se o valor do expoente “n”, através da equação 63, e, dá-se liberdade para “m” variar de acordo com a equação 49.
- varia-se o valor do expoente “n”, através da equação 63 e, fixa-se o expoente de forma “m”.
- varia-se o expoente de forma “m”, através da equação 49 e, também varia-se o expoente “n” através da equação 63, o que permitirá a obtenção de formas geométricas generalizadas que atenderá às diversas tomadas d’água que se desejar projetar.

Para o estudo de caso desenvolvido nesse trabalho, a quantificação da perda de carga que ocorre no interior de dutos forçados, é de difícil constatação visto que essa ocorre

em camada limite não desenvolvida completamente, ou seja, o comprimento de entrada não foi estabelecido devido aos grandes diâmetros empregados nesse tipo de estrutura, o que portanto, acaba por invalidar grande parte das equações desenvolvidas, pois o que se conhece na bibliografia para o cálculo de perda de carga distribuída são válidas para escoamento dinamicamente estabelecidos, cujo perfil de velocidades seja imutável.

Acredita-se que frente ao número de possibilidades de aplicação para a “superfórmula” na engenharia hidráulica e na hidrologia, essa ainda foi pouco explorada pelos pesquisadores no Brasil, e trata-se de uma ferramenta viável, que em muito racionalizaria o dimensionamento de estruturas hidrodinâmicas, além de oferecer a simplificação de número de fórmulas e equacionamentos, já que através de uma única equação bem parametrizada, seria possível reproduzir geometrias sem pontos de descontinuidade, evitando problemas hidráulicos decorrentes.

8 CONCLUSÃO

Acredita-se que a “superfórmula” na engenharia hidráulica, no Brasil, ainda é pouco utilizada frente ao número de possibilidades que esta oferece.

O método empregado nesta dissertação, permite calcular a forma geométrica da transição de seção em tomadas d’água a partir de apenas quatro dados fornecidos, (Vazão, área inicial e final, ou diâmetro correspondente e comprimento da transição), retornando uma forma geométrica sem pontos de descontinuidade.

A “superfórmula”, aliada ao critério hidráulico de aceleração convectiva extrema com curva de forma senoidal, retorna resultados de dimensionamento adequados as necessidades hidráulicas, pois com esse critério garante-se que a água comprimida pelas paredes da tomada d’água acelerará de forma gradual e progressiva ao longo do comprimento da tubulação, até seu destino, minimizando a perda de carga do tipo distribuída, que ocorre em camada limite não desenvolvida completamente devido aos grandes diâmetros empregados. Sabe-se, pelo apresentado, que a transição ideal para o escoamento forçado, é aquele em que a perda de carga é mínima, visto que a diminuição na perda de carga, implica em grandes ganhos de potência gerada.

Trata-se de um método de dimensionamento que respeita um critério hidráulico, o que aumenta a confiabilidade de aplicação do modelo matemático proposto.

A adoção de um critério hidráulico consistente, tal qual o estabelecido, para expressar a aceleração convectiva, permite estabelecer o comportamento cinemático e dinâmico do escoamento ao longo da transição. Um desenvolvimento desse tipo garante que a aceleração irá aumentar gradativamente, partindo de zero, atingindo um valor máximo e retornando a zero no final da transição.

Já a “superfórmula” mostrou-se claramente capaz de atender a demanda pelo dimensionamento da estrutura de tomada d’água, pois pode descrever formas com variedade de simetria para diferentes demandas de projeto e reduzir complexidades do dimensionamento através da utilização de poucas variáveis que são capazes de criar a geometria da transição.

Além da possibilidade de aplicação para o dimensionamento de tomadas d’água de forma mais racional proposto neste trabalho, ela pode também ser utilizada para reproduzir outras formas de estruturas hidráulicas que tem necessidades hidrodinâmicas rigorosas.

Para sua aplicação em escala, serão necessários estudos e pesquisas direcionadas, com a finalidade de obter os parâmetros corretos de dimensionamento. É claro que para tanto, é necessário haver o interesse de profissionais, empresas e sem dúvida dos pesquisadores.

Foram avaliados neste trabalho, apenas tomadas d'água de grandes dimensões cujo os modelos hidráulicos físicos foram ensaiados no laboratório do CTH. Estudos para outras escalas de estruturas devem ser realizados.

O modelo proposto propicia uma redução do tempo gasto nos estudos de vários modelos físicos reduzidos, além de reduzir também os custos financeiros despendidos nas várias alternativas de modelos físicos reduzidos ensaiados em laboratório. Para melhorar a proposta deste trabalho, recomenda-se o ensaio do modelo matemático obtido através desta pesquisa em software de modelação fluidodinâmica, (CFD). Para uma futura pesquisa recomenda-se analisar os valores adotados para aceleração convectiva extrema a partir da análise de dados históricos.

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO NETTO, J. M. et al. **Manual de Hidráulica**. 8ª Edição. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1998.

BISTAFA, S. R. **Mecânica dos Fluidos: Noções e aplicações**. São Paulo: Editora Blücher, 2010.

BOURKE, P. **"Supershapes"**. Bourke, Paul. Disponível em: <<http://local.wasp.uwa.edu.au/~pbourke/geometry/supershape/>>. Acesso em: 22 Mar. 2012

CARVALHO, I. L. **Aplicação dos Conceitos de Probabilidade e Entropia Máxima no Estudo de Escoamentos Forçados em Transições de Seções**. 2001. 72 p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

CORPS OF ENGINEERS. **Hydraulic Design Criteria**. US: US Army, 1990.

ELETROBRÁS. **Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas**. [S.I.]: Eletrobrás, (2003).

FADIGA JUNIOR, F. M. **Crítério hidráulico para dimensionamento de transições em canais operando em regime fluvial**. 1999. 124 p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

FOX, R. W.; A. T. MCDONALD'S. **Introduction to fluid mechanics**. 8ª Edição. Manhattan College, USA. John Wiley & Sons, Inc. 2011

FOX, R. W. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

GARDNER, M. **Mathematical Carnival**. Inglaterra: The Mathematical Association of American; Cambridge University Press, 1989.

GENICAP. **"The Superformula"**. Fonte: Genicap. Disponível em: <<http://genicap.com/category/genicap/?active=13>>. Acesso em: 27 Set. 2013.

MATEMATIKSIDER. **Matematiksider**. Disponível em: <<http://matematiksider.dk/piethiein.html>>. Acesso em: 15 Abr. 2012.

MINISTÉRIO DAS MINAS E ENERGIA. **Diretrizes para estudos e projetos de Pequenas Centrais Hidrelétricas**. [S.I.]: Eletrobrás; Centrais Elétricas Brasileiras S.A, 2000.

MINISTÉRIO DAS MINAS E ENERGIA. **Manual de Inventários Hidroelétrico de Bacias Hidrográficas**. [S.I.]: CEPEL, 2007.

MSPC. **Informações Técnicas**. MSPC. Disponível em : <http://www.mspc.eng.br/fldetc/fld_navstk_10.shtml>. Acesso em: 22 Dez. 2014.

PORTO, R. M. **Hidráulica Básica**. 4ª edição. São Carlos: EESC-USP, 2006.

SCHREIBER, G. P. **Usinas Hidrelétricas**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda; Rio de janeiro: Engevix S.A., 1977.

WEISSTEIN, E. W. **"Superelipse"**. Mathworld: Disponível em:
<<http://mathworld.wolfram.com/Superelipse.html>> Acesso em: 27 Abr. 2012.