JOÃO BATISTA MENDES

SOLEIRA ELÍPTICA-CIRCULAR

**São Paulo
2008**

JOÃO BATISTA MENDES

SOLEIRA ELÍPTICA-CIRCULAR

**Tese apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Doutor em
Engenharia**

**Área de Concentração:
Engenharia Hidráulica**

**Orientador:
Prof. Dr. Podalyro Amaral de Souza**

**São Paulo
2008**

FICHA CATALOGRÁFICA

Mendes, João Batista

**Soleira elíptica-circular / J.B. Mendes. -- São Paulo, 2008.
147 p.**

**Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo. Departamento de Engenharia Hidráulica e Sanitária.**

**1. Estruturas hidráulicas 2. Soleira elíptica-circular 3. Soleira
medidora de vazão I. Universidade de São Paulo. Escola Politéc-
nica. Departamento de Engenharia Hidráulica e Sanitária II. t.**

DEDICATÓRIA

**“Dedico este trabalho a meus pais, Antônio e Leosina,
aos meus filhos, João Pedro e Gabriel,
e a minha esposa Fátima”**

AGRADECIMENTOS

Ao professor Podalyro, pela oportunidade, pelos ensinamentos, pela orientação e pelo constante estímulo transmitido durante todo o trabalho.

Aos amigos do Centro Tecnológico de Hidráulica, aos meus alunos e, principalmente, à minha esposa e filhos pela ajuda, compreensão e paciência, e a todos que colaboraram direta e indiretamente na execução deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho propõe uma soleira assimétrica elíptica-circular com apenas dois pontos de descontinuidade, com parâmetros geométrico associados à vazão específica de projeto, com possibilidade de padronização e cujas características hidráulicas (linha d'água, pressões, coeficiente de vazão) podem ser determinadas teoricamente.

Um sistema de equações diferenciais parciais permite o desenvolvimento de um modelo computacional para determinação dos valores teóricos dessas características.

A validação dos valores teóricos das características hidráulicas da soleira por um modelo computacional foi realizada com a confrontação desses mesmos valores obtidos em um modelo físico, permitindo a comparação de pressões, linha d'água, coeficiente de vazão e profundidade crítica.

Palavras-chave: Soleira Elíptica-Circular, Soleira medidora de vazão, Estruturas Hidráulicas.

ABSTRACT

In this work is proposed an asymmetrical (elliptical-circular) weir with two points of discontinuity only, with geometrical parameters associated to the specific design discharge, allowing the standardization, and whose hydraulic characteristics (water profile, pressures and discharge coefficient) may be theoretically determinate.

Their hydraulic characteristics, developed by a system of partial differential equations, system allowing the development of a computational model to determine the theoretical values of the weir hydraulic characteristics.

The validation of these theoretical values of the weir hydraulic characteristics, obtained by a computational model, was made by the comparison between the values of water profile, pressures, discharge coefficient and critical depth obtained by the theoretical model and the values obtained by the physical model.

Keywords: Elliptical-circular weirs, Flow meter weir, Hydraulic Structure.

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Definição	Dimensões
a, b	Semi-eixos do trecho do arco de elipse da soleira.....	L
B	Largura do canal retangular	L
C_Q	Coeficiente de Vazão	-
C_V	Coeficiente de Velocidade	-
D_H	Diâmetro Hidráulico: $D_H = 4R_H$	L
$\hat{e}_s, \hat{e}_n$	Versores das direções tangente e normal ao fundo do canal	- , -
E	Carga ou carga específica em canal com fundo curvo ou plano, respectivamente	L
E_C	Carga ou carga específica em escoamento em regime crítico	L
f	Fator de atrito da fórmula universal de perda de carga distribuída	-
F	Número de Froude de escoamento em canal de fundo plano e com pequena declividade: $F^2 = V^2 / (gy)$	-
F	Número de Froude de escoamento em canal de fundo curvo: $F^2 = U_0^2 / (gN \cos \phi)$	-
F_C	Número de Froude na condição crítica em canal com fundo curvo: $F_C^2 = \frac{J(N)^3 \ln J(N)}{kN [1 + \ln J(N)]}$	-
g	Aceleração gravitacional	L/T^2
H	carga ou carga específica em canal com fundo plano ...	L
h	leitura dos piezômetros	L
$\vec{i}, \vec{j}$	Versores das direções horizontal e vertical, respectivamente	- , -

i, j	Declividades da linha de fundo e da linha de carga, respectivamente	-, -
$J(s, n)$	Jacobiano da transformação do sistema (x, y) para o sistema (s, n) : $J(s, n) = 1 - k(s) \cdot n$	-
L	Largura do canal	L
$k(s)$	Curvatura: $ k = 1/R$	$1/L$
M	Adimensional parâmetro de entropia	-
n	Coefficiente de Manning	$T/L^{1/3}$
n	Coordenada normal ao fundo do canal, com origem no fundo	L
N	Profundidade de escoamento normal ao fundo do canal	L
N_C	Profundidade crítica de escoamento normal ao fundo do canal	L
p	Pressão	F/L^2
p	Pressão atmosférica	F/L^2
q	Vazão em volume por unidade de largura	L^2/T
Q	Vazão em volume	L^3/T
R	Raio local de curvatura: $R = 1/ k $	L
R_H, R	Raio hidráulico: razão entre área molhada e perímetro molhado	L
s	Coordenada curvilínea medida ao longo do fundo do canal	L
t	Tempo.....	T
U	Componente do vetor velocidade, $\vec{V}$, segundo $\hat{e}_s$	L/T
U_N	Valor de U na superfície livre do escoamento	L/T
U_0	Valor de U junto ao fundo do canal	L/T
$\vec{V}$	Vetor velocidade	L/T

V	Módulo de $\vec{V} : V = \vec{V} $	L/T
V_c	Velocidade crítica	L/T
W	Componente do vetor velocidade, $\vec{V}$, segundo $\hat{e}_n$	L/T
x, y	Coordenadas horizontal e vertical, respectivamente	L, L
y	Profundidade em um canal de fundo plano	L
y_c	Profundidade crítica	L
y_0	Profundidade normal	L
α, β, δ	Ângulos definidos na figura	-
ΔE	Perda de carga distribuída	L
Δz	Diferença de cota	L
$\eta(s)$	Cota de fundo de cota	L
ϕ	Ângulo da tangente ao fundo do canal com a horizontal	-
λ	Valor próprio: $\lambda = ds / dt$	L/T
ρ	Massa específica	FT^2/L^4
ρ	Distância polar	L
$\xi(s)$	Posição horizontal de ponto do fundo do canal	L

LISTA DE FIGURAS

1 - Linhas de corrente e regime de escoamento livre – vertedor de parede delgada	4
2 - Linhas de corrente e regime de escoamento livre – vertedor de crista curta	4
3 - Linhas de corrente e regime de escoamento em regime livre – vertedor de parede espessa	5
4 - Escoamento típico em vertedores de soleira espessa	6
5 - Soleira proposta por BOS para facilitar o arrasto de sedimentos a montante	7
6 - Linhas de corrente e regime de escoamento livre – vertedor de parede espessa de seção triangular	8
7 - Soleira espessa circular	10
8 - Acima uma soleira circular inflável e abaixo um soleira circular sólida	10
9 - Vertedor retangular de soleira espessa	11
10 - Comportamento da energia específica com a elevação de fundo	12
11 - Desenho Esquemático da Soleira Assimétrica Elíptica-Circular	14
12 - Desenho Esquemático Identificando a altura da soleira	15
13 - Desenho Esquemático Identificando o comprimento “a”	17
14 - Desenho Esquemático Identificando o raio do trecho circular da soleira	19
15 - Desenho Esquemático com o Resumo das Dimensões da Soleira Assimétrica Elíptica-Circular	20
16 - Coordenadas curvilíneas definidas pela curva do perfil do fundo do canal	21
17 - Distribuição de $U(s,n,t)$ para: (a) fundo convexo, $k<0$; (b) fundo concavo, $k>0$	25
18 - Distribuição de pressão, $p(s,n,t)$, para: (a) fundo convexo, $k<0$; (b) fundo côncavo, $k>0$	27
19 - Curvas de definição de descolamento de escoamento, de hiperbolicidade, e de condição crítica de escoamento. DRESSLER	31
20 - Vista geral do canal experimental situado no hall de ensaios do Laboratório de Hidráulica da EPUSP – CTH	34
21 - Bomba centrífuga para $240 \text{ m}^3/\text{s}$ e válvula borboleta para controle de vazão	34
22 - Detalhe do medidor de vazão e registro de controle	35

23 - Vista da sala de recepção dos sinais de medição de ensaio	35
24 - Desenho ilustrativo com as dimensões da soleira a ser ensaiada	36
25 - Distribuição das tomadas de pressão ao longo do perfil da soleira	37
26 - Distribuição das pontas limnimétricas ao longo do perfil da soleira	38
27 - Montagem do perfil metálico de alumínio com tubulações de cobre fixadas	38
28 - Detalhe do final do canal com ripas de madeira com 5 cm, onde será instalada a soleira	39
29 - Perfil metálico de alumínio com tomadas de pressão que será instalada no eixo da soleira	39
30 - Perfil metálico de alumínio sendo instalado no centro do canal	40
31 - Detalhe do perfil metálico central e de dois perfis de madeira na lateral	40
32 - Detalhe do preenchimento e acabamento dos vãos com argamassa.	41
33 - Vista de montante da execução do acabamento do perfil da soleira.	41
34 - Detalhe da conexão dos tubos de cobre com as mangueiras plásticas no final do canal.	42
35 - Quadro de piezômetros com mangueiras de plástico	42
36 - Detalhe de quadro de piezômetros	43
37 - Pontas Limnimétricas instaladas sobre a soleira	43
38 - Detalhe da ponta limnimétrica sobre a soleira	44
39 - Representação do Raio de Curvatura no Ponto M (x_i, y_i)	45
40 - Representação do Raio de Curvatura do Trecho Circular (x_i, y_i)	46
41 - Representação do perfil da soleira e a profundidade de escoamento normal ao fundo do canal “N _i ” e a profundidade de escoamento crítico “N _C ” normal ao fundo do canal	50
42 - Tela inicial da Planilha Eletrônica de Cálculo para Determinação da Linha D'Água	52
43 - Tela da Planilha Eletrônica de Cálculo com os valores do Perfil da Soleira	52
44 - Gráfico do Perfil da Soleira Espessa Resultante do Ensaio Teórico da Planilha Eletrônica	53
45 - Resultado da Linha d'Água Ensaio Teórico da Planilha Eletrônica	53
46 - Gráfico da Linha d'Água	55
47 - Formulário para anotação dos Ensaios	59
48 - Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio Q=220 m ³ /h	60
49 - Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio Q=220 m ³ /h	61

50 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico	62
51 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$ - Experimental	63
52 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$	64
53 - Gráfico: $\Delta C_Q/C_Q$ (incerteza relativa do coeficiente de vazão) por $Q_i/Q_{\max}$ (vazão adimensional).....	68
54 - Micro-molinete – rotor e conjunto	70
55 - Exemplo de dados coletados para verificação do medidor de vazão	71
56 - Formulário: Ensaio $Q= 59 \text{ m}^3/\text{h}$	77
57 - Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio $Q=59 \text{ m}^3/\text{h}$	78
58 - Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio $Q=59 \text{ m}^3/\text{h}$	79
59 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=59 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico	80
60 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=59 \text{ m}^3/\text{h}$ - Experimental	81
61 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=59 \text{ m}^3/\text{h}$	82
62 - Formulário Ensaio $Q= 104 \text{ m}^3/\text{h}$	84
63 - Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio $Q=104 \text{ m}^3/\text{h}$	85
64 - Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio $Q=104 \text{ m}^3/\text{h}$	86
65 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=104 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico	87
66 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=104 \text{ m}^3/\text{h}$ - Experimental	88
67 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=104 \text{ m}^3/\text{h}$	89
68 - Formulário Ensaio $Q= 160 \text{ m}^3/\text{h}$	91
69 - Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio $Q=160 \text{ m}^3/\text{h}$	92
70 - Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio $Q=160 \text{ m}^3/\text{h}$	93
71 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=160 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico	94
72 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=160 \text{ m}^3/\text{h}$ - Experimental	95
73 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=160 \text{ m}^3/\text{h}$	96
74 - Formulário Ensaio $Q= 198 \text{ m}^3/\text{h}$	98
75 - Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio $Q=198 \text{ m}^3/\text{h}$	99
76 - Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio $Q=198 \text{ m}^3/\text{h}$	100
77 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=198 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico	101
78 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=198 \text{ m}^3/\text{h}$ - Experimental	102

79 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=198 \text{ m}^3/\text{h}$	103
80 - Formulário Ensaio $Q= 220 \text{ m}^3/\text{h}$	105
81 - Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$	106
82 - Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$	107
83 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico	108
84 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$ - Experimental	109
85 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$	110
86 - Formulário Ensaio $Q= 225 \text{ m}^3/\text{h}$	112
87 - Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio $Q=225 \text{ m}^3/\text{h}$	113
88 - Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio $Q= 225 \text{ m}^3/\text{h}$	114
89 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=225 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico	115
90 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=225 \text{ m}^3/\text{h}$ - Experimental	116
91 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=225 \text{ m}^3/\text{h}$	117
92 - Formulário Ensaio $Q= 239 \text{ m}^3/\text{h}$	119
93 - Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio $Q=239 \text{ m}^3/\text{h}$	120
94 - Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio $Q= 239 \text{ m}^3/\text{h}$	121
95 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=239 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico	122
96 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=239 \text{ m}^3/\text{h}$ - Experimental	123
97 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=239 \text{ m}^3/\text{h}$	124
98 - Gráfico: Carga $H(\text{m})$ X Coeficiente de Vazão (C_Q)	126
99 - Desenho esquemático do escoamento sobre a soleira elíptica-circular	133
100 – Gráfico Comparando C_Q teórico com C_Q medido	137
101 – Gráfico H/E_{proj} X C_Q	138
102 – Desenho Esquemático do Projeto Proporcional	141

LISTA DE TABELAS

1 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q = 220 \text{ m}^3/\text{h}$	58
2 – Exemplo de cálculo de incertezas nos ensaios laboratoriais	67
3 – Aferição do Medidor de Vazão	74
4 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q = 59 \text{ m}^3/\text{h}$	76
5 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q = 104 \text{ m}^3/\text{h}$	83
6 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q = 160 \text{ m}^3/\text{h}$	90
7 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q = 198 \text{ m}^3/\text{h}$	97
8 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q = 220 \text{ m}^3/\text{h}$	104
9 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q = 225 \text{ m}^3/\text{h}$	111
10 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q = 239 \text{ m}^3/\text{h}$	118
11 – Cálculo dos valores de C_Q	125
12 - Cálculos para avaliação de descolamento do escoamento $Q = 237 \text{ m}^3/\text{h}$	129
13 - Cálculos para avaliação de descolamento do escoamento $Q = 160 \text{ m}^3/\text{h}$	129
14 - Cálculos para avaliação de descolamento do escoamento $Q = 105 \text{ m}^3/\text{h}$	129
15 – Resultados de “q” teórico e “ C_Q ” teóricos	136

SUMÁRIO

RESUMO

ABSTRACT

LISTA DE SIMBOLOS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS	1
2. JUSTIFICATIVA.....	3
3. ANÁLISE BIBLIOGRÁFICA	4
4. TRATAMENTO ANALÍTICO.....	11
4.1. CONCEPÇÃO DO VERTEDOR DE SOLEIRA ESPESSA.....	11
4.2. DEFINIÇÃO DA FORMA DA SOLEIRA ASSIMÉTRICA	14
4.2.1. Critério para definição da altura relativa da soleira: ($\Delta z/H$) ou (b/H).....	15
4.2.2. Critério para a definição do semi-eixo “a” do arco de elipse	17
4.2.3. Critério para definição do raio “R”, do trecho circular da soleira, a jusante, até a projeção da crista	19
4.2.4. Resumo dos critérios para a escolha das dimensões da soleira	20
4.3. ESCOAMENTO SOBRE FUNDO CURVO	21
4.3.1. Distribuição de Velocidades	24
4.3.2. Lei de vazão.....	25
4.3.3. Distribuição de pressão	26
4.3.4. Condição crítica de escoamento	27
4.3.5. Determinação da Linha d’água	32
5. DESCRIÇÃO DO APARATO EXPERIMENTAL.....	33
6. DEFINIÇÃO E CONSTRUÇÃO DO MODELO FÍSICO.....	36
7. MODELAGEM MATEMÁTICA.....	45
7.1. CÁLCULO DA LINHA D’ÁGUA UTILIZANDO PLANILHA ELETRÔNICA	45
7.1.1. Trecho do arco da Elipse	45

7.1.2. Trecho Circular da Soleira	47
7.1.3. Algoritmo da Soleira Elíptica-Circular.....	51
7.2. VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO	55
8. ANÁLISE DE INCERTEZAS PARA C_Q	65
9. RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	69
9.1. “AFERIÇÃO” DO SENSOR ELETROMAGNÉTICO DE VAZÃO.....	69
9.1.1. Micro-Molinete.....	69
9.1.2. Cálculo de Vazão Utilizando o Método de Chiu	72
9.1.3. Algoritmo genético	73
9.1.4. Resultados para Aferição do Medidor de Vazão	75
9.2. CÁLCULO DA LINHA D’ÁGUA	75
9.3. CÁLCULO DO COEFICIENTE DE VAZÃO C_Q	125
9.4. VERIFICAÇÃO DA CONDIÇÃO DE DESCOLAMENTO DO ESCOAMENTO	127
10. LEI DE VAZÃO DA SOLEIRA ELÍPTICA-CIRCULAR	130
CONCLUSÃO	140
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	143
BIBLIOGRÁFICA COMPLEMENTAR	145

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

O homem, com o passar das eras em meio a sua evolução, percebeu que, dentre suas necessidades como alimentação, moradia e outras, havia também um líquido muitíssimo importante e precioso: a água.

Nos primórdios, as grandes civilizações surgiram e se desenvolveram próximas aos grandes cursos d'água como o Nilo, o Eufrates, o Tigre, o Jordão e outros. Ainda na Idade Média, o homem começou a aduzir água para dentro de suas fortificações e usá-la, em grande parte, para consumo próprio e para a agricultura.

Entretanto, com a Revolução Industrial, o homem começou também a utilizar a água para mover suas máquinas e, como parte da produção, para abastecer suas máquinas a vapor e esfriar suas caldeiras.

Com o aumento da demanda da água, a poluição dos cursos d'água e a total falta de planejamento de seu uso racional, o homem vem colhendo, até hoje, os problemas criados ao longo do tempo.

A necessidade de um controle no uso da água e de um melhor planejamento fez com que o homem tivesse que criar mecanismos para quantificar a sua disponibilidade. Assim surgiram os vertedores, calhas, molinetes e outros medidores (ou controladores). Os vertedores e calhas, em especial, são equipamentos que geralmente têm sua equação determinada através de ensaios laboratoriais ou de campo, ou seja, de forma empírica.

Como no início os pesquisadores não tinham equipamentos para aferir os medidores de vazão, adotaram o método empírico, que de certa forma acabou se tornando uma norma para a concepção das leis de funcionamento.

Este projeto propõe o desenvolvimento e o equacionamento de uma soleira assimétrica elíptica-circular, utilizando uma formulação estritamente calcada na Mecânica dos Flúidos, e também utilizando modelação computacional, bem como modelação física.

A necessidade de uma soleira geometricamente bem definida, com o mínimo de pontos de descontinuidade, com projeto proporcional associado à vazão específica de projeto, com possibilidade de padronização e cujas características hidráulicas (linha d'água, pressões, coeficiente de vazão) possam ser determinadas teoricamente, norteou este trabalho.

O projeto da soleira começa com a definição da forma geométrica ideal a ser utilizada para melhoria do comportamento do escoamento superficial sobre a soleira, tanto com o objetivo de evitar perturbações na lâmina do escoamento como no de desenvolver um modelo matemático do funcionamento.

Após a definição da geometria, foi utilizado um sistema de equações diferenciais parciais para a condição de fluido perfeito, com o efeito da curvatura local do perfil da soleira para a determinação da:

- Distribuição da pressão sobre a soleira;
- Profundidades normais sobre a soleira;
- Condição crítica de escoamento (N_c);
- Coeficiente de descarga (C_Q);
- Condição de descolamento;
- Condição limite para a hipótese de escoamento raso.

Com a definição do equacionamento hidráulico, o próximo passo foi o desenvolvimento de modelo computacional para a determinação das pressões (p), das profundidades normais à soleira (N), a profundidade crítica (N_c) e o coeficiente de descarga (C_Q).

Simultaneamente, foram efetuados ensaios em modelo físico para a validação dos resultados teóricos obtidos na modelagem computacional: pressões, linha d'água, coeficiente de vazão e profundidade crítica.

2. JUSTIFICATIVA

Vertedores são equipamentos utilizados geralmente em canais de irrigação com poucos sedimentos, onde seja necessário manter níveis mínimos de água no canal, realizar uma regularização de vazão, medir vazão ou realizar estas atividades simultaneamente.

As versões de vertedores de soleira espessa e de soleira curta proposta até hoje possuem formas que, via de regra, acabam gerando descolamentos no escoamento ou interferências consideráveis na linha d'água.

Autores e pesquisadores, até então, desenvolvem seus projetos e seus equacionamentos de forma empírica ou a partir de suas experiências sobre o assunto.

A proposta deste trabalho é uma nova forma de vertedor de soleira espessa que interfere o mínimo possível no escoamento e a sua concepção tem padrões geométricos associados à vazão específica de projeto e características hidráulicas que podem ser determinadas teoricamente.

3. ANÁLISE BIBLIOGRÁFICA

Vertedores e calhas são estruturas que controlam a relação cota-vazão do canal onde são instalados. Simplificadamente, diferem entre si pelo fato de que, nos vertedores, a velocidade de aproximação da água é muito baixa, enquanto nas calhas ocorre um aumento de velocidade.

Os vertedores são classificados conforme seu formato e a carga a montante: parede espessa, de crista curta e parede delgada.

- O vertedor de parede delgada possui um funcionamento assimilado a orifício sem a parte superior. O termo cinético na aproximação é muito pequeno e desprezado para fins de cálculo da vazão.

Figura 1- Linhas de corrente e regime de escoamento livre – vertedor de parede delgada
Fonte: LOBO (1986).

- O vertedor de crista curta possui regime crítico sobre a soleira, as seções não são prismáticas e os filetes são curvos sobre a soleira (distribuição não hidrostática de pressões).

Figura 2- Linhas de corrente e regime de escoamento livre – vertedor de crista curta
Fonte: LOBO (1986).

- O vertedor de parede espessa, segundo a definição clássica descrita nos Manuais de Hidráulica (AZEVEDO NETTO e ALVAREZ (1998); CHOW (1959); HENDERSON (1966); PIMENTA (1977), PORTO (1998) RANGA RAJU (1981)), é onde há passagem por regime crítico e as linhas de corrente são paralelas e horizontais sobre a soleira, como será mostrado no desenvolvimento do equacionamento, no capítulo Conceção do Vertedor Retangular de Soleira Espessa, item 1.2.

Figura 3- Linhas de corrente e regime de escoamento em regime livre – vertedor de parede espessa. Fonte: Lobo (1986)

Em 1987, Bos e Clemmens, em um curso sobre Estruturas Hidráulicas de Medição ministrado no Centro Tecnológico de Hidráulica, citam estudos e ensaios em laboratório de estruturas que operam com escoamento crítico pelos pesquisadores Bélanger (1849), Bazin (1896), Crump (1928), Fane (1927) Jamenson (1930) e outros. O refinamento da teoria seria realizado por ACKERS e HARRISON (1963) e Reploge (1975) além da contribuição de Bos (1978).

Segundo KHOSROJERDI e KAVIANPOUR (2002), o estudo de vertedores de soleira espessa tem atraído a atenção alguns pesquisadores como Ackers (1978), Musterle (1930) e Montes (1964) que realizaram estudos sobre soleira espessa. Woodburn (1922) demonstrou que o coeficiente de descarga sofre um acréscimo de 8% com um canto arredondado ACKERS (1978).

CHOW (1959) desenvolveu uma relação para o coeficiente de descarga usando o Teorema da Quantidade de Movimento. IPPEN (1950) apud KHOSROJERDI e KAVIANPOUR (2002), usando a equação de Bernoulli e a teoria da camada limite, desenvolveu uma relação para o coeficiente de descarga em função da espessura da camada limite ACKERS (1978). Lewith introduziu o coeficiente de descarga como uma função da vazão sobre a soleira, do comprimento e largura da soleira, e da

viscosidade do escoamento STREETER, WYLIE, (1981), conforme KHOSROJERDI e KAVIANPOUR (2002).

Henderson (1966), desenvolveu uma equação para determinar o coeficiente de descarga para soleira de cantos arredondados sob condições de escoamento crítico, assumindo $y_b = 0,715.y_c$ (y_c é a profundidade crítica e y_b é a profundidade da água no fim da soleira). Nestes estudos também foi mencionado que a profundidade crítica se move para jusante, resultando em escoamento subcrítico em praticamente toda a soleira.

Uma soleira perfeita não possui pontos de descontinuidade e seu no funcionamento ocorre com perturbações mínimas do escoamento, variações estas que geralmente ocorrem em pontos de descontinuidade da curvatura em canais.

Os vertedores de parede espessa são discutidos por ACKERS (1971), ACKERS et alii (1978), ADDISON (1941), BOITEN (2000), CHARLTON (1978), HERSCHY (1978), LOBO (1986), KULIN (1975), e ROCHE (1963). A seguir apresentam-se desenhos dos principais vertedores de soleira espessa e a comparação com a proposta do trabalho.

Os autores descrevem os vertedores de soleira espessa como equipamentos utilizados, em geral, para canais de irrigação com poucos sedimentos em que haja necessidade de manter determinados níveis mínimos de água no canal e/ou regular a vazão e/ou medir a vazão. Os mais utilizados são as de forma tradicional, retangular de aresta viva, e o retangular com crista (ou aresta) arredondada, que permite a acomodação dos filetes à soleira, mas mesmo assim ainda provoca perturbações no escoamento como mostra a figura a seguir:

Figura 4- Escoamento típico em vertedores de soleira espessa. Fonte: LOBO (1986).

Como se pode deduzir, com a aproximação do escoamento da soleira, ocorre o descolamento inicial devido ao impacto com uma parede vertical que, mesmo tendo

a borda superior a montante arredada (neste caso), ocasiona uma variação brusca de nível sobre a soleira, fato esse perceptível no desenho anterior.

Percebe-se também que, após o vertedor, ocorre a aceleração do escoamento devido à presença de um degrau, fato este que ocasiona a ocorrência de descolamento do escoamento e consequentemente uma turbulência após a soleira.

No vertedor de soleira espessa com formato elíptico-circular há baixa velocidade de aproximação do escoamento mas, devido a geometria inicial da soleira ser elíptica, favorece o escoamento, evitando descolamento no início do vertedor, o que leva à produção de um regime crítico com distribuição não hidrostática de pressões sem interferência de montante.

Outra ressalva importante é a saída do escoamento da soleira elíptico-circular que, devido à forma circular não possui aristas que fatalmente ocasionariam choques ou descolamentos do escoamento com variação de nível que poderia ter reflexos importantes no regime crítico sobre a soleira.

BOS (1986) propõe uma soleira com a parte frontal de aproximação modificada, com o intuito de promover o arraste de material de montante, mas é previsível que a rampa causa descolamentos, principalmente na parte superior, devido à aresta viva, e o final da soleira com um degrau irá funcionar como o desenho clássico.

Figura 5 - Soleira proposta por BOS para facilitar o arraste de sedimentos a montante
 Fonte: BOS (1986).

No vertedor triangular de soleira espessa há a mesma funcionalidade que o clássico, ou seja, com o formato similar tem um comportamento parecido e com descolamentos na parte frontal e no fim da soleira; como também terá a influência da contração das paredes laterais na formação de mais oscilações no escoamento,

este formato é muito utilizado em canais naturais, visto que a estrutura é montada em apenas um pequeno trecho como mostra o esquema a seguir.

Figura 6 - Linhas de corrente e regime de escoamento livre – vertedor de parede espessa de seção triangular. Fonte: LOBO (1986).

No trabalho realizado por CHANSON, e MONTES, (1998), os autores descrevem o comportamento do escoamento sobre vertedores de soleira circular. Segundo os autores, soleiras cilíndricas eram comuns no final do século 19 e início do século 20, antes da introdução das soleiras do tipo ogiva. Durante o século 19, desenvolvimentos no sentido de melhorar a capacidade de descarga levaram a se projetar soleiras circulares, tais como o trabalho de Bazin, na França.

Bazin (1829-1917), segundo CHANSON e MONTES (1998), era um engenheiro hidráulico francês que trabalhou com Darcy no começo de sua carreira. Apesar disso, o trabalho de Bazin em soleiras é mais conhecido pelas suas observações muito precisas em soleiras delgadas Bazin (1888-1898), que foram usadas mais tarde por Creager para desenvolver sua crista em forma de ogiva Creager (1917), ele também conduziu investigações em cristas com perfil arredondado, mais tarde aplicado no projeto da Pont Dam na França. Atualmente, muitas cristas possuem forma de ogiva perfil Creager, perfil Scimemi (1930).

Maiores estudos sobre soleiras circulares incluem REHBOCK (1929), FAWER (1937) E SARGINSON (1972) apud CHANSON, e MONTES, (1998). Pesquisas mostram que o coeficiente de descarga C_Q é perto de 1 e usualmente maior que a unidade, e o C_Q era primariamente escrito como uma função da relação entre da carga a montante e o raio da crista HW/R , C_Q aumentando para aumentos dos valores de HW/R , onde HW é a carga total sobre a crista e R é o raio de curvatura da crista.

Dois estudos Escande e Sananes (1959), Rouve e Indlekofer (1974), segundo KHOSROJERDI e KAVIANPOUR (2002), investigaram particularmente os efeitos da sucção e da ventilação que acontece a jusante da crista nas características do escoamento. Ambas as investigações mostraram que a sucção previne contra a separação do fluxo e resulta em maiores coeficientes de descarga, em torno de 15 a 20% (ESCANDE e SANANES, 1959) apud KHOSROJERDI e KAVIANPOUR (2002). Uma recente Tese de Doutorado (VO, 1992) apud KHOSROJERDI e KAVIANPOUR (2002), deu novas informações sobre o campo de velocidades na crista e a jusante dela. Os resultados sugeriram que o campo de escoamento pode ser previsto pela teoria do fluido perfeito.

A água escoando sobre soleiras e sobre vertedores se caracteriza pelo escoamento rapidamente variado na região próxima da crista. Os tipos mais comuns de crista de soleira são: a soleira espessa, a soleira delgada, a soleira circular e as soleiras tipo ogiva. As vantagens da soleira de forma cilíndrica (figura 7 e 8) são a estabilidade do padrão de escoamento sobre a soleira, a facilidade da passagem de detritos, a simplicidade do projeto, se comparada com a soleira em forma de ogiva, e os baixos custos associados. Soleiras circulares têm mais capacidade de descarga (para cargas iguais a montante) que as soleiras espessas e as soleiras delgadas.

Aplicações deste tipo de soleira incluem “comportas rolantes” e barragens de membranas flexíveis infláveis (isto é, barragens de borracha). Comportas “Rolantes” são cilindros metálicos fixados no local por pilares de concreto e podem ser levantadas para permitir o escoamento. Elas também são chamadas comportas cilíndricas ou barragens rolantes (WEGMANN, 1922; PETRIKAT, 1958 apud KHOSROJERDI E KAVIANPOUR 2002). Para extravasamento com baixas cargas (alturas de água sobre a soleira), não é econômico levantar a comporta e o extravasamento é permitido. Barragens de membranas flexíveis infláveis são uma nova forma de soleira. Elas são usadas para elevar o nível de água a montante, inflando a membrana de borracha colocada transversalmente a um curso d’água ou ao longo da crista de soleiras. Extravasamentos com baixa carga são permitidos sobre a barragem inflada e as características do escoamento são similares às características de escoamento sobre uma soleira circular (ANWAR 1967, CHANSON 1996).

Figura 7 - Soleira espessa circular. Fonte: KHOSROJERDI e KAVIANPOUR (2002).

Figura 8 - Acima uma soleira circular inflável e abaixo um soleira circular sólida.
Fonte: KHOSROJERDI e KAVIANPOUR (2002).

4. TRATAMENTO ANALÍTICO

Como o trabalho pretende propor um novo perfil de soleira espessa que represente uma melhoria do ponto de vista hidrodinâmico, será mostrado o comportamento e a formulação da soleira espessa de crista plana.

Posteriormente, será proposto o equacionamento de escoamentos sobre canais de fundo curvo desenvolvido por SOUZA (1985) em sua tese “Histerese em Escoamento sobre Salto de Esqui”

4.1. CONCEPÇÃO DO VERTEDOR DE SOLEIRA ESPESSA

*Figura 9 – Vertedor retangular de soleira espessa
Fonte: BOS (1986)*

O vertedor retangular de soleira espessa consiste em uma elevação do fundo do canal suficientemente grande para que as condições do escoamento a montante sejam alteradas, com a elevação do nível d'água ($\Delta z > \Delta z_c$). Isto permite a formação de escoamento crítico sobre o patamar e, pela aplicação da equação de energia específica, a determinação da vazão.

A soleira do vertedor deve ser suficientemente longa para estabelecer, sobre ela, o paralelismo dos filetes (distribuição hidrostática). A borda de ataque do vertedor deve ter um arredondamento para não provocar turbulências e o descolamento da lâmina d'água.

Aplicando-se a equação da energia entre as seções 1 (onde a pressão é hidrostática) e 2, para um referencial passando pelo topo da soleira do vertedor, e desprezando-se a carga cinética de aproximação, pode-se escrever:

$$h = E_{c2} = \frac{3}{2} y_{c2} = \frac{3}{2} \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = \frac{3}{2} \left(\frac{(Q/B)^2}{g} \right)^{1/3} \quad \dots (1.1)$$

$$\left(\frac{2}{3} h \right)^3 = \frac{(Q/B)^2}{g} \Rightarrow Q = \frac{2}{3\sqrt{3}} . Bh . \sqrt{2gh} \quad \dots (1.2)$$

que é a expressão para a vazão através de um vertedor de soleira espessa.

Na equação (1.1), h é a carga sobre a soleira. Desprezando-se as perdas de carga entre 1 e 2, pode-se escrever:

$$E_1 = E_2 + \Delta Z \quad \dots (1.3)$$

Figura 10 – Comportamento da energia específica com a elevação de fundo
Fonte: PORTO (1998)

Pelo gráfico da figura 10, pode-se deduzir que, se o regime de escoamento na seção 1 é fluvial (ponto A), na seção 2 o nível desce para o ponto B ($y_1 \rightarrow y_2$); se o escoamento é torrencial, a situação vai de A* para B* e o nível sobe de y_1^* para y_2^* .

Na situação limite, para que não ocorra alteração nas condições de escoamento na seção 1, a situação deve sair de A e ir até o ponto C, onde ocorre o regime crítico,

condição-limite de escoamento. Nessa situação, a altura da elevação de fundo vale Δ_{zc} .

Aumentando-se ainda mais a altura Δ_z do degrau na seção 2, de modo que a reta E_2 da figura 9 fique à esquerda da reta E_c , ela não cortará a curva de energia específica e, portanto, não haverá solução matemática.

Analisando-se o fenômeno fisicamente, se o escoamento na seção 1 for fluvial, as perturbações originadas pelo degrau irão se propagar para montante e a altura d'água se ajustará até que a condição crítica seja produzida na seção 2, a seção de controle.

Em outras palavras, haverá alteração nas condições de montante pelo aparecimento de uma curva de remanso. A altura da água na seção 1 aumentará de y_1 para y_{1+} , correspondente ao ponto A_+ , de energia específica E_{1+} ($E_{1+} = E_c + \Delta_{z+}$, com $\Delta_{z+} > \Delta_{zc}$).

Nessa situação, o escoamento passará de fluvial (em 1) para torrencial, passando pelo crítico na transição (em 2) e retornando a fluvial após passar por um ressalto hidráulico, a jusante, se o canal for de fraca declividade.

4.2. DEFINIÇÃO DA FORMA DA SOLEIRA ASSIMÉTRICA

A proposta do trabalho é desenvolver uma soleira que introduza pouca perda de carga no escoamento e tenha apenas dois pontos de descontinuidade. A partir desta premissa, é proposto um perfil assimétrico que utiliza um arco de elipse e um arco de circunferência como base.

No primeiro trecho propõe-se um quarto de elipse até o ponto mais alto soleira (crista), sendo que, após este ponto, o perfil passa a ser um arco de circunferência.

Na figura 11 está esquematizada a soleira proposta, onde o arco AC é um quarto de elipse, o arco CB é um arco de circunferência e no ponto “C” (crista) as duas curvas têm tangência comum e o mesmo raio de curvatura. O arco de elipse de semi-eixos “a” e “b” tem raio de curvatura no ponto “C” dado por $R = a^2 / b$. Este raio é o usado para traçar o arco de circunferência CB.

Figura 11 – Desenho Esquemático da Soleira Assimétrica Elíptica-Circular

Uma vez definida a forma da soleira, é necessário o dimensionamento da mesma, porém, para se alcançar esta etapa, é necessário seguir alguns critérios para a obtenção de funcionamento hidráulico apropriado para esta proposta com uma nova configuração. Para tanto, a seguir, serão explanados os critérios para a montagem de soleira assimétrica elíptica-circular.

4.2.1. Critério para definição da altura relativa da soleira: ($\Delta z/H$) ou (b/H)

O primeiro passo para a definição da soleira espessa geometricamente bem definida, é a determinação da altura da mesma. Para que o projeto idealizado tenha boas características hidráulicas, algumas hipóteses foram adotadas:

Figura 12 – Desenho Esquemático Identificando a altura da soleira

Hipótese (1): O termo cinético do escoamento, na aproximação da soleira, deverá ser pequeno, então adotou-se o valor como sendo um percentual da carga:

$$\frac{V_a^2}{2g} = \frac{5H}{100}.$$

Hipótese (2): Não há perda de carga no escoamento entre os pontos (1) e (2), considerando a linha de corrente que coincide com a superfície livre.

Hipótese (3): Canal retangular com largura B.

Tomando-se a crista da soleira como referência, a Equação de Bernoulli fica:

$$H + \frac{V_a^2}{2g} = y_c + \frac{V_c^2}{2g} \quad \dots (2.1)$$

A segunda parcela do primeiro membro fica expressa por:

$$\frac{V_a^2}{2g} = \frac{Q^2}{2gB^2(H + \Delta z)^2} \quad \dots (2.2)$$

Pela Hipótese (1), tem-se:

$$\frac{Q^2}{2gB^2(H + \Delta z)^2} = \frac{5H}{100} \quad \dots (2.3)$$

A profundidade crítica y_c é dada aproximadamente por:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{B^2 g}}$$

já que esta equação é válida para leito plano, o que não é o caso para a soleira elíptica-circular.

Da equação anterior tem-se

$$\frac{Q^2}{gB^2} = y_c^3 \quad \dots (2.4)$$

Com a equação (2.4) em (2.3), tem-se:

$$\frac{y_c^3}{2(H + \Delta z)^2} = \frac{5H}{100} \quad \dots (2.5)$$

Quando o termo cinético na aproximação do vertedor é bem pequeno face a H, vale a relação:

$$y_c = \frac{2}{3}H \quad \dots (2.6)$$

Com a equação (2.6) em (2.5)

$$\frac{8H^3}{27 \times 2(H + \Delta z)^2} = \frac{5H}{100}$$

que simplificado, fica:

$$\frac{H^2}{(H + \Delta z)^2} = \frac{5 \times 27 \times 2}{100 \times 8} = \frac{27}{80}$$

ou

$$\frac{H + \Delta z}{H} = \sqrt{\frac{80}{27}}$$

$$\frac{\Delta z}{H} = \sqrt{\frac{80}{27}} - 1 = 0,72$$

$$\frac{\Delta z}{H} = \frac{b}{H} = 0,75 \quad \text{ou seja} \quad b = 0,75.H$$

Outra dimensão importante para a geometria da soleira assimétrica elíptica-circular é o comprimento do trecho elíptico que corresponde à parte frontal a receber o escoamento.

A aceleração convectiva é genericamente expressa por:

$$V \frac{dV}{dx} = a_{\text{conv}} \quad \dots (3.1)$$

$$V \frac{dV}{dx} = \left(\frac{1}{n} \right) g \quad \dots (3.2)$$

No primeiro membro da Equação (3.2), a velocidade “V” pode ser aproximada por $V \cong (V_a + V_c) / 2$, isto é, pela média entre a velocidade de aproximação “V_a” e a velocidade crítica “V_c”. O gradiente de velocidade $\frac{dV}{dx}$ pode ser aproximado por $\frac{dV}{dx} \cong \frac{V_c - V_a}{a}$. Estas duas aproximações permitem que se escreva a Equação (3.2) como:

$$\left(\frac{V_a + V_c}{2} \right) \left(\frac{V_c - V_a}{a} \right) \cong \left(\frac{1}{n} \right) \cdot g \quad \dots (3.3)$$

Nas aplicações práticas tem-se $V_a \ll V_c$, o que permite transformar a Equação (3.3) em:

$$\left(\frac{V_c}{2} \right) \left(\frac{V_c}{a} \right) \cong \left(\frac{1}{n} \right) \cdot g \quad \dots (3.4)$$

ou

$$\left(\frac{V_c^2}{2a} \right) = \left(\frac{1}{n} \right) \cdot g$$

ou

$$\left(\frac{V_c^2}{g \cdot y_c} \right) = \frac{2a}{n \cdot y_c} \quad \dots (3.5)$$

Como $\frac{V_c^2}{g y_c} \cong 1$, a Equação (3.5) fica transformada em:

$$\frac{a}{y_c} = \frac{n}{2} \quad \dots (3.6)$$

Pode-se introduzir a carga “H” na Equação (3.6), através da relação $y_c = \frac{2}{3}H$, obtendo-se

$$\frac{a}{H} = \frac{2}{3} \cdot \frac{n}{2}$$

ou

$$\frac{a}{H} = \frac{n}{3} \quad \dots (3.7)$$

Adotando-se $n = 9$, o que é equivalente à adoção de uma aceleração convectiva média, no trecho a montante da crista, igual a “ $g / 9$ ”, tem-se como critério:

$$\frac{a}{H} = 3 \quad \dots (3.8)$$

4.2.3. Critério para definição do raio “R”, do trecho circular da soleira, a jusante, até a projeção da crista

Figura 14 – Desenho Esquemático Identificando o raio do trecho circular da soleira

No trecho CB a soleira tem o formato de um arco de circunferência, sendo que o raio deste é definido como:

$$R = \frac{a^2}{b} \quad \dots (4.1)$$

que coincide com o raio da elipse no ponto C.

E, como o comprimento do trecho “a” pode ser definido por três vezes a carga ($a = 3H$) e a altura “b” corresponde $\frac{3}{4}$ ou 0,75 da carga ($b = \frac{3}{4} H$ ou $b = 0,75H$), substituindo na expressão anterior tem-se:

$$R = \frac{(3H)^2}{\frac{3}{4}H} \Rightarrow R = 12H \quad \dots (4.2)$$

Outra forma de definir o raio é utilizando como parâmetro a profundidade crítica,

$$R = 12H, \text{ ou } R = 12 \frac{3}{2} y_c = 18 y_c \quad \dots (4.3)$$

4.2.4. Resumo dos critérios para a escolha das dimensões da soleira

- $a = 3H$ ou $a = \frac{9}{2} \cdot y_c$
- $b = \frac{3}{4}H$ ou $b = \frac{9}{8} \cdot y_c$
- $R = 12H$ ou $R = 18y_c$

Figura 15 – Desenho Esquemático com o Resumo das Dimensões da Soleira Assimétrica Elíptica-Circular

4.3. ESCOAMENTO SOBRE FUNDO CURVO

No desenvolvimento da soleira de perfil elíptico-circular será necessário utilizar equações em coordenadas cartesianas curvilíneas; este tema foi amplamente desenvolvido por SOUZA (1985) na sua tese sobre “Histerese em escoamento sobre Salto de Esqui”. A seguir teremos a transcrição de parte desse equacionamento que será utilizado no desenvolvimento do estudo da soleira de perfil elíptico-circular.

A princípio a formulação do escoamento sobre soleira está restrita às seguintes hipóteses:

- o fluido é incompressível (ρ é constante);
- a tensão de cisalhamento é nula na interface líquido-parede ($\tau = 0$);
- o escoamento é irrotacional ($\nabla \wedge \vec{V} = \vec{0}$);
- o único campo interveniente é o gravitacional;
- o escoamento é bidimensional.

A figura a seguir representa parcialmente a relação entre o sistema ortogonal e o curvilíneo de coordenadas.

Figura 16 – Coordenadas curvilíneas definidas pela curva do perfil do fundo do canal.
Fonte: SOUZA, “Histerese em Escoamento sobre Salto de Esqui” (1985)

Segundo as restrições anteriores, pode-se utilizar as seguintes equações diferenciais que correspondem à formulação necessária para o trabalho:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad \dots (5.1)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - g \hat{j} \quad \dots (5.2)$$

$$\nabla \wedge \vec{V} = \vec{0} \quad \dots (5.3)$$

As equações anteriores são: forma diferencial do Princípio da Conservação de Massa (5.1); a equação (5.2) é a forma diferencial da Lei de Newton da Quantidade de Movimento e a equação (5.3) representa a condição de irrotacionalidade do escoamento.

As condições de contorno no fundo do canal e a na superfície livre do escoamento também precisam ser representadas matematicamente, sendo as condições as seguintes:

1. a pressão na superfície livre do escoamento é constante e igual à pressão atmosférica local, assumindo valor zero na escala relativa de pressão;
2. a velocidade do escoamento no fundo, normal à superfície sólida do canal, é identicamente nula;
3. qualquer partícula fluida na superfície livre do escoamento permanecerá sempre a superfície livre.

Seja P um ponto sobre o fundo curvo do canal de coordenadas $x = \xi$, $y = \eta$, e S o comprimento de arco medido ao longo do perfil do fundo cuja forma é definida por:

$$x = \xi_{(s)}$$

$$y = \eta_{(s)}$$

Seja “n” a distância medida a partir do fundo do canal perpendicular a este. É claro que as novas variáveis (s, n) formam um sistema curvilíneo ortogonal de coordenadas, como pode ser verificado na figura 16.

As equações (5.1), (5.2) e (5.3), e as condições de contorno citadas anteriormente, permitem a obtenção de sete equações escalares em coordenadas curvilíneas:

$$\frac{\partial U}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n}(JW) = 0 \quad \dots (5.4)$$

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial E}{\partial s} = 0 \quad \dots (5.5)$$

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial n} = 0 \quad \dots (5.6)$$

$$\frac{\partial W}{\partial s} - \frac{\partial}{\partial n}(JU) = 0 \quad \dots (5.7)$$

onde: U = componente de vetor velocidade, $\vec{V}$, segundo $\hat{e}_s$;

W = componente do vetor velocidade, $\vec{V}$, segundo $\hat{e}_n$.

O Jacobiano (“J”) da transformação do sistema (x, y) para o sistema (s, n) é definido por:

$$J(s, n) = 1 - k(s) \cdot n$$

O módulo do raio local de curvatura, que é sempre positivo, fica definido por:

$$R = \frac{1}{|k(s)|}$$

A aplicação permanece injetora, a menos que $k > 0$ e $n \geq (1 / k) = R$. Para que a aplicação permaneça injetora, a profundidade N deve satisfazer à condição:

$$kN < 1, k > 0$$

A Equação (5.2), sendo vetorial, fornecerá duas equações escalares em coordenadas curvilíneas [(5.5) e (5.6)].

$$p(s, N, t) = p_{atm} \equiv 0 \quad \dots (5.8)$$

$$W(s, 0, t) = 0 \quad \dots (5.9)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{U}{J} \frac{\partial N}{\partial s} = W, \text{ para } n = N(s, t) \quad \dots (5.10)$$

sendo que: $W_N = \frac{DN}{Dt} = \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{U}{J} \frac{\partial N}{\partial s}$.

$$E = E(s, n, t) = \eta + n \cdot \cos\theta + \frac{p}{\rho g} + \frac{U^2 + W^2}{2g} \quad \dots (5.11)$$

A equação (5.4) representa a conservação de massa; a equação (5.5) é a equação de quantidade de movimento projetada em $\hat{e}_s$; a equação (5.6) é a equação de quantidade de movimento projetada em $\hat{e}_n$; a equação (5.7) corresponde à condição de irrotacionalidade do escoamento; as equações (5.8) e (5.10) são condições de contorno na superfície livre, relacionadas com a pressão e com a componente normal da velocidade, respectivamente; e a equação (5.9) é a condição de contorno relativa à componente normal da velocidade no fundo.

4.3.1. Distribuição de Velocidades

Segundo SOUZA (1985), quando se pode considerar $\partial W / \partial s \cong 0$, $\partial W / \partial t = 0$ e $|W| \ll |U|$, a equação (5.7) fica reduzida a:

$$\frac{\partial}{\partial n}(JU) = 0 \quad \dots (6.1)$$

Integrando a equação anterior (6.1), tem-se:

$$JU = C(s, t) \quad \dots (6.2)$$

A constante C da equação (6.2) pode depender de “s” e “t”, e deverá ser determinada a partir da condição de contorno: $n = 0$, $U = U_0$. Esta condição, quando substituída em (6.2), mostra $C(s, t) = U_0(s, t)$, o que resulta na seguinte distribuição de velocidades:

$$U(s, n, t) = \frac{U_0(s, t)}{1 - k(s) \cdot n} \quad \dots (6.3)$$

Na figura 17 são apresentados os perfis de velocidade para fundos côncavo ($k > 0$) e convexo ($k < 0$). Com base na equação (6.3).

A distribuição $W(s, n, t)$ tem a seguinte expressão:

$$W(s, n, t) = \left[\frac{\ell n(1 - kn)}{k \cdot (1 - kn)} \right] \frac{\partial U_0}{\partial s} - \frac{1}{k^2} \frac{\partial k}{\partial s} \left[\frac{\ell n(1 - kn)}{(1 - kn)} + \frac{kn}{(1 - kn)^2} \right] \cdot U_0 \quad \dots (6.4)$$

Figura 17 – Distribuição de $U(s, n, t)$ para: (a) fundo convexo, $k < 0$; (b) fundo côncavo, $k > 0$.
Fonte: SOUZA, "Histerese em Escoamento sobre Salto de Esqui" (1985)

4.3.2. Lei de vazão

A partir de uma seção normal ao plano do fundo do canal, a vazão específica pode ser expressa da seguinte forma:

$$q = \int_0^N U(s, n, t) \, dn$$

Aplicando-se a distribuição de velocidades a partir da equação (6.3), a vazão pode ser calculada com a seguinte expressão:

$$q = U_0(s, t) \int_0^{N(s, t)} \frac{dn}{1 - k(s)n}$$

que, efetuada a integração, obtém-se:

$$q(s, t) = -\frac{U_0(s, t)}{k(s)} \ell n[1 - k(s) \cdot N(s, t)] \quad \dots (7.1)$$

4.3.3. Distribuição de pressão

No estudo para a determinação da distribuição de pressão, duas hipóteses adicionais serão colocadas:

(a) W varia muito pouco em relação ao tempo, isto é, $\partial W/\partial t \cong 0$.

(b) O valor de W é muito pequeno quando comparado ao de U, isto é $|W| \ll |U|$.

Como W varia muito pouco em relação ao tempo ($\partial W/\partial t \cong 0$), através da equação (5.6), conclui-se que a carga “E” é constante e não depende de “n” para uma posição “s” e um instante “t” fixados. Então, com o auxílio da equação 5.11, tem-se:

$$\eta + n \cos \theta + \frac{p}{\rho g} + \frac{U^2 + W^2}{2g} = C$$

Seguindo-se a colocação da hipótese (b) a equação anterior fica com o seguinte formato:

$$\eta + n \cos \theta + \frac{p}{\rho g} + \frac{U^2}{2g} = C \quad \dots (8.1)$$

Utilizando-se a equação (6.3) da distribuição de velocidade, altera-se a equação (8.1) para

$$\eta + n \cos \theta + \frac{p}{\rho g} + \frac{U_0^2}{2g(1 - kn)^2} = C \quad \dots (8.2)$$

Na hipótese da superfície livre, ou seja, $n=N$ ou $p=p_{atm}=0$, a equação anterior (8.2) pode ser escrita como:

$$C = \eta + N \cos \theta + \frac{U_0^2}{2g(1 - kN)^2}$$

Com a substituição do resultado anterior na equação (8.2), obtém-se a distribuição de pressão como:

$$\frac{p(s, n, t)}{\rho g} = (N - n) \cos \theta + \left[\frac{1}{(1 - kN)^2} - \frac{1}{(1 - kn)^2} \right] \frac{U_0^2}{2g} \quad \dots (8.3)$$

A distribuição de pressão é composta por uma parcela hidrostática, $(N-n)\cos\theta$, e uma parcela do tipo centrípeta, que completa o segundo membro da equação (8.3). Nota-se que esta contribuição é nula quando $k=0$.

Seguindo uma linha de raciocínio semelhante, quando $k<0$, a distribuição de pressão resulta, para um “n” arbitrário, valores menores que os fornecidos pela distribuição hidrostática. Sendo que, quando $k>0$, os valores são maiores.

Figura 18 – Distribuição de pressão, $p(s, n, t)$, para: (a) fundo convexo, $k < 0$; (b) fundo côncavo, $k > 0$.

Fonte: SOUZA, “Histerese em Escoamento sobre Salto de Esqui” (1985).

4.3.4. Condição crítica de escoamento

Neste item, SOUZA (1985) parte da definição clássica de Froude¹ para uma análise do escoamento sobre leito curvo em perfil, sendo que a velocidade $U_0(s, t)$, junto ao fundo, é mais importante, como é descrito anteriormente, na lei de distribuição de velocidades, equação (6.4).

No dimensionamento da condição crítica de escoamento é necessário obter-se primeiramente um conjunto de duas equações diferenciais parciais, que permitirá a determinação das funções $U_0(s, t)$ e $N(s, t)$, ou seja, velocidade junto ao fundo e profundidade, respectivamente.

¹ Nesta definição temos: aceleração gravitacional, velocidade média do escoamento e profundidade.

Utilizando-se a equação de quantidade de movimento (5.5), impondo-se $n=0$ e, portanto, $J=1$, a equação será:

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial U_0}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial s} = 0 \quad \dots (9.1)$$

A carga “E” é constante em qualquer posição do fundo até a superfície livre. Esta afirmação é justificada impondo-se a hipótese (a) do item 4.2.3., isto é $[\partial W / \partial t \cong 0]$, na equação de quantidade de movimento (5.6):

$$E = \eta + N \cos \theta + \frac{U_0^2}{2g(1 - kN)^2} \quad \dots (9.2)$$

Outra observação importante é que, como na hipótese (b) do item anterior, o valor da componente W é muito pequeno se comparado ao de U, $|W| \ll |U|$, por isso a componente normal de velocidade será desprezada para efeito de aplicação. Portanto, com a substituição de “E” dado pela equação (9.2) na equação (9.1), realizando-se a derivada em relação a “s”, e um rearranjo, Souza determinou a primeira equação diferencial:

$$\frac{\partial U_0}{\partial t} + \frac{U_0}{J(N)^2} \frac{\partial U_0}{\partial s} + \left[g \cos \theta + \frac{k U_0^2}{J(N)^3} \right] \frac{\partial N}{\partial s} = \left[k g \sin \theta - \frac{k' U_0^2}{J(N)^3} \right] N \quad \dots (9.3)$$

Para se determinar a segunda equação diferencial, foi substituída a componente W(s, N, t) do segundo membro da equação (5.10) pelo seu resultado fornecido pela equação (3.4) para $n=N$. Souza realiza um rearranjo posterior e obtém:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{U_0}{J(N)^2} \frac{\partial N}{\partial s} - \frac{\ell \ln J(N)}{k J(N)} \frac{\partial U_0}{\partial s} = - \frac{k'}{k^2} \left[\frac{\ell \ln J(N)}{J(N)} + \frac{kN}{J(N)^2} \right] U_0 \quad \dots (9.4)$$

O sistema constituído pelas equações (9.3) e (9.4) pode ser escrito matricialmente como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{Bmatrix} U_0 \\ N \end{Bmatrix} + [B] \frac{\partial}{\partial s} \begin{Bmatrix} U_0 \\ N \end{Bmatrix} = \{G\} \quad \dots (9.5)$$

Onde

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{U_0}{J(N)^2} & g \cos \theta + \frac{k U_0^2}{J(N)^3} \\ -\frac{\ell n J(N)}{k J(N)} & \frac{U_0}{J(N)^2} \end{bmatrix} \quad \dots (9.6)$$

$$\{G\} = \begin{Bmatrix} \left[k g \sin \theta - \frac{k' U_0^2}{J(N)^3} \right] N \\ -\frac{k'}{k^2} \left[\frac{\ell n J(N)}{J(N)} + \frac{k N}{J(N)^2} \right] \end{Bmatrix} \quad \dots (9.7)$$

Os valores próprios da matriz [B] podem ser obtidos a partir de:

$$\det ([B] - \lambda [I]) = 0 \quad \dots (9.8)$$

onde [I] é a matriz identidade.

A equação (9.8) corresponde à equação:

$$\det \left(\begin{bmatrix} \frac{U_0}{J(N)^2} - \lambda & g \cos \theta + \frac{k U_0^2}{J(N)^3} \\ -\frac{\ell n J(N)}{k J(N)} & \frac{U_0}{J(N)^2} - \lambda \end{bmatrix} \right) = 0$$

cuja solução para λ é:

$$\lambda = \frac{ds}{dt} = \frac{U_0}{J(N)^2} \pm \sqrt{-\frac{\ell n J(N)}{kJ(N)} \left[g \cos \theta + \frac{k U_0^2}{J(N)^3} \right]} \quad \dots (9.9)$$

Os valores próprios (autovalores) podem ser interpretados como as inclinações dos caminhos característicos, ou seja, os caminhos no plano (s,t) sobre os quais as

equações a derivadas parciais são transformadas em equações a totais, no plano (s,t).

A condição crítica de escoamento fica definida por $ds / dt = 0$. A partir da equação (9.9) esta definição fornece:

$$\frac{U_0^2}{J(N)^4} = -\frac{\ln J(N)}{kJ(N)} \left[g \cos \theta + \frac{kU_0^2}{J(N)^3} \right]$$

Que, rearranjada, fica:

$$\frac{U_0^2}{gN \cos \theta} = -\frac{J(N)^3 \ln J(N)}{kN[1 + \ln J(N)]} \quad \dots (9.10)$$

DRESSLER (apud SOUZA) definiu o primeiro membro da equação (9.10) como um Número de Froude Local, isto é:

$$F^2 = \frac{U_0^2}{g N \cos \theta} \quad \dots (9.11)$$

A expressão definida por Dressler possui duas características importantes:

1. a velocidade interveniente não é a velocidade média da seção mas sim a velocidade junto ao fundo, que é diferente de zero pelo fato do escoamento ser irrotacional;
2. a presença do $\cos \theta$ no denominador da razão.

As duas características citadas permitem a seguinte interpretação: o Número de Froude é a razão entre a força de inércia junto ao fundo e a projeção da força gravitacional normal ao fundo.

Para fundo plano e de pequena inclinação, o Número de Froude dado pela equação (9.11) coincide com a definição tradicional: $U^2/(gN)$.

A condição crítica de escoamento fica então definida por:

$$F_c^2 = -\frac{J(N)^3 \ln J(N)}{k N [1 + \ln J(N)]} \quad \dots (9.12)$$

O limite do segundo membro da equação (9.12), quando “k” tende a zero (fundo plano), é igual a 1. O cálculo deste limite não é trivial: é necessário o uso da regra de L’Hopital.

$$F_{C,k=0} = 1$$

A seguir, na figura 19, está representada a condição crítica de escoamento em função de kN pela curva que passa pelos pontos E, F e G.

SOUZA (1985) descreve que o trecho EF é para canal de fundo convexo ($k < 0$) e os valores do número de Froude são maiores que 1. O trecho FG corresponde à condição crítica num canal de fundo côncavo, com valor de $F_C < 1$ para $0 < kN \leq 0,5$. Para $kN = 0,5$, F_C é mínimo e, para $kN > 0,5$, F_C cresce rapidamente e tende a $+\infty$ para kN tendendo a 0,63.

Figura 19 – Curvas de definição de descolamento de escoamento, de hiperbolicidade, e de condição crítica de escoamento. DRESSLER

Fonte: SOUZA, “Histerese em Escoamento sobre Salto de Esqui” (1985)

4.3.5. Determinação da Linha d'Água

Para determinação da linha d'água sobre a soleira de perfil elíptico-circular será utilizada a seguinte hipótese básica: A carga hidráulica sobre a linha de corrente que coincide com a superfície livre é constante. Em outras palavras, não há perda de carga no escoamento sobre a soleira.

Na condição anterior, a carga é dada por SOUZA (1985):

$$E = \eta + N \cdot \cos\theta + \frac{U_0^2}{2g \left(1 - \frac{N}{R}\right)^2} \quad \dots (10.1)$$

Nesta equação (10.1) foi desconsiderado o valor da componente normal da velocidade na superfície livre, $W(s, N_t)$, pelo fato de só existir a parcela convectiva,

$\frac{U}{J} \cdot \frac{\partial N}{\partial s}$, e esta ser pequena.

como:

$$q = -U_0 \cdot R \cdot \ln\left[1 - \frac{N}{R}\right] \Rightarrow U_0 = -\frac{q}{R \ln\left[1 - \frac{N}{R}\right]} \Rightarrow U_0^2 = \frac{q^2}{R^2 \left[\ln\left(1 - \frac{N}{R}\right)\right]^2} \quad \dots (10.2)$$

Substituindo-se (10.2) em (10.1) tem-se:

$$E = \eta + N \cdot \cos\theta + \frac{q^2}{2g \left(1 - \frac{N}{R}\right)^2 \cdot R^2 \cdot \left[\ln\left(1 - \frac{N}{R}\right)\right]^2} \quad \dots (10.3)$$

5. DESCRIÇÃO DO APARATO EXPERIMENTAL

Os ensaios para a verificação experimental da soleira de perfil elíptico-circular foram desenvolvidos no Laboratório de Hidráulica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. A montagem experimental, em circuito fechado, é constituída por um canal de 11m de comprimento útil, seção transversal retangular com dimensões 0,50 m x 0,45 m, reservatório com capacidade para 4,2 m³, sistema de recalque com capacidade para 240 m³/h.

A medição de vazão será feita através de um sensor tipo eletromagnético, com resolução de leitura de 1 m³/h, correspondente a um erro máximo relativo de 6,6% para a menor vazão de ensaio (15 m³/h) a 0,5% para a maior vazão utilizada (200 m³/h). O canal é dotado de um dispositivo que permite variar sua inclinação de fundo desde 0 ate 2,1 % , facilidade esta que não será utilizada, sendo o erro estimado na determinação da declividade de 0,00045%.

As paredes laterais do canal são de vidro laminado, em painéis de 1,90 m, com juntas verticais vedadas com borracha moldável à base de *silicone*. O fundo é constituído de chapa de alumínio polido, sendo a junta de contato *vidro-alumínio* também preenchida com borracha de silicone.

A medição precisa da linha d'água, para os fins desta pesquisa, será efetuada através de nove pontas linimétricas dispostas perpendicularmente sobre o perfil da soleira, apoiadas em suportes montados sobre as paredes do canal. Cada ponta apresenta resolução de leitura de 0,05mm.

A regulagem de vazão será feita através de duas válvulas, sendo uma do tipo *borboleta*, para a regulagem grosseira, e outra do tipo *gaveta* para a regulagem fina. Para garantir boas condições de escoamento na entrada do canal foram posicionados elementos tranqüilizadores construídos de grade de madeira em duas profundidades.

A leitura da pressão, em cada dos oito piezômetros instalados ao longo da soleira, será efetuada em um quadro ao lado da bancada.

Na seqüência tem-se ilustrações dos detalhes descritos:

Figura 20 - Vista geral do canal experimental situado no hall de ensaios do Laboratório de Hidráulica da EPUSP – CTH

Figura 21 - Bomba centrífuga para 240 m³/s e válvula borboleta para controle de vazão

Figura 22 - Detalhe do medidor de vazão e registro de controle.

Figura 23 - Vista da sala de recepção dos sinais de medição de ensaio

6. DEFINIÇÃO E CONSTRUÇÃO DO MODELO FÍSICO

Os ensaios do modelo físico da soleira de perfil elíptico-circular foram desenvolvidos em uma bancada no Laboratório de Hidráulica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

A bancada possui uma seção transversal retangular de 0,50 x 0,45 m, com uma vazão de 240m³/h, que pode ser convertida em aproximadamente 0,067 m³/s. Como este canal possui um seção retangular, podemos utilizar a formulação clássica da vazão específica:

A princípio, para possibilitar a instalação das tomadas de pressão sobre a soleira, será necessário utilizar uma tolerância de 0,05 m, portanto a altura útil terá 0,45m.

Como o valor de “b” da soleira corresponde a 0,75H, pode-se desenvolver a seguinte expressão para atender o limite útil do canal, ou seja:

$$b + H = 0,45 \Rightarrow 0,75.H + H = 0,45 \Rightarrow 1,75.H = 0,45 \Rightarrow H = \frac{0,45}{1,75} \cong 0,2571$$

$$\text{por tanto : } b = 0,75H \Rightarrow b \cong 0,1929$$

Para o desenvolvimento do projeto foi adotado $b = 0,18$ m, que corresponde a um valor $H = 0,24$ m. Então tem-se os seguintes valores para execução do projeto da soleira:

H=	0,24	m
b=	0,75H	0,18 m
a=	3H	0,72 m
y _c =	2/3H	0,16 m
R=	12H	2,88 m
C=	4.175H	1,002 m

Figura 24 - Desenho ilustrativo com as dimensões da soleira a ser ensaiada

O perfil adotado foi moldado “in loco” e, para a coleta das pressões sobre a soleira, foram instaladas oito tomadas de pressão ao longo do perfil. A seguir, tem-se um desenho esquemático, localizando as posições das tomadas.

Foram instaladas, no eixo da soleira, tomadas de pressão fixadas a um perfil metálico (de alumínio) sendo as mesmas tubos de cobre flexível de 2 milímetros na soleira e, em seguida foram conectados a mangueiras plásticas transparentes que seguem para um quadro, onde foram realizadas as leituras dos valores de pressão (piezômetros).

Figura 25 - Distribuição das tomadas de pressão ao longo do perfil da soleira

Além das oito tomadas de pressão no eixo da soleira, foram realizadas leituras dos níveis d'água. Esta leitura foi realizada por pontas liminométricas com precisão de $\pm 0,10$ mm, sendo que as mesmas foram fixas sobre a soleira e realizaram leituras perpendiculares às tomadas instaladas na soleira.

Figura 26 - Distribuição das pontas limnimétricas ao longo do perfil da soleira

A seguir são apresentadas algumas figuras ilustrando a execução da montagem da bancada de ensaios.

Figura 27 – Montagem do perfil metálico de alumínio com tubulações de cobre fixadas

Figura 28 – Detalhe do final do canal com ripas de madeira com 5 cm, onde será instalada a soleira

Figura 29 – Perfil metálico de alumínio com tomadas de pressão que será instalada no eixo da soleira

Figura 30 – Perfil metálico de alumínio sendo instalado no centro do canal

Figura 31 – Detalhe do perfil metálico central e de dois perfis de madeira na lateral

Figura 32 – Detalhe do preenchimento e acabamento dos vãos com argamassa.

Figura 33 – Vista de montante da execução do acabamento do perfil da soleira.

Figura 34 – Detalhe da conexão dos tubos de cobre com as mangueiras plásticas no final do canal.

Figura 35 – Quadro de piezômetros com as mangueiras de plástico

Figura 36 – Detalhe de quadro de piezômetros

Figura 37 – Pontas Limnimétricas instaladas sobre a soleira

Figura 38 – Detalhe da ponta limnimétrica sobre a soleira

7. MODELAGEM MATEMÁTICA

7.1. CÁLCULO DA LINHA D'ÁGUA UTILIZANDO PLANILHA ELETRÔNICA

A proposta deste item é a utilização dos conceitos hidráulicos, já desenvolvidos anteriormente, para a definição de um algoritmo que permita a obtenção, por simulação numérica em planilha eletrônica, de linha d'água para ser comparada à correspondente linha observada no modelo físico.

O primeiro passo para auxiliar no desenvolvimento do algoritmo é a identificação dos pontos da superfície da soleira. Para isto, são utilizados conceitos de trigonometria relacionados como a forma elíptica e a circular.

7.1.1. Trecho do arco da Elipse

Neste trecho, utilizam-se conceitos de trigonometria para a determinação dos pontos que compõem o trecho elíptico da soleira. A seqüência é demonstrada a seguir:

Figura 39 - Representação do Raio de Curvatura no Ponto $M(x_i, y_i)$

- Raio de Curvatura no Ponto $M(x_i, y_i)$ na Soleira no Trecho Elíptico.

$$R_i = a^2 b^2 \left(\frac{x_i^2}{a^4} + \frac{y_i^2}{b^4} \right)^{3/2}$$

- Reta Tangente pelo Ponto M (x_i, y_i)

$$\left(\frac{x_i}{a^2}\right)x + \left(\frac{y_i}{b^2}\right)y = 1$$

ou

$$y = \left(\frac{b^2}{y_i}\right) - \left(\frac{x_i b^2}{y_i a^2}\right)x$$

ou

$$y = -\left(\frac{x_i b^2}{y_i a^2}\right)x + \left(\frac{b^2}{y_i}\right)$$

- Reta Normal pelo ponto M (x_i, y_i)

$$y = \left(\frac{y_i a^2}{x_i b^2}\right)x + C,$$

para $x = x_i, y = y_i$ tem-se:

$$y_i = \left(\frac{y_i a^2}{x_i b^2}\right)x_i + C$$

$$C = y_i - \left(\frac{y_i a^2}{b^2}\right) = y_i \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)$$

$$C = -y_i \left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right)$$

$$\therefore y = \left(\frac{y_i a^2}{x_i b^2}\right)x - y_i \left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right)$$

como $x_i = x_1 + (i - 1) \cdot \Delta x$ é a equação para a variação de posição x sobre o arco do trecho elíptico, a variação em y fica como a seguir:

$$y_i^2 = \left(1 - \frac{x_i^2}{a^2}\right) \cdot b^2$$

$$y_i = b \sqrt{1 - \frac{x_i^2}{a^2}}$$

$$x_i = x_1 + (i - 1) \cdot \Delta x \quad \text{e} \quad y_i = b \sqrt{1 - \frac{x_i^2}{a^2}}$$

7.1.2. Trecho Circular da Soleira

Para a representação do trecho circular de soleira é necessário calcular o raio “R” da circunferência no ponto C, de junção com o arco de elipse que corresponderá à crista da soleira. O raio é dado pela fórmula:

$$R = \frac{a^2}{b}$$

Figura 40 - Representação do Raio de Curvatura do Trecho Circular (x_i , y_i)

Para a determinação dos pontos sobre o trecho circular, é necessário determinar-se o valor do $\cos \theta_j$. Para isso usa-se a relação:

$$\cos \theta_j = \frac{R - b}{R} = 1 - \frac{b}{R} = 1 - \frac{b}{\left(\frac{a^2}{b}\right)} = 1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

$$\therefore \theta_j = \arccos \left[1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2 \right]$$

E como o trecho “c” pode ser expresso por:

$$c = R \cdot \sin \theta_j = \frac{a^2}{b} \cdot \sin \theta_j$$

A partir de da expressão $R = \frac{a^2}{b}$, a pela equação anterior tem-se:

$$\theta_j = \arcsin \left(\frac{c}{R} \right) = \arcsin \left(\frac{c \cdot b}{a^2} \right)$$

$$x_i = R \sin (\theta_i) \quad \text{e} \quad \eta_i = y_i = R \cos (\theta_i) - (R - b)$$

Finalmente, para se determinar o nível d’água, deve-se seguir a seguinte hipótese básica: A carga hidráulica sobre a linha de corrente que coincide com a superfície livre é constante. Em outras palavras, não há perda de carga no escoamento sobre a soleira, para tal linha de corrente. Nesta condição, a carga é dada pela expressão desenvolvida por SOUZA (1985):

$$E = \eta + N \cdot \cos \theta + \frac{U_o^2}{2g \left(1 - \frac{N}{R} \right)^2} \quad \dots (11.1)$$

mas como

$$q = - U_o R \cdot \ln \left[1 - \frac{N}{R} \right] \Rightarrow U_o = - \frac{q}{R \cdot \ln \left[1 - \frac{N}{R} \right]} \Rightarrow U_o^2 = \frac{q^2}{R^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N}{R} \right) \right]^2}$$

Incluindo-se esta última expressão na equação (11.1), tem-se:

$$E = \eta + N \cdot \cos \theta + \frac{q^2}{2g \left(1 - \frac{N}{R}\right)^2 R^2 \left[\ln \left(1 - \frac{N}{R}\right) \right]^2} \quad \dots (11.2)$$

A profundidade, na posição da crista da soleira, será sempre a profundidade crítica N_c . Para efeito de início de cálculo iterativo, pode-se partir da profundidade crítica para fundo plano y_c , ou seja:

$$N_{\text{crista}} = N_{\text{crítico}} \cong y_c$$

Neste ponto, tem-se também a cota de fundo na crista igual ao valor de b ($\eta = b$) e tangente horizontal ao perfil ($\theta_{\text{crista}} = 1$).

Adotando-se a condição crítica com efeito da curvatura, tem-se:

$$\frac{U_0^2}{g \cdot N \cdot \cos \theta} = - \frac{J(N_c)^3 \cdot \ln J(N_c)}{\left(\frac{N_c}{R_c}\right) \cdot [1 + \ln J(N_c)]}$$

onde:

$$N_c = N_{\text{crítico}}$$

$$J = 1 - \frac{N_c}{R_c}$$

$$\cos \theta = 1$$

$$U_0^2 = \frac{q^2}{R_c^2 [\ln J(N_c)]^2}$$

$$R_c = R_{\text{crítico}}$$

onde R_c é o raio local do perfil da soleira na crista.

$$\frac{q^2}{R_c^2 [\ln J(N_c)]^2 g \cdot N_c} = - \frac{J(N_c)^3 \cdot \ln J(N_c)}{\left(\frac{N_c}{R_c}\right) \cdot [1 + \ln J(N_c)]}$$

Com as informações anteriores, da condição crítica do escoamento, pode-se determinar a carga total E, através da expressão:

$$E = \eta + N \cdot \cos\theta + \frac{q^2}{2gR^2} \cdot \left[\frac{1}{J(N) \cdot \ln J(N)} \right]^2 \quad \dots (11.3)$$

com:

$$\eta = b$$

$$N = N_c$$

$$J(N) = \left(1 - \frac{N_c}{R_c} \right)$$

$$R = R_c$$

$$\cos\theta = 1$$

Conhecida a vazão específica “q”, e determinado o valor da carga total “E”, pode-se então calcular o valor da profundidade normal “N_i” para uma seção genérica “i” onde se conheça “R_i”, “η_i” e “cos θ_i”, usando-se a equação (11.3).

A incógnita da equação (11.3) é a profundidade de escoamento, normal ao fundo do canal “N”. Portanto, a partir da hipótese básica proposta no início deste capítulo, “que não há perda de carga no escoamento sobre a soleira”, pode-se considerar a carga crítica “E_c”, que foi proposta na crista da soleira, igual a carga “E_i” em qualquer ponto sobre a soleira. Tem-se a possibilidade de utilizar linguagem de programação para obtenção do valor de “N_i” em qualquer ponto sobre a soleira, segundo as colocações anteriores.

Figura 41 – Representação do perfil da soleira e a profundidade de escoamento normal ao fundo do canal “N_i” e a profundidade de escoamento crítico “N_c” normal ao fundo do canal

Após a determinação, o valor de “ N_i ” será somando vetorialmente com o valor da cota de fundo correspondente “ η_i ” para a obtenção do perfil da linha d’água. A seguir tem-se o algoritmo utilizado e a seqüência impressa da planilha eletrônica para a simulação de uma seção retangular com carga “H” de 1 m e largura “B” de 2 m.

7.1.3. Algoritmo da Soleira Elíptica-Circular

1. Dados {H, g, L, q}
2. Calcular: $a = 3H$; $b = 0,75H$; $c = 4,175H$; $y_c = 2/3H$; $R = 12H$; $N_c = y_c$;
 $\alpha_{10} = \arcsen \left((c/b) / a^2 \right)$; $\Delta\alpha = \alpha_{10} / 10$
3. Para $i = 0, 1, 2, \dots, 10$ (Trecho Elíptico)
 - 3.1 $\eta_i := ib / 10$
 - 3.2 $x_i := -\text{SQR} (a^2 - \eta_i^2 * a^2 / b^2)$
 - 3.3 $L_i = x_i$; $M_i = \eta_i$
4. Para $i = 11, 12, \dots, 20$ (Trecho Circular)
 - 4.1 $\alpha_{10} = \arcsen (c / R)$
 - 4.2 $\Delta\alpha = \alpha_{10} / 10$
 - 4.3 $\eta_i := R * \cos ((i - 10)\Delta\alpha) - (R - b)$
 - 4.4 $x_i := R * \sin ((i - 10)\Delta\alpha)$
 - 4.5 $L_i = x_i$; $M_i = \eta_i$
5. $E_c \equiv 3y_c / 2$ (Linha d’água e pressões no trecho Elíptico)
 - 5.1 Para $i = 1, 2, \dots, 10$
 - 5.1.1 $\tan\phi_i := L_i^2 * b^4 / (M_i^2 * a^4)$
 - 5.1.2 $\cos\phi_i := 1 / \text{SQR} (1 + \tan\phi_i)$
 - 5.1.3 $\sin\phi_i := \text{SQR} (\tan^2\phi_i * \cos\phi_i)$
 - 5.1.4 $R_i := a^2 * b^2 (x_i / a^4 + \eta_i / b^4)^{(3/2)}$
 - 5.1.5 $N_i = 0,099$

$$5.1.6 \ E_{\text{fórmula}} = M_i + N_i \cdot \cos\theta_i + \frac{q^2}{2g \cdot \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2 \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln\left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)\right]^2}$$

5.1.7 *Solver*: variar N_i em $E_{\text{fórmula}}$ até que $E_{\text{Fórmula}} - E_c = 0$

$$5.1.8 N_i := N_i$$

$$5.1.9 P_{x_i} := L_i - N_i * \sin \phi_i$$

$$5.1.10 L_{y_i} := N_i * \cos \phi_i$$

$$5.1.11 \frac{P_i}{\rho g} = N_i \cos \theta_i + \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2} - 1 \right] \frac{q^2}{2g \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right) \right]^2}$$

$$5.1.12 P_{x_i} := x_i$$

$$5.1.13 P_{y_i} := \frac{P_i}{\rho g}$$

6. $E_c \cong 3y_c / 2$ (Linha d'água e pressões no trecho Circular)

6.1 Para $i = 11, 12, \dots, 20$

$$6.1.1 \eta_i := R * \cos (\Delta \alpha * i) - (R - b)$$

$$6.1.2 x_i := R * \sin (\Delta \alpha * i)$$

$$6.1.3 N_i = 0,099$$

$$6.1.6 E_{\text{fórmula}} = M_i + N_i \cdot \cos \theta_i + \frac{q^2}{2g \cdot \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2 \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right) \right]^2}$$

6.1.7 *Solver*: variar N_i em $E_{\text{fórmula}}$ até que $E_{\text{Fórmula}} - E_c = 0$

$$6.1.8 N_i := N_i$$

$$6.1.9 L_{x_i} := L_i - N_i * \sin \phi_i$$

$$6.1.10 L_{y_i} := N_i * \cos \phi_i$$

$$6.1.11 \frac{P_i}{\rho g} = N_i \cos \theta_i + \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2} - 1 \right] \frac{q^2}{2g \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right) \right]^2}$$

$$6.1.12 P_{x_i} := x_i$$

$$6.1.13 P_{y_i} := \frac{P_i}{\rho g}$$

Ponto de partida - determinação da E na crista da soleira

Vazão=		m ³ /s
H=	1	m
a=	3	m
b=	0,75	m
Yc=2/3 H	0,666666667	m
B=	2	m
g=	9,8066	m/s ²
q=	1,704599442	m ³ /s.m
N _{crista} = N _c = y _c	0,666666667	m
η _{crista} = b	0,75	m
cos φ _{crista} =	1	
R _{crista} = 12H	12	m
E _{crista} =	1,770	m

$$q = \sqrt{g \cdot Y_c^3}$$

Dados:

E=	1,770	m
q=	1,704599442	m ³ /s.m
g=	9,8066	m/s ²
a=	3	m
b=	0,75	m
largura		
trecho elipse	-3,00	m
trecho circular	4,18	m

Figura 42 – Tela inicial da Planilha Eletrônica de Cálculo para Determinação da Linha D'Água

H=	1	m
b= 0,75H	0,75	m
a= 3H	3	m
y _c = 2/3H	0,666667	m
R= 12H	12	m
R= 18y _c	12	m
C= 4.175H	4,175	m

Gráfico

	X(i)	Y(i)	Lx	Ly	
			-5	1,6332	
1	-3,00	0,00	-2,24	1,6332	
2	-2,98	0,08	-1,99	1,6154	
3	-2,94	0,15	-1,75	1,5968	
4	-2,86	0,23	-1,52	1,5779	
5	-2,75	0,30	-1,30	1,5598	
6	-2,60	0,38	-1,07	1,5389	
7	-2,40	0,45	-0,85	1,5175	
8	-2,14	0,53	-0,64	1,4966	
9	-1,80	0,60	-0,42	1,4773	
10	-1,31	0,68	-0,21	1,4562	
11	0,00	0,75	0,00	1,4483	Crista de Soleira
12	0,43	0,74	0,447519	1,3385	
13	0,85	0,72	0,891291	1,2700	
14	1,28	0,68	1,331129	1,1893	
15	1,70	0,63	1,766856	1,0966	
16	2,12	0,56	2,19846	0,9931	
17	2,54	0,48	2,62562	0,8776	
18	2,95	0,38	3,048258	0,7508	
19	3,37	0,27	3,465956	0,6119	
20	3,77	0,14	3,878402	0,4608	
21	4,18	0,00	4,285216	0,2973	

Figura 43 – Tela da Planilha Eletrônica de Cálculo com os valores do Perfil da Soleira

Figura 44 – Gráfico do Perfil da Soleira Espessa Resultante do Ensaio Teórico da Planilha Eletrônica.

Trecho elíptico											Linha d'água	
	$x(i)$	$y(i)$	$R(i)$	$\sin\phi(i)$	$\tan^2\phi(i)$	$\cos\phi(i)$	$\eta(i)$	$N(i)$	Fórmula	meta	X	Y
1	-2	0,56	-5,346338	0,2182179	0,05000	0,975900	0,56	1,100663	1,734862	0,000	-2,24018	1,533154
2	-1,8	0,60	-6,470831	0,1842885	0,03516	0,982872	0,60	1,033077	1,735304	0,000	-1,99038	1,515382
3	-1,6	0,63	-7,53587	0,1556998	0,02484	0,987804	0,63	0,974248	1,735181	0,000	-1,75169	1,596796
4	-1,4	0,66	-8,519506	0,1307783	0,01740	0,991412	0,66	0,922507	1,735123	0,000	-1,52064	1,57791
5	-1,2	0,69	-9,403935	0,1084652	0,01190	0,994100	0,69	0,877576	1,735848	-0,001	-1,29519	1,559785
6	-1	0,71	-10,17471	0,0880451	0,00781	0,996116	0,71	0,835037	1,735352	0,000	-1,07352	1,538901
7	-0,8	0,72	-10,82023	0,0690066	0,00478	0,997616	0,72	0,796533	1,735057	0,000	-0,85497	1,517475
8	-0,6	0,73	-11,33137	0,0509647	0,00260	0,998700	0,73	0,762773	1,735282	0,000	-0,63887	1,496629
9	-0,4	0,74	-11,70125	0,0336146	0,00113	0,999435	0,74	0,734437	1,735839	-0,001	-0,42469	1,477325
10	-0,2	0,75	-11,92508	0,0167015	0,00028	0,999861	0,75	0,707949	1,735286	0,000	-0,21182	1,456182
11	-2,77556E-16	0,75	-12	0,0000000	0,00000	1,000000	0,75	0,698275	1,735482	0,000	-2,9E-16	1,448275
Crista	0	0,75	12			1	0,75	0,672841			0,75	0,672841
Trecho circular											Linha d'água	
	$\alpha(i)$	$x(i)$	$y(i)$	$R(i)$	$\sin\phi(i)$	$\cos\phi(i)$	$\eta(i)$	$N(i)$	Fórmula	meta	X	Y
1	0,0355	0,43	0,74	-12,00	0,035527	0,99937	0,74	0,596465	1,735288	0,000	0,447519	1,338513
2	0,0711	0,85	0,72	-12,00	0,071010	0,99748	0,72	0,551669	1,735454	0,000	0,891291	1,269984
3	0,1066	1,28	0,68	-12,00	0,106403	0,99432	0,68	0,510305	1,73506	0,000	1,331129	1,189285
4	0,1421	1,70	0,63	-12,00	0,141661	0,98992	0,63	0,472419	1,73538	0,000	1,766856	1,096638
5	0,1777	2,12	0,56	-12,00	0,176741	0,98426	0,56	0,438903	1,735084	0,000	2,19846	0,993083
6	0,2132	2,54	0,48	-12,00	0,211597	0,97736	0,48	0,408581	1,735915	-0,001	2,62562	0,877613
7	0,2487	2,95	0,38	-12,00	0,246186	0,96922	0,38	0,381907	1,735312	0,000	3,048258	0,750822
8	0,2843	3,37	0,27	-12,00	0,280465	0,95986	0,27	0,357895	1,735093	0,000	3,465956	0,611902
9	0,3198	3,77	0,14	-12,00	0,314389	0,94929	0,14	0,336306	1,735024	0,000	3,878402	0,460783
10	0,3553	4,18	0,00	-12,00	0,347917	0,93753	0,00	0,316788	1,735658	-0,001	4,285216	0,297303

Figura 45 - Resultado da Linha d'Água Ensaio Teórico da Planilha Eletrônica

Figura 46 – Gráfico da Linha d'Água

7.2. VALIDAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

No item 7.1 foi realizada uma simulação teórica para um canal de 2 metros de largura e uma carga de 1 m, sendo que foi obtido um resultado aceitável em termos de comportamento hidráulico sobre a soleira. Então, a partir das dimensões do modelo real construído na bancada, foi simulada a linha d'água e confrontada com as leituras das pontas limnimétricas e dos piezômetros.

O procedimento do ensaio começa com a leitura do valor da vazão no canal, no painel da bancada. Após estabilizar o escoamento são realizadas as leituras das pontas limnimétricas, e posteriormente, as leituras no quadro de piezômetros.

No gráfico apresentando os resultados da linha d'água serão colocados os valores coletados nos piezômetros mas, para esta representação, será necessária a transformação das leituras.

A posição x_i é a mesma da referência da soleira, mas os valores em N_i necessitam de correção devido à forma da soleira, visto que a medição é perpendicular à soleira e a ação da carga piezométrica é vertical.

A forma canônica de uma reta tem a expressão:

$$y = Ax + B$$

onde “A” corresponde à inclinação, sendo que a reta tangente pelo ponto M (x_i, y_i), é expressão por:

$$\left(\frac{x_i}{a^2}\right)x + \left(\frac{y_i}{b^2}\right)y = 1$$

então, substituindo-se uma posição genérica do trecho elíptico, a equação da reta tangente fica transformada em:

$$\left(\frac{y_i}{b^2}\right)y = -\left(\frac{x_i}{a^2}\right)x + 1$$

ou

$$y = -\left(\frac{b^2 \cdot x_i}{y_i \cdot a^2}\right)x + \frac{b^2}{y_i}$$

Desta última forma evidencia-se que a inclinação ($\tan\theta_i$) da reta tangente no ponto (x_i, y_i) da soleira é:

$$\therefore \tan \theta_i = -\left(\frac{b^2 x_i}{a^2 y_i}\right)$$

de onde obtém-se:

$$\theta_i = \arctan\left(-\frac{b^2 x_i}{a^2 y_i}\right)$$

Obs.: x_i com valores negativos e y_i com valores positivos.

Em um ponto genérico sobre a soleira, no trecho circular, tem-se:

$$\theta_i = \arcsen\left(\frac{c}{R}\right) = \arcsen\left(\frac{c \cdot b}{a^2}\right),$$

fórmula esta que foi desenvolvida anteriormente no capítulo 4.

A seguir tem-se um resumo do tratamento dos dados:

a. Linha d'água teórica

- Dados: η_i , $\cos\theta_i$, R_i , q , g
- $E = E_{\text{crítico}} = \text{constante}$
- Da equação: $E = \eta_i + N_i \cos\theta_i + \frac{q^2}{2g\left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2 R_i^2 \left[\ln\left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)\right]^2} \Rightarrow N_i$ (teóricos)
- N_i são “plotados” perpendicularmente à soleira

b. Pressões teóricas

- Dados: q , $\cos\theta_i$, R_i , g , N_i (teóricos)
- Da equação: $\frac{p_i}{\rho g} = N_i \cos\theta_i + \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2} - 1 \right] \frac{q^2}{2gR_i^2 \left[\ln\left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)\right]^2} \Rightarrow \frac{p_i}{\rho g}$
(teóricos)
- $\frac{p_i}{\rho g}$ são “plotados” perpendicularmente à soleira

c. Linha d'água experimental

- Dados: Z_{0i} (leituras com as pontas tocando a soleira)
- Medidas: Z_i (leituras com as pontas tocando o N.A.)
- $Z_i - Z_{0i} = N_i$ (experimental)
- N_i “plotados” perpendicularmente à soleira

d. Pressões experimentais

- Dados: θ_i , $h_{i,\text{ref}}$ (Obs.: $h_{i,\text{ref}} = h_{\text{ref}} + \eta_i$)
- Medidas: h_i (leituras dos piezômetros)

- $\left(\frac{p_i}{\rho g} \right)_{\text{experimental}} = (h_i - h_{i,ref})$
- $\left(\frac{p_i}{\rho g} \right)_{\text{experimental}}$ são “plotados” perpendicularmente à soleira

Tabela 1 – Dados de Linha d’água e Pressões – Ensaio Q= 220 m³/h

Teórico				Experimental			
água		pressão		água		pressão	
$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$
-0,6039	0,3444	-0,6039	0,3381	-0,6009	0,3338	-0,5959	0,3162
-0,3857	0,3339	-0,3857	0,3296	-0,3844	0,3246	-0,3827	0,3134
-0,1896	0,3227	-0,1896	0,3189	-0,1891	0,3150	-0,1882	0,3007
0,0000	0,3157	0,0000	0,3119	0,0000	0,2952	0,0000	0,2830
0,1291	0,2712	0,1291	0,2656	0,1294	0,2785	0,1288	0,2595
0,2575	0,2550	0,2575	0,2489	0,2579	0,2594	0,2568	0,2421
0,5123	0,2061	0,5123	0,1986	0,5126	0,2079	0,5098	0,1895
0,7653	0,1374	0,7653	0,1284	0,7653	0,1373	0,7610	0,1204

Dados dos Ensaio

$$E_{\text{fórmula}} = \eta_i + N_i \cdot \cos \theta_i + \frac{q^2}{2g \cdot \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2 \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)\right]^2}$$

$$\frac{p_i}{\rho g} = N_i \cos \theta_i + \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2} - 1 \right] \frac{q^2}{2g \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)\right]^2}$$

$$\left(\frac{p_i}{\rho g} \right) = h_i - h_{\text{ref}} - \eta_i$$

Ensaio nº: 21 Vazão: 220 m³/h ; h_{ref} = 0,10 m

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Z _{0i} (mm)	639,8	659,8	662,5	640,8	637,3	683,1	668,3	605,7

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Z _i (mm)	863,3	839,3	803,5	756,0	738,6	773,7	741,0	664,4
N _i =(Z _i -Z _{0i}) (mm)	223,5	170,5	141,0	115,2	101,3	90,6	72,7	58,7

i	1	2	3	4	5	6	7	8
h _i (m)	0,424	0,415	0,401	0,383	0,365	0,347	0,293	0,223

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$\left(\frac{p_i}{\rho g} \right)$ (m)	0,324	0,315	0,301	0,283	0,265	0,247	0,193	0,123

i	1	2	3	4	5	6	7	8
η (m)	0,119059	0,155885	0,174284	0,180000	0,177286	0,169129	0,136265	0,080629

Figura 47 – Formulário para anotação dos Ensaio

Figura 48 – Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental –
Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$

Figura 49 – Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$

Figura 50 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico

Figura 51 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$ - Experimental

Figura 52 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$

8. ANÁLISE DE INCERTEZAS PARA C_Q

A análise de incerteza é um procedimento usado para quantificar a validade dos dados e a sua precisão nos resultados de testes experimentais que serão utilizados na elaboração e análise de projetos de engenharia. Será discutida a incerteza nos dados coletados e o seu percentual nos resultados, conforme procedimento sugerido por FOX (1998).

Neste experimento foram feitas leituras de vazão em um sensor tipo eletromagnético com resolução de leitura de $1\text{ m}^3/\text{h}$, com erro máximo relativo de 6,6% para vazões baixas ($15\text{ m}^3/\text{h}$) a 0,5% para a maior vazão utilizada ($200\text{ m}^3/\text{h}$).

As cotas de superfície de água foram medidas com ponta limnimétrica com resolução de 0,05 mm mas, devido à oscilação no escoamento que cria dificuldade de ajuste, adota-se uma incerteza de 1 mm.

A medição da largura do canal (B), realizada com régua metálica, sendo de 0,002 m a incerteza desta medição.

O resultado a ser discutido neste trabalho será associado à incerteza do coeficiente de vazão da soleira que será a base para análise e comparações entre os tipos de soleira espessa. A fórmula a ser analisada é a seguinte:

$$Q = C_Q \cdot B \cdot H \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

onde:

Q = vazão (m^3/s);

C_Q = coeficiente de vazão;

B = largura do canal (m);

H = profundidade a montante em relação à crista (m).

Reescrevendo-se a fórmula, tem-se:

$$C_Q = \frac{Q}{B \cdot H \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}} \Rightarrow C_Q = \sqrt{2 \cdot g}^{-1} \cdot Q \cdot B^{-1} \cdot H^{-3/2}$$

Diferenciando-se a expressão anterior do coeficiente de vazão, tem-se:

$$\Delta C_Q = \frac{\partial C_Q}{\partial Q} \partial Q + \frac{\partial C_Q}{\partial B} \partial B + \frac{\partial C_Q}{\partial H} \partial H \quad \dots (12.1)$$

dividindo-se a equação (12.1) por C_Q , tem-se:

$$\frac{\Delta C_Q}{C_Q} = \frac{1}{C_Q} \frac{\partial C_Q}{\partial Q} \partial Q + \frac{1}{C_Q} \frac{\partial C_Q}{\partial B} \partial B + \frac{1}{C_Q} \frac{\partial C_Q}{\partial H} \partial H$$

A expressão anterior pode ainda ser apresentada como:

$$\frac{\Delta C_Q}{C_Q} = \frac{Q}{C_Q} \frac{\partial C_Q}{\partial Q} \frac{\partial Q}{Q} + \frac{B}{C_Q} \frac{\partial C_Q}{\partial B} \frac{\partial B}{B} + \frac{H}{C_Q} \frac{\partial C_Q}{\partial H} \frac{\partial H}{H} \quad \dots (12.2)$$

como tem-se:

$$\frac{\partial C_Q}{\partial Q} = \frac{1}{\sqrt{2gBH^{3/2}}} \quad \dots (12.3)$$

$$\frac{\partial C_Q}{\partial B} = -\frac{Q}{\sqrt{2gH^{3/2}B^2}} \quad \dots (12.4)$$

$$\frac{\partial C_Q}{\partial H} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{\sqrt{2gBH^{5/2}}} \quad \dots (12.5)$$

Com a substituição das expressões (12.3), (12.4) e (12.5) na equação (12.2) obtém-se:

$$\frac{\Delta C_Q}{C_Q} = \frac{Q}{C_Q} \frac{1}{\sqrt{2gBH^{3/2}}} \frac{\partial Q}{Q} + \frac{B}{C_Q} \frac{Q}{\sqrt{2gH^{3/2}B^2}} \frac{\partial B}{B} + \frac{3}{2} \cdot \frac{H}{C_Q} \frac{Q}{\sqrt{2gBH^{5/2}}} \frac{\partial H}{H}$$

ou ainda:

$$\frac{\Delta C_Q}{C_Q} = \frac{Q}{C_Q} \frac{1}{\sqrt{2gBH^{3/2}}} \left(\frac{\partial Q}{Q} \right) - \frac{Q}{C_Q \sqrt{2gBH^{3/2}}} \left(\frac{\partial B}{B} \right) - \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{C_Q \sqrt{2gBH^{3/2}}} \left(\frac{\partial H}{H} \right) \quad \dots (12.6)$$

A incerteza relativa $\Delta C_Q/C_Q$ pode ser então definida como sendo a raiz quadrada da soma dos quadrados de todos os termos do segundo membro, atribuindo sinal positivo ou negativo.

$$\frac{\Delta C_Q}{C_Q} = \pm \left\{ \left[\frac{Q}{C_Q \sqrt{2gBH^{3/2}}} \left(\frac{\partial Q}{\partial Q} \right) \right]^2 + \left[\frac{Q}{C_Q \sqrt{2gBH^{3/2}}} \left(\frac{\partial B}{\partial B} \right) \right]^2 + \left[\frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{C_Q \sqrt{2gBH^{3/2}}} \left(\frac{\partial H}{\partial H} \right) \right]^2 \right\}^{1/2} \dots (12.7)$$

A expressão: $\frac{Q}{C_Q \sqrt{2gBH^{3/2}}}$ pode ser denotada por C, o que permite a obtenção de uma expressão mais compacta:

$$\frac{\Delta C_Q}{C_Q} = \pm \left\{ \left[C \left(\frac{\partial Q}{\partial Q} \right) \right]^2 + \left[C \left(\frac{\partial B}{\partial B} \right) \right]^2 + \left[\frac{3}{2} C \left(\frac{\partial H}{\partial H} \right) \right]^2 \right\}^{1/2} \dots (12.8)$$

A tabela 2, a seguir mostra os cálculos de incerteza de alguns ensaios, nota-se que os valores de $\Delta C_Q/C_Q$ são muito pequenos, próximos de zero.

Tabela 2 – Exemplo de cálculo de incertezas nos ensaios laboratoriais

Q (m ³ /h)	Q (m ³ /s)	LP	H	H ^{3/2}	C _Q	δQ/Q	δB	δB/B	δH	δH/H	C	ΔC _Q /C _Q	Q _i /Q _{max}
21	0,00583	0,2565	0,0765	47,262	0,1245	0,064	0,002	0,004	0,001	0,0131	1,0000	0,067056	0,08861
47	0,01306	0,2802	0,1002	31,528	0,1859	0,056	0,002	0,004	0,001	0,0100	1,0000	0,058104	0,19831
104	0,02889	0,3057	0,1257	22,439	0,2927	0,038	0,002	0,004	0,001	0,0080	1,0000	0,040030	0,43882
199	0,05528	0,3620	0,1820	12,879	0,3215	0,006	0,002	0,004	0,001	0,0055	1,0000	0,010951	0,83966
237	0,06583	0,3976	0,2176	9,8517	0,2929	0,001	0,002	0,004	0,001	0,0046	1,0000	0,008032	1,00000

Na figura 53 tem-se o gráfico da $\Delta C_Q/C_Q$ (incerteza relativa do coeficiente de vazão) por Q_i/Q_{max} (vazão adimensional), o qual permite concluir-se que a incerteza é maior nas pequenas medições de vazão e torna-se pequena com o aumento das vazões

Figura 53 – Gráfico $\Delta C_Q/C_Q$ (incerteza relativa do coeficiente de vazão) por Q_i/Q_{max} (vazão adimensional)

9. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os experimentos foram realizados na bancada do Laboratório de Hidráulica da Escola Politécnica, descrita no capítulo 5. Como, o sensor eletromagnético para medição de vazão não havia sido aferido recentemente e, como se trata de um dado extremamente relevante para nosso estudo, foram realizadas medições de velocidades no canal, que propiciaram estimativas de vazões para serem confrontadas com as indicadas pelo medidor eletromagnético.

9.1. “AFERIÇÃO” DO SENSOR ELETROMAGNÉTICO DE VAZÃO

Para a “aferição” (no sentido mais de uma verificação) do sensor eletromagnético foi utilizado um micro-molinete desenvolvido pelo Centro Tecnológico de Hidráulica para obtenção das velocidades e foi utilizado o método de Chiu para cálculo da vazão no canal de ensaios. A seguir tem-se uma descrição do equipamento e método do cálculo da vazão:

9.1.1. Micro-Molinete

O micro-molinete é composto da haste suporte, (figura 54) que contém um rotor de PVC montado sobre um coxim cônico pequeno de safiras.

A ponta está fixada a um tubo inoxidável que contém um fio de ouro isolado, cujo extremo se acha a uma distância aproximada de 0,1 mm dos bordos das pás da hélice.

Figura 54 – Micro-molinete – rotor e conjunto

Cada hélice possui uma equação para a determinação da velocidade, que é determinada por expressão do tipo: $A + B.n$, onde A e B são constantes e n é a razão entre o número de rotações pelo tempo em segundos pré-determinado pelo operador em um contador. A contagem do número de rotações é efetuada a partir da passagem de uma das pás da hélice pela posição vertical superior.

As medições de velocidades foram realizadas no centro de canal, a oito metros a montante da soleira espessa e nas seguintes profundidades: a 10 mm abaixo da superfície; a 0,8; a 0,6; a 0,5; a 0,4; a 0,2 da profundidade total e a 10 mm acima do fundo do canal. A seguir, tem-se dois exemplos de coleta de dados:

VERIFICAÇÃO DO MEDIDOR DE VAZÃO

Data 26/09/2007
Medidor **21** m³/h

Horário: 13:00
0,00583 m³/h

Micro-molinete

Zp= 671 mm

h= 907,5 mm

236,5 mm

profundidades

Sup= 907,5 mm

0,2= 860,2 mm

0,4= 812,9 mm

0,5= 789,3 mm

0,6= 765,6 mm

0,8= 718,3 mm

fundo= 671,0 mm

rotações				med rot	Vel(cm/s)	Vel(m/s)
76	78	76	76	76,5	4,295	0,0430
79	76	80	78	78,3	4,329	0,0433
76	78	76	79	77,3	4,310	0,0431
80	73	78	75	76,5	4,295	0,0430
75	77	75	77	76,0	4,286	0,0429
83	84	83	82	83,0	4,419	0,0442
39	34	32	36	35,3	3,508	0,0351

Data 28/09/2007
Medidor **232** m³/h

Horário: 07:00
0,06444 m³/h

Micro-molinete

Zp= 671 mm

h= 1046,5 mm

375,5 mm

profundidades

Sup= 1046,5 mm

0,2= 860,2 mm

0,4= 812,9 mm

0,5= 789,3 mm

0,6= 765,6 mm

0,8= 718,3 mm

fundo= 671,0 mm

rotações				med rot	Vel(cm/s)	Vel(m/s)
1605	1615	1604	1640	1616,0	33,674	0,3367
1641	1635	1629	1635	1635,0	34,037	0,3404
1565	1578	1584	1575	1575,5	32,901	0,3290
1579	1582	1584	1585	1582,5	33,035	0,3303
1542	1545	1549	1549	1546,3	32,343	0,3234
1445	1439	1446	1452	1445,5	30,420	0,3042
1193	1185	1185	1182	1186,3	25,473	0,2547

Figura 55 – Exemplo de dados coletados para verificação do medidor de vazão

9.1.2. Cálculo de Vazão Utilizando o Método de Chiu

MINEI (1998) apresenta, em sua tese junto à EPUSP, o método para a medição de vazão em rios e canais, desenvolvido a partir do modelo probabilístico proposto por Chiu em 1987, que é baseado no Princípio da Máxima Entropia, e que reduz drasticamente o tempo e o custo das medições de vazão.

Sabe-se, da Física, que é impossível haver uma transformação energética perfeita sem perda de uma certa quantidade de energia sob a forma de calor. Esse fato é explicado pelo Segundo Princípio da Termodinâmica que estabelece que, num sistema isolado, a entropia cresce sempre.

A Entropia é definida como a tendência natural de um sistema ir de um estado de maior energia para outro de menor energia. Exemplificando, a água sempre vai de um nível mais alto para um nível mais baixo; o sentido contrário só é possível com fornecimento de energia ao sistema.

Pelo Princípio da Máxima Entropia, toda transformação de energia procura o caminho mais eficaz, ou seja, aquele que tem a maior entropia; pode-se dizer que é a lei do menor esforço na natureza.

A aplicação do Princípio da Máxima Entropia na distribuição de velocidades da seção transversal, formulada probabilisticamente por Chiu (1987), equivale a fazer a distribuição de probabilidades tão uniforme quanto possível, satisfeitas as condições de contorno estabelecidas.

A partir da definição de entropia da teoria da informação, Chiu deduziu a equação abaixo:

$$u = \frac{u_{\max}}{M} \ln \left[1 + (e^M - 1) \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0} \right] \quad \dots (13.1)$$

onde M é um adimensional, denominado “parâmetro de entropia”, e ξ o lugar-geométrico dos pontos de igual velocidade da seção. M é “uma medida da uniformidade da probabilidade e da distribuição de velocidades”. A equação (13.1) é uma equação de distribuição bidimensional de velocidades em canais abertos, onde o ponto de máxima velocidade pode ocorrer abaixo da superfície d’água (Chiu, 1988).

Manipulando-a algebricamente, pode-se transformá-la em:

$$\frac{\bar{u}}{u_{\max}} = e^M (e^M - 1)^{-1} - \frac{1}{M} \quad \dots (13.2)$$

As equações (13.1) e (13.2) foram a base do método proposto.

Aplicando o modelo probabilístico expresso pela equação (13.1) à vertical onde se localiza a velocidade máxima da seção, pode-se escrever (Chiu, 1988):

$$u = \frac{u_{\max}}{M} \ln \left[1 + (e^M - 1) \frac{y}{D - h} \exp \left(1 - \frac{y}{D - h} \right) \right] \quad \dots (13.3)$$

onde D é a profundidade total na vertical e h a distância da superfície d'água ao ponto de máxima velocidade.

Para dois pontos de medição, onde um deles é o ponto de velocidade máxima, a única incógnita da expressão é o parâmetro adimensional M, que pode ser calculado por processo iterativo, sem maiores dificuldades.

Para dois pontos quaisquer, a equação (13.3) fornece um sistema com duas incógnitas e estrutura complexa, sem solução algébrica, que torna necessário o apoio de um método de iteração, que neste caso foi o de algoritmo genérico.

9.1.3. Algoritmo genético

O método utilizado para a iteração para a solução algébrica foi o de algoritmo genético, método este que foi utilizado por DINIZ (2004) em sua tese de doutorado apresentado à EPUSP.

A seguir tem-se um breve relato sobre algoritmos genéticos descrito por DINIZ [2004 p. 28 e 29]:

“Os algoritmos genéticos fazem parte dos algoritmos evolucionários e permitem que uma população composta de vários indivíduos evolua, sob regras de seleção específicas, para um estado que geralmente maximiza o ajuste da função objetivo (função de custo). O método foi desenvolvido por John Holland (1975) apud Haupt; Haupt (1998) durante os anos 60 e 70 e foi popularizado

por um dos seus estudantes, David Goldberg, que resolveu um problema complexo envolvendo controle de transmissão de gasolina por dutos em sua dissertação de 1989.

Os algoritmos genéticos (AG) têm algumas vantagens como poder fazer otimizações utilizando parâmetros contínuos ou discretos, não requerer informações de derivadas, pesquisar simultaneamente a partir de um grande número de amostras do espaço de soluções, poder lidar com um grande número de parâmetros, ser bem adequado para programação paralela, fornecer uma lista de parâmetros ótimos, ao invés de uma única solução, permitir a codificação dos parâmetros de modo que a otimização seja feita com os parâmetros codificados, otimizar parâmetros em espaços de soluções extremamente complexos, podendo evitar um mínimo local e trabalhar com dados gerados numericamente, dados experimentais ou funções analíticas.

Os algoritmos genéticos trabalham com uma população de possíveis soluções junto com operadores genéticos (seleção, crossover e mutação) para produzir resultados mais adequados sucessivamente. Cada solução é representada por uma série de números (cromossomo). Cada cromossomo contém sub-séries ou genes, que são valores ou componentes que formam ou avaliam a função objetivo do problema. Os algoritmos genéticos começam por definir um cromossomo ou uma série de parâmetros a serem otimizados. A rotina dos AGs começa gerando uma população inicial aleatoriamente e calcula a adequação de cada indivíduo da população em relação à característica que se quer otimizar. Então a rotina seleciona os indivíduos mais aptos (geralmente os 50% com melhor adequação ou custo) desta população inicial. A partir daí, o algoritmo seleciona os indivíduos para cruzamento, podendo escolher entre várias técnicas, tais como: seleção proporcional, seleção aleatória, seleção aleatória ponderada e seleção por sorteio e cria descendentes através da aplicação de recombinação (crossover) e/ou mutação para os indivíduos selecionados. A partir daí, a rotina calcula a adequação destes descendentes e elimina os menos aptos para inserir os mais aptos na nova geração, formada pelos pais e pelos descendentes mais aptos selecionados. Se a população convergir, a rotina termina. Caso contrário, ela repete os passos descritos anteriormente.”

9.1.4. Resultados para Aferição do Medidor de Vazão

A seguir tem-se a tabela 3 com os resultados de ensaios para “aferição” do sensor eletromagnético de vazão. Nota-se que apenas três ensaios ficaram acima de 5%, o que é aceitável em relação a medições de vazão em canais em laboratórios.

Tabela 3 – Aferição do Medidor de Vazão

Ensaio	Medidor		Método de Chiu	erro percentual
	Q (m ³ /h)	Q (m ³ /s)	Qcal (m ³ /s)	
1	21	0,0058	0,0053	10,1
2	28	0,0078	0,0078	-0,3
3	47	0,0131	0,0131	-0,3
4	104	0,0289	0,0288	0,3
5	157	0,0436	0,0422	3,3
6	199	0,0553	0,0572	-3,4
7	202	0,0561	0,0534	5,1
8	208	0,0578	0,0566	2,1
9	217	0,0603	0,0598	0,8
10	225	0,0625	0,0630	-0,8
11	230	0,0639	0,0637	0,3
12	232	0,0644	0,0641	0,5
13	235	0,0653	0,0614	6,3
14	237	0,0658	0,0650	1,3

Obs.: Para cada cálculo de vazão pelo método de Chiu utilizando algoritmos genéticos, gerou aproximadamente quatro mil iterações para obter-se os resultados da tabela.

Pode-se concluir que os resultados que estão acima do valor aceitável podem ser erros de leitura na coleta de dados para avaliação e que o medidor está funcionando satisfatoriamente, principalmente pelo fato de que a maior diferença percentual (10,1) é associada à menor vazão.

9.2. CÁLCULO DA LINHA D'ÁGUA

Neste item serão apresentados alguns ensaios e os respectivos resultados das coletas de dados e a comparação dos mesmos com os dados teóricos obtidos com a utilização de modelo teórico aplicado com auxílio de planilha eletrônica.

Tabela 4 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio Q= 59 m³/h

Teórico				Experimental			
água		pressão		água		pressão	
$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$
-0,5771	0,2499	-0,5771	0,2491	-0,5763	0,2472	-0,5752	0,2431
-0,3730	0,2462	-0,3730	0,2456	-0,3728	0,2446	-0,3727	0,2441
-0,1843	0,2401	-0,1843	0,2395	-0,1842	0,2389	-0,1841	0,2379
0,0000	0,2336	0,0000	0,2329	0,0000	0,2284	0,0000	0,2290
0,1267	0,2159	0,1267	0,2149	0,1267	0,2172	0,1267	0,2145
0,2529	0,2019	0,2529	0,2007	0,2529	0,2028	0,2532	0,2037
0,5042	0,1603	0,5042	0,1587	0,5041	0,1595	0,5050	0,1632
0,7549	0,0989	0,7549	0,0969	0,7552	0,0999	0,7553	0,0997

Dados dos Ensaio

$$E_{\text{fórmula}} = \eta_i + N_i \cdot \cos \theta_i + \frac{q^2}{2g \cdot \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2 \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)\right]^2}$$

$$\frac{p_i}{\rho g} = N_i \cdot \cos \theta_i + \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2} - 1 \right] \frac{q^2}{2g \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)\right]^2}$$

$$\left(\frac{p_i}{\rho g} \right) = h_i - h_{\text{ref}} - \eta_i$$

Ensaio nº: 22 Vazão: 59 m³/h ; h_ref = 0,10 m

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Z _{0i} (mm)	599,8	612,4	688,2	641,7	679,7	638,1	668,4	605,7

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Z _i (mm)	733,0	702,0	753,0	690,1	719,7	671,9	692,0	625,7
N _i =(Z _i -Z _{0i}) (mm)	133,2	89,6	64,8	48,4	40,0	33,8	23,6	20,0

i	1	2	3	4	5	6	7	8
h _i (m)	0,338	0,335	0,328	0,319	0,307	0,296	0,255	0,191

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$\left(\frac{p_i}{\rho g} \right)$ (m)	0,129	0,089	0,064	0,049	0,040	0,034	0,029	0,020

i	1	2	3	4	5	6	7	8
η (m)	0,119059	0,155885	0,174284	0,180000	0,177286	0,169129	0,136265	0,080629

Figura 56 – Formulário Ensaio Q= 59 m³/h

Figura 57 – Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio Q=59 m³/h

Figura 58 – Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio Q=59 m³/h

Figura 59 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=59 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico

Figura 60 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=59 \text{ m}^3/\text{h}$ - Experimental

Figura 61 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=59 \text{ m}^3/\text{h}$

Tabela 5 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio Q= 104 m³/h

Teórico				Experimental			
água		pressão		água		pressão	
$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$
-0,5859	0,2809	-0,5859	0,2789	-0,5846	0,2766	-0,5861	0,2816
-0,3772	0,2748	-0,3772	0,2734	-0,3767	0,2713	-0,3766	0,2708
-0,1860	0,2666	-0,1860	0,2652	-0,1859	0,2652	-0,1857	0,2628
0,0000	0,2596	0,0000	0,2581	0,0000	0,2512	0,0000	0,2510
0,1275	0,2344	0,1275	0,2324	0,1276	0,2373	0,1275	0,2314
0,2544	0,2193	0,2544	0,2169	0,2545	0,2212	0,2550	0,2234
0,5068	0,1747	0,5068	0,1717	0,5068	0,1748	0,5076	0,1773
0,7581	0,1107	0,7581	0,1069	0,7584	0,1117	0,7576	0,1082

Dados dos Ensaio

$$E_{\text{fórmula}} = \eta_i + N_i \cdot \cos \theta_i + \frac{q^2}{2g \left(1 - \frac{N_i}{R_i} \right)^2 \cdot R_i^2 \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i} \right) \right]^2}$$

$$\frac{p_i}{\rho g} = N_i \cos \theta_i + \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{N_i}{R_i} \right)^2} - 1 \right] \frac{q^2}{2g \cdot R_i^2 \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i} \right) \right]^2}$$

$$\left(\frac{p_i}{\rho g} \right) = h_i - h_{\text{ref}} - \eta_i$$

Ensaio nº: 06 Vazão: 104 m³/h ; h_{ref} = 0,09 m

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Z _{0i} (mm)	600,9	612,4	688,2	641,7	683,0	638,1	668,4	605,7

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Z _i (mm)	764,6	729,0	779,3	712,9	743,1	690,4	707,5	637,9
N _i =(Z _i -Z _{0i}) (mm)	163,7	116,6	91,1	71,2	60,1	52,3	39,1	32,2

i	1	2	3	4	5	6	7	8
h _i (m)	0,378	0,362	0,353	0,341	0,325	0,317	0,270	0,200

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$\left(\frac{p_i}{\rho g} \right)$ (m)	0,169	0,116	0,089	0,071	0,058	0,058	0,044	0,029

i	1	2	3	4	5	6	7	8
η (m)	0,119059	0,155885	0,174284	0,180000	0,177286	0,169129	0,136265	0,080629

Figura 62 – Formulário Ensaio Q= 104 m³/h

Figura 63 – Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio Q=104 m³/h

Figura 64 – Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio Q=104 m³/h

Figura 65 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=104 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico

Figura 66 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio Q=104 m³/h - Experimental

Figura 67 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio Q=104 m³/h

Tabela 6 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio Q= 160 m³/h

Teórico				Experimental			
água		pressão		água		pressão	
$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$
-0,5951	0,3135	-0,5951	0,3095	-0,5937	0,3084	-0,5915	0,3008
-0,3815	0,3051	-0,3815	0,3024	-0,3809	0,3005	-0,3806	0,2985
-0,1878	0,2951	-0,1878	0,2926	-0,1875	0,2910	-0,1873	0,2878
0,0000	0,2881	0,0000	0,2855	0,0000	0,2755	0,0000	0,2730
0,1283	0,2535	0,1283	0,2499	0,1284	0,2562	0,1283	0,2492
0,2560	0,2377	0,2560	0,2337	0,2563	0,2412	0,2567	0,2412
0,5096	0,1907	0,5096	0,1856	0,5099	0,1923	0,5105	0,1932
0,7617	0,1242	0,7617	0,1179	0,7622	0,1259	0,7613	0,1213

Figura 69 – Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio Q=160 m³/h

Figura 70 – Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio Q=160 m³/h

Figura 71 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=160 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico

Figura 72 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio Q=160 m³/h - Experimental

Figura 73 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio Q=160 m³/h

Tabela 7 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio Q= 198 m³/h

Teórico				Experimental			
água		pressão		água		pressão	
x _(i)	y _(i)	x _(i)	y _(i)	x _(i)	y _(i)	x _(i)	y _(i)
-0,6008	0,3334	-0,6008	0,3280	-0,5983	0,3249	-0,5975	0,3220
-0,3842	0,3236	-0,3842	0,3200	-0,3831	0,3161	-0,3830	0,3153
-0,1889	0,3129	-0,1889	0,3095	-0,1885	0,3067	-0,1883	0,3027
0,0000	0,3058	0,0000	0,3025	0,0000	0,2888	0,0000	0,2860
0,1291	0,2712	0,1291	0,2666	0,1291	0,2728	0,1289	0,2605
0,2575	0,2550	0,2575	0,2501	0,2573	0,2531	0,2575	0,2506
0,5123	0,2061	0,5123	0,2001	0,5116	0,2021	0,5123	0,2026
0,7653	0,1374	0,7653	0,1301	0,7643	0,1337	0,7626	0,1260

Dados dos Ensaio

$$E_{\text{fórmula}} = \eta_i + N_i \cdot \cos \theta_i + \frac{q^2}{2g \cdot \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2 \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right) \right]^2}$$

$$\frac{p_i}{\rho g} = N_i \cos \theta_i + \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2} - 1 \right] \frac{q^2}{2g \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right) \right]^2}$$

$$\left(\frac{p_i}{\rho g} \right) = h_i - h_{\text{ref}} - \eta_i$$

Ensaio nº: 15 Vazão: 198 m³/h ; h_{ref} = 0,10 m

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Z _{0i} (mm)	600,9	612,4	688,2	641,7	683,0	638,1	668,4	605,7

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Z _i (mm)	814,8	774,3	820,9	750,5	778,6	722,4	735,2	660,7
N _i =(Z _i -Z _{0i}) (mm)	213,9	161,9	132,7	108,8	95,6	84,3	66,8	55,0

i	1	2	3	4	5	6	7	8
h _i (m)	0,408	0,407	0,393	0,376	0,356	0,346	0,297	0,219

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$\left(\frac{p_i}{\rho g} \right)$ (m)	0,199	0,161	0,129	0,106	0,089	0,087	0,071	0,048

i	1	2	3	4	5	6	7	8
η (m)	0,119059	0,155885	0,174284	0,180000	0,177286	0,169129	0,136265	0,080629

Figura 74 – Formulário Ensaio Q= 198 m³/h

Figura 75 – Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio Q=198 m³/h

Figura 76 – Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio $Q=198 \text{ m}^3/\text{h}$

Figura 77 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio Q=198 m³/h - Teórico

Figura 78 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio Q=198 m³/h - Experimental

Figura 79 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio Q=198 m³/h

Tabela 8 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio Q= 220 m³/h

Teórico				Experimental			
água		pressão		água		pressão	
x _(i)	y _(i)	x _(i)	y _(i)	x _(i)	y _(i)	x _(i)	y _(i)
-0,6039	0,3444	-0,6039	0,3381	-0,6009	0,3338	-0,5959	0,3162
-0,3857	0,3339	-0,3857	0,3296	-0,3844	0,3246	-0,3827	0,3134
-0,1896	0,3227	-0,1896	0,3189	-0,1891	0,3150	-0,1882	0,3007
0,0000	0,3157	0,0000	0,3119	0,0000	0,2952	0,0000	0,2830
0,1291	0,2712	0,1291	0,2656	0,1294	0,2785	0,1288	0,2595
0,2575	0,2550	0,2575	0,2489	0,2579	0,2594	0,2568	0,2421
0,5123	0,2061	0,5123	0,1986	0,5126	0,2079	0,5098	0,1895
0,7653	0,1374	0,7653	0,1284	0,7653	0,1373	0,7610	0,1204

Dados dos Ensaio

$$E_{\text{fórmula}} = \eta_i + N_i \cdot \cos \theta_i + \frac{q^2}{2g \cdot \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2 \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)\right]^2}$$

$$\frac{p_i}{\rho g} = N_i \cos \theta_i + \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2} - 1 \right] \frac{q^2}{2g \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)\right]^2}$$

$$\left(\frac{p_i}{\rho g} \right) = h_i - h_{\text{ref}} - \eta_i$$

Ensaio nº: 21 Vazão: 220 m³/h ; h_{ref} = 0,10 m

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Z _{0i} (mm)	639,8	659,8	662,5	640,8	637,3	683,1	668,3	605,7

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Z _i (mm)	863,3	839,3	803,5	756,0	738,6	773,7	741,0	664,4
N _i =(Z _i -Z _{0i}) (mm)	223,5	170,5	141,0	115,2	101,3	90,6	72,7	58,7

i	1	2	3	4	5	6	7	8
h _i (m)	0,424	0,415	0,401	0,383	0,365	0,347	0,293	0,223

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$\left(\frac{p_i}{\rho g} \right)$ (m)	0,324	0,315	0,301	0,283	0,265	0,247	0,193	0,123

i	1	2	3	4	5	6	7	8
η (m)	0,119059	0,155885	0,174284	0,180000	0,177286	0,169129	0,136265	0,080629

Figura 80 – Formulário Ensaio Q= 220 m³/h

Figura 81 – Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$

Figura 82 – Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$

Figura 83 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico

Figura 84 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$ - Experimental

Figura 85 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=220 \text{ m}^3/\text{h}$

Tabela 9 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio Q= 225 m³/h

Teórico				Experimental			
água		pressão		água		pressão	
$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$
-0,6046	0,3469	-0,6046	0,3403	-0,6016	0,3365	-0,5986	0,3259
-0,3860	0,3362	-0,3860	0,3318	-0,3847	0,3270	-0,3840	0,3223
-0,1897	0,3249	-0,1897	0,3210	-0,1892	0,3161	-0,1888	0,3107
0,0000	0,3180	0,0000	0,3140	0,0000	0,2983	0,0000	0,2930
0,1291	0,2726	0,1291	0,2668	0,1294	0,2786	0,1291	0,2661
0,2576	0,2564	0,2576	0,2501	0,2580	0,2607	0,2579	0,2543
0,5125	0,2073	0,5125	0,1997	0,5128	0,2089	0,5131	0,2073
0,7656	0,1385	0,7656	0,1292	0,7660	0,1398	0,7639	0,1307

Dados dos Ensaio

$$E_{\text{fórmula}} = \eta_i + N_i \cdot \cos \theta_i + \frac{q^2}{2g \cdot \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2 \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right) \right]^2}$$

$$\frac{p_i}{\rho g} = N_i \cos \theta_i + \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2} - 1 \right] \frac{q^2}{2g \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right) \right]^2}$$

$$\left(\frac{p_i}{\rho g} \right) = h_i - h_{\text{ref}} - \eta_i$$

Ensaio nº: 09 Vazão: 225 m³/h ; h_{ref}= 0,09 m

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Z _{0i} (mm)	600,9	612,4	688,2	641,7	684,9	638,1	668,4	605,7

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Z _i (mm)	826,9	785,3	830,3	760,0	786,3	730,0	742,2	667,0
N _i =(Z _i -Z _{0i}) (mm)	226,0	172,9	142,1	118,3	101,4	91,9	73,8	61,3

i	1	2	3	4	5	6	7	8
h _i (m)	0,424	0,414	0,401	0,383	0,362	0,350	0,302	0,224

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$\left(\frac{p_i}{\rho g} \right)$ (m)	0,215	0,168	0,137	0,113	0,095	0,091	0,046	0,053

i	1	2	3	4	5	6	7	8
η (m)	0,119059	0,155885	0,174284	0,180000	0,177286	0,169129	0,136265	0,080629

Figura 86 – Formulário Ensaio Q= 225 m³/h

Figura 87 – Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio Q=225 m³/h

Figura 88 – Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais - Ensaio Q= 225 m³/h

Figura 89 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=225 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico

Figura 90 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=225 \text{ m}^3/\text{h}$ - Experimental

Figura 91 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio Q=225 m³/h

Tabela 10 – Dados de Linha d'água e Pressões – Ensaio Q= 239 m³/h

Teórico				Experimental			
água		pressão		água		pressão	
$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	$x_{(i)}$	$y_{(i)}$
-0,6066	0,3541	-0,6066	0,3469	-0,6031	0,3416	-0,6008	0,3335
-0,3870	0,3429	-0,3870	0,3381	-0,3856	0,3335	-0,3850	0,3292
-0,1901	0,3314	-0,1901	0,3271	-0,1895	0,3216	-0,1891	0,3147
0,0000	0,3245	0,0000	0,3202	0,0000	0,3033	0,0000	0,2970
0,1293	0,2766	0,1293	0,2703	0,1296	0,2825	0,1292	0,2689
0,2580	0,2604	0,2580	0,2535	0,2584	0,2652	0,2584	0,2599
0,5132	0,2110	0,5132	0,2027	0,5134	0,2125	0,5137	0,2101
0,7665	0,1417	0,7665	0,1317	0,7668	0,1429	0,7644	0,1325

Dados dos Ensaio

$$E_{\text{fórmula}} = \eta_i + N_i \cdot \cos \theta_i + \frac{q^2}{2g \cdot \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2 \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)\right]^2}$$

$$\frac{p_i}{\rho g} = N_i \cos \theta_i + \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)^2} - 1 \right] \frac{q^2}{2g \cdot R_i^2 \cdot \left[\ln \left(1 - \frac{N_i}{R_i}\right)\right]^2}$$

$$\left(\frac{p_i}{\rho g} \right) = h_i - h_{\text{ref}} - \eta_i$$

Ensaio nº: 27 Vazão: 239 m³/h ; h_{ref} = 0,10 m

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Z _{0i} (mm)	600,9	612,4	688,2	641,7	683,0	638,1	668,4	605,7

i	1	2	3	4	5	6	7	8
Z _i (mm)	832,2	791,9	835,8	765,0	788,3	734,5	745,8	670,2
N _i =(Z _i -Z _{0i}) (mm)	231,3	179,5	147,6	123,3	105,3	96,4	77,4	64,5

i	1	2	3	4	5	6	7	8
h _i (m)	0,432	0,421	0,405	0,387	0,365	0,356	0,305	0,226

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$\left(\frac{p_i}{\rho g} \right)$ (m)	0,223	0,175	0,141	0,117	0,098	0,094	0,079	0,055

i	1	2	3	4	5	6	7	8
η (m)	0,119059	0,155885	0,174284	0,180000	0,177286	0,169129	0,136265	0,080629

Figura 86 – Formulário Ensaio Q= 239 m³/h

Figura 87 – Gráfico: Linha d'água teórica X Linha d'água experimental – Ensaio Q=239 m³/h

Figura 88 – Gráfico: Pressões teóricas X Pressões Experimentais – Ensaio Q= 239 m³/h

Figura 89 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=239 \text{ m}^3/\text{h}$ - Teórico

Figura 90 - Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio $Q=239 \text{ m}^3/\text{h}$ - Experimental

Figura 91 – Gráfico: Linha d'água e Pressões – Ensaio Q=239 m³/h

9.3. CÁLCULO DO COEFICIENTE DE VAZÃO C_Q

A partir de um conjunto de dados, realizou-se neste item o cálculo dos valores de C_Q utilizando a equação a seguir:

$$C_Q = \sqrt{2 \cdot g}^{-1} \cdot Q \cdot B^{-1} \cdot E^{-3/2}, \text{ com}$$

$$E = H + \frac{q^2}{(H + b)^2 2g}$$

sendo que os resultados obtidos são apresentados na tabela 11.

Tabela 11 – Cálculo dos valores de C_Q

Q (m³/h)	Q (m³/s)	q (m³/s).m	LP	H	E	C_Q
26	0,0072222	0,0144444	0,2578	0,0478	0,04784	0,312
58	0,0161111	0,0322222	0,2889	0,0789	0,07906	0,327
102	0,0283333	0,0566667	0,3208	0,1108	0,11124	0,345
153	0,04250	0,08500	0,3518	0,1418	0,14269	0,356
193	0,0536111	0,1072222	0,3730	0,1630	0,16433	0,363
213	0,0591667	0,1183333	0,3831	0,1731	0,17468	0,366
223	0,0619444	0,1238889	0,3872	0,1772	0,17891	0,370
228	0,0633333	0,1266667	0,3902	0,1802	0,18197	0,368
235	0,0652778	0,1305556	0,3931	0,1831	0,18496	0,371
238	0,0661111	0,1322222	0,3949	0,1849	0,18680	0,370
240	0,0666667	0,1333333	0,3961	0,1861	0,18803	0,369

Na seqüência tem-se a figura (92) que demonstra o comportamento do valor de C_Q com o aumento da vazão sobre a soleira elíptica-circular. Percebe-se um aumento de C_Q tendendo a uma constante de aproximadamente 0,370.

Figura 98 – Gráfico: Carga H(m) X Coeficiente de Vazão (C_q)

9.4. VERIFICAÇÃO DA CONDIÇÃO DE DESCOLAMENTO DO ESCOAMENTO

SOUZA define que, quando a pressão atinge valor nulo ou negativo num ponto sobre o fundo convexo de um canal, diz-se que foi atingida a condição de descolamento.

$$p(s, o, t) \leq 0 \quad (\text{condição de descolamento})$$

A distribuição de pressão foi discutida no item 4.3.3, no qual tem-se a equação (8.3). Fazendo-se $n = 0$, a condição de descolamento pode ser escrita como a equação (13.4)

$$\frac{p(s, n, t)}{\rho g} = (N - n) \cdot \cos \theta + \left[\frac{1}{(1 - kN)^2} - \frac{1}{(1 - kn)^2} \right] \frac{U_0^2}{2g} \quad \dots(8.3)$$

$$pg \cdot N \cdot \cos \theta + \rho \frac{U_0^2}{2g} \left[\frac{1}{(1 - kN)^2} - 1 \right] \leq 1 \quad \dots(13.4)$$

Esta desigualdade é equivalente a:

$$F^2 = \frac{U_0^2}{g \cdot N \cdot \cos \theta} \geq \left[\frac{2}{\left(1 - \frac{1}{(1 + |k|N)^2} \right)^2} \right] \quad \dots(13.5)$$

A condição crítica de descolamento corresponde à desigualdade na inequação (13.5) e está representada na figura 19 (reproduzida a seguir) pela curva AB. A intersecção desta curva com a da condição crítica de escoamento ocorre para $kN \cong -0,85$.

Reprodução da Figura 19 – Curvas de definição de descolamento de escoamento, de hiperbolicidade, e de condição crítica de escoamento.
 Fonte: DRESSLER apud SOUZA(1985).

DRESSLER (1978 apud SOUZA, 1985, p. 41) sugeriu o intervalo $-0,85 \leq kN \leq 0,50$ como o de definição de escoamento raso.

Com base em resultados experimentais SIVAKUMARAN et alli (1981 apud SOUZA, 1985, p. 41) sugeriram um intervalo maior de definição de escoamento raso:

$$-2,00 \leq kN \leq 0,54 \quad \dots(13.6)$$

A partir das definições de descolamento do escoamento e escoamento raso, realizou-se os cálculos com alguns ensaios para a classificação do comportamento do escoamento sobre os pontos medidos da soleira elíptica-circular, como mostram as tabelas a seguir:

Tabela 12: Cálculos para avaliação de descolamento do escoamento $Q= 237 \text{ m}^3/\text{h}$

$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	U_0^2	N	$\cos \phi_{(i)}$	F^2	$\frac{2}{1 - \frac{1}{(1 + k N)^2}}$	kN
-0,54	0,12	0,37646	0,2428	0,962	0,16433	5,412	-0,259
-0,36	0,16	0,54720	0,1876	0,990	0,30045	11,806	-0,097
-0,18	0,17	0,76215	0,1562	0,998	0,49862	18,357	-0,059
0,00	0,18	0,89818	0,1432	1,000	0,63953	21,622	-0,050
0,04	0,13	1,86673	0,0986	0,999	0,03500	30,717	-0,034
0,09	0,25	2,19504	0,0908	0,996	0,04445	33,223	-0,032
0,17	0,50	3,19110	0,0751	0,985	0,07681	39,848	-0,026
0,26	0,75	4,58108	0,0626	0,965	0,12926	47,543	-0,022

Tabela 13: Cálculos para avaliação de descolamento do escoamento $Q= 160 \text{ m}^3/\text{h}$

$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	U_0^2	N	$\cos \phi_{(i)}$	F^2	$\frac{2}{1 - \frac{1}{(1 + k N)^2}}$	kN
-0,54	0,12	0,23887	0,2021	0,962	0,12528	6,180	-0,216
-0,36	0,16	0,37969	0,1507	0,990	0,25954	14,320	-0,078
-0,18	0,17	0,57047	0,1211	0,998	0,48136	23,234	-0,046
0,00	0,18	0,71067	0,1081	1,000	0,67065	28,162	-0,038
0,04	0,13	1,40881	0,0763	0,999	0,01543	39,235	-0,027
0,09	0,25	1,72705	0,0689	0,996	0,02086	43,332	-0,024
0,17	0,50	2,66964	0,0553	0,985	0,03955	53,627	-0,019
0,26	0,75	3,99718	0,0451	0,965	0,07091	65,394	-0,016

Tabela 14: Cálculos para avaliação de descolamento do escoamento $Q= 105 \text{ m}^3/\text{h}$

$x_{(i)}$	$y_{(i)}$	U_0^2	N	$\cos \phi_{(i)}$	F^2	$\frac{2}{1 - \frac{1}{(1 + k N)^2}}$	kN
-0,54	0,12	0,14290	0,1689	0,962	0,08970	7,084	-0,180
-0,36	0,16	0,25099	0,1208	0,990	0,21412	17,491	-0,063
-0,18	0,17	0,41161	0,0931	0,998	0,45186	29,770	-0,035
0,00	0,18	0,55096	0,0802	1,000	0,70089	37,436	-0,028
0,04	0,13	1,06002	0,0576	0,999	0,00659	51,533	-0,020
0,09	0,25	1,36276	0,0507	0,996	0,00957	58,295	-0,018
0,17	0,50	2,25113	0,0394	0,985	0,02004	74,636	-0,014
0,26	0,75	3,52304	0,0314	0,965	0,03841	93,117	-0,011

Pode-se verificar a partir das tabelas 12, 13 e 14, que não ocorre a igualdade proposta pela inequação (13.5), e portando não ocorre descolamento do escoamento e que kN dos pontos medidos sobre a soleira estão dentro do intervalo proposto por SIVAKUMARAN et alli, ou seja, o escoamento é raso.

10. LEI DE VAZÃO DA SOLEIRA ELÍPTICA-CIRCULAR

Para um ponto na superfície livre com velocidade U_N , numa seção onde a profundidade é N , a carga é expressa por:

$$E = \eta + N \cos \theta + \frac{U_N^2}{2g} \quad \dots(14.1)$$

Como a velocidade na superfície livre " U_N " relaciona-se com a velocidade U_0 junto ao fundo (que é diferente de zero por tratar-se de escoamento "sem atrito") pela relação:

$$U_N = \frac{1}{1 - k.N} \quad \dots(14.2)$$

a equação (1) pode ser reescrita na forma:

$$E = \eta + N \cos \theta + \frac{U_0^2}{2g.(1 - kN)^2} \quad \dots(14.3)$$

A vazão específica " q " relaciona-se com " U_0 " pela expressão:

$$q = \frac{U_0}{k} \ln(1 - kN) \quad \dots(14.4)$$

A eliminação de " U_0 " entre as equações (14.3) e (14.4) deixa a definição da carga " E " na forma:

$$E = \eta + N \cos \theta + \frac{q^2 k^2}{2g} \left[\frac{1}{J \ln J} \right]^2 \quad \dots(14.5)$$

onde " J " é o Jacobiano, definido por:

$$J = 1 - k.N \quad \dots(14.6)$$

Se a seção em análise for a crista da soleira, tem-se:

$$\cos \phi = 1 \quad \dots(14.7)$$

Ainda mais, se a origem das cotas for o topo da soleira, o valor de " η " será:

$$\eta = 0 \quad \dots(14.8)$$

Incorporando-se as condições dadas pelas equações (14.7) e (14.8) na equação (14.5), esta fica transformada em:

$$E = N \cos \theta + \frac{q^2 k^2}{2g} \left[\frac{1}{J \ln J} \right]^2 \quad \dots(14.9)$$

A condição crítica, que ocorre “exatamente” sobre a crista, corresponde à condição:

$\frac{dE}{dN} = 0$, para “q” e “k” constantes. Esta condição, imposta sobre a equação (14.9),

produz:

$$q^2 = - \frac{(J_c \ln J_c)^3 g}{k_c^3 (1 + \ln J_c)} \quad \dots(14.10)$$

onde:

$$J_c = 1 - k_c N_c = 1 - \frac{N_c}{R_c} \quad \dots(14.11)$$

sendo “ R_c ” o raio de curvatura do perfil da soleira na posição da crista e “ N_c ” a profundidade crítica, que também ocorre na seção da soleira.

Deste ponto em diante a profundidade será sempre a profundidade crítica e será denotada apenas “N” e não “ N_c ”. O correspondente Jacobiano também será indicado como “J”, mesmo sendo “ J_c ”.

O resultado representado pela equação (14.10) pode ser escrito na forma:

$$q^2 = - \frac{(J \ln J)^3 g}{(k N^3)(1 + \ln J)} N^3 \quad \dots(14.12)$$

Com a ajuda da equação (14.11) pode reescrever a equação (14.12) como:

$$q^2 = \frac{(J \ln J)^3 g}{(J - 1)^3 (1 + \ln J)} N^3 \quad \dots(14.13)$$

O termo cinético, que corresponde à segunda parcela do segundo membro da equação (14.9), pode, com auxílio da condição crítica expressa pela equação (14.10), ser expressa como:

$$\frac{q^2 k^2}{2g(J \ln J)^2} = - \frac{J \ln J}{2k(1 + \ln J)} \quad \dots(14.14)$$

Este resultado permite que a carga seja expressa por:

$$E = N - \frac{J \ln J}{2k(1 + \ln J)}$$

ou, ainda, como:

$$E = N - \frac{J \ln J}{2kN(1 + \ln J)} N \quad \dots(14.15)$$

O Jacobiano, dado pela Equação (14.6) permite transformar a Equação (14.15) em:

$$E = N + \left[\frac{J \ln J}{2(J-1)(1 + \ln J)} \right] N \quad \dots(14.16)$$

Sobre a Equação (14.16) é interessante observar que, tomando-se o limite para $R_c \rightarrow \infty$, o que é equivalente a $J \rightarrow 1$, tem-se:

$$\lim_{J \rightarrow 1} \left[\frac{J \ln J}{2(J-1)(1 + \ln J)} \right] = \frac{0}{0}$$

Esta indeterminação pode ser levantada usando-se a Regra de L'Hopital:

$$\lim_{J \rightarrow 1} \left[\frac{\ln J + \frac{J}{J}}{2(1 + \ln J + \frac{J-1}{J})} \right] = \frac{1}{2}$$

Este resultado é o correto em se tratando de condição crítica em fundo plano, onde

$$\frac{V_c^2}{2g} = \frac{1}{2} N_c, \text{ ou seja, } Fr_c = 1.$$

Explicitando-se a profundidade crítica "N" na equação (14.16), obtém-se:

$$N = \left[\frac{2(J-1)(1 + \ln J)}{2(J-1)(3J-2) \ln J} \right] E \quad \dots(14.17)$$

Substituindo-se a Equação (14.17) na Equação (14.13), chega-se à expressão:

$$q^2 = \left[\frac{2J \ln J}{2(J-1) + (3J-2) \ln J} \right]^3 g E^3$$

ou ainda:

$$q = \left\{ 2 \left[\frac{J \ln J}{2(J-1) + (3J-2) \ln J} \right]^{3/2} \right\} \sqrt{2g} E^{3/2} \quad \dots(14.18)$$

No segundo membro da Equação (14.18), o limite para $J \rightarrow 1$ da expressão correspondente à chave, também com auxílio da Regra de L'Hopital, resulta:

$$\lim_{J \rightarrow 1} = \left\{ 2 \left[\frac{J \ln J}{2(J-1) + (3J-2) \ln J} \right]^{3/2} \right\} = \frac{2}{3\sqrt{3}}$$

o que corrobora com a clássica fórmula da vazão para fundo plano:

$$q = \frac{2}{3\sqrt{3}} \sqrt{2g} . E^{3/2}$$

A figura a seguir esquematiza o escoamento sobre a soleira elíptica-circular e deve ajudar no desenvolvimento de um algoritmo para o cálculo numérico da vazão específica “q”.

Figura 99 - Desenho esquemático do escoamento sobre a soleira elíptica-circular

Algoritmo “q” (teórica)

1. Entrada $\{H, R_c, g, a, b, \varepsilon\}$
2. $E \leftarrow H$
3. $N \leftarrow 2H / 3$
4. $J = 1 + N / R_c$
5. $C \leftarrow 2 \left[\frac{J \ln J}{2(J-1) + (3J-2) \ln J} \right]^{3/2}$
6. $q \leftarrow C \sqrt{2g} \cdot E^{3/2}$
7. $V_a \leftarrow \frac{q}{(H+b)}$
8. $E \leftarrow H + \frac{V_a^2}{(2g)}$
9. $N \leftarrow \left[\frac{2(J-1)(1 + \ln J)}{2(J-1) + (3J-2) \ln J} \right] \cdot E$
10. $J \leftarrow 1 + \frac{N}{R_c}$
11. $C \leftarrow 2 \left[\frac{J \ln J}{2(J-1) + (3J-2) \ln J} \right]^{3/2}$
12. $q_1 \leftarrow C \sqrt{2g} \cdot E^{3/2}$
13. Se $|q_1 - q| \leq \varepsilon$, vá para 16
14. $q \leftarrow q_1$
15. Vá para 7
16. $q \leftarrow q_1$
17. Saída $\{q\}$
18. Término.

A seguir tem-se o algoritmo reescrito em linguagem de programação para ser utilizado em planilha eletrônica:

Sub Calcula_q()

' Macro1 Macro

' Macro gravada em 11/1/2008 por João Batista

' Atalho do teclado: Ctrl+Shift+J

baseE = Exp(1)

g = 9.8066

For i = 15 To 25

Cells(3, 1) = Cells(i, 11)

H = Cells(2, 1)

Rc = Cells(2, 2)

epsilon = Cells(2, 3)

b = Cells(2, 4)

E = H

N = (2 * H) / 3

j = 1 + N / Rc

lnJ = (Log(j) / Log(baseE))

C = 2 * ((j * lnJ) / (2 * (j - 1) + (3 * j - 2) * lnJ)) ^ (3 / 2)

q = C * Sqr(2 * g) * E ^ (3 / 2)

7 Va = q / (H + b)

E = H + Va ^ 2 / (2 * g)

N = ((2 * (j - 1) * (1 + lnJ)) / (2 * (j - 1) + (3 * j - 2) * lnJ)) * E

j = 1 + N / Rc

lnJ = (Log(j) / Log(baseE))

C = 2 * ((j * lnJ) / (2 * (j - 1) + (3 * j - 2) * lnJ)) ^ (3 / 2)

q1 = C * Sqr(2 * g) * E ^ (3 / 2)

If Abs(q1 - q) > epsilon Then

q = q1

GoTo 7

End If

q = q1

Cells(4, 2) = q

Cells(i, 4) = Cells(i, 9) / 3600

Cells(i, 5) = C

Cells(i, 6) = q

Cells(7, 2) = C

End Sub

Aplicando-se o algoritmo para cálculo de “q” em alguns valores de ensaios foram obtidos os seguintes resultados:

Tabela 15 – Resultados de “q” teórico e “C_Q” teóricos

H(m)	E(m)	Q _{exp} (m ³ /h)	Q _{exp} (m ³ /s)	q _{exp} (m ³ /s.m)	C _{Qexp}	q _{teor} (m ³ /s.m)	C _{Qteor}	H/E _{proj}
0,0778	0,047851	26	0,007222	0,014444	0,312007	0,017853	0,382793	0,414291
0,1089	0,079097	58	0,016111	0,032222	0,328050	0,038069	0,381437	0,579901
0,1408	0,111284	102	0,028333	0,056667	0,346417	0,063778	0,380055	0,749771
0,1718	0,142689	153	0,042500	0,085000	0,358595	0,092951	0,378722	0,914848
0,193	0,164246	193	0,053611	0,107222	0,366774	0,115062	0,377816	1,027740
0,2031	0,174532	213	0,059167	0,118333	0,369748	0,126178	0,377387	1,081523
0,2072	0,178733	223	0,061944	0,123889	0,373677	0,130793	0,377213	1,103356
0,2102	0,181776	228	0,063333	0,126667	0,372529	0,134208	0,377086	1,119331
0,2131	0,184748	235	0,065278	0,130556	0,374830	0,137539	0,376964	1,134774
0,2149	0,186574	238	0,066111	0,132222	0,374070	0,139621	0,376888	1,144359
0,2161	0,187791	240	0,066667	0,133333	0,373561	0,141015	0,376837	1,150749

Onde:

H := profundidade em metros;

E := carga específica de projeto em metros;

Q_{exp} := vazão medida em m³/h e m³/s;

Q_{exp} := vazão em volume por unidade de largura medida em m³/s.m;

C_{Qexp} := coeficiente de vazão calculado utilizando os valores medidos e o sensor ultrasônico;

q_{teor} := vazão em volume por unidade de largura teórica em m³/s.m;

C_{Qteor} := coeficiente de vazão calculado utilizando os valores teóricos e o sensor ultrasônico;

H/E_{proj} := relação entre a profundidade e carga específica de projeto, que neste caso é para a vazão de 240 m³/h.

Estes resultados permitem a elaboração de gráfico demonstrando o comportamento do coeficiente teórico e o do coeficiente medido:

Figura 100 – Gráfico Comparando C_Q teórico com C_Q medido

Figura 101 – Gráfico $H/E_{proj} \times CQ$

A partir do tratamento gráfico $H/E_{proj} \times C_Q$ é possível utilizar-se a seguinte equação para cálculo de C_Q :

$$C_Q = 0,365 \left(\frac{H}{E_{proj}} \right)^{0,1834}$$

A partir da fórmula clássica da vazão em fundo plano:

$$q = \frac{2}{3\sqrt{3}} \sqrt{2g} \cdot E^{3/2}$$

pode-se deduzir a seguinte expressão para o coeficiente de vazão C_Q :

$$C_Q = \frac{q}{\sqrt{2g} E^{3/2}}$$

então a partir da equação (14.18) pode-se fazer a mesma correlação e deduzir que o C_Q teórico para soleira elíptica-circular é:

$$C_Q = 2 \left[\frac{J \ln J}{2(J-1) + (3J-2) \ln J} \right]^{3/2} \quad \dots(14.19)$$

sendo que: $J = 1 - \frac{N_c}{R_c}$

CONCLUSÃO

O principal objetivo deste trabalho foi a proposta de um novo perfil de soleira que atendesse algumas características:

- perfil curvilíneo com mínimo de pontos de descontinuidade na curvatura;
- definição geométrica baseada em critérios da Mecânica dos Fluidos;
- determinações de vazões, de perfis de linhas d'águas, de perfis de pressões com aporte teórico;
- perfil proposto com geometria definida de modo universal (projeto proporcional).

A soleira proposta, atendendo às premissas anunciadas, está detalhada no item 4.2. Um protótipo desta soleira foi construído e estudado em laboratório (Centro Tecnológico de Hidráulica DAEE-USP).

Dentro das faixas de vazões operadas, a soleira não apresentou descolamento ao longo do perfil proposto, tanto nos ensaios experimentais (em modelo físico) quanto nas simulações teóricas (resultados a partir de simulação matemática baseada em DRESSLER, apud SOUZA);

Os valores k_N negativos estão dentro do limite para a hipótese de escoamento raso, conforme SIVAKUMARAN et alli (apud SOUZA);

O perfil proposto da soleira elíptica-circular tem as principais grandezas geométricas obtidas a partir da vazão específica transformada em profundidade crítica (y_c) de fundo plano, associada a dois critérios hidráulicos:

- a) limitação da velocidade de aproximação (o que está indicado na hipótese (1) do critério para definição da altura relativa da soleira, página 15);
- b) critério da limitação da aceleração convectiva a montante da crista (pode ser visto na página 17, no item critério para a definição do semi-eixo “a” do arco de elipse).

Esquemáticamente a obtenção da soleira pode ser resumida na figura a seguir:

Figura 102– Desenho Esquemático do Projeto Proporcional

A exploração desse modelo permitiu que os resultados correspondentes às profundidades, distribuição de pressões e coeficientes de vazão pudessem ser comparados com os correspondentes resultados estimados teoricamente com base em equacionamentos generalizados, levando-se em conta os efeitos de curvatura do perfil da soleira. Estas comparações apresentam resultados praticamente coincidentes (ver os resultados do item 9.2 Cálculo da linha d'água a partir da página 75), o que corrobora a qualidade hidrodinâmica do presente perfil da soleira.

Adicionalmente, foi desenvolvida uma expressão teórica para o cálculo da vazão específica, expressão essa que evidencia a dependência que o coeficiente de vazão (C_Q) tem da profundidade crítica (N_C) e do raio de curvatura na crista do perfil (R_C):

$$q = \left\{ 2 \left[\frac{J \ln J}{2(J-1) + (3J-2) \ln J} \right]^{3/2} \right\} \sqrt{2g} E^{3/2}$$

Vale ressaltar que, sendo o jacobiano, nesta situação, definido por $J = 1 - \frac{N_c}{R_c}$, w

observando-se que o coeficiente de vazão dado pela expressão:

$$C_Q = 2 \left[\frac{J \ln J}{2(J - 1) + (3J - 2) \ln J} \right]^{3/2}$$

é dependente apenas de “J”, pode-se concluir que o coeficiente de vazão depende somente da profundidade crítica N_c e do raio de curvatura na crista R_c .

A análise da Figura 100 (Gráfico Comparando C_Q teórico com C_Q medido) permite concluir que a soleira proposta apresenta coeficiente de vazão (C_Q) experimental praticamente coincidente com o coeficiente de vazão teórico. Esta conclusão está ligada ao fato de que o funcionamento da soleira com valor de carga (ou vazão) nas vizinhanças do valor de projeto está de acordo com as hipóteses que foram adotadas como critério de projeto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACKERS, P. *Flow measurement by weirs and flumes*. Harwell, AERE, 1971. 19p.
Trabalho apresentado na International Conference on Modern Developments in Flow Measurement, realizado em Harwell de 21 a 23 de setembro de 1971
- ACKERS, P. et alii. *Weirs and flumes for flow measurement*. Chichester, Wiley & Sons, 1978. 327p.
- ACKERS, P., HARRISON, A. J. M. *Critical-depth flumes for flow measurement in open channels*. Stationery Office, London, 1963 50p.
- ADDISON, Herbert. *Hydraulic measurement: a manual for engineers*. New York, John Wiley, 1941. 301p.
- AZEVEDO NETTO, J. M., ALVAREZ, G. A. *Manual de Hidráulica*. 8 ed. São Paulo, Edgard Blucher, 1998. 669p.
- BOS, M.G., *Flow measuring flumes for open channels systems*. Ed. John Wiley. New York. 1984. 321p;
- BOS, M.G., *Discharge measurement structures: by Working Group on Small Hydraulic Structures*. Wageningen, Institute for Land Reclamation and Improvement . 1986. 464p;
- BOS, M.G., CLEMMENS A.J. *Curso de Estruturas Hidráulicas de Medição*. São Paulo, FCTH, 1989.
- BOITEN, W. *Hydrometry*. Balkema, 2000. 246p. IHE Delft Lecture Note Series.
- CHANSON, H. *Free-Surface Flows with Near-Critical Flow Conditions*. Canadian Journal of Civil Engineering. vol. 23, nº. 6, pp. 1272-1284. dec.1996. (ISSN 0315-1468).
- CHANSON, H., and MONTES, J.S. *Overflow Characteristics of Circular Weirs: Effect of Inflow Conditions*. Journal of Irrigation and Drainage Engineering. ASCE, New York. Vol. 124, No. 3, pp. 152-162. jun. 1998. (ISSN 0733-9437).
- CHARLTON, F.G. *Measuring flow in open-channels: a review of methods*. London, CIRIA, 1978. 160p. (CIRIA Report 75)

- CHOW, Ven Te. *Open-channel hydraulics*. Tokyo, McGraw-Hill, 1959. 680p.
- DINIZ, Victor Emanuel Mello Guimarães. *Otimização de operação de rede por um modelo híbrido (hidrodinâmico - genético)*. 2004. 107f. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- FOX, Robert W. MCDONALD, Alan T., *Mecânica dos Flúídos*. Rio de Janeiro, LTC, 1998. 662p.
- HARRISON, A. J. M. *The streamlined broad-crested weir*. London, The Institution of Civil Engineers, Vol. 42, Pp: 575 – 599, December, 1968.
- HENDERSON, F. M. – *Open Channel Flow*. Macmillan, New York, 1966, 522p.
- HERSCHY, R. W., *Hydrometry: principles and practices*, ed. John Wiley & Son Chichester, 1978. 511p.
- LOBO, G. de A. *Vertedores e calhas para medição em pequenas bacias*. Dissertação apresentada à Escola Politécnica da USP, para obtenção do título de Mestrado em Engenharia, 1986. 172p.
- KHOSROJERDI, A., KAVIANPOUR, M.R, *Hydraulic behavior of Straigh and Curved Broad Crested Weirs*. 5th International Conference on Hydro-Science & Engineering, Warsaw, Poland, September 2002,. 8p.
- KULIN, Gershon & COMPTON, Philip R. *A guide to methods and standards for the measurement of water flow*. Washington, USDC, 1975. 89p. (NBS SP 421).
- MINEI, Noboru. *Um método expedito para a medição de vazão em rios e canais abertos*. 1999. 124f. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.
- PIMENTA, C. F.. *Curso de Hidraulica Geral*. 3.ed. São Paulo, CTH, 1977. 482p.
- PORTO, R. M. *Hidráulica Básica*. Ed. Departamento de Hidráulica da Escola de Engenharia de São Carlos / USP. Ed. EPUSP, 1998, 519p.
- RANGA RAJU, K.G. – *Flow Through Opem Channels*. Tata McGrow Hill, Nova Delhi, 1981, 330p.
- ROCHE, M. *Hydrologie de surface*. Paris, Gauthier/Villars, 1963. 429p.
- STREETER, V. L., WYLIE, E. B., Sanches, M. G.. trad. *Mecânica dos Fluídos*. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1980. 585p.

SOUZA, P. A. *Histerese em Escoamento sobre Salto-de-Esqui* Tese apresentada à Escola Politécnica da USP, para obtenção do título de Doutor em Engenharia, 1985. 138p.

WAHL, T. L. CLEMMENS, A. J. REPLOGLE, J. A. BOS, M. G.. Simplified Design of Flumes and Weirs. Irrigation and Drainage – Wiley Interscience. Great Britain, VOL 54; NUMB 2, pages 231-248 ISSN 1531-0353. 2005.

BIBLIOGRÁFICA COMPLEMENTAR

- BHAJANTRI, M. R. ELDHO; DEOLALIKAR, P.B. *Modeling hydrodynamic flow over spillway using weakly compressible flow equations*. Journal of Hydraulic Research, vol. 45, No.6, 2007, pp. 844-852.
- BOS, M.G., CLEMMENS A.J. *Portable RBC flumes for furrows and earthen channels*. Institute for Land Reclamation and Improvement. Michigan, ASAE, pp 1016-1021, 1984.
- CALISTO ACOSTA, Oswaldo Enrique. *Um modelo conceitual de distribuição de velocidades para canais abertos com efeito de curvatura de fundo*. Tese apresentada à Escola Politécnica da USP para a obtenção do título de Doutor em Engenharia. São Paulo, 1996. 110p.
- DIJSTELBERGEN, H.H. & SPENCER, E.A., ed. *Flow measurement of fluids*. Amsterdam, North Holland Publishing, 1978. 587p. Proceedings da Conference on Flow Measurement of Fluids (Flomeko 1978), realizado em Groningen-Holanda de 11 a 15 de setembro de 1978.
- HERSCHY, R. W., White, W. R. & WHITEHEAD, E. *The design of Crump weirs*. Reading, Department of the Environment, 73p. (Technical. Memorandum n.8)
- INTERNATIONAL STANDARD ORGANIZATION. *Liquid flow measurement in open channels by weirs and flumes - the overfall weirs of finite crest width (rectangular broad crested weirs)* s.l.p., 1975. 14p. (ISO/DIS 3846)
- SKOGERBOE, Gaylord V. et alli. *Design and calibration of submerged open channel flow measurement structures*. Logan, Utah Water Research Laboratory, 1967. 4v.
- TARRANT, J *Mesurement of flow in open channels*. s. n. t. Separata de Water Works and Sewerage, 1945.
- WHITEHEAD, E. *Crump weir crest* Wallingford, Hydraulics Research Station, 1982. 4p. Hydraulics Research Station, 1982. 4p (Hydraulics Research Report IT 223)

WISLER, C.O. & BRATER, E. F. *Hidrologia*. Rio de Janeiro, Ao livro Técnico, 1964.
484p.

WORLD METEOROLOGICAL ORGANIZATION. *Guide to hydrological practices*.
3ed. Geneva, 1974 - s.p.