ENÉAS SOUZA MACHADO

UTILIZAÇÃO DA METAHEURÍSTICA DO RECOZIMENTO SIMULADO NA OTIMIZAÇÃO DO PLANEJAMENTO DE SISTEMAS REGIONAIS DE TRATAMENTO DE EFLUENTES E SUA EXPANSÃO DA CAPACIDADE

Tese de Doutorado apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil, na área de Recursos Hídricos.

São Paulo
2009

ENÉAS SOUZA MACHADO

UTILIZAÇÃO DA METAHEURÍSTICA DO RECOZIMENTO SIMULADO NA OTIMIZAÇÃO DO PLANEJAMENTO DE SISTEMAS REGIONAIS DE TRATAMENTO DE EFLUENTES E SUA EXPANSÃO DA CAPACIDADE

Tese de Doutorado apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil, na área de Recursos Hídricos.

Área de Concentração:
Engenharia Hidráulica e Recursos Hídricos

Orientadora:
Profª Drª Mônica Ferreira do Amaral Porto

São Paulo
2009

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, ... de junho 2009.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Machado, Enéas Souza
Utilização da metaheurística do recozimento simulado na otimização do planejamento de sistemas regionais de tratamento de efluentes e sua expansão da capacidade / E.S. Machado. -- ed.rev. -- São Paulo, 2009.
250 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Hidráulica e Sanitária.

1.Otimização combinatória 2.Recozimento (Simulação) 3.Saneamento I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Hidráulica e Sanitária II.t.

ENÉAS SOUZA MACHADO

UTILIZAÇÃO DA METAHEURÍSTICA DO RECOZIMENTO SIMULADO NA OTIMIZAÇÃO DO PLANEJAMENTO DE SISTEMAS REGIONAIS DE TRATAMENTO DE EFLUENTES E SUA EXPANSÃO DA CAPACIDADE

Tese de Doutorado apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil, na área de Recursos Hídricos.

Área de Concentração:
Engenharia Hidráulica e Recursos Hídricos

Data:

_____ _____

Monica Ferreira do Amaral Porto
Universidade de São Paulo

_____ _____

A meu pai, Edmar (*in memoriam*) por me inculcar o princípio do trabalho duro e honesto, e à minha neta, Letícia, para que retenha os mesmos princípios, aliados a uma leveza e alegria na alma.

.

AGRADECIMENTOS

Parafraseando o saudoso professor, colega e amigo Fabio Ramos, o autor se sente muito orgulhoso de si mesmo pela sábia escolha das professoras Monica Porto e Maria da Conceição Cunha (Universidade de Coimbra) como suas orientadora e co-orientadora, respectivamente. Seu apoio, amizade e puxões de orelha nas horas certas foram fundamentais no desenvolvimento dos estudos.

Igualmente o autor se sente orgulhoso de privar do apoio e da amizade do professor Eloy Kaviski, do Departamento de Hidráulica e Saneamento da Universidade Federal do Paraná, exemplo de um perfeito *scholar*, e exemplo também de paciência e estoicismo por agüentar as inúmeras deficiências deste autor em preciosas e incontáveis reuniões de trabalho.

O autor agradece ao matemático e analista de sistemas Hamilton Andreata pelo desenvolvimento dos programas computacionais.

O autor agradece à CAPES pela bolsa sanduíche junto ao Instituto Técnico de Lisboa e à Universidade de Coimbra. O professor e ministro do Ambiente e Território de Portugal, Francisco Nunes Correia, foi sempre um gentil guia dos mistérios de Portugal e da otimização.

Muitos colegas e amigos contribuíram para o trabalho do autor: Clarissa Scuissiato, Cristiane Schwanka, Cristóvão S. Fernandes, Edgar Fausti, Edson José Manasses, Eduardo Sabino Pegorini, Gustavo Schmidt, Heloise Garcia Knapik, Marcos Bedene, Maria Helena Pelanda, Olga Polatti, Ronaldo Lemberg. Agradeço aos dirigentes da SUDERHSA, Darcy Deitos e João Lech Samek e meu diretor, José Luiz Scroccaro pelo apoio e complacência pelas horas furtadas ao trabalho.

Um carinho muito especial para minha esposa, Maria Madalena e meus filhos e noras, Vladimir, Carlos Eduardo, Luciane e Íris, que souberam relevar meus momentos de mau- humor e me proporcionar um ambiente de amor.

Uma lágrima por meu pai, Edmar, que nos deixou nas últimas semanas antes do término deste trabalho, exemplo de seriedade e honestidade. Um beijo para minha mãe, Victoria, pelo amor inesgotável. Um abraço carinhoso em minha irmã, Ondina Maria.

E, porque não, um agradecimento a Santo Antonio (seja de Lisboa ou seja de Pádua), de quem este empedernido agnóstico é devoto!

SUMÁRIO

página

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

APRESENTAÇÃO

RESUMO

ABSTRACT

1 . INTRODUÇÃO.....1

1.1 INTRODUÇÃO.....1

1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA.....2

1.3 DESENVOLVIMENTO DA TESE.....4

2. MODELOS DE OTIMIZAÇÃO, LOCALIZAÇÃO E EXPANSÃO DE CAPACIDADE.....8

2.1 INTRODUÇÃO.....8

2.2 MODELOS CLÁSSICOS DE OTIMIZAÇÃO.....8

2.2.1 Classificação dos Modelos Clássicos de Otimização.....8

2.2.2 Programação Linear.....10

2.2.3 Programação Não Linear.....11

2.2.4 Programação Inteira.....15

2.2.5 Programação Dinâmica.....17

2.3 HEURÍSTICAS E METAHEURÍSTICAS.....20

2.3.1 A função das heurísticas e metaheurísticas.....20

2.3.2 Heurísticas Tradicionais.....21

2.3.3 Metaheurísticas.....22

2.3.3.1 Algoritmos Genéticos.....22

2.3.3.2 Busca Tabu.....25

2.3.3.3 Colônia de Formigas.....27

2.3.3.4 Recozimento Simulado.....33

2.4 PROBLEMAS DE EXPANSÃO DA CAPACIDADE E DE LOCALIZAÇÃO DISCRETA.....38

2.4.1 Introdução.....38

2.4.2 Problemas de Expansão da Capacidade.....39

2.4.2.1 Funções de Custo.....39

2.4.2.2 Funções de Demanda.....40

2.4.2.3 Horizontes de Planejamento.....41

2.4.2.4 Modelos Básicos de Expansão da Capacidade.....41

2.4.2.4.1 Expansão de uma Única Facilidade com Horizonte Infinito.....42

2.4.2.4.2 Expansão de uma Única Facilidade com Horizonte Finito.....43

2.4.2.4.3 Expansão da Capacidade com um Conjunto Finito de Projetos.....46

2.4.3 Problemas de localização.....47

2.4.3.1 Localização Discreta Estática.....48

2.4.3.1.1 Problemas de p-Mediana (p-MP).....50

2.4.3.1.2 Problemas de p-Centros (p-CP).....52

2.4.3.1.3 Problemas de Localização de Centros de Suprimento Capacitados (CPLP ou Fixed Charge- FCLP).....53

2.4.3.1.4 Problema de Localização com Capacidade Ilimitada (UFLP).....55

2.4.3.2 Localização Dinâmica.....56

3. MODELOS DE QUALIDADE DA ÁGUA.....62

4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....66

4.1 INTRODUÇÃO.....66

4.2 REVISÃO DOS MODELOS EXISTENTES.....68

4.2.1 Modelos de otimização pontuais.....81

4.2.2 Modelos de otimização regionais.....91

4.2.3 Modelos de expansão da capacidade.....109

4.2.3.1 Economia de escala.....109

4.2.3.2 Classificação e exemplos de modelos de expansão da capacidade.....110

5. FUNÇÕES DE CUSTOS PARA OBRAS DE EFLUENTES DOMÉSTICOS.....116

5.1 REVISÃO DE FUNÇÕES DE CUSTOS EXISTENTES.....116.

5.2 OBTENÇÃO DAS FUNÇÕES DE CUSTOS.....123

5.2.1 Custos de implantação.....123

5.2.1.1 Interceptores 124

5.2.1.2 Estações Elevatórias.....125

5.2.1.3 Estações de Tratamento de Efluentes.....126

5.2.2 Funções de custo de operação e manutenção.....127

6. MÉTODO PROPOSTO – O MODELO ESTÁTICO PARA O SISTEMA REGIONAL.....129

6.1 INTRODUÇÃO.....129

6.2 O MODELO REGIONAL ESTÁTICO.....130

6.2.1 Solução proposta.....130

6.2.2 Solução Inicial, Soluções Candidatas e Parâmetros do Recozimento....136

6.2.2.1 Solução inicial.....136

6.2.2.2 Soluções Candidatas.....136

6.2.2.3 Parâmetros utilizados.....137

6.3 O MODELO HIDRÁULICO.....139

6.3.1 Solução proposta.....139

6.3.2 Solução Inicial, Soluções Candidatas e

Parâmetros do Recozimento.....152

6.4 APLICAÇÃO DO MODELO REGIONAL ESTÁTICO.....152

6.4.1 Exemplo 1.....152

6.4.2 Exemplo 2.....162

6.4.3 Exemplo 3.....163

6.5 ALTERAÇÕES NO MODELO REGIONAL ESTÁTICO.....164

6.5.1 Alterações iniciais.....164

6.5.2 Penalização da Função Objetivo do Modelo Hidráulico.....166

6.5.3 Um segundo Algoritmo Hidráulico.....168

6.6 APLICAÇÃO À BACIA DO RIO BARIGUI.....176

6.7 O MODELO REGIONAL ESTÁTICO COM RESTRIÇÕES DE QUALIDADE DA ÁGUA.....185

6.7.1 Ajustes para atender à qualidade da água.....186

6.7.1.1 Primeiro ajuste – eficiência de tratamento.....186

6.7.1.2 Segundo ajuste – vazões de lançamento.....188

6.7.2 Aplicação à bacia do rio Barigui.....190

6.7.2.1 Resultados obtidos.....194

7. O MODELO REGIONAL DINÂMICO.....210

7.1 INTRODUÇÃO.....210

7.2 O MODELO REGIONAL DINÂMICO.....211

7.3 APLICAÇÃO À BACIA EXEMPLO.....222

7.4 INFLUÊNCIA DA TAXA DE DESCONTO.....228

8 . CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....234

8.1 INTRODUÇÃO.....234

8.1 CONCLUSÕES.....235

8.2 RECOMENDAÇÕES.....239

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS......242

ANEXO 1 – CÁLCULOS INICIAIS PARA APLICAÇÃO DO MOD_HIDR_01.....256

ANEXO 2 - SOLUÇÃO DE UM SISTEMA DE EQUAÇÕES PELA FATORAÇÃOQRE SUA APLICAÇÃO NO MOD_HIDR_02.....260

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Classificação das abordagens aproximativas.....21

Figura 2.2 - Esquema do operador de recombinação.....24

Figura 2.3 - Esquema do operador mutação.....24

Figura 2.4 - Taxionomia dos problemas de localização dinâmica.....57

Figura 6.1 - Fluxograma do Modelo Estático de Otimização.....134

Figura 6.2 – Escoamento a 80% do diâmetro do tubo.....143

Figura 6.3 – Fluxograma do ALGO_HIDR_01.....148

Figura 6.4 – Rede para os exemplos do Modelo Regional Estático.....153

Figura 6.5 – Tela inicial do modelo: matriz de adjacências e outras informações...155

Figura 6.6 – Tabela de Diâmetros.....155

Figura 6.7 – Parâmetros de custos e do Recozimento Simulado.....156

Figura 6.8 – Rede resultante para o exemplo 1.....157

Figura 6.9 – Variação do valor da FOB com o n° de trechos sorteados.....158

Figura 6.10 – Variação do valor da FOB com a energia PE.....160

Figura 6.11 – Variação do valor da FOB com a variável PE.....161

Figura 6.12 – Rede resultante para o exemplo 2.....162

Figura 6.13 – Resultado do Exemplo 3.....163

Figura 6.14 - Rede resultante com decréscimo inicial de diâmetros.....165

Figura 6.15- Rede resultante com a penalização da FOB Hidráulica.....168

Figura 6.16 - Rede resultante com o uso do ALGO_HIDR_02.....174

Figura 6.17: Rede resultante com ALGO_HIDR_02 com penalizações para EEs. 175

Figura 6.18 – Bacia do Alto Iguaçu com destaque para a bacia do rio Barigui 177

Figura 6.19 – Bacia do rio Barigui.....178

Figura 6.20 – Rede de simulação da bacia do rio Barigui.....183

Figura 6.21 - Rede obtida no Modelo Estático para a bacia do rio Barigui.....184

Figura 6.22.a – Curva de Permanência de OD para o rio Barigui a Montante do Parque Barigui.....191

Figura 6.22.b – Curva de Permanência de DBO para o rio Barigui a Montante do Parque Barigui.....191

Figura 6.23.a – Curva de Permanência de OD para o rio Barigui em Ponte da Cachimba.....191

Figura 6.23.b – Curva de Permanência de DBO para o rio Barigui em Ponte da Cachimba.....191

Figura 6.24.a – Curva de Permanência de OD para o rio Iguaçu em ETE Cachoeira.....192

Figura 6.24.b – Curva de Permanência de DBO para o rio Iguaçu em ETE Cachoeira.....192

Figura 6.25 - Topologia da rede de simulação de qualidade da água nos rios Barigui e Iguaçu.....194

Figura 6.26 – Resultados do modelo Streeter-Phelps para uma ETE no rio Barigui – Vazões 95% e (1-η)=0,30.....199

Figura 6.27 – Resultados do modelo Streeter-Phelps para uma ETE no rio Barigui – Vazões 90% e (1-η)=0,30.....200

Figura 6.28 – Resultados do modelo Streeter-Phelps para uma ETE no rio Barigui – Vazões 95% e (1-η)=0,05.....201

Figura 6.29 – Resultados do modelo Streeter-Phelps para uma ETE no rio Barigui – Vazões 90% e (1-η)=0,05.....202

Figura 6.30 – Resultados do modelo Streeter-Phelps para duas ETEs no rio Barigui – Vazões 95% e (1-η)=0,30.....205

Figura 6.31 – Resultados do modelo Streeter-Phelps

para duas ETEs no rio Barigui – Vazões 90% e (1-η)=0,30.....206

Figura 6.32 – Resultados do modelo Streeter-Phelps
para duas ETEs no rio Barigui – Vazões 95% e (1-η)=0,05.....207

Figura 6.33 – Resultados do modelo Streeter-Phelps
para duas ETEs no rio Barigui – Vazões 90% e (1-η)=0,05.....208

Figura 7.1 - Fluxograma do Modelo Dinâmico.....218

Figura 7.2 – Tela do modelo computacional com a rede inicial.....223

Figura 7.3 – Tela do modelo computacional com os parâmetros.....224

Figura 7.4-a – Rede resultante da bacia exemplo, Etapa 1.....227

Figura 7.4-b – Rede resultante da bacia exemplo, Etapa 2.....227

Figura 7.5-a - Rede resultante da bacia exemplo, Etapa 1 para *r*=5%.....232

Figura 7.5-b - Rede resultante da bacia exemplo, Etapa 2 para *r*=5%.....232

Figura 7.6-a - Rede resultante da bacia exemplo, Etapa 1 para *r*=15%.....233

Figura 7.6-b - Rede resultante da bacia exemplo, Etapa 2 para *r*=15%.....233

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Classificação dos problemas de otimização.....10

Tabela 2.2 - Condições necessárias e suficientes para otimalidade.....14

Tabela 2.3 - Funções Objetivo em problemas de localização.....49

Tabela 2.4 - Desenvolvimento dos modelos de Localização Dinâmica, com restrição de capacidade.....59

Tabela 2.5 - Desenvolvimento dos modelos de Localização Dinâmica, sem restrição de capacidade.....61

Tabela 4.1 - Estudos de gestão da qualidade da água para Estações Individuais de Tratamento de Efluentes.....72

Tabela 4.2 - Estudos sobre locação e dimensionamento de Estações Regionais de Tratamento de Efluentes.....78

Tabela 4.3 - Economia de escala em sistemas de abastecimento de água.....110

Tabela 4.4 - Classificação de modelos de expansão da capacidade.....111

Tabela 5.1- Custos de Interceptores.....125

Tabela 5.2 - Equações de custo para ETEs.....127

Tabela 6.1 – Cotas topográficas e populações para a rede do exemplo 1.....153

Tabela 6.2 – Estatísticas da FOB para diferentes números de trechos sorteados..159

Tabela 6.3 – Soluções obtidas para 2 sorteios de trechos e variação de *p* e *PE*.....159

Tabela 6.4 - sorteia 1 trecho – *p*=0,50.....160

Tabela 6.5 – *PE*= 0,01.....160

Tabela 6.6 – parâmetros do Recozimento com redução inicial de diâmetros.....165

Tabela 6.7 - parâmetros do Recozimento com limitação da FOB Hidráulica.....167

Tabela 6.8 – parâmetros do Recozimento no uso do ALGO_HIDR_02.....173

Tabela 6.9 – valores obtidos com o ALGO_HIDR 02 com limitação de EEs.....174

Tabela 6.10 – principais características dos algoritmos hidráulicos.....176

Tabela 6.11 - valores dos parâmetros para o Modelo Estático ALGO_HIDR 02 na bacia do Barigui.....180

Tabela 6.12 – vazões máximas e resultantes nas ETEs.....180

Tabela 6.13 – resultados da FOB da bacia do rio Barigui.....180

Tabela 6.14 - n° de simulações e de sucessos em cada temperatura.....171

Tabela 6.15 – vazões características dos rios Barigui e Iguaçu.....193

Tabela 6.16 – Dados para o modelo Streeter-Phelps com 1 ETE no rio Barigui.....195

Tabela 6.17 – Resultados da simulação do modelo Streeter-Phelps considerando uma ETE no rio Barigui.....198

Tabela 6.18 – Dados para o modelo Streeter-Phelps com 2 ETEs no rio Barigui...203

Tabela 6.19 – Resultados da simulação do modelo Streeter-Phelps considerando duas ETEs no rio Barigui.....204

Tabela 7.1 – valores dos parâmetros do Recozimento nos Modelos Hidráulico e Dinâmico.....224

Tabela 7.2 – Resultados da FOB para o Modelo Dinâmico na bacia exemplo 225

Tabela 7.3 – Configuração das redes obtidas.....226

Tabela 7.4 - n° de simulações e de sucessos em cada temperatura em função de n_2 dinâmico da Etapa 2.....226

Tabela 7.5 – coeficientes para o Custo Descontado.....228

Tabela 7.6 – Valores dos parâmetros do Recozimento na

variação da taxa de juros.....229

Tabela 7.7 – Variação da taxa de desconto e resultados da FOB para

o Modelo Dinâmico - bacia exemplo.....230

Tabela 7.8 – Configuração das redes obtidas com a variação

da taxa de desconto.....231

APRESENTAÇÃO

Enéas Souza Machado é engenheiro civil, formado em 1976 pela Universidade Federal do Paraná. Trabalhou na iniciativa privada em temas de hidrologia e hidráulica na área de controle da erosão urbana. Concluiu o mestrado em Engenharia Hidráulica e Sanitária na Escola de Engenharia de São Carlos, USP, em 1982, onde apresentou dissertação sobre modelo hidrológico/hidráulico para áreas urbanas.

O autor trabalha na Superintendência de Desenvolvimento de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, SUDERHSA, desde 1981. Trabalhou inicialmente em hidrometria, participando da montagem dos bancos de dados hidrológicos e na instalação da rede fluviométrica da Região Metropolitana de Curitiba. Da hidrometria saltou para a hidrologia, onde ajudou a criar o Serviço de Hidrologia Aplicada, primeiro departamento da SUDERHSA a trabalhar com dados hidrológicos para fins internos e externos à Autarquia. Após a cheia de 1983, que afetou seriamente a Região Metropolitana de Curitiba, participou de um grupo de técnicos da SUDERHSA e de professores da UFPR que lançou as primeiras discussões sobre a necessidade de gerenciamento da bacia do Alto Iguaçu. Nesta época coordenou a edição do Atlas de Recursos Hídricos do Estado do Paraná.

Ao longo desses anos participou em dois cursos internacionais patrocinados pela UNESCO: *Sediment Transport Technology*, lecionado com apoio da Direção Geral de Obras Hidráulicas da Turquia, em 1988; e *International Higher Hydrological Course* in Flood Forecasting, junto à Universidade Lomonosov em Moscou, 1990.

Aos poucos o autor foi se afastando da área de hidrologia. Em 1990/91, participou do grupo que elaborou os estudos e a minuta de projeto de lei do ICMS Ecológico, a primeira lei estadual no País (lei estadual n°59/91) sobre o tema de

compensações ambientais para proteção de mananciais e de áreas verdes. De 1993 a 1996 trabalhou na Gerência Técnica e na Coordenação do Programa de Saneamento Ambiental da Região Metropolitana de Curitiba, projeto financiado pelo Banco Mundial na área de saneamento ambiental. Neste projeto, e após seu término, trabalhou em um grupo que desenvolveu a minuta de projeto de lei de recursos hídricos do Estado do Paraná (lei estadual n° 12.726/99) e sua regulamentação.

Após uma crise de identidade, sem saber se era engenheiro, advogado ou economista, o autor resolveu voltar aos estudos, neste doutorado que agora se encerra, optando por um tema mais matemático, ainda que voltado à área de gestão de recursos hídricos.

Atualmente, o autor é gerente da Agência de Bacia do Alto Iguaçu e Afluentes do Alto Ribeira, onde vem coordenando a elaboração do plano de bacia e de estudos sobre a cobrança pelo direito de uso de recursos hídricos. Também coordena a Câmara Técnica de Cobrança do Conselho Nacional de Recursos Hídricos e a mesma Câmara no âmbito do Conselho Estadual e do Comitê do Alto Iguaçu.

O autor foi Diretor da Associação Brasileira de Recursos Hídricos no biênio 1992-93 e atualmente é Diretor da Regional Paraná.

O autor iniciou o mestrado em São Carlos sabendo que pouco sabia. O autor está terminando o doutorado ainda sabendo que pouco sabe. A vida é dura! Se tudo terminar bem, o autor pretende voltar a infernizar a vida de seus vizinhos com o saxofone!

RESUMO

O presente trabalho discorre sobre o uso da metaheurística do Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*) na otimização do planejamento de sistemas regionais de tratamento de efluentes e na sua expansão da capacidade. O primeiro modelo desenvolvido trata da otimização espacial de um sistema regional: dadas fontes de efluentes e locais potenciais para instalação de estações de tratamento, o modelo busca a configuração regional de menor custo. O modelo é composto de duas fases: a primeira é um modelo hidráulico que valida a rede proposta através da solução da equação universal de perda de cargas e uma otimização por Recozimento, visto haver inúmeras soluções, já que a rede pode ter qualquer sentido de fluxo. Esta otimização hidráulica visa minimizar o bombeamento do sistema. A segunda fase compreende a otimização do sistema regional, onde novas configurações e/ou alterações de diâmetros são testadas. Esta segunda otimização também é resolvida via Recozimento com o intuito de minimizar o custo do sistema.

O segundo modelo trata da expansão da capacidade do sistema: o período de planejamento é dividido em duas etapas. O Recozimento é aplicado nas duas etapas. Soluções propostas para a segunda etapa são passo a passo testadas para a primeira etapa, de modo que o resultado espelhe uma otimização de todo o período. O uso intenso do Recozimento e de simulações na obtenção de soluções iniciais e candidatas leva a um tempo de processamento bastante elevado, especialmente no caso do Modelo Dinâmico. Os modelos foram testados em uma bacia exemplo obtida da literatura e também na bacia do rio Barigui, na Região Metropolitana de Curitiba. Foram desenvolvidas funções de custo para interceptores, estações elevatórias e estações de tratamento de efluentes com base em dados de obras efetuadas na Região Metropolitana de Curitiba. O uso da metaheurística do Recozimento Simulado provou ser um caminho interessante para a otimização de sistemas regionais tais como de tratamento de efluentes. Estudos adicionais são necessários no sentido de se obter um modelo hidráulico de maior eficiência computacional, um número maior de testes com os parâmetros do Recozimento e funções de custo mais abrangentes, especialmente quanto a custos de operação e manutenção.

ABSTRACT

This study is concerned with the use of the metaheuristic Simulated Annealing for the optimal planning of regional effluent systems and its capacity expansion. The first model deals with the spatial optimization of the system: given a network where some nodes represent effluent sources and other nodes represent the location of possible sewage treatment plants, the model seeks the minimum cost configuration. The first module of the model verifies the hydraulic viability of proposed configurations, by solving the universal equation of head loss. This is also done via annealing since there is a multitude of solutions because any flow direction is allowed. The second part of the model consists of trying different candidate solutions for the network, by means of changing its configurations and/or diameters and looking for the lowest cost solution.

The second model deals with the capacity expansion of the system. The planning horizon is divided in two parts. Each solution for the second period is tested also for the first period, thus providing a global minimum for the entire planning period. The use of annealing coupled with intensive use of simulation results in large processing times, especially for the dynamic model. The models were tested for a network available in the literature and also in the Barigui river basin, in the Metropolitan Region of Curitiba, PR. Cost equations were derived for conveyance systems, lifting stations and wastewater treatment plants. The use of Simulated Annealing proved to be an interesting tool for the planning and optimization of regional systems such as the ones here studied. Further studies are recommended such as a mix of the two hydraulic models developed, seeking for the improvement of computational time. Additional testing of the annealing parameters are also needed and O&M cost functions should be detailed.

1 – INTRODUÇÃO

1.1 INTRODUÇÃO

Com a entrada em vigor da lei n° 9.433, em janeiro de 1997, o Brasil iniciou um novo capítulo na história da gestão dos recursos hídricos. Novos instrumentos de gestão foram introduzidos, como os Planos de Bacia, a outorga de direito de uso, em especial a outorga de efluentes, e a cobrança pelo uso da água. Para a correta aplicação destes novos instrumentos, há necessidade do desenvolvimento de todo um ferramental técnico para apoiar a tomada de decisões. Por exemplo, no caso de Planos de Bacia, nota-se a necessidade da utilização de modelos de simulação, de quantidade e de qualidade, bem como da construção de critérios para elencar e hierarquizar as ações a serem efetuadas no âmbito do Plano. Mais do que simular, há necessidade de hierarquizar a implementação de tais ações e escaloná-las ao longo do tempo, com a utilização de modelos de otimização e de sistemas de apoio à tomada de decisões.

No caso das ações estruturais, certamente a que deverá receber maior atenção por parte dos Comitês de Bacia, será a melhoria da qualidade da água dos rios, através de várias medidas de despoluição, especialmente por meio da implantação de estações de tratamento de esgotos nos grandes centros urbanos do País. Segundo o IBGE (2002), na média nacional, apenas 30% do esgoto coletado recebe tratamento. É sabido que o maior fator causador da poluição orgânica em nossos rios ainda são os esgotos domésticos. Por exemplo, de acordo com SUDERHSA (1999), na bacia do Alto Iguaçu, Região Metropolitana de Curitiba, 90%

da poluição dos rios é causada por esgotos domésticos, e apenas 10% tem origem industrial.

Uma das principais questões ambientais no Brasil, e em outros países menos desenvolvidos, é a falta de uma adequada estrutura de coleta e tratamento de efluentes domésticos, levando a uma deterioração da qualidade da água nos corpos d'água, notadamente junto aos grandes centros urbanos. Em função de uma necessidade há décadas não atendida, estima-se que no Brasil seriam necessários R$ 180 bilhões de investimento até o ano 2015 (US$ 81 bilhões, ao câmbio de julho de 2006). Desde o final do Plano Nacional de Saneamento - PLANASA, nos anos 70 do século passado, o Brasil ainda não construiu um novo arranjo institucional e financeiro para lidar com um problema destas dimensões. A regulação e efetiva implementação da lei federal n°11.445 de janeiro de 2007, que instituiu a Política Nacional de Saneamento, podem vir a ser os meios que propiciem a retomada do setor de saneamento. Qualquer que seja o arranjo institucional que se obtenha, os engenheiros, projetistas e os Comitês de Bacia deverão enfrentar a questão: como obter o melhor arranjo físico regional, sujeito a restrições de qualidade da água e a restrições orçamentárias. E ainda, como implementar tais ações ao longo do tempo. Imagina-se que, modelos de simulação e de otimização serão ferramentas imprescindíveis para a tomada de decisões.

1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

A pesquisa desenvolvida visa contribuir com esse debate, estudando a aplicação da metaheurística do Recozimento Simulado na solução de um problema de otimização para a localização de Estações de Tratamento de Efluentes (ETEs) em uma bacia hidrográfica, visando a minimização de custos, bem como sua

expansão da capacidade. Para tanto, será proposto um Modelo Computacional e desenvolvido um Método Computacional. O modelo será aqui denominado de Modelo Estático. O equacionamento matemático de tal problema de otimização resulta em um modelo de Programação não Linear Inteiro, de difícil solução através de técnicas tradicionais de otimização. Utilizando-se da metaheurística do Recozimento, tal modelo é composto por duas partes: o modelo de otimização locacional por Recozimento Simulado, que é alimentado por um Modelo Hidráulico que verifica a validade hidráulica das soluções propostas. Tal verificação é feita através da equação universal de perda de carga, com a obtenção das vazões nos tramos da rede através de simulação e otimização também por Recozimento (os termos Recozimento Simulado, Recozimento, *Simulated Annealing* e *Annealing* serão utilizados de forma intercambiável ao longo deste trabalho). Para tanto, dois algoritmos hidráulicos foram desenvolvidos (ALGO-HIDR 01 e ALGO_HIDR 02).

Os resultados do Modelo Estático serão verificados externamente pelo modelo de qualidade da água de Streeter-Phelps, tendo seus resultados eventualmente corrigidos para atender a restrições de qualidade da água nos corpos receptores.

Para além do Modelo Estático, desenvolveu-se também um modelo de expansão da capacidade, denominado de Modelo Dinâmico, e também resolvido por otimização via Recozimento. Embora a conceituação seja genérica para qualquer número em que se divida o período de planejamento, o mesmo foi desenvolvido para dois períodos.

Portanto o objetivo do trabalho é: “desenvolver modelos de otimização resolvidos através da metaheurística do Recozimento Simulado que permitam obter a localização, o dimensionamento e a expansão de um sistema regional de

tratamento de efluentes”. De forma externa, o modelo incorpora restrições de qualidade da água nos corpos d’água, obtidas através de um modelo de simulação.

O Sistema Regional é composto por um ou vários arranjos físicos, compostos de interceptores a gravidade ou sob pressão, Estações Elevatórias (EEs) e Estações de Tratamento de Efluentes (ETEs).

1.3 DESENVOLVIMENTO DA TESE

A Tese está desenvolvida da seguinte maneira: o Capítulo 2 apresenta uma visão geral dos modelos de otimização. São apresentados os modelos clássicos de otimização: Programação Linear, Programação Não Linear, Programação Inteira e Programação Dinâmica. São comentados os modelos heurísticos, e, em especial, as chamadas metaheurísticas. Os modelos apresentados são: Algoritmos Genéticos, Busca Tabu, Colônia de Formigas e Recozimento Simulado. Na seqüência, faz-se uma introdução aos problemas de localização discreta, estáticos e dinâmicos. A teoria da localização discreta constitui-se em uma das bases dos problemas de localização de instalações públicas, entre as quais, estações de tratamento de efluentes.

O Capítulo 3 apresenta uma sucinta revisão de modelos de qualidade da água, em especial o clássico modelo de Streeter-Phelps (1925) utilizado neste trabalho e o modelo QUAL2E (Brown e Barnwell, 1987).

O Capítulo 4 apresenta a revisão bibliográfica, que contempla os primeiros modelos aplicados no início da década de 1960, até modelos recentes baseados em metaheurísticas. São apresentados modelos que contemplam diferentes aspectos de sistemas individuais, modelos regionais e modelos dinâmicos. Alguns modelos de

expansão da capacidade aplicados a outras áreas de recursos hídricos são comentados.

O Capítulo 5 apresenta uma breve revisão de funções de custos de outros estudos, nacionais e internacionais. São também apresentadas as funções de custo utilizadas neste trabalho: custos de implantação de interceptores, ETEs e EEs e custos de O&M para ETEs. Os dados foram obtidos de obras recentes feitas na Região Metropolitana de Curitiba pela Companhia de Saneamento do Paraná (SANEPAR).

Os Capítulos 6 e 7 vêm a ser o cerne do presente trabalho de pesquisa. O Capítulo 6 trata do chamado Modelo Estático, dos dois modelos hidráulicos e das restrições externas de qualidade da água. As duas fases do Modelo Estático compreendem: uma otimização por Recozimento que propõe uma solução inicial e soluções candidatas. Cada solução tem sua viabilidade hidráulica testada num algoritmo hidráulico, também resolvido via Recozimento. Esta segunda otimização faz-se necessária já que a rede simulada permite escoamentos em qualquer sentido, não havendo uma solução hidráulica única. Tal viabilidade hidráulica é obtida através da minimização de bombeamentos na rede.O Modelo Estático foi aplicado a uma “bacia teste” apresentada em (Souza e Cunha ,1999) e à bacia do rio Barigui, na Região Metropolitana de Curitiba. No caso da “bacia teste” já se pôde verificar o enorme tempo de processamento que o *annealing* exige. No caso da bacia do Barigui, onde simulou-se uma rede quase três vezes maior, tempos de processamento quase impeditivos não permitiram que se chegasse a uma solução “pseudo ótima” Porém, valores decrescentes da função objetivo apontam para a validade do método.

Já o Capítulo 7 trata do modelo de expansão da capacidade (Modelo Dinâmico). O modelo, para duas etapas, compõe-se de dois ciclos de otimização via Recozimento. O “ciclo externo” trata da otimização da Etapa 2, que compreende as obras necessárias para atender às vazões de efluentes dos dois períodos. Para cada passo do ciclo externo, abre-se um “ciclo interno”, que compreende a otimização do sistema para atender às vazões do primeiro período ou até dos dois períodos. Assim cada rede proposta no ciclo externo é otimizada no ciclo interno. Além disso, em cada ciclo é encontrada a rede hidraulicamente ótima, ou seja, aquela com a solução de menor bombeamento. Percorrida a otimização do ciclo externo, tem-se uma configuração pseudo-ótima para todo o horizonte de planejamento. Note-se que os períodos de planejamento nunca são analisados separadamente, mas sim de maneira conjunta, permitindo uma solução panorâmica do sistema.

O tempo de processamento, já bastante elevado no Modelo Estático, revelou-se crucial no Modelo Dinâmico. Quatro ciclos de aplicação de *annealing* exigem uma radical diminuição do tamanho dos parâmetros, mas mesmo assim indicam o caminho para resultados satisfatórios.

Finalmente, o Capítulo 8 apresenta as conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

.

2. MODELOS DE OTIMIZAÇÃO, LOCALIZAÇÃO E EXPANSÃO DE CAPACIDADE

2.1 INTRODUÇÃO

O presente capítulo apresenta um resumo dos fundamentos e das técnicas utilizadas no equacionamento do tema do presente trabalho, ou seja, a questão do dimensionamento, localização e faseamento de um sistema regional de facilidades públicas (no caso, estações de tratamento de efluentes). São classificados e comentados os diversos modelos existentes de otimização. A opção utilizada para sua apresentação foi dividi-los de uma forma abrangente, denominando-os de modelos clássicos e modelos baseados em heurísticas e metaheurísticas. Na seqüência, o capítulo também apresenta os problemas de localização de facilidades e os de expansão da capacidade, cuja solução, em grande parte, é obtida através dos modelos de otimização apresentados.

2.2 MODELOS CLÁSSICOS DE OTIMIZAÇÃO

2.2.1 Classificação dos Modelos Clássicos de Otimização

A Pesquisa Operacional abrange uma grande de gama de modelos de otimização, simulação e outros, e embora tenha raízes em estudos clássicos tais como de Lagrange, Euler e Cauchy, somente veio a sofrer impulso em meados do século passado, na época da II Guerra Mundial, com a necessidade de se resolver problemas de logística, suprimento de armamentos e outros problemas congêneres (pesquisas para operações militares). O método Simplex, algoritmo para resolução

de problemas de Programação Linear, somente apareceu em 1947, desenvolvido por Dantzig, Kuhn e Tucker, em 1951, apresentaram as condições necessárias e suficientes para obtenção de soluções ótimas e, em 1957, Bellman desenvolveu o princípio da otimalidade.

Existem inúmeras maneiras de se classificar as diversas linhas por onde se desenvolveu a Pesquisa Operacional. Segundo Rao (1996) existem três grandes ramificações: as técnicas de Programação Matemática, as técnicas baseadas em processos estocásticos e os métodos estatísticos. A Programação Matemática engloba os problemas de otimização classificados com base na natureza da Função Objetivo e em suas restrições: programação linear, não linear, geométrica e quadrática. Engloba também os métodos baseados em redes, a teoria dos jogos e até técnicas recentes tais como recozimento simulado, algoritmos genéticos e redes neurais.

As técnicas baseadas em processos estocásticos envolvem os processos de Markov, a teoria das filas e os métodos de simulação. Ainda segundo o mesmo autor, os métodos estatísticos abrangem a análise de regressão, reconhecimento de padrões e análise de agrupamentos, entre outros.

Os problemas de otimização abordados na Programação Matemática podem ser classificados de diversas maneiras como mostra a Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Classificação dos problemas de otimização

Abordagem	Classificação
Restrições	sem ou com restrições
Natureza das equações	linear, não-linear, geométrica e quadrática
Valores permitidos para as variáveis	inteiras e não inteiras
Natureza das variáveis	determinísticas e estocásticas
separabilidade das funções	separável ou não-separável
Número de Funções Objetivo	funções uni ou multi objetivos

Fonte: adaptado de Rao (1996)

A classificação que será utilizada nas seções seguintes, como já citado na introdução deste Capítulo, divide os modelos utilizados em dois grandes grupos, chamados de modelos clássicos de otimização e modelos metaheurísticos. Nos modelos clássicos serão abordados os principais tipos, segundo a natureza das equações (lineares e não-lineares), segundo os valores permitidos para as variáveis (Programação Inteira) e a Programação Dinâmica, uma metodologia de otimização multi-estágios. A abordagem é baseada nos textos de Tavares e Nunes Correia (1999), Bronson e Naadimuthu (2001) e Hillier e Lieberman (2005).

2.2.2 Programação Linear

Tanto a função objetivo (FOB) quanto as restrições são descritas através de equações lineares, apresentando a seguinte formulação geral:

$$\text{OTIM } \boldsymbol{z} = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{2.1}$$

$$\text{Sujeito a: } \quad \boldsymbol{g}_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leq b_1 \tag{2.2}$$

$$\boldsymbol{g}_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = b_2$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\boldsymbol{g}_m(x_1, x_2, \ldots, x_n) \quad \geq b_m$$

onde:

z: Função Objetivo a ser otimizada
$\boldsymbol{x}_i$: variáveis da FOB (i=1,...,n)
$\mathbf{g}_j$: equações de restrições (j=1,...,m)
$\mathbf{b}_j$: valores numéricos para as restrições

O algoritmo clássico de solução de problemas de Programação Linear tem sido o chamado Método Simplex. A solução é obtida partindo-se da origem e movendo-se ao longo de vértices adjacentes do espaço de soluções admissíveis. Para problemas de grande dimensão, o número de iterações pode tornar-se proibitivo, pois se trata de um algoritmo de tempo exponencial. Para tais problemas, em 1984, Narendra Karmarkar, do Laboratório AT&T Bell, desenvolveu o algoritmo de ponto interior (ou algoritmo de Karmarkar), que a partir de uma solução inicial, move-se no interior do espaço de soluções admissíveis. Como registro, fica a observação de Hillier e Lieberman (2005), de que uma variação desse algoritmo de pontos interiores já havia sido apresentada pelo matemático russo I.I. Dikim, em 1967.

2.2.3 Programação Não Linear

A Programação Não Linear ocupa um espaço especial dentro da Pesquisa Operacional pela sua difícil solução e a busca constante de novos algoritmos que possam facilitar sua resolução.

Os problemas mais simples são aqueles que possuem uma Função Objetivo côncava, de uma única variável sem restrições. A condição necessária e suficiente

para que uma dada solução $x=x^*$ seja ótima é que a função possa ser diferenciável em x e resolvida para $x=x^*$. Se a derivada não for uma função linear ou quadrática, há necessidade de resolvê-la através de métodos numéricos, sendo os mais utilizados o Método da Bisecção e o Método de Newton.

A seguir, têm-se problemas que possuem uma função objetivo com múltiplas variáveis, ainda sem restrições. Se a função for côncava, a condição necessária e suficiente para que uma dada solução $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^*$, onde $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,...,x_n)$ seja o ótimo procurado, se reduz à solução do sistema de n equações obtidas pelas n derivadas parciais. As equações obtidas através das derivadas parciais provavelmente serão também não-lineares, o que leva à necessidade de utilizar algum algoritmo de busca. O mais utilizado é o Método do Gradiente: sendo a função f($\boldsymbol{x}$) diferenciável, sabe-se que a mudança infinitesimal em $\boldsymbol{x}$ que maximiza a taxa de crescimento de f($\boldsymbol{x}$) é a mudança que seja proporcional ao gradiente ∇f($\boldsymbol{x}'$). Assim, a partir de uma solução inicial, calcula-se o gradiente e segue-se numa direção fixa até que o valor da função pare de crescer. Essa última solução passa a ser a solução inicial, recalculando-se o gradiente e seguindo numa nova direção. Continua-se assim até que o gradiente seja menor ou igual a um certo erro aceitável pré-fixado. A solução em cada etapa pode ser encontrada pela versão geral do método de Newton, através da matriz Hessiana: A solução $\boldsymbol{x}'$ que maximiza a função quadrática é dada por:

$$\boldsymbol{x}'=\boldsymbol{x} - [\nabla^2 f(\boldsymbol{x})]^{-1}\nabla f(\boldsymbol{x}) \qquad (2.3)$$

onde:

∇^2f($\boldsymbol{x}$): a matriz Hessiana da segunda derivada parcial de f($\boldsymbol{x}$) avaliada para a

solução corrente ***x***;

$[\nabla^2 f(\boldsymbol{x})]^{-1}$: o inverso da matriz Hessiana.

Finalmente, tem-se o caso de problemas com restrições. O método clássico utilizado para problemas com restrições vem da aplicação da função lagrangeana, acrescida das condições de Kuhn-Tucker (ou condições de Karush-Kuhn-Tucker). A função lagrangeana é dada por:

$$L(x,\lambda) = f(x) - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \left[g_i(x) + x_{n+i}^2 \right] - \sum_{i=m+1}^{n+m} \lambda_i \left[-x_i + x_{n+i}^2 \right] \qquad (2.4)$$

onde:

λ_i: constantes (multiplicadores de Lagrange), com i:1,...,m;

n: número de variáveis;

m: número de restrições.

Resolve-se então o sistema de equações a seguir, que são as Condições de Kuhn-Tucker:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \qquad \text{para } i=1,\ldots,2n+m \qquad (2.5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = 0 \qquad \text{para } i=1,\ldots,n+m$$

$$\lambda_i \geq 0 \qquad \text{para } i=1,\ldots,n+m$$

A Tabela 2.2 resume as condições necessárias e suficientes de otimalidade anteriormente apresentadas.

Tabela 2.2 - Condições necessárias e suficientes para otimalidade

Problema	**Condições necessárias**	**Também suficientes se:**
univariável sem restrições	$df/dx = 0$	$f(x)$ côncava
Multivariável sem restrições	$df/d\boldsymbol{x}_j = 0$ (j=1,2,...,n)	$f(\boldsymbol{x})$ côncava
Multivariável com restrições de não-negatividade	$df/d\boldsymbol{x}_j = 0$ (j=1,2,...,n) (ou ≤ 0 se x_j=0)	$f(\boldsymbol{x})$ côncava
Multivariável, com restrições Gerais	Condições de Kuhn-Tucker	$f(\boldsymbol{x})$ côncava e $g_i(\boldsymbol{x})$ convexa (i=1,2,...,m)

Entre as soluções para as condições de Kuhn-Tucker estarão as soluções do problema.

Na prática, a solução de modelos multivariáveis com restrições gerais (ou seja, Função Objetivo côncava e funções de restrição convexas), os métodos descritos tem pouca aplicação, seja em função do grande número de variáveis e de restrições, seja em função da dificuldade de se derivar as funções. Existem muitos algoritmos desenvolvidos para tal fim, que se enquadram em três grandes categorias: a primeira delas vem a ser os algoritmos de gradiente, onde o caminho de busca percorrido deve evitar o espaço delimitado pelas restrições. Exemplo de tipo de abordagem é o conhecido método generalizado do gradiente reduzido. A segunda categoria abrange os algoritmos seqüenciais irrestritos (GRG, na sigla em inglês), onde as restrições são transformadas em funções de penalidade. A terceira categoria compreende os algoritmos seqüenciais de aproximação, onde a Função

Objetivo não-linear é substituída por uma série de aproximações lineares ou quadráticas. O algoritmo de Frank-Wolfe é dos mais utilizados para essa categoria de abordagem.

2.2.4 Programação Inteira

A Programação Inteira, como o próprio nome diz, admite apenas soluções com valores inteiros. É o caso quando se quer dimensionar, por exemplo, o número de pessoas, máquinas ou veículos para determinada atividade, de modo a otimizar tais recursos. A Programação Inteira pura, quando todas as variáveis somente admitem valores inteiros, é um caso particular da Programação Linear, com uma restrição adicional de que as variáveis assumam apenas valores inteiros. Pode-se ter também problemas do tipo Inteiro zero-um, quando todas as variáveis são inteiras zero-um (variáveis de folga das restrições de desigualdade não são necessariamente zero-um). Quando se exige que apenas algumas variáveis assumam valores inteiros, tem-se a Programação Inteira Mista. E o caso Inteiro misto zero-um, quando as variáveis inteiras são do tipo zero-um. Tem-se ainda, a Programação Inteira Não Linear, um “problema mais esotérico”, segundo Hillier e Lieberman (2005), quando a Função Objetivo é não linear.

Uma grande gama de problemas exige decisões do tipo “sim ou não”. São representadas por variáveis do tipo binário, que admitem apenas os valores um ou zero. Por exemplo, a j-ésima decisão do tipo “sim ou não” seria representada por x_j, tal que:

x_j = 1 se a decisão *j* for sim
0 se a decisão *j* for não

Existem, basicamente, duas naturezas de algoritmos para resolver problemas de Programação Inteira:

Os algoritmos chamados de bifurcação e limite (*branch-and-bound*) ou enumeração implícita: enumera-se implicitamente todas as soluções examinando certas soluções bem escolhidas e utiliza informação gerada daquelas soluções pelo domínio de conceitos e argumentos de inviabilidade para eliminar outras soluções, e estabelecer critérios mais rígidos para futuras soluções a serem examinadas. Uma primeira aproximação para o problema é obtida através de uma solução obtida através de Programação Linear. Se esta primeira aproximação contiver uma variável com resultado não inteiro, por exemplo, x_j^*, então:

$i_1 \prec x_j^* \prec i_2$, onde i_1 e i_2 são inteiros consecutivos e não negativos. Dois novos modelos de Programação Inteira são criados aumentando o modelo original com a restrição $x_j \leq i_1$ ou $x_j \geq i_2$. Este processo de bifurcação tem o efeito de contrair a região viável de um modo que elimina de considerações posteriores a solução corrente não inteira para x_j preservando ainda todas as possíveis soluções inteiras do problema original.

O segundo tipo de algoritmo é o chamado algoritmo de plano cortante, ou de corte (*cutting plane*). Neste método é feito o acréscimo de apenas uma nova restrição a cada etapa, e não duas como no algoritmo de *branch and bound*, fazendo com que a região viável seja reduzida sem partição. Os algoritmos de corte mais utilizados são os de Gomory e de Dantzig.

A Programação Inteira envolve a solução de uma grande gama de problemas importantes, tais como problemas de produção, problemas de transbordo (ou expedição) e problemas de designação, aqui se incluindo o clássico Problema do Caixeiro Viajante.

2.2.5 Programação Dinâmica

A Programação Dinâmica (PD) foi introduzida pelo cientista americano Richard Bellman, na década de 1950 (Bellman, 1957). Segundo Mays e Tung (1992), a PD transforma um problema seqüencial ou multiestágios, que pode conter muitas variáveis de decisão interrelacionadas, em uma série de problemas de um único estágio, cada qual contendo apenas uma ou poucas variáveis. Ou seja, a PD decompõe um problema com *N* decisões em uma seqüência de *N* subproblemas separados e inter-relacionados. A PD elimina a necessidade de uma busca exaustiva, usando os conceitos:

- o problema é decomposto em subproblemas e a alternativa ótima é selecionada seqüencialmente para cada subproblema, não necessitando a enumeração adiantada de todas as combinações;
- em função da otimização a ser aplicada a cada subproblema, combinações não-ótimas são automaticamente eliminadas;
- os subproblemas devem ser ligados de uma maneira tal que nunca seja possível a otimização de combinações não viáveis.

Ainda segundo Mays e Tung (1992), as características operacionais da PD são:

- o problema é dividido em **estágios**, com variáveis de decisão em cada estágio;
- cada estágio possui um número de **estados** a ele associados;
- o efeito de uma decisão em cada estágio produz um retorno, baseado numa Função Objetivo, transformando a variável de estado atual na variável de estado do estágio seguinte, através da função de transformação de estágio;
- dado o estágio atual, uma política ótima para os demais estágios é independente das políticas adotadas nos estágios anteriores. Esse é o chamado **Princípio da Otimalidade de Bellman**, princípio este que constitui a espinha dorsal da PD.

A solução inicia pela busca da decisão ótima para cada possível estado no último estágio (equação recursiva de fim para o início, ou *backward*) ou no primeiro estágio (equação recursiva do início para o fim, ou *forward*).

Uma relação recursiva que identifica a política ótima para cada estado em cada estágio n pode ser desenvolvida, dada a política ótima para cada estado no próximo estágio n+1. A relação recursiva, do fim para o início, é dada por:

$$f^*_n(S_n) = \text{ÓTIMO}\ [r_n(S_n,d_n)] \qquad (\text{para } n=N) \qquad (2.6)$$

e

$$f^*_n(S_n) = \text{ÓTIMO}\ [r_n(S_n,d_n) \text{ o } f^*_{n+1}(S_{n+1})] \qquad (\text{para } n=1,...,N\text{-}1) \qquad (2.7)$$

onde:

$\boldsymbol{S}_n$: variáveis de estado que descrevem o estado do sistema num dado estágio;

n: estágios (n:1,...,N);

$\boldsymbol{r}_n$: retorno em um dado estágio; mede a efetividade da tomada de decisões em cada estado, função dos estados de entrada (n) e de saída (n+1) e dos valores das variáveis no estágio n;

$\boldsymbol{d}_n$: variável de decisão; são as ações a serem feitas em cada estágio;

o: operador algébrico que pode significar +, -, x ou outro operador adequado ao problema.

Embora a PD possua várias vantagens para resolver problemas de otimização, especialmente aqueles que envolvem a análise de processos multiestágios, esta técnica possui duas desvantagens: necessidade de grande memória de computador e tempo de solução. Estas desvantagens aparecem especialmente quando existe um grande número de variáveis de estado envolvidas e quando a PD é aplicada discretamente a problemas contínuos. O problema é chamado da "maldição da dimensionalidade", que vem sendo superado não somente através de computadores com maior capacidade de memória e rapidez, como através do desenvolvimento de técnicas que tentam minimizar tal problema. Yakowitz (1982) enumera algumas dessas técnicas aplicadas a problemas de recursos hídricos, destacando-se a Programação Dinâmica Diferencial, a Programação Dinâmica Diferencial Discreta, a Programação Dinâmica de Estados Incrementais e a Programação Dinâmica Dual Estocástica.

A PD é uma técnica bastante aplicada na expansão da capacidade de sistemas hídricos (Esogbue, 1989), e, em especial, na operação de sistemas hídricos: vide revisões "*state of the art*" feitas por Yeh (1985), Labadie (2004) e Bravo, Collischonn e Pilar (2005).

2.3 HEURÍSTICAS E METAHEURÍSTICAS

2.3.1 A função das heurísticas e metaheurísticas

Problemas combinatórios discretos, lineares ou não, apresentam uma explosão combinatória dos métodos enumerativos do tipo *branch-and-bound*. Assim, os pesquisadores da área de Pesquisa Operacional têm buscado métodos que, apesar de não garantirem a solução ótima, possuem uma eficiência computacional muito grande e a obtenção de soluções satisfatórias. Esses algoritmos são chamados de heurísticos ou aproximativos.

De acordo com Goldbarg e Luna (2000), “uma heurística é uma técnica que busca alcançar uma boa solução utilizando um esforço computacional considerado razoável, sendo capaz de garantir a viabilidade ou a otimalidade da solução encontrada ou, ainda, em muitos casos, ambas, especialmente nas ocasiões em que essa busca partir de uma solução viável próxima ao ótimo”.

Goldbarg e Luna (2000) apresentam uma interessante classificação das heurísticas, apresentada na Figura 2.1. As heurísticas estocásticas e analógicas vêm sendo denominadas de metaheurísticas, e serão objeto de uma análise mais detalhada no presente trabalho.

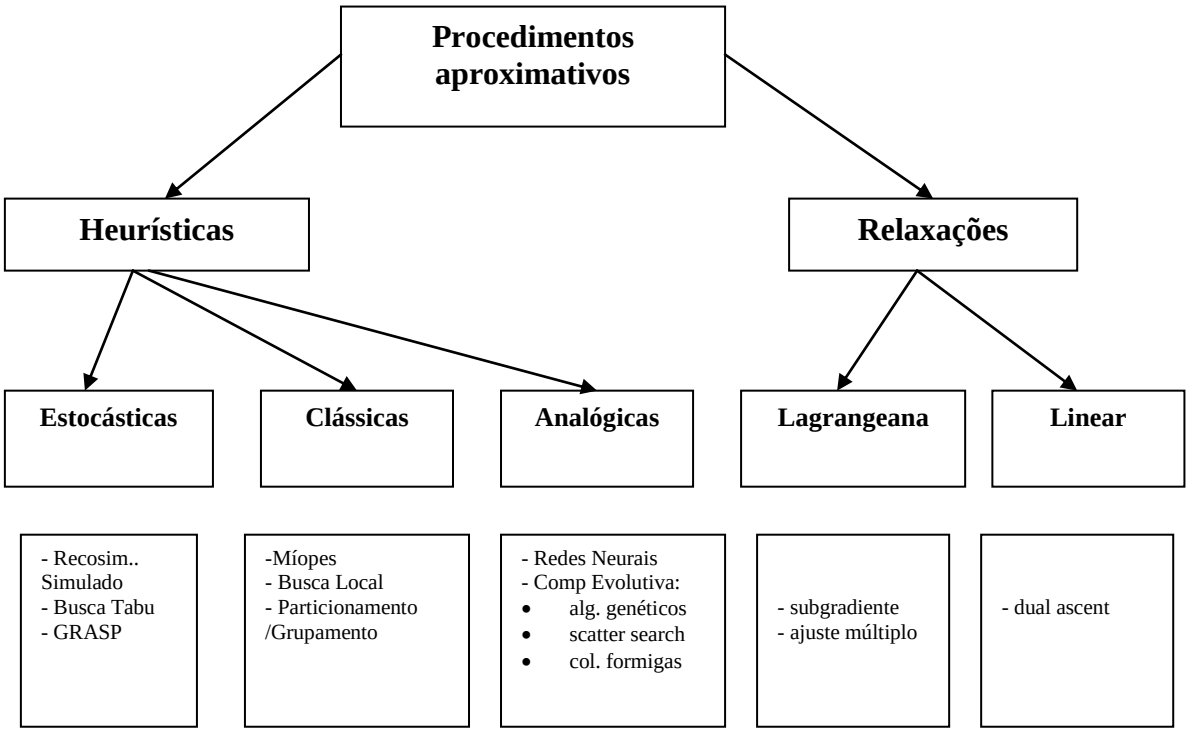


Figura 2.1 – Classificação das abordagens aproximativas (Goldbarg e Luna, 2000)

2.3.2 Heurísticas Tradicionais

As primeiras heurísticas, aqui chamadas de heurísticas clássicas, em contraposição às metaheurísticas, estavam associadas a estratégias de enumeração incompleta, solução parcial ou relaxações. As heurísticas exploram casuisticamente a estrutura do problema, sem que, normalmente, se possa definir claramente uma estratégia universal de solução. Segundo Campello e Maculan (1994), um bom algoritmo heurístico deve combinar as características de simplicidade (fácil de codificar e depurar) e eficiência e robustez (resolver o problema utilizando o mínimo de recursos computacionais no menor tempo possível). Ainda segundo os mesmos autores, uma heurística deve ser avaliada por um dos seguintes três métodos analíticos: comportamento médio (aplicar a heurística a um conjunto representativo

da instância do problema que se quer resolver), análise do pior caso (procura estabelecer o desvio máximo que poderá ocorrer quando uma heurística é aplicada a determinada classe de problemas) e análise probabilística (onde se requer uma função densidade de probabilidade representativa dos dados do problema).

2.3.3 Metaheurísticas

De acordo com Hillier e Lieberman (2005), as metaheurísticas são “um tipo geral de metodologia de solução que orquestra a interação entre procedimentos de melhoria local com níveis estratégicos superiores, para criar um processo capaz de escapar de ótimos locais e efetuar uma busca robusta em uma região viável”. O texto a seguir apresenta uma rápida descrição das principais metaheurísticas hoje utilizadas.

2.3.3.1 Algoritmos Genéticos

Algoritmos Genéticos (AG) são métodos de otimização e busca que se inspiram nos mecanismos de evolução dos seres vivos. A técnica foi desenvolvida pelo pesquisador americano John Holland e seus colegas, nos anos 70 do século passado. Uma exposição sistemática do tema pode ser encontrada no discípulo de Holland, David Goldberg, em Goldberg (1989). Em português, tem-se uma exposição excelente e concisa em Lacerda e Carvalho (1999).

As partes constituintes de um AG são:

- Um espaço de busca, onde se situam as possíveis soluções ótimas procuradas;
- Uma Função Objetivo (ou “função de aptidão”, no jargão utilizado nesse meio técnico), função essa utilizada para avaliar as soluções produzidas que tentam otimizar essa função;
- As variáveis, representadas por variáveis inteiras, através de cadeias de bits (normalmente um *string* de 22 bits), denominadas de cromossomos;
- Uma população inicial, formada por N cromossomos, gerados aleatoriamente através de uma distribuição uniforme limitada aos valores que a(s) variável(eis) possam assumir.

A partir dessa população inicial, com base na função de distribuição de probabilidades acumulada, calculada com base na população inicial, gera-se uma segunda população (segunda geração). A partir da segunda população, aplicam-se os dois principais processos utilizados para as novas gerações, para explorar regiões desconhecidas do espaço de busca, chamados de Recombinação (*crossover*, em inglês) e Mutação.

O processo de Recombinação atua sobre um par de cromossomos da segunda geração (também chamada de geração intermediária), gerando dois cromossomos filhos. Cada um dos cromossomos pais têm sua cadeia de bits cortada em uma posição aleatória, produzindo duas cabeças e duas caudas. As caudas são trocadas, gerando dois novos cromossomos. A Figura 2.2 ilustra o funcionamento do operador *crossover*.

a_1 a_2
Pai 1(_____)(_____)

b_1 b_2
Pai 2 (_____)(_____)

⇓ ⇓

a_1 b_2
Filho 1(_____)(_____)

b_1 a_2
Filho 2 (_____)(_____)

Figura 2.2 – Esquema do operador de recombinação

Já o operador de Mutação atua sobre o par de filhos gerados na Recombinação: sorteia-se o número de mutações *m* que irá ocorrer, com $0 \leq m \leq u$, onde *u* é o número máximo de mutações arbitrado (usualmente, faz-se $u \leq 0{,}2l$). Por exemplo, se para um dado par de cromossomos filhos, *m*=2, sorteia-se dois números aleatórios entre 1 e l onde haverá mutação, trocando-se o valor do bit de 1 para zero ou vice versa, como mostra a figura 2.3.

Antes	filho 1	0010**1**01010010010101**0**1100
Depois	filho 1	0010***0***01010010010101***1***1100

Figura 2.3 – Esquema do operador mutação

Uma outra operação interessante utilizada é o Elitismo, proposto por DeJong (1975), que visa preservar os valores (ou seja, os cromossomos) que deram melhor resultado quando da avaliação da Função Objetivo.

Finalmente, deve existir algum critério de parada para o algoritmo, como por exemplo:

- fixar um número máximo de gerações;

- atingir o valor ótimo da Função Objetivo, com erro igual a zero;
- atingir uma certa porcentagem de ocorrência: por exemplo, 90% ou mais dos resultados levando a um mesmo resultado para a Função Objetivo;
- critério de convergência: $|FOB_i - FOB_{i-1}| \leq$ Erro Admissível

Um Algoritmo Genético possui então a seguinte seqüência:

Seja $S(t)$ a população de cromossomos na geração t

(i) $t \leftarrow 0$
(ii) inicializar $S(t)$
(iii) avaliar $S(t)$
(iv) enquanto o critério de parada não for satisfeito faça
$t \leftarrow t + 1$

(iv a) selecionar $S(t)$ a partir de $S(t - 1)$
(iv b) aplicar *crossover* sobre $S(t)$
(iv c) aplicar mutação sobre $S(t)$
(iv d) avaliar $S(t)$
(v) fim

2.3.3.2 Busca Tabu

Busca Tabu (BT) vem a ser uma metaheurística de busca local que combina conceitos vindos da Pesquisa Operacional e da Inteligência Artificial, através de estratégias baseadas na memória. O texto aqui apresentado é baseado em Glover e Laguna (1993), Glover e Laguna (1997) e Hillier e Lieberman (2005).

A Busca Tabu é baseada em três conceitos fundamentais:

- o uso de estruturas de memória flexíveis, baseadas em atributos, projetadas para permitir critérios de avaliação e busca histórica de informação, a serem exploradas com mais profundidade do que em estruturas rígidas de memória;
- um mecanismo associado de controle baseado no “jogo” (*interplay*) entre condições que restringem e liberam o processo de busca (englobados nas restrições tabu e nos critérios de aspiração);
- a incorporação de funções de memória de diferentes durações (memórias de curto prazo, intermediário e de longo prazo), para a implementação de estratégias de intensificação e diversificação de busca. A intensificação reforça novas combinações e características de soluções historicamente boas, enquanto que a diversificação permite a busca em novas regiões.

O algoritmo está baseado no processo de memória de curto prazo; mesmo no processo de memória de longo prazo se mantêm muitas das considerações efetuadas na memória de curto prazo.

De acordo com Cunha & Ribeiro (2004), a implementação do método é baseada na exploração da vizinhança da solução corrente, seja através de toda a vizinhança, ou parte dela. Para isso é necessário um mecanismo de geração de soluções vizinhas. Para prevenir a geração de ciclos entre as mesmas soluções certos movimentos podem ser proibidos (daí o termo busca tabu), sendo o conjunto de movimentos tabu chamado de lista tabu. Essa lista não é fixa: uma função de memória de curto prazo, com base em um parâmetro chamado de período tabu (*tabu tenure*, em inglês), permite que certos movimentos deixem a lista tabu. O uso do critério de aspiração permite que certos movimentos na lista tabu superem

qualquer status de tabu. Isto ocorre quando os movimentos levam a soluções correspondentes a critérios pré-definidos. Um procedimento de diversificação, utilizando uma função de memória de longo prazo, permite a exploração de regiões do espaço de soluções ainda não visitadas.

Hillier e Lieberman (2005) apresentam a seguinte seqüência de passos para aplicação do algoritmo de Busca Tabu. A seqüência pode ser considerada genérica, embora necessite alguns ajustes para cada caso particular.

(i) Adote procedimento de busca local e defina uma solução inicial
(ii) Defina a estrutura de vizinhança (soluções alcançáveis em uma iteração)
(iii) Defina a forma dos movimentos tabu (restrições do problema)
(iv) Defina uma segunda iteração
(v) Redefina a lista tabu (além das restrições iniciais, adicione as restrições de cada iteração)
(vi) Defina o tamanho máximo da lista tabu, (de modo a deletar movimentos tabus mais antigos)
(vii) Prossiga as iterações
(viii) Critério de parada

2.3.3.3 Colônia de Formigas

Algoritmos baseados no comportamento de Colônias de Formigas foram desenvolvidos pelo pesquisador italiano Marco Dorigo e colegas no início dos anos 1990. Trata-se de uma técnica estocástica, de multi-agentes, destinada a resolver problemas de otimização combinatória discreta, como o Problema do Caixeiro Viajante. O texto abaixo se baseia em Dorigo, Maniezzo e Colorni (1996), Dorigo e

Gambardella (1997), Dorigo, Di Caro e Gambardella (1999) e Stützle e Dorigo (1999).

Tais algoritmos foram desenvolvidos a partir da observação do comportamento de colônias de formigas na natureza. Formigas são insetos sociais, ou seja, que vivem em colônias, e cujo comportamento é dirigido mais à sobrevivência da colônia como um todo do que apenas aos membros individuais da colônia. Um comportamento importante verificado vem a ser como as formigas buscam seu alimento, e a maneira como encontram o menor caminho entre a fonte de alimento e seu ninho.

No caminho entre a fonte de alimento e o ninho, as formigas depositam uma substância chamada de “feronoma”. Essa substância pode ser detectada pelas formigas através do cheiro e, em termos probabilísticos, elas tendem a optar por caminhos onde esse cheiro seja mais forte. Mostra-se experimentalmente que, havendo vários caminhos, esse comportamento de seguir trilhas de feronoma tende a levar ao caminho de menor distância entre a fonte de alimento e o ninho das formigas. As formigas que, inicialmente e aleatoriamente, escolhem o menor caminho, retornam antes que outras formigas que optaram por caminhos mais longos. Esse retorno mais rápido reforça a trilha de feronoma, fazendo com que outras formigas acabem escolhendo o mesmo caminho e levando assim ao uso do caminho de menor distância. Essa comunicação indireta existente entre as formigas através dos caminhos marcados pela feronoma, é chamada de “estigmergia”. Esse comportamento tem duas características fundamentais: (i) a natureza física da comunicação existente entre os insetos, que corresponde a uma modificação dos

estados do ambiente físico e (ii) a natureza local da informação, que só é acessado pelos insetos que visitam aquele estado onde a informação está disponível.

De maneira similar, os modelos de otimização baseados no comportamento de colônias de formigas aplicam o fenômeno da estigmergia, associando estados do problema a variáveis de estado e permitindo apenas o acesso local aos valores dessas variáveis. Outro aspecto derivado do comportamento real das formigas e utilizado nos algoritmos é a correspondência entre mecanismo de *feedback* positivo e a avaliação implícita de soluções. Ou seja, o caminho mais curto (ou a solução de menor custo), com base na trilha de feronoma, torna-se uma ferramenta poderosa em algoritmos baseados na população, desde que se evite a convergência prematura (estagnação) a um ótimo local, o que pode ser evitado através de mecanismos de evaporação de feronoma e transições estocásticas de estado.

A metaheurística de Otimização por Colônia de Formigas (ACO, de *Ant Colony Optimization*) é utilizada na busca de boas soluções em problemas de otimização combinatória discreta. Evidentemente, a técnica baseada em colônias artificiais de formigas, além de imitar o comportamento real das formigas, também possui algumas características diferentes do comportamento natural de colônias reais de formigas encontradas na natureza.

As características herdadas das colônias reais que as ACO utilizam são:

- colônia de indivíduos cooperativos: as formigas artificiais cooperam entre si através do que lêem ou escrevem nas suas visitas aos estados do problema;
- trilha de feronoma e estigmergia: as formigas artificiais alteram informações numéricas localmente armazenadas nos estados do problema visitados. Essa forma estigmergética de comunicação permite alterar a forma pela qual o

espaço de soluções é localmente percebido pelas formigas artificiais, em função de toda a história passada de toda a colônia. Os ACOs também utilizam um mecanismo de evaporação de feronoma, permitindo que a colônia lentamente esqueça de sua história passada, e continue sua busca em novas direções;

- busca do menor caminho e movimentos locais: formigas artificiais, assim como as reais, não dão pulos, e sim percorrem, passo a passo, os estados adjacentes; os estados e o sistema de adjacência são especificamente definidos para cada problema;
- estados de transição estocásticos e míopes: o movimento entre estados adjacentes é feito através de decisões probabilísticas, utilizando informação local e sem meios de prever estados futuros. Essas decisões são tomadas com base nas especificações ditadas pelo problema em causa e nas modificações locais (trilhas de feronoma) induzidas por outras formigas.

Por outro lado, as formigas artificiais apresentam algumas características não encontradas nas formigas reais da natureza:

- o movimento das formigas artificiais é discreto, com transições entre estados discretos;
- as formigas artificiais possuem um “estado interno”, que consiste na memória das ações prévias de outras formigas;
- a quantia de feronoma depositada pelas formigas artificiais é função da qualidade da solução encontrada;

- o *timing* de depósito de feronoma varia de problema a problema; em muitos casos, a trilha de feronoma somente é alterada após a geração de uma solução;
- algoritmos de ACO podem possuir algumas características extras, de sorte a melhorar seu comportamento como, por exemplo, maneiras de verificar estados futuros ("*lookahead*"), e algum tipo de otimização local e rastreamento de caminhos passados ("*backtracking*").

A descrição do algoritmo a seguir apresentada é baseada em Dorigo, Maniezzo e Colorni (1996), tem por base o clássico Problema do Caixeiro Viajante (PCV): dado um conjunto de *n* cidades, deve-se encontrar a distância mínima a ser percorrida, de tal modo a se visitar todas as cidades apenas uma vez. O problema do PCV é um problema de otimização associado ao da determinação dos caminhos hamiltonianos em um grafo qualquer (*N*,*E*), onde *N* é o número de cidades e *E* o conjunto de arcos ligando as cidades. Tem-se os seguintes passos:

(i) Inicializar

t=0 (contador de tempo)

NC=0 (contador de ciclos)

para cada arco (i,j), fixar valor inicial $\tau_{ij}(t)=c$ e $\Delta\tau_{ij}=0$

alocar m formigas em n nós

(ii) Faça *s*=1 (*s* é o índice da lista tabu)

Para k=1 a m , faça:

Alocar a cidade inicial da k-ésima formiga à lista $\mathbf{tabu}_k(s)$

(iii) Repetir até a lista tabu estar completa {este passo é repetido (n-1) vezes}

Faça s=s+1

para k=1 a m, faça

escolha se mover para a cidade j, com a probabilidade $pk_{ij}(t)$ dada pela equação de transição de probabilidades {no instante t, a k-ésima formiga está na cidade i=**tabu**$_k$(s-1)}

movimente a k-ésima formiga para a cidade j

insira a cidade j na lista **tabu**$_k$(s)

(iv) Para *k*=1,m, faça

Mover a k-ésima formiga da lista **tabu**$_k$(n) para **tabu**$_k$(l)

Calcular o comprimento L_k do circuito descrito pela k-ésima formiga

Atualizar o circuito mais curto encontrado

Para cada arco(i,j)

Para k=1 a m faça

$\Delta\tau ki,j=\Delta Q/L^k$ se (i,j) $\in$ ao circuito descrito pelo **tabu**$_k$

$\Delta\tau ki,j=0$ em caso contrário

$\Delta\tau_{ij}= \Delta\tau_{ij} + \Delta\tau k_{ij}$

(v) Para cada arco (*i*,*j*), calcule $\tau_{ij}(t+n)$, através da equação $\tau_{ij}(t+n)= \rho\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}$

Faça t=t+n

Faça NC=NC+1

Para cada arco (i,j), faça $\Delta\tau_{ij}$=0

(vi) Se (*NC*< *NCmax*)

então

esvaziar as listas tabu

vá para o passo 2

caso contrário

imprima o ciclo de menor caminho

pare

Algoritmos ACO têm sido aplicados em uma grande variedade de problemas de otimização combinatória. Para problemas estáticos, pode-se citar, além do PCV, a Alocação Quadrática, roteamento de veículos, coloração de grafos e ordenamento seqüencial. Para problemas de otimização combinatória estática, pode-se citar o roteamento de redes com conexão orientada ou sem conexão.

2.3.3.4 Recozimento Simulado

O Recozimento Simulado (RS) é uma metaheurística baseada no recozimento físico de cristais para estados de baixa energia. De acordo com Cunha e Souza (2001), no processo físico do RS, a temperatura é inicialmente aumentada para permitir a mobilidade das moléculas. Na seqüência, a temperatura é lentamente baixada, quando então as moléculas se arranjam aleatoriamente até se alcançar um estado de baixa energia, correspondente a uma estrutura cristalina.

Deve-se a Metropolis et al. (1953) o desenvolvimento original do RS. A seqüência de estados gerados pelo modelo de Metropolis é baseada em simulação Monte Carlo. Supondo que a energia do atual estado seja E_i, aplica-se um mecanismo de perturbação para gerar um estado j, cuja energia é E_j. Se $E_j - E_i \leq 0$, j será o novo estado. Se $E_j - E_i > 0$, j poderá ser aceito como o novo estado com uma probabilidade p dada por:

$$p = \exp (E_i - E_j)/k_\beta t \qquad (2.8)$$

onde :

k_β: constante de Bolzman

t: temperatura.

A probabilidade p é então comparada com um número aleatório de distribuição uniforme sobre o intervalo [0,1).

Se p > random [0,1) → j será o novo estado

A análise do algoritmo de recozimento em termos de cadeias de Markov permite se chegar a resultados que convergem. De acordo com Aarts e Korst (1990), algoritmos de recozimento geram transições randômicas da configuração corrente que são independentes da história passada do processo. Esse mecanismo pode ser modelado por uma cadeia de Markov. Se considerarmos cadeias de Markov infinitas, sua propriedade ergódica implica em que o algoritmo de recozimento vá convergir para a solução ótima com a probabilidade de 1.

Algoritmos de RS garantem o ótimo global, em uma sucessão infinita de cadeias de Markov, de uma função em qualquer dada região viável, incluindo as descontínuas e não-convexas.

A vantagem dessa técnica é a sua propriedade de usar uma estratégia de descida, porém permitindo movimentos de ascensão aleatórios, evitando assim os ótimos locais.

Dois estudos independentes e quase simultâneos, Kirkpatrick, Gellatt e Vecchi (1983) e Cerny (1985) foram os primeiros estudos a desenvolver um algoritmo baseado no modelo de Metropolis para resolver problemas de otimização, no caso, o clássico PCV.

De forma resumida, o algoritmo consiste dos seguintes passos:

(i) escolha s_1 (s_1 é a configuração inicial)

(ii) escolha t_1 (t_1 é a temperatura inicial)

(iii) escolha t_f (t_f é a temperatura final)

(iv) $j \leftarrow 0$

(v) **Repita**

(vi) $j \leftarrow j + 1$

(vii) escolha aleatoriamente $s'_j \in N(s_j)$ {$N(s_j)$ é a vizinhança de s_j}

(viii) escolha aleatoriamente $p \in [0,1]$

(ix) **Se** $p \leq \min\{1, \exp([c(s_j) - c(s_j)]/t_j)\}$ {$c(s_j)$ é o custo da configuração s_j}

então $s_j+1 \leftarrow s'_j$

caso contrário $s_{j+1} \leftarrow s_j$

(x) escolha $t_{j+1} \leq t_j$

até que $t_{j+1} \leq t_f$

(xi) **Fim**

Em cada passo do algoritmo, uma mudança de configuração é produzida, e então um novo custo é avaliado. A nova configuração é avaliada aleatoriamente na vizinhança da atual configuração s_j. A nova configuração é aceita ou não, de acordo com o critério de Metropolis: $p < \min\{1,\exp(\Delta c)/t\}$. Se for aceita, essa configuração será usada como ponto de partida para o próximo passo; caso contrário, a configuração original continua como ponto de partida. Se t for diminuído a uma taxa adequada, com o número crescente de tentativas de transição, o sistema irá tender a convergir à configuração de mínimo custo global. Essa propriedade de convergência a uma configuração de mínimo custo global vem do fato de que transições de configurações de baixo custo para as de alto custo não são automaticamente excluídas: elas acontecerão ou não, dependendo da diferença entre custos e no nível da temperatura. Inicialmente, até mesmo transições

negativas (ou seja, contra o ótimo) serão aceitas; com a diminuição da temperatura, a aceitação de tais transições será cada vez mais rara. Pelo fato de aceitar movimentos de piora, o algoritmo de recozimento, em princípio, evita ficar preso em ótimos locais.

De acordo com Johnson et al. (1989), citado por Cunha e Souza (1999), são quatro os parâmetros necessários ao processo de RS:

- *a*: esse parâmetro é a elasticidade de aceitação e representa a probabilidade de aceitar uma transição da configuração inicial para uma configuração candidata com custo superior a da configuração inicial. O parâmetro é utilizado para definir a temperatura inicial do processo de resfriamento. É necessária uma probabilidade de aceitação grande para assegurar um número de aceitações grande o suficiente para assegurar a cobertura de todo o espaço de configuração. A análise do critério de Metropolis de aceitação indica que, em princípio, isso seja possível com altos valores iniciais de temperatura.
- n_1: esse parâmetro representa o número mínimo de iterações que serão feitas antes de se baixar a temperatura, mesmo que não ocorra uma melhora no ótimo ou no custo médio da configuração em estudo. Esse parâmetro tem uma influência decisiva no tempo de computação e na taxa de convergência. O algoritmo de RS pode ser considerado, para uma dada temperatura, como uma cadeia de Markov homogênea, cujo comprimento é definido pelo número de simulações permitidas a aquela temperatura. Aarts e Laarhoven (1985) mostram que a relação entre o número de iterações e o tamanho do problema cresce exponencialmente, em cada temperatura, para permitir ao sistema se

aproximar à sua distribuição estacionária, antes que se proceda a um decréscimo da temperatura. Assim, a solução ótima global irá ocorrer a uma probabilidade igual a um, quando a temperatura é reduzida a zero.

- *r*: é o fator de resfriamento e representa a taxa na qual a temperatura é diminuída. Kirkpatrick, Gellatt e Vecchi (1983) e Kirkpatrick (1984) utilizaram um fator constante, entre 0,8 e 0,9. Huang, Romeo e Sangiovanni-Vincentelli (1986) utilizaram um fator variável a cada passo, dependendo do comportamento do algoritmo no momento da conversão. Um resfriamento mais rápido pode conduzir a resultados sub-ótimos, com menos tempo de computação. Deve-se considerar, portanto, um equilíbrio entre esses dois fatores.
- n_2: esse parâmetro representa o número de decréscimos de temperaturas que serão efetuados sem uma melhoria do ótimo ou do custo médio da configuração, antes que se pare o algoritmo.

O caminho adotado no presente trabalho foi de aplicar o Recozimento Simulado para a otimização dos problemas propostos, explorando a linha de pesquisa desenvolvida por Cunha e Souza (2001), com modelos hidráulicos mais gerais, e também desenvolvendo metodologia aplicando o RS para o problema da expansão da capacidade.

2.4 PROBLEMAS DE EXPANSÃO DA CAPACIDADE E DE LOCALIZAÇÃO DISCRETA

2.4.1 Introdução

As áreas de pesquisa denominadas de *Expansão da Capacidade* e *Teoria da Localização* possuem vários aspectos em comum, e por isso, são aqui tratadas conjuntamente. Luss (1982) é o autor de um trabalho bastante citado sobre o desenvolvimento da expansão da capacidade. Manne (1967) e Freidenfeld (1981) são também referências clássicas sobre o tema. As aplicações de expansão da capacidade voltadas à área de recursos hídricos são apresentadas no Capítulo 4 do presente trabalho dedicado à revisão bibliográfica. Já o texto apresentado no item 2.4.3 sobre Problemas de Localização é baseado em Gomes (2004), Saldanha da Gama (2002), além de outros autores.

Segundo Luss (1982) há uma grande semelhança entre problemas de expansão dinâmica da capacidade, problemas de estoque (*inventory*), localização de facilidades e problemas de substituição (*replacement*). Mas algumas diferenças devem ser destacadas: A expansão da capacidade lida com horizontes de planejamento maiores, por exemplo, 20 anos. Neste caso temas como economias de escala e o valor temporal do dinheiro têm importância fundamental. Já estas questões têm menor peso nos problemas de estoque, onde se consideram períodos de planejamento bem mais curtos. Comparando a literatura de localização de facilidades com problemas de expansão da capacidade, nota-se que a primeira é bem mais orientada para problemas estáticos: mesmo nos estudos devotados à localização dinâmica, a ênfase é dada à localização de instalações e não ao

tamanho das expansões. Ainda segundo Luss (1982), poucos estudos impõem limites superiores ao tamanho de instalações e menos estudos ainda utilizam os tamanhos de instalações como variáveis de decisão. Estes problemas capacitados de localização dinâmica podem ser vistos como problemas de expansão da capacidade.

2.4.2 Problemas de Expansão da Capacidade

O problema básico de expansão da capacidade consiste em determinar o tamanho de instalações a serem adicionadas e os tempos associados a essas adições, de tal modo a minimizar o valor presente das expansões. Em outros casos, além de decisões de tamanho e "*timing*", deve-se definir a localização de tais expansões, incluindo assim a minimização de custos de transporte. Em algumas aplicações, por exemplo, recursos hídricos, essa localização pode ser feita apenas através de um conjunto finito de projetos.

Funções de custos, funções de demanda e a questão do horizonte de planejamento são temas fundamentais em problemas de expansão da capacidade, comentados a seguir.

2.4.2.1 Funções de Custo

As funções de custo mais utilizadas são:

- Côncavas:

- Função de potência: $f(x) = kx^a \quad (0 < a < 1), \quad x \geq 0$ (2.9)

- Função “fixed charge”: $f(x) = A + Bx \quad x > 0$ (2.10)

- Não côncavas: $f(x) = 0 \quad x = 0$

$$f(x) = A_1 x + B_1 x \quad 0 < x \leq a \qquad (2.11$$
$$f(x) = A_2 x + B_2 (x - a) \quad a < x \text{ e}$$
$$A_2 \geq A_1 + B_1 a$$

Neste caso a função é “*piece-wise*” côncava, ou seja, côncava na faixa coberta em cada tecnologia.

2.4.2.2 Funções de Demanda

No que diz respeito às Funções de Demanda *D*(*t*), as mais comuns são:

$$D(t) = \mu + \delta t$$
$$D(t) = \mu e^{\delta t} \qquad (2.12)$$
$$D(t) = \beta\left[1 - e^{-\delta t}\right] \quad \text{com } \mu, \delta, \beta \geq 0$$

A função linear representa a demanda com uma taxa constante de crescimento. A função exponencial possui uma taxa de crescimento que é proporcional ao volume de demanda em qualquer instante. A última equação do conjunto (2.12) representa uma taxa decrescente de crescimento, com um nível β de saturação; *μ* e *δ* são os outros parâmetros das equações.

Funções não lineares ou funções "*step*" são utilizadas para problemas com horizontes de planejamento finitos e curtos. Nestes casos, é importante a escolha de um horizonte de planejamento adequado e verificar seu impacto na política de expansão ótima.

2.4.2.3 Horizontes de Planejamento

O horizonte de planejamento pode ser tratado como finito ou infinito. Horizontes infinitos de planejamento têm a vantagem prática de possuírem solução analítica. Custos futuros são desprezíveis descontando 50 ou mais anos, comparado com custos correntes. Neste tipo de modelo apenas os primeiros anos acabam tendo maior relevância. Já modelos não lineares de demanda exigem solução algorítmica, notadamente através de Programação Dinâmica ou Programação Dinâmica Estocástica.

2.4.2.4 Modelos Básicos de Expansão da Capacidade

Ainda seguindo a exposição de Luss (1982), os problemas de expansão da capacidade são divididos em:

- Expansão de uma única facilidade;
- Expansão da capacidade em um conjunto finito de projetos;
- Expansão simultânea de duas facilidades;
- Expansão simultânea de múltiplas facilidades;

todos tratados com horizontes infinito ou finito. Para fins de concisão, somente os casos da expansão de uma única facilidade e de um conjunto finito de projetos são apresentados.

2.4.2.4.1 Expansão de uma Única Facilidade com Horizonte Infinito

Como introdução ao tema, um dos primeiros e clássicos estudos deve-se a Manne (1961). No modelo mais simples apresentado nesse trabalho, o autor considera demanda determinística, linearmente crescente com o tempo. Uma vez instalada, a instalação tem vida útil infinita e quando a demanda se iguala à capacidade, esta é expandida em *x* unidades. A equação de custos *f(x)* é expressa através de uma função de potência kx^a (*k* e *a* são parâmetros da função). O valor presente em um tempo *t*, com uma taxa de desconto *r* contínua, é expresso por e^{-rt}. Cada ponto onde se exaure a capacidade em excesso, havendo necessidade de um novo incremento, é chamado de "ponto de regeneração", onde a seqüência temporal é sempre idêntica. Assim, o custo descontado total C(*x*) é uma função de *x*, obtendo-se para todas as expansões num horizonte infinito:

$$C(x) = kx^a + e^{-rx}C(x) \qquad (2.13)$$

C(x) é composto do custo do primeiro incremento acrescido do valor presente do custo de todos os incrementos futuros. Como a demanda futura é sempre a mesma em todos os pontos, o tamanho incremental ótimo é o mesmo para todos os incrementos.

A minimização da soma de todos os custos descontados é obtida encontrando-se o mínimo da função acima, o que leva a:

$$a = \frac{r^{x*}}{e^{rx*} - 1} \tag{2.14}$$

onde $x*$ é o tamanho ótimo da instalação.

A função de custos, $f(x)$, é usualmente côncava, representando a economia de escala da expansão. Por exemplo, $f(x)= Kx^a$ (onde k e a são constantes, com $0< a<1$). Manne (1961) mostra que a capacidade ótima x cresce quando α decresce (há mais economia de escala) e o x ótimo decresce quando r cresce (investimentos iniciais ficam mais caros).

2.4.2.4.2 Expansão de uma Única Facilidade com Horizonte Finito

Problemas de expansão com horizontes finitos e demanda não linear não possuem solução analítica, se fazendo necessário o uso de soluções através de algoritmos, notadamente Programação Dinâmica.

Duas abordagens são aqui resumidamente apresentadas, ambas derivadas de Grossman (1977). A primeira trata a questão como um problema de caminho de menor percurso em uma rede acíclica. A segunda abordagem apresenta uma formulação em termos de Programação Dinâmica.

As variáveis de decisão do modelo de menor percurso são o tamanho dos subperíodos onde cada nova instalação atende à demanda. O resultado do modelo

é um conjunto de instalações a serem implementadas ao longo de um período de tempo longo e finito (discretizado em anos), minimizando os custos totais descontados. O número de instalações necessárias não é conhecido *a priori*. As variáveis são:

x_{ij}: tamanho da instalação construída no início do período *i* para atender a demanda até o início do período *j*;

c_{ij}: custo descontado da instalação;

y_{ij}: =1 se for construída a instalação
= 0 caso contrário

A função a ser minimizada é:

$$Min\ z = \sum_{i=1}^{T}\sum_{j=1}^{T} c_{ij} y_{ij}$$

s.a.: (2.15)

$$\sum_{j=1}^{T} y_{ij} = 1$$

$$\sum y_{ik} - \sum y_{kj} = 0 \quad \forall i, j$$

$$\sum_{j=1}^{T} y_{iT} = -1$$

$$y_{ij} \in \{0,1\}$$

A formulação anterior é um problema de menor percurso, e pode ser resolvido por algoritmos como o de Dijkstra. Um problema de caminho de menor percurso em uma rede acíclica é equivalente a uma formulação recursiva de Programação Dinâmica (vide, por exemplo, Wagner, 1969). Sejam as seguintes variáveis:

q_t: demanda durante o período t;

j_t: nível de excesso de capacidade existente;

x_t: incremento de capacidade escolhido para o início do período t;

y_t: $j_t + x_t$: nível de excesso de capacidade + incremento no período t (após a decisão de construir mas antes da ocorrência da demanda);

$c_t(x)$: custo de construção da facilidade de tamanho x no início do período t;

$\alpha \cong \frac{1}{1+r} = e^{-r}$ onde α é o fator de desconto para um período e r é a taxa de desconto.

E o modelo de PD é:

$$Min\ z = \sum_{t=1}^{T} \alpha^{t-1} c_t (y_t - j_t)$$

s.a.: (2.16)

$$y_t - j_t - x_t = 0$$

$$y_t - j_{t+1} - x_t = 0$$

$$y_t - q_t \geq 0$$

$$x_t \geq 0$$

E a equação de recursão "*backward*" é:

$$f_t(j_t) = y_t^{\min} \geq j_t [c_t(y_t - j_t) + \alpha f_{t+1}(y_t - q_t)] \quad (2.17)$$

E com a condição de contorno $f_{T+1}(j_t = 0) \quad t = 1,2,...,T$

A equação de recursão representa o "*trade-off*" entre o custo do primeiro incremento de capacidade e o valor presente do custo de todos os incrementos futuros. Em cada estágio e, para cada possível estado, decide-se entre aumentar ou

não aumentar a capacidade do sistema. Ou seja, decide-se sobre o incremento de capacidade y_t que minimiza a soma do custo total do investimento imediato mais o valor presente dos investimentos futuros.

2.4.2.4.3 Expansão da Capacidade com um Conjunto Finito de Projetos

Na otimização de sistemas regionais de obras hidráulicas e sanitárias é muito freqüente que a expansão só possa ser feita pela análise de um conjunto finito de projetos.

Cada projeto s, s = 1, 2, ..., S é definido pelo custo de construção c_s e capacidade z_s. Dada a demanda $D(t)$, o problema simples do problema de seqüenciamento é encontrar a seqüência de projetos para atender a demanda em qualquer ponto do tempo, minimizando o custo total descontado.

Seja X o conjunto de projetos possíveis, descrito por um vetor com S elementos binários: por exemplo, S=4, X=(1110) indica que os projetos 1, 2, e 3 foram implementados. Seja $C(X)$ o custo ótimo descontado de todos os projetos ainda não implementados, e seja $\tau(X)$ o primeiro instante onde a demanda excede a capacidade total disponível $\sum_{s \in X} z_s$. Levando somente em conta os custos de construção c_s ter-se-á o ótimo para a implantação de novos projetos somente quando a capacidade existente estiver exaurida. Erlenkotter (1973) propôs o seguinte modelo de PD "*backward*" para obtenção da seqüência ótima:

$$C(X^0) = 0 \quad X^0 = (11...1)$$

$$C(X\ ) = \min_{s \notin X} \left[c_s^{\ -r\tau(X)} + C(X \cup s) \right] \quad \forall X \subset X^0 \tag{2.18}$$

O problema (2.18) pode ser representado em forma de uma rede e resolvido como um problema de percurso mínimo. Por exemplo, para *S*=4, cada nó representa um estado *X* com um tempo correspondente $\tau(X)$. Os arcos representam as possíveis transições de um dado valor de *X*. Por exemplo, de *X*=(1100) somente pode-se alcançar os estados (1101) e (1110). O custo associado à passagem de (1100) para (1101), por exemplo, é $c_1$exp[$r\tau$(1100)]. Neste exemplo, o percurso mínimo a se obter seria de (0000) a (1111).

O número de estados possíveis porém, cresce exponencialmente com S, e assim a abordagem via PD só é aplicável para pequenos problemas (em torno de 20 possíveis projetos, de acordo com Luss (1982)). Ainda assim, é bem mais eficiente que uma enumeração completa de S!

2.4.3 Problemas de localização

A presente seção apresenta os principais modelos de localização discreta, dividindo-os em estáticos e dinâmicos. É apresentada uma classificação dos modelos estáticos e alguns destes modelos são descritos. Também para o caso dos modelos dinâmicos apresenta-se uma classificação, bem como um histórico desses, dividida em modelos capacitados e não capacitados.

2.4.3.1 Localização Discreta Estática

Como definido por ReVelle e Eiselt (2005), o termo Análise de Localização se refere à modelagem, formulação e solução de uma classe de problemas que podem ser descritos como “alocando instalações (*facilities*, em inglês) em um dado espaço”. O espaço pode ser o espaço real (em uma, duas ou três dimensões) ou em uma determinada rede. Além disso, tais espaços (o espaço real e a rede) podem ser contínuos ou discretos. O texto a seguir se refere especificamente à localização discreta.

Gomes (2004), apresenta uma detalhada classificação dos problemas de localização, enfatizando a Função Objetivo utilizada, como mostra a tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Funções Objetivo em problemas de localização

Problema	Função Objetivo
problema de Weber	Encontra o ponto de "*minisum*",que MIN a soma das distâncias Euclidianas ponderadas desse ponto a *n* pontos fixos
problema de localização-alocação	MIN a soma das distâncias, otimizando as demandas totais fixas alocadas às instalações
Modelos de localização e roteamento	MIN a soma ponderada das distâncias e MIN a máxima distância
p-mediana	MIN a soma ponderada pela demanda das distâncias totais entre os nós de demanda e as instalações às quais esses nós estarão ligados
p-centro	MIN a máxima distância entre onde está a demanda e a instalação mais próxima, dado um número pré-determinado de instalações
p-dispersão	MAX a distância mínima entre um par de instalações
fixed charge location problem (FCLP) ou *Capacitated facility location problem* (CFLP)	MIN custos totais (custos fixos da instalação + custos de transporte). O modelo calcula o número ótimo de instalações, sua localização, assim como as demandas atribuídas às instalações
uncapacitated facility location problem (UFLP)	MIN a distância total, ponderada pela demanda, entre nós de demanda e as instalações para as quais esta demanda é destinada. O número de instalações a serem abertas não é conhecido a priori e existem custos que sã função do local, para cada instalação aberta
modelo de *maximal covering location* (MCLP)	MAX a demanda que será atendida. O modelo assume que pode não haver instalações suficientes para atender todos os nós de demanda. Se todos os nós não puderem ser atendidos, o modelo busca o esquema de localização que atenda a maior parte da demanda.
modelo de *set covering location*	O objetivo é de locar o número mínimo de instalações, para atender todos os nós de demanda.
modelos de *push-pull*	Considera simultaneamente os objetivos de *minisum* e *minimax*.
localização de *hubs*	MIN a soma do custo de mover itens entre um nó não *hub* e o *hub* ao qual o nó está atribuído

Fonte: Gomes (2004)

Quatro dos mais usuais destes principais tipos de problemas estão a seguir descritos, seguindo a revisão de Gomes (2004):

- Problemas de p-Mediana (em inglês, *p-Median Problems* ou p-MP);
- Problemas de p-Centros (em inglês, *p-Centers* ou p-CP);
- Problemas de Localização de Centros de Suprimento Capacitados (em inglês, *Capacitated facility location problem* (CFLP)), também chamados de

Problema de localização com custo fixo (em inglês "*fixed charge location problems"* - FCLP);

- Problemas de Localização de Centros de Suprimento não Capacitados (*Uncapacitated Facility Location Problems*, ou UFLP, em inglês).

2.4.3.1.1 Problemas de p-Mediana (p-MP)

O problema da p-mediana (ou Minisum) visa localizar as instalações de tal forma que a distância total ponderada de todos os usuários para a instalação mais próxima seja minimizada. O problema foi originalmente formulado por Hakimi em 1964 (como citado por Gomes, 1990), para uma rede de nós e arcos. Este autor prova que, para instâncias em rede de tal problema, existe uma solução ótima, onde todas as instalações se localizam em nós da rede.

Outra característica do problema da p-mediana é de que cada cliente é abastecido por um único supridor. O problema é do tipo NP-completo, mas a forma de otimização é NP-árdua.

Aplicando o problema para uma rede, ainda de acordo com Gomes, (1990), ReVelle e Swain, em 1970, formularam o p-mediana como um problema de Programação Inteira, com a seguinte Função Objetivo:

$$\text{MIN} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_i . d_{ij} . x_{ij} \qquad (2.19)$$

$$\text{s.a.:} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad i=1,...,n \qquad (2.20)$$

$$x_{ij} \leq y_j \qquad i,j=1,...,n \qquad (2.21)$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j = p \tag{2.22}$$

$$x_{ij}, y_j \in \{o,1\},\ i,j=1,...n \tag{2.23}$$

onde:

p: número de instalações a serem locadas
n: número total de nós de demanda
a_i: quantidade de demanda no nó i
d_{ij}: distância ou tempo entre o nó de demanda i e o local potencial j para a instalação
I: conjunto dos locais de demanda (normalmente nós), indexado por i
J: conjunto de locais para as instalações (normalmente nós), indexado por j
x_{ij} { = 1 se a demanda i é mandada para a instalação j
{ = 0 caso contrário

y_j { = 1 se o local j é selecionado para se tornar uma instalação
{ = 0 caso contrário

A FOB visa minimizar o produto das demandas a_i com as distâncias d_{ij} entre o ponto de demanda i e o local j, para cada x_{ij}. A restrição 2.20 assegura que cada ponto de demanda deve se ligar a pelo menos um local potencial de instalações. Já que a distância ponderada somente aumentará com alocações múltiplas, essa restrição será válida como uma igualdade em qualquer solução ótima. A restrição (2.21) diz que tal alocação deve ser feita somente para aqueles locais que tenham sido selecionados como possíveis instalações. A equação (2.22) restringe a localização/alocação de instalações para exatos p. A restrição (2.23) informa que y_j devem ser variáveis inteiras.

2.4.3.1.2 Problemas de p-Centros (p-CP)

Enquanto o problema da p-mediana consiste em locar *p* instalações de modo a minimizar a soma das distâncias ponderadas do ponto de demanda até a instalação mais próxima, o problema de *p*-Centros é de locar *p* instalações de tal modo a minimizar a maior distância de um ponto de demanda até a instalação mais próxima. Outra diferença é que não se aplica a propriedade da otimalidade dos nós: um centro ótimo pode estar localizado em algum lugar de um arco ligando dois nós.

O problema pode ser formulado como:

$$\text{MIN } W \tag{2.23}$$

s.a.:

$$\sum x_j = p \tag{2.24}$$

$$\sum y_{ij} = 1 \qquad \forall\, i \in I \tag{2.25}$$

$$y_{ij} - x_j \leq 0, \quad \forall\, i \in I,\ \forall\, j \in J \tag{2.26}$$

$$W - \sum h_i d_{ij} y_{ij} \geq 0 \qquad \forall\, i \in I \tag{2.27}$$

$$x_j \in \{0,1\}, \quad \forall\, j \in J \tag{2.28}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall\, i \in I,\ \forall\, j \in J \tag{2.29}$$

onde:

W é a máxima distância entre um nó de demanda e a instalação ao qual ela está destinada;
I é o conjunto de nós de demanda indexados por *i*;
J é o conjunto de locais candidatos para as instalações, indexados por *j*;

h_j é a demanda no nó *I*;
p é o número de instalações a serem locadas.

A FOB visa minimizar a máxima distância entre cada nó de demanda e a instalação aberta mais próxima, ponderada pela demanda. A restrição (2.24) estipula que p instalações devem ser locadas. A restrição (2.25) requer que cada nó de demanda seja ligado a uma instalação. A restrição (2.26) informa que o suprimento dos nós de demandas só pode ser feito em instalações existentes. A restrição (2.27) define o limite inferior da máxima distância ponderada pela demanda. A restrição (2.28) estabelece a variável de decisão como binária. Finalmente, a restrição (2.29) requer que a demanda em um nó seja designada a apenas uma instalação.

2.4.3.1.3 Problemas de Localização de Centros de Suprimento Capacitados (CPLP ou Fixed Charge- FCLP)

O problema das p-medianas anteriormente descrito parte de três pressupostos que podem não ser adequados para certos cenários de localização. Assume que cada local potencial tem os mesmos custos fixos para locar uma instalação. Também assume que as instalações que estão sendo locadas não têm limites de capacidade de demanda que elas possam atender (*uncapacited problem*). Finalmente, assume que se conhece, a priori, o número de instalações a serem abertas.

O CPLP relaxa todas essas restrições. Assim, existe um conjunto de locais potenciais para as instalações, com custos e capacidades fixos, e um conjunto de clientes, com demandas por bens dessas instalações. O custo unitário de transporte de bens supridos das instalações aos clientes é conhecido. Quer-se encontrar o

subconjunto de instalações que minimize o custo total fixo e o custo de transporte, tal que a demanda de todos os clientes possa ser satisfeita sem violar a restrição de capacidade de cada instalação. O problema CPLP também é chamado de *Fixed Charge Location Problem*, na literatura em língua inglesa.

Podem ser identificados dois estágios no processo decisório: no primeiro estágio, faz-se uma escolha do subconjunto de instalações a serem abertas, e no segundo estágio é feita a alocação dos clientes a essas instalações. O problema pode ser formulado como:

$$\text{MIN} \sum_j f_j x_j + \alpha \sum_i \sum_j h_i d_{ij} y_{ij} \tag{2.30}$$

s.a.:

$$\sum_j y_{ij} = 1 \quad \forall\, i \in I \tag{2.31}$$

$$y_{ij} - x_j \leq 0 \quad \forall\, i \in I,\ \forall\, j \in J \tag{2.32}$$

$$\sum_j h_i y_{ij} - C_j x_j \leq 0 \quad \forall\, i \in I \tag{2.33}$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall\, j \in J \tag{2.34}$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall\, i \in I,\ \forall\, j \in J \tag{2.35}$$

Onde:

I: conjunto de nós de demanda, indexado por i
J: conjunto de locais candidatos para as instalações, indexado por j
f_j: custo fixo de locar uma instalação no local candidato j
C_j: capacidade da instalação no local candidato j

α: custo unitário de demanda, por unidade de distância
h_i: demanda no nó *i*
d_{ij}: distância entre o nó de demanda *i* e o local candidato *j*

A Função Objetivo (2.30) minimiza a soma dos custos fixos das instalações e o custo total de viagem para a demanda a ser atendida. O segundo termo da FOB é chamado de distância demanda-ponderada. A restrição (2.31) proíbe que a demanda total destinada a uma instalação exceda a sua capacidade. As restrições (2.32), (2.33), (2.34) e (2.35) são restrições similares às apresentadas para os problemas anteriores. Se a restrição (2.35) for relaxada, permite-se que a demanda de um nó seja atendida por várias instalações.

Quando existir uma restrição adicional, de que cada cliente seja servido apenas por uma única instalação, o problema CPLP é chamado de CPLP com *Single Source Constraints* (CPLPSS).

2.4.3.1.4 Problema de Localização com Capacidade Ilimitada

O *Uncapacited Fixed Charge Problem* (UFLP, na sigla em inglês) pode ser definido como:

"Dados *n* possíveis locais (para as instalações) e demandas em *m* locais, determine a localização ótima destas instalações de modo a atender todas as demandas, tal que o custo total de implantação das instalações e o atendimento das demandas (custos de distribuição) seja minimizado".

A formulação do UFLP (ou *uncapacitated fixed charge problem*) é obtida adicionando um custo fixo para a Função Objetivo do problema da p-mediana e removendo a restrição do número de instalações a serem criadas. Assim, o problema calcula endogenamente o número de instalações a serem criadas, de forma a minimizar custos totais (custo fixo mais de transporte).

O problema é formulado como:

$$\text{MIN} \sum_{i} \sum_{j} c_{ij}.y_{ij} + \sum_{j} f_j x_j \qquad (2.36)$$

s.a.:

$$\sum_{j} y_{ij} = 1 \qquad \forall\ i \in I \qquad (2.37)$$

$$y_{ij} \leq x_j \qquad \forall\ i \in I,\ j \in J \qquad (2.38)$$

$$x_j \in \{0,1\} \qquad \forall\ j \in J \qquad (2.39)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall\ i \in \mathrm{I},\ j \in \mathrm{J} \qquad (2.40)$$

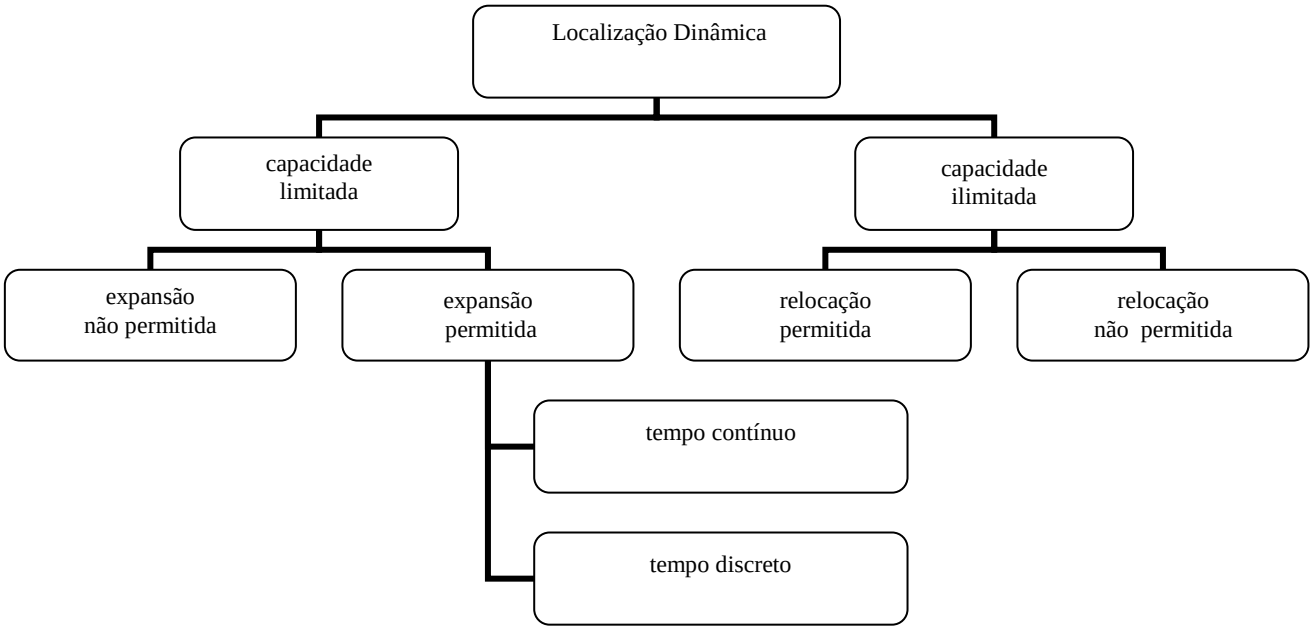
onde:

I: conjunto de nós de demanda, indexado por i
J: conjunto de instalações candidatas, indexado por j
f_j: custo fixo de locar uma instalação no local candidato j
c_{ij}: custo variável total de atender toda a demanda do usuário i no local candidato j
x_j, y_{ij}: variáveis de decisão

2.4.3.2 Localização Dinâmica

No caso de problemas de localização dinâmica, não se trata apenas de responder à pergunta “que tamanho terá a instalação”, mas também, “que tamanho e quando”, no caso de localização dinâmica simples, ou “que tamanho, quando e onde”, no caso mais complexo de localização dinâmica múltipla.

Saldanha da Gama (2002) apresenta uma interessante taxonomia de



problemas de localização dinâmica, como mostra a Figura 2.4.

Figura 2.4 – Taxonomia dos problemas de localização dinâmica
Fonte: Saldanha da Gama (2002)

A subdivisão entre capacidade limitada e ilimitada diz respeito se há ou não limite de capacidade para se atender à demanda. Havendo limite de capacidade, tem-se os caso de se permitir ou não a expansão da demanda. Já os problemas onde a capacidade é ilimitada, são subdivididos conforme se permita ou não a relocação. Quanto ao tempo, os modelos podem contínuos ou discretos. No caso de modelos discretos no tempo, normalmente o horizonte de planejamento é dividido em intervalos de tempo, iguais ou não.

As Tabelas 2.4 e 2.5, também baseadas no trabalho de Saldanha da Gama (2002), apresentam a seqüência dos principais trabalhos e autores no campo da

Localização Dinâmica, para problemas com restrições de capacidade e sem restrições de capacidade, respectivamente.

Problemas de localização dinâmica com restrições de capacidade foram os primeiros a serem estudados: havendo uma limitação na capacidade de serviços, e quando a mesma se esgotasse, o objetivo era determinar a expansão da capacidade ao longo do tempo. Destacam-se aqui os problemas de expansão de capacidade e de expansão-sequenciamento. O segundo grupo evidentemente tem como característica principal a não existência de restrições de capacidade.

Tabela 2.4 – Desenvolvimento dos modelos de Localização Dinâmica, com restrição de capacidade

ANO	AUTOR(ES)	OBSERVAÇÕES
1967	Manne	aparece a primeira heurística para o problema de expansão da capacidade: SLOT: Size, Location and Time-phasing; a demanda é crescente; existem vários centros produtivos; o horizonte de planejamento é dividido em intervalos de tempo iguais.
1973	Erlenkotter	problema de expansão-sequenciamento, solução baseada em Programação Dinâmica; parte de um conjunto de projetos de expansão, associado a uma dada expansão de capacidade e seus custos; com base na demanda ao longo do tempo, determina a seqüência de implementação dos projetos e o respectivo instante, minimizando os custos totais; perspectiva míope do futuro: planeja-se para o futuro imediato sem se considerar o que poderá ocorrer adiante.
1974	Hung e Rikkers	problema de expansão da capacidade: o horizonte de planejamento é dividido em períodos de tempo; procura-se uma solução admissível, melhorada por meio de trocas nas expansões de capacidade: trocando expansões entre locais num dado período; ou juntando, no mesmo período, expansões que eram feitas em um mesmo local, porém em períodos diferentes; ou juntando num mesmo local expansões que eram feitas num mesmo período mas em locais diferentes.
1975	Erlenkotter	expansão-sequenciamento para problemas de grandes dimensões. Na primeira fase do método, tomando-se uma certa capacidade como ponto de partida, ordenam-se os projetos em função do seu custo. A segunda fase tenta melhorar a solução obtida recorrendo a um algoritmo baseado em Programação Dinâmica, mas tal que, em cada fase não são analisados todos os possíveis estados; o algoritmo foi designado como IDP-MAC (Incomplete Dynamic Programming – Minimum Annual Cost).
1976	Fong e Srinivasan	a remoção de um grupo de restrições permite decompor o problema em vários subproblemas, cada um dos quais equivalente a um problema de transportes; os custos de expansão são lineares.
1977	Jacobsen	apresenta duas heurísticas para expansão da capacidade: OSDP (One Shot Dynamic Programming) e MACD (Minimum Annual Cost with Discrete time): ambas formulando o problema como um grafo cujos vértices estão associados as possíveis instantes para as expansões.
1981	Fong e Srinivasan	dividido em duas partes: na primeira parte do trabalho o custo de expansão é aproximado por um custo proporcional à quantidade expandida; em cada

ANO	AUTOR(ES)	OBSERVAÇÕES
		período de tempo, resolve-se um problema de transportes, obtendo uma solução inicial admissível; então a solução é melhorada permitindo a importação de bens sempre que a capacidade instalada não seja suficiente para a procura existente, incorrendo-se, em tal caso, numa penalização financeira. Na segunda parte, os autores consideram que os custos, além de proporcionais às expansões efetuadas, incluem uma componente fixa. Esta nova componente de custos permite a troca de capacidades entre pares de localizações; para este novo problema os autores aplicam *branch and bound*, com o qual se determinará a capacidade de se trocar entre duas regiões previamente escolhidas.
1986	Fong e Srinivasan	novamente se estuda uma heurística de melhoria de uma solução inicial; a função de custos é geral; a capacidade pode ser expandida mesmo se a procura não estiver esgotada; permite-se a realocação simultânea da capacidade.
1988	Klincewicz	o modelo equaciona questões tais como o número de serviços a instalar, os locais de instalação, quando e em quanto os serviços devem ser expandidos e quais clientes deverão ser servidos a partir de cada serviço. A heurística apresenta três fases: soluça inicial; melhoria global da solução alterando os momentos de abertura e encerramento dos serviços; eliminação de realocações de pontos de demanda.
2001	Antunes e Peeters	expansão modular da capacidade; resolvido através da metaheurística de Recozimento Simulado.

Fonte: adaptado de Saldanha da Gama (2002)

Tabela 2.5 – Desenvolvimento dos modelos de Localização Dinâmica, sem restrição de capacidade

ANO	AUTOR(ES)	OBSERVAÇÕES
1968	Ballou	Problema contínuo (no plano euclidiano); horizonte de planejamento é dividido em períodos iguais, e quer-se determinar uma localização inicial e possíveis relocações futuras; baseado em Programação Dinâmica, onde os estágios são os períodos de tempo e os estados são as locações ótimas.
1971	Scott	localização de mais de um serviço, um em cada período de tempo; o objetivo é minimizar a distância euclidiana global de um conjunto de populações aos serviços instalados; resolvido por Programação Dinâmica.
1973	Wesolowsky	também aborda a questão da localização-relocação de um único serviço, n plano, usando várias medidas de distância, entre elas a distância retangular (distância *Manhattan*).
1975	Wesolowsky e Truscott	relocação de serviços ao longo do tempo; resolução por Programação Dinâmica.
1975	Roodman e Schwarz	Em um horizonte de planejamento dividido em períodos de tempo, tem-se um conjunto de serviços em operação; assumindo procura descendente, quer-se obter um sistema ótimo de *phase-out*; um procedimento heurístico obtém soluções admissíveis e se aplica branch and bound para obtenção da solução ótima.
1976	Sweeney e Tatham	partindo do trabalho de Ballou, o espaço de estados em cada período do horizonte de planejamento abrange várias melhores soluções estáticas, de modo que o espaço contenha a melhor solução global; isso é obtido através de limites, inferior e superior, previamente encontrados; na seqüência, se aplica um procedimento recursivo *backward* para se obter o ótimo, apoiado num procedimento de decomposição de Benders e um método de plano de cortes.
1982	Van Roy e Erlenkotter	todos os serviços podem atender a qualquer cliente e qualquer cliente pode ser atendido a partir de qualquer serviço.

Fonte: adaptado de Saldanha da Gama (2002)

3. MODELOS DE QUALIDADE DA ÁGUA

O modelo clássico para o balanço de oxigênio em rios foi proposto por H. W. Streeter e E. B. Phelps em 1925, nos estudos de qualidade da água do rio Ohio, nos Estados Unidos (Streeter e Phelps, 1925). A formulação matemática expressa que a taxa de variação do déficit de oxigênio é igual à diferença entre a desoxigenação da água, em função da decomposição bacteriológica da matéria orgânica carbonácea, e a reaeração proveniente da atmosfera, causada pelo déficit de oxigênio e pela turbulência:

$$\frac{dD}{dt} \equiv k_1 L - k_2 D \qquad (3.1)$$

Substituindo na equação de cinética de primeira ordem:

$$-\frac{dL}{dt} = k_1 L \qquad (3.2)$$

e integrando, a equação de balanço de oxigênio se torna a equação da curva de depleção de oxigênio:

$$D_t = D_0 * e^{-k2t} + \frac{k_1 * DBO_{mist}}{k_2 - k_1}\left(e^{-k1t} - e^{-k2t}\right) \qquad (3.3)$$

onde:

D_t: déficit de oxigênio dissolvido (mg/L)

k_1: constante de desoxigenação (dia^{-1})

k_2: constante de reaeração (dia^{-1})

DBO_{mist}: demanda bioquímica (carbonácea) inicial (mg/L)

t: tempo (dias)

Tem-se interesse particular no ponto crítico, definido pela mais baixa concentração de oxigênio dissolvido – OD, e o tempo necessário para se alcançar essa depleção máxima de oxigênio. Neste ponto, as taxas de desoxigenação e reaeração se igualam, portanto o déficit não se altera e o valor crítico D_c é:

$$\frac{dD}{dt} \equiv k_1 L - k_2 D = 0 \qquad (3.4)$$

e

$$D_c = \frac{k_1 L}{k_2} \qquad (3.5)$$

Substituindo na equação de cinética de 1ª ordem, tem-se o tempo crítico t_c:

$$t_c = \frac{1}{k_2 - k_1} \ln\left[\frac{k_2}{k_1}\left(1 - \frac{D_0(k_2 - k_1)}{k_1 * DBO_{mist}}\right)\right] \qquad (3.6)$$

Inúmeras modificações e aperfeiçoamentos foram propostos à formulação original de Streeter e Phelps, por exemplo, O'Connor e Dobbins (1956) apresentam estudos sobre os mecanismos de reaeração, considerando que a taxa de renovação superficial seria aproximadamente igual à razão entre a velocidade média do rio e a profundidade do escoamento. Churchill et al. (1962), com base em medições de O_2 efetuadas a jusante dos reservatórios do rio Tennessee também desenvolveu equações para o cálculo de k_2.

Outros estudos clássicos incluem: O'Connor (1960) com o balanço de oxigênio para estuários. Thomann (1963) desenvolveu o modelo de O'Connor, apresentando uma formulação geral para simulação do oxigênio dissolvido, com os estuários sendo um caso particular.

Na seqüência, modelos numéricos computacionais foram desenvolvidos, sendo um dos mais populares o modelo QUAL2E, desenvolvido para a agência ambiental americana (Brown e Barnwell, 1987).

O modelo inclui as interações entre nutrientes, produção de algas e demanda bentônica de oxigênio. A equação diferencial que descreve a taxa de variação do oxigênio é dada por:

$$\frac{dO}{dt} = k_2(O_s - O) + (\alpha_3\mu - \alpha_4\rho)A - k_1L_1 - k_4 / A_x - \alpha_5\beta_1N_1 - \alpha_6\beta_2N_2 \quad (3.7)$$

onde:

O: concentração de OD;

k_2: constante de reaeração;

α_3: produção fotossintética de oxigênio, por unidade de biomassa de algas;

μ: taxa de crescimento de algas (função dos nutrientes e da intensidade da luz);

α_4: perda de oxigênio por unidade de biomassa de algas;

ρ: taxa de respiração das algas;

A: concentração da biomassa de algas;

k_1: taxa de decaimento da DBO carbonácea;

L_1: concentração da DBO carbonácea;

K_4: constante da demanda de oxigênio bentônica;

A_x: seção transversal média do curso d'água;

α_5: taxa de consumo de oxigênio pela oxidação da amônia;

β_1: constante de oxidação biológica do nitrogênio amoniacal;

N_1: concentração de nitrogênio amoniacal;

α_6: taxa de consumo de oxigênio por unidade de nitritos oxidados;

β_2: constante de oxidação biológica dos nitritos;

N_2: concentração de nitritos.

O conjunto de 10 equações químicas e biológicas simuladas pelo QUAL2E contém 23 parâmetros de entrada, necessitando, portanto de levantamentos de campo abrangentes, para sua calibração e verificação.

Em termos de estudos desenvolvidos no Brasil, destaca-se o trabalho de Teixeira (2004), onde é desenvolvida uma solução analítica para o estado constante ("*steady state*"). São apresentadas equações para DBO, déficit de OD (incluindo DBO carbonácea, nitrogenada e de sedimentos), nitrogênio orgânico (No), amônia (Na), nitrito (Ni), nitrato (Nn), algas, coliformes e fósforo. Tal modelo foi incorporado ao Sistema de Suporte a Decisão *AcquaNet*, do Laboratório de Sistemas de Suporte a Decisões da Escola Politécnica da USP (Porto et al., 2003).

4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1 INTRODUÇÃO

Como será visto a seguir, existe um grande número de estudos publicados versando sobre o tema da otimização da regionalização do tratamento de efluentes e da qualidade da água dos corpos receptores. O objetivo é quase sempre mesmo: minimizar custos e maximizar a melhoria da qualidade da água. Os meios, ou sejam, as ações de engenharia variam: estações de tratamento locais e/ou regionais, outras formas de melhoria da qualidade da água, como construção de reservatórios para aumento da vazão mínima dos rios etc. Tem-se uma grande diversidade nas variáveis consideradas, especialmente nas variáveis utilizadas nos modelos de qualidade da água acoplados e, também, como essas variáveis são consideradas: se determinísticas ou estocásticas (vazão dos rios, por exemplo). Também deve ser levada em conta a divisão dos custos associados a essas intervenções e como se considera a questão da eqüidade. Finalmente, tem-se a miríade de técnicas utilizadas para a otimização do sistema, como já visto em capítulo anterior.

Com o intuito de não apenas “olhar as árvores”, mas tentar uma visão de conjunto da “floresta” optou-se por apresentar a revisão bibliográfica caracterizando os estudos existentes em dois grandes grupos. Evidentemente, toda divisão desse tipo acaba tendo um menor ou maior grau de subjetividade. Tem-se também uma interseção desses grupos e certamente, haverá exceções que não se amoldam a essa divisão arbitrária. Mesmo assim, essa tentativa é válida, para tentar se entender o desenvolvimento histórico desses modelos de otimização da regionalização da qualidade da água.

A caracterização que se está propondo é a seguinte:

- Estudos que tratam de estações de tratamento de efluentes individuais: alocação ótima de cargas, minimização de custos, considerações de eqüidade, sazonalidade. Aqui se incluem os primeiros trabalhos desenvolvidos no início da década de 1960, quando ainda não eram estudadas ETEs regionais;
- Estudos envolvendo estações de tratamento de efluentes regionais: locação e macro dimensionamento, considerando ou não a dinâmica temporal de implantação das instalações.

Para esses dois grupos de modelos, se propõe ainda a seguinte subdivisão:

- A técnica de otimização utilizada: técnicas tradicionais (Programação Linear, Não Linear, Inteira, Geométrica ou Dinâmica), métodos heurísticos e métodos metaheurísticos.
- Estudos que levam em conta, direta ou indiretamente, a qualidade d`água do corpo receptor;
- A consideração ou não da condição estocástica das variáveis, seja a vazão dos rios, a carga de efluentes ou outra variável qualquer;
- A consideração ou não da dinâmica temporal na implantação de ações de melhoria de qualidade da água, em especial, o faseamento das estações de tratamento de efluentes.

Como o objetivo desta revisão é de situar o trabalho aqui apresentado dentro de um contexto do desenvolvimento histórico-científico do tema, cabe já um comentário preliminar. Mesmo nos trabalhos de otimização de sistemas regionais de tratamento de efluentes, verificou-se a existência de poucos estudos de otimização dinâmica de tais sistemas. Optou-se então por se incluir ao final desta revisão bibliográfica trabalhos sobre expansão da capacidade de outros sistemas hídricos onde se torna mais explícita a aplicação de técnicas de otimização citadas no Capítulo anterior.

4.2 REVISÃO DOS MODELOS EXISTENTES

Inicialmente, são apresentados alguns comentários sobre a genealogia dos estudos de otimização aplicados ao gerenciamento da qualidade da água. Até onde permitiu o levantamento efetuado por este autor, os primeiros estudos sobre o tema remontam ao final da década de 1950 e início dos anos 60. O Programa de Águas de Harvard (*Harvard Water Program*), embora tenha se notabilizado por estudos econômicos de gestão da quantidade de água e, em especial, pelo desenvolvimento da hidrologia estocástica (Maass et al., 1962), também desenvolveu estudos na área da gestão da qualidade da água, consubstanciados no estudo não publicado *Operations Research in Water Quality Management*, de 1963, a que este autor não teve acesso. Já após o término do Programa de Harvard, Dorfman, Jacoby e Thomas, Jr. (1972) editaram uma publicação sobre gestão regional da qualidade da água.

Talvez o núcleo mais consistente de pesquisadores no tema tenha se formado junto à Universidade Cornell, no estado de Nova York. A partir dos trabalhos de A. Charnes, da Universidade Northwestern, aplicando a Pesquisa Operacional à

produção industrial, Walter R. Lynn desenvolveu uma série de trabalhos pioneiros, aplicando métodos da Pesquisa Operacional para otimização de estações de tratamento de efluentes. O grupo orientado pelo professor Lynn em Cornell resultou em uma série de discípulos eméritos: Daniel Loucks e Jon Liebman apresentaram seus trabalhos de doutoramento no tema em 1965. Charles ReVelle terminou seus estudos em 1967, prosseguindo sua notória carreira na Universidade Johns Hopkins, a mesma universidade onde o professor Liebman também desenvolveu sua carreira, indo depois para a Universidade de Illinois. Em John Hopkins também se destacou o professor J. Hugh Ellis e, na Universidade de Illinois, os pesquisadores J. Wayland Eheart e E. Downey Brill, Jr. Livros importantes têm sido publicados da lavra desses pesquisadores, tais como Loucks, Stedinger e Haith (1981), Haith (1982), ReVelle, Whitlach e Wright (2004), e ReVelle e McGarity (1997).

Paralelamente, em 1965, o pesquisador alemão Rolf Deininger doutorou-se na Universidade Northwestern, posteriormente desenvolvendo carreira na Universidade de Michigan. Sua tese de doutorado vem a ser um dos trabalhos pioneiros na utilização de métodos de otimização no campo da qualidade da água. Mais tarde, editou um livro sobre otimização e qualidade ambiental, Deininger (1974).

Também no início da década de 1960, o Colégio Manhattan, em Nova York, notabilizou-se por pesquisas de qualidade da água, dirigidas por Donald J. O'Connor e Dominic M. DiToro. Um de seus famosos discípulos, Robert V. Thomann desenvolveu estudos ligando a análise de sistemas à gestão da qualidade da água: vide seus livros Thomann (1972) e Thomann e Mueller (1987).

O grande pioneiro da economia de recursos hídricos aplicada à gestão regional da qualidade da água é, sem dúvida, Allen Kneese, por muitos anos ligado

ao centro de pesquisas *Resources for the Future,* sediado em Washington. São de sua autoria clássicos, tais como Kneese (1964) e Kneese, Bower e Blair (1968). O tema da economia de recursos hídricos aplicado à gestão da qualidade da água não será abordado na presente revisão.

No Canadá, destaca-se Edward McBean, da Universidade de Waterloo, onde orientou Donald H. Burn, depois professor da Universidade de Manitoba. Barbara Lance, depois de desenvolver seu doutorado na Universidade de Illinois, vem agora desenvolvendo pesquisas no tema junto à Universidade de Manitoba, também no Canadá.

Na Europa, pode-se destacar os trabalhos pioneiros do pesquisador Daniel Tyteca, da Universidade Católica de Louvain, na Bélgica. Tyteca desenvolveu estudos de otimização tanto entre um conjunto de estações de tratamento, como entre as diversas fases de tratamento dentro de uma estação. Os pesquisadores italianos Sergio Rinaldi e Rodolfo Soncini-Sessa, em conjunto com Harald Stehfest e Hiroyuki Tamura publicaram o clássico Rinaldi et al., 1979, ligando a modelagem da qualidade da água à otimização de sistemas.

Mais recentemente, podemos identificar outros pesquisadores que têm se destacado na área de gestão regional da qualidade da água: Mohammad Karamouz, da Politécnica de Teerã (vide Karamouz, Szidarovszky e Zahraie, 2003); Okitsugu Fujiwara, do Instituto Tecnológico da Ásia, na Tailândia; P.P. Mujumdar, do Instituto de Ciências da Índia, em Bangalore e Maria da Conceição Cunha, da Universidade de Coimbra, Portugal, a última desenvolvendo a aplicação de metaheurísticas para a otimização de sistemas regionais de tratamento de efluentes.

No Brasil, trabalhos sobre otimização de sistemas de recursos hídricos, são menos freqüentes, mas não menos importantes. Destacam-se as importantes

contribuições dos professores Benedito Braga, Rubem La Laina Porto e Mario Thadeu L. de Barros da USP e do professor Antonio Eduardo Leão Lanna no IPH/UFRS. Destacam-se as publicações tais como Braga (1987), Porto (2002) e Silva (2003).

As Tabelas 3.1 e 3.2 apresentam, respectivamente, os estudos consultados sobre otimização de ETEs individuais e regionais, em ordem cronológica, com as seguintes colunas:

- Ano da publicação;
- Autor (es) do trabalho;
- Técnica de otimização utilizada;
- Consideração ou não, da qualidade da água;
- Consideração ou não, da aleatoriedade das variáveis;
- Consideração ou não do faseamento de implantação das ETEs.

Todos os artigos são brevemente comentados. Três trabalhos têm seu equacionamento matemático apresentado: Deininger (1965), em função da relevância histórica; Ong (1983), por ser um trabalho relativamente recente e apresentar um modelo de implantação de Etes nas dimensões espaço e tempo, tendo como variáveis a capacidade e o nível de eficiência de tratamento, e Souza et al. (2002), por se tratar do uso da técnica metaheurística do Recozimento Simulado para o problema da otimização do tamanho e número de ETEs regionais.

Tabela 4.1 – Estudos de gestão da qualidade da água para Estações Individuais de Tratamento de Efluentes

Ano	Autor (es)	Método de Otimização	Modelo de Qualidade da Água	Consideração de Aleatoriedade	Faseamento
1962	Lynn, Logan e Charnes	Programação Linear	não considerada	não considerada	não considerado
1965	Deininger	Programação Linear e Programação Inteira	Cinética de 1 ordem	não considerada	não considerado
1965	Sobel	Programação Linear + Programação Quadrática	Modelo de Thomann	Minimização da variância do aumento do OD	não considerado
1966	Goodman e Dobbins	*Steepest ascent*	considerada (modelo não especificado)	não considerada	não considerado
1966	Loucks e Lynn	não utilizado	Streeter-Phelps, modificado por Dobbins	curvas probabilísticas de OD a partir de cadeias de Markov	não considerado
1966	Liebman e Lynn	Programação Dinâmica	Streeter-Phelps	não considerada	não considerado
1966	Kerri	Programação Linear	Streeter-Phelps	não considerada	não considerado
1967	Loucks, ReVelle e Lynn	Programação Linear	Streeter-Phelps	não considerada	não considerado
1967	ReVelle, Loucks e Lynn	Programação Linear	Streeter-Phelps	não considerada	não considerado
1967	Johnson	Programação Linear	*Steady state* linear do modelo de Thomann para estuários	não considerada	não considerado
1968	ReVelle, Loucks e Lynn	Programação Linear	Dobbins e Camp	não considerada	não considerado
1968	Liebman e Marks	Programação Inteira	Modelo de Thomann para estuários	não considerada	não considerado
1968	Anderson e Day	Programação Linear	Streeter-Phelps, modificado por Thomas	não considerada	não considerado

1969	Smith e Morris	Programação Linear	Modelo de Thomann para estuários	não considerada	não considerado

Tabela 4.1 – Estudos de gestão da qualidade da água para Estações Individuais de Tratamento de Efluentes (cont.)

Ano	Autor (es)	Método de Otimização	Modelo de Qualidade da Água	Consideração de Aleatoriedade	Faseamento
1975	Hyden, Chisman e Macaulay	Programação Não Linear	Streeter-Phelps	não considerada	não considerado
1975	Arbabi e Elzinga	Programação Linear	Streeter-Phelps	não considerada	não considerado
1975	Ecker	Programação Geométrica	Streeter-Phelps	não considerada	não considerado
1976	Bishop e Grenney	Programação Inteira	Modelo da Univ. Estadual de Utah	não considerada	não considerado
1976	Armstrong	Programação Dinâmica	não considerada	não considerada	não considerado
1976	Brill, Liebman e ReVelle	Programação Linear	não considerada	não considerada	não considerado
1978	Lohani e Thanh	Restrições probabilísticas	Streeter-Phelps, modificado por Camp	não considerada	não considerado
1978	de Lucia, McBean e Harrington	Programação Linear	Streeter-Phelps, modificado por Sigvaldason	não considerada	considera dois períodos de adaptação à lei
1979	Lohani e Thanh	Restrições probabilísticas	Streeter-Phelps, modificado por Camp	estocástico nas vazões	não considerado
1982	Smeers e Tyteca	Programação Não Linear	Streeter-Phelps	não considerada	não considerado
1985	Burn e McBean	Restrições probabilísticas	Streeter-Phelps	Monte Carlo (incerteza de 1 ordem nas vazões, cargas e coef. de QA)	não considerado
1986	Fujiwara, Gnanendran e Ohgaki	Restrições probabilísticas	Streeter-Phelps, modificado por Camp e Dobbins	A vazão do rio é uma variável aleatória, com DP conhecida.	não considerado
1987	Fujiwara, Gnanendran e Ohgaki	Restrições probabilísticas	Streeter-Phelps, modificado por Camp e Dobbins	probabilidade na vazão	não considerado

Tabela 4.1 – Estudos de gestão da qualidade da água para Estações Individuais de Tratamento de Efluentes (cont.)

Ano	Autor (es)	Método de Otimização	Modelo de Qualidade da Água	Consideração de Aleatoriedade	Faseamento
1988	Fujiwara, Puangmaha e Hanaki	Restrições probabilísticas	Streeter-Phelps, modificado por Camp e Dobbins	simulação Monte Carlo para os quantis de concentração de OD+ restrições probabilísticas	não considerado
1987	Ellis	Restrições probabilísticas	Streeter-Phelps, modificado por Camp e Dobbins	probabilidade na vazão, nível inicial de DBO, déficits de OD nos efluentes e nos parâmetros do modelo de QA	não considerado
1987	Burn e McBean	Programação Quadrática + Programação Fractal	Streeter-Phelps	cargas com variabilidade; matriz de coeficientes de transferência também variável	não considerado
1989	Rossman	Programação Não Linear	Implícita	risco de violação sazonal é markoviano	alocação sazonal de cargas
1990	Lence, Eheart e Brill	Programação Não Linear	Thomann e Mueller	análise sazonal de riscos	vazões sazonais
1990	Tung e Hathhorn	Programação Linear com Restrições Probabilísticas	Streeter-Phelps	matriz de covariância para parâmetros de QA gerada por simulação	não considerado
1992	Burn e Lence	Programação Linear	Thomann e Mueller	incerteza aparece na vazão, temperatura e carga difusa	não considerado
1993	Cardwell e Ellis	Programação Dinâmica	Streeter-Phelps, QUAL2E e WASP4	Incerteza nos parâmetros dos modelos de QA	não considerado

Tabela 4.1 – Estudos de gestão da qualidade da água para Estações Individuais de Tratamento de Efluentes (cont.)

Ano	Autor (es)	Método de Otimização	Modelo de Qualidade da Água	Consideração de Aleatoriedade	Faseamento
1995	Takyi e Lence	Prog. Linear + Prog. Não Linear	Thomann e Mueller	risco de violação da QA simulado por cadeias de Markov	não considerado
1996	Lee e Wen	Programação Linear *fuzzy*	Streeter-Phelps	FOB e restrições *fuzzy*	não considerado
1996	Takyi e Lence	Modelo de Chebysev	Streeter-Phelps, modificado por Camp – Dobbins	não considerada	não considerado
1997	Lee e Wen	*Fuzzy Goal Programming*	Streeter-Phelps	FOB e restrições *fuzzy*	não considerado
1997	Chang, Chen e Yang	Programação Inteira Mista *fuzzy* multiobjetivos	não especificado	Parâmetros por sistemas *gray*; função *fuzzy* para a FOB	não considerado
1998	Sasikumar e Mujumdar	Otimização *fuzzy* multiobjetivo	Streeter-Phelps, modificado por Fujiwara	Conjuntos *fuzzy*	não considerado
1999	Takyi e Lence	Múltiplas Realizações, Redes Neurais e heurística	Streeter-Phelps, modificado por Camp – Dobbins	simulação Monte Carlo para criação de cenários	não considerado
2000	Carmichael e Strzepek	Programação Não Linear	QUAL2E	não considerada	não considerado
2001	Burn e Yulanti	Algoritmos Genéticos, multi objetivo	QUAL2E	não considerada	não considerado
2002	Efstratiadis e Koutsoyiannis	Algoritmo simplex de Nelder-Mead + Recozimento Simulado	É modelo geral para otimização de sistemas de recursos hídricos	não considerada	não considerado
2002	Ali	Programação Inteira Mista Estocástica	função empírica para controle de pH	distribuição estatística das cargas	não considerado
2002	Mujumdar e Sasikumar	Conjuntos *Fuzzy*	Streeter-Phelps, modificado por Fujiwara	risco sazonal	não considerado
2003	Unami e Kawachi	Teoria de controle H_∞	não considerada	considerada	não considerado

Tabela 4.1 – Estudos de gestão da qualidade da água para Estações Individuais de Tratamento de Efluentes (cont.)

2004	Vemula, Mujumdar e Ghosh	Algoritmos Genéticos + Risco *Fuzzy*	QUAL2E	simulação Monte Carlo para distribuição dos níveis de QA	não considerado
2004	Mujumdar e Vemula	Algoritmos Genéticos + Risco *Fuzzy*	QUAL2E	metas *fuzzy*	não considerado
2006	Yandamuri, Srinivasan e Bhallamudi	Algoritmo Genético	Dresnack e Dobbins	não considerada	não considerado

Tabela 4.2 – Estudos sobre locação e dimensionamento de Estações Regionais de Tratamento de Efluentes

Ano	Autor (es)	Método de Otimização	Modelo de Qualidade da Água	Consideração de Aleatoriedade	Faseamento
1969	Graves, Hatfield e Whinston	Programação Linear	os padrões de QA são fixados	não considerada	não considerado
1972	Haimes, Kaplan e Husar, Jr.	Múltiplos níveis; decomposição	os padrões de QA são fixados	não considerada	não considerado
1972	Wanielista e Bauer	Programação Inteira + heurística	Não considerada	não considerada	não considerado
1972	Converse	Programação Dinâmica	Não considerada	não considerada	não considerado
1972	Graves, Hatfield e Whinston	Programação Não Linear	função de transferência em estuários (Thomann)	não considerada	não considerado
1973	McConagha e Converse	Heurística	Não considerada	não considerada	não considerado
1973	Deininger e Su	Programação Convexa	Não considerada	não considerada	considerado
1974	Joeres et al.	Programação Inteira	Não considerada	não considerada	não considerado
1976	McNamara	Programação Geométrica	Streeter-Phelps	não considerada	não considerado
1976	Whitlatch e ReVelle	Heurística + Programação Dinâmica + Programação Linear	função de transferência em estuários (Thomann)	não considerada	não considerado
1976	Weeter e Belardi	Heurística	Não considerada	não considerada	não considerado

Tabela 4.2 – Estudos sobre locação e dimensionamento de Estações Regionais de Tratamento de Efluentes (cont.)

Ano	Autor (es)	Método de Otimização	Modelo de Qualidade da Água	Consideração de Aleatoriedade	Faseamento
1977	Chiang e Lauria	Heurística	Não considerada	não considerada	Considerado
1978	Jarvis et al.	Programação Linear	Não considerada	não considerada	não considerado
1978	Brill, Jr. e Nakamura	Programação Inteira Mista	Não considerada	não considerada	não considerado
1978	Rossmann	Programação Dinâmica	Não considerada	não considerada	Considerado
1979	Nakamura e Brill, Jr.	Programação Não Linear	Não considerada	não considerada	não considerado
1981	Mandl	revisão do estado da arte	--	--	--
1981	Nakamura, Brill, Jr. E Liebman	Vários modelos	Não considerada	não considerada	Considerado
1982	Chang, Brill, Jr. e Hopkins	Programação Inteira Mista	Não considerada	não considerada	não considerado
1982	Philips et al.	Programação Inteira Mista	Não considerada	não considerada	não considerado
1983	Ong	Programação Não Linear E Dinâmica	Streeter-Phelps	Incerteza na demanda	Considerado
1984	Leighton e Shoemaker	Programação Inteira	Não considerada	não considerada	não considerado
1985	Klemetson e Grenney	Programação Dinâmica	Não considerada	não considerada	Considerado

Tabela 4.2 – Estudos sobre locação e dimensionamento de Estações Regionais de Tratamento de Efluentes (cont.)

Ano	Autor (es)	Método de Otimização	Modelo de Qualidade da Água	Consideração de Aleatoriedade	Faseamento
1988	Zhu e ReVelle	Programação Inteira	Não considerada	não considerada	não considerado
1992	Melo	Heurística + Programação Dinâmica Discreta	limites de emissão de cargas	não considerada	Considerado
1993	Voutchkov e Boulos	Heurística	Não considerada	não considerada	não considerado
1994	Melo e Câmara	revisão do estado da arte	--	--	--
1999	Souza e Cunha	Recozimento simulado	Não considerada	não considerada	não considerado
2000	ReVelle	revisão do estado da arte	--	--	--
2002	Souza et al.	Recozimento simulado	Não considerada	não considerada	não considerado
2004	Cunha et al.	Recozimento simulado	QUAL2E	não considerada	não considerado
2004	Cho, Sung e Há	Algoritmo Genético	QUAL2E	não considerada	não considerado
2005	Cunha et al.	Recozimento simulado	QUAL2E	não considerada	não considerado

Adicionalmente, foram pesquisados trabalhos de revisão dos autores Mandl (1981), Melo e Câmara (1994) e ReVelle (2000).

4.2.1 Modelos de otimização pontuais

Os primeiros trabalhos sobre gestão da qualidade da água que apareceram nos anos 1960, versavam basicamente sobre o tema: dada uma série de fontes pontuais, qual o grau de eficiência mínimo em cada ETE individual, de tal maneira que se minimizem os custos de implantação e/ou de operação de tais estações, respeitando certos padrões de qualidade da água no corpo receptor, ou, olhando indiretamente para a qualidade da água, limitando as emissões máximas.

Talvez o primeiro estudo publicado seja devido a Lynn, Logan e Charnes (1960), onde se procura obter a melhor seqüência de tratamento de efluentes dentro de uma ETE. O problema é tratado como uma rede e resolvido através de Programação Linear.

Um dos primeiros pesquisadores a estudar o tema foi o professor Rolf Deininger, na época recém-doutorado na Universidade Northwestern, e professor assistente da Universidade de Michigan. Devido ao caráter histórico de seus estudos, apresenta-se a seguir o que é provavelmente um trecho de sua tese, publicado em Deininger (1965).

Deininger (1965) desenvolveu um dos primeiros modelos de otimização para ETEs individuais, baseado em Programação Linear. Dadas *n* fontes de lançamento, o objetivo é determinar a eficiência que cada ETE local deve ter, de modo a atender a carga limite de DBO a ser lançada em cada seção, a um custo de implantação total mínimo. A Função Objetivo visa minimizar o custo de implantação das ETEs, supondo que o custo varie linearmente com o grau de tratamento:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \quad (3.1)$$

Onde:

Z: valor da Função Objetivo;

c_i: custo de remoção na ETE i;

x_i: % de remoção na ETE i;

Sujeito a:

(i) O primeiro conjunto de restrições limita as cargas remanescentes à carga limite de DBO em cada seção;

(ii) O segundo conjunto de restrições diz respeito ao limite superior do nível de remoção nas estações.

O autor apresenta três abordagens: mesmo grau de tratamento para todos os lançamentos, graus variáveis de tratamento, restringindo-se a carga lançada, e definição de ETEs regionais, minimizando o custo total do sistema. Também é apresentada uma solução por Programação Inteira, com três níveis de tratamento para as ETEs.

Thomann e Sobel (1964) utilizaram Programação Linear, com a qualidade da água modelada através da formulação de Thomann (1963), consistindo em uma formulação de equações lineares que relacionam OD e DBO para um estuário. Sobel (1965) utilizou Programação Quadrática, visando minimizar a variância do aumento do OD.

Goodman e Dobbins (1966) utilizaram o conceito de otimização de *path of steepest ascent*, e que é descrito pelos autores como “um procedimento que executa mudanças que levam a um dado conjunto de objetivos por meio de uma série de passos, cada passo sendo o máximo que pode ser tomado”. Tal metodologia de otimização foi inicialmente usada pelo grupo de pesquisa do *Harvard Water*

Program. O modelo de qualidade utilizado não é descrito no artigo, mas presume-se que tenha sido desenvolvido pelo segundo autor. O modelo de simulação/otimização (CARM-1) foi criado especificamente para uma bacia hipotética, baseado em uma bacia do estado de Massachusetts.

No trabalho de Liebman e Lynn (1966) quer-se encontrar a percentagem de DBO a ser removida em cada lançamento, de tal forma que os custos de tratamento sejam minimizados (custos assumidos como função da DBO) e os padrões não sejam violados. O problema foi resolvido através de Programação Dinâmica, com a equação recursiva sendo aplicada de montante para jusante.

Kerri (1966), resolvendo questão semelhante, utilizou Programação Linear, acoplada ao modelo de Streeter-Phelps.

Dentro do que este levantamento bibliográfico permitiu, o trabalho de Loucks e Lynn, (1966) foi um dos primeiros a introduzir o conceito de probabilidades, desenvolvendo concentrações mínimas de OD através de cadeias de Markov, e utilizando vazões mínimas de durações de 1, 2 e 3 dias. O modelo de otimização é de Programação Linear.

ReVelle, Loucks e Lynn (1967) e Loucks ReVelle e Lynn (1967), também utilizaram Programação Linear e o modelo de Streeter-Phelps. Os mesmos autores (ReVelle, Loucks e Lynn, 1968) estenderam o modelo anterior utilizando a formulação de Camp-Dobbins. Em ambos os artigos, a função de custos de tratamento é considerada linear, entre as eficiências mínima e máxima de 35% e 90%, respectivamente.

Johnson (1967) estimou a taxa a ser cobrada para o lançamento de efluentes, para se alcançar um dado nível de OD no corpo receptor. Quatro métodos de alocação de cargas foram testados: tratamento uniforme; alocação do lançamento

de cargas baseada nos custos marginais de remoção de cada usuário; taxação uniforme para todos os usuários; cobrança por zona de lançamento. O modelo de QA utilizado é uma versão "*steady-state*", do modelo de Thomann de qualidade da água.

A Programação Linear foi também usada nos trabalhos de Liebman e Marks (1968), Anderson e Day (1968), Arbabi e Elzinga (1970).

Poucos trabalhos estudam outras variáveis de qualidade da água, que não o binômio OD-DBO. Bishop e Grenney (1976) estudaram, além do OD e DBO, o fósforo total e a amônia, utilizando Programação Inteira para a otimização do sistema. de Lucia, McBean e Harrington (1978), levam em conta as alterações da legislação americana (Clean Water Act) de 1972, que estabeleceu metas crescentes de padrões de qualidade da água, a serem atingidas em dois períodos de tempo. As funções de custo são estabelecidas com base em um parâmetro denominado Potencial de Biomassa, que indica a extensão na qual substâncias existentes nos efluentes distorcem a atividade biológica dos rios para além das condições naturais. Tal parâmetro leva a curvas convexas de custo e permite o uso de Programação Linear.

Bem mais recentemente Carmichael e Strzepek (2000), utilizando o modelo Qual2E, consideraram o fósforo e o nitrogênio. Ali (2002) utilizou Programação Inteira Mista Estocástica para controle de pH em corpos d'água receptores de efluentes de minas.

A partir de meados da década de 1970, os estudos desenvolvidos não se restringem somente à otimização de ETEs individuais. Por um lado, procura-se determinar o número ótimo de ETEs regionais que atendam a dados padrões de qualidade da água para os corpos receptores, e que será visto em outra seção deste

capítulo. Por outro lado, uma linha de estudos, dado um agrupamento de ETEs, sejam individuais ou regionais, procura levar em conta outras situações: considerações de aleatoriedade nas variáveis e/ou nos parâmetros de entrada, a sazonalidade das vazões nos corpos receptores, análise de risco de violação de parâmetros da qualidade da água, problemas de eqüidade entre os usuários e técnicas metaheurísticas de otimização.

Medidas de eqüidade entre os usuários foram estudadas por Brill Jr., Liebman e Revelle (1976): minimização da soma de desvios com relação à eficiência média, faixas de eficiência e minimização da máxima eficiência de remoção.

Para se considerar a aleatoriedade das variáveis e/ou dos parâmetros, a técnica das restrições probabilísticas tem sido bastante utilizada em modelos de gestão da qualidade da água. Lohani e Thanh (1978) utilizaram o método das restrições probabilísticas, levando em conta o risco de violação dos padrões de qualidade da água. Os mesmos autores (Lohani e Thanh, 1979) estenderam o modelo anterior, tornando-o estocástico nas vazões, mas novamente utilizando o método das restrições probabilísticas, onde as restrições são transformadas em equivalentes determinísticos e resolvidas através de Programação Linear. Burn e McBean (1985) também utilizaram o método das restrições probabilísticas, levando em conta a incerteza de primeira ordem nas vazões, cargas e nos coeficientes do modelo de qualidade da água. Fujiwara, Gnanendran e Ohgaki (1986) consideraram a vazão do corpo d’água como uma variável aleatória, com distribuição de probabilidades conhecida, também resolvendo o problema por restrições probabilísticas. Na seqüência, Fujiwara, Puangmaha e Hanaki (1988) desenvolveram o estudo anterior, utilizando simulação Monte Carlo para os quantis de concentrações de OD, e novamente utilizando o método das restrições

probabilísticas. Ellis (1987) também utiliza restrições probabilísticas, considerando as probabilidades na vazão do corpo d'água, no nível inicial de DBO, nos déficits de OD dos efluentes e nos parâmetros do modelo de qualidade da água. Tung e Hathhorn (1990) também utilizaram restrições probabilísticas, através da geração Monte Carlo dos parâmetros de qualidade da água e o cálculo da matriz de covariância desses parâmetros. O problema é então transformado em Programação Não Linear, e depois linearizado.

Ainda no que diz respeito à estocasticidade do sistema, Burn e McBean (1987) procuram a maximização da qualidade da água havendo uma série de lançamentos. Embora o conjunto de restrições seja determinístico (níveis mínimo e máximo de tratamento, restrições financeiras, considerações de eqüidade), a Função Objetivo contém variáveis estocásticas (variabilidade da carga e incerteza nos coeficientes de transferência de qualidade da água, advindas de variação na vazão, tempo de percurso e dos processos físico-químicos). Para transformar o problema em formato determinístico, os autores utilizaram duas metodologias: na primeira, um método de minimização da variância da Função Objetivo, resolvido através de Programação Quadrática. A segunda assume uma distribuição normal multivariada para a Função Objetivo e utiliza Programação Fractal, iterativamente: inicialmente se negligencia o termo não linear da FOB, resultando em um problema de Programação Linear, e depois esta solução inicial é utilizada no modelo resultante de Programação Quadrática.

Um outro grupo de estudos é aquele onde se introduz o conceito de sazonalidade para as vazões dos rios receptores de efluentes. Rossman (1989) estudou a equivalência de risco sazonal na alocação de cargas. Violações da qualidade da água ocorrem em uma dada estação quando a capacidade de

assimilação é inferior à carga alocada. O autor define a variável *NV* (não violação da qualidade da água) como uma variável aleatória sazonal, com comportamento markoviano, isto é, a probabilidade de não-violação é dependente somente da não-violação no período anterior. A equivalência de risco sazonal é definida e se define uma FOB que aloca cargas onde se minimiza o custo total de tratamento, sujeito à equação que define a equivalência de risco sazonal. Resulta em um problema de Programação Não Linear, resolvido através de um algoritmo multiplicador de penalidades. Burn, Eheart e Brill Jr. (1990) desenvolveram trabalho semelhante ao de Rossman, com um programa de vazões sazonais, de risco equivalente a programas não sazonais. Dois objetivos de gestão são utilizados como representativos da minimização do tratamento sazonal: o mínimo tratamento médio uniforme e a máxima vazão total de efluentes. São modelos de Programação Não Linear, resolvidos através de um método de busca direta. Em outro estudo, Takyi e Lance (1995) consideram a variação da capacidade assimilativa do rio receptor em diferentes épocas do ano. O modelo é baseado em uma cadeia de Markov não estacionária, que determina o risco de violação da qualidade da água baseado em uma matriz de transição de probabilidades, esta por sua vez, calculada com vazões sazonais de estações fluviométricas adjacentes. A fase inicial do modelo se vale de Programação Linear para escolher o melhor tratamento uniforme para cada estado sazonal do sistema. A segunda fase do modelo utiliza Programação Não Linear, onde se calculam os níveis de remoção sazonal que minimizam custos e mantêm uma probabilidade aceitável de violação da qualidade da água. Já Mujumdar e Sasikumar (2002) utilizam risco *fuzzy* para calcular a percentagem de remoção em função da sazonalidade das vazões.

Considerações sobre risco e/ou da estocasticidade de variáveis continuam a prevalecer em outros estudos recentes. Burn e Lance (1992) consideram a incerteza nos diferentes conjuntos de dados de entrada: vazão e temperatura do corpo receptor, carga difusa e variações na eficiência de tratamento das cargas pontuais. Cardwell e Ellis (1993) investigaram a incerteza nos parâmetros da modelagem da qualidade da água, além de diferentes modelos de simulação: Streeter-Phelps, QUAL2E e WASP4.

Mais recentemente, têm sido desenvolvidos modelos que consideram sistemas *fuzzy* e/ou *gray* e modelos metaheurísticos. Lee e Wen (1996) apresentam um modelo de Programação Linear *fuzzy* com o objetivo de estudar a capacidade assimilativa do corpo receptor. O modelo de qualidade da água de Streeter-Phelps é utilizado.Os mesmos autores (Lee e Wen ,1997) utilizam também *Fuzzy Goal Programming*.

Chang, Chen e Yang (1997) utilizaram funções *gray* para definir os parâmetros dos modelos e funções *fuzzy* para definir a FOB. Sasikumar e Mujumdar (1998) utilizaram conjuntos *fuzzy* multiobjetivos. Takyi e Lence (1999) usam um modelo de múltiplas realizações, aplicando uma heurística e Redes Neurais para a otimização do sistema.

Burn e Yulanti (2001) utilizam Algoritmos Genéticos para a otimização de um modelo multiobjetivo. O primeiro, chamado “custo versus qualidade”, com duas FOBs: minimizar custos de tratamento e minimizar número de violações da qualidade da água (no caso, oxigênio dissolvido). É utilizado o modelo QUAL2E. O segundo modelo, chamado ”custo versus equidade”, também com duas FOBs: minimiza custos e maximiza eqüidade, partindo do conceito que fontes com maior carga poluidora devem ter um nível maior de tratamento. O terceiro modelo trata de

relaxar o nível de tratamento em épocas não críticas do ano, utilizando quatro opões de níveis de tratamento, indo desde 0,35 até 0,98%. São utilizadas vazões históricas mínimas (período de verão), associadas a altas temperaturas. Algoritmos Genéticos também foram utilizados por Yandamuri, Srinivasan e Bhallamudi (2006) para a otimização da alocação do lançamento de cargas em rios. A função é multiobjetivo, com três indicadores de performance: número de violações do parâmetro de qualidade da água (no caso, OD), magnitude da máxima violação e magnitude total de violações, para todas as seções de controle da bacia. O módulo hidráulico é um modelo de escoamento gradualmente variado e para simular a qualidade da água, os autores utilizaram uma formulação devida a Dresnack e Dobbins.

Já no domínio das metaheurísticas, Efstratiadis e Koutsoyianins (2002) apresentam uma heurística que combina a técnica do recozimento Simulado com o algoritmo *simplex downhill* (método de Nelder-Mead). O simplex é reformulado a cada geração, indo na direção descendente ou ascendente, de acordo com um critério probabilístico. Na direção descendente, o algoritmo se move na direção de uma solução candidata mínima através da estratégia generalizada Nelder-Mead. Na direção ascendente, o modelo se expande para escapar dos mínimos locais. Em todos os movimentos possíveis, se aplica uma combinação de regras de transição determinísticas e estocásticas. O modelo foi aplicado na calibração de um modelo hidrológico e na operação de um sistema de reservatórios múltiplos.

Vemula, Mujumdar e Ghosh (2004) apresentam uma metodologia para análise de risco na gestão da qualidade da água em rios. Um modelo *fuzzy* de alocação de cargas é resolvido, através de simulação e otimização, determinando a fração ótima de remoção para cada lançamento. Na seqüência, o modelo FORA (*first order reliability analysis)*, é usado para identificar as variáveis e parâmetros

chaves que alimentam o modelo de simulação-otimização. A freqüência de distribuição dos níveis de indicadores de qualidade da água (tratados como variáveis aleatórias), nos pontos de checagem, é feita através de Simulação Monte Carlo. Essa simulação, junto com funções *fuzzy* dos parâmetros de qualidade da água e dos níveis desejados, dá finalmente os níveis *fuzzy* de risco. O modelo de simulação-otimização utiliza conjuntamente o modelo QUAL2E e Algoritmos Genéticos.

Mujumdar e Vemula (2004) apresentam a abordagem utilizada no modelo de simulação-otimização citado acima no trabalho de Vemula, Mujumdar e Ghosh (2004). Partindo de um modelo *fuzzy* de alocação de cargas (Mujumdar e Sasikumar, 2002), os autores incorporaram a simulação da qualidade da água através do modelo QUAL2E. São utilizados Algoritmos Genéticos para a otimização do sistema. Como AGs são ferramentas de otimização sem restrições, o mesmo foi complementado por *homomorphous mapping*, um método que leva em conta restrições, utilizado em algoritmos evolucionários. Finalmente tem-se o modelo de objetivos múltiplos de Yandamuri, Srinivasan e Bhallamudi (2006) para alocação de cargas em rios. Os objetivos são minimização de custos, eqüidade entre os usuários da bacia e a violação da qualidade da água (Oxigênio Dissolvido), computando o número de violações, a magnitude da máxima violação e a magnitude total das violações. A otimização é efetuada através de Algoritmos Genéticos e a qualidade da água é verificada através do modelo de Dresnack e Dobbins, como citado por Yandamuri et al. (2006).

4.2.2 Modelos de otimização regionais

São analisados agora os trabalhos que tratam direta ou indiretamente da questão da otimização do número de ETEs, seus respectivos volumes tratados e graus de eficiência de remoção, para atender uma dada região a um custo mínimo. A qualidade da água dos corpos receptores, quando considerada, aparece como um conjunto de restrições adicionais. Os modelos podem estáticos ou dinâmicos, no que diz respeito à variável tempo.

Graves, Hatfield e Whinston (1969) aplicaram Programação Linear para tratar da questão do lançamento regional de efluentes no estuário do rio Delaware, utilizando uma configuração em rede. O modelo trata não apenas de determinar o número, local e volume tratado nas ETEs regionais (além de um tratamento preliminar na fonte), como também onde lançar os efluentes tratados (*by-pass piping*). Tais lançamentos de efluentes tratados a jusante consideram a capacidade assimilativa natural, e também levam em conta que, como se trata de uma aplicação a um estuário, lançamentos a jusante interferem na qualidade da água a montante. Os mesmos autores (Graves, Hatfield e Whinston, 1972), utilizando Programação Não Linear, estenderam o problema para sete combinações de soluções, estudando alternativas de tratamento local, transferência de vazões (*by-pass piping*) e tratamento regional. O modelo não linear é resolvido por meio de um algoritmo de linearização, baseado no método da direção viável. Partindo de uma solução inicial viável, o algoritmo determina a direção viável de busca, onde haja potencial de melhoria. Isso é feito através de Programação Linear, advinda da linearização do

problema numa dada região viável, usando uma expansão de primeira ordem de uma série de Taylor. Tendo obtido a direção viável de busca, o tamanho do passo de deslocamento era escolhido tal que, mantendo a viabilidade, se obtivesse a maior melhoria na Função Objetivo, isso sendo feito através de uma busca unidimensional.

Haimes, Kaplan e Husar, Jr. (1972) estudaram a configuração ótima de tratamento de efluentes e a taxa de poluição a ser paga. O problema foi formulado como Programação Não Linear Inteira, utilizando um algoritmo de decomposição e uma abordagem com três níveis: os lançamentos individuais, as ETEs regionais e a Agência Central da bacia. O terceiro nível propõe uma estrutura de cobrança sobre os outros dois níveis inferiores, baseada no custo marginal para a sociedade de lançar uma unidade adicional de DBO em cada trecho do rio. Com base nessa estrutura de cobrança, o segundo nível determina o tamanho e o nível de tratamento da ETE regional, taxando os lançadores que estão no primeiro nível. Já estes devem determinar seu custo ótimo individual, e decidir se tratam individualmente ou remetem seus efluentes à ETE regional. Matematicamente, o problema de otimização no primeiro nível era resolvido através do Lagrangeano com as restrições de qualidade da água, e a busca por um ponto de sela para este Lagrangeano. No segundo e no terceiro níveis, os procedimentos de atualização eram feitos através de uma rotina modificada de Gauss-Seidel e por uma busca de gradiente, respectivamente.

Wanielista e Bauer (1972) utilizam uma heurística acoplada a Programação Inteira Mista para resolver o problema de locação e tamanho de ETEs regionais. O modelo incorpora limites aos efluentes remanescentes das ETEs. A Função Objetivo é linearizada por trechos. Não é considerada a qualidade da água do corpo receptor. O problema é formulado como um modelo de transbordo.

Converse (1972), utilizou Programação Dinâmica, em função da forma côncava da curva de custos. A variável de estado é o número de ETEs e a variável de decisão é o local onde uma nova ETE será construída. O problema é formulado como um modelo de transbordo com uma topologia linear. Não foi considerada a qualidade da água do corpo receptor, e ETEs já existentes são ignoradas. Também não se considera um faseamento das ETEs projetadas, não levando em conta nem cargas futuras para as ETEs projetadas. A topologia do modelo é linear ao longo do rio, sem ramificações. McConagha e Converse (1973) utilizaram uma heurística, onde o sistema é decomposto em subsistemas, otimizando-se cada um independentemente. Partindo de uma solução inicial, o algoritmo progressivamente melhora a solução pela busca de outra de menor custo para cada fonte, uma por vez. Se um dado nó é assinalado como um local para tratamento, o algoritmo testa se é mais econômico enviar o efluente a ser tratado nesse nó para outro. Por outro lado, se o nó está enviando esgotos para outro nó, o algoritmo testa se é mais barato tratar o efluente nesse nó. O modelo não impõe restrições de capacidade para os interceptores e para as ETEs. Weeter e Belardi (1976) descrevem falhas no algoritmo de McConagha e Converse (1973), apresentam melhorias ao mesmo, testando-o em duas bacias da Pensilvânia.

Deininger e Su (1973) utilizaram Programação Convexa, partindo de um algoritmo originalmente desenvolvido por Cabot e Francis (citado por Deininger e Su, 1973), já que, com a Função Objetivo (funções de custo) côncava com restrições lineares, a solução estará em um dos pontos extremos do conjunto convexo. O método utiliza uma aproximação linear da Função Objetivo, com o algoritmo de hierarquização de pontos extremos de Murty. O modelo considera o transporte de efluentes tanto para ETEs situadas a montante como a jusante. Também considera

a capacidade de expansão do sistema ao longo do tempo. Os níveis de tratamento não são considerados como variáveis, e o modelo também não leva em conta a qualidade da água do corpo receptor.

Joeres et al. (1974) utilizam um modelo em rede do tipo *fixed charge*, com Função Objetivo linearizada por trechos, resolvida por Programação Inteira Mista. Todas as ETEs foram consideradas com eficiência igual a 85% e não é levada em conta a qualidade da água do corpo receptor.

McNamara (1976) utilizou Programação Geométrica na otimização de um sistema regional, considerando, além de um sistema de ETEs, canalização *bypass*, aumento da vazão mínima do corpo receptor e implantação de reaeração.

Whitlatch e ReVelle (1976) dividem o problema em uma heurística com duas etapas: na Fase 1, determinam-se as ETEs regionais de menor custo, admitindo remoção obrigatória de 85% (lodos ativados), através de Programação Dinâmica e uma técnica heurística de locação. Na Fase 2, determina-se o número ótimo e a locação das ETEs, bem como se calculam eficiências adicionais para se atender às restrições de qualidade da água do corpo receptor. Nesta fase, é utilizado Programação Linear e um algoritmo de locação de plantas que já era aplicado na fase anterior (Maranzana, 1964). O modelo supõe uma configuração linear das fontes poluidoras.

Chiang e Lauria (1977) apresentam uma técnica heurística que, a partir de uma configuração inicial dada por um módulo do modelo (START), explora a possibilidade de combinar duas ou mais ETEs (módulo STAGE), e compara os custos dessa combinação, levando em conta o escalonamento das obras (módulo MERGE).

Jarvis et al. (1978) se utilizam de uma rede de fluxo, com custos do tipo *fixed charge*, para otimizar um sistema regional (interceptores e ETEs) através de Programação Inteira.

Brill e Nakamura (1978) também partem de um modelo em rede, do tipo *fixed charge* utilizam Programação Inteira, minimizando custos de uma Função Objetivo linearizada, com restrições não lineares, a qual é resolvida pelo algoritmo de *branch and bound*. Posteriormente, Nakamura e Brill (1979) alteraram sua metodologia para permitir uma análise de alternativas de opções para sistemas regionais de tratamento (ETEs + interceptores). O chamado "método do valor alocado" (*imputed value method*) considera, além de custos entre soluções, a comparação de outras variáveis, tais como o custo associado à execução de um interceptor que cruza limites políticos municipais. Os limites inferior e superior da solução obtida pelo método B&B são utilizados para avaliar os "*tradeoffs"* entre diferentes alternativas, permitindo analisar a importância de uma dada ETE (ou conjunto delas) na solução geral. Se houver um interesse especial em uma dada ETE (x), a alternativa de menor custo para x, C(x), pode ser comparada com a alternativa de menor custo sem x, C(x'). Assim pode-se avaliar a opção C(x') – C(x), que leva em conta outros custos, além dos diretos. Essa diferença de custos é chamada de "*o valor imputado*" da ETE (x). Com isso, se ganha um conhecimento adicional sobre a importância desta ETE (ou conjunto de ETEs) dentro do plano regional.

Ainda na mesma linha de pesquisa, Nakamura, Brill e Liebman (1981) estenderam o modelo de Nakamura e Brill (1979) para um tratamento multiperíodo. O modelo continua não sendo um modelo convencional de otimização que minimiza custos de construção e operação. O estudo gera soluções alternativas de locação de ETEs em vários períodos, com restrições tanto no volume de efluentes destinados a

cada ETE, como na escolha no tempo de expansão. O modelo se baseia nas seguintes hipóteses:

1) a produção de efluentes em cada fonte é uma função linear do tempo;
2) os períodos de projeto “interinos” são prédeterminados, e cada ETE regional deve ser construída em estágios, apenas para acomodar as vazões incrementais de projeto de cada período;
3) a alocação de efluentes a cada ETE, uma vez determinada, fica fixa para todo o período de projeto.

Além disso, o modelo considera que todas as ETEs devem ter tratamento secundário; não considera ETEs existentes; os custos de O&M (operação e manutenção) são função da produção de efluentes, e não do tamanho da ETE; não se consideram custos de O&M dos interceptores; os interceptores são construídos já no início, para todo o período de projeto; e se aplicam as mesmas funções de custo para o início e para a expansão das ETEs.

A curva de custo é linearizada, do tipo *fixed charge*, onde se aplica uma formulação B*ranch and Bound* para um só período. Têm-se dois problemas decompostos: O DCP 1 (problema decomposto 1), que envolve as vazões incrementais de efluentes, e que tem a mesma forma de um problema de um período com uma aproximação de custo fixo, que pode ser resolvido pelo algoritmo original dos autores. O DCP 2 (problema decomposto 2) é tratado como um problema de rede envolvendo os efluentes do primeiro período, facilmente resolvível por PL ou outro algoritmo especializado. Os dois problemas decompostos podem ser ligados, usados restrições conjuntas e resolvido por um processo de *Branch and Bound* conjunto.

O modelo de Rossmann (1978), resolvido através de Programação Dinâmica, minimiza o custo de construção de novas ETEs e o seu cronograma de implantação,

bem como a capacidade dos interceptores. O modelo tem três fases: a Fase 1 determina uma solução inicial, com a aplicação de PD, dividindo o horizonte de planejamento em subintervalos, tais que o custo combinado das soluções para a solução estática é minimizado em cada subintervalo. Na Fase 2 se determina o arranjo ótimo de construção. A Fase 3 examina a opção individual em cada local (tratar ou enviar), em cada intervalo de tempo, para checar se existe uma solução mais barata. Não é considerada a qualidade da água do corpo receptor.

Chang, Brill, Jr. e Hopkins (1982) apresentam três métodos de modelação de alternativas para o planejamento regional de ETEs, resolvidos através de Programação Inteira Mista (a Função Objetivo visa minimizar custos totais anuais). As técnicas propostas são: *Hop, Skip and Jump (HSJ*); um método aleatório e uma pesquisa por *branch and bound*. A metodologia HSJ é projetada para gerar alternativas adequadas com respeito aos objetivos incluídos no modelo e que são significativamente diferentes umas das outras com respeito às decisões especificadas. O método aleatório (*maximum-seeking random method*) é interessante quando existe um número grande fatores experimentais, podendo gerar soluções não esperadas, dando uma visão adicional ao problema em questão. O terceiro método é de inicialmente gerar muitas soluções eficientes, e depois aplicar um processo de peneiramento (*screening*) para escolher soluções adequadas e diferentes. Esse *screening* pode ser feito por "*branch and bound"*. Os critérios de avaliação das alternativas geradas foram os valores obtidos na função objetivo, as diferenças de valores entre as alternativas geradas e o esforço computacional necessário. O método HSJ tende a gerar alternativas que diferem no número de ETEs geradas. O método aleatório tende a gerar o mesmo número de ETEs e interceptores, mas em diferentes locais. Já o método de *branch and bound* gera

alternativas em que parte do sistema permanece igual, combinado com diferentes arranjos da outra parte do sistema.

Smeers e Tyteca (1982) apresentam modelo que determina o sistema de transporte, o número, local e eficiência das ETEs, levando em consideração restrições de qualidade da água. O sistema de transporte é obtido através de um algoritmo de menor caminho, e o nível ótimo de tratamento é calculado através do método do gradiente reduzido.

Phillips et al. (1982) utilizaram Programação Inteira Mista para um estudo de otimização do número das 25 ETEs existentes no condado de Nassau, próximo à cidade de Nova York. A Função Objetivo inclui custos de transporte de efluentes e de tratamento e de lançamento na baía de Nassau.

Ong (1983) desenvolveu modelos regionais para ETEs, estáticos e dinâmicos (expansão da capacidade). Os modelos consideram como variáveis independentes, ou somente a capacidade hidráulica das ETEs, ou a capacidade e o nível de tratamento.

O modelo estático utiliza um algoritmo heurístico desenvolvido pelo autor, denominado RPS (*Random Polyhedron Search*). Na primeira parte, o algoritmo estabelece um poliedro de NX +1 vértices (sendo NX o número de variáveis independentes), localizado dentro da região viável. Partindo de um vetor tentativo inicial, o procedimento gera um ponto viável, calculando-se o valor da Função Objetivo. O mesmo procedimento é repetido por um certo número de vezes (maior que NX + 1), escolhendo-se então os melhores pontos como vértices do poliedro. A segunda fase do modelo é a busca da solução ótima, utilizando-se uma modificação do modelo de “busca poliédrica flexível”, proposto por Nelder e Mead, como citado por Ong (1983). Ao modelo estático de otimização são depois adicionadas restrições

de qualidade da água, tratadas através do modelo de Streeter-Phelps, onde inclui-se como variável o nível de tratamento em cada ETE.

O segundo modelo apresentado pelo autor vem a ser um modelo de expansão da capacidade para um único subsistema (ETE + interceptores + Estação Elevatória). O modelo dinâmico é formulado como uma rede acíclica. Cada arco (*i*, *j*) desta rede tem um custo associado C_{ij}, e é resolvido através de Programação Dinâmica, pela seguinte equação recursiva regressiva, originalmente proposta por Manne, como citado por Ong (1983):

$$f(i) = MIN\left[Cij + f(j)/(1+r)^{Tj-Ti}\right] \qquad (3.2)$$

com:

$j=i+1,..., N$;

i: N-1, N-2,..., 1,0;

e com f(N)=0.

onde:

C_{ij}: custo da expansão do tratamento e de operação da expansão;

f(i): custo ótimo de expansão do subsistema, de uma capacidade $D(T_i)$ (tempo i) até a capacidade $D(T_N)$ (tempo N);

r: taxa de desconto.

Quando se acrescentam as restrições de qualidade da água, tem-se novamente duas variáveis de decisão, capacidade hidráulica e nível de tratamento; também é utilizado o conceito de rede acíclica para se obter a rota de menor custo. Neste caso, como há uma segunda variável, o termo C_{ij}, na equação 3.2, é calculado com o apoio de uma segunda equação de recursão regressiva:

$$g(k) = MIN\left[d_{km} + g(m)/(1+r)^{Tm-Tk}\right] \quad (3.3)$$

com:

m=*k*+1,..., *N*;

k= *N*-1, *N*-2,..., *i*+1, *i;*

e com g(*N*)=0.

onde:

g(*k*): custo ótimo de expansão de ETE, com tamanho (D(*Tj*)-D(*Ti*)), do tempo T_k ao tempo T_N, e tal que seu nível de tratamento seja sempre igual ou maior que $\eta(t)$.

O terceiro modelo apresentado pelo autor conjuga os modelos estático e dinâmico, com o objetivo de determinar a expansão ótima de um sistema de ETEs regionais ao longo de um horizonte de planejamento. O modelo é decomposto em dois níveis: o nível inferior se refere à otimização, via o modelo de Programação Dinâmica aqui descrito, para cada subsistema em separado. O nível superior é utilizado para coordenar esses subproblemas através do algoritmo RPS de otimização não linear.

O modelo regional dinâmico tem as seguintes variáveis:

X_{it}: quantidade de efluentes a ser tratada na ETE i, ao final do t-ésimo período de tempo;

XUit: quantidade máxima de efluentes que pode ser tratada na ETE i, ao final do t-ésimo período (devido a restrições físicas e/ou de qualidade da água);

XC_{it}: capacidade bruta de tratamento na ETE i, no início do período t, depois de nova capacidade adicionada;

Y_{it}, Z_{it}: quantidade de efluentes transportados pela i-ésima seção do

interceptor (para jusante ou montante, respectivamente), ao fim do t-ésimo período de tempo;

YC_{it} e ZC_{it}: capacidade bruta da i-ésima seção de interceptor, no início do período t, depois de nova capacidade adicionada (jusante e montante, respectivamente);

W_{it}: pode ser igual a Y_{jt} ou Z_{jt}, onde j representa a seção de interceptor ligado à i-ésima estação elevatória;

WC_{it}: pode ser igual a YC_{jt} ou ZC_{jt};

$CP_{it}(Y_{it},Y_{i,t-1},YC_{it},YC_{i,t-1})$, $CP_{it}(Z_{it},Z_{i,t-1},ZC_{it}\ ZC_{i,t-1})$: valor presente dos custos de expansão para interceptores no período *t* (jusante e montante, respectivamente);

$CT_{it}(X_{it}, X_{i,t-1},XC_{it},XC_{i,t-1})$: valor presente do custo de expansão e operação de ETEs no período de tempo t;

$CPP_{it}(W_{it},W_{i,t-1},WC_{it}WC_{i,t-1})$: valor presente do custo de expansão e operação da i-ésima estação de bombeamento no período t;

η_{it}: grau de tratamento requerido na ETE *i*, no período de tempo *t*;

ηC_{it}: grau de tratamento a ser provido à ETE *i*, ao final do período de tempo *t*, depois da nova capacidade adicionada entrar em operação;

np: número total de estações de bombeamento;

N: número total de períodos de tempo em que é dividido o horizonte de planejamento.

A Função Objetivo é dada por:

$$\text{MIN} \quad \sum_{i} \quad \sum_{t=1}^{N} CPit(Yit, Yi,t-1, YCit, YCi,t-1)$$

$$+ \sum_{i} \sum_{t=1}^{N} CP_{it}(Z_{it}, Z_{i,t-1}, ZC_{it}, ZC_{i,t-1})$$

$$+ \sum_{i=1} \sum_{t=1}^{N} CT_{it}(X_{it}, X_{i,t-1}, XC_{it}, XC_{i,t-1},$$

$$\eta_{it}, \eta_{i,t-1}, \eta C_{it}, \eta C_{i,t-1})$$

$$+ \sum_{i=1}^{np} \sum_{t=1}^{N} CPP_{it}(W_{it}, W_{i,t-1}, WC_{it}, WC_{i,t-1}) \qquad (3.4)$$

com as seguintes restrições:

(1) balanço de vazões entre efluentes gerados em cada fonte (X_{it}), quantidade tratada em cada ETE (S_{it}) e vazões nos interceptores (Y_{it} e Z_{it});

(2) limites máximos para as vazões a serem tratadas nas ETEs;

(3) restrições na capacidade de tratamento das ETEs, interceptores e estações de bombeamento, quando os custos de não atendimento são infinitos, incluindo as relações monotônicas que devem existir na mesma variável ao longo do tempo;

(4) restrições de nível de tratamento: mínimo, máximo e relações monotônicas;

(5) restrições de qualidade da água.

Leighton e Shoemaker (1984) apresentam um modelo de objetivos múltiplos para determinação da expansão ótima de redes de esgotos e ETEs. O modelo leva em conta custos, viabilidade política e viabilidade administrativa, bem como a locação das ETEs. É utilizado um algoritmo de Programação Inteira Mista (resolvido por um pacote computacional que utiliza *branch and bound*), com uma FOB linear

(custo fixo inicial mais uma função linear crescente). A FOB leva em conta: a) custos de construir ou expandir e operar uma ETE; b) melhorar e operar ETEs existentes, sem aumentar o tamanho; c) instalar e operar interceptores. Além das restrições normais, foram adicionadas outras duas que aumentam a eficiência computacional no algoritmo de *branch and bound*, baseado em teorema de redes *uncapacitated fixed charge*. Para problemas que envolvem muitas variáveis, a vantagem de se adicionar essas duas restrições é de que, em cada passo do procedimento de *branch and bound*, os problemas de Programação Linear que vão sendo resolvidos se aproximam mais dos custos reais fixados, do que se os problemas de Pl originados da rotina de *branch and bound* fossem resolvidos sem essas restrições adicionais. Os autores comparam favoravelmente seu modelo àquele utilizado por Brill e Nakamura (1978), que utilizaram algoritmo de cálculo de solução para o problema de *fixed charge network.*

Klemetson e Grenney (1985), através de Programação Dinâmica, analisam a capacidade hidráulica e a combinação de ETEs e seus níveis de eficiência, durante um período de planejamento, que minimize o custo total. O problema é decomposto em subotimizações de cada tipo alternativo de tratamento, para cada ano, de modo a se ter um único parâmetro de custo para cada alternativa, que possa ser usado como a variável de estado para otimizar todo o sistema. O custo engloba construção, expansão, ou melhoria de ETEs e interceptores, bem como custos operacionais e de manutenção. As cargas são geradas através de um índice de carga *per capita* para a população projetada. Aceita *by-passing* se uma ETE existente for desativada.

O grau de tratamento é definido através de 5 tipos diferentes de tratamento. No que se refere à qualidade da água do corpo receptor, são apenas utilizados padrões de efluentes.

Zhu e ReVelle (1988) discorrem sobre as dificuldades de aplicar modelos baseados em problemas de transbordo, uma das principais bases de modelos anteriores, em função de curvas de custo côncavas e necessidade de utilizar algoritmos computacionalmente trabalhosos. O modelo desenvolvido, baseado em análise de locação de sistemas, localiza e dimensiona uma configuração linear (em cadeia) de ETEs, com base no algoritmo de Programação Inteira originalmente proposto por Balinski (citado por Zhu e ReVelle, 1988). O método de Balinski acaba recaindo numa solução em Programação Linear, com uma freqüência de mais de 95% de soluções inteiras. O modelo tem as seguintes características: não admite eventuais ETEs existentes, o nível de tratamento é fixo, não considera restrições de qualidade da água e a função de custo côncava é aproximada por um custo inicial fixo acrescido por um segmento de reta.

Melo (1992) desenvolveu um modelo multiperíodo que inclui uma heurística de análise de agrupamento que reduz o espaço de solução, estabelecendo ligações entre as fontes de poluição e os locais potenciais para as ETEs. É um modelo de Programação Dinâmica.

Voutchkov e Boulos (1993) apresentam um modelo heurístico para a etapa inicial de planejamento (*screening*), com um critério de distância máxima entre o limite mínimo de custo de transporte e o limite máximo de eficiência de regionalização.

Poucos trabalhos têm sido desenvolvidos com o auxílio das modernas metaheurísticas. Souza e Cunha (1999) apresentaram um modelo para a otimização

de sistemas regionais de efluentes, utilizando a metaheurística de Recozimento Simulado, ainda sem levar em conta restrições de qualidade da água. Souza et al. (2002) desenvolveram ampliaram o estudo anteriormente citado, cujo modelo de otimização também é o algoritmo de Recozimento Simulado, agora acoplado a uma interface em GIS. O modelo de otimização é concebido como um modelo de Programação Inteira Mista, não linear. Cunha e Ribeiro (2004), no sentido de apoio à implementação da Diretiva Quadro da Água, da União Européia, estendeu o modelo de Souza et al. (2002), incluindo restrições sobre qualidade da água: oxigênio dissolvido, nitrogênio total, fósforo total e nitrogênio Kjeldahl. A qualidade da água é simulada através do modelo QUAL2E. Cunha et al. (2005) estenderam o modelo acima citado para simular outros parâmetros de qualidade da água: demanda bioquímica de oxigênio, nitrogênio orgânico e amoniacal, nitratos, clorofila, e fósforo orgânico e inorgânico.

Na formulação apresentada em Souza et al. (2002), o modelo considera as seguintes variáveis:

N: número total de nós: 1,..., i, j,... N (inclui nós que representam fontes de efluentes, possíveis nós intermediários e nós com possíveis localizações para as ETEs);
1,..., n: fontes de efluentes;
n+1,..., m: possíveis nós intermediários;
m+1,..., N: nós para possíveis localizações de ETEs;
L_{ij}: extensão de interceptor entre os nós i e j;
QR_i: vazão de efluentes gerada no nó i;
Q_{ij}: variável que representa a vazão entre os nós i e j, limitada por $Qmin_{ij}$ e $Qmax_{ij}$, valores mínimo e máximo da vazão permitida entre os nós i e j, respectivamente;
QT_k: variável que representa a vazão tratada na ETE k;
E_i, E_j: carga hidráulica nos nós i e j, respectivamente;

C_{ij}: custo a valor presente de instalação, operação e manutenção de tubulação ligando o nó *i* ao nó *j*;

C_k: custo a valor presente de instalação, operação e manutenção de ETE no nó *k*;

x_{ij}: variável binária: x_{ij} = 1, se o diâmetro do interceptor ligando o nó *i* ao nó *j* for ≠ 0;

x_{ij} = 0, caso contrário;

y_k: variável binária: y_k= 1, se existir ETE no nó *k*;

y_k = 0, caso contrário;

A Função Objetivo é então definida como:

$$Min \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} C_{ij}(Q_{ij}, L_{ij}, E_i, E_j, x_{ij}) + \sum_{k=m+1}^{N} C_k(QT_k, y_k) \qquad (3.5)$$

sujeita às seguintes restrições:

a) equação da continuidade para os nós com fontes de efluentes:

$$\sum_{j+1}^{N} Q_{ij} - \sum_{j=1}^{N} Q_{ij} = -QR_i \qquad \forall i = 1,...n \qquad (3.6)$$

b) equação da continuidade para possíveis nós intermediários:

$$\sum_{j+1}^{N} Q_{il} - \sum_{j=1}^{N} Q_{lj} = 0 \qquad \forall l = n+1,...m \qquad (3.7)$$

c) equação da continuidade para as ETEs:

$$\sum_{j=1}^{N} Q_{jk} - \sum_{j=1}^{N} Q_{kj} = QT_k \qquad \forall k = m+1,...N \qquad (3.8)$$

d) restrição de que todo o esgoto produzido na região seja tratado:

$$\sum_{i=1}^{N} QR_i = \sum_{k=m+1}^{N} QT_k \qquad (3.9)$$

e) restrição de vazões mínima e máxima para os interceptores e condutos sob pressão, função (material, diâmetro, velocidade, declividade);

$$Q\min_{ij}.x_{ij} \leq Q_{ij} \leq Q\max_{ij}.x_{ij} \qquad \forall i = 1,...N; \forall j = 1,..., N \qquad (3.10)$$

f) restrição de vazão máxima nas ETEs:

$$QT_k \leq QT\max_k.y_k \qquad \forall k = m+1,...N \qquad (3.11)$$

g) restrição {0,1} para coletores:

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i = 1,...N; \forall j = 1,..., N \qquad (3.12)$$

h) restrição {0,1} para ETEs:

$$y_k \in \{0,1\} \qquad \forall k = m+1,...N \qquad (3.13)$$

i) restrição de não-negatividade de vazões nas ETEs:

$$QT_k \geq 0 \qquad \forall k = m+1,...N \qquad (3.14)$$

j) restrição de não-negatividade de vazões para os condutos:

$$Q_{ij} \geq 0 \qquad \forall i = 1,...N; \forall j = 1,..., N \qquad (3.15)$$

A Função Objetivo expressa a minimização dos custos totais descontados de instalação, operação e manutenção para os coletores e as ETEs. A otimização do sistema é feita através de Recozimento Simulado. Esta metaheurística inspira-se no processo de recozimento: um aumento de temperatura proporciona mobilidade às moléculas e, após um resfriamento lento, estas moléculas formam uma estrutura cristalina. Um resfriamento adequado faz com que se chegue a um estado de energia mínima, que seria o estado ótimo no caso de aplicação a otimização de

sistemas. O mecanismo de perturbação utilizado para gerar a configuração candidata é de aleatoriamente substituir um dado coletor por outro não constante nesta configuração, e também escolhido aleatoriamente, desde que ligado à mesma fonte de efluentes ou nó intermediário. Cada solução candidata é testada no que diz respeito às restrições impostas. O modelo de qualidade (QUAL2E) verifica as restrições de qualidade da água. Após a verificação das restrições, aplica-se o critério de Metropolis (Metropolis et al., 1953). O critério calcula a probabilidade de substituir a configuração atual (S) por uma configuração (S'):

$$p = \min\left\{1, \exp\left(\frac{\Delta C}{\theta}\right)\right\} \tag{3.16}$$

onde ΔC = C(S) – C(S') e θ um parâmetro positivo.

O algoritmo de Recozimento Simulado considera quatro parâmetros: (i) a elasticidade de aceitação, ou seja, a probabilidade de se aceitar uma transição da configuração inicial para uma configuração candidata cujo custo é superior ao da configuração inicial numa dada probabilidade, e que define a temperatura inicial do processo; (ii) o número mínimo de iterações em uma mesma temperatura, mesmo sem haver melhoria na solução; (iii) a taxa de decréscimo da temperatura; (iv) o número de decréscimos de temperatura antes de se finalizar o algoritmo.

Ainda no campo de aplicação de metaheurísticas, tem-se o modelo de otimização regional de tratamento de efluentes baseado em Algoritmos Genéticos, desenvolvido por Cho, Sung e Há (2004). Resultados de qualidade da água são obtidos a partir do modelo QUAL2E e a minimização dos custos do sistema é feita através de AG.

4.2.3 Modelos de expansão da capacidade

A revisão bibliográfica revela um número limitado de trabalhos sobre a modelagem ao longo do tempo de sistemas regionais de saneamento. Com efeito, de todos os trabalhos revisados apenas os de Chiang e Lauria (1977), Rossman (1978), Nakamura, Brill e Liebman (1981), Klemetson e Grenney (1985) e Melo (1992) abordam o tema. A vinculação à época, do uso de técnicas tradicionais de otimização, bem como o relativo baixo desempenho dos computadores, talvez tenha inibido o desenvolvimento de outros estudos. Optou-se por complementar esta revisão bibliográfica com estudos adicionais, também na área de recursos hídricos, porém voltados à otimização de sistemas regionais de geração de energia e de abastecimento de água, áreas estas que têm sido objeto de pesquisas sobre metodologias de expansão da capacidade. Faz-se alguns comentários sobre os temas de economia de escala e taxas de juros, uma taxonomia de modelos de expansão da capacidade e se apresentam alguns modelos mais relevantes.

4.2.3.1 Economia de escala

Obras hidráulicas freqüentemente apresentam uma grande economia de escala. Tal característica pode ser definida através da função de potência:

$$C = kQ^m \tag{3.17}$$

onde:

C: custo;
Q: vazão;
k,*m*: parâmetros, onde *k*>0 e geralmente m<*1*.

No que diz respeito a sistemas isolados a serem expandidos, trata-se de balancear as vantagens da economia de escala (construir mais hoje) com os custos de valor presente (construir menos hoje e postergar o máximo tempo possível a expansão).

Embora seja usual a assertiva da economia de escala em obras hidráulicas, não se trata de um axioma generalizado. Algumas obras, ou pelo menos, partes das obras de um sistema não apresentam economia de escala, como mostra a Tabela 4.3, para o caso dos componentes de um sistema de abastecimento de água.

Tabela 4.3 – Economia de escala em sistemas de abastecimento de água

Tipo de obra	Custos de O&M	Custos de capital
Captação	não há economia de escala (EE)	não há EE
Tratamento	- alta EE em geral; - diferentes economias para custos relativos a instalações (maiores) e à vazão tratada (menores)	alta EE
Adução	- sim para a vazão; - não para a extensão da tubulação	- sim para a vazão; - não para a extensão da tubulação
Bombeamento	- não para a vazão; - não para a altura de bombeamento	- não para a vazão; - não para a altura de bombeamento

Fonte: adaptado de Ramos (1981)

4.2.3.2 Classificação e exemplos de modelos de expansão da capacidade

A classificação de modelos de expansão da capacidade pode ser feita de diversas maneiras: a Tabela 4.4 resume alguns critérios de classificação e apresenta algumas referências da aplicação de tais modelos em recursos hídricos. Na seqüência alguns modelos são comentados.

Tabela 4.4 – Classificação de modelos de expansão da capacidade

Característica	Variáveis	Observações	Referências
- projeto único; - demanda com localização única.	- tamanho da expansão; - tempos para a expansão.	- demanda linear; - horizonte de planejamento infinito	- Manne (1961); - Scarato (1969); - Rachford et al. (1969).
- projetos múltiplos, independentes; - demanda com localização única.	- tempos de expansão.		- Morin (1973) - Erlenkotter (1973a);
- projetos múltiplos, interdependentes; - demanda com localização única.	- tamanho da expansão; - tempos para a expansão.		- Erlenkotter (1973b); - Becker e Yeh (1974); - Kim (1982).
- projetos múltiplos; - várias localizações potenciais de demanda.	- tamanho da expansão; - tempos para a expansão; - localização das expansões		- Manne (1967); - Ramos (1981); - Ong (1983); - Wille (1981).

Fonte: classificação baseada em Kim (1982)

Classificações adicionais podem ser feitas, tais como: demanda linear ou não linear, demanda onde se permite ou não o racionamento, demanda determinística ou estocástica, horizonte de tempo finito ou infinito.

O caso mais simples vem a ser aquele inicialmente apresentado por Manne (1961), com o objetivo de determinar a política de mínimo custo de expansão da capacidade, que atenda a demandas lineares determinísticas e sempre crescentes, com horizonte de tempo infinito. Alguns detalhes a mais deste modelo já foram

apresentados no Capítulo 2 deste trabalho. Aplicações deste modelo em recursos hídricos são encontradas em Scarato (1969) para sistemas de abastecimento público, e Rachford, Scarato e Tchobanoglous (1969) para estações de tratamento de efluentes.

No caso da escolha entre possíveis projetos a serem implantados, têm-se os casos de projetos capacitados e não capacitados. No caso de projetos capacitados, já se conhece *a priori* o tamanho (ou capacidade) de cada possível projeto, e se quer conhecer apenas o seqüenciamento ótimo de tais projetos. Já no caso mais genérico não capacitado, quer-se saber quais projetos implantar (localização), qual o seu tamanho (dimensionamento) e qual o seqüenciamento de implementação.

Um exemplo típico de estudo de seqüênciamento em recursos hídricos vem a ser o trabalho de Morin (1973), utilizou um modelo especifico de Programação Dinâmica, denominada pelo autor de *imbedded state space*. Esta propriedade é baseada no fato de que, num seqüênciamento ótimo de projetos, os mesmos devem ser implantados o mais tarde possível. Além disso, se existir uma solução ótima, qualquer permutação de projetos que exista na solução, será uma solução viável extrema. Assim, o algoritmo inicialmente define os tempos em que as decisões devem ser tomadas (construir ou não) e a busca de solução é feita neste espaço reduzido de seqüência de permutações.

Outra metodologia típica para o seqüenciamento de projetos capacitados é aquela apresentada por Erlenkotter (1973a), e denominada de *binary state space approach*. O autor também faz uso da Programação Dinâmica onde a variável de estado é representada por um vetor binário. Por exemplo, num espaço *R* onde há três possibilidades de projetos (1, 0,1) sabe-se que os projetos 1 e 3 estão sendo testados, enquanto que o projeto 2 está adiado. A situação é representada por uma

rede onde é aplicada a equação recursiva. Cada nó representa um estado *R* em um estágio do período de planejamento. Os arcos representam os custos descontados. Desta maneira, o algoritmo cobre todo o esquema possível de permutações.

Na seqüência, tem-se o caso de projetos interdependentes, onde as variáveis são o dimensionamento e o seqüenciamento. Kim (1982) desenvolveu uma técnica baseada em dois níveis: o primeiro gera seqüências com base em uma árvore de soluções *branch and bound*, obtendo custos através de um algoritmo de menor percurso em redes acíclicas. O segundo nível refina o dimensionamento inicialmente obtido discretizando os estágios do primeiro nível utilizando uma solução através de Programação Não Linear com busca direta (busca de Fibonacci).

Por fim tem-se o caso de projetos múltiplos com múltiplas localizações potenciais, onde se quer investigar a localização, dimensionamento e seqüenciamento das intervenções. Exemplos do uso desta abordagem vêm a ser o trabalho de Ong (1983), sobre sistemas regionais de tratamento de efluentes, já amplamente discutido na seção anterior desta revisão, e o trabalho de Ramos (1981), sobre sistemas regionais de abastecimento de água. Ambos os autores separam o problema espacial estático e o problema dinâmico, coordenando-os através de restrições que conectam os dois sub-problemas. A abordagem de Ramos pode ser descrita através dos seguintes passos:

Passo 1: Dadas as demandas d_j^t e um custo linear inicial c_{ij}^t, resolve-se um problema linear estático de transbordo ("*transhipment*") para cada período de tempo, assim obtendo as vazões $f_{ij}^{\ t}$;

Passo 2: Com f_{ij}^{t} e os custos de investimento, resolva um problema de expansão da capacidade para cada *link*, minimizando custos de capital. A expansão da capacidade é feita através de Programação Dinâmica;

Passo 3: Calcule os custos totais, adicionando custos de O&M;

Passo 4: verifique o critério de parada; se necessário, modifique custos lineares e volte ao Passo 1.

Outro trabalho onde se investiga a questão da localização, dimensionamento e seqüenciamento das intervenções é devido a Wille (1981), com o objetivo de minimizar o custo total de abastecimento de água e lançamento de efluentes (remoção de carga de DBO) com o correspondente esquema de expansão do sistema. As funções de custo utilizadas são quadráticas e o modelo é resolvido através de um esquema de decomposição envolvendo vários problemas estáticos de alocação de água via Programação Quadrática e um problema de expansão da capacidade resolvido através de Programação Linear.

Por fim, cabe citar alguns trabalhos originados no Brasil. Braga et al. (1987), que trata da expansão da capacidade de abastecimento em São Paulo. Neste caso somente o escalonamento das obras interessava. O dimensionamento foi previamente executado através de simulação e a localização também era conhecida.

Ainda dentro da literatura brasileira, têm-se os trabalhos de Barros et al. (2005) e Zambon et al. (2007) com o modelo SISAGUA para gerenciamento e operação de sistemas de grande porte para distribuição de água. O modelo é baseado em fluxo de rede, com a otimização feita em três etapas: a primeira minimiza o racionamento determinando as vazões de atendimento em cada ponto de demanda. A segunda etapa maximiza os volumes disponíveis nos reservatórios ao longo do tempo e a terceira minimiza o custo de operação da rede ao se utilizarem

estações elevatórias e/ou dispositivos hidráulicos. Prado (2005) apresenta uma metodologia de otimização para expansão de capacidade de sistemas de abastecimento de água, com o objetivo de minimizar o custo global do sistema. Trata-se de um modelo de programação Linear Inteira Mista, resolvido através do *software* GAMS/BDMLP.

5. FUNÇÕES DE CUSTOS PARA OBRAS DE EFLUENTES DOMÉSTICOS

5.1 REVISÃO DE FUNÇÕES DE CUSTOS EXISTENTES

A disponibilidade de estudos amplos sobre custos de obras de saneamento é bastante limitada. No nível internacional, foram encontrados poucos trabalhos sobre o tema, não tão recentes. No Brasil a situação parece ser ainda pior. Mesmo as companhias de saneamento não empreendem estudos sistemáticos sobre custos de obras de saneamento. Os levantamentos disponíveis normalmente estão em documentos de uso interno do setor de projetos. Esses custos são de projeto e para a montagem de editais de licitação e, aparentemente, não são corrigidos pelos custos reais das obras.

Na literatura internacional, dois relatórios abrangentes foram levantados. Em Portugal o estudo empreendido pela Direcção-Geral do Ambiente (LABORATÓRIO NACIONAL DE ENGENHARIA CIVIL, 1995) apresenta um levantamento de custos de obras de abastecimento público, sistemas de esgotamento e tratamento de efluentes e resíduos sólidos urbanos. Os autores detalham os critérios utilizados para a formação de custos e apresentam curvas e equações para todas as fases de obras de saneamento básico. Para as tubulações são apresentados custos em Escudos/m, englobando movimento de terra, montagem, poços de visita e retirada e reposição do pavimento. Para as estações Elevatórias são apresentadas equações do tipo $Custo = aQ^b H^c$ (*Q* representa a vazão, *H* a altura manométrica, *a*, *b* e *c* são parâmetros) referente a custos de equipamentos eletromecânicos. Estes custos devem ser somados aos custos de construção civil, representados por equações do tipo $Custo = aQ^b$. Para as ETEs apresentam-se funções de custo para filtros biológicos, lodos ativados e lagoas de maturação, com equações do tipo

$Custo = aP^b$ (*P* representa a população). Os custos utilizados, embora ainda referidos em Escudos, referem-se a condições do mercado português em 1994, já influenciados pela integração de Portugal à União Européia. Não se apresentam informações sobre custos de O&M.

O segundo estudo abrangente encontrado é dos Estados Unidos, desenvolvido pela EPA (*Environmental Protection Agency*). Trata-se de um conjunto de três relatórios publicados em 1981. O primeiro (USEPA, 1981a) trata de custos de estações de tratamento licitadas entre 1973 e 1979. O segundo (USEPA, 1982b) apresenta custos de redes de esgotamento com dados entre 1973 e 1978. O terceiro estudo (USEPA, 1981c) custos de operação e manutenção.

O relatório sobre custos de redes engloba 777 projetos em 48 dos estados do país, exceto Kentucky, com um custo total de construção de US$ 2,02 bilhões (dólares ajustados para o primeiro trimestre de 1979). Os custos foram todos normalizados no tempo (primeiro quadrimestre de 1979) e no espaço (Kansas City, Missouri). São apresentados custos totais médios (em US$/pés) para tubulações de esgoto a gravidade (função do material e profundidade de escavação). Para tubulações sob pressão, os custos totais médios (US$/pés) são apresentados em função do diâmetro. Já para as estações elevatórias apresentam-se equações do tipo $Custo = aQ^b$, para três faixas de alturas manométricas.

O relatório sobre custos de ETEs analisa 737 projetos, totalizando US$ 5,8 bilhões, em dólares do quarto trimestre de 1978. São apresentados custos para lodos ativados, filtros biológicos, lagoas de aeração e outros métodos variados. As funções obtidas são também do tipo função de potência, com custos totais médios (US$) *versus* vazão de efluentes (em mgd).

O relatório sobre custos de O&M inclui custos para redes de esgotamento e para ETEs. Foram avaliados 916 ETEs e 482 sistemas de redes de esgoto, em 41 dos 48 estados continentais do país em obras licitadas entre 1973 e 1981. As ETEs estudadas compreendem tratamento secundário (DBO_5 reduzida para 25 a 30 mg/L, através de lodos ativados ou filtros biológicos), tratamento secundário avançado (DBO_5 reduzida para faixa entre 11 a 24 mg/L, a grande maioria através de lodos ativados) e tratamento avançado (DBO_5 reduzida para menos que 10 mg/L, somente através de lodos ativados).Os resultados apresentam as seguintes informações:

(i) custos administrativos, calculados à parte dos custos de O&M, para os três tipos de ETEs citados no parágrafo anterior, através de funções de potência, relacionando custos anuais (US$) *versus* vazão de projeto das ETEs; os custos administrativos variam entre 6 e 10% dos custos totais de O&M;

(ii): custos totais anuais de O&M (incluindo disposição de lodos), também equacionados através de funções de potência, relacionando custo (US$) e vazão de projeto das ETEs (em mgd);

(iii): custos anuais de redes de esgotos: funções de potência relacionando custo anual (US$) *versus* população (com e sem Estações Elevatórias) e *versus* extensão (milhas).

Custos de O&M podem ser ainda mais refinados, podendo ser divididos em dois componentes: o primeiro em função da capacidade instalada da ETE e o segundo em função da vazão de efluentes efetivamente tratados. Os custos considerados no primeiro componente são salários, treinamento e manutenção regular, todos equacionados em função da capacidade instalada da ETE. O segundo componente envolve custos de energia, produtos químicos e custos diversos, todos em função da vazão tratada. Até onde se pôde investigar, Ong

(1983) foi o único autor a incorporar esta característica de custos para o cálculo da expansão ótima, com base em um estudo não publicado do EPA (USEPA, 1976, citado por ONG, 1983).

A bibliografia brasileira sobre custos unitários de obras de saneamento é bastante limitada, pelo menos no que concerne ao encontrado por este autor. Prioli, Assali Neto e Junqueira Netto (1993), da Companhia de Saneamento do Estado de são Paulo (SABESP), apresentam curvas de custo de estações de tratamento em dólares americanos em função da vazão tratada. São apresentadas curvas para tratamentos por lodos ativados, sistema australiano, lagoas anaeróbicas, lagoas facultativas, lagoa aerada + decantador, fossa filtro e disposição direta no solo. SABESP (1998) apresenta um estudo de custos de saneamento bastante aprofundado, apresentando custos de obras de abastecimento e de esgotamento.

No caso de esgotamento sanitário, têm-se custos de ligações domiciliares, redes coletoras, coletores tronco, emissários, estações elevatórias e estações de tratamento. No caso das ETEs, apresentam-se custos para os seguintes tipos de tratamento: lodos ativados por batelada, lodos ativados por aeração prolongada e lagoas de estabilização. As curvas apresentam custos em reais *versus* vazão de tratamento ou população atendida. Não há menção sobre estimativas de custos de O&M.

O Programa de Modernização do Setor de Saneamento (PMSS), desenvolvido pelo governo federal a partir dos anos 90 do século passado, apoiado pelo Banco Mundial e o governo japonês (*Overseas Economic Cooperation Fund – OECF*), editou uma série de relatórios visando promover a melhoria da eficiência dos prestadores públicos de serviços e a ampliação da participação do setor privado. Em um desses relatórios (Brasil, 1998) é apresentada uma metodologia de avaliação

econômica e financeira de projetos. O objetivo desta avaliação é de verificar e hierarquizar a viabilidade de um rol de projetos de saneamento básico. No entanto, o PMSS não chegou a desenvolver estudos para obter funções de custos. Nos estudos de caso apresentados no relatório citado, os custos foram fornecidos diretamente pelas empresas prestadoras de serviços.

A publicação mais recente e talvez a mais rica em resultados vem a ser um relatório também do Ministério das Cidades/PMSS (Brasil, 2003), que apresenta as necessidades de investimentos visando a universalização dos serviços de abastecimento de água e de coleta e tratamento de esgotos sanitários. Parte deste relatório apresenta uma metodologia de estimativa de custos, a seguir resumida. São propostos preços para áreas urbanas classificadas como pequenas (até 40.000 habitantes), médias (de 40.001 a 400.000 habitantes) e grandes (população superior a 400.000 habitantes). Os custos unitários foram obtidos junto às concessionárias estaduais, fornecedores e junto ao Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil – SINAPI, da Caixa Econômica Federal. O BDI utilizado é 39,8%. Para a expansão de sistemas, o estudo adota critérios e preços a seguir:

Para o Estado do Paraná, os preços são os seguintes:

- Rede de esgotamento: obteve-se 10,11m/ligação para localidades grandes e 15,50m/ligação para localidades médias e pequenas, com seguintes custos:
    - Aglomerações de pequeno porte: R$2.209,34/domicílio
    - Aglomerações de porte médio: R$2.498,91/domicílio
    - Aglomerações de grande porte:R$1.745,89/domicílio
- Coletores tronco: 1 m de coletor tronco para cada 100 m de rede de esgotos
    - municípios pequenos: DN 300 mm, cerâmica

- municípios médios: DN 700 mm, concreto
- municípios grandes: DN 1000 mm, concreto

- Estações Elevatórias: considerado vazão de 5 L/s para redes e 85 L/s para afastamento.
- Para as ETEs, dois tipos de tratamento foram considerados:
  - Municípios pequenos: foi utilizado um sistema padrão, composto de Reator Anaeróbio de Leito Ascendente (UASB, com capacidade de 180 L/s), seguido de Lagoa (com capacidade de 50 L/s). No preço da lagoa, incluiu-se 20% a mais a título de custos de desapropriação. Os custos são dados por:

$$y = -152{,}22\mathrm{Ln}(x) + 14725 \qquad (5.1)$$

onde:

y = custo unitário das obras civis, em R$/ L/s;

x = vazão nominal em L/s.

  - Municípios médios e grandes: o sistema padrão considerado foi de lodos ativados convencional, com vazão de 500 L/s para municípios médios e de 1.500 L/s para municípios grandes. Os cálculos se originam da obtenção da curva de custos de estações de lodos ativados para São Paulo:

$$C = -3025{,}4\ln(Q) + 52446 \qquad (5.2)$$

onde:

C: custo de obras civis em R$

Q: vazão em L/s

Com base nos critérios mencionados, e outros descritos no Relatório, obtêm-se os seguintes preços finais médios por habitante para o Estado do Paraná:

Sistemas de porte pequeno:R$ 93,25/hab

Sistemas de porte médio:R$162,23/hab

Sistemas de grande porte:R$228,81/hab

Os preços incluem a seguinte composição média: Interceptor (1 metro de interceptor para cada 100 m de rede); Estação Elevatória de vazão 85 L/s e Estação de Tratamento de Efluentes (UASB + Lagoa ou Lodos Ativados, dependendo do porte do sistema).

Finalmente cabe notar que o Relatório analisado do PMSS não entra no mérito de custos de O&M.

O Relatório Final do ”Projeto Enquadramento”, desenvolvido em conjunto pela Universidade de São Paulo e Universidade Federal do Paraná (USP/UFPR, 2007) apresenta funções de custos de investimento em ETEs, obtidas a partir da bibliografia e dos custos de ETEs executadas na Região Metropolitana de Curitiba, estes últimos que também compuseram a base de dados deste trabalho. São funções de potência relacionando custo e população atendida, para ETEs do tipo UASB, lagoa e lodos ativados.

5.2 OBTENÇÃO DAS FUNÇÕES DE CUSTOS

5.2.1 Custos de implantação

Para tornar os custos mais próximos da realidade da Região Metropolitana de Curitiba, optou-se por desenvolver equações de custos com base em obras realizadas recentemente na Região, financiadas através de projetos com o Banco Mundial (em contrato com o Estado do Paraná: Programa de Saneamento Ambiental da Região Metropolitana de Curitiba – PROSAM) e com o banco japonês JBIC (em contrato com a Companhia de Saneamento do Paraná - SANEPAR: Programa PARANASAN). Foram obtidos custos e/ou equações para:

- Interceptores
- Estações elevatórias
- Estações de tratamento

Foram coletados dados relativos ao custo real de várias obras desenvolvidas por esses dois programas. Estes custos de implantação englobam todos os custos, exceto desapropriação. Tais custos foram todos levados para a mesma base temporal, janeiro de 2006. Os reajustes foram calculados através de:

$$R = PO * C \tag{5.3}$$

onde:

R: valor do reajuste (R$);

PO: valor dos serviços a preços iniciais (R$);

C: índice de reajuste: $C = (I1 / I0) - 1$, com

I1: índice de preços referentes a jan/2006;

I0: índice de preços referente ao período de execução da obra.

Os índices I1 e I0 são obtidos na Matriz Nacional de Custo da Construção (INCC), coluna 6 da Revista Conjuntura Econômica, publicada pela Fundação Getúlio Vargas.

As equações de ajuste foram obtidas através do uso do *software LAB Fit* desenvolvido na Universidade Federal de Campina Grande (Silva e Silva, 2008).

5.2.1.1 Interceptores

Os materiais comumente utilizados pela SANEPAR para Coletores Tronco e Interceptores são o PVC para diâmetros < 400 mm e o concreto armado JE para diâmetros DN > 400 mm. Os custos médios por metro linear obtidos, conforme apresentado na Tabela 5.1.

Tabela 5.1- Custos de Interceptores

Tipo de Material	Custo (R$/m)
PVC JE	
DN 150	115,49
DN 200	273,03
DN 250	267,91
DN 300	379,99
DN 350	391,49
DN 400	402,99
Concreto Armado JE	
DN 500	387,93
DN 600	442,59
DN 700	503,30
DN 800	623,57
DN 900	809,08
DN 1000	922,32

5.2.1.2 Estações Elevatórias

Para as estações elevatórias, a princípio desenvolveu-se uma correlação entre custos, altura manométrica e vazão de bombeamento, através de uma equação do segundo grau, função esta onde se obteve o melhor ajuste.

$$C = a * h + bQ^2 \qquad (5.4)$$

Onde:

C: custo em R$;

h: altura manométrica em m;

Q: vazão bombeada em m³/s;

a,b: parâmetros da função.

Essa equação possui termos independentes em h e em Q, o que leva a distorção na obtenção dos custos. Optou-se então por uma função de potência, entre custos e a própria potência (*P*=*Q***h*). Tais funções são comuns onde se queira expressar ganhos de escala e, evidentemente, quando *P*=0, o custo também é zero. O resultado obtido foi:

$$C = 149.089{,}08P^{1{,}502} \qquad (5.5)$$

com r^2=84,34% e onde:

C: custo em reais

P: potência

5.2.1.3 Estações de Tratamento de Efluentes

A tecnologia de tratamento mais utilizada na Região Metropolitana de Curitiba vem a ser o Reator Anaeróbico de Leito Ascendente – UASB, UASB + Lagoa e UASB + Flotação. Essa tecnologia vem sendo há muitos anos utilizada e aperfeiçoada pela SANEPAR em função de seu baixo custo.

O ajuste escolhido foi a já tradicionalmente usada Função de Potência, assim explicitando a economia de escala existente nestes empreendimentos, dada por:

$$C = a * Qb \qquad (5.6)$$

Onde:

C: custos em R$/m³;

Q: vazão em m³/s;

a,b: parâmetros da função.

A Tabela 5.2 apresenta os ajustes encontrados também para outros tipos de tratamento utilizados pela SANEPAR, todas elas como funções de potência.

Tabela 5.2 - Equações de custo para ETEs

Tipo de ETE	**Parâmetros**	**Coeficiente de Determinação (%)**
UASB	*a* = 22.429.142,68 *b* = 1,277	98,37
UASB + Lagoa	*a* = 40.825.000,53 *b* = 0,777	94,36
UASB + Flotação	*a* = 137.815.149,71 *b* = 1,504	72,73

5.2.2 Funções de custo de operação e manutenção

A tarefa de obtenção de dados reais sobre custos de Operação e Manutenção (O&M) de sistemas de saneamento no Brasil é extremamente ingrata, visto que pouquíssimas informações se encontram disponíveis.

A SANEPAR, apenas recentemente, vem coletando sistematicamente dados de custos de O&M, apenas para ETEs. Com base nos dados de 2006 e 2007, obteve-se a seguinte correlação, baseado também em uma função de potência:

$$C = 3.251.563{,}95Q^{0,572} \tag{5.7}$$

com coeficiente de determinação r^2=92,52%

onde:

C: custo em R$ (jan/2006);

Q: vazão em m³/s.

Não se obteve informações sobre custos de O&M para Estações Elevatórias. A falta de tais custos se refletirá em uma subestimação dos custos totais de EEs, podendo levar a distorções, como será visto no Capítulo 6.

6. MÉTODO PROPOSTO – O MODELO ESTÁTICO PARA O SISTEMA REGIONAL

6.1 INTRODUÇÃO

O objetivo do método aqui proposto é de, dado um conjunto de fontes geradoras de efluentes (bairros, aglomerações, cidades metropolitanas) e um outro conjunto de possíveis locais para instalação de Estações de Tratamento de Efluentes, obter um sistema regional de tratamento de efluentes de menor custo. O método proposto consiste numa otimização através do uso da metaheurística do Recozimento Simulado, em analisar sucessivas “versões” (uma solução inicial e outras soluções candidatas) de uma possível rede. Como se permite escoamento tanto a gravidade como sob pressão, cada rede proposta tem inúmeras soluções hidráulicas. Uma segunda otimização é então feita, também através de Recozimento Simulado, com o objetivo de obter, para aquela rede que se esteja testando, a solução hidráulica de menor custo, aqui entendida como aquela solução hidráulica que minimize os custos de bombeamento.

O presente Capítulo inicia com a apresentação do chamado Modelo Regional Estático e alguns comentários sobre a obtenção das soluções inicial e candidatas, bem como os parâmetros utilizados no Recozimento Simulado. Na seqüência, o chamado Modelo Hidráulico é apresentado, novamente com comentários sobre a geração de soluções inicial e candidatas e sobre os parâmetros do Recozimento. O Modelo Regional Estático é aplicado em alguns exemplos obtidos da literatura. Na seqüência, antevendo-se grandes tempos de processamento para redes maiores e, em especial, para o Modelo Dinâmico a ser descrito no Capítulo 7, são propostas algumas alterações no modelo, e é proposto e testado um segundo algoritmo

hidráulico.

6.2 O MODELO REGIONAL ESTÁTICO

6.2.1 Solução proposta

O Modelo Regional Estático, partindo de uma rede cujos nós representam as fontes geradoras de efluentes e os possíveis locais para implantação de ETEs, gera uma solução inicial que tem sua viabilidade hidráulica testada. Essa viabilidade hidráulica é feita através da minimização de uma primeira Função Objetivo que descreve o bombeamento do sistema, minimizando a potência necessária, como será descrito na seção 6.3 deste Capítulo. Se a rede proposta for hidraulicamente viável, então se obtêm os custos de uma segunda Função Objetivo, onde agora se quer minimizar custos monetários de transporte (interceptores e condutos sob pressão), de estações elevatórias (EEs) e tratamento de efluentes (ETEs). A partir dessa solução inicial, geram-se soluções candidatas, por sua vez também testadas quanto ao mínimo custo de bombeamento/viabilidade hidráulica e mínimo custo total até a obtenção de uma solução quase-ótima.

O modelo matemático geral (já englobando o Modelo Hidráulico) é aqui formulado como um problema de Programação Inteira Mista Não Linear, à semelhança do apresentado por Souza et al (2002). A FOB expressa a minimização dos custos totais de instalação, operação e manutenção de tubulações, Estações Elevatórias (EEs) e Estações de Tratamento de Efluentes (ETEs).

A definição matemática da Função Objetivo e das restrições requer as seguintes definições de variáveis e constantes:

x_{ij}: variável binária: x_{ij} = 1, se o diâmetro do interceptor ligando o nó *i* ao nó *j* for ≠ 0,
x_{ij} = 0, caso contrário;

y_k: variável binária: y_k= 1, se existir ETE no nó *k*,
y_k = 0, caso contrário;

z_l: variável binária: z_l = 1, se existir ETE no nó *l*,
z_l = 0, caso contrário;

N: número total de nós: 1,..., *i*, *j*,... *N* (inclui nós que representam fontes de efluentes, e nós com possíveis localizações para as ETEs);

1,...,*n*: nós com fontes de efluentes ou nós intermediários;

n+1,...,*N*: nós para possíveis localizações de ETEs;

m+1,...,*N*: nós para possíveis localizações de EEs;

L_{ij}: extensão de interceptor entre os nós *i* e *j*;

QE_i: vazão de efluentes gerada no nó *i*;

Q_{ij}: variável que representa a vazão no interceptor ou conduto forçado entre os nós *i* e *j*;

$QETE_k$: variável que representa a vazão tratada na ETE *k*;

QEE_l: variável que representa a vazão na elevatória EE *l*;

E_i, E_j: carga hidráulica nos nós *i* e *j*, respectivamente;

$CTUB_{ij}$: custo de instalação, operação e manutenção de interceptor ou conduto forçado ligando o nó *i* ao nó *j*;

$CETE_k$: custo de instalação, operação e manutenção de ETE no nó *k*;

CEE_l: custo de instalação, operação e manutenção de EE no nó *k.*

A Função Objetivo é então definida como:

$$Min \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} C_{ij}(Q_{ij}, L_{ij}, x_{ij}) + \sum_{k=n+1}^{N} CTK_k(QT_k, y_k) + \sum_{l=m+1}^{N} CEE_l(QEE_l E_i, E_j, z_l) \qquad (6.1)$$

sujeita às seguintes restrições:

a) equação da continuidade para os nós com fontes de efluentes:

$$QE_i + \sum_{j=1}^{N} Q_{ji} = \sum_{j+1}^{N} Q_{ij} \qquad \forall i = 1,...n \qquad (6.2)$$

b) equação da continuidade para as ETEs:

$$\sum_{j=1}^{N} Q_{jk} - \sum_{j=1}^{N} Q_{kj} = QETE_k \qquad \forall k = n+1,...N \qquad (6.3)$$

c) equação da continuidade para as EEs:

$$\sum_{j=1}^{N} Q_{jl} - \sum_{j=1}^{N} Q_{lj} = QEE_{l\,l} \qquad \forall l = m+1,...N \qquad (6.4)$$

d) restrição de que todo o esgoto produzido na região seja tratado:

$$\sum_{i=1}^{N} QE_i = \sum_{k=n+1}^{N} QETE_k \qquad (6.5)$$

e) restrição de vazão máxima nas ETEs:

$$QETE_k \leq QETE\max_{k,yk} \qquad \forall k = m+1,...N \qquad (6.6)$$

f) restrição {0,1} para coletores:

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i = 1,...N; \forall j = 1,..., N \qquad (6.7)$$

g) restrição {0,1} para ETEs:

$$y_k \in \{0,1\} \qquad \forall k = n+1,...N \qquad (6.8)$$

h) restrição {0,1} para EEs:

$$y_l \in \{0,1\} \qquad \forall l = m+1,...N \qquad (6.9)$$

i) restrição de não-negatividade de vazões nas ETEs:

$$QT_k \geq 0 \qquad \forall k = n+1,...N \qquad (6.10)$$

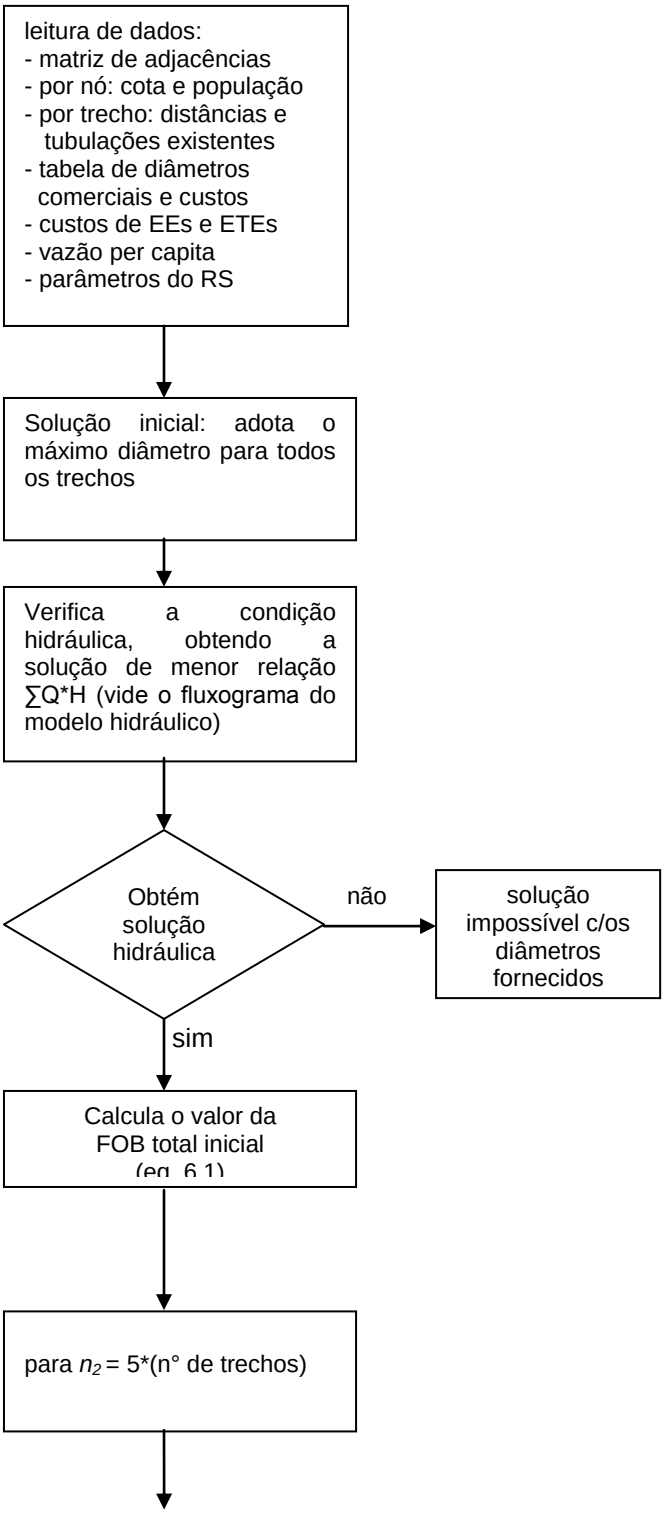
j) restrição de não-negatividade de vazões para os interceptores e condutos sob pressão:

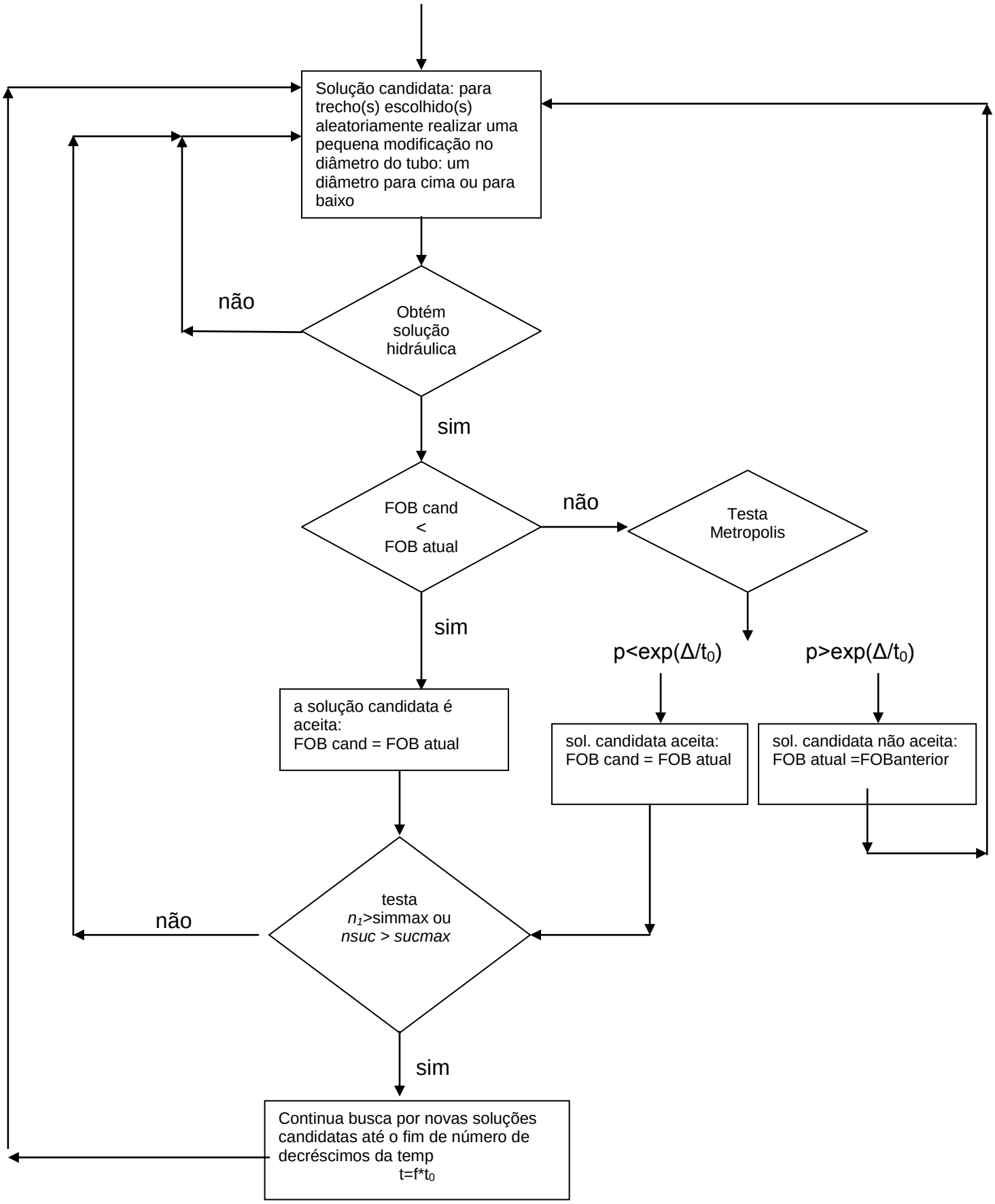
$$Q_{ij} \geq 0 \qquad \forall i = 1,...N; \forall j = 1,..., N \qquad (6.11)$$

O objetivo do presente trabalho foi resolver o modelo acima expresso como Programação Inteira através da metaheurística do Recozimento Simulado. A rede inicial proposta é composta por todos os trechos inicialmente informados e todos com diâmetros comerciais máximos informados. O processamento é encerrado se não houver solução hidráulica. Em havendo solução, será aquela resultante de uma minimização das alturas de bombeamento. Esta será a solução inicial do modelo. É dado início ao processo de Recozimento com a adoção de soluções candidatas, sua verificação hidráulica e sua aceitação ou não, conforme o valor da Função Objetivo. De acordo com o critério de Metropolis, soluções piores podem ser aceitas. As soluções candidatas são obtidas pelo sorteio aleatório, onde se introduz uma pequena perturbação na solução atual. Esta perturbação é feita em um ou mais trechos que sofrerão variação em seu diâmetro, um degrau acima ou um degrau abaixo na tabela de diâmetros comerciais. As simulações prosseguem até que se esgote o número de decréscimos de temperatura (parâmetro n_2).

O fluxograma da Figura 6.1 detalha a solução utilizada.

Figura 6.1 - Fluxograma do Modelo Estático de Otimização




Solução candidata: para trecho(s) escolhido(s) aleatoriamente realizar uma pequena modificação no diâmetro do tubo: um diâmetro para cima ou para baixo
não
Obtém solução hidráulica
sim
FOB cand < FOB atual
não
Testa Metropolis
sim
p<exp(Δ/t0)
p>exp(Δ/t0)
a solução candidata é aceita: FOB cand = FOB atual
sol. candidata aceita: FOB cand = FOB atual
sol. candidata não aceita: FOB atual =FOBanterior
não
testa n1>simmax ou nsuc > sucmax
sim
Continua busca por novas soluções candidatas até o fim de número de decréscimos da temp t=f*t0

Embora a formulação matemática acima apresentada seja a mesma daquela de Souza et al. (2002), o método se solução aqui utilizado é bastante diferente, seja na obtenção de soluções inicial e candidatas, seja na solução do modelo hidráulico.

A próxima seção apresenta algumas observações sobre a solução inicial e soluções candidatas utilizadas no algoritmo de Recozimento Simulado, bem como sobre seus parâmetros.

6.2.2 Solução Inicial, Soluções Candidatas e Parâmetros do Recozimento para o Modelo Estático

6.2.2.1 Solução inicial

A solução inicial viável é obtida fazendo com que todos os trechos adotem o maior diâmetro especificado na tabela de diâmetros comerciais. Em geral, nesta situação existe viabilidade hidráulica. Nos casos em que os diâmetros máximos permitidos não comportam as vazões de efluentes existentes nos nós, o problema não possui solução hidráulica.

6.2.2.2 Soluções Candidatas

Partindo da solução inicial, as soluções candidatas são obtidas através de dois passos:

- sorteio aleatório de um (ou mais) trecho(s);
- variação aleatória do diâmetro daquele trecho um grau para cima ou para baixo na tabela de diâmetros comerciais.

6.2.2.3 Parâmetros utilizados

Uma adequada escolha dos parâmetros pode facilitar a convergência para a solução quase-ótima. Os parâmetros básicos do Recozimento Simulado, como apresentado no Capítulo 2 são:

- t_0: temperatura inicial do processo;
- f: fator de arrefecimento;
- n_1: número máximo de iterações que serão feitas antes de se baixar a temperatura;
- n_2: número de decréscimos de temperatura.

(i) Talvez o parâmetro mais importante do Recozimento seja a temperatura inicial do processo (t_0), e que define o critério de aceitação de uma dada solução. A distribuição de Boltzman indica que a probabilidade p de se aceitar uma solução j, em que $E_j - E_i > 0$, com $\Delta E = E_i - E_j$ é:

$$p = \exp\left(\Delta E / t_0\right) \tag{6.12}$$

ou

$$t_0 = \Delta E / \ln p \tag{6.13}$$

Fica claro que a variação de energia ΔE é a variação do valor da Função Objetivo que, no passo inicial, é o próprio valor da Função Objetivo inicial. Já para o valor da probabilidade p, alguns valores utilizados na literatura foram testados:

- p=0,4 (Johnson et al, 1989);
- p=0,5 ou seja, 50% de probabilidade de aceitar a solução de FOB_j (Kaviski et al., 2007);
- p=0.8 (Kirkpatrick, 1984, citado por Borsntein e Azlan, 1998)

Os valores acima de p levam aos seguintes valores para t_0:

- p=0,4 → t_0= 1,09* ΔE
- p=0,5 → t_0= 1,44* ΔE
- p=0.8 → t_0= 4,48* ΔE

Além disso, pode-se adicionar ao parâmetro o valor da variação da energia (Δ) como função da energia da solução inicial viável, aqui chamado *PE* (percentagem de energia). Para valores do parâmetro *PE* foram utilizados 0,01, 0,02, 0,05 e 0,10.

Em resumo, as temperaturas iniciais foram fixadas em:

$$t^*_0 = PE.FOB_{ini}.t_o \qquad (6.14)$$

(ii) fator de arrefecimento (f)

Utilizou-se um único valor f = 0,9, recomendado por Johnson et al (1989) e também utilizado por Kaviski et al. (2007).

(iii) número mínimo de iterações feitas antes de se baixar a temperatura (n_1)

Este parâmetro foi desdobrado em função de outros dois:

- a temperatura é abaixada quando $n_1 > simmax$, que é o número máximo de simulações aceitas em uma mesma temperatura, ou
- a temperatura decresce quando $nsuc > sucmax$, ou seja, quando o número de Funções Objetivo aceitas em uma mesma temperatura for maior que um dado valor *sucmax*.

Por sua vez, estes parâmetros de decréscimo de temperatura estão ligados à magnitude do problema e foram fixados da seguinte forma :

- *simmax* = 100 x (número de trechos) e
- *sucmax* =10 x (número de trechos)

(iv): número de decréscimos de temperatura (n_2)

O número de decréscimos de temperatura também foi considerado ligado à magnitude do problema. Assim utilizou-se:

- n_2 = 5 x (número de trechos).

6.3 O MODELO HIDRÁULICO

6.3.1 Solução proposta

Dada uma rede cujos nós representam as fontes de geração de efluentes e os possíveis locais para instalação de ETEs e cujos arcos representam os interceptores, o Modelo Hidráulico tem por objetivo obter uma rede hidraulicamente viável. O modelo geral aqui apresentado permite ligação entre todos os arcos e também que estas ligações tenham qualquer sentido, independentemente das cotas dos nós, ou seja, permitem-se escoamentos tanto a gravidade como sob pressão.

Quando se permite um duplo sentido de fluxo em todos os trechos da rede, o número de soluções viáveis torna-se muito grande. Assim, adotou-se uma metodologia de escolha da rede de tal modo que a mesma seja hidraulicamente viável com a minimização do total das potências necessários ao bombeamento.

São conhecidos:

- os nós que representam a localização das fontes pontuais e respectivas vazões de efluentes;

- todas as ligações possíveis entre nós que representam a localização das cargas e nós que representam a localização de ETEs existentes ou passíveis de implantação, independentemente da cota topográfica dos nós;
- cotas e distâncias entre nós que representam as fontes pontuais e possíveis localização de ETEs.

São variáveis a serem estimadas:

- as vazões dos interceptores que ligam os nós de fontes pontuais ou que ligam fontes a nós que possuam ETEs;
- o diâmetro comercial dos interceptores e condutos sob pressão.

Utilizando a mesma notação do modelo estático e sendo também:

hf_{ij}: perda de carga na tubulação entre os nós *i* e *j*;
f: coeficiente de atrito;

o modelo pode ser matematicamente expresso da seguinte forma:

$$MIN \quad Z = \sum_{k=1}^{Nt} (Q_k H_k) \tag{6.15}$$

s.a.:

restrições apresentadas nas equações (6.3) a (6.11).

A Função Objetivo proposta é não linear, com restrições lineares, cuja modelagem hidráulica foi levada a cabo através de um algoritmo especificamente desenvolvido para tal fim, solucionado com a minimização da potência necessária ao bombeamento e realizado através do Recozimento Simulado.

Parte da modelagem hidráulica é baseada no capítulo 10 de Streeter (1975), como descrito. Algumas variáveis adicionais, necessárias ao modelo hidráulico, são apresentadas:

Seja:

d,d2 : tabela de diâmetros e seus respectivos quadrados;

nd: n° de diâmetros da tabela;

z,qa: cotas e vazões afluentes nos nós;

dz: diferença de cotas por trecho;

qd1, qd2: vazões defluentes mínima e máxima nos nós;

hbot: compara vazões ótima e carga nos trechos;

qhtot: valor ótimo da função objetivo;

nn: número de nós;

nqa: último nó com afluência;

nt: número de trechos;

ocn: ordem de cálculo dos nós;

ind: índice de diâmetros para cada trecho;

ntno: n° de trechos que saem de cada nó;

tno: trechos que saem de cada nó;

n1,n2: nó de início e fim de cada trecho;

idt: índice da tabela de diâmetros do trecho;

a: matriz de adjacências de trechos;

rsl,n: parâmetros da equação da perda de carga por diâmetro;

qm: vazão máxima por gravidade para cada trecho e diâmetro.

A seguir apresenta-se alguns desenvolvimentos matemáticos necessários para aplicação do modelo.

a) cálculo das perdas de carga nos trechos:

A equação de Darcy-Weisbach dada por:

$$h_f = \frac{8fLQ^2}{\pi^2 D^5 g} \tag{6.16}$$

pode ser representada por uma função do tipo:

$$h_f = \frac{\Delta h_i}{L} = rsl_i Q^{ni} \qquad i:1,...,nd \tag{6.17}$$

onde:

h_f: perda de carga devido ao atrito;

Δh: gradiente de perda de carga;

L: comprimento de um trecho de tubulação;

Q: vazão;

rsl_i , n_i: parâmetros.

Utilizando uma envoltória de vazões, seja Q_1 e Q_2 a mínima vazão que se possa ter (foi adotado Q_1=0,01Q_2) e a máxima vazão para todos os diâmetros admissíveis, respectivamente. Por sua vez, o fator de resistência f pode ser expresso como uma função Q:

$$f_1 = aQ_1^b \tag{6.18}$$

$$f_2 = aQ_2^b$$

E ter-se-á que:

$$\frac{\Delta H_i}{L} = \frac{8a}{g\pi^2 D_i^5} Q^{2+b} \tag{6.19}$$

Ou seja:

$$rsl_i = \frac{8a}{g\pi^2 D_i^5} \quad \text{e} \tag{6.20}$$

$$n_i = 2 + b \tag{6.21}$$

b) cálculo da vazão máxima em escoamento livre nos trechos

A vazão máxima de escoamento livre em condutos circulares pode ser expressa por:

$$Qm_{i,j} = \alpha_{ij}\sqrt{f_{ij}} \qquad i = 1,...,nt; \quad j = 1,...,nd \tag{6.22}$$

$$\alpha_{ij} = \left(\frac{8gRh_j A_j^2 \Delta z_i}{L_i}\right)^{1/2} \tag{6.23}$$

Para o cálculo geral do parâmetro de resistência f_{ij} em condutos circulares, supondo escoamento não sob pressão quando y=0,8D_j (vide figura 6.2) a equação Universal de perda de carga fica:

$$\frac{1}{\sqrt{f_{ij}}} = -0{,}8686 \ln\left(\frac{\varepsilon}{14{,}83Rh_j} + \frac{0{,}63\upsilon A_j}{Rh_j \alpha_{ij}}\right) \tag{6.24}$$

com:

$$\mathrm{R_e} = \frac{4R_h V}{\upsilon} \tag{6.25}$$

$$R_h = D/4 \tag{6.26}$$

$$\varepsilon = 0{,}06mm$$

$$\nu = 10^{-6}\ m^2/s$$

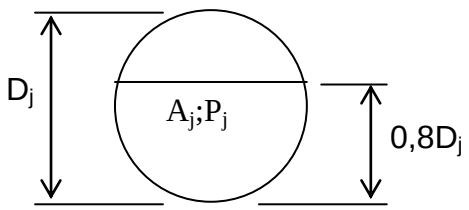


Figura 6.2 – Escoamento a 80% do diâmetro do tubo

A seguir descreve-se o algoritmo proposto:

Passo 1: leitura de dados

- para os i nós ler: z_i, qa_i, e $qd1_i$ e $qd2_i$;
- matriz de adjacências a_{ij} com i,j = 1,...,nn;
- comprimento dos trechos l_i, com i = 1,...,nt;
- tabela de diâmetros comerciais d_i, com i = 1,...,nd.

Passo 2: determinação dos parâmetros de cada trecho para cada diâmetro tabelado

a) parâmetro Δz_i:

dados os nós de início e fim de cada trecho, $n1_i$ e $n2_i$, respectivamente, com i = 1,...,nt, tal que

$$z[n_{1i}] \geq z[n_{2i}]$$

b) parâmetro tno_{ij} (define os trechos que saem de cada nó)

Sendo $1 \leq |tno_{i,j}| \leq nt$, o sinal deste parâmetro é determinado pela condição

Se $z[n1_i] > z[n2_j]$

então $tno_{i,j} > 0$

senão $tno_{i,j} < 0$

O sinal identifica se a vazão do trecho pode atingir o nó por efeito da gravidade ou não.

c) parâmetro $\frac{\Delta H_i}{L} = \frac{8a}{g\pi^2 D_i^5} Q^{2+b}$ com i=1,...,nd

é calculado para todos os diâmetros D_i e para as vazões mínima Q_1 e máxima Q_2 utilizando a equação (6.19)

d) parâmetro $Qm_{i,j}$, para todos os trechos e diâmetros é determinado pelas expressões (6.22) e (6.23).

O Anexo 1 apresenta maiores detalhes sobre os cálculos iniciais para o Modelo Hidráulico.

Passo 3: busca aleatória da solução inicial quase-ótima

Seja ind_i com i=1,...,nt o índice dos diâmetros comerciais com $0 \leq ind_i \leq nd$

a) para i=1,...,2000 (parâmetro de iteração $nit1$):

a.1) sortear a ordem dos nós para realizar a verificação da equação da continuidade (definida pela variável ocn_k, com k=1,...,nn)

a.2) para j = 1,...,200 (parâmetro de iteração $nit2$):

- iniciar aleatoriamente as vazões nos trechos considerando a ordem de cálculo ocn_k (k=1,...,nn);
- verifica a capacidade das ETEs:
  - sim: calcular $S = \sum_{k=1}^{Nt} Q_k H_k$
  - não: j=j=+1

A solução inicial adotada será aquela com o valor mínimo da variável S, MIN(S).

Passo 4: Cálculo de H_k k=1,...,nt

Para k=1,...,nt:

- se $Q_k > Qm_k$

- então

$$h = l_k rsl_{ind\,k} Q_k^{n\,indk}$$

se $h > \Delta z_k$

então $H_k = h - \Delta z_k$

senão $H_k = 0$

- senão

se $Q_k < 0$

então $h = l_k rsl_{ind\,k} \left| Q_k^{n\,ind\,k} \right|$

$$H_k = h + \Delta z_k$$

senão $H_k = 0$

Passo 5: aplicação do algoritmo de Metropolis para busca da solução ótima

Seja:

n_2 = 10x(n° de trechos com diâmetro > 0)

simmax = 200 n_2

sucmax = 20 n_2

$$t_0 = 0{,}0144 QHT_{OT}$$

onde QHT_{OT} é o valor da variável *MIN(S)* do Passo 3.

a) Solução Inicial: aquelas obtidas com *MIN(S)* do passo 3.

b) Solução candidata: faz-se uma pequena alteração nas vazões obtidas na solução inicial/atual. São conhecidos:

- na_k: n° de trechos com vazões a serem calculadas a partir do nó *k*;
- nb_k: n° de trechos com vazões conhecidas quando analisamos o nó *k*;
- são identificados os trechos;
- na otimização adota-se a mesma ordem de cálculo obtida para a solução inicial viável.

Sorteia-se um dos nós *i*, e a partir deste nó, e com a equação da continuidade, calculam-se as vazões em na_i trechos:

$$S = Q_{ai} + \sum_{j=1}^{Nbi} Q_{bi,j} = \sum_{k=1}^{Nai} S_{ai,k}$$

onde:

$Qa_{i,k}$: vazões desconhecidas dos trechos que saem do nó *i*;

$Qb_{i,k}$: vazões conhecidas dos trechos que saem do nó *i*.

S: variável auxiliar

$$Qa_{ik} = PERC_{i,k} S$$

$$\sum_{k=1}^{nai} PERC_{i,k} = 1$$

com $PERC_{i,k}$ vindo da solução inicial/atual.

E a alteração é dada por:

$$PERC'_{i,k} = PERC_{i,k} + 0{,}1u$$ para k=1,...,na_i e u ~ U[0,1]

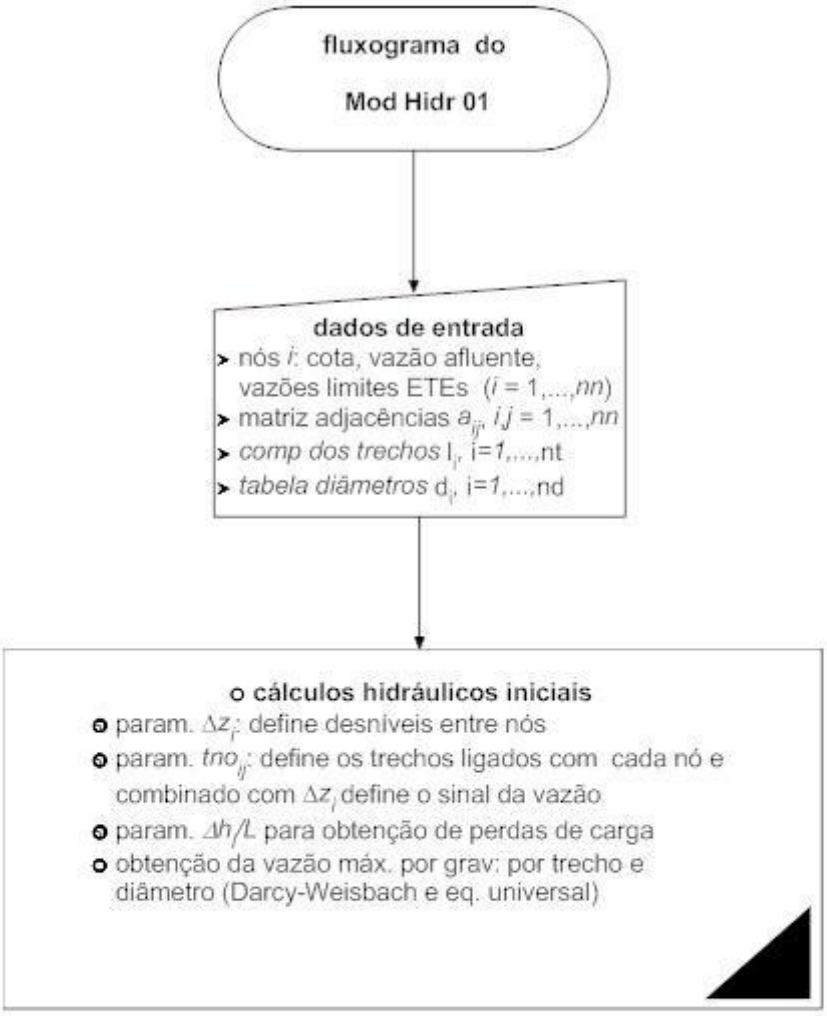
$$S = \sum_{k=1}^{nai} PERC'_{i,k}$$

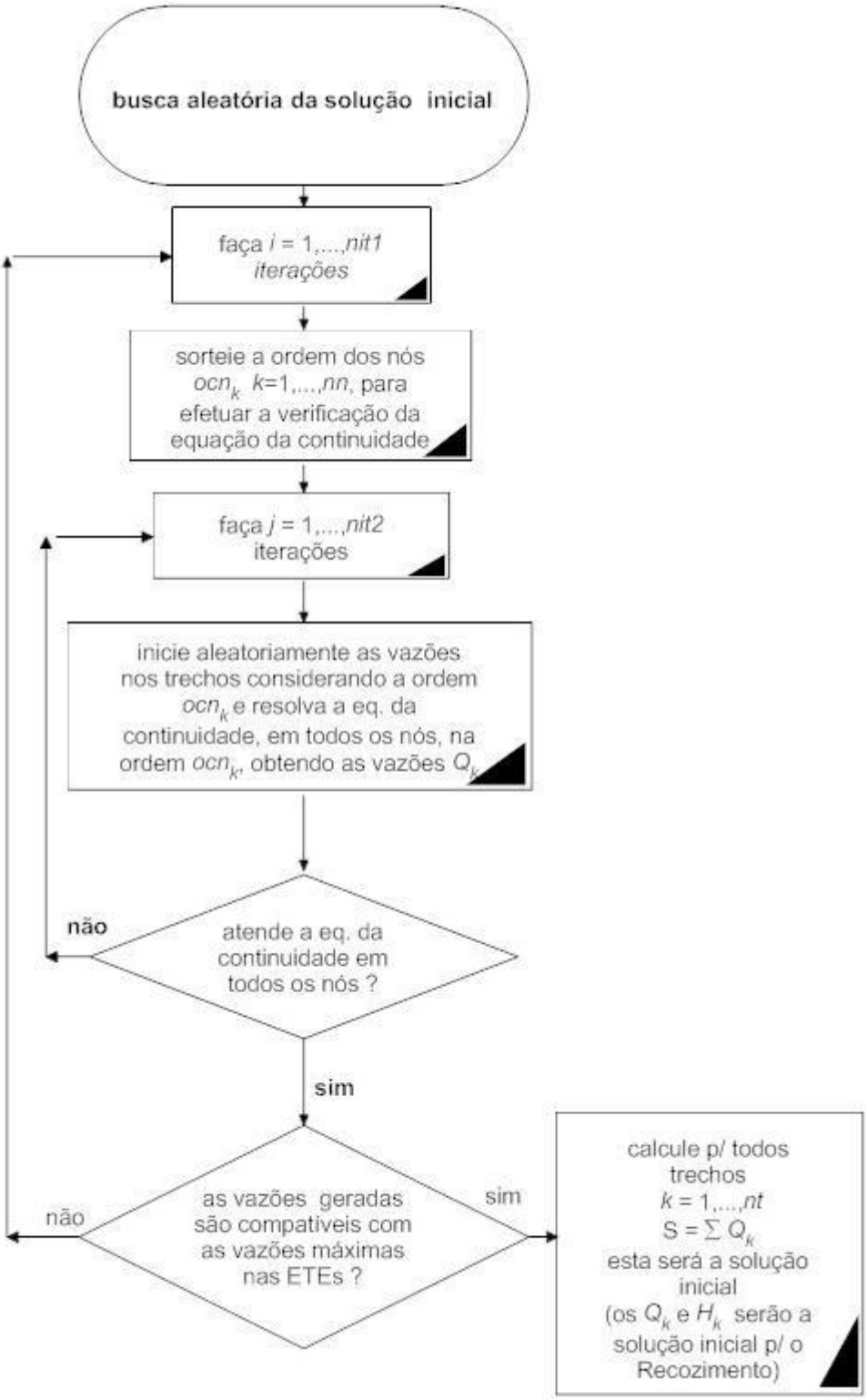
e $$PERC''_{i,k} = \frac{PERC'_{i,k}}{S}$$

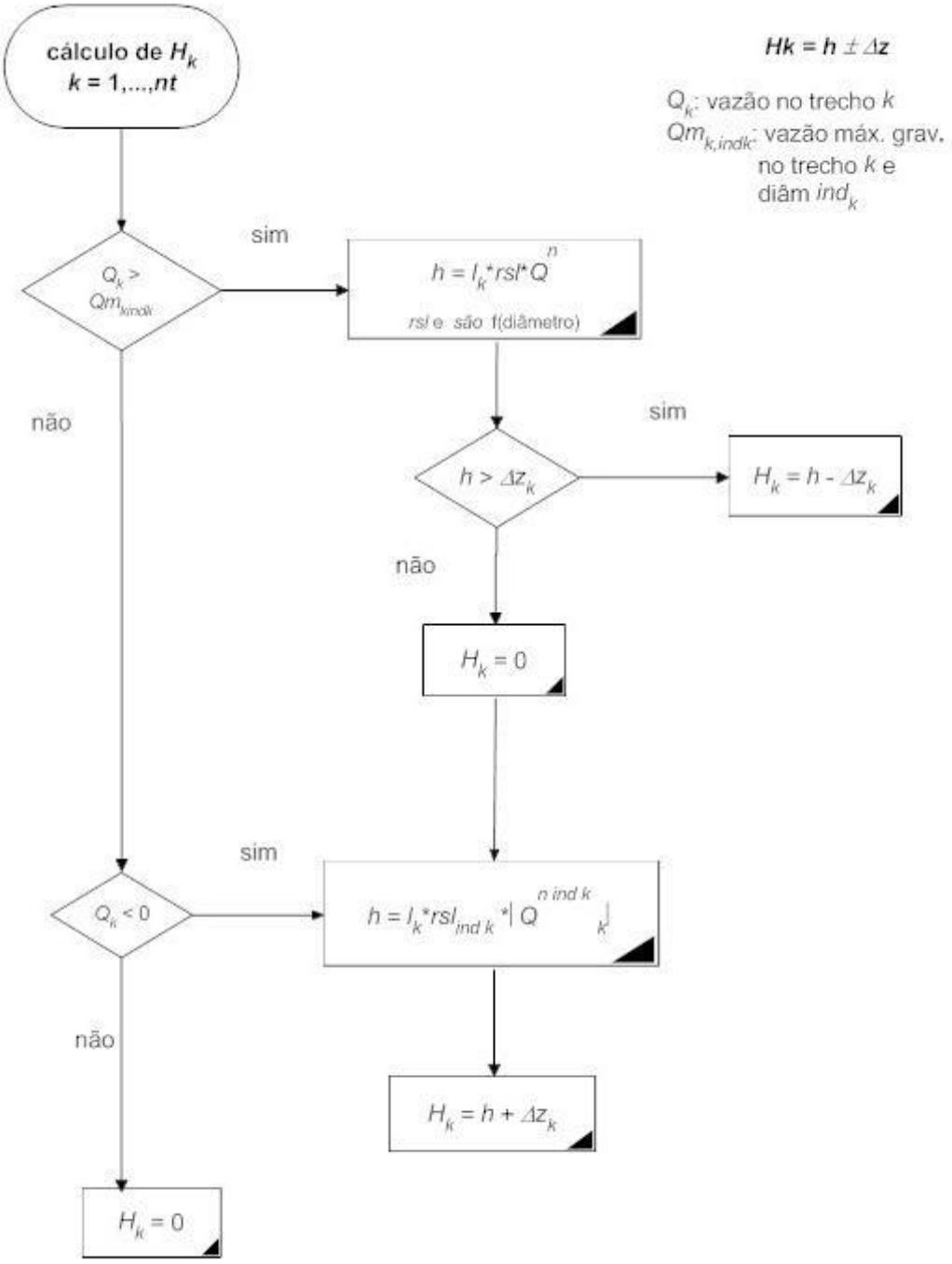
Note-se (Passo 5) que os valores dos parâmetros do *annealing* utilizados para o Modelo Hidráulico são bastante superiores aos valores utilizados para o *annealing* "externo" do Modelo Estático. Para pequenas redes, esses valores são compatíveis com um tempo de processamento razoável, e garantem um número de simulações adequado para a obtenção de resultado. Será visto que, para redes maiores, ou para o Modelo Dinâmico, ter-se-á que se abrir mão desta precisão para se obter tempos de processamento aceitáveis.

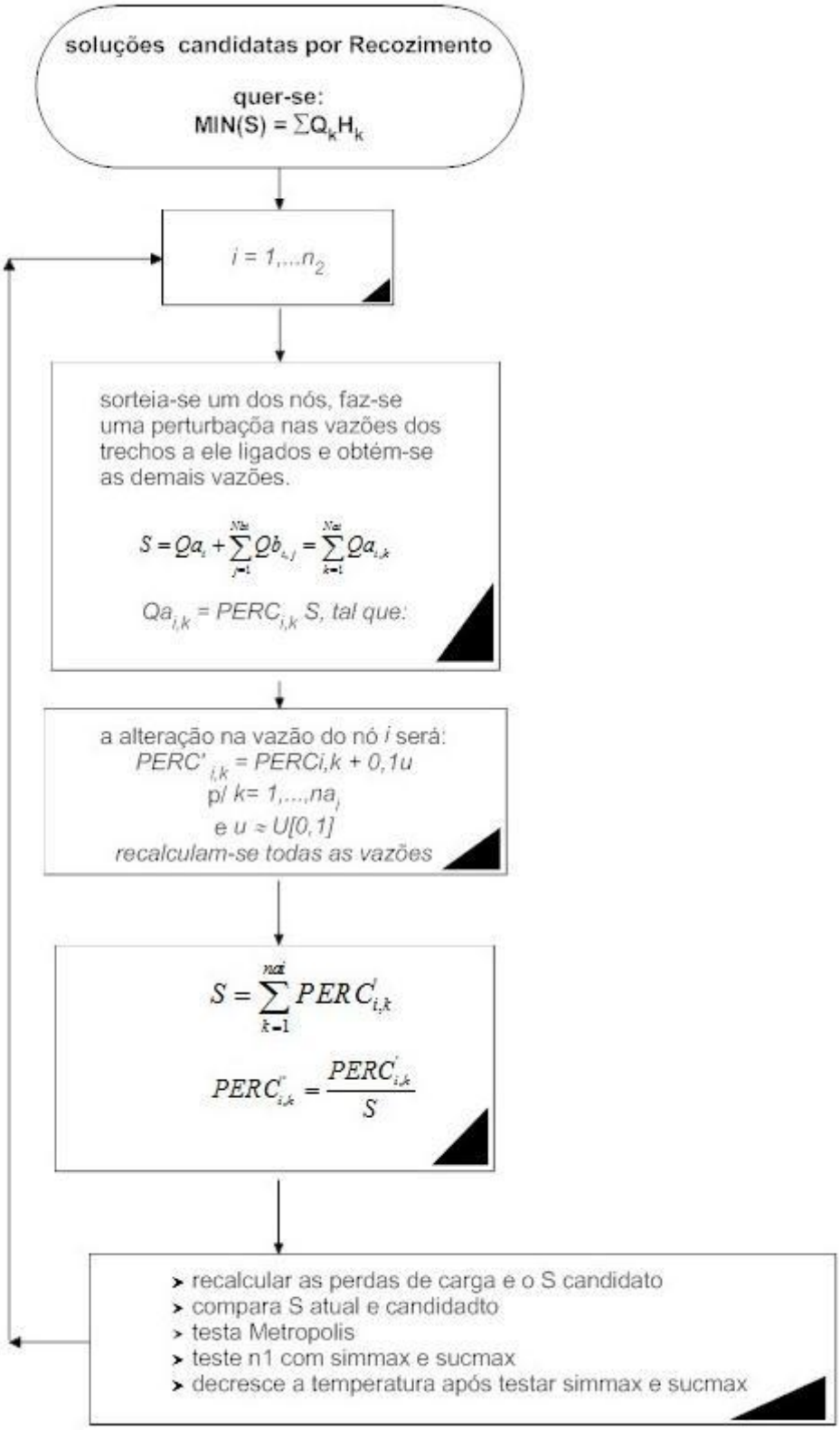
Ressalte-se também a existência de dois parâmetros adicionais, *nit1* e *nit2*, que correspondem ao número de iterações para a obtenção da solução inicial. Os valores foram fixados em 2000 e 200, respectivamente e usados em todas as simulações da rede exemplo que foi testada. Para redes maiores, e também para o Modelo Dinâmico, esses valores serão diminuídos, para se obter tempos de processamento razoáveis. A Figura 6.3 resume em um fluxograma a descrição do modelo hidráulico.

Figura 6.3 – Fluxograma do MOD_HIDR_01




busca aleatória da solução inicial
faça i = 1,...,nit1 iterações
sorteie a ordem dos nós ocn_k k=1,...,nn, para efetuar a verificação da equação da continuidade
faça j = 1,...,nit2 iterações
inicie aleatoriamente as vazões nos trechos considerando a ordem ocn_k e resolva a eq. da continuidade, em todos os nós, na ordem ocn_k, obtendo as vazões Q_k
não
atende a eq. da continuidade em todos os nós ?
sim
não
as vazões geradas são compativeis com as vazões máximas nas ETEs ?
sim
calcule p/ todos trechos k = 1,...,nt S = ∑ Q_k esta será a solução inicial (os Q_k e H_k serão a solução inicial p/ o Recozimento)


cálculo de H_k
$k = 1,...,nt$
$Hk = h \pm \Delta z$
Q_k: vazão no trecho k
$Qm_{k,indk}$: vazão máx. grav. no trecho k e diâm ind_k
$Q_k > Qm_{k,indk}$
sim
não
$h = l_k * rsl * Q^n$
rsl e são f(diâmetro)
$h > \Delta z_k$
sim
$H_k = h - \Delta z_k$
não
$H_k = 0$
$Q_k < 0$
sim
$h = l_k * rsl_{ind\,k} * |Q_k^{n\,ind\,k}|$
não
$H_k = h + \Delta z_k$
$H_k = 0$


soluções candidatas por Recozimento
quer-se:
MIN(S) = ∑QkHk
i = 1,...,n2
sorteia-se um dos nós, faz-se uma perturbaçõa nas vazões dos trechos a ele ligados e obtém-se as demais vazões.
S = Qai + ∑ Qbi,j = ∑ Qai,k
Qai,k = PERCi,k S, tal que:
a alteração na vazão do nó i será:
PERC'i,k = PERCi,k + 0,1u
p/ k= 1,...,nai
e u ≈ U[0,1]
recalculam-se todas as vazões
S = ∑ PERC'i,k
PERC''i,k = PERC'i,k / S
recalcular as perdas de carga e o S candidato
compara S atual e candidadto
testa Metropolis
teste n1 com simmax e sucmax
decresce a temperatura após testar simmax e sucmax

6.3.2 Solução Inicial, Soluções Candidatas e Parâmetros do Recozimento para o Modelo Hidráulico

Para os parâmetros utilizados no Recozimento, tem-se:

- temperatura inicial: com probabilidade de aceitação p=0,50 e percentagem de energia PE=0,01, obtém-se t_0 = 0,0144 *QHTOT;*
- fator de arrefecimento f: utilizou-se um único valor f = 0,9, recomendado por Johnson et al (1989);
- *simmax* = 200n_2;
- *sucmax*=20n_2;
- número de decréscimos da temperatura n_2=10x(número de trechos com diâmetro>0).

Complementando a observação do último parágrafo da seção anterior, Passo 5, se o número de trechos for arredondado para 20, no caso da "bacia exemplo", *simmax=200*n_2* significa dizer *simmax*=40.000 e *sucmax*=20*n_2 significa sucmax=4.000. Valores bastante elevados que praticamente garantem a obtenção de boas soluções hidráulicas.

6.4 APLICAÇÃO DO MODELO REGIONAL ESTÁTICO

6.4.1 Exemplo 1

O modelo foi aplicado a um exemplo apresentado por Souza e Cunha (1999), embora não com intuito de comparar resultados, visto a diferente formulação no caso da verificação hidráulica. Ao longo do texto subseqüente, esse exemplo 1 será chamado de "bacia exemplo":

A figura 6.4 apresenta uma rede composta de 8 nós de produção de efluentes e 3 possíveis localizações para as ETEs e respectivas distâncias entre os nós. A tabela 6.1 apresenta as características de cota topográfica e população desses aglomerados urbanos. Qualquer sentido nos trechos é aceito.

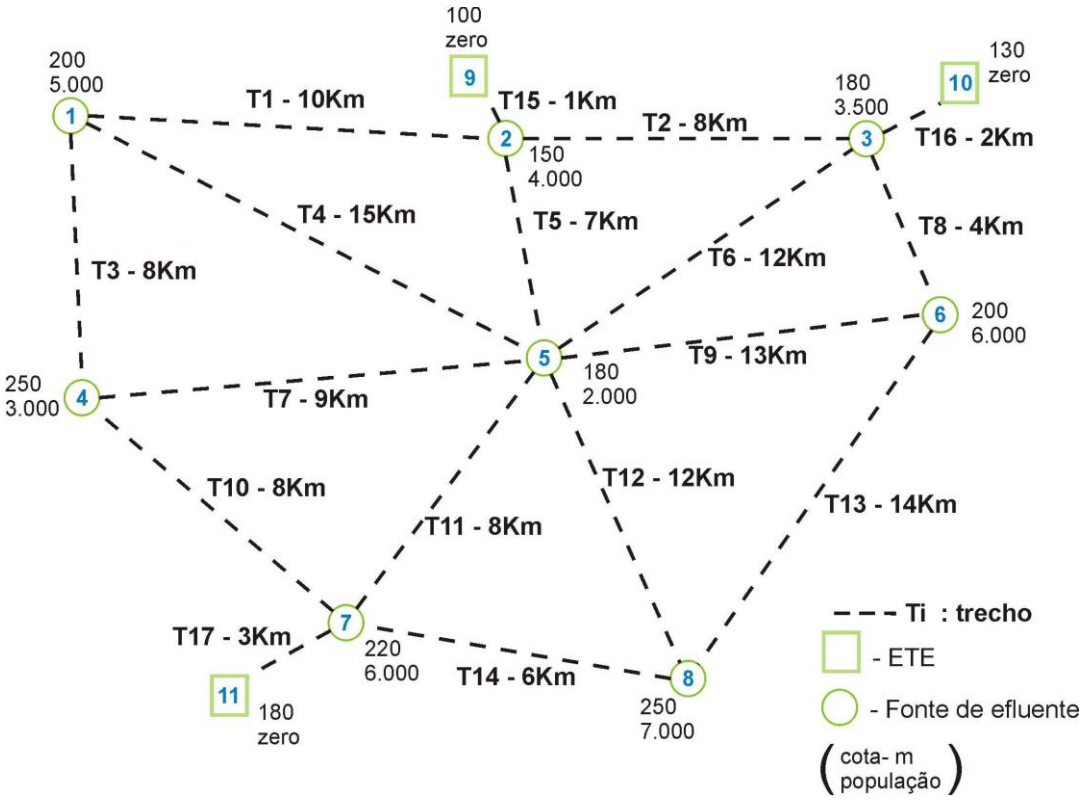


Figura 6.4 – Rede para os exemplos do Modelo Regional Estático

Tabela 6.1 – Cotas topográficas e populações para a rede da “bacia exemplo”

Nó	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Cota (m)	200	150	180	250	180	200	220	250	100	130	180
População	5.000	4.000	3.500	3.000	2.000	10.000	6.000	7.000			

As figuras 6.5, 6.6 e 6.7 apresentam as telas de entrada do modelo. A primeira tela (figura 6.5) contém as seguintes informações:

- número de nós da rede inicial;
- número do último nó com afluência de esgotos;
- tabela com os números dos nós e suas respectivas cotas e populações, bem como a matriz de adjacências com a interligação nós-trechos.

NÚMERO DE NÓS
11
ÚLTIMO NÓ COM AFLUÊNCIA
8

NÓ	COTA	POP	Q.ETE		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
01	200	5000	0	0	0	2	0	4	5	0	0	0	0	0	0
02	150	4000	0	0	1	0	3	0	5	0	0	0	9	0	0
03	180	3500	0	0	0	2	0	0	5	6	0	0	0	10	0
04	250	3000	0	0	1	0	0	0	5	0	7	0	0	0	0
05	180	2000	0	0	1	2	3	4	0	6	7	8	0	0	0
06	200	10000	0	0	0	0	3	0	5	0	0	8	0	0	0
07	220	6000	0	0	0	0	0	4	5	0	0	8	0	0	11
08	250	7000	0	0	0	0	0	0	5	6	7	0	0	0	0
09	100	0	0	1.0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	130	0	0	1.5	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
11	180	0	0	3.0	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0

TRECHO	DISTÂNCIA	DIÂMETROS
01	10000	-1
02	8000	-1
03	8000	-1
04	15000	-1
05	7000	-1
06	12000	-1
07	9000	-1
08	4000	-1
09	13000	-1
10	8000	-1
11	8000	-1
12	12000	-1
13	14000	-1
14	6000	-1
15	1000	-1
16	2000	-1
17	3000	-1

Figura 6.5 – tela inicial do modelo: matriz de adjacências e outras informações

A figura 6.6 apresenta a segunda tela, contendo as informações sobre o número de diâmetros comerciais e seus respectivos diâmetros e custos.

No	cm	R$/m
01	15.00	115.49
02	20.00	273.03
03	25.00	267.91
04	30.00	379.99
05	35.00	391.49
06	40.00	402.99
07	50.00	387.93
08	60.00	442.59
09	70.00	503.30
10	80.00	623.57

Figura 6.6 – Tabela de Diâmetros

Finalmente a terceira tela (figura 6.7) informa a vazão de efluentes *per capita*, os parâmetros das funções de custos de ETEs e EEs, o número de trechos a serem sorteados para a busca da solução candidata e os parâmetros do Recozimento Simulado, para o Modelo Hidráulico e para o Modelo Estático.

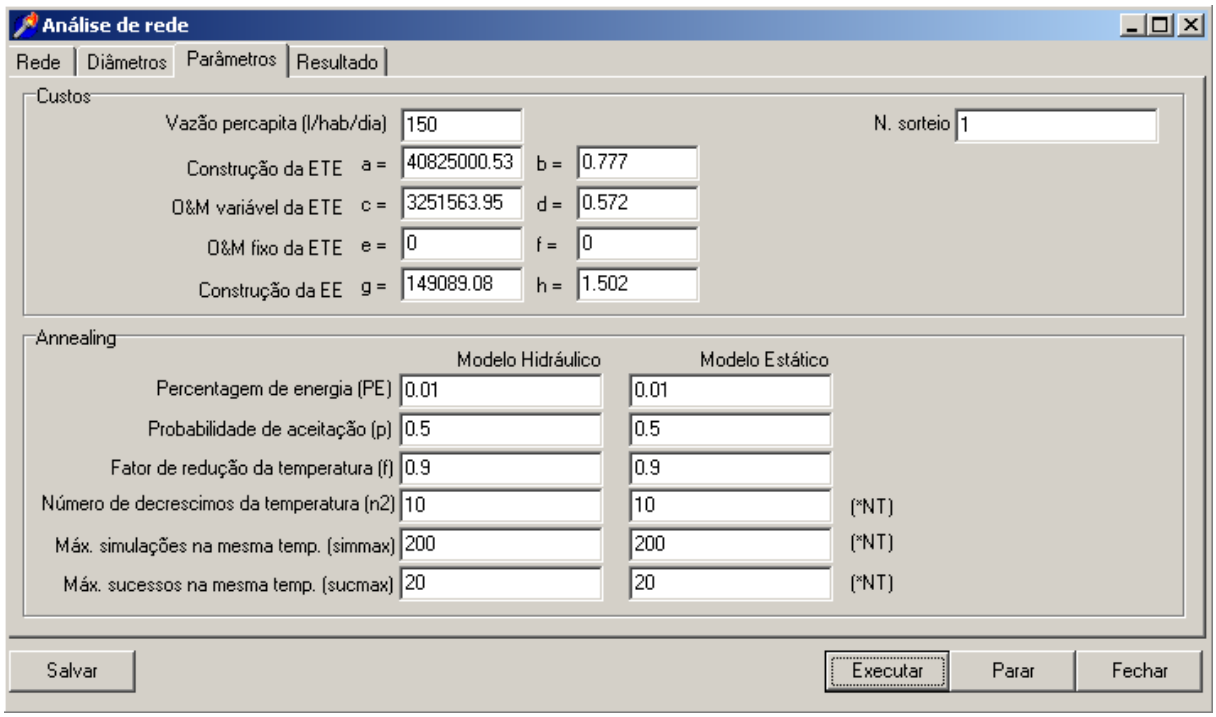


Figura 6.7 – Parâmetros de custos e do Recozimento Simulado

O resultado obtido é apresentado na figura 6.8 A solução de menor custo remete todos os efluentes para a ETE localizada no nó 9, com todos os trechos com escoamento a gravidade, a um custo de R$42.074.804,61.

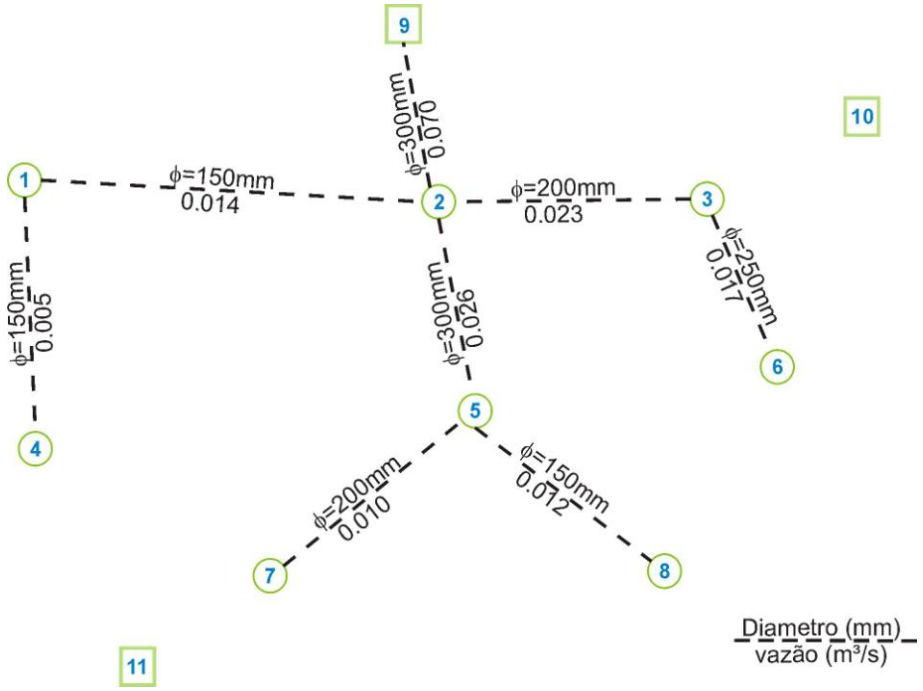


Figura 6.8 – Rede resultante para o exemplo 1

Para este primeiro exemplo, procedeu-se a uma análise de sensibilidade dos principais parâmetros do Recozimento, bem como quanto à obtenção das soluções candidatas.

(i) soluções candidatas

Segundo a literatura, resultados de otimização obtidos através do Recozimento Simulado são bastante sensíveis quanto à maneira de obtenção de soluções candidatas. Para verificar tal questão, o modelo foi generalizado quanto ao número de trechos que podem ser sorteados na obtenção de soluções candidatas. Fixando a probabilidade de aceitação em p = 0,50 e a percentagem de energia PE= 0,01, procedeu-se a simulações com a variação do número de trechos sorteados para a busca de soluções candidatas: um, dois ou três trechos sorteados. A figura 6.9 apresenta a variação da relação dos valores da Função Objetivo com um único valor médio das três simulações (para permitir comparação) com o número de FOBs aceitas. Se o número de FOBs aceitas até se chegar a um valor estável for chamado

de “velocidade de convergência”, nota-se que os melhores resultados são obtidos para o sorteio de apenas um trecho. Para o sorteio de três trechos, o resultado é semelhante, embora um pouco mais lento. Já no caso de sorteio de dois trechos, o caminhamento da solução é mais lento e se estabiliza em uma relação *FOB$_i$/FOBMED* em torno do valor um.

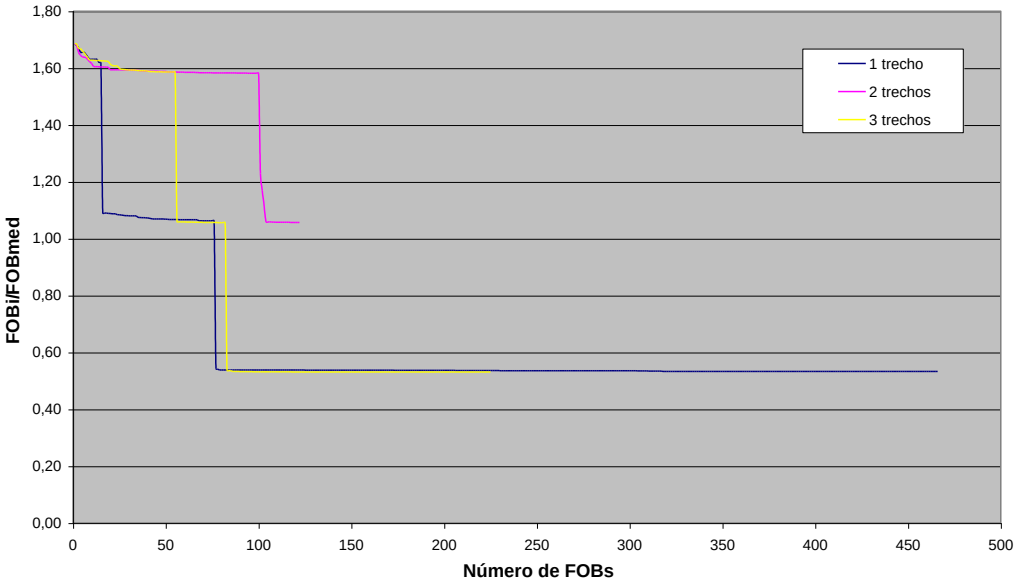


Figura 6.9 – Variação do valor da FOB com o n° de trechos sorteados

Já a tabela 6.2 apresenta as principais estatísticas da FOB com a variação do número de trechos sorteados. As FOBs aqui computadas se referem àquelas aceitas em uma mesma temperatura e depois, às aceitas nos sucessivos decréscimos de temperatura. Os resultados da tabela mostram que, no caso do sorteio de dois trechos, tem-se um valor ótimo bastante diferente, que corresponde à construção de duas ETEs, uma junto ao nó 9 e outra junto ao nó 10. As outras simulações levam à construção de uma única ETE, junto ao nó 9.

Tabela 6.2 – Estatísticas da FOB para diferentes números de trechos sorteados t_0=0,0144 (*PE*=0,01 ; *p*=0,50)

N° de trechos sorteados	**Estatísticas do valor da Função Objetivo**			
	Mínima	**Média**	**Desvio Padrão**	**Coef. de Variação**
1	42.072.804,61	50.632.778,63	20.339.462,06	0,40
2	83.419.594,30	118.397.394,43	15.993.092,27	0,13
3	41.932.804,61	67.734.757,66	36.315.714,19	0,54

No intuito de investigar mais a fundo o caso da otimização que levou ao resultado de duas ETEs, simulou-se o caso de sorteio de dois trechos, porém variando a probabilidade de aceitação *p* e a percentagem de energia *PE*, como mostra a tabela 6.3. A maioria dos resultados leva à construção de duas ETEs, exceto no caso quando t_0=0,0448.

Tabela 6.3 – Soluções obtidas para 2 sorteios de trechos e variação de *p* e *PE*

Prob./Perc. Energia	*PE*=0,01	*PE*=0,02	*PE* = 0,05	*PE* = 0,10
P = 0,40	2 ETEs	2 ETEs	2 ETEs	2 ETEs
P = 0,50	2 ETEs	2 ETEs	2 ETEs	2 ETEs
P = 0,80	**1 ETE**	2 ETEs	2 ETEs	2 ETEs

(ii) variação da percentagem de energia *PE*

Mantendo o sorteio de apenas um trecho e mantendo a probabilidade de aceitação *p* igual a 0,50, variou-se a percentagem de energia *PE*. A tabela 6.4 apresenta a relação FOBi/FOBMED e a figura 6.10 apresenta as estatísticas das simulações. A variação da percentagem pouco afetou o comportamento dos valores da FOB aceitas em uma mesma temperatura e também nos decréscimos de

temperatura. Já as estatísticas mostram que se chega a um mesmo valor para a FOB mínima, todas com coeficiente de variação praticamente igual (0,39 e 0,40).

Tabela 6.4 - sorteia 1 trecho – *p*=0,50

Percentagem	Estatísticas do valor da Função Objetivo			
	Mínima	Média	Desvio Padrão	Coef. de Variação
1%	42.072.804,61	50.632.778,63	20.339.462,06	0,40
2 %	42.072.804,61	50.744.430,47	20.448.255,81	0,40
5%	42.072.804,61	50.937.133,26	20.633.266,30	0,40
10%	42.072.804,61	49.956.100,84	19.653.776,03	0,39

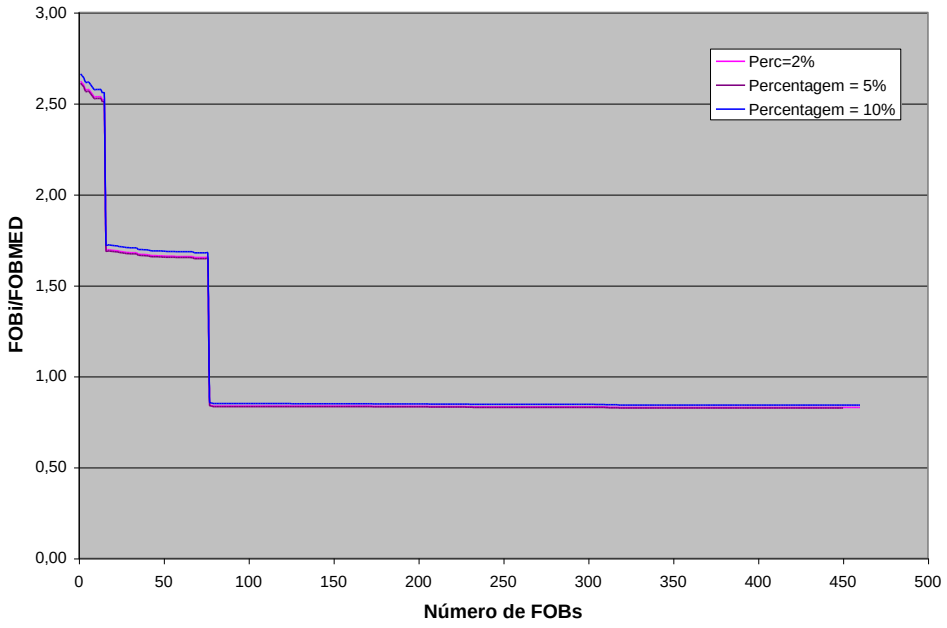


Figura 6.10 – variação do valor da FOB com a energia PE

(iii) variação da probabilidade de aceitação

Mantendo o sorteio de apenas um trecho e mantendo a percentagem de energia *PE* igual a 0,01, variou-se a probabilidade de aceitação *p*. A tabela 6.5 apresenta a relação FOBi/FOBMED e a figura 6.11 apresenta as estatísticas das

simulações. Esperavam-se diferentes “velocidades de convergência” para diferentes probabilidades de aceitação, especialmente com *p* = 0,40 e seu dobro *p* = 0,80. Mas a variação quase igual do valor das FOBs conforme evoluem o número de FOBs é praticamente igual. As estatísticas também têm comportamento similar, com igual valor para todas as FOBs mínimas e coeficientes de variação entre 0,39 e 0,41.

Tabela 6.5 – *PE*= 0,01

Probabilidade *p*	**Estatísticas do valor da Função Objetivo**			
	Mínima	**Média**	**Desvio Padrão**	**Coef. de Variação**
0,40	42.087.804,61	51.414.286,80	21.077.291,37	0,41
0,50	42.072.804,61	50.632.778,63	20.339.462,06	0,40
0.80	42.072.804,61	50.400.462,01	20.109.235,02	0,39

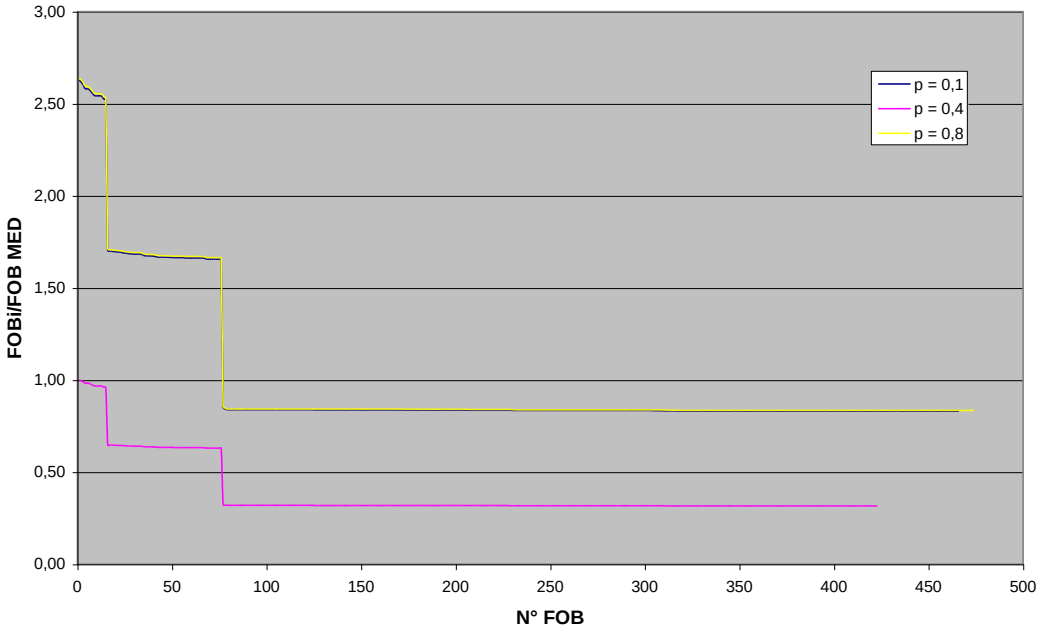


Figura 6.11 – Variação do valor da FOB com a variável PE

Face a esses resultados, para os outros exemplos deste mesmo Capítulo, trabalhou-se com o seguinte conjunto de parâmetros:

- número de trechos sorteados: um

- Percentagem de Energia *PE*: 0,01
- probabilidade de aceitação *p*: 0,50
- o que resulta em t_0 = 0,0144 *QHTOT*

6.4.2 Exemplo 2

Este exemplo utiliza a mesma configuração da “bacia exemplo” do exemplo 1. Foram alteradas algumas distâncias entre nós: 6 e 3 para 2 km, entre os nós 8 e 6 para 5 km e entre os nós 3 e 10 para 1 km. O resultado obtido é mostrado na figura 6.12, com a solução de construção de 3 ETEs, a um custo de R$126.734.539,85.

Figura 6.12 – Rede resultante para o exemplo 2

6.4.3 Exemplo 3

Neste exemplo, forçou-se a existência de uma ETE junto ao nó 10, com vazão mínima de 0,02 m^3/s. Para tentar evitar uma solução com uma ETE junto ao nó 11, este foi afastado do nó 7, e colocado numa mesma cota. Já o nó 7 foi aproximado dos nós 4,5,8. Após algumas tentativas obteve-se uma solução com duas ETEs, junto aos nós 10 e 9, como mostra a Figura 6.13. O custo da solução é de R$85.650.023,80.

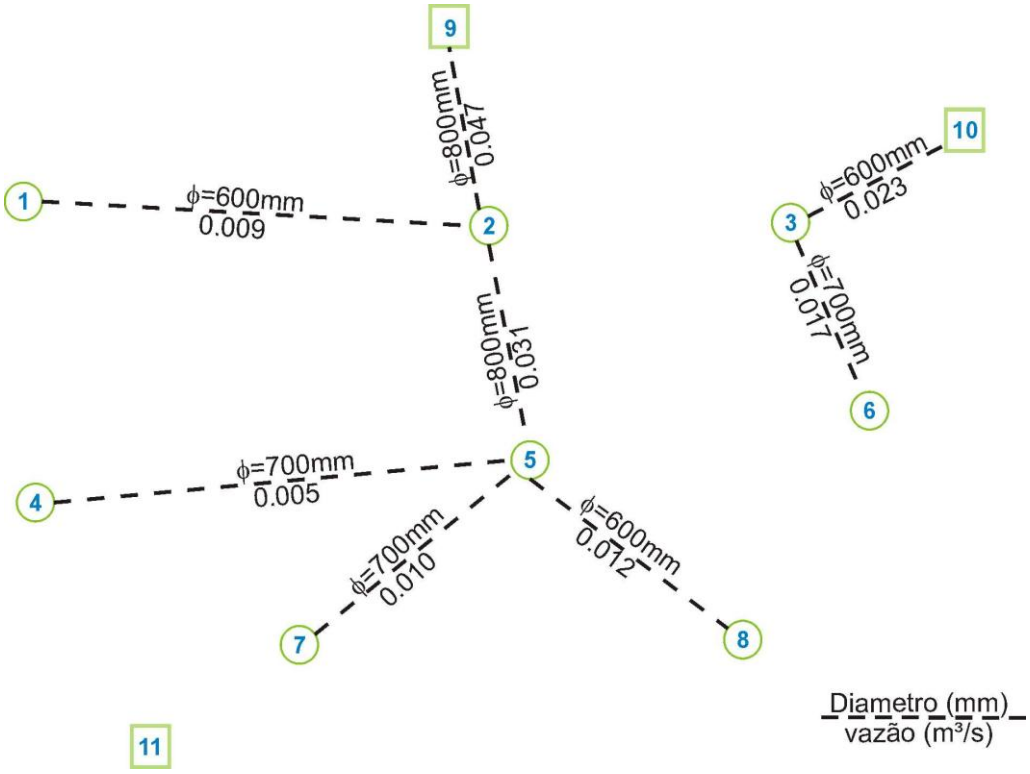


Figura 6.13 – Resultado do Exemplo 3

Pode-se afirmar que o Modelo Estático e sua contrapartida, o Modelo Hidráulico fornecem resultados bastante satisfatórios e estáveis, e com um tempo de processamento também satisfatório para redes de pequeno porte como a “bacia exemplo”, de cerca de algumas horas até 48 horas.

6.5 ALTERAÇÕES NO MODELO REGIONAL ESTÁTICO

O tempo de processamento necessário para a obtenção dos resultados apresentados na seção 6.4 variou até um máximo de cerca de 48 horas. O modelo estático possui 2 ciclos de recozimento (um para o Modelo hidráulico e outro para o Modelo Estático), e como será visto no capítulo que descreve o modelo dinâmico, pode-se adiantar que o mesmo possui 4 ciclos de recozimento. Com a perspectiva em vista de um alto tempo de processamento quando do uso do Modelo Dinâmico, ou mesmo do Modelo Estático para redes de maior porte, propuseram-se algumas alterações no modelo estático e também se desenvolveu um novo algoritmo hidráulico, como exposto nas próximas seções.

6.5.1 Alterações iniciais

Duas alterações foram feitas na presente etapa. A primeira, bastante simples, foi de eliminar trechos que apresentassem vazões inferiores a 1 L/s. Com este expediente elimina-se uma série de iterações desnecessárias. A segunda foi de, ao invés de iniciar a solução inicial com toda a rede com o diâmetro comercial máximo, testar a sua viabilidade hidráulica já de início descendo na escala de diâmetros comerciais, até antes da necessidade de bombeamento. Assim, por exemplo, iniciando com o diâmetro máximo utilizado, Φ = 800 mm, são testados diâmetros menores. Se, para Φ = 400 mm aparecer bombeamento, então o diâmetro imediatamente superior (Φ = 500 mm) é adotado como diâmetro inicial a ter sua viabilidade hidráulica testada.

Essas duas alterações propiciaram uma primeira diminuição do tempo de

processamento. A figura 6.14 apresenta um dos resultados obtidos com essas alterações. Os valores utilizados para os parâmetros nesta rodada são apresentados na tabela 6.6. Note-se que são valores bastante menores que aqueles utilizados nos exemplos 1, 2 e 3, quando os valores dos parâmetros *nsim*, *nsuc* e n_2 do Recozimento dos Modelos Hidráulico e Estático sofriam ainda multiplicações adicionais.

Tabela 6.6 – parâmetros do Recozimento com redução inicial de diâmetros

	hidráulico	**estático**
n2	50	11
simmax	200	200
sucmax	20	20
nit1	2.000	--
nit2	200	--

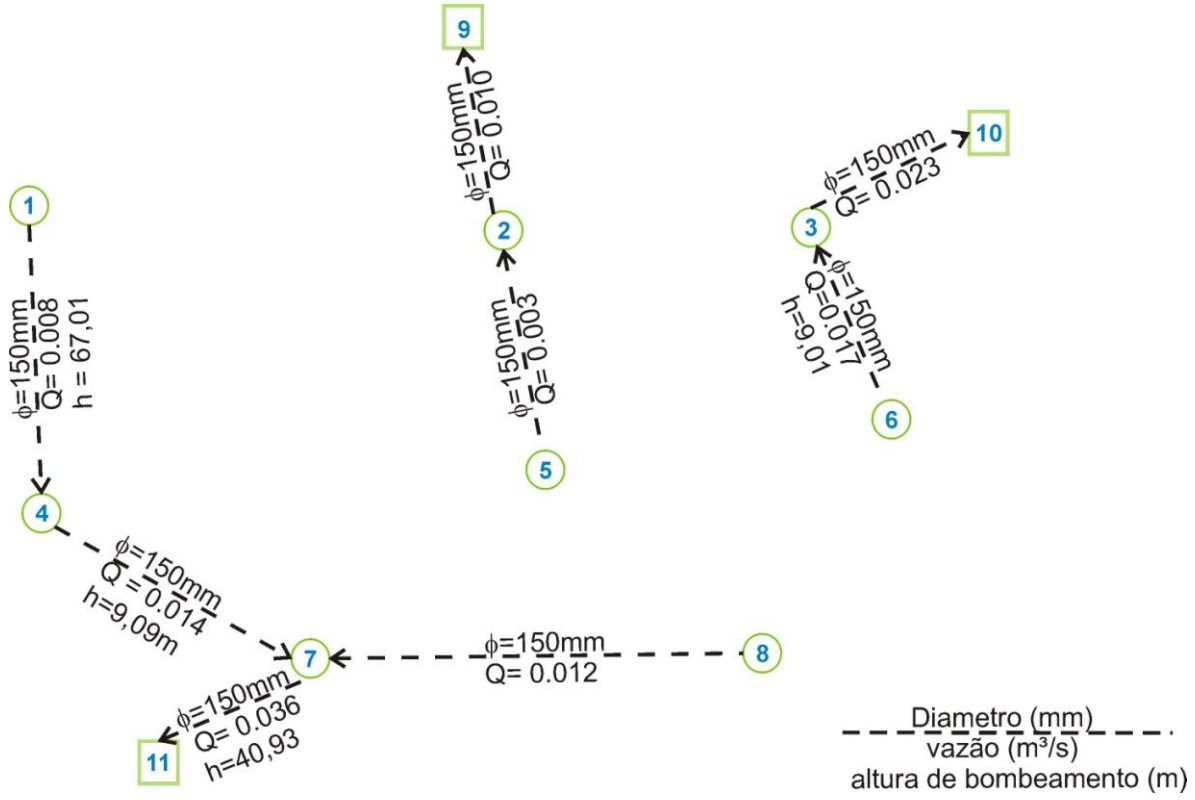


Figura 6.14: rede resultante com decréscimo inicial de diâmetros

Note-se na figura 6.14 que agora vários nós apresentam bombeamento, embora o valor da FOB seja bastante menor (R$13.381.598,36). Com um maior número de decréscimos da temperatura e/ou um maior número de simulações a cada temperatura, o modelo seguiria tentando eliminar trechos e adicionando mais bombeamentos, já que o modelo não possui uma restrição de pressão máxima. Esses resultados levam a algumas considerações: em primeiro lugar, a validade da função de custos para EEs utilizada. A função foi obtida a partir de um conjunto de dados, e as vazões e alturas de bombeamento obtidas no modelo podem extrapolar em muito a curva obtida. Em segundo lugar, por falta de informações, custos de O&M para EEs não foram considerados. Desta forma o modelo acaba considerando a instalação de EEs como uma infra-estrutura de menor custo que a construção de tubulações. Além disso, a função de custos das EEs dá conta de representar a economia de escala para aquela dada elevatória, mas não reflete uma economia de escala geral para o conjunto das obras. A prática da engenharia sanitária ensina que EEs (assim como ETEs) têm alto custo de manutenção: são bombas de reserva, conserto das mesmas e de instalações elétricas etc.

Com essas observações em vista é que se propôs uma outra alteração no modelo, limitando bombeamentos, como apresentado na seção seguinte.

6.5.2 Penalização da Função Objetivo do Modelo Hidráulico

Funções de penalidade fazem parte da problemática da otimização com restrições. São muitas vezes utilizadas adicionando restrições difíceis de serem satisfeitas à própria função objetivo. Wagner (1975) utiliza funções de penalidade em um modelo probabilístico de estoques.

Tal filosofia foi aqui utilizada no sentido de adequar um modelo à prática da

engenharia que se tenha sobre um dado sistema.

No intuito de limitar tanto o aparecimento de Estações Elevatórias como a potência das mesmas, incluiu-se a seguinte restrição:

- existindo uma EE, não há restrição alguma;
- no caso de duas EEs, é imposta uma penalidade à FOB do modelo hidráulico (ou seja, na minimização da potência), para a elevatória que apresente maior potência. Esta penalização é imposta multiplicando o valor da FOB por uma constante denominada "*fator um*".
- Para a terceira e demais EEs, a FOB é multiplicada por uma constante denominada "*fator dois*".

Para essas constantes "*fator um"* e "*fator dois"*, arbitrou-se valores iguais a 2 e 4, respectivamente.

Com esta restrição ao número de EEs e à sua potência, obteve-se resultados satisfatórios. A figura 6.15 apresenta apenas um pequeno bombeamento entre os nós 3 e 10. A tabela 6.7 abaixo mostra os valores utilizados para os parâmetros nesta rodada.

Tabela 6.7 - Parâmetros do Recozimento com limitação da FOB Hidráulica

	hidráulico	**estático**
n2	50	20
simmax	200	200
sucmax	20	20
nit1	2.000	--
nit2	200	--

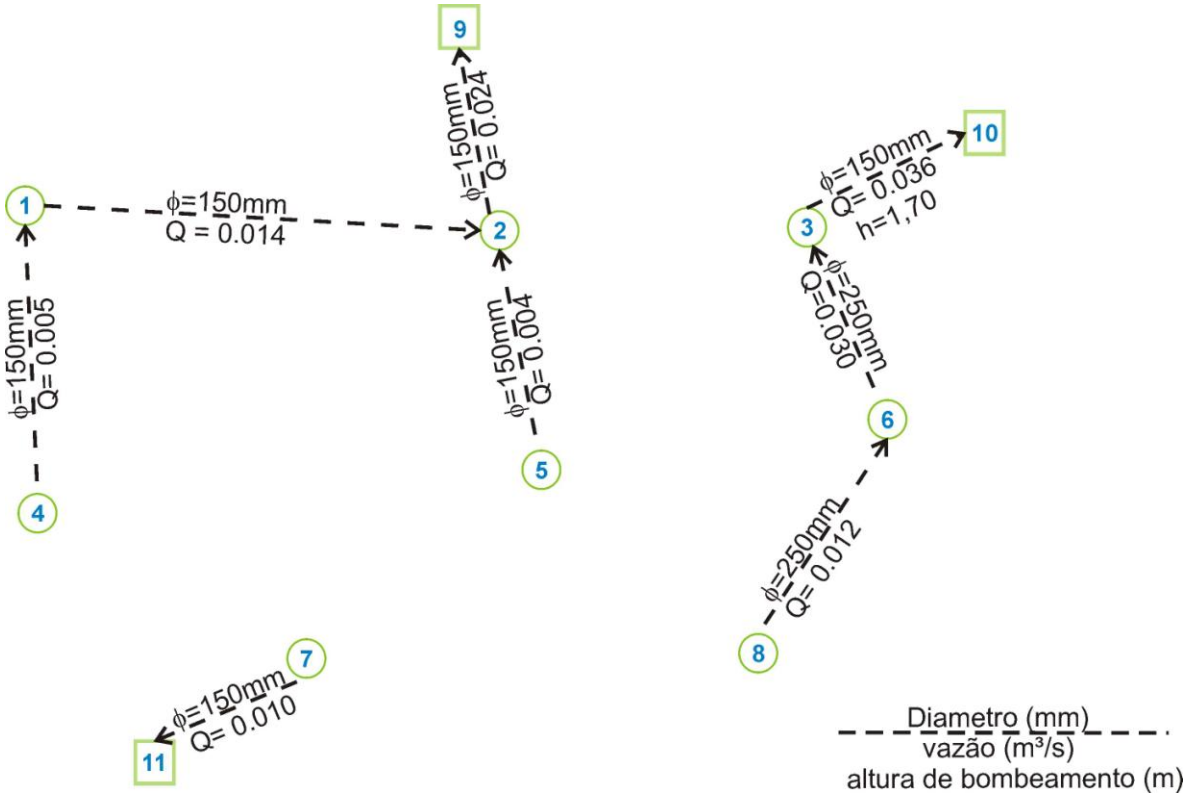


Figura 6.15: rede resultante com a penalização da FOB Hidráulica

6.5.3 Um segundo Algoritmo Hidráulico

Um outro esforço feito, sempre no sentido de minimizar o tempo de processamento, foi o desenvolvimento de um segundo algoritmo hidráulico, com o mesmo objetivo de minimizar a potência do sistema hidráulico, que faz a verificação das vazões para o modelo estático. A idéia aqui é mais direta: trata-se de aplicar a equação da continuidade em cada um dos nós e resolver o conjunto de equações lineares daí resultante. Para os nó onde não existem ETEs tem-se restrições de igualdade, e para os nós com ETEs tem-se restrições de desigualdade que, transformadas em igualdades, resultam na adição de variáveis de folga. Define-se o seguinte conjunto de equações:

$$\sum_{j=1}^{NT} A_{ij} x_j + \sum_{j=NT+1}^{NT+NETE} A_{ij} x_j = b_i \qquad (i = 1,..., NN) \text{.....(6.27)}$$

Sendo:

NT: número de trechos;

NN: número de nós;

NETE: número de ETEs;

x_j: variável que, para no 1°termo da equação representa a vazão nos trechos *j*, para *j*=1,...,*NT*; no 2° termo representa as vazões de folga inseridas nos nós com condição de desigualdade (ETEs), para *j*=*NT*+1,...,*NT*+*NETE*;

b_i: vazão afluente ao nó *i*, para *i*=*NN* - *NETE* e vazão máxima para nós com ETEs, para *i*=*NN* – *NETE*+1,...,*NN*;

A_{ij}: identifica a existência do trecho *j* ligado ao nó *i*, ou o seu sinal A_{ij} = -1, 0, 1.

A) A solução inicial viável é dada pelos seguintes passos:

(i) soluciona-se o sistema de equações lineares (6.27), *m*x*n*, onde *m* = *NN* e *n* = *NT*+*NETE*. O sistema de equações de (6.27) é retangular (*m*≤*n)*. Tais sistemas são subdeterminados, com mais variáveis do que equações, podendo ter nenhuma ou infinitas soluções. A solução foi obtida pelo método de Fatoração QR (Golub e Van Loan, 1996). [1] Vide o Anexo 1para mais detalhes sobre a Fatoração QR.

(ii) verifica-se a viabilidade da solução obtida em (i), onde as seguintes relações devem ser satisfeitas:

---

[1] Na Fatoração (ou Decomposição) QR , dada uma matriz **A**, sua Fatoração QR é dada por A = QR, onde **R** é uma matriz triangular superior e **Q** uma matriz ortogonal, satisfazendo $\mathbf{Q^T Q} = \mathbf{I}$, onde $\mathbf{Q^T}$ é a transposta de **Q** e **I** a matriz identidade. Faz-se $A^T = [A_1 \;\; A_2] = Q \begin{bmatrix} R1 & R2 \\ 0 & R3 \end{bmatrix} = QR$, onde A^T é nxm, a matriz $[A_1 \;\; A_2]$ é nxr, Q é nxn (r colunas ortonormais de A_1 e a matriz em R é nxm. Assim, se houver um sistema matricial de equações **Ax** = **b**, faz-se **QRx** = **b**, e resolve-se o sistema $\mathbf{Rx} = \mathbf{Q^T b} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$, de forma a minimizar $\|Ax - b\|$.

$$0 \le x_{li} \le b_{NN-NETE+i} \qquad i=1,...,NETE \text{.....} \quad (6.28)$$

sendo l_i os trechos conectados às ETEs.

(iii) quando as relações em (6.28) são satisfeitas a solução inicial foi encontrada. Caso contrário, faz-se a busca da solução inicial, considerando-se o seguinte fluxograma:

it = 1,...,*nit*

(iterações de 1 a *nit*)

sortear um dos trechos l_i,

i=1,...,*NETE*

sendo l_k o trecho sorteado, atribui-se

$x_{lk}^* = ub_k$ u ~ U[0,1]

(ou seja, faz-se uma perturbação aleatória

na vazão daquele trecho conectado à uma ETE)

modifica-se o sistema (6.28) fazendo-se:

$$\sum_{j=1}^{lk-1} A_{ij} x_j + \sum_{j=lk+1}^{NT+NETE} = b_i - A_{ilk} x_{lk}^* \text{.....} (6.29)$$

p/ *i*=1,...,*NN*

$0 \le x_{li} \le b_{NN-NETE+i}$ verdadeiro: solução inicial encontrada, calcula FOB

falso: procede a novo sorteio

B) Aplicação do algoritmo de Metropolis para busca da solução ótima

A grandeza dos parâmetros do *annealing,* em função do número de nós com ETE, (*NETE*), é:

simmax = 1000 **NETE*;

sucmax = 400 * *NETE*;

n_2 = 10 **NETE*;

t = 0,0144 QH_{TOT}.

C) Soluções candidatas: as soluções candidatas são obtidas através de pequenas alterações na solução inicial/atual:

(i) sorteia-se um dos trechos l_i, com i=1,...,$NETE$;

(ii) faz-se uma pequena alteração na vazão desse trecho conectado à ETE:

$x^*_{li} = 1 + (pert^*u)^*ux_{li}$ com u~U[-1,1]

(iii) verificam-se as restrições:

$0 \leq x^*_{li} \leq bi$

ou seja, a vazão candidata não pode ser negativa e nem maior que a máxima vazão aceita na ETE;

(iv) soluciona-se o sistema de equações (6.29);

(v) se a solução for viável, calcula-se a FOB e prossegue-se no recozimento.

Este segundo algoritmo hidráulico (daqui por diante denominado ALGO_HIDR_02) foi testado para a mesma rede dos exemplos anteriores ("bacia exemplo"). Como visto em sua descrição, o ALGO_HIDR_02 possui os seguintes parâmetros:

- parâmetros do recozimento, multiplicados pelo número de nós com ETEs (*nvlet*, no programa computacional) para se adequar à dimensão de cada problema:
    - número de decréscimos de temperatura: $n_2 = n_2^*nvlet$;
    - número de simulações na mesma temperatura:

      $simmax = simmax^*nvlet$
    - número máximo de sucessos em uma mesma temperatura:

*sucmax=sucmax*nvlet*

- parâmetro de busca da solução inicial: *nit*=2000
- parâmetros de perturbação na busca de soluções candidatas:

  a perturbação na solução corrente é dada por:

  $xm^*(k) = 1 + (pert^* u)^*xm(k)$

  com a restrição $0 \leq xm^*(k) \leq QETEk\ max$

  onde:

  pert: valor que altera a percentagem de perturbação;

  $u \sim U[-1,1]$

  xm(*k*): vazão atual do trecho *k* (trechos conectados às ETEs) a ser sorteado e ter a vazão alterada.

Cabe comentar também que, o espaço de busca para as soluções candidatas, agora é restrito aos trechos conectados aos nós onde existam Estações de Tratamento. Com isso, tem-se um ganho computacional na busca. Cabe lembrar também que o valor máximo que se atribui às vazões nos nós das ETEs deve ser bastante próximo (no limite igual) à soma das vazões produzidas nos nós que recebem efluentes. Como a soma dos efluentes produzidos na rede que serve de exemplo é de 0,08245 m^3/s, as vazões máximas para todos os nós com ETEs foi fixada em 0,1 m^3/s (os valores anteriormente usados eram de 1,0/1,5/3,0 m^3/s para os nós 9, 10 e 11, respectivamente).

Os primeiros resultados do ALGO_HIDR_02 foram obtidos sem imposição de penalidade para as EEs. O conjunto de parâmetros utilizados foi:

Recozimento no ALGO_HIDR_02:

- n_2: 10**nvlet*

- *simmax* = 1000**nvlet*
- *sucmax* = 400**nvlet*

Outros parâmetros do ALGO_HIDR_02:

- *pert*: levando a variação de ±20% da solução atual
- *nit* = 2.000

Recozimento no modelo estático:

- n_2 = variando entre 10, 20 e 30
- *simmax* = variando de 200 a 300
- *sucmax* = variando de 20 a 30

Tais valores foram adotados a partir da experiência obtida com os testes realizados com o ALGO_HIDR_ 01 e também com a necessidade de tempos de processamento razoáveis.

A figura 6.16 apresenta os resultados obtidos, para os parâmetros abaixo tabelados. A perturbação para soluções candidatas é de 20%. Nesta rodada não se utilizou de uma redução rápida de diâmetros iniciais no modelo estático. Vide a tabela 6.8 para os valores utilizados para os parâmetros. Apenas dois trechos apresentam bombeamento.

Tabela 6.8 – parâmetros do Recozimento no uso do ALGO_HIDR_02

	hidráulico	**estático**
n2	10	30
simmax	200	300
sucmax	20	30
nit	2.000	--

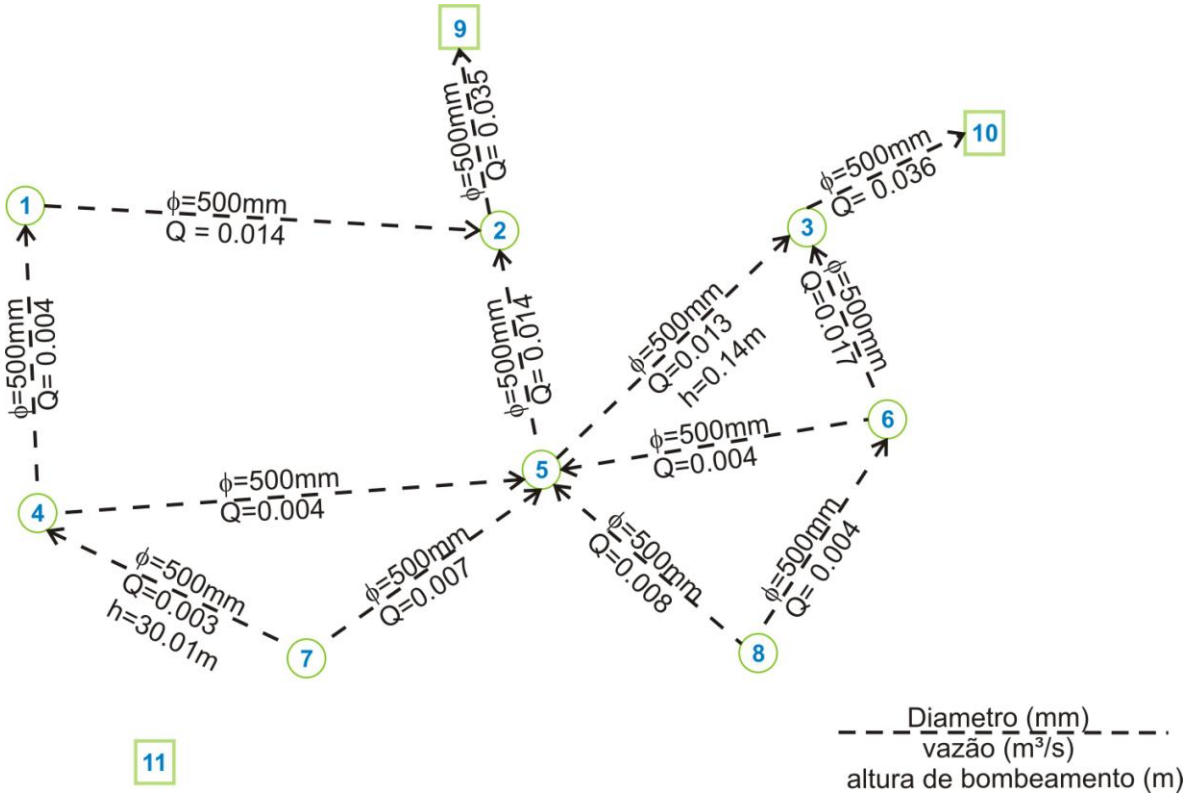


Figura 6.16: Rede resultante com o uso do ALGO_HIDR_02

A figura 6.17 mostra a rede obtida com o ALGO_HIDR_02 desta vez com restrições às EEs. Mantiveram-se os valores de penalização da FOB em *fator1*=2 e *fator2*=4. A perturbação para soluções candidatas é de 20%. A tabela 6.9 apresenta os valores dos parâmetros do Recozimento. Note-se que a solução obtida não requer bombeamento.

Tabela 6.9 – valores obtidos com o ALGO_HIDR 02 com limitação de EEs

	hidráulico	**estático**
n2	10	30
simmax	200	300
sucmax	20	30
nit	2.000	--

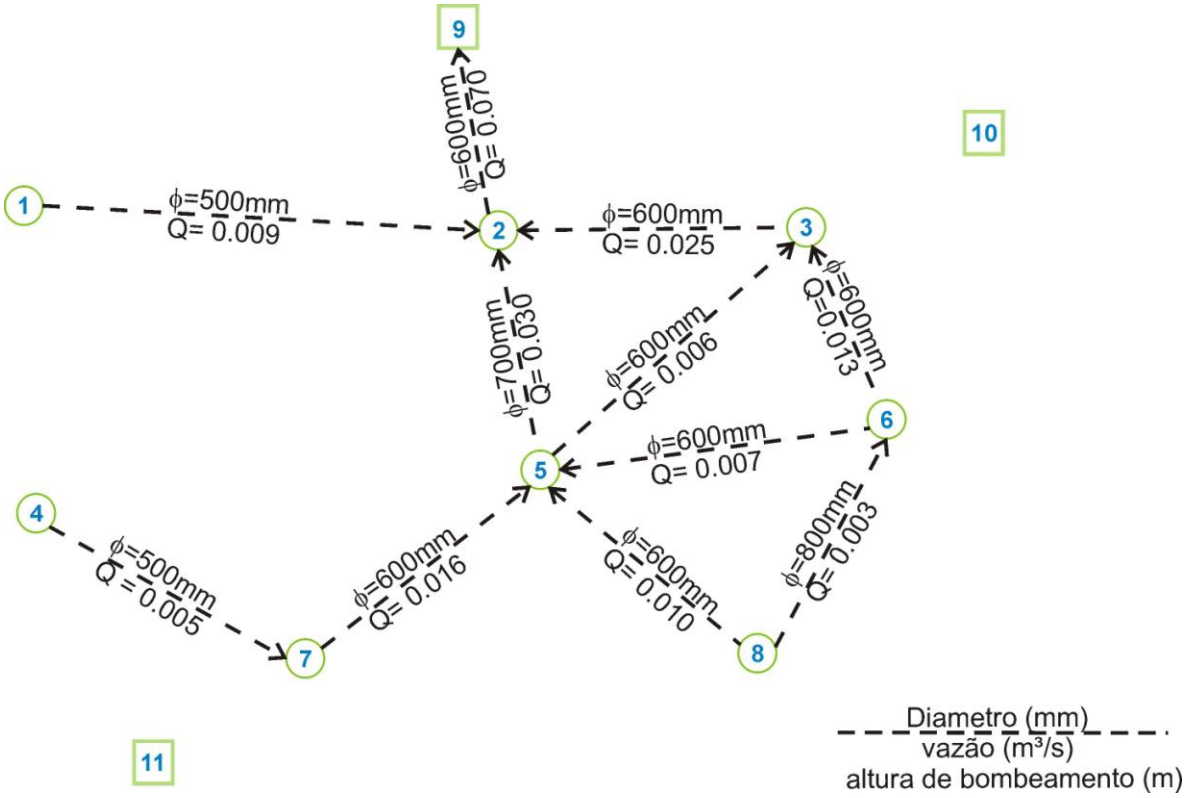


Figura 6.17 – Rede resultante com ALGO_HIDR_02 com penalizações para EEs

Com base nos resultados obtidos para o Modelo Estático com o uso dos dois algoritmos hidráulicos pode-se afirmar que o ALGO_HIDR 01 é mais eficaz na busca de soluções candidatas, enquanto que o ALGO_HIDR 02 é mais eficaz na busca da solução inicial.

A tabela 6.10 apresenta as principais características dos dois algoritmos hidráulicos.

Tabela 6.10 – Principais características dos algoritmos hidráulicos

	ALGO-HIDR 01	ALGO-HIDR 02
Solução inicial	busca aleatória: - sorteio externo (*i* =1,*nit1*) da ordem dos nós para verificação da equação da continuidade; - sorteio interno: (*i*=1,*nit2*) para sortear as vazões nos trechos	busca aleatória das vazões nos trechos conectados às ETEs: - sorteio (*i*=1,*nit*)
soluções candidatas	faz-se uma pequena alteração aleatória nas vazões de um (ou mais) trechos selecionados aleatoriamente.	faz-se uma pequena alteração aleatória na vazão de um dos trechos que levam às ETEs.

Os resultados obtidos com o Modelo Estático, acoplado seja ao ALGO_HIDR_01 ou ao ALGO_HIDR_02 são bastante satisfatórios, atingindo o objetivo proposto na pesquisa. A seção a seguir apresenta os resultados do Modelo Estático aplicado à bacia do rio Barigui, na Região Metropolitana de Curitiba, PR.

6.6 APLICAÇÃO À BACIA DO RIO BARIGUI

O rio Barigui (em tupi-guarani pode significar “pequeno mosquito” ou “rio da pinha”) é um dos afluentes da margem direita do trecho inicial do rio Iguaçu, junto à Região Metropolitana de Curitiba. Sua área é de 279 km^2, com extensão de 60 km, situando-se nos municípios de Curitiba, Almirante Tamandaré e Araucária. Na área mais a montante a bacia apresenta uma ocupação rural, com chácaras, áreas agrícolas, matas, áreas de lazer, várzeas e algumas urbanizações dispersas. Mais ao centro da bacia tem-se uma ocupação urbana intensa, incluindo favelas e loteamentos irregulares. Em sua porção mais a jusante situa-se a Cidade Industrial de Curitiba. A população da bacia é de cerca de 470.000 habitantes. Cerca de 60% da bacia tem cobertura de esgotos domésticos, que tratam esses efluentes nas

ETEs Tranqueira, Santa Quitéria e CIC - Xisto. O rio está enquadrado como Classe 2 de suas nascentes até o Parque Barigui, e dali até sua foz como Classe 3, embora sua qualidade da água seja bastante inferior ao preconizado naquelas Classes. As figuras 6.18 e 6.19 apresentam a situação geográfica da bacia do Barigui na bacia do Alto Iguaçu e um *zoom* da bacia do Barigui, respectivamente.

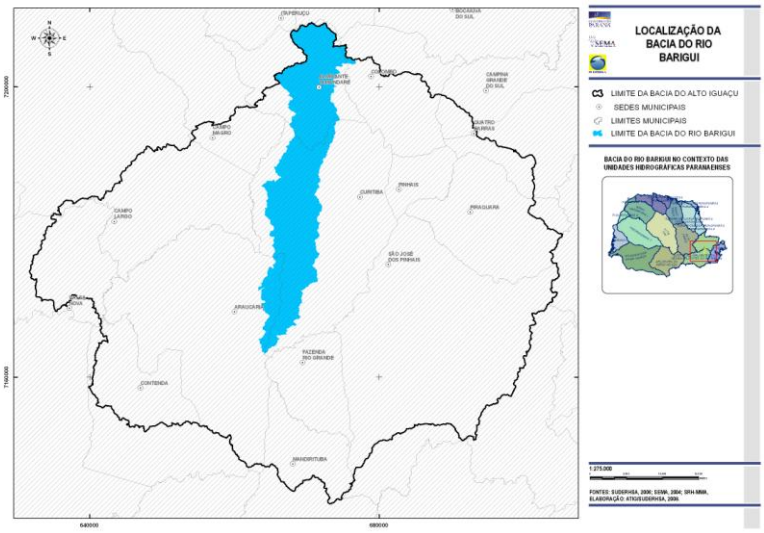


Figura 6.18 – Bacia do Alto Iguaçu com destaque para a bacia do rio Barigui

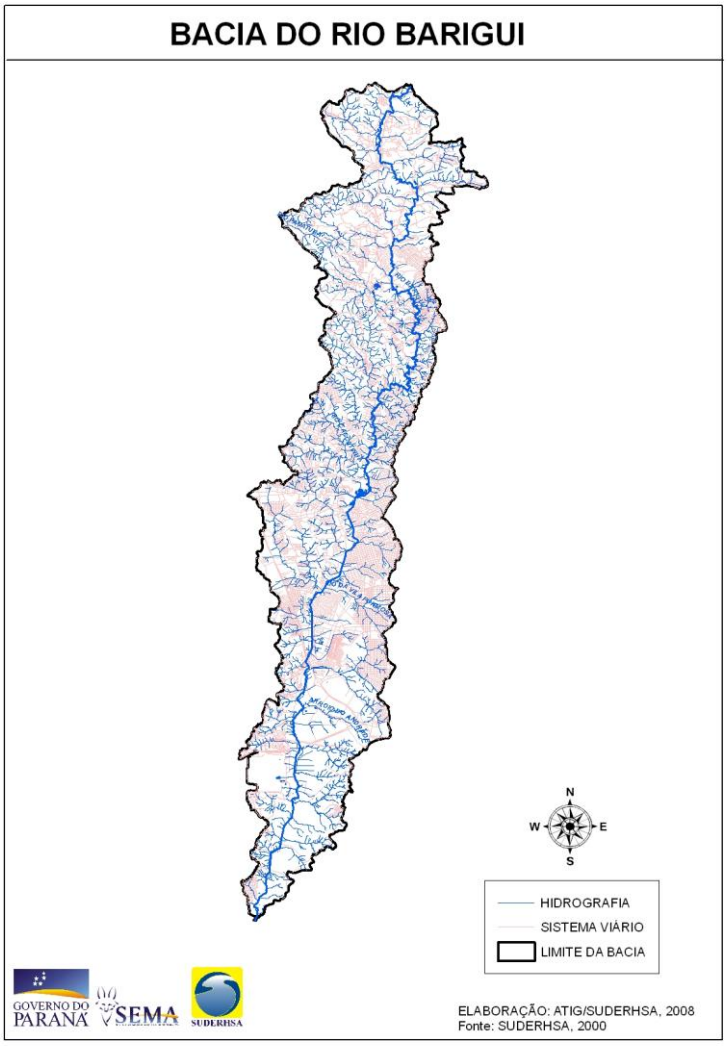


Figura 6.19 – Bacia do rio Barigui

O estudo de concepção de esgotamento sanitário previa a construção de 10 pequenas ETEs (SANEPAR, 1999). Já no projeto executivo, decidiu-se pela construção de duas ETEs de grande porte. Manteve-se um sistema isolado (ETE Tranqueira) situado nas cabeceiras da bacia, e cuja área não consta das simulações aqui feitas. Com as informações do projeto executivo quando da construção das ETEs Santa Quitéria e CIC - Xisto (SANEPAR, 2001) pode-se obter as vazões de projeto, a rede de coletores e interceptores. A rede construída foi complementada com outros trechos para proporcionar mais alternativas aos modelos de otimização.

A rede inicial simulada possui 37 nós, 44 trechos e 4 locais possíveis para instalação de ETEs (as duas que foram construídas, Santa Quitéria e CIC - Xisto, e mais outras duas, Pilarzinho e Fazendinha). A população total simulada é de 670.000 habitantes (2010 como horizonte de projeto), com uma produção total de efluentes de 1,163 m^3/s.

Em função do tamanho da rede (quase 3 vezes a rede do exemplo inicial), o tempo de processamento revelou-se extremamente alto. O computador que vinha sendo utilizado tem velocidade de 1.3 GHz. Para processar a rede da bacia do Barigui, foi providenciado um computador com processador *dual core* de 2 GHz.

Para o Modelo Estático acoplado ao ALGO_HIDR 01 não foi possível, com os valores dos parâmetros a ele atribuídos, processar a solução inicial. Com o Modelo Estático acoplado ao ALGO_HIDR_02 obtiveram-se resultados com valores reduzidos para os parâmetros do *annealing*. Ou seja, valores dos parâmetros n_2 (número de decréscimos da temperatura) e *simmax* (número de simulações na mesma temperatura) bastante reduzidos quando comparados com os valores utilizados na “bacia exemplo”.

Não foi possível utilizar-se de uma rápida diminuição inicial de diâmetros até que houvesse bombeamento, já que a própria malha inicial possui uma sub-bacia que exige bombeamento.

As vazões máximas admitidas para as ETEs são de 0,10 m^3/s para aquela mais a montante (ou seja, permite-se que sejam tratados os efluentes a montante do nó desta primeira ETE) e de 1,20 m^3/s para as três restantes. Este segundo valor permite acomodar toda a vazão de efluentes gerada na rede em qualquer uma dessas três ETEs.

A tabela 6.11 apresenta os valores dos parâmetros do Recozimento que

foram utilizados nas simulações.

Tabela 6.11 - valores dos parâmetros para o Modelo Estático ALGO_HIDR 02 na bacia do Barigui

	hidráulico	**estático**
n2	30	1 a 10
simmax	200	200
sucmax	20	20
nit	1.000	--

A tabela 6.12 apresenta as vazões obtidas para as ETEs obtida na simulação para n_2 = 10 (modelo estático).

Tabela 6.12 – vazões máximas e resultantes nas ETEs

ETEs	**Nó**	**$Q_{máx}$ (m^3/s)**	**$Q_{simulado}$(m^3/s)**
Pilarzinho	34	0,10	0,00
Santa Quitéria	35	1,20	1,06
Fazendinha	36	1,20	0,00
CIC – Xisto	37	1,20	0,00
Vazão total produzida = 1,16 m^3/s			

A tabela 6.13 apresenta os valores da Função Objetivo obtidos em função do número de decréscimos de temperatura n_2. Também são apresentados o número de trechos eliminados, o número de trechos com bombeamento e o número resultante de ETEs.

Tabela 6.13 – Resultados da FOB da bacia do Barigui

n_2	**FOB Min**	**FOB Média**	**Desvio Padrão**	**Trechos eliminados**	**n° de trechos c/ bombeamento**	**n° de ETEs**
1	100.406.472,57	106.058.072,93	6.360.694,76	6	12	1
2	102.700.787,69	107.448.160,81	3.945.267,41	5	14	2
5	96.832.095,30	102.461.235,56	5.923.373,98	6	12	1
7	86.558.228,42	96.301.263,59	7.956.065,80	6	12	1
10	86.558.228,42	96.206.316,66	7.268.698,74	6	12	1

A tabela 6.14 mostra o número de simulações e o número de sucessos em cada

temperatura. Como no caso da “bacia exemplo”, manteve-se os valores de penalização da FOB em *fator1*=2 e *fator2*=4. A perturbação para soluções candidatas é de 20%.

Tabela 6.14 - n° de simulações e de sucessos em cada temperatura

n° de decréscimos de temperatura (n2)	**n° de simulações em cada temperatura**	**n° de sucessos em cada temperatura**
1	42	20
2	47/46	20/20
5	98/200/200/200/200	20/15/0/0/0
7	40/45/58/85/200/200/154	20/20/20/20/19/6/0
10	49/45/56/51/192/200/200/200/200/200	20/20/20/20/20/7/0/0/0/0

A figura 6.20 apresenta a configuração inicial para a rede do rio Barigui. Já a figura 6.21 mostra a rede obtida com os valores acima especificados para os parâmetros, com n_2 =10. Para além de n_2 >10, o tempo de processamento para o computador utilizado torna-se proibitivo. Mas os resultados alcançados mostram claramente a tendência para a minimização de custos e obtenção de uma rede quase-ótima.

O resultado obtido para n_2 =10 mostra todos os efluentes sendo dirigidos para uma mesma ETE (a segunda ETE proposta, de montante para jusante, ETE Santa Quitéria). Tal fato decorre, além da economia de escala na construção de uma única ETE, das grandes distâncias que alguns trechos de interceptores teriam que percorrer para levar os efluentes à ETE mais a jusante. Além disso, os custos de EEs devem estar subestimados por não se levar em consideração os custos de O&M. Mesmo alterando as vazões que as ETEs podem receber (limitando os volumes das ETEs mais a montante), para um número de decréscimos de temperatura n_2 = 10, o modelo não aceita outra solução hidráulica a ser não aquela

que remete todos os efluentes para a ETE Santa Quitéria. Para n_2 = 2, obtém-se duas ETEs: ETE1 (Pilarzinho) e ETE2 (Santa Quitéria), as duas mais a montante das quatro possibilidades de localização. Nenhuma das simulações efetuadas leva à proposição de uso das duas ETEs mais a jusante, seja porque n_2 deveria ter um valor maior, seja em função dos custos de EEs já comentados.

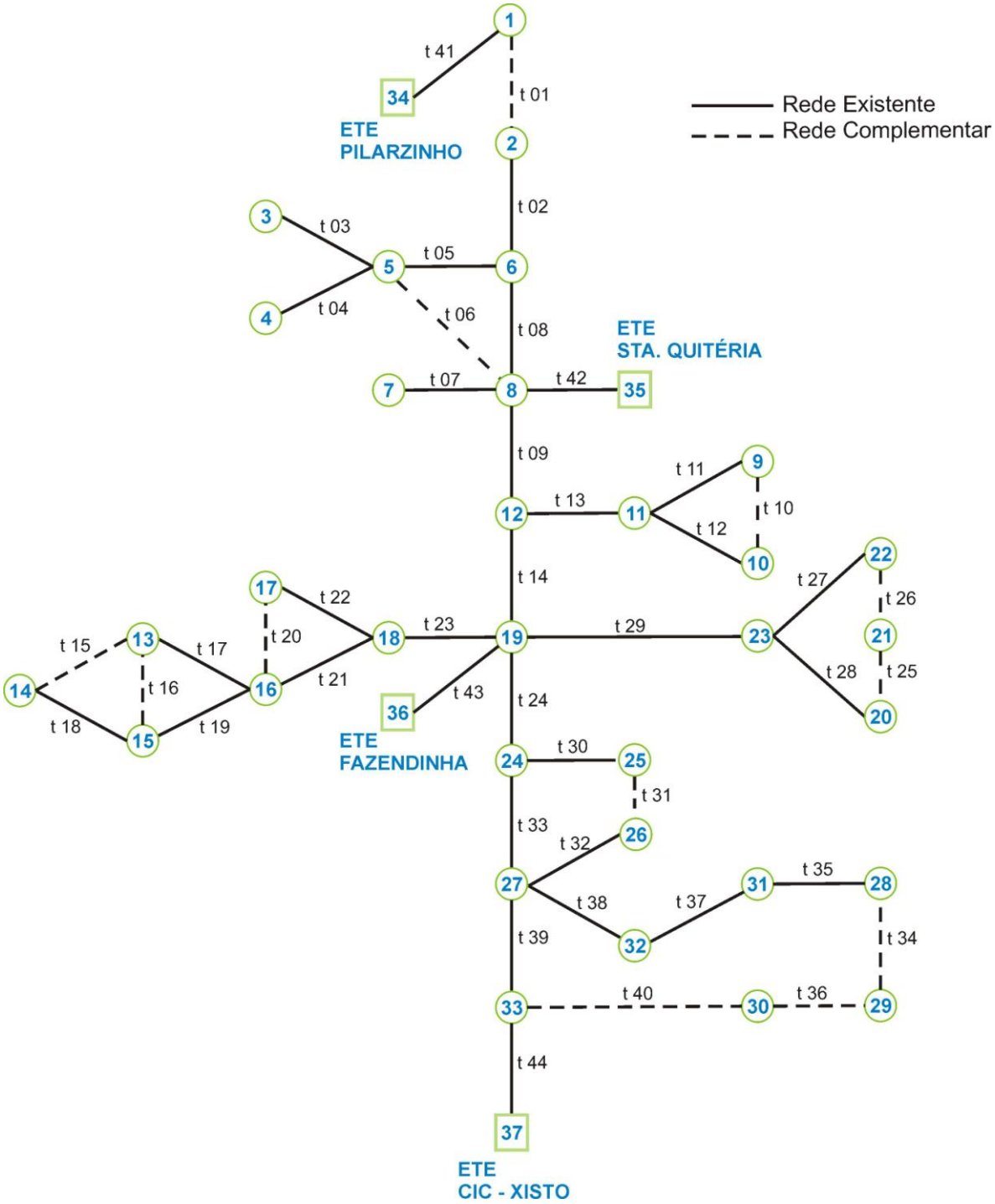


Figura 6.20 – Rede utilizada para simulação da bacia do rio Barigui

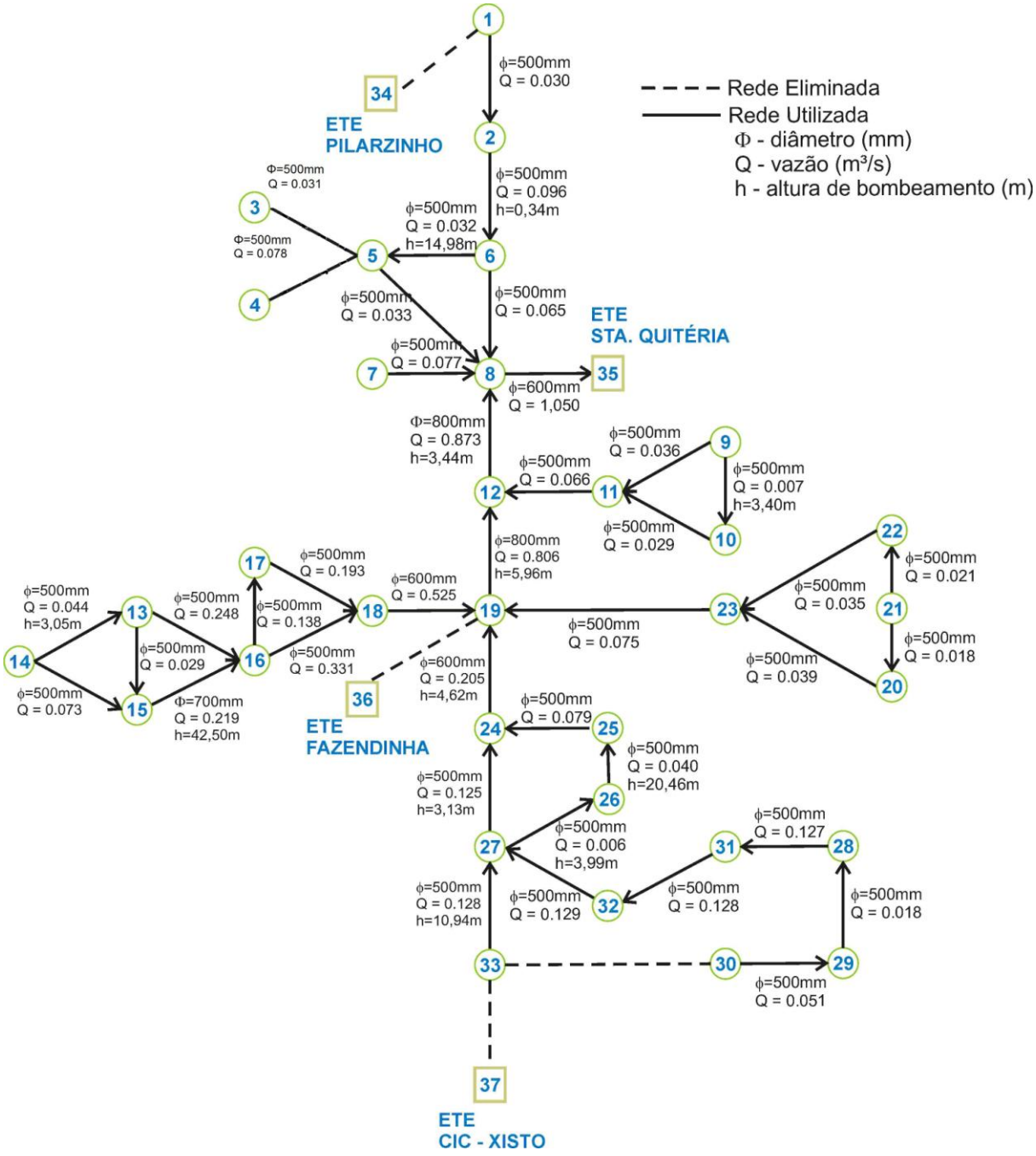


Figura 6.21 – Rede obtida para a bacia do rio Barigui

6.7 O MODELO REGIONAL ESTÁTICO COM RESTRIÇÕES DE QUALIDADE DA ÁGUA

O Modelo Regional Estático tem o objetivo de, dada uma rede com um conjunto de nós que representam lançamento de efluentes e outro conjunto de nós que representam locais potenciais para instalação de Estações de Tratamento de Efluentes, localizar estas ETEs a um custo mínimo com restrições de ordem hidráulica.

Nesta seção pretende-se dar um passo a mais, verificando as condições de qualidade da água que ocorrem no corpo receptor com a implantação das ETEs propostas pelo Modelo Regional. As restrições de qualidade da água não são incorporadas no algoritmo de otimização. A verificação é feita *a posteriori*, e caso necessário, as condições do Modelo Regional são alteradas e novas rodadas são feitas para atender às restrições de qualidade da água.

As seguintes variáveis são utilizadas:

D: déficit de OD (mg/L);
$Dc\ i$: déficit crítico de OD (máximo déficit de OD no trecho i)
k_1: constante de desoxigenação (dia^{-1})
k_2: constante de reaeração (dia^{-1})
$DBOmist$: DBO carbonácea inicial da mistura rio/efluente(mg/L)
t: tempo (dias);
t_c: tempo crítico, onde acontece o déficit máximo;
$OD_{rio\ i}$: oxigênio dissolvido no rio no trecho i (mg/L);
$OD_{min\ i}$: oxigênio dissolvido mínimo no rio no trecho i, definido por algum critério;
$OD_{c\ i}$: oxigênio dissolvido crítico no trecho i;
OD_{sat}: oxigênio dissolvido de saturação.

Há necessidade de checar duas restrições:

(i) para o início do primeiro trecho do curso d'água:

$$OD_{rio1} \geq OD_{\min i} \tag{6.30}$$

(ii) para cada ponto ao longo de qualquer trecho *i*:

- se $t_{c\,i} \geq t_i$

$$OD_{rio\,i} \geq OD_{\min i} \tag{6.31}$$

- se $t_{c\,i} \leq t_i$

Partindo das equações de Streeter-Phelps:

$$D_c = OD_{sat} - OD_c \tag{6.32}$$

e

$$D_c = \frac{K_1}{K_2} DBO_{mist}^{-k1*tc} \tag{6.33}$$

Obtém-se a restrição

$$OD_{sat} - \frac{K_1}{K_2} DBO_{mist}^{-k1*tc} \geq OD_{\min i} \tag{6.34}$$

onde

$$t_c = \frac{1}{k_2 - k_1} \ln\left[\frac{k_2}{k_1}\left(1 - \frac{D_0(k_2 - k_1)}{k_1 * DBO_{mist}}\right)\right] \tag{6.35}$$

6.7.1 Ajustes para atender à qualidade da água

Os ajustes de eficiência de tratamento em ETEs e de vazão de efluentes apresentados na seqüência foram parcialmente sugeridos em Ong (1983).

6.7.1.1 Primeiro ajuste – eficiência de tratamento

Evidentemente, maiores eficiências de tratamento levam a menores cargas de lançamento, mas com custos maiores. Portanto, um dos critérios de ajuste deve ser

a obtenção de uma eficiência razoável tal que não onere em demasia os custos de construção e O&M das ETEs e que se possa manter uma dada qualidade da água. Cabe aqui lembrar a realidade nacional, em termos da qualidade da água das bacias urbanas. Essa realidade compreende:

- regiões metropolitanas densamente ocupadas onde a melhor das eficiências talvez não possa dar conta de atender aos padrões de qualidade da água;
- em muitos casos, as cidades (e regiões metropolitanas) estão situadas em cabeceiras de bacias, onde as vazões mínimas dos rios são ainda baixas, caso de São Paulo e Curitiba;
- alto custo de construção e O&M de ETEs de alta eficiência, como é o custo de sistemas de tratamento por lodos ativados, por exemplo;
- A possibilidade que a legislação ambiental brasileira permite o estabelecimento de metas progressivas.

Com base nas reflexões acima, optou-se por trabalhar com dois tipos de ETEs, as mais utilizadas na Região Metropolitana de Curitiba:

- estações com reator anaeróbio de leito fluidizado (RALF) ou UASB na sigla em inglês) seguido de lagoa de estabilização, com eficiência adotada η_1 = 70%;
- estações com lodos ativados, com eficiência adotada η_2 = 95%.

Em um primeiro instante, as cargas remanescentes lançadas são assumidas como vindo de RALFs. Verifica-se a qualidade da água através do modelo de Streeter-Phelps. Caso algum trecho a jusante de algumas das ETEs apresente OD inferior ao estabelecido, então esta ETE é assumida como de lodos ativados. Se

mesmo assim, a qualidade da água não for atendida, passa-se para o segundo ajuste, que é a diminuição da vazão de tal ETE.

Os parâmetros de qualidade da água verificados foram o oxigênio dissolvido (*OD*) e a demanda bioquímica de oxigênio (*DBO*).

6.7.1.2 Segundo ajuste – vazões de lançamento

Se nem mesmo uma eficiência de tratamento maior der conta de atender aos padrões de qualidade da água no corpo receptor, um segundo ajuste que pode ser feito é diminuir a vazão lançada pelas ETEs, transferindo vazões de uma ETE de montante para uma de jusante. O ajuste de vazões é facilmente implementado no Modelo Regional alterando as capacidades máximas aceitas em cada ETE. Evidentemente, não haverá solução para as restrições de qualidade da água se, para a ETE mais a jusante (em um rio com uma cascata de ETEs) for atribuída uma vazão tal que não haja capacidade de assimilação no trecho de rio imediatamente a jusante.

O ajuste de vazões é efetuado através de dois critérios:

- no início de cada trecho a jusante do lançamento de uma ETE, impõe-se a restrição dada pela equação 6.32 aqui repetida:

$$OD_{rio\,i} \geq OD_{\min i}$$

e considerando OD_{ETE} = 0, da equação de mistura, tem-se:

$$Q_{ETE} \leq \frac{Q_{rio}\left(OD_{rio} - OD_{mist}\right)}{OD_{mist}} \qquad (6.36)$$

- em um trecho qualquer, para a seção crítica (onde ocorre o OD_{crit}):

$$OD_{crit} \geq OD_{\min} \tag{6.37}$$

Utilizando a aproximação linear para o Déficit Crítico proposta por Arbabi (1974):

$$D_{crit} \cong A * DBO_{mist} + B * D_0 \tag{6.38}$$

onde:

$$A = f^{\,f/(1-f)} \tag{6.39}$$

$$B = 1 - f^{\,1/(1-f)} \tag{6.40}$$

$$f = \frac{k_2}{k_1} \tag{6.41}$$

Lembrando que:

$$DBO_{mist} = \frac{Q_{rio} * DBO_{rio} + Q_{ETE} * DBO_{ETE}}{Q_{rio} + Q_{ETE}} \tag{6.42}$$

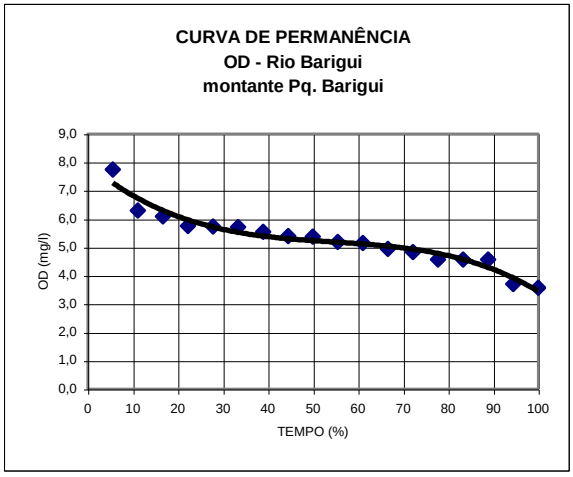
e que $$D_{crit} = OD_{sat} - OD_{crit} \tag{6.43}$$

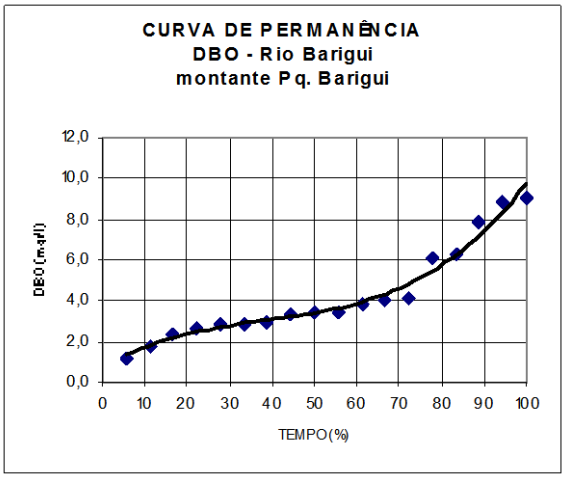
e manipulando, obtém-se:

$$Q_{ETE} \leq Q_{rio} * \frac{\left[(1-B)OD_{sat} - A * DBO_{rio} + B * OD_{rio} - OD_{\min}\right]}{OD_{\min} - B * OD_{ETE} + A * DBO_{ETE} - (1-B) * OD_{sat})} \tag{6.44}$$

6.7.2 Aplicação à bacia do rio Barigui

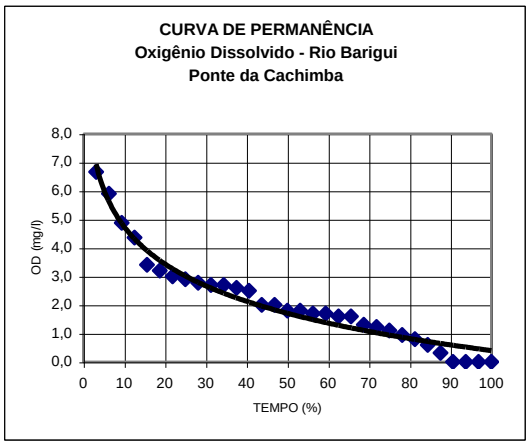
A qualidade da água do rio Barigui é bastante precária, mesmo após a construção das ETEs Santa Quitéria e CIC - Xisto, com algumas medições das séries históricas apresentando OD igual a zero e DBO acima de 50 mg/L. Esta baixa qualidade da água se deve ao fato de que parte da bacia ainda não conta com coleta de esgotos; nas porções da bacia onde existe coleta, existem domicílios não ligados à rede, além de ligações clandestinas de esgotos em águas pluviais. As figuras 6.22a, 6.22b, 6.23a e 6.23b apresentam as curvas de permanência do OD e DBO, criadas a partir de informações mais recentes, coletadas após a construção das ETEs, nas estações Montante do Parque Barigui e Ponte da Cachimba, respectivamente. Logo a jusante tem-se a foz do rio Barigui no rio Iguaçu e a estação ETE Cachoeira (no rio Iguaçu), cujas curvas de permanência de OD e DBO são apresentadas nas figuras 6.24a e 6.24b. Os dados referentes a montante do Parque Barigui são devidos a Vasconcelos Neto (2003). Ponte da Cachimba faz parte da rede de monitoramento da SUDERHSA e ETE Araucária faz parte da rede ao longo do alto curso do rio Iguaçu, no âmbito do Projeto de Enquadramento (Universidade de São Paulo, Universidade Federal do Paraná, 2007).

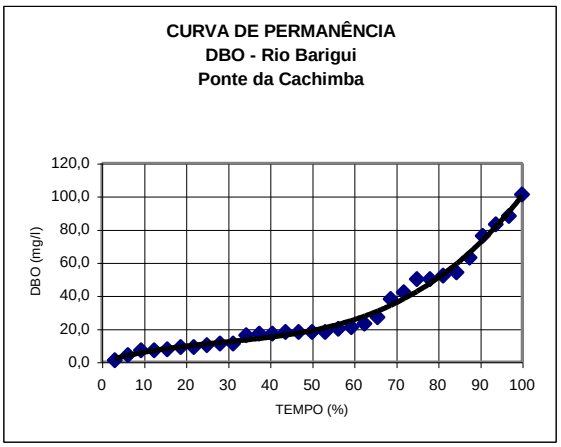




(a) (b)

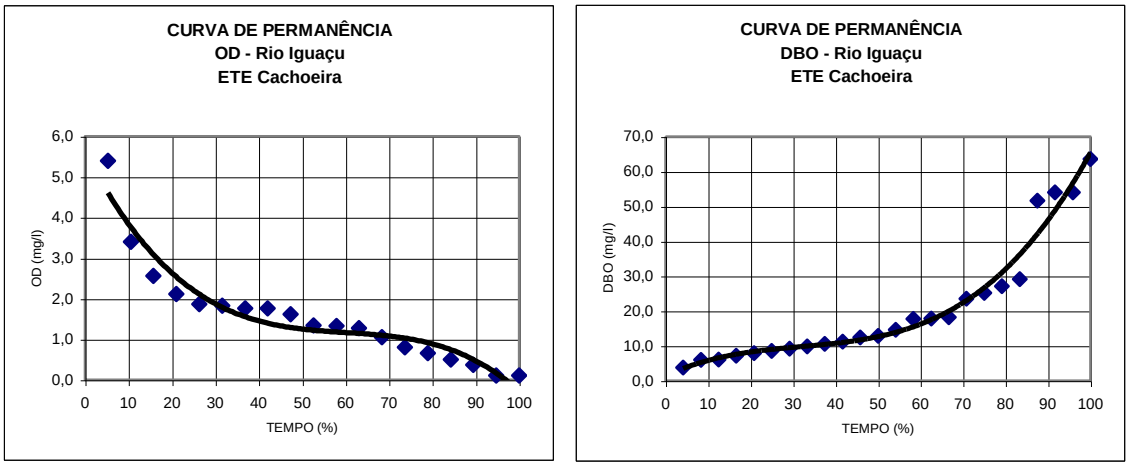
Figura 6.22 - Curvas de Permanência de OD e DBO do rio Barigui a Montante do Parque Barigui





(a) (b)

Figura 6.23 – Curvas de Permanência de OD e DBO do rio Barigui em Ponte da Cachimba



(a) (b)

Figura 6.24 – Curvas de Permanência de OD e DBO do rio Iguaçu em ETE Cachoeira

A verificação da qualidade da água foi feita da seguinte maneira:

- as vazões nas ETEs são obtidas no Modelo Estático e, por proporção, têm-se também as cargas que chegam às ETEs;
- as eficiências de tratamento testadas supõe dois casos: ETEs do tipo UASB + Lagoa, com uma eficiência η_1 = 70%, e ETEs do tipo lodos ativados com eficiência η_2 = 95%. Cabe lembrar que as ETEs reais da bacia são do tipo UASB e UASB + Lagoa.
- com as cargas remanescentes simulou-se a qualidade da água através do modelo de Streeter-Phelps, utilizando três tipos de vazões para o curso d'água: vazão com 95% de permanência ($Q_{95\%}$), vazão com 90% de permanência ($Q_{90\%}$) e vazão com 37,99% da curva de permanência, esta última representando a vazão média, de acordo com a equação de regionalização de vazões apresentada no Diagnóstico do Plano de Bacias do Alto Iguaçu e Afluentes do Alto Ribeira (SUDERHSA, 2007):

$$Qespecif\% = -0{,}0178\ LN(\%PER)+0{,}084 \qquad (6.45)$$

o que resulta nas seguintes vazões específicas:

$Q_{95\%}$ = 2,94 L/s/km^2

$Q_{90\%}$ = 3,90 L/s/km^2

$Q_{médio}$ = 19,25 L/s/km^2

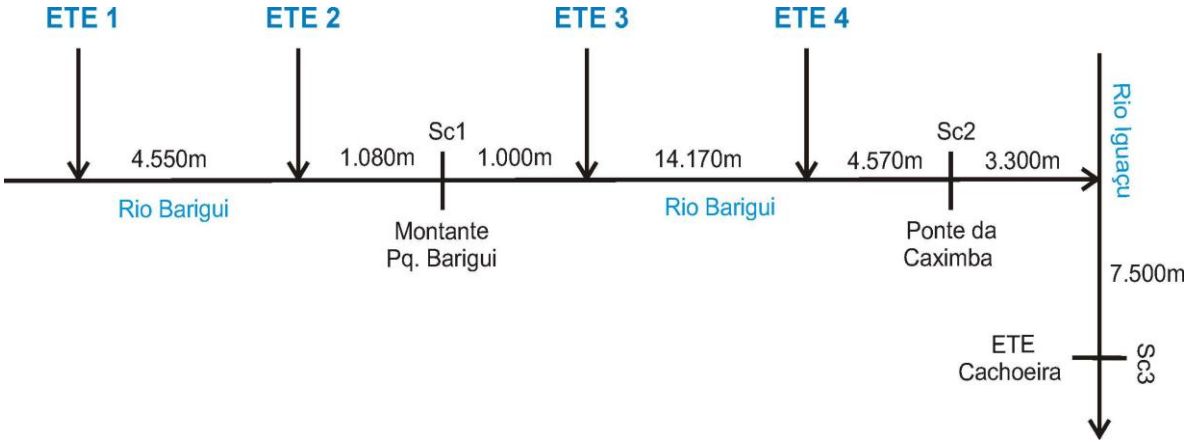
com as quais se obtêm as vazões das estações de controle e nas seções onde se propõe a instalação de ETEs, como mostra a tabela 6.15.

Tabela 6.15 – vazões características dos rios Barigui e Iguaçu

	Área km^2	**$Q_{95\%}$ L/s**	**$Q_{90\%}$ L/s**	**$Q_{médio}$ L/s**
Barigui na ETE1 Pilarzinho	105	308,7	409,5	2021,2
Barigui na ETE2 Santa Quitéria	151	443,9	588,9	2.906,7
Seção de Controle SC1: Barigui montante Parque Barigui	153	449,8	597,7	2.945,3
Barigui na ETE 3 Fazendinha	190	558,6	741,0	3.657,5
Barigui na ETE 4 CIC – Xisto	240	705,6	936,0	4.620,0
Seção de Controle SC2: Barigui em Ponte da Cachimba	257	755,6	1002,3	14.545,3
Seção de Controle SC3: Iguaçu em ETE Cachoeira	2.122	6.238,7	8.275,8	40.848,5

- A modelação contempla as quatro possibilidades de instalação de ETEs utilizadas no Modelo Estático. Os valores de DBO e OD obtidos na modelação das duas ETEs mais a montante foram comparadas com a curva de permanência do rio Barigui a montante do Parque Barigui (SC1); para as duas ETEs mais a jusante, a comparação é feita com a com a curva de permanência do rio Barigui em Ponte da Cachimba (SC2). Também verificou-se o resultado obtido para o rio Iguaçu, comparado-o com os da curva de permanência em ETE Cachoeira (SC 3).

A figura 6.25 apresenta a situação física simulada:



ETE 1: Pilarzinho (nó 34)
ETE 2: Santa Quitéria (nó 35)
ETE 3: Fazendinha (nó 36)
ETE 4: CIC-Xisto (nó 37)

Figura 6.25 - Topologia da simulação de qualidade da água

6.7.2.1 Resultados obtidos

Supondo uma produção de DBO de 54 g/hab.dia, a concentração de DBO na chegada de cada ETE i é:

$$C_{DBO\ i} = (0{,}625 * Pop_i)/Q_{ETE\ i} \qquad (6.46)$$

E, na saída da ETE, após um tratamento de eficiência η_i, a concentração remanescente de DBO $C_{rem\ i}$ é:

$$C_{DBO\ rem\ i} = \eta_i * C_{DBO\ I} \qquad (6.47)$$

Sendo a população alocada a cada ETE proporcional à vazão:

$$Pop_{ETE\ i} = (Q_{ETEi}/Q_{ETE\ tot}) * Pop_{\ tot} \qquad (6.48)$$

Onde:

Pop_{ETEi}: população atendida pela ETE *i* (hab);
Q_{ETEi}: vazão de efluentes na ETE *i* (L/s);
Q_{ETEtot}: vazão total produzida no sistema (L/s);

Pop_{tot}: população total atendida pelo sistema (hab) = 670.000 hab (2010).

Como visto na tabela 6.13, a otimização de ETEs para o rio Barigui através do Modelo Estático resultou apenas em uma ETE (ETE 2, ou Santa Quitéria), para um número de decréscimos de temperatura n_2 = 10. Também foi simulado o resultado obtido para n_2 = 1, onde são propostas 2 ETEs: 1 (Pilarzinho) e 2 (Santa Quitéria).

(i) Situação 1: uma única ETE em Santa Quitéria (ETE 2)

Para este caso, tem-se a seguinte configuração:

- ETE 1→ Q_{ETE1} = 0 → $C_{DBO\,1}$= 0
- ETE 2→ Q_{ETE2} = 1.050 L/s → $C_{DBO\,2}$= 395,05 mg/L
- ETE 3→ Q_{ETE3} = 0 → $C_{DBO\,3}$= 0
- ETE 4→ Q_{ETE4} = 0 → $C_{DBO\,4}$= 0

A tabela 6.16 resume as informações necessárias para o processamento do modelo de qualidade da água, para o caso de 1 única ETE no rio Barigui.

Tabela 6.16 – Dados para o modelo Streeter-Phelps com 1 ETE no rio Barigui

	OD_{sat} (mg/L)	OD_{rio} (mg/L)	DBO_{rio} (mg/L)	vel_{rio} (m/s)	OD_{ETE} (mg/L)	DBO_{ETE} (mg/L)	Q_{ETE} (L/s)	k_1 (d^{-1})	k_2 (d^{-1})
	9,02				0,00	395,05	1.050,00		
Barigui		5,20	3,80	0,32				0,10	13,31
Iguaçu		1,20	12,00	0,37				0,10	2,85

fonte parcial: Projeto Enquadramento
(USP/UFPR, 2007)

Para o rio Barigui, a simulação por Streeter-Phelps com as três vazões características resultou no que segue na tabela 6.17. As mesmas informações, exceto para a vazão média, também estão apresentadas de forma gráfica nas figuras 6.27 a 6.29.

Cabe destacar que, em função da pequena profundidade média do rio Barigui, o valor médio de k_2 resulta bastante elevado; combinado com um baixo valor de k_1, a aplicação da equação do tempo crítico fica matematicamente inviabilizada, com o aparecimento de *ln*(n° negativo). Fisicamente tal fato representa uma alta taxa de reaeração combinada com uma baixa taxa de desoxigenação, além de coincidir numa seção com alta carga de lançamento de DBO. O resultado é uma deformação da clássica curva de depleção mostrada na bibliografia; aqui se tem uma distância crítica bastante próxima à seção de mistura, um baixo valor do déficit inicial, o que leva a um valor do OD_{crit} bastante próximo ao Oxigênio Saturado. Optou-se por adotar $t_c = 0$ e distância crítica também igual a zero, mas na análise dos resultados o valor do OD_{crit} deve ser ignorado nos gráficos. Ressalte-se a importância de uma melhor calibração do modelo de qualidade da água quanto a seus parâmetros, especialmente o parâmetro k_2. Aliás, estudos de calibração de parâmetros de modelos de qualidade da água serão objeto de uma nova fase do Projeto Enquadramento, entre a Universidade de São Paulo e a Universidade Federal do Paraná, a iniciar-se em 2009.

Quanto aos resultados obtidos: os valores dos parâmetros k_1 e k_2 fizeram com que se obtivessem excelentes valores para o oxigênio dissolvido e uma muita lenta absorção da matéria orgânica. Por exemplo, na seção de lançamento da ETE 2 no rio Barigui, o DBO de mistura é de 84,10 mg/L, e, 18,7km abaixo, ainda é de 78,28 mg/L. Comparando os valores obtidos para o DBO na SC2 com a curva de permanência do mesmo parâmetro (vide figura 6.23-b), tem-se que em cerca de 90% do tempo os valores de DBO permanecem abaixo daquele valor. Quando se considera uma ETE com taxa de remoção de matéria orgânica de 95% (lodos ativados, por exemplo), os valores de DBO são bastante melhores: por exemplo,

8,91 mg/L na SC2. Neste caso, o DBO estaria cerca de 20% do tempo abaixo de 8,91 mg/L.

Embora as simulações aqui apresentadas sejam idealizadas (não se consideram as cargas industriais e nem as cargas difusas), a construção de uma única ETE no local proposto pelo Modelo Estático não seria adequada, pelo menos em termos do parâmetro DBO. Já quando se analisa pelo parâmetro OD, a situação é excelente, mesmo para a ETE com menor taxa de remoção.

Tabela 6.17 – Resultados da simulação do modelo Streeter-Phelps considerando uma ETE no rio Barigui

	Oxigênio Dissolvido / Demanda Bioquímica de Oxigênio (mg/L)							
	na mistura com a ETE	crítico	SC 1	SC 2	a montante do Iguaçu	na mistura com o Iguaçu	crítico	SC 3
eficiência = 70%								
Q95%	1,56 / 84,10	8,39	4,33 / 83,77	8,43 / 78,28	8,43 / 77,35	4,82 / 44,68	7,45	6,11 / 43,64
Q90%	1,89 / 76,80	8,44	4,55 / 76,50	8,48 / 71,49	8,48 / 70,64	4,48 / 38,39	7,67	6,40 / 37,51
Q média	3,83 / 33,99	8,76	5,83 / 33,86	6,59 / 21,13	8,78 / 31,26	4,99 / 21,63	8,26	8,78 / 31,64
eficiência = 95%								
Q95%	1,56 / 14,97	8,91	1,56 / 14,97	8,91 / 13,93	8,92 / 13,77	5,06 / 12,88	8,57	6,77 / 12,58
Q90%	1,89 / 13,95	8,91	1,89 / 13,95	8,92 / 12,99	8,92 / 12,83	5,06 / 12,42	8,58	6,78 / 12,13
Q média	3,83 / 8,00	8,96	5,91 /7,97	6,84 / 9,45	8,96 / 7,36	5,08 / 9,68	8,68	8,96 / 7,44

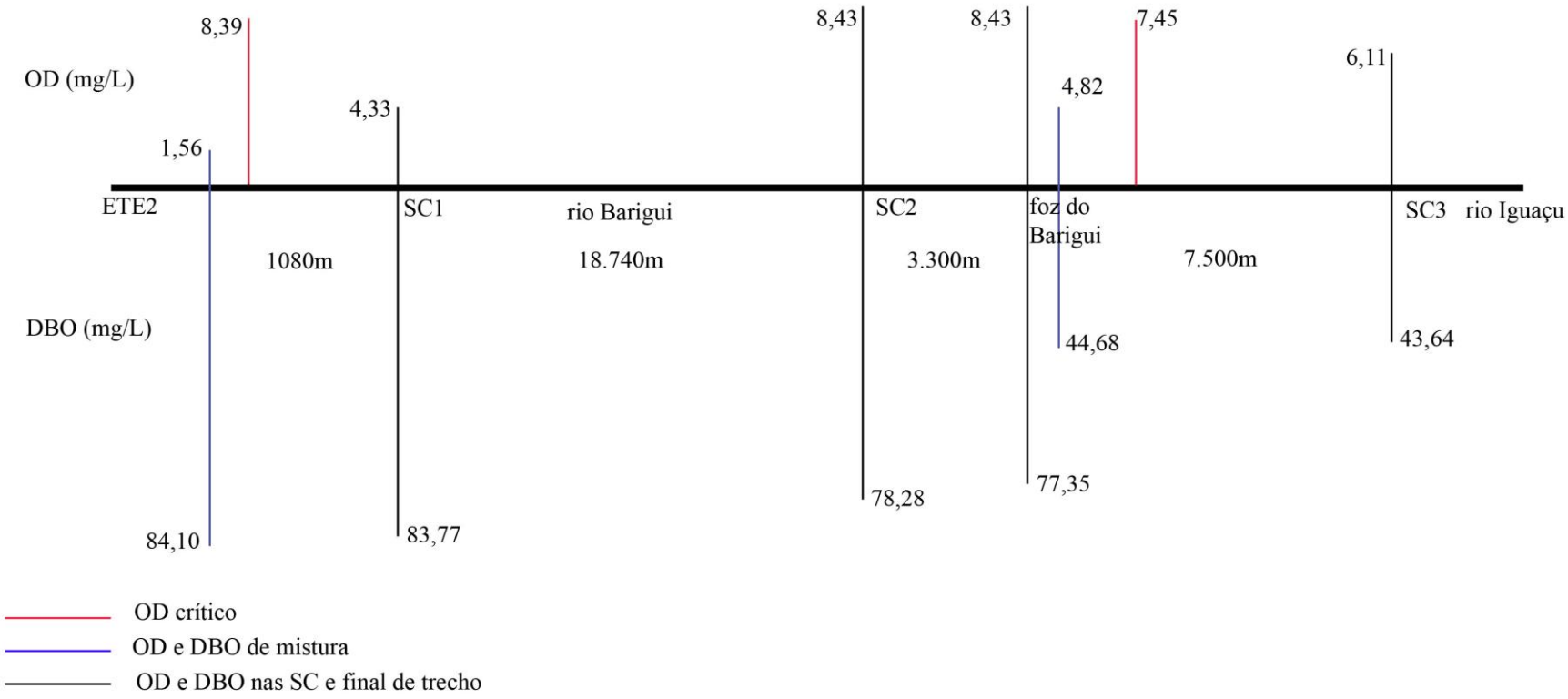


Figura 6.26 – Resultados do modelo Streeter-Phelps para uma ETE no rio Barigui – Vazões 95% e (1-η)=0,30

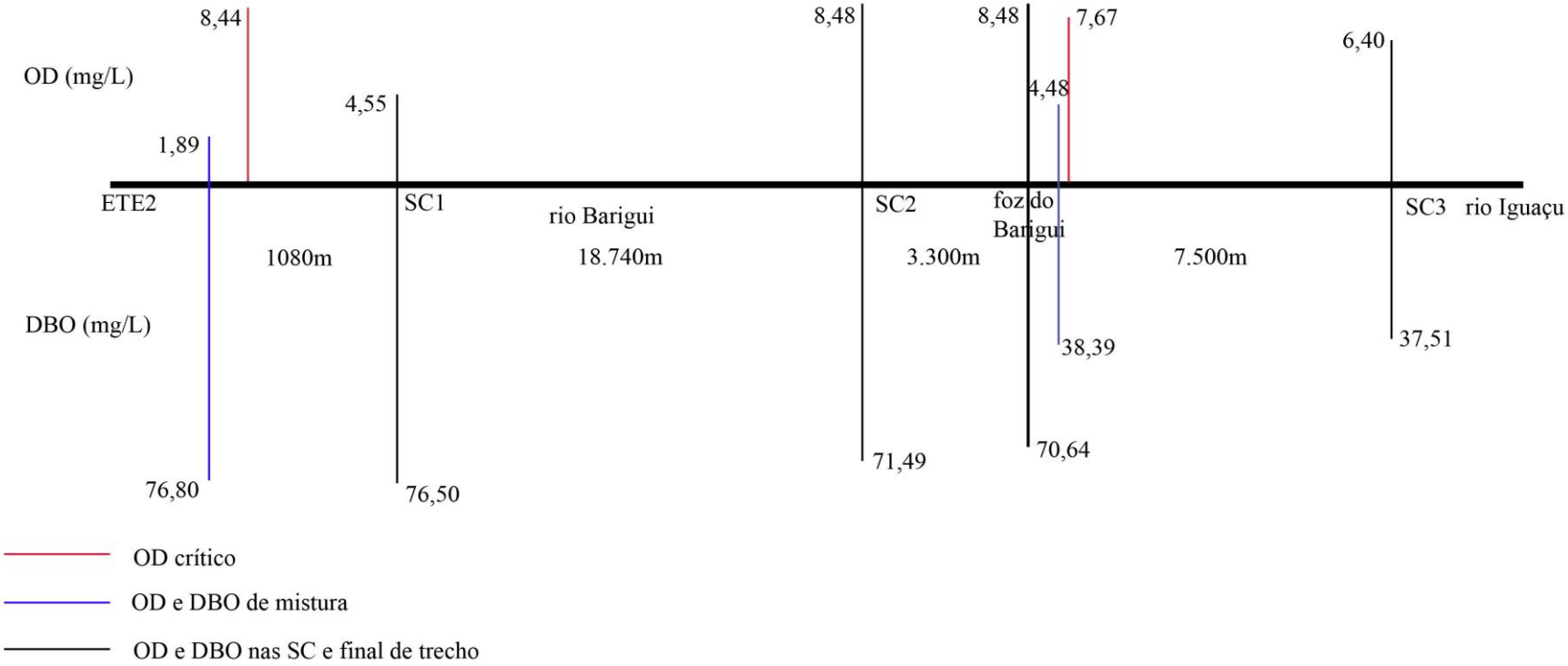


Figura 6.27 – Resultados do modelo Streeter-Phelps para uma ETE no rio Barigui – Vazões 90% e (1-η)=0,30

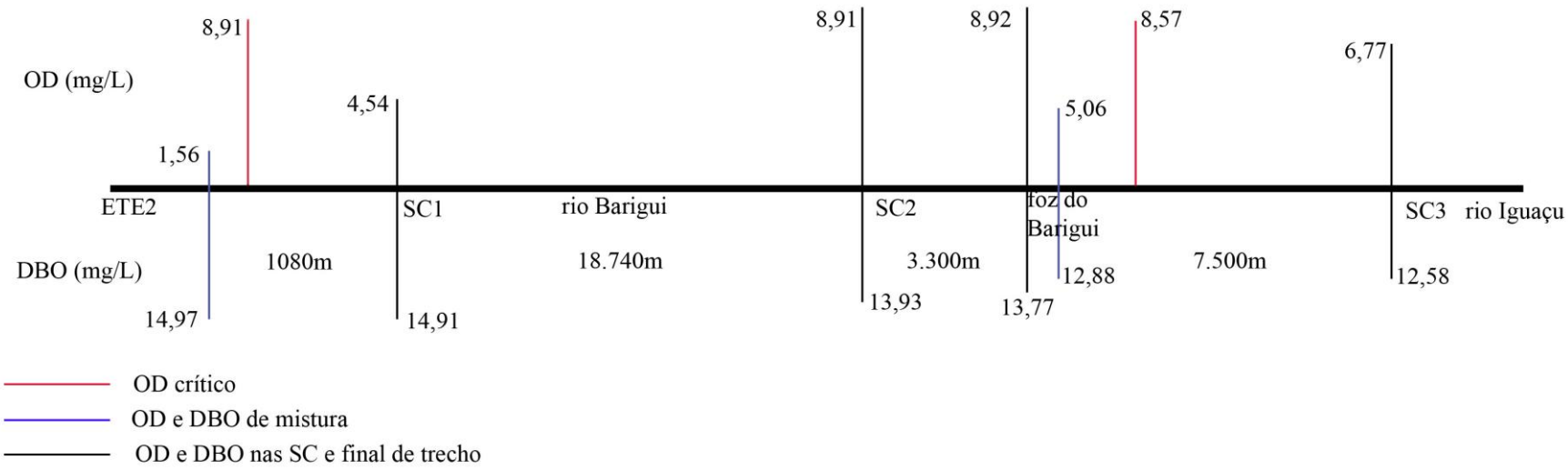


Figura 6.28 – Resultados do modelo Streeter-Phelps para uma ETE no rio Barigui – Vazões 95% e (1-η)=0,05

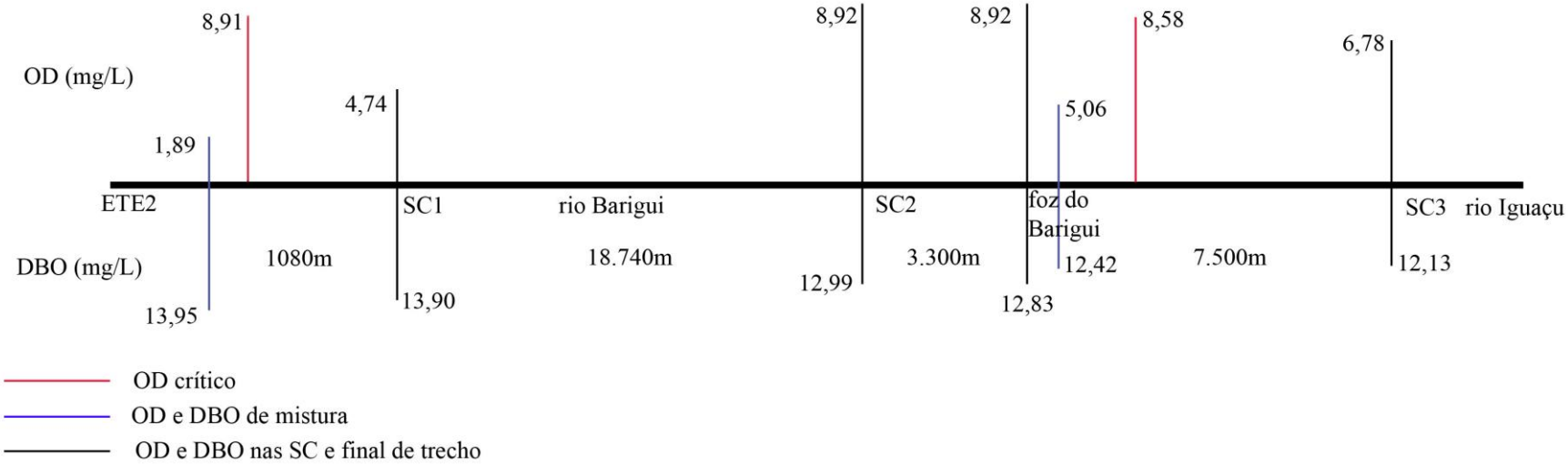


Figura 6.29 – Resultados do modelo Streeter-Phelps para uma ETE no rio Barigui – Vazões 90% e (1-η)=0,05

(ii) Situação 2: duas ETEs: Pilarzinho (ETE 1) e Santa Quitéria (ETE 2)

Para este caso, tem-se a seguinte configuração:

- ETE 1→ Q_{ETE1} = 30 L/s → $C_{DBO\ 1}$= 398,81 mg/L
- ETE 2→ Q_{ETE2} = 1.020 L/s → $C_{DBO\ 2}$= 398,81 mg/L
- ETE 3→ Q_{ETE3} = 0 → $C_{DBO\ 3}$= 0
- ETE 4→ Q_{ETE4} = 0 → $C_{DBO\ 4}$= 0

A tabela 6.18 resume as informações necessárias para o processamento do modelo de qualidade da água, para o caso de duas ETEs no rio Barigui.

Tabela 6.18 – Dados para o modelo Streeter-Phelps com 2 ETEs no rio Barigui

	OD_{sat} (mg/L)	OD_{rio} (mg/L)	DBO_{rio} (mg/L)	Vel_{rio} (m/s)	OD_{ETE1} (mg/L)	DBO_{ETE1} (mg/L)	Q_{ETE1} (L/s)	OD_{ETE2} (mg/L)	DBO_{ETE2} (mg/L)	Q_{ETE1} (L/s)	k_1 (d^{-1})	k_2 (d^{-1})
	9,02				0,00	398,81	30,00	0,00	398,81	1.020		
Barigui		5,20	3,80	0,32							0,1	13,3
Iguaçu		1,20	12,00	0,37							0,1	2,85

fonte parcial: Projeto Enquadramento
(US/PUFPR, 2007)

A simulação por Streeter-Phelps de duas ETEs, com as três vazões características, resultou no que segue na tabela 6.19. As mesmas informações, exceto para a vazão média, também estão apresentadas de forma gráfica nas figuras 6.30 a 6.31.

Valem aqui os mesmos comentários apresentados quando da simulação de uma única ETE, a respeito do ODcrit e sobre a necessidade de uma calibração mais adequada dos parâmetros do modelo. Os valores obtidos para o oxigênio dissolvido e a demanda bioquímica de oxigênio seguem os mesmos padrões já comentados.

Tabela 6.19 – Resultados da simulação do modelo Streeter-Phelps considerando duas ETEs no rio Barigui

	Oxigênio Dissolvido / Demanda Bioquímica de Oxigênio (mg/L)										
	na mistura com a ETE 1	crítico	SC1	montante ETE 2	mistura ETE 2	crítico	SC2	a montante do Iguaçu	na mistura Iguaçu	crítico	SC3
eficiência = 70%											
Q 95%	4,74 / 14,05	8,91	7,32 / 13,95	8,45 / 13,82	2,70 / 85,78	8,38	8,42 / 79,56	8,42 / 78,61	4,81 / 45,31	7,43	6,10 / 44,26
Q 90%	4,84 / 11,72	8,93	7,37 / 11,63	8,48 / 11,52	3,23 / 78,48	8,40	8,47 / 72,79	8,47 / 71,93	4,84 / 41,96	4,84	6,17 / 41,00
Q média	5,12 / 5,49	8,98	7,51 / 5,45	8,54 / 5,40	6,36 / 34,57	8,76	8,78 / 32,06	8,78 / 31,68	4,99 / 21,84	8,25	6,59 / 21,33
eficiência = 95%											
Q95%	4,74 / 5,23	8,98	7,36 / 5,19	8,51 / 5,14	2,72 / 5,14	8,91	8,91 / 14,10	8,91 / 13,93	5,06 / 12,97	8,56	6,77 / 12,67
Q90%	4,84 / 4,90	8,98	7,40 / 4,87	8,52 / 4,82	3,24 / 14,18	8,91	8,92 / 13,16	8,92 / 13,00	5,06 / 12,50	8,58	6,78 / 12,21
Q média	5,12 / 4,04	8,99	7,51 / 4,01	8,56 / 3,97	6,37 / 8,05	8,96	8,96 / 7,46	8,96 / 7,37	5,08 / 9,69	8,68	6,84 / 9,46

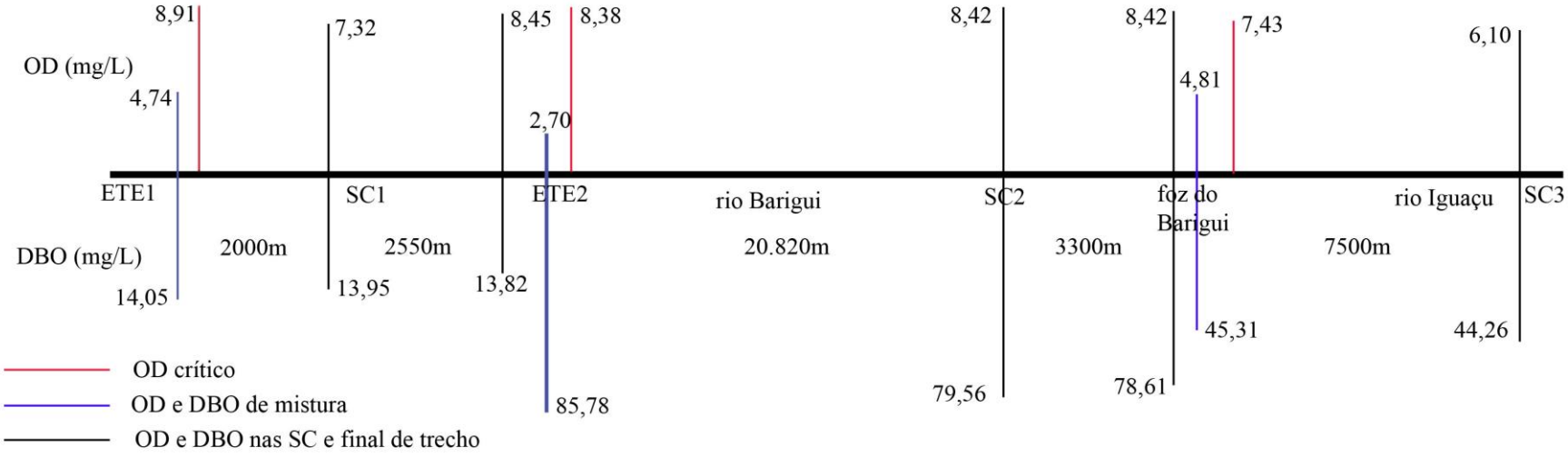


Figura 6.30 – Resultados do modelo Streeter-Phelps para duas ETEs no rio Barigui – Vazões 95% e (1-η)=0,30

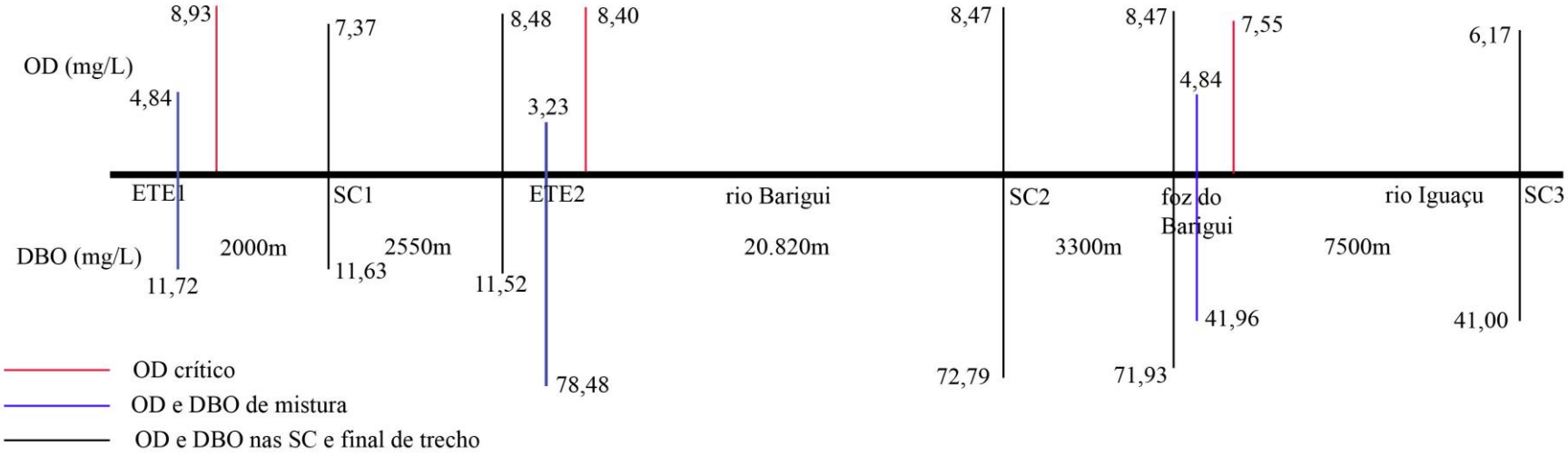


Figura 6.31 – Resultados do modelo Streeter-Phelps para duas ETEs no rio Barigui – Vazões 90% e (1-η)=0,30

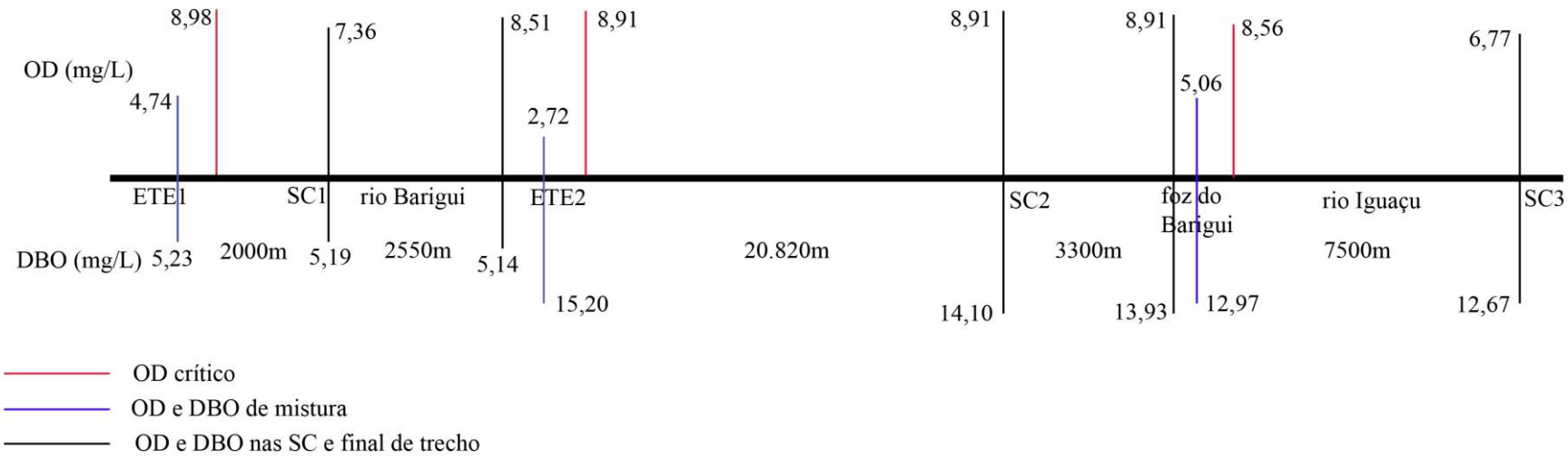


Figura 6.32 – Resultados do modelo Streeter-Phelps para duas ETEs no rio Barigui – Vazões 95% e (1-η)=0,05

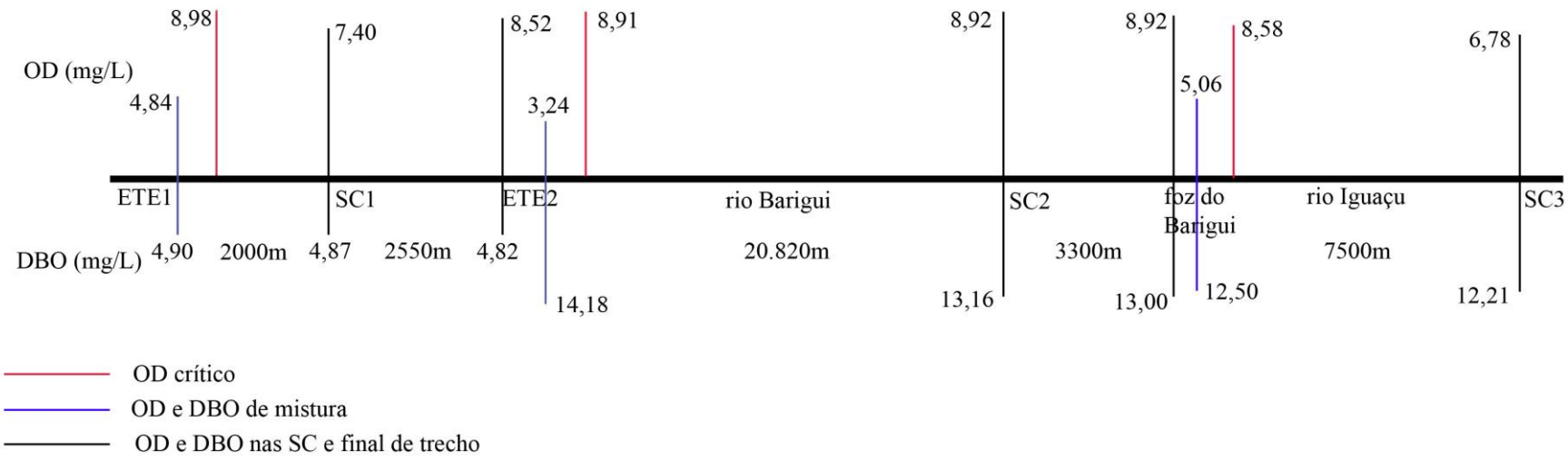


Figura 6.33 – Resultados do modelo Streeter-Phelps para duas ETEs no rio Barigui – Vazões 90% e (1-η)=0,05

Optou-se por não aplicar a metodologia de cálculo de vazão máxima de lançamento proposta no item 6.7.1.2. Valores mais adequados para os parâmetros k_1 e k_2 devem ser obtidos para que tais cálculos possam apresentar valores mais compatíveis com a realidade química e biológica destes rios.

CAPÍTULO 7 – O MODELO REGIONAL DINÂMICO

7.1 INTRODUÇÃO

O problema que se pretende resolver, para além do Modelo Regional Estático anteriormente apresentado, é o de localizar, dimensionar e escalonar no tempo um Sistema Regional de ETEs. O Sistema Regional compreende o dimensionamento de diversos sistemas individuais (interconectados ou não), compostos por interceptores, eventuais Estações Elevatórias e uma ou mais Estações de Tratamento, necessárias para se levar os efluentes de um determinado número de fontes geradoras às ETEs e ao curso d'água receptor a um menor custo. Embora o modelo possa ser generalizado para um número qualquer de períodos em que se divida o horizonte de planejamento, o texto e o modelo a seguir descritos compreendem dois períodos, denominados de Etapa 1 e Etapa 2.

O modelo, para duas etapas, compõe-se de dois ciclos de otimização via recozimento. O "ciclo externo" trata da otimização da Etapa 2, que compreende as obras necessárias para atender às vazões de efluentes dos dois períodos. Para cada passo do ciclo externo, abre-se um "ciclo interno", que compreende a otimização do sistema para atender às vazões do primeiro período ou de parte do segundo período. Assim cada rede proposta no ciclo externo é otimizada no ciclo interno. Além disso, em cada ciclo é encontrada a rede hidraulicamente ótima, ou seja, aquela com a solução de menor bombeamento. Percorrida a otimização do ciclo externo tem-se uma configuração pseudo-ótima para todo o horizonte de planejamento. Note-se que os períodos de planejamento nunca são analisados separadamente, mas sim de maneira conjunta, permitindo uma solução panorâmica do sistema.

Dado o fato que há quatro Recozimentos (ciclo externo da Etapa 2, hidráulico externo,correspondente à Etapa2, ciclo interno da Etapa 1 e hidráulico interno correspondente à Etapa 1) os resultados obtidos com a “bacia exemplo” utilizada no Capítulo 6 (modelo estático) exigem altos tempos de processamento para se obter uma solução pseudo ótima. Mas mesmo baixos valores para os parâmetros “número de decréscimos de temperatura”, n_2 e número de simulações em uma mesma temperatura, *simmax* mostram a tendência inequívoca do caminho de uma solução pseudo ótima.

Este Capítulo inicia com a apresentação da solução proposta, seu equacionamento matemático e o fluxograma de solução. A seguir, o modelo é testado na “bacia exemplo” utilizada para ilustrar o modelo estático do Capítulo 6. Diferentes taxas de retorno são também utilizadas e seus resultados comentados. Dado o tamanho da rede e um conseqüente ainda maior tempo de processamento não se apresentam resultados para a rede da bacia do rio Barigui.

7.2 O MODELO REGIONAL DINÂMICO

O Modelo Regional Dinâmico atua em uma rede cujos nós representam as fontes geradoras de efluentes e os possíveis locais para implantação de ETEs. A implantação não se dá em um único instante no tempo, mas sim em um horizonte de planejamento dividido em intervalos de tempo. O objetivo do modelo é obter a configuração espaço-temporal de mínimo custo para o sistema.

O modelo matemático é formulado, a exemplo do Modelo Regional Estático, como um problema de Programação Inteira Mista não Linear, acrescentando-se agora a variável tempo. As variáveis utilizadas são:

x_{ijt}: variável binária: x_{ijt} = 1, se o diâmetro do interceptor ligando o nó *i* ao nó *j* for ≠ 0,
x_{ijt} = 0, caso contrário;para o período *t*;

y_{kt}: variável binária: y_{kt}= 1, se existir ETE no nó *k*,
y_{kt} = 0, caso contrário; para o período *t*;

z_{lt}: variável binária: z_{lt} = 1, se existir ETE no nó *l*,
z_{lt} = 0, caso contrário; para o período *t*;

N: número total de nós: 1,..., *i*, *j*,... *N* (inclui nós que representam fontes de efluentes, e nós com possíveis localizações para as ETEs);

1,...,*n*: nós com fontes de efluentes ou nós intermediários;

n+1,...,*N*: nós para possíveis localizações de ETEs;

m+1,...,*N*: nós para possíveis localizações de EEs;

L_{ij}: extensão de interceptor entre os nós *i* e *j*;

QE_{it}: vazão de efluentes gerada no nó *i* no período *t*;

Q_{ijt}: variável que representa a vazão no interceptor ou conduto forçado entre os nós *i* e *j* no período *t*;

$QETE_{kt}$: variável que representa a vazão tratada na ETE *k* no período *t*;

QEE_{lt}: variável que representa a vazão na elevatória EE *l* no período *t*;

E_{it}, E_{jt}: carga hidráulica nos nós *i* e *j*, respectivamente, no período *t*;

$CTUB_{ijt}$: custo de instalação, operação e manutenção de interceptor ou conduto forçado ligando o nó *i* ao nó *j* no período *t* ;

$CETE_{kt}$: custo de instalação, operação e manutenção de ETE no nó *k* no período *t*;

CEE_{lt}: custo de instalação, operação e manutenção de ETE no nó *k* no período *t;*

T: período de planejamento;

r: taxa de desconto.

A Função Objetivo é definida por:

$$Min\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}C_{ij}(Q_{ij},L_{ij},x_{ij})+\sum_{t=1}^{T}\sum_{k=n+1}^{N}CETE_k(QT_k,y_k)+\sum_{t=1}^{T}\sum_{l=m+1}^{N}CEE_l(QEE_l E_i,E_j,z_l) \quad (7.1)$$

sujeita às seguintes restrições:

a) equação da continuidade para os nós com fontes de efluentes:

$$QE_{it} + \sum_{j=1}^{N} Q_{jit} = \sum_{j+1}^{N} Q_{ijt} \qquad \forall i = 1,...n\ ;\ \forall t = 1,...T \qquad (7.2)$$

b) equação da continuidade para as ETEs:

$$\sum_{j=1}^{N} Q_{jkt} - \sum_{j=1}^{N} Q_{kjt} = QETE_{kt} \qquad \forall k = n+1,...N\ ;\ \forall t = 1,...T \qquad (7.3)$$

c) equação da continuidade para as EEs:

$$\sum_{j=1}^{N} Q_{jlt} - \sum_{j=1}^{N} Q_{ljt} = QEE_{lt} \qquad \forall l = m+1,...N\ ;\ \forall t = 1,...T \qquad (7.4)$$

d) restrição de que todo o esgoto produzido na região seja tratado:

$$\sum_{i=1}^{N} QE_{it} = \sum_{k=n+1}^{N} QETE_{kt} \qquad \forall t = 1,...T \qquad (7.5)$$

e) restrição de vazões mínima e máxima para os interceptores e condutos sob pressão, função (material, diâmetro, velocidade, declividade);

$$Q\min_{ij}.x_{ij} \le Q_{ij} \le Q\max_{ij}.x_{ij} \qquad \forall i = 1,...N; \forall j = 1,..., N\ ;\ \forall t = 1,...T \qquad (7.6)$$

f) restrição de vazão máxima nas ETEs:

$$QETE_k \leq QETE\max_{k,yk} \qquad \forall k = m+1,...N\ ;\ \forall t = 1,...T \qquad (7.7)$$

g) restrição {0,1} para coletores:

$$x_{ijt} \in \{0,1\} \qquad \forall i = 1,...N; \forall j = 1,..., N\ ;\ \forall t = 1,...T \qquad (7.8)$$

h) restrição {0,1} para ETEs:

$$y_{kt} \in \{0,1\} \qquad \forall k = n+1,...N\ ;\ \forall t = 1,...T \qquad (7.9)$$

i) restrição {0,1} para EEs:

$$y_{lt} \in \{0,1\} \qquad \forall l = m+1,...N\ ;\ \forall t = 1,...T \qquad (7.10)$$

j) restrição de não-negatividade de vazões nas ETEs:

$$QT_{kt} \geq 0 \qquad \forall k = n+1,...N\ ;\ \forall t = 1,...T \qquad (7.11)$$

k) restrição de não-negatividade de vazões para os interceptores e condutos sob pressão:

$$Q_{ijt} \geq 0 \qquad \forall i = 1,...N; \forall j = 1,..., N\ ;\ \forall t = 1,...T \qquad (7.12)$$

l) restrição de continuidade temporal de vazões nos interceptores:

$$Q_{ijt} \geq Q_{ijt-1} \qquad \forall i = 1,...N; \forall j = 1,..., N \qquad (7.13)$$

m) restrição de continuidade temporal de vazões nas ETEs:

$$QETE_{kt} \geq QETE_{kt-1} \qquad \forall k = m+1,...N\ ;\ \forall t = 1,...T \qquad (7.14)$$

n) restrição de continuidade temporal de vazões nas EEs:

$$QEE_{lt} \geq QEE_{lt-1} \qquad (7.15)$$

As restrições (7.13) a (7.15) são as condições de monoticidade do sistema, fazendo manter a continuidade e coerência das vazões ao longo do tempo. As demais restrições foram descritas no Capítulo 6.

Pretende-se obter uma otimização panorâmica, ou seja, que contemple simultaneamente todo o horizonte de planejamento, a exemplo do que se obtém com o uso de Programação Dinâmica, por exemplo. O método a seguir descrito, embora geral, está particularizado para um horizonte de projeto de dois períodos de tempo. Essa é aliás a prática de planejamento do setor de saneamento no Brasil: usualmente planeja-se para um horizonte de 20 anos dividido em dois períodos de 10 anos.

O método inicia pela segunda etapa do período de planejamento, doravante chamada de Etapa 2. As vazões afluentes aos nós *i* na Etapa 2 são (QE_{i1} + QE_{i2}) (soma das vazões das duas etapas). Na Etapa 2 admite-se que cada trecho possa ter uma tubulação dupla, outra prática comum na engenharia sanitária brasileira. Tem-se os seguintes passos:

(i) inicia-se um processo de otimização por *annealing* inerente à Etapa 2, aqui chamado de *annealing* externo. Para a solução inicial da Etapa 2 admite-se tubulação dupla e diâmetros comerciais máximos para todos os trechos;

(ii) faz-se a verificação hidráulica da solução inicial pelo Modelo Hidráulico. Lembrar que esta verificação é também feita através de otimização por *annealing*, onde se minimiza a potência de bombeamento;

(iii) se aceita a verificação hidráulica, vai-se para a Etapa 1 do horizonte de planejamento. A rede inicial obtida na Etapa 2 é também a rede inicial para a Etapa 1. As soluções candidatas para a Etapa 1 são obtidas através de dois sorteios incluídos no processo de otimização (aqui chamado de *annealing* interno):

a) sortear nos trechos que vem da Etapa 2:
   - onde havia duas tubulações: tirar uma ou ambas
   - onde havia uma tubulação: tirar uma ou nenhuma

b) sortear vazões para cada nó da rede:
   - vazão QE_{i1} ou
   - vazão $QE_{i1} + QE_{i2}$

(iv) após os sorteios é testada a viabilidade hidráulica e segue-se com o processo de otimização, obtendo-se assim uma primeira “rede ótima” para a Etapa 1 e seu respectivo custo, FOB_{Etapa1}. Verificando quais obras da Etapa 2 não foram contempladas na Etapa 1, obtém-se o custo da Etapa 2, FOB_{Etapa2} (com custo descontado) . O Custo Total será igual a $FOB_{Etapa1} + FOB_{Etapa2}$.

(v) retorna-se à Etapa 2 agora propondo soluções candidatas, também através de dois sorteios:

a) sortear nos trechos:

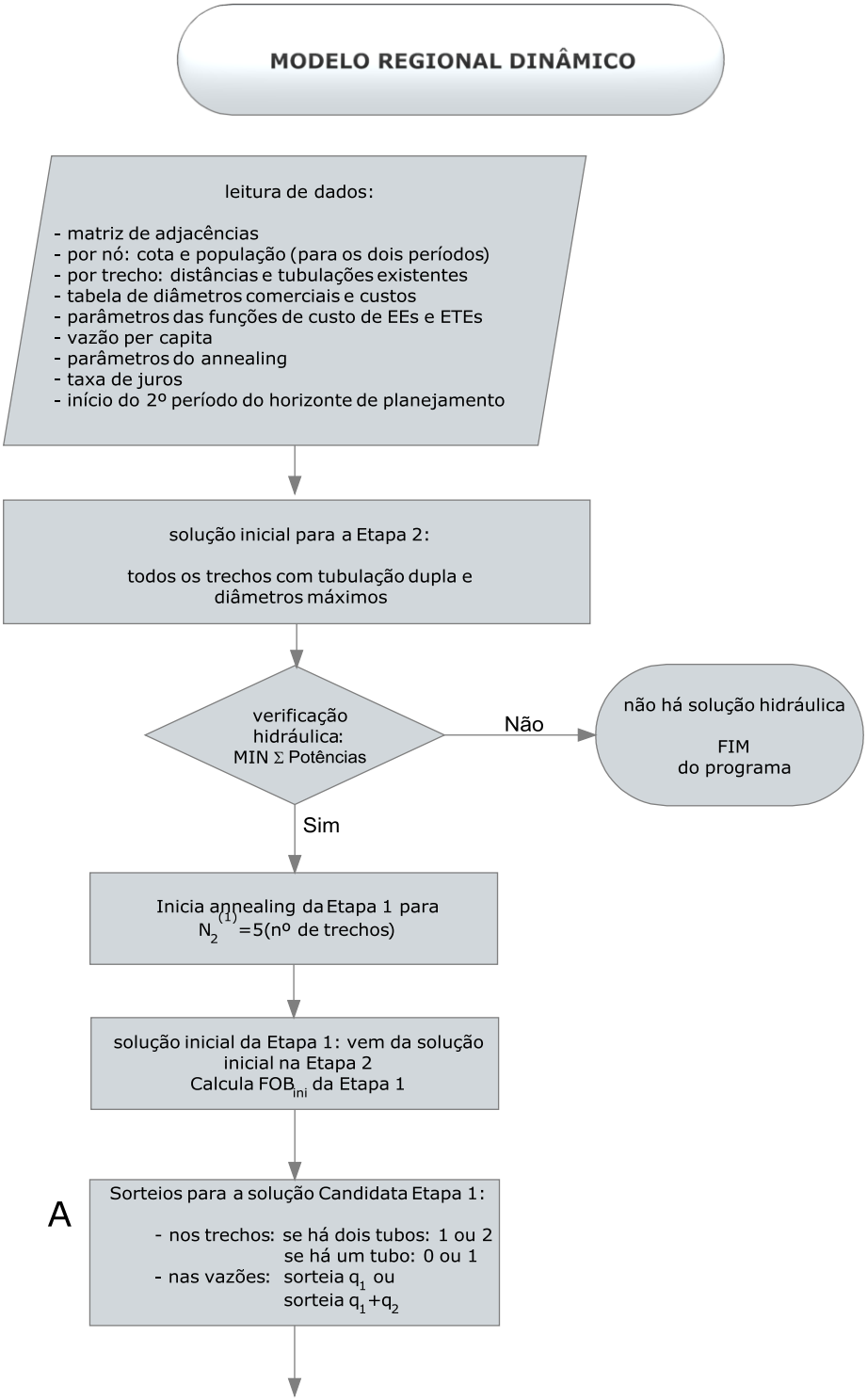
- onde havia duas tubulações: tirar uma ou ambas
- onde havia uma tubulação: tirar uma ou nenhuma

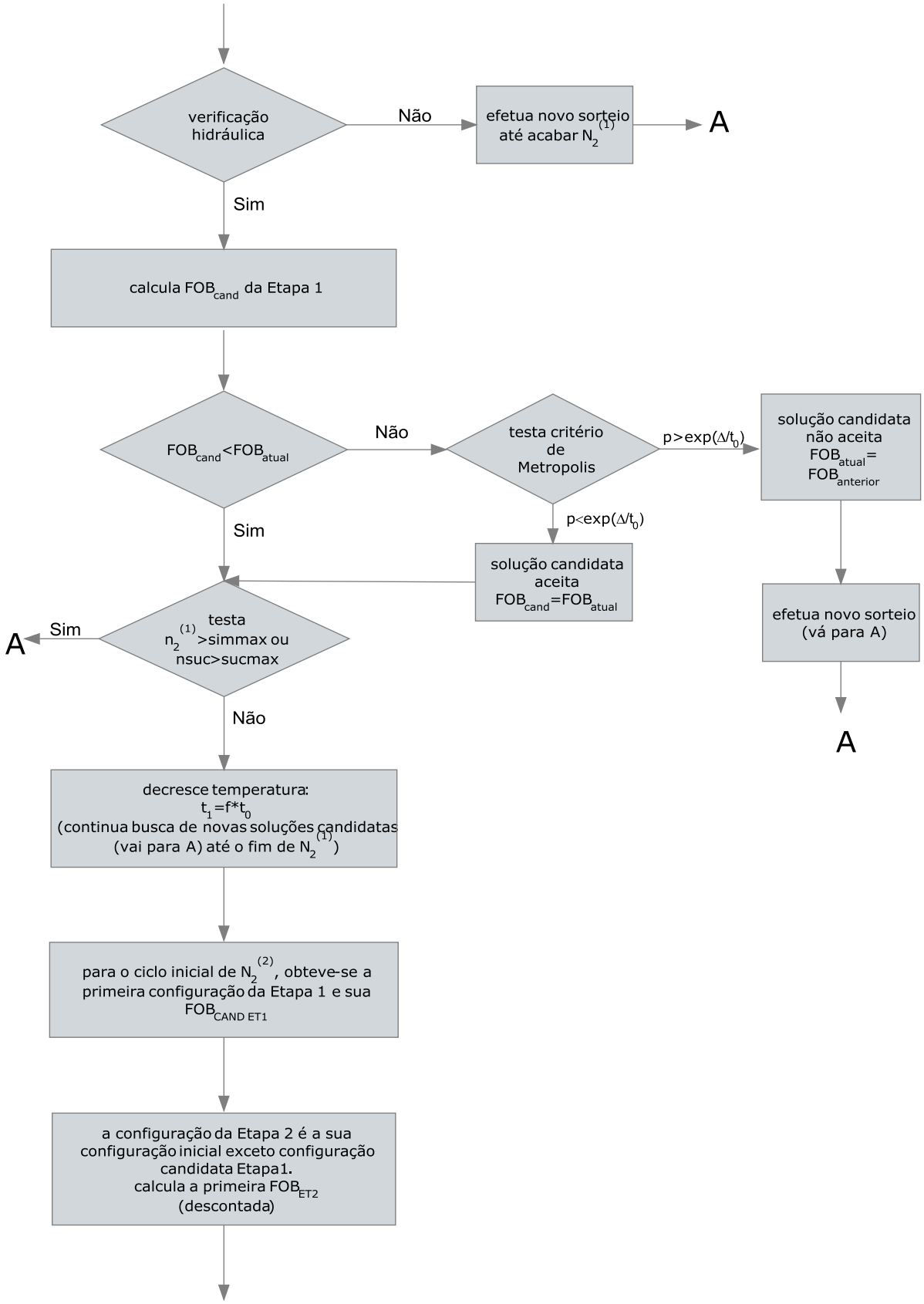
b) sortear nos trechos:

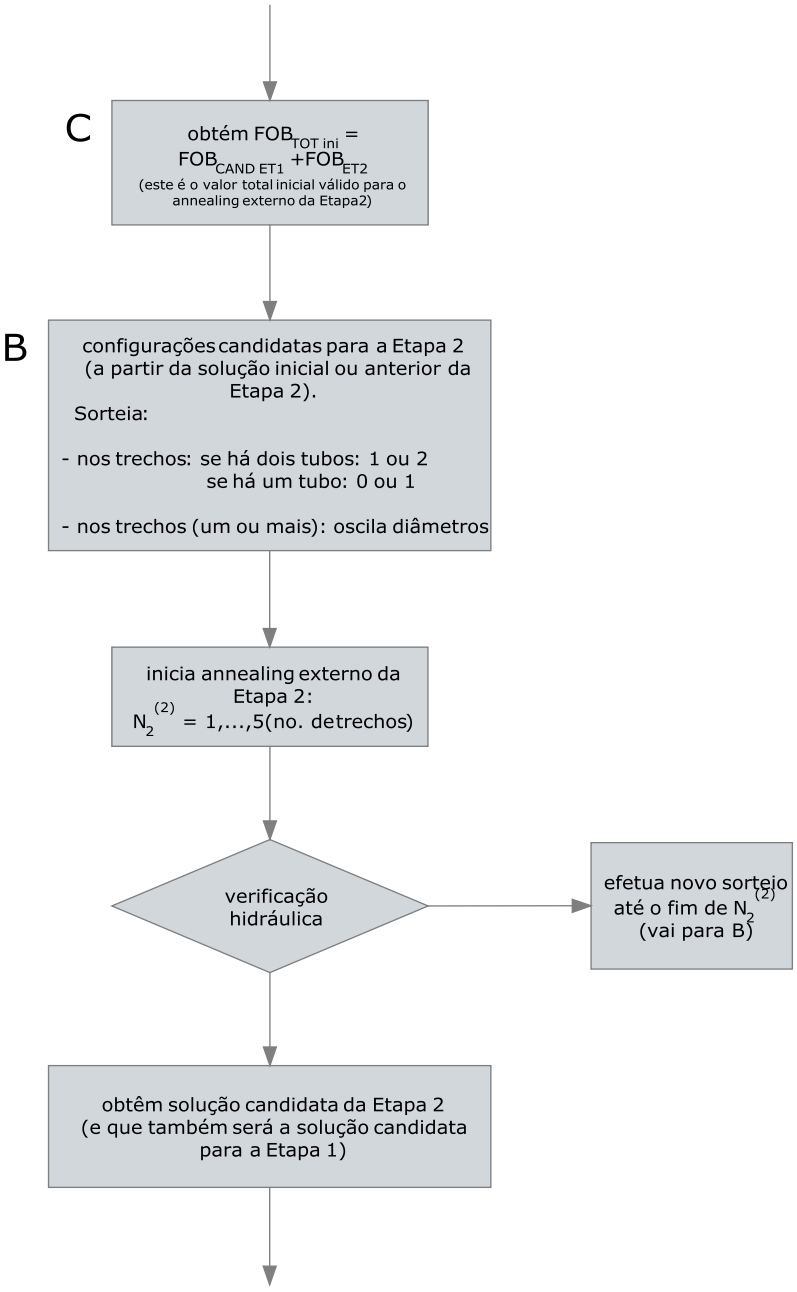
- oscilação do diâmetro de um (ou mais) trecho(s): um diâmetro comercial para cima ou para baixo.

(vi) repetem-se os passos (ii), (iii) e (iv) e se obtém a configuração da solução pseudo-ótima para todo o horizonte de planejamento.

O fluxograma da Figura 7.1 detalha os passos acima resumidos:


MODELO REGIONAL DINÂMICO
leitura de dados:
- matriz de adjacências
- por nó: cota e população (para os dois períodos)
- por trecho: distâncias e tubulações existentes
- tabela de diâmetros comerciais e custos
- parâmetros das funções de custo de EEs e ETEs
- vazão per capita
- parâmetros do annealing
- taxa de juros
- início do 2º período do horizonte de planejamento
solução inicial para a Etapa 2:
todos os trechos com tubulação dupla e diâmetros máximos
verificação hidráulica: MIN Σ Potências
Não
não há solução hidráulica
FIM do programa
Sim
Inicia annealing da Etapa 1 para $N_2^{(1)}$ =5(nº de trechos)
solução inicial da Etapa 1: vem da solução inicial na Etapa 2
Calcula FOB_{ini} da Etapa 1
A
Sorteios para a solução Candidata Etapa 1:
- nos trechos: se há dois tubos: 1 ou 2
se há um tubo: 0 ou 1
- nas vazões: sorteia q_1 ou
sorteia q_1+q_2


verificação hidráulica
Não
efetua novo sorteio até acabar $N_2^{(1)}$
A
Sim
calcula FOB_{cand} da Etapa 1
$FOB_{cand}<FOB_{atual}$
Não
testa critério de Metropolis
$p>exp(\Delta/t_0)$
solução candidata não aceita $FOB_{atual}=FOB_{anterior}$
$p<exp(\Delta/t_0)$
Sim
solução candidata aceita $FOB_{cand}=FOB_{atual}$
efetua novo sorteio (vá para A)
A
testa $n_2^{(1)}>simmax$ ou $nsuc>sucmax$
Sim
A
Não
decresce temperatura: $t_1=f*t_0$ (continua busca de novas soluções candidatas (vai para A) até o fim de $N_2^{(1)}$)
para o ciclo inicial de $N_2^{(2)}$, obteve-se a primeira configuração da Etapa 1 e sua $FOB_{CAND\ ET1}$
a configuração da Etapa 2 é a sua configuração inicial exceto configuração candidata Etapa1. calcula a primeira FOB_{ET2} (descontada)


C
obtém $FOB_{TOT\ ini}$ =
$FOB_{CAND\ ET1}$ +FOB_{ET2}
(este é o valor total inicial válido para o annealing externo da Etapa2)
B
configurações candidatas para a Etapa 2
(a partir da solução inicial ou anterior da Etapa 2).
Sorteia:
- nos trechos: se há dois tubos: 1 ou 2
se há um tubo: 0 ou 1
- nos trechos (um ou mais): oscila diâmetros
inicia annealing externo da Etapa 2:
$N_2^{(2)}$ = 1,...,5(no. detrechos)
verificação hidráulica
efetua novo sorteio até o fim de $N_2^{(2)}$
(vai para B)
obtêm solução candidata da Etapa 2
(e que também será a solução candidata para a Etapa 1)

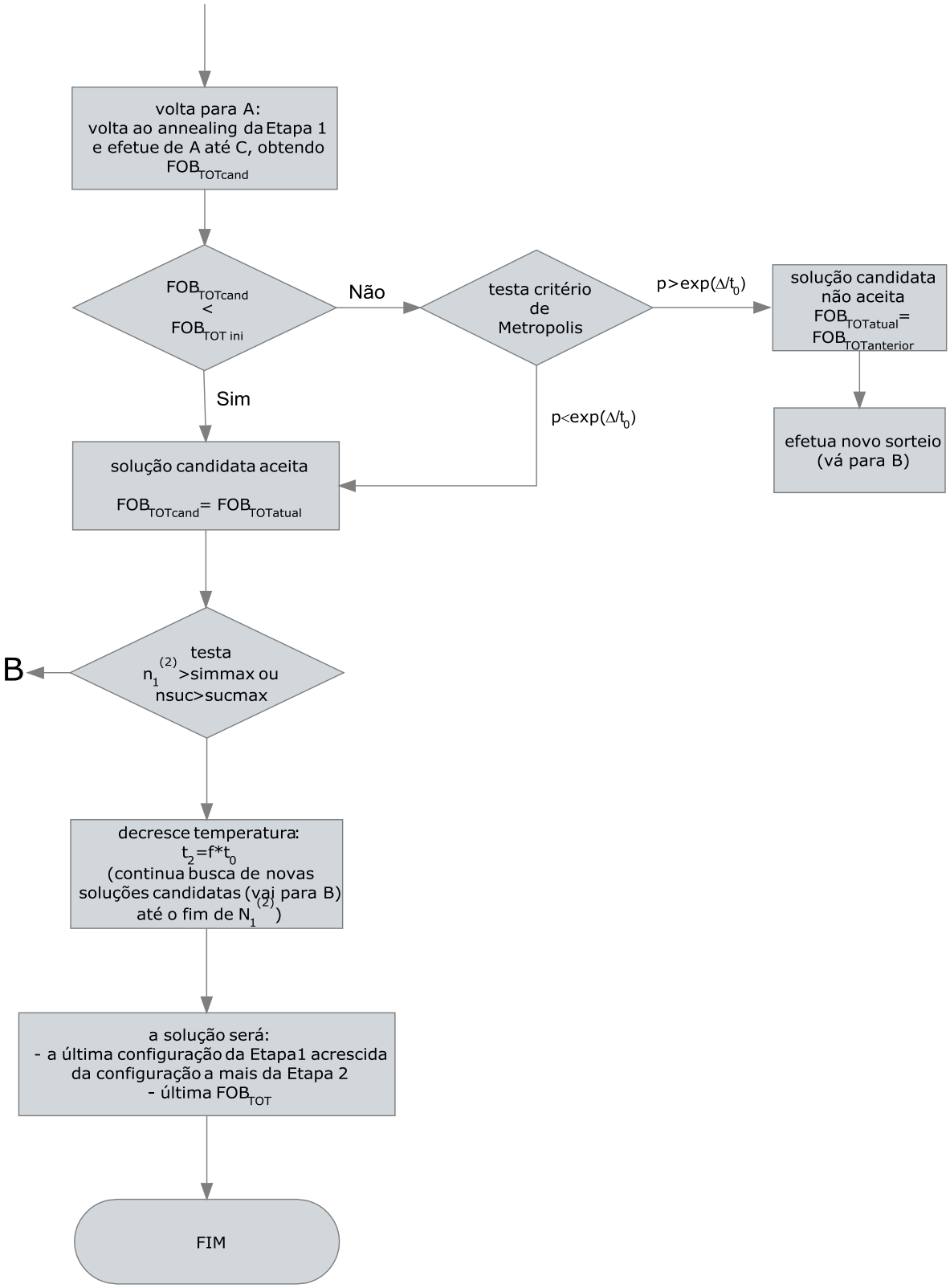


Figura 7.1 – Fluxograma do Modelo Dinâmico

7.3 APLICAÇÃO À BACIA EXEMPLO

Mesmo com os ajustes descritos no Modelo Estático para torná-lo computacionalmente mais veloz, os computadores utilizados neste trabalho não suportaram processamentos mais abrangentes (leia-se valores altos para os parâmetros de otimização) do Modelo Dinâmico. Assim, as aplicações tiveram que ser limitadas a valores baixos para os parâmetros, mostrando uma tendência do caminho ótimo para os valores das Funções Objetivo.

O Modelo Dinâmico foi testado na mesma “bacia exemplo” utilizada para o Modelo Estático. As populações correspondentes ao segundo período foram tomadas como o dobro das vazões do primeiro período. Um evidente exagero para o mundo real, mas interessante para ressaltar as possíveis diferenças de configuração obtidas. Foi utilizado o primeiro Modelo Hidráulico (ALGO_HIDR_01).

A figura 7.2 apresenta a tela de entrada do modelo computacional referente aos parâmetros referentes à rede. Em relação à tela do modelo estático, tem-se uma coluna a mais, referente à população do segundo período de planejamento. A figura 7.3 apresenta a tela referente aos parâmetros do *annealing* na otimização hidráulica e na dinâmica. Na etapa dinâmica, os valores dos parâmetros do *annealing* são sempre os mesmos, seja para a primeira ou para a segunda Etapa. As outras duas abas são referentes aos custos unitários dos diâmetros (igual à aba do Modelo Estático) e a aba referente aos resultados do modelo.

NÚMERO DE NÓS
11
ÚLTIMO NÓ COM AFLUÊNCIA
8

NÓ	COTA	POP1	POP2	Q.ETE		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
01	200	5000	10000	0	0	0	1	0	3	4	0	0	0	0	0	0
02	150	4000	8000	0	0	1	0	2	0	5	0	0	0	15	0	0
03	180	3500	7000	0	0	0	2	0	0	6	8	0	0	0	16	0
04	250	3000	6000	0	0	3	0	0	0	7	0	10	0	0	0	0
05	180	2000	4000	0	0	4	5	6	7	0	9	11	12	0	0	0
06	200	10000	20000	0	0	0	0	8	0	9	0	0	13	0	0	0
07	220	6000	12000	0	0	0	0	0	10	11	0	0	14	0	0	17
08	250	7000	14000	0	0	0	0	0	0	12	13	14	0	0	0	0
09	100	0	0	0	1.0	0	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	130	0	0	0	1.5	0	0	16	0	0	0	0	0	0	0	0
11	180	0	0	0	3.0	0	0	0	0	0	0	17	0	0	0	0

TTRECHO	DISTÂNCIA	DIÂMETROS	
01	10000	-1	-1
02	8000	-1	-1
03	8000	-1	-1
04	15000	-1	-1
05	7000	-1	-1
06	12000	-1	-1
07	9000	-1	-1
08	4000	-1	-1
09	13000	-1	-1
10	8000	-1	-1
11	8000	-1	-1
12	12000	-1	-1
13	14000	-1	-1
14	6000	-1	-1
15	1000	-1	-1
16	2000	-1	-1
17	3000	-1	-1

Figura 7.2 – Tela do modelo computacional com a rede inicial

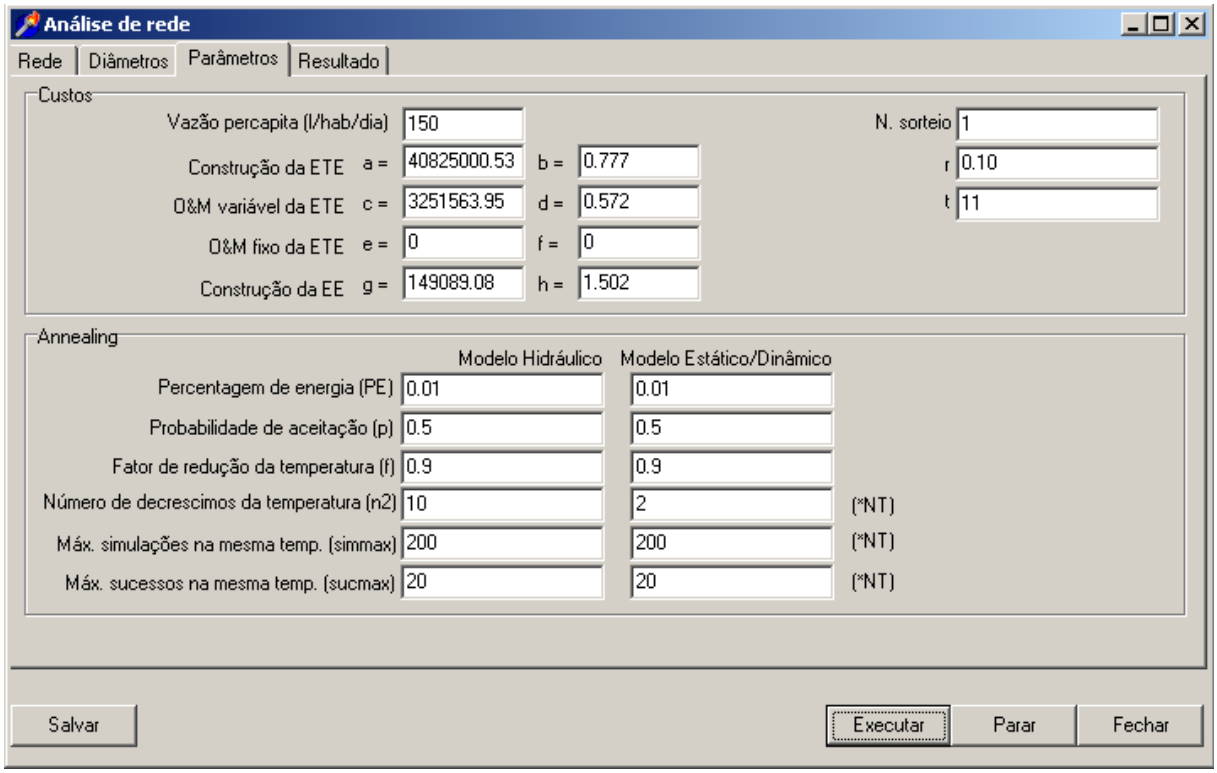


Figura 7.3 – Tela do modelo computacional com os parâmetros

Para se ter uma noção do comportamento do modelo no seu componente dinâmico, procedeu-se à variação de seu número de decréscimos de temperatura n_2, com os demais parâmetros dos modelos hidráulico e dinâmico mantidos fixos, como mostra a tabela 7.1. Fez-se exceção para n_2=10, onde em função do alto tempo de processamento, reduziu-se *simax* para 50 e *sucmax* para 10. A tabela 7.2 apresenta os valores obtidos para as FOBs. A tabela 7.3 apresenta características obtidas para a configuração da rede. A taxa de retorno considerada foi de 10%.

Tabela 7.1 – valores dos parâmetros do Recozimento nos modelos hidráulico e dinâmico

	hidráulico	**dinâmico**
n2	10	1 a 10
simmax	200	200
sucmax	20	20
nit1	1.000	--
nit2	200	--

Tabela 7.2 – Resultados da FOB para o Modelo Dinâmico - bacia exemplo (R$) r = 10% t = 20 anos

		ETAPA 1			ETAPA 2		
Rodada	n_2	**FOB Min**	**FOB Média**	**Desvio Padrão**	**FOB Min**	**FOB Média**	**Desvio Padrão**
1	1	30.095.447,61	60.878.708,55	30.807.643,49	64.577.389,85	80.560.724,73	21.924.718,61
2	2	32.917.694,09	56.009.910,20	20.053.797,37	57.978.438,31	77.106.487,77	25.390.925,66
3	5	38.365.537,66	53.677.525,85	12.363.164,98	47.314.597,54	65.041.323,63	24.747.839,76
4	10	32.826.179,98	49.152.261,84	9.652.496,36	45.638.271,77	63.103.830,92	14.320.198,75

Tabela 7.3 – Configuração das redes obtidas

rodada	n2	Etapa 1			Etapa 2		
		n° trechos c/ bombeamento	n° de ETEs	trechos eliminados	n° trechos c/ bombeamento	n° de ETEs	trechos eliminados
1	1	1	3	8	---	3	4
2	2	---	3	9	---	3	6
3	5	2	3	9	---	3	6
4	10	---	3	9	---	3	9

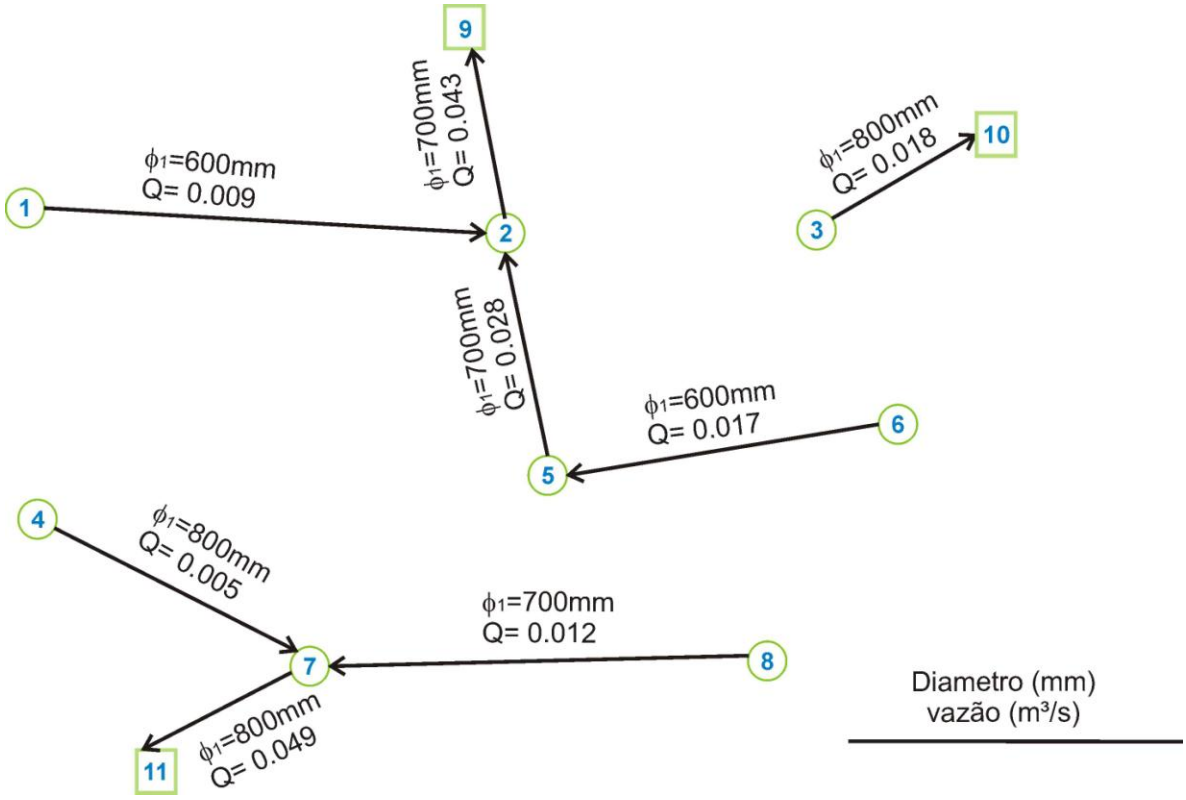
Nota-se, na tabela 7.2, pelos valores das FOBs em ambas as Etapas, uma clara redução do valor da Função Objetivo nas quatro simulações apresentadas, em função da redução de diâmetros, eliminação de alguns trechos e eliminação de algumas tubulações duplas.

A tabela 7.4 mostra, para cada decréscimo de temperatura, quando tal decréscimo se faz através do número máximo de simulações naquela temperatura ou através do número máximo de sucessos. Para n_2 = 5 e 10 já se nota a não saída pelo número de sucessos. Ou seja, valores um pouco superiores para n_2 provavelmente já levariam a soluções próximas da pseudo ótima.

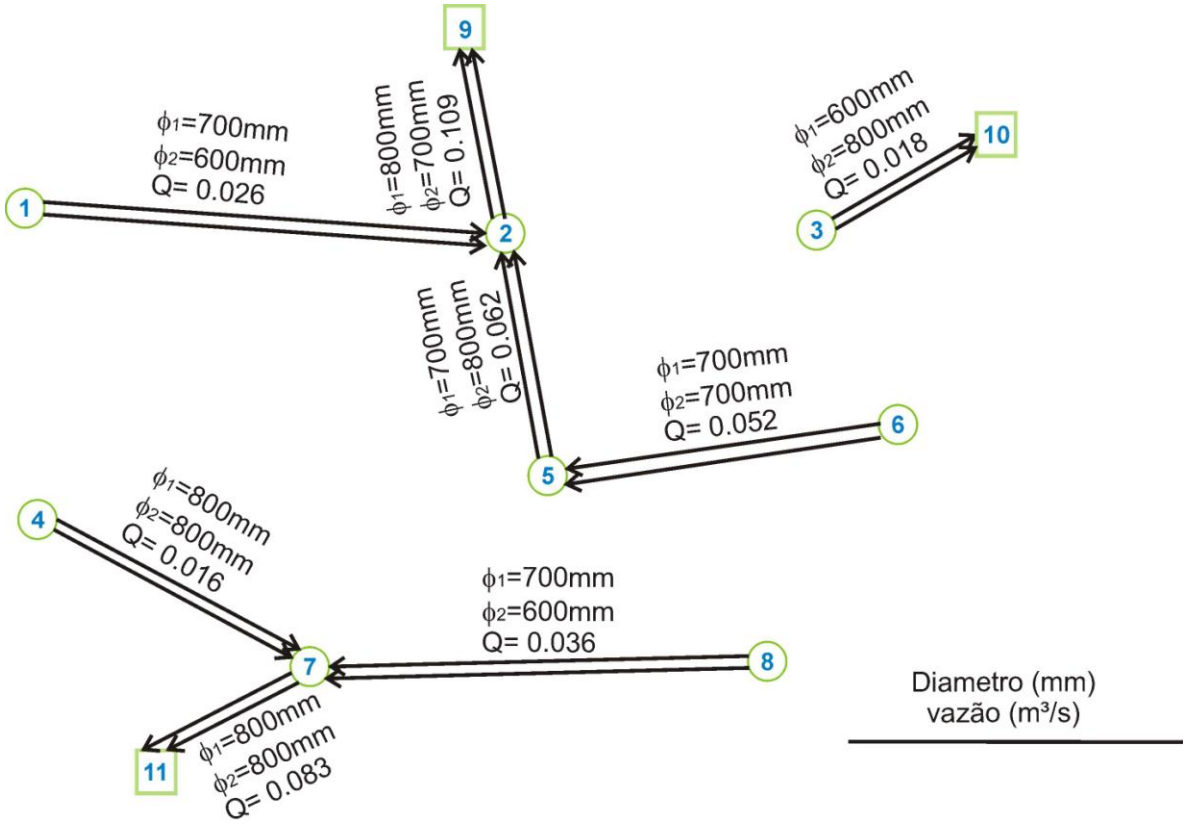
Tabela 7.4 - n° de simulações e de sucessos em cada temperatura em função de n_2 da Etapa 2

n° de decréscimos de temperatura (n2)	n° de simulações em cada temperatura	n° de sucessos em cada temperatura
1	200	17
2	200/200	11/0
5	200/200/200/200/200	11/0/0/0/0
10	43/50/50/50/50/50/50/50/50	10/2/0/1/1/0/0/0/6/3

As figuras 7.4.a e 7.4.b mostram as redes resultantes para as Etapas 1 e 2, respectivamente, para um número de decréscimos de temperatura para o *annealing* dinâmico n_2 = 10. Já na Etapa 1, a rede resultante apresenta três ETEs, mantidas na Etapa 2. Não há bombeamento e na Etapa 2 todos os trechos acabam duplicados.



(a) - Etapa 1



(b) - Etapa 2

Figura 7.4 – Redes resultantes do Modelo Dinâmico para a “bacia exemplo”

7.4 A INFLUÊNCIA DA TAXA DE DESCONTO

A comparação entre valores monetários ao longo do tempo se faz com a comparação do valor presente, função da extensão do período e da taxa de desconto através da equação 7.16. A tabela 7.5 mostra os valores para os quais se devem multiplicar os custos correntes para se levar valores monetários ao valor presente. Este coeficiente multiplica o valor da FOB da Etapa 2. Nota-se que o coeficiente diminui com o tempo e com a taxa de desconto. Nas simulações deste trabalho o segundo período de planejamento se inicia no 11° ano. Ou seja, para *t* = 10 anos, o aumento da taxa de retorno faz com que o valor da FOB da 2ª Etapa seja multiplicado por um fator decrescente. Ou seja ainda, o valor presente da Etapa 2 decresce com a taxa de juros.

$$\text{Custo Descontado} = \text{Custo}/(1+r)^t \quad \text{.....(7.16)}$$

Onde:

r: taxa de desconto

t: período de tempo a ser descontado (anos)

Tabela 7.5 – Coeficientes para o Custo Descontado para a FOB da Etapa 2

r/t	0	1	5	10	15	20	50
0,02	1	0,9804	0,9057	0,8203	0,7430	0,6730	0,3715
0,05	1	0,9524	0,7835	0,6139	0,4810	0,3769	0,0872
0,10	1	0,9091	0,6209	0,3855	0,2394	0,1486	0,0085
0,15	1	0,8696	0,4972	0,2472	0,1229	0,061	0,0009

Obs.:o resultado mostra o inverso de $(1+r)^t$

O Modelo Dinâmico foi processado para quatro valores da taxa de desconto: 5%, 10%, 15% e 20%. O número de decréscimos de temperatura (n_2) para o Modelo Dinâmico foi fixado em 5. Os demais parâmetros do *annealing* são os constantes da tabela 7.6. A Tabela 7.7 apresenta os valores obtidos para a Função Objetivo com a variação da taxa de desconto. A Tabela 7.8 apresenta as diversas configurações obtidas.

Tabela 7.6 – Valores dos parâmetros do Recozimento nos modelos Hidráulico e Dinâmico

	hidráulico	**Estático**
n2	10	5
simmax	200	200
sucmax	20	20
nit1	1.000	--
nit2	200	

Tabela 7.7 – Variação da taxa de desconto e resultados da FOB para o Modelo Dinâmico - bacia exemplo (R$)
(n_2 do Modelo Dinâmico = 5)

Taxa de retorno (%)	Custo Total FOB Min (R$)	ETAPA 1			ETAPA 2		
		FOB Min	FOB Média	Desvio Padrão	FOB Min	FOB Média	Desvio Padrão
5	88.212.952,59	34.510.417,05	46.097.892,68	11.669.659,96	53.702.535,54	81.087.688,30	27.519.045,61
10	85.680.135,20	38.365.537,66	53.677.525,85	12.363.164,98	47.314.597,54	65.041.323,63	24.747.839,76
15	76.307.302,62	35.085.611,67	51.350.687,03	12.950.208,94	41.221.690,95	59.630.673,71	25.855.337,84
20	75.376.005,59	36.744.729,98	58.395.669,61	16.919.904,22	38.631.275,61	58.738.894,11	31.115.194,96

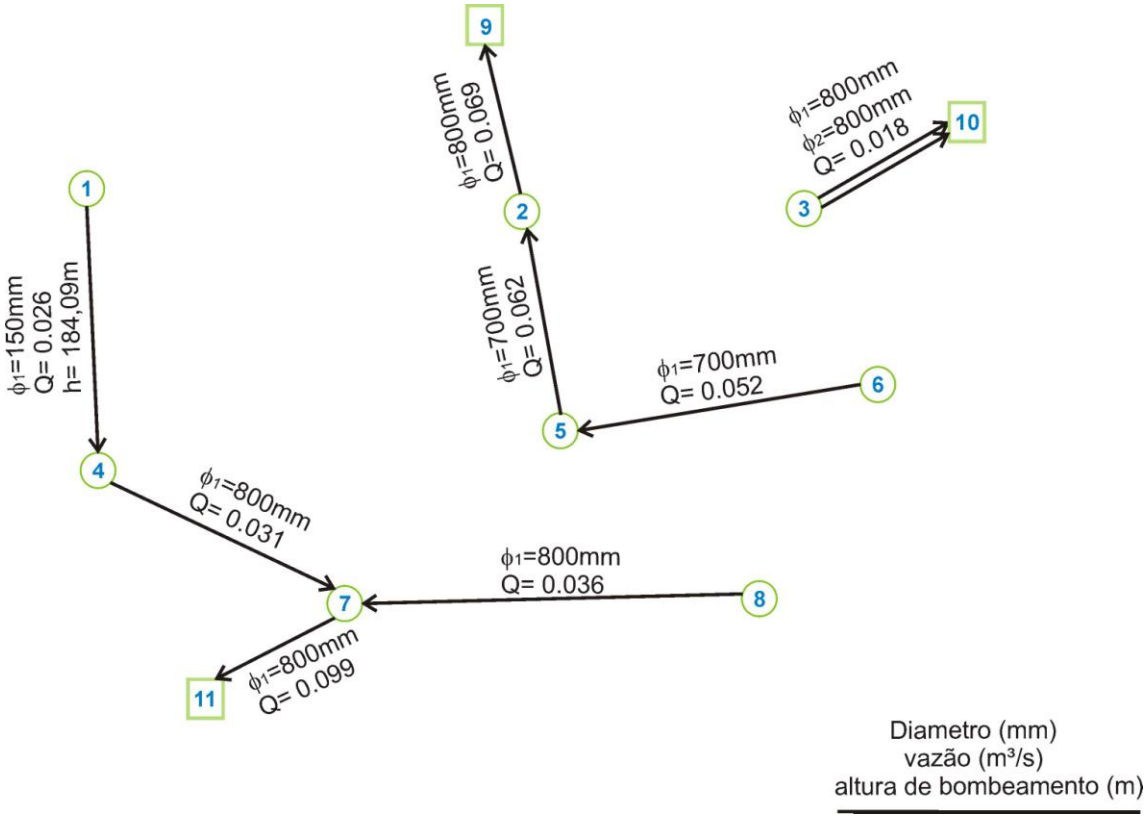
Tabela 7.8 – Configuração das redes obtidas com a variação da taxa de desconto

taxa de desconto (%)	Etapa 1			Etapa 2		
	n° trechos c/ bombeamento	n° de ETEs	Trechos eliminados	n° trechos c/ bombeamento	n° de ETEs	trechos eliminados
5	1	3	9	---	3	9
10	1	2	9	---	2	9
15	2	1	9	---	2	9
20	---	3	9	---	3	7

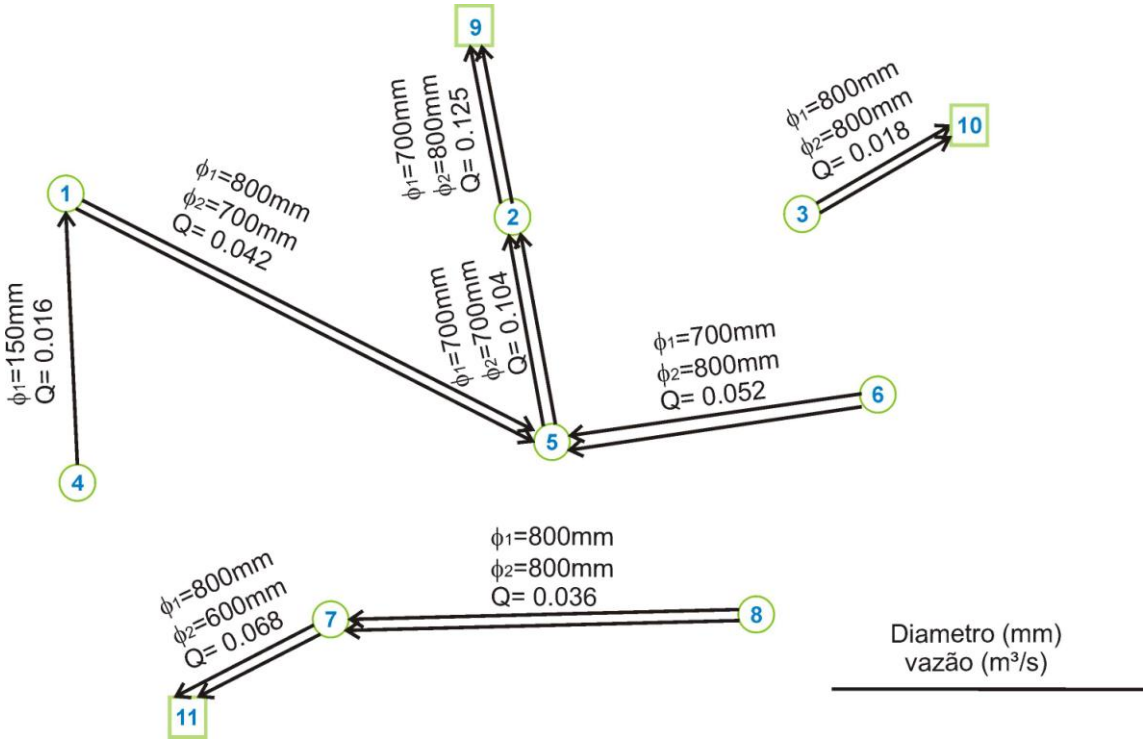
A tabela 7.7 mostra a variação para baixo do custo total (FOB Mínima) com o aumento da taxa de desconto e, como se vê na tabela 7.8, um decréscimo do número de ETEs na Etapa 1 com o aumento da taxa de juros.

As figuras 7.5.a e 7.5.b, e 7.6.a e 7.6.b mostram as configurações de rede obtidas para as taxas de desconto iguais a 5% e 20%, respectivamente.

O método apresentado neste Capítulo para o expansão da capacidade é baseado em quatro ciclos de aplicação do Recozimento Simulado, se o horizonte do planejamento consistir de dois períodos. Como as soluções iniciais e candidatas são obtidas por sorteio, o processo todo demanda um grande esforço computacional. Porém, os resultados obtidos para extensões relativamente curtas do processo de arrefecimento levam a resultados inequívocos no caminho de soluções quase-ótimas.

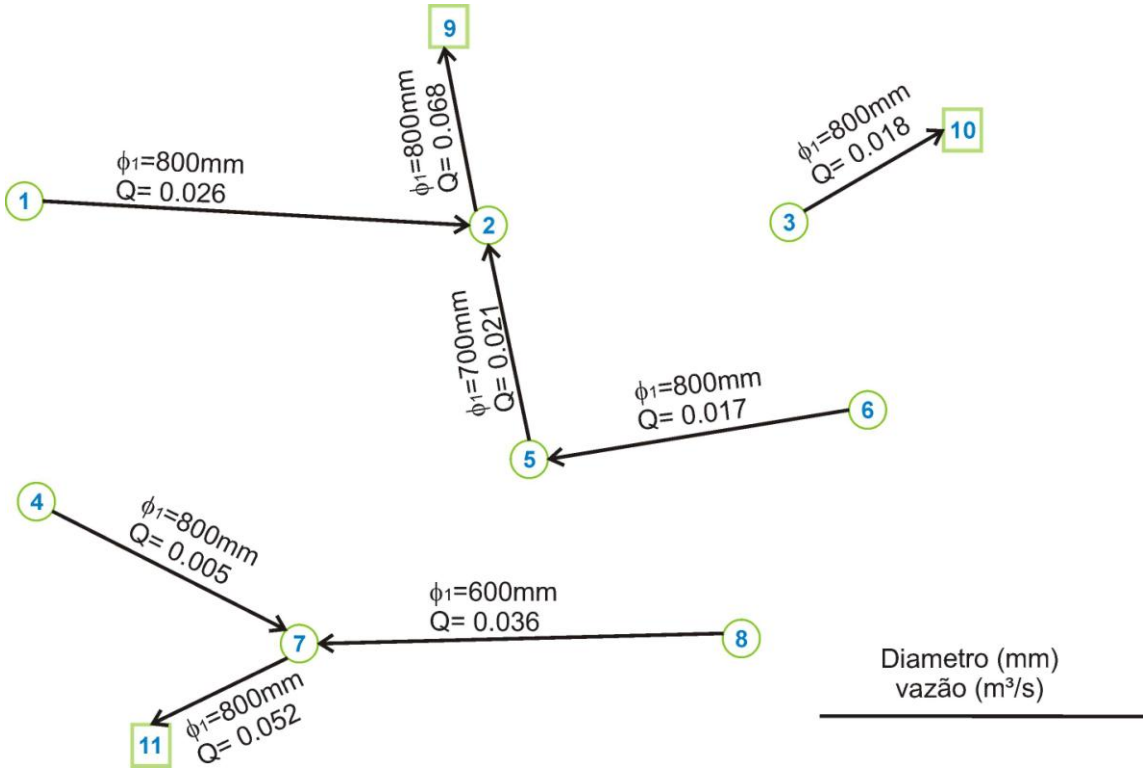


(a) – Etapa 1

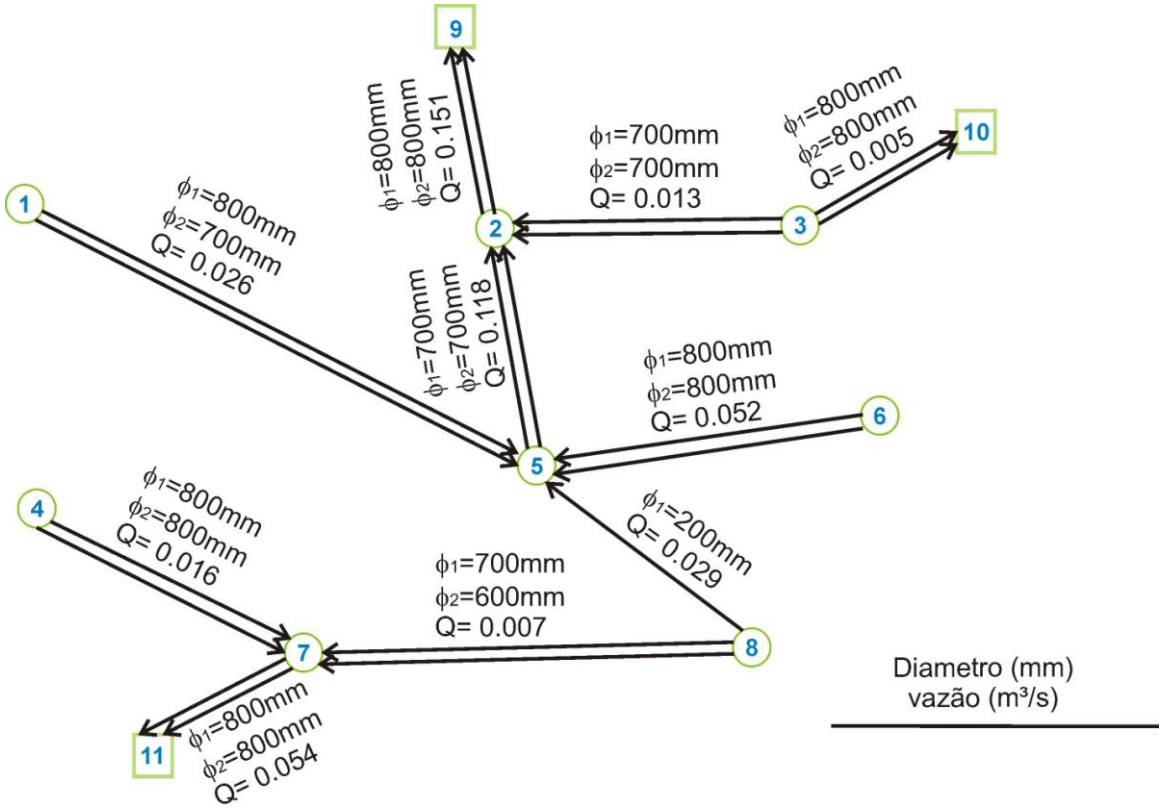


(b) – Etapa 2

Figura 7.5 – Configuração obtida para taxa de juros = 5%



(a) – Etapa 1



(b) – Etapa 2

Figura 7.6 – Configuração obtida para taxa de juros = 20%

CAPÍTULO 8 – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

8.1 INTRODUÇÃO

O objetivo desta pesquisa foi utilizar a metaheurística do Recozimento Simulado na otimização de sistemas regionais de tratamento de efluentes (Modelo Estático) e em sua expansão da capacidade (Modelo Dinâmico). No cumprimento desse objetivo foram desenvolvidos modelos computacionais, expressos através de métodos computacionais descritos em linguagem DELPHI 4.

A tese inicia com uma exposição da situação atual: um país ainda carente em infra-estrutura de saneamento básico, com recursos limitados e uma política ainda não detalhada, com base na recente lei de saneamento (lei federal n°11.445, de janeiro de 2007). Por outro lado, tem-se um crescente clamor da sociedade pela despoluição dos cursos d'água, mormente aqueles que cortam aglomerações urbanas e metropolitanas. Surge então a necessidade do desenvolvimento e utilização de ferramentas de apoio ao planejamento dos sistemas de recursos hídricos, para auxiliar as decisões das entidades envolvidas e dos Comitês de Bacia. É dentro deste contexto que se insere a presente pesquisa.

A pesquisa prossegue com uma apresentação abrangente, mas sucinta, das origens teóricas do problema, dentro da Pesquisa Operacional, na área da teoria da localização de facilidades. A solução dos modelos de localização se apóia nas técnicas tradicionais de otimização, tais como Programação Linear e Não Linear. Do domínio inicial dos matemáticos e cientistas de Pesquisa Operacional, estas técnicas ganharam corpo junto à engenharia, para resolver problemas de localização de infra-estruturas e de expansão das mesmas. A partir de cerca de duas décadas atrás, os modelos tradicionais de otimização vem sendo complementados com as chamadas

metaheurísticas. São métodos de otimização aproximados mas bastante eficazes, baseados na observação de fenômenos físicos (por exemplo, Recozimento Simulado) ou biológicos (por exemplo, Colônia de Formigas).

Para sistemas regionais de saneamento cada vez mais se faz necessária a conjugação da otimização dos sistemas com a preservação da qualidade da água dos corpos receptores. Modelos de qualidade da água, rapidamente revisados no Capítulo 3, são aplicados como verificadores de restrições ambientais.

O Capítulo 4 apresenta uma revisão da bibliografia nacional e internacional sobre o tema. Do início da década de 60 do século passado vêm as primeiras aplicações de técnicas de otimização na definição de sistemas regionais de saneamento. Dos anos 80 em diante, aparecem as aplicações das metaheurísticas nesse mesmo problema. No Brasil, mesmo as técnicas de otimização tradicionais vem sendo aplicadas com parcimônia. A grande exceção verifica-se no campo da otimização da operação de grandes sistemas hidrotérmicos, em conjunto com a hidrologia estocástica, onde trabalhos de ponta vêm sendo desenvolvidos. Uma constatação recorrente dos pesquisadores é a dificuldade de convencimento junto aos engenheiros projetistas na aplicação de todo este ferramental poderoso.

8.2 CONCLUSÕES

O Capítulo 5 apresenta uma breve revisão bibliográfica sobre funções de custos na área de saneamento. Informações obtidas junto à Companhia de Saneamento do Paraná – SANEPAR, permitiram o desenvolvimento de funções de custo de construção para interceptores, estações elevatórias e alguns tipos de

estações de tratamento. Também apresenta-se função de custos de O&M para ETEs. Este é um primeiro resultado interessante desta pesquisa, visto que funções de custo de construção e O&M de infra-estrutura de saneamento não são comuns na literatura brasileira. Para tanto, utilizou-se o pacote computacional LAB Fit (Silva e Silva, 2008) da Universidade Federal de Campina Grande. Embora o pacote sugerisse outras expressões que resultavam em melhor ajuste (melhor coeficiente de determinação), optou-se em não utilizar equações com termos livres. Ao cabo todos os ajustes foram feitos através da função de potência, muito utilizada para expressar a economia de escala.

O Capítulo 6 apresenta o modelo computacional e os métodos computacionais desenvolvidos para a otimização de sistemas regionais. O problema de fundo é a verificação hidráulica dos arranjos propostos. Como se permite que os trechos das redes tenham qualquer sentido de fluxo, e também se permitem fluxos a gravidade e sob pressão, tem-se um problema adicional de otimização, pois são inúmeras as soluções possíveis. A solução proposta para tal problema foi de desenvolver heurísticas baseadas na equação universal de perda de cargas, continuidade de fluxos nos nós, simulação para obtenção de soluções iniciais e candidatas, e uso do Recozimento Simulado na otimização das soluções candidatas, tendo como função objetivo a minimização dos bombeamentos. Na busca de tempos de processamento menores, um segundo algoritmo hidráulico (ALGO_HIDR_02) foi desenvolvido. Este segundo algoritmo é mais intuitivo, baseado na solução de um sistema de equações lineares que resulta em matrizes retangulares, resolvidas pelo método da Decomposição QR. As equações lineares nada mais são do que as equações da continuidade nos nós da rede. Para os nós que contêm as ETEs, as

desigualdades são transformadas em igualdades através da adição de variáveis de folga.

Equacionado o problema hidráulico, tem-se a otimização da rede propriamente dita, através de alteração de diâmetros, eliminação de trechos e necessidade de uma ou mais ETEs. Novamente aqui se aplicou otimização através de Recozimento Simulado. Os modelos foram testados em uma bacia exemplo proposta na literatura (Souza e Cunha ,1999). Os resultados obtidos são bastante auspiciosos, atendendo plenamente aos objetivos desta pesquisa. O modelo também foi aplicado à bacia do rio Barigui, na Região Metropolitana de Curitiba, PR. O tempo de processamento revelou-se bastante alto, pelo menos para o caso de computadores pessoais, o que já era esperado quando se utilizam métodos baseados em simulação. Cabe aqui uma citação, devida a Kaviski (2006):

A precisão do método de Monte Carlo é limitada pelo tempo de computação disponível e, por essa razão, muitas vezes é pouco usado como técnica instrumental, em aplicações práticas. Tipicamente o método de Monte Carlo é usado para estudar comportamentos assintóticos de um sistema e para calcular os parâmetros das leis assintóticas. Como regra geral, para reduzir os erros causados pelas imprecisões nas leis assintóticas, é necessário empregar longos vetores de dados e que geralmente necessitam de longos tempos de processamento para obter-se o comportamento assintótico. Existem várias formas para aumentar a precisão dos cálculos. A forma mais trivial consiste em usar computadores mais velozes e realizar processamentos que exigem tempos de computação mais longos. Muitas vezes é possível desenvolver algoritmos mais precisos reduzindo-se simultaneamente o tamanho dos vetores dos dados. As técnicas usadas para redução de variância geralmente são fundamentadas em princípios simples, mas que reduzem o tempo de processamento em muitas vezes, em relação aos métodos formulados sem levar em consideração estes procedimentos.

Não obstante o tempo de processamento, os resultados obtidos para a bacia do rio Barigui certamente apontam para uma rede pseudo ótima com minimização de custos.

Ao final do Capítulo 6 é aplicado o modelo de qualidade da água de Streeter-Phelps, para verificar se a localização das ETEs indicadas pelo Modelo Estático para o rio Barigui cumprem determinados requisitos de qualidade de acordo com os parâmetros oxigênio dissolvido e demanda bioquímica de oxigênio. Em função das características do rio Barigui e, conseqüentemente, dos parâmetros k_1 e k_2, além da própria concentração de lançamentos proposta pelo Modelo Estático, os valores de oxigênio dissolvido obtidos são bastante elevados. Já os elevados valores da demanda bioquímica de oxigênio recomendam a utilização de tratamentos de efluentes mais eficazes, tais como lodos ativados

A pesquisa se desenvolve no Capítulo 7, quando se propõe um método para a solução do Modelo Dinâmico, ou seja, para a expansão da capacidade do sistema regional de tratamento de efluentes. O método, embora geral, aborda dois períodos de planejamento. Ambos os períodos são tratados de forma simultânea, de modo a se obter uma solução panorâmica do problema. Cada solução proposta para a segunda etapa tem seu ótimo correspondente na primeira etapa. O algoritmo do Recozimento é aplicado quatro vezes: na otimização da Etapa 2 e sua correspondente solução hidráulica e nas conseqüentes otimizações da Etapa 1 e suas respectivas soluções hidráulicas. Novamente, aparece a questão de métodos baseados em simulação Monte Carlo, com o tempo de processamento se revelando bastante elevado. Os resultados obtidos são encorajadores, pois levam claramente a um caminho de obtenção da solução pseudo ótima.

8.3 RECOMENDAÇÕES

O presente trabalho pretende ser uma seqüência na linha de pesquisa que utilize metaheurísticas como o Recozimento Simulado na solução de problemas de otimização na área de recursos hídricos. Muito há a ser desenvolvido, entre as quais as recomendações abaixo.

- Funções de custo, especialmente na área de saneamento devem ser objeto de pesquisas sistemáticas, seja no meio acadêmico, seja junto às próprias empresas de saneamento e/ou entidades governamentais. Já existe um conhecimento básico sobre custos de instalação de infra-estrutura, porém custos de Operação e Manutenção não são sistematicamente levantados e, provavelmente, hoje sejam bastante subestimados. O próprio custo global de uma empresa de saneamento deveria ser rigorosamente estimado e ter uma parcela alocada como custo de O&M dos sistemas de abastecimento e esgotamento.
- Outros aspectos de custos podem ser estudados. Por exemplo, havendo posterior captação a jusante dos lançamentos das ETEs, pode-se investigar a relação entre o nível da qualidade da água após os lançamentos e sua influência em custos de tratamento na captação a jusante. Custos sociais também podem ser investigados, verificando-se as externalidades econômicas causadas pelos lançamentos das ETEs.
- Os modelos hidráulicos apresentados permitem que a rede inicial e suas diversas configurações candidatas sejam bastante genéricas, em especial quanto à possibilidade de se ter fluxos em qualquer sentido da rede e permitir escoamentos a gravidade e sob pressão. Entretanto sua modelagem

hidráulica é bastante complexa, envolvendo a obtenção de soluções iniciais por simulação e uma otimização por Recozimento Simulado, que exigem elevados tempos de processamento. Os dois modelos hidráulicos apresentados podem ter suas características mescladas, resultando em um terceiro modelo que exija menos tempo de processamento para obtenção de soluções inicial e candidatas.

- Outras funções de penalidade, aqui aplicadas na função objetivo dos modelos hidráulicos, devem ser estudadas e adequadamente calibradas. Sua correta utilização pode levar a funções objetivo mais em acordo com a realidade da engenharia de recursos hídricos.
- Faz-se também necessária uma calibração mais detalhada dos parâmetros do Recozimento Simulado e dos níveis de iteração necessários nos modelos hidráulicos.
- Uma recomendação bastante óbvia para futuros autores é a utilização de estações de trabalho, que podem reduzir significativamente os tempos de processamento.
- Em pesquisas futuras recomenda-se utilizar as restrições de qualidade da água diretamente dentro do processo de otimização. Modelos de objetivos múltiplos podem dar conta de tal tarefa, com uma Função Objetivo com duas vertentes, mínimos custos de construção e de O&M, e manutenção de níveis de qualidade da água.
- O próprio modelo de qualidade da água a se utilizar pode ser mais completo que o de Streeter-Phelps, tal como o desenvolvido por Teixeira (2004). O comportamento de parâmetros tais como o fósforo pode ser verificado, já que

pode haver aumento de custos de tratamento de águas captadas a jusante dos lançamentos das ETEs.

- Os parâmetros dos modelos de qualidade da água devem ser mais bem investigados através de levantamentos sistemáticos e de longo prazo no campo e em laboratório.
- Comparar a metodologia apresentada com o uso das metodologias clássicas, investigando quão longe os resultados obtidos pelo Simulated Annealing estão da solução ótima.
- Outras metaheurísticas, tais como a Colônia de Formigas, devem ser estudadas e comparadas com o Recozimento Simulado.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AARTS, E., LAARHOVEN Van, P.J.M, 1985. Statistical cooling: a general approach to combinatorial optimization problems, **Philips Journal of Research**, v. 40, p. 193-226.

AARTS, E., KORST, J., 1989. **Simulated annealing and Boltzmann machines**, Wiley-Interscience series in discrete mathematics and optimization, p. 272.

ALI, M.K., 2002. **Stream Water Quality Management: A Stochastic Mixed-Integer Programming Model. PhD Dissertation**, West Virginia University, West Virginia, p.132.

ANDERSON, M.W., DAY, H.J., 1968. Regional management of water quality – a systems approach. **Journal of the Water Pollution Control Federation**. Washington, v.40, n.10, p.1679-1687.

ANTUNES, A., PEETERS, D., 2001. On solving complex multi-period location models using simulated annealing, **Eur. J. Opl. Res.** v. 130, p. 190-201.

ARBABI, M., ELZINGA, J., 1975. A general linear approach to stream water quality modeling. **Water Resources Research.** Washington, v.11, n.2, p.191-196.

ARMSTRONG, J.M., 1976. Dynamic programming model for wastewater plant investment. **Journal of the Environmental Engineering Division**, Reston, v.102, n.5, p.985-1003.

BARROS, M.T.L., TSAI, F.T-C, YANG, S-l, LOPES, J.E.G., YEH, W.W-G, 2003. Optimization of large-scale hydropower system operations. **Journal of Water Resources Planning and Management**, Reston, v. 129, n. 3, p.178-188.

BAYKASOGLU, A., GINDY, N.N.Z., 2001. A simulated annealing algorithm for dynamic layout problem, **Computers and Operations Research**, v. 28, p. 1403-1426.

BECKER, L., YEH, W. W-G, 1974. Optimal timing, sequencing, and sizing of multiple reservoirs surface water supply facilities. **Water Resources Research.** Washington, v.10, n.1, p.57-62.

BELLMAN, R., 1957. **Dynamic Programming**, Princeton University Press.

BISHOP, A.B., GRENNEY, W.J, 1976. Coupled optimization-simulation water quality model. **Journal of the Environmental Engineering Division**, Reston, v. 102, n. 5, p. 1071-1086.

BORNSTEIN, C.T., AZLAN, H.B., 1998. The use of reduction tests and simulated annealing for the capacitated plant location problem. **Location Science**, v. 6, p. 67-81.

BRAGA, B.P.F, CONEJO, J.G.L, BECKER, L., YEH, W.W.G., 1985. Capacity expansion of São Paulo water supply. **Journal of Water Resources Planning and Management**, Reston, v. 111, n. 2.

BRAGA, B.P.F, 1987. Técnicas de otimização e simulação aplicadas em sistemas de recursos hídricos. In: **Modelos para Gerenciamento de Recursos Hídricos**, Coleção ABRH de Recursos Hídricos, Vol.1, Nobel/ABRH, p.526.

BRASIL, 1997. Lei no. 9.433, de 8 de Janeiro. Institui a Política Nacional de Recursos Hídricos. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF.

BRASIL, 1998. **Metodologia de avaliação econômica e financeira de projetos, a experiência do PMSS II**. Ministério do Planejamento e Orçamento, Programa de Modernização do Setor Saneamento, Séria Modernização do Setor Saneamento, 13, p. 242.

BRASIL, 2003. **Dimensionamento das necessidades de investimentos para a universalização dos serviços de abastecimento de água e de coleta e tratamento de esgotos sanitários no Brasil**. Ministério das Cidades, Programa de Modernização do Setor Saneamento, Secretaria Nacional de Saneamento, p. 167.

BRASIL, 2005. Conselho Nacional do Meio Ambiente. Resolução no. 357, 17 março.

BRAVO, J. M., COLLISCHONN, W., PILAR, J.V., (2005). Otimização da operação de reservatórios: estado-da-arte, Anais do XVI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, ABRH, João Pessoa.

BRILL, E.D., Jr., LIEBMAN, J.C., REVELLE, C.S., 1976. Equity measures for exploring water quality management alternatives. **Water Resources Research**, Washington, v.12, n.5, p.845-851.

BRILL, E.D., Jr., NAKAMURA, M., 1978. A branch and bound method for use in planning regional wastewater treatment systems. **Water Resources Research**, Washington, v.14, n.1, p.109-118.

BROWN, L.C., BARNWELL, T.O., Jr. (1987). **The enhanced stream water quality models QUAL2E and QUAL2E-UNCAS: documentation and user's manual**, U.S. Environmental Protection Agency, Athens, GA, Report EPA/600/3-87-007.

BRONSON, R., NAADIMUTHU, G., 2001. **Investigação operacional**, 2ª edição, McGraw-Hill de Portugal, Amadora, p.534.

BURN, D.H., McBEAN E.A., 1985. Optimization Modeling of Water Quality in an Uncertain Environment, **Water Resources Research**, Washington, v.21, n.6, p.934-940.

BURN, D.H., McBEAN, E.A., 1987. Application of Nonlinear Optimization to Water Quality. **Appl. Math. Modeling**, v.11, p.438-446.

BURN, D.H., LENCE, B.J., 1992. Comparison of optimization formulations for waste-load allocations. **Journal of the Environmental Engineering Division**, Reston, v.118, n.4, p.597-612.

BURN, D.H., YULANTI, J.S., 2001. Waste-load allocation using genetic algorithms. **Journal of Water Resources Planning and Management**, Reston, v. 127, n. 2, p. 121-129.

CAMPELLO, R.E., MACULAN, N., 1994. **Algoritmos e heurísticas: desenvolvimento e avaliação de performance**, Editora da Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ, p.227.

CARDWELL H., ELLIS H., 1993. Stochastic Dynamic Programming for Water Quality Management, **Water Resources Research**. Washington, v.29, n.4, p. 803-813.

CARMICHAEL, J.J., STRZEPEK, K.M., 2000. A Multiple-Organic-Pollutant Simulation/Optimization Model of Industrial and Municipal Wastewater Loading to a Riverine Environment. **Water Resources Research**. Washington, v. 36, n. 5, p. 1325-1332.

CERNY, V., 1985. Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: an efficient simulation algorithm, **Journal of Optimization Theory and Applications**, v. 45, p. 41-51.

CHANG, N.B, CHEN, H.W., YANG, C.H., 1997. Water Pollution Control in River Basin by Interactive Fuzzy Interval Multiobjective Programming. **Journal of the Environmental Engineering Division**, Reston, v. 123, n. 12, p. 1208-1216.

CHANG, S.Y., BRILL, E.D., Jr., HOPKINS, L.D., 1982. Use of mathematical models to generate alternative solutions to water resources planning problems. **Water Resources Research**, Washington, v.18, n.1, p.58-64.

CHIANG, C.H., LAURIA, D.T., 1977. Heuristic algorithm for wastewater planning. **Journal of the Environmental Engineering Division**, Reston, v.103, n.5, p.863-876.

CHO, J.H., SUNG, K.S., HA, S.R., 2004. A river water quality management model for optimizing regional wastewater treatment using a genetic algorithm. **Journal of Environmental Management**, v. 73, p. 229-242.

CHURCHILL, M. A., ELMORE, H.L., BUCKINGHAM, R.A., 1962. Prediction of stream reaeration rates, **Journal of the Sanitary Engineering Division**, Reston, v.4, n.1.

CONVERSE, A.O., 1972. Optimum number and location of treatment plants. **Journal of the Water Pollution Control Federation.** Washington, v.44, n.8, p.1629-1636.

CUNHA, M. C., SOUZA, J., 2001. Hydraulic infrastructures design using simulated annealing, **Journal of Infrastructure Systems**, Reston, v.17, n.1, p.32-39.

CUNHA, M. C., PINHEIRO, L., AFONSO, P., SOUZA, J., 2004. Decision-aid Models for the Implementation of the Water Framework Directive, DMUCE, CD Edition, Porto, 10p.

CUNHA, M.C., RIBEIRO, L., 2004.Tabu search algorithms for water network optimization, **European Journal of Operations Research**, v. 157, p. 746-758.

CUNHA, M. C., PINHEIRO, L., AFONSO, P., SOUZA, J., 2005. A importância dos modelos de apoio à decisão para a implementação da directiva quadro da água. Associação Portuguesa de Recursos Hídricos, 7 SILUSBA, Évora.

DEININGER, R.A. (ed.), 1974. **Models for Environmental Pollution Control**. Ann Arbor Science Publishers Inc., Ann Harbor, EUA, p.448.

DEININGER, R.A. 1965. Water Quality Management: The Planning of Economically Optimum Pollution Control Systems. **Proc.** First Annual Water Resources Conf., Chicago, Ill., American Water Resources Association, p. 254-282.

DEININGER, R.A., SU, S.Y., 1973. Modeling regional waste water treatment systems. **Water Research**, v.7, n.4, p. 633-646.

DORIGO, M, MANIEZZO, V., COLORNI, A., 1996. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B**, v. 26, n. 1, p.1-13.

DORIGO, M, GAMBARDELLA, L.M., 1997. Ant colonies for the traveling salesman problem, **BioSystems**.

DORIGO, M, CARO, G., GAMBARDELLA, L.M., 1999. Ant algorithms for discrete optimization, **Artificial Life**, v. 5, n.3, p. 137-172.

DORFMAN, R., JACOBY, H.D., THOMAS, H.A., Jr., (eds.), 1972. **Models for Managing Regional Water Quality**. Harvard University Press, Cambridge, Ma. EUA, p.453.

DOWNEY, E.BRILL, Jr., LIEBMAN, J., REVELLE, C.,1976. Equity measures for exploring water quality management alternatives. **Water Resources Research**. Washington, v. 12, n.5, p.845-851.

ECKER, J., 1975. A geometric programming model for optimal allocation of stream dissolved oxygen. **Management Science.** Evanston, v.21, n.6, p.658-668.

EFSTRATIADIS, A., KOUTSOYIANNIS, D., 2002. An evolutionary annealing-simplex algorithm for global optimization of water resource systems. Proc. of the Fifth International Conference on Hydroinformatics, Cardiff, UK.

ELLIS, J.H., 1987. Stochastic Water Quality Optimization Using Embedded Chance Constraints, **Water Resources Research**. Washington, v. 23, n.12, p.2227-2238.

ERLENKOTTER, D., 1973a. Sequencing expansion projects, **Operations Research**, v. 21, n. 2.

ERLENKOTTER, D., 1973b. Sequencing of interdependent hydroelectric projects. **Water Resources Research**. Washington, v. 9, n.1, p.21-27.

ESOGBUE, A.O. (ed.), 1989. **Dynamic programming for optimal water resources systems analysis**, Prentice Hall Advanced Reference Series Engineering, New Jersey, p. 435.

FREIDENFELDS, J., 1981. **Capacity expansion, analysis of simple models with applications**. Elsevier North Holland, Inc., New York, p.291.

FUJIWARA, O., GNANENDRAN, S.K., OHGAKI, S., 1986. River quality management under stochastic streamflow, **Journal of the Environmental Engineering Division**, Reston, v.112, n.2, p. 185-198.

FUJIWARA, O., GNANENDRAN, S.K., OHGAKI, S., 1987. Chance constrained model for river water quality management. **Journal of the Environmental Engineering Division**, Reston, v.113, n.5, p. 1018-1031.

FUJIWARA, O., PUANGMAHA, W., HANAKI, K., 1988. River basin water quality management in stochastic environment. **Journal of the Environmental Engineering Division**, Reston, v.114, n.4, p. 864-877.

GLOVER, F., LAGUNA, M., 1997. **Tabu search**, Kluwer Academic Publishers, p.382.

GOLDBARG, M.C., LUNA, H.P.C., 2000. **Otimização combinatória e programação linear : modelos e algoritmos**, Elsevier, Rio de Janeiro, p.649.

GOLDBERG, D.E., 1989. **Genetic algorithms in search, optimization and machine learning**, Addison-Wesley, p. 412.

GOLUB, G.H., VAN LOAN, C.F. **Matrix computations**, the Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1996.

GOMES, H.I.C.R., 2004. **Location model for CCA-treated wood waste remediation units**. PhD Dissertation, Universidade Nova de Lisboa, p.131.

GOODMAN, A.S., DOBBINS, W.E., 1966. Mathematical model for water pollution control studies. **Journal of the Sanitary Engineering Division**, Reston, v.92, n.6, p.1-19.

GRAVES, G.W., HATFIELD, G.B., WHINSTON, A.B., 1969. Water pollution control using by-pass piping. **Water Resources Research**, Washington, v.5, n.1, p.13-47.

GRAVES, G.W., HATFIELD, G.B., WHINSTON, A.B., 1972. Mathematical programming for regional water quality management. **Water Resources Research**, Washington, v.8, n.2, p.273-290.

HAIMES, Y.Y., KAPLAN, M.A., HUSAR Jr., M.A., 1972. A multilevel approach to determining optimal taxation for the abatement of water pollution. **Water Resources Research**, Washington, v.8, n.4, p.851-860.

HAIMES, Y.Y., HALL, W.A., FREEDMAN, H.T.1975. **Multiobjective optimization in water resources systems**, Elsevier Scientific Publishing Company, New York.

HAITH, D.A., 1982. **Environmental Systems Optimization**. John Wiley & Sons, New York, EUA, p.306.

HILLIER, F.S., LIEBERMAN, G.J., 2005. **Introduction to operations research**, 8th. Edition, McGraw International, p.1061.

HYDEN, J.W., CHISMAN, J.A., MACAULAY, H.H., 1975. Simulation of water quality management policies. **Journal of the Environmental Engineering Division**, Reston, v.101, n.4, p. 623-641.

JACOBSEN, S.K., 1990. Multiperiod capacitated location models, ***in***: Mirchandani, P.B., Francis, R.L., **Discrete location theory**, Wiley-Interscience series, p.555.

JARVIS, J.J., RARDIN, R.L., UNGER, V.E., MOORE, R.W., SCHIMPELER, C.C., 1978. Optimal design of regional wastewater systems: a fixed-charge network flow model. **Operations Research**, v.26, n.4, p.538-550.

JOERES, E.F., DRESSLER, J., CHO, C.C., FALKNER, C.H., 1974. Planning methodology for the design of regional wastewater treatment systems. **Water Resources Research**. Washington, v.10. n.4, p. 643-649.

JOHNSON, E.L., 1967. A study in the economics of water quality management. **Water Resources Research**. Washington, v.3, n.32, p.291-305.

JOHNSON, D.S., ARAGON, C.R., MCGEOCH, L.A., SCHEVON, C., 1989. Optimization by simulated annealing: an experimental evaluation; part I, graph partitioning. **Operations Research**, v.37, n.6, p.865-892.

KARAMOUZ, M., SZIDAROVSZKY, F., ZAHRAIE, B., 2003. **Water resources systems analysis**, Lewis Publishers/CRC Press LLC, Boca Raton, Flo., p. 589.

KAVISKI, E.,2006. Solução de problemas de fenômenos de transporte pelo método de Monte Carlo, Tese de doutorado, Universidade Federal do Paraná, p.363, Curitiba.

KAVISKI, E., CUNHA, L.M., LAMBROS, D., GARCIA, C.S., 2007. Parametrização de curvas de intensidade de precipitação pelo método do recozimento simulado, Anais do XVII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, ABRH, São Paulo.

KERRI, K.D., 1966. A Dynamic Model for Water Quality Control. **Journal of the Water Pollution Control Federation**. Middleburg, v.39, n.5, p. 772-786.

KIM, S.K., 1982. **Capacity expansion of surface water supply facility systems with interdependency among projects.** PhD Dissertation, University of California.

KIRKPATRCK, S., GELATT JR., C.D., VECCHI, M.P., 1982. Optimization by simulated annealing, **Science**, v. 220, p. 671-680.

KIRKPATRICK, S., 1984. optimization by simulated annealing: quantitative studies, **Stat. Phys**., v. 34, n. 5/6, p. 975-986.

KLEMETSON, S.L., GRENNEY, W.J., 1985. Dynamic optimization of regional wastewater treatment systems. **Journal of the Water Pollution Control Federation**, Middleburg, v.57, n.2, p.128-134.

KNEESE, A.V., 1964. **The economics of regional water quality management**, Resources for the Future/The Johns Hopkins Press, Baltimore, Md., p. 215.

KNEESE, A.V., BOWER, B.T., 1968. **Managing water quality – Economics, technology, institutions**, Resources for the Future/The Johns Hopkins Press, Baltimore, Md., p. 328.

KUPPUSAMI, S., 2001. **Simulated annealing heuristics for the dynamic facility layout problem**, M.Sc. thesis, West Virginia University, Morgantown, WV, p. 133.

LABADIE, J. W., 2004. Optimal operation of multireservoir systems: state-of-the-art review. **Journal of Water Resources Planning and Management**. Reston, v.130, n.2, p.93-111.

LABORATÓRIO NACIONAL DE ENGENHARIA CIVIL, 1995. **Custos de construção e exploração**. Série:Gestão de sistemas de saneamento básico, volume 9, Direcção-Geral do Ambiente.

LACERDA, E.G.M., CARVALHO, A.D.L.P., 1999. Introdução aos algoritmos genéticos, ***in***: Galvão, C.O., Valença, M.J.S. (org.), **Sistemas Inteligentes: aplicações a recursos hídricos e ciências ambientais**, Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, ABRH, p. 246.

LEE, C.-S., WEN, C.-G., 1996. River assimilative capacity analysis via fuzzy linear programming. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 79, p. 191-201.

LEE, C.-S., WEN, C.-G., 1997. Fuzzy goal programming approach for water quality management in a river basin. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 89, p. 181-192.

LENCE, B.J., EHEART, J.W., BRILL, E.D. Jr., 1990. Risk equivalent discharge programs for multidischarger streams. **Journal of Water Resources Planning and Management**. Reston, v.116, n.2, p.170-186.

LEIGHTON, J.P., SHOEMAKER, C.A., 1984. An integer programming analysis of the regionalization of large wastewater treatment and collection systems. **Water Resources Research**. Washington, v.20, n.6, p.671-681.

LIEBMAN, J.C., LYNN, W.R., 1966. The optimal allocation of stream dissolved oxygen. **Water Resources Research**. Washington, v.2, n.3, p.581-591.

LIEBMAN, J.C., MARKS, D.H., 1968. “BALAS” algorithm for zoned uniform treatment. **Journal of the Sanitary Engineering Division**, Reston, v.94, n.4, p.585-593.

LOHANI, B.N., THANH, N.C., 1978. Stochastic programming model for water quality. **Journal of the Water Pollution Control Federation**. Washington, v.50, n.9, p.2175-2182.

LOHANI, B.N., THANH, N.C., 1979. Probabilistic water quality control policies. **Journal of the Environmental Engineering Division**, Reston, v.105, n.4, p.713-725.

LOUCKS, D.P., LYNN, W.R., 1966. Probabilistic Models for Predicting Stream Quality. **Water Resources Research.** Washington, v.2, n.3, p.593-605.

LOUCKS, D.P., REVELLE, C.S., LYNN, W.R., 1967. Linear programming models for water pollution control. Management Science, v. 14, n. 4.

LOUCKS, D.P., STEDINGER, J.R., HAITH, D.A., 1981. **Water Resources Systems Planning and Analysis**. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., EUA, p.559.

LUCIA, R. de, MCBEAN, E., HARRINGTON, J., 1978. A water quality planning model with multiple time, pollutant and source capabilities. **Water Resources Research**. Washington, v.14, n.1, p.9-14.

LUSS, H., 1982. Operations research and capacity expansion problems: a survey. **Operations Research**, v.30, n.5, p.907-947.

LYNN, W.R., LOGAN, J.A., CHARNES, A., 1962. Systems analysis for planning wastewater treatment plants. **Journal of the Water Pollution Control Federation**, Middleburg, v.34, n.6, p.565-581.

MAASS, A., HUFSCHMIDT, M.M., DORFMAN, R., THOMAS, JR., H.A., MARGLIN, S.A., FAIR, G.M., 1962. **Design of water-resource systems**, Harvard University Press, Cambridge, Mass.

MANDL, C.E., 1981. A survey of mathematical optimization models and algorithms for designing and extending irrigation and wastewater networks. **Water Resources Research**. Washington, v.17, n.4, p.769-775.

MANNE, A. S., 1961. Capacity expansion and probabilistic growth. **Econometrica**, v.29, n. 4, pp. 632-649.

MANNE, A. S., 1967. **Investments for capacity expansion: size, location and time phasing**, George Allen and Unwin Ltd., London, p. 239.

MAYS, L.W., TUNG, Y-K., 1992. **Hydrosystems engineering & management**, McGraw Hill, Inc., p. 530.

MCCONAGHA, D.L., CONVERSE, A.O., 1973. Design and cost allocation algorithm for waste treatment systems. **Journal of the Water Pollution Control Federation**. Washington, v.45, n.12, p. 2558-2566.

MCNAMARA, J.R., 1976. An optimization model for regional water quality management. **Water Resources Research**. Washington, v.12, n. 2, p.125- 134.

MELO, J.M.D.J., 1992. **Optimização de sistemas regionalizados de tratamento de águas residuais – o modelo OPTTAR**. Dissertação de doutorado, Universidade Nova de Lisboa, 170p, Lisboa.

MELO, J.J., CÂMARA, A.S., 1994. Models for the Optimization of Regional Wastewater Treatment Systems. **European Journal of Operational Research**, vol. 73, p. 1-16.

METROPOLIS, N., ROSENBLUTH, M.,ROSENBLUTH, A., TELLER A., TELLER, E. (1953). Equations of state calculations by fast computing machines. **Journal of Chemical Physics**, v. 21, p.1087-1092.

MORIN, T.L., 1973. Optimal sequencing of capacity expansion projects. **Journal of the Hydraulics Division**, Reston, v.99, n.9, p.1605-1622.

MUJUMDAR, P.P., SASIKUMAR, K., 2002. A Fuzzy Risk Approach for Seasonal Water Quality Management of a River System. **Water Resources Research**. Washington, v.38, n.1, p.5.1-5.9.

MUJUMDAR, P.P., VEMULA, V.R.S., 2004. Fuzzy Waste Load Allocation Model: Simulation-Optimization Approach. **Journal of Computing in Civil Engineering. Reston,** v. 18, n. 2, p. 120-131.

NAKAMURA, M., BRILL, JR. E.D., 1979. Generation and Evaluation of Alternative Plans for Regional Wastewater Systems: An Imputed Value Method. **Water Resources Research**. Washington, v. 15, n.4, p. 750-756.

NAKAMURA, M., BRILL, E.D., LIEBMAN, J.C., 1981. Multiperiod design of regional wastewater systems: generating and evaluating alternative plans. **Water Resources Research**. Washington, v.17, n.5, p. 1339-1348.

O'CONNOR, D.J, DOBBINS, W.E., 1956. Mechanism of reaeration in natural streams, **Journal of the Sanitary Engineering Division**, Reston, proc. paper 1155, p.641-666

O'CONNOR, 1960. Oxygen balance of an estuary, **Journal of the Sanitary Engineering Division**, Reston, n. 86, v. 3, p.35-55.

ONG, S.L., 1983. **Capacity expansion for regional wastewater treatment systems**. Ph.D. Dissertation, University of Toronto.

PHILLIPS, K.S., BELTRAMI, E.J., CARROLL, T.O., KELLOGG, S.R., 1982. Optimization of area wide wastewater management. **Journal of the Water Pollution Control Federation**. Washington, v.54, n.1, p. 87-93.

PORTO, R.L (org.), 2002. Técnicas quantitativas para o gerenciamento de recursos hídricos, 2ª ed.,ABRH/Editora UFRGS, p. 420.

PORTO, R.L et. al, 2003. Sistema de suporte a decisão para análise de sistemas de recursos hídricos. *In*: Silva, R.C.V (ed), **Métodos Numéricos em Recursos Hídricos, 6**. ABRH, Fundação Coppetec, p.308.

PRADO, F.R.de L., (2005). **Proposta de uma metodologia de otimização para expansão de capacidade de sistemas públicos de abastecimento de água**. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, p.157.

PRIOLLI, P.S., NETO, J.A., NETTO, M.J., 1993. Curvas de custo de estações de tratamento de esgoto para estimativa de investimento. In: **Anais do 17° Congresso Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental**, ABES, Natal – RN.

RACHFORD, T.M., SCARATO, R.F., TCHOBANOGLOUS, G., 1969. Time-capacity expansion of waste treatment systems. **Journal of the Sanitary Engineering Division**, Reston, n. 95, v. 6, p.1063-1077.

RAMOS, F., 1981. **Capacity expansion of regional urban water supply networks.** PhD. Dissertation, Massachusetts Institute of Technology.

RAO, S.S., 1996. **Engineering optimization: theory and practice**, 3rd Edition, John Wiley & Sons, p. 903.

REVELLE, C.S., LOUCKS. D.P., LYNN, W.R., 1967. A management model for water quality control. **Journal of the Water Pollution Control Federation**, Washington, v.39, n.7, p. 1164-1183.

REVELLE, C.S., LOUCKS. D.P., LYNN, W.R., 1968. Linear Programming Applied to Water Quality Management. **Water Resources Research**. Washington, v.4, n.1, p.1-9.

REVELLE, C., McGARITY, A.E., 1997. **Design and Operation of Civil and Environmental Engineering Systems**. John Wiley & Sons, New York, EUA.

REVELLE, C.S., 2000. Research challenges in environmental management. **European Journal of Operational Research**, v. 121, p. 218-231.

REVELLE, C.S., WHITLATCH, E.E., WRIGHT, J.F., 2004. **Civil and Environmental Systems Engineering**. Pearson Prentice Hall, Nova Jersey, EUA, 2nd. Ed., p.552.

REVELLE, C.S., EISELT, H.A., 2005. Location analysis: a synthesis and survey, **European Journal of Operational Research**, v. 165, p. 1-19.

RINALDI, S. SONCINI-SESSA, R., STEHFEST, H., TAMURA, H, 1979. **Modeling and Control of River Quality**. McGraw-Hill, Inc., New York, EUA, p.380.

ROSSMAN, L.A., 1978. Planning time-phased regional treatment systems. **Journal of the Environmental Engineering Division**, Reston, v.104, n.4, p.685-700.

ROSSMAN, L.A., 1989. Risk Equivalent Seasonal Waste Load Allocation. **Water Resources Research**. Washington, v.25, n.10, p. 2083-2090.

SABESP, 1998. **Estudo de curvas de custos de empreendimentos**. Diretoria Técnica e Meio Ambiente, p.65.

SALDANHA DA GAMA, F., 2002. **Modelos e algoritmos para o problema de programação dinâmica**. Dissertação de Doutorado, Universidade de Lisboa, p.312.

SANEPAR, 1999. Sistema de esgotos sanitários da RMC – Estudo de concepção da bacia do rio Barigui.

SANEPAR, 2001. Sistema de esgotos sanitários da RMC – projeto executivo da bacia do rio Barigui.

SASIKUMAR, K., MUJUMDAR, P.P., 1998. Fuzzy optimization model for water quality management of a river system. **Journal of Water Resources Planning and Management**. Reston, v.124, n.2, p.79-88.

SCARATO, R.F., 1969. Time-capacity expansion of urban water systems. **Water Resources Research**. Washington, v.5, n.5, p. 929-936.

SILVA, R.C. V. (ed), 2003. **Métodos Numéricos em Recursos Hídricos, 6**. ABRH, Fundação Coppetec, p.308.

SILVA, W., SILVA, C.P., 2008. **LAB Fit**, Universidade Federal de Campina Grande, Paraíba.

SMEERS, Y., TYTECA, D., 1982. Optimal location and design of wastewater treatment plants under river quality constraints. In: RINALDI, S. (ed.), **Environmental Systems Analysis and Management**., North Holland, Amsterdam.

SMITH, E.T., MORRIS, A.R., 1969. Systems analysis for optimal water quality management. **Journal of the Water Pollution Control Federation**. Washington, v.41, n.9, p.1635-1646.

SOBEL, M.J., 1965. Water Quality Improvement Problems, **Water Resources Research**. Washington, v.1, n.4, 477-487.

SOUZA, J.J.O, CUNHA, M.C.M.O., 1999. Soluções optimizadas para sistemas regionais de águas residuais: a utilização do método do recozimento simulado. **Actas do IV SILUSBA**, 1999.

SOUZA, J., RIBEIRO, A., CUNHA, M.C. ANTUNES, A., 2002. An optimization approach to wastewater systems planning at the regional level. **Journal of Hydroinformatics**, vol.4, n.2, p. 115-123.

STREETER, H.W., PHELPS, E.B., 1925. A study of the pollution and natural purification of the Ohio river, U.S. Public Health Service, **Pub. Health Bulletin** n. 146.

STÜZLE, T., DORGO, M., 1999. ACO algorithms for the quadratic assignment problem, ***in***: CORNE, D., DORIGO, M., GLOVER, F. (editors), **New Ideas in Optimization**, McGraw-Hill.

SUDERHSA, 1999. Cadastro de usos e usuários de recursos hídricos na Região Metropolitana de Curitiba.

SUDERHSA, 2007. Plano de bacia do Alto Iguaçu e afluentes do Alto Ribeira. Vol1, Diagnóstico das bacias.

TAKYI, A.K. e LENCE, B.J., 1995. Markov chain models for seasonal-water quality management. **Journal of Water Resources Planning and Management**. Reston, v.121, n.2, p.144-157.

TAKYI, A.K. e LENCE, B.J., 1995. Chebyshev model for water-quality management. **Journal of Water Resources Planning and Management**. Reston, v.122, n.1, p.40-48.

TAKYI, A.K. e LENCE, B.J., 1999. Surface Water Quality Management Using a Multiple-Realization Chance Constraint Model. **Water Resources Research**. Washington, v.35, n.5, p.1657-1670.

TAVARES, L.V., NUNES CORREIA, F., 1999. **Optimização linear e não linear**, 2ª edição, Fundação Caloustre Gulbenkian, Lisboa, p. 466.

TEEGAVARAPU, R.S.V., SIMONOVIC, S.P., 2002. Optimal operation of reservoir systems using simulated annealing, **Water Resources Management**, v. 16, p. 401-428.

TEIXEIRA, C.A., 2004. **Gerenciamento integrado de quantidade e qualidade de água**. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo, p. 257.

THOMANN, R.V., 1963. Mathematical model for dissolved oxygen, **Journal of the Sanitary Engineering Division**, Reston, n. 89, v. 5, p.1-30.

THOMANN, R.V., 1972. **Systems Analysis & Water Quality Management**, 1972. McGraw-Hill, Inc., New York, EUA, p.286.

THOMANN, R.V., MUELLER, J.A., 1987. **Principles of Surface Water Quality Modeling and Control**. Harper & Row, Publishers, New York, EUA, p.644.

TUNG, Y-K., HATHHORN, W.E., 1990. Stochastic waste load allocation. **Ecological Modeling**, Amsterdam, v. 51, p.29-46.

VEMULA, V.R.S, MUJUNDAR, P.P, GHOSH, S., 2004. Risk Evaluation in Water Quality Management of a River System. **Journal of Water Resources Planning and Management**. Reston, v. 130, n.5, p. 411-422.

VOUTCHKOV, N.S., BOULOS, P.F., 1993. Heuristic screening methodology for regional wastewater-treatment planning. **Journal of the Environmental Engineering Division**, Reston, v.119, n.4, p.603-614.

UNAMI, K., KAWACHI, T., 2003. Universal optimization of water quality strategy. **Advances in Water Resources**, v.26, p. 465-472.

U.S. ENVIRONMENTAL PROTECTION AGENCY (USEPA), 1976. **Draft Policy on cost-effective sizing of municipal treatment works**. Unpublished Memorandum, Washington, D.C., (citado em Ong, 1983).

U.S. ENVIRONMENTAL PROTECTION AGENCY (USEPA), 1981a. **Construction costs for municipal wastewater treatment plants:1973-1978**. Document Number 430/9-80-003, Washington, D.C.

U.S. ENVIRONMENTAL PROTECTION AGENCY (USEPA), 1981b. **Construction costs for municipal wastewater conveyance systems:1973-1979**. Document Number 430/9-81-003, Washington, D.C.

U.S. ENVIRONMENTAL PROTECTION AGENCY (USEPA), 1981c. **Analysis of operations and maintenance costs for municipal wastewater treatment systems**. Document Number 430/9-81-004, Washington, D.C.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ, 2007. **Projeto Enquadramento – Relatório Final**, 5 volumes.

VASCONCELOS NETO, A.F., 2003. **Calibração do modelo QUAL2E no rio Barigui/PR com vistas à gestão de bacias urbanas**. Dissertação de mestrado, Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental, Universidade Federal do Paraná, p.157.

WAGNER, H. M., 1969. **Principles of operations research – with applications to managerial decisions**, Prentice-Hall, New Jersey, p. 937 with annexes.

WANG, C., 1999. **An objective approach to regional wastewater-treatment planning**, PhD Dissertation, University of Newcastle, England, p. 174.

WANIELISTA, M.P., BAUER, C.S., 1972. Centralization of waste treatment facilities. **Journal of the Water Pollution Control Federation**. Washington, v.44 , n.12, p. 2229-2238.

WEETER, D.W., BELARDI, J.G., 1976. Analysis of regional waste treatment systems. **Journal of the Environmental Engineering Division**, Reston, v.102, n.1, p.233-237.

WHITLATCH, E.E., JR., REVELLE, C.S., 1976. Designing regionalized waste water treatment systems. **Water Resources Research**. Washington, v.12, n. 4, p.581-591.

WILLE, S.A. de C., 1981. **Planning of dynamic capacity expansion and water allocation for urban water supply and wastewater system**. PhD thesis, Colorado State University.

YAKOWITZ, S., 1982. Dynamic programming applications in water resources. **Water Resources Research**. Washington, v.18, n.4, p.673-696.

YANDAMURI, S.R.M., SRINIVASAN, K., BHALLAMUDI, S.M., 2006. Multiobjective optimal waste load allocation models for rivers using nondominated sorting genetic algorithm-II. **Journal of Water Resources Planning and Management**, Reston, v. 132, n.3, p. 133-143.

YEH, W., 1985. Reservoir management and operations models: a state-of-the-art review. **Water Resources Research**. Washington, v.21, n.12, p.1797-1818.

ZAMBON, R.C., BARROS, M.T.L., BARBOSA, P.S.F., YEH, W. W-G, 2007. Otimização de sistemas de adução de água: aplicações do modelo SISAGUA. Anais do XVII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, ABRH, São Paulo.

ZHU, Z., REVELLE, C. 1988. A siting model for regional wastewater treatment systems: the chain configuration case. **Water Resources Research**. Washington, v.24, n.1, p.137-144.

ANEXO I – CÁLCULOS INICIAIS PARA APLICAÇÃO DO MOD_HIDR_01

MOD HIDR_01: CÁLCULOS PREPARATÓRIOS (1)

•**parâmetro Δz_i**

$\Delta z_i = z[n_{1i}] - z[n_{2i}]$

Para todos os nós *i*, Δz_i é a diferença de cotas entre esse nó *i* e as cotas de outros nós ligados a ele. Faz-se o Δz_i sempre positivo e o sinal + ou – é atribuído ao parâmetro $tno_{i,j}$.

•**parâmetro $tno_{i,j}$** $i = 1,...,nn \quad j = 1,...,ntno_i$

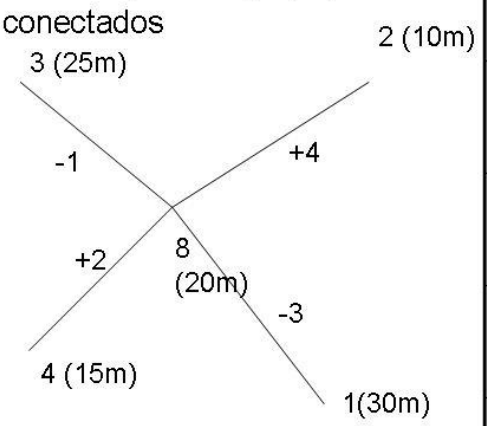
$tno_{i,j}$ são os trechos que ligam o nó i aos outros nós j, identificado pelo comprimento do trecho e por um sinal:

+ se o trecho liga nós na direção da gravidade

- caso contrário

MOD HIDR_01: CÁLCULOS PREPARATÓRIOS (2)

para o nó *i*=8, tem-se *j*=1,...,4 nós conectados



i	*j*	tno_{ij}	Δz
8	1	-3	10
8	2	+4	10
8	3	-1	5
8	4	+2	5

Obs.: as numerações de nós e trechos são independentes

MOD HIDR_01: determinação da vazão máxima por trecho e diâmetro (1)

seja a eq. de Darcy-Weisbach que dá a perda de carga h_f para tubulações:

$$h_f = \frac{8fLQ^2}{\pi^2 D^5 g}$$

onde f é o fator de resistência; substituindo D pelo Rh e lembrando que em escoamento a gravidade $h_f = \Delta z$, obtém-se:

$$Qm_{i,j} = \alpha_{ij} / \sqrt{f_{ij}} \qquad (6.23)$$

onde

$$\alpha_{ij} = \left(\frac{8gRh_j A_j^2 \Delta z_i}{L_i} \right)^{1/2} \qquad (6.24)$$

MOD HIDR_01: determinação da vazão máxima por trecho e diâmetro (2)

- Para cada diâmetro calcule:

$$\frac{1}{\sqrt{f_{ij}}} = -0{,}8686 \ln\left(\frac{\varepsilon}{14{,}83 Rh_j} + \frac{0{,}63 \upsilon A_j}{Rh_j \alpha_{ij}} \right)$$

- Para cada diâmetro e trecho calcule:
  - α_{ij}
  - $Qm_{i,j}$

Obs.: restrição a $Qm_{i,j}$: lâmina d'água a 0,80 do diâmetro

MOD HIDR_01: determinação da vazão máxima por trecho e diâmetro (3)

de modo a obter os resultados:

trecho	150	200	...	1000mm
1				
2		Qmax grav.		
...				
nt				

com o critério: $y = 0{,}8D_j$

MOD HIDR_01: Obtenção das perdas de carga (1)

- a eq. de Darcy-Wiesbach pode ser expressa como uma função exponencial:

$$\frac{\Delta h_i}{L} = rsl_i Q^{ni} \qquad i = 1,...,nd$$

com $rsl_i = 8a/g\pi^2 D_i^5$ e $n_i = 2+b$

- seja:
  - Q_2 = máx.(Qa_i, i=1,...,nn): a máx. vazão existente na rede
  - $Q_1 = 0{,}01Q_2$

  Por sua vez, o coeficiente de perda de carga f também pode ser escrito como uma função exponencial da vazão:

  $f_1 = aQ_1^b$ $\qquad$ $f_2 = aQ_2^b$

MOD HIDR_01: Obtenção das perdas de carga (2)

Obtenção das perdas de carga

- Com a eq. Universal, vazões Q_1 e Q_2, para cada diâmetro, obtenha os pares f_1 e f_2;
- Com as duas equações $f = aQ^b$, obtenha os pares a e b para cada diâmetro;
- Obtenha rsl_i e n_i;
- Obtenha $\Delta h/L$ para cada vazão Q.

ANEXO II – SOLUÇÃO DE UM SISTEMA DE EQUAÇÕES PELA FATORAÇÃO QR E SUA APLICAÇÃO NO MOD_HIDR_02

1. Conceitos Iniciais

- **Sistemas sobre e sub determinados**:

  - Sobredeterminados: nº de equações nº de variáveis
    na matriz, nº linhas nº colunas (m>n)
    resolve através de mínimos quadrados

  - Subdeterminado ou indeterminado:
    nº de equações < nº de variáveis
    na matriz, nº linhas < nº colunas (m<n)
    tem infinitas soluções ou não tem solução

- **Matrizes não singulares** (ou invertíveis): matriz quadrada cujas colunas são linearmente independentes

  Matrizes singulares: matriz quadrada cujas colunas são linearmente dependentes

  Matriz ortogonal (Q): cada vetor coluna da matriz é ortogonal em relação a todos os demais vetores coluna. A matriz ortogonal é quadrada, com linhas ortonormais. Se **Q** é ortogonal, então:

  $\mathbf{Q^T Q} = \mathbf{Q Q^T} = \mathbf{I}$

  $\mathbf{Q^{-1} = A^T}$

  seu determinante é igual a 1 ou -1

- Para uma matriz não singular tem-se:

  $A^{-1}A = I$

  $(AB)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$

  $(AT)^{-1} = (A^{-1})T$

  $Q^{-1} = Q^T$

- Uma matriz quadrada com colunas ortonormais é chamada de **ortogonal**, e é normalmente designada por **Q**;

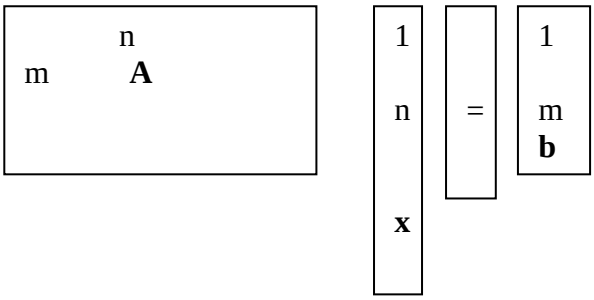
2. Fatoração QR (caso de *m*<*n*)

Quando *m*<*n* (ou seja, sistemas subdeterminados, onde o número de equações é menor que o número de incógnitas).

A=**QR** para algum **R**, onde **Q** é uma matriz *m*x*n* cujas colunas formam uma base ortonormal para **A**, e **R** é uma matriz *n*x*n* triangular superior invertível com elementos diagonais positivos.

Mas, ao invés de trabalhar com **A**, trabalha-se com $\mathbf{A}^T$.

(i) O sistema original **Ax** = **b** é:



onde **A** tem *m* linhas e *n* colunas, com *m*<*n*, **x** é *n*x1 e **b** é *m*x1.

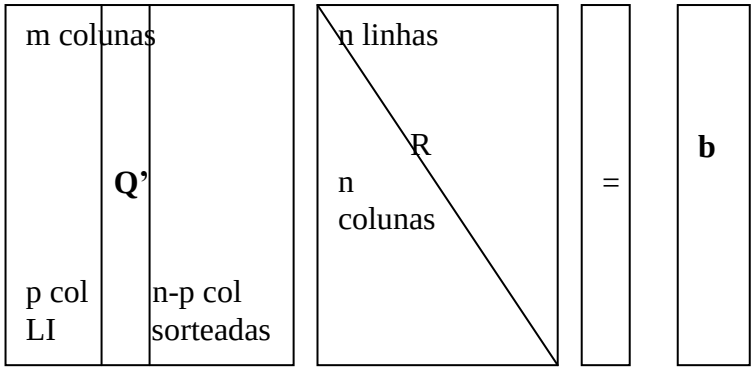
(ii) Passa-se a trabalhar com $\mathbf{A}^T$**= QR**

onde:

$\mathbf{A}^T$: *n*x*m*
Q é $\mathbf{A}^T$ ortonormalizada, com dimensões *n*x*m*;
R é *m*x*m*

Atenção: as matrizes **QR** do $\mathbf{A}^T$**= QR** não tem nada a ver com as matrizes **QR** de **A**=**QR**. Apenas manteve-se a mesma nomenclatura.

(iii) **Q** é completada virando **Q'**: de *n*x*m*, passa a ser *n*x*n*: se, das *m* colunas originais, tem-se *p* colunas linearmente independentes, então sorteiam-se *n*-*p* novas colunas (também linearmente independentes às *p* colunas originais).



(iv) **R** (a matriz incógnita) também é completada (basta acrescentar novas incógnitas e **R** vira **R** + **R1**)): de dimensões *mxm*, passa a ter dimensões *nxm*.

(v) Assim o sistema passa a ser:

$$A^T = Q'\begin{bmatrix} R \\ R_1 \end{bmatrix} \qquad (1)$$

ou, facilitando a nomenclatura, seja $R' = \begin{bmatrix} R \\ R_1 \end{bmatrix}$ e assim

$\mathbf{A^T = Q'R'}$ e transpondo, tem-se

$\mathbf{A^T Q'^T = R'}$ assim obtendo-se a matriz **R'**.

(vi)Transpondo a eq. (1), tem-se que **A** é igual a:

$$\mathbf{A = [R^T\ R_1^T]\ Q'^T} \qquad (2)$$

(vii) Como **Ax** = **b**, e substituindo **A** pela expressão (2), tem-se:

$$\mathbf{[R^T\ R_1^T]\ Q'^T x = b}$$

(viii) Introduzindo a variável auxiliar $\mathbf{y = Q'^T x}$

e subdividindo $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

($\mathbf{y_1}$ tem *m* linhas; $\mathbf{y_2}$ tem *n-m* linhas; $\mathbf{y_2}$ representa as variáveis livres).

Com isso ter-se-á:

$\mathbf{R}^{\mathbf{T}}\,\mathbf{y} = \mathbf{b}$, assim obtendo **y**.

(ix) obtenção de **x**:

se $\mathbf{Q'}^{\mathbf{T}}\,\mathbf{x} = y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$, isolando x, tem-se:

$x = (\mathbf{Q'}^{\mathbf{T}})^{-1}\mathbf{y}$

lembrando que, para matrizes ortogonais tem-se a propriedade que

$(\mathbf{Q'}^{\mathbf{T}})^{-1} = (\mathbf{Q'}^{\mathbf{T}})^{\mathrm{T}} = \mathbf{Q'}$, então:

$x = Q' \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

com **x** sendo *n*x1, **Q'** sendo *nxn* e $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ sendo *n*x1.

3.Sistema de equações lineares no cálculo das vazões do sistema regional de tratamento de efluentes: MOD_HIDR_02

O sistema de equações resulta de:

(i): equação da continuidade nos nós sem ETEs:

$$\sum_{j=1}^{NT} A_{ij} x_j = b_i \qquad (i = 1,..., NN)$$

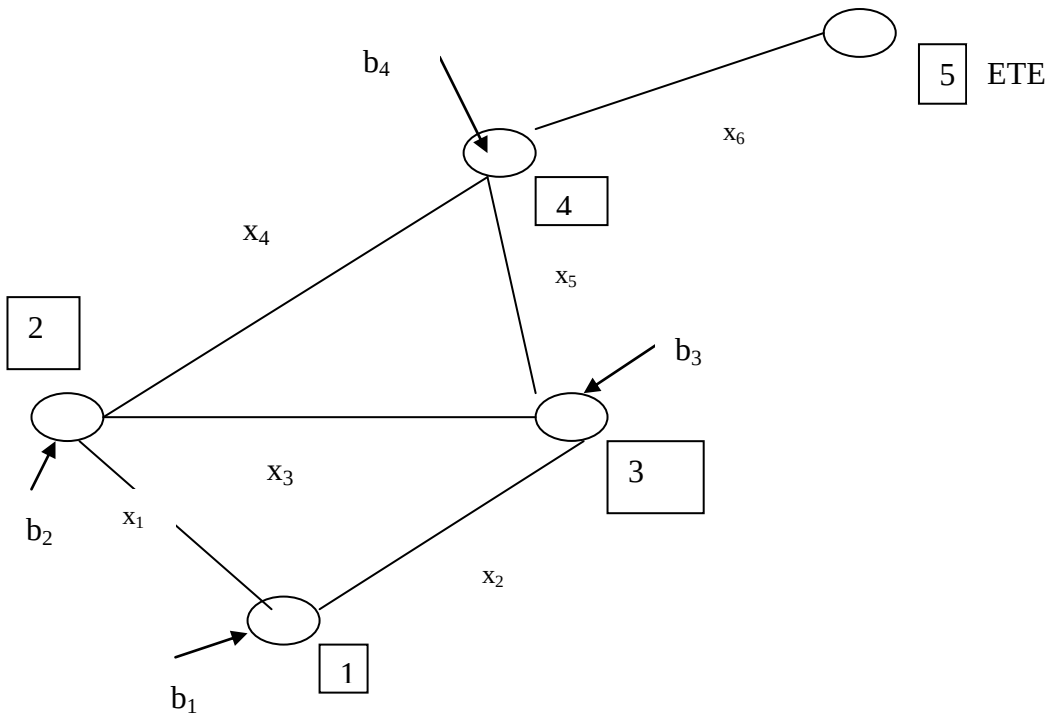
onde:

NT: número de trechos;
NN: número de nós;
NETE: número de ETEs;
x_j: vazão nos trechos *j*, para *j*=1,...,*NT*;
b_i: vazão afluente ao nó *i*, para *i*=*NN*-*NETE*;
A_{ij}: identifica a existência do trecho *j* ligado ao nó *i*.

(ii): inequações nos nós com ETEs:

$$\sum_{j=NT+1}^{NT+NETE} A_{ij} x_j = b_i$$

Exemplo:



arbitra-se um sentido de fluxo positivo, que será a convenção dos "As".

1 → 2 = +1
1 → 3 = +1
2 → 3 = +1
2 → 4 = +1
3 → 4 = +1
4 → 5 = +1

obs.: no programa computacional, as cotas dos nós são analisadas e a convenção para os "As" é feita da forma abaixo:

- vazão x_i a gravidade: +1
- vazão x_i sob pressão: – 1
- nós sem ligação: 0

Nó 1: $b_1 = 1x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7$

obs.:x_7 é a variável de folga criada em função da inequação no nó 5 (nó de ETE);deve aparecer em todas as equações.

Nó 2: $b_2 = -1x_1 + 0x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7$

Nó 3: $b_3 = 0x_1 + (-1)x_2 + (-1)x_3 + 0x_4 + 1x_5 + 0x_6 + 0x_7$

Nó 4: $b_4 = 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + (-1)x_4 + (-1)x_5 + 1x_6 + 0x_7$

Nó 5 (ETE): $1x_6 \leq b_5$ (onde b_5 é a vazão que a ETE comporta); transformando para equação adiciona-se a variável de folga x_7:

$x_6 + x_7 = b_5$ ou, completando:

Nó 5: $b_5 = 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 1x_6 + 1x_7$
e adicionalmente: $x_7 \geq 0$

Constrói-se a matriz A:

$$A = \begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

Note que **A**(*m*x*n*) é 5 linhas e 7 colunas (*m*<*n*)