ROBERTO SARTI CÔRTEZ

**OTIMIZAÇÃO ROBUSTA APLICADA À OPERAÇÃO DE
RESERVATÓRIOS PARA A GERAÇÃO DE ENERGIA**

**Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Mestre em Ciências.**

**São Paulo
2013**

ROBERTO SARTI CÔRTEZ

**OTIMIZAÇÃO ROBUSTA APLICADA À OPERAÇÃO DE
RESERVATÓRIOS PARA A GERAÇÃO DE ENERGIA**

**Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Mestre em Ciências.**

**Área de Concentração:
Engenharia Hidráulica**

**Orientador:
Prof. Dr. Renato Carlos Zambon**

**São Paulo
2013**

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de agosto de 2013.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Côrtes, Roberto Sarti

Otimização robusta aplicada à operação de reservatórios para geração de energia / R.S. Côrtes. – versão corr. -- São Paulo, 2013.

102 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental.

1.Geração de energia 2.Reservatórios 3.Otimização robusta I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental II.t.

DEDICATÓRIA

*À minha esposa Daniela, meus pais e minha irmã.
Ao meu avô Fioravante Sarti, in memoriam*

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Renato Carlos Zambon, pela amizade, incentivo e orientação durante todo o projeto de pesquisa.

A todos os ex-colegas de trabalho da Themag Engenharia e, em especial, aos engenheiros Paulo Celso G. Serra, Sydnei Lázaro Martins, David Michael Delgado e Patrícia Veiga pela amizade e pelo incentivo no início do programa de mestrado.

Aos professores Paulo Barbosa e Alberto Francato da UNICAMP pela participação na banca de Qualificação e pelos elogios e críticas realizados.

Ao meu primo, amigo e eterno orientador Dr. Arnaldo Sarti, pela minha iniciação na pesquisa e pelo exemplo de pessoa e profissional.

Aos meus amigos, os engenheiros Pedro Bergamasco e Thales Braguim, que não me deixaram desistir desta empreitada nos momentos de dificuldade e que foram exemplos de força de vontade e superação em suas próprias pesquisas.

Aos meus pais Antônio Carlos e Maria Rita, minha irmã Laura e demais membros da família. Sem o amor, a educação recebida, o carinho e o ombro nos momentos difíceis eu não estaria aonde estou hoje.

À minha esposa Daniela, pelo amor, carinho, compreensão e por estar ao meu lado em todos os momentos, inclusive me ajudando no árduo trabalho de organização das inúmeras tabelas de resultados. Sem ela este trabalho não seria possível.

À todos os colegas e ex-colegas de trabalho das empresas KTY Engenharia, Canhedo Beppu Engenheiros Associados e CCB-P Engenharia e Projetos pelo apoio e compreensão.

Aos meus irmãos de ofício, por toda convivência, amizade e conhecimentos que me foram concedidos.

E, finalmente, à todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

“Without deviation from the norm, progress is not possible.”

Frank Zappa

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo avaliar a viabilidade da aplicação de técnicas de otimização robusta (OR) no planejamento da operação de reservatórios para geração de energia hidrelétrica. A OR é uma técnica de otimização que visa encontrar resultados que sejam menos sensíveis às incertezas nas variáveis do modelo através da minimização da variância da função objetivo para diferentes cenários. Desta forma foi desenvolvido um modelo de otimização robusta aplicado à operação de reservatórios para a geração de energia hidrelétrica, chamado HIDRO-OR, utilizando o software *General Algebraic Modeling System* (GAMS). Para estudo de caso foram utilizados os dados da UHE Sinop, a ser instalada no rio Teles Pires – MT. Inicialmente foi realizada uma análise de sensibilidade utilizando diferentes combinações dos coeficientes de ponderação da função objetivo e três conjuntos de cenários. Nesta abordagem, o modelo resultou em vertimentos indesejados para realizar a diminuição do desvio padrão dos resultados entre os diferentes cenários. Uma solução encontrada para o problema foi realizar a otimização em duas etapas. Na primeira etapa ocorre a otimização robusta propriamente dita e são fixados os resultados para o primeiro mês de operação. Na segunda etapa, apenas a função objetivo principal é otimizada e, assim, são corrigidos os vertimentos indesejados. No entanto, com a otimização em duas etapas, não ocorreram mudanças na operação do reservatório para os diferentes coeficientes de ponderação. Ao final do trabalho conclui-se que, apesar dos resultados da análise de sensibilidade terem sido praticamente iguais com a otimização em duas etapas, estes podem ser considerados robustos pois são factíveis para todos os cenários. Por fim, são realizadas sugestões para a continuidade das pesquisas utilizando as técnicas de OR para a operação de usinas hidrelétricas.

ABSTRACT

This work aims to evaluate the feasibility of robust optimization techniques (OR) for reservoir management for hydropower production. The OR is an optimization technique which aims to find results that are less sensitive to the randomness of variables in the model by minimizing the variance of the objective function for different scenarios. One OR model was developed to the operation of reservoirs for hydropower production, called HYDRO-OR, using the software *General Algebraic Modeling System* (GAMS). As study case, data from the Sinop hydropower plant were used, which will be constructed in the Teles Pires river - MT. First, a sensitivity analysis was performed using different combinations of weigh coefficients of the objective function with three sets of scenarios. Preliminary results in this approach showed that the model resulted in unwanted spills to force the reduction of the standard deviation of the results from different scenarios. To correct this, the model was reconfigured to perform the optimization in two stages, the first one being the OR itself in which the results were obtained for the first month of planning. In the second step, the model was optimized again for subsequent months. In this case the model corrected the unnecessary spills but the results were quite similar for the three combinations of the weight coefficients. However the results can be considered robust because it is feasible for all scenarios. Finally, suggestions are made for further studies using the techniques of OR for the operation of hydropower plants.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Casa de força da UHE Sinop (EPE, 2010a).....	28
Figura 2: Exemplo da formação de cenários.....	29
Figura 3: Esquema de funcionamento do modelo HIDRO-OR com a otimização em duas etapas.....	34
Figura 4: Série histórica de vazões afluentes da UHE Sinop no período de Janeiro/1931 até Dezembro/2006 (EPE, 2010b).....	39
Figura 5: Distribuição de frequência da série de vazões naturais da UHE Sinop.....	40
Figura 6: Curvas de permanência mensais para a UHE Sinop.	40
Figura 7: Cenários de Vazões Afluentes – Estudo 1	43
Figura 8: Valores das funções F1 e F2 para o Estudo 1.	45
Figura 9: Média de energia produzida e seu desvio padrão no Estudo 1 para diferentes coeficientes de ponderação.....	45
Figura 10: Média da potência por cenário no Estudo 1 para diferentes combinações coeficientes de ponderação.....	46
Figura 11: Média mensal de produção do modelo no Estudo 1 para diferentes combinações de coeficientes de ponderação.....	46
Figura 12: Média do volume armazenado mensalmente no Estudo 1 para diferentes coeficientes de ponderação.....	47
Figura 13: Média da vazão turbinada mensalmente no Estudo 1 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.....	47
Figura 14: Cenários de Vazões Afluentes – Estudo 4.....	50
Figura 15: Valores das funções F1 e F2 para o Estudo 2.	52
Figura 16: Média de energia produzida e seu desvio padrão no Estudo 2 para diferentes coeficientes de ponderação.....	52
Figura 17: Média da potência por cenário no Estudo 2 para diferentes combinações coeficientes de ponderação.....	53
Figura 18: Média mensal de produção de energia do modelo no Estudo 2 para diferentes combinações de coeficientes de ponderação.....	53
Figura 19: Média mensal do volume armazenado no Estudo 2 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.....	54

Figura 20: Média mensal da vazão turbinada no Estudo 2 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.....	54
Figura 21: Cenários de vazões afluentes - Estudo 3.....	59
Figura 22: Média de energia produzida e seu desvio padrão no Estudo 3 para diferentes coeficientes de ponderação.....	59
Figura 23: Média de energia produzida e seu desvio padrão no Estudo 2 para diferentes coeficientes de ponderação.....	60
Figura 24: Média da potência por cenário no Estudo 3 para diferentes combinações coeficientes de ponderação.....	60
Figura 25: Média mensal de produção de energia do modelo no Estudo 3 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.	61
Figura 26: Média mensal do volume armazenado do modelo no Estudo 3 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.	61
Figura 27: Média mensal da vazão turbinada do modelo no Estudo 3 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.....	62
Figura 28: Valores das funções F1 e F2 para o Estudo 4.	63
Figura 29: Média de energia produzida e seu desvio padrão no Estudo 4 para diferentes coeficientes de ponderação.....	64
Figura 30: Média da potência por cenário no Estudo 4 para diferentes combinações coeficientes de ponderação.....	64
Figura 31: Média mensal de produção de energia do modelo no Estudo 4 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.	65
Figura 32: Média mensal do volume armazenado do modelo no Estudo 4 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.	65
Figura 33: Média mensal do volume armazenado do modelo no Estudo 4 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.	66
Figura 34: Valores das funções F1 e F2 para o Estudo 5.	67
Figura 35: Média de energia produzida e seu desvio padrão no Estudo 4 para diferentes coeficientes de ponderação.....	68
Figura 36: Média da potência por cenário no Estudo 5 para diferentes combinações coeficientes de ponderação.....	68
Figura 37: Média mensal de produção de energia do modelo no Estudo 5 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.	69

Figura 38: Média mensal do volume armazenado do modelo no Estudo 5 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.	69
Figura 39: Média mensal da vazão turbinada do modelo no Estudo 5 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Série História de Vazões Afluentes da UHE Sinop (EPE, 2010)	37
Tabela 2: Valores representativos da série histórica de vazões da UHE Sinop	39
Tabela 3: Coeficientes das curvas Cota x Volume, Cota x Área e Curva do Canal de Fuga (EPE, 2010).....	41
Tabela 4: Usos consultivos da água na UHE Sinop (EPE, 2010).....	41
Tabela 5: Combinações dos coeficientes de ponderação utilizados nos estudos.	42
Tabela 6: Composição dos Cenários de Vazões (m ³ /s) – Estudo 1	44
Tabela 7: Vazões vertidas (m ³ /s) na Combinação 1 - Estudo 1.	48
Tabela 8: Vazões vertidas (m ³ /s) na Combinação 2 - Estudo 1.	48
Tabela 9: Vazões vertidas (m ³ /s) na Combinação 3 - Estudo 1.	48
Tabela 10: Composição dos Cenários de Vazões (m ³ /s) – Estudo 2	51
Tabela 11: Vazões vertidas (m ³ /s) na Combinação 1 - Estudo 2.	55
Tabela 12: Vazões vertidas (m ³ /s) na Combinação 2 - Estudo 2.	55
Tabela 13: Vazões vertidas (m ³ /s) na Combinação 3 - Estudo 2	56
Tabela 14: Cenários de vazões afluentes (m ³ /s) - Estudo 3.....	58
Tabela 15: Vazões vertidas (m ³ /s) no Estudo 4.....	66
Tabela 16: Vazões vertidas no Estudo 5, para as Combinações 1 e 2.	70
Tabela 17: Vazões turbinadas (m ³ /s) no Estudo 5 para a Combinação 3.	71

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	OBJETIVOS	17
3	ESTADO DA ARTE	18
4	METODOLOGIA	25
4.1	Formulação Geral de um Problema de Otimização Robusta	25
4.2	Formulação do Modelo HIDRO-OR.....	27
5	RESULTADOS	35
5.1	Estudo de Caso – UHE Sinop	35
5.2	Análise dos Resultados Numéricos.....	42
5.2.1	Estudo 1 – 20 Cenários com horizonte de 24 meses com otimização em uma única etapa.....	43
5.2.2	Estudo 2 – 35 Cenários com horizonte de planejamento de 24 meses com otimização em uma única etapa.....	50
5.2.3	Estudo 3 – 10 cenários abaixo de 50% de permanência, com horizonte de 24 meses e volume inicial de 2480 hm ³ com otimização em uma única etapa 57	
5.2.4	Estudo 4 – 20 Cenários com horizonte de 24 meses com otimização em duas etapas.....	63
5.2.5	Estudo 5 – 35 Cenários com horizonte de 24 meses com otimização em duas etapas.....	67
6	CONCLUSÃO	72
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	74

1 INTRODUÇÃO

A crescente demanda por energia se apresenta como um dos grandes desafios da humanidade tanto do ponto de vista econômico e tecnológico como ambiental. A queima de combustíveis, principalmente os de origem fóssil, foi a principal forma de produção de energia durante a Revolução Industrial e boa parte do século XX. Entretanto sabemos que a utilização de tais combustíveis se trata de uma fonte de energia não renovável e responsável por grandes impactos ambientais, tanto de ordem local quanto global. Portanto, o desenvolvimento e aprimoramento de novos meios de produção de energia com maior eficiência e com menores impactos no ambiente é uma das grandes prioridades da ciência.

A utilização da água como força motriz é uma técnica antiga. Em meados de 1770, o engenheiro francês *Bernard Fôrest de Bélidor* desenvolveu em seu trabalho *Architecture Hydraulique* as primeiras máquinas hidráulicas de com eixos verticais e horizontais. No final do século 19 surgiram os primeiros geradores elétricos e estes puderam ser acoplados à sistemas hidráulicos, sendo que em 1878 foi desenvolvido o primeiro projeto de usina hidrelétrica na Inglaterra pelo engenheiro William George Armstrong. (U.S. DEPARTMENT OF ENERGY, 2011).

A energia hidrelétrica apresenta duas principais vantagens em relação aos sistemas térmicos de geração. A primeira delas é ser de operação mais barata, pois não necessita da queima de combustíveis para a geração da energia, sendo necessária apenas a força motriz hidráulica, e, portanto, se trata de uma fonte renovável de energia. Em segundo lugar, ela apresenta vantagens ambientais, já que os maiores impactos gerados por estas se concentram principalmente na bacia hidrográfica onde a usina foi inserida e, por não utilizar a queima de nenhum combustível, a quantidade de resíduos gerados pela operação da usina é bem menor se comparada com sistemas térmicos de mesmo porte.

Entretanto, a água é considerada um bem econômico de extrema importância e seu uso deve ser racional, levando-se em conta seus diversos usos: abastecimento, produção de alimentos, conservação e manutenção dos ecossistemas, produção de energia, navegação, recreação, etc. Dessa forma a

utilização da água como fonte de energia também deve levar em conta o custo econômico, social e ambiental da mesma.

Além disso, a disponibilidade da água envolve uma imensa quantidade de fatores cuja previsão exata é impossível para a ciência hoje. Componentes de aleatoriedade, sazonalidade e tendência estão diretamente ligados a variáveis como as precipitações e as vazões afluentes em um sistema de recursos hídricos. Portanto os fenômenos hidrológicos devem ser tratados levando em conta as incertezas e a estocasticidade das variáveis envolvidas, com previsibilidade limitada.

Nesse contexto a utilização de técnicas computacionais para auxiliar as tarefas no gerenciamento dos recursos hídricos tem cada vez mais se demonstrado necessárias. A busca por modelos de simulação e de otimização que possam lidar adequadamente com a aleatoriedade das variáveis envolvidas e realizar uma distribuição justa e racional deste precioso bem tem sido um dos principais temas dentro da área de recursos hídricos.

Entre as técnicas de otimização na análise de sistemas de recursos hídricos destacam-se aplicações da programação linear (PL), programação não linear (PNL) e programação dinâmica estocástica (PDE). Quanto a aleatoriedade das variáveis envolvidas, encontram-se abordagens determinísticas com a utilização de um cenário de referência de planejamento e revisão periódica de seus dados e resultados, ou estocásticas com a consideração simultânea de múltiplos cenários. Os cenários são obtidos diretamente ou com a geração de séries sintéticas a partir de dados conhecidos do histórico do sistema.

Contudo, os modelos estocásticos convencionais não estão totalmente imunes a erros em seu planejamento, especialmente quando o comportamento das variáveis aleatórias do modelo se desviam de maneira mais significativa dos valores médios ou mais frequentes estudados, quando podem ocorrer infactibilidades das soluções previstas, déficits ou piora considerável dos objetivos pretendidos.

Uma abordagem alternativa é a aplicação da otimização robusta (OR), buscando não apenas o melhor resultado possível para um determinado cenário ou para a média dos cenários apresentados, mas também uma solução que atenda com menor risco uma faixa mais ampla de realizações possíveis das variáveis sujeitas a incertezas e a estocasticidade.

De uma maneira geral, o emprego da OR se trata de um modelo estocástico que visa encontrar soluções que sejam factíveis ou próximas da factível nos diferentes cenários, através da minimização da variância da função objetivo entre os diferentes cenários. A OR não tem como objetivo encontrar apenas valores ótimos para os valores médios ou cenários apresentados das variáveis envolvidas, mas sim resultados mais consistentes que possam lidar com as incertezas presentes nos dados, de forma que erros de planejamento da operação ocorram com menor frequência ou que os mesmos possam ser contornados de maneira mais fácil.

A OR é uma ferramenta relativamente nova dentro da área de recursos hídricos, com poucos trabalhos publicados a respeito. Neste contexto esta pesquisa tem como finalidade fornecer um subsídio inicial para a aplicação de técnicas de OR dentro da área, em especial, a operação de reservatórios para a geração de energia.

2 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo desenvolver e analisar um modelo de otimização robusta para a operação de reservatórios visando a produção de energia.

O trabalho se divide nas seguintes etapas:

- Pesquisa sobre o estado da arte referente a modelos de otimização aplicados à operação de reservatórios para a produção de energia elétrica e a otimização robusta aplicada em diferentes áreas.
- Formulação matemática do modelo de programação não linear (PNL), estocástico e de otimização robusta (OR), chamado HIDRO-OR.
- Implementação do modelo HIDRO-OR para a produção de energia elétrica utilizando o software *General Algebraic Modeling System* (GAMS, 2012).
- Aplicação para uma usina hidrelétrica com reservatório, para estudo de caso foi escolhida a UHE Sinop – MT, prevista na expansão do Sistema Interligado Nacional.
- Análise de sensibilidade dos resultados, verificando o comportamento do modelo proposto para diferentes combinações de coeficientes de ponderação das funções objetivo e cenários.
- Conclusão e propostas para trabalhos futuros.

3 ESTADO DA ARTE

A pesquisa operacional na área de Recursos Hídricos começou a ser utilizada ao término da Segunda Guerra mundial em 1945. Um dos principais fatores que o pós-guerra trouxe ao mundo foi o desenvolvimento da tecnologia computacional, com destaques aos computadores digitais e as técnicas de pesquisa operacional como a programação matemática que foi desenvolvida para auxiliar os processos de logística militar. A iniciativa de utilizar tais técnicas de análise de sistemas ao planejamento na área de Recursos Hídricos partiu de pesquisadores da Universidade de Harvard, no início da década de 1960 e, desde então, aliados ao enorme desenvolvimento tecnológico na computação e métodos numéricos, tais técnicas se popularizaram, podendo ser encontradas no gerenciamento dos mais diferentes usos da água como a geração de energia elétrica, abastecimento, agricultura, lazer, etc. (BRANDÃO, 2004).

Mais especificamente na geração de energia elétrica, o uso destas técnicas permite uma melhor utilização da água armazenada nos reservatórios levando assim uma redução dos custos da produção de energia. Tal redução de custos se dá através de um melhor manejo dos recursos hídricos existentes, minimizando a utilização das usinas do sistema termelétrico e também através de estudos de motorização mais econômicos e eficientes para novas usinas e/ou usinas já existentes.

Os avanços tecnológicos na área computacional proporcionaram o surgimento de diferentes técnicas para o gerenciamento de recursos hídricos e a operação de reservatórios. Yeh (1985), Simonovic (1992), Wurbs (1993), Momoh et al. (1999a,b) e Labadie (2004) revisaram e comentaram vários métodos de otimização e seus respectivos modelos.

Yeh (1985) realizou um estudo relativo ao estado da arte da utilização de técnicas de otimização para a operação de reservatórios. Em seus estudos, ele destacou que, apesar dos grandes avanços realizados no campo teórico, a aplicação de tais modelos na prática ocorre ainda de maneira lenta. Wurbs (1993) também realizou um estudo semelhante em seu trabalho mencionando outros métodos também importantes.

Simonovic (1992) discutiu as limitações presentes nos modelos de otimização aplicados à operação de reservatórios e medidas que poderiam ser tornadas para fazer com que estes se tornassem mais atrativos para os operadores.

Labadie (2004) em seu trabalho discutiu a utilização de diversas técnicas e modelos de programação para o manejo de recursos hídricos, destacando que muitos problemas relativos à operação de reservatórios – e em particular a geração de energia – devem ser lidados como PNL.

Yeh et al. (1992) desenvolveu um modelo para a operação em tempo real de sistemas hidrotérmicos, utilizando como estudo de caso um sistema hidrotérmico de médio porte da China.

O Brasil, devido ao tamanho e complexidade de seu sistema hidrotérmico, se tornou um pioneiro no desenvolvimento de técnicas de simulação e otimização de sistemas hidrotérmicos.

Atualmente o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) utiliza o modelo NEWAVE para o planejamento da operação do sistema hidrelétrico brasileiro. O NEWAVE foi desenvolvido pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), pertencente ao sistema Eletrobrás, e do Instituto de Pós-Graduação e Pesquisa em Engenharia (COPPE) da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), de acordo com a metodologia proposta nos trabalhos de Pereira (1985, 1989) e Pereira e Pinto (1985). O modelo NEWAVE representa o parque hidrelétrico de forma agregada e o cálculo de operação baseia-se em Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE), sendo composto por quatro módulos computacionais: (1) Módulo de cálculo do sistema equivalente, (2) Módulo de energias afluentes, (3) Módulo de cálculo da política de operação hidrotérmica e (4) Módulo de simulação da operação. A função objetivo do modelo NEWAVE busca minimizar o custo operacional do sistema, considerando o custo presente do combustível e o chamado custo futuro da água, e considera a estocasticidade de modo implícito. O processo de decisão é realizado para um horizonte de cinco anos, o quanto de energia deve ser produzido pelo sistema hidrotérmico para atender a demanda. Para viabilizar o emprego da técnica de PDDE, evitando problemas ocasionados pelo “mal da dimensionalidade” inerente na programação dinâmica (PD), o NEWAVE realiza uma simplificação do sistema hidrotérmico brasileiro, considerando que este é composto por quatro grandes

subsistemas: Norte, Nordeste, Sudeste/Centro-Oeste e Sul; sendo cada subsistema formado por um grande reservatório de energia, com volume equivalente à somatória da “energia armazenada” em cada região. Os resultados do modelo NEWAVE servem como dados de entrada para o modelo DECOMP, que utiliza PL e é processado para um horizonte de curto prazo (cinco semanas). O modelo DECOMP define as parcelas de geração hidráulica e térmica para as usinas do sistema de modo individualizado.

Lopes (2001) analisou o desempenho de diferentes funções objetivo para a otimização de sistemas hidroenergéticos com técnicas de PNL. Como caso de estudo Lopes escolheu as usinas hidrelétricas do sistema Paranapanema, utilizando períodos de otimização de até 20 anos. Entre as funções objetivo estudadas estão a maximização da produção de energia, a minimização da complementação de energia e a maximização dos lucros sobre a energia secundária.

Leite (2003) em seu trabalho utilizou técnicas de inteligência artificial com algoritmos genéticos para a operação de sistemas hidrotérmicos. Neste trabalho foram realizados diversos testes, com sistemas complexos compostos por até 35 usinas do sistema hidrelétrico brasileiro, obtendo resultados bastante satisfatórios em termos de demanda, custos e confiabilidade geral do sistema.

Cicogna (2003) desenvolveu o Sistema de Suporte à Decisão (SSD) Hydrolab para o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de grande porte a médio e longo prazo e a programação em curto prazo respeitando as metas estabelecidas no planejamento da operação. A cadeia de planejamento implementada pelo SSD Hydrolab baseia-se na utilização de um modelo de otimização determinística com usinas individualizados, sendo este modelo alimentado por um outro modelo de previsão de vazões. Posteriormente Toscano (2009) realizou uma comparação entre o modelo *Otimização do Despacho Interligado Nacional* (ODIN), baseado no modelo Hydrolab, com o modelo NEWAVE. Toscano concluiu que o modelo ODIN se mostrou mais eficiente e seguro, já que ele mantém os reservatórios mais cheios em todas as situações hidrológicas além de proporcionar menores custos de operação e maior geração de energia.

Barros et al. (2003, 2005) desenvolveu o sistema SISOPT, utilizado para a operação de sistemas de usinas hidrelétricas, utilizando técnicas de programação

linear (PL), programação linear sucessiva (PLS) e PNL, sendo esta última baseada no solver MINOS (MURTAGH E SAUNDERS, 1987).

Marques (2006) apresentou uma metodologia de otimização, através da implementação de um algoritmo de PNL para o planejamento e operação de sistemas hidrelétricos, identificando períodos ótimos para a parada de máquinas para procedimentos de manutenção e minimizando efeitos de redução na potência média gerada pelos sistemas hidrelétricos.

Lopes (2007) desenvolveu o modelo SolverSIN para a operação de sistemas hidrotérmicos de grande porte. A otimização neste modelo é feita através de PNL utilizando as rotinas SNOPT, CONOPT e MINOS. Para a validação do modelo, foram utilizados os dados do Sistema Interligado Nacional (SIN). Lopes ainda afirma que a consideração das usinas hidrelétricas de forma individualizada pode acarretar em uma grande melhoria na solução do problema em substituição ao reservatório equivalente. Neste trabalho também foi realizada uma análise crítica de problemas com o detalhamento e a qualidade dos dados físicos disponíveis no SIN, já que vários deles são antigos e muitos estimados durante o desenvolvimento dos projetos das usinas. Entre os principais dados discutidos que interferem nos resultados do modelo temos o rendimento dos conjuntos de geração, a curva-chave de vazões à jusante do reservatório, a cota de montante em usinas com operação a fio d'água, a série histórica de vazões afluentes e o ajuste de valores médios dos dados físicos para longo período.

Barros et al. (2008a, 2009), Zambon (2008) e Zambon et al. (2010, 2011 e 2012) realizaram um aprimoramento do modelo SISOPT e desenvolveram o SSD HIDROTERM para o planejamento de sistemas hidrotérmicos de grande porte formados por um conjunto de usinas hidrelétricas e reservatórios interligados mais usinas termelétricas e intercâmbios operados para a geração e atendimento a demandas de energia elétrica. Tal SSD é composto de dois modelos distintos: o modelo HIDRO que realiza a otimização do sistema considerando as usinas individualizadas e aproveitando ao máximo a capacidade hidrelétrica instalada utilizando-se de PNL de modo determinístico, e o segundo modelo, TERM, otimiza o despacho térmico e intercâmbios entre os diversos subsistemas. Os dois modelos podem ser utilizados separadamente ou integrados no modelo HIDROTERM

Zambon et al. (2013) desenvolveu uma nova versão do modelo HIDROTERM que incorpora a estocasticidade das vazões afluentes, através de cenários de vazões, deixando de ser um modelo determinístico para um modelo estocástico com recurso a dois estágios.

Aplicações de técnicas de otimização robusta (OR) foram encontradas em diversas áreas do conhecimento, mas seu uso na análise de sistemas de recursos hídricos ainda é incipiente.

De acordo com Paiva (2009) programação estocástica robusta é uma abordagem de modelagem que integra conceitos de programação de metas e de programação estocástica em dois estágios com recurso, de forma que se consiga garantir uma “solução robusta” e uma “modelagem robusta” para um dado conjunto de cenários que são considerados na análise. Mulvey et al. (1995) descreve como “solução robusta” toda solução que permanece próxima à solução ótima em todos os cenários considerados e “modelagem robusta” como toda modelagem que gera soluções factíveis ou quase factíveis em todos os cenários.

Beyer e Sendhoff (2007) descrevem duas principais correntes de pesquisa dentro da OR. A diferença entre as duas está relacionada à natureza das restrições presentes nos modelos. Enquanto a engenharia em geral, principalmente a mecânica e estrutural, lidam com restrições mais rígidas (“*hard constraints*”) os problemas no campo da pesquisa contêm restrições flexíveis (“*soft constraints*”), além das restrições rígidas. Na área de pesquisa operacional o termo OR é atribuído a Mulvey et al. (1995), que utiliza variáveis de folga, funções adicionadas à função objetivo, para penalizar violações das restrições flexíveis. Na operação de reservatórios, um exemplo de variável flexível poderia ser a demanda de água para usos consuntivos: se uma comunidade necessita de uma vazão mínima de 200 litros per capita por dia, porém apenas 170 litros por dia estão disponíveis, eles terão que ser suficientes. Já um exemplo de variável rígida seria a capacidade máxima do reservatório que, por condições físicas (no caso a área e volume), não pode ser extrapolada.

Na área da engenharia, uma contribuição importante é o “Método Taguchi” de 1989 apud RAY et al. (2010) de projeto robusto, que tem como meta reduzir o desvio médio quadrático da relação sinal-ruído (“*signal-to-noise ratio*”) (fatores de ruído são

condições ambientais como temperatura e pressão ou tolerâncias quanto a imprecisões de produção, como peso e comprimento) na manufatura. Boa parte do trabalho recente na programação matemática robusta pode ser atribuído a Ben-Tal et al. (2009) cujo interesse principal é o efeito da incerteza presente em modelos com restrições rígidas, que são condições que precisam ser satisfeitas independentemente da incerteza dos dados. Outros trabalhos relevantes relativos à OR, aplicadas em diferentes áreas da engenharia e pesquisa operacional, podem ser encontrados em Bertsimas e Sim (2003, 2004), Bertsimas et al. (2004), Bertsimas e Thiele (2006), El-Ghaoui e Lebret (1997), El-ghaoui et al. (1998), Erdogan e Iyengar (2006) e Yamashita et al. (2007).

Como o planejamento e operação de sistemas hídricos é uma das inúmeras aplicações da pesquisa operacional, deve ser enfatizado as técnicas de OR na pesquisa operacional como creditado por Mulvey et al. (1995).

Watkins e McKinney (1995,1997) desenvolveu um modelo multiobjetivo, não linear, estocástico de 2 estágios com OR (MO-OR) para determinar a capacidade de expansão de abastecimento de um município, sendo que as decisões de investimento são tomadas em uma primeira etapa e as decisões operacionais são tomadas na segunda etapa. Neste modelo, além da função objetivo de minimizar os custos, também ocorre a *minimização do desvio padrão* das decisões de segundo estágio mais uma função penalidade para a escassez de água.

Um estudo muito esclarecedor do uso de OR no manejo de recursos hídricos foi realizado por Ray et al. (2010) que abrange uma revisão sobre as aplicações de técnicas de OR desenvolvidas nos últimos 15 anos e discute o emprego dos termos “otimização robusta” e “robustez” que são comumente empregados na literatura de modo que, seu significado específico e implicações, se tornaram vagos. Neste trabalho, Ray et al. utilizou como exemplo um problema clássico de abastecimento urbano, desenvolvido por Lund e Israel (1995) e adaptado por Watkins e McKinney (1997) para a aplicação de três diferentes técnicas de otimização, sendo elas: (1) Modelo de minimização dos custos, não linear, estocástico de 2 estágios; (2) Modelo MO-RO, igual ao desenvolvido por Watkins e McKinney (1995); (3) Um modelo de análise de performance, que utiliza da formulação matemática do segundo modelo e ainda acrescenta medidas de performance em relação a confiança do modelo,

vulnerabilidade relativa e sustentabilidade. Cabe notar que o modelo (3) não se trata de um segundo método de OR por si, mas uma ferramenta que habilita a exploração de complicações de múltiplos objetivos nas recomendações do modelo. Tal ferramenta foi nomeada “*the single-objective (check on) robust optimization (SO-RO)*” pelos autores.

Em relação ao uso de técnicas de OR aplicadas à operação de reservatórios para a produção de energia não foram encontradas referências, o que demonstra que a aplicação de modelos de OR é ainda um campo novo, que precisa ser melhor estudado. No Brasil, atualmente, existe um projeto de pesquisa chamado *Otimização Robusta – Metodologia de Apoio à Tomada de Decisão na Comercialização de Energia*, desenvolvido pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) em parceria com a Universidade de São Paulo (USP) onde foi desenvolvido o emprego da OR para a comercialização de energia.

4 METODOLOGIA

4.1 Formulação Geral de um Problema de Otimização Robusta

De acordo com Mulvey et al. (1995) modelos de otimização robusta (OR) tem dois componentes distintos: um componente estrutural que é fixado e livre de qualquer “ruído” nos seus dados de entrada, e um componente de controle que está sujeito aos “ruídos” nos dados. Para definir um modelo apropriado, é importante definir dois conjuntos de variáveis:

$x \in R^{n_1}$, corresponde ao vetor de variáveis de decisão cujos valores ótimos não estão condicionados a realização de certos parâmetros. Estas são chamadas *variáveis de projeto*.

$y \in R^{n_2}$, denota o vetor de *controle* de decisão, são variáveis que estão sujeitas a ajustes uma vez que parâmetros incertos são observados. Seu valor depende tanto de parâmetros aleatórios como do valor ótimo das variáveis de projeto.

De maneira geral, um modelo de otimização tem a seguinte estrutura:

$$\text{Minimizar: } c^T x + d^T y \quad (1)$$

$$x \in R^{n_1}, y \in R^{n_2}$$

Sujeito a:

$$Ax = b \quad (2)$$

$$Bx + Cy = e \quad (3)$$

$$x, y \geq 0 \quad (4)$$

A Equação 2 representa as restrições estruturais cujos coeficientes são fixos e livres de perturbações. A Equação 3 representa as restrições de controle, cujos coeficientes estão sujeitos à perturbações devido à incerteza dos dados.

Para definir o problema de OR, é necessário introduzir um conjunto de cenários $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, S\}$. Com cada cenário $s \in \Omega$ é associado um conjunto $\{d_s, B_s, C_s, e_s\}$ de realização para as restrições de controle e a probabilidade de cada

cenário p_s , ($\sum_{s=1}^S p_s = 1$). A solução ótima do problema matemático (1)-(4) será robusta em se permanecer próxima a ideal para qualquer realização do cenário $s \in \Omega$, ou seja, será considerada uma *solução robusta*. A solução também é robusta em relação à viabilidade se ela se for “quase” viável para qualquer realização de s , sendo assim o modelo considerado um *modelo robusto*.

Difícilmente qualquer solução para o problema (1)-(4) será viável e ótima para todos os índices de cenários $s \in \Omega$. Se o sistema que está sendo modelado tem redundâncias substanciais, então pode ser possível achar soluções que permaneçam viáveis e ótimas. De outra forma, é necessário um modelo que permita mensurar a “*compensação*” entre a solução ótima e a robustez do modelo.

Isso pode ser atingido introduzindo um conjunto $\{y_1, y_2, y_3, \dots, y_z\}$ de variáveis de controle para cada cenário $s \in \Omega$ e outro conjunto $\{z_1, z_2, z_3, \dots, z_z\}$ de vetores de erro que irão medir a não viabilidade permitida nas restrições de controle para cada cenário s . Dessa forma, pode-se considerar a seguinte formulação do modelo de otimização robusta:

$$\text{Minimizar: } \sigma(x, y_1, \dots, y_s) + \omega \rho(z_1, \dots, z_s) \quad (5)$$

Sujeito a:

$$Ax = b \quad (6)$$

$$B_s x + C_s y_s + z_s = e_s, \quad s \in \Omega \quad (7)$$

$$x \geq 0, y_s \geq 0, \quad s \in \Omega \quad (8)$$

Com múltiplos cenários a solução objetivo $\xi = c^T x + d^T y$ se torna uma variável aleatória tendo o valor $\xi_s = c^T x + d_s^T y_s$ com probabilidade p_s . Desta forma não há apenas uma única escolha para um objetivo global. Algumas formas que poderiam ser usadas são o valor médio, que é a função utilizada na programação linear estocástica, representada na equação 9:

$$\sigma(\cdot) = \sum_{s \in \Omega} p_s \xi_s \quad (9)$$

Nas análises de pior caso o modelo minimiza o valor máximo, e a função objetivo pode ser definida por:

$$\sigma(\cdot) = \max_{s \in \Omega} \xi_s \quad (10)$$

Tanto a equação 9 quanto a equação 10 são casos especiais de OR, mas ambos são, no entanto, padrões na literatura.

Em situações de baixo risco, o valor fornecido na equação 9 pode ser usado. Entretanto, esta escolha se torna inapropriada em situações de risco moderado a alto devido à incerteza dos dados. Utilizar o valor objetivo esperado ignora tanto o risco atribuído ao tomador de decisões quanto a distribuição do valor objetivo ξ_s .

Uma forma popular de lidar com o risco são modelos média/variação (MARKOWITZ apud MULVEY et al., 1995). Neste modelo o risco é equacionado com a variação dos resultados. Uma variação alta para $\xi_s = c^T x + d_s^T y_s$ significa que os resultados são duvidosos. Utilizando a variação como um substituto para risco, os resultados tendem a ser minimizados para um determinado nível de risco. Uma escolha apropriada para $\sigma(\cdot)$ seria a média mais uma constante (λ) multiplicando a variação, conforme apresentada na Equação 11 a seguir:

$$\sigma(x, y_1, \dots, y_s) = \sum_{s \in S} p_s \xi_s + \lambda \sum_{s \in S} p_s \left(\xi_s - \sum_{s' \in S} p'_{s'} \xi_{s'} \right)^2 \quad (11)$$

Neste trabalho, para a confecção do modelo OR para a operação de reservatórios para a produção de energia será considerada a formulação proposta combinando as Equações 5-8 e 11, como pode ser visto na seção seguinte.

4.2 Formulação do Modelo HIDRO-OR

De uma maneira geral, um aproveitamento hidrelétrico consiste na formação de uma barragem em um curso d'água para a criação de um reservatório, de volume S , que irá represar a água. A diferença de cotas entre nível d'água a montante do barramento (H) e a cota do nível de jusante (HT) representa a queda bruta (H_b) da usina. A água represada é captada (R') através de um conjunto de estruturas hidráulicas (canal de adução, tomada d'água, conduto forçado, etc.) e levada até a casa de força, onde se encontra o conjunto turbina-gerador. Caso ocorra extravaso do reservatório, o excesso de água é vertido (R'') para jusante do barramento. O nível d'água de jusante é função da vazão presente no local ($R'+R''$) e a potência

gerada (P) é função da vazão turbinada e da queda líquida, sendo que esta corresponde a queda bruta menos as perdas de carga provenientes do sistema de adução e circuito de geração.

A produção de energia elétrica ocorre basicamente através da transformação da energia potencial ocasionada pela diferença de cotas em energia cinética e energia de pressão dinâmica pela passagem da água pelos condutos forçados. Ao acionar a turbina, essa energia é convertida em energia mecânica que, por sua vez é transmitida ao gerador que a transforma em energia elétrica. Um esquema geral de funcionamento de uma usina hidrelétrica é apresentado na Figura 1.

Figura 1: Casa de força da UHE Sinop (EPE, 2010a)

Conforme demonstrado na seção anterior, uma possível formulação matemática para o problema de OR consiste em um problema estocástico, onde são considerados múltiplos cenários de vazões afluentes. Segundo Fragnière e Gondzio (2002), o processo estocástico pode ser representado de uma maneira figurativa, como uma árvore de eventos que descreve o desdobramento das incertezas em um horizonte de planejamentos (Figura 2).

No caso do modelo HIDRO-OR as vazões do primeiro mês são consideradas iguais para todos os cenários. A vazão afluente corresponde a uma previsão única e as vazões turbinada e vertida correspondem a decisão cenário-independente de

primeiro estágio, implementável no primeiro intervalo de tempo. A partir disso, cada cenário compõe um conjunto de vazões afluentes diferentes, podendo estas serem baseadas na própria série histórica de vazões ou a partir da criação de séries sintéticas. Tal composição de cenários pode ser retratada de maneira simples conforme mostrado na Figura 2:

Figura 2: Exemplo da formação de cenários

Desta forma, a função do modelo robusto se constitui de duas funções, chamadas de F1 e F2. A função F1 é a principal função objetivo do problema: ela corresponde à média da complementação quadrática entre a capacidade instalada ou uma demanda objetivo pré-definida menos a energia gerada nos diferentes cenários do modelo, ponderada para os diversos cenários considerados. A função F2 é a soma do desvio padrão dos valores de F1 calculados isoladamente para cada cenário do conjunto. Minimizar o valor de F2 é, portanto, equivalente a minimizar a variância de F1.

Assim, temos como a função objetivo do modelo HIDRO-OR da seguinte maneira:

$$\min Z_1 = w_1 \cdot F1 + w_2 \cdot F2 \quad (12)$$

Sendo:

w_1 e w_2 = coeficientes de ponderação entre as funções F1 e F2;
 Z_1 = objetivo robusto do modelo HIDRO-OR (10^6 s.MW²);

A função F1 pode ser expressa por:

$$F1 = \frac{\sum_{i=1}^{ni} \left[\sum_{t=1}^{nt} dt_t \cdot (C - P_{t,i})^2 \right]}{ni} \quad (13)$$

Onde:

i = índice do cenário;

ni = número de cenários;

nt = número de intervalos de tempo;

t = índice de intervalos de tempo;

dt_t = duração do intervalo de tempo (10^6 s);

C = capacidade instalada ou demanda objetivo (MW);

$P_{t,i}$ = produção de energia (MW).

Já a função F2 é expressa da seguinte forma:

$$F2 = \sum_{i=1}^{ni} \sigma_i \quad (14)$$

Sendo:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{nt} \left[dt_t \cdot (C - P_{t,i})^2 - \frac{\sum_{t=1}^{nt} dt_t \cdot (C - P_{t,i})^2}{nt} \right]}{nt - 1}} \quad (15)$$

Onde:

σ_i = desvio padrão da função F1, em 10^6 s.MW²

As demais equações e restrições do modelo HIDRO-OR estão apresentadas a seguir.

Equação da produção de energia:

$$P_{i,t} = \varepsilon_i \cdot H b_{i,t} \cdot Q t_{i,t} \quad (16)$$

Queda bruta:

$$Hb_{i,t} = \frac{H_{i,t} - H_{i,t-1}}{2} - HT_i \quad (17)$$

Vazão no canal de fuga, correspondente à vazão turbinada mais a vazão vertida:

$$R_{i,t} = R'_{i,t} + R''_{i,t} \quad (18)$$

Equação da continuidade:

$$S_{i,t} = S_{i,t-1} + dt_t \cdot [I_{i,t} - Q_{i,t} - UC_{i,t} - DT_{i,t}] - E_{i,t} \quad (19)$$

Nível d'água de montante:

$$H_{i,t} = a_{0,i} + a_{1,i} \cdot S_{i,t} + a_{2,i} \cdot S_{i,t}^2 + a_{3,i} \cdot S_{i,t}^3 + a_{4,i} \cdot S_{i,t}^4 \quad (20)$$

Nível d'água de jusante:

$$HT_{i,t} = b_{0,i} + b_{1,i} \cdot R_{i,t} + b_{2,i} \cdot R_{i,t}^2 + b_{3,i} \cdot R_{i,t}^3 + b_{4,i} \cdot R_{i,t}^4 \quad (21)$$

Área do reservatório:

$$A_{i,t} = c_{0,i} + c_{1,i} \cdot H_{i,t} + c_{2,i} \cdot H_{i,t}^2 + c_{3,i} \cdot H_{i,t}^3 + c_{4,i} \cdot H_{i,t}^4 \quad (22)$$

Perdas por evaporação:

$$E_{i,t} = \frac{A_{i,t} + A_{i,t-1}}{2} \cdot IE_{i,t} \quad (23)$$

Restrição devido à capacidade máxima de geração:

$$P_{i,t} \leq P_i^{max} \cdot ID_{i,t} \quad (24)$$

Limites de armazenamento, para um reservatório com capacidade variável:

$$S_i^{min} \leq S_{i,t} \leq S_{i,t}^{max} \quad (25)$$

Armazenamento final:

$$S_{i,t=nt} \geq S_{end} \quad (26)$$

Limites de vazão ambiental e outros usos, turbinada e vertida:

$$R_{i,t} \geq R_i^{min} \quad (27)$$

$$R_i^{min} \cdot ID_i \leq R'_{i,t} \leq R_i^{max} \cdot ID_i \quad (28)$$

$$R''_{i,t} \geq 0 \quad (29)$$

Condição de operação para o primeiro mês do modelo HIDRO-OR:

$$R'_{i,t=1} = R'_{i=1,t=1} \quad (30)$$

$$R''_{i,t=1} = R''_{i=1,t=1} \quad (31)$$

P_i^{max} = produção máxima de energia (MW)

ε_i = produtividade específica líquida (MW/(m³/s)/m)

$Hb_{i,t}$ = queda bruta da usina (m);

$H_{i,t}$ = nível d'água de montante (m)

$HT_{i,t}$ = nível d'água de jusante (m)

$R_{i,t}$ = vazão total à jusante (m³/s)

R_i^{min} = vazão ambiental, vazão mínima à jusante (m³/s);

$R'_{i,t}$ = vazão turbinada (m³/s);

$R_i'^{min}$ = vazão turbinada mínima (m³/s);

$R_i'^{max}$ = vazão turbinada máxima (m³/s);

$R''_{i,t}$ = vazão vertida (m³/s);

$S_{i,t}$ = volume do reservatório (hm³);

S_i^{min} = volume mínimo do reservatório (hm³);

S_i^{max} = capacidade máxima do reservatório (hm³);

$A_{i,t}$ = área do reservatório (km²);

$I_{i,t}$ = vazão natural afluente ao reservatório (m³/s);

$UC_{i,t}$ = usos consuntivos d'água (m³/s);

$DT_{i,t}$ = desvios de vazão, transposição e outros à montante (m³/s);

$E_{i,t}$ = evaporação (10⁶ m³)

$IE_{i,t}$ = taxa de evaporação em um determinado período de tempo t (m)

$ID_{i,t}$ = índice de disponibilidade devido à paradas programadas e não programadas no sistema ($0 \leq ID_{i,t} \leq 1$) (-)

Entretanto, durante os estudos realizados com a formulação descrita anteriormente (apresentados nos Itens 5.2.1, 5.2.2 e 5.2.3) foi constatado que, com um aumento no peso dado à função F2, o modelo pode criar um comportamento imprevisto, fazendo com que ocorram vertimentos não desejados para diminuir o desvio padrão da função objetivo, diminuindo a energia produzida para aproximar os

resultados nos cenários com afluências ou armazenamentos mais favoráveis. Uma alternativa para evitar que este comportamento ocorra é realizar a otimização em duas etapas, com duas funções objetivo. Tal solução foi implantada de modo similar ao realizado por Delgado (2006) e Barros et al. (2008b) no modelo SISAGUA, que utilizou um sistema de otimização estocástica em várias etapas (funções objetivo).

No caso do modelo SISAGUA, porém, tratavam-se de prioridades preemptivas, onde novas restrições impediam piorar o resultado dos objetivos anteriores mas obter um novo arranjo com melhoria para os objetivos seguintes a medida em que reduzia o espaço das soluções viáveis pelo acréscimo de novas restrições. Aqui, a técnica foi aplicada para corrigir uma distorção eventualmente observada na primeira etapa.

Neste caso, teremos duas funções objetivo distintas: na função de primeira etapa (Equação 12) são determinados os valores para as variáveis do modelo minimizando o objetivo ponderado da complementação quadrática da energia produzida (F_1) e seu desvio padrão (F_2). Em uma segunda etapa, fixa-se os valores da tomada de decisão cenário-independente de primeiro estágio, no caso a vazão turbinada no primeiro mês ($R'(i,t=1)$) e realiza uma nova otimização apenas da função F_1 para os demais meses ($R'(i,t>1)$). Dessa forma, mantém-se a solução robusta no primeiro mês, onde é realizada a tomada de decisão e, subsequentemente, otimiza-se novamente a função para correção dos vertimentos indesejados nos meses futuros, ocasionados pela função F_2 . Tal formulação pode ser descrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min Z_1 &= w_1 \cdot F_1 + w_2 \cdot F_2 \\ \text{obtendo } R'_{(i,t=1)}, \text{ então} \\ \min Z_2 &= F_1 \\ \text{obtendo } R'_{(i,t>1)} \text{ e } R''_{(i,t)} \end{aligned} \tag{32}$$

A Figura 3 apresentada a seguir ilustra o modo de funcionamento do modelo HIDRO-OR com a otimização em duas etapas.

Figura 3: Esquema de funcionamento do modelo HIDRO-OR com a otimização em duas etapas.

5 RESULTADOS

5.1 Estudo de Caso – UHE Sinop

Para a análise numérica do modelo de OR serão utilizados os dados numéricos da UHE Sinop, localizada no Rio Teles Pires - MT, prevista na expansão do Sistema Interligado.

A UHE Sinop é composta de um reservatório com capacidade máxima de 3100 hm³ e 3 unidades geradoras compostas por turbinas tipo Kaplan, com potência unitária nominal de 136,05 MW cada. A capacidade máxima de geração da UHE Sinop será de 400,00 MW.

Uma peculiaridade da UHE Sinop é sua regra operativa, que considera o nível máximo do reservatório variável. Este fato ocorre devido à presença de lagoas sazonais que se formam durante as secas e servem como berçários para os peixes na área do reservatório. Devido a este fato, o reservatório tem seu nível máximo fixado na cota 300,00 m durante as secas para permitir a formação de tais lagoas. Portanto, a seguinte regra operativa foi adotada para este reservatório

- Durante os meses de cheia (Dezembro a Maio) o reservatório tem seu nível máximo fixado na cota 302,00, com uma maior capacidade de reserva para acumular um maior volume de água devido às cheias.
- Durante os meses de estiagem (Junho a Novembro) o reservatório tem sua cota máxima fixada a 300,00 m permitindo a formação das lagoas sazonais para a procriação de peixes.

De acordo com EPE (2010b), temos:

- Potência total a ser instalada (P_{Tinst}): 400,00 MW
- Número de unidades geradoras: 3 unidades geradoras
- Tipo de turbina: Kaplan
- Potência unitária nominal das turbinas: 136,05 MW
- Vazão unitária nominal: 592,20 m³/s

- Engolimento mínimo: 207,27 m³/s (35% da vazão unitária nominal)
- Engolimento máximo: 1776,60 m³/s (considerado igual a três vezes a vazão unitária nominal)
- Cota Máxima do Reservatório (NA_{Max}): 302,00m (nos meses de cheia) e 300,00 m (nos meses de estiagem).
- Cota Mínima do Reservatório (NA_{Min}): 292,00 m
- Capacidade máxima do reservatório: 3100 hm³
- Volume mínimo do reservatório: 1015 hm³
- Capacidade de armazenamento: 2085 hm³
- Queda Líquida de Referência (H_{ref}): 24,50 m
- Perda Hidráulica considerada: 0,60 m
- Rendimento ponderado do gerador: 98%
- Rendimento médio ponderado do conjunto turbina-gerador: 93,14%
- Rendimento médio total considerado na modelagem energética: 92,50%
- Taxa de indisponibilidade forçada: 2,533%
- Taxa de indisponibilidade programada: 8,091%
- Vazão média de longo termo (MLT): 924 m³/s
- Tempo de enchimento do reservatório, baseado na vazão média de longo termo (considerando do volume mínimo até a capacidade máxima): 26,67 dias

A série histórica de vazões afluentes com os dados para o período de 1931 até 2006 para o aproveitamento Sinop é apresentada na Tabela 1 e na Figura 4.

Tabela 1: Série História de Vazões Afluentes da UHE Sinop (EPE, 2010b)

	Vazão (m³/s)												
Ano	Jan	Fev.	Mar	Abr.	Mai	Jun.	Jul.	Ago.	Set	Out	Nov.	Dez	Anual
1931	1169	1485	1730	936	848	694	562	464	424	661	829	1108	909
1932	1016	1251	1674	869	774	633	546	509	437	477	520	569	773
1933	2212	1383	943	1043	735	601	487	397	386	419	599	1934	928
1934	1276	1667	1481	1064	804	663	537	464	553	537	665	1328	920
1935	3217	1037	2199	1103	871	706	572	463	393	549	579	1148	1070
1936	857	2694	903	834	690	559	453	367	341	312	371	425	734
1937	1115	713	1675	1069	722	626	507	410	384	479	493	2390	882
1938	2635	1187	1010	840	733	594	481	389	334	1073	759	1103	928
1939	918	1335	985	814	685	611	537	435	418	455	1065	1320	798
1940	2184	2324	2821	1527	1006	815	665	539	470	482	1073	743	1221
1941	1256	1854	2456	923	801	649	529	532	475	1016	787	735	1001
1942	1418	1483	1386	1794	906	739	599	485	476	742	1086	693	984
1943	1807	1358	1559	1241	825	669	542	439	434	1114	1018	1570	1048
1944	820	1318	1223	832	675	559	453	367	345	437	933	738	725
1945	1699	2052	2388	1389	960	778	630	510	458	506	1149	1451	1164
1946	945	2625	1578	911	1029	745	634	513	427	447	1064	1119	1003
1947	2675	1651	2174	1094	893	724	586	475	410	580	717	1475	1121
1948	1018	1574	1194	874	724	587	518	420	470	517	963	4465	1110
1949	2066	2158	1479	1015	851	731	592	480	393	904	573	1986	1102
1950	2657	1431	2108	965	785	636	515	417	338	491	742	2445	1128
1951	1662	1535	3858	966	931	761	617	503	452	423	810	776	1108
1952	1260	1186	1119	983	725	588	476	385	325	320	476	1209	754
1953	1068	1405	2111	834	722	585	474	384	432	595	562	1018	849
1954	1300	1923	2365	909	768	639	518	419	402	427	1182	698	963
1955	2244	923	2369	907	804	664	538	436	353	357	380	1730	975
1956	916	1458	894	1149	833	738	599	498	520	510	2241	1536	991
1957	1369	2041	1344	1007	818	689	559	480	539	536	707	1485	965
1958	1540	1080	1297	1123	819	667	564	457	403	449	916	1815	928
1959	3455	1431	2484	1015	858	709	589	482	399	389	2011	1650	1289
1960	1989	1949	1188	1038	814	659	534	433	351	470	663	1362	954
1961	2055	1223	1962	909	822	669	542	486	403	437	607	1841	996
1962	2314	1843	876	1057	743	611	495	413	494	514	523	2830	1059
1963	896	2029	1196	899	746	604	491	397	341	353	846	623	785
1964	1749	748	1035	686	617	500	409	331	272	701	1460	1001	792
1965	1282	1559	1823	999	820	666	539	437	449	1334	1413	1020	1028
1966	1452	2245	1172	922	798	647	524	424	383	893	560	658	890
1967	832	923	1035	929	686	565	458	371	315	516	647	1263	712
1968	750	1157	718	636	516	418	339	335	343	447	507	1355	627
1969	1286	814	927	762	651	532	431	349	318	395	841	1835	762
1970	1797	1178	911	844	734	595	482	390	324	555	520	511	737

Continua

Conclusão

Vazão (m³/s)													
Ano	Jan	Fev.	Mar	Abr.	Mai	Jun.	Jul.	Ago.	Set	Out	Nov.	Dez	Anual
1971	968	1188	717	671	599	489	428	358	399	487	603	627	628
1972	789	1504	769	690	595	491	430	354	330	399	1161	1230	729
1973	1077	1110	1005	767	648	547	451	372	341	434	1272	1758	815
1974	2500	1065	1373	997	851	689	558	459	431	434	489	1492	945
1975	923	1342	1003	881	713	579	503	408	333	390	610	626	693
1976	952	1254	1512	1169	777	579	444	371	363	470	653	1264	817
1977	1349	1653	1099	1080	928	736	489	389	388	503	746	1113	873
1978	1960	1481	2502	1262	1059	791	631	547	482	613	754	1163	1104
1979	2022	1902	1307	1134	750	445	436	405	499	499	691	780	906
1980	1398	2340	2396	1364	918	749	601	511	510	509	567	1054	1076
1981	1554	1543	1449	1548	1075	719	579	488	419	509	1088	1158	1011
1982	1905	1990	1530	1612	1025	770	619	523	514	586	689	1048	1068
1983	1407	1830	1332	1149	744	610	479	412	385	524	681	1017	881
1984	1082	1038	1194	1094	804	557	457	407	417	466	618	1115	771
1985	1663	1645	1458	1338	925	632	514	428	406	525	627	666	902
1986	1370	1686	1469	1032	757	587	473	450	442	534	539	769	842
1987	1484	1400	1351	1092	736	532	429	381	357	369	673	1408	851
1988	1525	1454	1699	1366	887	621	489	410	368	400	681	1135	920
1989	1464	1852	1837	1477	942	642	539	470	438	417	540	1246	989
1990	1810	1582	1524	1207	843	602	517	525	533	665	743	898	954
1991	1303	1650	1757	1343	754	604	548	519	518	554	726	880	930
1992	1079	1643	1497	1360	839	684	548	477	539	579	811	1477	961
1993	1233	1628	1114	912	710	571	458	411	391	430	518	860	770
1994	1577	1321	1938	1317	911	744	573	455	405	468	566	766	920
1995	2328	2132	2056	1784	1394	887	638	533	486	504	649	1014	1200
1996	1423	1264	1480	1239	836	625	480	439	413	439	801	733	848
1997	1384	1954	1893	1285	890	691	524	439	400	424	532	946	947
1998	948	1234	1348	836	583	451	382	350	337	397	699	1199	730
1999	1710	1191	1584	900	653	493	419	360	361	361	545	888	789
2000	1239	1488	1851	1242	744	541	466	403	406	400	713	894	866
2001	901	904	1225	1028	699	556	450	391	396	514	642	1331	753
2002	1596	1488	1619	1174	765	587	493	427	424	431	586	756	862
2003	1464	1618	1677	1900	964	720	576	480	453	556	707	972	1007
2004	1392	2998	1634	1391	1013	752	663	556	498	579	770	842	1091
2005	1314	1423	1433	1158	760	592	513	438	427	514	656	1341	881
2006	2245	1577	1790	1936	986	751	615	505	494	713	874	1434	1160

Figura 4: Série histórica de vazões afluentes da UHE Sinop no período de Janeiro/1931 até Dezembro/2006 (EPE, 2010b).

Tabela 2: Valores representativos da série histórica de vazões da UHE Sinop

Dado/Mês	Vazão (m³/s)												MÉDIA	%MLT
	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez		
Máximo	3455.00	2998.00	3858.00	1936.00	1394.00	887.00	665.00	556.00	553.00	1334.00	2241.00	4465.00	2028.50	119.61
Quartil 3	1807.75	1833.25	1826.50	1241.25	887.75	706.75	566.00	480.50	454.25	554.25	842.25	1438.25	1053.23	14.02
Média	1533.08	1547.39	1553.58	1097.97	810.78	637.38	520.20	438.63	414.30	531.78	777.33	1221.86	923.69	100.00
Mediana	1402.50	1486.50	1479.50	1040.50	802.50	632.50	518.00	435.50	406.00	495.00	690.00	1117.00	875.46	94.78
Quartil 1	1081.25	1246.75	1184.00	908.50	731.00	583.50	473.75	395.50	362.50	430.75	577.50	826.50	733.46	79.41
Mínimo	750.00	713.00	717.00	636.00	516.00	418.00	339.00	331.00	272.00	312.00	371.00	425.00	483.33	52.33

Figura 5: Distribuição de frequência da série de vazões naturais da UHE Sinop.

Figura 6: Curvas de permanência mensais para a UHE Sinop.

A mediana representa a vazão que é superada em 50% da amostra e, segundo Lopes (2001), pode ser considerada representativa em um cenário de clima normal. Casos de estiagem podem ser considerados valores que são representados no primeiro quartil, ou seja, superados por 75% da amostra. De maneira análoga, o terceiro quartil indica o cenário úmido, superado por 25% da amostra.

Os coeficientes dos polinômios para as curvas Cota x Volume, Cota x Área e Curva Chave do Canal de Fuga estão apresentados na Tabela 3.

Tabela 3: Coeficientes das curvas Cota x Volume, Cota x Área e Curva do Canal de Fuga (EPE, 2010b)

Curva	Independente	Grau 1	Grau 2	Grau 3	Grau 4
Cota x Volume	2,8180755E+02	1,2946698E-02	-3,3665774E-06	5,3235843E-10	-3,6591819E-14
Cota x Área	-3,9365578E+08	5,2724387E+06	-2,6477074E+04	5,9084885E+01	-4,9435901E-02
Curva Chave	2,7196675E+02	9,2084693E-04	2,3795484E-07	-7,1196339E-11	-5,3060022E-15

Os valores para os coeficientes de evaporação mensal e usos consuntivos da água se encontram na Tabela 4.

Tabela 4: Usos consuntivos da água na UHE Sinop (EPE, 2010b)

Dados/Mês	Jan	Fev.	Mar	Abr.	Mai	Jun.	Jul.	Ago.	Set	Out	Nov.	Dez
Evap. (mm)	26	21	25	2	4	25	32	45	56	23	22	41
UC. (m³/s)	7,28	7,28	14,48	17,36	20,24	23,12	20,24	20,24	11,60	7,28	7,28	7,28

5.2 Análise dos Resultados Numéricos

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos de acordo com metodologia proposta no Item 4 – Metodologia. O modelo foi escrito utilizando o software GAMS, utilizando o solver MINOS para resolver o problema de PNL. Cabe ressaltar que, durante a pesquisa, foram também realizados testes com os solvers CONOPT e SISOPT, porém, ambos não foram capazes de resolver o modelo em questão, pois os resultados não convergiram para uma solução factível.

Ao todo foram realizados 5 estudos com o modelo HIDRO-OR. Os primeiros 3 estudos, apresentados nos Itens 5.2.1, 5.2.2 e 5.2.3, correspondem à formulação do modelo considerando apenas a função em uma única etapa (Z1). A partir da análise desses resultados verificou-se a necessidade da adição de uma função objetivo “corretiva”, de segunda etapa (Z2), cuja análise de desempenho está apresentada nos itens 5.2.3 e 5.2.4.

Em todos os estudos foram utilizadas três combinações dos coeficientes de ponderação w_1 e w_2 da função objetivo Z_1 , para análise de sensibilidade do modelo, conforme demonstrado na Tabela 5.

Tabela 5: Combinações dos coeficientes de ponderação utilizados nos estudos.

Combinações	Coeficientes	
	w_1	w_2
Comb. 1	1.00	0.00
Comb. 2	1.00	0.50
Comb. 3	1.00	1.00

Em todos casos estudados, uma solução inicial viável do modelo foi obtida individualmente para cada cenário de vazões, utilizando um modelo de PNL simplificado onde não foram consideradas as perdas por evaporação. O cálculo da solução inicial foi realizado utilizando uma planilha eletrônica e o pacote de solver presente no MS Excel 2007.

5.2.1 Estudo 1 – 20 Cenários com horizonte de 24 meses com otimização em uma única etapa

Para o Estudo 1, foram realizados 20 cenários de vazões afluentes com um horizonte de planejamento de 24 meses. O valor das vazões para cada cenário foi obtido diretamente da série histórica de vazões (presente na Tabela 1), utilizando combinações diferentes de dois anos consecutivos. O valor da vazão inicial ($t=1$) foi adotado igual a $1098 \text{ m}^3/\text{s}$, correspondendo à vazão média para o mês de Abril, que corresponde ao início do período seco na região. Em todos os estudos realizados o volume inicial do reservatório foi considerado 80% de sua capacidade máxima, o que é normalmente encontrado nos reservatórios da região sudeste e oeste.

A composição dos cenários de vazões está apresentada na Tabela 6 e na Figura 7.

Figura 7: Cenários de Vazões Afluentes – Estudo 1

Tabela 6: Composição dos Cenários de Vazões (m³/s) – Estudo 1

CENÁRIO	Anos	Mês																								Média
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
1	1965 à 1966	1098	820	666	539	437	449	1334	1413	1020	1452	2245	1172	922	798	647	524	424	383	893	560	658	832	923	1035	885,17
2	1967 à 1968	1098	686	565	458	371	315	516	647	1263	750	1157	718	636	516	418	339	335	343	447	507	1355	1286	814	927	686,13
3	1969 à 1970	1098	651	532	431	349	318	395	841	1835	1797	1178	911	844	734	595	482	390	324	555	520	511	968	1188	717	756,83
4	1971 à 1972	1098	599	489	428	358	399	487	603	627	789	1504	769	690	595	491	430	354	330	399	1161	1230	1077	1110	1005	709,25
5	1973 à 1974	1098	648	547	451	372	341	434	1272	1758	2500	1065	1373	997	851	689	558	459	431	434	489	1492	923	1342	1003	896,96
6	1975 à 1976	1098	713	579	503	408	333	390	610	626	952	1254	1512	1169	777	579	444	371	363	470	653	1264	1349	1653	1099	798,71
7	1977 à 1978	1098	928	736	489	389	388	503	746	1113	1960	1481	2502	1262	1059	791	631	547	482	613	754	1163	2022	1902	1307	1036,08
8	1979 à 1980	1098	750	445	436	405	499	499	691	780	1398	2340	2396	1364	918	749	601	511	510	509	567	1054	1554	1543	1449	961,08
9	1981 à 1982	1098	1075	719	579	488	419	509	1088	1158	1905	1990	1530	1612	1025	770	619	523	514	586	689	1048	1407	1830	1332	1021,38
10	1983 à 1984	1098	744	610	479	412	385	524	681	1017	1082	1038	1194	1094	804	557	457	407	417	466	618	1115	1663	1645	1458	831,88
11	1985 à 1986	1098	925	632	514	428	406	525	627	666	1370	1686	1469	1032	757	587	473	450	442	534	539	769	1484	1400	1351	840,17
12	1987 à 1988	1098	736	532	429	381	357	369	673	1408	1525	1454	1699	1366	887	621	489	410	368	400	681	1135	1464	1852	1837	923,79
13	1989 à 1990	1098	942	642	539	470	438	417	540	1246	1810	1582	1524	1207	843	602	517	525	533	665	743	898	1303	1650	1757	937,13
14	1991 à 1992	1098	754	604	548	519	518	554	726	880	1079	1643	1497	1360	839	684	548	477	539	579	811	1477	1233	1628	1114	904,54
15	1993 à 1994	1098	710	571	458	411	391	430	518	860	1577	1321	1938	1317	911	744	573	455	405	468	566	766	2328	2132	2056	958,50
16	1995 à 1996	1098	1394	887	638	533	486	504	649	1014	1423	1264	1480	1239	836	625	480	439	413	439	801	733	1384	1954	1893	941,92
17	1997 à 1998	1098	890	691	524	439	400	424	532	946	948	1234	1348	836	583	451	382	350	337	397	699	1199	1710	1191	1584	799,71
18	1999 à 2000	1098	653	493	419	360	361	361	545	888	1239	1488	1851	1242	744	541	466	403	406	400	713	894	901	904	1225	774,79
19	2001 à 2002	1098	699	556	450	391	396	514	642	1331	1596	1488	1619	1174	765	587	493	427	424	431	586	756	1464	1618	1677	882,58
20	2003 à 2004	1098	964	720	576	480	453	556	707	972	1392	2998	1634	1391	1013	752	663	556	498	579	770	842	1314	1423	1433	991,00

A seguir estão apresentados os resultados obtidos para o Estudo 1.

Figura 8: Valores das funções F1 e F2 para o Estudo 1.

Figura 9: Média de energia produzida e seu desvio padrão no Estudo 1 para diferentes coeficientes de ponderação.

Figura 10: Média da potência por cenário no Estudo 1 para diferentes combinações coeficientes de ponderação.

Figura 11: Média mensal de produção do modelo no Estudo 1 para diferentes combinações de coeficientes de ponderação.

Figura 12: Média do volume armazenado mensalmente no Estudo 1 para diferentes coeficientes de ponderação.

Figura 13: Média da vazão turbinada mensalmente no Estudo 1 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.

Tabela 7: Vazões vertidas (m³/s) na Combinação 1 - Estudo 1.

Cenário	Mês				
	10	11	12	23	24
i5	78,525	-	-	-	-
i7	-	-	98,631	-	-
i8	-	-	580,531	-	-
i15	-	-	-	500,479	183,283
i20	-	425,092	88,001	-	-

Tabela 8: Vazões vertidas (m³/s) na Combinação 2 - Estudo 1.

Cenário	Mês				
	10	11	12	23	24
i5	78,947	-	-	-	-
i7	-	-	98,858	-	-
i8	-	-	580,278	-	-
i15	-	-	-	500,479	183,283
i20	-	424,656	88,001	-	-

Tabela 9: Vazões vertidas (m³/s) na Combinação 3 - Estudo 1.

Cenário	Mês								
	2	3	5	10	11	12	13	23	24
i5	-	-	-	79,461	-	-	-	-	-
i7	404,526	-	-	-	-	-	-	-	-
i8	-	-	-	-	-	580,515	-	-	-
i9	328,057	-	-	-	-	-	66,517	-	-
i13	86,311	-	-	-	-	-	-	-	-
i14	-	-	8,802	-	-	-	-	-	-
i15	-	-	-	-	-	-	-	-	-
i16	-	173,245	-	-	-	-	-	-	-
i20	141,648	-	-	-	404,502	88,001	-	-	218,521

Os resultados mostram que, para as Combinações 1 e 2 não ocorreram mudanças nos valores finais da função objetivo, sendo que ambos apresentaram valores de 2,708 MW².s para a função F1 e 0,409 MW².s para a função F2. A Combinação 3 apresentou um valor superior à das outras duas combinações no

valor da função F1, com 2,759 MW².s e um valor inferior para a função F2, com 0,347 MW².s (Figura 8). Estes resultados demonstraram que, conforme aumenta a participação da função F2 no objetivo, temos um maior valor de F1, ou seja, a produção de energia é diminuída. O fato das Combinações 1 e 2 terem apresentado os mesmos resultados deve-se possivelmente às não linearidades de ambas as funções objetivo e também das restrições, que encontraram o mesmo valor ótimo local independente dos valores dos coeficientes de ponderação.

Dessa forma, as Combinações 1 e 2 apresentaram os mesmos valores médios para a energia produzida, com $214,13 \pm 84,56$ MW. Já a Combinação 3 apresentou valores inferiores na energia média produzida e seu desvio padrão, com $210,731 \pm 80,801$ MW. Para os três casos o modelo apresentou a mesma solução inicial, com uma geração de 220,11 MW.

Apesar da pequena diferença na média, a operação da usina foi bastante similar nas três combinações, sendo que para a Combinação 3 houve um deplecionamento um pouco maior do reservatório devido à um maior vertimento. Com um maior peso para a diminuição do desvio padrão, o modelo acaba optando por diminuir a energia gerada para aproximar os resultados. Dessa forma, ele gera vertimentos em alguns meses diminuindo a queda líquida e a produção de energia e, assim, diminuindo o desvio padrão da função objetivo.

5.2.2 Estudo 2 – 35 Cenários com horizonte de planejamento de 24 meses com otimização em uma única etapa.

Para o Estudo 2, foram realizados 35 cenários de vazões afluentes com um horizonte de planejamento de 24 meses de forma análoga ao Estudo 1. Este estudo foi realizado com o intuito de averiguar a influência de um maior número de cenários no modelo, utilizando praticamente toda a série histórica de vazões.

A composição dos cenários de vazões está apresentada na Tabela 10 e na Figura 14.

Figura 14: Cenários de Vazões Afluentes – Estudo 4.

Figura 15: Valores das funções F1 e F2 para o Estudo 2.

Figura 16: Média de energia produzida e seu desvio padrão no Estudo 2 para diferentes coeficientes de ponderação.

Figura 17: Média da potência por cenário no Estudo 2 para diferentes combinações coeficientes de ponderação.

Figura 18: Média mensal de produção de energia do modelo no Estudo 2 para diferentes combinações de coeficientes de ponderação.

Figura 19: Média mensal do volume armazenado no Estudo 2 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.

Figura 20: Média mensal da vazão turbinada no Estudo 2 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.

Tabela 11: Vazões vertidas (m³/s) na Combinação 1 - Estudo 2.

Cenário	Mês						
	10	11	12	21	22	23	24
i1	-	69,194	-	-	-	-	-
i2	812,104	-	-	-	-	-	-
i3	-	386,64	1197,331	-	-	-	351,815
i4	-	-	-	-	-	-	505,531
i5	-	0,194	35,701	-	103,66	413,54	221,16
i6	-	-	-	1891,803	770,494	36,114	22,185
i7	347,184	-	387,107	-	36,061	-	2144,138
i8	-	-	176,293	-	-	-	139,834
i9	-	-	-	-	1028,844	222,628	477,463
i10	-	132,787	-	256,803	-	-	-
i11	78,519	-	-	-	-	-	-
i12	-	-	98,641	-	-	-	-
i13	-	-	580,566	-	-	-	-
i14	-	-	-	-	-	500,479	183,283
i15	-	425,093	88,001	-	-	-	-

Tabela 12: Vazões vertidas (m³/s) na Combinação 2 - Estudo 2.

Cenário	Mês						
	10	11	12	21	22	23	24
i1	-	69,194	-	-	-	-	-
i2	812,104	-	-	-	-	-	-
i3	-	386,834	1197,331	-	-	-	351,961
i5	-	-	-	-	-	-	505,515
i6	-	0,194	35,701	-	103,66	413,54	221,16
i7	-	-	-	1891,803	770,494	36,114	22,185
i8	346,228	-	387,107	-	36,061	-	2144,138
i10	-	-	176,389	-	-	-	139,567
i12	-	-	-	-	1028,52	222,628	477,463
i14	-	132,816	-	256,803	-	-	-
i20	78,146	-	-	-	-	-	-
i22	-	-	98,279	-	-	-	-
i23	-	-	580,522	-	-	-	-
i30	-	-	-	-	-	500,479	183,283
i35	-	424,374	88,001	-	-	-	-

Tabela 13: Vazões vertidas (m³/s) na Combinação 3 - Estudo 2

[illegible]

Neste estudos o comportamento do modelo foi o mesmo observado no Estudo 2. As Combinações 1 e 2 apresentaram praticamente os mesmos resultados, conforme evidenciados nas Figuras 15 a 20 e Tabelas 11 e 12.

A maior diferença, entretanto, ocorreu na Combinação 3. A primeira diferença que se pode notar foi uma maior variação dos valores da função Z_1 se comparados com as outras duas combinações, sendo que $F1$ igual a 3,220 MW².s e $F2$ igual a 0,205 MW².s. A geração média foi de 195,721 $\pm$ 72,053 MW, um valor bem menor do que o das Combinações 1 e 2, que apresentaram uma geração média de 219,629 $\pm$ 85,278 MW.

Apesar da Combinação 3 ter diminuído consideravelmente o desvio padrão da função objetivo principal, isso ocorreu às custas da energia produzida. Novamente notamos que o modelo acaba deplecionando bastante o reservatório, conforme mostrado na Figura 19 e Tabela 13. É interessante notar que, entretanto, na Combinação 3 a solução para $t=1$ apresentou uma geração de energia superior à das duas outras combinações, devido à um maior valor da vazão turbinada.

5.2.3 Estudo 3 – 10 cenários abaixo de 50% de permanência, com horizonte de 24 meses com otimização em uma única etapa

Para este foram utilizados 10 cenários de vazões, compostos por vazões inferiores à 50% da curva de permanência, para observação do comportamento do modelo utilizando apenas a função objetivo Z_1 em casos de estiagem.

Cada cenário apresenta um horizonte de planejamento de 24 meses, com a vazão inicial correspondente à 50% da permanência (mediana) para o mês de Abril, com um valor de 1040,50 m³/s. Para os demais meses foram adotados valores da permanência mensais, conforme apresentados na Tabela 14 e na Figura 21. Devido aos resultados apresentados nos estudos anteriores, onde as Combinações 1 e 2 apresentaram resultados praticamente iguais, para este estudo serão analisados apenas as Combinações 1 e 3.

Tabela 14: Cenários de vazões afluentes (m³/s) - Estudo 3

Permanência	Cenário									
	i1 - 50%	i2 - 45%	i3 - 40%	i4 - 35%	i5 - 30%	i6 - 25%	i7 - 20%	i8 - 15%	i9 - 10%	i10 - 5%
1	1040,50	1040,50	1040,50	1040,50	1040,50	1040,50	1040,50	1040,50	1040,50	1040,50
2	802,50	775,95	759,40	745,90	736,70	731,00	716,60	688,20	652,40	598,40
3	632,50	617,50	604,00	594,95	587,10	583,50	561,40	551,95	522,40	483,30
4	518,00	513,65	494,60	488,90	480,10	473,75	457,40	450,55	430,70	417,50
5	435,50	425,95	416,20	410,00	405,20	395,50	386,60	371,55	364,90	349,85
6	406,00	402,65	398,40	390,85	384,10	362,50	347,40	341,00	333,70	323,10
7	495,00	478,30	467,60	447,00	437,00	430,75	420,60	399,55	389,70	356,40
8	690,00	670,20	652,20	626,55	603,40	577,50	560,80	535,85	519,40	487,05
9	1117,00	1085,85	1017,80	970,70	888,60	826,50	760,00	734,10	663,60	614,90
10	1412,50	1379,10	1311,80	1281,70	1240,70	1081,25	1016,80	946,65	911,50	830,20
11	1488,00	1456,60	1419,40	1357,20	1318,30	1246,75	1187,40	1135,85	1037,70	890,50
12	1479,50	1443,40	1350,40	1306,50	1198,70	1184,00	1060,60	1004,10	922,20	859,95
13	1040,50	1015,00	994,20	935,65	913,00	908,50	876,80	838,20	826,60	689,40
14	802,50	775,95	759,40	745,90	736,70	731,00	716,60	688,20	652,40	598,40
15	632,50	617,50	604,00	594,95	587,10	583,50	561,40	551,95	522,40	483,30
16	518,00	513,65	494,60	488,90	480,10	473,75	457,40	450,55	430,70	417,50
17	435,50	425,95	416,20	410,00	405,20	395,50	386,60	371,55	364,90	349,85
18	406,00	402,65	398,40	390,85	384,10	362,50	347,40	341,00	333,70	323,10
19	495,00	478,30	467,60	447,00	437,00	430,75	420,60	399,55	389,70	356,40
20	690,00	670,20	652,20	626,55	603,40	577,50	560,80	535,85	519,40	487,05
21	1117,00	1085,85	1017,80	970,70	888,60	826,50	760,00	734,10	663,60	614,90
22	1412,50	1379,10	1311,80	1281,70	1240,70	1081,25	1016,80	946,65	911,50	830,20
23	1488,00	1456,60	1419,40	1357,20	1318,30	1246,75	1187,40	1135,85	1037,70	890,50
24	1479,50	1443,40	1350,40	1306,50	1198,70	1184,00	1060,60	1004,10	922,20	859,95
Média	876,42	856,41	825,76	800,69	771,39	738,96	702,85	674,89	640,15	589,68

Figura 21: Cenários de vazões afluentes - Estudo 3.

Dessa forma foram obtidos os seguintes resultados:

Figura 22: Média de energia produzida e seu desvio padrão no Estudo 3 para diferentes coeficientes de ponderação.

Figura 23: Média de energia produzida e seu desvio padrão no Estudo 2 para diferentes coeficientes de ponderação.

Figura 24: Média da potência por cenário no Estudo 3 para diferentes combinações coeficientes de ponderação.

Figura 25: Média mensal de produção de energia do modelo no Estudo 3 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.

Figura 26: Média mensal do volume armazenado do modelo no Estudo 3 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.

Figura 27: Média mensal da vazão turbinada do modelo no Estudo 3 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.

Neste estudo, utilizando cenários de estiagem, não ocorreram vertimentos em nenhum dos cenários. Como as vazões deste estudo foram consideravelmente menores, não existe a possibilidade de vertimentos para as combinações dos coeficientes de ponderação estudados. Entretanto, não existe nenhum impedimento da ocorrência de vertimentos no caso se aumente o valor do coeficiente w_2 , o que foi verificado em testes hipotéticos/preliminares realizados.

A Combinação 1 apresentou valores 3,210 e 0,494 $MW^2.s$ para as funções F1 e F2 respectivamente. A Combinação 3 apresentou valores próximos, com 3,264 e 0,434 $MW^2.s$ para as funções F1 e F2. Apesar do valor da função F2 ter sido inferior para a Combinação 3, a média de produção de energia apresentou um desvio padrão um pouco superior ao da Combinação 1, com $188,267 \pm 76,286$ MW contra $189,243 \pm 76,165$ MW.

Os resultados da operação nos meses iniciais foram idênticas para as duas combinações estudadas. As diferenças ocorreram apenas nos meses seguintes, com um maior turbinamento em alguns meses para a Combinação 2. Caso fosse aplicada a otimização em duas etapas, os resultados seriam exatamente os mesmos para ambas as combinações estudadas.

5.2.4 Estudo 4 – 20 Cenários com horizonte de 24 meses com otimização em duas etapas

Neste estudo será avaliada a alternativa de realizar a OR em duas etapas, utilizando as mesmas condições estabelecidas no Estudo 1.

Dessa forma, o modelo apresentou os seguintes resultados:

Figura 28: Valores das funções F1 e F2 para o Estudo 4.

Figura 29: Média de energia produzida e seu desvio padrão no Estudo 4 para diferentes coeficientes de ponderação.

Figura 30: Média da potência por cenário no Estudo 4 para diferentes combinações coeficientes de ponderação.

Figura 31: Média mensal de produção de energia do modelo no Estudo 4 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.

Figura 32: Média mensal do volume armazenado do modelo no Estudo 4 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.

Figura 33: Média mensal do volume armazenado do modelo no Estudo 4 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.

Tabela 15: Vazões vertidas (m³/s) no Estudo 4.

Cenário	Mês				
	10	11	12	23	24
i5	78,525	-	-	-	-
i7	-	-	98,631	-	-
i8	-	-	580,531	-	-
i15	-	-	-	500,479	183,283
i20	-	425,092	88,001	-	-

Neste primeiro estudo utilizando o modelo com otimização em duas etapas fica evidente que o modelo apresentou o mesmo resultado para as três combinações, com diferenças mínimas.

Este estudo mostrou que, mesmo com diferentes variações do peso dado à minimização da função F2 (desvio padrão) na otimização da primeira etapa, não causou impactos nas variáveis do primeiro mês e, conseqüentemente, tornou o resultado da otimização de segundo estágio igual para os três casos. Isto sugere que o modelo possa estar encontrando para o primeiro mês de operação um valor ótimo local. Dessa forma, independente da utilização da minimização do desvio padrão, é possível inferir que tal resultado é, de fato, robusto. Conforme explicado

no Item 4.1, de acordo com Mulvey (1995), uma solução pode ser considerada robusta se permanecer próxima a ideal para qualquer realização dos cenários.

A Figura 33 e a Tabela 15 mostram que a utilização de uma segunda função de otimização após a fixação eliminou o problema dos vertimentos indesejados nos meses subsequentes.

5.2.5 Estudo 5 – 35 Cenários com horizonte de 24 meses com otimização em duas etapas

O Estudo 5 contempla os resultados obtidos utilizando a OR em duas etapas, utilizando a mesma composição de cenários realizada no Estudo 2.

Dessa forma temos:

Figura 34: Valores das funções F1 e F2 para o Estudo 5.

Figura 35: Média de energia produzida e seu desvio padrão no Estudo 4 para diferentes coeficientes de ponderação.

Figura 36: Média da potência por cenário no Estudo 5 para diferentes combinações coeficientes de ponderação.

Figura 37: Média mensal de produção de energia do modelo no Estudo 5 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.

Figura 38: Média mensal do volume armazenado do modelo no Estudo 5 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.

Figura 39: Média mensal da vazão turbinada do modelo no Estudo 5 para diferentes combinações dos coeficientes de ponderação.

Tabela 16: Vazões vertidas no Estudo 5, para as Combinações 1 e 2.

Cenário	Mês						
	10	11	12	21	22	23	24
i1	-	69,194	-	-	-	-	-
i2	812,104	-	-	-	-	-	-
i3	-	386,627	1197,331	-	-	-	351,824
i5	-	-	-	-	-	-	505,532
i6	-	0,194	35,701	-	103,66	413,54	221,16
i7	-	-	-	1891,803	770,494	36,114	22,185
i8	346,485	-	387,107	-	36,061	-	2144,138
i10	-	-	176,123	-	-	-	139,984
i12	-	-	-	-	1028,943	222,628	477,463
i14	-	132,822	-	256,803	-	-	-
i20	78,527	-	-	-	-	-	-
i22	-	-	98,86	-	-	-	-
i23	-	-	580,505	-	-	-	-
i30	-	-	-	-	-	500,479	183,283
i35	-	425,117	88,001	-	-	-	-

Tabela 17: Vazões turbinadas (m³/s) no Estudo 5 para a Combinação 3.

Cenário	Mês						
	10	11	12	21	22	23	24
i1	-	69,194	-	-	-	-	-
i2	812,104	-	-	-	-	-	-
i3	-	386,692	1197,331	-	-	-	351,894
i5	-	-	-	-	-	-	505,424
i6	-	0,194	35,701	-	103,66	413,54	221,16
i7	-	-	-	1891,803	770,494	36,114	22,185
i8	346,939	-	387,107	-	36,061	-	2144,138
i10	-	-	176,262	-	-	-	139,79
i12	-	-	-	-	1029,096	222,628	477,463
i14	-	132,936	-	256,803	-	-	-
i20	78,621	-	-	-	-	-	-
i22	-	-	98,601	-	-	-	-
i23	-	-	580,567	-	-	-	-
i30	-	-	-	-	-	500,479	183,283
i35	-	424,876	88,001	-	-	-	-

Da mesma forma que no Estudo 3, no Estudo 5 para a Combinação 3 também ocorreu um maior turbinamento durante o primeiro mês de operação. Dessa forma, a segunda etapa realizou a correção da operação para evitar o vertimento desnecessário nos meses subsequentes como o ocorrido no Estudo 3, Combinação 3. Entretanto, a maior geração no primeiro mês não resultou, necessariamente, em uma diminuição do desvio padrão já que o mesmo ocorria por conta de uma diminuição na potência gerada para aproximar os resultados.

Diferentemente do Estudo 4 e das Combinações 1 e 2 deste estudo, a solução encontrada na Combinação 3 mostrou uma pequena piora nos objetivos, certamente efeito da convergência da PNL para um ótimo local um pouco inferior. Entretanto ela pode ser, de certa forma, considerada também uma solução robusta, já que seu resultado é factível e relativamente próximo do ótimo para todos os cenários.

6 CONCLUSÃO

O objetivo principal desta pesquisa foi a aplicação e análise de desempenho da otimização robusta (OR) aplicada à operação de um reservatório para geração de energia.

Uma revisão do estado da arte, envolvendo a utilização de técnicas de otimização para o planejamento de sistemas hidrotérmicos foi desenvolvida para dar embasamento ao trabalho dentro deste contexto. Foi também realizada uma análise teórica da OR e suas aplicações, chegando-se à conclusão que o tema ainda foi pouco explorado quando aplicado na área de recursos hídricos, sendo que não foram encontrados trabalhos publicados referentes à OR aplicada à operação de usinas hidrelétricas.

A formulação matemática teve como base a formulação geral de um problema de OR de acordo com Mulvey et al. (1995). Para o equacionamento da produção de energia em uma usina hidrelétrica foi utilizado como base o modelo HIDRO, desenvolvido por Zambon (2008). Dessa forma foi desenvolvido o modelo HIDRO-OR que consiste em um problema de PNL, em dois estágios com dois objetivos distintos ponderados: minimizar a complementação quadrática entre a capacidade da usina e a energia produzida mensalmente e o desvio padrão deste resultado para os diferentes cenários avaliados, e em duas etapas.

Para a obtenção de resultados numéricos e análise do modelo foram escolhidos os dados da UHE – Sinop, no MT, cujos estudos de modelagem energética foram disponibilizados pela EPE (2010). A UHE Sinop conta com uma particularidade de operação, que mantém o nível máximo do seu reservatório variável, podendo chegar à cota máxima (302 m) nos meses de cheia e, durante a estiagem tendo um nível inferior (300 m). Tal restrição operativa se deve à fatores ambientais para a conservação de lagoas sazonais utilizadas pela ictiofauna local como berçário.

Foram realizados primeiramente 3 estudos de análise de sensibilidade do modelo, sendo que para cada estudo foram testadas 3 diferentes combinações dos coeficientes de ponderação da função objetivo. Os resultados dos Estudos 1, 2 e 3

demonstraram que aumentando o peso dado à minimização do desvio padrão do objetivo principal o modelo, se por um lado pode evitar situações de armazenamento muito reduzido e risco de déficit, em cenários de maiores afluências pode ocasionar vertimentos indesejados para diminuir a energia produzida e assim minimizar o desvio padrão. Dessa forma foi proposta a realização da otimização em duas etapas: a primeira minimizando o desvio padrão e obtendo os resultados para a vazão turbinada no primeiro mês para todos os cenários e, na segunda etapa, realizando a otimização da geração de energia para os meses subsequentes mantendo constantes os resultados obtidos no mês inicial da etapa anterior.

Os resultados dos Estudos 4 e 5 demonstraram que a otimização de segunda etapa de fato corrigiu a questão dos vertimentos porém o resultado da operação foi bastante similar, senão praticamente o mesmo, para as três combinações dos coeficientes de ponderação estudados. Se considerarmos a definição de Mulvey para uma solução robusta, estes resultados podem ser considerados robustos, mesmo sem a minimização explícita do desvio padrão.

Cabe salientar que a aplicação de técnicas de OR na operação de reservatórios é um tema que foi pouco estudado, sendo recomendada a continuidade das pesquisas sobre o tema.

Também seria interessante a avaliação da técnica proposta para diferentes reservatórios, com maior capacidade de regularização. Alguns dos problemas encontrados podem ser inerentes dos dados numéricos da UHE Sinop.

Apesar da aplicação de uma função objetivo de segunda etapa para a correção dos vertimentos indesejados, a mesma ainda não é a solução ideal, pois após sua aplicação pode-se perder a minimização do desvio padrão ocasionada na etapa anterior. Uma outra abordagem sugerida como pesquisa futura é o desenvolvimento de funções objetivo “aninhadas”, ou seja, fazendo com que otimização de segunda etapa ocorra ao mesmo tempo e internamente à otimização de primeira etapa e não após ela. Com a utilização de funções “aninhadas” também poderá ser interessante testar o desempenho de diferentes funções objetivo principais, como a maximização da produção, minimização dos custos de operação ou do vertimento, apenas para citar alguns exemplos.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARROS, M. T. L., TSAI, F., LOPES, J. E. G., YEH, W. **Optimization of large scale hydropower system operations**. Journal of Water Resources Planning and Management, v. 129, n. 3, p. 178-188, 2003.

BARROS, M. T. L., ZAMBON, R. C., LOPES, J. E. G. **Sistema de suporte à decisão para o planejamento da operação hidráulica de sistemas hidroenergéticos**. In: III Simpósio de Recursos Hídricos Del Cono Sur, Mendoza, 2005.

BARROS, M. T. L., ZAMBON, R. C., LOPES, J. E. G., BARBOSA, P. S. F., FRANCATO, A. L. F., YEH, W. **Model to optimize large hydrothermal system operation considering water and environment sustainability**. In: World Environmental & Water Resources Congress, Honolulu, Hawaii, 2008a.

BARROS, M. T. L., ZAMBON, R. C., BARBOSA, P. S., YEH, W. **Planning and Operation of Large-Scale Water Distribution Systems with Preemptive Priorities**. Journal of Water Resources Planning and Management, v. 134, n. 3, p. 247-256, 2008b.

BARROS, M. T. L., ZAMBON, R. C., LOPES, J. E. G., BARBOSA, P. S. F., FRANCATO, A. L. F., YEH, W. **Impacts of the upstream storage reservoirs on Itaipu hydropower plant operation**. In: World Environmental & Water Resources Congress, Kansas City, Missouri, 2009.

BEN-TAL, A., EL-GHAOU, L. NEMIROVSKI, A. **Robust Optimization**. Princeton Series in Applied Mathematics. 2009. 564 p.

BERTSIMAS, D., SIM, M. **Robust discrete optimization and network flows**. Mathematical Programming Series B, v. 98, n. 1-3, p. 49-71, 2003.

BERTSIMAS, D., SIM, M. **The price of robustness**. Operations Research, v. 52, n. 1, p. 35-53, 2004.

BERTSIMAS, D., PACHAMANOVA, D., SIM, M. **Robust linear optimization under general norms**. Operations Research Letters, v. 32, n. 6, p. 510-516, 2004.

BERTSIMAS, D., THIELE, A. **A robust optimization approach to inventory theory**. Operations Research, v. 54, n. 1, p. 150-168, 2006.

BEYER, H., SANDHOFF, B. **Robust optimization – a comprehensive survey**. Computation Methods Applied to Mechanical Engineering, v. 196, n. 33-34, p. 3190-3218, 2007.

BRANDÃO, J. L. B. **Modelo para operação de reservatórios com usos múltiplos**. Tese de Doutorado. São Paulo: Universidade de São Paulo – Escola Politécnica, 2004. 160p.

CICOGNA, M. A. **Planejamento e a programação da operação de sistemas de energia elétrica**. Tese de Doutorado. Campinas: Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, 2003. 220 p.

DELGADO, D. M. **Otimização Estocástica de Sistemas Urbanos de Suprimento Hídrico**. Dissertação de Mestrado. Campinas: Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, 2006. 116p.

FRAGNIÈRE, E., GONDZIO, J. Stochastic Programming from Modeling Languages, in: **Applications of Stochastic Programming**. H. Gassmann, S. Wallace and W. Ziemba (eds), 1-21, 2002.

EL-GHAOU, L., LEBRET, H. **Robust solutions to least-square problems to uncertain data matrices**. Journal on Matrix Analysis and Applications, v. 18, p. 1035-1064, 1997.

EL-GHAOU, L., OUSTRY, F., LEBRET, H. **Robust solutions to uncertain semi definite programs**. SIAM Journal of Optimization, v. 9, p. 33-52, 1998.

EPE. **Relatório de Impacto Ambiental**. Relatório Técnico realizado pela Themag Engenharia. 2010a.

EPE. **Modelagem energética da UHE SINOP**. Nota Técnica. Brasília: EPE, 07 de Outubro de 2010b, 29p. Disponível em: <<http://www.epe.gov.br>>. Acesso em: 05 de Maio de 2011.

ERDOGAN, E., IYENGAR, G. **Ambiguous chance constrained problems and robust optimization**. Mathematical Programming Series B, v.107, p. 37-61, 2006.

GAMS – **Generic Algebraic Modeling System**. www.gams.com, 2012.

LABADIE, J. **Optimal operation of multireservoir systems: state of art review**. Journal of Water Resources Planning and Management, v. 130, n. 2, p. 93-111, 2004.

LEITE, P. T. **Aplicação de técnicas de inteligência artificial no planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de potência**. Tese de Doutorado. São Carlos: Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos, 2003.

LOPES, J. E. G. **Otimização de sistemas hidroenergéticos**. Dissertação de Mestrado. São Paulo: Universidade de São Paulo – Escola Politécnica, 2001.

LOPES, J. E. G. **Modelo de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de produção de energia elétrica**. Tese de Doutorado. São Paulo: Universidade de São Paulo: Escola Politécnica, 2007.

LUND, J. R., ISRAEL, M. **Optimization of transfers in urban water supply planning**. Journal of Water Resources Planning and Management, v. 121, n. 1, p. 41-48, 1995.

MARQUES, F. G. **Modelo de otimização não linear para programação de manutenção em sistemas hidrelétricos**. Dissertação de Mestrado. Campinas:

Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, 2006. 80p.

MOMOH, J. A., EL-HAWARY, M. E., ADAPA, R. **A review of selected optimal power flow literature to 1993, Part I: Nonlinear and quadratic programming approaches.** IEEE Trans. Syst, v. 14, n. 1, p. 96-104, 1999a.

MOMOH, J. A., EL-HAWARY, M. E., ADAPA, R. **A review of selected optimal power flow literature to 1993, Part II: Newton, linear programming and interior point methods.** IEEE Trans, v. 14, n. 1, p. 96-104, 1999b.

MULVEY, J. M., VANDERBEI, R. J., ZENIOS, S. A. **Robust optimization of large-scale systems.** Operations Research, v. 43, n. 2, p. 264-281, 1995.

MURTAGH, B., SAUNDERS, M. **MINOS 5.1. User's guide.** Technical Report n.50 L83-20R, Dept. of Operations Research, Stanford University, CA, 1987.

PAIVA, R. P. O. **Modelagem do planejamento agregado da produção em usinas cooperadas do setor sucroenergético utilizando programação matemática e otimização robusta.** Tese de Doutorado. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos. 2009. 241p.

PEREIRA, M. V. F. **Optimal scheduling of hydrothermal systems – an overview,** In: IFAC Symposium on Planning and Operation of Electric Energy Systems, Rio de Janeiro, Brasil, 1985.

PEREIRA, M. V. F. **Optimal stochastic operations of large hydroelectric systems.** Electrical Power & Energy Systems, v. 11, n.3, p. 161-169, 1989.

PEREIRA, M. V. F., PINTO, L. M. V. G. **Stochastic Optimization of a Multireservoir Hydroelectric System: A Decomposition Approach.** Water Resources Research, Vol. 21, n.6, p. 779-792, 1985.

RAY, P. A., VOGEL, R. M., WATKINS, D. W. **Robust optimization using a variety of performance indices.** In: World Environmental and Water Resources Congress, Providence, Rhode Island, p. 4710-4719, 2010.

SIMONOVIC, S. P. **Reservoir systems analysis: closing gap between theory and practice.** Journal of Water Resources Planning and Management, 118(3), p. 262-280, 1992.

TOSCANO, A. E. **Comparação entre os modelos NEWAVE e ODIN no planejamento energético do sistema interligado nacional.** Dissertação de Mestrado. Campinas: Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, 2009. 116 p.

UNITED STATES DEPARTMENT OF ENERGY. < <http://energy.gov/>>. 2011.

WATKINS, D. W.; MCKINNEY, D. C. **Robust optimization for incorporating risk and uncertainty in sustainable water resources planning.** Modelling and Management of Sustainable Basin-scale Water Resource Systems (Proceedings of a

Boulder Symposium, July 1995). IAHS XXI General Assembly of IUGG, Boulder, CO, p. 225-232, 1995.

WATKINS, D. W., MCKINNEY, D. C. **Finding robust solutions to water resources problems.** Journal of Water Resources Planning and Management, v. 123, n. 1, p. 49-58, 1997.

WURBS, R. **Reservoir-system simulation and optimization models.** Journal of Water Resources Planning and Management, v. 119, n. 4, p. 455-472, 1993.

YAMASHITA, D. S., ARMENTANO, V. A., LAGUNA, M. **Robust optimization models for subject scheduling with resource availability cost.** Journal of Scheduling, v. 10, p. 67-76, 2007.

YEH, W. W-G. **Reservoir management and operations models: a state of art review.** Water Resources Research, v. 21, n.2, 1797-1818, 1985.

YEH, W. W-G., BECKER, L. HUA, S-Q., WEN, D-P., LIU, J-M. **Optimization of real-time hydrothermal system operation.** Journal of Water Resources Planning and Management, v. 118, n. 6, p. 636-653, 1992.

ZAMBON, R. C. **Planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos de grande porte.** Tese de Doutorado. São Paulo: Universidade de São Paulo – Escola Politécnica, 2008. 104p.

ZAMBON, R. C., BARROS, M. T. L., LOPES, J. E. G., BARBOSA, P. S. F., FRANCATO, A. L. F., YEH, W. **Economical Impacts on the Brazilian Hydrothermal System Production Due to the Newly Imposed Constraints on Storage Reservoirs.** In: World Environmental & Water Resources Congress, Providence, Rhode Island, 2010.

ZAMBON, R. C., BARROS, M. T. L., LOPES, J. E. G., BARBOSA, P. S. F., FRANCATO, A. L. F., YEH, W. **Planning operation of large-scale hydrothermal system.** In: World Environmental & Water Resources Congress, Palm Springs, California, 2011.

ZAMBON, R. C., BARROS, M. T. L., LOPES, J. E. G., BARBOSA, P.S.F., FRANCATO, A. L., YEH, W. **Optimization of large-scale hydrothermal system operation.** Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 138, Nº 2, 135-143p. doi:10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.000149, 2012.

ZAMBON, R. C., BARROS, M. T. L., BARBOSA, P. S. F., FRANCATO, A. L. F., LOPES, J. E. G., NOGUEIRA, L. F. A. M., YEH, W. **A Stochastic Hydrothermal Decision Support System for Planning Operation: New Developments for the HIDROTERM model.** In: World Environmental & Water Resources Congress, Cincinnati, Ohio, 2013.

APÊNDICE A

Segue-se abaixo o código fonte utilizado para modelo HIDRO-OR com a otimização em 2 estágios. O exemplo ilustrado é o do Estudo 5 (Item 5.2.5).

```
$ontext
Modelo HIDRO-OR - Otimização Robusta Aplicada à Operação de Reservatórios
para
Geração de Energia
Autor:
Roberto Sarti Côrtes
Mestrando em Eng. Civil, área de concentração Eng. Hidráulica
Orientador:
Prof. Dr. Renato Carlos Zambon
Depto de Engenharia Hidráulica e Ambiental
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Project: Otimização Robusta - AHE SINOP
Notas: 35 cenários - Horizonte de 24 meses - Sini = 2480 hm³
Data última modificação: 30/05/2013
$offtext

$offlisting

$onempty

Option    limrow = 0

           limcol = 0;

Set       j      intervalos de tempo          / i0*i24 /
          i(j)   intervalos de tempo          / i1*i24 /
          ii(i)  intervalo inicial             / i1 /
          k      subsistemas                   / k1*k1 /
          n      cenários de vazões            / n1*n35 /
          p      polinomios                    / p0*p4 / ;

Parameter dt(i) duracao dos intervalos em 10e6 s
           / i1 2.592
           i2 2.678
           i3 2.592
           i4 2.678
           i5 2.678
           i6 2.592
           i7 2.678
           i8 2.592
           i9 2.678
          i10 2.678
          i11 2.506
          i12 2.678
          i13 2.592
          i14 2.678
          i15 2.592
          i16 2.678
          i17 2.678
```

i18 2.592
 i19 2.678
 i20 2.592
 i21 2.678
 i22 2.678
 i23 2.419
 i24 2.678 /

Table DD(k,i) demanda objetivo

\$ondelim

k,i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12,i13,i14,i15,i16,i17,i18,i19,i20,i21,i22,i23,i24

k1,400

\$offdelim

Table QI(n,i) vazao afluyente

\$ondelim

k,i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12,i13,i14,i15,i16,i17,i18,i19,i20,i21,i22,i23,i24

n1,1098,871,706,572,463,393,549,579,1148,857,2694,903,834,690,559,453,367,341,312,371,425,1115,713,1675

n2,1098,722,626,507,410,384,479,493,2390,2635,1187,1010,840,733,594,481,389,334,1073,759,1103,918,1335,985

n3,1098,685,611,537,435,418,455,1065,1320,2184,2324,2821,1527,1006,815,665,539,470,482,1073,743,1256,1854,2456

n4,1098,801,649,529,532,475,1016,787,735,1418,1483,1386,1794,906,739,599,485,476,742,1086,693,1807,1358,1559

n5,1098,825,669,542,439,434,1114,1018,1570,820,1318,1223,832,675,559,453,367,345,437,933,738,1699,2052,2388

n6,1098,960,778,630,510,458,506,1149,1451,945,2625,1578,911,1029,745,634,513,427,447,1064,1119,2675,1651,2174

n7,1098,893,724,586,475,410,580,717,1475,1018,1574,1194,874,724,587,518,420,470,517,963,4465,2066,2158,1479

n8,1098,851,731,592,480,393,904,573,1986,2657,1431,2108,965,785,636,515,417,338,491,742,2445,1662,1535,3858

n9,1098,931,761,617,503,452,423,810,776,1260,1186,1119,983,725,588,476,385,325,320,476,1209,1068,1405,2111

n10,1098,722,585,474,384,432,595,562,1018,1300,1923,2365,909,768,639,518,419,402,427,1182,698,2244,923,2369

n11,1098,804,664,538,436,353,357,380,1730,916,1458,894,1149,833,738,599,498,520,510,2241,1536,1369,2041,1344

n12,1098,818,689,559,480,539,536,707,1485,1540,1080,1297,1123,819,667,564,457,403,449,916,1815,3455,1431,2484

n13,1098,858,709,589,482,399,389,2011,1650,1989,1949,1188,1038,814,659,534,433,351,470,663,1362,2055,1223,1962

n14,1098,822,669,542,486,403,437,607,1841,2314,1843,876,1057,743,611,495,413,494,514,523,2830,896,2029,1196

n15,1098,746,604,491,397,341,353,846,623,1749,748,1035,686,617,500,409,331,272,701,1460,1001,1282,1559,1823

n16,1098,820,666,539,437,449,1334,1413,1020,1452,2245,1172,922,798,647,524,424,383,893,560,658,832,923,1035

n17,1098,686,565,458,371,315,516,647,1263,750,1157,718,636,516,418,339,335,343,447,507,1355,1286,814,927

n18,1098,651,532,431,349,318,395,841,1835,1797,1178,911,844,734,595,482,390,324,555,520,511,968,1188,717

n19,1098,599,489,428,358,399,487,603,627,789,1504,769,690,595,491,430,354,330,399,1161,1230,1077,1110,1005

n20,1098,648,547,451,372,341,434,1272,1758,2500,1065,1373,997,851,689,558,4
 59,431,434,489,1492,923,1342,1003
 n21,1098,713,579,503,408,333,390,610,626,952,1254,1512,1169,777,579,444,371
 ,363,470,653,1264,1349,1653,1099
 n22,1098,928,736,489,389,388,503,746,1113,1960,1481,2502,1262,1059,791,631,
 547,482,613,754,1163,2022,1902,1307
 n23,1098,750,445,436,405,499,499,691,780,1398,2340,2396,1364,918,749,601,51
 1,510,509,567,1054,1554,1543,1449
 n24,1098,1075,719,579,488,419,509,1088,1158,1905,1990,1530,1612,1025,770,61
 9,523,514,586,689,1048,1407,1830,1332
 n25,1098,744,610,479,412,385,524,681,1017,1082,1038,1194,1094,804,557,457,4
 07,417,466,618,1115,1663,1645,1458
 n26,1098,925,632,514,428,406,525,627,666,1370,1686,1469,1032,757,587,473,45
 0,442,534,539,769,1484,1400,1351
 n27,1098,736,532,429,381,357,369,673,1408,1525,1454,1699,1366,887,621,489,4
 10,368,400,681,1135,1464,1852,1837
 n28,1098,942,642,539,470,438,417,540,1246,1810,1582,1524,1207,843,602,517,5
 25,533,665,743,898,1303,1650,1757
 n29,1098,754,604,548,519,518,554,726,880,1079,1643,1497,1360,839,684,548,47
 7,539,579,811,1477,1233,1628,1114
 n30,1098,710,571,458,411,391,430,518,860,1577,1321,1938,1317,911,744,573,45
 5,405,468,566,766,2328,2132,2056
 n31,1098,1394,887,638,533,486,504,649,1014,1423,1264,1480,1239,836,625,480,
 439,413,439,801,733,1384,1954,1893
 n32,1098,890,691,524,439,400,424,532,946,948,1234,1348,836,583,451,382,350,
 337,397,699,1199,1710,1191,1584
 n33,1098,653,493,419,360,361,361,545,888,1239,1488,1851,1242,744,541,466,40
 3,406,400,713,894,901,904,1225
 n34,1098,699,556,450,391,396,514,642,1331,1596,1488,1619,1174,765,587,493,4
 27,424,431,586,756,1464,1618,1677
 n35,1098,964,720,576,480,453,556,707,972,1392,2998,1634,1391,1013,752,663,5
 56,498,579,770,842,1314,1423,1433

\$offdelim

Table Ev(n,i) evaporacao

\$ondelim

n,i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12,i13,i14,i15,i16,i17,i18,i19,i20,i2
 1,i22,i23,i24
 n1,0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041,
 0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041
 n2,0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041,
 0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041
 n3,0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041,
 0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041
 n4,0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041,
 0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041
 n5,0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041,
 0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041
 n6,0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041,
 0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041
 n7,0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041,
 0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041
 n8,0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041,
 0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041
 n9,0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041,
 0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041
 n10,0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041
 ,0.026,0.021,0.025,0.002,0.004,0.025,0.032,0.045,0.056,0.023,0.022,0.041

[illegible]

```

n32,12.96,15.84,18.72,15.84,15.84,7.2,2.88,2.88,2.88,2.88,2.88,10.08,12.96,
15.84,18.72,15.84,15.84,7.2,2.88,2.88,2.88,2.88,2.88,10.08
n33,12.96,15.84,18.72,15.84,15.84,7.2,2.88,2.88,2.88,2.88,2.88,10.08,12.96,
15.84,18.72,15.84,15.84,7.2,2.88,2.88,2.88,2.88,2.88,10.08
n34,12.96,15.84,18.72,15.84,15.84,7.2,2.88,2.88,2.88,2.88,2.88,10.08,12.96,
15.84,18.72,15.84,15.84,7.2,2.88,2.88,2.88,2.88,2.88,10.08
n35,12.96,15.84,18.72,15.84,15.84,7.2,2.88,2.88,2.88,2.88,2.88,10.08,12.96,
15.84,18.72,15.84,15.84,7.2,2.88,2.88,2.88,2.88,2.88,10.08

```

```
$offdelim
```

```
Table Rtini(n,i) vazao turbinada inicial
```

```
$ondelim
```

```

n,i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12,i13,i14,i15,i16,i17,i18,i19,i20,i2
1,i22,i23,i24
n1,885.9593786,1068.76299,706.0000061,571.9999952,463.0000014,392.9999976,5
49.0000005,708.339793,1008.604142,1395.854852,1788.6,903.0000062,834.000002
,914.0478176,558.999965,453.0000229,366.9999926,341.0000049,311.9999978,386
.479032,561.0980371,859.586045,1099.182637,1437.968878
n2,858.8024624,946.0478082,625.9999825,507.0000122,410,402.7362303,589.1029
638,902.5601587,1788.6,1663.777552,1186.999962,1010.000011,840.0000229,957.
0477411,594.0000125,481.0000286,388.9999803,545.2570558,868.5271708,711.482
3062,924.9439086,1039.513424,1200.476238,1216.516106
n3,858.8024652,909.0477972,611.0000084,536.9999953,435,451.7378691,653.9057
518,1040.569369,1527.350366,1788.6,1662.924472,1645.994128,1526.99991,1230.
047914,814.9999662,664.9999476,539.000017,470.0000195,566.0926822,825.86476
,1036.761215,1434.806807,1788.6,1788.6
n4,858.8024748,1025.047789,649.0000053,528.9999972,532,603.1093531,892.0047
179,716.1918135,946.4084059,1255.310627,1392.217927,1503.409158,1549.456558
,1130.047759,739.0000051,599.0000442,484.999978,497.7835762,720.9159505,896
.1522621,1120.299141,1431.525714,1477.316475,1590.617537
n5,858.8024705,1025.047789,649.0000053,528.9999972,532,603.1093531,892.0047
179,716.1918135,946.4084059,1255.310627,1392.217927,1503.409158,1549.456558
,1130.047759,739.0000051,599.0000442,484.999978,497.7835762,720.9159505,896
.1522621,1120.299141,1431.525714,1477.316475,1590.617537
n6,927.5339629,1117.5235,777.9999852,630.0000279,509.9999986,458.0000007,68
4.8868597,1028.861355,1253.489417,1604.549577,1788.6,1560.886142,985.995693
6,1180.460533,744.9999459,633.9999706,513.0000132,427.0000265,652.9367955,1
003.131597,1496.622114,1788.6,1788.6,1788.6
n7,858.8024553,1117.047807,723.999972,586.0000322,474.9999985,410,579.99999
96,848.7655231,1123.418144,1214.58598,1363.921308,1193.999948,874.0000035,9
48.0479233,586.9999008,518.0000051,419.9999811,502.8350635,739.4215955,1242
.416146,1788.6,1777.737126,1735.169391,1644.795488
n8,858.8024785,1075.047788,730.9999987,592.0000022,479.9999988,499.4478498,
800.9705668,1115.052456,1788.6,1788.6,1431.000049,1597.670254,964.9999263,1
009.047745,636.0001156,514.9999299,417.0000362,337.9999861,679.0719555,1089
.740517,1773.411746,1617.059735,1788.6,1788.6
n9,914.0822865,1101.543208,760.999989,617.0000218,502.9999887,452.0000006,4
45.2792781,661.9135608,862.074899,1070.928888,1185.999989,1119.000007,982.9
999755,949.0478616,587.9999324,476.0000097,384.9999934,325.0000334,409.4545
515,612.3724423,970.3139349,1235.214747,1613.78528,1779.899125
n10,858.802472,946.0477977,584.9999922,474.0000039,384,432,594.9999996,712.
1307787,1045.893425,1475.078619,1788.6,1734.069337,908.9999605,992.0478172,
638.9999591,518.0000465,418.9999867,412.7618319,595.1301407,908.7189515,120
3.120996,1600.789853,1633.199439,1788.6
n11,858.8024808,1028.047796,663.9999585,538.0000402,435.999993,352.9999962,
453.2773247,666.6501723,1132.230061,1095.140745,1266.563829,940.1527201,110
1.316033,1057.047802,738.0000603,598.9999257,497.9999984,623.7507045,934.22
6351,1605.969476,1501.346605,1629.009178,1643.106824,1575.516023

```

n12,858.8024886,1042.047781,688.9999868,559.0000095,605.9776539,950.8950474
 ,535.9999968,706.9999821,1485.000022,791.3068996,1113.313885,1265.825747,11
 23.000137,1043.047744,666.9998996,564.0000405,542.2138565,857.0113526,448.9
 999984,915.9999435,1681.572359,1788.6,1788.6,1788.6
 n13,858.8024691,1082.047798,708.9999894,588.9999827,482.0000345,527.7279926
 ,789.0511466,1630.485334,1750.316256,1788.6,1649.446257,1187.999969,1038.00
 003,1038.047829,658.9999188,534.0000763,432.9999718,381.7595751,564.6132381
 ,842.0290296,1354.57464,1577.071659,1605.525736,1733.051456
 n14,858.8024551,1046.047784,669.0000562,541.9999652,486.0000067,403,611.478
 7836,968.7846642,1674.05539,1732.251598,1579.181825,875.9999621,1056.999992
 ,967.0478043,611.0000003,495.0000277,412.999994,494.0000002,625.2250818,950
 .1368737,1788.6,1350.470855,1525.869413,1427.516036
 n15,858.8024541,970.0478206,603.9999982,491.0000061,396.9999707,341.000016,
 447.674467,687.8493763,933.3898524,1272.959716,809.2188928,977.713028,686.0
 000052,841.0477475,500.0000695,408.9999747,331.0000084,448.6736278,712.3705
 911,1040.096964,1182.839188,1410.533507,1621.043872,1688.10009
 n16,858.8024828,1044.047786,665.9999914,539.0000059,474.281253,680.1944522,
 1072.948777,1181.518505,1329.509841,1658.114648,1693.985453,1172.000012,922
 .0000168,1022.047768,647.0000538,523.9999739,424.0000037,506.3715934,773.59
 03248,444.6267626,622.6701323,804.0040465,974.5387947,1170.907926
 n17,858.8024573,910.0477951,565.0000353,457.9999758,370.9999853,315.0000186
 ,516.0000021,716.4036714,971.7773219,859.3768568,1040.116037,718.0000303,63
 5.9999566,740.0477987,418.0000095,338.9999777,335.0000232,342.9999994,477.8
 270659,689.648895,1029.140517,1180.201226,894.4018372,1085.890195
 n18,858.8024872,875.0477823,531.999997,431,349,391.1690116,577.0493824,980.
 5849398,1511.050941,1508.930196,1178.000047,910.9999302,844.0000697,958.047
 8106,594.9999438,481.9999992,390.000012,348.6735424,531.1188111,438.3784501
 ,614.6480266,853.7946793,1039.110152,948.5160756
 n19,858.8024813,823.0477817,489.0000035,428.0000007,357.9999975,398.9999969
 ,487.0000201,501.6614575,686.5866454,919.9924589,1165.73133,768.9999895,689
 .999974,819.047749,491.0000509,429.9999454,354.0000401,376.8945763,555.0038
 909,880.6061372,1075.949091,1077.000057,1109.999988,1236.51604
 n20,858.8024691,872.0477906,547.0000019,451.000008,371.9999964,456.7776834,
 683.3013186,1255.687819,1788.6,1788.6,1154.141261,1289.584117,996.9999086,1
 075.04784,688.9999993,557.9999607,459.0000028,430.9999986,474.2875438,687.5
 655934,1035.475689,1044.759711,1207.203608,1234.516073
 n21,858.8024721,937.047816,578.9999707,502.9999943,408.000012,333,390,523.5
 72976,713.9373227,961.3939413,1196.212153,1328.348795,1168.999993,1001.0478
 21,578.9998913,444.0000694,371.0000165,362.9999986,526.5518648,771.5549164,
 1107.056572,1321.127584,1419.927107,1330.515993
 n22,911.9413501,1100.615401,736.0000096,488.9999849,388.9999948,393.9429236
 ,577.1581464,848.5259271,1273.410234,1684.220102,1788.6,1788.6,1262.000028,
 1283.047663,791.0000841,631.0000544,546.9999714,482.0000265,633.9954469,906
 .0836283,1352.63039,1722.878349,1588.974371,1538.516048
 n23,858.8024617,974.0478093,444.9999946,436,405,499,503.7896249,720.6844293
 ,1007.75386,1579.516752,1788.6,1646.415703,1364.000055,1142.047802,748.9999
 424,600.9999938,511.000046,510.0000027,508.9999694,726.5454036,1066.855491,
 1368.281539,1460.822978,1549.142575
 n24,978.8611346,1182.844637,719.0000002,578.9999947,488.0000082,451.3800471
 ,662.3116124,1005.514236,1364.079201,1716.846922,1619.409159,1529.999995,15
 63.227638,1249.047841,769.9999473,619.0000688,522.9999476,514.0000028,585.9
 999904,778.699913,1079.666997,1381.382852,1479.151028,1541.143239
 n25,858.802462,968.0478188,609.9999881,478.9999965,412,385,524,648.9364184,
 869.4734841,1036.512609,1045.875396,1186.630453,1093.999961,1028.047853,556
 .9999875,456.9999679,407.000001,417.0000076,520.7285617,758.0510802,1139.98
 7684,1459.145071,1512.437707,1573.795076
 n26,911.3133618,1098.22321,632.0000036,513.9999988,428.0000014,405.9999997,
 524.9999959,627.2597324,872.270494,1247.718303,1403.870582,1424.721153,1031
 .999964,981.0477594,587.0000342,472.999988,449.9999974,441.999999,533.99999
 19,613.857853,887.9089037,1225.058346,1347.067703,1473.85994

n27,858.8024504,960.047819,532.0000013,428.9999947,381,357,513.2157581,792.
 0274973,1204.091059,1393.832361,1486.070786,1520.596954,1366.000001,1111.04
 7777,621.0000425,489.000009,409.9999688,367.9999846,505.4862197,761.9692647
 ,1138.938597,1516.848958,1735.62464,1708.945661
 n28,919.1840342,1107.605268,642.0000312,538.9999987,470.0000003,437.9999961
 ,499.8961977,742.8636764,1201.238482,1485.404443,1473.702336,1491.406126,12
 06.999984,1067.047825,601.9999624,516.9999807,525.0000001,532.9999985,664.9
 999992,750.6892761,1012.900691,1345.013747,1597.202875,1647.802313
 n29,858.8024899,978.0477863,603.9999861,548.0000039,519,518,553.9999987,685
 .5408032,918.206262,1178.353498,1383.467366,1417.415948,1360.000011,1063.04
 7822,683.9999934,548.0000144,476.9999739,538.9999991,634.5159743,902.666375
 8,1192.686333,1327.604034,1430.303175,1345.516046
 n30,858.8024863,934.0477877,570.999992,458.0000004,411,391,435.1469024,648.
 5531758,962.9786003,1325.647612,1496.995923,1566.126217,1317.000009,1135.04
 776,743.9999787,573.0000558,455.000001,404.9999805,493.8509968,711.3405155,
 1124.121143,1788.6,1788.6,1772.534691
 n31,1129.67422,1355.874712,886.9999493,638.0000164,533.0000117,486,504.0000
 011,707.1821622,977.2379177,1203.621567,1326.718285,1397.088951,1238.99997,
 1060.047834,624.9999706,479.9999952,438.9999724,413.000014,492.8194323,726.
 4217716,990.64252,1467.319598,1788.6,1727.27349
 n32,858.8024769,1114.047798,690.999988,524.0000021,439.0000005,400,424,555.
 5832345,772.9268336,970.3563193,1131.243414,1348.000021,835.9999788,807.047
 7326,451.0000606,382.000009,349.9999909,336.9999962,514.9989855,773.1442308
 ,1142.295076,1352.894965,1433.349058,1578.582279
 n33,858.8024694,877.047821,492.9999943,418.9999799,360.0000012,361,406.7278
 97,606.5678471,900.4574878,1228.169284,1478.037442,1529.329557,1241.999966,
 968.0478098,541.000012,465.9999845,402.999985,406.0000107,400,593.9278137,7
 85.2005436,907.6503572,1078.077119,1292.624217
 n34,858.8024748,923.047768,556.0000515,449.9999736,391,396,566.6252917,818.
 2300688,1205.314517,1406.752339,1470.942071,1502.651688,1173.999997,989.047
 7914,587.0000548,492.9999417,427.0000561,423.9999595,439.7836588,650.113229
 8,932.3350116,1347.497677,1546.283211,1618.581496
 n35,929.0277604,1120.077681,720.0000026,576.0000017,480.0000052,452.9999962
 ,556,794.3576625,1111.245234,1692.8477,1788.6,1564.398705,1390.999988,1237.
 047801,751.9999469,663.0000241,556.0000031,498.0000404,578.999979,722.74330
 69,954.5751953,1225.394364,1380.829232,1500.330064

\$offdelim

Table Rvini(n,i) vazao vertida inicial

\$ondelim

n,i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12,i13,i14,i15,i16,i17,i18,i19,i20,i2
 1,i22,i23,i24
 n1,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,105.320,0.00
 0,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000
 n2,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,823.929,0.000,0.00
 0,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000
 n3,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,400.422,1175
 .006,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,416.
 481
 n4,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,
 0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000
 n5,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,
 0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,511.743
 n6,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,36.320,17.11
 4,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,170.240,287.350,200
 .531
 n7,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,
 0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,0.000,1927.707,735.920,0.000,0.00
 0

\$offdelim

Table Sini(n,j) armazenamento inicial

\$ondelim

```
n,i0,i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12,i13,i14,i15,i16,i17,i18,i19,i20
,i21,i22,i23,i24
n1,2480,3029.609291,2500.000003,2499.999987,2500,2499.999996,2500.000002,25
00.000001,2164.751258,2538.053364,1095.000072,3100.000042,3100.000025,3100.
00002,2499.999965,2500.000055,2499.999994,2500.000014,2500.000001,2500.0000
07,2459.878356,2095.407813,2779.406385,1845.230585,2479.999929
n2,2480,3100.000018,2499.999987,2500.000033,2500,2500,2451.435691,2156.5799
54,1095.000023,2705.549223,3099.999909,3100.000004,3099.999975,3099.999916,
2500.000065,2500.000033,2499.999956,2500.000009,1952.42172,2499.999957,2623
.165819,3100.000032,2774.587084,3100.000064,2479.999932
n3,2480,3100.000001,2500.000009,2499.999987,2500,2500,2412.551443,1879.88184
,1943.206035,1387.921756,2446.802956,3100.000034,3099.999967,3100.0002,2499
.999886,2499.999973,2500.000113,2500.000068,2500.000017,2274.799814,2915.37
4356,2128.681823,1649.837193,1808.039793,2479.999918
n4,2480,3099.999985,2500.000006,2499.999992,2500,2500,2167.940557,2499.9999
22,2683.534742,2117.383031,2553.06517,2780.565045,2466.14332,3099.999921,25
00.000022,2500.000009,2499.999891,2499.999949,2443.53692,2500.000004,2992.0
85341,1847.778242,2853.298381,2564.671829,2480.000065
n5,2480,3099.999997,2499.999991,2500.000019,2500,2500,2026.427837,2500.0000
28,2338.686494,3100.000059,2692.148766,3100.000016,3100.000044,3099.999947,
2500.000164,2500.000112,2499.999994,2500.000006,2461.488001,2208.449629,253
6.96912,1561.321338,1608.082764,2245.247364,2479.99201
n6,2480,2921.847968,2500.000036,2500.000074,2499.999999,2500.000003,2500.00
0001,2020.940991,2332.34036,2861.2737,1094.999933,3100.000039,3100.000034,2
905.611196,2499.999888,2500.000029,2500.000107,2500.000072,2500.000003,1948
.501265,2106.272166,1095.000145,3012.875513,1984.920945,2480.000186
n7,2480,3100.000036,2500.000001,2500.000082,2499.999996,2500,2500,2500.00000
1,2158.463765,3099.999976,2573.542721,3099.999923,3100.000062,3100.000053,2
499.999714,2499.999972,2499.999958,2500.000009,2414.891524,1819.246491,1094
.99984,3100.000105,1901.173171,2924.000415,2480.000098
n8,2480,3099.999976,2499.999999,2500.000003,2499.999997,2500,2224.087173,24
99.999995,1095.000029,1623.637229,3100.000153,3100.00003,3099.999847,3100.0
00038,2500.000177,2499.999877,2500.000065,2499.999968,2500.000004,1996.3433
07,1094.999887,2893.513231,2557.156295,1608.175236,2479.99983
n9,2480,2956.714713,2500.000001,2500.00003,2499.999971,2500.000002,2500,244
0.336093,2824.176144,2593.667564,3100.000002,3100.00003,3100.000011,3100.00
0075,2499.999901,2500.000077,2500.000051,2500.000068,2499.999982,2260.44069
3,1906.963322,2546.164605,2098.363513,1593.311921,2480.000064
n10,2480,3099.999993,2499.99999,2500.000011,2500,2500,2500,2500.000001,2110
.861023,2036.16243,1567.301887,1904.108287,3099.999936,3100.000038,2499.999
984,2500.00009,2499.999965,2500.000001,2472.105333,2021.852816,2730.197294,
1377.483265,3100.000039,1382.027595,2479.997083
n11,2480,3099.99997,2499.999972,2500.000079,2499.999972,2499.99999,2500,224
2.169324,1499.172078,3099.999974,2620.261058,3100.000102,2976.403118,3099.9
99961,2499.999947,2499.999791,2499.99999,2499.999994,2231.078168,1095,2740.
999119,2833.800912,2137.496333,3099.999926,2480.000017
n12,2480,3099.99995,2499.999991,2500.000026,2500,2162.631843,1094.99988,109
4.999889,1094.999935,1094.999877,3100,3016.515403,3100.000053,3099.999697,2
499.999838,2500.000098,2499.999989,2271.797282,1094.999856,1094.99986,1095.
000007,1095.000209,3100.000011,1634.064462,2479.999844
n13,2480,3100,2499.999998,2500.000025,2500.000072,2499.999979,2166.337023,1
095.000052,2081.294066,1812.647133,2349.318333,3100.000012,3100.000095,3100
.000017,2499.999932,2500.000142,2499.999938,2500.000014,2420.271195,2166.89
6943,1702.853699,1722.738813,3002.63091,2030.957761,2480.000022
n14,2480,3100.000036,2500.000071,2499.999925,2500.000018,2500,2500,2032.745
818,1094.999968,1542.077635,3099.999855,3099.999958,3100.000059,3100.000079
```

,2500.000059,2500.000059,2499.999985,2500.000001,2500,2202.139231,1095.000455,3100.000056,1882.927105,3099.999995,2480.000049
n15,2480,3100.000039,2499.999975,2499.99998,2499.999964,2500.000042,2500.000001,2246.461778,2656.388195,1825.16417,3100.000051,2946.585505,3100.000016,3100.000003,2500.000135,2499.999955,2500.000023,2500,2042.061957,2011.611514,3100.000183,2613.034839,2268.822109,2118.737983,2479.999943
n16,2480,3099.999965,2499.999994,2500.000016,2500,2400.160804,1800.904784,2499.99996,3099.999994,2271.13264,1719.157612,3100.000067,3100.000034,3099.99991,2500.000068,2499.999929,2499.999999,2499.999989,2180.220819,2499.999929,2799.047361,2893.660746,2968.63391,2843.961565,2480.000139
n17,2480,3100.000031,2500.000035,2499.999944,2500.000009,2500.000048,2500,2499.999994,2320.105678,3100.00001,2807.088787,3099.999999,3099.999918,3100.00003,2500.000025,2500.000001,2500.000061,2499.999999,2500,2417.445117,1944.019182,2816.670877,3099.999995,2905.507951,2480.000008
n18,2480,3099.999953,2499.999992,2500,2500,2500,2310.345922,1822.817676,1461.013512,2328.549091,3100.000026,3099.999908,3100.000095,3099.999914,2499.999877,2500.000023,2500.000025,2499.999993,2436.046171,2499.999995,2711.563053,2433.993637,2739.835486,3100.000028,2479.999977
n19,2480,3099.999968,2500.000009,2500,2499.999998,2500.000005,2500.000013,2499.999959,2762.669461,2603.096425,2252.29862,3099.999908,3099.999936,3100.000003,2500.000131,2500,2500.000146,2500.000038,2378.449296,1960.670877,2687.451769,3100.000104,3099.99995,3099.999979,2480.000023
n20,2480,3100,2500.000017,2500.000012,2499.99999,2500,2199.904245,1532.275314,1574.556488,1492.609688,3100.000044,2876.612042,3099.999777,3100.000014,2499.999898,2499.9999,2500.000005,2499.999997,2500.000001,2392.109959,1877.427941,3100.000046,2773.92754,3100.000011,2479.999968
n21,2480,3099.999992,2499.999941,2500.000017,2500.000032,2500,2500,2500,2724.018846,2488.522696,2463.365721,2608.182066,3099.999994,3100.000011,2499.999945,2500.000227,2500.000041,2499.99997,2500,2348.554106,2041.259763,2461.554262,2536.196592,3099.99992,2480.000091
n22,2480,2962.264021,2499.999976,2499.999952,2499.999992,2500.000006,2484.595948,2286.000432,2020.253229,1590.674622,2329.213187,1558.367587,3100.000025,3099.999952,2500.000311,2500.000093,2499.999947,2500.000024,2499.999955,2443.774148,2049.573384,1541.743199,2342.79098,3099.999976,2480.000001
n23,2480,3100.000019,2499.999986,2500,2500,2500,2500,2487.173385,2410.231344,1800.306506,1314.204645,2696.013045,3100.000032,3099.999889,2499.999876,2500.000025,2500.000041,2499.999918,2499.999911,2499.999993,2086.458307,2052.031302,2549.385342,2748.171558,2479.989744
n24,2480,2788.807939,2500.000002,2500.000001,2500.000015,2499.999993,2416.070911,2005.502413,2219.305514,1667.425413,2171.299357,3100.000006,3100.000018,3100.00003,2499.999913,2500.000005,2499.999865,2500.000006,2499.999999,2500.000024,2267.49785,2182.693633,2251.296355,3100.000019,2479.999976
n25,2480,3100.000019,2499.99996,2499.999991,2500,2500,2500,2500,2583.108803,2978.184813,3100.000046,3080.264305,3099.999953,3100.000055,2499.999906,2499.999938,2500.000024,2500.000022,2500.000002,2353.436914,1990.424514,1923.507496,2469.430997,2790.099184,2479.999971
n26,2480,2963.891766,2500.000009,2500,2500,2500.000003,2499.999999,2500,2500.000011,2499.326785,1946.934402,2274.404785,2981.421108,3099.999861,3099.999953,2500.000053,2499.999965,2499.999997,2500.000004,2500.000006,2500.000028,2305.968473,1987.530429,2680.976178,2809.019405,2480.000484
n27,2480,3100.000049,2499.999989,2499.999986,2500,2500,2500,2113.7902,1805.270927,2351.33907,2702.606009,2622.236618,3099.999974,3099.999973,2500.000025,2499.999915,2499.999891,2499.999974,2500.000014,2217.507918,2007.635584,1997.088022,1855.558513,2137.070509,2480.000028
n28,2480,2943.490983,2500.000075,2499.999994,2499.999997,2499.999996,2500.000007,2278.003989,1752.18134,1872.052685,2741.319586,3012.713531,3099.999925,3099.999965,2499.999891,2499.999989,2500.00004,2500.00004,2500.000044,2500.000046,2480.069442,2172.365393,2059.852579,2187.568823,2480.00023
n29,2480,3099.999946,2499.999974,2500.00001,2500,2500,2500,2500.000004,2604.870242,2502.553872,2236.485204,2886.873984,3100.000075,3100.000047,2499.99


```

9981,2499.999998,2499.999959,2500.000029,2500.000031,2351.328252,2113.72900
6,2875.121007,2621.771404,3100.000023,2480.000051
n30,2480,3099.999956,2499.99998,2500.000001,2500,2500,2500,2486.216595,2147
.822764,1872.046072,2545.167766,2104.121984,3099.999975,3099.999952,2500.00
005,2500.000105,2499.999955,2499.999953,2500.000004,2430.771034,2054.048418
,1094.999997,2539.513197,2124.991796,2479.99413
n31,2480,2397.900423,2499.999944,2500.000075,2500.000031,2500,2500,2499.999
997,2349.191833,2447.640689,3035.136132,2877.964109,3099.999899,3099.999977
,2499.999878,2499.999954,2499.999967,2500.000041,2500.000004,2355.871565,25
49.178333,1859.211664,1636.081781,2036.184381,2479.999975
n32,2480,3099.99998,2499.999976,2500.000007,2500.000001,2500,2500,2500,2438
.872256,2902.362196,2842.491973,3099.999976,3099.99992,3099.999975,2500.000
147,2499.99999,2499.999966,2499.99999,2500,2183.998717,1991.816871,2143.672
658,3099.999942,2513.757571,2479.999899
n33,2480,3099.999999,2499.999935,2499.999949,2500.000003,2500,2500,2377.540
692,2217.956832,2184.59568,2213.600339,2238.566508,3099.999955,3100.000042,
2500.000008,2499.999976,2500.000018,2500.000058,2500.00003,2500.00003,2808.
635137,3100.000081,3082.190425,2661.097875,2480.000221
n34,2480,3099.999985,2500.000063,2499.999929,2500,2500,2500,2359.069469,190
2.28113,2238.866853,2745.67209,2788.419259,3100.000039,3100.000047,2500.000
061,2499.999919,2500.000075,2499.999925,2500.00003,2476.477392,2310.2959,18
38.070739,2150.063961,2323.546874,2479.991628
n35,2480,2917.976045,2500.000015,2500.000009,2500.000004,2499.99999,2500,25
00,2273.568939,1900.670202,1095.000061,3100.000026,3099.999977,3100.000008,
2499.999996,2500.000134,2500.000069,2500.000061,2499.999956,2500.000012,262
2.489361,2321.012988,2558.29888,2660.309967,2480.000055
$offdelim

```

Table SSmax(n,i) limite máximo de armazenamento

\$ondelim

```

n,i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,i8,i9,i10,i11,i12,i13,i14,i15,i16,i17,i18,i19,i20,i2
1,i22,i23,i24
n1,3100,3100,2500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,3100,3100,25
00,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,2480
n2,3100,3100,2500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,3100,3100,25
00,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,2480
n3,3100,3100,2500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,3100,3100,25
00,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,2480
n4,3100,3100,2500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,3100,3100,25
00,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,2480
n5,3100,3100,2500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,3100,3100,25
00,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,2480
n6,3100,3100,2500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,3100,3100,25
00,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,2480
n7,3100,3100,2500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,3100,3100,25
00,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,2480
n8,3100,3100,2500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,3100,3100,25
00,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,2480
n9,3100,3100,2500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,3100,3100,25
00,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,2480
n10,3100,3100,2500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,3100,3100,2
500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,2480
n11,3100,3100,2500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,3100,3100,2
500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,2480
n12,3100,3100,2500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,3100,3100,2
500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,2480
n13,3100,3100,2500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,3100,3100,2
500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,2480
n14,3100,3100,2500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,3100,3100,2
500,2500,2500,2500,2500,2500,3100,3100,3100,2480

```

[illegible]

Table a(n,p) cota volume

\$ondelim

```
n, p0, p1, p2, p3, p4
```

n1,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n2,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n3,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n4,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n5,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n6,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n7,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n8,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n9,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n10,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n11,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n12,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n13,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14

n14,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n15,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n16,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n17,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n18,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n19,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n20,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n21,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n22,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n23,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n24,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n25,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n26,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n27,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n28,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n29,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n30,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n31,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n32,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n33,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n34,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
n35,281.80755,1.2946698E-2,-3.3665774E-6,5.3235843E-10,-3.6591819E-14
Soffdelim

Table b(n,p) cota descarga

Sondelim

$$n, p_0, p_1, p_2, p_3, p_4$$
[illegible]

```
n34,271.96675,9.2084693E-4,2.3795484E-7,-7.1196339E-11,5.3060022E-15
n35,271.96675,9.2084693E-4,2.3795484E-7,-7.1196339E-11,5.3060022E-15
$offdelim
```

Table c(n,p) area volume

```
$ondelim
```

```
n,p0,p1,p2,p3,p4
```

```
n1,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n2,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n3,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n4,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n5,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n6,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n7,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n8,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n9,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n10,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n11,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n12,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n13,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n14,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n15,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n16,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n17,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n18,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n19,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n20,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n21,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n22,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n23,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n24,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n25,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
n26,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-
02
```

```
n27,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-02
n28,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-02
n29,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-02
n30,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-02
n31,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-02
n32,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-02
n33,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-02
n34,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-02
n35,-3.93655780E+08,5.2724387E+06,-2.6477074E+04,5.9084885E+01,-4.9435901E-02
$offdelim
```

Table Ovmin(n,i) Limite de defluência

Sondelim

[illegible]

Parameter SSmin(n) limite de armazenamento

/ n1 1015
n2 1015
n3 1015
n4 1015
n5 1015
n6 1015
n7 1015
n8 1015
n9 1015
n10 1015
n11 1015
n12 1015
n13 1015
n14 1015
n15 1015
n16 1015
n17 1015
n18 1015
n19 1015
n20 1015
n21 1015
n22 1015
n23 1015
n24 1015
n25 1015
n26 1015
n27 1015
n28 1015
n29 1015
n30 1015
n31 1015
n32 1015
n33 1015
n34 1015
n35 1015 /

Parameter NAMIN(n) nivel minimo do reservatorio

/ n1 292
n2 292
n3 292
n4 292
n5 292
n6 292
n7 292
n8 292
n9 292
n10 292
n11 292
n12 292
n13 292
n14 292
n15 292
n16 292
n17 292
n18 292
n19 292
n20 292
n21 292

```

n22 292
n23 292
n24 292
n25 292
n26 292
n27 292
n28 292
n29 292
n30 292
n31 292
n32 292
n33 292
n34 292
n35 292 /

```

Parameter SSend(n) armazenamento final

```

/ n1 2480
n2 2480
n3 2480
n4 2480
n5 2480
n6 2480
n7 2480
n8 2480
n9 2480
n10 2480
n11 2480
n12 2480
n13 2480
n14 2480
n15 2480
n16 2480
n17 2480
n18 2480
n19 2480
n20 2480
n21 2480
n22 2480
n23 2480
n24 2480
n25 2480
n26 2480
n27 2480
n28 2480
n29 2480
n30 2480
n31 2480
n32 2480
n33 2480
n34 2480
n35 2480 /

```

Parameter Rtmin(n) limite de turbinamento

```

/ n1 207.27
n2 207.27
n3 207.27
n4 207.27
n5 207.27
n6 207.27
n7 207.27
n8 207.27

```

```

n9 207.27
n10 207.27
n11 207.27
n12 207.27
n13 207.27
n14 207.27
n15 207.27
n16 207.27
n17 207.27
n18 207.27
n19 207.27
n20 207.27
n21 207.27
n22 207.27
n23 207.27
n24 207.27
n25 207.27
n26 207.27
n27 207.27
n28 207.27
n29 207.27
n30 207.27
n31 207.27
n32 207.27
n33 207.27
n34 207.27
n35 207.27 /

```

Parameter Rtmax(n) limite de turbinamento

```

/ n1 1788.6
n2 1788.6
n3 1788.6
n4 1788.6
n5 1788.6
n6 1788.6
n7 1788.6
n8 1788.6
n9 1788.6
n10 1788.6
n11 1788.6
n12 1788.6
n13 1788.6
n14 1788.6
n15 1788.6
n16 1788.6
n17 1788.6
n18 1788.6
n19 1788.6
n20 1788.6
n21 1788.6
n22 1788.6
n23 1788.6
n24 1788.6
n25 1788.6
n26 1788.6
n27 1788.6
n28 1788.6
n29 1788.6
n30 1788.6
n31 1788.6
n32 1788.6

```


n33 1788.6
 n34 1788.6
 n35 1788.6 /

Parameter Pmax(n) limite de potencia

/ n1 400
 n2 400
 n3 400
 n4 400
 n5 400
 n6 400
 n7 400
 n8 400
 n9 400
 n10 400
 n11 400
 n12 400
 n13 400
 n14 400
 n15 400
 n16 400
 n17 400
 n18 400
 n19 400
 n20 400
 n21 400
 n22 400
 n23 400
 n24 400
 n25 400
 n26 400
 n27 400
 n28 400
 n29 400
 n30 400
 n31 400
 n32 400
 n33 400
 n34 400
 n35 400 /

Parameter ID(n) indice de disponibilidade

/ n1 0.89376
 n2 0.89376
 n3 0.89376
 n4 0.89376
 n5 0.89376
 n6 0.89376
 n7 0.89376
 n8 0.89376
 n9 0.89376
 n10 0.89376
 n11 0.89376
 n12 0.89376
 n13 0.89376
 n14 0.89376
 n15 0.89376
 n16 0.89376
 n17 0.89376
 n18 0.89376
 n19 0.89376

```

n20 0.89376
n21 0.89376
n22 0.89376
n23 0.89376
n24 0.89376
n25 0.89376
n26 0.89376
n27 0.89376
n28 0.89376
n29 0.89376
n30 0.89376
n31 0.89376
n32 0.89376
n33 0.89376
n34 0.89376
n35 0.89376 /

```

Parameter nn(n) produtividade especifica

```

/ n1 0.00925
n2 0.00925
n3 0.00925
n4 0.00925
n5 0.00925
n6 0.00925
n7 0.00925
n8 0.00925
n9 0.00925
n10 0.00925
n11 0.00925
n12 0.00925
n13 0.00925
n14 0.00925
n15 0.00925
n16 0.00925
n17 0.00925
n18 0.00925
n19 0.00925
n20 0.00925
n21 0.00925
n22 0.00925
n23 0.00925
n24 0.00925
n25 0.00925
n26 0.00925
n27 0.00925
n28 0.00925
n29 0.00925
n30 0.00925
n31 0.00925
n32 0.00925
n33 0.00925
n34 0.00925
n35 0.00925 /

```

Positive Variable

$R_t(n,i)$ vazao turbinada
 $R_v(n,i)$ vazao vertida
 $R(n,i)$ vazao total
 $S(n,j)$ volume
 $H_r(n,j)$ cota no reservatorio
 $H_t(n,i)$ cota no canal de fuga
 $H_g(n,i)$ queda
 $A_r(n,j)$ area
 $Pot(n,i)$ potencia
 $MPot(n)$ média da potência gerada no cenário n
 $F_1(n,i)$ complementação de energia no cenário n período i
 $F_2(n)$ somatória da produção de energia no cenário n

Variable

F_3 média compl. quadr.
 DP desvio padrão
 Z_1 objetivo modelo 1
 Z_2 objetivo modelo 2

;

* Limites

$$R_{t.lo}(n,i) = R_{tmin}(n);$$

$$R_{t.up}(n,i) = R_{tmax}(n);$$

$$Pot.up(n,i) = P_{max}(n);$$

$$S.lo(n,i) = SS_{min}(n);$$

$$S.up(n,i) = SS_{max}(n,i);$$

$$S.fx(n,"i0") = S_{ini}(n,"i0");$$

$$S.lo(n,"i24") = SS_{end}(n);$$

$$R_v.lo(n,i) = Q_{vmin}(n,i);$$

* Solucao inicial

$$S.l(n,i) = S_{ini}(n,i);$$

$$H_r.l(n,i) = a(n,"p0") + S.l(n,i) * (a(n,"p1") + S.l(n,i) * (a(n,"p2") + S.l(n,i) * (a(n,"p3") + S.l(n,i) * a(n,"p4"))));$$

$$A_r.l(n,i) = c(n,"p0") + H_r.l(n,i) * c(n,"p1") + (H_r.l(n,i) ** 2) * c(n,"p2") + (H_r.l(n,i) ** 3) * c(n,"p3") + (H_r.l(n,i) ** 4) * c(n,"p4");$$

```

Rt.l(n,i) = Rtini(n,i);

Rv.l(n,i) = Rvini(n,i);

R.l(n,i) = Rtini(n,i)+Rvini(n,i);

Ht.l(n,i) =
b(n,"p0")+R.l(n,i)*(b(n,"p1")+R.l(n,i)*(b(n,"p2")+R.l(n,i)*(b(n,"p3")+R.l(n,i)*b(n,"p4"))));
Hg.l(n,i) = (Hr.l(n,i-1)+Hr.l(n,"i0")$ii(i)+Hr.l(n,i))*0.5-
Ht.l(n,i);
Pot.l(n,i) = nn(n)*Hg.l(n,i)*Rt.l(n,i);

```

Equation

```

QTN(n,i)                restrição para vazão turbinada inicial ser
igual nos cenários
CON(n,i)                equação da continuidade para o cenário
tempo i
QQ(n,i)                 vazao
CV(n,j)                 cota no reservatorio
CT(n,i)                 cota no canal de fuga
CQr(n,i)                 queda
AA(n,i)                 area
GERA(n,i)                potencia
COMP(n,i)                complementação entre a potência instalada
e a potência gerada
SOMACOMP(n)             somatória da complementação
OBJ1                    objetivo 1
OBJ2                    desvio padrão
OBJM1                   objetivo final modelo 1
OBJM2                   objetivo final modelo 2
;
QTN(n,i) .. Rt(n,"i1") =e= Rt("n1","i1") ;

CON(n,i) .. S(n,i) =e= S(n,i-1) + S(n,"i0")$ii(i) + dt(i)*(
+QI(n,i)-R(n,i)-UC(n,i) )
- Ev(n,i)*(Ar(n,i-1)+Ar(n,"i0")$ii(i));
QQ(n,i) .. R(n,i) =e= Rt(n,i)+Rv(n,i);

CV(n,j) .. Hr(n,j) =e=
a(n,"p0")+S(n,j)*a(n,"p1")+(S(n,j)**2)*a(n,"p2")+(S(n,j)**3)*a(n,"p3")+(S(n,j)**4)*a(n,"p4");

CT(n,i) .. Ht(n,i) =e=
b(n,"p0")+R(n,i)*(b(n,"p1")+R(n,i)*(b(n,"p2")+R(n,i)*(b(n,"p3")+R(n,i)*b(n,"p4"))));

CQr(n,i) .. Hg(n,i) =e= (Hr(n,i-1)+Hr(n,"i0")$ii(i)+Hr(n,i))*0.5-Ht(n,i);

AA(n,i) .. Ar(n,i) =e=
c(n,"p0")+Hr(n,i)*c(n,"p1")+(Hr(n,i)**2)*c(n,"p2")+(Hr(n,i)**3)*c(n,"p3")+(Hr(n,i)**4)*c(n,"p4") ;

GERA(n,i) .. Pot(n,i) =e= nn(n)*Hg(n,i)*Rt(n,i);

COMP(n,i) .. F1(n,i) =e= dt(i) * sqr(400-Pot(n,i)) ;

SOMACOMP(n) .. F2(n) =e= (sum (i, F1(n,i))) ;

```

```
OBJ1 .. F3 =e= sum (n, F2(n)) /35 ;
```

```
OBJ2 .. DP =e= sqrt(sum (n, (sqr(F2(n) - F3)))/34) ;
```

```
$ontext
```

*Para alteração dos coeficientes de ponderação, mudar os valores apresentados
precedentes à F3 e DP na função OBJM1 abaixo.*

```
$offtext
```

```
OBJM1 .. Z1 =e= 1*F3 + 1*DP ;
```

```
OBJM2 .. Z2 =e= F3 ;
```

```
Model ROBUSTA / QTN,CON,QQ,CV,CT,CQr,AA,GERA,COMP,SOMACOMP,OBJ1,OBJ2,OBJM1  
/ ;
```

```
Model ROBUSTA2 /QTN,CON,QQ,CV,CT,CQr,AA,GERA,COMP,SOMACOMP,OBJ1,OBJ2,OBJM2  
/;
```

```
Option NLP = MINOS;
```

```
ROBUSTA.nodlim = 7000;
```

```
ROBUSTA.workspace = 350;
```

```
ROBUSTA.optfile = 1;
```

```
Option reslim = 36000;
```

```
Option iterlim = 200000;
```

```
$ontext
```

Primeira Etapa

```
$offtext
```

```
Solve ROBUSTA using NLP minimizing Z1;
```

```
Rt.fx(n,"i1") = Rt.l(n,"i1")
```

```
$ontext
```

Segunda Etapa

```
$offtext
```

```
Solve ROBUSTA2 using NLP minimizing Z2;
```

```
Display Pot.l;
```

```
Display S.l;
```

```
Display Rt.l;
```

```
Display Rv.l;
```

```
Display F1.1;
Display F2.1;
Display F3.1;
Display DP.1;
Display Z1.1;
Display Z2.1;

file temph /temph.dat/;
put temph;

loop(n, loop(i, put (Rt.1(n,i)) /))

loop(n, loop(i, put (Rv.1(n,i)) /))

putclose temph;
```