FÁBIO CUNHA LOFRANO

**Escoamento em meios porosos: um modelo analítico não darciano baseado
no Princípio da Entropia Máxima**

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Ciências

**São Paulo
2018**

Autor: LOFRANO, Fábio Cunha

Título: Escoamento em meios porosos: um modelo analítico não darciano baseado no Princípio da Entropia Máxima

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Aprovado em 30 de outubro de 2018.

Banca Examinadora

Prof.^a Dr.^a Dione Mari Morita (Presidente)

Instituição: Escola Politécnica da USP
Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental (PHA – EPUSP)

Julgamento: Aprovado

Prof. Dr. Edson Cezar Wendland

Instituição: Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Hidráulica e Saneamento (SHS – EESC USP)

Julgamento: Aprovado

Prof. Dr. Podalyro Amaral de Souza

Instituição: Escola Politécnica da USP
Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental (PHA – EPUSP)

Julgamento: Aprovado

Prof.^a Dr.^a Sidneide Manfredini

Instituição: Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas
Departamento de Geografia (FLG – FFLCH USP)

Julgamento: Aprovado

Prof. Dr. Waldemar Coelho Hachich

Instituição: Escola Politécnica da USP
Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica (PEF – EPUSP)

Julgamento: Aprovado

FÁBIO CUNHA LOFRANO

**Escoamento em meios porosos: um modelo analítico não darciano baseado
no Princípio da Entropia Máxima**

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Ciências

Área de Concentração:
Engenharia Hidráulica

Orientadora:
Prof.^a Livre-Docente Dione Mari Morita

**São Paulo
2018**

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de sua orientadora.

São Paulo, 21 de dezembro de 2018.

Assinatura do autor: _____

Assinatura da orientadora: _____

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catálogo-na-publicação

Lofrano, Fábio Cunha

Escoamento em meios porosos: um modelo analítico não darciano baseado no Princípio da Entropia Máxima / F. C. Lofrano -- versão corr. -- São Paulo, 2018.

235 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Hidráulica e Ambiental.

1.meios porosos 2.hidrodinâmica 3.modelos analíticos 4.teoria da informação 5.entropia (teoria) I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Hidráulica e Ambiental II.t.

Em memória de Manoel Paulo de Toledo,
para quem conhecimento e humildade
caminhavam de mãos dadas.

AGRADECIMENTOS

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa concedida.

A Ângela Mizuta, Odorico Borges, Ricardo Fonseca e Wandréa Moreira, da secretaria do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental da Escola Politécnica da USP, por tornarem mais tranquila minha jornada pelos meandros universitários.

A Daniela Rozados, Diego Gazolli, Diego Rabatone, Haydée Svab, Karyna Kyriazi, Rodrigo Pissardini e Vanessa Simon, pelos comentários, discussões, sugestões e, especialmente, pela paciência e pelo carinho com os quais sempre me ouviram.

A Felipe Dias e Natália Rodrigues, por sua contagiante alegria e por sua intercontinental ajuda na obtenção de referências raras, fundamentais para esta tese.

A Adriana Silveira, cujos sintagmas levaram-me a repensar meus paradigmas, pela gentil revisão deste texto.

Aos Profs. Ronan Cleber Contrera e Theo Syrto Octavio de Souza, do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, pelo constante incentivo; e ao Prof. Renato Carlos Zambon, por ter me auxiliado desde a graduação e por ter me indicado à orientação da Prof.^a Dione.

Ao Prof. Marcelo Carreño, do Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos, e ao seu orientado, Fabio Sussumu Komori, pela colaboração nas etapas iniciais do presente trabalho.

À Prof.^a Sidneide Manfredini, do Departamento de Geografia da Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da USP, pelas longas conversas em frente ao Laboratório de Pedologia. Suas ideias encontraram solo fértil em mim e nesta tese. Agradeço, também, aos colegas Marcos Roberto Pinheiro, Marcelo Reis Nakashima, André Barreiros e Susan Viana, pela boa vontade em explicar pedologia a este engenheiro civil.

Ao Prof. Podalyro Amaral de Souza – cuja sempiterna curiosidade é inspiradora – por toda a minha formação em hidráulica, por me introduzir ao princípio da entropia máxima e à teoria da informação e por sua constante colaboração com esta pesquisa.

Aos meus colegas na “escolinha da Prof.^a Dione”: Caio Pompeu, Fernando Aidar, Kátia Cristina da Silva, Lara Feijó, Lina Sánchez Ledesma, Marcus Vinícius do Prado, Renan de Luca Avila, Rita Monteiro e Victor Katayama, pelos conselhos, pelas conversas e pelo companheirismo. Em especial, a Manoel Paulo de Toledo, pela inspiração, pelo exemplo e pelo apoio em meus primeiros passos nessa pesquisa; e a Layla Lambiasi, cuja participação no início deste projeto, seguida de tantas conversas, viria a constituir uma amizade sincera, duradoura e intelectualmente estimulante.

Ao Prof. Fernando Akira Kurokawa, do Departamento de Engenharia de Construção Civil, a quem considero coorientador desta tese, pelas sempre construtivas sugestões, críticas e provocações e, principalmente, por todo o tempo que, voluntariamente, dedicou. Sem sua colaboração, este trabalho não teria sido possível.

À Prof.^a Dione Mari Morita, por ser um verdadeiro farol, a resistir às ondas e a desafiar as tempestades. Por ter, com toda a sua luz, guiado minha trajetória. Por sempre ter acreditado que eu cruzaria o oceano quando, para mim, o naufrágio era iminente. Por suas aulas e por suas lições. Por me ensinar que, do sofrimento, pode emergir algo verdadeiramente belo. Por ser um exemplo – o meu exemplo! – de integridade, perseverança, generosidade e, acima de tudo, humildade. Por, há seis anos, ter aberto uma exceção e aceitar ser minha orientadora. Jamais terei como expressar toda a minha gratidão.

À minha família, pois impossível alguma ser mais rica em histórias, exemplos e afeto.

Aos meus amigos André Cury, André Ziolkowski, Fernando Dolce e Lucas Costa, por serem os irmãos que a vida me deu – e por serem os melhores que eu poderia desejar.

Aos meus pais, Renata Ferreira da Cunha e Cleveland Sampaio Lofrano. Pelas montanhas que moveram. Pelo amor incondicional de todas as horas. Por razões e sentimentos que transbordam o domínio das palavras.

πάντα ῥεῖ

[*Panta rhei* – Tudo flui]

(Heráclito de Éfeso, ca. 535 – 475 a.C.)

RESUMO

LOFRANO, Fábio Cunha. **Escoamento em meios porosos: um modelo analítico não darciano baseado no Princípio da Entropia Máxima**. 2018. 235 p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

A variedade dos meios porosos é evidente na pluralidade de seus usos. Não por acaso, a avaliação dos escoamentos que neles sucedem é comum a diversos campos de conhecimento. Avanços nas técnicas experimentais e numéricas têm sido observados recentemente. No entanto, progressos posteriores no assunto encontram-se condicionados à evolução da contraparte teórica. Em virtude disso, no presente estudo, foi desenvolvido um modelo analítico para o escoamento em meios porosos. Este modelo se baseia no princípio da entropia máxima (PEM), advindo da teoria da informação. Por meio dele, foi possível a determinação estatística das velocidades locais de um fluido e puderam ser deduzidas expressões embasadas nas Equações de Navier-Stokes, tais quais as Leis de Darcy, de Forchheimer e a Equação de Darcy-Weisbach. Ele permitiu, também, a atribuição de significados físicos mais precisos para grandezas intervenientes no escoamento em meios porosos, como o número de Reynolds e o coeficiente de permeabilidade intrínseca. Dele emergiu, ainda, o parâmetro de entropia, modelador da distribuição de velocidades, capaz de delimitar os regimes de escoamento e que viabiliza a conexão entre a micro e a macroescala do problema. Verificou-se uma grande aderência do modelo proposto a resultados obtidos em escala de bancada, piloto e real, constantes na literatura científica. Por essas razões e pelo fato de o modelo proposto ter como base um número bastante reduzido de premissas, conclui-se que ele é geral e robusto, sendo aplicável às mais distintas áreas que requeiram uma descrição analítica do escoamento em meios porosos.

Palavras-chave: meios porosos. escoamento de fluidos. princípio da entropia máxima. modelo analítico. distribuição de velocidades.

ABSTRACT

LOFRANO, Fábio Cunha. **Flow through porous media: a non-darcian analytic model based on the Principle of Maximum Entropy**. 2018. 235 p. Thesis (Doctoral Degree) – Polytechnic School, University of São Paulo, São Paulo, 2018.

Given the wide-ranging uses of porous media, it is no coincidence that several distinct fields of knowledge require analysis and evaluation of flows occurring therein. Recent advances in this area have included experimental and numerical techniques. However, further developments in the subject are conditioned to (and held back by) the evolution in its theoretical counterpart. As a result, this study proposes a new analytical model for the flow through porous media, based on information theory's principle of maximum entropy (POME). The proposed model allows for the statistical determination of a fluid's local velocities. Further, it also permits the deduction of expressions based on the Navier-Stokes Equations, such as Darcy's and Forchheimer's Laws and the Darcy-Weisbach Equation. It bestows more precise physical meanings to the quantities typically involved in the flow through porous media, such as the Reynolds number and the intrinsic permeability coefficient, as well. Furthermore, the proposed model introduces an entropy parameter, which represents the statistical distribution of velocities and is capable of delimiting flow regimes. This parameter also permits a clear connection between both micro and macro scales of the problem. The proposed model showed great adherence to bench, pilot and real scale results found in scientific literature. For these reasons, and due to its reduced number of premises, the proposed model is concluded to be general and robust, and that it can be applied to countless areas in which an analytical description of flow through porous media is required.

Keywords: porous media. fluid flow. principle of maximum entropy. analytical models. velocity distribution.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1.	Demandas atuais sobre o solo, segundo as necessidades humanas e ecossistêmicas.	44
Figura 3.2.	Diagrama das geosferas, anterior à incorporação da pedosfera.....	56
Figura 3.3.	A pedosfera enquanto intersecção das demais geosferas.....	57
Figura 3.4.	Processos interativos entre a pedosfera e as demais geosferas.	58
Figura 3.5.	O conceito de solos como fenótipos compostos estendidos.	59
Figura 4.1.	Simbologia empregada no escoamento em conduto forçado.	66
Figura 4.2.	Variação de uma propriedade do meio poroso em relação ao volume elementar do sistema.	67
Figura 4.3.	Simbologia empregada no escoamento em meio poroso.	68
Figura 4.4.	O experimento de Reynolds.....	80
Figura 4.5.	Estabelecimento da subcamada viscosa conforme o regime de escoamento.....	82
Figura 4.6.	Harpa de Nikuradse.	84
Figura 4.7.	Comparação da resistência ao escoamento em tubos comerciais e em tubos de rugosidade controlada.	85
Figura 4.8.	Diagrama de Rouse.	88
Figura 4.9.	Diagrama de Moody.....	89
Figura 4.10.	Diagrama de resistência para tubos hidraulicamente lisos, segundo dados de experimentos não intrusivos.	91
Figura 4.11.	Conceito de retenção de água no início do século XX.	93
Figura 4.12.	Arranjo experimental de Darcy.....	94
Figura 4.13.	Modelo de Dupuit para o escoamento radial em poços.	96
Figura 4.14.	Mapa potenciométrico de King.....	98
Figura 4.15.	Influência da forma do substrato impermeável sobre a superfície freática.	101

Figura 4.16. Traçados de redes de fluxo.	103
Figura 4.17. Anamorfose de rede de fluxo de meio poroso anisotrópico.	106
Figura 4.18. Curvas de retenção para seis solos.	109
Figura 4.19. Faixa de valores para o coeficiente de Hazen.	111
Figura 4.20. Comparação entre as Leis de Darcy e de Forchheimer.	117
Figura 4.21. Diagrama de fator de resistência para meios porosos.	123
Figura 4.22. Aspecto de curvas empíricas de resistência ao escoamento em meios porosos.	127
Figura 4.23. Lei de resistência conceitual para escoamento em meios porosos em ampla faixa de velocidades.	128
Figura 5.1. Esquema de um sistema genérico de comunicação.	142
Figura 5.2. Entropia da distribuição de probabilidades de uma variável binária.	146
Figura 6.1. Microdispositivo para visualização do escoamento de fluidos em meios porosos.	152
Figura 6.2. Solo plastificado com DEHP e escoamento de água em microcanal saturado com este contaminante.	153
Figura 6.3. Comparação visual entre os resultados obtidos no experimento com o microcanal saturado com óleo lubrificante e na simulação por MLB.	154
Figura 6.4. Intersecções científicas entre a mecânica dos fluidos e a hidráulica, no que se refere ao escoamento em meios porosos.	155
Figura 6.5. Intersecções científicas entre o saneamento básico, a engenharia química e as geociências, no que se refere ao escoamento em meios porosos.	156
Figura 6.6. Rede de conceitos envolvidos na modelagem analítica do escoamento em meios porosos.	158
Figura 6.7. Semiose científica e a tradução das leis da natureza.	160
Figura 6.8. Teoria da informação enquanto metateoria e potencial teoria para o escoamento em meios porosos.	161

Figura 6.9. Escoamento em meio poroso enquanto comunicação de grandezas entre a Natureza e o Cientista.	164
Figura 6.10. Domínio de escoamento em meio poroso e isotacas.	168
Figura 7.1. Influência da saturação sobre a conformação das isotacas.	181
Figura 7.2. Delimitação dos regimes de escoamento em meios porosos segundo o parâmetro de entropia.	189
Figura 7.3. Diagrama de resistência para meios porosos, com delimitação entrópica dos regimes de escoamento.	190
Figura 7.4. Distribuição de velocidades locais e velocidade média em função do parâmetro de entropia.	193
Figura 7.5. Verificação do modelo e do parâmetro de entropia enquanto ponte entre a macro e a microescala.	194

LISTA DE QUADROS

Quadro 3.1. Possíveis classificações dos meios porosos.....	41
Quadro 3.2. Definições de solo, segundo diversos autores.	45
Quadro 3.3. Aspectos e tendências da evolução em pedologia.	53
Quadro 3.4. Influência antrópica sobre os fatores clássicos de formação do solo.....	61
Quadro 4.1. Abordagens para o estudo do escoamento.....	63
Quadro 4.2. Regimes de escoamento em meios porosos.	129
Quadro 4.3. Leis para as zonas pré e pós-lineares de escoamento em meios porosos.	130

LISTA DE TABELAS

Tabela 7.1. Parâmetros obtidos experimentalmente para escoamento em diversos meios porosos.....	185
Tabela 7.2. Análise de dados de escoamento de água através de seixos.....	195

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CC	capacidade de campo
DEHP	dietil hexil ftalato
DFC	dinâmica dos fluidos computacional
EDP	equação diferencial parcial
EU	equivalente de umidade
FDA	função distribuição acumulada
FDP	função densidade de probabilidade
FPT	função de pedotransferência
LBSim	<i>Lattice Boltzmann Simulator</i> (um programa de DFC)
MLB	método de Lattice Boltzmann
PDMS	polidimetilsiloxano
PEM	princípio da entropia máxima
PMP	ponto de murchamento permanente
USGS	Instituto de pesquisas geológicas dos Estados Unidos da América (do inglês <i>United States Geological Survey</i>)
VER	volume elementar representativo

LISTA DE SÍMBOLOS

CARACTERES LATINOS

A	área de seção transversal [L^2]
A_m	área de seção molhada [L^2]
A_s	superfície total disponível ao escoamento [L^2]
a_s	superfície específica [L^{-1}]
a	coeficiente linear de Forchheimer [$L^{-1} T$]
a_D	coeficiente linear independente de Darcy [T]
a'_D	coeficiente quadrático independente de Darcy [$L^{-1} T^2$]
a''_D	coeficiente independente de Darcy para tubos rugosos [$L^{-1} T^2$]
a_{EO}	coeficiente linear de Ergun e Orning [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
a_H	coeficiente linear de Hagen [$M L^{-1} T^{-1}$]
a_P	coeficiente linear de Prony [T]
$\mathcal{b}$	coeficiente quadrático de Forchheimer [$L^{-2} T^2$]
$\mathcal{b}_D$	coeficiente linear dependente de Darcy [$L^2 T$]
$\mathcal{b}'_D$	coeficiente quadrático dependente de Darcy [T^2]
$\mathcal{b}''_D$	coeficiente dependente de Darcy para tubos rugosos [T^2]
$\mathcal{b}_{EO}$	coeficiente quadrático de Ergun e Orning [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
$\mathcal{b}_H$	coeficiente quadrático de Hagen [$M L^{-3}$]
$\mathcal{b}_P$	coeficiente quadrático de Prony [$L^{-1} T^2$]
C	constante de integração
$C(\theta_v)$	curva de retenção [L^{-1}]
c	constante do meio poroso [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
c_{esf}	coeficiente de esfericidade [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
c_V	coeficiente de variação [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]

c_0	constante do espaço poroso [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
$\mathcal{C}$	coeficiente de Chézy [$L^{1/2} T^{-1}$]
$\mathcal{C}_B$	coeficiente de Blake [$M^{-1} L^{6/5} T^{18/5}$]
$\mathcal{C}_{BP}$	coeficiente de Burke e Plummer [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
$\mathcal{C}_H$	coeficiente de Hazen [$L^{-1} T^{-1}$]
D	diâmetro [L]
D_{cap}	diâmetro do capilar [L]
d	comprimento característico do escoamento em meio poroso [L]
d_{esf}	diâmetro de partícula esférica [L]
d_p	diâmetro de partícula [L]
d_{10}	diâmetro efetivo [L]
f	fator de resistência (de Darcy) [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
f_{RH}	fator de resistência de Fanning [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
$f_{\sqrt{k}}$	fator de resistência do meio poroso [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
$\mathcal{F}$	função distribuição acumulada [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
g	aceleração gravitacional [$L T^{-2}$]
g_i	aceleração relativa às forças de campo [$L T^{-2}$]
H	entropia de informação (de Shannon) [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
h	carga hidráulica [L]
i	gradiente hidráulico [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
i_0	gradiente mínimo de mobilização do escoamento [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
K	condutividade hidráulica (ou coeficiente de Darcy) [$L T^{-1}$]
K_P	coeficiente de Poiseuille (função da temperatura e de características do fluido) [$M^{-1} L T$]
K_{P_1}	coeficiente (de Poiseuille) dependente do diâmetro e do comprimento do tubo, da temperatura e de características do fluido [$M^{-1} L^4 T$]
K_{P_2}	coeficiente (de Poiseuille) dependente do diâmetro do tubo, da temperatura e de características do fluido [$M^{-1} L^5 T$]

k	coeficiente de permeabilidade intrínseca (ou de Nutting) [L^2]
k_B	constante de Boltzmann ($k_B = 1,38065 \cdot 10^{-23} J/K$) [$M L^2 T^{-2} \Theta^{-1}$]
$\mathbb{k}_s$	fator de forma do espaço poroso [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
$\hbar$	base do logaritmo (de Shannon) [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
$\hbar_{log}$	constante dependente da base do logaritmo (de Shannon) [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
L	símbolo dimensional de comprimento
l	comprimento (macroscópico) percorrido [L]
l_{cap}	comprimento efetivo do capilar [L]
$\mathbb{L}$	comprimento característico [L]
$\mathbb{L}_t$	escala de comprimento turbulento [L]
M	símbolo dimensional de massa
m	massa [M]
$\mathcal{M}$	parâmetro de entropia [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
n	número de estados possíveis de Ψ [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
$n_{\perp}$	direção normal [L]
p	pressão [$M L^{-1} T^{-2}$]
p_{s_i}	composição de forças externas de campo e de superfície [$M L^{-1} T^{-2}$]
$p_{s_i}^*$	adimensional de forças externas [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
P_m	perímetro molhado [L]
$\mathcal{P}$	função distribuição de probabilidade
p_i	probabilidade de um dado evento i [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
Q	vazão [$L^3 T^{-1}$]
q	velocidade média (macroscópica) do escoamento [$L T^{-1}$]
q_{cap}	velocidade média efetiva no capilar [$L T^{-1}$]
$\mathbb{Q}$	calor [$M L^2 T^{-2}$]
R_H	raio hidráulico [L]

$R_{H_{cap}}$	raio hidráulico do capilar $[L]$
Re	número de Reynolds $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$
Re_D	número de Reynolds para tubos $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$
Re_d	número de Reynolds característico do meio poroso $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$
$Re_{\sqrt{k}}$	número de Reynolds de permeabilidade do meio poroso $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$
Re_ϵ	número de Reynolds de rugosidade $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$
S	entropia termodinâmica $[M L^2 T^{-2} \Theta^{-1}]$
S_0	declividade geométrica $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$
$\mathcal{S}$	superfície de controle $[L^2]$
T	símbolo dimensional de tempo
t	tempo $[T]$
τ	tortuosidade hidráulica do meio poroso $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$
τ_d	tortuosidade difusiva do meio poroso $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$
τ_e	tortuosidade elétrica do meio poroso $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$
τ_g	tortuosidade geométrica do meio poroso $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$
u	magnitude da velocidade local em um ponto $[L T^{-1}]$
$\bar{u}$	velocidade (de Dupuit) média no meio poroso $[L T^{-1}]$
u_i	velocidade local (forma tensorial) $[L T^{-1}]$
u_i^*	adimensional de velocidade $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$
u_{τ_0}	velocidade de atrito $[L T^{-1}]$
$\mathbf{u}$	velocidade local (forma vetorial) $[L T^{-1}]$
$\mathbb{U}$	velocidade característica $[L T^{-1}]$
$\mathbb{U}_t$	escala de velocidade turbulenta $[L T^{-1}]$
$\mathcal{U}$	volume elementar representativo $[L^3]$
V	volume $[L^3]$
$\mathcal{V}$	volume de controle $[L^3]$

W	número de microestados possíveis (entropia de Boltzmann) [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
x_i	direções ortogonais no espaço (forma tensorial) [L]
x_i^*	adimensional de distância [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
x	direções ortogonais no espaço (forma vetorial) [L]
z	cota geométrica [L]

CARACTERES GREGOS

α_W	coeficiente de resistência independente de Weisbach [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
β_W	coeficiente de resistência dependente de Weisbach [$L^{1/2} T^{-1/2}$]
γ	peso específico [$M L^{-2} T^{-2}$]
Δh	perda de carga [L]
Δp	diferença de pressão [$M L^{-1} T^{-2}$]
ϵ	rugosidade média de parede [L]
ε_0	coeficiente de transferência de momento junto às superfícies sólidas [$L^2 T^{-1}$]
η	porosidade [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
Θ	símbolo dimensional de temperatura
θ	temperatura [Θ]
θ_v	conteúdo volumétrico de água no solo [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
λ_i	multiplicador de Lagrange [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
μ	viscosidade dinâmica do fluido [$M L^{-1} T^{-1}$]
ν	viscosidade cinemática do fluido [$L^2 T^{-1}$]
ν_t	viscosidade turbulenta [$L^2 T^{-1}$]
ξ	isótaca [L]
ξ^*	isótaca adimensional [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
Π	corte transversal
ρ	massa específica [$M L^{-3}$]

σ_s	tensão superficial [$M T^{-2}$]
τ_0	tensão de cisalhamento junto às paredes [$M L^{-1} T^{-2}$]
Φ	função potencial
Φ_g	potencial gravitacional [L]
Φ_m	potencial mátrico do solo [L]
Φ^*, Φ^{**}	valor conhecido para a função potencial Φ
ϕ	propriedade genérica, função ou relação funcional
ϕ_f	função relacionada a propriedades do fluido [$L^{-1} T^{-1}$]
ϕ_s	função relacionada à superfície dos grãos [L^2]
ϕ_η	função relacionada ao espaço poroso [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
χ	tolerância de desvio [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]
Ψ	variável aleatória
ψ	estados possíveis da variável aleatória Ψ
Ω	estado do sistema

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	33
2	OBJETIVO	37
3	OS MEIOS POROSOS	39
3.1	MEIOS POROSOS: DEFINIÇÃO, CIÊNCIA, TIPOS E APLICAÇÕES	39
3.1.1	As múltiplas ciências que estudam os meios porosos	39
3.1.2	Definição e classificação dos meios porosos	40
3.1.3	Propósitos do estudo dos meios porosos	42
3.2	SOLOS	43
3.2.1	Conceitos de “solo”	43
3.2.2	Enfoques de estudo do solo	49
	Enfoque edafológico	50
	Enfoque geológico	51
	Enfoque pedológico	51
	Enfoque geotécnico	53
	Enfoque ambiental	55
3.2.3	Comentários finais	60
4	MODELAGEM DO ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS	63
4.1	O ESTUDO DO ESCOAMENTO	63
4.1.1	Abordagens para o estudo do escoamento	63
4.1.2	Modelos analíticos: os primeiros trabalhos	65
4.1.3	Convenções adotadas	65
4.2	MECÂNICA DOS FLUIDOS E HIDRÁULICA CLÁSSICA	69
4.2.1	Equações estruturantes da mecânica dos fluidos	69
	Equação da Continuidade	69
	Equação de Energia	70
	Equações de Navier-Stokes	71
4.2.2	Desenvolvimento das leis de resistência na hidráulica	72
	As Equações de Chézy e de Prony	72
	Lei de Hagen-Poiseuille	73
	Equação de Darcy-Weisbach	76
4.2.3	Turbulência, camada limite e a consolidação das leis de resistência	79

O número de Reynolds	79
Leis de resistência segundo a Teoria da Camada Limite.....	81
Os diagramas de Rouse e de Moody	86
4.3 HIDRÁULICA DE MEIOS POROSOS E SEUS MODELOS.....	92
4.3.1 Física dos solos: primeiros estudos	92
4.3.2 Escoamento darciano	93
Lei de Darcy	93
Modelos darcianos em águas subterrâneas	96
Extensão da Lei de Darcy para meios anisotrópicos	104
Extensão da Lei de Darcy para meios não saturados	106
Predição de parâmetros em modelos darcianos	109
4.3.3 Escoamento não darciano	116
Lei de Forchheimer	116
Predição de parâmetros em escoamentos não darcianos	125
Outros modelos de escoamento não darciano	126
5 O PRINCÍPIO DA ENTROPIA MÁXIMA NA HIDRÁULICA	135
5.1 ENTROPIA: ASPECTOS HISTÓRICOS E CONCEITUAIS.....	135
5.1.1 Termodinâmica e a origem do termo entropia.....	136
Carnot, Kelvin e os princípios da termodinâmica	136
Clausius e a primeira definição de entropia	137
5.1.2 Teoria cinética dos gases e a quantificação da entropia.....	138
Maxwell e a primeira lei estatística da física	138
Boltzmann, Gibbs e a quantificação da entropia	140
5.1.3 Teoria da informação e um novo conceito de entropia.....	141
Shannon e o surgimento da teoria da informação.....	141
Entropia de informação.....	143
Corolários.....	145
Entropia de informação para o caso contínuo	146
5.2 O PRINCÍPIO DA ENTROPIA MÁXIMA	147
5.2.1 Definição	147
5.2.2 Utilizações do PEM.....	148
6 CONCEPÇÃO E DESENVOLVIMENTO DO MODELO	151
6.1 CONCEPÇÃO DO MODELO	151
6.1.1 Histórico e motivação da pesquisa	151
6.1.2 Mapeamento conceitual do escoamento em meios porosos...	154
6.1.3 Epistemologia do escoamento em meios porosos	159

6.2	DESENVOLVIMENTO DO MODELO.....	162
6.2.1	Colocação do problema.....	162
6.2.2	Metodologia.....	164
6.2.3	Especificação de grandezas, princípios e restrições e hipóteses simplificadoras.....	165
	Grandezas intervenientes.....	165
	Princípios considerados	165
	Expressão da variável de interesse e de sua respectiva função de entropia	166
	Especificação das restrições	166
	Hipóteses simplificadoras.....	167
6.2.4	Determinação da distribuição entrópica de velocidades	167
	Definição de isotaca	167
	Atribuição de uma FDA	168
	Maximização da função de entropia e determinação da FDP	169
	Determinação dos multiplicadores de Lagrange	170
6.2.5	Derivação de relações desejadas.....	171
	Relação entrópica entre as velocidades média e máxima	171
	Dedução de uma lei de resistência baseada no PEM	172
7	ANÁLISE DO MODELO PROPOSTO.....	175
7.1	SIGNIFICADO FÍSICO DOS PARÂMETROS DE ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS	175
7.1.1	Número de Reynolds em meios porosos	175
7.1.2	Tortuosidade e o coeficiente de permeabilidade intrínseca	178
7.1.3	Parâmetro de entropia.....	181
7.1.4	Fator de resistência e o comprimento característico do escoamento em meios porosos	182
	Escoamento darciano.....	182
	Escoamento não darciano	183
7.2	REGIME NÃO LINEAR EM MEIOS POROSOS	186
7.2.1	Delimitação do regime não linear	186
7.2.2	Delimitação entrópica dos regimes de escoamento.....	188
7.2.3	Diagrama de resistência para meios porosos	189
7.3	DISTRIBUIÇÃO ENTRÓPICA DE VELOCIDADE EM MEIOS POROSOS.....	190
7.3.1	Velocidades locais em função do parâmetro de entropia.....	190
7.3.2	Relação entre a velocidade média e o parâmetro de entropia	191

7.4	VERIFICAÇÃO DO MODELO	193
7.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	195
8	CONCLUSÕES	199
9	PESQUISAS FUTURAS.....	201
	REFERÊNCIAS	203
	APÊNDICE A – DIAGRAMA DE ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS.....	235

1 INTRODUÇÃO

O caos é uma ordem por decifrar.

José Saramago (1922 – 2010)
Escritor português

Ma. 間.

Ele está presente nas mais diversas instâncias culturais japonesas: na arquitetura dos templos, na concepção dos jardins, nos arranjos de *ikebana*, na culinária, no teatro, na dança, no cinema, na música e na poesia. O *Ma* está presente até mesmo no modo nipônico de agir e de comunicar, permeado de medidas e silêncios imbuídos de uma enorme carga de sentido. Todavia, trata-se de um termo de difícil tradução.

Originalmente, a noção de *Ma* estava ligada à demarcação, por quatro pilares, de um espaço vazio, reservado à manifestação da dimensão divina. Disso, perdura a sua vinculação às ideias de pausa temporal, de intervalo espacial, de potência de algo, de transcendência. Essas são metaforicamente capturadas na composição do ideograma *Ma*: o vislumbre dos raios de sol que atravessam as frestas de um portão.

$$\begin{array}{ccccc}
 \text{日} & + & \text{門} & = & \text{間} \\
 \text{Sol} & & \text{Portão} & & \text{Ma}
 \end{array}$$

Traduções correntes do *Ma* o situam como um “entre-espaço”: um vazio material e conceitual (ele tampouco é vácuo), mas não de significado. Ele abriga o universo das potencialidades que podem vir a ser. Contudo, tais interpretações são falhas pelo simples fato de que, devido à sua essência de “quase-existência”, de “resistir a tornar-se algo”, a mera tentativa de definição do *Ma* é paradoxal e, portanto, o descaracteriza. Em suma, o *Ma* não pode ser aprendido. Ele deve ser apreendido.

Graças a uma exposição no Louvre, concebida pelo arquiteto Arata Isozaki em 1978, o termo difundiu-se no Ocidente. Nesse hemisfério, ele adquiriu um status de “fetiche”, tornando-se um modo de apreciação da cultura japonesa pela via do consumo e que acaba por estigmatizá-la. Para quem é criado na cultura nipônica, o *Ma* é facilmente reconhecível, mas dificilmente verbalizável. É consenso, tanto entre leigos quanto

entre estudiosos japoneses, que ele resiste à descrição em palavras, somente sendo acessível àqueles dotados de suficiente sensibilidade.

O fazer científico ressoa com *Ma*. A investigação das lacunas de conhecimento é um processo de tradução. Padece, conseqüentemente, das mesmas adversidades. No que concerne ao escoamento em meios porosos, a principal delas consiste no hiato entre modelos macro e microscópicos. Outra dificuldade reside na determinação analítica da distribuição das velocidades locais. Esta é aguardada com grande interesse, a despeito de recentes avanços experimentais e computacionais neste campo. Entretanto, quaisquer chances de progresso estão condicionadas ao estabelecimento, por essas diversas abordagens, dos termos para sua reconciliação.

As ideias de *Ma* e de porosidade guardam uma relação estreita. Essa propriedade, definidora do tipo de meio abordado neste trabalho, não consiste apenas na reunião do conjunto de poros. Tampouco, trata-se de um “negativo”, de um vazio deixado pela matriz sólida. Mais complexo do que a soma de suas partes, o espaço poroso é de natureza emergente. É nele que o escoamento se manifesta. Seu estudo, portanto, deve ser holístico.

O *Ma* está relacionado à escala e à percepção de mundo. A ordem de magnitude dos poros na qual usualmente trabalham os pesquisadores condiciona-os a uma posição de observação imune ao fenômeno. Minha experiência pessoal, enquanto mergulhador de cavernas, levou-me a uma inversão de perspectiva. Ao me ver dentro de formações alagadas, afetado por fluxos turbulentos, tive de reconsiderar minhas concepções sobre meio poroso e sobre os processos que nele podem ocorrer.

O *Ma* também transparece na inter/transdisciplinaridade desta pesquisa. O contato com áreas como pedologia, hidrogeologia e teoria da informação, alheias à minha formação em engenharia civil, levou-me a um exercício constante de desconstrução de ideias. Esse processo, inicialmente traumático, revelou-se uma ferramenta valiosa na consubstanciação desta tese.

A definição de “entropia” é elusiva, tal qual ocorre com o *Ma*. Ela remete ao caos, à dispersão, à probabilidade. Seu sentido se transmuta – da termodinâmica para a estatística, da topologia para a comunicação – mas sem perder essência. Mais do que

ultrapassar barreiras entre campos científicos, a entropia os une. Isto posto, não surpreende que o seu emprego neste estudo tenha sido tão profícuo.

Por fim, é inegável que o contato com a Prof.^a Dione Mari Morita, de ascendência japonesa, ao longo dos últimos seis anos, tenha me predisposto a formas de encarar a Ciência, a Arte e a Vida que remetem ao conceito fugidio de *Ma*. Logo, é impossível esperar que essa noção não reverbere neste texto. Sem dúvida, a sua apreensão conduz a uma percepção mais ampla deste trabalho. Espera-se que o inverso também seja verdadeiro.¹

Mais do que um princípio estático, o *Ma* é um modo de perceber o mundo e as suas infinitas potencialidades. Contudo, ele requer um entre-espaço intelectual receptivo a novas ideias. Portanto, esta tese é, antes de mais nada, um convite. Um chamado à reflexão e ao diálogo. Através de poros tortuosos, a água trilha um caminho. Que, partindo deste trabalho, você possa trilhar o seu.

Este é o primeiro dos nove capítulos que compõem a presente tese. Seu objetivo é estabelecido no capítulo seguinte.

Os três capítulos subsequentes são destinados à revisão bibliográfica. No Capítulo 3, são discutidos os conceitos de “meio poroso” no contexto de escoamento e de “solo”, visto que o seu entendimento condiciona a sua representação em modelos. É conduzida, no Capítulo 4, uma revisão histórica e conceitual de mecânica dos fluidos, hidráulica e demais áreas que buscaram modelar o escoamento em meios porosos. O princípio da entropia máxima e sua aplicação à hidráulica são assuntos reservados ao Capítulo 5.

¹ A discussão apresentada sobre *Ma* foi livremente inspirada na obra de Michiko Okano, cuja leitura recomenda-se: OKANO, M. **Ma: entre-espaço da arte e comunicação no Japão**. São Paulo: Annablume; FAPESP; Fundação Japão, 2012. 222 p.

Os dois capítulos posteriores são relativos ao modelo analítico, produto desta tese. A sua fundamentação conceitual e o seu desenvolvimento são abordados no Capítulo 6. No Capítulo 7, ele é discutido e verificado.

Por fim, no Capítulo 8, são apresentadas as conclusões que resultam desta pesquisa, enquanto que, no Capítulo 9, sugerem-se novas linhas de investigação.

2 OBJETIVO

Somewhere, something incredible is waiting to be known.²

Carl Sagan (1934 – 1996)
Astrofísico e escritor estadunidense

A presente tese visa à obtenção de um modelo analítico do escoamento em meios porosos que preze pela generalidade e pela robustez, de modo que se aplique às mais diversas áreas de conhecimento.

A fim de que este objetivo seja atingido, os seguintes requisitos deverão ser observados:

- Identificar uma teoria que englobe as diferentes visões de escoamento em meios porosos;
- Obter uma função de distribuição de velocidades que ocorrem no escoamento em meios porosos;
- Atribuir significados físicos mais precisos aos parâmetros intervenientes no escoamento em meios porosos;
- Propor um critério para a delimitação dos regimes de escoamento em meios porosos;
- Conciliar abordagens analítica, experimental e numérica voltadas ao estudo do escoamento em meios porosos já existentes, na macro e na microescala, por meio do modelo proposto.

² “Em algum lugar, algo incrível aguarda ser descoberto.” (tradução nossa)

3 OS MEIOS POROSOS

*Like the soil, mind is fertilized while it lies fallow, until a new burst of bloom ensues.*³

John Dewey (1859 – 1952)
Filósofo e pedagogo estadunidense

3.1 MEIOS POROSOS: DEFINIÇÃO, CIÊNCIA, TIPOS E APLICAÇÕES

3.1.1 As múltiplas ciências que estudam os meios porosos

Os meios porosos são, direta ou indiretamente, objeto de estudo de uma ampla e variada gama de áreas da ciência aplicada e da engenharia (SCHEIDEGGER, 1960; BEAR, 1988; KHALED; VAFAI, 2003; MARTINS et al., 2009; GANJI; KACHAPI, 2015; DE ANNA et al., 2017), tais como:

■ Engenharia

- Agrônômica: irrigação, edafologia;
- Ambiental: remediação, infiltração, incineração, filtração, separação por membranas;
- Civil: hidráulica, hidrologia, mecânica dos solos e das rochas, patologia de estruturas;
- Elétrica/Eletrônica: microdispositivos, nanodispositivos;
- Materiais: novos materiais, nanomateriais, adsorção e dessorção;
- Mecânica: acústica, poromecânica, tribologia, isolamento térmico;
- Petróleo: extração de óleo e gás;
- Química: colunas recheadas, células de combustível.

■ Geociências

- Geofísica: geomecânica;
- Geologia: hidrogeologia, geologia de petróleo, sequestro geológico de carbono;
- Pedologia: física do solo, hidropedologia, micromorfologia.

■ Biociências

- Biologia e biofísica: biofilmes, adesão e transporte de bactérias no meio poroso;
- Medicina e ciências farmacêuticas: materiais osteoindutores, transporte de macromoléculas.

³ “Tal qual o solo, a mente se torna mais fértil com o pousio, até que venha o desabrochar de uma nova floração.” (tradução nossa)

O que torna a “ciência dos meios porosos” tão abrangente é a ubiquidade e a utilidade de tais meios. Conforme repararam Dormieux e Ulm (2005), uma série de materiais, tanto naturais (como solos, rochas, madeira, tecidos naturais...) quanto artificiais (concreto, tecidos bioartificiais...), constituem sistemas de natureza multifásica e multiescalar. Isto porque, enquanto a composição multifásica desses materiais se altera, neles são induzidas heterogeneidades que se manifestam da nano à macroescala. Destas, a porosidade é a mais proeminente. A sua compreensão é crucial para o entendimento de diversos aspectos do comportamento macroscópico desses materiais, tais como: propriedades de transporte, rigidez, resistência e deformabilidade.

3.1.2 Definição e classificação dos meios porosos

Os termos “material poroso” e “meio poroso” costumam ser empregados indistintamente. Inexiste, na literatura, uma definição taxativa desses termos, além da de que eles apresentem “porosidade”. Quando utilizados consistentemente, dentro de um determinado campo do conhecimento, deve-se mais ao hábito do que à precisão. No entanto, parece ser consensual que materiais porosos são aqueles constituídos por uma fase sólida persistente (por vezes chamada de “sólidos”, “matriz sólida” ou “esqueleto”) e por “vazios”, que podem estar preenchidos por uma ou mais fases fluidas (líquidas e/ou gasosas). Em consequência da distribuição da fase sólida, esses vazios também se encontram, de alguma forma, distribuídos (SCHEIDEGGER, 1960, p. 5-8; BEAR, 1988, p. 14-15; DE BOER, 2005, p. 1; CHO; LEE, 2018, p. 6112; DE VITA et al., 2018, p. 10).

No presente trabalho, entender-se-á “material poroso” como sendo toda substância que tenha porosidade. Por sua vez, a designação “meios porosos” será destinada aos mais diversos corpos tridimensionais (sejam eles constituídos, ou não, por materiais porosos), que apresentem permeabilidade a um fluido – ou, em outras palavras: que exibam, obrigatoriamente, a propriedade de servir de suporte ao fenômeno do escoamento. Esta definição de “meios porosos” implica os poros serem interconectados de tal forma que permitam o ingresso e o egresso de fluidos em relação a um domínio poroso. Tendo em vista que a permeabilidade de algo depende do arbítrio de escalas de tempo e de força e, também, dos fluidos envolvidos, o

conceito proposto permite conciliar visões divergentes. Do ponto de vista geológico, um determinado corpo pode constituir meio poroso, enquanto que, para uma certa finalidade imediata de engenharia, não.

Assim definidos, os meios porosos se mostram extremamente diversos quanto à sua gênese, estado de consolidação, dimensões de seus constituintes e de seus espaços vazios, arranjo, entre outros aspectos. Solos são bastante usados na engenharia; no entanto, espumas poliméricas, materiais cerâmicos, alimentos e até mesmo órgãos (como os pulmões e os rins) são exemplos igualmente importantes de meios porosos. No Quadro 3.1 é proposta uma classificação para os meios porosos, com respectivos exemplos, e que atestam a sua diversidade.

Quadro 3.1. Possíveis classificações dos meios porosos.

Característica	Tipos	Exemplos
Gênese	Naturais	Solos Órgãos (rins, pulmões...) e biotécidos
	Sintéticos	Materiais cerâmicos e cimentícios Espumas poliméricas Biomateriais
Localização	<i>In situ</i>	Solos Carvão vegetal Zeólitas
	<i>Ex situ</i>	Filtros Colunas recheadas
Magnitude da matriz sólida	Macro	Matações e blocos de rocha fraturados Ensecadeiras Sistemas cársticos de cavernas alagadas
	Micro/Nano	Adsorventes Tecidos Bombas capilares
Consolidação dos constituintes	Consolidados	Materiais cimentícios Catalisadores automotivos Argila expandida Membranas
	Não consolidados	Solos <i>Wetlands</i>
Natureza dos constituintes	Granulares	Carvões ativados
	Fibrosos	Geotêxteis Sistemas radiculares

Fonte: o autor.

3.1.3 Propósitos do estudo dos meios porosos

A despeito de suas particularidades, as muitas áreas técnicas e científicas que estudam os meios porosos partilham dos seguintes propósitos:

- Valor intrínseco do conhecimento
 - Trata-se da ciência “pura”, cujo valor da pesquisa justifica-se, intrinsecamente, pelo ganho de conhecimento (estrutura dos alvéolos pulmonares, micromorfologia de poros do solo...), muito embora os seus resultados possam vir a ter implicações e/ou aplicações em outras áreas e propósitos.
- Atuação sobre o meio poroso
 - Refere-se aos estudos dirigidos aos meios porosos que se encontram *in situ*, quer seja no sentido de explorar algum recurso (captação de águas subterrâneas, extração de petróleo) ou no de reabilitá-lo para um determinado uso (remediação de áreas contaminadas).
- Utilização do meio poroso em uma aplicação tecnológica
 - Diz respeito à utilização de meios porosos, naturais (*ex situ*) ou artificiais, para alguma finalidade tecnológica (filtros, colunas recheadas).

A quantidade de empregos que se faz dos mais diversos meios porosos, assim como as motivações pelas quais eles são estudados em tantas áreas de conhecimento, é evidente. Porém, ao lidar com os problemas específicos que lhes competem, cada uma delas tende a definir conceitos rigorosos e a delimitar um escopo de investigações bem preciso. Esse procedimento acaba por afastá-las, fazendo com que a transferência de novos conhecimentos entre elas seja morosa ou, por vezes, inexistente.

Em certas épocas e em alguns campos, as questões envolvendo meios porosos podem se encontrar bem delimitadas e resolvidas, de tal modo que não haja atrito com disciplinas vizinhas. É o caso dos leitos fluidizados no âmbito da engenharia química. Estes operam sob condições impostas, altamente controladas, e costumam contar com um material de recheio bem definido. Não por acaso, os seus modelos se mostram bastante representativos. Contudo, a relação entre certas áreas tende a ser conflituosa quando, apesar de suas peculiaridades e idiosincrasias, elas abordam um mesmo objeto – é o caso dos solos.

Dentre todos os meios porosos elencados no Quadro 3.1, os solos são, possivelmente, os mais estudados na engenharia. Não se trata de algo notável, afinal, o domínio do conhecimento sobre o solo é, desde a aurora da humanidade, um fator estruturante na formação de suas sociedades. Em certo sentido, as disputas e desentendimentos que cercam os solos constituem um “microcosmo” do que ocorre no estudo dos meios porosos. Além do mais, visto a sua importância para a humanidade, para a engenharia, e por se tratarem de um meio poroso cuja compreensão poderia avançar significativamente com a colaboração efetiva de áreas afins, os solos são o foco desta revisão.

3.2 SOLOS

3.2.1 Conceitos de “solo”

Cada vez mais, a sociedade desempenha um conjunto de atividades de crescente complexidade, visto as necessidades e os interesses de cada um de seus indivíduos. Em virtude disso, diversas são as formas de apreensão e de apropriação dos recursos naturais que vêm sendo elaboradas. Delas resultam uma série de demandas sobre o solo, conforme é mostrado na Figura 3.1. Contudo, entender como se dá a ação humana sobre a terra passa, obrigatoriamente, pela seguinte questão: “o que é solo?”

A ligação entre a humanidade e o solo está presente até mesmo em seus idiomas. As palavras *homo* (do latim “homem” ou “ser humano”), *gomo* (do alemão antigo “homem” ou “espécie humana”) e a palavra latina *humus* (solo) possuem, todas, uma mesma raiz filológica. O mesmo ocorre no hebraico (SCHROEDER, 1984, p. 11), onde *adam* (homem) está associado com *adamah* (solo arável). No latim, as palavras *humus* e *solum* referem-se ao solo, enquanto que no grego têm-se as palavras *edaphos* (ἔδαφος) e *pedon* (πέδον). Mas, a despeito da proliferação de inúmeros nomes e de sistemas de classificação de solos por todo o mundo, inexiste uma definição de aceitação universal do que seja “solo”. Essa constatação pode ser creditada ao caráter utilitarista que se tem dado ao estudo do solo, relegando considerações epistemológicas. Apesar da discussão sobre o “conceito de solo” ser urgente e necessária, conceituar o que é “solo” não é tarefa fácil.

Figura 3.1. Demandas atuais sobre o solo, segundo as necessidades humanas e ecossistêmicas.

Fontes: adaptado de Lal (2007, p. 1-4) e Lepsch (2011, p. 40).

No Brasil, a primeira obra a tratar dessa questão foi elaborada pela então equipe do Instituto Agrônomo de Campinas, coordenada por Moniz (1972). Nela, Verdade (1972, p. 3) afirma que:

[...] os conceitos de solo são quase tão variados quanto as atividades humanas que nele se desenvolvem e, sem dúvida, cada indivíduo tem uma concepção mais identificada com suas próprias atividades e interesses mas, quase sempre, muito pouco relacionada com o conhecimento da natureza do próprio solo.

Sendo assim, não é de se estranhar que o estudo do solo interesse a inúmeras áreas: ciências agrárias, geologia, ciências ambientais e engenharia (ESPINDOLA, 2008, p. 27).

O conhecimento sobre um determinado assunto é altamente condicionado pelos termos que utiliza. A recíproca também é verdadeira. A terminologia empregada em uma área é influenciada pelo uso que dela é feito. Com isso, adquire novos sentidos, voltados à apreciação dos fenômenos observados. Segundo Simonson (1968, p. 1, tradução nossa):

[...] os níveis de conhecimento e tecnologia em um dado instante do passado parecem refletir-se no conceito de solo então prevalecente. Essa relação torna-se evidente a partir do estudo dos conceitos mantidos ao longo da história. Os conceitos que prevalecem carregam consigo não apenas

abordagens e métodos empregados no estudo dos solos, mas também o uso destes em uma dada sociedade.

Em seu manual de classificação de 1975, a equipe estadunidense de levantamento de solos afirma que, “dado que não se consegue distinguir precisamente, sob quaisquer condições, entre o que é ou não é solo, uma definição concisa, precisa e geral parece impossível” (ESTADOS UNIDOS, 1975, p. 2, tradução nossa). Há, ainda, problemas na conceituação de “solo” devido a barreiras culturais, de idioma e ao fato de que, na comunidade científica, certas “opiniões e pontos de vista, a respeito de algum assunto, não são facilmente abandonadas.” (MARCOS, 1980, p. 2). A esse respeito já discutira Barber (1961, p. 596, tradução nossa) ao citar um trecho de uma carta escrita por Hermann von Helmholtz (1821 – 1894), na qual dizia a Michael Faraday (1791 – 1867) que “[...] novas ideias necessitam tanto mais tempo para adquirirem consenso quanto mais originais realmente elas forem”.

Apesar do esforço, uma conceituação mais precisa do que seja “solo” é fundamental. Afinal, “um estudo é científico quando [...] debruça-se sobre um objeto reconhecível e definido de tal maneira que seja reconhecível igualmente pelos outros.” (ECO, 2012, p. 21). Inúmeros autores perseguiram conceitos e documentaram suas próprias percepções sobre o que seja “solo”. O Quadro 3.2 mostra uma compilação dessas definições.

Quadro 3.2. Definições de solo, segundo diversos autores.

Referência	Definição de solo
Dokuchaev (1883)	Produto da interação extremamente complexa dos efeitos do clima local, dos organismos animais e vegetais, da composição e estrutura das rochas de origem, da topografia e do tempo.
Ramann (1905)	Camada superior da crosta sólida e intemperizada da Terra.
Hilgard (1906)	Material mais ou menos friável no qual as plantas, por meio de suas raízes, podem encontrar ou encontram sustentação e nutrientes, assim como outras condições para crescimento.
Glinka (1931)	Produto do intemperismo que permaneceu <i>in situ</i> .
Marbut (1935)	Camada mais externa da crosta terrestre, geralmente não consolidada, variando desde um mero filme até um máximo de 3 metros em espessura; que difere do material subjacente (também geralmente não consolidado) em cor, textura, estrutura, constituição física, composição química, características biológicas e provavelmente em processos químicos, reação e morfologia.

continua...

Quadro 3.2. Definições de solo, segundo diversos autores.

...continuação...

Referência	Definição de solo
Joffe (1936)	Corpo natural, diferenciado em horizontes, de constituintes minerais e orgânicos e que difere do material subjacente de origem em morfologia, propriedades físicas e constituição, propriedades químicas e composição e características biológicas.
Terzaghi e Peck (1948)	Agregado natural de grânulos minerais que podem ser separados por agitação em água.
Soil Survey Staff (ESTADOS UNIDOS, 1951)	Coleção de corpos naturais que ocupam porções da superfície da Terra, que sustentam plantas e que têm propriedades devidas ao efeito integrado do clima e organismos, atuando sobre o material de origem; este efeito é condicionado pelo relevo durante períodos de tempo.
Lyon, Buckman e Brady (1952)	Corpo geológico natural que se desenvolveu sob uma ampla diversidade de climas e materiais de origem.
Nunes (1956)	Material constituinte essencial da crosta terrestre, proveniente da decomposição <i>in situ</i> das rochas por diversos agentes geológicos ou da sedimentação não consolidada dos grãos constituintes das rochas, com eventual adição de partículas de material carbonoso e matéria orgânica no estado coloidal.
Hénin et al. (1960)	Manto de materiais móveis que recobre a superfície do globo e sobre a qual se desenvolvem os vegetais, com diferenciação em profundidade, por efeito de localização ou evolução.
Plyusnin ([1962?])	Espessa camada superficial da litosfera (até diversos metros), o habitat das raízes, possuidor de fertilidade e local onde ocorrem complexos processos biológicos e minerais formadores de solo.
Bidwell e Hole (1965)	Sistema aberto, dinâmico, que exhibe uma pseudo-homeostase por meio da diversificação de suas partes e de suas funções e que abrange as mais variadas comunidades de organismos.
Bunting (1965)	Resultado da modificação de uma parcela do manto mineral, por parte dos agentes geográficos, de modo que ocorram diferentes horizontes de materiais.
Nogami (1966)	Parte superficial do regolito, com espessura de centímetros a vários metros, originado pela atuação dos processos pedológicos, e mais adequado ao desenvolvimento da vida microbiana e das raízes das plantas. Como material, é um agregado natural não consolidado, constituído essencialmente de grãos minerais (pouco ligados entre si e separáveis por agitação em água) podendo, entretanto, conter elevada porcentagem de matéria orgânica. Sendo assim, pode ser escavado com emprego de ferramentas ou equipamentos comuns.
Wu (1966)	Agregado de partículas minerais que cobrem extensas porções da superfície terrestre.
Aubert e Boulaine (1967)	Produto da alteração, do remanejamento e da organização das camadas superiores da crosta terrestre, da atmosfera e das trocas de energia que aí se manifestam.
Mello e Teixeira (1971)	Material terroso, desagregado, de origem inorgânica ou orgânica e constituído de elementos pertencentes às três fases físicas em proporções variáveis e que se encontram à superfície da Terra, sobre seu embasamento rochoso.
Cruickshank (1972)	Qualquer material em que as plantas podem crescer.

Quadro 3.2. Definições de solo, segundo diversos autores.

...continuação...

Referência	Definição de solo
Lepsch (1972)	Resultado da ação do clima e de organismos, em determinado relevo e durante certo espaço de tempo, sobre o regolito – o seu material de origem, gerado pela intemperização das rochas.
Soil Survey Staff (ESTADOS UNIDOS, 1975)	Coleção de corpos naturais sobre a superfície da Terra, em alguns locais modificado e até mesmo feito pelo homem utilizando terra, contendo matéria viva e sustentando ou capaz de sustentar plantas ao ar livre.
Oliveira (1975)	Indivíduo tridimensional e independente na paisagem, resultante da ação ativa do clima e de organismos sobre o material de origem, durante determinado espaço de tempo em um relevo.
Vieira (1975)	Superfície inconsolidada que recobre as rochas e mantém a vida animal e vegetal da Terra. É constituído de camadas que diferem pela natureza física, química, mineralógica e biológica, que se desenvolvem com o tempo sob a influência do clima e da própria atividade biológica.
Tsytoich (1976)	Todo depósito solto da crosta intemperizada da manta rochosa da Terra.
Vargas (1977)	Todo material da crosta terrestre que não oferece resistência intransponível à escavação mecânica e que perde totalmente sua resistência quando em contato prolongado com a água.
Das (1979)	Agregado de grãos minerais não cimentados e matéria orgânica decomposta, com líquido e gás ocupando os espaços vazios entre as partículas sólidas.
Schroeder (1984)	Produto da transformação de substâncias orgânicas e minerais na superfície terrestre sob a influência de fatores ambientais operando por um longo período de tempo, apresentando organização e morfologia definidas; é o meio de crescimento das plantas e base para a vida dos animais e da humanidade.
Ruellan e Dosso (1993)	Camada de “terra”, em geral móvel e pouco espessa (de alguns centímetros a alguns metros), que recobre, quase continuamente, grande parte dos continentes.
Venkatramaiah (1993)	Material inorgânico solto e não consolidado sobre a crosta terrestre, produzido pela desagregação das rochas, disposto sobre a rocha com ou sem presença de matéria orgânica.
Embrapa (1999)	Coleção de corpos naturais, constituídos por partes sólidas, líquidas e gasosas, tridimensionais, dinâmicos, formados por materiais minerais e orgânicos, que ocupam a maior parte do manto superficial das extensões continentais do nosso planeta, contém matéria viva e podem ser vegetados na natureza, onde ocorrem. Ocasionalmente podem ter sido modificados por atividades humanas.
Toledo, Oliveira e Melfi (2000)	Produtos friáveis e móveis formados na superfície da Terra como resultado da desagregação e decomposição das rochas pela ação do intemperismo.
Embrapa (2006)	Coleção de corpos naturais, constituídos por partes sólidas, líquidas e gasosas, tridimensionais, dinâmicos, formados por materiais minerais e orgânicos que ocupam a maior parte do manto superficial das extensões continentais do nosso planeta, contém matéria viva e podem ser vegetados na natureza onde ocorrem e, eventualmente, terem sido modificados por interferências antrópicas.

Quadro 3.2. Definições de solo, segundo diversos autores.

...conclusão

Referência	Definição de solo
Pinto (2006)	Mistura de água (ou outro líquido), ar e partículas pequenas, que se diferenciam pelo tamanho (em função da composição química da rocha que lhes deram origem) e que, a menos de uma pequena cimentação que possa ocorrer em alguns casos, encontram-se livres para se deslocarem entre si.
Espindola (2008)	Manto de intemperismo da crosta terrestre ligado a uma organização das paisagens capaz de sustentar uma fauna e flora que viabilizam a existência dos seres humanos ao longo da evolução do planeta.
Phillips (2009)	Os solos da Terra podem ser entendidos como “fenótipos compostos estendidos”, isto é, uma expressão do impacto cumulativo da biosfera sobre os processos superficiais – tanto quanto o produto da interação combinada de fatores como (mas não restritos a) geologia, clima, biota, topografia e tempo.

Fontes: Jenny (1941, p. 1), Marcos (1980, p. 37-38), Barros (1985, p. 9) e Espindola (2008, p. 33), com inclusões.

Notam-se semelhanças e diferenças, das mais brandas às mais radicais, entre os conceitos apresentados no Quadro 3.2. Além disso:

Se as definições [...] forem observadas cronologicamente, constata-se que não indicam continuidade filosófica. Parece que os estudiosos do objeto denominado solo dividiram-se, ao invés de somar, no que respeita ao conceito fundamental de seu campo de estudo: a definição do objeto. (MARCOS, 1980, p. 50)

Jenny (1941, p. 2) não crê que alguma definição de solo com a qual todos concordem venha a surgir. Felizmente – ele diz – isso não constitui um problema fundamental, contanto que esteja bem estabelecido o contexto no qual o termo “solo” será empregado. John Stuart Mill (1806 – 1873), filósofo e economista britânico, escreveu que:

Enquanto forem as ciências imperfeitas, deverão as definições partilhar dessa imperfeição; e quanto mais imperfeitas as primeiras, tanto mais estas serão. Por conseguinte, tal qual deve ser esperado de uma definição apresentada ao início de um assunto, é que ela defina o âmbito das nossas investigações [...]. (MILL, 1974, p. 3-4, tradução nossa)

Terzaghi, em sua obra *Theoretical Soil Mechanics*⁴, parece seguir esses conselhos quanto a delimitar adequadamente o escopo de seu trabalho:

⁴ “Mecânica dos solos teórica” (tradução nossa).

[...] na engenharia civil, o material que os geólogos chamam de manto é normalmente conhecido como solo ou terra. O solo do geólogo e do agrônomo não é de modo algum considerado neste livro porque não pode ser usado nem como base para estruturas nem como um material de construção. Dado que o presente livro lida com um ramo da engenharia civil, infelizmente é necessário reter os termos ambíguos solo e terra para designar o material que deveria apropriadamente ser chamado de manto. (TERZAGHI, 1943, p. 1, tradução nossa)

Simonson (1968, p. 11, tradução nossa) observa que “uma única mente pode comportar diversas concepções sobre um mesmo objeto complexo simultaneamente. O uso de uma ou outra depende das circunstâncias que requeiram reflexão”. Desse modo, parece ser mais prudente e prático abordar o estudo do solo por meio de enfoques que expressem uma visão particular do objeto “solo” para um campo de conhecimento mais específico.

3.2.2 Enfoques de estudo do solo

O estudo sistemático do solo pode ser enquadrado em três enfoques distintos: o edafológico, o geológico e o pedológico (SIMONSON, 1968, p. 2-33; BOCKHEIM et al., 2005, p. 24). É fundamental que, em um dado enfoque, haja algum consenso, mesmo que implícito, a respeito do que seja “solo”. Entretanto, a divisão em somente esses três enfoques de estudo dos solos é insuficiente para abarcar toda a gama e complexidade de usos que deles são feitos.

Já alertava Hunt (1972, p. v) que engenheiros, geólogos e pedólogos não se comunicam, deixando, assim, de absorver os conhecimentos que cada qual poderia fornecer aos demais. O caráter pragmático da engenharia, aliado à natureza de seus projetos (isto é, áreas pequenas quando comparadas a escalas geológicas, continentais) faz, por exemplo, com que o papel da geologia seja, muitas vezes, subestimado (NOGAMI, 1968, p. 61). Ainda segundo Nogami, caso os conhecimentos dessa área fossem incorporados à mecânica dos solos, diversos benefícios seriam auferidos pelos engenheiros, tais como economia no número de sondagens, menor risco geotécnico, maior qualidade geral do empreendimento, entre outros. O mesmo poderia se dizer sobre o reconhecimento dos conteúdos oriundos de outros campos, como a pedologia. De fato, é premente a necessidade de reunir e analisar tais

conhecimentos e mais: de traduzi-los em termos geotécnicos, de modo que estejam disponíveis à prática da engenharia (MEDINA, 1981, p. 3).

Assim, é necessário estabelecer dois enfoques adicionais: o geotécnico e o ambiental.

Enfoque edafológico

O enfoque edafológico⁵ data da pré-história e apresenta uma visão voltada à produção de alimentos, preocupada exclusivamente com a fertilidade do solo e com a capacidade deste em suportar o crescimento das plantas (CHILDE, 1973, p. 60-61). Esses conhecimentos iniciais a respeito do solo, que condicionaram a formação das primeiras civilizações, eram de ordem prática e empírica, apoiando-se exclusivamente no emprego da técnica (SIMONSON, 1968, p. 1; CHILDE, 1973, p. 61-65).

No Brasil, a primeira obra a tratar dessa questão é de autoria do jesuíta João Antonio Andreoni (1644 – 1716). Em 1711, enquanto ocupava a posição de reitor do Colégio dos Jesuítas na Bahia e de provincial do Brasil, escreveu a obra *Cultura e opulência do Brasil*⁶, sob o pseudônimo de André João Antonil. Conforme aponta Vargas (2001, p. 23), “este livro é um perfeito documentário sobre o estudo da técnica na Colônia, no final do século XVII, tanto no que se refere à indústria e à agricultura do açúcar como às minas de ouro, em Minas Gerais”.

A compreensão acerca do solo e dos processos que nele ocorrem começou a mudar com o emprego do método científico a partir do século XVII, notavelmente em razão da formulação da “Lei do Mínimo”⁷, pelo químico alemão Justus von Liebig (1803 – 1873). O enfoque edafológico permanece até os dias atuais – e assim deverá

⁵ Segundo Marcos (1980, p. 15), o termo “edafologia” (do grego ἔδαφος, *edaphos*, “solo”, e λογία, *logia*) foi cunhado por H.L. Jones, professor emérito da Universidade de Cornell, EUA, e designa o estudo do solo com finalidade ao crescimento das plantas e, em segunda ordem, ao desenvolvimento dos demais seres vivos.

⁶ ANTONIL, A.J. **Cultura e opulencia do Brasil por suas drogas e minas**: com varias noticias, curiosas do modo de fazer o assucar, plantar & beneficiar o tabaco, tirar ouro das minas, e descobrir as da prata, e dos grandes emolumentos que esta conquista da America Meridional dá ao Reyno de Portugal com estes e outros generos, & contratos reaes. Lisboa: Officina Real Deslandesiana, 1711. 205 p.

⁷ A *lei do mínimo* afirma que “pela deficiência ou ausência de um constituinte necessário, estando todos os outros presentes, o solo é tornado improdutivo para todas as culturas para as quais aquele constituinte é indispensável” (VERDADE, 1972, p. 6).

permanecer, dada a importância da agricultura para o ser humano (SIMONSON, 1968, p. 9-10) e visto o grande impulso recebido por ela devido ao advento da química aplicada ao solo (BOCKHEIM et al., 2005, p. 24).

Enfoque geológico

Mais do que oferecer uma nova perspectiva, a geologia foi a primeira ciência a desenvolver métodos de campo, aplicáveis, também, ao estudo dos solos (SIMONSON, 1968, p. 11). No final do século XVIII e início do XIX, a geologia passou a investigá-los por eles serem o produto da ação do intemperismo sobre as rochas. Assim, sob o enfoque geológico, o solo é encarado como a modificação de uma rocha (que constitui o material de origem) pelo intemperismo, pela atividade de organismos e, quando muito, pela presença de matéria orgânica em estágios de decomposição diversos (MARCOS, 1980, p. 16).

No Brasil, um grande avanço nos estudos geológicos se deu com a fundação, por ordem do visconde do Rio Branco, da Escola de Minas de Ouro Preto, no ano de 1874. Coube aos seus egressos a continuação dos trabalhos de investigação geológica, iniciados pela Comissão Geológica do Império, até meados da República Velha. Além disso, os engenheiros de minas dessa Escola foram responsáveis pela construção de estradas de ferro e até mesmo de obras contra a seca no Nordeste – já sendo possível notar uma relação de intimidade entre a pesquisa geológica e a engenharia civil (VARGAS, 2001, p. 40).

Enfoque pedológico

O estudo do solo enquanto objeto científico deu-se na segunda metade do século XIX, com a publicação de trabalhos de cientistas como Fallou⁸ (1794 – 1877), Hilgard⁹

⁸ FALLOU, F.A. **Pedologie oder allgemeine und besondere Bodenkunde** [Pedologia ou Ciência geral e particular do solo aplicada]. Dresden: Schönfeld, 1862. 487 p.

⁹ HILGARD, E.W. **Über den Einfluss des Klimas auf die Bildung und Zusammensetzung des Bodens** [Sobre a influência do clima na formação e composição do solo]. Heidelberg: Winter, 1893. 92 p.

(1833 – 1916) e Ramann¹⁰ (1851 – 1926) (SCHROEDER, 1984, p. 11). No entanto, a verdadeira revolução no conhecimento sobre o solo ocorreu apenas no último quarto do século XIX, com a publicação da tese de Vasily V. Dokuchaev, em 1883. Ela foi altamente influenciada pela publicação de “A Origem das Espécies”, por Charles Darwin (1809 – 1882), em 1859, e pela elaboração da tabela periódica dos elementos, por Dmitri Mendeleiev (1834 – 1907), em 1869. Intitulada *Os chernozems da Rússia* (DOKUCHAEV, [1883]), a obra traz duas contribuições fundamentais. A primeira é a consideração do solo como uma camada que evolui permanentemente, a partir do material de origem disponível, segundo processos pedogenéticos, comandados por agentes físicos, químicos e biológicos. A segunda contribuição é a de que, se o solo é um corpo que evolui segundo suas próprias regras, então, ele pode ser classificado sistematicamente.

A pedologia consiste de um conjunto de leis, teorias, ideias e conceitos que abrangem desde a definição de “solo” até seus perfis e horizontes, fatores e processos de formação e classificação, geografia e mapeamento (BOCKHEIM et al., 2005, p. 32). Sob esse enfoque, o solo evolui ao longo do tempo sob a ação de diversos agentes de intemperismo – umidade, vento, temperatura, organismos, dentre outros – resultantes das diferentes condições de clima, topografia e da própria biosfera de uma determinada região. Para Bocquier (1984, p. 114), a pedologia pode ser desmembrada em três fases: herança, renovação e renascença (Quadro 3.3). Em sua fase atual, a renascença, estão sendo retomadas:

[...] posições antigas, associadas a conceitos novos e novos métodos de análise, [...] com maior valorização atribuída à anatomia do solo, privilegiando também outros tipos de análises diretas, sem alteração de sua natureza (amostras indeformadas). (ESPINDOLA, 2008, p. 217)

¹⁰ RAMANN, E. **Forstliche bodenkunde und standortslehre** [Ciência do solo florestal e do meio ambiente]. Berlin: Verlag von Julius Springer, 1893. 479 p.

Quadro 3.3. Aspectos e tendências da evolução em pedologia.

	Herança (até 1945)	Renovação (1945 – 1970)	Renascença (1970 – atual)
Objeto de estudo	Perfil	Horizonte	<i>Continuum</i>
Modo de análise	Descontínuo de objetos	Descontínuo + contínuo das variações	Análise estrutural espaço-temporal
Métodos de análise	Análises globais, indiretas, com reconstituições Análises experimentais Correlações estatísticas		Análise direta da constituição Análise sistêmica do funcionamento Modelização-simulação
Caracterização analítica	Global de tipos de solos	Global de processos	Mecanismos e seu determinismo
Etapas	Pesquisa das...	Relações funcionais externas	Relações causais internas
	Com os...	Fatores do meio	Processos de pedogênese
	Enfoque	Funcional-fatorial	Sistêmico
	Tipo	Zonal-atualista	Histórico

Fontes: Bocquier (1984, p. 121) e Espindola (2008, p. 218).

Segundo Marcos (1980, p. 29), “à pedologia compete fornecer o modelo de solo ao qual possam ser aplicados conceitos pertinentes a outras divisões da Ciência, como Engenharia [...]”. Esse modelo, caso seja capaz de organizar fato e teoria, propiciará a sua aplicação não só à produção agrícola, mas também proverá melhores bases de predição de propriedades úteis a outros propósitos de emprego dos solos (SIMONSON, 1968, p. 44; MEDINA, 1981, p. 3).

Enfoque geotécnico

Apesar de seu pretencioso nome (ESPINDOLA, 2008, p. 31-32), formalmente, a ciência do solo não abrange a geotecnia. Porém, um enfoque particular lhe deve ser reservado, dada a sua importância para a engenharia civil, fortemente interventora na natureza e na sociedade.

Trabalhos iniciais referentes a aspectos mecânicos e hidráulicos dos solos foram desenvolvidos por grandes cientistas dos séculos XVIII e XIX, como Coulomb¹¹ (1776), Rankine¹² (1856) e Darcy (1856). No entanto, o grande desenvolvimento dessa área de conhecimento ocorreu em virtude de desastres ocorridos em obras da virada do século XX, como a do Canal do Panamá, e teve, na figura do engenheiro Karl von Terzaghi (1883 – 1963), um de seus principais bastiões, internacionalmente reconhecido como o fundador da mecânica dos solos (PINTO, 2006). Conforme explica Terzaghi (1943, p. 1, tradução nossa):

A mecânica dos solos é a aplicação das leis da mecânica e da hidráulica aos problemas de engenharia que lidam com sedimentos e outras acumulações de partículas sólidas não consolidadas produzidas pela desintegração mecânica e química das rochas, independentemente de eles conterem ou não alguma mistura de constituintes orgânicos. [...] A mecânica dos solos inclui (1) teorias sobre o comportamento dos solos sob tensão, baseadas em hipóteses radicalmente simplificadoras, (2) a investigação das propriedades físicas de solos reais e (3) a aplicação de nosso conhecimento teórico e empírico sobre o assunto a problemas práticos.

Conforme observado em alguns dos conceitos de solo apontados no Quadro 3.2 (TERZAGHI; PECK, 1948; MELLO; TEIXEIRA, 1971; VARGAS, 1977; PINTO, 2006), sob a ótica da geotecnia (e de outras áreas da engenharia civil, como hidráulica, hidrologia e, também, materiais de construção civil), compreende-se “solo” como sendo um corpo inerte, oriundo do intemperismo atuante em um maciço rochoso, que pode se encontrar no local onde surgiu ou dele ter sido transportado e cujas “propriedades de engenharia” dependem, predominantemente, da distribuição de tamanho e dos minerais constituintes das partículas que o constituem. Essa definição decorre do fato deste enfoque enxergar o solo como um material – quer seja na condição de material sobre o qual são assentes as obras, quer seja na de material com o qual estas são executadas. Desse modo, as referidas propriedades resumem-se a parâmetros relacionados à resistência, deformabilidade e permeabilidade dos solos, alvos de estudo da mecânica dos solos. Contudo, a química e a física coloidal são fundamentais para explicar aspectos do comportamento dos solos (PINTO, 2006,

¹¹ Charles Augustin de Coulomb (1736 – 1806).

¹² William John Macquorn Rankine (1820 – 1872).

p. 14), de tal sorte que essa ciência não deveria se restringir ao mero conhecimento de propriedades mecânicas.

No Brasil, o primeiro trabalho científico na área foi publicado por Domingos José da Silva Cunha, em 1920 (CUNHA, 1920). O seu foco era a descrição de métodos de campo para a determinação da capacidade de suporte do terreno. Em 1938, criou-se a Seção de Solos e Fundações do IPT (Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo). Tendo estudado com Arthur Casagrande (1902 – 1981), em Harvard, Odair Grillo (1911 – 1996) inaugura a “tecnologia de solos, tanto para pavimentação e obras de terras rodoviárias, como para fundações dos grandes edifícios que vinham sendo construídos então” (VARGAS, 2001, p. 106-107). Um impulso ainda maior ocorreu com as consultorias que os próprios Terzaghi e Casagrande deram ao projeto e à construção de barragens para aproveitamento hidrelétrico.

Durante o período do “milagre econômico brasileiro” (1968 – 1973), grandes obras estatais (essencialmente rodovias e barragens) incentivaram a criação de empresas de construção pesada, de escritórios de engenharia e consultoria e de institutos de pesquisa aplicada. Dessa época, também, datam as primeiras pesquisas sobre as propriedades geotécnicas dos solos tropicais (VARGAS, 2001, p. 124).

Enfoque ambiental

Os solos são recursos naturais sobre os quais uma enorme pressão vem sendo exercida. Com uma população humana em constante expansão, crescentes são as demandas por alimentos e também por infraestrutura (na forma de transporte, habitação, saneamento básico, etc.) capaz de promover uma melhoria da qualidade de vida (SIMONSON, 1968, p. 44). No entanto, o enfrentamento das questões ambientais relativas ao solo data do final da década de 1970 e início da de 1980 (BEAULIEU, 1998, p. 52; MORITA, 2010, p. 325). Trata-se do último compartimento ambiental, depois do ar e da água, a receber qualquer tipo de normatização objetivando a sua proteção. Este fato se deve à dificuldade, até então, em se reconhecer a pedosfera enquanto uma entidade distinta da litosfera, da hidrosfera e da atmosfera (BUOL; HOLE; McCRACKEN, 1973, p. 7). A Figura 3.2 ilustra a concepção predominante das geosferas em uma época ainda anterior à incorporação da pedosfera.

Figura 3.2. Diagrama das geosferas, anterior à incorporação da pedosfera.

Fonte: adaptado de Plyusnin ([1962?], p. 7).

Entende-se "geosfera" como o nome dado aos compartimentos ambientais da Terra (o planeta), como hidrosfera, atmosfera, biosfera etc., não devendo ser confundida como sendo sinônima de litosfera ou pedosfera (isto é, uma esfera que contenha "terra").

Segundo Espindola (2008, p. 30), é clara a existência de novas tendências no estudo dos solos, especialmente em relação à poluição ambiental. Isso pode ser observado em obras como a de Resende et al. (2002¹³ apud ESPINDOLA, 2008), que inclui o capítulo "Microbiologia, micromorfologia e poluição ambiental". O uso do solo como forma de tratamento de esgoto, no entanto, é anterior. Lofrano e Brown (2010, p. 5256) relatam que, no Império Babilônico (3500 a 2500 a.C.), sistemas sofisticados de esgotamento sanitário levavam os excrementos das latrinas às fossas negras. Quanto a efluentes de origem industrial, a utilização de vinhaça e vinhoto (resíduos oriundos da agroindústria canavieira) no solo fora estudada por Almeida (1952¹⁴ apud ESPINDOLA, 2008). Pratt (1981¹⁵ apud ESPINDOLA, 2008) publicou um trabalho

¹³ RESENDE, M.; CURI, N.; REZENDE, S.B.; CORRÊA, G.F. **Pedologia** – Bases para distinção de ambientes. 2ª ed. Viçosa: NEPUT, 2002.

¹⁴ ALMEIDA, J.R. O problema da vinhaça em São Paulo. **Boletim do Instituto Zimotécnico**. Piracicaba: ESALQ-USP, 1952, p. 1-4.

¹⁵ PRATT, P.F. A importância do solo como um sistema para utilização do resíduo. **Boletim Informativo**. Sociedade Brasileira de Ciência do Solo, 1981, p. 66-67.

referente à utilização do solo como receptáculo de resíduos – e dos problemas decorrentes dessa prática.

Schroeder (1984, p. 9) oferece uma nova representação para as geosferas (Figura 3.3), segundo a qual a pedosfera seria uma zona de intersecção entre as demais.

Figura 3.3. A pedosfera enquanto intersecção das demais geosferas.

Fonte: adaptado de Schroeder (1984, p. 9).

Porém, segundo Jenny (1941, p. 9-10, tradução nossa):

[...] a distinção entre solo e meio é arbitrária; ela existe somente em nossas mentes, não na natureza. O tão citado axioma de que solos são “corpos naturais independentes” é enganador, e pouco se ganha tentando estabelecer divisões rígidas entre pedologia e ciências correlatas.

Buol, Hole e McCracken (1973, p. 7) complementam esse pensamento. Para eles, a pedosfera é, de fato, uma “fatia arbitrária” extraída das demais esferas. Isto torna o estudo dos solos extremamente complexo. A pedosfera, mais do que apenas outra esfera, constitui-se a partir da interação das demais. Sendo assim, o solo é mais do que um conjunto de minerais, matéria orgânica, água e ar. Ele é um produto dessas interações e que pode ser estudado desde a escala microscópica, passando por horizontes, paisagens e regiões, até a escala global (LEPSCH, 2011, p. 39). Com essa visão, voltada mais a processos do que a fronteiras, Lal, Kimble e Follett (1997) propõem uma maneira sistêmica de se enxergar as interações entre as geosferas, (Figura 3.4).

Figura 3.4. Processos interativos entre a pedosfera e as demais geosferas.

Fonte: adaptado de Lal, Kimble e Follett (1997, p. 4).

Phillips (2009), por outro lado, baseia-se nas seguintes ideias:

- Os solos consistem de “biomantos”, nos quais ocorrem complexos fenômenos biofísicos (como a bioturbação) e bioquímicos;
- O conceito de “fenótipo estendido”¹⁶;
- O surgimento de disciplinas como a biogeomorfologia e a ecogeomorfologia; O conceito de seres vivos enquanto construtores de nichos no ecossistema, capazes de modificar as pressões de seleção e evolução; e
- O conceito de biosfera como sendo uma membrana de transformação da energia solar.

Tal qual as características fenotípicas apresentadas por um determinado ser vivo (isto é, as manifestações detectáveis da expressão de seu código genético), a materialização do impacto cumulativo da biosfera sobre os processos superficiais e

¹⁶ A ideia de “fenótipo estendido” foi concebida pelo biólogo e etólogo britânico Richard Dawkins (DAWKINS, R. **The extended phenotype**: the gene as the unit of selection. Oxford: Oxford University Press, 1982, 307 p.), mas sempre referente a uma característica de um único indivíduo. O complemento “composto”, proposto por Phillips (2009), serve para se referir ao impacto combinado de comunidades de seres vivos, não os distinguindo individualmente.

sobre os solos da Terra podem ser entendidos como “fenótipos compostos estendidos” (PHILLIPS, 2009, p. 143), conforme é mostrado na Figura 3.5.

Figura 3.5. O conceito de solos como fenótipos compostos estendidos.

Fonte: adaptado de Phillips (2009, p. 146).

Os solos podem ser encarados, portanto, como um “campo de batalha” da seleção natural, no qual cada indivíduo, população e/ou comunidade busca alterar o meio, de modo a sair favorecido. Assim, o que ocorre entre a pedosfera e a biosfera é um processo de coevolução, em que cada entidade afeta e é afetada, simultaneamente, por sua contraparte ao longo do tempo. Com isso, amplia-se o sentido de “evolução dos solos”, proposto por Dokuchaev ([1883]). Não mais limitado a “desenvolvimento”, o termo “evolução”, nesse contexto, adquire um significado muito mais próximo àquele conferido por Darwin ao estudar os seres vivos. A evolução dos solos ganha um sentido competitivo, de seleção, onde, em uma dada paisagem, prevalecerá o solo que melhor coopere com os organismos que abriga. Estes, por outro lado, se beneficiarão com o aprimoramento de suas habilidades em manter ou em alterar os solos segundo os seus interesses.

Por fim, destaque deve ser dado ao trabalho de Bidwell e Hole (1965). Intitulado *Man as a factor of soil formation*¹⁷, este artigo defende que o ser humano deve ser tratado de modo distinto dos demais seres vivos quanto à formação e ao desenvolvimento dos solos. Isso porque a influência antrópica repercute, em curtíssima escala de tempo e muito intensamente, nos fatores clássicos de formação do solo (Quadro 3.4). Eles encerram seu artigo afirmando que:

[...] a pedosfera ou solo de nosso planeta é vista não somente como a epiderme excitada da crosta terrestre, influenciada pelas condições na interface entre a litosfera, atmosfera e a hidrosfera, mas também como sendo moldada por aquilo que se pode chamar de *psicosfera*, uma camada descontínua que contém o *loci* das mentes onde ideias e motivações se desenvolvem. Na *psicosfera*, o ser humano tem a oportunidade de planejar atividades, de modo a tornar tanto a conservação do solo quanto o desenvolvimento de ecossistemas ótimos, alternativas reais e duradouras. (BIDWELL; HOLE, 1965, p. 70-71, tradução nossa, grifos nossos)

3.2.3 Comentários finais

Conforme exposto nos itens anteriores, torna-se evidente que a visão da engenharia a respeito dos solos é bastante restrita. Não é possível, por exemplo, remediá-los adequadamente a partir dela. Por outro lado, a pedologia é, por vezes, “excessivamente descritiva e dependente de um sistema de classificação” (BOCKHEIM, 2005, p. 23, tradução nossa). Ela tampouco consegue resolver aspectos práticos com a diligência necessária aos problemas atuais. Além disso, a preponderância de algum dos enfoques avaliados está condicionada ao período histórico e à natureza prática de sua aplicação. Não obstante, dentre as definições exploradas, dois modos distintos de se enxergar os solos foram identificados: enquanto “meios” e enquanto “fins em si mesmos”.

¹⁷ “O homem como um fator de formação do solo” (tradução nossa).

Quadro 3.4. Influência antrópica sobre os fatores clássicos de formação do solo.

	Efeitos benéficos	Efeitos prejudiciais
Material de origem	<ul style="list-style-type: none"> Adição de fertilizantes minerais; Acumulação de conchas e ossos; Acumulação local de cinzas; Remoção de excesso de substâncias como sais. 	<ul style="list-style-type: none"> Remoção (na colheita) de mais nutrientes do que os repostos; Adição de materiais em quantidades tóxicas às plantas e aos animais; Alteração dos constituintes do solo, reduzindo a fertilidade.
Topografia	<ul style="list-style-type: none"> Redução de erosão através da conformação do terreno e da construção de estruturas; Alteamento do terreno pela acumulação de material; Terraplenos. 	<ul style="list-style-type: none"> Ocorrência de subsidências no terreno, devido à drenagem de zonas alagadiças e à mineração; Aceleração da erosão; Escavação.
Clima	<ul style="list-style-type: none"> Adição de água por irrigação; Aumento das chuvas por semeadura de nuvens; Aquecimento, devido à liberação de CO₂ pela atividade industrial; Aquecimento do ar próximo à superfície; Aquecimento subsuperficial do solo, eletricamente ou por bombeamento de calor; Alteração da coloração do solo superficial, mudando o albedo; Remoção de água por drenagem; Desvio dos ventos. 	<ul style="list-style-type: none"> Submissão do solo à insolação excessiva, congelamento estendido, exposição ao vento, compactação; Alteração da paisagem pela conformação do terreno; Criação de <i>smog</i>; Limpeza e queimada da cobertura orgânica.
Organismos	<ul style="list-style-type: none"> Introdução e controle de populações de plantas e animais; Adição, direta ou indireta, de matéria orgânica por meio de organismos; Oxigenação dos solos por meio de aragem; Prática de pousio; Remoção de organismos patógenos (via queimadas controladas, por exemplo). 	<ul style="list-style-type: none"> Remoção de plantas e animais; Redução do conteúdo de matéria orgânica do solo por meio de queimadas, aragem, pastoreio excessivo, colheita, aceleração da oxidação, lixiviação; Adição ou promoção de organismos patógenos; Adição de substâncias radioativas.
Tempo	<ul style="list-style-type: none"> Rejuvenescimento do solo por meio de adições de material de origem “fresco” ou exposição a material proveniente de zonas de erosão; Habilitação de terrenos embaixo d’água. 	<ul style="list-style-type: none"> Degradação do solo pela remoção acelerada de nutrientes e de cobertura vegetal; Soterramento de solos por aterros compactados ou por inundação.

Fonte: adaptado de Bidwell e Hole (1965, p. 66).

Os termos “benéfico” e “prejudicial” envolvem um julgamento de valor. Segundo Bidwell e Hole (1965), tal distinção é extremamente simplista e serve mais para suscitar do que para encerrar a discussão sobre a influência antrópica na formação dos solos.

Enquanto “meios”, os solos são encarados como matéria-prima, como alicerce às construções ou como suporte nutritivo às plantas. Desdobramentos mais recentes, ainda segundo essa linha de raciocínio, consistem em contabilizar os benefícios que o ser humano obtém dos ecossistemas (serviços ecossistêmicos). Entretanto, não são os usos que o ser humano faz dos solos e nem tampouco o ato de lhes denominar as funções ecossistêmicas que lhe são relevantes, que conjuram a ideia de solo à realidade. Os solos existem independentemente do homem.

Tratados como “fins em si mesmos”, os solos devem ser encarados como sistemas auto-organizados e capazes de sediar a vida. Disso decorre que esses corpos, situados na interface das geosferas, hão de coevoluir com a vida que sustentam. Por essa razão, na visão de Buol, Hole e McCracken (1973, p. 9), o solo pode ser encarado como um “sintógrafo”: um dispositivo capaz de registrar uma síntese daquilo que ocorreu em um determinado local. Para os autores, a interpretação dos resultados desse “sintógrafo”, isto é, a profunda análise do solo e de seu contexto, constitui a verdadeira natureza da ciência do solo e o desafio posto ao seu cientista.

O estudo do solo é uma disciplina exigente. Vindica uma mente aberta. Requer o reconhecimento de que os solos são mais do que objetos de interesse à atividade humana. Obriga a admissão de que nós, enquanto seres vivos, coevoluímos com o solo. E, por fim, que para preservá-lo, necessitamos evoluir também enquanto sociedade.

4 MODELAGEM DO ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS

*You can't cross the sea merely by standing and staring at the water.*¹⁸

Rabindranath Tagore (1861 – 1941)
Poeta bengali

4.1 O ESTUDO DO ESCOAMENTO

4.1.1 Abordagens para o estudo do escoamento

Os escoamentos podem ser estudados segundo três tipos de abordagem (TANNEHILL; ANDERSON; PLETCHER, 1997, p. 5-6). Cada qual possui vantagens e desvantagens, elencadas no Quadro 4.1.

Quadro 4.1. Abordagens para o estudo do escoamento.

Abordagens	Vantagens	Desvantagens
Analítica	Mais geral Fórmula fechada	Geometrias e processos físicos simples Geralmente restrita a problemas lineares
Experimental	Laboratório	Condições de contorno controladas Problema de escala Equipamento exigido
	<i>In situ</i>	Realista Condições de contorno pouco controladas Equipamento exigido Dificuldade de medição Prazo Custo
Numérica	Não há restrição à linearidade Geometrias complexas Processos complexos Evolução temporal do processo	Erros de truncamento Condições de contorno apropriadas Custos computacionais

Fonte: baseado em Tannehill, Anderson e Pletcher (1997, p. 10).

Em muitas situações, métodos *in situ* são inviáveis por razões de custo, prazo ou mesmo tecnologia disponível. Ensaios de laboratório podem ser pouco

¹⁸ “Você não pode atravessar o mar apenas pondo-se de pé e olhando para a água.” (tradução nossa)

representativos das reais condições do problema estudado, especialmente em meios porosos. Segundo Werth et al. (2010, p. 2, tradução nossa):

[A] investigação dos processos hidrogeológicos [...] frequentemente se baseia na medição indireta de parâmetros do sistema ou na medição direta em poucos locais, em alguns casos, como uma função do tempo. O principal motivo é que os meios porosos, assim como os processos que neles ocorrem, não são tipicamente passíveis de observação direta. [...] Em muitos casos, observações indiretas podem ser interpretadas de diversas maneiras e diferentes resultados ou conclusões podem ser obtidos [...]. Portanto, são necessários métodos que permitam a observação direta ou o imageamento das propriedades dos meios porosos e dos processos que neles ocorrem.

Abordagens analíticas, construídas sobre teorias bem fundamentadas, por vezes fornecem resultados de baixa aplicabilidade prática, em virtude das hipóteses simplificadoras adotadas. Por fim, métodos numéricos permitem grande flexibilidade de condições de contorno e apresentam, comparativamente aos ensaios de campo e de laboratório, custos e prazos inferiores. Entretanto, sua acurácia está profundamente atrelada ao conhecimento do fenômeno, advindo da experiência empírica, e aos modelos teóricos a partir dos quais são elaborados. Casos simples, com soluções analíticas conhecidas, são essenciais à avaliação dos resultados produzidos por rotinas computacionais. Além disso, estas têm de ser validadas com base em ensaios físicos.

Conclui-se que as abordagens analítica, experimental e numérica não são excludentes, mas sim complementares. A despeito de diversos avanços nas áreas experimental e numérica no que tange ao escoamento em meios porosos:

As teorias físicas que apoiam muitas áreas são baseadas na relação empírica simples proposta por Darcy (1856), a partir de observações brutas de fluxo monofásico em meio poroso. Por causa das dificuldades em medir os processos físicos em um meio poroso, a extensão da lei de Darcy para fluxo multifásico foi feita heurísticamente, sem uma teoria fundamental subjacente. Esta trajetória de desenvolvimento resultou em pouco avanço teórico na compreensão de como processos descritos na escala dos poros se tornam evidenciáveis em uma escala espacial abrangendo dezenas ou centenas de diâmetros de poros. (MONTEMAGNO; GRAY, 1995, p. 425, tradução nossa)

Em razão desse “pouco avanço teórico”, o presente trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de um modelo analítico.

4.1.2 Modelos analíticos: os primeiros trabalhos

A busca pela compreensão do movimento dos fluidos (da água, em particular) iniciou-se há muitos séculos. Ela é evidente nas clepsidras egípcias e nos aquedutos romanos. Um primeiro entendimento do “princípio da continuidade” foi elaborado por Aristóteles (séc. III a.C.). Posteriormente, avanços foram promovidos por diversos cientistas ao longo da história, tais como Arquimedes (ca. 287 – 212 a.C.), Leonardo da Vinci (1452 – 1519), Simon Stevin (1548 – 1620) e Leonard Euler (1707 – 1783). Entretanto, somente a partir do séc. XVIII, uma descrição matemática formal do comportamento dos fluidos foi realizada. Esses avanços, empreendidos por Bernoulli (1738), Navier (1823), Poisson¹⁹ (1829) e, posteriormente, Stokes (1845), basearam-se nos seguintes princípios físicos básicos:

- Conservação de massa;
- Conservação da quantidade de movimento (Segunda Lei de Newton); e
- Conservação de energia (Primeira Lei da Termodinâmica).

Quando trabalhados matematicamente, tais princípios resultam, respectivamente, na Equação da Continuidade, na Equação de Energia e nas Equações de Navier-Stokes. No entanto, antes de proceder ao exame dessas expressões matemáticas, convém estabelecer algumas convenções a respeito de volume de controle, de volume elementar representativo e de velocidades de escoamento.

4.1.3 Convenções adotadas

Em se tratando da quantificação do movimento dos fluidos, a primeira definição que deve ser realizada é a de sistema. Um sistema consiste de uma determinada quantidade de material fixa e identificável. A ele pode ser associado um volume de controle, $\mathcal{V}$ [L^3], ao qual corresponde uma superfície de controle, $\mathcal{S}$ [L^2]. Estes, assim

¹⁹ Siméon Denis Poisson (1781 – 1840).

como a simbologia referente às velocidades local e média adotada na presente tese²⁰, são mostrados na Figura 4.1.

Figura 4.1. Simbologia empregada no escoamento em conduto forçado.

Fonte: o autor

Sendo que:

- Aárea de seção transversal [L^2];
- lcomprimento (macroscópico) percorrido [L];
- Q vazão [$L^3 T^{-1}$];
- q velocidade média (macroscópica) do escoamento [$L T^{-1}$];
- Ssuperfície de controle [L^2];
- u_ivelocidade local (forma tensorial) [$L T^{-1}$];
- $\mathbf{u}$ velocidade local (forma vetorial) [$L T^{-1}$];
- $\mathcal{V}$ volume de controle [L^3];
- x_i direções ortogonais no espaço (forma tensorial) [L]; e
- $\mathbf{x}$ direções ortogonais no espaço (forma vetorial).

O comportamento macroscópico do escoamento em meios porosos é função de relações constitutivas dependentes da organização e distribuição espacial de seus componentes. Por isso, na modelagem desse fenômeno, abordagens macro e multiescalares são amplamente empregadas (AURIAULT, 2005; AL-RAOUSH; PAPADOPOULOS, 2010; BEAR; CHENG, 2010). A primeira estabelece formulações

²⁰ Na presente tese é empregada notação indicial. Algumas identidades entre grandezas expressas em notação vetorial e notação indicial são explicitadas na Figura 4.1.

considerando homogêneos os parâmetros de interesse. A abordagem multiescalar, por sua vez, busca modelar o comportamento macroscópico do meio através de parâmetros obtidos via análise microscópica.

Entretanto, nem todo volume se presta ao estudo do escoamento em meios porosos. A validade de ambas as abordagens depende de elas atenderem a um “volume elementar representativo” (VER), $\mathcal{U} [L^3]$. O VER pode ser definido como uma faixa de tamanho tridimensional de amostra de um meio poroso tal que uma dada propriedade seja independente do tamanho da amostra (BEAR; BACHMAT, 1990). Esse conceito é ilustrado na Figura 4.2.

Figura 4.2. Variação de uma propriedade do meio poroso em relação ao volume elementar do sistema.

Fonte: adaptado de Bear e Bachmat (1990, p. 25) e de Bear e Cheng (2010, p. 52).

ϕ propriedade genérica, função ou relação funcional.

Como mostrado na Figura 4.2, $\mathcal{U}_{\min}$ diz respeito a tamanhos de amostra tão pequenos que não são capazes de capturar adequadamente a propriedade que se deseja estudar. Quando existente, $\mathcal{U}_{\max}$ está relacionado ao surgimento de heterogeneidades macroscópicas ou discontinuidades. Logo, um volume de controle adequado à descrição analítica do escoamento em meios porosos deve ser um VER. Ou seja, deve ser válida a relação $\mathcal{U}_{\min} \leq \mathcal{V} \equiv \mathcal{U} \leq \mathcal{U}_{\max}$. Na Figura 4.3 esse conceito

é ilustrado, além de serem estabelecidas as convenções de velocidades para meios porosos.

Figura 4.3. Simbologia empregada no escoamento em meio poroso.

Fonte: o autor

$\mathcal{U}$ volume elementar representativo [L^3];
 u magnitude da velocidade local em um ponto [$L T^{-1}$];
 $\bar{u}$ velocidade (de Dupuit) média no meio poroso [$L T^{-1}$]; e
 η porosidade [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$].

Al-Raoush e Papadopoulos (2010) observaram também que o VER para uma propriedade (como a mais comumente elegida, a porosidade) não é necessariamente o VER para outras propriedades, tais como distribuição de tamanho de partículas, índice de vazios local ou número de coordenação. Não fosse o bastante, a determinação do VER depende das características das fases que compõem o meio poroso e da finalidade do modelo macroscópico. Na presente tese, é suposto que as deduções apresentadas atendam ao VER e que digam respeito a escoamentos ocorrendo em um espaço tridimensional, exceto quando explicitamente indicado.

4.2 MECÂNICA DOS FLUIDOS E HIDRÁULICA CLÁSSICA

4.2.1 Equações estruturantes da mecânica dos fluidos

Equação da Continuidade

Leis de conservação, como a de conservação de massa, afirmam que uma determinada quantidade física não pode simplesmente ser criada ou destruída. Isto é, essa quantidade deve se conservar. Na Física, uma equação de continuidade é uma expressão que descreve o transporte de uma determinada quantidade (no caso, de massa). Esse tipo de equação costuma ser mais forte do que uma lei de conservação, pois trata da conservação local, e não apenas global, dessa quantidade. Ela estabelece que uma grandeza não pode se deslocar arbitrariamente em um sistema (ainda que respeite a lei de conservação), mas sim que ela deve se deslocar de modo contínuo.

Baseada no princípio da conservação de massa, a Eq. (4.1) é conhecida como sendo a Equação da Continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.1)$$

Na qual:

ρ massa específica [$M L^{-3}$]; e
 t tempo [T].

Para o caso de escoamentos em regime permanente e nos quais os efeitos de compressibilidade possam ser desprezados, a Eq. (4.1) pode ser simplificada como:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.2)$$

Equação de Energia

Em 1738, Daniel Bernoulli (1700 – 1782) publicou *Hydrodynamica*, considerado o primeiro estudo teórico sobre a dinâmica dos fluidos²¹. Dentre os principais avanços contidos no trabalho, encontrava-se a equação que levaria o sobrenome de sua família e que relacionar-se-ia com a “Primeira Lei da Termodinâmica”, conforme seria constatado mais de um século depois. A Equação de Bernoulli pode ser escrita, em termos de carga específica, como:

$$\left(\frac{p}{\rho g} + \frac{q^2}{2g} + z \right) \Big|_{seção} = constante \quad (4.3)$$

Sendo:

p pressão [$M L^{-1} T^{-2}$];
 g aceleração gravitacional [$L T^{-2}$]; e
 z cota geométrica [L].

A Equação (4.3) de Bernoulli aplica-se a situações de regime permanente e nas quais os efeitos de compressibilidade e de viscosidade possam ser desprezados. Ela afirma que a energia do escoamento em uma dada seção se conserva em todas as demais, transformando-se em termo cinético, piezométrico ou de potencial gravitacional. Contudo, os fluidos em escoamentos reais apresentam viscosidade. Por esse motivo, deverá ocorrer dissipação de energia, de tal modo que, entre duas seções, haverá perda de carga:

$$\left(\frac{p}{\rho g} + \frac{q^2}{2g} + z \right) \Big|_{montante} - \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{q^2}{2g} + z \right) \Big|_{jusante} = \Delta h \quad (4.4)$$

Tal que:

Δh perda de carga [L].

A Eq. (4.4) está em acordo com a Primeira Lei da Termodinâmica e é conhecida como a Equação de Energia.

²¹ O termo “hidrodinâmica” é cunhado por Bernoulli com essa obra.

Equações de Navier-Stokes

As Equações de Navier-Stokes surgiram do trabalho de 1923 de Claude Louis Marie Henri Navier (1785 – 1836) e do de George Gabriel Stokes (1819 – 1903), de 1845. Realizados de modo independente, ambos partiram da Segunda Lei de Newton, que versa sobre a conservação da quantidade de movimento. Para fluidos newtonianos sob escoamentos isotérmicos e nos quais os efeitos de compressibilidade podem ser desprezados, essas equações podem ser representadas, em forma tensorial, do seguinte modo:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] \quad (4.5)$$

Em que:

g_i aceleração relativa às forças de campo [$L T^{-2}$]; e
 μ viscosidade dinâmica do fluido [$M L^{-1} T^{-1}$].

As Equações de Navier-Stokes buscam relacionar as variações das velocidades das partículas no tempo e no espaço (parcelas à esquerda da igualdade) com as forças que atuam no escoamento (parcelas à direita da igualdade). Apesar da notação concisa e do significado evidente de seus termos, a sua utilização não é trivial. Apesar de possuírem quase 200 anos, soluções analíticas só foram encontradas para alguns poucos casos – em geral, para geometrias muito simples ou em condições muito particulares de escoamento. Segundo Fortuna (2012, p. 24):

A dificuldade de se encontrar soluções analíticas decorre do fato de que as equações de Navier-Stokes são equações diferenciais parciais (EDPs) não lineares, e a teoria matemática dessa classe de equações ainda não está suficientemente desenvolvida para permitir a obtenção de soluções analíticas em regiões arbitrárias e condições de contorno gerais.

4.2.2 Desenvolvimento das leis de resistência na hidráulica

As Equações de Chézy e de Prony

Em 1769, Antoine Chézy (1718 – 1798) propôs uma relação de proporcionalidade válida para escoamento uniforme em canais abertos, conforme a Eq. (4.6) (CHÉZY, 1776; HERSCHEL, 1897; MOURET, 1921):

$$q^2 P_m \propto A_m S_0 \quad (4.6)$$

Sendo:

P_m perímetro molhado $[L]$;
 A_m área de seção molhada $[L^2]$; e
 S_0 declividade geométrica $[M^0 L^0 T^0 \theta^0]$.

Como, por definição, o raio hidráulico é a razão entre a área da seção transversal e o perímetro da seção molhada, $R_H = A_m/P_m$, a Eq. (4.6), acrescida de um coeficiente de proporcionalidade, transforma-se na Equação de Chézy:

$$q = C \sqrt{R_H S_0} \quad (4.7)$$

Em que:

R_H raio hidráulico $[L]$; e
 C coeficiente de Chézy $[L^{1/2} T^{-1}]$.

A declividade geométrica é dada pela razão da diferença de cota do fundo de um canal (ou do eixo de uma tubulação) pelo comprimento percorrido. Por sua vez, a declividade da linha de energia consiste na razão da perda de carga pelo comprimento percorrido. Em escoamentos uniformes, essas declividades se equivalem. Além disso, nessas situações, elas são, a menos do sinal, numericamente iguais ao gradiente hidráulico²². Então:

$$S_0 = \left| \frac{\Delta h}{l} \right| = i \quad (4.8)$$

²² A rigor, a definição de gradiente hidráulico exige um sinal negativo, tendo em vista que a carga hidráulica diminui ao longo da direção do escoamento. Contudo, é comum, na literatura, a supressão desse sinal, sendo esta a notação adotada na presente tese.

Tal que:

i gradiente hidráulico [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$].

Para condutos forçados de seção circular, o raio hidráulico é dado por $R_H = D/4$. Assim, a Equação de Chézy, Eq. (4.7), resolvida para Δh , pode ser reescrita como:

$$\Delta h = \frac{l}{D} \frac{4}{C^2} q^2 \quad (4.9)$$

Sendo:

D diâmetro [L].

Gaspard Riche de Prony (1755 – 1839) fora aluno de Chézy e levou adiante o desenvolvimento de sua relação empírica. Ele percebera que a perda de carga era linearmente proporcional à velocidade média q do escoamento quanto esta era baixa. Isso o levou a propor a Eq. (4.10), denominada “Equação de Prony” (PRONY, 1804), e que se tornou a mais aceita de sua época (BROWN, 2002b, p. 36).

$$\Delta h = \frac{l}{D} (a_p q + b_p q^2) \quad (4.10)$$

Na qual:

a_p coeficiente linear de Prony [T]; e

b_p coeficiente quadrático de Prony [$L^{-1} T^2$].

Diversos pesquisadores se propuseram, à época, a estudar e tabelar valores para a_p e b_p . Eles buscavam relacioná-los a características do fluido e à temperatura. Contudo, ainda não se achava que estes coeficientes guardassem alguma relação com características físicas do canal ou tubo, como a rugosidade de suas paredes (BROWN, 2002b, p. 36).

Lei de Hagen-Poiseuille

Jean Léonard Marie Poiseuille (1799 – 1869) ingressou na *École Polytechnique* no final de 1815, tendo lá permanecido somente até abril de 1816, quando ela foi temporariamente fechada (SUTERA; SKALAK, 1993, p.1). Com sua reabertura, Poiseuille, ao invés de retornar, decidiu se dedicar à medicina.

Nos anos seguintes, muito de sua pesquisa se direcionou a estudos de hemodinâmica e de microcirculação. É a Poiseuille que se devem as primeiras medições de pressão arterial empregando manômetros em U de mercúrio – motivo pelo qual ela é aferida em *mmHg* até os dias atuais. Entretanto, o uso de espécimes vivos não permitia a obtenção de um modelo apurado para a descrição do fluxo sanguíneo, visto que não era possível controlar uma série de variáveis intervenientes.

Interessado em obter uma relação precisa entre vazão, diferencial de pressão, comprimento e diâmetro de vasos capilares, Poiseuille iniciou, por meados de 1838, uma série de ensaios com tubos de vidro de pequenos diâmetros. A cada avanço, Poiseuille enviava um pacote lacrado à Academia Francesa de Ciências, de modo a comprovar a primazia de seus resultados. Estes somente foram publicados na íntegra em 1846 (SUTERA; SKALAK, 1993, p. 2). A primeira relação²³ por ele encontrada foi $Q = K_{p_1} \Delta p$ (POISEUILLE, 1846, p. 494). Tendo segurança sobre a linearidade entre o diferencial de pressão Δp e a vazão Q , Poiseuille (1846, p. 512) analisou novamente seus dados e refinou sua relação²⁴ para $Q = K_{p_2} \frac{\Delta p}{l}$. Por fim, o cientista pode avaliar a influência do diâmetro do tubo (POISEUILLE, 1846, p. 519), desse modo resultando na Eq. (4.11):

$$Q = K_p \frac{\Delta p D^4}{l} \quad (4.11)$$

Na qual:

K_p coeficiente de Poiseuille (função da temperatura e de características do fluido) [$M^{-1} L T$]; e

Δp diferencial de pressão [$M L^{-1} T^{-2}$];

Segundo Sutura e Skalak (1993, p. 11), deve-se a Eduard Hagenbach (1833 – 1910) a primeira publicação da derivação da Eq. (4.11), a qual ele denominou Lei de Poiseuille (HAGENBACH, 1860, p. 397), a partir das Equações de Navier-Stokes. Bingham (1922, p. 13-14) e Schiller (1933) apontaram que diversos outros autores

²³ Sendo Q a vazão, Δp o diferencial de pressão e K_{p_1} [$M^{-1} L^4 T$] um coeficiente que depende do diâmetro e do comprimento do tubo, da temperatura e de características do fluido.

²⁴ Sendo K_{p_2} [$M^{-1} L^5 T$] um coeficiente que depende do diâmetro do tubo, da temperatura e de características do fluido.

também realizaram essa derivação (HELMHOLTZ; VON PIOTROWSKI, 1860; JACOBSON, 1960; STEPHAN, 1862; MATHIEU, 1863; NEUMANN, 1883). Jacobson (1860), inclusive, também nomeou a equação resultante de Lei de Poiseuille. Para Bingham (1922, p. 14), Franz Neumann teria apresentado essa dedução em suas aulas sobre hidrodinâmica em 1858 (mas que foram publicadas somente em 1883).

Em uma nota de rodapé, Hagenbach (1860, p. 397) frisou que Navier (1823) também formulara uma lei de resistência, na qual Q era proporcional a D^3 e não a D^4 , conforme afirmava Poiseuille. Thomas Young também chegara a um resultado similar ao de Navier (SUTERA; SKALAK, 1993, p. 12). Para Bingham (1940), a ideia da proporcionalidade de Q com D^3 era altamente disseminada no meio acadêmico, exigindo que Poiseuille tomasse todas as precauções possíveis com relação à qualidade de seus dados. Só assim seus resultados seriam capazes de superar as convicções vigentes.

De maneira independente, Hagen²⁵ (1839, p. 441-442) chegou a uma formulação semelhante à de Poiseuille, com o seguinte aspecto:

$$\Delta p = \frac{1}{D^4} (a_H l Q + b_H Q^2) \quad (4.12)$$

Em que:

a_H coeficiente linear de Hagen [$M L^{-1} T^{-1}$]; e
 b_H coeficiente quadrático de Hagen [$M L^{-3}$].

Os experimentos de Hagen (1839) usaram somente água e renderam dados menos precisos do que os de Poiseuille, que empregara diversos fluidos. No entanto, o seu trabalho apresentava maior sofisticação teórica. Ele reconhecia que o coeficiente a_H dependia da temperatura e pertencia ao termo linear em Q , ligado à resistência por fricção. Já o termo quadrático em Q estaria relacionado à energia cinética do escoamento. Para baixas velocidades de escoamento, o termo quadrático pode ser negligenciado. Resolvendo-se a Eq. (4.12) em Q , chega-se à mesma formulação proposta por Poiseuille, Eq. (4.11), sendo $K_p = 1/a_H$.

²⁵ Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen (1797 – 1884).

Contudo, as Eqs. (4.11) e (4.12) não estão na forma em que a Lei de Hagen-Poiseuille (denominação, esta, de maior justiça) tornou-se conhecida. Em termos modernos, essa lei é dada conforme a Eq. (4.13):

$$Q = \frac{\pi}{128\mu} \frac{\Delta p D^4}{l} \quad (4.13)$$

A Lei de Hagen-Poiseuille é um resultado de suma importância. Até os dias atuais, consiste em uma das poucas soluções analíticas para as Equações de Navier-Stokes e para a qual há resultados experimentais precisos. Por esse motivo, ela é empregada como forma de validação de *softwares* de dinâmica dos fluidos computacional. Este é o exemplo, por excelência, da complementaridade entre as abordagens experimental, analítica e numérica no estudo do escoamento.

Equação de Darcy-Weisbach

Julius Weisbach (1806 – 1871) propôs a seguinte lei (WEISBACH, 1845, p. 433):

$$\Delta h = f \frac{l}{D} \frac{q^2}{2g} \quad (4.14)$$

Na qual:

f fator de resistência $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$.

Em termos de gradiente hidráulico, a Eq. (4.14) pode ser reescrita como:

$$i = f \frac{1}{D} \frac{q^2}{2g} \quad (4.15)$$

Weisbach (1845) descrevera o fator de resistência como sendo dependente de dois coeficientes, α_W e β_W . Estes, segundo ele, dependeriam somente do diâmetro e do tipo de material do tubo:

$$f = \alpha_W + \frac{\beta_W}{\sqrt{q}} \quad (4.16)$$

Sendo:

- α_Wcoeficiente de resistência independente de Weisbach
 $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$; e
 β_Wcoeficiente de resistência dependente de Weisbach
 $[L^{1/2} T^{-1/2}]$.

A publicação de Weisbach (1845) disseminou-se rapidamente pelos manuais de engenharia. Ela chegou aos Estados Unidos, já traduzida, em 1848 (BROWN, 2002b, p. 36). Contudo, não atingiu a mesma popularidade na França, país então considerado como referência na área. O provável motivo para isso é que, para os franceses, o resultado de Weisbach não representava um avanço significativo com relação à bem estabelecida Equação de Prony, Eq. (4.10). É Darcy (1857) quem propõe uma evolução desta equação, passando a considerar tubos de vários tipos e com diâmetros variando entre 12 e 500 mm:

$$\Delta h = \frac{l}{D} \left[\left(a_D + \frac{b_D}{D^2} \right) q + \left(a'_D + \frac{b'_D}{D} \right) q^2 \right] \quad (4.17)$$

Em que:

- a_D coeficiente linear independente de Darcy $[T]$;
 b_D coeficiente linear dependente de Darcy $[L^2 T]$;
 a'_D coeficiente quadrático independente de Darcy $[L^{-1} T^2]$; e
 b'_D coeficiente quadrático dependente de Darcy $[T^2]$.

Darcy (1857) percebera que, para tubos velhos, rugosos, a Eq. (4.16) poderia ser simplificada, sem prejuízos, para:

$$\Delta h = \frac{l}{D} \left(a''_D + \frac{b''_D}{D} \right) q^2 \quad (4.18)$$

Na qual:

- a''_D coeficiente independente de Darcy para tubos rugosos
 $[L^{-1} T^2]$; e
 b''_D coeficiente dependente de Darcy para tubos rugosos $[T^2]$.

Diferentemente da convicção que prevalecia na época, tanto Weisbach quanto Darcy afirmaram que seus coeficientes dependiam não apenas do diâmetro da tubulação,

mas também do material do qual ela era feita e, portanto, da rugosidade de suas paredes.

Aparentemente, foi Fanning (1877) o primeiro a fundir a equação de Weisbach com as observações e medições de Darcy para o fator de resistência. Ao invés de propor uma nova forma algébrica, ele se preocupou em compilar valores de f a partir de uma extensa literatura alemã, francesa, inglesa e estadunidense. Desse modo, os engenheiros passaram a deter uma valiosa ferramenta de projeto. Entretanto, nas deduções de Fanning, foi empregado o raio hidráulico R_H , e não o diâmetro D , resultando em:

$$\Delta h = f_{R_H} \frac{l}{R_H} \frac{q^2}{2g} \quad (4.19)$$

Sendo:

f_{R_H}fator de resistência de Fanning [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$].

Rouse (1943, p. 105) parece ser o primeiro a denominar a Eq. (4.14) como Equação de Darcy-Weisbach – sendo esta a equação disseminada especialmente entre os engenheiros civis e mecânicos. Muito embora tenha sido Weisbach a apresentar o fator de resistência f , este adimensional é referido, irônica e frequentemente, como sendo o “fator de Darcy”. A Eq. (4.19), apresentada por Fanning (1877), segue amplamente empregada na engenharia química e em aplicações em que os condutos não possuam seção circular. Comparando as Eqs. (4.14) e (4.19), segue que $f_{R_H} = (1/4) f$.

A Equação de Darcy-Weisbach apresenta, sobre as formulações empíricas anteriores, a grande vantagem de ser dimensionalmente homogênea. Mas, tão importante quanto, é o fato de que os trabalhos de Weisbach (1845) e de Darcy (1857) aprofundam a desconfiança que já emergira nas publicações de Hagen (1839) e de Poiseuille (1846) de que havia uma mudança significativa no comportamento dos escoamentos a baixas e altas velocidades.

4.2.3 Turbulência, camada limite e a consolidação das leis de resistência

O número de Reynolds

Em seu trabalho sobre movimento oscilatório de corpos imersos em um fluido, Stokes (1851, p. 19-20, tradução nossa) cita, pela primeira vez, a questão de semelhança hidrodinâmica:

Para que dois sistemas, nos quais os fluidos são confinados por envelopes suficientemente estreitos para afetar o escoamento, sejam semelhantes, é necessário que os envelopes sejam semelhantes e semelhantemente situados em relação aos sólidos que oscilam dentro deles, e que suas dimensões lineares sejam da mesma proporção que as dos corpos oscilantes.

O autor prossegue, alertando sobre como a velocidade do escoamento é determinante em seu comportamento:

Quando derivamos as equações de movimento de um fluido segundo uma hipótese dinâmica qualquer, torna-se um problema matemático perfeitamente definido determinar o movimento do fluido quando um dado sólido inicialmente em repouso, assim como o fluido, é movido de uma determinada maneira – ou discutir o caráter da solução analítica em qualquer caso extremo proposto. Outra coisa é indagar até que ponto os princípios que forneceram os dados matemáticos do problema são válidos em casos extremos, ou qual será a natureza do movimento real em tais casos. [...] Quando a quantidade de fluido transportada com o [sólido] se torna considerável comparada com a quantidade deslocada, parece que o movimento deve se tornar instável [...]. Mas, além da instabilidade, pode não ser seguro em um caso tão extremo desprezar os termos dependentes do quadrado da velocidade, não porque eles se tornam extremamente grandes, mas apenas suficientemente grandes comparados com os demais [...]. (STOKES, 1851, p. 56, tradução nossa)

Contudo, somente em 1883 foi publicado, por Osborne Reynolds (1842 – 1912), o resultado de um experimento repetível e capaz de evidenciar a mudança no comportamento do escoamento em razão não apenas da velocidade, mas também do diâmetro dos tubos empregados no arranjo e das propriedades físicas do fluido (Figura 4.4).

Figura 4.4. O experimento de Reynolds.

Fonte: (a) Reynolds (1883, chapa 73); (b), (c) e (d) Reynolds (1883, p. 942).

(a) Arranjo experimental de Reynolds, que consistia na injeção de corante a fim de visualizar linhas de fluxo.

(b) Regime laminar, sem perturbações no escoamento.

(c) Regime de transição, escoamento sob perturbação

(d) Situação de regime turbulento, com formação de vórtices.

Reynolds (1883, p. 938) também reconheceu a existência de uma propriedade adimensional nas Equações de Navier-Stokes, que pode ser expressa por:

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} = \frac{UL}{\nu} \quad (4.20)$$

Sendo:

Re número de Reynolds [$M^0 L^0 T^0 \theta^0$];

U velocidade característica [$L T^{-1}$];

L comprimento característico [L]; e

ν viscosidade cinemática do fluido [$L^2 T^{-1}$].

O termo “número de Reynolds” foi cunhado por Sommerfeld²⁶ (1908), mas a popularização desse adimensional (e de seu nome) ocorreu com a publicação do célebre manual de aerodinâmica de von Kármán (1954). O número de Reynolds (Re)

²⁶ Arnold Sommerfeld (1868 – 1951).

é um adimensional que expressa a relação entre as forças inerciais e as forças viscosas que atuam em um determinado escoamento, isto é:

$$Re = \frac{\text{forças inerciais}}{\text{forças viscosas}} \quad (4.21)$$

Para a análise global do escoamento em tubos, Reynolds (1883) adotou a velocidade média q e o diâmetro D do conduto, respectivamente, como velocidade e comprimento característicos, resultando em:

$$Re_D = \frac{qD}{\nu} \quad (4.22)$$

Em que:

Re_D número de Reynolds para tubos [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$].

Com seu experimento, Reynolds percebera que o grau de perturbação do escoamento, ao qual hoje se refere como “turbulência”, estava intrinsecamente ligado a esse adimensional. Dada a importância técnica e científica da compreensão da turbulência nos mais diversos escoamentos, o Re se tornou central na mecânica dos fluidos. A partir dele, outros pesquisadores puderam avançar na caracterização dos escoamentos e no entendimento dos parâmetros que os afetam.

Leis de resistência segundo a Teoria da Camada Limite

Em 1904, Ludwig Prandtl (1875 – 1953) apresentou uma ideia central e revolucionária à mecânica dos fluidos: a Teoria da Camada Limite (PRANDTL, 1905). Ela estende o princípio da aderência (STOKES, 1845), na qual a velocidade relativa entre a porção de fluido em contato com uma superfície e a mesma deve ser nula. A camada limite determina uma zona do escoamento que é influenciada pelas superfícies de contato, e outra em que essa influência pode ser desprezada.

No caso de escoamento em tubos, forma-se uma subcamada viscosa junto às suas paredes, dentro da qual o escoamento ocorre de modo estritamente laminar. É de sua interação com o núcleo principal do escoamento que surgem vórtices. Portanto, a presença de turbulência no escoamento depende de como essa camada se estabelece, conforme mostra a Figura 4.5.

Figura 4.5. Estabelecimento da subcamada viscosa conforme o regime de escoamento.

Fonte: baseado em Brkić (2011, p. 35).

A espessura da subcamada viscosa depende da velocidade de atrito u_{τ_0} do escoamento, que é dada por:

$$u_{\tau_0} = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \gamma R_H i = \rho g R_H i \quad (4.23)$$

Em que:

u_{τ_0} velocidade de atrito [$L T^{-1}$];
 τ_0 tensão de cisalhamento junto às paredes [$M L^{-1} T^{-2}$]; e
 γ peso específico [$M L^{-2} T^{-2}$]

Com o aumento de u_{τ_0} , a subcamada viscosa torna-se menos espessa, revelando o contorno rugoso do tubo. Define-se um adimensional, denominado “número de Reynolds de rugosidade”, Re_ϵ , tal que o comprimento característico seja a rugosidade do tubo ϵ e a velocidade característica seja u_{τ_0} , ou seja:

$$Re_\epsilon = \frac{u_{\tau_0} \epsilon}{\nu} \quad (4.24)$$

Sendo que:

Re_ϵ número de Reynolds de rugosidade [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]; e
 ϵ rugosidade média de parede [L].

Com base nessa teoria, iniciaram-se tratativas de dedução analítica de f compreendidas, além do próprio Prandtl, por seus alunos Theodor von Kármán (1881 – 1963), Paul Blasius (1883 – 1970) e Johann Nikuradse (1894 – 1979).

Inicialmente, muitas pesquisas foram realizadas a respeito da turbulência em tubos lisos (BLASIUS, 1913; VON KÁRMÁN, 1930; NIKURADSE, 1930, 1932; PRANDTL, 1930, 1932). Blasius (1913) foi o primeiro a criar uma relação entre f e Re_D , válida para escoamentos na faixa de $4.000 < Re_D < 80.000$ (regime turbulento) em tubos lisos. A “Equação de Blasius” é dada por (BLASIUS, 1913, p. 18):

$$f = \frac{0,3164}{Re_D^{1/4}} \quad (4.25)$$

A estimativa de f para escoamento turbulento em tubos lisos foi melhorada usando-se dados obtidos por Nikuradse (1930, 1932). Denominada “Equação de von Kármán” (ROUSE, 1943) ou “Equação de Prandtl” (SCHLICHTING, 1968), a nova relação encontrada é dada conforme a Eq. (4.26):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(Re_D \sqrt{f}) - 0,8 = 2 \log\left(\frac{Re_D \sqrt{f}}{2,51}\right) \quad (4.26)$$

Ainda por meio de desenvolvimentos da Teoria da Camada Limite, von Kármán (1930) gerou a seguinte equação para descrever o escoamento turbulento em tubos rugosos:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,14 - 2 \log\left(\frac{\epsilon}{D}\right) = 2 \log\left(3,71 \frac{D}{\epsilon}\right) \quad (4.27)$$

Por meio da série de experimentos que conduziu, Nikuradse (1933) promoveu grandes avanços no entendimento da turbulência em tubos rugosos, corroborando a Eq. (4.27). Ele revestiu tubos de diferentes diâmetros com areia graduada, a fim de que tivessem uma rugosidade uniforme e bem determinada. Sua contribuição pode ser sintetizada na Figura 4.6, que ficou conhecida como a “harpa” de Nikuradse.

Esse diagrama trata da relação (em escala bilogarítmica) entre Re_D e um fator de resistência ao escoamento f para tubos com diferentes rugosidades relativas, dadas por $\left(\frac{\epsilon}{D}\right)$. Há também dois trechos de retas traçados, relativos ao comportamento observado em tubos lisos.

Figura 4.6. Harpa de Nikuradse.

Fonte: adaptado de Nikuradse (1933).

De maneira extremamente sintética, Nikuradse (1933) demonstrou que:

- Para valores baixos do número de Reynolds ($\log Re_D < 3,3$, conforme o gráfico), a resistência do escoamento decresce linearmente e à mesma taxa, qualquer que seja a rugosidade relativa do meio confinante. Essa taxa, inclusive, é igual à observada para tubos lisos, conforme indica a reta traçada mais à esquerda do gráfico. Trata-se da faixa do número de Reynolds (Re_D) em que o escoamento é laminar.
- A partir de um valor crítico ($\log Re_D = 3,3$, conforme o gráfico), os fatores de resistência aumentam, em taxas e magnitudes diferentes para cada rugosidade relativa. Isso indica que esta passou a influenciar o comportamento do escoamento. Trata-se da faixa de Re_D em que se denomina o escoamento como sendo de transição.
- Há uma faixa de Re_D em que o escoamento, apesar de ocorrer em um tubo rugoso, assemelha-se ao em um tubo liso (vide a aderência dos pontos

experimentais ao segundo trecho de reta, localizado na parte central do gráfico).

- Para valores elevados do número de Reynolds (segundo o gráfico, da ordem $\log Re_D > 5$, a depender da rugosidade relativa), o fator de resistência atinge um patamar e se torna constante, não mais dependendo de Re_D . Trata-se do fim do regime de transição e do início do regime turbulento de escoamento.

Os dados de Nikuradse (1933) para tubos de rugosidade uniforme mostravam uma transição muito bem definida entre os regimes laminar e turbulento e que podia ser explicada pela interação da rugosidade do tubo com a subcamada viscosa. Contudo, medições efetuadas por Colebrook e White (1937) em tubos comerciais de ferro forjado e de ferro galvanizado, de rugosidade não uniforme, não apresentaram o mesmo comportamento (Figura 4.7).

Figura 4.7. Comparação da resistência ao escoamento em tubos comerciais e em tubos de rugosidade controlada.

Fonte: adaptado de Colebrook e White (1937, p. 370).

As curvas (A), em linha sólida, são referentes aos ensaios efetuados por Nikuradse (1933) em tubos de rugosidade uniforme e controlada. As curvas (B), em linha tracejada, são referentes a ensaios efetuados em tubos comerciais de ferro forjado e de ferro galvanizado, que não apresentam rugosidade uniforme.

Colebrook (1939, p. 137) demonstrou²⁷ que essa região de transição poderia ser descrita por uma combinação das Eqs. (4.26) e (4.27), resultando na Eq. (4.28), denominada “Equação de Colebrook-White”:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,14 - 2 \log \left(\frac{\epsilon}{D} + \frac{9,35}{Re_D \sqrt{f}} \right) = -2 \log \left(\frac{\epsilon}{3,71D} + \frac{2,51}{Re_D \sqrt{f}} \right) \quad (4.28)$$

²⁷ Com a colaboração de C.M. White (COLEBROOK, 1939, p. 154).

Da análise da Eq. (4.28), percebe-se que, no caso limite em que $\frac{\epsilon}{D} \rightarrow 0$, recai-se na Eq. (4.26) para escoamento turbulento liso, na qual $f = f(Re_D)$ independe da rugosidade relativa. A importância de $\frac{\epsilon}{D}$ também é desprezível nos casos em que Re_D é baixo, justificado pelo fato de o regime laminar tampouco depender da rugosidade. Entretanto, para valores elevados de Re_D (regime turbulento), $f = f\left(\frac{\epsilon}{D}\right)$. Em situações intermediárias, o fator de resistência dependerá tanto do número de Reynolds quanto da rugosidade relativa, logo $f = f\left(Re_D, \frac{\epsilon}{D}\right)$.

Tais observações são consistentes com o que é exemplificado na Figura 4.5. Em situações de baixa velocidade, a subcamada viscosa recobre totalmente a rugosidade da superfície, impedindo-a de perturbar o núcleo do escoamento, preservando a sua laminaridade e fazendo com que o fator de resistência independa da rugosidade relativa. No regime de transição, a subcamada viscosa deixa de recobrir parcelas da rugosidade. Entretanto, o grau de exposição dessas irregularidades geométricas depende da velocidade do escoamento. Por este motivo, o fator de resistência depende tanto de Re_D quanto de $\frac{\epsilon}{D}$ nesse regime. Por fim, no regime turbulento, a subcamada viscosa é tão diminuta que expõe praticamente toda a rugosidade superficial das paredes ao núcleo do escoamento. Aumentos subsequentes de velocidade (e, portanto, de Re_D) não revelam ao escoamento uma maior quantidade de irregularidades geométricas. Nessa situação, o fator de resistência depende somente de $\frac{\epsilon}{D}$. Contudo, para Rouse (1943, p. 111, tradução nossa):

Essas equações são obviamente muito complexas para serem de uso prático. Por outro lado, se a função que elas incorporam for aproximadamente válida para superfícies comerciais em geral, essas informações extremamente importantes podem ser prontamente disponibilizadas em diagramas ou tabelas.

Os diagramas de Rouse e de Moody

Hunter Rouse (1906 – 1996) foi um brilhante engenheiro hidráulico estadunidense. Tendo sido professor em diversas universidades prestigiadas, sua pesquisa tinha a característica de prezar pela acurácia, ao invés de pela natureza prática. Segundo Ettema (2006, p. 1252, tradução nossa), “o interesse de Rouse estava em aplicar

Mecânica dos Fluidos à Hidráulica, e não em aplicar Hidráulica à Engenharia Hidráulica”.

No entanto, uma de suas contribuições mais importantes não se encontra entre seus trabalhos mais citados. Trata-se de um artigo apresentado na Segunda Conferência de Hidráulica do Instituto de Pesquisa Hidráulica da Universidade de Iowa²⁸, em 1942. Rouse (1943, p. 105, tradução nossa) abre o trabalho escrevendo:

Há cerca de uma década o Professor von Kármán publicou uma análise extremamente significativa sobre a distribuição de velocidades e a resistência ao escoamento turbulento através de restrições lisas e rugosas. Essa análise exerceu uma profunda influência sobre a mecânica dos fluidos ao redor do mundo, mas, apesar de sua considerável publicidade em periódicos de engenharia, ela tem tido pouca aplicação na hidráulica. A literatura atual, por exemplo, segue aderindo a fórmulas exponenciais de resistência e evidencia, às vezes, uma completa má compreensão sobre os papéis desempenhados pela viscosidade e pela rugosidade das restrições.

Ao longo do artigo, o autor vai enumerando os avanços na tentativa de obtenção de leis para a relação entre Re e o fator de resistência f . Ao final, ele apresenta um novo gráfico (Figura 4.8), nos moldes do de Nikuradse (Figura 4.6), mas que incorpora dados de diversos pesquisadores para o escoamento em tubos comerciais.

Necessita ser destacado que o diagrama de Rouse apresenta dois conjuntos de eixos. O primário é dado em termos de $1/\sqrt{f}$ e de $Re_D\sqrt{f}$. O segundo conjunto apresenta, por conveniência, os adimensionais f e Re_D puros. Segundo Rouse (1943), a utilização dos adimensionais combinados possui as seguintes vantagens:

- Trata-se de um gráfico mais alinhado aos (então) recentes equacionamentos para tubos lisos e rugosos propostos por Prandtl, von Kármán, Colebrook e White;
- A forma das curvas na zona de transição é melhor definida. Além disso, todas as curvas apresentam formato similar e se separam uma das outras num mesmo ponto no gráfico;
- O valor da ordenada é diretamente proporcional ao coeficiente C de Chézy – amplamente empregado e, até então, mais difundido na engenharia hidráulica;

²⁸ Iowa Institute of Hydraulic Research, atualmente IIHR—Hydroscience & Engineering.

Figura 4.8. Diagrama de Rouse.

Fonte: adaptado de Rouse (1943, p. 112).

- O valor da abscissa não depende da velocidade (média) do escoamento. Com isso, é possível proceder diretamente à obtenção da velocidade ou do gradiente hidráulico do escoamento por meio das equações de Chézy, Eq. (4.7), ou de Darcy-Weisbach, Eq. (4.14);
- É determinado um limite claro para o início do escoamento em regime turbulento. Trata-se da curva $\frac{Re_D \sqrt{f}}{D/\epsilon} = 200$; e
- O seu gráfico dispensa a determinação, *a priori*, da rugosidade relativa do tubo. Basta plotarem-se os dados sobre o diagrama e verificar a rugosidade relativa (hidraulicamente determinada).

Por esses motivos, o diagrama de Rouse (Figura 4.8) pode ser considerado um grande salto na consolidação das leis de resistência até então apresentadas. Ele é uma ferramenta de projeto muito mais sólida do que sistemas empíricos de curvas empregados à sua época, tais como o de Pigott (1933). Entretanto, o ábaco de projeto

que se tornou canônico na mecânica dos fluidos foi o de seu colega, Lewis Moody (1880 – 1953), da Universidade Princeton.

Moody participara da Conferência de 1942 na qual Rouse apresentara o seu trabalho e, na ocasião, teria lhe sugerido que mostrasse seu gráfico com f e Re_D nos eixos principais. Este, segundo Moody, seria de utilização mais simples por parte de engenheiros e projetistas. Rouse, no entanto, acreditava que retornar a essa forma de representação consistia em um retrocesso (MOODY, 1944; ROUSE, 1976; BROWN, 2002b). Após essa recusa, Moody (1944, p. 672) decidiu publicar o gráfico na forma que sugerira a Rouse (Figura 4.9).

Figura 4.9. Diagrama de Moody.

Fonte: adaptado de Moody (1944, p. 672).

O diagrama de Moody (1944, p. 672) sustenta-se em eixos principais que consistem puramente de f e de Re_D , ao invés dos grupos adimensionais “menos convenientes” de Rouse (MOODY, 1944, p. 684). Além disso, Moody apresenta a rugosidade relativa $\left(\frac{\epsilon}{D}\right)$, que usa o diâmetro (e não o raio) do tubo e é inversa ao que Nikuradse (1933) e Rouse (1943) utilizaram originalmente em seus ábacos.

Na discussão presente nas páginas seguintes ao corpo do trabalho de Moody, Rouse afirma que:

O artigo em discussão é um esforço muito louvável para tornar as descobertas experimentais recentes imediatamente úteis para o engenheiro, mas [Rouse] sente que [o artigo] ainda subsidia, em um grau lamentável, o conservadorismo inato do engenheiro. (MOODY, 1944, p. 680, tradução nossa)

Para Brown (2002b, p. 40), a utilização do diagrama proposto por Moody para a determinação da perda de carga Δh , sendo conhecidos a vazão Q (ou velocidade média q do escoamento) e o diâmetro D do tubo é, de fato, mais conveniente. Contudo, conhecidos Δh e D , o diagrama de Rouse permite a obtenção direta de Q ou de q , dispensando cálculos iterativos – além de permitir a resolução da primeira classe de problemas por meio dos eixos secundários. Em última análise, a intuição de Moody sobre a aceitação de seu diagrama mais direto estava correta. Este, e não o de Rouse, é que levou à popularização da mecânica dos fluidos na hidráulica. Sobre isso, Rouse (1976, tradução nossa) escreveu (em terceira pessoa):

Depois da conferência [de 1942], Lewis Moody, de Princeton, sugeriu usar as últimas variáveis (f e Re) como primárias em vez de suplementares, como no passado, mas Rouse resistiu à tentação porque achava que fazer isso seria dar um passo para trás. Então o próprio Moody publicou tal gráfico, e este é conhecido em todo o mundo como o diagrama de Moody!

Por mais bem conduzidos que fossem os ensaios até então, os medidores de velocidade e pressão até então empregados geravam perturbações impossíveis de serem filtradas durante o tratamento e subsequente utilização dos dados experimentais. Providos de técnicas experimentais mais sofisticadas do que as disponíveis a Nikuradse, Rouse e Moody, McKeon et al. (2004) obtiveram, de modo mais preciso, a relação entre o número de Reynolds e o fator de resistência no escoamento hidraulicamente liso em tubos. Para tal, os pesquisadores, oriundos das Universidades de Oregon e Princeton, utilizaram vários fluidos (hélio líquido, ar e gases O_2 , N_2 , He , CO_2 e SF_6) e dois tubos: um pesando aproximadamente 25 toneladas, enquanto que o menor, cerca de 30 gramas. Valendo-se de uma forma não intrusiva de medição das velocidades e das pressões, McKeon et al. (2004) ratificaram

os resultados dos três pesquisadores citados anteriormente, conforme mostra a Figura 4.10.

Figura 4.10. Diagrama de resistência para tubos hidraulicamente lisos, segundo dados de experimentos não intrusivos.

Fonte: baseado em McKeon et al. (2004).

Os dados da Universidade do Oregon foram obtidos em experimentos consistindo do escoamento de hélio líquido e de gases O_2 , N_2 , He , CO_2 e SF_6 em um tubo de 30 gramas. Os dados obtidos pela Universidade Princeton advêm do experimento denominado *Superpipe*: um tubo de aproximadamente 25 toneladas, no qual foi escoado ar.

Duas são as evidências da importância do avanço dos métodos experimentais. A primeira é a melhoria na calibração da lei de resistência em tubos sob escoamento turbulento hidraulicamente liso, Eq. (4.26), para a qual McKeon et al. (2004) obtiveram a seguinte expressão:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,930 \log(Re_D \sqrt{f}) - 0,537 = 1,930 \log\left(\frac{Re_D \sqrt{f}}{1,898}\right) \quad (4.29)$$

A segunda evidência é a observação de que o regime de transição ocorre, de modo muito bem definido, para um $Re_D \approx 3.000$, diferentemente da faixa de transição, situada entre $2.000 < Re_D < 4.000$, indicada no Diagrama de Moody (Figura 4.9) e preconizada até então.

4.3 HIDRÁULICA DE MEIOS POROSOS E SEUS MODELOS

4.3.1 Física dos solos: primeiros estudos

Segundo Verdade (1972, p. 6-7), o ramo da pedologia conhecido como “física de solos” teve um desenvolvimento posterior ao de seus correlatos, como a química ou a microbiologia. Tanto ele quanto Nelson (1958, p. 355) citam Sir Humphry Davy (1778 – 1829) como um dos primeiros cientistas a reconhecer a importância das propriedades físicas dos solos, como estrutura, umidade, consistência e temperatura, para a agricultura (DAVY, 1813). Já Gustav Schübler (1787 – 1834) teria sido o primeiro a apresentar técnicas de investigação dessas propriedades, além de afirmar a importância da porosidade nas relações entre ar e água (SCHÜBLER, 1830)²⁹.

Revisitando os resultados de Schübler, mas com um maior interesse pelo movimento da água e do ar no solo, um enorme avanço foi promovido por Wilhelm Schumacher (1834 – 1888). Em sua obra de 1864, o autor apresentou os conceitos de capilaridade, de água capilar e de saturação capilar – abordando, até mesmo, o comportamento da água capilar em solos não saturados (SCHUMACHER, 1864, p. 81-102). Além disso:

Ele alertou para a importância das condições superficiais para a infiltração de água e de camadas fortemente compactadas abaixo da superfície para o fluxo de água. Ele relacionou métodos de irrigação e drenagem às propriedades físicas do solo e reconheceu a importância da proteção vegetal contra a energia das gotas de chuva e a dispersão das partículas do solo resultantes do impacto. *As ideias de Schumacher, assim como as de Schübler, foram perdidas devido a outros entusiasmos da época.* (NELSON, 1958, p. 355, tradução nossa, grifo nosso)

Em *Bodenkunde*, Emil Ramann (1851 – 1926) citou Schumacher (1864) ao abordar a importância do teor de água e dos efeitos de capilaridade, saturação e retenção de água no solo (RAMANN, 1905, p. 252). Porém, enquanto Schumacher apenas descrevera os efeitos que observara, Ramann elaborou ilustrações dos conceitos que vinha estudando (Figura 4.11). À vista disso, as ideias de Schübler e de Schumacher

²⁹ Nelson (1958) e Verdade (1972) citam o trabalho de Schübler como sendo de 1833. Contudo, a primeira edição de *Grundsätze der agrkulturchemie...* [Princípios de química agrícola...] é de 1830, enquanto que a segunda, também em alemão, é de 1838.

não foram perdidas. Pelo contrário, elas foram prontamente empregadas por pesquisadores nas mais diversas áreas.

Figura 4.11. Conceito de retenção de água no início do século XX.

Fonte: Ramann (1905, p. 243-244).

(a) O fenômeno de ascensão capilar em tubos de pequenos diâmetros.

(b) Retenção de água nos grãos do solo, formando gânglios intergranulares.

4.3.2 Escoamento darciano

Lei de Darcy

A contribuição mais marcante ao estudo dos escoamentos em meios porosos veio de Henry Philibert Gaspard Darcy (1803 – 1858), natural de Dijon, França. Tendo estudado na *École Polytechnique* e na *École des Ponts et Chaussées*, sob os ditames de Prony e de Navier, Darcy estava a par do estado da arte da mecânica dos fluidos e da hidráulica à época. De acordo com Paul Darcy (1957³⁰ apud BROWN, 2002a, p. 4), Dijon possuía a água de pior qualidade em toda a Europa. Por essa razão, Henry Darcy produziu um relatório para as autoridades municipais, em 1834, no qual detalhara um plano de abastecimento de água (DARCY, 1834). Isso fez com que Darcy tivesse contato com o conhecimento vigente, predominantemente empírico, sobre os sistemas de filtração então empregados na França e na Inglaterra (BROWN, 2002a, p. 7). Entretanto, somente em 1856, com a saúde já debilitada, Darcy publicaria

³⁰ DARCY, P. **Henry Darcy: Inspecteur Général des Ponts et Chaussées, 1803–1858** [Henry Darcy: Inspetor Geral de Pontes e Estradas, 1803–1858]. Dijon: Darantière, 1957. 62 p.

a sua obra-prima, *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*³¹ (DARCY, 1856). Trata-se de um trabalho extenso, fruto de uma vida inteira dedicada ao assunto.

Em busca de uma lei para o escoamento em meios porosos, Darcy realizou uma investigação experimental composta de duas etapas. A primeira consistiu de quatro séries de ensaios em uma coluna vertical, cada qual com um grau de compactação de areia e entre três e dez vazões distintas, tendo sido variada a carga hidráulica somente na seção de montante. A segunda etapa, compreendendo 35 ensaios, foi realizada com o material no mesmo grau de compactação, mas modificando-se, também, a carga hidráulica de jusante. As cargas hidráulicas foram medidas através de manômetros de mercúrio (Figura 4.12).

Figura 4.12. Arranjo experimental de Darcy.

Fonte: Darcy (1856, prancha 24, fig. 3).

Título: Aparelho destinado a determinar a lei de escoamento de água através de areia (tradução nossa).

A Lei de Darcy (1856, p. 559-603) é dada, em termos modernos, pela Eq. (4.30):

$$Q = K \frac{\Delta h}{l} A \quad (4.30)$$

³¹ As fontes públicas da cidade de Dijon (tradução nossa).

Na qual:

K condutividade hidráulica (ou coeficiente de Darcy) [$L T^{-1}$].

Essa lei pode ser reescrita, em termos da velocidade macroscópica do escoamento, como:

$$q = Ki \quad (4.31)$$

A Lei de Darcy permaneceu sobre raízes empíricas até 1940. Nesse ano, Marion King Hubbert (1903 – 1989), um geocientista que trabalhara no laboratório de pesquisas da *Shell Oil Company* (FETTER JR., 2004, p. 950), publicou *The theory of ground-water motion*³², trabalho no qual fez uma dedução teórica rigorosa dessa lei. Em seu resumo, escreveu:

Os tratamentos analíticos existentes para o fluxo de águas subterrâneas têm sido quase sempre fundamentados sobre a concepção errônea, emprestada da teoria hidrodinâmica clássica de escoamento de fluidos ideais sem atrito, de que o movimento da água subterrânea é derivável a partir de um potencial de velocidade [Slichter (1899)]. Esta concepção está em conformidade com o princípio da conservação de massa [princípio da continuidade], mas não com o da conservação de energia. No presente trabalho, demonstra-se que uma teoria analítica sujeita a menos exceções surge caso uma função potencial, cujo valor em um dado ponto é definido como sendo igual ao trabalho requerido para se transformar uma unidade de massa do fluido de um estado arbitrário padrão no estado do ponto em questão, seja empregado [...]. Esta [função] é uma expressão da lei de Darcy e é física, assim como matematicamente, análoga à lei de Ohm para eletricidade e leva às mesmas deduções em situações análogas [...]. O restante deste trabalho é devotado à dedução das consequências da lei de Darcy como aqui expressa, com particular atenção aos problemas práticos de hidrologia de águas subterrâneas. (HUBBERT, 1940, p. 785, tradução nossa)

Por fim, não passou despercebido a Darcy (1857, p. 75, tradução nossa) a semelhança algébrica entre o resultado que obtivera para o escoamento em areia, Eq. (4.30), e aquele que obteve para tubos, Eq. (4.17):

Parece que, quando se trata de velocidades muito baixas obtidas em tubos de pequeno diâmetro, essas velocidades aumentam proporcionalmente às inclinações [dos tubos]. [...] As velocidades também são proporcionais às

³² Teoria do fluxo de águas subterrâneas (tradução nossa).

cargas no fluxo de água através da areia, como demonstrei experimentalmente (ver [DARCY, 1856], página 590).

Contudo, a semelhança observada por Darcy (1857) entre suas formulações restringia-se ao regime de baixas velocidades, linear, nas areias que ensaiara.

Modelos darcianos em águas subterrâneas

Jules Dupuit (1804 – 1866) contribuiu ao conhecimento do movimento das águas subterrâneas ao deduzir uma fórmula, baseada na Lei de Darcy, para o escoamento radial em poços (DUPUIT, 1863; FETTER JR., 2004, p. 949). Seu modelo (Figura 4.13) superava uma concepção simplificada da época de que o fluxo nos aquíferos se dava por meio de um número finito de canais discretos (BROWN, 2002a, p. 11). Baseado nessa formulação, Adolph Thiem (1836 – 1908) iria determinar o rebaixamento do nível freático em decorrência do bombeamento de poços (THIEM, 1887).

Figura 4.13. Modelo de Dupuit para o escoamento radial em poços.

Fonte: Dupuit (1863, Fig. 69).

Em 1885, Thomas Chowder Chamberlin (1843 – 1928) – renomado geólogo, funcionário do *United States Geological Survey*³³ (USGS) e professor na Universidade de Wisconsin – publicou o trabalho *The requisite and qualifying conditions of artesian wells*³⁴ (CHAMBERLIN, 1885). Este, que se tornou o primeiro relatório de hidrogeologia publicado pelo USGS, fornecia uma base teórica para o estudo de fontes viáveis de águas subterrâneas, promovendo um grande aumento nas atividades de pesquisa e de prospecção de aquíferos nos EUA (FETTER JR., 2004, p. 949). Seu colega, tanto na universidade quanto no USGS, Franklin H. King (1848 – 1911), introduziu conceitos fundamentais em seu trabalho de 1899 (KING, 1899), dentre os quais a verificação da influência da topografia e da gravidade nos fluxos subterrâneos (FETTER JR., 2004, p. 949-950; DE VRIES, 2006, p. 200). Em sua exposição, King apontara que o escoamento d'água sob uma depressão topográfica é forçado para cima devido à pressão hidrostática exercida pelo fluxo advindo dos arredores mais elevados (DE VRIES, 2006, p. 200). Nesse artigo também foi apresentado o primeiro mapa potenciométrico (Figura 4.14). Nele, a superfície freática é determinada por curvas de nível, denominadas equipotenciais, que indicam os lugares geométricos de mesma carga hidráulica.

Contudo, Chamberlin e King não conseguiam avançar com relação à modelagem matemática do movimento das águas subterrâneas. Por essa razão, entraram em contato com Charles S. Slichter (1864 – 1946), o então professor de matemática da Universidade de Wisconsin (WANG, 1987, p. 104). Em 1899, Slichter publicou, na sequência do artigo de King (1899), o trabalho intitulado *Theoretical investigation of the motion of ground waters*³⁵ (SLICHTER, 1899).

³³ Instituto de pesquisas geológicas dos Estados Unidos da América.

³⁴ Requisitos e condições qualificadoras de poços artesianos (tradução nossa).

³⁵ Estudo teórico sobre o movimento de águas subterrâneas (tradução nossa).

Figura 4.14. Mapa potenciométrico de King.

Fonte: King (1899, p. 96).

Círculos numerados indicam a locação dos poços. Curvas de nível (isolinhas) indicam lugares geométricos de mesma carga hidráulica. Setas apontam na direção do fluxo.

Em suas palavras:

[No presente trabalho] eu estudo o problema geral do movimento da água em solos e rochas. Acredito que o problema é suscetível de tratamento matemático, e eu mostro que a questão é análoga a um problema de condução de calor ou eletricidade, ou a qualquer outro problema que envolva uma transferência de energia. Eu mostro que existe, no caso de movimentos de água subterrânea, o que é conhecido como uma função potencial, a partir da qual podemos derivar, em um determinado problema, a velocidade e a direção do fluxo, e a pressão em cada ponto de solo ou rocha. A existência de uma função potencial é tomada como a base de grande parte do trabalho que se segue. (SLICHTER, 1899, p. 303, tradução nossa)

Nesse trabalho, Slichter deduziu, teoricamente, a condutividade hidráulica de um meio formado por esferas uniformes. Assumindo um escoamento em regime permanente, em meio isotrópico e no qual efeitos de compressibilidade pudessem ser desprezados, ele derivou uma equação governante do movimento de águas subterrâneas. A sua

dedução baseou-se na aplicação da Lei de Darcy, Eq. (4.31). Estendida a três dimensões, esta pode ser escrita, em forma diferencial e sob notação tensorial, por:

$$q_i = -K \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) \quad (4.32)$$

Na qual:

Φ função potencial.

Na Eq. (4.32), o sinal negativo justifica os sentidos opostos da velocidade e da variação do potencial³⁶ Φ . Aplicando-se a Lei de Darcy, na forma da Eq. (4.32), à Equação (4.2) da Continuidade, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[-K \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) \right] = 0$$

Que resulta na Equação de Laplace:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_i} = \nabla^2 \Phi = 0 \quad (4.33)$$

A Equação de Laplace é uma equação diferencial parcial (EDP) elíptica³⁷. Esse tipo de equação representa problemas de equilíbrio estacionário, ou seja, nos quais os parâmetros de interesse não se alteram com o passar do tempo. Por admitirem soluções que variem suavemente em todo o domínio, uma característica desses problemas é que alterações no valor da variável dependente em um ponto no interior do domínio afetam imediatamente toda a região estudada.

Resolver uma Equação de Laplace significa determinar a função potencial Φ que satisfaz as condições de contorno do problema. Estas podem ser de dois tipos:

- Condição de contorno de Dirichlet (ou “essencial”):

$$\Phi = \Phi^* \quad (4.34a)$$

³⁶ Originalmente, Slichter (1899) empregara a pressão p (e não a carga hidráulica h) como sendo a função potencial Φ da velocidade, o que, conforme apontado por Hubbert (1940), é incorreto.

³⁷ Uma EDP elíptica é um caso particular de EDP, cuja forma geral (em duas dimensões) é dada por $A \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1^2} + B \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1 \partial x_2} + C \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_2^2} + D \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} + E \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} + F\Phi + G = 0$, na qual $B^2 - 4AC < 0$.

- Condição de contorno de Neumann (ou “natural”):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n_{\perp}} = \Phi^{**} \quad (4.34b)$$

Em que:

Φ^*, Φ^{**} valor conhecido para a função potencial Φ ; e

$n_{\perp}$ direção normal (a um determinado ponto na fronteira) $[L]$.

A partir da Eq. (4.33), Slichter (1899) estabeleceu soluções específicas para problemas de fluxos horizontais e verticais e abordou a questão da interferência entre poços artesianos (WANG, 1987, p. 104). Utilizando-se do mapa potenciométrico de King (1899), Figura 4.14, Slichter (1902) discutiu, sob a forma de uma teoria geral, o fluxo de águas subterrâneas (DE VRIES, 2006, p. 200). Ele se dizia surpreso com o fato de não ter sido percebido, até então, que a descrição do movimento de águas subterrâneas recaía na Equação de Laplace (SLICHTER, 1899, p. 303). Afinal, ele reconheceu uma analogia entre problemas de condução de água, de calor e de eletricidade:

A alegação de alguns hidrógrafos alemães [LUEGER, 1895] de que não pode haver fluxo em uma região como a ASB [côncava, cf. Figura 4.15] deve ser completamente abandonada. A água deve circular em todas as partes dos alargamentos no meio poroso, pelas mesmas razões que o calor seria transmitido por ampliações semelhantes em um meio condutor. Todas as linhas de fluxo devem começar e terminar nas fronteiras do meio condutor de água, e devem atravessar totalmente e ocupar completamente todos os alargamentos nos estratos porosos. (SLICHTER, 1902, p. 37, tradução nossa)

No entanto, Slichter (1899) estava enganado ao afirmar que esta relação não havia sido notada anteriormente. Ele não estava a par de avanços importantes, promovidos por Joseph Valentin Boussinesq (1842 – 1929) e por Philipp Forchheimer (1852 – 1933). Combinando os resultados de Dupuit à Equação da Continuidade, tanto Boussinesq (1877) quanto Forchheimer (1886) chegaram a uma equação diferencial para o escoamento em meios porosos em regime permanente. Ademais, Boussinesq (1904) expandiu a formulação de modo a englobar regimes transientes.

Figura 4.15. Influência da forma do substrato impermeável sobre a superfície freática.

Fonte: adaptado de Slichter (1902, p. 34).
Dobras: A – anticlinal; S – sinclinal; M – monoclinal.

Slichter (1899) citara diversos pesquisadores, tais como Darcy, Dupuit, Poiseuille, Thiem e até mesmo uma publicação de Boussinesq, de 1868. Muito provavelmente, ele desconhecia os trabalhos de Boussinesq (1877) e de Forchheimer (1886), pois escreve que sua “[...] lista de referências contém não só títulos de trabalhos que eu consultei, mas também inclui os títulos de cerca de vinte trabalhos que não me foram acessíveis, mas que foram referenciados por outros como sendo importantes” (SLICHTER, 1899, p. 381, tradução nossa).

Em 1914, por interesses políticos por parte do Império Austro-Húngaro, Forchheimer fora enviado a Constantinopla (atual Istambul), então capital do Império Otomano. Lá, ele passaria a ocupar o cargo de reitor da Academia de Engenharia do Império Otomano³⁸. Ele, que fora professor de hidráulica em Graz, ficara bastante impressionado com o brilhantismo do então aluno Karl von Terzaghi (1883 – 1963). Por isso, decidiu convidá-lo para ser o professor de Estradas e Fundações na instituição que passaria a presidir (GOODMAN, 1998, p. 61).

Tendo sido um dos pioneiros no reconhecimento da analogia entre fluxos de eletricidade e de água, Forchheimer adotara a abordagem gráfica que os físicos

³⁸ Atualmente, *Istanbul Technical University*.

empregavam na resolução de seus problemas: o desenho das chamadas “redes de fluxo” (GOODMAN, 1998, p. 73). Redes de fluxo nada mais são do que soluções gráficas da Equação (4.33) de Laplace, a partir do conhecimento ou da imposição de condições de contorno, Eqs. (4.34a) e (4.34b). Elas são úteis porque a solução analítica desse tipo de problema, mesmo daqueles com condições de contorno simples, costuma ser bastante difícil. Isto pode ser comprovado inspecionando-se o trabalho de Polubarinova-Kochina³⁹ (1962), no qual a solução analítica de uma série de problemas relativos ao movimento de águas subterrâneas requisitou técnicas de cálculo extremamente sofisticadas.

Devido ao contato constante com Forchheimer, Terzaghi passou a ensinar o método das redes de fluxo em suas aulas (GOODMAN, 1998, p. 73). Ainda hoje, o seu aprendizado constitui parte importante dos cursos de mecânica dos solos para graduação (PINTO, 2006, p. 143-157). A Figura 4.16 mostra que, desde Forchheimer e Terzaghi, a essência por trás do traçado dessas redes permanece a mesma.

A influência exercida por Terzaghi sobre os estudos de Forchheimer é evidente. Na primeira edição de seu tratado sobre hidráulica, o capítulo XV, dedicado ao movimento das águas subterrâneas⁴⁰, possui 48 páginas (FORCHHEIMER, 1914, p. 420-467). Nele, há referências a Darcy, Dupuit, Boussinesq, King e Slichter. Há, também, uma citação a Ewald Wollny (1846 – 1901), importante pesquisador da física dos solos.

Já na terceira edição, de 1930, o capítulo relativo ao movimento das águas subterrâneas é o III e, na edição à qual se teve acesso⁴¹, ele passou a ocupar 66 páginas (FORCHHEIMER, 1935, p. 59-124). Nessa nova versão, há uma preocupação maior em se caracterizar e avaliar o meio no qual o escoamento ocorre, isto é, o solo. Um indício disso reside no fato de Forchheimer (1935, p. 65) citar, pela

³⁹ Pelageya Yakovlevna Polubarinova-Kochina (1899 – 1999).

⁴⁰ No original: *Grundwasserbewegung*.

⁴¹ Não se obteve acesso à 3ª ed. original. Foi consultada uma tradução para o espanhol, de 1935 (FORCHHEIMER, 1935). Tampouco se conseguiu localizar uma cópia da 2ª ed. Posto que é importante ao juízo feito em relação ao número de páginas dedicadas ao assunto das águas subterrâneas, cabe ressaltar que os aspectos de editoração da 1ª ed. e da tradução da 3ª ed. são bastante semelhantes.

primeira vez e em uma mesma página, os trabalhos de Ramann (1905) e de Terzaghi (1925).

Figura 4.16. Traçados de redes de fluxo.

Fontes: Forchheimer (1914), Terzaghi e Peck (1948) e Pinto (2006).

(a) Recarga pela base de poço circular (FORCHHEIMER, 1914, p. 439).

(b) Exemplo de etapas do traçado de uma rede de fluxo, em fundação de barragem (TERZAGHI; PECK, 1948, p. 224).

(c) Rede de fluxo no interior de uma barragem de terra (PINTO, 2006, p. 150).

Terzaghi iniciara a redação de sua obra em 1923. Ela se tornaria o primeiro tratado sobre o comportamento dos solos e das obras de terra que não fosse puramente empírico (GOODMAN, 1998, p. 82). Devido ao convívio, a adoção das ideias de Forchheimer por Terzaghi não surpreende. Juntamente com aspectos de resistência e de deformabilidade, as considerações hidráulicas sobre o comportamento dos solos consistiam em uma peça fundamental para a nova área do conhecimento que Terzaghi vislumbrava. Todavia, a abrangência que ele pretendia conferir ao assunto não se esgotava na abordagem de Forchheimer para a resolução de problemas de hidráulica em meios porosos. Ele suspeitava da existência de complicadas interações

químicas entre a água e as partículas de argila, motivo pelo qual também decidiu estudar química coloidal⁴² e física do solo:

Independentemente da aplicação de engenharia [...], todos os sedimentos não consolidados devem suas propriedades às forças que atuam entre os grãos nos pontos de contato. Os experimentos devem elucidar a natureza de tais forças. Essas forças resultam da pressão do peso próprio e da ação química da água em contato com as superfícies dos grãos. Será importante estudar o atrito dos minerais, e a viscosidade e tensão superficial da água, a qual cria forças capilares devido à interface ar/superfície nos pequenos condutos intergranulares. [...] Assim, Terzaghi começou a estudar a física do solo. (GOODMAN, 1998, p. 76, tradução nossa)

Os esforços de Terzaghi foram recompensados em 1925, quando *Erdbaumechnik auf bodenphysikalischer Grundlage* *Erdbaumechnik*⁴³ (TERZAGHI, 1925) foi publicado e, basicamente, fundou a mecânica dos solos como hoje é conhecida. Desde então, nos textos de geotecnia, especialmente naqueles voltados à formação de novos engenheiros, vigora a Lei de Darcy como o principal modelo de escoamento de água (e outros fluidos) no solo (TERZAGHI; PECK, 1948; CAPUTO, 1975; PINTO, 2006; DAS, 2011). Desse modo, tornou-se implícito que o escoamento da água através do solo – o fenômeno tipicamente abordado pela geotecnia – é laminar.

Extensões para a Lei de Darcy foram elaboradas em diversas frentes, notavelmente voltadas à consideração da anisotropia e da não saturação do meio poroso.

Extensão da Lei de Darcy para meios anisotrópicos

Em problemas nos quais seja necessário considerar o efeito da anisotropia do meio quanto à condutividade hidráulica, a Equação (4.33) de Laplace não pode ser simplificada com relação a K , pois $K_i \neq K_j$ para $i \neq j$. Logo:

⁴² Durante o período em que lecionou no *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), Terzaghi conheceu o Prof. Warren K. Lewis (GOODMAN, 1998, p. 101-102), considerado o pai da engenharia química moderna. Tendo aprendido diversos conceitos sobre química coloidal com ele, acabou apresentando um trabalho em um congresso sobre o assunto: TERZAGHI, Charles. The mechanism of adsorption and of the swelling of gels. NATIONAL SYMPOSIUM ON COLLOID CHEMISTRY, 4., 1926, Cambridge (EUA). In: WEISER, H.E. (Ed.). **Colloid Symposium Monograph**: vol. 4. New York: Chemical Catalog Company, 1926. p. 58-78.

⁴³ Mecânica das obras de terra baseada na física dos solos (tradução nossa).

$$K_i \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_i} = 0 \quad (4.35)$$

Por isso, para um caso bidimensional, na qual seja conhecida a condutividade hidráulica nas direções x_1 e x_2 , a Eq. (4.35) pode ser escrita como:

$$K_1 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1^2} + K_2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_2^2} = 0 \quad (4.36)$$

Concentrando as condutividades hidráulicas em um único termo, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\frac{K_2}{K_1} \partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_2^2} = 0 \quad (4.37)$$

Desse modo, Samsioe (1931) percebera que a solução poderia ser determinada através de uma anamorfose da seção original, seguida da resolução gráfica da rede de fluxo deformada. Posteriormente, esta poderia ser reestabelecida à verdadeira grandeza. Para tanto, ele deveria distorcer a escala geométrica em uma das direções (por exemplo, x_1) por um fator:

$$x_1^* = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}} x_1 \quad (4.38)$$

Procedendo dessa maneira, recai-se na Equação (4.39) de Laplace, mas em um sistema transformado de coordenadas, no qual a resolução gráfica é praticável. (Figura 4.17).

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1^{*2}} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_2^2} = 0 \quad (4.39)$$

Por fim, deve-se determinar um coeficiente de permeabilidade equivalente K_{eq} .

Aplicando-se a Lei de Darcy a um escoamento na seção original, tem-se $q_1 = K_1 \frac{\partial \Phi}{\partial x_1}$.

Na seção transformada, a Lei de Darcy resulta em:

$$q_1^* = K_{eq} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1^*} = \frac{\partial \Phi}{\sqrt{\frac{K_2}{K_1}} \partial x_1}$$

No entanto, $q_1 = q_1^*$ deve ser verdade. Logo:

$$K_{eq} = \sqrt{K_1 K_2}$$

Figura 4.17. Anamorfose de rede de fluxo de meio poroso anisotrópico.

Fonte: adaptado de Terzaghi (1943, p. 245).

Extensão da Lei de Darcy para meios não saturados

Bouma (1989) cunhou o termo “função de pedotransferência” (FPT) para designar uma dada relação entre diferentes características e propriedades do solo e/ou dos atributos da paisagem. A determinação da condutividade hidráulica e da umidade do solo é complexa, custosa, lenta e requer *expertise*. Por essa razão, Bouma (1989, p. 197) reconheceu que a sua obtenção consistiria no principal alvo das FPTs e culminaria na proposta de uma nova disciplina, denominada “hidropedologia” (BONELL, 1998; LIN, 2003; PACHEPSKY et al., 2008). Essa área de conhecimento consiste em

“[...] um ramo entrelaçado da ciência do solo e da hidrologia que abrange abordagens interdisciplinares e multiescalares para o estudo de processos e propriedades pedológicos e hidrológicos interativos na [...] Terra” (LIN, 2003, p.2, tradução nossa).

A primeira publicação de uma FPT pode ser atribuída a Briggs e McLane (1907), que desenvolveram uma metodologia para a determinação do equivalente de umidade (EU) de um solo. Atualmente, o EU foi substituído pelo conceito de capacidade de campo (CC), sugerido por Israelsen e West (1922) e por Veihmeyer e Hendrickson

(1931). Briggs e Shantz (1912) também propuseram uma FPT ao definirem o ponto de murchamento permanente (PMP).

Nessa mesma linha, Edgar Buckingham (1867 – 1940) recomendou, em 1907, uma extensão da Lei de Darcy, a fim de quantificar o escoamento de água no solo em condição não saturada (BUCKINGHAM, 1907). Em termos modernos, ela é dada por:

$$q_i = -K(\theta_v) \frac{\partial \Phi_m(\theta_v)}{\partial x_i} \quad (4.40)$$

Em que:

θ_v conteúdo volumétrico de água no solo [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]; e
 Φ_m potencial mátrico do solo [L].

A Eq. (4.40) considera somente o potencial mátrico do solo, que está ligado à existência de forças capilares no meio poroso, e se aplica somente a escoamentos horizontais, nos quais o efeito da gravidade seja desprezível. Contudo, o grande avanço promovido por Buckingham consiste na concepção de que a permeabilidade de um solo depende do quão saturado este se encontra. Portanto, ela varia de acordo com a quantidade de água θ_v presente nos poros. Do mesmo modo, o potencial mátrico também depende de θ_v . Lorenzo A. Richards (1904 – 1993) tratou de generalizar a Eq. (4.40) ao defini-la com base em um potencial total $\Phi = \Phi_g + \Phi_m$ (em que Φ_g é o potencial gravitacional), válido para solos não expansíveis (RICHARDS, 1928):

$$q_i = -K(\theta_v) \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \quad (4.41)$$

Segundo Swartzendruber (1969, p. 219), Richards sugerira que a Eq. (4.41) fosse batizada de Equação de Buckingham, sendo que Buckingham teria preferido chamá-la de Equação de Darcy-Buckingham. Infelizmente, este nome não vingou, sendo a Eq. (4.41) rotineiramente nomeada de Lei de Darcy para condição não saturada (LIBARDI, 2012, p. 175; SWARTZENDRUBER, 1977, p. 67).

A Equação da Continuidade, tal como dada pela Eq. (4.2), não é adequada para as situações nas quais a umidade do solo possa se alterar ao longo do tempo. Assim sendo, ela deve ser reescrita como:

$$\frac{\partial \theta_v}{\partial t} = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (4.42)$$

A essa condição de continuidade, Richards (1931) aplicou a Equação de Darcy-Buckingham, Eq. (4.41), de modo que:

$$\frac{\partial \theta_v}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left[-K(\theta_v) \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right] \quad (4.43)$$

Aplicando a regra da cadeia:

$$\frac{\partial \theta_v}{\partial t} = K(\theta_v) \left(\frac{\partial^2 \Phi_m}{\partial x_i \partial x_i} + \frac{\partial^2 \Phi_g}{\partial x_i \partial x_i} \right) + \frac{\partial K(\theta_v)}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \Phi_m}{\partial x_i} + \frac{\partial \Phi_g}{\partial x_i} \right) \quad (4.44)$$

Supondo que quaisquer acelerações de campo atuantes g_i (como a devida à gravidade) sejam constantes ao longo das respectivas direções, então $\partial \Phi_g / \partial x_i = g_i$ e $\partial^2 \Phi_g / \partial x_i \partial x_i = \partial g_i / \partial x_i = 0$. Assim, obtém-se:

$$\frac{\partial \theta_v}{\partial t} = K(\theta_v) \left(\frac{\partial^2 \Phi_m}{\partial x_i \partial x_i} \right) + \frac{\partial K(\theta_v)}{\partial x_i} \frac{\partial \Phi_m}{\partial x_i} + g_i \frac{\partial K(\theta_v)}{\partial x_i} \quad (4.45)$$

Muito embora uma dedução semelhante, feita por Lewis Fry Richardson⁴⁴ (1881 – 1953), tenha sido apresentada anteriormente (RICHARDSON, 1922, p. 107-110), a Eq. (4.45) é conhecida como Equação de Richards. Trata-se de uma EDP parabólica⁴⁵, típica de problemas que envolvam a variação temporal das grandezas de interesse (tais como condução de calor e difusão de partículas). Além das condições de contorno, a resolução desse tipo de EDP requer que sejam conhecidas as condições iniciais do sistema. Estas devem ser obtidas experimentalmente, o que nem sempre é simples.

O termo $\frac{\partial \theta_v}{\partial t}$ pode ser expresso, por meio da regra da cadeia, como $\frac{\partial \theta_v}{\partial \Phi_m} \frac{\partial \Phi_m}{\partial t}$. Logo, a Equação de Richards pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial \theta_v}{\partial \Phi_m} \frac{\partial \Phi_m}{\partial t} = C(\theta_v) \frac{\partial \Phi_m}{\partial t} = K(\theta_v) \left(\frac{\partial^2 \Phi_m}{\partial x_i \partial x_i} \right) + \frac{\partial K(\theta_v)}{\partial x_i} \frac{\partial \Phi_m}{\partial x_i} + g_i \frac{\partial K(\theta_v)}{\partial x_i} \quad (4.46)$$

⁴⁴ Tannehill, Anderson e Pletcher (1997, p. 11) creditam a Richardson (1911) o primeiro trabalho relevante em dinâmica dos fluidos computacional (DFC).

⁴⁵ Uma EDP parabólica é um caso particular de EDP, cuja forma geral (em duas dimensões) é dada por $A \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1^2} + B \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_1 \partial x_2} + C \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_2^2} + D \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} + E \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} + F\Phi + G = 0$, na qual $B^2 - 4AC = 0$.

Sendo:

$C(\theta_v)$ curva de retenção [L^{-1}].

O termo $C(\theta_v) \equiv \partial \theta_v / \partial \Phi_m$ é denominado “curva de retenção” ou “curva característica água-solo” e expressa a relação entre a umidade do solo com a pressão de sucção⁴⁶ (potencial mátrico) atuante. As primeiras curvas do gênero foram publicadas por Buckingham (1907, p. 32), vide a Figura 4.18. Desde então, diversos pesquisadores publicaram modelos para a descrição dessas curvas (GARDNER, 1958; BROOKS; COREY, 1964; BRUTSAERT, 1967; LALIBERTE, 1969; FARRELL; LARSON, 1972; CAMPBELL, 1974; VAN GENUTCHEN, 1980; MCKEE; BUMB, 1987; FREDLUND; XING, 1994; FENG; FREDLUND, 1999) sendo, provavelmente, o de van Genutchen (1980) o mais famoso.

Figura 4.18. Curvas de retenção para seis solos.

Fonte: adaptado de Buckingham (1907, p. 32).

Predição de parâmetros em modelos darcianos

Após a publicação do trabalho de Darcy (1856), esforços foram envidados na tentativa de predição da condutividade hidráulica do meio poroso, com base nas propriedades do meio, prescindindo de um experimento hidráulico. Todas as propostas seguiam um

⁴⁶ A rigor, uma combinação da pressão matricial e da pressão osmótica.

modelo conceitual dado segundo a Eq. (4.47) (AUBERTIN; BUSSIÈRE; CHAPUIS, 1996).

$$K = \phi_f \phi_\eta \phi_s \quad (4.47)$$

Em que:

ϕ_f função relacionada a propriedades do fluido [$L^{-1} T^{-1}$];
 ϕ_η função relacionada ao espaço poroso [$M^0 L^0 T^0 \theta^0$]; e
 ϕ_s função relacionada à superfície dos grãos [L^2].

Uma das expressões mais populares para essa finalidade é a Fórmula de Hazen, dada pela Eq. (4.48).

$$K = C_H d_{10}^2 \quad (4.48)$$

Sendo:

K condutividade hidráulica (em cm/s) [$L T^{-1}$];
 C_H coeficiente de Hazen (em $cm^{-1} \cdot s^{-1}$) [$L^{-1} T^{-1}$]; e
 d_{10} diâmetro efetivo, em cm [L].

Essa fórmula foi originalmente proposta por Allen Hazen (1893, p. 553) para areias razoavelmente uniformes e com diâmetro efetivo entre $0,01 \text{ cm} < d_{10} < 0,3 \text{ cm}$ (HAZEN, 1893, 1911; HOLTZ; KOVACS, 1981; CODUTO, 1999). Contudo, mesmo para um escopo tão delimitado, o coeficiente C_H apresenta uma faixa extremamente ampla de valores (Figura 4.19).

Deve-se notar que, no trabalho original, Hazen (1893) propusera a seguinte expressão:

$$q = C_H d_{10}^2 (0,70 + 0,03\theta) \frac{\Delta h}{l} \quad (4.49)$$

Na qual:

θ temperatura (em $^{\circ}C$) [θ].

Hazen (1893) utilizara água a $10^{\circ}C$ na realização de seus experimentos. O termo $(0,70 + 0,03\theta)$ da Eq. (4.49) servia para o emprego de água em outras temperaturas, pois ele percebera que isso gerava variação na permeabilidade medida. Devido à

grande faixa de valores para C_H , a correção de temperatura é um preciosismo e, portanto, não foi levada adiante por outros pesquisadores (CARRIER III, 2003, p. 1054).

Figura 4.19. Faixa de valores para o coeficiente de Hazen.

Fonte: o autor, baseado no levantamento bibliográfico de Carrier III (2003).

Kozeny (1927) e Carman (1937, 1956) perceberam a semelhança entre as Leis de Hagen-Poiseuille e de Darcy. Partindo desta observação, eles assemelharam um meio poroso a um feixe de tubos capilares paralelos. A Lei de Hagen-Poiseuille, Eq. (4.13), pode ser reescrita, em termos da perda carga, Δh , e da velocidade de escoamento observada no capilar, q_{cap} , como:

$$\frac{\Delta h}{l_{cap}} = 32 \left(\frac{\mu}{\gamma} \right) \frac{q_{cap}}{D_{cap}^2} \quad (4.50)$$

Na qual:

l_{cap} comprimento efetivo do capilar [L];

q_{cap} velocidade média efetiva no capilar [$L T^{-1}$]; e

D_{cap} diâmetro do capilar [L].

Dupuit (1863) observara que a velocidade média real nos interstícios de um determinado meio poroso deve ser maior do que aquela obtida macroscopicamente, a partir da razão entre a vazão medida e a área de seção transversal do meio – afinal, a área de seção transversal efetivamente disponível ao escoamento é menor. Outro

fator a se considerar é que o comprimento efetivo percorrido no escoamento, l_{cap} , é tortuoso e, portanto, maior do que o comprimento macroscópico, l . Desse modo, a velocidade efetiva no capilar deve ser maior, a fim de que o escoamento percorra uma distância maior em um mesmo intervalo de tempo. Com isso, a relação entre a velocidade média macroscópica (q) e a que ocorre no capilar (q_{cap}) é dada por:

$$q_{cap} = \frac{q}{\eta} \frac{l_{cap}}{l} \quad (4.51)$$

A superfície específica a_s de um meio poroso é dada pela razão entre a área de superfície total do meio disponível ao escoamento, A_s , pelo volume ocupado por essa fração sólida:

$$a_s = \frac{A_s}{V(1 - \eta)}$$

Em que:

a_s superfície específica [L^{-1}];

A_s superfície total disponível ao escoamento [L^2]; e

V volume [L^3].

Desse modo, pode-se definir o raio hidráulico (médio) $\overline{R_H}$ de um meio poroso como sendo:

$$\overline{R_H} = \frac{V\eta}{a_s[V(1 - \eta)]} = \frac{\eta}{a_s(1 - \eta)}$$

Para um capilar de seção circular, $R_{H_{cap}} = D_{cap}/4$. Segundo a hipótese de que o meio poroso é composto por um feixe de tubos capilares paralelos, é lícito dizer que $R_{H_{cap}} = \overline{R_H}$. Portanto:

$$D_{cap} = \left(\frac{4}{a_s}\right) \left(\frac{\eta}{1 - \eta}\right) \quad (4.52)$$

Substituindo as Eq. (4.51) e (4.52) na Eq. (4.50), obtém-se:

$$\frac{\Delta h}{l_{cap}} = 32 \left(\frac{l_{cap}}{l}\right) \left(\frac{\mu}{\gamma}\right) \left[\left(\frac{a_s}{4}\right) \left(\frac{1 - \eta}{\eta}\right)\right]^2 \left(\frac{q}{\eta}\right) \quad (4.53)$$

Dividindo-se os dois lados da Eq. (4.53) por l e reagrupando os termos, tem-se:

$$\frac{\Delta h}{l} = 2 \left(\frac{l_{cap}}{l} \right)^2 \left(\frac{\mu}{\gamma} \right) \left[\frac{(1 - \eta)^2}{\eta^3} \right] a_s^2 q$$

Definindo a tortuosidade hidráulica do meio poroso como sendo $\epsilon = (l_{cap}/l)^2$ e revendo os dados experimentais obtidos por Kozeny (1927) e por Fair e Hatch (1933), Carman (1937) estimou que o valor do fator $2\epsilon \approx 5$. Assim:

$$\frac{\Delta h}{l} \approx 5 \left(\frac{\mu}{\gamma} \right) \left[\frac{(1 - \eta)^2}{\eta^3} \right] a_s^2 q \quad (4.54)$$

Para um meio poroso granular, constituído por partículas perfeitamente esféricas e de mesmo diâmetro d_{esf} , e que esteja em uma condição fluidizada (isto é, na qual a superfície de cada grão esteja inteiramente em contato com o fluido), a superfície específica a_s pode ser analiticamente determinada por:

$$a_s = \frac{(\pi d_{esf}^2)}{\frac{\pi}{6} d_{esf}^3} = \frac{6}{d_{esf}} \quad (4.55)$$

Em que:

d_{esf} diâmetro de partícula esférica [L].

Para partículas que não sejam esféricas, é possível utilizar-se um diâmetro equivalente, corrigido por um coeficiente de esfericidade, c_{esf} . Substituindo a Eq. (4.55) na Eq. (4.54) e tornando-a válida para meios porosos de partículas não necessariamente esféricas, resulta em:

$$i = 180 \left(\frac{\mu}{\gamma} \right) \left[\frac{(1 - \eta)^2}{\eta^3} \right] \frac{1}{c_{esf}^2 d_{esf}^2} q \quad (4.56)$$

Tal que:

c_{esf} coeficiente de esfericidade [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$].

A Eq. (4.56) é a forma mais usual de apresentação da Equação de Kozeny-Carman. Da comparação da Eq. (4.56) com a Lei de Darcy, Eq. (4.31), percebe-se que:

$$\frac{1}{K} = 180 \left(\frac{\mu}{\gamma} \right) \left[\frac{(1 - \eta)^2}{\eta^3} \right] \frac{1}{c_{esf}^2 d_{esf}^2} \quad (4.57)$$

Conforme evidenciado pela Eq. (4.57), a Equação de Kozeny-Carman é um caso específico da Lei de Darcy. Um outro modo de abordar este fato é por meio de análise dimensional. Para a elaboração de uma lei que descreva o escoamento em um dado meio poroso, é válido pensar que deva existir uma relação funcional ϕ_0 tal que:

$$\phi_0(K, \gamma, \mu, \eta, \tau, \overline{R_H}) = 0 \quad (4.58)$$

Escrevendo as variáveis intervenientes (não adimensionais) em termos de suas grandezas fundamentais:

$$[K][\gamma]^{m_1}[\mu]^{m_2}[\overline{R_H}]^{m_3} = M^0 L^0 T^0 \quad (4.59)$$

Desenvolvendo:

$$[L T^{-1}][M L^{-2} T^{-2}]^{m_1}[M L^{-1} T^{-1}]^{m_2}[L]^{m_3} = M^0 L^0 T^0$$

Portanto:

$$m_1 = -1 \qquad m_2 = 1 \qquad m_3 = -2 \quad (4.60)$$

Logo, uma nova relação funcional ϕ_1 pode ser escrita como:

$$\phi_1\left(\frac{K\mu}{\gamma\overline{R_H}^2}, \eta, \tau\right) = 0 \quad (4.61)$$

Ou, ainda, a relação funcional ϕ_2 :

$$\frac{K\mu}{\gamma\overline{R_H}^2} = \phi_2(\eta, \tau) \quad (4.62)$$

No entanto, assume-se como hipótese de que o espaço poroso do meio não se altera com o escoamento. Logo, η e τ são constantes para um dado meio e, portanto, a relação funcional ϕ_2 deverá ser constante. Assim:

$$\phi_2(\eta, \tau) = c_0 \quad (4.63)$$

Em que:

$$c_0 \dots\dots\dots \text{constante do espaço poroso } [M^0 L^0 T^0 \Theta^0].$$

Substituindo o resultado da Eq. (4.63) na Eq. (4.62) e resolvendo para K :

$$K = \left(c_0 \overline{R_H}^2\right) \left(\frac{\gamma}{\mu}\right) \quad (4.64)$$

A Eq. (4.64) evidencia que a condutividade hidráulica, K , depende tanto de características do meio ($c_0 \overline{R_H}^2$) quanto de características do fluido ($\frac{\gamma}{\mu}$). É conveniente, portanto, a definição de um coeficiente de permeabilidade, que seja intrínseco ao meio poroso (NUTTING, 1930, p. 1348-1349). Da própria Eq. (4.64), define-se:

$$K = k \left(\frac{\gamma}{\mu} \right) \Leftrightarrow k = c_0 \overline{R_H}^2 \quad (4.65)$$

Sendo que:

k coeficiente de permeabilidade intrínseca (ou de Nutting) $[L^2]$.

A Equação de Kozeny-Carman recebeu uma série de extensões para considerar, por exemplo, capilares de seção não circular (ARBHABHIRAMA; DINOY, 1973, p. 902), conforme a Eq. (4.66):

$$q = \frac{\eta \overline{R_H}^2 \gamma}{\mathbb{k}_s t \mu} \frac{dh}{dl} \quad (4.66)$$

Em que:

$\mathbb{k}_s$ fator de forma do espaço poroso $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$.

Da estatística, deriva-se a seguinte propriedade sobre a média dos quadrados e o quadrado da média de uma variável:

$$\overline{R_H^2} = (1 + c_V^2) \overline{R_H}^2 \quad (4.67)$$

Na qual:

c_V coeficiente de variação $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$.

Levando em conta o resultado da Eq. (4.67), procede-se à comparação da Eq. (4.66) com a Lei de Darcy, Eq. (4.31), e conclui-se que:

$$K = \frac{\eta (1 + c_V^2)}{\mathbb{k}_s t} \overline{R_H}^2 \frac{\gamma}{\mu} \quad (4.68)$$

A Eq. (4.68) pode ser expressa em termos da permeabilidade intrínseca k :

$$k = \frac{\eta(1 + c_V^2)}{\mathbb{K}_S \tau} R_H^{-2} \quad (4.69)$$

Comparando-se as Eqs. (4.63), (4.65) e (4.69), conclui-se que a constante c_0 (que expressa o valor da relação funcional ϕ_2) é:

$$c_0 = \frac{\eta(1 + c_V^2)}{\mathbb{K}_S \tau} \quad (4.70)$$

A despeito de sua simplicidade e de suas limitações, a Equação de Kozeny-Carman representa um avanço com relação à Fórmula de Hazen. Trata-se, provavelmente, da primeira tentativa de determinação racional das propriedades do meio poroso que interferem no escoamento. Até então, a condutividade hidráulica servia como um mero parâmetro de ajuste da relação entre gradiente hidráulico e vazão. Por meio da Equação de Kozeny-Carman, tornaram-se possíveis as tentativas de predição da permeabilidade, baseadas em características físicas do meio poroso.

4.3.3 Escoamento não darciano

Lei de Forchheimer

King (1899, p. 204) já observara que experimentos de diversos pesquisadores recorrentemente apresentavam desvios em relação à Lei de Hagen-Poiseuille e, portanto, à Lei de Darcy. Ironicamente, no mesmo relatório do USGS, Slichter (1899) derivou a Equação de Laplace, a partir da Lei de Darcy, para o movimento de águas subterrâneas. Para Swartzendruber (1962a), é surpreendente que a observação de King (1899) tenha permanecido esquecida por tanto tempo. No entanto, isso não é verdade.

Dois anos após o trabalho de King (1899), Forchheimer (1901a, 1901b) propusera uma lei para modelar o caráter não linear do escoamento em meios porosos. Conhecida como Lei de Forchheimer, ela pode ser escrita, em termos atuais, como:

$$i = aq + b q^2 \quad (4.71)$$

Sendo que:

a coeficiente linear de Forchheimer [$L^{-1} T$]; e

b coeficiente quadrático de Forchheimer [$L^{-2} T^2$].

Scheidegger (1960, p. 162) salientou que, originalmente, Forchheimer (1901a, 1901b) propusera a Eq. (4.71) com bases semiempíricas, isto é, fundamentado nos resultados experimentais discrepantes que vinham sendo relatados pelos pesquisadores e com base nas mais recentes leis empregadas na hidráulica de condutos forçados para velocidades elevadas (escoamento turbulento)⁴⁷. A bem da verdade, a Lei de Forchheimer retém enorme semelhança com a Equação (4.10) de Prony (1804), proposta quase 100 anos antes, para condutos livres e forçados. De certo modo, ela é uma extensão, para velocidades elevadas, da analogia entre escoamentos em tubos e em meios porosos anteriormente identificada por Darcy (1857). Deve-se notar que, para baixos valores de q , $bq^2 \rightarrow 0$. Assim, a Lei de Forchheimer torna-se idêntica à de Darcy, de tal modo que $a = 1/K$. A Figura 4.20 exibe uma comparação entre as leis propostas por Darcy (1856) e por Forchheimer (1901a, 1901b).

Figura 4.20. Comparação entre as Leis de Darcy e de Forchheimer.

Fonte: o autor.

Irmay (1958) e, posteriormente, Ahmed e Sunada (1969) forneceram um embasamento teórico à Lei de Forchheimer, ao derivá-la a partir das Equações de

⁴⁷ O grau de empirismo por trás da proposta de Forchheimer (1901a, 1901b) torna-se mais evidente quando se leva em consideração que, no mesmo artigo, ele também propusera uma lei polinomial de 3º grau, com a expressa finalidade de melhor se ajustar aos dados experimentais.

Navier-Stokes. Combinando as forças externas de campo e de superfície, $p_{s_i} = p + \rho g_i x_i$, Ahmed e Sunada (1969) partiram das Equações de Navier-Stokes para escoamentos em que os efeitos de compressibilidade podem ser desprezados que, em notação tensorial, são:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{s_i}}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) \quad (4.72)$$

Na qual:

p_{s_i} composição das forças externas de campo e superfície
[$M L^{-1} T^{-2}$].

Sendo as velocidades e as forças externas em cada direção sujeitas a flutuações temporais, elas podem ser descritas como a soma de uma parcela média ($\bar{u}_i$ e $\bar{p}_{s_i}$) com outra, devido à flutuação (u'_i e p'_{s_i}):

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad p_{s_i} = \bar{p}_{s_i} + p'_{s_i}$$

Ahmed e Sunada (1969) adotaram $\mathbb{U} \stackrel{\text{def}}{=} q$ e $\mathbb{L} \stackrel{\text{def}}{=} d$, respectivamente, como velocidade e comprimento característicos. Logo, as grandezas presentes na Eq. (4.72) podem ser adimensionalizadas da seguinte maneira:

$$u_i^* = \frac{u_i}{q} \quad x_i^* = \frac{x_i}{d} \quad p_{s_i}^* = \frac{p_{s_i}}{\rho q^2}$$

Sendo que:

u_i^* adimensional de velocidade [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$];
 x_i^* adimensional de distância [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$];
 d comprimento característico do escoamento em meio poroso [L]; e
 p_s^* adimensional de forças externas [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$].

Reescrevendo a Eq. (4.72) para regime permanente ($\frac{\partial u_i}{\partial t} = 0$):

$$\frac{q^2}{d} \left[(\bar{u}_j^* + u_j'^*) \left(\frac{\partial (\bar{u}_i^* + u_i'^*)}{\partial x_j^*} \right) \right] = -\frac{q^2}{d} \left[\frac{\partial (\bar{p}_{s_i}^* - p_{s_i}'^*)}{\partial x_i^*} \right] + \frac{\mu q}{\rho d^2} \left[\frac{\partial^2 (\bar{u}_i^* + u_i'^*)}{\partial x_j^* \partial x_j^*} \right] \quad (4.73)$$

Tomando a média temporal e resolvendo para $\partial \bar{p}_{s_i} / \partial x_i$:

$$\frac{\partial \bar{p}_{s_i}}{\partial x_i} = \frac{\rho q^2}{d} \left(\frac{\partial \bar{p}_{s_i}^*}{\partial x_i^*} \right) = \frac{\mu q}{d^2} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} \right) + \frac{\rho q^2}{d} \left(-\bar{u}_j^* \frac{\partial \bar{u}_i^*}{\partial x_j^*} - \overline{u_j'^* \frac{\partial u_i'^*}{\partial x_j^*}} \right) \quad (4.74)$$

Estes pesquisadores supuseram que o escoamento fosse macroscopicamente unidirecional (na direção x_1). Nessa condição, a média dos termos $\frac{\partial \bar{p}_{s_i}}{\partial x_i}$ pode ser reduzida a $\frac{dp_{s_1}}{dx_1}$. Portanto:

$$\frac{dp_{s_1}}{dx_1} = \frac{1}{\eta \mathcal{U}} \iiint_{\eta \mathcal{U}} \frac{\partial \bar{p}_{s_i}}{\partial x_i} (\eta d\mathcal{U}) \quad (4.75)$$

Substituindo a Eq. (4.74) na Eq. (4.75), a média espacial do gradiente de pressão no volume total de poro é:

$$\frac{dp_{s_1}}{dx_1} = \frac{\mu q}{d^2} \left[\frac{1}{\eta \mathcal{U}} \iiint_{\eta \mathcal{U}} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} \right) (\eta d\mathcal{U}) \right] + \frac{\rho q^2}{d} \left[\frac{1}{\eta \mathcal{U}} \iiint_{\eta \mathcal{U}} \left(-\bar{u}_j^* \frac{\partial \bar{u}_i^*}{\partial x_j^*} - \overline{u_j'^* \frac{\partial u_i'^*}{\partial x_j^*}} \right) (\eta d\mathcal{U}) \right] \quad (4.76)$$

Nesse ponto de seu artigo, Ahmed e Sunada (1969, p. 1849, tradução nossa) escrevem que “[...] o comprimento característico d é constante para um determinado meio poroso”. Os adimensionais u_i^* são sempre constantes em um ponto qualquer no espaço e no tempo, qualquer que seja o valor de q . Segundo Ahmed e Sunada (1969, p. 1849), em meios porosos homogêneos e isotrópicos, a primeira integral da Eq. (4.76) possui um valor espacialmente médio que apresenta, por razões estatísticas, pequena variância. Assim sendo, ela está relacionada às condições de contorno do domínio de escoamento. Para velocidades suficientemente baixas (isto é, em regime laminar, na zona linear), pode-se desprezar a segunda parcela da Eq. (4.76). Fica evidente, portanto, tratar-se da própria Lei de Darcy:

$$\frac{dp_{s_1}}{dx_1} = \frac{\mu q}{d^2} \left[\frac{1}{\eta \mathcal{U}} \iiint_{\eta \mathcal{U}} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} \right) (\eta d\mathcal{U}) \right] = \frac{\mu}{k} q \quad (4.77)$$

Definindo-se o termo entre colchetes como $\frac{1}{c}$, obtém-se a identidade $k = cd^2$:

$$\frac{\mu q}{d^2} \left(\frac{1}{c} \right) = \frac{\mu}{k} q \Leftrightarrow k = cd^2 \quad (4.78)$$

Tal que:

c constante do meio poroso $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$.

Segundo os autores, a constante c está ligada a propriedades geométricas do meio. Ahmed e Sunada (1969) definiram um número de Reynolds em função do comprimento característico d , para o escoamento em um determinado meio poroso, como:

$$Re_d = \frac{\rho q d}{\mu} \quad (4.79)$$

Sendo:

Re_d número de Reynolds característico do meio poroso $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$.

Dado que o número de Reynolds é, por definição, a razão entre as forças inerciais e as viscosas atuantes no escoamento, ele também pode ser calculado via parcelas da Eq. (4.76), resultando em:

$$\frac{\frac{\rho q^2}{d} \left[\frac{1}{\eta \bar{u}} \iiint_{\eta \bar{u}} \left(-\bar{u}_j^* \frac{\partial \bar{u}_i^*}{\partial x_j^*} - \overline{u_j'^* \frac{\partial u_i'^*}{\partial x_j^*}} \right) (\eta d\mathcal{U}) \right]}{\frac{\mu q}{d^2} \left[\frac{1}{\eta \bar{u}} \iiint_{\eta \bar{u}} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} \right) (\eta d\mathcal{U}) \right]} = \frac{\rho q d}{\mu} \quad (4.80)$$

Rearranjando a Eq. (4.80), vê-se que a segunda integral (termo entre colchetes) da Eq. (4.76) também é igual ao inverso da constante c , conforme resultado expresso na Eq. (4.81):

$$\frac{1}{\eta \bar{u}} \iiint_{\eta \bar{u}} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_i^*}{\partial x_j^* \partial x_j^*} \right) (\eta d\mathcal{U}) = \frac{1}{\eta \bar{u}} \iiint_{\eta \bar{u}} \left(-\bar{u}_j^* \frac{\partial \bar{u}_i^*}{\partial x_j^*} - \overline{u_j'^* \frac{\partial u_i'^*}{\partial x_j^*}} \right) (\eta d\mathcal{U}) = \frac{1}{c} \quad (4.81)$$

Essa integral é dependente de dois termos: um em função das velocidades médias e o outro em função das flutuações de velocidade. Elas dizem respeito, respectivamente, a efeitos de aceleração convectiva e de turbulência. Ahmed e Sunada (1969) argumentaram que, pela natureza distinta dos fenômenos (especialmente o caráter aleatório da turbulência), eles não poderiam ser reunidos em um único parâmetro. Portanto, seria necessário desconsiderar um deles. Baseando-se no que fora observado em canais abertos (LIU; KLINE; JOHNSTON, 1966), Ahmed

e Sunada (1969) avaliaram que a energia turbulenta deveria ser da ordem de 7% da energia média no escoamento em meios porosos. Ao levar-se em conta que, provavelmente, a energia turbulenta estaria sendo superestimada, ela poderia, seguramente, ser desprezada nos cálculos (AHMED; SUNADA, 1969, p. 1853-1854).

Por outro lado, Skjetne e Auriault (1999) chegaram à conclusão de que o termo quadrático da Lei de Forchheimer (que irá emergir da integral em discussão) se aplica de modo acurado tanto aos efeitos de aceleração convectiva quanto aos de turbulência. À luz desse resultado, diferentemente da abordagem original de Ahmed e Sunada (1969), parece lícito, nesse nível de modelagem, permitir que ambos os fenômenos (aceleração convectiva e turbulência) sejam reunidos em um único parâmetro. Portanto, substituindo-se os termos em colchetes da Eq. (4.76) por $\frac{1}{c}$, obtém-se:

$$\frac{dp_{s1}}{dx_1} = \frac{\mu q}{cd^2} + \frac{\rho q^2}{cd} = \frac{\mu}{k} q + \frac{\rho}{\sqrt{ck}} q^2 \quad (4.82)$$

Reescrevendo a Eq. (4.82) em termos de gradiente hidráulico (em vez de gradiente de pressão):

$$\frac{1}{\rho g} \frac{dp_{s1}}{dx_1} = i = \frac{\mu}{\rho g k} q + \frac{1}{g \sqrt{ck}} q^2 \quad (4.83)$$

Deve-se notar na Eq. (4.83) que, a partir das Equações de Navier-Stokes, o trabalho de Ahmed e Sunada (1969) acaba, também, por explicitar os coeficientes a e b da Lei de Forchheimer:

$$a = \frac{\mu}{\rho g k} \quad b = \frac{1}{g \sqrt{ck}} = \frac{1}{g c d} \quad (4.84)$$

Por fim, a Lei de Forchheimer pode ser expressa segundo a estrutura algébrica da Equação (4.15) de Darcy-Weisbach. Dado que $\sqrt{k} \propto \overline{R_H}$, isto é, que o coeficiente de permeabilidade intrínseca guarda, conforme a Eq. (4.65), uma relação com o raio hidráulico médio do meio poroso, define-se um número de Reynolds, $Re_{\sqrt{k}}$, tomando $\mathbb{L} \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{k}$ como sendo o comprimento característico, de modo que:

$$Re_{\sqrt{k}} = \frac{\rho q \sqrt{k}}{\mu} \quad (4.85)$$

Sendo:

$Re_{\sqrt{k}}$ número de Reynolds de permeabilidade do meio poroso
 $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$.

Explicitando-se $Re_{\sqrt{k}}$ na Eq. (4.83):

$$i = \frac{1}{Re_{\sqrt{k}} g \sqrt{k}} q^2 + \frac{1}{g \sqrt{ck}} q^2$$

Agrupando-se os termos comuns:

$$i = \left(\frac{1}{Re_{\sqrt{k}}} + \frac{1}{\sqrt{c}} \right) \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{q^2}{g} \quad (4.86)$$

Multiplicando os dois lados da Eq. (4.86) por 2 (de modo a preservar o termo cinético na forma $q^2/2g$) e fazendo uso da identidade $k = cd^2$, obtém-se a Lei de Forchheimer expressa na estrutura da Equação de Darcy-Weisbach:

$$i = \left[2 \left(\frac{1}{Re_{\sqrt{k}}} + \frac{d}{\sqrt{k}} \right) \right] \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{q^2}{2g} \quad (4.87)$$

Por comparação direta da Eq. (4.87) com a Eq. (4.15), infere-se que o termo em parênteses se trata de um fator de resistência, denominado $f_{\sqrt{k}}$:

$$f_{\sqrt{k}} = \left[2 \left(\frac{1}{Re_{\sqrt{k}}} + \frac{d}{\sqrt{k}} \right) \right] \quad (4.88)$$

Em que:

$f_{\sqrt{k}}$ fator de resistência do meio poroso $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$.

E, portanto:

$$i = f_{\sqrt{k}} \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{q^2}{2g} \quad (4.89)$$

De maneira semelhante aos trabalhos de Moody (1944) e de Rouse (1943), um diagrama relacionando $Re_{\sqrt{k}}$, $f_{\sqrt{k}}$ e $\frac{d}{\sqrt{k}}$ pode ser construído da Eq. (4.88), conforme é mostrado na Figura 4.21.

Figura 4.21. Diagrama de fator de resistência para meios porosos.

Fonte: o autor.

A semelhança entre esse diagrama e o de Moody (Figura 4.9) é evidente. Os seguintes pontos são dignos de nota:

■ Zona linear

- Para baixas velocidades (e, portanto, menores $Re_{\sqrt{k}}$), todas as curvas convergem para um mesmo trecho linear, independentemente do valor de $\frac{d}{\sqrt{k}}$. Logo, $f_{\sqrt{k}} = \phi(Re_{\sqrt{k}})$;
- Trata-se de escoamento em regime laminar, na qual é válida a lei de Darcy;
- Esse comportamento é análogo ao observado na curva $f = \frac{64}{Re_D}$ em tubos.

■ Zona pós-linear

- Há curvas distintas para $\frac{d}{\sqrt{k}}$ distintos. Nesse aspecto, o termo $\frac{d}{\sqrt{k}}$ é análogo à rugosidade relativa $\frac{\epsilon}{D}$ de tubos;
- Cada curva $\frac{d}{\sqrt{k}}$ converge para um valor assintótico de $f_{\sqrt{k}}$, dado um $Re_{\sqrt{k}}$ suficientemente elevado, deixando de depender de $Re_{\sqrt{k}}$. Ou seja, $f_{\sqrt{k}} = \phi\left(\frac{d}{\sqrt{k}}\right)$;
- Há uma região de transição entre o comportamento puramente linear e o assintótico de $f_{\sqrt{k}}$, na qual não podem ser desprezadas características nem do escoamento (relacionadas a $Re_{\sqrt{k}}$), tampouco do meio poroso (relacionadas a $\frac{d}{\sqrt{k}}$). Nessa região do gráfico, o fator de resistência é dado por uma função ϕ tal que $f_{\sqrt{k}} = \phi\left(Re_{\sqrt{k}}, \frac{d}{\sqrt{k}}\right)$.

Entretanto, deve-se ter cuidado com analogias entre o escoamento em condutos forçados e em meios porosos. Grandes diferenças residem entre os dois, especialmente devido ao reconhecimento de que o princípio do comportamento não linear em meios porosos não está ligado à emergência de turbulência (como ocorre em tubos retilíneos), mas sim a componentes inerciais. Tais componentes devem-se às acelerações e desacelerações induzidas pela conformação espacial dos poros (“tortuosidade”). Os seguintes itens requerem atenção:

■ Tubos lisos

- Na Figura 4.21, a curva $\frac{d}{\sqrt{k}} = 0$, não pode ser tomada como análoga à curva para tubos lisos;
- Para valores de Re_D elevados, mesmo em tubos lisos, observa-se desvio com relação à linearidade em razão do surgimento de flutuações de velocidade (isto é, turbulência);
- No caso de meios porosos, a curva $\frac{d}{\sqrt{k}} = 0$ implicaria num meio no qual não ocorreria, sob hipótese alguma, um desvio com relação à zona linear e ao comportamento darciano.

■ Regime de transição

- A mudança do caráter linear para o assintótico na relação $f_{\sqrt{k}} \times Re_{\sqrt{k}}$, para um dado $\frac{d}{\sqrt{k}}$ em meios porosos, não é análoga ao regime de transição que se verifica em condutos forçados. No caso de tubos, observa-se um “salto” na relação $f \times Re_D$ durante essa transição (Figura 4.10). Em meios porosos, essa curva apresenta um comportamento contínuo e suave.

■ Regime turbulento

- O diagrama para meios porosos não é adequado para tecer considerações sobre a turbulência em meios porosos. Conforme a dedução empreendida da Lei de Forchheimer a partir das Equações de Navier-Stokes, efeitos inerciais e de turbulência foram reunidos em um único parâmetro. O correto é dizer que o regime de escoamento tornou-se “não darciano”.

■ Rugosidade

- O parâmetro d não é perfeitamente análogo à rugosidade ϵ . A rugosidade é mensurável fisicamente (ou determinável hidraulicamente) e guarda relação com a subcamada viscosa. Por sua vez, o parâmetro d é um valor arbitrário conferido à escala de comprimento na dedução da Lei de Forchheimer a partir das Equações de Navier-Stokes.

A transição suave presente nas curvas para meios porosos pode ser devido à aleatoriedade geométrica das seções e condutos que constituem o espaço poroso. Colebrook e White (1937) mostraram que a transição do regime laminar para o turbulento em tubos de rugosidade uniforme (NIKURADSE, 1933) era muito mais

acentuada do que a que ocorria em tubos comerciais. Segundo as observações experimentais de Ergun e Orning (1949, p. 1179, tradução nossa), “[a] transição do domínio dos efeitos viscosos para os cinéticos [...] é suave, indicando que deve haver uma função contínua relacionando queda de pressão à taxa de escoamento”.

Predição de parâmetros em escoamentos não darcianos

A percepção de que os problemas de escoamento pudessem divergir da Lei de Darcy surgiu muito rapidamente na engenharia química, especialmente em colunas recheadas ou filtros. Blake (1923, p. 419) desenvolveu uma relação de resistência empírica, baseada em um gráfico similar aos que Rouse (1943) e Moody (1944) apresentariam duas décadas depois. Em termos modernos, esta relação é dada pela Eq. (4.90).

$$i = C_B \mu^{0,2} (\rho g)^{0,8} \left[\frac{(1 - \eta)^{1,2}}{\eta^3} \right] a_s^{1,2} q^{1,8} \quad (4.90)$$

Na qual:

C_B coeficiente de Blake $[M^{-1} L^{6/5} T^{18/5}]$.

Posteriormente, Burke e Plummer (1928) chegaram, através de análise dimensional, à uma equação semelhante, porém mais genérica e rigorosa:

$$i = C_{BP} \left(\frac{1}{g} \right) \left[\frac{(1 - \eta)}{\eta^3} \right] a_s q^2 \quad (4.91)$$

Tal que:

C_{BP} coeficiente de Burke e Plummer $[M^0 L^0 T^0 \Theta^0]$.

Ergun e Orning (1949) também elaboraram uma lei válida para perdas de carga não lineares com relação à velocidade. O resultado obtido foi uma expressão muito próxima à de Burke e Plummer (1928). Portanto, de modo a obterem uma equação geral, que também fosse válida na zona linear, eles basicamente somaram as equações de Kozeny-Carman, Eq. (4.56), e de Burke e Plummer, Eq. (4.91), obtendo:

$$i = a_{EO} \left(\frac{\mu}{\gamma} \right) \left[\frac{(1 - \eta)^2}{\eta^3} \right] a_s^2 q + b_{EO} \left(\frac{1}{g} \right) \left[\frac{1 - \eta}{\eta^3} \right] a_s q^2 \quad (4.92)$$

Em que:

a_{EO} coeficiente linear de Ergun e Orning [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]; e
 b_{EO} coeficiente quadrático de Ergun e Orning [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$].

Posteriormente, Ergun (1952) rededuziu essa equação. No entanto, realizou a mesma consideração que Kozeny e Carman a respeito do meio ser constituído por esferas uniformes. Após um ajuste de coeficientes, ele chegou na Equação de Ergun, tal como é conhecida:

$$i = 150 \left(\frac{\mu}{\gamma} \right) \left[\frac{(1 - \eta)^2}{\eta^3} \right] \left(\frac{1}{d_{esf}^2} \right) q + 1,75 \left(\frac{1}{g} \right) \left[\frac{1 - \eta}{\eta^3} \right] \left(\frac{1}{d_{esf}} \right) q^2 \quad (4.93)$$

A Equação de Ergun busca prever a condutividade hidráulica de um meio poroso granular, não consolidado e, por essa razão, é extremamente utilizada na engenharia química e no saneamento básico (TRUSSELL; CHANG, 1999; BOTARI, 2007; DU PLESSIS; WOUDBERG, 2008; KUBARE; HAARHOOF, 2010; RAO et al, 2010; BAZMI; HASHEMABADI; BAYAT, 2011; LUCKOS; BUNT, 2011; BERNIER; ROCHER; LESSARD, 2014, 2016; TUPPER et al., 2016).

Deve ser notado que o valor "150" junto ao termo linear em q na Eq. (4.93) difere do "180" empregado na Equação (4.56) de Kozeny-Carman. Contudo, é patente como a Equação de Ergun atende à estrutura algébrica da Lei de Forchheimer, do mesmo modo que a Equação de Kozeny-Carman em relação à Lei de Darcy.

Outros modelos de escoamento não darciano

Diversos pesquisadores realizaram experimentos e atribuíram os desvios observados em relação à Lei de Darcy ao fato de a fase fluida a escoar no solo ser não newtoniana (VON ENGELHARDT; TUNN, 1954; LUTZ; KEMPER, 1959; HANSBO, 1960; HADAS, 1964; THAMES, 1966). Kutilek (1972) levantou outras hipóteses, além da de fluido não newtoniano, para explicar os desvios com relação à Lei de Darcy, dentre os quais indução de potencial elétrico pelo próprio escoamento e mudanças no arranjo das partículas devido ao fluxo. De fato, ao longo de cerca de um século e meio, tantos foram os desvios observados com relação à Lei de Darcy que Kutilek (1972) compilou e categorizou uma série de curvas empíricas quanto ao seu aspecto geral, conforme a Figura 4.22.

Figura 4.22. Aspecto de curvas empíricas de resistência ao escoamento em meios porosos.

Fonte: adaptado de Kutilek (1972, p. 328).

Darcy (1857) notou a similaridade entre a lei que propusera para escoamento em areias (DARCY, 1856) e a que havia elaborado para tubos com escoamentos a baixas velocidades. Neste último caso, a mudança de um modelo linear para um quadrático está intimamente associada à transição do regime de escoamento laminar para o turbulento. Contudo, é importante ressaltar que os desvios observados com relação à Lei de Darcy e categorizados por Kutilek (1972) não se restringiram à faixa de velocidades elevadas. Na verdade, no próprio título do trabalho⁴⁸, Kutilek (1972) deixa claro que seu trabalho versa especificamente sobre a região laminar do escoamento em meios porosos. Basak (1977), por sua vez, apresentou uma proposta conceitual para o comportamento da resistência ao escoamento em meios porosos para uma ampla faixa de velocidades (Figura 4.23), compreendendo os desvios observados tanto em baixas (KUTILEK, 1972) quanto em altas velocidades (FORCHHEIMER, 1901a, 1901b).

Segundo a proposta de Basak (1977), o escoamento em um meio poroso pode ser dividido em cinco zonas quanto ao gradiente hidráulico e às velocidades correspondentes:

⁴⁸ "Non-darcian flow of water in soils — laminar region: A review" [Escoamento não darciano de água nos solos — região laminar: Uma revisão].

Figura 4.23. Lei de resistência conceitual para escoamento em meios porosos em ampla faixa de velocidades.

Fonte: baseado em Basak (1977, p. 460).

i_0 : gradiente mínimo de mobilização do escoamento [$M^0 L^0 T^0 \theta^0$].

■ Zona sem fluxo

- Nessa zona, imperam forças elétricas de superfície, capazes de agir contra o gradiente hidráulico inicialmente aplicado até que este atinja um valor limiar (i_0), que permita o início do escoamento;
- Passível de ocorrer em meios porosos densos ou de alto conteúdo coloidal.

■ Zona pré-linear

- A relação gradiente-velocidade é não linear devido às interações eletrostáticas nas interfaces sólido-fluido;
- Passível de ocorrer em meios porosos com superfícies ativas.

■ Zona linear

- Tanto as forças de superfície quanto as inerciais são desprezíveis se comparadas às viscosas, garantindo uma relação gradiente-velocidade linear;
- Ocorre em praticamente todos os solos naturais, sendo, também, bastante comum nos demais meios porosos.

■ Zona pós-linear laminar

- O desvio da linearidade darciana nessa zona se deve ao incremento das forças inerciais em comparação às viscosas. No entanto, o escoamento ainda se processa de modo laminar, sem flutuações locais de velocidade.

■ Zona pós-linear turbulenta

- Ocorrência de flutuações de velocidade e surgimento de vórtices, caracterizando o regime de escoamento como turbulento. Grande parte da energia aplicada ao fluido (gradiente hidráulico) é dissipada através de mecanismo turbulento.

Trussell e Chang (1999) realizaram uma proposta de divisão dos regimes de escoamento em meios porosos (a partir do início da zona linear), muito semelhante à de Basak (1977), conforme o Quadro 4.2. Todavia, não ficaram claras quais velocidade e comprimento característicos foram considerados na determinação de Re .

Quadro 4.2. Regimes de escoamento em meios porosos.

		<i>Re</i> ~1	<i>Re</i> ~100	<i>Re</i> ~800	
		Darcy	Forchheimer		
Regime de Escoamento		Laminar efeitos inerciais desprezíveis	Laminar efeitos viscosos predominantes	Transição efeitos inerciais predominantes	Turbulento escoamento irregular e caótico
Lei		$i = \frac{1}{K} q$	$i = a q + \ell q^2$		

Fonte: adaptado de Trussell e Chang (1999, p. 1002), complementado pelos achados de Skjetne e Auriault (1999).

Não à toa, uma enorme quantidade de esforço tem sido dispendida na elaboração de modelos, para as zonas pré e pós-lineares, que melhor se ajustem aos resultados experimentais (Quadro 4.3).

Quadro 4.3. Leis para as zonas pré e pós-lineares de escoamento em meios porosos.

	Autor	Equação (Fundamentação)	
Zona Pré-Linear	Darcy (1856), Hubbert (1940)	$q = Ki$	(E,T)
	Kozeny (1927), Carman (1937, 1956)	$q = \frac{c_{esf}^2 d_{esf}^2}{180} \left(\frac{\gamma}{\mu} \right) \left[\frac{\eta^3}{(1-\eta)^2} \right] i$	(S)
	Izbash (1931), Hansbo (1960)	$q = Ai^B, B \geq 1$	(E)
	Puzyrevskaya (1931)	$q = K(i - i_0)$	(E)
	Slepicka (1961)	$q = A \left(\frac{\mu}{\sigma_s} \right)^{B-1} (Ci)^B, B > 1$	(S)
	Swartzendruber (1962a)	$q = A \left[i - B \left(1 - e^{-\frac{i}{B}} \right) \right]$	(E)
	Swartzendruber (1962b)	$q = A[i - B(1 - e^{-Ci})]$	(E)
	Kutilek (1965)	$q = A \left[\left(\frac{1}{B} \right) \log(C + e^{Bi}) - D \right]$	(E)
	Volarovich e Churaev (1966)	$q = Ai + \frac{C}{i^3} - B$	(E)
	Nerpin e Chudnovsky (1967)	$q = Ki \left[\frac{1}{3} \left(\frac{i_0}{i} \right)^4 - \frac{4}{3} \left(\frac{i_0}{i} \right) + 1 \right]$	(T)
Zona Pós-Linear	Forchheimer (1901a, 1901b)	$i = Aq + Bq^2$	(E)
	Forchheimer (1901a, 1901b)	$i = Aq + Bq^2 + Cq^3$	(E)
	Izbash (1931)	$q = Ai^B, B < 1$	(E)
	Missbach (1937)	$i = Aq^B, B > 1$	(E)
	Muskat (1937), Harr (1962)	$i = Aq + Bq^C$	(E)
	Rose (1951)	$i = Aq + Bq^{3/2} + Cq^2$	(E)
	Ergun (1952)	$i = \frac{150\mu(1-\eta)^2}{\gamma} \frac{1}{\eta^3} \frac{1}{d_{esf}^2} q + \frac{1,75}{g} \frac{1-\eta}{\eta} \frac{1}{d_{esf}} q^2$	(S)
	Escande (1953)	$q = (Ai)^{1/2}$	(E)
	Wilkins (1956)	$q = 32,9 R_H^{0,5} i^{0,54}$	(S)
	Wilkins (1956)	$i = \frac{0,0465}{R_H^{0,925} \eta^{1,85}} q^{1,85}$	(S)
	Polubarinova-Kochina (1952)	$i = Aq + Bq^2 + C \left(\frac{\partial q}{\partial t} \right)$	(T)
	Irmay (1958)	$i = Aq + Bq^2$	(T)
	Ward (1964)	$\frac{dp}{dl} = \frac{\mu}{k} q + \frac{C\rho}{\sqrt{k}} q^2$	(T)

continua...

Quadro 4.3. Leis para as zonas pré e pós-lineares de escoamento em meios porosos.

...conclusão

Zona Pós-Linear	Autor	Equação (Fundamentação)
	Slepicka (1961)	$q = A \left(\frac{\mu}{\sigma_s} \right)^{B-1} (Ci)^B, B \leq 1$ (S)
	Ahmed e Sunada (1969)	$i = \frac{\mu}{\rho g k} q + \frac{1}{g \sqrt{ck}} q^2$ (T)
	McCorquodale, Hannoura e Nasser (1978)	$i = 70 \frac{\nu}{g \eta R_H^2} q + 1,75 \frac{(1-\eta)}{d_p \rho g \eta^3} q^2$ (S)
	Stephenson (1979)	$i = \frac{A}{g d_p \eta^2} q^2$ (S)
	Kovács (1981)	$i = 144 \frac{\nu(1-\eta)^2}{g \eta^3 d_p^2} q + 2,4 \frac{1-\eta}{g \eta^3 d_p} q^2$ (S)
	Martins (1990, 1991)	$i = \frac{(1-\eta)}{0,56^2 \eta^3 2 g d_p} q^2$ (S)
	van Gent (1992)	$i = 1207,06 \frac{(1-\eta)^2 \nu}{g \eta^3 d_p^2} q + 1,209 \frac{1-\eta}{d_p g \eta^3} q^2$ (S)
	Stephenson (1979) <i>apud</i> Li, Garga e Davies (1998)	$i = 800 \frac{\nu}{d_p^2 g \eta} q + 4 \frac{1}{g d_p \eta^2} q^2$ (S)
	Sidiropoulou, Moutsopoulos e Tsihrintzis (2007)	$i = (0,00333 d_p^{-1,5} \eta^{0,06}) q + (0,1943 d_p^{-1,265} \eta^{-1,1414}) q^2$ (S)
	Lee et al. (2014)	$i = \frac{\mu}{0,903 \gamma} \frac{(1-\eta)^A}{\eta^5} a_s^2 q + 0,66 \frac{1-\eta}{g \eta^3} a_s q^2$ (S)
	Kim, Lee e Jeong (2014)	$i = \frac{32\mu}{\gamma \eta d_p^2} q + \frac{4\sqrt{2}A}{g \eta^{1/2} d_p} q^2$ (S)

Fonte: o autor, baseado em Scheiddeger (1960), Kutilek (1972), Basak (1977), Li, Garga e Davies (1998) e Sedghi-Asl, Rahimi e Salehi (2014), com correções e inclusões.

Fundamentação da equação: (E) Empírica; (S) Semiempírica; (T) Teórica.

A, B, C, D: coeficientes diversos; σ_s : tensão superficial [$M T^{-2}$]; d_p : diâmetro de partícula [L].

Grande parte das equações propostas, especialmente aquelas destinadas à zona pós-linear, consiste de leis polinomiais ou de potência entre o gradiente hidráulico e a velocidade do escoamento. Sobre a existência de duas zonas pós-lineares, Scheiddeger (1960, p. 172-173, tradução nossa ⁴⁹) apresentou uma excelente discussão, na qual aborda a diferença entre não linearidade e turbulência:

⁴⁹ Os símbolos empregados na tradução foram alterados com relação ao original, a fim de refletir a convenção adotada no presente trabalho.

Para turbulência real, deve-se adotar o número de Reynolds crítico para a velocidade no poro igual a cerca de 2000. Este é o número de Reynolds no qual a turbulência ocorre em um tubo *retilíneo* e [...] também deve ser o número de Reynolds na qual se instalaria turbulência no meio poroso, caso a não linearidade observada fosse devido à *turbulência real*. De modo a fazer uma comparação adequada, a velocidade no poro q_{cap} deve ser expressa em termos de velocidade de escoamento q . Utilizando-se da suposição de Dupuit-Forchheimer, obter-se-ia $q_{cap} = q\eta$. Contudo, deve-se lembrar que a suposição de Dupuit-Forchheimer não é válida para os presentes modelos. Se os canais de fluxo são, conforme postulado, independentes um do outro nas três direções espaciais, apenas 1/3 da porosidade está disponível para o fluxo em uma dada direção e, para a qual, $q = q_{cap}\eta/3$, correspondentemente. Assim, expresso em termos de velocidade de descarga, o número de Reynolds crítico será $\eta/3$ vezes o original. Portanto, para um meio com porosidade $\eta = 0,2$, a turbulência deve se estabelecer com um número de Reynolds (em termos de q) igual a aproximadamente 130. Esse valor está cerca de cinquenta vezes acima dos limites observados para a Lei de Darcy. A única conclusão possível é a de que a não linearidade observada não é primordialmente devida ao início da turbulência, mas devido ao surgimento de efeitos de inércia no fluxo laminar decorrentes da curvatura dos canais de fluxo.

Diversos pesquisadores relataram distintos números de Reynolds para o início do comportamento puramente turbulento: $40 < Re < 140$ (SCHNEEBELI, 1955), $Re > 600$ (HUBBERT, 1956) ou $90 < Re < 120$ (WRIGHT, 1968)⁵⁰. Para Trussell e Chang (1999, p. 1001), este não é um fato surpreendente pois, diferentemente do que ocorre em tubos retilíneos, o desencadeamento da turbulência em meios porosos está, muito provavelmente, atrelado a características distintas de cada meio. Skjetne e Auriault (1999) buscaram melhor definir a separação entre esses dois regimes. Seu trabalho baseou-se, entre outras, na aplicação da Teoria da Camada Limite a um meio poroso. Em suas conclusões, os pesquisadores apontaram que, para a zona pós-linear (tanto laminar quanto turbulenta), o modelo proposto por Forchheimer (1901a, 1901b) era coerente.

De fato, diversos dos modelos listados no Quadro 4.3 consistem de equações polinomiais de 2º grau, incluindo as leis de potência, caso essas assumam expoente

⁵⁰ Não ficaram claras quais as escalas de comprimento e de velocidade empregadas por Schneebeli (1955), Hubbert (1956) e Wright (1968) na determinação desses números de Reynolds. Por esse motivo, empregou-se o símbolo Re , genérico, para designar as referidas quantidades.

igual a 2. Apesar da profusão de modelos semiempíricos propostos (vários, inclusive, recentes), essas formulações não passam, muitas vezes, de calibrações dos parâmetros a e b da Lei de Forchheimer para problemas específicos. Não se questiona o valor dessas contribuições, cujos avanços propiciados em suas respectivas áreas são perceptíveis e inegáveis. Contudo, a última contribuição relevante, do ponto de vista teórico, parece ter ocorrido há meio século, com Ahmed e Sunada (1969). A partir das Equações de Navier-Stokes, eles fundamentaram a Lei de Forchheimer. Além disso, eles conseguiram explicitar, nos coeficientes desta lei, os parâmetros referentes às características do fluido, do escoamento e do meio poroso.

5 O PRINCÍPIO DA ENTROPIA MÁXIMA NA HIDRÁULICA

*No one really knows what entropy really is, so in a debate you will always have the advantage.*⁵¹

John von Neumann (1903 – 1957)
Matemático húngaro-estadunidense.

5.1 ENTROPIA: ASPECTOS HISTÓRICOS E CONCEITUAIS

Uma série de conceitos de entropia foi proposta e empregada com êxito na ciência ao longo da história, abrangendo áreas que compreendem a termodinâmica, a teoria de informação e a mecânica quântica. Wehrl (1991) discutiu os sugeridos por Clausius, Boltzmann, Gibbs, von Neumann, Shannon, Baron-Jauch, Hartley, Rényi, Daroczy, Aczel-Daroczy, Ingarden-Urbaniak, Kullback, Kolmogorov-Sinai, Connes-Størmer, Connes-Narnhofer-Thirring, e o de entropia topológica.

Dentre os tipos de entropia listados, há algumas tratativas no sentido de generalizar conceitos pertinentes a casos mais particulares, mas não tentativas de provar equivocados os conceitos predecessores. Todos podem coexistir pois:

[...] a entropia é um conceito antropomórfico, não apenas no bem conhecido sentido estatístico de medir a extensão da ignorância humana quanto ao microestado. *Mesmo no nível puramente fenomenológico, a entropia é um conceito antropomórfico.* Pois é uma propriedade, não do sistema físico, mas das experiências particulares que você ou eu escolhemos nele realizar. (JAYNES, 1965, p. 398, tradução nossa, itálico do autor)

Na presente tese, emprega-se o conceito de entropia de Shannon, oriundo da área conhecida por teoria da informação. Porém, visto a importância de sua adequada desambiguação, uma breve revisão histórica e conceitual sobre entropia soa oportuna.

⁵¹ “Ninguém realmente sabe o que a entropia é de fato, então em uma discussão você sempre terá a vantagem.” (tradução nossa)

5.1.1 Termodinâmica e a origem do termo entropia

Carnot, Kelvin e os princípios da termodinâmica

Segundo Kostic (2011), as leis da termodinâmica ultrapassam o mero significado das suas expressões matemáticas. Elas possuem implicações de ordem filosófica, posto que lidam com a compreensão de todas as transformações que ocorrem no universo e, em última instância, com o entendimento da própria existência.

A expressão “termodinâmica” foi cunhada por William Thomson (1824 – 1907), Lorde Kelvin, em 1854 (THOMSON, 1857, p. 123) para designar um novo campo do conhecimento que vinha se desenvolvendo rapidamente na esteira da Revolução Industrial. Contudo, o grande marco dessa ciência reside na publicação da obra de Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796 – 1832), intitulada *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres a développer cette puissance*⁵². Até então, as melhores máquinas térmicas disponíveis eram bombas d’água empregadas nas minerações de estanho e de cobre na região da Cornualha, Inglaterra, cujo rendimento não ultrapassava 5 por cento (CAMPBELL, 1982). Carnot (1824) apresentou uma série de princípios, tais como o ciclo de Carnot, a máquina térmica, o teorema de Carnot e a medida de eficiência termodinâmica. É, também, mérito deste cientista o esboço do que hoje é denominada Segunda Lei da Termodinâmica. Contudo, apesar do brilhantismo dessa obra, ela permaneceu esquecida por uma década. Foi Benoît Paul-Émile Clapeyron (1799 – 1864) quem a retomou, como ponto de partida de seu trabalho (CLAPEYRON, 1834, p. 155).

James Prescott Joule (1818 – 1889) publicou, em 1843, o que se considera o trabalho precursor da Primeira Lei da Termodinâmica (JOULE, 1843). Junto com o de Carnot (1824), tratam-se dos dois trabalhos que foram caros a Lorde Kelvin na elaboração das conclusões de seu artigo de 1852 (THOMSON, 1852, p. 306, tradução nossa):

1. Existe atualmente no mundo material uma tendência universal à dissipação da energia mecânica.

⁵² Reflexões sobre a força motriz do fogo e sobre as máquinas próprias para desenvolvê-la (tradução nossa)

2. Qualquer restauração de energia mecânica, sem contar com mais do que o equivalente de dissipação, é impossível em processos materiais inanimados e provavelmente nunca é efetuada por meio de matéria organizada, seja esta dotada de vida vegetal ou sujeita à vontade de uma criatura animada.

3. Dentro de um período finito de tempo passado, a Terra deve ter sido – e dentro de um período finito de tempo há de vir novamente a ser – imprópria para a habitação do Homem, a menos que processos impossíveis, segundo as leis às quais os processos conhecidos e em andamento no mundo material estão sujeitos, tenham sido ou sejam realizados.

Clausius e a primeira definição de entropia

Apesar dos avanços, tanto Carnot (1824) quanto Lorde Kelvin (THOMSON, 1852) não conseguiram descrever, a contento, a natureza da dissipação da energia mecânica e da sua transformação em calor. Afinal, se a energia se conserva, apenas mudando de forma, por qual motivo os processos não eram plenamente reversíveis?

Foi por meio do artigo de Clapeyron (1834) que Rudolf Clausius (1822 – 1888) entrou em contato com o trabalho de Carnot (1824). Clausius (1850) apontou uma aparente contradição entre o princípio de Carnot e o conceito de conservação de energia embutido na Primeira Lei da Termodinâmica (JOULE, 1843). Contudo, é em 1865 que ele publica seu mais importante artigo, no qual nomeia e define matematicamente o conceito de entropia:

Se procurarmos um nome significativo para S , poderíamos dizer [que este seria] o conteúdo transformacional de um corpo. Mas, como penso que é melhor tomar nomes de cifras tão importantes na ciência a partir das línguas antigas, para que possam ser usadas em todas as novas línguas, proponho que o de S seja a palavra grega $\eta\ \tau\rho\omicron\pi\eta$, Transformação, para designar a entropia de um corpo. A palavra entropia foi deliberadamente formada o mais semelhante possível à palavra energia, pois as duas magnitudes que devem ser nomeadas por essas palavras estão tão intimamente relacionadas uma à outra, em seus significados físicos, que uma certa similaridade nas suas nomeações parece-me ser expediente. (CLAUSIUS, 1865, p. 390, tradução nossa)

Para processos reversíveis, a variação da entropia S entre dois estados Ω , inicial e final, tem-se que:

$$S_{final} - S_{inicial} = \int_{\Omega_{inicial}}^{\Omega_{final}} \frac{dQ}{\theta} \quad (5.1)$$

Tal que:

S entropia termodinâmica [$M L^2 T^{-2} \Theta^{-1}$];

Ω estado do sistema; e

Q calor [$M L^2 T^{-2}$].

Por fim, Clausius (1865, p. 400, tradução nossa) concluiu:

[...] Se concebermos que possa ser determinada para o universo – de modo consistente e com o devido respeito a todas as circunstâncias envolvidas – a magnitude que, para um único corpo, chamei de entropia; e ao mesmo tempo, introduzirmos o conceito [...] de energia, podemos expressar as leis fundamentais do universo e que correspondem aos dois teoremas principais da [termodinâmica] da seguinte e simples forma:

- 1) A energia do universo é constante.
- 2) A entropia do universo tende a um máximo.

5.1.2 Teoria cinética dos gases e a quantificação da entropia

Maxwell e a primeira lei estatística da física

O movimento e a composição dos anéis de Saturno figuravam entre as perguntas emergentes na ciência desde que foram observados por Galileu Galilei (1564 – 1642), em 1610. Sobre elas, James Clerk Maxwell (1831 – 1879) escrevera:

Existem algumas questões na Astronomia às quais somos atraídos devido à sua peculiaridade, como a possível ilustração de algum princípio desconhecido, e não por conta de qualquer vantagem direta que a sua solução possa proporcionar à humanidade. [...] Não estou ciente de que qualquer uso prático tenha sido feito dos Anéis de Saturno, seja na Astronomia ou na Navegação. [...] Mas quando contemplamos os anéis de um ponto de vista puramente científico, eles se tornam os corpos mais notáveis nos céus, exceto, talvez, por aqueles corpos ainda menos úteis – as nebulosas espirais. Quando nos deparamos com aquele grande arco suspenso sobre o equador do planeta sem nenhuma conexão visível, não conseguimos sossegar nossas mentes. Não podemos simplesmente admitir que tal é o caso, e descrevê-lo como um dos fatos observados na natureza,

não admitindo ou exigindo explicação. Nós devemos ou explicar seu movimento sobre os princípios da Mecânica, ou admitir que, nos domínios de Saturno, possa haver movimento regido por leis que não podemos explicar... (MAXWELL, 1859, p. 1, tradução nossa)

Não é de se estranhar, portanto, que tais questionamentos tenham atraído a atenção de cientistas notáveis, tais como Christiaan Huygens (1629 – 1695), Giovanni Cassini (1625 – 1712) e Pierre-Simon Laplace (1749 – 1827). Pela mesma razão, motivaram o tema do Prêmio Adams de 1856, da Universidade de Cambridge, e em cuja banca julgadora figurava William Thomson. Segundo as regras do prêmio, três eram as hipóteses sobre a composição dos anéis a serem consideradas:

- A de que eles eram rígidos;
- A de que eles eram fluidos ou parcialmente gaseiformes; ou
- A de que eles consistiam de massas de matéria segregada.

O prêmio foi concedido no ano subsequente a Maxwell (1859). Tendo em vista a estabilidade e o movimento dos anéis, ele demonstrara que somente a terceira hipótese se sustentava. Ou seja, o movimento observado nos anéis de Saturno era devido à composição dos movimentos de uma enormidade de partículas atuando sistemicamente.

Os interesses de Maxwell não se restringiam à astronomia, à ótica ou ao eletromagnetismo – campos nos quais suas contribuições o tornaram renomado. Ele considerava a termodinâmica “uma ciência com fundações sólidas, definições claras e fronteiras distintas” (MAXWELL, 1878, p. 257, tradução nossa). Quase que simultaneamente à publicação de seu trabalho sobre os anéis de Saturno (e, provavelmente, inspirado na mesma ideia), ele generalizou a teoria cinética dos gases iniciada por Clausius (1857). Este descrevera os movimentos translacional, rotacional e vibracional das moléculas e postulou (com a introdução do conceito de livre caminho médio) que eles se alteravam em virtude dos choques entre tais partículas. Contudo, para haver choques, as partículas deveriam se mover a velocidades diferentes. Assim, Maxwell (1860a, 1860b) se pôs a derivar a distribuição de velocidades para as moléculas constituintes de um determinado gás. Com isso, postulou a primeira lei da física de cunho estatístico.

Boltzmann, Gibbs e a quantificação da entropia

Em 1872, Ludwig Boltzmann (1844 – 1906) publicou um de seus mais importantes trabalhos, com dois resultados célebres. O primeiro trata do aprimoramento do que fora alcançado por Maxwell, procedendo ao que atualmente se chama “distribuição de Maxwell-Boltzmann” de velocidades. Já o segundo decorre da afirmação de Boltzmann (1872) de que, independentemente do estado inicial de um sistema gasoso, este sempre tenderá a evoluir para uma situação de equilíbrio termodinâmico. Esse resultado, conhecido como “Teorema-H”, estabeleceu uma definição mais sólida e operacional do conceito de entropia. Esta, na versão de Boltzmann, se aplicava a gases ideais, compostos por partículas idênticas e de comportamento estatisticamente independente, com microestados equiprováveis. A fórmula da entropia de Boltzmann⁵³ é dada por (PLANCK, 1901, p. 556):

$$S = k_B \ln W \quad (5.2)$$

Sendo:

k_B constante de Boltzmann⁵⁴ [$M L^2 T^{-2} \Theta^{-1}$]; e
 W número de microestados possíveis [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$].

Por fim, uma proposta foi apresentada por Gibbs (1902) e que se aplicava melhor à termodinâmica para um sistema, restrito por fronteira, capaz de assumir uma série de microestados, cada qual com uma probabilidade de ocorrência:

$$S = k_B \sum p_w \ln p_w \quad (5.3)$$

Na qual:

p_w probabilidade de ocorrência de um determinado microestado w .

⁵³ Ironicamente, a fórmula de Entropia de Boltzmann tal qual foi gravada em sua lápide, $S = k \log W$, nunca fora escrita por Boltzmann, mas por Max Planck (1858 – 1947) enquanto avançava em seus estudos rumo à mecânica quântica.

⁵⁴ $k_B = 1,38065 \cdot 10^{-23} J/K$.

Para Jaynes (1968, p. 233), apesar do sucesso na aplicação da entropia de Gibbs à estatística quântica, é somente a partir do trabalho de Shannon que toda a sua significância e generalidade puderam ser inteiramente compreendidas.

5.1.3 Teoria da informação e um novo conceito de entropia

Shannon e o surgimento da teoria da informação

Entre 1940 e 1941, o momento era favorável à Alemanha Nazista durante a Segunda Guerra Mundial. Suas máquinas *Enigma* tornavam sua comunicação segura por um nível de criptografia então insuperável. Além disso, nessa mesma época iniciara-se a *Blitz*⁵⁵, uma operação de constantes bombardeios noturnos sobre a Grã-Bretanha. Coincidentemente, as respostas dos Aliados para essas duas prementes questões basearam-se em um mesmo predicado científico-tecnológico. Segundo Piqueira (2016, p. 340):

A Segunda Grande Guerra utilizou-se de tecnologias sofisticadas para a destruição. Os bombardeios aéreos causaram muitas mortes e devastaram cidades. Evitá-los e preveni-los eram questões de vida ou morte e, para tanto, ouvir as comunicações dos inimigos e decifrar seus códigos era uma atividade indispensável.

Muito embora *Yellow Peril*⁵⁶ (WIENER, 1942), trabalho de Norbert Wiener (1894 – 1964) sobre automação e controle de artilharia antiaérea, tenha apresentado enormes progressos matemáticos (e resultados efetivos a favor dos Aliados), os conceitos subjacentes eram formulados em termos tímidos ou pouco compreensíveis aos então teóricos de comunicação. Eles eram carentes de conhecimentos matemáticos mais avançados e dotados de ideias predominantemente determinísticas (CAMPBELL, 1982). Os avanços mais tangíveis à emergência de um novo campo de conhecimento, envolvendo comunicação e computação, advieram de Allan Turing (1912 – 1954) e de

⁵⁵ Do alemão “relâmpago”, em alusão à velocidade, à força e ao caráter surpresa dessa ação militar.

⁵⁶ Do inglês “perigo amarelo”, em referência tanto à cor da capa do relatório (à época, confidencial) quanto à dificuldade matemática em compreendê-lo.

Claude E. Shannon (1916 – 2001), que, de modo independente, realizavam pesquisas relacionadas à criptografia.

Com o final da Segunda Guerra Mundial, Shannon passou a trabalhar nos Laboratórios Bell onde, em 1948, publicou (em duas partes) o artigo intitulado *A Mathematical Theory of Communication*⁵⁷ (SHANNON, 1948a, 1948b). Esse trabalho pioneiro levou seu autor a ser conhecido como o “pai da teoria da informação”. Seu objetivo era analisar a qualidade da transmissão de uma mensagem enviada de uma fonte a um destinatário através de um sistema de comunicação e, por conseguinte, a confiabilidade de seu conteúdo. Para isso, Shannon estabeleceu que um sistema de comunicação era composto dos elementos mostrados na Figura 5.1.

Figura 5.1. Esquema de um sistema genérico de comunicação.

Fonte: adaptado de Shannon (1948a, p. 381).

A compreensão do diagrama proposto por Shannon (1948a, p. 381) depende do esclarecimento de seus termos-chave:

- Fonte de informação
 - Quem ou aquilo que produz uma mensagem a ser comunicada à extremidade receptora (destinatário).

⁵⁷ “Uma teoria matemática da comunicação”. (tradução nossa)

■ Mensagem

- Entidade a ser comunicada da fonte ao destinatário;
- Deve ser única com relação a todas as demais mensagens possíveis de serem comunicadas pela fonte de informação;
- Normalmente, é dotada de algum *sentido* para a fonte e para o destinatário, isto é, ela se correlaciona a alguma entidade física ou conceitual por meio de algum sistema de significação.

■ Transmissor

- Entidade responsável pela transformação da mensagem em um sinal apto a ser transmitido através de um canal.

■ Canal

- Meio utilizado para a transmissão do sinal entre o transmissor e o receptor.

■ Sinal

- Mensagem codificada (portanto, uma função da mensagem);
- Deve respeitar um conjunto preestabelecido e conhecido de regras de codificação por parte da fonte e do destinatário.

■ Receptor

- Entidade responsável pela reversão do sinal em mensagem

■ Destinatário

- Extremidade oposta à fonte de informação, à quem ou àquilo que se destina a mensagem.

■ Fonte de ruído

- Designação que engloba as modificações que um sinal pode sofrer ao longo de sua transmissão entre a fonte e o destinatário – possivelmente afetando a mensagem recebida.

Entropia de informação

Seja a recepção de um sinal um evento representável pela variável aleatória Ψ , dotada de n estados possíveis ψ_i , tal que $\Psi: \{\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots, \psi_n\}$. Seja também $\mathcal{P}(\psi_i): \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$ a distribuição de probabilidades respectiva aos possíveis estados de Ψ . Shannon percebera que uma medida $H(p_1, p_2, p_3, \dots, p_n)$ para a informação apreendida em uma série de eventos deveria possuir as seguintes propriedades:

- H deve ser contínua com relação a $\mathcal{P}$.
- Caso $\mathcal{P}$ seja equiprovável (ou seja, $p_i = 1/n$), H deverá ser uma função monotonicamente crescente com relação a n . Isso se deve ao fato de que, sendo os sinais transmitidos igualmente prováveis, há maior incerteza sobre qual, de fato, será transmitido.
- A informação total ganha (ou, em outras palavras, a incerteza resolvida) no caso de eventos (sinais) condicionais deve corresponder à soma da informação ganha em cada um dos eventos (sinais).

Shannon (1948a, p. 393)⁵⁸ demonstrou que para a função H ser capaz de satisfazer tais propriedades, ela deve obrigatoriamente ser da seguinte forma:

$$H(\Psi) = -k_{\log} \sum_{i=1}^n p_i \log_k p_i \quad (5.4)$$

Na qual:

H entropia de informação (de Shannon) [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$];
 $k_{\log}$ constante dependente da base do logaritmo [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$];
 n número de estados possíveis de Ψ [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$];
 p_i probabilidade de um dado evento i [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$]; e
 k base do logaritmo [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$].

Portanto, H é a informação adquirida, em média, com a ocorrência de um evento qualquer. Sob outra perspectiva, pode-se dizer que H representa o grau de incerteza com relação à ocorrência de um evento qualquer. Pelo fato da Eq. (5.4) possuir a mesma estrutura de “certas formulações na mecânica estatística” (SHANNON, 1948a, p. 393, tradução nossa) e, também, por causa da sugestão anedótica feita por von Neumann⁵⁹, deu-se à quantidade H o nome de entropia.

Muito embora H seja adimensional, é comum lhe designar uma unidade que faça referência à base k empregada no logaritmo da Eq. (5.4). Normalmente, utilizam-se a

⁵⁸ A demonstração integral deste resultado (denominado *Teorema 2*) encontra-se em Shannon (1948a, p. 419-420), Apêndice 2.

⁵⁹ Von Neumann teria sugerido a Shannon nomear a quantidade H de entropia pois, “dado que ninguém realmente sabe o que a entropia é de fato, então em uma discussão você sempre terá a vantagem” (CAMPBELL, 1982).

base 2, a base 10 ou a base natural. Para cada uma destas, têm-se as unidades *bit* (ou *shannon*, *Sh*), *dit* (ou *hartley*, *Hart*) e *nat*, respectivamente. A constante $k_{\log}$ surge a fim de compatibilizar as entropias medidas, sob diferentes unidades, para uma mesma variável aleatória. Portanto, arbitrando-se a base natural para a Eq. (5.4) como sendo a fundamental (isto é, $k \equiv e$ e $k_{\log} \equiv 1$), obtém-se:

$$H(\Psi) = - \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i \quad (5.5)$$

Corolários

O primeiro resultado notável decorrente da Eq. (5.5) é com relação ao cálculo da entropia para uma variável Ψ , cujo um dos estados ψ^* apresente probabilidade $p^* = 1$. Isto quer dizer que $\Psi: \{\psi^*\}$ é uma variável determinística. Aplicando na Eq. (5.5):

$$H(\Psi) = - \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i = -p^* \ln p^* = -1 \log 1 = 0 \quad (5.6)$$

Tal resultado é coerente com o fato de que, com uma variável determinística, não há nenhuma incerteza quanto ao evento que irá suceder. Isso equivale a dizer que não se ganha qualquer informação com a observação do evento.

Um segundo corolário da Eq. (5.5) reside no caso em que a variável aleatória Ψ apresenta uma distribuição uniforme de probabilidades, de tal forma que $p_i = p = 1/n$. Aplicando na Eq. (5.5):

$$H(\Psi) = - \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i = - \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \ln \frac{1}{n} = -n \left[\frac{1}{n} (-\ln n) \right] = \ln n \quad (5.7)$$

Da Eq. (5.7) resulta que, quanto mais estados n forem possíveis para Ψ , maior será a entropia H . Ou seja, maior é a incerteza do evento que irá suceder (e mais informação se ganha) com a ocorrência de determinado ψ_i tantos mais forem os n estados possíveis.

Por fim, para um dado n , o valor máximo de H para uma variável aleatória Ψ ocorre quando sua distribuição de probabilidades é uniforme. Afinal, trata-se da situação de maior indefinição ou incerteza. Logo, a partir das Eqs. (5.6) e (5.7), conclui-se que:

$$0 \leq H(\Psi) \leq \ln n \quad (5.8)$$

Para a ilustração desse resultado, suponha $\Psi: \{\psi_1, \psi_2\}$ e respectivas probabilidades $\mathcal{P}: \{p_1, p_2\}$. Logo:

$$H(\Psi) = - \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i = -(p_1 \ln p_1 + p_2 \ln p_2)$$

Dado que $p_1 + p_2 = 1$, então:

$$H(\Psi) = - \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i = -[p_1 \ln p_1 + (1 - p_1) \ln(1 - p_1)] \quad (5.9)$$

Traçando um gráfico $H \times p_1$ (Figura 5.2), verifica-se que o seu máximo ocorre em $p_1 = p_2 = 0,5$, ou seja, quando Ψ é equiprovável. Além disso, quando Ψ torna-se determinística, com $p_1 = 1$ ou $p_2 = 1$, $H = 0$.

Figura 5.2. Entropia da distribuição de probabilidades de uma variável binária.

Fonte: o autor.

Entropia de informação para o caso contínuo

Para o caso de uma variável aleatória contínua Ψ , descrita por uma função densidade de probabilidade $\mathcal{P}(\psi)$, a entropia de informação pode ser calculada, em *nats*, conforme a Eq. (5.10):

$$H(\psi) = - \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}(\psi) \ln \mathcal{P}(\psi) d\psi \quad (5.10)$$

5.2 O PRINCÍPIO DA ENTROPIA MÁXIMA

5.2.1 Definição

A determinação de uma função densidade de probabilidade $\mathcal{P}$ para uma variável aleatória Ψ em situações nas quais pouca ou nenhuma informação está disponível consiste em um problema de inferência estatística, pertinente a diversos campos da ciência. Jaynes (1957a, 1957b) percebera que, desde Gibbs, a mecânica estatística vinha se utilizando de fatos matemáticos decorrentes da entropia máxima de uma determinada distribuição. Entretanto, essas formulações careciam do rigor existente em outros pontos dessa área do conhecimento. Isso gerava questionamentos sobre os resultados aos quais elas conduziam (JAYNES, 1957a, p. 621).

A partir do trabalho de Shannon, Jaynes notou que a entropia de uma determinada função poderia ser empregada como uma ferramenta de inferência estatística (TRIBUS, 1969, p. 110). A inferência de $\mathcal{P}$, baseando-se em informações parciais sobre a natureza de Ψ , deveria ser conduzida de modo a se assumir a menor quantidade de vieses. Em outras palavras, a determinação de $\mathcal{P}$ deve considerar tanto o conhecimento quanto a incerteza existente acerca de Ψ . Com base nos corolários apresentados pela definição de entropia de informação, Jaynes (1957a, 1957b) formulou o princípio da entropia máxima (PEM):

O princípio da entropia máxima pode ser considerado como uma extensão do princípio da razão insuficiente [de Laplace⁶⁰] (ao qual se reduz, caso nenhuma informação, exceto a enumeração das possibilidades p_i , seja dada), com a seguinte diferença essencial. A distribuição de máxima entropia pode ser definida pela razão positiva de ser unicamente determinada como aquela que é mais acrítica com respeito à informação ausente, ao invés da [razão] negativa de não haver motivo para se supor de outra forma. (JAYNES, 1957a, p. 623, tradução nossa)

⁶⁰ O princípio da razão insuficiente de Laplace é uma regra, no âmbito da estatística bayesiana, para a designação de uma distribuição *a priori* equiprovável, na ausência de quaisquer motivos em contrário.

5.2.2 Utilizações do PEM

Desde que foi formulado, o PEM vem sendo empregado nas mais diversas áreas. Montroll (1981) publicou um trabalho em que o empregou em vários contextos característicos de sistemas sociotécnicos, ao passo que Giffin (2009) o utilizou na resolução de problemas econométricos. O PEM é usado tanto no estudo de redes neurais (SCHNEIDMAN et al., 2006) quanto no de redes sociais (XIAO et al., 2017). Ele também vem sendo adotado como uma abordagem para a avaliação de padrões ecológicos complexos e de biodiversidade (MELLONI et al., 2006; SHIPLEY; VILE; GARNIER, 2006; DEWAR; PORTÉ, 2008; HARTE et al., 2008). A interpretação de resultados de técnicas experimentais avançadas, tais como espectroscopia por ressonância magnética nuclear, difração de raios-X e microscopia eletrônica de varredura, também tem evoluído ao fazer uso do PEM (SIBISI et al., 1984; DONG et al., 1992; KITAURA et al., 2002).

O trabalho de Leopold e Langbein (1962) sobre geomorfologia e evolução da paisagem pode ser considerado como sendo a primeira aplicação do conceito de entropia de informação a questões afeitas a recursos hídricos. Scheidegger (1967) usou a ideia de entropia a fim de cunhar uma analogia termodinâmica com o meandramento de rios, ao passo que Yang (1971) buscou derivar as leis de dissipação de energia em cursos d'água a partir desse conceito. Sonuga (1972, 1976) e Jowitt (1979) apresentaram trabalhos pioneiros quanto à aplicação do PEM à determinação das distribuições de valores extremos de grandezas hidrológicas, sendo seguidos por muitos outros pesquisadores (SINGH; FIORENTINO, 1992; SINGH, 2011).

Chiu (1987) foi o primeiro pesquisador a usar o PEM para derivar uma função densidade de probabilidade (FDP) para a velocidade em um dado escoamento, sujeita a uma condição de conservação de massa. Para tanto, Chiu (1987, p. 583-584, tradução nossa) considerou que, “[...] em uma condição de equilíbrio permanente, um sistema tende a maximizar a entropia sob um determinado conjunto de restrições.” Barbé, Cruise e Singh (1991) estenderam este trabalho, incorporando restrições relativas à conservação de momento e de energia. Desde então, foram publicados diversos desdobramentos do trabalho original de Chiu (1987), voltados para a determinação de velocidades, vazões e concentração de sedimentos e de poluentes

em canais (CHIU, 1988, 1989, 1991; CHIU; MURRAY, 1992; CHIU; SAID, 1995; XIA, 1997; CHIU; JIN; CHEN, 2000; CHOO, 2000; MORAMARCO; SINGH, 2001; CHIU; TUNG, 2002; CHIU; CHEN, 2003; CHEN; CHIU, 2004; MORAMARCO; SALTALIPPI; SINGH, 2004; CHIU; HSU; TUNG, 2005).

Chiu (1988) publicou um trabalho de fundamental importância ao modelar a distribuição bidimensional de velocidades na seção transversal de canais abertos, cuja validade foi comprovada experimentalmente (DE ARAÚJO; CHAUDHRY, 1998). No entanto, são Chiu, Lin e Lu (1993) os primeiros a derivarem expressões, com base no PEM, para a distribuição de velocidades no escoamento forçado em tubos. Seus resultados basearam-se em um número ínfimo de premissas, a saber:

- Condição de normalização da distribuição de probabilidades; e
- Conhecimento da velocidade média do escoamento.

Deduções posteriores impuseram mais restrições, mas o ganho mínimo de qualidade sobre o resultado não justificara o incremento de complexidade do modelo (BARBÉ; CRUISE; SINGH, 1991; SINGH, 2014). Lima (2006) buscou avaliar, segundo expressões de entropia máxima, o fator de atrito em condutos forçados sob escoamento transitório, ao passo que Moraes (2010) estudou o fator de atrito em condutos forçados sob escoamento uniforme, fazendo uso dos dados de McKeon et al. (2004), Figura 4.10, p. 91. Singh (2014) publicou o primeiro livro específico sobre aplicações da “teoria da entropia” na engenharia hidráulica. Nele, destacam-se a determinação de distribuições de velocidades em condutos livres e forçados, a definição da distribuição de concentrações de sedimentos em fluxo de detritos (*debris flow*) e o estudo de confiabilidade em redes de distribuição de água.

No entanto, inexistente uma derivação, baseada no PEM, de uma lei de escoamento em meios porosos.

6 CONCEPÇÃO E DESENVOLVIMENTO DO MODELO

*There is a limit to what we can do with numbers, as there is to what we can do without them.*⁶¹

Nicholas Georgescu-Roegen (1906 – 1994)
Matemático e economista romeno

6.1 CONCEPÇÃO DO MODELO

6.1.1 Histórico e motivação da pesquisa

O presente doutoramento iniciou-se ainda no ano de 2012, por meio da participação nas reuniões semanais do grupo de pesquisa liderado pela Prof.^a Dione Mari Morita. O interesse do autor em temas ligados à hidráulica e aos solos, bem como o fato de uma das linhas de pesquisa da professora ser a remediação de áreas contaminadas, culminou no seu ingresso no programa de mestrado em 2013.

À época, o objetivo do grupo era entender melhor a hidrodinâmica na zona vadosa, conhecimento imprescindível para a concepção de sistemas de remediação *in situ* de solos contaminados. Com este intuito, Toledo (2012) empregou técnicas de microfabricação para confeccionar um microdispositivo (Figura 6.1), composto de:

- Um microcanal, que reproduzia, em uma matriz de PDMS⁶², um capilar cuja geometria foi extraída de uma lâmina delgada advinda da zona vadosa de um solo real;
- Uma lupa *Olympus SZ61*, acoplada a uma câmera *ColorView I FW#08828682*, para visualizar, fotografar e filmar o que ocorria no microcanal;
- Microseringas *Terumo Syringe for HP System*, de volumes 100 µL e 10 µL para a injeção dos fluidos no microcanal; e
- Uma bomba provida de motores de passo, que permitiam o controle da vazão.

⁶¹ “Há um limite para o que podemos fazer com números, assim como para o que podemos fazer sem eles.” (tradução nossa)

⁶² Polidimetilsiloxano, um polímero obtido a partir do monômero $[\text{SiO}(\text{CH}_3)_2]$.

Figura 6.1. Microdispositivo para visualização do escoamento de fluidos em meios porosos.

Fonte: adaptado de Toledo (2012, p. 57-59).

(a) Geometria do capilar, extraída de uma lâmina delgada advinda da zona vadosa de um solo real.

(b) Microcanal, confeccionado em PDMS.

(c) Arranjo experimental do microdispositivo.

Muito embora esse não fosse o primeiro micromodelo que permitisse a visualização do escoamento (VAN DER WAARDEN; BRIDIÉ; GROENEWOUD, 1971; BALL, 1981; MONTEMAGNO; GRAY, 1995; RASHIDI et al., 1996) ou, tampouco, o primeiro cujas dimensões se assemelhassem às dos poros do solo (KELLER; BLUNT; ROBERTS, 1997; DUFFY et al., 1998; JEONG; CORAPCIOGLU; ROOSEVELT, 2000; McDONALD et al., 2000; LANNING; FORD, 2002; CHOMSURIN; WERTH, 2003; JEONG; CORAPCIOGLU, 2003; SIRIVITHAYAPAKORN; KELLER, 2003a, 2003b), ele foi, muito possivelmente, o primeiro a representar um solo real quanto às dimensões, geometria e cargas elétricas da superfície. Com ele, foi possível visualizar importantes fenômenos que ocorriam no escoamento de diferentes fluidos. Entretanto, o microdispositivo capturava um único capilar, e não uma rede de poros. Além disso, não permitia obter resultados quantitativos.

Assim sendo, o foco do projeto de mestrado era a quantificação do escoamento, que resultou na publicação de dois trabalhos. No primeiro, Lambiasi et al. (2013) simularam, no microdispositivo fabricado por Toledo (2012), o efeito da passagem da água sobre um solo saturado com dietil hexil ftalato (DEHP) na zona vadosa. Os

resultados observados explicavam os obtidos por Carrara, Morita e Boscov (2011) em escala piloto e por Ferreira et al. (2015) em escala real (Figura 6.2).

Figura 6.2. Solo plastificado com DEHP e escoamento de água em microcanal saturado com este contaminante.

Fontes: (a) Ferreira et al. (2015) e (b) o autor⁶³.

(a) Aspecto de um solo plastificado com DEHP.

(b) Escoamento de água através do microdispositivo fabricado por Toledo (2012), saturado com DEHP.

No segundo trabalho, Lofrano et al. (2013) buscaram modelar numericamente o escoamento de água em um microcanal saturado com óleo lubrificante e calibrá-lo com os resultados observados no microdispositivo. Foi utilizado o LBSim (*Lattice Boltzmann Simulator*), programa desenvolvido por Komori (2012) e com aplicações documentadas, àquela época, em microfluídica (KOMORI; MIELLI; CARREÑO, 2011), em nanofluídica (KOMORI; CARREÑO, 2013) e em aquíferos fraturados de gnaiss (ABDELAZIZ; PEARSON; MERKEL, 2013). A comparação entre o resultado obtido no ensaio com o microdispositivo e a sua correspondente simulação é mostrada na Figura 6.3.

A partir dessas publicações do autor, dois questionamentos emergiram. O primeiro dizia respeito aos resultados numéricos obtidos. Lofrano et al. (2013) conseguiram quantificar o escoamento em um único capilar, mas o quão representativo ele era do escoamento no meio poroso?

⁶³ Colaborou Layla Nunes Lambiasi.

Figura 6.3. Comparação visual entre os resultados obtidos no experimento com o microcanal saturado com óleo lubrificante e na simulação por MLB

Fonte: Lofrano et al. (2013).

(a) Escoamento de água em microcanal, proposto por Toledo (2012), saturado com óleo lubrificante.

(b) Simulação de escoamento nas mesmas condições, efetuada no LBSim.

O segundo questionamento veio do enfrentamento interdisciplinar no que diz respeito aos solos. Ao entrar em contato com áreas como a pedologia e a agronomia, percebeu-se que havia uma conceituação muito distinta do objeto de estudo daquela preconizada pela engenharia civil e pela hidrogeologia. Mais do que uma mera discussão sobre terminologia, a divergência quanto ao conceito de “solo” implicava cada disciplina deter diferentes definições quanto ao que caracterizaria a remediação de uma determinada área contaminada como sendo adequada. Isto acabava por levar cada campo de conhecimento, pautado por objetivos de pesquisa distintos, a perseguir diferentes teorias e modelos – muitas vezes conflitantes.

O aumento de complexidade da pesquisa justificou a condução do autor ao doutoramento direto, cujo novo projeto passou a se referir à elaboração de um modelo analítico de escoamento em meios porosos que prezasse pela generalidade de aplicação.

6.1.2 Mapeamento conceitual do escoamento em meios porosos

O escoamento em meios porosos é estudado por diversas áreas. É, portanto, instrutivo que se avalie esse problema sob distintas óticas, buscando conexões e divergências entre elas. Todavia, com base no levantamento bibliográfico realizado, é

surpreendente o quão estreitas são as intersecções entre campos científicos distintos, mesmo naqueles em que a proximidade é evidente. É o caso da mecânica dos fluidos e da hidráulica, como é mostrado na Figura 6.4.

Figura 6.4. Intersecções científicas entre a mecânica dos fluidos e a hidráulica, no que se refere ao escoamento em meios porosos.

Fonte: o autor.

A mecânica dos fluidos e a hidráulica são campos que embasam a modelagem analítica do escoamento em meios porosos. Do ponto de vista do estudo do escoamento em meios porosos, o principal conceito partilhado pela mecânica dos fluidos e pela hidráulica é a Equação de Darcy-Weisbach. Trata-se de uma equação que evoluiu a partir de outras que a precederam na hidráulica (como as Equações de Prony e de Bernoulli) mas que é, também, o resultado formal de uma série de esforços da mecânica dos fluidos, iniciando pelas Equações de Navier-Stokes e passando pela Teoria da Camada Limite e pelos Diagramas de Resistência. As Leis de Hagen-Poiseuille, de Darcy e de Forchheimer surgem no âmbito da hidráulica. Mas, apesar dos trabalhos empreendidos no sentido de lhes conferir rigor analítico, estas não foram incorporadas à mecânica dos fluidos. Isso é evidente ao se considerar que, mesmo tendo Darcy (1857) observado a semelhança entre ambas as formulações que levam o seu nome, somente a Equação de Darcy-Weisbach costuma constar nos livros de mecânica dos fluidos.

Já o saneamento básico é uma área que partilha, com a engenharia química e com as geociências (geotecnia, pedologia, hidrogeologia...), o fato de ser voltada a aplicações práticas. Assim, cada uma dessas acaba promovendo um desenvolvimento científico-tecnológico verticalizado, ensimesmado em seus

problemas particulares. Por essa razão, observou-se um crescente distanciamento entre essas disciplinas, como mostra a Figura 6.5.

Figura 6.5. Intersecções científicas entre o saneamento básico, a engenharia química e as geociências, no que se refere ao escoamento em meios porosos.

Fonte: o autor

Conforme levantado na revisão, a engenharia química costuma empregar meios porosos mais uniformes e nos quais o escoamento ocorre em condições bastante controladas. As leis de resistência que emergiram nessa área visam à predição da perda de carga com base nas características do material de recheio a ser empregado em reatores de leito fluidizado, filtros, colunas recheadas, etc. A Equação de Kozeny-Carman parte deste princípio, e leva em conta o diâmetro e a geometria dos grãos. No entanto, ela se aplica somente a escoamentos em baixas velocidades – laminares e lineares. Na engenharia química, são comuns aplicações envolvendo uma grande diversidade de fluidos (incluindo gases) e velocidades mais altas, o que estimulou o surgimento das equações de Blake, de Burke-Plummer e, por fim, de Ergun, sendo esta a mais empregada no saneamento. É curioso que boa parte dessa evolução tenha ocorrido de maneira empírica, sem maiores considerações à Lei de Forchheimer. Uma hipótese para isso é o fato de, à época da formulação dessas equações, esta lei ainda não ter sido analiticamente deduzida.

Nas geociências, a Lei de Darcy encontrou enorme aplicação. Seus principais desdobramentos consistem na equação de Laplace para modelagem de escoamentos

bi e tridimensionais em meios porosos saturados e na Equação de Richards, empregada em situações de não saturação. Outro viés importante nessas áreas diz respeito à predição da permeabilidade do meio poroso a partir das características do mesmo. A Fórmula de Hazen e a Equação de Kozeny-Carman são exemplos de contribuições nesse sentido. Verifica-se, também, a utilização de diversas equações para o escoamento em meios porosos com velocidades altas (WILKINS, 1956; MCCORQUODALE; HANNOURA; NASSER, 1978; VAN GENT, 1992; STEPHENSON, 1979 apud LI; GARGA; DAVIES, 1998). Estas ocorrem em aplicações que lidam com poros de maiores dimensões, como na mecânica das rochas. Entretanto, todas elas podem ser vistas como contribuições semiempíricas, à mesma maneira que a Equação de Ergun. Apesar da Lei de Forchheimer ser mais fundamental, a explicitação dos coeficientes da Equação de Ergun em termos de propriedades e/ou índices físicos lhe confere um maior sentido prático.

Portanto, constatou-se que, após a determinação analítica da validade da Lei de Forchheimer, não houve contribuição significativa advinda da hidráulica no tocante à modelagem analítica do escoamento em meios porosos. Aparentemente, o âmbito das investigações sobre este fenômeno foi esvaziado nesta área e transferida para as demais. Com isso, ao perseguirem seus objetivos particulares, os diversos campos do conhecimento deixaram de colaborar, conjuntamente, com o avanço do entendimento do fenômeno. Por sua vez, a hidráulica, candidata natural para efetuar essa consolidação, parece ter se esquivado de problemas aplicados. Com isso, ela atingiu um ponto de estagnação.

No intuito de situar pontualmente os avanços empreendidos pelas diversas disciplinas e compreendidos no fenômeno do escoamento em meios porosos, elaborou-se a Figura 6.6. Muito embora tenha buscado sintetizar toda a revisão bibliográfica apresentada nesta tese, a rede retratada está longe de esgotar autores, trabalhos, conceitos, teorias ou áreas do conhecimento envolvidas na modelagem analítica do escoamento em meios porosos. Ainda assim, verificou-se que o conhecimento analítico sobre o fenômeno não avançou com a mesma celeridade que os métodos experimentais, os numéricos e as aplicações tecnológicas imediatas. Isso pode ser observado na enorme quantidade de equações de cunho tecnológico derivadas a partir da Equação de Ergun (Quadro 4.3, p. 130).

Figura 6.6. Rede de conceitos envolvidos na modelagem analítica do escoamento em meios porosos.

Fonte: o autor.

O sentido apontado pelas setas contínuas deve ser lido como "serve de fundamentação para". Setas tracejadas indicam o estabelecimento de alguma relação de justaposição de conceitos (como a dedução analítica de uma lei antes empírica).

Tampouco houve proficuidade na disseminação cruzada de descobertas. Apesar de se observarem empréstimos de teorias e desenvolvimentos entre as diversas áreas, estes parecem se concentrar nos primeiros trabalhos. Eventualmente, cada égide científica passa a trabalhar isoladamente, descolando-se das demais, inclusive das que lhe serviam de sustentação.

A evolução do estado da arte da modelagem analítica do escoamento em meios porosos é crítica, seja pelas aplicações *in situ* e pelos usos *ex situ*, seja pelo valor intrínseco do conhecimento. Apesar de ser de interesse universal, ela estagnou nas contribuições de Irmay (1958) e de Ahmed e Sunada (1969). O reconhecimento e a assimilação das contribuições particulares de cada campo são necessários, mas não suficientes. O modo como cada um deles elabora suas teorias também deve ser investigado.

6.1.3 Epistemologia do escoamento em meios porosos

A validade de um modelo está diretamente relacionada ao “recorte da natureza”, isto é, ao fenômeno que um determinado campo estabelece como sendo seu objeto de investigação. A descrição conferida a conceitos científicos determina a adoção de certas leis em detrimento de outras. Contudo, o status paradigmático que modelos e leis assumem em certas áreas acabam por definir um entendimento particular de certos termos.

Na semiótica peirceana⁶⁴, a produção de significado recebe o nome de “semiose”. Sugere-se, portanto, que a formulação de uma certa lei consiste em uma “semiose científica”, ou seja, em um processo de atribuição de significado à Natureza. Este procedimento, a partir do qual as teorias são elaboradas, é a alma do fazer científico. Ele é indireto, recursivo e não imediato, conforme mostra a Figura 6.7. Essa figura é claramente baseada no esquema genérico de um sistema de comunicação proposto por Shannon (Figura 5.1, p. 142). Nela, Natureza e Cientista ocupam, respectivamente, os papéis de fonte e de destinatário da informação.

⁶⁴ Charles Sanders Peirce (1839 – 1914).

Figura 6.7. Semiose científica e a tradução das leis da natureza.

Fonte: o autor, inspirado em Shannon (1948a).

É impossível ao Cientista acessar diretamente a Natureza. Ele necessita executar um recorte desta, a fim de estabelecer, de maneira precisa, o Fenômeno que irá estudar. Esta definição, alicerçada por um conjunto de hipóteses, irá ditar quais grandezas intervenientes serão consideradas. Estas podem ser encaradas como o resultado da codificação das leis governantes, por parte do Fenômeno. Posteriormente, as grandezas são comunicadas em um processo chamado Experimento, sujeito a diversas fontes de ruído, que afetam as observações do Cientista.

Por essa razão, as grandezas que manifestar-se-ão ao Cientista não serão aquelas ditadas pelo Fenômeno, mas sim as traduzidas pela sua Experiência sensorial (seja a de seus sentidos ou a de seus sensores) e cognitiva. A Experiência age decodificando as grandezas “emitidas” pelo Fenômeno e possivelmente afetadas por alguma forma de ruído (tais como erros e limitações experimentais ou simplificações).

Por fim, de posse das grandezas intervenientes do Fenômeno, mediadas pelo Experimento e captadas pela Experiência, o Cientista pode atribuir significado à Natureza. Entretanto, deve-se lembrar que esta é inacessível ao Cientista. Apesar de mirarem a Natureza, suas teorias alcançam somente o Fenômeno do qual tratam.

Deve-se recordar, também, que este processo tem um caráter recursivo. De posse de um novo entendimento recém-obtido, o Cientista pode esquadrihar a Natureza segundo outros e novos Fenômenos. Inclusive, dois cientistas (ou duas disciplinas) podem entender, como Fenômenos distintos, um mesmo fato/objeto da Natureza. Isso explica a fragmentação observada nas ciências que estudam o meio poroso. Daí a necessidade de terem sido revistos os trabalhos seminais de tantos autores, em suas correspondentes áreas, no desenvolvimento da presente tese.

Ainda devido ao caráter recursivo do processo ilustrado na Figura 6.7, é facultado ao Cientista debruçar-se diretamente sobre o Fenômeno, e não sobre a Natureza. É concebível que ele formule teorias em cima de outras teorias e, também, “metateorias”. Ou seja, é possível discorrer sobre a elaboração e a constituição de um conjunto de teorias vigentes. Somente por isso é que a ideia de “semiose científica”, inspirada na teoria de informação, permite a discussão das divergências entre as várias disciplinas que estudam o escoamento em meios porosos (Figura 6.8).

Figura 6.8. Teoria da informação enquanto metateoria e potencial teoria para o escoamento em meios porosos.

Fonte: o autor.

Mesmo assim, a complexidade que emerge da rede de conceitos apresentada na Figura 6.6 (e reprisada na Figura 6.8) é enorme. Deve-se, portanto, buscar uma teoria que seja capaz de acomodar tantos pontos de vista. Ela deve ser:

- Geral

- Baseada em poucas premissas – somente nos princípios em comum às diversas áreas do conhecimento.

- Robusta

- Capaz de ser adaptada e desdobrada em aplicações particulares a cada disciplina e, ainda assim, manter-se íntegra.

Conforme foi discutido na revisão bibliográfica, elementos como a entropia de informação e o PEM foram empregados na hidráulica com sucesso. Acredita-se, portanto, que a teoria da informação não sirva somente como metateoria, apta a abarcar todas as subjacentes. Ao menos potencialmente, esses conceitos que dela partem devem ser capazes de suportar um modelo analítico do escoamento em meios porosos que seja consistente.

6.2 DESENVOLVIMENTO DO MODELO

6.2.1 Colocação do problema

A definição de entropia de informação foi estabelecida há 70 anos (SHANNON, 1948a, 1948b), enquanto que o PEM existe há seis décadas (JAYNES, 1957a, 1957b). No entanto, mesmo tendo 30 anos (CHIU, 1988), a disseminação da modelagem hidráulica baseada no PEM é incipiente. Com exceção da obra de Singh (2014), modelos entrópicos não são encontrados nos livros de hidráulica.

Em toda a bibliografia levantada, a elaboração de modelos baseados no PEM sempre é apresentada de um ponto de vista ferramental. Ele é discutido somente como uma técnica matemática, ligada ao cálculo variacional e à inferência bayesiana, e não enquanto princípio fundamentador do raciocínio. Epistemologia, aliás, é o que parece faltar para que a aplicação da entropia de informação e do PEM se dê de maneira mais incisiva na hidráulica. Afinal, não se trata de um salto pequeno a abstração de pensamento necessária para a utilização dos conceitos da teoria da informação, tão mais próxima da comunicação, da linguística e da computação do que da engenharia civil, da agronomia ou da hidrogeologia.

A acurácia das equações não é suficiente para convencer o engenheiro de sua aplicabilidade: é necessário que se faça uma construção adequada do significado subjacente a tais expressões matemáticas. Felizmente, há alguns termos, disseminados na hidráulica, que podem servir de conexão aos conceitos advindos da teoria da informação.

O primeiro é “comunicação”. Ele está presente na hidráulica desde o conceito de “vasos comunicantes”, uma das aplicações da lei de Stevin. A ideia é que diversos recipientes, cada um com uma forma e capacidade distinta, estão interligados e que, portanto, entre eles há comunicação das grandezas intervenientes. Assim, abre-se caminho a pensar o transporte de fluido ou a transferência da quantidade de movimento como sendo a transmissão de uma mensagem.

Outro termo é “meio”, presente em “meio poroso”. Na teoria da informação, “meio” pode muito bem ser entendido como sinônimo de “canal”, isto é, o suporte físico através do qual a informação flui. Não à toa, definiu-se “meio poroso”, no início desta tese, como aquele capaz de sediar escoamento. Em outras palavras, como aquele passível de comunicar as grandezas intervenientes que caracterizam o fenômeno.

Por fim, o fluxo de informação, por se processar no tempo, no espaço, através de vários sistemas e entre diferentes escalas, diz respeito a uma gama de fenômenos que, aparentemente, não se relacionam. Por esse motivo, Dittrich (2015, p. 5) afirma que existe um “ciclo de informação”, análogo ao ciclo hidrológico.

Partindo dessas ideias, um novo diagrama foi esboçado (Figura 6.9). Ele é similar ao que foi originalmente proposto por Shannon, mas também considera a ideia mais geral de “semiose científica” explorada na presente tese. Nele, é desprezada toda e qualquer fonte de ruído pois, por se tratar de um modelo analítico, não há erros experimentais. Assume-se, ainda, que todos os princípios físicos relevantes foram considerados, tendo em vista que a veracidade dessas alegações somente pode ser confirmada (ou desmentida) *a posteriori*, com a validação do modelo proposto.

Figura 6.9. Escoamento em meio poroso enquanto comunicação de grandezas entre a Natureza e o Cientista.

Fonte: o autor.

Toda lei de resistência ao escoamento traz consigo alguma consideração, implícita ou explícita, sobre o perfil (ou distribuição) de velocidades que se instala no meio. A determinação da maneira como se distribuem localmente essas velocidades em um meio poroso seria de serventia a todas as áreas que lidam com esse tipo de fenômeno. Trata-se de um conhecimento fundamental a todas as disciplinas consideradas e que permitiria o desenvolvimento (ou a resignificação) de uma dada lei de resistência. Entretanto, devido às dificuldades experimentais, pouco se sabe sobre a distribuição de velocidades em meios porosos.

6.2.2 Metodologia

Singh (2014, p. 48) apresenta uma metodologia para a aplicação do PEM. Ela é um refinamento do roteiro originalmente apresentado por Tribus (1969, p. 120), e compreende os seguintes itens:

- Expressão da variável de interesse como uma variável aleatória e sua respectiva função de entropia;
- Especificação das restrições;
- Maximização da função de entropia através do método dos multiplicadores de Lagrange;
- Determinação da FDP de base entrópica e determinação da entropia segundo as restrições;
- Determinação dos multiplicadores de Lagrange segundo as restrições;

- Formulação da função distribuição acumulada (FDA); e
- Derivação das relações desejadas.

6.2.3 Especificação de grandezas, princípios e restrições e hipóteses simplificadoras

Grandezas intervenientes

As grandezas intervenientes para a presente modelagem compreendem:

- Propriedades físicas do fluido
 - Massa específica, ρ ;
 - Viscosidade cinemática, ν .
- Parâmetros do meio poroso
 - Coeficiente de permeabilidade intrínseca, k ;
 - Comprimento característico do escoamento em meio poroso, d
- Grandezas hidráulicas
 - Velocidade média do escoamento, q ;
 - Gradiente hidráulico, i ;
 - Fator de resistência do meio poroso, $f_{\sqrt{k}}$;
 - Número de Reynolds de permeabilidade do meio poroso, $Re_{\sqrt{k}}$;
 - Número de Reynolds característico do meio poroso, Re_d .

Princípios considerados

Foi utilizado o PEM. Segundo Jaynes (1957a, p. 630, tradução nossa):

Em problemas de predição, a maximização da entropia não consiste na aplicação de uma lei da física, mas meramente em um método de raciocínio que garante que nenhuma suposição arbitrária inconsciente tenha sido introduzida.

Ao associar-se a distribuição de velocidades locais a uma distribuição de probabilidade da ocorrência de um determinado valor de velocidade, torna-se possível a utilização dos conceitos de entropia de informação e do PEM. Desse modo, a variável de interesse u pode ser expressa como uma variável aleatória.

Consequentemente, deseja-se determinar, dentre uma infinidade de candidatas que satisfazem um dado conjunto de restrições, qual a função $\mathcal{P}(u)$ que realmente deve ocorrer.

Nenhum outro princípio foi utilizado para a dedução da função $\mathcal{P}(u)$ e, consequentemente, da distribuição entrópica de velocidades. Para a dedução de uma lei entrópica de resistência ao escoamento, foi utilizado o conceito de tensão de cisalhamento.

Expressão da variável de interesse e de sua respectiva função de entropia

Deve haver limites finitos às velocidades que podem se desenvolver. Logo, $u_{\min} \leq u \leq u_{\max}$. Além disso, observou-se o princípio da aderência. Logo, $u_{\min} = 0$ em todo ponto da interface sólido-fluido no domínio do escoamento.

À $\mathcal{P}(u)$ corresponde a seguinte função de entropia:

$$H(u) = - \int_0^{u_{\max}} \mathcal{P}(u) \ln \mathcal{P}(u) du \quad (6.1)$$

Optou-se pela utilização do logaritmo neperiano na definição de entropia da Eq. (6.1) por tratar-se de um fenômeno natural. Assim, esta quantidade está sendo medida em *nats*.

Especificação das restrições

A primeira restrição é referente à normalização da FDP de u :

$$\int_0^{u_{\max}} \mathcal{P}(u) du = 1 \quad (6.2a)$$

A segunda diz respeito à única informação conhecida acerca do escoamento ao fixar-se um gradiente hidráulico: a sua velocidade macroscópica q . Contudo, a média das velocidades locais, $\bar{u}$, somente considera os pontos, no VER, que são ocupados pela fase escoante. Desse modo, em meios porosos:

$$\int_0^{u_{\max}} u \mathcal{P}(u) du = \bar{u} = \frac{q}{\eta} \quad (6.2b)$$

Hipóteses simplificadoras

Serão admitidas as seguintes hipóteses simplificadoras para a elaboração do modelo:

- Fluido newtoniano;
- Meio isotrópico e (macroscopicamente) homogêneo;
- Matriz sólida fixa (geometria do problema não se altera);
- Efeitos de compressibilidade desprezados;
- Flutuações de velocidade desprezadas; e
- Escoamento em regime permanente.

6.2.4 Determinação da distribuição entrópica de velocidades

Definição de isótaca

Em um determinado volume $\mathcal{U}$, a cada ponto $x \equiv x_i$ que pertença à fase fluida escoante, corresponde uma velocidade local $\mathbf{u} \equiv u_i$, de magnitude $u \equiv \|\mathbf{u}\|$. Portanto, $u(x)$ é o campo escalar do módulo das velocidades locais em $\mathcal{U}$. Seja Π um corte transversal de $\mathcal{U}$. Nesta seção, esse campo pode ser representado por linhas de isocontorno dos pontos que apresentem um mesmo valor de u . No presente trabalho, denominar-se-á *isótaca* de u , $\xi(u)$, a distância média dos pontos $u(x) = u$, com relação à superfície mais próxima. Portanto, na seção Π , $\xi(u)$ é o conjunto de todas as linhas de isocontorno tal que, nelas, $u(x) = u$. Essa ideia é representada na Figura 6.10.

Figura 6.10. Domínio de escoamento em meio poroso e isotacas.

Fonte: o autor.

Sendo:

ξ isótaca [L]; e

Π corte transversal.

Pelo princípio da aderência, deve existir uma isotaca mínima, tal que $\xi(u_{m\acute{i}n}) = \xi(0) \equiv \xi_0$. Além disso, à velocidade máxima corresponde a isotaca $\xi(u_{m\acute{a}x}) \equiv \xi_{m\acute{a}x}$.

Atribuição de uma FDA

A partir da definição de isotaca, uma FDA, $\mathcal{F}(u)$, *a priori* pode ser escrita como uma função linear de ξ :

$$\mathcal{F}(u) = \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{m\acute{a}x} - \xi_0} = \int_0^u \mathcal{P}(u) du \quad (6.3)$$

Na qual:

$\mathcal{F}(u)$ função distribuição acumulada de velocidades.

Logo, $\mathcal{P}(u)$ é:

$$\mathcal{P}(u) = \frac{d\mathcal{F}(u)}{du} = \frac{d\mathcal{F}(u)}{d\xi} \frac{d\xi}{du} = \frac{d}{d\xi} \left(\frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\text{máx}} - \xi_0} \right) \frac{d\xi}{du} \quad (6.4)$$

Resolvendo:

$$\mathcal{P}(u) = \frac{1}{\xi_{\text{máx}} - \xi_0} \frac{d\xi}{du} \quad (6.5)$$

Maximização da função de entropia e determinação da FDP

Aplicando-se a técnica dos multiplicadores de Lagrange à Eq. (6.1), sujeita às restrições impostas pelas Eqs. (6.2a) e (6.2b), obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial \mathcal{P}(u)} [-\mathcal{P}(u) \ln \mathcal{P}(u) + \lambda_1 \mathcal{P}(u) + \lambda_2 u \mathcal{P}(u)] = 0 \quad (6.6)$$

Em que:

λ_i multiplicador de Lagrange [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$].

Resolvendo:

$$[-\ln \mathcal{P}(u) - 1] + \lambda_1 + \lambda_2 u = 0$$

Portanto:

$$\mathcal{P}(u) = e^{\lambda_1 - 1} e^{\lambda_2 u} \quad (6.7)$$

Igualando-se e integrando-se as Eqs. (6.5) e (6.7):

$$\int \frac{1}{\xi_{\text{máx}} - \xi_0} d\xi = \int e^{\lambda_1 - 1} e^{\lambda_2 u} du$$

Logo:

$$\frac{\xi}{\xi_{\text{máx}} - \xi_0} - \frac{e^{\lambda_1 - 1}}{\lambda_2} e^{\lambda_2 u} = C \quad (6.8)$$

Sendo que:

C constante de integração.

Para $\xi = \xi_0$, $u = u_{\min} = 0$. Portanto, a constante de integração C pode ser determinada, com base na Eq. (6.8):

$$C = \frac{\xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0} - \frac{e^{\lambda_1 - 1}}{\lambda_2} \quad (6.9)$$

Substituindo o valor de C , encontrado na Eq. (6.9), na Eq. (6.8):

$$\frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0} - \frac{e^{\lambda_1 - 1}}{\lambda_2} (e^{\lambda_2 u} - 1) = 0 \quad (6.10)$$

Determinação dos multiplicadores de Lagrange

Substituindo-se $\mathcal{P}(u)$, dado pela Eq. (6.7), na Eq. (6.2a):

$$\int_0^{u_{\max}} e^{\lambda_1 - 1} e^{\lambda_2 u} du = 1$$

Portanto:

$$e^{\lambda_1 - 1} = \frac{\lambda_2}{e^{\lambda_2 u_{\max}} - 1} \quad (6.11)$$

Aplicando-se a Eq. (6.11) à Eq. (6.10), elimina-se λ_1 :

$$\frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 (e^{\lambda_2 u_{\max}} - 1)} (e^{\lambda_2 u} - 1) = 0$$

Logo:

$$u = \frac{1}{\lambda_2} \ln \left[1 + (e^{\lambda_2 u_{\max}} - 1) \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0} \right] \quad (6.12)$$

Chiu (1988, p. 742-743, tradução nossa) denominou a quantidade $\mathcal{M} = \lambda_2 u_{\max}$ como sendo “uma medida da uniformidade das distribuições de probabilidade e de velocidade”. Batizado de “parâmetro de entropia” (CHIU, 1988, p. 754), ele pode ser substituído na Eq. (6.12), levando à Eq. (6.13):

$$u = \frac{u_{\max}}{\mathcal{M}} \ln \left[1 + (e^{\mathcal{M}} - 1) \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0} \right] \quad (6.13)$$

Na qual:

$\mathcal{M}$ parâmetro de entropia [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$].

A distribuição entrópica de velocidades obtida para o escoamento em meio poroso, Eq. (6.13) é idêntica à derivada para o escoamento em uma seção bidimensional de um canal (CHIU, 1987, 1988) ou de um tubo (CHIU; LIN; LU, 1993). Esse resultado é compreensível, dado que ambas as deduções se baseiam tão somente no princípio da aderência e no conceito de isotaca enquanto lugar geométrico dos pontos que apresentem uma mesma magnitude de velocidade local. Esse fato demonstra a generalidade e a robustez por trás da aplicação de conceitos da teoria da informação à modelagem de fenômenos hidráulicos, tal como era desejado.

Diferentemente do que ocorre com tubos, não há como executar uma transformação prática e imediata das isotacas para coordenadas geométricas cartesianas na seção transversal de um meio poroso. Em um tubo, essas seções repetem-se longitudinalmente e são axissimétricas. Portanto, a distinção que deve ser feita é a de que, em um meio poroso, as isotacas dizem respeito a um lugar geométrico que contenha não apenas uma dada seção transversal, mas sim todo o VER. Somente assim elas podem capturar a natureza da distribuição de velocidades em um meio poroso, visto que esta deve refletir a organização espacial dos poros.

Frente à impossibilidade de se localizar fisicamente as isotacas, resta trabalhar diretamente com a FDP de velocidades locais.

6.2.5 Derivação de relações desejadas

Relação entrópica entre as velocidades média e máxima

Aplicando a distribuição $\mathcal{P}(u)$, vinda da Eq. (6.7), à restrição imposta pela Eq. (6.2b), tem-se:

$$\int_0^{u_{\max}} u e^{\lambda_1 - 1} e^{\lambda_2 u} du = \bar{u} \quad (6.14)$$

Substituindo $e^{\lambda_1 - 1}$ da Eq. (6.11) na Eq. (6.14) e rearranjando, tem-se:

$$\bar{u} = \frac{\lambda_2}{e^{\lambda_2 u_{m\acute{a}x}} - 1} \int_0^{u_{m\acute{a}x}} u e^{\lambda_2 u} du \quad (6.15)$$

A integral da Eq. (6.15) é resolvível por partes, o que resulta em:

$$\bar{u} = \frac{\lambda_2}{e^{\lambda_2 u_{m\acute{a}x}} - 1} \left[\frac{u e^{\lambda_2 u}}{\lambda_2} - \frac{e^{\lambda_2 u}}{\lambda_2^2} \right] \Bigg|_0^{u_{m\acute{a}x}} \quad (6.16)$$

Aplicando os limites de integração, e lembrando que $\mathcal{M} = \lambda_2 u_{m\acute{a}x}$:

$$\bar{u} = u_{m\acute{a}x} \left(\frac{e^{\mathcal{M}}}{e^{\mathcal{M}} - 1} - \frac{1}{\mathcal{M}} \right) \quad (6.17)$$

Portanto, a relação entrópica entre as velocidades média e máxima de escoamento através do VER do meio poroso é dada por:

$$\frac{\bar{u}}{u_{m\acute{a}x}} = \left(\frac{e^{\mathcal{M}}}{e^{\mathcal{M}} - 1} - \frac{1}{\mathcal{M}} \right) = \frac{\mathcal{M} e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1}{\mathcal{M}(e^{\mathcal{M}} - 1)} \quad (6.18)$$

Dedução de uma lei de resistência baseada no PEM

A tensão de cisalhamento média junto às superfícies sólidas em um VER de um meio poroso pode ser calculada segundo a Eq. (6.19a):

$$\bar{\tau}_0 = \rho \varepsilon_0 \left(\frac{du}{d\xi} \right) \Bigg|_{\xi=\xi_0} \quad (6.19a)$$

Na qual:

ε_0 coeficiente de transferência de momento junto às superfícies sólidas [$L^2 T^{-1}$].

Ou conforme a Eq. (6.19b):

$$\bar{\tau}_0 = \gamma \overline{R_H} i \quad (6.19b)$$

Conforme a Eq. (4.65), p. 115, $k = c_0 \overline{R_H}^2$. Portanto, igualando-se as Eqs. (6.19a) e (6.19b):

$$i = \frac{\varepsilon_0}{g} \sqrt{\frac{c_0}{k}} \left(\frac{du}{d\xi} \right) \Bigg|_{\xi=\xi_0} \quad (6.20)$$

Conhecida a distribuição entrópica de velocidades locais para um meio poroso, Eq. (6.13), pode-se calcular a sua derivada com relação a ξ :

$$\frac{du}{d\xi} = \frac{u_{m\acute{a}x}}{\mathcal{M}} \left[1 + (e^{\mathcal{M}} - 1) \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{m\acute{a}x} - \xi_0} \right]^{-1} \frac{e^{\mathcal{M}} - 1}{\xi_{m\acute{a}x} - \xi_0}$$

Para a isotaca $\xi = \xi_0$:

$$\left(\frac{du}{d\xi} \right) \Big|_{\xi=\xi_0} = \frac{e^{\mathcal{M}} - 1}{\mathcal{M}} \frac{u_{m\acute{a}x}}{\xi_{m\acute{a}x} - \xi_0} \quad (6.21)$$

Substituindo-se a Eq. (6.21) na Eq. (6.20):

$$i = \frac{e^{\mathcal{M}} - 1}{\mathcal{M}} \frac{u_{m\acute{a}x}}{\xi_{m\acute{a}x} - \xi_0} \sqrt{\frac{c_0}{k}} \frac{\varepsilon_0}{g} \quad (6.22)$$

Multiplicando-se os dois lados da Eq. (6.22) por $(2v\bar{u}^2)$, obtém-se a Eq. (6.23):

$$i = \left[\frac{e^{\mathcal{M}} - 1}{\mathcal{M}} \frac{u_{m\acute{a}x}}{\bar{u}} \left(\frac{v}{\bar{u}\sqrt{k}} \right) \frac{\varepsilon_0}{v} \right] \frac{2\sqrt{c_0}}{\xi_{m\acute{a}x} - \xi_0} \frac{\bar{u}^2}{2g} \quad (6.23)$$

Substituindo $u_{m\acute{a}x}/\bar{u}$ da Eq. (6.18) na Eq. (6.23) e levando em consideração que $\bar{u} = q/\eta$, conforme especificado na Eq. (6.2b), surge $Re_{\sqrt{k}}$ nesta equação, que pode ser reescrita como:

$$i = \left[\frac{1}{Re_{\sqrt{k}}} \frac{(e^{\mathcal{M}} - 1)^2}{\mathcal{M}e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1} \frac{\varepsilon_0}{v} \right] \frac{2\sqrt{c_0}}{(\xi_{m\acute{a}x} - \xi_0)\eta} \frac{q^2}{2g} \quad (6.24)$$

A Eq. (6.24) é a lei entrópica de resistência ao escoamento em meios porosos. É impossível não reparar que ela apresenta a mesma estrutura algébrica que a Equação (4.15) de Darcy-Weisbach. Foi demonstrado que esta pode ser utilizada para expressar a Lei de Forchheimer, Eq. (4.87). Explorando esse isomorfismo, observa-se que:

$$i = \underbrace{\left[\frac{1}{Re_{\sqrt{k}}} \frac{(e^{\mathcal{M}} - 1)^2}{\mathcal{M}e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1} \frac{\varepsilon_0}{v} \right]}_{f_{\sqrt{k}}} \underbrace{\frac{2\sqrt{c_0}}{(\xi_{m\acute{a}x} - \xi_0)\eta}}_{1/\sqrt{k}} \frac{q^2}{2g} \quad (6.25)$$

Logo:

$$f_{\sqrt{k}} = \left[\frac{1}{Re_{\sqrt{k}}} \frac{(e^{\mathcal{M}} - 1)^2}{\mathcal{M}e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1} \frac{\varepsilon_0}{\nu} \right] \tag{6.26a}$$

$$\sqrt{k} = \frac{\eta}{\sqrt{c_0}} \frac{\xi_{m\acute{a}x} - \xi_0}{2} \tag{6.26b}$$

7 ANÁLISE DO MODELO PROPOSTO

*If knowledge can create problems, it is not through ignorance that we can solve them.*⁶⁵

Isaac Asimov (1920 – 1992).
Escritor e bioquímico estadunidense.

7.1 SIGNIFICADO FÍSICO DOS PARÂMETROS DE ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS

7.1.1 Número de Reynolds em meios porosos

O método científico requer uma mente suficientemente aberta, a fim de que se possa abarcar um determinado fenômeno em sua totalidade, mesmo que, no instante seguinte, sejam admitidas hipóteses simplificadoras. Adicionalmente, engenheiros, físicos e demais cientistas que fazem uso de números adimensionais, como o Re , devem estar sempre munidos de bom senso, geralmente advindo da experiência prática. A respeito disso, Emori e Schuring (1977, p. 4-5) escreveram:

[A] modelagem em escala [...] promove (na verdade, requer) uma compreensão mais profunda do fenômeno sob investigação. [...] Nenhum fenômeno físico pode ser modelado sem uma análise preliminar de seu mecanismo interno. [...] As respostas [sobre quais devem ser as grandezas intervenientes] não podem ser derivadas apenas de processos lógicos; em vez disso, eles devem ser extraídos de nossa compreensão dos fenômenos e de nossa experiência.

Deve-se reconhecer, portanto, que a determinação dos parâmetros a compor um número adimensional de modo que ele represente adequadamente um fenômeno, ainda que amparada na lógica e na experiência, é arbitrária. Por essa razão, particular cuidado tem sido dispendido ao número de Reynolds no presente trabalho. No estudo do escoamento, diversos são os parâmetros empregados como velocidade e comprimento característicos na formulação de um Re representativo, tais como Re_D ,

⁶⁵ “Se o conhecimento pode criar problemas, não é por meio da ignorância que iremos resolvê-los.”
(tradução nossa)

Re_d , Re_ϵ e $Re_{\sqrt{k}}$. Logo, é impossível não reparar em uma série de inconsistências, do ponto de vista da hidráulica, na seguinte afirmação de Caputo (1975, p. 37):

Sabe-se que para o escoamento laminar, o qual é admitido para a maioria dos solos, o *número de Reynolds*: $N_R = vD/\nu < 2100$ (onde D = diâmetro, v = velocidade e ν = viscosidade da água) e é válida a *lei de Darcy*: $v = ki$ (onde k = coeficiente de permeabilidade do solo e i = gradiente hidráulico).⁶⁶

Primeiramente, não foi definido qual o diâmetro “ D ” empregado. Seria ele o diâmetro interno de um permeâmetro? Ele poderia ser o diâmetro de um capilar médio (conforme o modelo de Kozeny-Carman) ou, até mesmo, um diâmetro médio de partícula constituinte do solo, o qual esperar-se-ia que fosse da ordem do diâmetro do capilar médio.

Tampouco a velocidade característica foi bem definida. Ela poderia ser, por exemplo, a velocidade média ou a velocidade de Dupuit. Além disso, nem sempre a Lei de Darcy é válida para o escoamento laminar em meios porosos (IZBASH, 1931; PUZYREVSKAYA, 1931; HANSBO, 1960; SLEPICKA 1961; SWARTZENDRUBER, 1962a, 1962b; KUTILEK, 1965; VOLAROVICH; CHURAEV, 1966; NERPIN; CHUDNOVSKY, 1967; BASAK, 1977; TRUSSELL; CHANG, 1999). Isto só ocorre para escoamentos na zona linear. Contudo, verificou-se a ocorrência de regime laminar na zona pós-linear, a qual pode ser descrita pela Lei de Forchheimer (SCHEIDEGGER, 1960; BASAK, 1977; SKJETNE; AURIAULT, 1999; TRUSSELL; CHANG, 1999). No fundo, as críticas tecidas à citação de Caputo (1975) são sintomáticas do seguinte e grave problema: o número de Reynolds é um adimensional que sofre de uma má definição no caso do escoamento em meios porosos.

Conforme a Eq. (4.21) o Re é a razão entre as forças inerciais e as viscosas que agem sobre o escoamento em um dado ponto ou seção transversal. No caso de conduto forçado, a escolha pelas grandezas q e D , de tal modo que $Re \equiv Re_D = qD/\nu$ se deve ao fato de que estas compõem a razão de forças envolvidas. Assim, é possível computar-se esse adimensional para cada conduto de um sistema de abastecimento de água, por exemplo. Contudo, não faz sentido conceber um “ Re médio” desse sistema pelas seguintes razões. Primeiramente, a definição de como se compor essa

⁶⁶ Mantiveram-se os símbolos adotados por Caputo (1975).

média acrescenta uma nova camada de arbitrariedade e que se sobrepõe à própria escolha das grandezas características. Segundo, porque cada conduto pode apresentar, em um determinado instante, um comportamento fundamentalmente distinto dos demais, de tal sorte que o “ Re médio” não seria de serventia alguma. Por fim: o significado físico deste parâmetro perde lastro, pois as forças inerciais e viscosas que ele deveria avaliar são menos tangíveis.

Os comprimentos característicos empregados por diversos autores (SCHNEEBELI, 1955; HUBBERT, 1956; IRMAY, 1958; WARD, 1964; WRIGHT 1968; AHMED; SUNADA, 1969) refletem, implícita ou explicitamente, uma propriedade geométrica da rede formada pelos poros, e não do escoamento que se processa em cada um deles. Adimensionais como Re_d e $Re_{\sqrt{k}}$ são degenerescências de Re , pois deste retêm somente a forma algébrica, sem que haja uma maior preocupação com a vinculação de seu significado físico. O problema é que, em razão da ausência de uma real interdisciplinaridade, as definições (arbitrárias) sobre as grandezas características empregadas na construção desses adimensionais são inconsistentes, tanto entre si quanto em relação a Re_D para tubos.

Disso decorrem equívocos hidráulicos conceituais, observados em alguns dos trabalhos revistos na bibliografia, especialmente no que diz respeito à determinação dos regimes de escoamento em meios porosos. Seria lícito a utilização de uma equação como a de Colebrook-White, Eq. (4.28), no caso do escoamento em um único capilar, pois este se trata de um tubo de pequeno diâmetro. Todavia, não é possível aplicar-se, diretamente, os resultados derivados da Teoria da Camada Limite para tubos ao cálculo do fator de resistência em meios porosos. Do mesmo modo, a definição dos regimes de escoamento (e das zonas de validade de cada lei) em meios porosos não é precisa na literatura, ainda mais se comparados os resultados de áreas distintas.

Não obstante, esses adimensionais, voltados ao estudo do escoamento em meios porosos, apresentam enorme utilidade na modelagem desse tipo de problema. Em sua dedução, Ahmed e Sunada (1969) empregaram um comprimento característico d , a fim de adimensionalizar as Equações de Navier-Stokes e, posteriormente, obter a Lei de Forchheimer. Essa grandeza, inclusive, predispôs a definição de um número de Reynolds $Re_d = qd/\nu$. Entretanto, a análise desta Lei leva a crer que $\sqrt{k}$, e não d ,

seja o comprimento característico que retrata o escoamento em meios porosos. A partir de $\sqrt{k}$, define-se um outro número de Reynolds, $Re_{\sqrt{k}} = q\sqrt{k}/\nu$. Este adimensional é o que permite a expressão da Lei de Forchheimer segundo a estrutura algébrica da Equação de Darcy-Weisbach.

Pode-se dizer, então, que adimensionais como Re_d e $Re_{\sqrt{k}}$ são uma espécie de “parâmetro de rede” ou “parâmetro do escoamento”, pois buscam captar uma propriedade que emerge da complexidade do meio poroso e das interações que o fluido detém com este. Em última instância, o “escoamento” pode ser entendido como o resultado de tais interações.

Na seção 7.1.3, analisa-se o parâmetro de entropia, $\mathcal{M}$. Devido ao seu caráter modelador da distribuição de velocidades locais, é de esperar que ele detenha informação a respeito das características do escoamento. Conforme será discutido na seção 7.2.2, é possível utilizar o $\mathcal{M}$, em substituição a Re_d ou a $Re_{\sqrt{k}}$, na determinação do regime de escoamento.

7.1.2 Tortuosidade e o coeficiente de permeabilidade intrínseca

O conceito de tortuosidade foi introduzido no estudo do escoamento em meios porosos por Carman (1937). Segundo Scheidegger (1960, p. 129) e Dullien (1979, p. 223), tratou-se de um artifício necessário para que o autor pudesse conciliar seus dados experimentais com a condutividade hidráulica prevista por seu modelo de feixe de capilares. Entretanto, a aceção do que seja a tortuosidade de um meio poroso é bem menos óbvia do que inicialmente se poderia supor. De fato, ela sequer é consistentemente definida na literatura (TYE, 1983; EPSTEIN, 1989; SAHIMI, 1993; MOLDRUP et al., 2001). Para Ghanbarian et al. (2013, p. 1462), quatro tipos de definições têm sido dados à tortuosidade:

- Geométrica, t_g ;
- Hidráulica, t , empregada por Carman (1937);
- Elétrica, t_e ; e
- Difusiva, t_d .

No caso de escoamento em meios porosos, mesmo a determinação de t_g , a mais “simples” das definições de tortuosidade, é ambígua (LEE et al., 1999; HILLEL, 2004; KOPONEN; KATAJA; TIMONEN, 1996; FENG; YU, 2007). Não obstante, Ghanbarian et al. (2013, p. 1475) demonstram que $t_g < t_e (\approx t_d) < t$, provando que realmente há diferença entre essas tortuosidades. Eles também chamam a atenção para o seguinte ponto:

Uma questão fundamental, raramente abordada, é se a tortuosidade é uma propriedade intrínseca do meio, de um processo dentro do meio, ou nenhum dos dois, sendo simplesmente um parâmetro *ad hoc* usado para melhorar a concordância entre teoria e experimento. Como a tortuosidade depende pronunciadamente da saturação, ela não pode ser simplesmente uma propriedade do próprio meio, mas deve ser derivada dos caminhos reais de fluxo, condução ou transporte envolvidos. (GHANBARIAN et al., 2013, p. 1462, tradução nossa)

As interpretações correntes do coeficiente de permeabilidade intrínseca o situam como um parâmetro dependente tanto da geometria do meio quanto de características do escoamento. Conforme a Eq. (4.65), $k = c_0 \overline{R_H}^2$. O raio hidráulico R_H de um determinado domínio de escoamento é fundamental na mecânica dos fluidos. Esse parâmetro traz informação sobre como a forma geométrica da seção influencia na tensão de cisalhamento e na velocidade de atrito e, por conseguinte, de como o escoamento é afetado pelas fronteiras que o confinam. Porém, o R_H não diz respeito à geometria pura da seção, mas à área e ao perímetro molhados, determinados pelo escoamento. Já o coeficiente $c_0 = \phi(\eta, t)$ é obtido por meio de análise dimensional. Baseados em evidências experimentais, Arbhahirama e Dinoy (1973) propuseram que esta relação funcional fosse dada, segundo a Eq. (4.70), por $c_0 = \eta(1 + c_V^2)/\mathbb{k}_s t$. Portanto, c_0 depende de características geométricas do meio, $\mathbb{k}_s$, e do escoamento, t e c_V , já que este depende dos valores de R_H computados em um VER.

No entanto, a dependência de k com relação a t está cercada de, pelo menos, duas controvérsias. Primeiramente, é requerido que as grandezas intervenientes admitidas em uma análise dimensional sejam independentes. Todavia, não há garantia de que o raio hidráulico médio $\overline{R_H}$, seu coeficiente de variação c_V , a porosidade η e a tortuosidade t sejam independentes. A segunda objeção diz respeito a esse último parâmetro, dado a imprecisão de sua conceituação.

Através do modelo entrópico elaborado na presente tese, é possível definir k de modo independente de ϵ . Comparando-se as Eqs. (4.65) e (6.26b), tem-se:

$$c_0 \overline{R_H}^2 = \frac{\eta^2}{c_0} \left(\frac{\xi_{m\acute{a}x} - \xi_0}{2} \right)^2$$

Portanto:

$$c_0 = \frac{\eta}{\overline{R_H}} \left(\frac{\xi_{m\acute{a}x} - \xi_0}{2} \right) \quad (7.1)$$

A Eq. (7.1) mostra que c_0 pode ser definido com base nas isotacas máxima e mínima de um meio poroso. Além disso, a dependência de $\overline{R_H}$ por parte de c_0 evidencia o problema, anteriormente citado, com o modo de condução da análise dimensional para escoamento em meios porosos. Substituindo-se a Eq. (7.1) na Eq. (4.65), chega-se a uma definição de k que prescinde de c_0 :

$$k = \eta \left(\frac{\xi_{m\acute{a}x} - \xi_0}{2} \right) \overline{R_H} \quad (7.2)$$

A conformação das isotacas resulta da maneira idiossincrática com a qual o escoamento estabelece sua trajetória em um determinado espaço poroso, a fim de dissipar a sua energia o mais eficientemente possível. Esse tipo de conformação guarda enorme semelhança com o fenômeno de meandramento de cursos d'água.

O emprego das isotacas e do raio hidráulico médio na definição de k possibilita a tratativa de problemas de escoamento em meios porosos não saturados. A não saturação modifica o raio hidráulico médio do meio poroso e a própria conformação das isotacas referentes ao fluxo, fazendo com que se registre uma menor permeabilidade, como mostra a Figura 7.1.

Portanto, o modelo entrópico elaborado na presente tese permite evitar a ambiguidade que a definição de tortuosidade carrega. Impede, também, o seu emprego apenas como um parâmetro *ad hoc* na definição de c_0 . Na realidade, esse conceito é substituído pelo de isotaca, que é unívoco. Ainda mais importante: a definição constante na Eq. (7.2) para o coeficiente de permeabilidade intrínseca responde as indagações de Ghanbarian et al. (2013).

Figura 7.1. Influência da saturação sobre a conformação das isotacas.

Fonte: o autor.

7.1.3 Parâmetro de entropia

Compete discutir-se qual deve ser o significado físico do parâmetro de entropia, $\mathcal{M}$. Aplicando-se a Eq. (6.7) na Eq. (6.11), e lembrando-se que $\mathcal{M} = \lambda_2 u_{m\acute{a}x}$, tem-se:

$$\mathcal{P}(u) = \frac{\mathcal{M}}{(e^{\mathcal{M}} - 1)u_{m\acute{a}x}} e^{\mathcal{M} \frac{u}{u_{m\acute{a}x}}} \quad (7.3)$$

Calculando-se $\mathcal{P}(0)$ e $\mathcal{P}(u_{m\acute{a}x})$ a partir da Eq. (7.3), obtém-se:

$$\mathcal{P}(0) = \frac{\mathcal{M}}{(e^{\mathcal{M}} - 1)u_{m\acute{a}x}} \quad (7.4a)$$

$$\mathcal{P}(u_{m\acute{a}x}) = \frac{\mathcal{M}}{(e^{\mathcal{M}} - 1)u_{m\acute{a}x}} e^{\mathcal{M}} \quad (7.4b)$$

Portanto, $\mathcal{M}$ pode ser explicitado conforme a Eq. (7.5a):

$$\mathcal{M} = \ln \frac{\mathcal{P}(u_{m\acute{a}x})}{\mathcal{P}(0)} \quad (7.5a)$$

Avaliando-se $\mathcal{P}(u_{m\acute{a}x})$ e $\mathcal{P}(0)$ conforme a Eq. (6.5), a Eq. (7.5a) pode ser reescrita como:

$$\mathcal{M} = \ln \frac{\frac{1}{\xi_{\max} - \xi_0} \left(\frac{du}{d\xi} \right)^{-1} \Big|_{\xi=\xi_{\max}}}{\frac{1}{\xi_{\max} - \xi_0} \left(\frac{du}{d\xi} \right)^{-1} \Big|_{\xi=\xi_0}} = \ln \frac{\left(\frac{du}{d\xi} \right) \Big|_{\xi=\xi_0}}{\left(\frac{du}{d\xi} \right) \Big|_{\xi=\xi_{\max}}} \quad (7.5b)$$

Fica claro, a partir das Eqs. (7.5a) e (7.5b), que o parâmetro de entropia $\mathcal{M}$ diz respeito à uniformidade da distribuição de velocidades.

7.1.4 Fator de resistência e o comprimento característico do escoamento em meios porosos

Escoamento darciano

A Lei de Forchheimer, Eq. (4.71), expressa segundo a estrutura algébrica da Equação de Darcy-Weisbach, leva à definição de um fator de resistência para o escoamento em meios porosos, $f_{\sqrt{k}}$. Este é dado pela Eq. (4.88), e reproduzido a seguir:

$$f_{\sqrt{k}} = \left[2 \left(\frac{1}{Re_{\sqrt{k}}} + \frac{d}{\sqrt{k}} \right) \right]$$

Em situações de baixas velocidades, nas quais o escoamento é dito darciano:

$$f_{\sqrt{k}} \approx \frac{2}{Re_{\sqrt{k}}} \quad (7.6)$$

O limite da Eq. (6.26a), quando $\mathcal{M}$ tende a zero, é expresso por:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow 0} f_{\sqrt{k}} = \lim_{\mathcal{M} \rightarrow 0} \left[\frac{1}{Re_{\sqrt{k}}} \frac{(e^{\mathcal{M}} - 1)^2}{\mathcal{M} e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1} \frac{\varepsilon_0}{\nu} \right]$$

Segundo Chiu, Lin e Lu (1993, p. 746), o coeficiente ε_0 equivale à viscosidade cinemática ν do fluido quando o escoamento é laminar ou se processa na subcamada viscosa. Portanto, em regime darciano:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow 0} f_{\sqrt{k}} = \frac{1}{Re_{\sqrt{k}}} \lim_{\mathcal{M} \rightarrow 0} \left[\frac{(e^{\mathcal{M}} - 1)^2}{\mathcal{M} e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1} \right]$$

Logo:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow 0} f_{\sqrt{k}} = \frac{2}{Re_{\sqrt{k}}} \quad (7.7)$$

A Eq. (7.7) é igual à Eq. (7.6) e, portanto, conduz ao que se espera do fator de resistência, conforme a teoria clássica, quando o escoamento é darciano.

Escoamento não darciano

Quando as velocidades são suficientemente elevadas, $f_{\sqrt{k}}$ independe de $Re_{\sqrt{k}}$. Portanto, a partir da Eq. (4.88), conclui-se que:

$$f_{\sqrt{k}} \approx \frac{2d}{\sqrt{k}} \quad (7.8)$$

Em situações de altas velocidades, são esperados valores de $\mathcal{M}$ elevados. O limite da Eq. (6.26a), quando $\mathcal{M} \rightarrow \infty$, é expresso por:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} f_{\sqrt{k}} = \lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{Re_{\sqrt{k}}} \frac{(e^{\mathcal{M}} - 1)^2}{\mathcal{M} e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1} \frac{\varepsilon_0}{\nu} \right]$$

Contudo, o resultado desse limite deve ser aquele esperado segundo a teoria clássica, isto é:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{Re_{\sqrt{k}}} \frac{(e^{\mathcal{M}} - 1)^2}{\mathcal{M} e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1} \frac{\varepsilon_0}{\nu} \right] = \frac{2d}{\sqrt{k}}$$

Substituindo-se $Re_{\sqrt{k}} = q\sqrt{k}/\nu$ e multiplicando-se numerador e denominador por $\mathcal{M}$, chega-se a:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \left[\frac{(e^{\mathcal{M}} - 1)}{\mathcal{M}} \frac{\mathcal{M}(e^{\mathcal{M}} - 1)}{\mathcal{M} e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1} \frac{\nu}{q\sqrt{k}} \frac{\varepsilon_0}{\nu} \right] = \frac{2d}{\sqrt{k}}$$

O termo $\frac{\mathcal{M}(e^{\mathcal{M}} - 1)}{\mathcal{M} e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1}$ corresponde a $\frac{u_{\max}}{\bar{u}}$, conforme demonstrado na Eq. (6.18). Quando $\mathcal{M} \rightarrow \infty$:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \frac{\mathcal{M} e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1}{\mathcal{M}(e^{\mathcal{M}} - 1)} = \lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \left[\frac{e^{\mathcal{M}}}{(e^{\mathcal{M}} - 1)} - \frac{1}{\mathcal{M}} \right] = 1$$

Logo:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \frac{u_{m\acute{a}x}}{\bar{u}} = \lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \frac{\bar{u}}{u_{m\acute{a}x}} = 1 \quad (7.9)$$

Portanto, simplificando:

$$d = \frac{1}{2} \lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \left[\frac{(e^{\mathcal{M}} - 1) \varepsilon_0}{\mathcal{M} q} \right] \quad (7.10)$$

Caso ε_0 e q independam de $\mathcal{M}$, essa equação resultaria em:

$$d = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0}{q} \lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \left[\frac{(e^{\mathcal{M}} - 1)}{\mathcal{M}} \right] = \infty$$

Trata-se de um resultado absurdo, pois o parâmetro d deve ser um número real, positivo e finito. Além disso, ele não deveria depender da velocidade do escoamento, visto que diz respeito somente ao meio e que, para $Re_{\sqrt{k}}$ suficientemente elevado, $f_{\sqrt{k}}$ é constante.

A única maneira matematicamente possível de a Eq. (7.10) resultar em um limite finito é se o termo ε_0/q depender de $\mathcal{M}$. Segundo Chiu, Lin e Lu (1993, p. 746), para escoamentos turbulentos, em situação hidraulicamente rugosa, $\varepsilon_0 > \nu$ e varia segundo o grau de turbulência presente e a rugosidade hidráulica do meio. É evidente, portanto, que deve haver alguma relação entre ε_0 e a “viscosidade turbulenta”, ν_t . Segundo Kurokawa (2009, p. 14):

Ao contrário da viscosidade molecular, ν , a viscosidade turbulenta, ν_t , não é uma propriedade do fluido, mas do escoamento, devendo portanto, embutir em sua formulação parâmetros que caracterizem adequadamente as tensões turbulentas. Além disso, a viscosidade turbulenta não se origina da viscosidade molecular, mas sim das estruturas turbilhonares produzidas pela turbulência, na qual depende das características do campo de escoamento.

Em termos dimensionais, ν_t pode ser calculada como sendo o produto entre uma escala de velocidade turbulenta, $\mathbb{U}_t$, e uma escala de comprimento turbulento, $\mathbb{L}_t$ (KUROKAWA, 2009, p. 15):

$$\nu_t \approx \mathbb{U}_t \mathbb{L}_t \quad (7.11)$$

A determinação da viscosidade insere-se no contexto do “problema de fechamento” das equações de turbulência. Entretanto, modelos que tratam dessa questão são um assunto extremamente complexo e que se encontra na vanguarda da mecânica dos

fluidos (KOLMOGOROV, 1941a, 1941b, 1941c; KUROKAWA, 2009; DURBIN, 2018). Sendo assim, a determinação de uma função $\varepsilon_0 = \phi(\mathcal{M}, q)$ foge ao escopo da presente tese.

No entanto, não há dúvidas de que d está intrinsecamente relacionado a $\mathbb{L}_t$. Portanto, d não é uma dimensão característica da geometria do meio poroso, mas sim de como a conformação do espaço poroso determina a dissipação de energia cinética quando o escoamento deixa de ser darciano. Por este motivo, é possível que o escoamento em meios porosos distintos, mas com um mesmo k , seja semelhante na zona linear, mas distinto em velocidades elevadas, quando d passa a exercer influência. Observa-se, na Tabela 7.1, que tanto o escoamento através de casca de coco queimada (ARAÚJO FILHO, 1982) quanto através da areia (MATSUMOTO, 1987) apresentaram valores de k praticamente idênticos, mas de $d/\sqrt{k}$ muito distintos.

Tabela 7.1. Parâmetros obtidos experimentalmente para escoamento em diversos meios porosos.

Referência	Meio	n_p	$\sqrt{k}$ (10^{-5} m)	$\frac{\mu}{k}$ (s^2/m^2)	$d/\sqrt{k}$ (m)
Lorenzi (1975)	Bronze sinterizado, ar ($d_p \approx 0,30$ mm) [A]	51	-	-	0,542
	Bronze sinterizado, água ($d_p \approx 0,30$ mm) [B]	66	-	-	0,542
Araújo Filho (1982)	Areia ($d_{10} = 0,50$ mm) [A]	9	2,42	2.006	0,477
	Casca de coco ($d_{10} = 0,95$ mm) [B]	9	3,90	3.102	1,187
	Casca de coco ($d_{10} = 1,05$ mm) [C]	9	3,48	1.398	0,477
	Casca de coco queimada ($d_{10} = 1,05$ mm) [D]	9	3,54	2.274	0,789
Freire (1983)	Antracito ($d_{10} = 0,95$ mm)	16	2,55	1.318	0,330
Oliveira Júnior (1986)	Seixo ($d_p \approx 4,0$ mm) [A]	38	8,76	768	0,660
	Seixo ($d_p \approx 9,8$ mm) [B]	31	17,5	271	0,465
	Seixo ($d_p \approx 14$ mm) [C]	43	21,6	179	0,379
	Esferas de vidro ($d_p = 19$ mm) [D]	76	44,9	54,8	0,241
Teixeira (1986)	Areia ($d_{10} = 0,85$ mm)	11	4,18	4.505	1,849
Matsumoto (1987)	Areia ($d_{10} = 0,93$ mm)	16	3,55	11.147	3,886
Wiecheteck (1996)	Carvão antracitoso ($d_{10} = 0,97$ mm)	12	3,96	935	0,363
Castillo Miranda (1997)	Areia ($d_{10} = 0,80$ mm)	14	3,19	3.847	1,204

Fonte: o autor, a partir da análise dos dados experimentais das referências citadas.
 n_p : número de pontos experimentais (total: 410 pontos).

7.2 REGIME NÃO LINEAR EM MEIOS POROSOS

7.2.1 Delimitação do regime não linear

Observou-se, na revisão bibliográfica, a inexistência de consenso quanto à delimitação dos regimes de escoamento em meios porosos (SCHNEEBELI, 1955; HUBBERT, 1956; SCHEIDEGGER, 1960; WRIGHT, 1968; TRUSSELL; CHANG, 1999). Os motivos para tanto vão desde inconsistências na definição do número de Reynolds à dificuldade em se realizar uma aplicação adequada da Teoria da Camada Limite aos meios porosos. Além disso, a natureza da transição entre regimes de escoamento nos meios porosos difere daquela observada em condutos forçados. Enquanto que, em tubos, a relação entre Re_D e f apresenta uma descontinuidade que caracteriza a mudança de regime, em meios porosos, a relação $Re_{\sqrt{k}}$ e $f_{\sqrt{k}}$ é contínua e suave. Esse fato já fora percebido por Venkataraman e Rao (1998, p. 844), ao reunirem resultados de experimentos em meios porosos publicados por diversos pesquisadores. Acredita-se que, nesses meios, a transição entre regimes seja suave devido a um efeito de sobreposição defasada de diversas transições acentuadas localmente (à maneira dos tubos) que podem estar ocorrendo, poro a poro, dentro do espaço poroso.

Uma das curvas de particular interesse ao estudo do escoamento em meios porosos é aquela válida para regimes darcianos, Eq. (7.6): $Re_{\sqrt{k}} f_{\sqrt{k}} = 2$. Ela pertence a uma família de curvas do tipo $Re_{\sqrt{k}} f_{\sqrt{k}} = \text{constante}$ que, quando plotadas em escala bilogárítmica, apresentam-se paralelas entre si. Pode-se adotar este fato para o estabelecimento, por convenção, de um limite a partir do qual o escoamento é plenamente não linear, logo, independente de $Re_{\sqrt{k}}$.

Tomando-se, arbitrariamente, uma tolerância χ , a aproximação da Eq. (7.8) pode ser transformada na seguinte igualdade:

$$f_{\sqrt{k}} = (1 + \chi) \frac{2d}{\sqrt{k}} \quad (7.12)$$

Nas quais:

χtolerância de desvio [$M^0 L^0 T^0 \Theta^0$].

Para o regime no qual $f_{\sqrt{k}}$ independe de $Re_{\sqrt{k}}$, comparam-se as Eqs. (4.88), p. 122, e (7.12):

$$2 \left(\frac{1}{Re_{\sqrt{k}}} + \frac{d}{\sqrt{k}} \right) = (1 + \chi) \frac{2d}{\sqrt{k}}$$

Logo:

$$\frac{d}{\sqrt{k}} = \frac{1}{\chi} \frac{1}{Re_{\sqrt{k}}}$$

Substituindo-se $d/\sqrt{k}$ segundo a (7.12), nesse resultado, obtém-se:

$$Re_{\sqrt{k}} f_{\sqrt{k}} = 2 \left(\frac{1 + \chi}{\chi} \right) \quad (7.13)$$

Com base nas deduções de Ward (1964) e de Ahmed e Sunada (1969) e nos resultados experimentais que coletaram, Venkataraman e Rao (1998) propuseram a seguinte relação⁶⁷ para o limite entre os regimes de transição (não linear) e não linear pleno (ao qual se referiram como sendo “turbulento”):

$$Re_{\sqrt{k}} f_{\sqrt{k}} = 20 \quad (7.14)$$

Essa delimitação de regimes possui um caráter arbitrário. Ela é calcada somente nos resultados experimentais levantados por Venkataraman e Rao (1998), e não em algum princípio mais sólido acerca das forças, dos mecanismos de dissipação e das subcamadas atuantes em cada condição de escoamento. Ao compararem-se as Eq. (7.13) e (7.14), verifica-se que a tolerância implicitamente adotada por esses autores é da ordem de onze por cento ($\chi = 11, \bar{1}\%$). Seria de se esperar um valor menor de χ , caso o regime observado fosse realmente turbulento (como designaram esses pesquisadores). Isso porque não deveria ser observada uma variação tão grande no valor de $f_{\sqrt{k}}$ com o aumento da velocidade média do escoamento e, conseqüentemente, de $Re_{\sqrt{k}}$. Não obstante, trata-se de um resultado razoável, de grande utilidade prática, para fins de engenharia.

⁶⁷ A relação originalmente proposta por Venkataraman e Rao (1998) foi adaptada para refletir as definições de $Re_{\sqrt{k}}$ e de $f_{\sqrt{k}}$ da presente tese.

Usando o mesmo conceito e valor de tolerância, um limite para o regime darciano pode ser traçado. A partir da Eq. (4.88), p. 122, para velocidades baixas, sabe-se que:

$$f_{\sqrt{k}} \approx \frac{2}{Re_{\sqrt{k}}} \quad (7.15)$$

Transformando-se essa aproximação em uma igualdade, tem-se:

$$f_{\sqrt{k}} = (1 + \chi) \frac{2}{Re_{\sqrt{k}}} \quad (7.16)$$

Portanto:

$$Re_{\sqrt{k}} f_{\sqrt{k}} = 2(1 + \chi) \quad (7.17)$$

Utilizando-se o valor de χ implicitamente empregado por Venkataraman e Rao (1998) para o limite entre os regimes de transição e não linear pleno, obtém-se a seguinte curva de delimitação do regime darciano:

$$Re_{\sqrt{k}} f_{\sqrt{k}} = 2, \bar{2} \quad (7.18)$$

7.2.2 Delimitação entrópica dos regimes de escoamento

É possível, com base no modelo desenvolvido, definirem-se limites entrópicos para a mudança entre os regimes darciano, de transição e não linear (pleno). Dado que o regime de transição compreende um trecho no qual o escoamento, apesar de não linear, é laminar, e que a função $\varepsilon_0 = \phi(\mathcal{M}, q)$ é desconhecida, assume-se a hipótese de que $\varepsilon_0 = \nu$ nesse intervalo. Desse modo, a partir da Eq. (6.26a), pode-se chegar a uma formulação entrópica para a descrição das famílias de curvas paralelas do tipo $Re_{\sqrt{k}} f_{\sqrt{k}} = \text{constante}$:

$$Re_{\sqrt{k}} f_{\sqrt{k}} = \frac{(e^{\mathcal{M}} - 1)^2}{\mathcal{M}e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1} \quad (7.19)$$

Através do método de Newton-Raphson, construiu-se a curva mostrada na Figura 7.2. Constatou-se que, para $Re_{\sqrt{k}} f_{\sqrt{k}} = 20$, $\mathcal{M} = 4,19$ e que, para $Re_{\sqrt{k}} f_{\sqrt{k}} = 2, \bar{2}$, $\mathcal{M} = 0,301$.

Figura 7.2. Delimitação dos regimes de escoamento em meios porosos segundo o parâmetro de entropia.

Fonte: o autor.

Dado que os limites entre regimes são definidos arbitrariamente e que, quanto menores forem os valores de $\mathcal{M}$, menores serão os eventuais desvios decorrentes da hipótese de que $\varepsilon_0 = \nu$, é mais interessante utilizarem-se os valores $\mathcal{M} = 0,3$ e $\mathcal{M} = 4$ como delimitadores dos regimes darciano e não linear, respectivamente.

7.2.3 Diagrama de resistência para meios porosos

Com base nas expressões de $f_{\sqrt{k}}$ (vide as Eqs. (4.88), (7.6) e (7.8)), e com os limites obtidos para a mudança entre regimes, é possível aprimorar o gráfico mostrado na Figura 4.21. O resultado é exibido na Figura 7.3.

O parâmetro de entropia $\mathcal{M}$ não indica somente a uniformidade da distribuição de velocidades em um dado escoamento. Ele também se presta como indicador do regime de escoamento. Na presente tese, essa determinação se deu de modo arbitrário e sob a hipótese de que $\varepsilon_0 = \nu$. Contudo, o seu emprego não incorre em nenhuma definição controversa, como é o caso do número de Reynolds em um meio poroso. Nada impede que seja definido, arbitrariamente e segundo um determinado propósito, um outro critério para a atribuição dos valores de $\mathcal{M}$. Isso significa adotar um outro valor de tolerância χ .

Figura 7.3. Diagrama de resistência para meios porosos, com delimitação entrópica dos regimes de escoamento.

Fonte: o autor.

Uma definição cientificamente precisa desse limite requer um estudo mais aprofundado de ε_0 e da formação de subcamada viscosa no escoamento em meios porosos. Tais avanços têm o potencial de definir, inequivocamente, o valor de $\mathcal{M}$ no qual ocorre uma mudança de regime de escoamento.

7.3 DISTRIBUIÇÃO ENTRÓPICA DE VELOCIDADE EM MEIOS POROSOS

7.3.1 Velocidades locais em função do parâmetro de entropia

Reorganizando-se a Eq. (6.13), na forma $\frac{u}{u_{máx}} = \phi \left(\mathcal{M}, \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{máx} - \xi_0} \right)$, fazendo $u^* = \frac{u}{u_{máx}}$ e

$\xi^* = \mathcal{F}(u) = \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{máx} - \xi_0}$, obtém-se:

$$u^* = \frac{1}{\mathcal{M}} \ln[1 + (e^{\mathcal{M}} - 1)\xi^*] \quad (7.20)$$

Em que:

ξ^* isótaca adimensional [$M^0 L^0 T^0 \theta^0$].

A Eq. (7.20) não é definida para $\mathcal{M} = 0$. Contudo, o seu limite para $\mathcal{M} \rightarrow 0$ é definido e vale:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{M}} \ln[1 + (e^{\mathcal{M}} - 1)\xi^*] \stackrel{L'H}{=} \lim_{\mathcal{M} \rightarrow 0} \frac{\xi^* e^{\mathcal{M}}}{1 + (e^{\mathcal{M}} - 1)\xi^*}$$

Portanto:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow 0} u^* = \xi^* \Leftrightarrow \lim_{\mathcal{M} \rightarrow 0} \frac{u}{u_{m\acute{a}x}} = \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{m\acute{a}x} - \xi_0} \quad (7.21a)$$

Nesse caso, as velocidades locais aumentam linearmente com as isótacas. Pode-se determinar, também, o limite de $u/u_{m\acute{a}x}$ para quando $\mathcal{M} \rightarrow \infty$:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \frac{1}{\mathcal{M}} \ln[1 + (e^{\mathcal{M}} - 1)\xi^*] \stackrel{L'H}{=} \lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \frac{\xi^* e^{\mathcal{M}}}{1 + (e^{\mathcal{M}} - 1)\xi^*} \stackrel{L'H}{=} \lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \frac{\xi^* e^{\mathcal{M}}}{\xi^* e^{\mathcal{M}}}$$

Logo:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} u^* = 1 \Leftrightarrow \lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \frac{u}{u_{m\acute{a}x}} = 1 \quad (7.21b)$$

Nessa situação, todos os pontos do fluido escoante apresentariam uma mesma velocidade local, igual à velocidade máxima.

7.3.2 Relação entre a velocidade média e o parâmetro de entropia

A partir da Eq. (6.18), pode-se determinar o valor de $\bar{u}$, comparativamente a $u_{m\acute{a}x}$, quando $\mathcal{M} \rightarrow 0$:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow 0} \frac{\mathcal{M}e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1}{\mathcal{M}(e^{\mathcal{M}} - 1)} = \frac{1}{2}$$

Portanto:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow 0} \frac{\bar{u}}{u_{m\acute{a}x}} = \frac{1}{2} \quad (7.22a)$$

Quando $\mathcal{M} \rightarrow \infty$:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \frac{\mathcal{M}e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1}{\mathcal{M}(e^{\mathcal{M}} - 1)} = 1$$

Logo:

$$\lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \frac{\bar{u}}{u_{m\acute{a}x}} = 1 \quad (7.22b)$$

Os resultados das Eqs. (7.22a) e (7.22b) estão de acordo com o que ocorre em tubos sob escoamento forçado. Quando estes se encontram em regime laminar, ocorre um perfil parabólico de velocidades, no qual $u_{m\acute{a}x} = 2\bar{u}$. No regime turbulento, este perfil toma uma aparência mais uniforme, com $\bar{u} \approx u_{m\acute{a}x}$.

Além disso, a Eq. (7.20) pode ser invertida, a fim de que possa se identificar a isótaca à qual se relaciona a velocidade média do escoamento, dado $\mathcal{M}$:

$$\xi^* = \frac{e^{\mathcal{M}u^*} - 1}{e^{\mathcal{M}} - 1} \quad (7.23)$$

Para a velocidade média $\bar{u}$, tem-se que $u^* = \bar{u}/u_{m\acute{a}x}$. Consequentemente, é possível substituir a Eq. (6.18), na Eq. (7.23):

$$\xi^* \left(\frac{\bar{u}}{u_{m\acute{a}x}} \right) = \frac{e^{\mathcal{M} \left[\frac{\mathcal{M}e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1}{\mathcal{M}(e^{\mathcal{M}} - 1)} \right]} - 1}{e^{\mathcal{M}} - 1} \quad (7.24)$$

Para $\mathcal{M} \rightarrow 0$, tem-se:

$$\left[\xi^* \left(\frac{\bar{u}}{u_{m\acute{a}x}} \right) \right]_{\mathcal{M} \rightarrow 0} = \lim_{\mathcal{M} \rightarrow 0} \frac{e^{\mathcal{M} \left[\frac{\mathcal{M}e^{\mathcal{M}} - e^{\mathcal{M}} + 1}{\mathcal{M}(e^{\mathcal{M}} - 1)} \right]} - 1}{e^{\mathcal{M}} - 1} \stackrel{L'H}{=} \lim_{\mathcal{M} \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}\mathcal{M}}}{e^{\mathcal{M}}} = \frac{1}{2} \quad (7.25a)$$

Para $\mathcal{M} \rightarrow \infty$, resulta que:

$$\left[\xi^* \left(\frac{\bar{u}}{u_{m\acute{a}x}} \right) \right]_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} = \lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \frac{e^{\mathcal{M} \left(\frac{e^{\mathcal{M}}}{e^{\mathcal{M}} - 1} - \frac{1}{\mathcal{M}} \right)} - 1}{e^{\mathcal{M}} - 1} = \lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \frac{e^{\mathcal{M} \left(1 - \frac{1}{\mathcal{M}} \right)}}{e^{\mathcal{M}}} = \frac{1}{e} \quad (7.25b)$$

As expressões para velocidades locais e médias, em função de $\mathcal{M}$, obtidas nas Eqs. (7.20), (7.21a), (7.21b), (7.22a), (7.22b), (7.25a) e (7.25b) podem ser reunidas em um único gráfico, conforme mostra-se na Figura 7.4. Esse gráfico exhibe a velocidade local, ocorrendo em qualquer isótaca, para qualquer situação de escoamento. Exhibe, também, a velocidade média e a isótaca na qual ela ocorre.

Figura 7.4. Distribuição de velocidades locais e velocidade média em função do parâmetro de entropia.

Fonte: o autor.

As linhas cheias são as distribuições entrópicas de velocidade para parâmetros de entropia $\mathcal{M}$ variando entre 0 e 50. A linha pontilhada reúne os valores de velocidade média e as respectivas isotacas nas quais ocorrem para escoamentos cujo valor de $\mathcal{M}$ esteja entre 0 e ∞ .

Fica evidente, portanto, o papel desempenhando por $\mathcal{M}$ no escoamento. Muito embora a definição sobre o início do regime não linear pleno seja arbitrária, o mesmo não ocorre com as curvas de distribuição de velocidades locais.

7.4 VERIFICAÇÃO DO MODELO

A fim de se verificar o funcionamento do modelo proposto, foram revisitados os dados experimentais de diversos autores (Tabela 7.1). A Figura 7.5 combina os gráficos mostrados nas Figuras 7.3 e 7.4, com o acréscimo de eixos secundários, referentes ao parâmetro de entropia, $\mathcal{M}$, e ao parâmetro de curva, $d/\sqrt{k}$. Foram plotadas 15 séries de dados, totalizando 410 pontos experimentais, compreendendo meios porosos tão diversos quanto filtros de bronze sinterizado, casca de coco, areia, seixos, esferas de vidro e carvão antracitoso.

Figura 7.5. Verificação do modelo e do parâmetro de entropia enquanto ponte entre a macro e a microescala.

Constata-se que as curvas de ajuste para $f_{\sqrt{k}} \times Re_{\sqrt{k}}$, em função de $d/\sqrt{k}$ de cada material, apresentaram boa aderência aos pontos experimentais. Além disso, é possível ver qual curva de $\mathcal{M}$ intercepta um determinado ponto experimental. Com isso, é possível inferir-se, no gráfico, secundário, qual a distribuição de velocidades, na escala microscópica, correspondente a essa condição de escoamento, na escala macroscópica. Assim, $\mathcal{M}$ serve de “parâmetro-ponte” entre a macro e a microescala do escoamento.

Para exemplificar essa aplicação, foram selecionados três pontos experimentais da curva referente a seixos com $d_p \approx 4,0 \text{ mm}$ (OLIVEIRA JÚNIOR, 1986). A escolha se deu com base na faixa de velocidades compreendida por estes experimentos. Os pontos escolhidos são discriminados na Tabela 7.2 e indicados Figura 7.5.

Tabela 7.2. Análise de dados de escoamento de água através de seixos.

Ponto	i (–)	q (m/s)	$Re_{\sqrt{k}}$ (–)	$f_{\sqrt{k}}$ (–)	$Re_{\sqrt{k}} f_{\sqrt{k}}$ (–)	$\mathcal{M}$ (–)
P1	0,0633	0,0044	0,3852	5,617	2,163	0,227
P2	0,850	0,0258	2,259	2,194	4,955	2,03
P3	2,08	0,0445	3,896	1,807	7,041	2,64

Fonte: o autor, a partir dos dados de escoamento de água através de seixos com $d_p \approx 4,0 \text{ mm}$ (OLIVEIRA JÚNIOR, 1986). Lei de Forchheimer obtida experimentalmente: $i = 13,3q + 768q^2$.

Considera-se, portanto, que o modelo proposto foi verificado com sucesso. Um ábaco para a sua aplicação é fornecido no Apêndice A, p. 235.

7.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sobre as diversas maneiras de se derivar a função de entropia de informação, Tribus (1969, p. 110, tradução nossa) escreveu:

Há maneiras alternativas de se demonstrar o Teorema de Pitágoras [...]. A existência de uma multiplicidade de provas não lança dúvida sobre a prova [inicial] ou altera a verdade de sua afirmação. As diferentes formas de prova frequentemente fornecem uma percepção adicional. [...] Cada derivação serve para lançar mais luz sobre o seu significado

O mesmo ocorreu, na presente tese, com relação à Lei de Forchheimer e à Equação de Darcy-Weisbach. Normalmente, estas são derivadas a partir das Equações de Navier-Stokes. Entretanto, provou-se que estas podem ser obtidas por meio do PEM, a partir de um número mínimo de premissas. Assim como as provas alternativas do Teorema de Pitágoras, essa demonstração possibilitou a reinterpretação de parâmetros fundamentais ao escoamento em meios porosos e, em última instância, do próprio fenômeno.

Constatou-se, também, que a distribuição entrópica de velocidades locais em um meio poroso, Eq. (6.13), é igual àquelas derivadas para o escoamento livre em canais (CHIU, 1988, 1989) e em conduto forçado (CHIU; LIN; LU, 1993). Em 1857, Henry Darcy chamara atenção à semelhança entre a equação que obtivera para o escoamento laminar em tubulações e canais (DARCY, 1857) e a lei que publicara para o escoamento através de areias, um ano antes (DARCY, 1856). Em retrospecto, pode-se dizer que Ergun e Orning (1949) se utilizaram do mesmo fato ao sobreporem a Equação de Kozeny-Carman (KOZENY, 1927; CARMAN, 1937, 1956) à de Burke e Plummer (1928). Por meio desse procedimento, eles obtiveram uma equação para o escoamento não linear em meios porosos que era semelhante à Equação de Darcy-Weisbach. Contudo, parece não ter sido percebido que a Lei de Forchheimer (1901a, 1901b), proposta antes da Equação de Ergun e similar à Equação de Darcy-Weisbach, era praticamente idêntica à Equação de Prony (1804), concebida já havia quase um século. Logo, o paralelismo entre as distribuições entrópicas de velocidade em canais, condutos forçados e meios porosos possui amparo histórico e reconcilia campos da hidráulica há muito separados.

A modelagem precisa do espaço poroso não foi o objeto do presente estudo. O passo determinante na obtenção do modelo proposto foi o abandono da visão microescalar corrente de meio poroso. A simplificação concebida por Kozeny (1927) e Carman (1937, 1956) de se considerar o meio poroso como um feixe de capilares já era contestada por Scheidegger (1960, p. 125-133), que alertava sobre a sua incapacidade de captar a conectividade do espaço poroso. Apesar dessa ideia ser autoevidente, a própria definição de conectividade não é única (CUNHA, 2016, p. 29) e tampouco é simples, interfaceando áreas como a geometria fractal e a topologia matemática (SAHIMI, 1993).

Técnicas experimentais, tais como imageamento ótico com luz visível ou ultravioleta, radiação gama de dupla energia, microtomografia de raios-X e imageamento por ressonância magnética tornaram possível a observação do espaço poroso (TOLEDO, 2012; CUNHA, 2016). No entanto, apenas mais recentemente que a velocimetria por imagem de partículas, a velocimetria por rastreamento de partículas, a anemometria laser de efeito Doppler e a tomografia por emissão de pósitrons atingiram uma resolução adequada para o estudo do escoamento em meios porosos (WOOD et al., 2015, p. 47). Patil e Liburdy (2013) e Wood et al. (2015) empregaram a velocimetria por imagem de partículas para a determinação dos campos de velocidades em escoamentos laminares e turbulentos em meios porosos. Eles buscaram comparar seus resultados experimentais com simulações numéricas. De Anna et al. (2017) impuseram perfis parabólicos de velocidade, ou seja, assumiram escoamentos laminares de Hagen-Poiseuille nos interstícios de meios porosos simples, em suas simulações numéricas. A partir destas, derivaram uma distribuição de velocidades. Apesar dos avanços experimentais e numéricos, reconheceram que:

[...] a determinação teórica das distribuições de velocidades de fluidos [...] a partir de descrições estatísticas da geometria de escala de poros, permanece um desafio aberto. [...] Estudos recentes propuseram modelos fenomenológicos para a distribuição de velocidades elevadas [que podem ocorrer em meios porosos], mas sem qualquer embasamento em teorias físicas mecanicistas ou estatísticas. (DE ANNA et al., 2017, p. 2-3, tradução nossa)

Ao invés de se delimitar cada poro, enquanto ente individual e com características como comprimento e diâmetro bem definidos, definiram-se “isótacas”, que refletem não o espaço poroso propriamente dito, mas o escoamento nele sediado e por ele condicionado. As técnicas experimentais suscitadas podem vir a ser de grande serventia à melhor compreensão do comportamento das isótacas no espaço poroso, imbuindo o modelo proposto de grande capacidade preditiva. No entanto, é inegável que este, diferentemente de seus predecessores, apresenta um sólido embasamento físico, calcado na teoria da informação e no princípio da entropia máxima, o qual deriva da mecânica estatística.

8 CONCLUSÕES

*Invention, it must be humbly admitted, does not consist in creating out of void but out of chaos.*⁶⁸

Mary Shelley (1797 – 1851)
Escritora britânica

As contribuições provenientes do presente estudo são, a seguir, sumarizadas:

- Um modelo analítico do escoamento em meios porosos, válido para regimes darcianos e não darcianos, foi desenvolvido.
- A teoria da informação se prestou como fundamentação epistemológica e como ferramenta matemática de modelagem.
- O princípio da entropia máxima se mostrou capaz de modelar um fenômeno tão complexo, mesmo com base em um número mínimo de hipóteses.
- Uma equação para a distribuição de velocidades do escoamento em meios porosos foi obtida.
- O modelo proposto é isomórfico àqueles derivados das Equações de Navier-Stokes, tais como a Equação de Darcy-Weisbach e a Lei de Forchheimer.
- Através do referido isomorfismo, estabeleceram-se significados físicos mais precisos aos seguintes parâmetros: coeficiente de permeabilidade intrínseca (k), comprimento característico (de dissipação de energia, d) e número de Reynolds ($Re_{\sqrt{k}}$ e Re_d).
- Constatou-se que o parâmetro de entropia ($\mathcal{M}$) reúne, em um único número, informações a respeito de $Re_{\sqrt{k}}$, d , k e do fator de resistência em meios porosos ($f_{\sqrt{k}}$).
- O modelo proposto apresentou boa aderência aos resultados obtidos por diferentes autores, que estudaram o escoamento através de meios bastante diversos, como areia, carvão antracitoso, cascas de coco, esferas de vidro, filtros de bronze sinterizado e seixos.

⁶⁸ “O ato da invenção, deve-se humildemente admitir, não consiste em criar a partir do nada, mas a partir do caos.” (tradução nossa)

- O parâmetro de entropia mostrou-se apto para a função de delimitar os regimes de escoamento em meios porosos. Contudo, os critérios de mudança de regime ainda permanecem arbitrários.
- Observou-se que o parâmetro de entropia serve de “parâmetro ponte” entre estudos experimentais, numéricos e analíticos – sejam eles conduzidos na macro ou na microescala.

Face ao que foi apresentado, conclui-se que houve êxito na obtenção de um modelo analítico geral e robusto, para o estudo e a previsão, nas mais diversas áreas de conhecimento, do comportamento do escoamento em meios porosos.

9 PESQUISAS FUTURAS

*Science... never solves a problem without creating ten more.*⁶⁹

George Bernard Shaw (1856 – 1950)
Dramaturgo e ensaísta irlandês

Uma boa tese não pode ser ensimesmada. Ela deve suscitar novas perguntas, estimular estudos posteriores e inspirar investigações futuras. Espera-se que rumos intrigantes possam ser tomados a partir do presente trabalho. A seguir, vislumbram-se algumas linhas de pesquisa e citam-se exemplos de projetos dentro das mesmas:

- **Consolidação do modelo analítico proposto**
 - Constituição de um *big data*, a partir de experimentos publicados, abrangendo diversos meios porosos e faixas de escoamento.
 - Aplicação dos dados ao modelo analítico proposto.
- **Experimentos na microescala**
 - Análise, à luz do modelo proposto, de resultados oriundos de técnicas como velocimetria por imagem e por rastreamento de partículas e tomografia por emissão de pósitrons.
 - Determinação experimental das isotacas.
- **Implementação numérica**
 - Simulação computacional, baseada em velocidades locais e isotacas.
 - Predição do comportamento do escoamento em um dado meio poroso.
- **Aplicações do modelo**
 - Incorporação a outros modelos, como por exemplo, os de dispersão de poluentes no solo.
 - Otimização da operação de instalações que utilizem meios porosos já existentes.
 - Desenvolvimento de novos meios porosos, já otimizados e que possam substituir os recursos naturais atualmente empregados em filtros ou reatores, tais como brita, areia, antracito, carvão ativado, entre outros.
- **Evolução do modelo analítico**
 - Avaliação dos mecanismos de dissipação de energia e determinação de ε_0 .
 - Extensão do modelo para consideração de meios porosos não saturados, escoamentos multifásicos, fluidos não newtonianos e alterações temporais da geometria da matriz sólida.

⁶⁹ “Ciência... nunca resolve um problema sem criar outros dez.” (tradução nossa)

REFERÊNCIAS

- ABDELAZIZ, R.; PEARSON, A.; MERKEL, B. Lattice Boltzmann modeling for tracer test analysis in a fractured Gneiss aquifer. **Natural Science**, v.5, n. 3, p. 368-374, 2013.
- AHMED, N.; SUNADA, D.K. Nonlinear flow in porous media. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 95, n. 6, p. 1847-1858, 1969.
- AL-RAOUSH, R.; PAPADOPOULOS, A. Representative elementary volume analysis of porous media using X-ray computed tomography. **Powder technology**, v. 200, n. 1-2, p. 69-77, 2010.
- ARAÚJO FILHO, A.R. **Estudo do emprego de “casca de coco” como material filtrante alternativo em filtros de camada dupla**. 1982. 123 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1982.
- ARBHABHIRAMA, A.; DINOY, A.A. Friction Factor and Reynolds Number in Porous Media Flow. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 99, n. 6, p. 901-911, 1973.
- AUBERT, G.; BOULAIN, J. **La pédologie**. Paris: Presses Universitaires de France (PUF), 1967. 126 p. (Collection “Que Sais-Je?” n. 352).
- AUBERTIN, M.; BUSSIÈRE, B.; CHAPUIS, R.P. Hydraulic conductivity of homogenized tailings from hard rock mines. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 33, n. 3, p. 470-482, 1996.
- AURIAULT, J.L. Transport in Porous Media: Upscaling by Multiscale Asymptotic Expansions. In: DORMIEUX, L.; ULM, F.-J. (eds.). **Applied micromechanics of porous materials**. Wien: Springer, 2005. p. 3-56.
- BALL, B.C. Modelling of soil pores as tubes using gas permeabilities, gas diffusivities and water release. **Journal of Soil Science**, v. 32, n. 4, p. 465-481, 1981.
- BARBÉ, D.E.; CRUISE, J.F.; SINGH, V.P. Solution of Three-Constraint Entropy-Based Velocity Distribution. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 117, n. 10, p. 1389-1396, 1991.
- BARBER, B. Resistance by scientists to scientific discovery. **Science**, v. 134, p. 596-602, 1961.

- BARROS, O.N.F. **Análise estrutural e cartografia detalhada de solos em Marília, Estado de São Paulo**: ensaio metodológico. 1985. 146 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1985.
- BASAK, P. Non-Darcy flow and its implications to seepage problems. **Journal of the Irrigation and Drainage Division**, v. 103, n. 4, p. 459-473, 1977.
- BAZMI, M.; HASHEMABADI, S.H.; BAYAT, M. Modification of Ergun equation for application in trickle bed reactors randomly packed with trilobe particles using computational fluid dynamics technique. **Korean Journal of Chemical Engineering**, v. 28, n. 6, p. 1340-1346, 2011.
- BEAR, J. **Dynamics of Fluids in Porous Media**. New York: Dover, 1988. 764 p.
- BEAR, J.; BACHMAT, Y. **Introduction to modeling of transport phenomena in porous media**. Springer Science & Business Media, 1990. 554 p.
- BEAR, J.; CHENG, A.H.-D. **Modeling Groundwater Flow and Contaminant Transport**. Dordrecht: Springer, 2010. 834 p. (Theory and Applications of Transport in Porous Media, v. 23).
- BEAULIEU, M. The use of risk assessment and risk management in the revitalization of brownfields in North America: a controlled opening. In: CONTAMINATED SOIL '98, 6, 1998, Edinburgh. **Proceedings...** London: Thomas Telford, 1998. v. 1, p. 51-59.
- BERNIER, J.; ROCHER, V.; LESSARD, P. Modelling headloss and two-step denitrification in a full-scale wastewater post-denitrifying biofiltration plant. **Journal of Environmental Engineering and Science**, v. 9, n. 3, p. 171-180, 2014.
- . Initial and hourly headloss modelling on a tertiary nitrifying wastewater biofiltration plant. **Environmental Technology**, v. 37, n. 10, p. 1188-1196, 2016.
- BERNOULLI, D. **Hydrodynamica: sive de viribus et motibus fluidorum commentarii** [Hidrodinâmica: ou comentários sobre a força e o movimento dos fluidos]. Basileia: Typographi Basiliensis, 1738. 304 p.
- BIDWELL, O.W.; HOLE, F.D. Man as a factor of soil formation. **Soil Science**, v. 99, n. 1, p. 65-72, 1965.
- BINGHAM, E.C. **Fluidity and Plasticity**. New York: McGraw-Hill, 1922. 440 p.

- _____. **Experimental investigations upon the flow of liquids in tubes of very small diameter.** Tradução para o inglês, de W.H. Herschel, de POUISEUILLE, J.L.M. Recherches expérimentales sur le mouvement des liquids dans les tubes de très-petits diamètres. Mémoires présentés par divers savants a l'Académie Royale des Sciences de L'Institut de France, t. 9, p. 433-544, 1846. Lancaster: Lancaster Press, 1940. 101 p. (Rheological Memoirs, v. 1, n. 1).
- BLAKE, F.C. The Resistance of Packing to Fluid Flow. **Transactions of the American Institute of Chemical Engineers**, v. 14, p. 415-421, 1923.
- BLASIUS, H. Das Aehnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten [O princípio da semelhança em processos de atrito em líquidos]. In: MEYER, D.; SEYFFERT, M. (Eds.). **Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens**, v. 131. Berlin, Heildeberg: Springer, 1913. p. 1-41.
- BOCKHEIM, J.G. Soil endemism and its relation to soil formation theory. **Geoderma**, v. 129, n. 3-4, p. 109-124, 2005.
- BOCKHEIM, J.G.; GENNADIYEV, A.N.; HAMMER, R.D.; TANDARICH, J.P. Historical development of key concepts in pedology. **Geoderma**, v. 124, n. 1-2, p. 23-36, 2005.
- BOCQUIER, G. L'évolution des démarches en pédologie. De l'héritage de B.B. Dokoutchaev à la diversité des démarches actuelles en pédologie. **Bulletin de l'Association française pour l'étude du sol. Science du sol**, n. 2, p. 113-121, 1984.
- BOLTZMANN, L., Weitere Studien über das Wärmegleichgewicht unter Gasmolekülen [Estudos posteriores sobre o equilibrio térmico de moléculas gasosas]. **Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien** (Mathematisch-Naturwissenschaftliche Classe), v. 66, n. 2, p. 275-370, 1872.
- BONELL, M. Possible impacts of climate variability and change on tropical forest hydrology. **Climatic change**, v. 39, n. 2-3, p. 215-272, 1998.
- BOTARI, A. **Modelação matemática da perda de carga e da remoção de turbidez e de partículas na filtração direta ascendente.** 2007. 247 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.
- BOUMA, J. Using soil survey data for quantitative land evaluation. In: **Advances in soil science.** New York: Springer, 1989. p. 177-213.

BOUSSINESQ, J. Essai sur la théorie des eaux courantes [Ensaio sobre a teoria das águas correntes]. **Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences de L'Institut de France**, t. 23, n. 1, p. 1-680, 1877.

_____. Recherches théoriques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol et sur le debit des sources [Pesquisas teóricas sobre o escoamento em lençóis freáticos infiltrados no solo e sobre o caudal das fontes]. **Journal de Mathématiques Pures et Appliquées**, s. 5, t. 10, p. 5-78, 1904.

BRIGGS, L.J.; McLANE, J.W. **The Moisture Equivalents of Soils**. Washington, Government Printing Office, 1907. 23 p. (U.S. Department of Agriculture Bureau of Soils, Bulletin n. 45).

BRIGGS, L.J.; SHANTZ, H.L. **The Wilting Coefficient for Different Plants and its Indirect Determination**. Washington: Government Printing Office, 1912. 83 p. (U.S. Department of Agriculture Bureau of Plant Industry, Bulletin n. 230).

BRKIĆ, D. Review of explicit approximations to the Colebrook relation for flow friction. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 77, n. 1, p. 34-48, 2011.

BROOKS, R.H.; COREY, A.T. **Hydraulic Properties of Porous Media**. Fort Collins: Colorado State University, 1964. 27 p. (Hydrology Papers no. 3).

BROWN, G.O. Henry Darcy and the making of a law. **Water Resources Research**, v. 38, n. 7, 1106, 2002a.

_____. The history of the Darcy-Weisbach equation for pipe flow resistance. In: Environmental and Water Resources History Sessions, 2002. **Anais...** Washington: ASCE, 2002b. p. 34-43.

BRUTSAERT, W. Some Methods of Calculating Unsaturated Permeability. **Transactions of the ASAE**, v. 10, n. 3, p. 400-404, 1967.

BUCKINGHAM, E. **Studies on the Movement of Soil Moisture**. Washington: Government Printing Office, 1907. 61 p. (U.S. Department of Agriculture Bureau of Soils – Bulletin No. 38).

BUNTING, B.T. **The geography of soil**. London: Hutchinson University Library, 1965. 213 p.

BUOL, S.W.; HOLE, F.D.; MCCracken, R.J. **Soil genesis and classification**. Ames: The Iowa State University Press, 1973. 360 p.

BURKE, S.P.; PLUMMER, W.B. Gas Flow through Packed Columns. **Industrial & Engineering Chemistry**, v.20, n. 11, p. 1196-1200, 1928.

- CAMPBELL, G.S. A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data. **Soil Science**, v. 117, n. 6, p. 311-314, 1974.
- CAMPBELL, J. **Grammatical man**: information, entropy, language and life. New York: Simon & Schuster, 1982. 319 p.
- CAPUTO, H.P. **Mecânica dos solos e suas aplicações**. 5ª ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1975. 456 p.
- CARMAN, P.C. Fluid flow through granular beds. **Transactions of the Institution of Chemical Engineers**, v. 15, p. 150-166, 1937.
- _____. **Flow of gases through porous media**. London: Butterworths, 1956. 182 p.
- CARNOT, S. **Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres a développer cette puissance** [Reflexões sobre a força motriz do fogo e sobre as máquinas próprias para desenvolvê-la]. Paris: Bachelier, 1824. 118 p.
- CARRARA, S.M.C.M.; MORITA, D.M.; BOSCOV, M.E.G. Biodegradation of di(2-ethylhexyl)phthalate in a typical tropical soil. **Journal of Hazardous Materials**, v. 197, p. 40-48, 2011.
- CARRIER III, W.D. Goodbye, Hazen; hello, Kozeny-Carman. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 129, n. 11, p. 1054-1056, 2003.
- CASTILLO MIRANDA, S.J. **Influência da mistura dos grãos da areia no desempenho da filtração direta ascendente**. 1997, 275 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.
- CEDERGREN, H.R. **Seepage, drainage, and flow nets**. New York: Wiley, 1967. 489 p.
- CHAMBERLIN, T.C. The requisite and qualifying conditions of artesian wells. In: POWELL, J.W. **Fifth annual report of the United States Geological Survey to the Secretary of Interior, 1883-1884**. Washington: Government Printing Office, 1885, p. 125-173.
- CHEN, Y.-C.; CHIU, C.-L. A fast method of flood discharge estimation. **Hydrological Processes**, v. 18, n. 9, p. 1671-1684, 2004.

- CHÉZY, A. **Formule pour trouver la vitesse constante que doit avoir l'eau dans une rigole ou um canal dont la pente est donnée** [Fórmula para determinar a velocidade constante que deve ter a água em uma calha ou um canal cuja inclinação é dada]. Paris: École National des Ponts et Chaussées, 1776. Dossier n° 846 (MS 1915).
- CHILDE, V.G. **O que aconteceu na história**. Tradução de Waltensir Dutra. 3ª ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1973. 292 p.
- CHIU, C.-L. Entropy and Probability Concepts in Hydraulics. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 113, n. 5, p. 583-599, 1987.
- _____. Entropy and 2-D Velocity Distribution in Open Channels. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 114, n. 7, p. 738-756, 1988.
- _____. Velocity Distribution in Open Channel Flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 115, n. 5, p. 576-594, 1989.
- _____. Application of Entropy Concept in Open-Channel Flow Study. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 117, n. 5, p. 615-628, 1991.
- CHIU, C.-L.; CHEN, Y.-C. An efficient method of discharge estimation based on probability concept. **Journal of Hydraulic Research**, v. 41, n. 6, p. 589-596, 2003.
- CHIU, C.-L.; HSU, S.-M.; TUNG, N.-C. Efficient methods of discharge measurements in rivers and streams based on the probability concept. **Hydrological Processes**, v. 19, n. 20, p. 3935-3946, 2005.
- CHIU, C.-L.; JIN, W.; CHEN, Y.-C. Mathematical Models of Distribution of Sediment Concentration. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 126, n. 1, p. 16-23, 2000.
- CHIU, C.-L.; LIN, G.-F.; LU, J.-M. Application of Probability and Entropy Concepts in Pipe-Flow Study. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 119, n. 6, p. 742-756, 1993.
- CHIU, C.-L.; MURRAY, D.W. Variation of Velocity Distribution along Nonuniform Open-Channel Flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 118, n. 7, p. 989-1001, 1992.
- CHIU, C.-L.; SAID, C.A.A. Maximum and Mean Velocities and Entropy in Open-Channel Flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 121, n. 1, p. 26-35, 1995.
- CHIU, C.-L.; TUNG, N.-C. Maximum Velocity and Regularities in Open-Channel Flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 128, n. 4, p. 390-398, 2002.

- CHO, Y.-S.; LEE, D. Synthesis of Macroporous Silica Particles by Continuous Generation of Droplets for Insulating Materials. **Journal of Nanoscience and Nanotechnology**, v. 18, n. 9, p. 6112-6121, 2018.
- CHOMSURIN, C.; WERTH, C.J. Analysis of pore-scale nonaqueous phase liquid dissolution in etched silicon pore networks. **Water Resources Research**, v. 39, n. 9, p. 1-11, 2003.
- CHOO, T.H. An efficient method of the suspended sediment-discharge measurement using entropy concept. **Water Engineering Research**, v. 1, n. 2, p. 95-105, 2000.
- CLAPEYRON, B.P.E. Mémoire sur la puissance motrice de la chaleur [Memorando sobre a força motriz do calor]. **Journal de l'École Polytechnique**, v. 23, p. 153-190, 1834.
- CLAUSIUS, R. Ueber die bewegende Kraft der Wärme und die Gesetze, welche sich daraus für die Wärmelehre selbst ableiten lassen [Sobre a força motriz do calor e as leis que podem ser derivadas disso para a teoria da termodinâmica]. **Annalen der Physik und Chemie**, v. 155, n. 3, p. 368, 397, 1850.
- _____. Ueber die Art der Bewegung, welche wir Wärme nennen [Sobre o tipo de movimento que chamamos de calor]. **Annalen der Physik und Chemie**, v. 176, n.3, p. 353-380, 1857.
- _____. Ueber verschiedene für die Anwendung bequeme Formen der Hauptgleichungen der mechanischen Wärmetheorie [Sobre várias formas convenientes para as principais equações da teoria mecânica do calor]. **Annalen der Physik und Chemie**, v. 125, n. 7, p. 353-400, p. 1865.
- CODUTO, D.P. **Geotechnical Engineering: Principles and Practices**. Upper Saddle River (NJ): Prentice Hall, 1999. 759 p.
- COLEBROOK, C.F. Turbulent Flow in Pipes, with particular reference to the Transition Region between the Smooth and Rough Pipe Laws. **Journal of the Institution of Civil Engineers**, v. 11, n. 4, p. 133-156, 1939.
- COLEBROOK, C.F.; WHITE, C.M. Experiments with fluid friction in roughened pipes. **Proceedings of the Royal Society A**, v. 161, n. 906, p. 367-381, 1937.
- COULOMB, C.A. Essai sur une application des règles de maximis & minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture [Ensaio sobre uma aplicação dos princípios de máximos e mínimos a alguns problemas de estática, relacionados à arquitetura]. **Mémoires de Mathématique & de Physique, présentés à l'Académie Royale des Sciences par divers Savans, & lus dans ses Assemblées**, v. 7, p. 343-382, 1776.

CRUICKSHANK, J.G. **Soil geography**. New York: John Wiley & Sons, 1972. 256 p.

CUNHA, A.R. **Modelo para a caracterização da conectividade de materiais porosos**. 2016. 59 p. Tese (Doutorado) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

CUNHA, D.J.S. Experimentação dos terrenos para o estudo de fundações. **Revista Brasileira de Engenharia**, v. 1, n. 1, p. 2-8, 1920.

DARCY, H. **Rapport à le maire et au conseil municipal, de Dijon**, sur les moyens de fournir l'eau nécessaire à cette ville [Relatório ao prefeito e ao conselho municipal de Dijon sobre os meios de fornecer a água necessária a esta cidade]. Dijon: Douillier, 1834. 120 p.

_____. **Les fontaines publiques de la ville de Dijon** [As fontes públicas da cidade de Dijon]. Paris: Victor Dalmont, 1856. 647 p.

_____. **Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux** [Pesquisas experimentais sobre o movimento da água em tubulações]. Paris: Mallet-Bachelier, 1857. 268 p.

DAS, B.M. **Introduction to soil mechanics**. Ames: The Iowa State University Press, 1979. 264 p.

_____. **Advanced Soil Mechanics**. 2nd ed. Washington: Taylor & Francis, 1997. 457 p.

_____. **Fundamentos de engenharia geotécnica**. Tradução da 7^a ed. Americana. São Paulo: Cengage Learning, 2011. 610 p.

DAVY, H. **Elements of agricultural chemistry**, in a course of lectures for the Board of agriculture. London: Longman, Hurst, Rees, Orme and Brown, 1813. 407 p.

DE ANNA, P.; QUAIFE, B.; BIROS, G.; JUANES, R. Prediction of the low-velocity distribution from the pore structure in simple porous media. **Physical Review Fluids**, v. 2, n. 12, p. 1-16, 2017.

DE ARAÚJO, J.C.; CHAUDHRY, F.H. Experimental Evaluation of 2-D Entropy Model for Open-Channel Flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 124, n. 10, p. 1064-1067, 1998.

DE BOER, R. **Trends in Continuum Mechanics of Porous Media**. Dordrecht: Springer, 2005. 279 p.

DE VITA, F.; ROSTI, M.E.; IZBASSAROV, D.; DUFFO, L.; TAMMISOLA, O.; HORMOZI, S.; BRANDT, L. Elastoviscoplastic flows in porous media. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v. 258, p. 10-21, 2018.

- DE VRIES, J.J. Early developments in groundwater research in the Netherlands: a societally driven science. In: TVEDT, T.; OESTIGAARD, T. (Eds.). **A history of water: The world of water**, v. 3. London: I.B. Tauris, 2006. p. 185-206.
- DEWAR, R.C.; PORTÉ, A. Statistical mechanics unifies different ecological patterns. **Journal of Theoretical Biology**, v. 251, n. 3, p. 389-403, 2008.
- DITTRICH, T. 'The concept of information in physics': an interdisciplinary topical lecture. **European Journal of Physics**, v. 36, n. 1, p. 1-38, 2015.
- DOKUCHAEV, V.V. **Russian chernozem**. Tradução de N. Kaner. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1967. 491 p. (Selected works of V.V. Dokuchaev, v. 1). [Tradução do trabalho original, intitulado Русский чернозём, publicado em 1883].
- DONG, W.; BAIRD, T.; FRYER, J.R.; GILMORE, C.J.; MACNICOL, D.D.; BRICOGNE, G.; SMITH, D.J.; O'KEEFE, M.A.; HÖVMOLLER, S. Electron microscopy at 1-Å resolution by entropy maximization and likelihood ranking. **Nature**, v. 355, n. 6361, p. 605-609, 1992.
- DORMIEUX, L.; ULM, F.-J. **Applied micromechanics of porous materials**. Wien: Springer, 2005. 331 p.
- DU PLESSIS, J.P.; WOUDBERG, S. Pore-scale derivation of the Ergun equation to enhance its adaptability and generalization. **Chemical Engineering Science**, v. 63, n. 9, p. 2576-2586, 2008.
- DUFFY, D.C.; McDonald, J.C.; SCHUELLER, O.J.A.; WHITESIDES, G.M. Rapid Prototyping of Microfluidic Systems in Poly(dimethylsiloxane). **Analytical Chemistry**, v. 70, n. 23, p. 4974-4984, 1998.
- DULLIEN, F.A.L. **Porous media: fluid transport and pore structure**. New York: Academic Press, 1979. 396 p.
- DUPUIT, J. **Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux** dans les canaux découverts et a travers les terrains perméables [Estudos teóricos e práticos sobre o movimento das águas em canais abertos e através de terrenos permeáveis]. 2ª ed. Paris: Dunod, 1863. 304 p.
- DURBIN, P.A. Some Recent Developments in Turbulence Closure Modeling. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 50, p. 77-103, 2018.
- ECO, U. **Como se faz uma tese**. Tradução de Gilson Cesar Cardoso de Souza. 24ª ed. São Paulo: Perspectiva, 2012. 174 p. (Série Estudos, 85)

- EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Solos (Rio de Janeiro). **Sistema brasileiro de classificação de solos**. Brasília: Embrapa Produção de Informação; Rio de Janeiro: Embrapa Solos, 1999. 412 p.
- _____. Centro Nacional de Pesquisa de Solos (Rio de Janeiro). **Sistema brasileiro de classificação de solos**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Embrapa-SPI, 2006. 306 p.
- EMORI, R.I.; SCHURING, D.J. **Scale Models in Engineering**. Oxford: Pergamon, 1977. 299 p.
- EPSTEIN, N. On tortuosity and the tortuosity factor in flow and diffusion through porous media. **Chemical Engineering Science**, v. 44, n. 3, p. 777-779, 1989.
- ERGUN, S. Fluid flow through packed columns. **Chemical Engineering Progress**, v. 48, n. 2, p. 89-94, 1952.
- ERGUN, S.; ORNING, A.A. Fluid Flow through Randomly Packed Columns and Fluidized Beds. **Industrial & Engineering Chemistry**, v. 41, n. 6, p. 1179-1184, 1949.
- ESCANDE, L. Experiments concerning the infiltration of water through a rock mass. In: **Proceedings: Minnesota International Hydraulic Convention**. ASCE, 1953. p. 547-553.
- ESPINDOLA, C.R. **Retrospectiva crítica sobre a pedologia: um repasse bibliográfico**. Campinas: Editora da Unicamp, 2008. 397 p.
- ESTADOS UNIDOS. Department of Agriculture. Bureau of Plant Industry, Soils, and Agricultural Engineering. Soil Survey Staff. **Soil survey manual**. Washington: Government Printing Office, 1951. 503 p. (Agriculture Handbook n. 18)
- _____. Department of Agriculture. Soil Survey Staff. **Soil taxonomy**, a basic system of soil classification for making and interpreting soil surveys. Washington: U.S. Government Printing Office, 1975. 754 p. (Agriculture Handbook n. 436)
- ETTEMA, R. Hunter Rouse — His work in retrospect. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 132, n. 12, p. 1248-1258, 2006.
- FAIR, G.M.; HATCH, L.P. Fundamental factors governing the streamline flow of water through sand. **Journal of the American Water Works Association**, v. 25, n. 11, p. 1551-1563, 1933.
- FANNING, J.T. **A practical treatise on water-supply engineering**. New York: Van Nostrand, 1877. 619 p.
- FARRELL, D.A.; LARSON, W.E. Modeling the Pore Structure of Porous Media. **Water Resources Research**, v. 8, n. 3, p. 699-706, 1972.

- FENG, M.; FREDLUND, D.G. Hysteretic influence associated with thermal conductivity sensor measurements. In: 52nd Canadian Geotechnical Conference. **Anais...**, Regina: Canadian Geotechnical Society, 1999. p. 651-657.
- FENG; Y.; YU, B. Fractal dimension for tortuous streamtubes in porous media. **Fractals**, v. 15, n. 4, p. 385-390, 2007.
- FERREIRA, I.D.; MENEZES, C.B.A.; OLIVEIRA, V.M.; MORITA, D.M. Slurry Phase Biological Treatment of Latosol Contaminated with Phthalates, Adipate, and Alcohols. **Journal of Environmental Engineering**, v. 141, n. 1, p. 1-11, 2015.
- FETTER JR., C.W. Hydrogeology: a short history, part 2. **Ground Water**, v. 42, n. 6, p. 949-953, 2004.
- FORCHHEIMER, P. Ueber die ergiebigkeit von brunnen-anlagen und sickerschlitzen [Sobre o fluxo de poços e águas subterrâneas]. **Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover**, v. 32, p. 539-564, 1886.
- _____. Wasserbewegung durch Boden [Movimento da água através do solo]. **Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure**, v. 45, n. 49, p. 1736-1741, 1901a.
- _____. Wasserbewegung durch Boden [Movimento da água através do solo]. **Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure**, v. 45, n. 50, p. 1781-1788, 1901b.
- _____. **Hydraulik** [Hidráulica]. Leipzig: B.G. Teubner, 1914. 566 p.
- _____. **Tratado de Hidráulica**. Tradução 3^a ed. Alemã (1930), por Manuel Lucini. Barcelona: Editorial Labor, 1935. 628 p.
- FORTUNA, A.O. **Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos**: conceitos básicos e aplicações. 2^a ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2012. 552 p.
- FREDLUND, D.G.; XING, A. Equations for the soil-water characteristic curve. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 31, n. 3, p. 521-532, 1994.
- FREIRE, M.L. **Influência da altura de queda de água entre as unidades de pré-tratamento e os filtros**. 1983. 118 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1983.
- GANJI, D.D.; KACHAPI, S.H.H. Chapter 7 – Nanofluid Flow in Porous Medium. In: **Application of Nonlinear Systems in Nanomechanics and Nanofluids**. Amsterdam: Elsevier, 2015. p. 271-316.

- GARDNER, W. R. Mathematics of isothermal water conduction in unsaturated soil. In: Symposium on Physico-Chemical Phenomenon in Soils. **Anais...** Washington: Highway Research Board, 1958. p. 78-87 (Highway Research Board Special Report n. 40).
- GHANBARIAN, B.; HUNT, A.G.; EWING, R.P.; SAHIMI, M. Tortuosity in Porous Media: A Critical Review. **Soil Science Society of America Journal**, v. 77, n. 5, p. 1461-1477, 2013.
- GIBBS, J.W. **Elementary principles in statistical mechanics developed with especial reference to the rational foundation of thermodynamics**. New York: Charles Scribner's Sons, 1902. 207 p.
- GIFFIN, A. From physics to economics: An econometric example using maximum relative entropy. **Physica A**, v. 388, n. 8, p. 1610-1620, 2009.
- GLINKA, K.D. **Treatise of soil science**. Tradução de A. Gourevich. 4th ed. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1963. 674 p. [Tradução do trabalho original, intitulado Почвоведение, publicado em 1931].
- GOODMAN, R.E. **Karl Terzaghi: the engineer as artist**. Reston: ASCE Press, 1998. 340 p.
- HADAS, A. Deviations from Darcy's law for the flow of water in unsaturated soils. **Israel Journal of Agricultural Research**, v. 14, n. 4, p. 159-168, 1964.
- HAGEN, G. Ueber die Bewegung des Wassers in engen cylindrischen Röhren [Sobre o movimento da água em tubos cilíndricos estreitos]. **Annalen der Physik**, v. 122, n. 3, p. 423-442, 1839.
- HAGENBACH, E. Ueber die Bestimmung der Zähigkeit einer Flüssigkeit durch den Ausfluss aus Röhren [Sobre a determinação da viscosidade de um líquido através do fluxo de saída dos tubos]. **Annalen der Physik**, v. 185, n. 3, p. 385-426, 1860.
- HANSBO, S. **Consolidation of clay, with special reference to influence of vertical sand drains: a study made in connection with full-scale investigations at Skå-Edeby**. Stockholm: Swedish Geotechnical Society, 1960. 160 p.
- HARR, M.E. **Groundwater and Seepage**. New York: McGraw-Hill, 1962. 315 p.
- HARTE, J.; ZILLIO, T.; CONLISK, E.; SMITH, A.B. Maximum Entropy and the State-Variable Approach to Macroecology. **Ecology**, v. 89, n. 10, p. 2700-2711, 2008.

- HAZEN, A. Some physical properties of sands and gravels with special reference to their filtration. **Twenty-Fourth Annual Report of the State Board of Health of Massachusetts** (Public Document No. 34). Boston: Wright & Potter, 1893. p. 541-556.
- _____. Discussion of "Dams on Sand Foundations: Some Principles Involved in Their Design, and the Law Governing the Depth of Penetration Required for Sheet-Piling" by A.C. Koenig. **Transactions of the American Society of Civil Engineers**, v. 73, n. 3, p. 190-207, 1911.
- HELMHOLTZ, H.; VON PIOTROWSKI, G. **Über Reibung tropfbarer Flüssigkeiten** [Sobre a fricção dos escoamentos líquidos]. Wien: k.k. Hof- und Staatsdruckerei, 1860. 54 p.
- HÉNIN, S. et al. **Le profil cultural: principes de physique du sol** [O perfil de cultivo: princípios de física do solo]. Paris: Société d'éditions des ingénieurs agricoles (SEIA), 1960. 320 p.
- HERSCHEL, C. On the origin of the Chézy formula. **Journal of the Association of Engineering Societies**, v. 18, p. 363-369, 1897.
- HILGARD, E.W. **Soils**. New York: Macmillan, 1906. 593 p.
- HILLEL, D. **Introduction to Environmental Soil Physics**. Amsterdam: Elsevier Academic Press, 2004. 494 p.
- HOLTZ, R.D.; KOVACS, W.D. **An Introduction to Geotechnical Engineering**. Englewood Cliffs (NJ): Prentice-Hall, 1981. 733 p.
- HUBBERT, M.K. The theory of ground-water motion. **Journal of Geology**, v. 48, n. 8 (1), p. 785-944, 1940.
- _____. Darcy's law and the field equations of the flow of underground fluids. **AIME Petroleum Transactions**, v. 207, p. 222-239, 1956.
- HUNT, C.B. **Geology of soils: their evolution, classification, and uses**. San Francisco: W.H. Freeman, 1972. 344 p.
- IRMAY, S. On the theoretical derivation of Darcy and Forchheimer formulas. **Transactions of the American Geophysical Union**, v. 39, n. 4, p. 702-707, 1958.
- ISRAELSEN, O.W.; WEST, F.L.R. **Water-holding capacity of irrigated soils**. Logan: Utah Agricultural College Experiment Station, 1922. 24 p.

- IZBASH, S.V. **O filtracii krupnosernistom material** [Sobre a filtração em materiais grosseiros]. Leningrad: Izvestiya Nauchno-Issledovatel'skogo Instituta Gidrotekhniki (NIIG), 1931.
- JACOBSON, H. Beiträge zur Haemodynamik [Contribuições para a hemodinâmica]. **Archiv für Anatomie, Physiologie und Wissenschaftliche Medizin**, v. 80, p. 683-702, 1860.
- JAYNES, E.T. Information Theory and Statistical Mechanics. **Physical Review**, v. 106, n. 4, p. 620-630, 1957a.
- _____. Information Theory and Statistical Mechanics. II. **Physical Review**, v. 108, n. 2, p. 171-190, 1957b.
- _____. Gibbs vs Boltzmann Entropies. **American Journal of Physics**, v. 33, n. 5, p. 391-398, 1965.
- _____. Prior Probabilities. **IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics**, v. 4, n. 3, p. 227-241, 1968.
- JENNY, H. **Factors of soil formation**. A system of quantitative pedology. New York: McGraw-Hill, 1941. 281 p.
- JEONG, S.-W.; CORAPCIOGLU, M.Y. A micromodel analysis of factors influencing NAPL removal by surfactant foam flooding. **Journal of Contaminant Hydrology**, v. 60, n. 1-2, p. 77-96, 2003.
- JEONG, S.-W.; CORAPCIOGLU, M.Y.; ROOSEVELT, S.E. Micromodel Study of Surfactant Foam Remediation of Residual Trichloroethylene. **Environmental Science & Technology**, v. 34, n. 16, p. 3456-3461, 2000.
- JOFFE, J.S. **Pedology**. New Brunswick, New Jersey: Rutgers University Press, 1936. 575 p.
- JOULE, J.P. On the Calorific Effects of Magneto-Electricity, and on the Mechanical Value of Heat. **The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science** (Series 3), v. 23, n. 152, p. 263-276, 347-355, 435-443, 1843.
- JOWITT, P.W. The Extreme Value Type-I Distribution and the Principle of Maximum Entropy. **Journal of Hydrology**, v. 42, n. 1-2, p. 23-38, 1979.
- KELLER, A.A.; BLUNT, M.J.; ROBERTS, A.P.V. Micromodel Observation of the Role of Oil Layers in Three-Phase Flow. **Transport in Porous Media**, v. 26, n. 3, p. 277-297, 1997.

- KHALED, A.-RA; VAFAI, K. The role of porous media in modeling flow and heat transfer in biological tissues. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 46, n. 26, p. 4989-5003, 2003.
- KIM, T.H.; LEE, W.; JEONG, J.H. Thermo-fluidic characteristics of open cell metal foam as an anodes for DCFC, part I: Head loss coefficient of metal foam. **International Journal of Hydrogen Energy**, v. 39, n. 23, p. 12369-12376, 2014.
- KING, F.H. Principles and conditions of the movements of ground water. In: WALCOTT, C.D. **Nineteenth annual report of the United States Geological Survey** to the Secretary of Interior, 1897-1898: Part 2 – Papers chiefly of a theoretic nature. Washington: Government Printing Office, 1899. p. 59-294.
- KITAURA, R.; KITAGAWA, S.; KUBOTA, Y.; KOBAYASHI, T.C.; KINDO, K.; YOSHIMI, M.; MATSUO, A.; KOBAYASHI, M.; CHANG, H.C.; OZAWA, T.C.; SUZUKI, M.; SAKATA, M.; TAKATA, M. Formation of a One-Dimensional Array of Oxygen in a Microporous Metal-Organic Solid. **Science**, v. 298, n. 5602, p. 2358-2361, 2002.
- KOLMOGOROV, A.N. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса [Estrutura local da turbulência em um fluido viscoso incompressível para número de Reynolds muito elevado]. **Doklady Akademii Nauk SSSR**, v. 30, n. 4, p. 299-303, 1941a.
- _____. К вырождению изотропной турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости [Sobre o decaimento da turbulência isotrópica em um fluido viscoso incompressível]. **Doklady Akademii Nauk SSSR**, v. 31, n. 6, p. 538-541, 1941b.
- _____. Рассеяние энергии при локально изотропной турбулентности [Dissipação de energia na turbulência localmente isotrópica]. **Doklady Akademii Nauk SSSR**, v. 32, n. 1, p. 19-21, 1941c.
- KOMORI, F.S. **Desenvolvimento de um simulador computacional de dinâmica de fluidos utilizando o método de Lattice Boltzmann**. 2012. 87 p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.
- KOMORI, F.S.; CARREÑO, M.N.P. Simulating nanofluids using the Lattice Boltzmann Method. In: MICROELECTRONICS TECHNOLOGY AND DEVICES (SBMicro), 2013, Curitiba. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE, 2013, p. 1-4.

- KOMORI, F.S.; MIELLI, M.Z.; CARREÑO, M.N.P. Simulator for Microfluidics based on the Lattice Boltzmann Method. **ECS Transactions**, v. 39, n. 1, p. 461-468, 2011.
- KOPONEN, A.; KATAJA, M.; TIMONEN, J. Tortuous flow in porous media. **Physical Review E**, v. 54, n. 1, p.406-410, 1996.
- KOSTIC, M.M. Revisiting the Second Law of Energy Degradation and Entropy Generation: From Sadi Carnot's Ingenious Reasoning to Holistic Generalization. In: AIP Conference. **Proceedings...** AIP, 2011. p. 327-350.
- KOVÁCS, G. **Seepage Hydraulics**. Amsterdam: Elsevier, 1981. 730 p. (Developments in water science, v. 10).
- KOZENY, J. Über kapillare Leitung des Wassers im Boden [Sobre o transporte capilar da água no solo]. **Royal Academy of Science, Vienna, Proc. Class I**, v. 136, p. 271-306, 1927.
- KUBARE, M.; HAARHOFF, J. Rational design of domestic biosand filters. **Journal of Water Supply: Research and Technology – AQUA**, v. 59, n. 1, p. 1-15, 2010.
- KUROKAWA, F.A. **Um esquema "upwind" para leis de conservação e sua aplicação na simulação de escoamentos incompressíveis 2D e 3D laminares e turbulentos com superfícies livres**. 2009. 167 p. Tese (Doutorado) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.
- KUTILEK, M. Influence de l'interface sur la filtration de l'eau dans les sols [Influência da interface sobre a filtração de água no solo]. **Science du Sol**, v. 1, p. 3-14, 1965.
- . Non-darcian flow of water in soils — laminar region: A review. In: International Association for Hydraulic Research (Ed.). **Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media**. Amsterdam: Elsevier, 1972. p. 327-340. (Developments in Soil Science, v. 2).
- LAL, R. World soils and global issues. **Soil and Tillage Research**, v. 97, n. 1, p. 1-4, 2007.
- LAL, R.; KIMBLE, J.M.; FOLLETT, R.F. Pedospheric processes and the carbon cycle. In: LAL, R.; KIMBLE, J.M.; FOLLETT, R.F.; STEWART, B.A. (eds.). **Soil processes and the carbon cycle**. Boca Raton: CRC Press, 1997. p. 1-8.

- LALIBERTE, G.E. A mathematical function for describing capillary pressure-desaturation data. **Hydrological Sciences Journal**, v. 14, n. 2, p. 131-149, 1969.
- LAMBE, T.W.; WHITMAN, R.V. **Soil Mechanics**. New York: Wiley, 1969. 553 p.
- LAMBIASI, L.N.; LOFRANO, F.C.; CARRARA, S.M.C.M.; MORITA, D.M. Estudo hidrodinâmico do comportamento do dietil hexil ftalato (DEHP) na zona vadosa do solo. **Águas Subterrâneas**, v. 27, 2013. Suplemento. Apresentado ao III Congresso Internacional de Meio Ambiente Subterrâneo, São Paulo, 2013.
- LANNING, L.M.; FORD, R.M. Glass Micromodel Study of Bacterial Dispersion in Spatially Periodic Porous Networks. **Biotechnology and bioengineering**, v. 78, n. 5, p. 556-566, 2002.
- LEE, S.; HASSAN, Y.A.; ABDULSATTAR, S.S.; VAGHETTO, R. Experimental study of head loss through an LOCA-generated fibrous debris bed deposited on a sump strainer for Generic Safety Issue 191. **Progress in Nuclear Energy**, v. 74, p. 166-175, 2014.
- LEE, Y.; ANDRADE Jr., J.S.; BULDYREV, S.V.; DOKHOLYAN, N.V.; HAVLIN, S.; KING, P.R.; PAUL, G.; STANLEY, H.E. Traveling time and traveling length in critical percolation clusters. **Physical Review E**, v. 60, n. 3, p. 3425-3428, 1999.
- LEONARDS, G.A. Engineering properties of soils. In: LEONARDS, G.A. (ed.). **Foundation Engineering**. New York: McGraw-Hill, 1962. p. 66-240.
- LEOPOLD, L.B.; LANGBEIN, W.B. **The Concept of Entropy in Landscape Evolution**. Washington: Government Printing Office, 1962. 20 p. (USGS Professional Paper 500-A).
- LEPSCH, I.F. Perfil do solo. In: MONIZ, A.C. (Coord.). **Elementos de pedologia**. São Paulo: Polígono, 1972. p. 335-339.
- _____. **19 lições de pedologia**. São Paulo: Oficina de Textos, 2011. 456 p.
- LI, B.; GARGA, V.K.; DAVIES, M.H. Relationships for Non-Darcy Flow in Rockfill. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 124, n. 2, p. 206-212, 1998.
- LIBARDI, P.L. **Dinâmica da água no solo**. 2ª ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2012. 346 p.
- LIMA, L.F. **Termo de atrito em escoamento transitório para condutos forçados**. Ed. revisada. 2006. 131 p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

- LIN, H. Hydropedology: Bridging Disciplines, Scales, and Data. **Vadose Zone Journal**, v. 2, n. 1, p. 1-11, 2003.
- LIU, C.K.; KLINE, S.J.; JOHNSTON, J.P. **An experimental study of turbulent boundary layer on rough walls**. Stanford: Stanford University, 1966. 171 p. (Report MD 15 NTIS/AD 647 268, Thermosciences Division).
- LOFRANO, F.C.; MORITA, D.M.; KOMORI, F.S.; CARREÑO, M.N.P. Avaliação do transporte de contaminantes no solo através do método de Lattice Boltzmann. **Águas Subterrâneas**, v. 27, 2013. Suplemento. Apresentado ao III Congresso Internacional de Meio Ambiente Subterrâneo, São Paulo, 2013.
- LOFRANO, G.; BROWN, J. Wastewater management through the ages: a history of mankind. **Science of the Total Environment**, v. 408, n. 19, p. 5254-5264, 2010.
- LORENZI, A. Non-linear seepage law in porous sintered media. In: 16th Congress of the International Association for Hydraulic Research. **Anais...** São Paulo, v. 5, 1975. p. 148-152.
- LUCKOS, A.; BUNT, J.R. Pressure-drop predictions in a fixed-bed coal gasifier. **Fuel**, v. 90, n. 3, p. 917-921, 2011.
- LUEGER, O. **Die Wasserversorgung der Städte** [O abastecimento de água das cidades]. Stuttgart: A. Bergsträsser, 1895. 2 v.
- LUTZ, J.F.; KEMPER, W.D. Intrinsic permeability of clay as affected by clay-water interaction. **Soil science**, v. 88, n. 2, p. 83-90, 1959.
- LYON, T.L.; BUCKMAN, H.O.; BRADY, N.C. **The nature and properties of soils: a college text of edaphology**. 5th ed. New York: Macmillan, 1952. 591 p.
- MANSUR, C.I.; KAUFMAN, R.I. Dewatering. In: LEONARDS, G.A. (ed.). **Foundation Engineering**. New York: McGraw-Hill, 1962. p. 241-350.
- MARBUT, C.F. **Soils of the United States**. In: ESTADOS UNIDOS. Department of Agriculture. Bureau of Chemistry and Soils.; BAKER, O.E. (Ed.). **Atlas of American Agriculture: Part III**. Washington: U.S. Government Printing Office, 1935. 98 p.
- MARCOS, Z.Z. **Ensaio sobre epistemologia pedológica**. Campinas: Fundação Cargill, 1980. 119 p.
- MARTINS, A.A.; LARANJEIRA, P.E.; BRAGA, C.H.; MATA, T.M. Modeling of transport phenomena in porous media using network models. In: TIAN, K.S.; SHU, H.-J. **Progress in Porous Media Research**. Nova Science, 2009. p. 165-261.

- MARTINS, R. Turbulent seepage flow through rockfill structures. **Water Power and Dam Construction**, v. 40, n. 3, p. 41-45, 1990.
- _____. Principles of Rockfill Hydraulics. In: DAS NEVES, E.M. (ed.). **Advances in Rockfill Structures**. Dordrecht: Springer, 1991. p. 523-570.
- MATHIEU, E. Sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petit diamètres [Sobre o movimento de líquidos em tubos de diâmetros muito pequenos]. **Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris**, v. 57, p. 320-324, 1863.
- MATSUMOTO, T. **Comparação entre a filtração ascendente e descendente de água decantada utilizando areia como meio filtrante**. 1987. 102 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1987.
- MAXWELL, J.C. **On the Stability of the Motion of Saturn's Rings**. Cambridge: Macmillan and Co., 1859. 71 p.
- _____. Illustrations of the dynamical theory of gases. Part I. On the motions and collisions of perfectly elastic spheres. **The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science** (Series 4), v. 19, n. 124, p.19-32, 1860a.
- _____. Illustrations of the dynamical theory of gases. Part II. On the process of diffusion of two or more kinds of moving particles among one another. **The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science** (Series 4), vol.20, n. 130, p.21-37, 1860b.
- _____. Tait's "Thermodynamics". **Nature**, v. 17, n. 431, p. 257-259, 1878.
- MCCORQUODALE, J.A.; HANNOURA, A.-A.A.; NASSER, M.S. Hydraulic Conductivity of Rockfill. **Journal of Hydraulic Research**, v. 16, n. 2, p. 123-137, 1978.
- MCDONALD, J.C.; DUFFY, D.C.; ANDERSON, J.R.; CHIU, D.T.; WU, H.; SCHUELLER, O.J.A.; WHITESIDES, G.M. Fabrication of microfluidic systems in poly(dimethylsiloxane). **Electrophoresis**, v. 21, n. 1, p. 27-40, 2000.
- McKEE, C.R.; BUMB, A.C. Flow-Testing Coalbed Methane Production Wells in the Presence of Water and Gas. **SPE Formation Evaluation**, v. 2, n. 4, p. 599-608, 1987.
- McKEON, B.J.; SWANSON, C.J.; ZAGAROLA, M.V.; DONNELLY, R.J.; SMITS, A.J. Friction factors for smooth pipe flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 511, p.41-44, 2004.

- MEDINA, J. Apresentação. In: **Anais do Simpósio Brasileiro de Solos Tropicais em Engenharia**. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 1981. p. 3.
- MELLO, V.F.B.; TEIXEIRA, A.H. **Mecânica dos solos, fundações e obras de terra**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1971. 2v.
- MELLONI, R.; MOREIRA, F.M.S; NÓBREGA; R.S.A.; SIQUEIRA, J.O. Eficiência e diversidade fenotípica de bactérias diazotróficas que nodulam caupi [*Vigna unguiculata* (L.) WALP] e feijoeiro (*Phaseolus vulgaris* L.) em solos de mineração de bauxita em reabilitação. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, v. 30, n. 2, p. 235-246, 2006.
- MILL, J.S. **A system of logic** ratiocinative and inductive: being a connected view of the principles of evidence and the methods of scientific investigation. Toronto: Toronto University Press, 1974. v. 7. 638 p. (Collected works of John Stuart Mill; v. 7-8).
- MISSBACH, A. Filtrovateľnosť čerpených a saturovaných št'av .VII. Průtok vrstvou kuliček. [Capacidade de filtração e separação de xaropes saturados. VII. Escoamento através de uma camada de contas]. **Listy cukrovarnické**, v. 55, n. 33, p. 293-299, 1937.
- MOLDRUP, P.; OLESEN, T.; KOMATSU, T.; SCHJØNNING, P.; ROLSTON, D.E. Tortuosity, Diffusivity, and Permeability in the Soil Liquid and Gaseous Phases. **Soil Science Society of America Journal**, v. 65, n. 3, p. 613-623, 2001.
- MONIZ, A.C. (Coord.). **Elementos de pedologia**. São Paulo: Polígono, 1972. 459 p.
- MONTEMAGNO, C.D.; GRAY, W.G. Photoluminescent volumetric imaging: a technique for the exploration of multiphase flow and transport in porous media. **Geophysical Research Letters**, v. 22, n. 4, p. 425-428, 1995.
- MONTROLL, E.W. On the entropy function in sociotechnical systems. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, v. 78, n. 12, p. 7839-7843, 1981.
- MOODY, L.F. Friction factors for pipe flow. **Transactions of the American Society of Mechanical Engineers**, v. 66, p. 671-684, 1944.
- MORAES, A.G. **Entropia máxima na modelação do fator de atrito (f) de escoamento forçado**. Ed. Revisada. 2010. 151 p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

- MORAMARCO, T.; SALTALIPPI, C.; SINGH, V.P. Estimation of Mean Velocity in Natural Channels Based on Chiu's Velocity Distribution Equation. **Journal of Hydrologic Engineering**, v. 9, n. 1, p. 42-50, 2004.
- MORAMARCO, T.; SINGH, V.P. Simple Method for Relating Local Stage and Remote Discharge. **Journal of Hydrologic Engineering**, v. 6, n. 1, p. 78-81, 2001.
- MORITA, D.M. **Prevenção e controle da poluição da água e do solo causada por resíduos industriais perigosos**. 2011. 527 p. Tese (Livre-Docência) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.
- MOURET, G. Antoine Chézy: Histoire d'une formule d'hydraulique [Antoine Chézy: História de uma formula da hidráulica]. **Annales des Ponts et Chaussées**, v. 61, n. 2, p. 165-269, 1921.
- MUSKAT, M. **The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media**. New York, London: McGraw-Hill, 1937. 763 p.
- NAVIER, C.L.M.H. Mémoire sur les lois du mouvement des fluides [Memorando sobre as leis do movimento dos fluidos]. **Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France**, v. 6, p. 389-440, 1823.
- NELSON, L. B. Building sounder conservation and water management research programs for the future. **Soil Science Society of America Journal**, v. 22, n. 4, p. 355-358, 1958.
- NERPIN, S.V.; CHUDNOVSKY, A.F. **Fizika Pochvy** [Física do solo]. Moskva: Izdatel'stvo "Nauka", 1967. 583 p.
- NEUMANN, F.E. **Vorlesungen über mathematische Physik: Einleitung in die theoretische Physik** [Palestras sobre Física Matemática: Introdução à Física Teórica]. Leipzig: Teubner, 1883. 91p.
- NIKURADSE, J. Widerstandgesetz und Geschwindigkeitsverteilung von turbulenten Wasserströmungen in glatten und rauhen Rohren [Lei de resistência e distribuição de velocidades em escoamentos turbulentos com água em tubos lisos e rugosos]. In: 3rd International Congress of Applied Mechanics. **Anais...** Stockholm, v. 1, 1930. p. 239-248.
- _____. Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren [Leis de escoamento em tubos lisos]. **Verein Deutscher Ingenieure Forschungsheft**, v. 356, 1932.
- _____. Strömungsgesetze in Rauhen Rohren [Leis de escoamento em tubos rugosos]. **Verein Deutscher Ingenieure Forschungsheft**, v. 361, 1933.

NOGAMI, J.S. **Glossário de geologia aplicada à engenharia rodoviária**. São Paulo: Instituto de Pesquisas Rodoviárias, 1966. 34 p.

_____. **Geologia aplicada**. Cap. XXXI a XLIV. Materiais de construção, métodos, escorregamentos, fundações, estradas e barragens. São Paulo: DLP do Grêmio Politécnico, 1968. 71 p.

NUNES, A.J.C. **Curso de mecânica dos solos e fundações**. (Fundamentos e aplicações da mecânica dos solos). Porto Alegre: Globo, 1956. 314 p.

NUTTING, P.G. Physical analysis of oil sands. **Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists**, v. 14, n. 10, p. 1337-1349, 1930.

OLIVEIRA JÚNIOR, A.C. **Escoamento turbulento em meios porosos**. 1986. 86 p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1986.

OLIVEIRA, J.B. Diferenciação e distribuição de solos em diversos níveis categóricos de duas áreas aparentemente homogêneas de oxissolo. **Bragantia**, v. 34, n. 21, p. 309-348, 1975.

PACHEPSKY, Y. et al. Promises of hydropedology. **CAB Reviews: Perspectives in Agriculture, Veterinary Science, Nutrition and Natural Resources**, v. 3, n. 40, p. 1-19, 2008.

PATIL, V.A.; LIBURDY, J.A. Turbulent flow characteristics in a randomly packed porous bed based on particle image velocimetry measurements. **Physics of Fluids**, v. 25, n. 4, p. 1-23, 2013.

PHILLIPS, J.D. Soils as extended composite phenotypes. **Geoderma**, v. 149, n. 1-2, p. 143-151, 2009.

PIGOTT, R.J.S. The flow of fluids in closed conduits. **Mechanical Engineering**, v. 55, n. 8, p. 497-515, 1933.

PINTO, C.S. **Curso básico de mecânica dos solos em 16 aulas**. 3ª ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2006. 367 p.

PIQUEIRA, J.R.C. Complexidade computacional e medida da informação: caminhos de Turing e Shannon. **Estudos Avançados**, v. 30, n. 87, p. 339-344, 2016.

PLANCK, M. Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum [Sobre a Lei de Distribuição de Energia no Espectro Normal]. **Annalen der Physik**, v. 309, n. 3, p. 553-563, 1901.

PLYUSNIN, I.I. **Reclamative soil science**. Tradução de I. Sokolov. Moscow: Foreign Languages Publishing House, [1962?]. 398 p.

- POISSON, S.D. Mémoire sur les Équations Générales de l'Équilibre et du Mouvement des Corps Solides Élastiques et des Fluids [Memorando sobre as equações gerais do equilíbrio e do movimento de corpos elásticos sólidos e dos fluidos]. **Journal de l'Ecole Polytechnique**, xiii, 1. 1829.
- POLUBARINOVA-KOCHINA, P.Ya. **Theory of Ground Water Movement**. Tradução do russo de Teoriya dvizheniya gruntovykh vod (Moscow, 1952) por J.M.R. de Wiest. Princeton: Princeton University Press, 1962. 613 p.
- POUISEUILLE, J.L.M. Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très-petits diamètres [Pesquisas experimentais sobre o movimento de líquidos em tubos de diâmetros muito pequenos]. **Mémoires présentés par divers savants a l'Académie Royale des Sciences de L'Institut de France**, t. 9, p. 433-544, 1846.
- PRANDTL, L. Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung [Sobre o movimento dos fluidos com muito pouca fricção]. In: Internationalen Mathematiker-Kongresses. III, 1904, Heidelberg. **Anais...** 1905. p. 484-491.
- _____. Turbulenz und ihre Entstehung [Turbulência e sua formação]. **Journal of the Aeronautical Research Institute** (Tokyo Imperial University), v. 5, n. 65, p. 12-24, 1930.
- _____. Zur turbulenten Strömung in Rohren und längs Platten [Sobre o escoamento turbulento em tubos e chapas planas]. **Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen**, v. 4, p. 18-29, 1932.
- PRONY, R. **Recherches physico-mathématiques sur la théorie des eaux courantes** [Pesquisas físico-matemáticas sobre a teoria das águas correntes]. Paris: Imprimerie Impériale, 1804. 130 p.
- PUZYREVSKAYA, T.N. **Prosatchivaniye vody tcherez pestchanye grunty** [Percolação de água através de solos arenosos]. Leningrad: Izvestiya Nauchno-Issledovatel'skogo Instituta Gidrotekhniki (NIIG), 1931.
- RAMANN, E. **Bodenkunde** [Ciência do solo]. Berlin: Verlag von Julius Springer, 1905. 431 p.
- RANKINE, W.J.M. On the stability of loose earth. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, v. 147, p. 9-27, 1856.
- RAO, A.; CURTIS, J.S.; HANCOCK, B.C.; WASSGREN, C. The Effect of Column Diameter and Bed Height on Minimum Fluidization Velocity. **AIChE Journal**, v. 56, n. 9, p. 2304-2311, 2010.

- RASHIDI, M.; PEURRUNG, L.; TOMPSON, A.F.B.; KULP, T.J. Experimental analysis of pore-scale flow and transport in porous media. **Advances in Water Resources**, v. 19, n. 3, p. 163-180, 1996.
- REYNOLDS, O. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, v. 174, p. 935-982, 1883.
- RICHARDS, L.A. The Usefulness of Capillary Potential to Soil-Moisture and Plant Investigators. **Journal of Agricultural Research**, v. 37, n. 12, p. 719-742, 1928.
- _____. Capillary Conduction of Liquids Through Porous Mediums. **Physics**, v. 1, n. 5, p. 318-333, 1931.
- RICHARDSON, L.F. The approximate arithmetical solution by finite differences of physical problems involving differential equations, with an application to the stresses in a masonry dam. **Royal Society of London Philosophical Transactions Series A**, v. 210, p. 307-357, 1911.
- _____. **Weather Prediction by Numerical Process**. London: Cambridge University Press, 1922. 236 p.
- ROSE, H.E. Fluid flow through beds of granular material. In: **Some Aspects of Fluid Flow: Papers Presented at a Conference of the Institute of Physics**. London: Edward Arnold & Co., 1951. p. 136-163.
- ROUSE, H. Evaluation of boundary roughness. In: 2nd Hydraulics Conference, The University of Iowa Studies in Engineering, 1942. **Anais...** New York: Wiley, 1943. p. 105-116.
- _____. **Hydraulics in the United States, 1776-1976**. Iowa City: Iowa Institute of Hydraulic Research, 1976. 238 p.
- RUELLAN, A.; DOSSO, M. **Regards sur le sol** [Comentários sobre o solo]. Paris: Les Éditions Foucher, 1993. 192 p.
- SAHIMI, M. Flow phenomena in rocks: from continuum models to fractals, percolation, cellular automata, and simulated annealing. **Reviews of Modern Physics**, v. 65, n. 4, p.1393-1534, 1993.
- SAMSIOE, A.F. Einfluß von Rohrbrunnen auf die Bewegung des Grundwassers [Influência de poços tubulares no movimento de águas subterrâneas]. **Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik**, v. 11, n. 2, p. 124-135, 1931.

- SCHEIDEGGER, A.E. **The Physics of Flow Through Porous Media**. 2nd ed. London: Oxford University Press, 1960. 313 p.
- _____. A Thermodynamic Analogy for Meander Systems. **Water Resources Research**, v. 3, n. 4, p.1041-1046, 1967.
- SCHILLER, L. **Drei Klassiker der Strömungslehre: Hagen, Poiseuille, Hagenbach** [Três clássicos da mecânica dos fluidos: Hagen, Poiseuille, Hagenbach]. Leipzig: Akad. Verlagsgesellschaft., 1933. 97 p.
- SCHLICHTING, H. **Boundary-Layer Theory**. Tradução da 6^a ed. Alemã por J. Kestin. New York: McGraw-Hill, 1968. 747 p.
- SCHNEEBELI, G. Expériences sur la limite de validité de la loi de Darcy et l'apparition de la turbulence dans um écoulement de filtration [Experimentos sobre o limite da validade da lei de Darcy e o surgimento de turbulência em filtração]. **La Houille Blanche**, n. 2, p. 141-149, 1955.
- SCHNEIDMAN, E.; BERRY II, M.J.; SEGEV, R.; BIALEK, W. Weak pairwise correlations imply strongly correlated network states in a neural population. **Nature**, v. 440, n. 7087, p. 1007-1012, 2006.
- SCHROEDER, D. **Soils** – facts and concepts. Tradução de P.A. Gething. Bern (Suíça): International Potash Institute, 1984. 140 p.
- SCHÜBLER, G. **Grundsätze der agrikulturchemie** in näherer beziehung auf land- und forstwirtschaftliche gewerbe [Princípios de química agrícola aplicada à agricultura e à silvicultura]. Leipzig: Baumgärtners Buchhandlung, 1830. 2 v.
- SCHUMACHER, W. **Die Physik des Bodens** in ihren theoretischen und praktischen Beziehungen zur Landwirtschaft [A física do solo e suas relações teóricas e práticas com a agricultura]. Berlin: Verlag von Wiegandt & Hempel, 1864. 505 p.
- SEDGHI-ASL, M.; RAHIMI, H.; SALEHI, R. Non-Darcy Flow of Water Through a Packed Column Test. **Transport in Porous Media**, v. 101, n. 2, p. 215-227, 2014.
- SHANNON, C.E. A Mathematical Theory of Communication. **Bell System Technical Journal**, v. 27, n. 3, p. 379-423, 1948a.
- _____. A Mathematical Theory of Communication. **Bell System Technical Journal**, v. 27, n. 4, p. 623-656, 1948b.
- SHIPLEY, B.; VILE, D.; GARNIER, É. From Plant Traits to Plant Communities: A Statistical Mechanistic Approach to Biodiversity. **Science**, v. 314, n. 5800, p. 812-814, 2006.

- SIBISI, S.; SKILLING, J.; BRERETON, R.G.; LAUE, E.D.; STAUNTON, J. Maximum entropy signal processing in practical NMR spectroscopy. **Nature**, v. 311, n. 5985, p. 446-447, 1984.
- SIDIROPOULOU, M.G.; MOUTSOPOULOS, K.N.; TSIHRINTZIS, V.A. Determination of Forchheimer equation coefficients *a* and *b*. **Hydrological Processes**, v. 21, n. 4, p. 534-554, 2007.
- SIMONSON, R.W. Concept of soil. **Advances in Agronomy**, v. 20, p. 1-47, 1968.
- SINGH, V.P. Hydrologic synthesis using entropy theory: Review. **Journal of Hydrologic Engineering**, v. 16, n. 5, p. 421-433, 2011.
- _____. **Entropy Theory in Hydraulic Engineering**: an introduction. Reston: ASCE Press, 2014. 656 p.
- SINGH, V.P.; FIORENTINO, M. A Historical Perspective of Entropy Applications in Water Resources. In: SINGH, V.P.; FIORENTINO, M. (eds.). **Entropy and Energy Dissipation in Water Resources**. Dordrecht: Springer, 1992. p. 21-61.
- SIRIVITHAYAPAKORN, S.; KELLER, A. Transport of colloids in saturated porous media: a pore-scale observation of the size exclusion effect and colloid acceleration. **Water Resources Research**, v. 39, n. 4, p. 1-11, 2003a.
- _____. Transport of colloids in unsaturated porous media: a pore-scale observation of processes during the dissolution of air-water interface. **Water Resources Research**, v. 39, n. 12, p. 1-10, 2003b.
- SKJETNE, E.; AURIAULT, J.L. High-velocity laminar and turbulent flow in porous media. **Transport in porous media**, v. 36, n. 2, p. 131-147, 1999.
- SLEPICKA, F. The laws of filtration and limits of their validity. In: **Proceedings of the Ninth Congress**. Dubrovnik (Iugoslavia): International Association for Hydraulic Research (IAHR), 1961. p. 383-394.
- SLICHTER, C.S. Theoretical investigation of the motion of ground waters. In: WALCOTT, C.D. **Nineteenth annual report of the United States Geological Survey** to the Secretary of Interior, 1897-1898: Part 2 – Papers chiefly of a theoretic nature. Washington: Government Printing Office, 1899. p. 295-384.
- _____. **The motions of underground waters**. Washington: Government Printing Office, 1902. 106 p. (Water-supply and irrigation papers of the United States Geological Survey, n. 67).

- SOMMERFELD, A. Ein Beitrag zur hydrodynamischen Erklärung der turbulenten Flüssigkeitsbewegungen [Uma contribuição para a explicação hidrodinâmica dos escoamentos turbulentos]. In: IV Congresso Internazionale dei Matematici. IV, 1908, Roma. **Anais...** Roma: Tipografia della R. Accademia dei Lincei, 1909. p. 116–124.
- SONUGA, J.O. Principle of Maximum Entropy in Hydrological Frequency Analysis. **Journal of Hydrology**, v. 17, n. 3, p. 177-191, 1972.
- _____. Entropy Principle Applied to Rainfall-Runoff Process. **Journal of Hydrology**, v. 30, n. 1-2, p. 81-94, 1976.
- STEPHAN, J. **Über die Bewegung flüssiger Körper** [Sobre o movimento de corpos fluidos]. Wien: Sitzungsber, 1862. 26 p.
- STEPHENSON, D.J. **Rockfill in hydraulic engineering**. Amsterdam: Elsevier, 1979. 215 p.
- STOKES, G.G. On the theories of internal friction of fluids in motion and of the equilibrium and motion of elastic solids. **Transactions of the Cambridge Philosophical Society**, v. 8, p. 207-305, 1845.
- _____. On the Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulums. **Transactions of the Cambridge Philosophical Society**, v. 9, p. 8-106, 1851.
- SUTERA, S.P.; SKALAK, R. The history of Poiseuille's law. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 25, n. 1, p. 1-19, 1993.
- SWARTZENDRUBER, D. Non-Darcy flow behavior in liquid-saturated porous media. **Journal of Geophysical Research**, v. 67, n. 13, p. 5205-5213, 1962a.
- _____. Modification of Darcy's Law for the Flow of Water in Soils. **Soil Science**, v. 93, n. 1, p. 22-29, 1962b.
- _____. The Flow of Water in Unsaturated Soils. In: DE WIEST, R.J.M. (ed.). **Flow Through Porous Media**. New York: Academic Press, 1969. p. 215-292.
- _____. Soil Physics – Reflections and Perspectives. In: THORNE, M.D. (ed.) **Agronomists and Food: Contributions and Challenges**. Madison: American Society of Agronomy, 1977. p. 53-71.
- TANNEHILL, J.C.; ANDERSON, D.A.; PLETCHER, R.H. **Computational fluid mechanics and heat transfer**. 2nd ed. Washington: Taylor & Francis, 1997. 792 p. (Series in computational and physical processes in mechanics and thermal sciences).
- TAYLOR, D.W. **Fundamentals of Soil Mechanics**. New York: Wiley, 1948. 700 p.

- TEIXEIRA, B.A.N. **Influência das características da camada suporte e da areia na eficiência da filtração direta ascendente**. 1986. 194 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1986.
- TERZAGHI, K. **Erdbaumechnik auf bodenphysikalischer Grundlage** [Mecânica das obras de terra baseada na física dos solos]. Leipzig: F. Deuticke, 1925. 399 p.
- _____. **Theoretical soil mechanics**. New York: John Wiley and Sons; London: Chapman and Hall, 1943. 510 p.
- TERZAGHI, K.; PECK, R.B. **Soil mechanics in Engineering Practice**. New York: John Wiley & Sons, 1948. 566 p.
- _____. **Soil Mechanics in Engineering Practice**. 2nd ed. New York: Wiley, 1967. 729 p.
- TERZAGHI, K.; PECK, R.B.; MESRI, G. **Soil Mechanics in Engineering Practice**. 3rd ed. New York: Wiley, 1996. 549 p.
- THAMES, J.L. **Flow of water under transient conditions in unsaturated soils**. 1966. 88 p. Tese (Doutorado) – Department of Watershed Management, University of Arizona, 1966.
- THIEM, A. Verfahren für Messung natürlicher Grundwassereschwindigkeiten [Método para medir a velocidade de águas subterrâneas naturais]. **Polytechnische Notizblatt**, v. 42, p. 229-232, 1887.
- THOMSON, W. On a Universal Tendency in Nature to the Dissipation of Mechanical Energy. **The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science** (Series 4), v. 4, n. 25, p. 304-306, 1852.
- _____. On the Dynamical theory of heat. Part V. Thermo-electric Currents. **Transactions of the Royal Society of Edinburgh**, v. 21, n. 1, p. 123-171, 1857.
- TOLEDO, M.C.M.; OLIVEIRA, S.M.B.; MELFI, A.J. Intemperismo e formação do Solo. In: TEIXEIRA, W.; TOLEDO, M.C.M.; FAIRCHILD, T.R.; TAIOLI, F. (Orgs.). **Decifrando a Terra**. São Paulo: Oficina de Textos, 2000. p. 139-166.
- TOLEDO, M.P. **Desenvolvimento de um dispositivo para avaliação do transporte de combustíveis no meio subterrâneo**. Ed. revisada. 2013. 119 p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

- TRIBUS, M. **Rational descriptions, decisions and designs**. New York: Pergamon, 1969. 478 p.
- TRUSSELL, R.R.; CHANG, M. Review of Flow through Porous Media as Applied to Head Loss in Water Filters. **Journal of Environmental Engineering**, v. 125, n. 11, p. 998-1006, 1999.
- TSYTOVICH, N.A. **Soil mechanics** (Concise course). Tradução da 2ª edição (1973) por V. Afanasyev. Moscow: MIR Publishers, 1976. 294 p.
- TUPPER, G.B.; GOVENDER, I.; DE KLERK, D.N.; RICHTER, M.C.; MAINZA, A.N. Testing of a New Dynamic Ergun Equation for Transport with Positron Emission Particle Tracking. **AIChE Journal**, v. 62, n. 3, p. 939-946, 2016.
- TYE, F.L. Tortuosity. **Journal of Power Sources**, v. 9, n.2, p. 89-100, 1983.
- VOLAROVICH, M.P.; CHURAEV, N.V. The effect of surface forces on the transfer of moisture in porous bodies. In: Deryagin, B.V. (ed). **Research in surface forces**, v. 2, 1966.
- VAN DER WAARDEN, M.; BRIDIÉ, A.L.A.M.; GROENEWOUD, W.M. Transport of mineral oil components to groundwater – I: Model experiments on the transfer of hydrocarbons from a residual oil zone to trickling water. **Water Research**, v. 5, n. 5, p. 213-226, 1971.
- VAN GENT, M.R.A. **Formulae to describe porous flow**. Delft: Delft University of Technology, 1992. 50 p. (Communications on hydraulic and geotechnical engineering, Report No. 92-2).
- VAN GENUTCHEN, M.Th. A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils. **Soil Science Society of America Journal**, v. 44, n. 5, p. 892-898, 1980.
- VARGAS, M. **Introdução à mecânica dos solos**. São Paulo: McGraw-Hill; Editora da Universidade de São Paulo, 1977. 509 p.
- _____. **História da ciência e da tecnologia no Brasil**: uma súmula. São Paulo: Humanitas, 2001. 146 p.
- VEIHMEYER, F.J.; HENDRICKSON, A.H. The Moisture Equivalent as a Measure of the Field Capacity of Soils. **Soil Science**, v. 32, n. 3, p. 181-194, 1931.
- VENKATARAMAN, P.; RAO, P.R.M. Darcian, Transitional, and Turbulent Flow through Porous Media. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 124, n. 8, p. 840-846, 1998.

- VENKATRAMAIAH, C. **Geotechnical engineering**. New Delhi: John Wiley & Sons, 1993. 892 p.
- VERDADE, F.C. O conceito de solo e evolução da pedologia. In: MONIZ, A.C. (Coord.). **Elementos de pedologia**. São Paulo: Polígono, 1972. p. 3-8.
- VIEIRA, L.S. **Manual da Ciência do Solo**. São Paulo: Editora Agronômica Ceres, 1975. 464 p.
- VON ENGELHARDT, W; TUNN, W. Über das Strömen von Flüssigkeiten durch Sandsteine [Sobre o escoamento através de arenitos]. **Heidelberger Beiträge zur Mineralogie und Petrographie**, v. 4, n. 1-2, p. 12-25, 1954.
- VON KÁRMÁN, T. Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz [Similaridade mecânica e turbulência]. **Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen**, v. 1930, p. 58-76, 1930.
- . **Aerodynamics: selected topics in the light of their historical development**. Ithaca: Cornell University Press, 1954. 203 p.
- WANG, H.F. Charles Sumner Slichter – An engineer in mathematician's clothing. In: GILLMOR, C.S.; LANDA, E.R.; INCE, S.; BACK, W. (Eds.). **History of geophysics** – volume 3: The history of hydrology. Washington: American Geophysical Union, 1987. p. 103-112.
- WARD, J.C. Turbulent flow in porous media. **Journal of the Hydraulics Division**, v. 90, n. 5, p. 1-12, 1964.
- WEHRL, A. The many facets of entropy. **Reports on Mathematical Physics**, v. 30, n. 1, p. 119-129, 1991.
- WEISBACH, J. **Lehrbuch der Ingenieur-und Maschinen-Mechanik** [Manual de engenharia e mecânica de máquinas]. Braunschweig: Friedrich Vieweg und Sohn, 1845. 535 p.
- WERTH, C.J.; ZHANG, C.; BRUSSEAU, M.L.; OOSTROM, M.; BAUMANN, T. A review of non-invasive imaging methods and applications in contaminant hydrogeology research. **Journal of Contaminant Hydrology**, v. 113, n. 1-4, p. 1-24, 2010.
- WIECHETECK, G.K. **Influência do método de lavagem nas características de carvões antracitoso e betuminoso utilizados em meios filtrantes**. 1996. 169 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1996.

- WIENER, N. **The Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Applications**. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1942. 174 p. (Progress Report to the Services no. 19 Section D-2, Fire Control, National Defense Research Committee).
- WILKINS, J.K. Flow of Water through Rockfill and its Application to the Design of Dams. In: 2nd Australia-New Zealand Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. **Anais...**, Christchurch: New Zealand Institution of Engineers, 1956. p. 141-149.
- WOOD, B.D.; APTE, S.V.; LIBURDY, J.A.; ZIAZI, R.M.; HE, X. FINN, J.R.; PATIL, V.A. A comparison of measured and modeld velocity fields for a laminar flow in a porous médium. **Advances in Water Resources**, v. 85, p. 45-63, 2015.
- WRIGHT, D.E. Nonlinear flow through granular media. **ASCE Journal of the Hydraulics Division**, v. 94, n. 4, p. 851-872, 1968.
- WU, T.H. **Soil mechanics**. Boston: Allyn & Bacon, 1966. 431 p.
- XIA, R. Relation between Mean and Maximum Velocities in a Natural River. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 123, n. 8, p. 720-723, 1997.
- XIAO, Y.; YANG, G.; LIU, Y.; WU, B. Social Relationship Analysis Model Based on the Principle of Maximum Entropy. **Journal of Electronics & Information Technology**, v. 39, n. 4, p. 778-784, 2017.
- YANG, G.T. Potential Energy and Stream Morphology. **Water Resources Research**, v. 7, n. 2, p. 311-322, 1971.