MATHEUS CICCACIO NOGUEIRA

HIPOPLASTICIDADE EM SOLICITAÇÕES DIVERSAS

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de Mestre
em Engenharia.

São Paulo
2012

MATHEUS CICCACIO NOGUEIRA

HIPOPLASTICIDADE EM SOLICITAÇÕES DIVERSAS

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de Mestre
em Engenharia.

Área de Concentração: Engenharia
Geotécnica

Orientador: Prof. Dr. José Jorge Nader

São Paulo
2012

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de janeiro de 2012.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Nogueira, Matheus Ciccacio

**Hipoplasticidade em solicitações diversas /M.C. Nogueira. --
ed.rev. -- São Paulo, 2012.**

76 p.

**Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e
Geotécnica.**

**1. Geotecnia 2. Solos 3. Modelos constitutivos 4. Hipoplasti-
cidade I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Depar-
tamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II. t.**

Dedicado aos meus pais, por todo
amor e pelos esforços empenhados na
minha educação e formação.

Agradecimentos

Ao professor José Jorge Nader, pela orientação deste trabalho, ensinamentos e explicações dedicadas e esclarecedoras.

Aos engenheiros Guilherme Mafra Machado e Belén Cogliati, amigos presentes desde os tempos da graduação, passando pelo mestrado e por trabalhos profissionais. Pela agradável companhia, amizade e apoio em todos os momentos.

À Planservi Engenharia e à G4U Engenharia, esta nos nomes de Víctor León de Camargo e Ricardo Bittencourt, pela oportunidade dada para a realização do curso e deste trabalho.

À minha noiva Juliana por seu amor e pela paciência e compreensão durante o andamento de todo o mestrado.

Ao meu irmão Gabriel, pela amizade e companheirismo em todos os momentos de minha vida.

Resumo

Esta pesquisa apresenta uma ampliação da investigação da capacidade de um modelo constitutivo hipoplástico de representar o comportamento tensão-deformação dos solos.

Os modelos hipoplásticos apresentam características que os tornam mais adequados, em muitas situações, a fornecer respostas mais realistas que os modelos baseados na elastoplasticidade clássica, que são os mais utilizados na prática da engenharia atual.

O trabalho então consistiu da simulação, através de um equacionamento hipoplástico, de ensaios triaxiais drenados realizados em solos e trajetórias de tensão aos quais o modelo em estudo ainda não havia sido aplicado, tais como em corpos de prova adensados anisotropicamente e em trajetórias com decréscimos da tensão desviadora, bem como da comparação entre a resposta do modelo e os respectivos resultados desses ensaios.

Em termos qualitativos, os resultados obtidos nesse confronto são bons em todas as situações estudadas. Quantitativamente, são bons na maioria das situações e razoavelmente bons em outras.

Abstract

This research presents an extension of the investigation of the capacity of a hypoplastic constitutive model to represent the stress-strain behavior of soils.

Hypoplastic models have characteristics that make them more suitable, in many situations, to provide more realistic answers than models based on classical elastoplasticity, which are most often used in engineering practice today.

The work then consisted in the simulation, through a hypoplastic equation, of drained triaxial tests performed on soils and stress paths to which the model had not been applied yet, such as anisotropically consolidated specimens and paths with decreasing deviatoric stress as well as in the comparison between the response of the model and the results of those tests.

The results obtained in this comparison are qualitatively good in all the situations studied. Quantitatively, they are good in most situations and reasonably in the others.

Sumário

1 - Introdução	2
1.1 - Considerações iniciais	2
1.2 - Objetivos	7
2 - Modelo unidimensional	9
3 - Características gerais das equações hipoplásticas	13
4 - Histórico	17
5 - O modelo hipoplástico em estudo	26
6 - Aplicações do modelo hipoplástico	36
6.1 - Introdução	36
6.2 - Solo da aplicação 1	38
6.3 - Solo das aplicações 2 e 3	39
6.4 - Aplicação 1	40
6.5 - Aplicação 2	52
6.6 - Aplicação 3	62
7 - Conclusão	71
8 - Referências Bibliográficas	73

1 - Introdução

1.1 - Considerações iniciais

Um modelo constitutivo representa, através de equações matemáticas (equações constitutivas), a relação entre tensão e deformação de um determinado material. Para tanto, são inseridos, nessas equações, parâmetros de resistência e deformabilidade próprios do material.

Com as equações constitutivas é possível, então, prever deformações e a ruptura de um corpo sujeito a mudanças em seu estado de tensões. Portanto, com um modelo constitutivo voltado para a representação do comportamento dos solos, pode-se prever a estabilidade de um talude ou de uma fundação, as deformações causadas no entorno da escavação de uma vala, poço ou túnel, obter os esforços solicitantes em escoramentos e revestimentos originados pela mudança do estado de tensões devido às escavações etc.

Modelos constitutivos, tais como o Elástico Linear e o Elastoplástico perfeito, que ainda nos dias de hoje são os mais empregados em projetos e consultorias de engenharia, vêm sendo utilizados desde o começo do século passado, também na Mecânica dos Solos. Terzaghi, em seu livro publicado em 1943, *Theoretical Soil Mechanics*, apresenta o uso da Elasticidade Linear para a solução de problemas de deformações e da Plasticidade Perfeita em problemas de ruptura, abordando casos práticos da Engenharia Geotécnica.

Hoje os modelos constitutivos são uma ferramenta muito importante e muito utilizada na engenharia para a elaboração de projetos, porém, os modelos mais utilizados para a previsão do comportamento de solos, que são os baseados na elastoplasticidade clássica, não representam realisticamente algumas situações, principalmente aquelas em que ocorrem alívios de tensões, como nos casos de escavações. Além disso, esses modelos não foram incluídos na revisão da Mecânica do Contínuo, realizada nas décadas de 1950 e 1960, apresentando falhas, como por exemplo, o não atendimento ao princípio da objetividade material, que estabelece que o comportamento dos materiais deve ser independente do referencial do qual se

observa o movimento, ou seja, em uma rotação rígida imposta a um corpo, não devem surgir alterações em seu estado de tensões.

Comparações entre previsões de modelos elastoplásticos e ensaios triaxiais reais podem ser vistas em muitos trabalhos científicos realizados tanto no Brasil quanto no exterior, tais como o de Parreira (1991), que compara as previsões do modelo elastoplástico de Lade, apontando falhas na representação de ensaios triaxiais de extensão lateral com tensão axial constante e em ensaios triaxiais de extensão axial com tensão radial constante. Essas falhas foram atribuídas a não consideração, pelo modelo, da variação do coeficiente de Poisson durante as mudanças do estado de tensões do solo. Outro exemplo é o trabalho de Nader (1999), que confronta ensaios com as respectivas previsões do modelo elastoplástico Cam-Clay modificado, observando discrepâncias em trajetórias de tensões com redução da tensão octaédrica (trajetórias que se desenvolviam, em grande parte, no domínio elástico). Ao final deste capítulo são apresentadas duas situações de ensaios triaxiais drenados em trajetórias de tensões com alívios de carregamentos onde são apresentadas comparações entre as previsões de alguns modelos constitutivos e os respectivos resultados do ensaio real.

Atualmente existem diversos modelos constitutivos para a representação do comportamento dos solos que vêm sendo desenvolvidos e aprimorados, principalmente desde o século passado, com o objetivo de se representar mais realisticamente a relação tensão-deformação de diversos tipos de solos submetidos a diversas trajetórias de tensões. Um desses modelos é o Hipoplástico.

A Hipoplasticidade foi criada em 1978, já na área da Mecânica dos Solos, com base em princípios da moderna Mecânica do Contínuo, por Dimitrios Kolymbas. Apareceu pela primeira vez em sua tese de doutorado, na Universidade de Karlsruhe, Alemanha. Kolymbas realizou modificações na equação constitutiva hipoeelástica, criada cerca de 20 anos antes pelo matemático Clifford Truesdell. Em Hipoeelastidade (Truesdell, 1955), a função constitutiva é uma função linear da velocidade de deformação, conferindo ao material caráter elástico. Em Hipoplasticidade, ao contrário, a função constitutiva é uma função não-linear da

velocidade de deformação, o que a torna capaz de representar a irreversibilidade de deformações dos solos.

A Hipoplasticidade é uma teoria constitutiva que procura descrever o comportamento irreversível dos materiais quando solicitados por forças externas. A Hipoplasticidade reconhece que as deformações irreversíveis surgem desde o início do carregamento, mas não distingue na equação constitutiva deformações elásticas e plásticas (Kolymbas, 2000). A Hipoplasticidade surgiu como uma ferramenta alternativa aos modelos elastoplásticos para a descrição do comportamento dos solos.

Dentre outras características da Hipoplasticidade, podemos citar: a inexistência de um domínio elástico, a não-linearidade da relação entre tensão e deformação, a representação de diferentes rigidezes no carregamento e no descarregamento, a representação do escoamento do material e a utilização de uma única equação para representar essas características. Estas características conferem à Hipoplasticidade, em muitas situações, uma melhor capacidade de representação do comportamento dos solos em comparação com os modelos elastoplásticos.

De forma a ilustrar o que foi exposto nesta introdução no que diz respeito às respostas de modelos constitutivos elastoplásticos e hipoplásticos, a seguir são apresentadas as respostas na simulação de dois ensaios triaxiais drenados do modelo elastoplástico Cam-Clay modificado, modelo hipoplástico (Nader, 1999 e 2003), modelo elastoplástico perfeitamente plástico com superfície de ruptura de Mohr-Coulomb (ainda o modelo mais utilizado na prática de projeto e consultoria de engenharia) e os respectivos resultados dos ensaios reais. O solo ensaiado se trata de um silte desestruturado, saturado e normalmente adensado. Os corpos de prova foram adensados isotropicamente com tensão confinante de 200 kPa. Parâmetros para o modelo Mohr-Coulomb: ângulo de atrito interno efetivo $\phi' = 36^\circ$, coesão = 0 kPa, módulo de elasticidade = 8889 kPa e coeficiente de Poisson = 0,3 (Mendonça, 2005). Os parâmetros do solo dos modelos Cam-Clay modificado e hipoplástico podem ser vistos em Nader (2003).

Figura 1.1 – Respostas de alguns modelos constitutivos e respectivo ensaio triaxial drenado em trajetória de tensão linear com variação de tensão radial = $-2 \times$ variação da tensão axial (variação de tensão axial positiva e alívio de tensão radial) – tensão positiva = compressão e deformação positiva = contração. Ensaio, Cam-Clay e Hipoplástico (*apud* Nader, 2003); Mohr-Coulomb simulado na presente pesquisa. Deviator stress = tensão desviadora = tensão axial - tensão radial

Figura 1.2 – Respostas de alguns modelos constitutivos e respectivo ensaio triaxial drenado em trajetória de tensão linear com alívio de tensão radial e tensão axial constante (ensaio de compressão por descarregamento) – tensão positiva = compressão e deformação positiva = contração. Ensaio, Cam-Clay e Hipoplástico (apud Nader, 2003); Mohr-Coulomb simulado na presente pesquisa. Deviator stress = tensão desviadora = tensão axial - tensão radial

Como é possível observar nas figuras 1.1 e 1.2, ambos os modelos elastoplásticos não representam de forma satisfatória as deformações volumétricas ocorridas nos ensaios.

1.2 - Objetivos

Nader (1999; 2003) propôs um modelo hipoplástico para solos normalmente adensados (mesmo modelo das simulações apresentadas anteriormente nas figuras 1.1 e 1.2 da Introdução) e o aplicou na simulação de ensaios triaxiais, em seis trajetórias de tensão, realizados em um solo siltoso remoldado em corpos de prova adensados isotropicamente. As trajetórias de tensão estudadas eram de acréscimos da tensão desviadora acompanhados de acréscimos e decréscimos da tensão octaédrica. Russo (2006) inseriu nesse modelo parâmetros para representação de solos sobreadensados e simulou as mesmas trajetórias de tensões que Nader (1999; 2003), para o mesmo solo, em situação de sobreadensamento. Ambos obtiveram bons resultados nas comparações com os respectivos ensaios nas simulações das trajetórias de tensão estudadas.

O presente trabalho tem o objetivo de ampliar a investigação da capacidade do equacionamento hipoplástico de Nader de representar o comportamento tensão-deformação dos solos, aplicando-o a outras trajetórias de tensões, em ensaios triaxiais drenados, e a diferentes solos, a fim de estender a aferição do modelo.

São apresentadas, nessa dissertação, as aplicações numéricas realizadas na presente pesquisa a dois diferentes solos. Um deles é o mesmo que o tratado em Nader (1999; 2003): um solo siltoso com 10% de argila e 27% de areia. Porém, as presentes aplicações são em situação de adensamento anisotrópico seguido de carregamento em 15 trajetórias de tensões diferentes, abrangendo acréscimos e decréscimos tanto de tensão desviadora quanto de tensão octaédrica. A outra aplicação é a um silte argiloso com 27,4% de argila e 3,5% de areia, remoldado e normalmente adensado em duas situações diferentes: isotrópica e anisotropicamente, carregado em seguida em trajetórias de tensões que também abrangem acréscimos e decréscimos de tensão desviadora e tensão octaédrica. No capítulo 6, são apresentadas tais aplicações e respectivas trajetórias de tensão.

A presente pesquisa segue estruturada em mais 7 capítulos.

O capítulo 2 é dedicado a apresentar um modelo unidimensional de forma a introduzir com simplicidade as propriedades básicas da hipoplasticidade, realçando seus aspectos físicos.

No capítulo 3 são apresentadas as características gerais das equações hipoplásticas.

O capítulo 4 apresenta um breve histórico da evolução deste modelo constitutivo, apresentando seu desenvolvimento até os dias de hoje e situando o modelo em estudo no âmbito geral das pesquisas em Hipoplasticidade.

O quinto capítulo trata em particular do modelo em estudo (Nader (1999; 2003)), apresentando suas características.

No capítulo 6, são apresentadas as aplicações do modelo hipoplástico de Nader (1999; 2003).

O capítulo 7 é dedicado às considerações finais sobre este trabalho, em que são avaliados os resultados obtidos, sintetizados os principais aspectos e apontadas as limitações do trabalho, com sugestões para novos estudos, nessa mesma linha de pesquisa.

Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas nesta pesquisa.

2 - Modelo unidimensional

De forma a introduzir e ilustrar algumas das características da Hipoplasticidade de uma maneira simples, realçando seus aspectos físicos, a seguir serão apresentadas equações unidimensionais com termos conhecidos, análogas a equações hipoplásticas, conforme Nader (2009).

Seja a equação (2.1) representativa do comportamento mecânico de certo material em ensaios de compressão e extensão axial

$$\dot{\sigma} = C_1 \cdot \dot{\varepsilon} - C_2 \cdot \left| \dot{\varepsilon} \right|, \quad (2.1)$$

onde C_1 e C_2 são constantes positivas com $C_1 > C_2$, $\dot{\varepsilon}$ é a velocidade de deformação e $\dot{\sigma}$ é a velocidade com que se altera a tensão. Analisando esta equação para $\dot{\varepsilon} > 0$, que na Mecânica dos Solos indica compressão, a equação torna-se:

$$\dot{\sigma} = (C_1 - C_2) \dot{\varepsilon}, \quad (2.2)$$

onde $C_1 - C_2$ representa o módulo de deformabilidade do material na compressão.

Para $\dot{\varepsilon} < 0$ (extensão) torna-se:

$$\dot{\sigma} = (C_1 + C_2) \dot{\varepsilon}, \quad (2.3)$$

onde $C_1 + C_2$ representa o módulo de deformabilidade do material na extensão.

Com esta análise observa-se a representação de diferentes comportamentos na compressão e na extensão, com a utilização de apenas uma equação, sendo, neste caso, o módulo de deformabilidade na compressão menor que na extensão. Integrando-se a equação (2.1), tem-se a relação entre tensão e deformação do

material, que depende da tensão inicial. Na figura 2.1, mostra-se o diagrama tensão x deformação produzido pela equação (2.1), quando o material está inicialmente sob tensão nula.

Figura 2.1 - Diagrama tensão x deformação produzido pela equação (2.1) (*apud* Nader, 2009).

Observa-se também no diagrama acima a principal falha da Hipoplasticidade, que ocorre em situações de recarregamento, visto que o comportamento tensão-deformação dos solos no descarregamento praticamente coincide com o de recarregamento, o que não ocorre no diagrama da figura 2.1. A correção desta falha foi proposta por Nader (2009; 2010). Embora de grande importância, situações de recarregamento não serão tratadas nesta pesquisa, apenas citadas.

Agora, de forma a se representar o fenômeno do escoamento que ocorre no carregamento dos solos (surgimento de deformações plásticas ou irreversíveis em que não ocorrem mais variações de tensões com variações de deformações), faz-se a substituição de C_2 na equação (2.1) por um fator que depende da tensão, $C_2(\sigma) = C_1(\sigma + C_3)/C_4$, sendo $C_4 > C_3 > 0$, e a equação torna-se:

$$\dot{\sigma} = C_1 \left(\dot{\varepsilon} - \frac{\sigma + C_3}{C_4} \left| \frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon} \right| \right). \quad (2.4)$$

Na equação (2.4), em que há ainda uma diferença de comportamento entre compressão e extensão, o módulo de deformabilidade tangente é variável com a tensão e vale:

$$m_c = C_1 \left(1 - \frac{\sigma + C_3}{C_4}\right), \text{ no carregamento, e } m_d = C_1 \left(1 + \frac{\sigma + C_3}{C_4}\right), \text{ no descarregamento.}$$

No carregamento, o módulo tangente diminui com o aumento da tensão; à medida que a tensão cresce, o módulo tende a 0, representando então o escoamento. Na figura 2.2, tem-se o diagrama tensão x deformação produzido pela equação (2.4), onde se constata tal fenômeno.

Figura 2.2 - Diagrama tensão x deformação produzido pela equação (2.4) (*apud* Nader, 2009).

Nos materiais hipoplásticos não há a representação de fenômenos viscosos, como pode ser observado integrando-se a equação (2.4) no carregamento, por exemplo:

$$\sigma = (C_4 - C_3) \left[1 - \exp\left(-\frac{C_1}{C_4} \varepsilon\right) \right], \quad (2.5)$$

Na equação (2.5) não está presente $\dot{\sigma}$, que é a velocidade com que se altera a tensão nem $\dot{\varepsilon}$, que é a velocidade com que se altera a deformação. Portanto, nem

$\dot{\sigma}$ nem $\dot{\varepsilon}$ interferem na relação tensão-deformação. Ou seja, se for dobrada a velocidade de deformação em um ensaio em relação a outro ensaio anterior, a velocidade com que se altera a tensão também será dobrada, não mudando a relação tensão-deformação.

As características apresentadas anteriormente ocorrem de forma análoga nas equações hipoplásticas.

3 - Características gerais das equações hipoplásticas

Sendo T_0 o tensor de tensões num determinado ponto de um corpo, num instante t_0 , o tensor de tensões nesse ponto, em cada instante t , é dado pela solução da seguinte equação diferencial ordinária:

$$\dot{T} = h(T, D) + WT - TW, \quad (3.1)$$

onde:

- T é o tensor de tensões efetivas de Cauchy com a condição inicial $T(t_0) = T_0$;
- D é o tensor velocidade de deformação;
- h é uma função não-linear positiva-homogênea em D que deve ter propriedades que garantam existência e unicidade de solução; e
- W é o tensor velocidade de rotação.

Normalmente, a equação (3.1) é expressa introduzindo-se a chamada derivada corrotacional de T ou derivada de Jaumann ($\overset{\circ}{T}$), que no equacionamento hipoplástico representa a mudança no estado de tensões:

$$\overset{\circ}{T} = \dot{T} - WT + TW, \quad (3.2)$$

ficando na forma:

$$\overset{\circ}{T} = h(T, D). \quad (3.3)$$

Com h tendo as seguintes propriedades:

- obedece ao princípio da objetividade material, ou princípio da independência do observador, isto é, em uma rotação rígida, não há alteração do estado de tensão (o que não ocorre com os modelos baseados na Elastoplasticidade clássica);
- representa material não-viscoso; e
- diferencia o comportamento no carregamento e no descarregamento.

Em quase todos os modelos hipoplásticos a função h tem a forma:

$$h(T, D) = L(T)[D] + \|D\|N(T), \quad (3.4)$$

na qual $\|D\| = \sqrt{\text{tr}D^2}$ é a norma euclidiana de D e tr representa o traço, que é a somatória dos elementos da diagonal principal do tensor. N e L são funções que associam a cada T , respectivamente, o tensor de segunda ordem simétrico $N(T)$ e o tensor de quarta ordem, inversível $L(T)$.

Em ensaios triaxiais, o corpo de prova cilíndrico é sujeito a deformações homogêneas, sofrendo mudanças em sua altura e diâmetro, sendo o movimento irrotacional, $W=0$, $\dot{T} = \dot{T}^0$ e

$$[D] = \begin{bmatrix} -\dot{\varepsilon}_a & 0 & 0 \\ 0 & -\dot{\varepsilon}_r & 0 \\ 0 & 0 & -\dot{\varepsilon}_r \end{bmatrix}, \text{ na qual } \dot{\varepsilon}_a \text{ é a velocidade de deformação logarítmica}$$

axial e $\dot{\varepsilon}_r$ é a radial.

Sendo $H(t)$, $R(t)$ e $V(t)$, respectivamente, a altura, raio e volume do cilindro no instante t , as deformações logarítmicas são definidas pelas equações (3.5) à (3.7), onde é mostrada também sua relação com as deformações lineares ($\varepsilon_a, \varepsilon_r, \varepsilon_v$ = deformação volumétrica) mais usuais na Mecânica dos Solos e que serão utilizadas na apresentação das aplicações numéricas:

$$\bar{\varepsilon}_a = \ln \frac{H(0)}{H(t)} = \ln \left(\frac{1}{1 - \varepsilon_a} \right) \Rightarrow \varepsilon_a = 1 - e^{-\bar{\varepsilon}_a} \quad (3.5)$$

$$\bar{\varepsilon}_r = \ln \frac{R(0)}{R(t)} = \ln \left(\frac{1}{1 - \varepsilon_r} \right) \Rightarrow \varepsilon_r = 1 - e^{-\bar{\varepsilon}_r} \quad (3.6)$$

$$\bar{\varepsilon}_v = \ln \frac{V(0)}{V(t)} = \bar{\varepsilon}_a + 2\bar{\varepsilon}_r = \ln \left(\frac{1}{1 - \varepsilon_v} \right) \Rightarrow \varepsilon_v = 1 - e^{-\bar{\varepsilon}_v} \quad (3.7)$$

E a matriz T é:

$$[T] = \begin{bmatrix} -\sigma_a & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_r & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_r \end{bmatrix}, \text{ na qual } \sigma_a \text{ é a tensão axial ou tensão principal maior}$$

e σ_r é a tensão radial ou tensão principal menor, expressos sempre em termos de tensões efetivas, mesmo quando essa informação for omitida.

Também está presente nas equações a velocidade de distorção logarítmica assim definida:

$$\dot{\gamma} = \dot{\epsilon}_a - \dot{\epsilon}_r, \quad (3.8)$$

sendo as distorções logarítmica e linear expressas respectivamente por

$$\bar{\gamma} = \bar{\epsilon}_a - \bar{\epsilon}_r \quad (3.9)$$

$$\gamma = \epsilon_a - \epsilon_r \quad (3.10)$$

As matrizes [D] e [T] apresentadas acima estão de acordo com a convenção da Mecânica do Contínuo, em que as tensões e deformações de compressão são negativas. Contudo, os sinais negativos presentes convertem as tensões e deformações para a convenção de sinais da Mecânica dos Solos, em que as tensões e deformações de compressão são positivas.

As deformações logarítmicas foram adotadas nos modelos hipoplásticos pois garantem maior precisão que as deformações lineares em casos de cálculos evolutivos, parcializados. De forma a ilustrar esta maior precisão proporcionada pela utilização de deformações logarítmicas, a seguir é apresentado um caso de carregamento unidimensional em uma situação de cálculo evolutivo comparando os resultados produzidos por ambas.

Figura 3.1 – Ilustração de um carregamento unidimensional sequencial em uma barra e respectivos cálculos de deformações lineares (ε) e deformações logarítmicas ($\bar{\varepsilon}$) parcializados (situação “1” para “2” e “2” para “3”) e direto (situação “1” para “3”)

Observando os cálculos da figura 3.1, nota-se que a utilização de deformações logarítmicas é mais adequada, visto que calculando a deformação da situação “1” para a situação “3”, produz-se o mesmo resultado que realizando-se a parcialização de “1” para “2” e de “2” para “3”, o que não ocorre utilizando-se deformações lineares, que no cálculo parcializado leva a um resultado equivocado.

4 - Histórico

A partir do surgimento do primeiro modelo hipoplástico em 1978, muitas pesquisas em torno deste modelo foram realizadas de forma a torná-lo mais representativo do comportamento de diversos tipos de solos, em diversas situações de solicitações.

A maior parte das pesquisas em Hipoplasticidade procurou representar o comportamento de areias, porém, a princípio, ela pode representar solos argilosos em solicitações drenadas e não-drenadas, quando normalmente adensados, já que o comportamento de argilas e areias, em termos de tensões efetivas, é semelhante. Mais recentemente, pesquisas em Hipoplasticidade em solos argilosos sobreadensados (coesivos) foram desenvolvidas. A seguir é mostrado um breve histórico do desenvolvimento deste modelo constitutivo, apresentando os principais pontos. As descrições das equações podem ser vistas nas respectivas referências.

Kolymbas (1985) propôs uma equação hipoplástica resultante de melhorias e simplificações das versões anteriores por ele criadas nos primeiros anos de pesquisa. Para a sua aplicação são necessários quatro parâmetros característicos do material que podem ser determinados num ensaio de compressão triaxial convencional.

A figura 4.1 mostra comparações entre previsões da equação de Kolymbas (1985) e resultados de ensaios triaxiais de compressão e extensão em corpos de prova da areia de Hostun, França (Kolymbas, 1988), utilizando pressões confinantes de 203, 350 e 500 kPa.

Figura 4.1 - Resultados de ensaios de compressão e extensão triaxiais com a areia de Hostun (pontilhado) e as respostas da equação (linhas) (*apud* Kolymbas, 1988).

Observa-se na figura 4.1 que a equação representa razoavelmente bem os ensaios de tensão desviadora x deformação axial, tanto na compressão quanto na extensão, assim como na contração volumétrica inicial seguida de extensão, típicas de areias densas sob compressão.

Wu e Bauer (1994) apresentaram um modelo criado em 1992 que aprimorou o modelo de Kolymbas (1985) de forma a eliminar algumas deficiências, tais como a ocorrência de tensões de tração. Wu e Bauer o modificaram alterando os tensores da equação. Nesta equação também constam quatro constantes que podem ser determinadas por meio do resultado de um ensaio triaxial. A figura 4.2 apresenta a comparação entre a resposta da equação de Wu e Bauer simulando um ensaio de compressão triaxial e o ensaio real.

Figura 4.2 - Resultados de ensaio de compressão triaxial em amostra de areia fofa e a resposta da equação (*apud* Wu e Bauer, 1994).

Observa-se para este caso o bom desempenho da teoria.

Os modelos apresentados anteriormente tinham uma falha, pois não representavam as diferenças entre os ensaios de uma mesma areia com diferentes índices de vazios (picnotropia) e os ensaios de uma areia com tensões confinantes diferentes (barotropia). Então, Wu e Bauer (1993) inseriram o índice de vazios, e , na equação hipoplástica, obtendo uma nova forma geral na Hipoplasticidade:

$$\dot{\bar{T}} = h(T, D, e), \quad (4.1)$$

Observação: Kolymbas (1991) chamou de picnotropia a propriedade que as areias têm de variar seu comportamento em função de sua densidade ou índice de vazios e

barotropia a propriedade de variar seu comportamento conforme o nível de tensão a que estão sujeitas.

Na figura 4.3 são comparados os resultados do modelo de Wu e Bauer (1993) com resultados de ensaios em quatro trajetórias de tensões com outra areia.

Figura 4.3 – Ensaios triaxiais em amostra de areia e a resposta da equação (*apud* Wu e Bauer, 1994).

Somente na trajetória 1 a resposta da equação hipoplástica é ruim.

Uma desvantagem desse modelo é a presença de muitos parâmetros e de difíceis calibrações.

Kolymbas *et al.*(1995), de forma a melhor representar barotropia e picnotropia, introduziram no equacionamento um termo associado ao índice de vazios inicial, final e ao índice de vazios crítico.

A figura 4.4 mostra a aplicação da equação pelos autores a uma areia, permitindo avaliar seu bom desempenho em representar barotropia e picnotropia.

Figura 4.4 – Resultados de ensaio de compressão triaxial em areia e resposta da teoria. À esquerda tem-se o ensaio com diferentes pressões confinantes; e à direita, o ensaio com diferentes índices de vazios (*apud* Kolymbas *et al.*, 1994).

Observação: estado crítico no âmbito desse estudo é quando, em um determinado estado de tensão, ocorrem distorções sem deformações volumétricas e sem variação de carregamentos.

Gudehus (1996) e Bauer (1995) formularam uma equação hipoplástica na qual existem fatores controladores de barotropia e picnotropia, envolvendo constantes diretamente relacionadas a propriedades básicas dos solos, tais como o ângulo de atrito no estado crítico e o índice de vazios em diversos estados.

Hügel (1995) implementou a equação de Gudehus (1996) e Bauer (1995) em um programa de elementos finitos e a aplicou à análise de experimentos de campo, em escala natural, de um bloco de fundação e de uma escavação escorada com parede diafragma, realizando análises 2D (deformação plana) e 3D (deformação tridimensional), obtendo os diagramas de força-deslocamento apresentados na figura 4.5 para o bloco de fundação. Nela pode-se observar que os resultados em três dimensões são muito próximos da realidade, sendo muito superiores aos do modelo 2D. Na figura, F é a força inclinada aplicada e u o deslocamento na direção da força, $\phi_m = \arcsen(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)$ é o ângulo de atrito mobilizado e ϕ_w é o ângulo

de atrito entre o bloco e o solo. Segundo o autor, para a parede diafragma, os resultados também são realistas.

Figura 4.5 – Resposta força-deslocamento de cálculo em Elementos Finitos utilizando o equacionamento de Gudehus (1996) e Bauer (1995) em comparação com experimento de campo (*apud* Hügel, 1995).

Von Wolffersdorf (1996) realizou uma mudança na equação de Gudehus (1996) e Bauer (1995), na qual chegou-se às seguintes melhorias: 1) previsões mais realistas de ângulo de atrito de pico e do estado crítico em ensaios triaxiais de extensão e deformação plana, pois considerou a superfície do estado crítico de

Matsuoka/Nakai (1977); 2) a curva de compressão isotrópica é o limite superior para o índice de vazios. A figura 4.6 mostra os bons resultados obtidos.

Figura 4.6 – Compressão triaxial da areia de Hochstetten com diferentes pressões confinantes e índices de vazios iniciais (apud von Wolffersdorff, 1996).

Niemunis (1996) realizou mudanças no equacionamento proposto por Wolffersdorff (1996) de forma a representar os efeitos viscosos de solos argilosos, tais como relaxação e fluência, tornando a resposta do equacionamento dependente da velocidade com que se altera a deformação.

Herle e Kolymbas (2004) propuseram uma modificação ao modelo de von Wolffersdorff (1996), em cujo equacionamento não é possível especificar o módulo de deformação cisalhante independentemente do módulo de deformação volumétrica, permitindo a calibração independente destes parâmetros, com o objetivo de representar melhor o comportamento de solos com baixos ângulos de atrito, caso de argilas.

No entanto, a equação de Herle e Kolymbas (2004) ainda não representava bem o comportamento de solos argilosos. Então Masín (2005) promoveu mudanças nesta equação, principalmente na previsão da variação do módulo de deformação cisalhante, que no modelo de Herle e Kolymbas (2004) diminuía com a variação das tensões aplicadas, o que não era condizente com ensaios de laboratório. A figura 4.7 apresenta as previsões destes dois modelos em um solo argiloso, onde q é a tensão desviadora e ε_s é a deformação desviadora $= \sqrt{(2/3)}\|\text{dev}(\varepsilon)\|$.

Figura 4.7 – À esquerda os resultados de laboratório em três ensaios triaxiais (PhM17 – extensão com tensão octaédrica constante em corpo de prova sobreadensado, PhM19 – compressão com tensão octaédrica constante em corpo de prova sobreadensado e PhM21 – compressão não drenada em corpo de prova normalmente adensado) e à direita as previsões dos modelos (prop. se refere ao modelo de Masín e HK ao modelo de Herle e Kolymbas) (apud Masín, 2005)

Observa-se na figura 4.7 que o modelo de Masín (2005) apresenta uma representação ligeiramente melhor que a de Herle e Kolymbas (2004).

Weifner e Kolymbas (2007) formularam um modelo hipoplástico capaz de representar o comportamento de solos coesivos com diversas razões de sobreadensamento, utilizando um único conjunto de parâmetros, além de também representar os fenômenos de barotropia e picnotropia próprios de areias. A figura 4.8 apresenta os resultados dos ensaios e das simulações desta equação em ensaios triaxiais drenados de compressão e extensão em uma argila, com corpos de prova normalmente adensados ($\sigma_3 = 204,75$ kPa) e sobreadensados ($\sigma_3 = 34,48$ kPa

e razão de sobre-adensamento = 24). A figura 4.9 mostra os resultados dos ensaios à direita e das simulações à esquerda de ensaios triaxiais drenados de compressão em areias, para diferentes índices de vazios iniciais em corpos de prova adensados isotropicamente em diferentes tensões confinantes, de forma a atingir os diferentes índices de vazios.

Figura 4.8 – Resultados de ensaios triaxiais drenados (linhas finas) e respectivas simulações (linhas grossas) em corpos de prova normalmente adensados ($\sigma_3 = 204,75$ kPa) e sobreadensados ($\sigma_3 = 34,48$ kPa e razão de sobre-adensamento = 24) (apud Weifner e Kolymbas, 2007)

Figura 4.9 – À esquerda, resultados das simulações numéricas de ensaios triaxiais drenados de compressão em uma areia com diferentes índices de vazios e, à direita, os respectivos ensaios reais (apud Weifner e Kolymbas, 2007)

Observa-se nas figuras 4.8 e 4.9 que os resultados alcançados pela teoria são bons.

5 - O modelo hipoplástico em estudo

Nader (1999; 2003) propôs uma equação hipoplástica e a aplicou na previsão do comportamento de um solo siltoso proveniente do campo experimental da USP de São Paulo. Anteriormente ao desenvolvimento desta nova equação, foram aplicados equacionamentos hipoplásticos existentes na simulação de ensaios triaxiais, com esse solo, em diferentes trajetórias de tensão porém, a qualidade da previsão foi ruim. Com isso, trabalhou-se na criação de uma nova equação, que resultou na que será apresentada a seguir. Seu formato básico é o mesmo da equação (3.3), apresentada na página 11 e contém as mesmas características lá abordadas.

A equação foi desenvolvida, a princípio, para ser aplicada a qualquer tipo de solo. Outro objetivo de Nader foi garantir simplicidade à equação, na qual as constantes se relacionam de forma direta com parâmetros bem conhecidos da Mecânica dos Solos, como será visto adiante, com aplicações a alguns ensaios comuns de laboratório. A equação proposta é a seguinte:

$$\overset{\circ}{T} = \frac{1}{3} [C_1 \text{tr} D \text{tr} T + C_2 (\text{tr} T_a D)] + (C_4 - \eta) (\text{tr} T) D_a + \left[\frac{1}{3} C_3 (\text{tr} T) I + C_5 T_a \right] \sqrt{\text{tr} D^2}, \quad (5.1)$$

em que o índice “a” representa a parte desviadora do tensor:

$$T_a = T - \frac{\text{tr} T}{3} I; \quad D_a = D - \frac{\text{tr} D}{3} I; \quad I \text{ é o tensor identidade e } \eta = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{\sqrt{\text{tr} T_a^2}}{\text{tr} T}.$$

As constante C_1 , C_2 , C_3 , C_4 e C_5 são dadas por:

$$C_1 = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\kappa} \right); \quad (5.2)$$

$$C_2 = \frac{3\sqrt{6}}{2} \frac{C_3}{M}; \quad (5.3)$$

$$C_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\kappa} \right); \quad (5.4)$$

$$C_4 = -\frac{\tilde{G}}{3}; \quad (5.5)$$

$$C_5 = -\frac{\sqrt{6}}{2} \frac{\tilde{G} + 3M}{M}; \quad (5.6)$$

nos quais, λ , κ , M e $\tilde{G}$ são constantes características do material. λ , κ e M são as mesmas do modelo elastoplástico Cam-Clay, familiares à Mecânica dos Solos, e $\tilde{G}$ é exclusivo do modelo hipoplástico em estudo. λ e κ podem ser obtidas de ensaios de compressão e expansão isotrópicas, como mostrados na figura 5.1 e M e $\tilde{G}$ podem ser obtidas de resultados de ensaios de compressão triaxial convencional, apresentados nas figuras 5.2 e 5.3:

Figura 5.1 – Representação das constantes λ e κ (em que e é o índice de vazios do solo e p' é a tensão octaédrica = (tensão axial + 2.tensão radial) em termos de tensões efetivas

Figura 5.2 – Representação da constante M (em que q é a tensão desviadora)

M também pode ser obtido a partir do ângulo de atrito interno efetivo do solo (φ') através da equação (5.7) abaixo:

$$M = \frac{6 \operatorname{sen} \varphi'}{3 - \operatorname{sen} \varphi'} \quad (5.7)$$

Figura 5.3 – Representação da constante $\tilde{G}$

Como é possível observar na figura 5.3, $\tilde{G}$ é o coeficiente angular da reta tangente à curva na origem, representando a rigidez do material no modelo hipoplástico.

A seguir serão apresentadas aplicações da equação a alguns casos comuns de laboratório (ensaio de compressão e expansão isotrópicas, início da segunda etapa de um ensaio triaxial, estado crítico e ensaio de compressão edométrica), a fim de mostrar um pouco da resposta da equação e deixar claro o significado físico dos parâmetros λ , κ , M e $\tilde{G}$. Para isso, serão introduzidas na equação geral (5.1) a tensão octaédrica efetiva p e a tensão desviadora q , descritas abaixo:

$p = (\sigma_a + 2\sigma_r)/3$ e $q = \sigma_a - \sigma_r$, onde σ_a é a tensão axial efetiva e σ_r é a tensão radial efetiva, obtendo-se:

$$\dot{p} = \left(-C_1 \dot{\varepsilon}_v + \frac{\sqrt{3}}{3} C_3 \sqrt{\dot{\varepsilon}_v^2 + 2 \dot{\gamma}^2} \right) p - \frac{2}{9} C_2 \dot{\gamma} q, \quad (5.8)$$

$$\dot{q} = -3C_4 \dot{\gamma} p + 3\dot{\gamma}|q| + \frac{\sqrt{3}}{3} C_5 \sqrt{\dot{\varepsilon}_v^2 + 2\dot{\gamma}^2} q. \quad (5.9)$$

Para traçar os gráficos, foram utilizadas planilhas eletrônicas, nas quais, para a solução das equações diferenciais (5.8) e (5.9), utilizou-se o método aproximado de Euler-Cauchy com incrementos de tensão: $x(t_i) \cong x(t_{i-1}) + \dot{x}(t_{i-1})\Delta t$.

Os ensaios e respostas do modelo apresentados a seguir representam um solo siltoso, com:

$\lambda = 0,07$, $\kappa = 0,018$, $M = 1,46$ e $\tilde{G} = 54$, Nader (1999; 2003).

1) Ensaio de compressão e expansão isotrópicas

Nesse ensaio, tem-se $\sigma_a = \sigma_r = p$, $q = 0$, $\dot{\varepsilon}_a = \dot{\varepsilon}_r = \dot{\varepsilon}_v/3$ e $\dot{\gamma} = 0$, em qualquer instante. Aplicando-os nas equações (5.8) e (5.9):

$$\dot{p} = -C_1 p \dot{\varepsilon}_v + \frac{1}{\sqrt{3}} C_3 p \left| \frac{\dot{\varepsilon}_v}{3} \right| \text{ e } \dot{q} = 0$$

Na compressão, $\dot{\varepsilon}_v > 0$, então:

$$\dot{p} = \left(-C_1 + \frac{1}{\sqrt{3}} C_3\right) p \dot{\varepsilon}_v \quad (5.10)$$

e substituindo C_1 (5.2) e C_3 (5.4), tem-se:

$$\dot{p} = \frac{p \dot{\varepsilon}_v}{\lambda} \quad (5.11)$$

Na expansão, $\dot{\varepsilon}_v < 0$, então:

$$\dot{p} = (-C_1 - \frac{1}{\sqrt{3}}C_3)p\dot{\varepsilon}_v \quad (5.12)$$

e substituindo C_1 e C_3 tem-se:

$$\dot{p} = \frac{p\dot{\varepsilon}_v}{\kappa} \quad (5.13)$$

Sendo o índice de vazios em função do tempo dado por $e = e(t)$, $\dot{\varepsilon}_v = \frac{\dot{e}}{(1+e)}$

e, integrando as equações (5.10) e (5.12), com $p(0) = p_0$ e $e(0) = e_0$, obtemos:

$$\ln \frac{1+e_0}{1+e} = \lambda \ln \frac{p}{p_0} \text{ para compressão e} \quad (5.14)$$

$$\ln \frac{1+e_0}{1+e} = \kappa \ln \frac{p}{p_0} \text{ para expansão.} \quad (5.15)$$

As expressões (5.14) e (5.15) são as mesmas do modelo Cam-Clay.

Na figura 5.4 é apresentada a resposta do modelo ao ensaio de compressão e expansão isotrópicas, onde se pode observar, considerando o solo normalmente adensado, que, no início do carregamento, a equação representa a reta virgem de compressão e, quanto maior o λ , maior é a compressibilidade. Sua maior inclinação em relação à curva de expansão, indica a menor rigidez no carregamento. Quanto maior for a diferença entre λ e κ , maiores serão as deformações irreversíveis.

A figura 5.4 deixa claro a principal falha da Hipoplasticidade, como já mencionado, na fase de recarregamento, em que a resposta no descarregamento não coincide com a resposta no recarregamento. Coincidência que ocorre de forma muito próxima no comportamento típico dos solos. Observa-se, também, que não há distinção entre o trecho sobreadensado e o normalmente adensado, com mesma rigidez no carregamento e no recarregamento, visto que ambas são paralelas entre si, o que não é o caso do comportamento típico dos solos, em que a rigidez no trecho sobreadensado (recarregamento) é maior (menor inclinação) que no trecho normalmente adensado (carregamento).

Figura 5.4 – Resposta do modelo ao ensaio de compressão e expansão isotrópicas

Figura 5.5 – Comparação entre um ensaio de compressão e expansão isotrópicas com a resposta do modelo (*apud* Nader, 2009)

2) Início da segunda etapa de um ensaio triaxial

A primeira etapa de um ensaio triaxial compreende a realização de um adensamento isotrópico, seguido do aumento da tensão desviadora q . No instante $t=0$ dessa segunda etapa, $p(0) = \sigma_3$ (tensão confinante), $q(0) = 0$ e $\dot{q}(0) \neq 0$. Substituindo essas condições em (5.9) e inserindo C_4 tem-se:

$$\dot{q}(0) = -3C_4 \frac{\dot{\gamma}(0)\sigma_3}{\dot{\gamma}(0)\sigma_3} \text{ e } \tilde{G} = \frac{\dot{q}(0)}{\dot{\gamma}(0)\sigma_3}. \quad (5.16)$$

Sendo $\tilde{G}$, portanto, o coeficiente angular da reta tangente à curva $(q/\sigma_3) \times \gamma$ na origem. Segundo a equação, $\tilde{G}$ não depende da trajetória de tensão.

Na figura 5.6, apresenta-se um gráfico obtido de um ensaio triaxial convencional consolidado isotropicamente, onde se obtém $\tilde{G}$:

Figura 5.6 – Obtenção da constante $\tilde{G}$ (Módulo de Deformabilidade do modelo) a partir de resultados de ensaio triaxial adensado isotropicamente (*apud* Russo, 2006)

3) Estado crítico

O estado crítico ocorre quando, em um estado de tensão (p, q), há distorções ($\dot{\gamma} \neq 0$) sem variação volumétrica ($\dot{\varepsilon}_v = 0$) e sem acréscimo de carga ($\dot{p} = \dot{q} = 0$). Aplicando essas propriedades nas equações (5.7) e (5.8) e substituindo as constantes, tem-se:

$$\dot{p} = \frac{\sqrt{6}}{3} C_3 \left(-\frac{q}{M} \frac{\dot{\gamma}}{\gamma} + p \left| \frac{\dot{\gamma}}{\gamma} \right| \right) \text{ e} \quad (5.16)$$

$$\dot{q} = \tilde{G} \left(p \frac{\dot{\gamma}}{\gamma} - \frac{q}{M} \left| \frac{\dot{\gamma}}{\gamma} \right| \right) + 3 \left(|q| \frac{\dot{\gamma}}{\gamma} - q \left| \frac{\dot{\gamma}}{\gamma} \right| \right) \quad (5.17)$$

Na equação (5.16), se $\frac{\dot{\gamma}}{\gamma} > 0$ e $q=M.p$ ou se $\frac{\dot{\gamma}}{\gamma} < 0$ e $q=-M.p$, resulta $\dot{p} = 0$. Na equação (5.17), se $\frac{\dot{\gamma}}{\gamma} > 0$, $q \geq 0$ e $q=M.p$ ou se $\frac{\dot{\gamma}}{\gamma} < 0$, $q \leq 0$ e $q=-M.p$, resulta $\dot{q} = 0$. Pode-se concluir então que as linhas do estado crítico no diagrama (p, q) são as semi-retas $q=M.p$ e $q=-M.p$, com $p \geq 0$, como ilustrado na figura 5.7.

Figura 5.7 – Envoltória de resistência do modelo, ilustrando o significado físico da constante M

4) Ensaio de compressão edométrica

No ensaio de compressão edométrica tem-se as seguintes condições:

- as deformações radiais são impedidas ($\dot{\varepsilon}_r = 0$),
- as deformações axiais, volumétricas e distorções são iguais ($\dot{\varepsilon}_a = \dot{\varepsilon}_v = \dot{\gamma}$);

Aplicando-as nas equações (5.8) e (5.9), obtém-se a seguinte curva:

Figura 5.8 – Resposta do modelo ao ensaio de compressão edométrica

Observa-se que a curva de compressão edométrica tem as mesmas características da curva de carregamento isotrópico (já comentadas no item de compressão e expansão isotrópicas).

6 - Aplicações do modelo hipoplástico

6.1 - Introdução

Na presente pesquisa foram realizadas 3 aplicações do modelo hipoplástico de Nader (1999; 2003) na simulação de ensaios triaxiais drenados, carregados segundo diversas trajetórias de tensão retilíneas. Os resultados teóricos são confrontados com os resultados dos ensaios reais, realizados em corpos de prova formados de solos desestruturados normalmente adensados.

Na aplicação 1 são simulados os ensaios em um solo siltoso proveniente do campo experimental de fundações da Escola Politécnica da USP, situado na Cidade Universitária da cidade de São Paulo. Os ensaios desta aplicação foram realizados por Anjos (1996) no Laboratório de Mecânica dos solos da mesma escola, utilizando-se equipamentos mecânicos de medições de deformação. A aplicação 1 consiste da simulação de ensaios em que os corpos de prova foram adensados anisotropicamente, ou seja, com $\sigma_a \neq \sigma_r$.

Nas aplicações 2 e 3 o solo ensaiado é um silte argiloso francês conhecido como marga de Beaucaire. Os ensaios destas aplicações foram realizados por Costanzo, Viggiani e Tamagnini (2006) no Laboratório de Geotecnia do Politecnico di Torino, Itália, utilizando-se equipamentos eletrônicos de medições tanto de tensões quanto de deformações. A aplicação 2 foi realizada para corpos de prova adensados isotropicamente, ou seja, com $\sigma_a = \sigma_r$, e a 3 para corpos de prova adensados anisotropicamente.

A seguir são apresentadas as caracterizações dos solos e, em seguida, as comparações entre as previsões do modelo e os resultados experimentais em cada aplicação citada acima através dos seguintes gráficos: $q \times \varepsilon_a$ (tensão desviadora = $\sigma_a - \sigma_r$ x deformação axial), $q \times p'$ (tensão desviadora x tensão octaédrica = $(\sigma_a + 2\sigma_r)/3$), $\varepsilon_v \times \varepsilon_a$ (deformação volumétrica x deformação axial) e $\varepsilon_v \times p'$, onde o sinal ' em p representa que os resultados são em termos de tensões efetivas.

Para a obtenção dos resultados do modelo hipoplástico, foram calculadas as deformações em função das tensões axiais e radiais impostas, de acordo com as trajetórias de tensões estudadas. Para isso, é necessário utilizar a equação (5.1) com os termos invertidos, isolando-se D, obtendo-se: $D = A - B \cdot ||D||$, onde:

$$A(T, \dot{T}) = \frac{1}{3C_1(C_4 - \eta(T))\text{tr}T} \left[(C_4 - \eta(T))\text{tr}\dot{T} - C_2 \frac{\text{tr}(T_d \dot{T}_d)}{\text{tr}T} \right] I + \frac{1}{(C_4 - \eta(T))\text{tr}T} \dot{T}_d; \quad (6.1)$$

$$B(T) = \frac{1}{3C_1} \left[C_3 - \frac{C_2 C_5}{C_4 - \eta(T)} \frac{\text{tr}(T_d^2)}{(\text{tr}T)^2} \right] I + \frac{C_5}{(C_4 - \eta(T))\text{tr}T} T_d \quad e \quad (6.2)$$

$$||D|| = \frac{A : B - \sqrt{(A : B)^2 - A : A(B : B - 1)}}{B : B - 1}. \quad (6.3)$$

Calculados os termos da matriz D para cada estado de tensão num instante t, eram então obtidos os respectivos valores de $\bar{\varepsilon}_a$, $\bar{\varepsilon}_r$ e $\bar{\varepsilon}_v$ (deformações logarítmicas), através de integração numérica pelo método aproximado de Euler-Cauchy, com incrementos de tensão: $x(t_i) \cong x(t_{i-1}) + \dot{x}(t_{i-1})\Delta t$. Com as deformações logarítmicas, calculavam-se as deformações lineares pelas relações (3.5) a (3.7).

6.2 - Solo da aplicação 1

Este solo é caracterizado por: fração argila, 10%; fração silte, 63%; fração areia, 27%; limite de liquidez, 47%; índice de plasticidade, 18% (Nader 1993); coesão, 0 e ângulo de atrito, 36° (Anjos, 1996).

Areia (%)	Silte (%)	Argila (%)
27	63	10

Figura 6.1 – Curva de distribuição granulométrica do solo proveniente do campo experimental de fundações da Escola Politécnica da USP

Os corpos de prova ensaiados foram preparados a partir de uma lama com umidade da ordem de 60%, formada pela adição de água ao solo completamente desestruturado. Com esta lama foram preparados cilindros de aproximadamente 10 cm de diâmetro e 20 cm de altura através do seu adensamento isotrópico sob pressão confinante de 50 kPa. Destes cilindros eram talhados os corpos de prova. A descrição detalhada do preparo dos corpos de prova pode ser vista em Anjos (1996).

6.3 - Solo das aplicações 2 e 3

Este solo é caracterizado por: fração argila, 27,4%; fração silte, 69,1%; fração areia, 3,5% (valores médios de duas curvas granulométricas); limite de liquidez, 38%; índice de plasticidade, 17%; coesão, 0 e ângulo de atrito, 33° (Costanzo, Viggiani e Tamagnini, 2006).

	Areia (%)	Silte (%)	Argila (%)
—	3,2	70,8	26,0
- - - -	3,7	67,6	28,7

Figura 6.2 – Curva de distribuição granulométrica do solo francês conhecido como marga de Beaucaire

Os corpos de prova ensaiados foram preparados a partir de uma lama com umidade da ordem de 57%, formada pela adição de água ao solo completamente desestruturado. Com esta lama eram preparados cilindros de aproximadamente 15 cm de diâmetro e 16 cm de altura através do seu adensamento isotrópico sob pressão confinante de 75 kPa. Deste cilindro eram talhados os corpos de prova. A descrição detalhada do preparo dos corpos de prova pode ser vista em Costanzo, Viggiani e Tamagnini (2006).

6.4 - Aplicação 1

6.4.1 - Trajetórias de tensões estudadas

Nesta aplicação, cada corpo de prova foi adensado anisotropicamente. O estado de tensão inicial (ao final do adensamento anisotrópico), em todos os ensaios aqui apresentados, foi de aproximadamente $\sigma_a=500$ kPa e $\sigma_r=200$ kPa ($p'=q= 300$ kPa). As trajetórias de tensão seguidas, durante os ensaios, após o adensamento anisotrópico, estão representadas na figura 6.3 (15 trajetórias), em que o nome de cada trajetória se refere ao ângulo que ela faz com a horizontal, medido no sentido anti-horário.

Figura 6.3 – Trajetórias de tensões analisadas na aplicação 1

Com a seguinte relação entre os acréscimos de tensão axial ($\Delta\sigma_a$) e radial ($\Delta\sigma_r$), com os sinais na convenção da Mecânica dos solos (carregamento positivo e descarregamento negativo):

- trajetória 0 grau: $\Delta\sigma_a = \Delta\sigma_r > 0$;
- trajetória 40 graus: $\Delta\sigma_a = 2\Delta\sigma_r > 0$;

- trajetória 64 graus: $\Delta\sigma_a = 7\Delta\sigma_r > 0$;
- trajetória 72 graus: $\Delta\sigma_a > 0$ e $\Delta\sigma_r = 0 \Rightarrow \sigma_r$ constante (ensaio convencional de compressão por carregamento);
- trajetória 90 graus: $\Delta\sigma_a = -2\Delta\sigma_r$ com $\Delta\sigma_r < 0$;
- trajetória 100 graus: $\Delta\sigma_r = -\Delta\sigma_a$ com $\Delta\sigma_a > 0$;
- trajetória 108 graus: $\Delta\sigma_r = -2\Delta\sigma_a$ com $\Delta\sigma_a > 0$;
- trajetória 124 graus: $\Delta\sigma_r < 0$ e $\Delta\sigma_a = 0 \Rightarrow \sigma_a$ constante (ensaio de compressão por descarregamento);
- trajetória 133 graus: $\Delta\sigma_r = 5\Delta\sigma_a < 0$;
- trajetória 180 graus: $\Delta\sigma_a = \Delta\sigma_r < 0$
- trajetória 210 graus: $\Delta\sigma_r = 1,7\Delta\sigma_a < 0$;
- trajetória 252 graus: $\Delta\sigma_a < 0$ e $\Delta\sigma_r = 0 \Rightarrow \sigma_r$ constante (ensaio de extensão por descarregamento);
- trajetória 280 graus: $\Delta\sigma_r = -\Delta\sigma_a$ com $\Delta\sigma_a < 0$;
- trajetória 288 graus: $\Delta\sigma_r = -2\Delta\sigma_a$ com $\Delta\sigma_a < 0$;
- trajetória 304 graus: $\Delta\sigma_r > 0$ e $\Delta\sigma_a = 0 \Rightarrow \sigma_a$ constante (ensaio de extensão por carregamento).

6.4.2 - Determinação dos parâmetros do modelo

O solo desta aplicação é o mesmo que o utilizado em Nader (1999; 2003), sendo, portanto, utilizados aqui os mesmos parâmetros: $\lambda = 0,07$, $\kappa = 0,018$, $M = 1,46$ e $\tilde{G}=54$. O processo para obtenção destes parâmetros pode ser visto em Nader (1999). O parâmetro M define a Linha do Estado Crítico do modelo ($q=M.p$ e $q=-M.p$), apresentada para esta aplicação na figura 6.3, onde está omitida a reta $q=-M.p$, pois está distante da situação de carregamento final dos ensaios e simplesmente é a reta simétrica à reta $q=M.p$, em relação ao eixo horizontal do gráfico.

6.4.3 - Confronto entre previsões do modelo e resultados de ensaios triaxiais drenados

Nas figuras 6.4 a 6.18 são apresentados os resultados das previsões do modelo confrontados com os respectivos ensaios triaxiais em cada uma das 15 trajetórias de tensões da aplicação 1.

Figura 6.4 – Trajetória 0 grau, aplicação 1

Figura 6.5 – Trajetória 40 graus, aplicação 1

Figura 6.6 – Trajetória 64 graus, aplicação 1

Figura 6.7 – Trajetória 72 graus, aplicação 1

Figura 6.8 – Trajetória 90 graus, aplicação 1

Figura 6.9 – Trajetória 100 graus, aplicação 1

Figura 6.10 – Trajetória 108 graus, aplicação 1

Figura 6.11 – Trajetória 124 graus, aplicação 1

Figura 6.12 – Trajetória 133 graus, aplicação 1

Figura 6.13 – Trajetória 180 graus, aplicação 1

Figura 6.14 – Trajetória 210 graus, aplicação 1

Figura 6.15 – Trajetória 252 graus, aplicação 1

Figura 6.16 – Trajetória 280 graus, aplicação 1

Figura 6.17 – Trajetória 288 graus, aplicação 1

Figura 6.18 – Trajetória 304 graus, aplicação 1

Analisando-se os resultados obtidos nesta aplicação, observa-se que apenas nas trajetórias 133 e 252 graus, o modelo não previu o mesmo tipo de deformação volumétrica que o ensaio (de expansão ou contração do corpo de prova). Na trajetória 133 graus, o modelo prevê expansão volumétrica e o ensaio apresenta redução de volume. Nesta trajetória ocorrem alívios de tensões tanto axiais quanto radiais, esperando-se então, intuitivamente, expansão volumétrica do corpo de prova, representada pelo modelo. Essa diferença pode ser atribuída a falhas no ensaio, já que os ensaios desta aplicação foram realizados com extensômetros mecânicos e sistemas de buretas graduadas, e as deformações nesta trajetória são muito pequenas, sendo de difícil leitura, não se obtendo análises precisas. Por outro lado, pode-se supor que o corpo de prova continuou a apresentar redução volumétrica mesmo após iniciarem os alívios de tensões, em função ainda das tensões de compressão do adensamento, aplicadas anteriormente.

Na trajetória 252 graus, o modelo prevê redução volumétrica e o ensaio demonstra expansão do corpo de prova. Esta trajetória acontece com a redução da tensão axial, mantendo-se a tensão radial constante. Em ambos ocorre expansão

axial, o que é de se esperar, porém, no ensaio, ocorrem expansões radiais, enquanto que o modelo prevê contrações radiais. Considerando-se que a tensão radial permanece constante e há alívio da tensão axial, não é de se esperar que ocorra expansão radial nesta trajetória de tensão, colocando o resultado do ensaio em dúvida e a resposta qualitativa do modelo mais próxima ao real.

Nas trajetórias 0 grau e 40 graus, a previsão do modelo é boa em todas as curvas, havendo pequenas diferenças, não significativas. Nas trajetórias 64, 72, 90, 100, 108, 124, 133 e 180 graus, a resposta do modelo quanto à curva tensão desviadora x deformação axial é muito boa, o que não ocorre com as curvas de deformação volumétrica x deformação axial, onde o modelo prevê deformações volumétricas menores que as do ensaio. Nas trajetórias 90, 100, 108, 124 e 180 graus, essa diferença pode ser explicada, provavelmente, pelo fato de o modelo não representar solos sobreadensados, visto que durante essas trajetórias, o solo se torna sobreadensado com o alívio de tensão, pois passa a estar solicitado por tensões menores daquelas que haviam ocorrido no adensamento, tornando a envoltória de resistência curva, côncava para cima. Situação análoga ocorre com a trajetória 210 graus, em que o modelo prevê a ruptura, caracterizado neste caso pela interrupção da curva, em um estado de tensões ligeiramente diferente ao alcançado pelo ensaio.

Nas trajetórias 280, 288 e 304 graus, observa-se uma grande diferença quantitativa na resposta do modelo, em comparação com os resultados do ensaio em todas as curvas. Na trajetória 280 graus, apesar de o modelo apresentar tanto deformações de expansão quanto de contração axiais durante a trajetória, assim como no ensaio, estas coincidem em mesmo tipo apenas até um certo valor da tensão desviadora, depois são divergentes. Nas trajetórias 288 e 304 graus, o modelo prevê um solo mais deformável que no ensaio.

6.5 - Aplicação 2

6.5.1 - Trajetórias de tensões estudadas

Nesta aplicação, cada corpo de prova foi adensado isotropicamente até a tensão confinante de 150 kPa ($p'=150$ kPa e $q=0$). As trajetórias de tensão seguidas após o adensamento isotrópico estão representadas na figura 6.19 (8 trajetórias), onde está indicado também se o corpo de prova foi levado à ruptura ou não durante o carregamento para cada uma delas. O nome de cada trajetória se refere ao ângulo que ela faz com a horizontal, medido no sentido anti-horário.

Figura 6.19 – Trajetórias de tensão analisadas na aplicação 2

Com a seguinte relação entre os acréscimos de tensão axial ($\Delta\sigma_a$) e radial ($\Delta\sigma_r$), com os sinais na convenção da Mecânica dos Solos (carregamento positivo e descarregamento negativo):

- trajetória 0 grau: $\Delta\sigma_a = \Delta\sigma_r > 0$;

- trajetória 72 graus: $\Delta\sigma_a > 0$ e $\Delta\sigma_r = 0 \Rightarrow \sigma_r$ constante (ensaio convencional de compressão por carregamento);

- trajetória 90 graus: $\Delta\sigma_a = -2\Delta\sigma_r$ com $\Delta\sigma_r < 0$;

- trajetória 124 graus: $\Delta\sigma_r < 0$ e $\Delta\sigma_a = 0 \Rightarrow \sigma_a$ constante (ensaio de compressão por descarregamento);

- trajetória 180 graus: $\Delta\sigma_a = \Delta\sigma_r < 0$

- trajetória 252 graus: $\Delta\sigma_a < 0$ e $\Delta\sigma_r = 0 \Rightarrow \sigma_r$ constante (ensaio de extensão por descarregamento);

- trajetória 270 graus: $\Delta\sigma_a = -2\Delta\sigma_r$ com $\Delta\sigma_r > 0$;

- trajetória 304 graus: $\Delta\sigma_r > 0$ e $\Delta\sigma_a = 0 \Rightarrow \sigma_a$ constante (ensaio de extensão por carregamento).

6.5.2 - Determinação dos parâmetros do modelo

Os parâmetros para esta aplicação e para a aplicação 3 (mesmo solo) foram obtidos a partir dos resultados de alguns dos próprios ensaios triaxiais a serem simulados, cujas trajetórias de tensão estão apresentadas na figura 6.19. Com isso, para a obtenção de λ e κ foram utilizados os ensaios de trajetórias de tensões 0 grau e 180 graus (compressão e expansão isotrópicas, respectivamente), plotando-se, a partir de seus resultados, as curvas de $\ln(1+e) \times \ln p'$ apresentadas na figura 6.20, onde o coeficiente angular das retas ajustadas às curvas de compressão virgem e descompressão-recompressão isotrópicas fornecem λ e κ , respectivamente. O parâmetro $\tilde{G}$ foi obtido a partir do ensaio triaxial de compressão por carregamento – trajetória de tensão 72 graus, em que, a partir de seus resultados, foi traçada a curva $(\sigma_a - \sigma_r)/\sigma_r \times \bar{\gamma}$ apresentada na figura, onde o coeficiente angular da reta tangente a

esta curva na origem fornece $\tilde{G}$. O parâmetro M foi obtido a partir da equação do estado crítico em função do ângulo de atrito interno efetivo $\varphi' = 33^\circ$:

$$M = (6 \cdot \sin 33^\circ) / (3 - \sin 33^\circ) = 1,33.$$

Figura 6.20 – Determinação gráfica de λ e κ

Figura 6.21 – Determinação gráfica de $\tilde{G}$

Da figura 6.20 obtêm-se $\lambda = 0,054$ e $\kappa = 0,016$, e da figura 6.21 obtém-se $\tilde{G} = 58$. O parâmetro $M = 1,33$ define a Linha do Estado Crítico do modelo ($q=M.p$ e $q=-M.p$), apresentada para esta aplicação na figura 6.19.

6.5.3 - Confronto entre previsões do modelo e resultados de ensaios triaxiais drenados

Nas figuras 6.22 a 6.29 a seguir, são apresentados os resultados das previsões do modelo confrontados com os respectivos ensaios triaxiais em cada uma das 8 trajetórias de tensão da aplicação 2.

Figura 6.22 – Trajetória 0 grau, aplicação 2

Figura 6.23 – Trajetória 72 graus, aplicação 2

Figura 6.24 – Trajetória 90 graus, aplicação 2

Figura 6.25 – Trajetória 124 graus, aplicação 2

Figura 6.26 – Trajetória 180 graus, aplicação 2

Figura 6.27 – Trajetória 252 graus, aplicação 2

Figura 6.28 – Trajetória 270 graus, aplicação 2

Figura 6.29 – Trajetória 304 graus, aplicação 2

Analisando-se os resultados desta aplicação com relação à previsão do tipo de deformação que ocorreu nos ensaios (expansão ou contração do corpo de prova), em todas as trajetórias, modelo e ensaios estão de acordo. Em termos numéricos, os resultados da teoria nas trajetórias de tensão 0, 72 e 90 graus são bons em todas as curvas, ocorrendo diferenças relativamente pouco significativas, com exceção da curva $\varepsilon_v \times \varepsilon_a$ da trajetória 72 graus, onde há uma diferença em torno de 1% na deformação volumétrica na ruptura entre a resposta do ensaio e do modelo.

Na trajetória 124 graus, observa-se uma boa concordância entre a previsão do modelo e o ensaio na curva tensão desviadora x deformação axial, havendo perfeita coincidência nas tensões desviadoras de ruptura de ambos; porém, no modelo, ela ocorre para uma deformação volumétrica consideravelmente menor que a do ensaio. Essa diferença pode ser explicada, possivelmente, pelo fato de o modelo não representar solos sobreadensados, conforme já comentado para a aplicação 1. Situação análoga ocorre com as trajetórias 252 e 270 graus.

Com relação à trajetória 180 graus (expansão isotrópica), observa-se na curva do ensaio do gráfico $\varepsilon_v \times \varepsilon_a$ que a relação entre as deformações volumétricas e deformações axiais não é igual a 3. Neste ensaio, onde o adensamento foi isotrópico e o material foi homogeneizado, espera-se um comportamento isotrópico do solo ($\varepsilon_a = \varepsilon_r$; $\varepsilon_v = \varepsilon_a + 2 \cdot \varepsilon_r \Rightarrow \varepsilon_v = 3 \cdot \varepsilon_a$), colocando a qualidade do ensaio em dúvida. Observando-se os resultados da trajetória 0 grau (compressão isotrópica), observa-se o comportamento isotrópico esperado, onde a relação entre as deformações volumétricas e deformações axiais é igual a 3.

Na trajetória 304 graus, há uma grande diferença entre a previsão do modelo e o ensaio nas curvas $q \times \varepsilon_a$ e $\varepsilon_v \times \varepsilon_a$. O modelo, neste caso, representa um solo consideravelmente menos deformável que o real. Na curva $\varepsilon_v \times p'$ a concordância é boa.

6.6 - Aplicação 3

6.6.1 - Trajetórias de tensões estudadas

Na aplicação 3, cada corpo de prova foi adensado anisotropicamente. O estado de tensão inicial (ao final do adensamento anisotrópico) em todos os ensaios aqui apresentados foi de aproximadamente $\sigma_a=190$ kPa e $\sigma_r=130$ kPa ($p'=150$ kPa e $q=60$ kPa). As trajetórias de tensões seguidas após o adensamento anisotrópico estão representadas na figura 6.30 (10 trajetórias), onde está indicado também se o corpo de prova foi levado à ruptura ou não, durante o carregamento em cada uma delas. Conforme explicado anteriormente, o nome de cada trajetória se refere ao ângulo que ela faz com a horizontal, no sentido anti-horário.

Figura 6.30 – Trajetórias de tensão, aplicação 3

Com a seguinte relação entre os acréscimos de tensão axial ($\Delta\sigma_a$) e radial ($\Delta\sigma_r$), com os sinais na convenção da Mecânica dos solos (carregamento positivo e descarregamento negativo):

- trajetória 0 grau: $\Delta\sigma_a = \Delta\sigma_r > 0$;

- trajetória 22 graus: $\Delta\sigma_a = 1,5\Delta\sigma_r > 0$;
- trajetória 72 graus: $\Delta\sigma_a > 0$ e $\Delta\sigma_r = 0 \Rightarrow \sigma_r$ constante (ensaio de compressão por carregamento);
- trajetória 90 graus: $\Delta\sigma_a = -2\Delta\sigma_r$ com $\Delta\sigma_r < 0$;
- trajetória 105 graus: $\Delta\sigma_r = -1,5\Delta\sigma_a$ com $\Delta\sigma_a > 0$;
- trajetória 180 graus: $\Delta\sigma_a = \Delta\sigma_r < 0$
- trajetória 202 graus: $\Delta\sigma_a = 1,5\Delta\sigma_r$ com $\Delta\sigma_r < 0$;
- trajetória 252 graus: $\Delta\sigma_a < 0$ e $\Delta\sigma_r = 0 \Rightarrow \sigma_r$ constante (ensaio de extensão por descarregamento);
- trajetória 270 graus: $\Delta\sigma_a = -2\Delta\sigma_r$ com $\Delta\sigma_r > 0$;
- trajetória 304 graus: $\Delta\sigma_r > 0$ e $\Delta\sigma_a = 0 \Rightarrow \sigma_a$ constante (ensaio de extensão por carregamento).

6.6.2 - Determinação dos parâmetros do modelo

Os parâmetros desta aplicação são os mesmos da aplicação 2, apresentados no item 6.5.2, pois se trata do mesmo solo.

6.6.3 - Confronto entre previsões do modelo e resultados de ensaios triaxiais drenados

Nas figuras 6.31 a 6.40 são apresentados os resultados das previsões do modelo confrontados com os respectivos ensaios triaxiais em cada uma das 10 trajetórias de tensões da aplicação 3.

Figura 6.31 – Trajetória 0 grau, aplicação 3

Figura 6.32 – Trajetória 22 graus, aplicação 3

Figura 6.33 – Trajetória 72 graus, aplicação 3

Figura 6.34 – Trajetória 90 graus, aplicação 3

Figura 6.35 – Trajetória 105 graus, aplicação 3

Figura 6.36 – Trajetória 180 graus, aplicação 3

Figura 6.37 – Trajetória 202 graus, aplicação 3

Figura 6.38 – Trajetória 252 graus, aplicação 3

Figura 6.39 – Trajetória 270 graus, aplicação 3

Figura 6.40 – Trajetória 304 graus, aplicação 3

As respostas do modelo em termos qualitativos para esta aplicação são boas em todas as curvas de todas as trajetórias de tensão.

Em termos quantitativos, nas trajetórias 180 e 304 graus são observadas as maiores diferenças entre as previsões do modelo e os ensaios. Na trajetória 180 graus, a teoria previu a ruptura, caracterizada pelo final da curva, para deformações volumétrica e axial sensivelmente menores que as apontadas no ensaio. Essas diferenças, novamente, podem ser atribuídas ao fato de o modelo não representar solos sobreadensados, conforme já comentado nas outras aplicações.

Na trajetória 304 graus, assim como no ensaio, o modelo representa tanto deformações de expansão quanto de contração axiais durante a trajetória, porém, estas coincidem em mesmo tipo apenas após um certo valor da tensão desviadora, antes são divergentes. Fato semelhante, mas de forma contrária, ocorre com a trajetória 280 graus da aplicação 1.

Nas trajetórias 0, 22, 72 e 202 graus, as previsões da teoria podem ser consideradas boas em todas as curvas. Nas trajetórias 90 e 105 graus, observa-se que a resposta do modelo é boa na curva tensão desviadora x deformação axial, mas é deficiente na curva deformação volumétrica x deformação axial, onde as rupturas ocorrem para uma deformação volumétrica consideravelmente menor que a apontada pelo ensaio.

Nas trajetórias 252 e 270 graus, há uma diferença substancial entre a tensão de ruptura prevista pela teoria e a apontada no ensaio. Nestes casos, o modelo previu que o solo é mais rígido que o verificado no ensaio. Quanto à curva deformação volumétrica x deformação axial, na trajetória 270 graus, a resposta do modelo é boa. Na trajetória 252 graus, a representação pela teoria só é boa até valores intermediários de deformação axial, pois o ensaio aponta uma redução abrupta de deformação volumétrica.

7 - Conclusão

O presente trabalho procurou contribuir para o desenvolvimento do modelo constitutivo conhecido como hipoplástico ao ampliar o campo de aplicações da equação hipoplástica proposta por Nader (1999, 2003), simulando situações de ensaios triaxiais drenados ainda não testadas, como em trajetórias de tensões a partir do adensamento anisotrópico dos corpos de prova e com diminuição da tensão desviadora (ensaios de extensão).

Esta pesquisa apresentou, de início, as características gerais das equações hipoplásticas que, em comparação com as dos modelos baseados na elastoplasticidade clássica, que são os mais utilizados na prática da engenharia de hoje, representam mais adequadamente, em muitas situações, o comportamento dos solos.

Foram também apresentadas as características do equacionamento hipoplástico em estudo, mostrando-se que, para a sua aplicação, são necessários apenas quatro parâmetros característicos do solo e que estes são de fácil obtenção.

O confronto entre os resultados dos ensaios triaxiais e respectivas previsões do modelo hipoplástico mostrou que o modelo representa bem, de forma qualitativa, o comportamento tensão-deformação nas mais diversas trajetórias de tensão, tanto a partir do adensamento isotrópico quanto anisotrópico. De forma quantitativa, tem boa resposta nas trajetórias de tensão com aumento de tensões radiais e axiais em ambos os estados iniciais de adensamento.

Nas trajetórias de tensão com alívio de tensões, tanto axiais, quanto radiais, pôde-se constatar que a resposta do modelo é boa em alguns casos e razoável em outros. Além disso, notou-se que as diferenças em relação ao ensaio real em algumas delas, possivelmente ocorrem devido ao fato de o corpo de prova se tornar sobreadensado durante essas trajetórias. O modelo não incorpora a descrição dessas situações, considerando a Linha do Estado Crítico ou Envoltória de Resistência retilínea, representando os casos de solos normalmente adensados.

Situação que poderia ser mais investigada em estudos futuros, para constatação precisa das causas dessas diferenças.

Esta pesquisa cumpriu seu objetivo, apresentando novas aplicações de uma equação constitutiva, comparando sua resposta com ensaios reais, permitindo a ampliação da aferição do modelo proposto.

Além das falhas já mencionadas neste capítulo, ligadas ao modelo analisado, os modelos hipoplásticos em geral têm o defeito de não representarem adequadamente situações de recarregamento, como mencionado em capítulos anteriores. Nader (2009, 2010) propôs uma correção a este defeito, modificando a equação estudada nesta pesquisa através da incorporação de memória ao modelo. Este novo equacionamento, porém, necessita ser melhor aferido através da ampliação de suas aplicações, ficando aqui como sugestão para novas pesquisas.

Para a realização de outros estudos, sugere-se também a ampliação da aferição de modelos hipoplásticos que se propõem a representar adequadamente o comportamento de solos sobreadensados, tais como o de Russo (2006) ou o de Weifner e Kolymbas (2007).

8 - Referências Bibliográficas

- ANJOS, A. P. V. (1996). **Análise do comportamento tensão-deformação de um solo adensado anisotropicamente e carregado segundo diferentes trajetórias de tensões.** Dissertação de mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 152p.
- BAUER, E. (1995). **Constitutive modeling of critical states in hypoplasticity.** In: FIFTH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON NUMERICAL MODELS IN GEOMECHANICS (NUMOG V), Davos, Suíça, Balkema, p.15-20.
- COSTANZO, D.; VIGGIANI, G.; TAMAGNINI, C. (2006). **Directional response of a reconstituted fine-grained soil. Parte I: experimental investigation.** International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 30: 1303-1336.
- GUDEHUS, G. (1996). **A comprehensive constitutive equation for granular materials.** Soils and Foundations, v. 36, p. 1-12.
- HERLE, I; KOLYMBAS, D. (2004). **Hypoplasticity for soils with low friction angles.** Computers and Geotechnics, v. 31, p. 365–373.
- HÜGEL, H. M. (1995). **Prognose von Bodenverformungen.** Veröffentlichungen Heft 136, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik der Univesität Fridericiana in Karlsruhe.
- KOLYMBAS D. (1978), **Ein nichtlineares viskoplastisches Stoffgesetz für Böden.** Veröffentlichungen Heft 77, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik der Univesität Fridericiana in Kalsruhe.
- KOLYMBAS D. (1985), **A generalized hypoplastic constitutive law.** 11th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Balkema, v. 5, p. 2626.

- KOLYMBAS D. (1988), **A generalized hypoelastic constitutive equation**. International Workshop on Constitutive Equations for Granular Non-cohesive Soils. Saada e Bianchini (orgs.), Case University, 1987, p. 349-359.
- KOLYMBAS D. (1991), **An outline of hypoplasticity generalized**. Archive of Applied Mechanics, v. 61, p. 143-151.
- KOLYMBAS, D. (1993). **Modern Approaches to Plasticity**. International Workshop. Horton, Grécia, Elsevier, 780p.
- KOLYMBAS, D.; HERLE, I.; VON WOLFFERSDORF, P. A. (1995). **Hypoplastic constitutive equation with back stress**. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, v. 19, p. 415-436.
- KOLYMBAS, D. (2000). **Constitutive Modelling of Granular Materials**. Springer, 554p.
- KOLYMBAS, D. (2000). **Introduction to Hypoplasticity**. Balkema, 94p.
- LAMBE, T. W.; WHITMAN, R.V. (1979). **Soil Mechanics**. John Wiley & Sons.
- MASÍN D. (2005). **A hypoplastic constitutive model for clays**. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 29: 311-336.
- MASÍN, D.; TAMAGNINI, C.; VIGGIANI, G.; COSTANZO, D. (2006). **Directional response of a reconstituted fine-grained soil. Parte II: performance of different constitutive models**. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 30: 1303-1336.
- MATSUOKA, H.; NAKAI, T. (1977). **Stress-strain relationship of soil based on "SMP"**. Constitutive Equations of Soils. XI ICSMFE. Specialty Session. Tóquio, Japão, p. 153-162.

- MENDONÇA, H. M. X. (2005). **Sobre a modelagem de problemas da engenharia geotécnica pelo método dos elementos finitos**. Dissertação de mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 157p.
- NADER, J. J. (1993). **Modelos elasto-plásticos para solos. O cam-clay e sua aplicação a diferentes trajetórias de tensão**. Dissertação de mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 99p.
- NADER, J. J. (1999). **Hipoplasticidade e Elastoplasticidade para Solos**. Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- NADER, J. J. (2003). **Analysis of a new hypoplastic equation**. International Journal of Plasticity, v. 19, p. 1445-1480.
- NADER, J. J. (2009). **Questões de Hipoplasticidade**. Tese de Livre-Docência, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 107p.
- NADER, J. J. (2009). **Curso de Hipoplasticidade Teórica**. Edição do Autor, 103 p.
- NADER, J. J. (2010). **A new constitutive theory extending Hypoplasticity**. Mechanics Research Communications.
- NIEMUNIS, A. (1996). **A visco-hypoplastic model for clay and its FE implementation**. Resultats recents en mecanique des sols et des roches. XI Colloque Franco-Polonais, Gdańsk.
- PARREIRA, A. B. (1991). **Análise de túneis rasos em solo – o túnel mineiro paraíso da linha paulista do metropolitano de São Paulo**. Tese de doutorado, Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, Vol. 1 e Vol. 2, 298p.
- PINTO, C. S. (2001). **Curso básico de Mecânica dos Solos**. Oficina de textos, 247p.

- RUSSO JR., W. C. (2006). **Desenvolvimento de um modelo hipoplástico que represente efeitos de sobreendensamento**. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 164p.
- TERZAGHI, K. (1943). **Theoretical soil mechanics**. Wiley, 528p.
- TRUESDALL, C. (1955). **HYPO-ELASTICITY**. Journal of Rational Mechanics and Analysis, V. 4, p. 83-133.
- VON WOLFFERSDORFF, P.-A. (1996). **A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface**. Mechanics of Cohesive-Frictional Materials, v.1, p. 251-271.
- WEIFNER, T.; KOLYMBAS, D. (2007). **A hypoplastic model for clay and sand**. Acta Geotechnica, 2: 103-112.
- WU, W.; BAUER, E. (1993). **A hypoplastic model for barotropy and pycnotropy of granular soils**. In: MODERN APPROACHES TO PLASTICITY, D. Kolymbas (org.), Horton, Grécia, Elsevier, p. 225-245.
- WU, W.; BAUER, E. (1994). **A simple hypoplastic constitutive model for sand**. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, v. 18, p. 833-862.