PEDRO TEODORO FRANÇA

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE TÚNEIS
ANÁLISE NUMÉRICA TRIDIMENSIONAL COM MODELOS ELASTO-PLÁSTICOS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Mestre em Engenharia.

SÃO PAULO
2006

PEDRO TEODORO FRANÇA

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE TÚNEIS
ANÁLISE NUMÉRICA TRIDIMENSIONAL COM MODELOS ELASTO-PLÁSTICOS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para
obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração: Engenharia Geotécnica

Orientador: Profº Dr. José Jorge Nader

SÃO PAULO
2006

FICHA CATALOGRÁFICA

França, Pedro Teodoro

Estudo do comportamento de túneis: análise numérica tridimensional com modelos elasto-plásticos / P.T. França. – São Paulo, 2006. 185p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.Túneis 2.Análise numérica tridimensional 3.Modelo constitutivo elasto-plástico I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

*Dedico este trabalho aos meus pais,
por todo amor, preocupação, dedicação e incentivo
em todos os momentos da minha vida.*

*"Um passo à frente...
e você não está mais no mesmo lugar."
Chico Science*

Agradecimentos

À Deus, por tudo;

Ao professor José Jorge Nader pela orientação, paciência, disponibilidade, contribuição à minha formação e amizade desde os tempos de graduação;

Ao professor Waldemar Hachich pelos comentários e ensinamentos sempre precisos, diretos e valiosos ao longo do meu curso de pós-graduação e desenvolvimento desta pesquisa;

À todos os professores de geotecnia do PEF, em especial ao professor Carlos de Sousa Pinto, pelos sólidos ensinamentos de Mecânica dos Solos nos cursos de graduação e pós-graduação;

À Companhia do Metropolitano de São Paulo, nas pessoas do engenheiro Sérgio Salvadori e do geólogo Hugo Rocha por gentilmente terem permitido acesso aos dados do Túnel Paraíso;

À toda equipe de escavações subterrâneas da Figueiredo Ferraz e CJC Engenharia, em especial ao Dr. Mosze, Campanhã, José Carlos, Carlinhos, Eliezer, André e Daniel, pela verdadeira amizade, pelo sério e divertido convívio diário, pelo companheirismo em todos meus desafios profissionais e pessoais, e por tantas outras coisas. A vocês, meu sincero respeito e admiração.

Ao Dr. Castanho e ao Dr. João Del Nero, juntamente com todas as demais pessoas da Figueiredo Ferraz, pelo adorável ambiente de trabalho e por de alguma forma fazerem parte desse trabalho;

Ao professor Sérgio Franco, pela amizade, convivência e ensinamentos transmitidos durante esses anos.

Ao professor Flávio Kuwajima pela experiência compartilhada e sempre enriquecedoras discussões sobre geotecnia e túneis.

Ao engenheiro Arsenio Negro da Bureau de Projetos pela gentileza em fornecer os dados de instrumentação da estrutura do revestimento do Túnel Paraíso;

Ao professor Jorge Almeida e Sousa e ao engenheiro Antonio Pedro do Laboratório de Geotecnia da Universidade de Coimbra pelas valiosas contribuições nas análises numéricas deste trabalho;

Ao amigo engenheiro David Taborda da Universidade de Coimbra/Imperial College de Londres pelas inestimáveis contribuições e sugestões antes e durante o desenvolvimento desta pesquisa, pelas frutuosas e animadas discussões sobre túneis, mecânica dos solos e análises numéricas, e, principalmente, pela sua grande amizade. Obrigado, amigo!

Aos meus pais e aos meus irmãos, Paulo, Plínio e Pércio, por todo amor, educação, carinho e incentivo não só neste trabalho, mas em todos os momentos da minha vida. Agradecimento especial ao meu irmão Pércio, pela talentosa e incansável ajuda nas figuras deste trabalho;

Por fim, não poderia deixar de agradecer à Valéria, minha noiva, futura esposa e eterna namorada, por todo seu amor e por ter se privado de minha companhia por tantas vezes durante o desenvolvimento deste trabalho. Sem você, tudo seria mais difícil.

Resumo

O presente trabalho aborda o estudo do comportamento de túneis em maciços de solo. É dada ênfase na aplicação de análises numéricas com emprego de diferentes modelos constitutivos elasto-plásticos para solos. São apresentadas análises numéricas tridimensionais de um túnel amplamente instrumentado pertencente à Companhia do Metropolitano de São Paulo. As análises são realizadas com auxílio de um programa computacional de elementos finitos. O comportamento do maciço em pontos situados ao redor da escavação é minuciosamente estudado e a capacidade dos modelos em representar adequadamente o comportamento verificado na obra pelas instrumentações é avaliada.

Além das análises numéricas o trabalho aborda os principais conceitos relacionados com escavações de túneis em maciços de solo. Conceitos relacionados com a engenharia prática de túneis são apresentados de maneira qualitativa, sem formulações teóricas e matemáticas. Uma revisão bibliográfica com publicações recentes das principais revistas e periódicos que tratam do tema de análise numérica aplicada a túneis é apresentada. O trabalho também apresenta uma revisão dos principais conceitos relacionados com os modelos constitutivos comumente utilizados para análise de problemas de geotecnia. Além do modelo elástico são apresentados os modelos elasto-plásticos de Tresca, von Mises, Drucker-Prager e Mohr-Coulomb. Uma breve introdução aos conceitos básicos de estado crítico, juntamente com as equações do modelo Cam-Clay original e Cam-Clay modificado são apresentadas. Antes da apresentação das equações desses modelos constitutivos, são introduzidos os conceitos básicos relacionados com o comportamento dos materiais elasto-plásticos. Os conceitos de material elástico perfeitamente plástico e de material com endurecimento (ou *hardening*) e amolecimento (ou *softening*) são apresentados. Os conceitos de superfície de plastificação e de superfície de potencial plástico também são apresentados.

Por fim, são sintetizados os pontos mais relevantes da pesquisa realizada, apontando as limitações do trabalho com sugestões de novos estudos a serem realizados nessa mesma linha de pesquisa.

Abstract

The present research approaches the study of the behaviour of tunnels in soil. It is given emphasis in the application of numerical analyses using different elasto-plastic constitutive models for soils. Three-dimensional numerical analyses of a widely instrumented tunnel belonging to the Company of the Metropolitan of São Paulo are presented. The analyses are carried through with aid of a computational program of finite elements. The behaviour of the soil mass in points located around the excavation is thoroughly studied and the capacity of the models in adequately representing the field behavior verified by the instrumentations is evaluated.

Furthermore, the work approaches the main concepts related to tunneling in soils. Concepts related to practical engineering of tunnels are presented in a qualitative way, without theoretical and mathematical formulations. A literature review of recent publications of the most important periodic magazines and that deal with the subject of numerical analysis applied to tunnels is presented. The work also presents a revision of the main concepts related to the constitutive models normally used for analysis of geotechnical problems. Beyond the elastic model the elasto-plastics models of Tresca, von Misses, Drucker-Prager and Mohr-Coulomb are presented. Brief introductions to the basic concepts of critical state, together with the equations of the (original) Cam-Clay original and (modified) Cam-Clay modified models are presented. Before the presentation of the equations of these constitutive models, the basic concepts of the behaviour of the elasto-plastics materials are introduced. The concepts of perfectly plastic elastic material and material with hardening and softening are presented. The concepts of plastic surface and plastic potencial surface are also presented.

Finally, the most relevant points of the research are synthesized, pointing the limitations of the developed work along with suggestions for new studies to be carried through in this line of research.

Lista de Figuras

Figura 2.1	Efeito arco: mobilização da resistência ao cisalhamento do maciço nos arredores da escavação	10
Figura 2.2	Direção das tensões principais. a) antes da escavação; b) após a escavação	10
Figura 2.3	Efeito arco em diferentes planos que interceptam o túnel	11
Figura 2.4	Deslocamentos no maciço originados pela execução de um túnel	12
Figura 2.5	Influência da frente de escavação.....	13
Figura 2.6	Curva característica do maciço.....	14
Figura 2.7	Método Convergência-Confinamento	15
Figura 4.1	Componentes de tensão referenciados a um sistema cartesiano de coordenadas	26
Figura 4.2	Material com anisotropia cruzada	35
Figura 4.3	Modelo Bi-linear	39
Figura 4.4	Modelo K-G	40
Figura 4.5	Modelo Hiperbólico. a) curva tensão-deformação hiperbólica; b) representação da curva com eixos transformados.....	41
Figura 5.1	Comportamento unidimensional de um material elasto-plástico perfeito	45
Figura 5.2	Comportamento unidimensional de um material elasto-plástico com endurecimento (ou <i>hardening</i>)	46
Figura 5.3	Comportamento unidimensional de um material elasto-plástico com amolecimento (ou <i>softening</i>).....	47
Figura 5.4	a) curva de plastificação; b) superfície de plastificação	50
Figura 5.5	a) curva de potencial plástico; b) superfície de potencial plástico	51
Figura 5.6	Exemplos de leis de endurecimento/amolecimento.....	52
Figura 5.7	Comportamento bidimensional de um material elasto-plástico perfeito	54
Figura 5.8	a) endurecimento isotrópico; b) endurecimento cinemático.....	55

Figura 5.9	Comportamento bidimensional de um material elasto-plástico com endurecimento (ou <i>hardening</i>).....	55
Figura 5.10	Comportamento bidimensional de um material elasto-plástico com amolecimento (ou <i>softening</i>).....	56
Figura 5.11	Comportamento real do solo envolvendo endurecimento/amolecimento.....	57
Figura 5.12	Círculos de Mohr – Tensões totais	62
Figura 5.13	Superfície de plastificação de Tresca	63
Figura 5.14	Superfície de plastificação de Von Mises.....	64
Figura 5.15	Comparação do critério de Tresca e Von Mises em um plano desviador qualquer.....	65
Figura 5.16	a) critério de Coulomb; b) critério de Mohr; c) critério de Mohr-Coulomb	66
Figura 5.17	Superfície de plastificação de Mohr-Coulomb	68
Figura 5.18	Relação entre a superfície de plastificação e a superfície de potencial plástico	70
Figura 5.19	Superfície de plastificação de Drucker-Prager	71
Figura 5.20	Comparação do critério de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager em um plano desviador qualquer.....	72
Figura 5.21	Relação entre a superfície de plastificação e a superfície de potencial plástico	73
Figura 5.22	Comportamento do material submetido a compressão isotrópica	75
Figura 5.23	Parede elástica	76
Figura 5.24	Projeção da superfície de plastificação no plano $J-p'$. a) Cam-Clay original; b) Cam-Clay modificado.....	77
Figura 5.25	Superfície limite de estado	78
Figura 5.26	Definição do módulo de deformação cisalhante G do Cam-Clay modificado	79
Figura 5.27	Projeção da superfície de plastificação no plano $J-p'$ e vetores de incremento de deformação plástica. a) Cam-Clay original; b) Cam-Clay modificado	80
Figura 5.28	Deformação volumétrica do modelo Cam-Clay	81
Figura 5.29	Superfícies de plastificação em um plano desviador qualquer	82
Figura 6.1	Localização do Túnel Paraíso.....	85
Figura 6.2	Ilustração da geometria do Túnel Paraíso	86
Figura 6.3	Perfil geológico onde o túnel está inserido.....	88

Figura 6.4	Sequência construtiva do Túnel Paraíso.....	89
Figura 6.5	Seção de instrumentação do Túnel Paraíso	91
Figura 6.7	Bacias de recalques superficiais	93
Figura 6.8	Deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado próximo ao eixo de simetria do túnel.....	94
Figura 6.9	Deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado na lateral do túnel	95
Figura 6.10	Deslocamentos horizontais no interior do maciço perpendiculares a um eixo situado na lateral do túnel.....	96
Figura 6.12	Curvas <i>deformação axial x tensão desviadora</i> obtidas em ensaios triaxiais de compressão por carregamento axial realizados com amostras retiradas a 3.5m, 6.5m, 9.5m e 12.5m de profundidade	101
Figura 6.13	Módulos de deformabilidade obtidos em ensaios triaxiais de compressão por carregamento axial realizados com amostras retiradas a 3.5m, 6.5m, 9.5m e 12.5m de profundidade.....	102
Figura 6.14	Envoltórias de resistência obtidas em ensaios triaxiais de compressão por carregamento axial realizados com amostras retiradas a 3.5m, 6.5m, 9.5m e 12.5m de profundidade	103
Figura 6.15	Curvas <i>tensão vertical x deformação volumétrica</i> obtidas em ensaios edométricos realizados com amostras retiradas a 3.5m, 6.5m, 9.5m e 12.5m de profundidade	105
Figura 6.16	Elemento tridimensional de 15 nós utilizado: nós (•) e pontos de integração (x).....	109
Figura 6.17	Malha utilizada na análise: a) vista frontal; b) vista lateral; c) vista tridimensional	110
Figura 6.18	Campo de tensões iniciais. a) verticais (σ_y); b) horizontais (σ_x); c) horizontais (σ_z)	112
Figura 6.19	Aspecto da malha deformada (amplificado) com avanço das escavações.....	115
Figura 6.20	Campo das tensões verticais no maciço (kPa).....	116
Figura 6.21	Evolução das tensões verticais no maciço com a aproximação/afastamento da frente de escavação.....	117
Figura 6.22	Campo das tensões horizontais no maciço perpendiculares ao eixo do túnel (kPa)	119
Figura 6.23	Evolução das tensões horizontais no maciço perpendiculares ao eixo do túnel com a aproximação/afastamento da frente de escavação	119

Figura 6.24	Campo das tensões horizontais no maciço paralelas ao eixo do túnel (kPa).....	120
Figura 6.25	Evolução das tensões horizontais no maciço paralelas ao eixo do túnel com a aproximação/afastamento da frente de escavação	121
Figura 6.26	Campo das tensões médias p no eixo do túnel (kPa). a) plano vertical b) plano horizontal	122
Figura 6.27	Campo das tensões desviadoras q no eixo do túnel (kPa). a) plano vertical b) plano horizontal	123
Figura 6.28	Evolução das tensões médias no maciço com a aproximação/afastamento da frente de escavação.....	124
Figura 6.29	Evolução das tensões desviadoras no maciço com a aproximação/afastamento da frente de escavação.....	124
Figura 6.30	Trajectoria de tensões.....	125
Figura 6.31	Roseta de tensões. a) plano vertical b) plano horizontal	127
Figura 6.32	Indicador de plastificação do maciço	129
Figura 6.33	Campo dos deslocamentos verticais no maciço (kPa).....	130
Figura 6.34	Evolução dos deslocamentos verticais no maciço com a aproximação/afastamento da frente de escavação.....	131
Figura 6.35	Campo dos deslocamentos horizontais no maciço perpendiculares ao eixo do túnel (kPa)	132
Figura 6.36	Evolução dos deslocamentos horizontais no maciço perpendiculares ao eixo do túnel com a aproximação/afastamento da frente de escavação	133
Figura 6.37	Campo dos deslocamentos horizontais no maciço paralelos ao eixo do túnel (kPa).....	134
Figura 6.38	Evolução dos deslocamentos horizontais no maciço paralelos ao eixo do túnel com a aproximação/afastamento da frente de escavação	134
Figura 6.39	Campo das deformações volumétricas ε_v no eixo do túnel (kPa). a) plano vertical b) plano horizontal.....	135
Figura 6.40	Campo das deformações cisalhantes γ no eixo do túnel (kPa) a) plano vertical b) plano horizontal.....	136
Figura 6.41	Evolução das deformações volumétricas no maciço com a aproximação/afastamento da frente de escavação	136

Figura 6.42	Evolução das deformações cisalhantes no maciço com a aproximação/afastamento da frente de escavação.....	137
Figura 6.43	Deformações volumétricas decorrentes das variações das tensões médias	138
Figura 6.44	Deformações cisalhantes decorrentes das variações das tensões desviadoras.....	139
Figura 6.45	Bacia de recalques superficiais: análises numérica com Mohr-Coulomb x obra	140
Figura 6.46	Deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado próximo ao eixo de simetria do túnel: análise numérica com Mohr-Coulomb x obra	141
Figura 6.47	Deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado na lateral do túnel: análise numérica com Mohr-Coulomb x obra	142
Figura 6.48	Deslocamentos horizontais do maciço em um eixo vertical situado na lateral do túnel: análise numérica com Mohr-Coulomb x obra	143
Figura 6.49	Relação hiperbólica tensão-deformação.....	148
Figura 6.50	Sucessivos posicionamentos da superfície de plastificação	151
Figura 6.51	Domínio elástico definido pelas duas superfícies de plastificação do modelo Hardening Soil no plano p-q.....	155
Figura 6.52	Superfícies de plastificação do modelo Hardening Soil no espaço das tensões principais.....	156
Figura 6.53	Determinação dos parâmetros do modelo baseado no ensaio de adensamento (3AgP1)	157
Figura 6.54	Determinação dos parâmetros do modelo baseado no ensaio de adensamento (3AgP2)	158
Figura 6.55	Bacia de recalques superficiais: análises numérica com Mohr-Coulomb x obra	160
Figura 6.56	Deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado próximo ao eixo de simetria do túnel: análise numérica com Mohr-Coulomb x obra	161
Figura 6.57	Deslocamentos verticais no maciço com a aproximação e o afastamento da frente de escavação.	163
Figura 6.58	Deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado na lateral do túnel: análise numérica com Mohr-Coulomb x obra	164
Figura 6.59	Deslocamentos horizontais do maciço em um eixo vertical situado na lateral do túnel: análise numérica com Mohr-Coulomb x obra	165

Lista de Tabelas

Tabela 6.1	Características Granulométricas e Índices Físicos (Parreira, 1991).....	98
Tabela 6.2	Índices Físicos (Parreira, 1991)	99
Tabela 6.3	Módulos de deformabilidade E_{50}	103
Tabela 6.4	Parâmetros definidores da resistência ao cisalhamento dos materiais segundo critério de Mohr-Coulomb.....	104
Tabela 6.5	Parâmetros utilizados na análise com o modelo Mohr-Coulomb.....	114
Tabela 6.6	Parâmetros utilizados no modelo comuns aos parâmetros utilizados na análise com o Mohr-Coulomb	159
Tabela 6.7	Parâmetros adicionais exclusivos da análise com o <i>Hardening Soil</i>	159

Lista de Símbolos

a, b	parâmetros do modelo hiperbólico;
c	intercepto de coesão;
c'	intercepto de coesão efetivo;
C	corda;
C_c	índice de compressão;
C_r	índice de recompressão;
$[D]$	matriz constitutiva geral;
$[D']$	matriz constitutiva geral em termos de tensões efetivas;~
$[D']^p$	matriz constitutiva geral elasto-plástica;
$[D_{\text{água}}]$	matriz geral de poro-pressão;
e	índice de vazios;
E	módulo de Young;
E'	módulo de Young em termos de tensões efetivas;
E_{oed}	módulo de deformabilidade para situação de carregamento edométrico;
E_{ur}	módulo de deformabilidade para situação de descarregamento ou recarregamento;
E_u	módulo de Young em termos de tensões totais (situação não drenada);
E_i	módulo de deformabilidade tangente inicial;
E_0	módulo de deformabilidade tangente inicial;
E_{50}	módulo de deformabilidade secante para situação de carregamento desviador primário;
F	função de plastificação;
G	módulo de deformação cisalhante (distorção) elástica;
I	inclinômetro;

IP	índice de plasticidade;
J	tensão desviadora;
K^*	módulo de deformação volumétrica elástica em termos de tensões efetivas;
K_u	módulo de deformação volumétrica elástica em termos de tensões totais (situação não drenada);
k_0	coeficiente de empuxo em repouso;
LL	limite de liquidez;
LP	limite de plastidade;
m	vetor de parâmetros de estado;
M	parâmetro do modelo Cam-Clay;
M	marco superficial;
P	função de potencial plástico;
p	carregamento atuante na estrutura de suporte do túnel;
p_0	carregamento inicial atuante na estrutura de suporte do túnel;
p_1	carregamento atuante na estrutura de suporte do túnel no instante que ocorre Δ_1 ;
p_2	carregamento atuante na estrutura de suporte do túnel no instante que ocorre Δ_2 ;
p^*	tensão efetiva média;
R	raio do túnel;
S_u	resistência não drenada;
S	grau de saturação;
T	tassômetro;
w	umidade;
W	trabalho;
U_y	deslocamento vertical na análise numérica;
U_x	deslocamento horizontal perpendicular ao eixo do túnel na análise numérica;
U_z	deslocamento horizontal paralelo ao eixo do túnel na análise numérica;

x, y, z	coordenadas cartesianas;
z	profundidade;
α	fator de alívio das tensões;
Δ	incremento finito;
ε_1	deformação principal maior;
ε_2	deformação principal intermediária;
ε_3	deformação principal menor;
ε_p	deformação plástica;
ε_v	deformação volumétrica;
ε_v^e	deformação volumétrica elástica;
ε_v^p	deformação volumétrica plástica;
ε_{xx}	deformação na direção x em um plano perpendicular ao eixo x;
ε_{xy}	deformação na direção y em um plano perpendicular ao eixo x;
ε_{xz}	deformação na direção z em um plano perpendicular ao eixo x;
ε_{yx}	deformação na direção x em um plano perpendicular ao eixo y;
ε_{yy}	deformação na direção y em um plano perpendicular ao eixo y;
ε_{yz}	deformação na direção z em um plano perpendicular ao eixo y;
ε_{zx}	deformação na direção x em um plano perpendicular ao eixo z;
ε_{zy}	deformação na direção y em um plano perpendicular ao eixo z;
ε_{zz}	deformação na direção z em um plano perpendicular ao eixo z;
ε_x	deformação axial (idem ε_{xx});
ε_y	deformação axial (idem ε_{yy});
ε_z	deformação axial (idem ε_{zz});
ϕ	ângulo de atrito interno;

ϕ	ângulo de atrito efetivo;
γ	peso específico;
γ_{xy}	distorção (idem ε_{xy});
γ_{xz}	distorção (idem ε_{xz});
γ_{yx}	distorção (idem ε_{yx});
γ_{yz}	distorção (idem ε_{yz});
γ_{zx}	distorção (idem ε_{zx});
γ_{zy}	distorção (idem ε_{zy});
γ	distorção ou deformação cisalhante;
γ^p	distorção plástica;
γ^e	distorção elástica;
κ	coeficiente da reta de recompressão no modelo Cam-Clay;
κ	parâmetro de estado;
Λ	parâmetro escalar;
λ	coeficiente da reta de compressão no modelo Cam-Clay;
ν	coeficiente de Poisson em termos de tensões efetivas;
ν_v	coeficiente de Poisson em termos de tensões totais (situação não drenada);
ν	volume específico;
θ	ângulo de Lode;
σ	tensão normal;
σ	tensão normal efetiva;
$\sigma_{\text{água}}$	pressão neutra;
σ_{xx}	tensão atuante na direção x em um plano perpendicular ao eixo x;
σ_{xy}	tensão atuante na direção y em um plano perpendicular ao eixo x;

σ_{xz}	tensão atuante na direção z em um plano perpendicular ao eixo x;
σ_{yx}	tensão atuante na direção x em um plano perpendicular ao eixo y;
σ_{yy}	tensão atuante na direção y em um plano perpendicular ao eixo y;
σ_{yz}	tensão atuante na direção z em um plano perpendicular ao eixo y;
σ_{zx}	tensão atuante na direção x em um plano perpendicular ao eixo z;
σ_{zy}	tensão atuante na direção y em um plano perpendicular ao eixo z;
σ_{zz}	tensão atuante na direção z em um plano perpendicular ao eixo z;
σ_x	componente normal de tensão (idem σ_{xx});
σ_y	componente normal de tensão (idem σ_{yy});
σ_z	componente normal de tensão (idem σ_{zz});
σ_1	tensão principal maior;
σ_2	tensão principal intermediária;
σ_3	tensão principal menor;
σ_{oct}	tensão média ou octaédrica;
σ_y	tensão normal de plastificação em situação de carregamento unidirecional;
σ_y	tensão vertical na análise numérica;
σ_x	tensão horizontal perpendicular ao eixo do túnel na análise numérica;
σ_z	tensão horizontal paralela ao eixo do túnel na análise numérica;
τ_{xy}	componente tangencial de tensão (idem σ_{xy});
τ_{xz}	componente tangencial de tensão (idem σ_{xz});
τ_{yx}	componente tangencial de tensão (idem σ_{yx});
τ_{yz}	componente tangencial de tensão (idem σ_{yz});
τ_{zx}	componente tangencial de tensão (idem σ_{zx});
τ_{zy}	componente tangencial de tensão (idem σ_{zy});

Ψ ângulo de dilatação.

Sumário

1	INTRODUÇÃO.....	4
2	ESCAVAÇÕES SUBTERRÂNEAS EM MACIÇOS DE SOLO.....	8
2.1	INTRODUÇÃO	8
2.2	COMPORTAMENTO DO MACIÇO FRENTE À ESCAVAÇÃO.....	8
3	ANÁLISE NUMÉRICA APLICADA A TÚNEIS.....	18
3.1	INTRODUÇÃO	18
3.2	APLICAÇÃO DAS ANÁLISES NUMÉRICAS NO ESTUDO DE TÚNEIS	19
3.2.1	<i>Considerações Iniciais</i>	<i>19</i>
3.2.2	<i>Recalques Induzidos em Edifícios Induzidos por Escavações de Túneis.....</i>	<i>20</i>
3.2.3	<i>Estabilidade de Túneis.....</i>	<i>20</i>
3.2.4	<i>Tratamentos do Maciço.....</i>	<i>21</i>
3.2.5	<i>Revestimento Primário de Túneis.....</i>	<i>22</i>
3.2.6	<i>Túneis em Shield.....</i>	<i>22</i>
3.2.7	<i>Análises Numéricas Tridimensionais.....</i>	<i>23</i>
4	MODELOS CONSTITUTIVOS ELÁSTICOS.....	25
4.1	INTRODUÇÃO	25
4.2	INVARIANTES DE TENSÃO	26
4.3	INVARIANTES DE DEFORMAÇÃO	29
4.4	COMPORTAMENTO ELÁSTICO.....	32
4.5	MODELO ELÁSTICO LINEAR ISOTRÓPICO	32
4.6	MODELO ELÁSTICO LINEAR ANISOTRÓPICO	34
4.7	MODELOS ELÁSTICOS NÃO-LINEARES.....	37
4.7.1	<i>Introdução</i>	<i>37</i>
4.7.2	<i>Modelo Bi-linear.....</i>	<i>38</i>
4.7.3	<i>Modelo K-G.....</i>	<i>39</i>
4.7.4	<i>Modelo Hiperbólico.....</i>	<i>40</i>
5	MODELOS CONSTITUTIVOS ELASTO-PLÁSTICOS.....	43
5.1	INTRODUÇÃO	43
5.2	COMPORTAMENTO ELASTO-PLÁSTICO DOS SOLOS	44

5.2.1	<i>Material Elasto-Plástico Perfeito</i>	44
5.2.2	<i>Material Elasto-Plástico com Endurecimento (ou Hardening)</i>	45
5.2.3	<i>Material Elasto-Plástico com Amolecimento (ou Softening)</i>	46
5.2.4	<i>Aplicação ao Espaço Geral de Tensões e Deformações</i>	47
5.3	MODELOS CONSTITUTIVOS ELASTO-PLÁSTICOS: CONCEITOS BÁSICOS	48
5.3.1	<i>Introdução</i>	48
5.3.2	<i>Coincidência dos Eixos</i>	48
5.3.3	<i>Função de Plastificação</i>	48
5.3.4	<i>Função de Potencial Plástico</i>	50
5.3.5	<i>Lei de Endurecimento/Amolecimento (Hardening/Softening Rule)</i>	52
5.3.6	<i>Comportamento dos Materiais Elasto-Plásticos no Estado Plano de Tensões</i>	53
5.4	FORMULAÇÃO DA MATRIZ CONSTITUTIVA ELASTO-PLÁSTICA [D^{EP}]	57
5.5	MODELOS CONSTITUTIVOS ELASTO-PLÁSTICOS: EXEMPLOS	61
5.5.1	<i>Introdução</i>	61
5.5.2	<i>Modelo de Tresca</i>	61
5.5.3	<i>Modelo de von Mises</i>	64
5.5.4	<i>Modelo Mohr-Coulomb</i>	65
5.5.5	<i>Modelo de Drucker-Prager</i>	70
5.6	DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS DE ESTADO CRÍTICO.....	73
5.7	O MODELO CAM-CLAY	74
6	O CASO ANALISADO: TÚNEL PARAÍSO DO METRO DE SÃO PAULO	83
6.1	INTRODUÇÃO	83
6.2	DESCRIÇÃO DA OBRA.....	85
6.2.1	<i>Localização do Túnel</i>	85
6.2.2	<i>Geometria do Túnel</i>	86
6.2.3	<i>Geologia</i>	86
6.2.3.1	<i>A Bacia Sedimentar Terciária de São Paulo</i>	86
6.2.3.2	<i>Perfil Geológico</i>	87
6.2.4	<i>Aspectos Construtivos</i>	89
6.3	COMPORTAMENTO DO MACIÇO FRENTE ÀS ESCAVAÇÕES	90
6.3.1	<i>Instrumentação Empregada</i>	90
6.3.2	<i>Resultados Obtidos com a Instrumentação</i>	92
6.4	IDENTIFICAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DO SOLO	97
6.4.1	<i>Amostragem do Solo</i>	97
6.4.2	<i>Características Físicas</i>	98
6.4.3	<i>Relações Tensão-Deformação</i>	99
6.4.3.1	<i>Introdução</i>	99
6.4.3.2	<i>Ensaio Triaxiais de Compressão por Carregamento Axial</i>	99
6.4.3.3	<i>Ensaio de Adensamento</i>	104

6.5	ANÁLISES NUMÉRICAS REALIZADAS	106
6.5.1	<i>Introdução</i>	106
6.5.2	<i>Malha Utilizada</i>	107
6.5.3	<i>Sistema de Unidades Utilizado</i>	110
6.5.4	<i>Representação do Revestimento Primário</i>	111
6.5.5	<i>Tensões Iniciais e Condições de Contorno</i>	112
6.5.6	<i>Análise Numérica Realizada com o Modelo Mohr-Coulomb</i>	113
6.5.6.1	Considerações sobre o modelo	113
6.5.6.2	Parâmetros Utilizados pelo Modelo	113
6.5.6.3	Resultados Obtidos com a Análise	115
6.5.6.3.1	Malha Deformada	115
6.5.6.3.2	Tensões Verticais (σ_y).....	115
6.5.6.3.3	Tensões Horizontais Perpendiculares ao Eixo do Túnel (σ_x).....	118
6.5.6.3.4	Tensões Horizontais Paralelas ao Eixo do Túnel (σ_z)	120
6.5.6.3.5	Trajectoria de Tensões p x q	122
6.5.6.3.6	Roseta de Tensões.....	126
6.5.6.3.7	Plastificação no Maciço	127
6.5.6.3.8	Deslocamentos Verticais (U_y).....	129
6.5.6.3.9	Deslocamentos Horizontais Perpendiculares ao Eixo do Túnel (U_x)	131
6.5.6.3.10	Deslocamentos Horizontais Paralelas ao Eixo do Túnel (U_z)	133
6.5.6.3.11	Deformação Volumétrica (ϵ_v) e Deformação Cisalhante (γ)	135
6.5.6.3.12	Comparação com os Dados Obtidos em Campo	140
6.5.7	<i>Análise Numérica Realizada com o Modelo Hardening Soil</i>	144
6.5.7.1	O Modelo Hardening Soil	144
6.5.7.1.1	Considerações Iniciais	144
6.5.7.1.2	Comportamento elasto-plástico por solicitação de cisalhamento	145
6.5.7.1.3	Comportamento elasto-plástico por solicitação isotrópica (superfície cap)	153
6.5.7.2	Parâmetros Utilizados pelo Modelo	156
6.5.7.3	Resultados Obtidos com a Análise	160
6.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE AS ANÁLISES	166
7	CONCLUSÃO	167
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	173

Capítulo I

1 INTRODUÇÃO

Os altos índices demográficos e a elevada taxa de crescimento populacional nos grandes centros urbanos e nas principais áreas metropolitanas têm gerado carências nos mais diversos setores de infra-estrutura. O emprego de obras subterrâneas no desenvolvimento dos setores de transporte, distribuição de água, esgoto, gás, eletricidade e telecomunicações tem se mostrado extremamente eficaz e vantajoso sobre os mais variados aspectos. Seja pela minimização da utilização do espaço da superfície, que fica reservado para utilizações mais nobres; seja pela minimização do impacto nos arredores da obra, interferindo muito menos na paisagem e no trânsito durante a etapa construtiva, quando comparado com outros tipos de obras, como obras escavadas a céu aberto, por exemplo.

Durante muitos anos, as obras de escavações subterrâneas foram realizadas única e exclusivamente com base na vivência de experientes engenheiros, que, baseados em métodos empíricos e em semelhança com outras obras realizadas, definiam a metodologia construtiva a ser empregada, o sistema de suporte a ser adotado e realizavam tentativas de previsão do comportamento do maciço, principalmente dos recalques a ocorrerem na superfície.

Com o avançar do tempo e o desenvolvimento de outros campos da engenharia, métodos semi-empíricos e métodos analíticos simplificados, que possibilitavam uma abordagem mais científica do comportamento do maciço, passaram a ser utilizados, representando um significativo avanço do projeto de obras subterrâneas e da tentativa de um entendimento com mais propriedade da resposta do maciço frente a esse tipo de obra.

Paralelamente ao desenvolvimento da engenharia de obras subterrâneas, foram sendo desenvolvidos, por pesquisadores de universidades em todo o mundo, diversos modelos constitutivos, dos mais simples aos mais sofisticados, visando uma determinação mais realista da relação tensão-deformação em diferentes tipos de solos, submetidos a diferentes trajetórias de tensões. Muitos desses modelos já foram exaustivamente estudados, alterados, melhorados e corrigidos, baseados principalmente em resultados obtidos em ensaios laboratoriais, como ensaios triaxiais, edométricos, de cisalhamento direto, entre outros. No entanto, o emprego de modelos constitutivos mais sofisticados em situações mais complexas, com variadas trajetórias de tensões ocorrendo simultaneamente, como é o caso da escavação de um túnel, só se fez possível mediante análises numéricas auxiliadas por computadores. Esse tipo de análise se popularizou na década de 80 e, no Brasil, os escritórios de projeto passaram a utilizar esse tipo de ferramenta na “linha de produção” apenas na década de 90. Sendo que, ainda nos dias de hoje, quase a totalidade dos estudos numéricos de obras de túneis são realizados com modelos constitutivos simples, como o linear elástico e o linear elástico perfeitamente plástico com superfície de plastificação coincidente com o critério de ruptura de Mohr-Coulomb.

A consagração da utilização apenas desses dois modelos constitutivos acima citados - que vale dizer, são bastante úteis e eficientes, com razoável correlação entre previsão e resultados obtidos em campo - se deu por alguns prováveis motivos; talvez porque todo engenheiro tenha alguma familiaridade com elasticidade linear e com critérios de resistência, talvez pela sensibilidade que se têm com os parâmetros utilizados por esses modelos, como módulo de Young (E), coesão (c), ângulo de atrito (ϕ), entre outros. No entanto, como será visto no decorrer desta pesquisa, esses modelos possuem deficiências que, dependendo do caso, influem significativamente na previsão do comportamento verificado no maciço, como a indistinção da deformabilidade do maciço em situação de carregamento e descarregamento ou a não consideração do histórico das trajetórias de tensões, como ocorre no modelo elástico linear, por exemplo.

Nesta pesquisa, pretende-se avaliar a capacidade de dois modelos constitutivos em representar as deformações que ocorrem no maciço decorrentes do processo de escavação de um túnel. O túnel analisado é um túnel já escavado, bem instrumentado, executado pelos princípios do

NATM (*New Autrian Tunnelingl Method*), pertencente à Linha 2 do Metropolitano de São Paulo. São apresentados estudos tridimensionais conduzidos com o auxílio de um programa de elementos finitos comercial, com o emprego de um modelo constitutivo elasto-plástico perfeito com superfície de plastificação coincidente com o critério de ruptura de Mohr-Coulomb, popularmente conhecido como modelo Mohr-Coulomb, e com um modelo constitutivo elasto-plástico desenvolvido exclusivamente para o programa, conhecido como *Hardening Soil*, cujo comportamento será abordado no corpo deste documento. Os resultados obtidos com as análises são confrontados entre si e com as medidas de campo.

A pesquisa apresentada, além deste primeiro capítulo, introdutório, encontra-se estruturada em mais seis capítulos, totalizando sete capítulos.

O segundo capítulo aborda os principais conceitos relacionados a escavações de túneis em maciços de solo. Conceitos relacionados com a engenharia prática de túneis são apresentados de maneira qualitativa, sem formulações teóricas e/ou matemáticas.

O terceiro capítulo apresenta uma retrospectiva das análises numéricas realizadas de túneis nas últimas décadas. É apresentada uma revisão bibliográfica com as publicações recentes das principais revistas e periódicos que tratam do tema.

No quarto capítulo são apresentados os principais tópicos relacionados com modelos constitutivos elásticos para solos. Também são apresentados conceitos como invariantes de tensão e deformação, que são utilizados na formulação da maioria dos modelos constitutivos.

O capítulo cinco apresenta uma revisão dos principais conceitos relacionados com os modelos elasto-plásticos comumente utilizados para análise de problemas de geotecnia. São apresentados os modelos de Tresca, von Mises, Drucker-Prager e Mohr-Coulomb. Uma breve introdução aos conceitos básicos de estado crítico, juntamente com as equações do modelo Cam-Clay original e Cam-Clay modificado são apresentadas. Antes da apresentação das equações desses modelos constitutivos, são introduzidos os conceitos básicos relacionados com o comportamento dos materiais elasto-plásticos. Os conceitos de material elástico perfeitamente plástico e de material com endurecimento (ou *hardening*) e amolecimento (ou *softening*) são apresen-

tados. Os conceitos de superfície de plastificação e de superfície de potencial plástico também são apresentados.

No sexto capítulo são apresentadas as análises numéricas tridimensionais do Túnel Paraíso, pertencente à Linha 2 do Metropolitano de São Paulo. Como mencionado, são apresentadas comparações dos resultados obtidos com os modelos constitutivos utilizados com as medidas obtidas em campo através da instrumentação empregada.

Por fim, o sétimo capítulo sintetiza os pontos mais relevantes da pesquisa realizada, apontando as limitações do trabalho com sugestões de novos estudos a serem realizados nessa mesma linha de pesquisa.

Capítulo II

2 ESCAVAÇÕES SUBTERRÂNEAS EM MACIÇOS DE SOLO

2.1 INTRODUÇÃO

Apresentam-se nesse capítulo os principais conceitos relacionados a escavações de túneis em maciços de solo. Conceitos como *arqueamento de tensões*, *interação solo-estrutura*, *sistema de suporte*, *estado plano de deformação*, *alívio de tensões*, *curva característica do maciço*, *Método Convergência-Confinamento*, *NATM (New Austrian Tunnelling Method)* entre outros relacionados com a engenharia prática de túneis são apresentados de maneira qualitativa, sem formulações teóricas e matemáticas.

2.2 COMPORTAMENTO DO MACIÇO FRENTE À ESCAVAÇÃO

Segundo Rocha (1971), a abertura de um túnel em um maciço previamente em equilíbrio, submetido a um estado inicial de tensões, pode ser entendida como a remoção das tensões existentes no contorno da escavação realizada. Essa remoção acarreta em um rearranjo do estado de tensões do maciço, que busca uma nova situação de equilíbrio. O equilíbrio estabelecido pode ser alcançado sem a adoção de um sistema auxiliar de suporte, se tratando nesse caso de um maciço classificado como *autoportante*; ou, como ocorre na maioria dos casos, com o auxílio de um sistema de suporte, por exemplo, a adoção de uma estrutura de concreto projetado no contorno da escavação para conter as deformações do maciço.

A interação entre o maciço e essa estrutura empregada para restrição das deformações do maciço constitui um sistema altamente hiperestático, cujo estado de tensão-deformação não é de fácil determinação. Uma vez que as deformações permitidas ao maciço antes e após a colocação da estrutura de suporte acarretam em redistribuições de tensões para zonas vizinhas não escavadas do maciço (*arqueamento de tensões*), o carregamento atuante no suporte, os esforços nele mobilizados e os deslocamentos que nele ocorrem, são interdependentes e correlacionados; não sendo apenas função das tensões iniciais e das características geométricas da abertura, mas também das propriedades mecânicas do maciço envolvente ao túnel e do processo construtivo adotado, nomeadamente o sistema de escavação, a velocidade de avanço, o tipo e as características do suporte e o momento de sua colocação (Sousa, 1998).

O arqueamento de tensões, acima referido, ocorre somente quando há mobilização de resistência ao cisalhamento do maciço envolvente à abertura realizada (Langer & Stockmann, 1985). Esse fenômeno é fácil de ser compreendido se for analisado mais detalhadamente o que ocorre com uma faixa de solo situada imediatamente acima da calota do túnel, no contorno da escavação, conforme ilustrado na figura 2.1. Os elementos A, B, C, antes da realização da abertura, situam-se exatamente no perímetro da escavação; após a realização da abertura, o elemento A desloca-se mais do que o elemento B, que, por sua vez, desloca-se mais que o elemento C. Essa diferença de deslocamento induz tensões de cisalhamento entre os elementos. Se o maciço, devido a suas propriedades geomecânicas, for incapaz de mobilizar essa resistência ao cisalhamento, os elementos A, B, C, deslocam por igual, assim como todo o contorno da escavação, e o túnel entra em colapso.

Na maioria dos casos de túneis em solo antes da realização da abertura a direção das tensões principais maiores e menores coincidem com os eixos verticais e horizontais, figura 2.2. As direções dos eixos principais de tensões indicam as direções dos planos onde não ocorrem tensões de cisalhamento, apenas tensões normais. Sendo assim, pode-se afirmar que, antes da realização da escavação, em uma situação ideal, não existem tensões de cisalhamento nos planos verticais e horizontais do maciço. Como mencionado, após a realização da escavação, são mobilizadas tensões de cisalhamento nos arredores da abertura, inclusive nos planos verticais e horizontais, fazendo com que as direções das tensões principais na região afetada pela

abertura sofram rotações, uma vez que os planos onde não ocorrem tensões de cisalhamento nessa região não coincidem mais com os planos verticais e horizontais.

Figura 2.1 Efeito arco: mobilização da resistência ao cisalhamento do maciço nos arredores da escavação

Figura 2.2 Direção das tensões principais. a) antes da escavação; b) após a escavação

O fenômeno acima descrito ocorre tanto em planos transversais ao eixo do túnel como em planos verticais e horizontais longitudinais ao eixo do túnel, conforme salientado por Eisenstein et al. (1984) e ilustrado na figura 2.3, o que evidencia se tratar de um problema de natureza essencialmente tridimensional.

Figura 2.3 Efeito arco em diferentes planos que interceptam o túnel

O avanço da escavação de um túnel acarreta em movimento de todo o maciço para o interior da cavidade criada. Dessa forma, é evidente que adiante da frente de escavação já ocorre influência da abertura realizada (Ranken e Ghaboussi, 1975).

Conforme apurado por Sousa (1998), adiante da frente de escavação, os deslocamentos no maciço processam-se fundamentalmente na direção longitudinal ao eixo do túnel. Com o avanço do túnel, esta componente longitudinal dos deslocamentos cresce, atingindo um valor máximo quando da passagem da frente, começando a apresentar valor contrário ao original após a

passagem da frente, anulando-se a uma certa distância. Já os deslocamentos radiais crescem de forma monótonica, crescendo com a aproximação da frente, apresentando um valor máximo a uma certa distância da frente. Pode-se concluir dessa forma, conforme ilustrado na figura 2.4, que a escavação de um túnel origina nas proximidades da frente de escavação uma zona de maciço onde o estado de deformação é de natureza tridimensional; sendo, no entanto, o equilíbrio pós-escavação atingido numa zona onde a influência da frente já não se faz sentir e em condições muito próximas de um estado plano de deformação.

Figura 2.4 Deslocamentos no maciço originados pela execução de um túnel

Passada a frente de escavação, a distância onde ocorrerá o estabelecimento do equilíbrio e a condição do estado plano de deformação é função das características do maciço e do sistema de suporte adotado (Galli et al, 2004). Quanto menor a resistência do maciço, maior é o desenvolvimento da zona plastificada e conseqüentemente maior a distância requerida para se atingir a condição de equilíbrio e de estado plano de deformação. Com relação ao sistema de suporte adotado, quanto mais rígido ele for e quanto mais rápido ele for instalado, mais rápido se dará o estabelecimento da situação de equilíbrio (Shahrour e Ghorbabeigi, 1996). Na maioria dos casos práticos, o efeito da escavação é sentido até aproximadamente dois diâmetros adiante e dois diâmetros atrás da frente de escavação, conforme ilustrado na figura 2.5.

Figura 2.5 Influência da frente de escavação

Do acima exposto, conclui-se que face a todos os fenômenos envolvidos o estudo correto do processo de execução de um túnel deve ser realizado mediante análise tridimensional com simulação incremental da escavação do maciço e da instalação do suporte. No entanto, o fato de o equilíbrio ser atingido em condição de deformação plana, associado às dificuldades de tratamento dos equilíbrios tridimensionais, faz com que seja corrente a abordagem do problema por meio de formulações de estado plano de deformação, usando diversas metodologias simplificadas para a consideração da tridimensionalidade. Tal abordagem plana, no entanto, está reservada aos casos em que as características geotécnicas e geométricas ao longo do eixo do túnel se mantêm praticamente constantes (Sousa, 1998).

Uma das maneiras mais utilizadas para conversão do problema tridimensional em um problema plano consiste na aplicação de uma pressão fictícia no contorno da escavação para simular o efeito estabilizador do maciço situado adiante da frente de escavação que se opõe ao fechamento da abertura Oetl & Stark (1998). O valor dessa pressão aplicada, que no início é equivalente ao estado de tensão inicial, reduz gradualmente conforme o avanço da frente, de modo que se obtém em estado plano as mesmas deformações que ocorreriam em um equilíbrio tridimensional (Panet & Guellec, 1979). Uma maneira de se apresentar a relação entre essa pressão fictícia e o deslocamento radial de um ponto situado no contorno da escavação é através da curva característica do maciço, introduzida originalmente por Pacher (1964), ilustrada na figura 2.6.

Figura 2.6 Curva característica do maciço

A curva I representa um maciço autoportante, com comportamento elástico linear, onde a deformação do maciço envolvente à abertura ocorre diretamente proporcional ao alívio das tensões no contorno da escavação. A deformação final desse ponto situado no contorno da escavação é de Δ_1 . A curva II também representa um maciço autoportante. No entanto, esse maciço, após atingir deformação Δ_{2A} , entra em regime não linear, de tipo elasto-plástico, estabilizando-se com deformação final Δ_{2B} . A curva III representa um maciço não autoportante, onde se faz necessária a adoção de uma estrutura de suporte antes de se atingir a deformação Δ_3 de modo a se evitar o colapso da abertura. Se ocorrer atraso demasiado para instalação da estrutura de suporte, as tensões nele atuantes crescem consideravelmente à medida que o maciço desarticula e o efeito arco desaparece (Wong e Kaiser, 1991).

Vale ressaltar, que nos casos da curva I e da curva II, mesmo o maciço sendo autoportante, muitas vezes se faz necessária a adoção de uma estrutura de suporte para limitar os deslocamentos finais, minimizando a perda de solo do volume escavado e os recalques na superfície.

Quando ocorre a instalação de uma estrutura de suporte, o equilíbrio passa a ser um problema de interação solo-estrutura, onde a rigidez relativa entre o maciço e a estrutura instalada, assim como os deslocamentos que ocorrem antes da instalação do suporte, passam a ser funda-

mentais no processo (Hellmich et al, 2000). Antes do momento da instalação da estrutura de suporte, como pode ser observado na figura 2.7, já ocorrem deslocamentos no contorno da escavação. Dessa forma, o carregamento p atuante na estrutura de suporte, não é equivalente às tensões iniciais p_0 existentes no maciço antes de ocorrer a escavação. As tensões já foram aliviadas, no mínimo, de uma parcela $p_0 - p_1$ correspondente ao deslocamento Δ_1 ocorrido no maciço antes da instalação do suporte. Se, nesse instante, for instalada uma estrutura de revestimento infinitamente rígida, o deslocamento final do sistema maciço-estrutura será Δ_1 e o carregamento atuante na estrutura será p_1 . No entanto, na prática, os suportes utilizados deformam-se, provocando um decréscimo da tensão radial até que o equilíbrio de interação solo-estrutura seja atingido no ponto A, correspondente à intersecção da curva característica do maciço com a curva característica do suporte. No instante de equilíbrio final, o deslocamento do ponto situado no contorno da escavação é Δ_2 e o deslocamento na estrutura é $\Delta_2 - \Delta_1$. O carregamento atuante no suporte é p_2 . Essa análise de interação solo-estrutura é a base do método conhecido como *Método Convergência-Confinamento*.

Figura 2.7 Método Convergência-Confinamento

As curvas características do maciço e do suporte, apresentadas na figura 2.7, são referentes a qualquer ponto situado no contorno da abertura. Em uma situação de maciço homogêneo, isotrópico com carregamento hidrostático e com suporte homogêneo e contínuo, as curvas são as mesmas para todos os pontos do contorno da escavação. No entanto, em uma situação onde o maciço não é homogêneo, nem isotrópico e o carregamento não é hidrostático, cada ponto

do contorno da escavação – abóboda, paredes laterais, arco invertido - apresenta uma curva característica própria. Rocha (1971) estudou o comportamento das curvas características para maciços não isotrópicos em meio elástico e Hoek & Brown (1980) em maciços elasto-plásticos.

Como é possível observar, quanto mais cedo for instalado o revestimento do túnel, ou seja, quanto mais próximo ele for instalado junto à frente de escavação, e quanto maior for sua rigidez, maiores serão os esforços nele atuantes e menores serão os deslocamentos finais. Cabe à equipe de projeto decidir o ponto ótimo que permite economia da estrutura a ser empregada, sem que ocorram deformações demasiadas que comprometam a segurança da obra e das edificações e utilidades de serviço sobrejacentes à escavação (Sousa, 1998).

Na verdade, a instalação da estrutura de suporte após ocorrência de deformações no maciço, com conseqüente minoração do carregamento no revestimento, implica na mobilização da resistência do próprio maciço, que além de atuar como carregamento sobre a estrutura de suporte, atua também como elemento resistente. Dessa forma, a abertura realizada se mantém estável mediante mobilização de resistência de um sistema misto, composto pela estrutura de suporte empregada e pelo próprio maciço existente nos arredores da escavação (Lunardi, 1994).

O fenômeno descrito acima é um dos princípios do NATM (*New Austrian Tunnelling Method*) estabelecidos na década de 50 e 60 por Rabcewicz e outros engenheiros, baseado em experiências e inovações realizadas na execução de túneis abertos em maciços rochosos nos alpes austríacos.

Além da utilização do próprio maciço como elemento resistente, o NATM se baseia fortemente na observação e instrumentação do maciço escavado, visando uma avaliação realista do comportamento do maciço circundante e da estrutura de suporte instalada, para que sejam corrigidos os métodos construtivos, os passos de avanço e a rigidez do revestimento e o momento ideal de sua colocação (Campanhã, 1998).

Os princípios gerais do NATM devem ser encarados muito mais como uma filosofia do que propriamente como uma técnica construtiva (Sauer, 1988) e, embora inicialmente aplicado a maciços rochosos, é utilizado desde o início da década de 70 com resultados plenamente satisfatórios em túneis em solos e rochas brandas (Bieniawsky, 1989). Particularmente interessante têm sido o emprego dos princípios do NATM em túneis com seções transversais de grandes dimensões, como são os casos de estações do metropolitano, cruzamento de linhas, túneis de via dupla ou grandes túneis rodoviários com até quatro faixas de tráfego, onde é impossível a escavação em seção plena por um *shield*. Nestas condições, o controle das deformações no maciço, principalmente à superfície, e a garantia da estabilidade da frente durante a construção podem ser conseguidas utilizando o NATM, que devido à sua grande flexibilidade e adaptabilidade admite uma grande variedade de processos de escavação podendo ser empregados dispositivos auxiliares de suporte e tratamento do maciço e/ou adoção de parcialização da seção escavada (Sousa, 1998).

Capítulo III

3 ANÁLISE NUMÉRICA APLICADA A TÚNEIS

3.1 INTRODUÇÃO

A engenharia de túneis é talvez a área da mecânica de solos aplicada onde os métodos numéricos de análise de tensões-deformações são mais utilizados na prática (Gioda & Swoboda, 1999). A frequência da utilização desses métodos aplicados a esses estudos é razão do grande número de variáveis que envolvem o estudo de túneis. Uma variável bastante importante é a forte influência que a metodologia construtiva empregada exerce na distribuição das tensões/deformações nos arredores da abertura e no sistema de suporte adotado (Galli et al, 2004). A consideração da metodologia construtiva é o maior empecilho para o emprego de soluções analíticas e outros métodos mais simplificados. Por outro lado, a representação fiel de todas as etapas construtivas pode ser perfeitamente reproduzida em uma análise numérica, estando restrita, a princípio, apenas às capacidades computacionais existentes, principalmente capacidade de *hardware* (Beer & Swoboda, 1985). Outro aspecto importante do estudo de túneis, que pode ser facilmente considerado em uma análise numérica, é a complexidade geométrica do problema. A complexidade geométrica não está relacionada exclusivamente com as diferentes formas de seções de escavação ou diferentes parcializações, mas também com a presença de descontinuidades no maciço, existência de estratos não homogêneos, não isotrópicos, etc. Por fim, os métodos numéricos de análise possibilitam que se resolvam problemas, frequentemente encontrados na engenharia de túneis, que envolvem distribuição iniciais de tensões não homogênea e complexos comportamentos de relação tensão-deformação do maciço (Gioda & Locatelli, 1999).

Desde as primeiras aplicações, o método dos elementos finitos mostrou-se bastante adequado para a solução de problemas de engenharia geotécnica, particularmente para o estudo de análise de tensões/deformações em túneis e escavações subterrâneas (Reyes & Deere, 1966). De fato, este método e outros métodos de resolução numérica, como o método das diferenças finitas, se tornaram ferramentas práticas para a engenharia de projeto ajudando na determinação dos carregamentos nas estruturas de suporte (Kalkani, 1991) e na estimativa das deformações do maciço originadas pelo processo de escavação (Roa, 2002). Como consequência, o interesse da comunidade acadêmica e do meio técnico de projeto pela utilização de métodos numéricos em engenharia de túneis cresceu constantemente durante esses últimos anos. Um indicativo dessa tendência é o grande número de publicações sobre análise numérica de túneis em periódicos, revistas, congressos e simpósios internacionais de mecânica dos solos aplicada.

Deve ser observado que não somente as análises numéricas se desenvolveram nesse período, análises analíticas e métodos semi-empíricos aplicados a túneis também se desenvolveram, mesmo apresentando limitações, como há pouco mencionadas.

Esta seção apresenta trabalhos recentes que abordam análises numéricas aplicadas aos principais tópicos relacionados com o projeto e a execução de túneis.

3.2 APLICAÇÃO DAS ANÁLISES NUMÉRICAS NO ESTUDO DE TÚNEIS

3.2.1 Considerações Iniciais

A principal vantagem da utilização de análise numérica para o estudo de um túnel é a ampla capacidade de reprodução das inúmeras variantes que envolvem o comportamento do maciço face à escavação de um túnel. Vale ressaltar que uma análise numérica de qualidade deve procurar reproduzir de maneira mais consistente possível todas as características do problema real: geometria, sequência construtiva, características do maciço, etc.

A princípio quando aplicada a um meio contínuo elástico-linear, a análise numérica de um túnel auto-portante deve apresentar campos finais de distribuição de tensões e deformações que independem da sequência construtiva adotada no cálculo; por outro lado, se aplicada ao estudo de um túnel não auto-portante inserido em um meio com comportamento não-linear, diferentes sequências construtivas de uma mesma seção final acabada devem levar a diferentes campos de distribuição de tensões e deformações no maciço e na estrutura de suporte.

3.2.2 Recalques em Edifícios Induzidos por Escavações de Túneis

Uma das aplicações práticas mais usuais de análise numérica em problemas que envolvem túneis é o estudo das deformações que ocorrem em edificações e redes de serviços adjacentes às escavações. Os trabalhos de Chen et al (1999), Mroueh & Shahrour (2002), Mroueh & Shahrour (2003) e Lee & Ng (2005), entre outros, tratam do impacto da escavação de um túnel nas proximidades de fundações profundas de edifícios. Esses trabalhos abordam edifícios com fundações isoladas ou em grupo, como um grupo de estacas, por exemplo. O trabalho de Jenck & Dias (2004) trata da influência da execução de um túnel em um edifício de fundação direta situado sobre a projeção da escavação. Uma abordagem inversa do problema é apresentada por Meguid et al (2002) e Schroeder et al (2004), que estudam a influência da execução de fundações de edifícios em túneis já existentes .

Além dos trabalhos que abordam estimativas de deformações nos edifícios, existem trabalhos, com enfoque mais estrutural, que abordam o que acontece com os edifícios quando submetidos a essas deformações. Muitos desses trabalhos não envolvem até mesmo análises numéricas, apenas constatações empíricas que relacionam as deformações com o tipo de dano esperado para os edifícios. Os trabalhos de Burland (1969) e Rankin (1998) são publicações clássicas que tratam desse tema.

3.2.3 Estabilidade de Túneis

Na verdade toda análise numérica de túneis acaba por abordar indiretamente o problema de estabilidade de túneis, seja estabilidade de face ou de teto; no entanto, existem trabalhos como os de Langer & Stockmann (1985) que abordam especificamente o tema, comparando os re-

sultados das análises numéricas com soluções analíticas consagradas para os mais variados tipos de condições. Buhan et al (1999) abordam o problema de estabilidade de face de túneis rasos inseridos abaixo do lençol freático. Sloan & Assadi (1991) abordam a questão da estabilidade de um túnel em situação drenada em um solo com a resistência crescente com a profundidade. Lee & Rowe (2006) aborda o problema de estabilidade em túneis rasos escavados em argilas moles. Karakus & Fowell (2005) abordam o problema de estabilidade na escavação de um túnel com três diferentes tipos de parcialização para a mesma seção final escavada; os resultados são comparados com o comportamento de um túnel escavado em Londres. Addenbrooke & Potts (2001) estudam o problema da estabilidade da interação entre dois túneis gêmeos.

3.2.4 Tratamentos do Maciço

Depois que a análise numérica do simples processo de escavação de um túnel passou a ser melhor compreendida e difundida no meio técnico e científico, pesquisas começaram a surgir abordando os diferentes tipos de tratamentos usualmente empregados em túneis para melhoria das condições iniciais do maciço. Por exemplo, Nicolini & Nova (2000) apresentam um estudo de um túnel em Milão escavado em maciço não-coesivo onde foi aplicada injeção química para melhoria das condições do maciço. Komiya et al (2001) apresentam um trabalho sobre tratamento de maciço para escavação em túneis em shield. Ng & Lee (2002) e Yoo (2002) apresentam um estudo paramétrico tridimensional da eficiência de diferentes tipos e configurações de pregagens para estabilização da face de túneis. Pichler et al (2003) avaliam com o auxílio de análise numérica bidimensional o comportamento de diferentes configurações de colunas horizontais de *jet grouting* (CCPH) junto ao contorno da escavação de um túnel. As propriedades termomecânicas que envolvem o processo de cura das colunas assim como o *creep* apresentado pelo solo-cimento resultante do processo de tratamento são considerados na análise. Wisser et al (2005) apresentam uma análise numérica do processo de injeção de compensação para redução dos recalques na superfície induzidos pela execução de um túnel. A injeção é simulada com aplicação de pressão interna em elementos de interface inseridos em regiões da malha.

3.2.5 Revestimento Primário de Túneis

O revestimento primário de túneis, usualmente executado em concreto projetado, já foi tema de diversos artigos publicados. Augarde & Burd (2001) comparam os resultados de análises numéricas tridimensionais de túneis considerando-se o revestimento primário modelado por elementos contínuos e modelado por elementos de casca. Os autores concluem que de maneira geral, a simulação do revestimento por elemento contínuo adequa-se mais às soluções analíticas usuais para problemas similares. Os trabalhos de Khanooja et al (1985), Pottler (1990), Kalkani (1991), Hellmich et al (2000), Hellmich et al (2001), Winkler et al (2004), Boldini et al (2005), também abordam o tema.

3.2.6 Túneis em Shield

Nas últimas décadas um grande número de análises numéricas envolvendo o estudo do comportamento do maciço face à escavação de túneis em *shield* foi publicado em artigos técnico-científicos. Ding et al (2004) apresentam uma análise bidimensional de um túnel em *shield* considerando o processo construtivo dividido em quatro etapas: antes da chegada da frente de escavação, no momento da chegada da frente, no momento da instalação do anel e na condição de equilíbrio final, com o afastamento da frente. Um aspecto interessante deste trabalho é a representação do *grout* de preenchimento entre o anel e o maciço, que assume diferentes características no decorrer da simulação do processo construtivo. Os resultados da simulação são comparados com um túnel de metrô em Osaka, Japão e mostram uma boa eficiência no método proposto pelos autores. Fino & Clough (1985), Bernat & Cambout (1998), Farsakh e Voyiadjis (1999), Sugimoto & Sramoon (2002), Maynar & Rodriguez (2005), entre outros, também apresentam estudos bidimensionais.

Kasper & Meschke (2004) apresentam o estudo tridimensional de um túnel em *shield* onde todos os componentes construtivos que envolvem uma escavação desse tipo são considerados. O solo é modelado com o modelo Cam-Clay e a interação solo-fluido da lama de estabilização da pressão da frente e do *grout* de preenchimento do espaço entre o anel e o solo, assim como a pressão exercida por esses materiais são consideradas na análise. Os resultados, principalmente das deformações previstas pelo modelo, são comparados com dados da literatura. Man-

sour (1996), Abu-Krishna (1998), Dijk & Kaalberg (1998), Komiya et al (1999), Dias et al (2000), Melis et al (2002), entre outros, também abordam o problema da escavação de um túnel em *shield* com análises numéricas tridimensionais.

O trabalho de Kasper & Meschke (2006) mostra como uma análise numérica pode ajudar na decisão de projeto de escolha da pressão a ser aplicada na frente da escavação e no *grout* injetado ao redor dos anéis.

3.2.7 Análises Numéricas Tridimensionais

A simulação numérica do processo do avanço da escavação de um túnel, que como mencionado no capítulo 2, é essencialmente de natureza tridimensional, já foi e ainda é bastante estudado por formulações bidimensionais que pressupõe estado plano de deformação. Diversos autores que contribuíram com diferentes hipóteses para simplificar a questão a um problema bidimensional; por exemplo, Gaboussi & Gioda (1977) utilizaram uma análise axissimétrica para simular o avanço de um túnel em meio rochoso com comportamento visco-elástico, Guo et al (1994) utilizaram séries de Fourier para “expandir” soluções bidimensionais para o espaço tridimensional de tensões e deformações. A utilização de formulações para estado plano de deformação ainda é a mais comumente utilizada nas análises realizadas por empresas de projeto. Uma discussão sobre esse tema pode ser encontrada em Panet & Guenot (1982), Ohnishi et al (1982), Pan & Hudson (1988), onde são também discutidos o método de redução da rigidez do núcleo e o método de alívio das tensões.

No entanto, cada vez mais análises numéricas tridimensionais têm sido empregadas para o estudo do comportamento do maciço face à execução de um túnel. Galli et al (2004) apresentam análises numéricas tridimensionais de túneis com diferentes coberturas, executados pelos princípios do NATM com seção multi-parcializadas. Os trabalhos de Lampman et al (1985), Beer et al (1987), Lee & Rowe (1990), Komiya et al (2001), Augarde & Burd (2001), Mroueh & Shahrour (2002), Meguil & Rowe (2002), Shin et al (2002), Mroueh & Shahrour (2003), Farias et al (2004), Kasper & Meschke (2004), Jenck & Dias (2004), Schroeder et al (2004), Lee & Ng (2005), Klar et al (2005), Franzius et al (2005), Zdravikovik et al (2005), Franzius

& Potts (2005) apresentam análises tridimensionais contemplando os mais diversos temas relacionados com escavações de túneis.

Negro e Queiroz (2000) apresentam um trabalho onde são avaliadas as capacidades de modelos numéricos em prever o desempenho de túneis em solo. No trabalho - onde são revistos mais de sessenta casos históricos publicados na década de 80 e 90 - entre outras estatísticas, são apresentados os tipos de análises numéricas realizadas nos casos contemplados pela pesquisa. Na ocasião, 92% das análises eram análises numéricas bidimensionais e 8% eram análises tridimensionais. Seguramente, passados seis anos da publicação da pesquisa, as análises tridimensionais cresceram significativamente, vide os trabalhos há pouco citados, onde mais da metade das análises são análises tridimensionais. Certamente o aumento das análises tridimensionais está associado ao aumento da capacidade dos *hardwares* disponíveis.

Capítulo IV

4 MODELOS CONSTITUTIVOS ELÁSTICOS

4.1 INTRODUÇÃO

A Teoria da Elasticidade tem sido empregada em soluções simplificadas de vários problemas de engenharia prática. No entanto, o comportamento real dos solos se distancia bastante do comportamento elástico, principalmente no que diz respeito à reversibilidade das deformações quando as solicitações mudam de sentido. Um tratamento mais realista do comportamento do solo requer uma abordagem mais complexa do que a dada pela Teoria da Elasticidade e será apresentada no próximo capítulo. Apesar das limitações dos modelos elásticos, eles são bastante úteis para compreensão e elaboração de modelos constitutivos mais sofisticados.

Neste capítulo são apresentados os principais tópicos relacionados com modelos constitutivos elásticos para solos. Primeiramente são introduzidos os conceitos de invariantes de tensões e invariantes de deformações e, a seguir, são apresentados os principais conceitos relacionados com os modelos constitutivos elásticos. Existem vários tipos de modelos constitutivos elásticos: alguns assumem o material como sendo isotrópico, outros assumem o material como sendo anisotrópico; alguns assumem comportamento linear, outros assumem comportamento não-linear, com parâmetros dependentes dos níveis de tensão e/ou deformação a que o solo está submetido.

4.2 INVARIANTES DE TENSÃO

A tensão é um tensor que pode ser representado no sistema cartesiano de coordenadas pela matriz apresentada abaixo:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

A figura 4.1 representa os componentes de tensão atuando em um elemento qualquer representado por um sistema cartesiano de coordenadas.

Figura 4.1 Componentes de tensão referenciados a um sistema cartesiano de coordenadas

Como o tensor de tensão é simétrico, $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ e $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, é comum escrever a tensão em notação vetorial, envolvendo apenas seis componentes:

$$\sigma = (\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \tau_{xy} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{yz}) \quad (4.2)$$

De acordo com o princípio de Terzaghi, a tensão atuante nos solos está dividida em duas parcelas: *tensão efetiva* σ' e *pressão neutra (ou poro pressão)* $\sigma_{\text{Água}}$:

$$\sigma = \sigma' + \sigma_{\text{Água}} \quad (4.3)$$

Dessa forma, a tensão efetiva σ' é dada por:

$$\sigma' = \sigma - \sigma_{\text{Água}} \quad (4.4)$$

A água não resiste a tensões de cisalhamento, sendo, dessa forma, as tensões efetivas de cisalhamento iguais às tensões totais de cisalhamento. Tensões normais negativas indicam compressão e tensões normais positivas indicam tração.

Na descrição das equações dos modelos constitutivos ao invés de se relacionar diretamente tensões com deformações, é comum que se relacionem *incrementos* de tensões com *incrementos* de deformações. Os incrementos infinitesimais de tensão podem ser representados com um ponto acima de cada componente ou com um Δ na frente de cada componente, conforme apresentado abaixo:

$$\dot{\sigma}' = \begin{pmatrix} \dot{\sigma}'_{xx} & \dot{\sigma}'_{yy} & \dot{\sigma}'_{zz} & \dot{\tau}'_{xy} & \dot{\tau}'_{xz} & \dot{\tau}'_{yz} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

$$\Delta \sigma' = \begin{pmatrix} \Delta \sigma'_{xx} & \Delta \sigma'_{yy} & \Delta \sigma'_{zz} & \Delta \tau'_{xy} & \Delta \tau'_{xz} & \Delta \tau'_{yz} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

A magnitude dos componentes do vetor de tensão (σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , τ_{xy} , τ_{xz} e τ_{zy}) depende da direção escolhida para as coordenadas dos eixos de referência (x , y , z). Em função disso, ao invés de tensões referidas a um eixo específico de coordenadas cartesianas, é comum utilizar tensões principais (σ_1 , σ_2 e σ_3) referidas aos eixos das direções das tensões principais. As direções dos eixos das tensões principais são as direções onde não ocorrem nenhuma tensão de

cisalhamento. As tensões principais são os auto-valores do tensor das tensões e podem ser determinados da seguinte forma:

$$\det(\sigma - \sigma \cdot I) = 0 \quad (4.7)$$

onde I é a matriz identidade. A equação fornece três soluções, que são justamente as tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 , sendo:

$$\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \sigma_3 \quad (4.8)$$

Para um determinado elemento submetido a um estado de tensões, as tensões principais atuam nos planos principais e possuem magnitudes independentes do sistema de coordenadas escolhido para descrição do problema. Elas são, portanto, *invariantes* à escolha do sistema de coordenadas dos eixos. Sendo assim, o estado de tensões pode ser totalmente descrito de duas maneiras: especificando-se seis componentes do vetor de tensões para um dado sistema de coordenadas adotado; ou especificando-se os valores das tensões principais e a direção dos três planos em que essas tensões atuam.

Em engenharia geotécnica, é comum que se tenha interesse apenas na magnitude geral das tensões a que um elemento está sujeito, para isso, é conveniente que se defina *invariantes de tensões*, que são função das tensões principais, mas não das direções dos planos que elas atuam. Uma definição conveniente desses invariantes é apresentada abaixo:

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3) \quad (4.9)$$

$$J = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_3 - \sigma'_1)^2} \quad (4.10)$$

onde p' é a *tensão efetiva média* (ou tensão efetiva isotrópica) e J é a *tensão desviadora* (ou tensão de cisalhamento equivalente).

As tensões principais podem ser escritas em termos desses invariantes, usando as seguintes equações:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{Bmatrix} = p \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} + \frac{2}{\sqrt{3}} J \begin{Bmatrix} \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \sin(\theta) \\ \sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

onde θ é um terceiro invariante, conhecido como *ângulo de Lode*, definido por:

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{1}{\sqrt{3}} \left(2 \frac{(\sigma_2 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)} - 1 \right) \right] \quad (4.12)$$

A escolha desses invariantes não é arbitrária. As grandezas definidas acima possuem significado geométrico no espaço das tensões principais. O valor de p é a medida da distância à origem ao longo da *diagonal do espaço* (onde $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) do *plano desviador* corrente. No espaço das tensões principais, um plano desviador é qualquer plano perpendicular à diagonal do espaço. O valor de J representa a medida da distância à diagonal do espaço no plano desviador corrente, e a magnitude de θ define a orientação do estado de tensão nesse plano.

4.3 INVARIANTES DE DEFORMAÇÃO

Assim com a tensão, a deformação também é um tensor e pode ser representada em um sistema cartesiano de coordenadas pela matriz apresentada abaixo:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Como o tensor de deformação é simétrico, $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}$, $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx}$ e $\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy}$ ou $\gamma_{xy} = \gamma_{yx}$, $\gamma_{xz} = \gamma_{zx}$ e $\gamma_{yz} = \gamma_{zy}$, é comum escrever a deformação em notação vetorial, envolvendo apenas seis componentes:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{zz} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} & \gamma_{yz} \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

onde:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (4.15)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} \quad (4.16)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad (4.17)$$

$$\gamma_{xy} = \varepsilon_{xy} + \varepsilon_{yx} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \quad (4.18)$$

$$\gamma_{yz} = \varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zy} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \quad (4.19)$$

$$\gamma_{zx} = \varepsilon_{zx} + \varepsilon_{xz} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \quad (4.20)$$

De maneira similar às tensões, deformações normais positivas indicam extensão, assim como, deformações normais negativas indicam compressão.

Usualmente, na formulação das equações constitutivas, são considerados incrementos infinitesimais de deformação. Os incrementos infinitesimais de deformação podem ser representados com um ponto acima de cada componente ou com um Δ na frente de cada componente, conforme apresentado abaixo:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_{xx} & \dot{\varepsilon}_{yy} & \dot{\varepsilon}_{zz} & \dot{\gamma}_{xy} & \dot{\gamma}_{xz} & \dot{\gamma}_{yz} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \Delta \varepsilon_{xx} & \Delta \varepsilon_{yy} & \Delta \varepsilon_{zz} & \Delta \gamma_{xy} & \Delta \gamma_{xz} & \Delta \gamma_{yz} \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Toda a discussão apresentada para os invariantes das tensões também se aplica para as deformações. No entanto, usualmente na engenharia geotécnica, apenas dois invariantes de deformação são utilizados: a *deformação volumétrica incremental* $\Delta \varepsilon_v$ e a *deformação cisalhante (ou distorção) incremental* $\Delta \gamma$. Ambas estão apresentadas abaixo:

$$\Delta \varepsilon_v = \Delta \varepsilon_1 + \Delta \varepsilon_2 + \Delta \varepsilon_3 \quad (4.23)$$

$$\Delta \gamma = \frac{2}{\sqrt{6}} \sqrt{(\Delta \varepsilon_1 - \Delta \varepsilon_2)^2 + (\Delta \varepsilon_2 - \Delta \varepsilon_3)^2 + (\Delta \varepsilon_3 - \Delta \varepsilon_1)^2} \quad (4.24)$$

A razão da escolha desses invariantes, é que, dessa forma, o trabalho incremental ΔW pode ser definido em termos dessas invariantes e das invariantes de tensão, conforme mostrado abaixo:

$$\Delta W = \{\sigma\} \cdot \{\Delta \boldsymbol{\varepsilon}\} = p \cdot \Delta \varepsilon_v + J \cdot \Delta \gamma \quad (4.25)$$

A *deformação volumétrica acumulada total* ε_v , assim como a *deformação cisalhante (ou distorção) acumulada total* γ são dadas por:

$$\varepsilon_v = \int \Delta \varepsilon_v \quad (4.26)$$

$$\gamma = \int \Delta \gamma \quad (4.27)$$

4.4 COMPORTAMENTO ELÁSTICO

A matriz constitutiva geral $[D]$ relaciona incrementos de tensões totais com incrementos de deformações:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_{xx} \\ \Delta\sigma_{yy} \\ \Delta\sigma_{zz} \\ \Delta\tau_{xy} \\ \Delta\tau_{yz} \\ \Delta\tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_{xx} \\ \Delta\epsilon_{yy} \\ \Delta\epsilon_{zz} \\ \Delta\gamma_{xy} \\ \Delta\gamma_{yz} \\ \Delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.28)$$

Como visto na seção 4.2, de acordo com o princípio de Terzaghi, é possível dividir as tensões atuantes no solo em tensões efetivas e em pressões neutras (poro-pressões); de maneira análoga, também é possível dividir a matriz constitutiva geral de tensões totais $[D]$ em duas: matriz geral de tensões efetivas $[D^*]$ e matriz geral de poro-pressão $[D_{Aqua}]$. Consequentemente, as equações constitutivas podem ser escritas em termos de $[D]$ ou de $[D^*]$.

Como mencionado na seção 4.1, existem vários tipos de modelos constitutivos elásticos: alguns assumem o material como sendo isotrópico, outros assumem o material como sendo anisotrópico; alguns assumem comportamento linear, outros assumem comportamento não-linear, com parâmetros dependentes dos níveis de tensão e/ou deformação a que o solo está submetido. São apresentados a seguir alguns desses modelos.

4.5 MODELO ELÁSTICO LINEAR ISOTRÓPICO

Um material é considerado isotrópico quando possui o mesmo comportamento em qualquer plano que cruza o corpo do material. Em uma situação como essa, pode ser demonstrado que apenas duas constantes elásticas independentes são suficientes para descrever o comportamento do material. Na engenharia de estruturas é comum que esses parâmetros sejam o *módulo de Young* E^* , e o *coeficiente de Poisson* ν^* . Dessa forma, a equação 4.28 toma a forma apresentada na equação 4.29.

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma'_{xx} \\ \Delta \sigma'_{yy} \\ \Delta \sigma'_{zz} \\ \Delta \tau'_{xy} \\ \Delta \tau'_{yz} \\ \Delta \tau'_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E'}{(1+\nu')(1-2\nu')} \begin{bmatrix} 1-\nu' & \nu' & \nu' & 0 & 0 & 0 \\ \nu' & 1-\nu' & \nu' & 0 & 0 & 0 \\ \nu' & \nu' & 1-\nu' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu'}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu'}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu'}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_{xx} \\ \Delta \varepsilon_{yy} \\ \Delta \varepsilon_{zz} \\ \Delta \gamma_{xy} \\ \Delta \gamma_{yz} \\ \Delta \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.29)$$

Se o material apresenta comportamento linear, os parâmetros E' e ν' são constantes. Também é possível relacionar os incrementos de tensões totais com os incrementos de deformações totais. Nesse caso, os parâmetros a serem adotados são o *módulo de Young não drenado* E_u , e o *coeficiente de Poisson não drenado* ν_u .

Uma outra maneira de apresentar a equação 4.29, é utilizando o módulo de deformação volumétrica efetiva K' e o módulo de deformação cisalhante G , definidos abaixo.

$$K' = \frac{E'}{3(1-2\nu')} ; \quad (4.30)$$

$$G = \frac{E'}{2(1+\nu')} \quad (4.31)$$

Dessa forma, a equação 4.29 pode ser escrita da maneira apresentada pela equação 4.32. Essa maneira é mais comum de ser encontrada em bibliografias que tratam problemas de geotecnia.

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma'_{xx} \\ \Delta \sigma'_{yy} \\ \Delta \sigma'_{zz} \\ \Delta \tau'_{xy} \\ \Delta \tau'_{yz} \\ \Delta \tau'_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K' + \frac{4}{3}G & K' - \frac{2}{3}G & K' - \frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ K' - \frac{2}{3}G & K' + \frac{4}{3}G & K' - \frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ K' - \frac{2}{3}G & K' - \frac{2}{3}G & K' + \frac{4}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_{xx} \\ \Delta \varepsilon_{yy} \\ \Delta \varepsilon_{zz} \\ \Delta \gamma_{xy} \\ \Delta \gamma_{yz} \\ \Delta \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.32)$$

Também é possível escrever essa equação em termos de tensões totais. Para isso, o módulo de deformação volumétrica efetivo K' , deve ser substituído pelo módulo de deformação volumétrica não drenado K_u . Como a água não resiste a cisalhamento, o módulo de deformação cisalhante G é o mesmo para ambas as situações.

É válido observar que na elasticidade isotrópica as deformações volumétricas são única e exclusivamente dependentes da variação da tensão média $\Delta p'$; assim como as deformações cisalhantes (ou distorções) são única e exclusivamente dependentes da variação da tensão desviadora ΔJ . Variações de tensão média $\Delta p'$ não têm nenhum efeito nas distorções γ , e variações de tensão desviadora ΔJ , não tem nenhum efeito nas deformações volumétricas ε_v (Goodman, 1989). Essa característica é bastante útil na compreensão e formulação de modelos constitutivos mais elaborados baseados na elasticidade isotrópica. No entanto, é importante que fique claro que tal comportamento não reflete o comportamento real dos solos. Sabe-se, por exemplo, que ensaios de cisalhamento simples em amostras de solo geram também deformações volumétricas.

Além da limitação supra citada, o modelo constitutivo linear isotrópico não consegue representar vários outros aspectos do comportamento dos solos expostos no Capítulo 3. Por isso, ele deve ser usado com severas restrições na análise de problemas de geotecnia.

4.6 MODELO ELÁSTICO LINEAR ANISOTRÓPICO

Na maioria das vezes o solo apresenta comportamento anisotrópico, com comportamento diferenciado nos diversos planos que cortam o material. Se um material é totalmente anisotrópi-

co, a matriz constitutiva geral $[D]$ apresenta trinta e seis parâmetros independentes. No entanto, restrições ligadas à termodinâmica implicam que a matriz geral seja simétrica; dessa forma, o número total de parâmetros independentes se reduz a vinte e um. Normalmente, no entanto, o solo apresenta uma anisotropia mais restrita ainda. Solos sedimentares, por exemplo, que são formados através de lenta deposição de sedimentos em planos paralelos, apresentam simetria de comportamento nos diversos planos normais ao eixo de deposição. A figura 4.2 ilustra um material desse tipo, o sistema de coordenadas adotado é tal que o eixo z coincide com o eixo de deposição dos sedimentos e os eixos x e y estão inseridos no plano de deposição P .

Figura 4.2 Material com anisotropia cruzada

O tipo de anisotropia descrito acima é conhecido como *anisotropia cruzada*, ou *anisotropia transversal*, ou, ainda, *ortotropia*. Nesse tipo de anisotropia, os parâmetros do material são reduzidos a sete e a relação entre incrementos de tensão e incrementos de deformação é dada por:

$$\begin{bmatrix} A(1-\nu_{SP}\nu_{PS})E'_P & A(\nu_{PP}-\nu_{SP}\nu_{PS})E'_P & A\nu_{SP}(1+\nu_{PP})E'_P & 0 & 0 & 0 \\ A(\nu_{PP}-\nu_{SP}\nu_{PS})E'_P & A(1-\nu_{SP}\nu_{PS})E'_P & A\nu_{SP}(1+\nu_{PP})E'_P & 0 & 0 & 0 \\ A\nu_{SP}(1+\nu_{PP})E'_S & A\nu_{SP}(1+\nu_{PP})E'_S & A(1-\nu_{SP}\nu_{PS})E'_S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{PS} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{PS} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{PP} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

onde:

$$A = \frac{1}{1 - 2\nu_{SP}^{\wedge} \nu_{PS}^{\wedge} - 2\nu_{SP}^{\wedge} \nu_{PS}^{\wedge} \nu_{PS}^{\wedge} - \nu_{PS}^{\wedge 2}} \quad (4.34)$$

sendo:

$E_s^{\wedge}$ - módulo de Young na direção do eixo da sedimentação;

$E_p^{\wedge}$ - módulo de Young no plano da sedimentação;

$\nu_{SP}^{\wedge}$ - coeficiente de Poisson para deformação no plano da sedimentação devido a tensões atuantes no eixo da sedimentação;

$\nu_{PS}^{\wedge}$ - coeficiente de Poisson para deformação no eixo da sedimentação devido a tensões atuantes no plano da sedimentação;

$\nu_{PP}^{\wedge}$ - coeficiente de Poisson para deformação no plano da sedimentação devido a tensões atuantes no mesmo plano;

G_{PS} - módulo de deformação cisalhante no plano do eixo da sedimentação;

G_{SP} - módulo de deformação cisalhante no plano da sedimentação.

No entanto, devido a problemas de simetria, é possível ser demonstrado que:

$$\frac{\nu_{SP}^{\wedge}}{E_s^{\wedge}} = \frac{\nu_{PS}^{\wedge}}{E_p^{\wedge}} \quad (4.35)$$

e

$$G_{PP} = \frac{E_p^{\wedge}}{2(1 + \nu_{PP}^{\wedge})} \quad (4.36)$$

Dessa forma, os parâmetros do modelo elástico linear com anisotropia cruzada se reduzem a cinco (Christian & Desai, 1977) e a matriz $[D]$ pode ser reescrita na forma simétrica apresentada em (4.37), abaixo:

$$\begin{bmatrix} A \left(1 - \nu_{SP}^2 \frac{E_P}{E_S} \right) E'_S & A \left(\nu_{PP} + \nu_{SP}^2 \frac{E_P}{E_S} \right) E'_S & A \nu_{SP} (1 + \nu_{PP}) E'_S & 0 & 0 & 0 \\ A \left(\nu_{PP} + \nu_{SP}^2 \frac{E_P}{E_S} \right) E'_S & A \left(1 - \nu_{SP}^2 \frac{E_P}{E_S} \right) E'_S & A \nu_{SP} (1 + \nu_{PP}) E'_S & 0 & 0 & 0 \\ A \nu_{SP} (1 + \nu_{PP}) E'_S & A \nu_{SP} (1 + \nu_{PP}) E'_S & A \left(1 - \nu_{SP}^2 \frac{E_P}{E_S} \right) E'_S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{PS} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{PS} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E'_P}{2(1 + 2\nu_{PP})} \end{bmatrix}$$

onde:

$$A = \frac{1}{(1 + \nu_{PP}) \left[\frac{E_S}{E_P} (1 - \nu_{PP}) - 2\nu_{PS}^2 \right]} \quad (4.38)$$

Também é possível escrever a matriz constitutiva em termos de parâmetros não drenados.

Mesmo sendo um avanço em relação ao modelo elástico linear isotrópico, o modelo elástico anisotrópico também não consegue reproduzir vários aspectos do comportamento real do solo. Por isso, ele também deve ser usado com grandes restrições em problemas de geotecnia.

4.7 MODELOS ELÁSTICOS NÃO-LINEARES

4.7.1 Introdução

Uma grande melhoria nos modelos constitutivos elásticos ocorre no emprego de modelos constitutivos não-lineares que apresentam variações de parâmetros com o nível de tensão e/ou

deformação a que o material está submetido. O comportamento não linear é relacionado a uma curva tensão-deformação não linear. A forma dessa curva pode ser útil na representação simbólica do comportamento não linear de um material, mas ainda é uma visão limitada do conceito de não linearidade (Lionço, 1999). A não linearidade existe quando a magnitude da resposta não é proporcional à magnitude da excitação. Vários fatores podem contribuir para a não linearidade, mas para os materiais mais utilizados em engenharia, os principais responsáveis são as grandes mudanças na geometria, não linearidade geométrica, e as mudanças nas propriedades do material, não linearidade física (Desai & Siriwardane, 1984). Nesse trabalho é apenas considerada a não linearidade física do material.

A maioria dos modelos não-lineares admite o material com comportamento isotrópico. Como visto na seção 4.5, os materiais isotrópicos são representados por dois parâmetros independentes, E' e ν' ou K' e G . A utilização dos parâmetros K' e G é mais interessante para estudo de problemas de geotecnia. A razão para isso é que o solo apresenta diferenças significativas de comportamento quando sujeito a variações de tensões médias $\Delta p'$, e quando sujeito a variações de tensões desviadoras ΔJ . Como já mencionado, as deformações volumétricas são únicas e exclusivamente dependentes da variação da tensão média $\Delta p'$; assim como as deformações cisalhantes (ou distorções) são únicas e exclusivamente função da variação da tensão desviadora ΔJ . O módulo de deformação volumétrica K' relaciona a variação de tensão média com a deformação volumétrica e o módulo de deformação cisalhante G' relaciona a variação da tensão desviadora com a deformação cisalhante. De maneira geral, pode-se dizer que a “rigidez volumétrica” aumenta com o aumento da tensão média p' e a “rigidez cisalhante” diminui com o aumento da tensão desviadora J .

A seguir são apresentados os principais conceitos relacionados com alguns dos modelos elástico não-lineares mais comumente utilizados na análise de problemas de geotecnia.

4.7.2 Modelo Bi-linear

O modelo elástico Bi-linear assume que o módulo de deformação volumétrica K e o módulo de deformação cisalhante G são constantes até um certo estado de tensão onde, teoricamente, ocorre ruptura do material. A partir daí é adotado um valor baixo para o módulo tangencial

de deformação cisalhante G . Idealizadamente, o valor do módulo G deveria ser tomado como zero; no entanto, se isso for feito, deixa de existir uma relação única entre incrementos de tensão desviadora e incrementos de distorções, o que acarreta em problemas numéricos nas equações constitutivas. Por isso, na prática, após atingir um estado de tensão equivalente à ruptura, o módulo de deformação cisalhante G é alterado para um valor baixo, porém, finito. Em situação de descarregamento após ocorrência da ruptura, o módulo de deformação cisalhante inicial volta a vigorar. A figura 4.3 apresenta a curva tensão-deformação desse modelo. Além dos parâmetros K_0 e G_0 antes da ruptura, são necessários parâmetros que definem a superfície de ruptura. Por exemplo, se for usado o critério de ruptura de Mohr-Coulomb, são necessários dois parâmetros adicionais: coesão c e ângulo de atrito ϕ .

Figura 4.3 Modelo Bi-linear

4.7.3 Modelo K-G

No modelo K-G, o módulo de deformação volumétrica K e o módulo de deformação cisalhante G são explicitamente dependentes do nível de tensão a que o solo está submetido, de acordo com as Equações 4.39 e 4.40:

$$K_t = K_0 + \alpha_K \cdot p^{\gamma_K} \quad (4.39)$$

$$G_t = G_0 + \alpha_G \cdot p^{\gamma_G} + \beta_G \cdot J \quad (4.40)$$

O modelo, que é descrito em detalhes por Naylor et al (1981), necessita de cinco parâmetros para descrever o comportamento do material (K_0 , α_K , G_0 , α_G , β_G). Os valores de coesão c , e ângulo de atrito ϕ podem ser utilizados para calibração desses parâmetros. Os parâmetros podem ser tais que em uma situação próxima à ruptura, o valor de G_r seja próximo de zero. Outra possibilidade do modelo é a diferenciação entre situação de carregamento e descarregamento. Os parâmetros α_G e β_G podem assumir valores em situação de descarregamento que elevam o valor de G_r . A curva tensão deformação para esse modelo é ilustrada na figura 4.4 .

Figura 4.4 Modelo K-G

4.7.4 Modelo Hiperbólico

O modelo hiperbólico original é atribuído a Kondner (1963), no entanto, ele foi bastante estudado e desenvolvido por Duncan e Chang (1970) e colaboradores e, por isso, também é conhecido como modelo “Duncan e Chang” depois do trabalho “Nonlinear analysis of stress and strain in soil”, publicado em 1970 pelos autores. O modelo foi originalmente desenvolvido para estudo de ensaios triaxiais não-drenados e era baseado em apenas dois parâmetros e na hipótese implícita de coeficiente de Poisson igual a 0.5. Com o tempo, novas pesquisas foram realizadas e desenvolveu-se o modelo para aplicação em problemas drenados e não-drenados. Para isso, o número de parâmetros subiu para nove (Seed et al, 1975). A expressão hiperbólica apresentada abaixo foi a base do modelo original:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \quad (4.41)$$

sendo σ_1 e σ_3 a tensão principal maior e a tensão principal menor, ε a deformação axial e a e b constantes materiais.

Analisando-se a curva tensão deformação ilustrada na figura 4.5a é possível observar que a constante a é igual ao inverso do módulo de Young tangente inicial E_0 ; e a constante b é igual ao inverso da tensão desviadora de ruptura ($\sigma_1 - \sigma_3$), que é para onde a curva tensão-deformação se aproxima assintoticamente.

Figura 4.5 Modelo Hiperbólico. a) curva tensão-deformação hiperbólica; b) representação da curva com eixos transformados

Uma maneira mais imediata de obter-se os valores das constantes a e b , é reescrevendo-se a equação 4.41 na forma da equação 4.42. Plotando-se a nova curva em um gráfico com os eixos transformados, conforme ilustrado na figura 4.5b, as constantes a e b são o intercepto e a inclinação da reta, respectivamente.

$$\frac{\varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)} = a + b\varepsilon \quad (4.42)$$

Apesar de ser um avanço significativo em relação aos modelos elásticos lineares e, mesmo com as melhorias introduzidas, principalmente por Seed et al (1975), o modelo hiperbólico é incapaz de reproduzir vários aspectos do comportamento real do solo. Um dos problemas reside no fato do modelo admitir que o coeficiente de Poisson é constante durante as diferentes

fases de carregamento. Quando a ruptura por cisalhamento se aproxima, o modelo resulta em uma diminuição quase total do módulo de Young tangente. Sendo o coeficiente de Poisson constante, para que isso ocorra, o módulo volumétrico também é levado a valores próximos de zero. Sabe-se que isso não representa a realidade. Apesar de essa hipótese ser razoável para o módulo tangente, ela só é válida para o módulo volumétrico para valores de coeficiente de Poisson igual a 0.5.

Capítulo V

5 MODELOS CONSTITUTIVOS ELASTO-PLÁSTICOS

5.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta os principais conceitos relacionados com os modelos elasto-plásticos comumente utilizados para análise de problemas de geotecnia. Primeiramente são apresentados os modelos de Tresca e de von Misses, apresentados em termos de tensões totais, usados normalmente para estudo de comportamento de solos não-drenados. A seguir são apresentadas as equações constitutivas do modelo Mohr-Coulomb e do modelo Drucker-Prager, em termos de tensões efetivas. O modelo Mohr-Coulomb é o mais utilizado nos dias de hoje para estudos de problemas corriqueiros de engenharia. Por fim, uma breve introdução aos conceitos básicos de estado crítico, juntamente com as equações do modelo Cam-Clay original e Cam-Clay modificado são apresentadas. Uma descrição mais detalhada dos modelos pode ser encontrada em Potts e Zdravkovic, 1999.

Antes da apresentação das equações dos modelos constitutivos acima citados, são introduzidos os conceitos básicos relacionados com o comportamento dos materiais elasto-plásticos. Os conceitos de material elástico perfeitamente plástico e de material com endurecimento (ou *hardening*) e amolecimento (ou *softening*) são apresentados. Os conceitos de superfície de plastificação e de superfície de potencial plástico também são apresentados. Por fim, antes da descrição dos modelos propriamente ditos, apresentam-se as equações necessárias para a construção da matriz constitutiva elasto-plástica [$\mathbf{D}^{ep}$].

Os modelos elasto-plástico também apresentam limitações, no entanto, como será visto no decorrer desse capítulo, eles se aproximam bem mais do comportamento real dos solos quando comparados com os modelos elásticos.

5.2 COMPORTAMENTO ELASTO-PLÁSTICO DOS SOLOS

5.2.1 Material Elasto-Plástico Perfeito

A barra apresentada na figura 5.1 é constituída de certo material elasto-plástico com comportamento idealizado. Se for aplicado um carregamento axial na barra através da imposição de uma deformação axial ε , a curva tensão-deformação em um primeiro trecho indicará um comportamento linear elástico (trecho “AB”). A inclinação desta reta é dada pelo módulo de Young E . Se o processo de carregamento for interrompido sem que a tensão de plastificação σ_y seja atingida, e na barra for imposta uma deformação contrária à inicial, de modo que a barra seja descarregada, o caminho percorrido na curva tensão-deformação será ainda no trecho “AB”, só que em sentido contrário. Se, nesse instante, a barra for completamente descarregada, ela voltará para sua posição original, sem que deformações permanentes tenham ocorrido. Em um outro estágio, se a barra for novamente carregada até o ponto B, com deformação ε_B e após isso ela continuar sendo carregada até o ponto C, com deformação ε_C , a barra atinge em B a tensão de plastificação e após esse ponto deixa de se comportar como material elástico e passa a se comportar como material plástico. Não existe mais uma relação única entre tensão e deformação e a tensão na barra permanece constante, com valor igual à tensão de plastificação σ_y . Se no ponto C a barra for descarregada, ela volta a apresentar comportamento elástico e o caminho a ser percorrido na curva tensão-deformação é representado pelo trecho “CD”, que é paralelo ao trecho “AB”. Se ela for completamente descarregada até o ponto D, continuam existindo deformações, chamadas de deformações plásticas ou deformações permanentes, com valor igual a $\varepsilon_C^P = \varepsilon_C - \varepsilon_B$, que é exatamente igual à deformação experimentada pela barra em regime plástico ao longo do caminhamento em “BC”. A barra não retorna mais à configuração original. Se a barra for novamente carregada, o comportamento na curva tensão-deformação se dará novamente sobre o trecho “DC” até que o ponto C seja atingido e, a partir daí, a barra volta a apresentar comportamento plástico, com tensão igual à tensão de

plastificação σ_y . O comportamento é reversível e, portanto, elástico, nos trechos “AB” e “DC”.

Figura 5.1 Comportamento unidimensional de um material elasto-plástico perfeito

Um material com esse comportamento é chamado de *elástico linear plástico perfeito*.

5.2.2 Material Elasto-Plástico com Endurecimento (ou *Hardening*)

A figura 5.2 indica um outro tipo de material, sujeito a carregamento axial de maneira similar ao carregamento do modelo anterior. No início do carregamento (trecho “AB”), o comportamento é idêntico ao do modelo anterior; no entanto, no ponto B, o material atinge a tensão inicial de plastificação σ_{yB} e deixa de apresentar comportamento linear elástico. Se continuar sendo carregado, diferentemente do modelo anterior, a tensão ultrapassa o valor de σ_y e atinge o ponto C com tensão σ_{yC} . Se ocorrer descarregamento no ponto C, a barra volta a apresentar comportamento elástico e a resposta na curva tensão-deformação se dá ao longo do trecho reto “CD” que é paralelo ao trecho “AB”. Como no modelo anterior, se a barra for completamente descarregada, ocorrem deformações permanentes (ou plásticas). Se a barra for novamente carregada, ela se comporta como material elástico linear ao longo do trecho “DC”, até que a tensão de plastificação σ_{yC} seja atingida. A tensão de plastificação em C é maior do que a tensão de plastificação original em B. Após C, a barra volta a apresentar comportamento

plástico. Se a barra continuar a ser carregada até o ponto F, com tensão de plastificação final σ_{yF} , a curva tensão-deformação fica horizontal e a tensão na barra permanece constante com valor igual a σ_{yF} .

Figura 5.2 Comportamento unidimensional de um material elasto-plástico com endurecimento (ou *hardening*)

Como pode ser observado, após experimentar comportamento plástico o material apresenta comportamento elástico, e consequentemente mais rígido, em um intervalo maior de tensões do que apresentava antes. Um material com esse comportamento é chamado de *elástico linear com endurecimento (ou hardening) na plastificação*.

5.2.3 Material Elasto-Plástico com Amolecimento (ou *Softening*)

A figura 5.3 ilustra o comportamento de um outro tipo de material, onde a tensão de plastificação, ao ser atingida, diminui ao invés de aumentar. A curva tensão-deformação desse tipo de material indica que para uma situação de carregamento axial similar à experimentada pelos dois modelos apresentados nas seções anteriores, o material se comporta como linear elástico no trecho “AB”. Se a tensão inicial de plastificação σ_B não for atingida e ocorrer descarregamento, ele continua se comportando como material linear elástico. No entanto, se a tensão de plastificação σ_B for atingida, ocorre deformação plástica e a tensão de plastificação diminui

(trecho “BCF”). Um material com esse comportamento é chamado de *elástico linear com amolecimento (ou softening) na plastificação*.

Figura 5.3 Comportamento unidimensional de um material elasto-plástico com amolecimento (ou *softening*)

Do ponto de vista da engenharia, um material que se comporta dessa maneira merece atenção especial, pois quando solicitado sob tensão inicial de plastificação, a tensão de plastificação reduz juntamente com a resistência a solicitações (Potts e Zdravkovic, 1999).

5.2.4 Aplicação ao Espaço Geral de Tensões e Deformações

Conforme salientado por Potts e Zdravkovic (1999), para os conceitos dos materiais elasto-plásticos serem utilizados em análise de problemas genéricos de engenharia, o comportamento precisa ser formulado para o espaço geral das tensões e deformações. Por se tratar de um problema que envolve seis componentes independentes de tensão (σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , τ_{xy} , τ_{xz} e τ_{zy}) e seis componentes independentes de deformação (ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , ϵ_{zz} , γ_{xy} , γ_{xz} e γ_{zy}), esta não é uma tarefa fácil. No entanto, se for assumido que o material é isotrópico (com as mesmas propriedades em todas as direções) e que a plastificação é essencialmente dependente da magnitude das tensões, simplificações podem ser feitas, trabalhando-se com invariantes de tensão e deformação. Como visto na seção 4.2, três invariantes de tensão são necessários para determinação da magnitude das tensões. Esses invariantes podem ser as tensões principais ou uma com-

binação desses valores. Em problemas que envolvem plasticidade, é costume expressar o comportamento do solo utilizando-se invariantes de tensão acumulada (total) e invariantes de deformação incremental.

5.3 MODELOS CONSTITUTIVOS ELASTO-PLÁSTICOS: CONCEITOS BÁSICOS

5.3.1 Introdução

Apresenta-se nesta seção, os conceitos básicos e comum a todos os modelos constitutivos que consideram comportamento elasto-plástico do solo. De acordo com Potts e Zdravkovic (1999), para formular um modelo constitutivo elasto-plástico são necessários quatro ingredientes:

- Coincidência dos eixos;
- Uma função de plastificação;
- Uma função de potencial plástico e
- Lei de endurecimento/amolecimento (*hardening/softening*).

5.3.2 Coincidência dos Eixos

Nos modelos constitutivos elasto-plásticos assume-se que as direções das tensões principais *acumuladas* coincidem com as direções dos *incrementos* de deformações principais. Nos modelos elásticos admite-se que as direções dos *incrementos* de tensões coincidem com as direções dos *incrementos* de deformação.

5.3.3 Função de Plastificação

Nos modelos idealizados nas Seções 5.2.1, 5.2.2 e 5.2.3, o material deixa de se comportar elasticamente e entra em regime plástico se a tensão de plastificação σ_y for atingida. No espaço geral das tensões e deformações, para se determinar o limite onde o material deixa de se

comportar elasticamente e passa a se comportar como material plástico, é necessário mais do que um simples valor de tensão de plastificação, é necessária uma função de plastificação, F , que é uma função escalar dependente do estado de tensões $\{\sigma\}$ e de parâmetros de estado $\{\kappa\}$:

$$F(\{\sigma\}, \{\kappa\}) = 0 \quad (5.1)$$

A função acima determina uma superfície que separa o comportamento puramente elástico do comportamento elasto-plástico. De maneira geral, ela é uma função do estado de tensões $\{\sigma\}$ e seu tamanho varia com a variação dos parâmetros de estado $\{\kappa\}$, que podem estar relacionado com as leis de endurecimento/amolecimento (*hardening/softening rules*). Nos materiais elasto-plásticos perfeitos, os parâmetros de estado $\{\kappa\}$ são constantes e representam a magnitude das tensões quando ocorre plastificação. Nos materiais que apresentam comportamento de endurecimento/amolecimento os parâmetros de estado $\{\kappa\}$ variam quando ocorrem deformações plásticas, juntamente com a magnitude das tensões de plastificação que também varia. Os parâmetros de estado também podem variar de acordo com a magnitude do trabalho plástico e o modelo apresentar *work hardening/softening* como no modelo de Lade (1977).

Se $F(\{\sigma\}, \{\kappa\}) < 0$ o material apresenta comportamento puramente elástico, se $F(\{\sigma\}, \{\kappa\}) = 0$ o material apresenta comportamento elasto-plástico. É impossível que ocorra $F(\{\sigma\}, \{\kappa\}) > 0$. No espaço bidimensional de tensões ($\sigma_2 = 0$), a função F representa uma *curva de plastificação*, figura 5.4a, no espaço geral das tensões, a função F representa uma *superfície de plastificação*, figura 5.4b. Alguns autores chamam a superfície de plastificação de *superfície de escoamento* (Gitirana, 1999). Esta última denominação é devida à tradução do inglês para o português do termo *yield* (*yield surface*), que no princípio da plasticidade referia ao escoamento dos metais. Prefere-se a primeira, pois, de forma mais genérica, a superfície de plastificação indica o início da ocorrência de deformações plásticas (Pedroso, 2002). O interior do espaço delimitado pela superfície de plastificação é denominado *domínio elástico*.

Figura 5.4 a) curva de plastificação; b) superfície de plastificação

5.3.4 Função de Potencial Plástico

Nos modelos unidimensionais idealizados nas Seções 5.2.1, 5.2.2 e 5.2.3, as deformações plásticas ocorrem na mesma direção da aplicação das tensões. No estado geral das tensões, no entanto, a direção onde ocorre a deformação plástica é um pouco mais difícil de ser determinada, uma vez que existem seis componentes independentes de tensão (σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , τ_{xy} , τ_{xz} e τ_{zy}) e seis componentes independentes de deformação (ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , ϵ_{zz} , γ_{xy} , γ_{xz} e γ_{zy}). Para isso, é necessária uma *lei de fluxo*, equação 5.2, que determina a direção (e a magnitude) do incremento de deformação plástica para o estado de tensão corrente:

$$\Delta \epsilon_i^P = \Lambda \frac{\partial P(\{\sigma\}, \{m\})}{\partial \sigma_i} \quad (5.2)$$

$$\Delta \epsilon_i^P = \begin{pmatrix} \Delta \epsilon_{i_{xx}}^P & \Delta \epsilon_{i_{yy}}^P & \Delta \epsilon_{i_{zz}}^P & \Delta \gamma_{i_{xy}}^P & \Delta \gamma_{i_{xz}}^P & \Delta \gamma_{i_{yz}}^P \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

$$P(\{\sigma\}, \{m\}) = 0 \quad (5.4)$$

onde $\Delta \epsilon_i^P$ é o incremento de deformação plástica resultante, representando as seis componentes de deformação; Λ é um multiplicador escalar; P é uma função vetorial denominada *função*

de potencial plástico, dependente do estado de tensões $\{\sigma\}$ e do vetor de parâmetros de estado $\{m\}$.

De maneira análoga à função de plastificação, a função de potencial plástico no espaço bidimensional de tensões ($\sigma_2=0$) representa uma *curva de potencial plástico* e no espaço geral das tensões representa uma *superfície de potencial plástico*. A figura 5.5b ilustra a superfície de plastificação plotada no espaço geral das tensões. Em função de se assumir que as direções das tensões principais acumuladas coincidem com as direções dos incrementos de deformações principais plásticas, seção 5.3.1, é possível representar os incrementos de deformações principais nos mesmos eixos das tensões principais acumuladas. O vetor normal à superfície de potencial plástico, no ponto que representa o estado corrente de tensões, indica a *direção* da resultante dos incrementos de deformação plástica e a *relação* entre a magnitude de seus componentes. A *magnitude* do incremento resultante de deformação plástica é dada pelo parâmetro escalar λ , que está relacionado com a lei de endurecimento/amolecimento, assunto da próxima seção.

Figura 5.5 a) curva de potencial plástico; b) superfície de potencial plástico

Se a função de potencial plástico coincide com a função de plastificação, $P(\{\sigma\}, \{m\}) = F(\{\sigma\}, \{\kappa\})$, diz-se que o fluxo é *associado*. Se a função de potencial plástico difere da função de plastificação, $P(\{\sigma\}, \{m\}) \neq F(\{\sigma\}, \{\kappa\})$, diz-se que o fluxo é *não-associado* (Bland, 1957). A lei de fluxo é de grande importância pois controla o efeito de *dilatância*, que têm influência significativa nas alterações de volume e resistência dos solos (Naylor et al, 1981). O conceito de dilatância é explicado por Chen (1975) utilizando modelo físico análogo

ao ensaio de cisalhamento direto. Com o mesmo modelo são exemplificadas as leis de fluxo associado e fluxo não associado. Quando o fluxo é associado, a matriz constitutiva elasto-plástica $[D^{ep}]$ e, conseqüentemente, a matriz de rigidez global, são simétricas; quando o fluxo é não-associado, essas matrizes são não-simétricas.

5.3.5 Lei de Endurecimento/Amolecimento (*Hardening/Softening Rule*)

A lei de endurecimento/amolecimento descreve como os parâmetros de estado $\{\kappa\}$ variam com a deformação plástica. Dessa forma, o parâmetro escalar Λ pode ser quantificado. Se o material é elasto-plástico perfeito, os parâmetros de estado $\{\kappa\}$ são constantes e nenhuma lei de endurecimento/amolecimento é necessária. Se o material sofre endurecimento/amolecimento durante a plastificação, são necessárias regras para estabelecer como as funções de plastificação e potencial plástico se alteram nessas condições.

No modelo unidimensional idealizado na seção 5.2.2 é fácil perceber como a tensão de plastificação aumenta com a deformação plástica. Uma relação desse tipo, ilustrada na figura 5.6, é chamada de *lei de endurecimento*. Da mesma forma, no modelo unidimensional idealizado na seção 5.2.3 é fácil perceber como a tensão de plastificação diminui com a deformação plástica. Uma relação desse tipo, ilustrada na figura 5.6, é chamada de *lei de amolecimento*. No espaço geral das tensões é comum relacionar a alteração do tamanho da superfície de plastificação com os componente (ou invariantes) da deformação plástica acumulada.

Figura 5.6 Exemplos de leis de endurecimento/amolecimento

5.3.6 Comportamento dos Materiais Elasto-Plásticos no Estado Plano de Tensões

Nas Seções 5.2.1, 5.2.2 e 5.2.3, para facilidade de compreensão dos conceitos básicos do comportamento dos diferentes materiais elasto-plásticos, foram apresentados modelos unidimensionais de carregamento e deformação. Nesta seção, o comportamento para os diferentes materiais no estado bidimensional de tensões é apresentado, visando uma compreensão mais generalizada dos modelos. Para maior facilidade, são apresentados materiais com a superfície de potencial plástico coincidente com a superfície de plastificação (fluxo associado).

O primeiro dos materiais apresentado foi o material com comportamento *elasto-plástico perfeito*, seção 5.2.1. Neste tipo de material, a superfície de plastificação é fixa no espaço geral das tensões e não muda de tamanho ou posição quando ocorrem deformações plásticas. Se o estado de tensões permanece “abaixo” ou “dentro” da superfície de plastificação, $F(\{\sigma\},\{\kappa\}) < 0$, o comportamento do material é puramente elástico; se o estado de tensões se situa “sobre” a superfície de plastificação, $F(\{\sigma\},\{\kappa\}) = 0$, ocorrem deformações plásticas. A figura 5.7 ilustra o comportamento de um elemento de solo em estado bidimensional de tensões com sistemas de coordenadas de tensões σ_x e σ_y . Inicialmente, o elemento se encontra submetido a nenhum tipo de tensão no ponto O. A componente de tensão σ_x é aumentada, mantendo-se $\sigma_y = 0$ até que o ponto A é alcançado. Como o estado de tensão permanece sempre abaixo ou dentro da superfície de plastificação, o comportamento apresentado pelo material é puramente elástico. Vale observar que, mesmo não havendo variação de tensão em σ_y , ocorre deformação ε_y devido ao efeito de Poisson. A seguir, a tensão σ_x é mantida constante e a tensão σ_y aumentada até que a superfície de plastificação é alcançada em B. Enquanto as tensões se encontram abaixo da superfície de plastificação, o comportamento apresentado pelo material continua sendo puramente elástico. Quando a superfície de plastificação é atingida em B, não se torna mais possível aumentar a tensão σ_y e o material passa a apresentar deformação plástica. Se o estado de tensões for mantido no ponto B, as deformações plásticas começam a aumentar indefinidamente. No entanto, a relação entre os componentes de incremento de deformação plástica $\Delta\varepsilon_x$ e $\Delta\varepsilon_y$ são fixados pelo gradiente da superfície de potencial plástico, que nesse caso coincide com a superfície de plastificação no ponto B (fluxo associado). O elemento nessa situação entra em colapso.

Figura 5.7 Comportamento bidimensional de um material elasto-plástico perfeito

Se o elemento considerado acima é parte de uma massa de solo, com algum tipo de restrição como condição de contorno, por exemplo, uma sapata da fundação de um viaduto ou a estrutura do revestimento de um túnel, ele pode estar cercado de outros elementos que se comportam elasticamente, com tensões abaixo da superfície de plastificação. Nesse caso, as deformações plásticas são restringidas e somente quando uma quantidade suficiente de elementos entrar em regime plástico, o mecanismo de colapso se desenvolve, com as deformações plásticas crescendo indefinidamente (Potts e Zdravkovic, 1999).

Na seção 5.2.2 foi apresentado o material *elasto-plástico com endurecimento* (ou *hardening*). Este tipo de material apresenta variação da superfície de plastificação quando ocorrem deformações plásticas. Quando, mediante deformações plásticas, o material apresenta aumento da superfície de plastificação centrado em torno do mesmo ponto, diz-se que ocorre *endurecimento isotrópico* (ou *isotropic hardening*); quando, mediante deformações plásticas, a superfície de plastificação não muda de tamanho, mas muda de posição, diz-se que ocorre *endurecimento cinemático* (ou *kynematic hardening*). A figura 5.8 ilustra os dois tipos de comportamento que, de maneira geral, ocorrem simultaneamente.

Figura 5.8 a) endurecimento isotrópico; b) endurecimento cinemático

Se esse tipo de material for submetido à mesma seqüência de carregamento a que o material tratado na figura 5.7 foi submetido, até que o ponto B seja atingido, ele apresenta comportamento elástico. Com o acréscimo da tensão σ_y , passam a ocorrer deformações plásticas e a superfície de plastificação expande (endurecimento isotrópico) de acordo com a lei de endurecimento vigente. Como agora é possível aumentar-se σ_y , deformações elásticas e plásticas ocorrem simultaneamente: comportamento elasto-plástico. Com o acréscimo de carregamento, o gradiente da função de potencial plástico, que nesse caso coincide com a superfície de plastificação (fluxo associado), e, por conseqüência, a relação entre os componentes de incremento de deformação plástica $\Delta \epsilon_x$ e $\Delta \epsilon_y$, se altera. Eventualmente a superfície de plastificação para de crescer e ocorre ruptura do material, similar ao comportamento do modelo elasto-plástico perfeito.

Figura 5.9 Comportamento bidimensional de um material elasto-plástico com endurecimento (ou *hardening*)

Se no ponto D a tensão σ_y for removida, de forma que a trajetória de tensões ocorra segundo “DA”, a curva tensão-deformação segue a trajetória “DE” e o material volta a apresentar comportamento elástico, permanecendo, na situação de descarregamento total, uma deformação plástica (permanente) ε_y , que foi a deformação ocorrida durante o carregamento de B para D. Se a tensão σ_y for aumentada novamente, o material se comporta elasticamente até atingir o ponto D, onde volta a apresentar comportamento elasto-plástico com endurecimento.

Na seção 5.2.3 foi apresentado o material *elasto-plástico com amolecimento* (ou *softening*). Este tipo de material apresenta redução da superfície de plastificação quando ocorrem deformações plásticas. Assim como os outros materiais, esse material quando sujeito ao mesmo tipo de carregamento a que os outros materiais foram submetidos, apresenta comportamento puramente elástico até o ponto B. A partir daí, deformações plásticas começam a ocorrer e o tamanho da superfície de plastificação diminui, de forma que não é mais possível a tensão σ_y permanecer com o mesmo valor associado ao ponto B. Se durante o processo de redução da superfície de plastificação, quando deformações plásticas estiverem ocorrendo, a tensão σ_y for reduzida, o solo se comporta elasticamente. Se a tensão σ_y voltar a ser aumentada, o solo continua se comportando elasticamente até atingir novamente a superfície de plastificação no ponto C, com nível de tensão inferior ao verificado inicialmente no ponto B.

Figura 5.10 Comportamento bidimensional de um material elasto-plástico com amolecimento (ou *softening*)

Para simular o comportamento real dos solos é necessário um modelo que leve em consideração tanto o comportamento de endurecimento quanto o comportamento de amolecimento do solo, vide figura 5.11. Devido à complexidade da natureza dos solos, não tem sido possível, atualmente, desenvolver um modelo constitutivo elasto-plástico capaz de representar todas as facetas de comportamento do solo, ainda mais, utilizando um número limitado de parâmetros de entrada, fáceis de serem obtidos em ensaios usuais de laboratório (Potts e Zdravkovic, 1999).

Figura 5.11 Comportamento real do solo envolvendo endurecimento/amolecimento

5.4 FORMULAÇÃO DA MATRIZ CONSTITUTIVA ELASTO-PLÁSTICA $[D^{EP}]$

Apresenta-se abaixo a formulação da matriz constitutiva dos modelos constitutivos elasto-plásticos $[D^{ep}]$, equação 5.5, que fornece a relação entre incrementos de tensões e incrementos de deformações plásticas. A matriz $[D]$, apresentada na equação 4.28, é usada para comportamento puramente elástico.

$$\{\Delta\sigma\} = [D^{ep}] \{\Delta\varepsilon\} \quad (5.5)$$

A deformação incremental $\{\Delta\epsilon\}$ pode ser dividida em uma parcela elástica $\{\Delta\epsilon^e\}$ e uma parcela plástica $\{\Delta\epsilon^p\}$:

$$\{\Delta\epsilon\} = \{\Delta\epsilon^e\} + \{\Delta\epsilon^p\} \quad (5.6)$$

Os incrementos de tensões $\{\Delta\sigma\}$ são relacionados com os incrementos de deformações elásticas $\{\Delta\epsilon^e\}$ através da matriz constitutiva:

$$\{\Delta\sigma\} = [D]\{\Delta\epsilon^e\} \quad (5.7)$$

Alternativamente:

$$\{\Delta\epsilon^e\} = [D^{-1}]\{\Delta\sigma\} \quad (5.8)$$

Combinando-se as Equações 5.6 e 5.7, obtêm-se:

$$\{\Delta\sigma\} = [D]\left(\{\Delta\epsilon\} - \{\Delta\epsilon^p\}\right) \quad (5.9)$$

Como visto na seção 5.3.4, as deformações plásticas incrementais são função da função de potencial plástico $P(\{\sigma\}, \{m\})$, e são relacionadas pela lei de endurecimento/amolecimento, equação 5.10, reescrita na forma abaixo:

$$\Delta\epsilon^p = \Lambda \frac{\partial P(\{\sigma\}, \{m\})}{\partial \sigma} \quad (5.10)$$

Substituindo-se a equação 5.10 na equação 5.9, têm-se:

$$\{\Delta\sigma\} = [D]\left(\{\Delta\epsilon\} - \left\{\Lambda \frac{\partial P(\{\sigma\}, \{m\})}{\partial \sigma}\right\}\right) \quad (5.11)$$

que pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\{\Delta\sigma\} = [D]\{\Delta\varepsilon\} - \Lambda[D] \frac{\partial P(\{\sigma\}, \{m\})}{\partial \sigma} \quad (5.12)$$

Quando o material apresenta comportamento plástico, têm-se que $F(\{\sigma\}, \{\kappa\})=0$ e, consequentemente, $dF(\{\sigma\}, \{\kappa\})=0$. Derivando-se parcialmente a função de plastificação F em relação a $\{\sigma\}$ e em relação a $\{\kappa\}$ através da regra da cadeia, têm-se:

$$dF(\{\sigma\}, \{\kappa\}) = \left\{ \frac{\partial F(\{\sigma\}, \{\kappa\})}{\partial \sigma} \right\}^T \{\sigma\} + \left\{ \frac{\partial F(\{\sigma\}, \{\kappa\})}{\partial \kappa} \right\}^T \{\kappa\} = 0 \quad (5.13)$$

Combinando-se as Equações 5.12 e 5.13, têm-se:

$$\Lambda = - \frac{\left\{ \frac{\partial F(\{\sigma\}, \{\kappa\})}{\partial \kappa} \right\}^T [D]\{\Delta\varepsilon\}}{\left\{ \frac{\partial F(\{\sigma\}, \{\kappa\})}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial P(\{\sigma\}, \{m\})}{\partial \sigma} \right\} + A} \quad (5.15)$$

onde:

$$A = - \frac{1}{\Lambda} \left\{ \frac{\partial F(\{\sigma\}, \{\kappa\})}{\partial \kappa} \right\}^T \{\Delta\kappa\} \quad (5.16)$$

Substituindo-se a equação 5.15 na equação 5.12, têm-se:

$$\{\Delta\sigma\} = [D]\{\Delta\varepsilon\} - \frac{[D]\left\{\frac{\partial P(\{\sigma\}, \{m\})}{\partial \sigma}\right\}\left\{\frac{\partial F(\{\sigma\}, \{\kappa\})}{\partial \sigma}\right\}^T [D]\{\Delta\varepsilon\}}{\left\{\frac{\partial F(\{\sigma\}, \{\kappa\})}{\partial \sigma}\right\}^T [D]\left\{\frac{\partial P(\{\sigma\}, \{m\})}{\partial \sigma}\right\} + A} \quad (5.17)$$

Comparando-se as Equações 5.5 e 5.17, obtêm-se a matriz constitutiva elasto-plástica $[D^{ep}]$:

$$[D^{ep}] = [D] - \frac{[D]\left\{\frac{\partial P(\{\sigma\}, \{m\})}{\partial \sigma}\right\}\left\{\frac{\partial F(\{\sigma\}, \{\kappa\})}{\partial \sigma}\right\}^T [D]}{\left\{\frac{\partial F(\{\sigma\}, \{\kappa\})}{\partial \sigma}\right\}^T [D]\left\{\frac{\partial P(\{\sigma\}, \{m\})}{\partial \sigma}\right\} + A} \quad (5.18)$$

É justamente o parâmetro A da equação acima que determina o tipo de comportamento elasto-plástico do material: plástico perfeito ou material com endurecimento/amolecimento.

No material elasto-plástico perfeito, os parâmetros de estado $\{\kappa\}$ são constantes e consequentemente:

$$\left\{\frac{\partial F(\{\sigma\}, \{\kappa\})}{\partial \kappa}\right\}^T = 0 \quad (5.19)$$

que leva o parâmetro A ser igual a zero, $A=0$.

Nos materiais que sofrem endurecimento ou amolecimento quando deformações plásticas ocorrem, os parâmetros de estado $\{\kappa\}$ são dependentes das deformações plásticas acumuladas $\{\varepsilon^p\}$. Consequentemente, a equação 5.16 pode ser reescrita na forma:

$$A = -\frac{1}{\Lambda} \left\{\frac{\partial F(\{\sigma\}, \{\kappa\})}{\partial \kappa}\right\}^T \frac{\partial \{\kappa\}}{\partial \{\varepsilon^p\}} \{\Delta\varepsilon^p\} \quad (5.20)$$

Se existe uma relação linear entre $\{\kappa\}$ e $\{\varepsilon^p\}$, então a relação $\delta\{\kappa\}/\delta\{\varepsilon^p\}$ = constante, independente da deformação $\{\varepsilon^p\}$ que estiver ocorrendo. Dessa forma, o parâmetro escalar des-

conhecido A cancela e A se torna determinante. Se não existe uma relação linear entre $\{\kappa\}$ e $\{\varepsilon^p\}$, o parâmetro A é função das deformações plásticas e, conseqüentemente, A se torna indeterminante, não sendo possível determinar-se a matriz constitutiva $[D^p]$. Na prática todo modelo que contempla endurecimento/amolecimento quando ocorrem deformações plásticas assume relação linear entre $\{\kappa\}$ e $\{\varepsilon^p\}$.

5.5 MODELOS CONSTITUTIVOS ELASTO-PLÁSTICOS: EXEMPLOS

5.5.1 Introdução

Como visto nas seções apresentadas acima, os modelos constitutivos elasto-plásticos possuem condições de representar com razoável qualidade o comportamento real dos solos. Nesta seção são apresentadas as equações dos modelos elasto-plásticos de Tresca, von Mises, Mohr-Coulomb e Drucker-Prager. Pode-se dizer que esses são os modelos mais comumente utilizados para estudo de problemas de geotecnia. Na verdade as denominações corretas desses modelos seriam: modelo elástico-linear plástico-perfeito com superfície de plastificação coincidente com o critério de resistência de Tresca, de von Mises, de Mohr-Coulomb e de Drucker-Prager. A denominação simplesmente de modelo de Tresca, von Mises, Mohr-Coulomb e Drucker-Prager é um abuso de linguagem costumeiramente empregado no meio técnico e acadêmico. É dessa ultima maneira que os modelos são tratados nesta seção. Subentende-se que esses modelos são do tipo elástico-linear plástico-perfeito.

5.5.2 Modelo de Tresca

A figura 5.12 ilustra os círculos de Mohr resultantes de dois ensaios triaxiais não-drenados realizados em uma argila saturada.

Figura 5.12 Círculos de Mohr – Tensões totais

Os ensaios foram realizados com diferentes tensões confinantes. Como se pode observar, no gráfico com coordenadas em termos de tensões totais, os círculos possuem mesmo diâmetro e estão deslocado no eixo σ . É possível, dessa forma, adotar-se um critério de ruptura que relacione a resistência não-drenada S_u com o diâmetro do círculo de Mohr equivalente ao estado de tensões onde ocorre a ruptura:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2S_u \quad (5.21)$$

No modelo de Tresca este critério de ruptura é adotado como superfície de plastificação e a função de plastificação é dada por:

$$F(\{\sigma\}, \{\kappa\}) = \sigma_1 - \sigma_3 - 2S_u = 0 \quad (5.22)$$

Em termos dos invariantes de tensões (p , J e θ), a equação 5.22 pode ser reescrita na forma:

$$F(\{\sigma\}, \{\kappa\}) = J \cos \theta - S_u \quad (5.23)$$

No espaço geral das tensões totais, a equação 5.23 descreve uma superfície equivalente a um cilindro hexagonal regular, com a diagonal do espaço como eixo de simetria, figura 5.13. Como o modelo é elasto-plástico perfeito, não é necessária nenhuma lei de endurecimento/amolecimento e o parâmetro de estado $\{\kappa\} = S_u$ é assumido como constante.

Figura 5.13 Superfície de plastificação de Tresca

O modelo acima é formulado para representar comportamento não drenado dos solos, por isso, deve prever deformação volumétrica nula. Como o modelo é elasto-plástico perfeito e só consegue representar comportamento puramente elástico ou puramente plástico, tanto as deformações volumétricas elásticas quanto as plásticas devem ser iguais a zero. Uma maneira de satisfazer essa condição, nesse caso, é adotar fluxo associado, com a função de potencial plástico coincidindo com a função de plastificação, $P(\{\sigma\}, \{m\}) = F(\{\sigma\}, \{\kappa\})$. Dessa forma, o vetor de incremento de deformação plástica (normal à superfície de plastificação) é vertical, conforme ilustrado na figura 5.12, e não acontecem deformações volumétricas $\Delta\epsilon_v^p$, apenas distorções $\Delta\gamma^p$. Para que as deformações em regime elástico sejam nulas, deve ser adotado coeficiente de Poisson $\nu \approx 0.5$.

Os outros parâmetros necessários para completar o modelo são: a resistência não drenada S_u e o módulo de Young não drenado E_u .

5.5.3 Modelo de von Mises

Como é possível de se observar na figura 5.13, o modelo de Tresca apresenta quinas (ou cantos) na superfície de plastificação. Essas singularidades causam problemas quando se busca uma solução analítica (fechada) ou até mesmo quando se buscam soluções numéricas. Devido a esses problemas, foi desenvolvido um modelo similar ao modelo de Tresca, mas com simplificações na superfície de plastificação, que assume a forma de um cilindro circular no espaço geral das tensões principais, figura 5.14, no lugar do cilindro hexagonal.

Figura 5.14 Superfície de plastificação de von Mises

A expressão da superfície acima, que é a função de plastificação do modelo de von Mises, é dada por:

$$F(\{\sigma\}, \{\kappa\}) = J - \alpha \quad (5.24)$$

sendo α um parâmetro que representa a resistência do solo, dado por:

$$\alpha = \frac{S_u}{\cos \theta} \quad (5.25)$$

Em um plano desviador qualquer, normal à diagonal do espaço, a função assume a forma de uma circunferência. A figura 5.15 ilustra duas circunferências de von Mises: uma inscrita e outra circunscrita ao hexágono de Tresca. A circunferência inscrita coincide com o hexágono para $\theta=0^\circ$ e a circunferência circunscrita coincide com o hexágono para $\theta=\pm 30^\circ$: $\alpha=S_u$ e $\alpha=1.155S_u$, respectivamente. Uma boa aproximação entre os dois modelos pode ser obtida para $\theta=\pm 15^\circ$, com $\alpha=1.035S_u$.

Figura 5.15 Comparação do critério de Tresca e von Mises em um plano desviador qualquer

Assim como o modelo de Tresca, o modelo de von Mises, assume fluxo associado, $P(\{\sigma\},\{m\})=F(\{\sigma\},\{\kappa\})$, e utiliza como parâmetros do comportamento elástico: coeficiente de Poisson $\nu \approx 0.5$ e módulo de Young não-drenado E_u .

5.5.4 Modelo Mohr-Coulomb

O critério de Coulomb pode ser expresso como: “*não há ruptura se a tensão de cisalhamento não ultrapassar um valor dado pela expressão $c+f\sigma$, sendo c e f constantes do material e σ a tensão normal existente no plano de cisalhamento*”. Os parâmetros c e f são denominados, respectivamente, coesão e coeficiente de atrito interno, podendo este ser expresso como tan-

gente de um ângulo, denominado *ângulo de atrito interno* ϕ . O critério de Mohr pode ser expresso como: “*não há ruptura quando o círculo representativo do estado de tensões se encontrar no interior de uma curva, que é a envoltória dos círculos relativos a estados de ruptura, observados experimentalmente para o material*”. As figuras 5.16a e 5.16b ilustram os dois critérios. Fazendo-se uma reta como envoltória de Mohr, figura 5.16c, seu critério de resistência fica análogo ao de Coulomb, justificando a expressão *critério de Mohr-Coulomb*, costumadamente empregada na Mecânica dos Solos (Pinto, 2000).

Figura 5.16 a) critério de Coulomb; b) critério de Mohr; c) critério de Mohr-Coulomb

Na atualidade, o modelo Mohr-Coulomb é o modelo constitutivo elasto-plástico mais utilizado para análise de problemas corriqueiros de geotecnia. Não pela fidelidade de representação do comportamento real do solo, existem diversos modelos capazes de representar o solo com mais precisão, mas, fundamentalmente, pela familiaridade que os engenheiros envolvidos com a prática da engenharia têm com os parâmetros que constituem o modelo, parâmetros esses, obtidos em ensaios usuais de laboratório.

A linha reta que determina a ruptura no critério de Mohr Coulomb é dada por:

$$\tau_f = c' + \sigma'_{nf} \tan \phi' \quad (5.26)$$

onde τ_f e σ_{nf} são, respectivamente, a tensão efetiva de cisalhamento e a tensão efetiva normal no plano de ruptura e c' é a coesão e ϕ' o ângulo de atrito interno, parâmetros do material já apresentados. Reescrevendo a equação 5.26 em termos de tensões principais, obtêm-se:

$$\sigma_1' - \sigma_3' = 2c' \cos \phi' + (\sigma_1' - \sigma_3') \sin \phi' \quad (5.27)$$

A expressão acima é utilizada como função de plastificação no modelo Mohr-Coulomb:

$$F(\{\sigma'\}, \{\kappa\}) = \sigma_1' - \sigma_3' - 2c' \cos \phi' - (\sigma_1' - \sigma_3') \sin \phi' \quad (5.28)$$

Reescrevendo a equação 5.28 em termos dos invariantes de tensão, têm-se:

$$F(\{\sigma'\}, \{\kappa\}) = J - \left(-\frac{c'}{\tan \phi'} + p' \right) g(\theta) = 0 \quad (5.29)$$

onde:

$$g(\theta) = \frac{\sin \phi'}{\cos \theta + \frac{\sin \theta \sin \phi'}{\sqrt{3}}} \quad (5.30)$$

A função de plastificação representa no estado geral das tensões um cone hexagonal irregular, conforme ilustrado na figura 5.17. Como o comportamento é do tipo elasto-plástico perfeito, o parâmetro de estado $\{\kappa\} = \{c', \phi'\}$ é assumido como constante, independente das deformações plásticas que estiverem ocorrendo.

Figura 5.17 Superfície de plastificação de Mohr-Coulomb

Assim como nos modelos de Tresca e de von Mises, pode ser adotado fluxo associado para o modelo Mohr-Coulomb, $P(\{\sigma\}, \{m\}) = F(\{\sigma\}, \{\kappa\})$. Dessa forma, o vetor de incremento de tensão é inclinado de acordo com o ângulo ϕ e indica deformação volumétrica negativa, que significa dilatância (aumento do volume) do material quando sujeito a plastificação. Os solos podem experimentar aumento de volume na plastificação, mas o valor previsto pelo modelo de Mohr-Coulomb quando se adota fluxo associado é muito maior do que o observado na realidade. Um outro problema apresentado pelo modelo quando se adota fluxo associado, é que ele prevê dilatância constante; quando, na realidade, os solos apresentam dilatância no início da plastificação e depois se deformam com volume constante.

Uma maneira de corrigir as falhas referidas acima, é adotando-se fluxo não associado para o modelo $P(\{\sigma\}, \{m\}) \neq F(\{\sigma\}, \{\kappa\})$:

$$P(\{\sigma\}, \{m\}) = J - (a_{pp} + p)g_{pp}(\theta) = 0 \quad (5.31)$$

onde:

$$g_{pp}(\theta) = \frac{\sin \psi}{\cos \theta + \frac{\sin \theta \sin \psi}{\sqrt{3}}} \quad (5.32)$$

sendo ψ definido como o *ângulo de dilatação* do material:

$$\psi = \sin^{-1} \left(- \frac{\Delta \varepsilon_1^p + \Delta \varepsilon_3^p}{\Delta \varepsilon_1^p - \Delta \varepsilon_3^p} \right) \quad (5.33)$$

A superfície de potencial plástico fica com uma forma similar à da superfície de plastificação. A variável a_{pp} é a distância do ápice do cone da superfície de potencial plástico à origem do sistema de eixos do espaço das tensões principais efetivas. Quando ocorre plastificação, a superfície de plastificação coincide com a superfície de potencial plástico no ponto equivalente ao estado corrente de tensão, figura 5.18. As Equações 5.29 e 5.31 podem ser reescritas, em termos dos invariantes de tensão p_c , J_c e θ_c , conforme apresentado abaixo:

$$J_c - \left(- \frac{c}{\tan \phi} + p_c \right) g(\theta_c) = 0 \quad (5.34)$$

$$J_c - (a_{pp} + p_c) g_{pp}(\theta_c) = 0 \quad (5.35)$$

Dessa maneira, a distância a_{pp} pode ser avaliada por:

$$a_{pp} = \left(\frac{c}{\tan \phi} + p_c \right) \frac{g(\theta_c)}{g_{pp}(\theta_c)} - p_c \quad (5.36)$$

se tornando possível obter a função de potencial plástico:

$$P(\{\sigma\}, \{m\}) = J - \left[\left(\frac{c}{\tan \phi} + p \right) \frac{g(\theta_c)}{g_{pp}(\theta_c)} - p_c + p \right] g_{pp}(\theta) = 0 \quad (5.37)$$

É interessante notar que a superfície de plastificação é fixa no espaço p, J, θ , uma vez que o modelo é elasto-plástico perfeito; no entanto, a superfície de potencial plástico se move de modo a coincidir com a superfície de plastificação no ponto equivalente ao estado de tensão onde ocorre plastificação. Se o ângulo de dilatância for igual ao ângulo de atrito interno do material $\psi = \phi$, a equação 5.37 fica exatamente igual à equação 5.29 e ocorre fluxo associado, com ocorrência de dilatância exagerada; se for adotado $\psi < \phi$, ocorre fluxo não-associado, com um controle melhor sobre a dilatância do material (quanto menor o valor de ψ , menor a dilatância); por fim, se for adotado $\psi = 0$, não ocorre nenhuma deformação volumétrica plástica.

Figura 5.18 Relação entre a superfície de plastificação e a superfície de potencial plástico

Como visto, o modelo Mohr-Coulomb necessita de cinco parâmetros para representar o comportamento do material: dois para determinar o comportamento elástico (E e ν) e três para determinar o comportamento plástico (c , ϕ e ψ).

5.5.5 Modelo de Drucker-Prager

Como observado, o modelo de Mohr-Coulomb, assim como o modelo de Tresca, apresenta quinas (ou cantos) na superfície de plastificação. O mesmo acontece na superfície de potenci-

al plástico. Essas singularidades causam problemas quando se busca uma solução analítica (fechada) ou até mesmo quando se buscam soluções numéricas. Devido a esses problemas, Drucker e Prager (1952) desenvolveram um modelo similar ao modelo de Mohr- Coulomb, mas com simplificações na superfície de plastificação, que assume a forma de um cone cilíndrico no espaço geral das tensões principais, figura 5.19. Para isso, a parcela $g(\theta)$ na equação 5.29, é substituída pela constante M_{JP} . A função de plastificação passa a ser definida por:

$$F(\{\sigma\}, \{\kappa\}) = J - \left(\frac{c}{\tan \phi} + p_c \right) M_{JP} = 0 \quad (5.38)$$

Figura 5.19 Superfície de plastificação de Drucker-Prager

A superfície acima definida é conhecida como superfície de plastificação de Drucker-Prager. Nos planos desviadores ela representa um círculo, figura 5.20. O valor da constante do material M_{JP} , é função o ângulo de atrito interno do material ϕ e da invariante de Lode θ . Assim como no modelo de von Mises em relação ao modelo de Tresca, uma discussão que cabe ao modelo de Drucker-Prager é sobre o posicionamento da superfície de plastificação em relação á superfície do modelo de Mohr-Coulomb: inscrita ou circunscrita. A equação abaixo permite

o ajuste entre as duas superfícies para um valor (ponto) particular de interesse da invariante θ . Por exemplo, para ensaios triaxiais de compressão, $\theta = -30^\circ$.

$$M_{JP} = g(\theta) = \frac{\sin \phi^*}{\cos \theta + \frac{\sin \theta \sin \phi^*}{\sqrt{3}}} \quad (5.39)$$

Figura 5.20 Comparação do critério de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager em um plano desviador qualquer

O modelo pode assumir fluxo não-associado, $P(\{\sigma\}, \{m\}) \neq F(\{\sigma\}, \{\kappa\})$, com a superfície de potencial plástico sendo definida por:

$$P(\{\sigma\}, \{m\}) = J - \left[\left(\frac{c^*}{\tan \phi^*} + p_c^* \right) \frac{M_{JP}}{M_{JP}^{PP}} - p_c^* + p^* \right] M_{JP}^{PP} = 0 \quad (5.40)$$

onde M_{JP}^{PP} é a inclinação da reta que representa a superfície de potencial plástico no espaço J - p^* , figura 5.21, e está associado ao ângulo de dilatância ψ , através da equação abaixo:

$$M_{JP}^{PP} = g_{pp}(\theta) = \frac{\sin \psi}{\cos \theta + \frac{\sin \theta \sin \psi}{\sqrt{3}}} \quad (5.41)$$

Se for adotado $M_{JP}^{PP} = M_{JP}$ a superfície de potencial plástico coincide com a superfície de plastificação, $P(\{\sigma\}, \{m\}) = F(\{\sigma\}, \{\kappa\})$, e o modelo assume fluxo associado.

Figura 5.21 Relação entre a superfície de plastificação e a superfície de potencial plástico

Bishop (1966) observando o critério de Drucker-Prager e de Mohr Coulomb através de dados experimentais, concluiu que o critério de Mohr-Coulomb é o que melhor prevê a ruptura ou o escoamento do solo. Apesar disso, o critério de Drucker-Prager também é bastante utilizado pela sua simplicidade, pois é função apenas de dois invariantes das tensões, vide equação 5.38, enquanto o critério de Mohr-Coulomb necessita de ser definido em função de três invariantes, vide equação 5.29. Entretanto, pode ser mostrado (Chen, 1975) que, para o caso de deformação plana na ruptura, o critério de Drucker-Prager reduz-se ao critério de Mohr-Coulomb em duas dimensões.

5.6 DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS DE ESTADO CRÍTICO

Conforme apurado por Potts e Zdravkovic (1999), desde o trabalho de Coulomb (1776) e Rankine (1857), passou a ocorrer uma série de aplicações da teoria da plasticidade no estudo de problemas de geotecnia. A aplicação dos conceitos dos modelos elasto-plásticos formulados inicialmente para metais contribuiu bastante para o avanço da formulação dos modelos para solos, ainda mais quando se passou a incorporar nos modelos, aspectos referentes á resis-

tência devido ao ângulo de atrito interno dos materiais ϕ , como no modelo de Mohr-Coulomb, por exemplo. No entanto, mesmo com melhorias implementadas, como a adoção de leis de fluxo do tipo não-associado, várias facetas do comportamento real dos solos não conseguiam ser reproduzidas por esses modelos simplificados.

No final da década de 1950, um grupo de Mecânica dos Solos da Universidade de Cambridge, Inglaterra, liderada por K.H.Roscoe deu início a uma série de pesquisas sobre o comportamento reológico dos solos que marcaram o começo de uma nova fase no desenvolvimento daquela ciência (Nader, 1993).

Muitos avanços ocorreram nessa época, baseados em cuidadosas investigações laboratoriais realizadas por Hvorslev (1937), Rendulic (1937), Parry (1956), Henkel (1956) entre outros *apud* Nader (1993), que levaram à formulação do modelo constitutivo elasto-plástico conhecido como modelo Cam-Clay. A formulação do modelo Cam-Clay original foi apresentada por Roscoe e Schofield (1963) e depois por Schofield e Wroth (1968) no livro “Critical State Soil Mechanics”. Ainda nesse ano, foram realizadas modificações no modelo, dando origem ao modelo conhecido como Cam-Clay modificado, apresentado em trabalho de Roscoe e Burland (1968).

5.7 O MODELO CAM-CLAY

O Cam-Clay é um modelo elasto-plástico com endurecimento isotrópico e com a superfície de potencial plástico coincidente com a superfície de plastificação, cujas relações entre tensões e deformações envolvem quatro parâmetros característicos do material (Nader, 1993).

Tanto o Cam-Clay original quanto o Cam-Clay modificado foram originalmente desenvolvidos para condições verificadas em ensaios triaxiais de carregamento. A figura 5.22, ilustra um gráfico v versus $\ln p'$, onde v é o volume específico definido como $v=1+e$ (e = índice de vazios).

Figura 5.22 Comportamento do material submetido a compressão isotrópica

O gráfico representa um ensaio de compressão isotrópica drenado, realizado lentamente em uma argila. Inicialmente, em um primeiro estágio de carregamento, a trajetória no plano v versus $\ln p'$ se dá sobre a *reta virgem*. Se no ponto B, o solo for descarregado, a trajetória se dá sobre a *reta de recompressão*, “BC”. Se voltar a ocorrer carregamento, a trajetória se dá sobre essa mesma reta até que seja atingido o ponto B; a partir daí, se continuar ocorrendo carregamento, a trajetória volta a ocorrer sobre a *reta virgem*. Se voltar a ocorrer descarregamento no ponto D, a trajetória se dá sobre a *reta de recompressão* “DE”. A *reta virgem* e a *reta de recompressão* são dadas, respectivamente, pelas equações:

$$v + \lambda l(np') = v_1 \quad (5.42)$$

$$v + \kappa l(np') = v_s \quad (5.43)$$

Os coeficientes λ e κ são os coeficientes de inclinação da *reta virgem* e da *reta de recompressão*. A variação de volume ao longo da *reta virgem* é primordialmente irreversível ou plástico e ao longo da *reta de recompressão*, reversível ou elástico.

O comportamento frente a solicitações de cisalhamento, $q = s_1 - s_3 = \sqrt{3}J$, é assumido como puramente elástico até que um certo valor q seja alcançado; ou, equivalente a dizer que, a su-

perfície de plastificação definida pelas Equações 5.44 (Cam-Clay original) ou 5.45 (Cam-Clay modificado) seja tocada.

$$F(\{\sigma'\}, \{\kappa\}) = \frac{J}{p' M_J} + \ln \frac{p'}{p_0'} = 0 \quad (5.44)$$

$$F(\{\sigma'\}, \{\kappa\}) = \left(\frac{J}{p' M} \right)^2 - \left(\frac{p_0'}{p'} - 1 \right) = 0 \quad (5.45)$$

onde p' é a tensão efetiva média, J representa a tensão desviadora, M é um dos quatro parâmetros já referidos do Cam-Clay e p_0' é o valor da máxima tensão efetiva média que o solo já esteve submetido, equivalente ao valor de p' na intersecção da reta de recompressão corrente com a reta virgem. Como mencionado, o comportamento é elástico ao longo das retas de recompressão, dessa forma, as superfícies de plastificação indicadas pelas Equações 5.44 e 5.45, que indicam o limite do regime elástico, são plotadas acima das retas de recompressão equivalente ao estado de tensão corrente, conforme ilustrado na figura 5.23, definindo as chamadas *paredes elásticas*.

Figura 5.23 Parede elástica

A figura 5.24 ilustra as projeções das Equações 5.44 e 5.45 no plano $J-p'$. Nesse plano, a superfície de plastificação do Cam-Clay original representa uma curva logarítmica e a superfície do Cam-Clay modificado representa uma elipse.

Figura 5.24 Projeção da superfície de plastificação no plano $J-p'$. a) Cam-Clay original; b) Cam-Clay modificado

O parâmetro p' controla o tamanho da superfície de plastificação e tem um valor diferente para cada reta de recompressão. Como existe uma superfície no plano $J-p'$ para cada reta de recompressão, as Equações 5.44 e 5.45 definem uma superfície no espaço $v-J-p'$ chamada de *superfície limite de estado*, ilustrada na figura 5.25. Se o estado de tensão se situa dentro (ou abaixo) dessa superfície, o solo apresenta comportamento puramente elástico; se o estado de tensão se situa sobre a superfície, o solo apresenta comportamento elasto-plástico. Não é possível estado de tensões fora (ou acima) da superfície limite de estado.

Figura 5.25 Superfície limite de estado

O Cam-Clay apresenta endurecimento/amolecimento do tipo isotrópico, controlado pelo parâmetro p_0^* , que está relacionado com as deformações volumétricas plásticas, ε_v^p , através da equação 5.46, que representa a lei de endurecimento do modelo.

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = d\varepsilon_v^p \frac{v}{\lambda - \kappa} \quad (5.46)$$

Quando o solo apresenta comportamento elasto-plástico, com tensões sobre a superfície de estado crítico, o vetor de incremento de deformação plástica é normal à própria superfície de plastificação, o que implica na condição de fluxo associado, $P(\{\sigma\}, \{m\}) = F(\{\sigma\}, \{\kappa\})$.

As deformações elásticas são dadas pela equação 5.47:

$$d\varepsilon_v^e = \frac{dv}{v} = \frac{\kappa}{v} \frac{dp^*}{p^*} \quad (5.47)$$

O módulo de deformação volumétrica elástica K é dado pela equação 5.48:

$$d\varepsilon_v^e = \frac{dp^e}{d\varepsilon_v^e} = \frac{\nu p^e}{K} \quad (5.48)$$

No Cam-Clay original, não eram consideradas deformações de cisalhamento (ou distorções) elásticas. No Cam-Clay modificado, as distorções no regime elástico são comandadas pelo módulo de deformação cisalhante G , que é o coeficiente angular da reta tensão-deformação obtida em ensaio triaxial de compressão, plotada nos eixos $q \times (\varepsilon_a - \varepsilon_r)$, conforme ilustrado na figura 5.26. No lugar de G , pode ser especificado o coeficiente de Poisson ν e as deformações cisalhantes serem obtidas através de relação com o módulo de deformação volumétrica elástica K .

Figura 5.26 Definição do módulo de deformação cisalhante G do Cam-Clay modificado

Como pode ser observado na figura 5.27a, a superfície plástica no Cam-Clay original apresenta uma quina. Essa singularidade traz problemas tanto de ordem práticas (maior dificuldade de resolução analítica e numérica) quanto de ordem teórica. Como o fluxo é associado, o modelo acaba prevendo deformações cisalhantes para esse ponto onde ocorre somente compressão isotrópica, que deveria, portanto indicar apenas incrementos de deformação volumétrica. Esse problema pode ser resolvido se for adotada uma condição de contorno que estipula que na condição de estado de tensão daquele ponto, o incremento de deformação plástica é paralelo ao eixo p^e . No entanto, mesmo com essa hipótese, continua existindo uma mudança brusca nos incrementos de deformação quando, a partir desse ponto, se desenvolvem solicitações de corte.

Figura 5.27 Projeção da superfície de plastificação no plano J - p' e vetores de incremento de deformação plástica. a) Cam-Clay original; b) Cam-Clay modificado

Principalmente para corrigir a deficiência apresentada acima, o Cam-Clay modificado foi desenvolvido por Roscoe e Burland (1968). Conforme pode ser observado na figura 5.27b, adotando-se uma elipse como superfície de plastificação, o problema é eliminado..

O ponto C, ilustrado na figura 5.24, representa o estado de tensão chamado de *estado crítico*. Nesse ponto, ocorre ruptura do solo e os incrementos de deformação volumétrica são nulos. Cada diferente superfície de plastificação possui um ponto equivalente ao estado crítico, que está situado no lugar geométrico definido pela *linha de estado crítico*, com inclinação definida pelo parâmetro M , conforme ilustrado na figura 5.24.

O modelo Cam-Clay é capaz de reproduzir as diferentes respostas com relação às deformações volumétricas plásticas em função do nível de tensão a que o material está submetido. Se o solo entra em comportamento plástico tocando a superfície de plastificação à direita do ponto C, os incrementos de deformação volumétrica plástica são positivos, ocorre diminuição de volume (contração) com endurecimento do material e acréscimo de p_0' . Esse lado da superfície de plastificação é chamado de “*wet*” ou *subcrítico*, figura 5.28. Se o solo entra em comportamento plástico tocando a superfície de plastificação à esquerda do ponto C, os incrementos de deformação volumétrica plástica são negativos, ocorre aumento de volume (dilatância) com amolecimento do material e decréscimo de p_0' . Esse lado da superfície de plastificação é chamado de “*dry*” ou *super-crítico*, e também representa a superfície de ruptura do material, figura 5.28.

Figura 5.28 Deformação volumétrica do modelo Cam-Clay

Como mencionado, tanto o Cam-Clay original quanto o Cam-Clay modificado foram desenvolvidos inicialmente com base em ensaios triaxiais convencionais e as formulações foram estabelecidas em termos de q ($=\sigma_1 - \sigma_3$) e de p' . Para análises numéricas e uma utilização mais generalizada do modelo, é necessária a extensão do modelo para o espaço geral das tensões e deformações. Para isso, é necessária a admissão de algumas premissas com relação à forma da superfície de plastificação. Uma primeira proposição foi apresentada por Roscoe e Burland (1968), que propuseram que fosse substituído q por J nas formulações do modelo. As Equações 5.44 e 5.45 já apresentam as funções de plastificação escritas dessa maneira. Tal admissão implica que a superfície de plastificação (e de potencial plástico, já que o fluxo é associado) e, também, a superfície de ruptura sejam representadas por círculos nos planos desviadores, figura 5.29. Sabe-se, no entanto, que um círculo não representa bem o comportamento de ruptura dos solos e que um critério, por exemplo, como o de Mohr-Coulomb é mais apropriado. Portanto, Roscoe e Burland (1968) propuseram que os círculos resultantes das Equações 5.44 e 5.45 fossem combinados com critérios de ruptura de Mohr-Coulomb. Para isso, o parâmetro M deve ser substituído por $g(\theta)$ e as funções de plastificação são reescritas da maneira apresentadas nas Equações 5.49 e 5.50, para o Cam-Clay original e para o Cam-Clay modificado, respectivamente.

$$F(\{\sigma'\}, \{\kappa\}) = \frac{J}{p' g(\theta)} + \ln \frac{p'}{p_0} = 0 \quad (5.49)$$

$$F(\{\sigma\}, \{\kappa\}) = \left(\frac{J}{p' g(\theta)} \right)^2 - \left(\frac{p_0}{p'} - 1 \right) = 0 \quad (5.50)$$

Como ilustrado na figura 5.29, o critério de Mohr-Coulomb gera singularidades na forma da superfície de plastificação que, como mencionado, tem suas desvantagens em termos de representação do comportamento real do solo e de resolução analítica ou numérica do problema. Outras superfícies foram propostas, como por exemplo, as de Matsuoka e Nakai (1974) e de Lade (1975). Essas superfícies estão indicadas esquematicamente na figura 5.29. Uma descrição mais detalhada pode ser encontrada nos trabalhos dos autores, Matsuoka e Nakai (1974) e Lade e Duncan (1975).

Figura 5.29 Superfícies de plastificação em um plano desviador qualquer

Capítulo VI

6 O CASO ANALISADO: TÚNEL PARAÍSO DO METRO DE SÃO PAULO

6.1 INTRODUÇÃO

Apresenta-se nesse capítulo uma aplicação prática da utilização de dois diferentes tipos de modelos constitutivos elasto-plásticos: o modelo Mohr-Coulomb e o modelo *Hardening Soil*. São apresentadas análises numéricas com esses modelos desenvolvidas com o auxílio de um programa tridimensional de elementos finitos que permite a simulação sequencial de todas as etapas executivas da escavação de um túnel amplamente instrumentado. As trajetórias de tensões e as deformações são analisadas e confrontadas com os dados obtidos com a instrumentação empregada.

O túnel analisado é conhecido como Túnel Paraíso e pertence à Linha 2 da Companhia do Metropolitano de São Paulo. A Linha 2 é a linha que serve a Avenida Paulista, uma importante avenida que concentra a sede de grandes empresas, associações, bancos, museus, cinemas, escolas, hospitais, etc. Em função das características da região em que está inserida, ela foi executada quase que totalmente em *shield*. No entanto, o túnel analisado no presente trabalho é referente a um trecho da linha onde a seção típica de escavação precisou ser alargada para acomodar uma via adicional, a servir como via de estacionamento e de manobra de trens. Dessa forma, por ser um trecho com geometria específica e de relativamente pouca extensão, o método construtivo mais adequado para a execução do Túnel Paraíso foi baseado nos princípios do NATM (*New Austrian Tunnelling Method*).

O Túnel Paraíso apresenta uma série de fatores que o fazem uma boa escolha para a pesquisa apresentada neste trabalho. Um deles é a intensa campanha de instrumentação realizada no túnel, com bastante número de instrumentos e boa qualidade nas leituras. Outro aspecto é a relativa simplicidade da metodologia construtiva, mais especificamente da parcialização adotada para se chegar à conclusão da escavação da seção plena, que consiste na escavação da calota superior sem execução de arco invertido provisório e execução sequencial do rebaixo. Parcializações mais complexas trariam outras variáveis no modelo complicando demasiadamente a interpretação dos resultados, como, por exemplo, a representação adequada da demolição de estruturas provisórias, etc. Outro fator que é bastante vantajoso no estudo do túnel em questão é que o lençol freático está situado abaixo da região do túnel que apresenta comportamento mais significativo. Dessa forma, a hipótese simplificadora das análises que consideram comportamento drenado do maciço, sem ênfase para a influência da água no comportamento do material, não se distancia tanto da realidade. Por fim, um aspecto de suma relevância para a escolha desse túnel na presente pesquisa é que as deformações medidas em campo podem ser consideradas expressivas; ou seja, questões secundárias como nível de precisão das leituras podem ser consideradas pouco importantes nesse caso.

Todos os aspectos acima mencionados serão abordados detalhadamente nas seções seguintes, onde serão apresentadas a geometria da seção, a geologia local, a metodologia construtiva e a instrumentação empregada.

O Túnel Paraíso já foi motivo de estudo de Parreira (1991), Sousa (1998) e Azevedo et al (2002) que apresentaram análises numéricas com o modelo de Lade.

6.2 DESCRIÇÃO DA OBRA

6.2.1 Localização do Túnel

O Túnel Paraíso está situado em um trecho de via situado entre a Estação Brigadeiro e a Estação Paraíso, ambas pertencentes à Linha 2 da Companhia do Metropolitano de São Paulo. O túnel está situado entre o Poço Paraíso que foi utilizado para retirada do equipamento do *shield* que escavou o trecho sob a Avenida Paulista e o Poço IOB, que serviu também de ataque para as escavações do trecho em *cut and cover* da travessia da Avenida 23 de Maio.

Figura 6.1 Localização do Túnel Paraíso

6.2.2 Geometria do Túnel

A figura 6.2 ilustra a geometria do túnel, que possui aproximadamente 8,4m de altura e 11,5m de largura, com 20cm de revestimento primário em concreto projetado e 15cm de revestimento secundário, também em concreto projetado.

Figura 6.2 Ilustração da geometria do Túnel Paraíso

6.2.3 Geologia

6.2.3.1 A Bacia Sedimentar Terciária de São Paulo

Conforme salientado por Parreira (1991), a bacia sedimentar de São Paulo ocupa uma área relativamente pequena, 70 km (E-W) por 40km (N-S), limitada ao norte pela Serra da Cantareira e ao Sul pela Serra do Mar. A topografia da bacia é suave, com colinas arredondadas, ocorrendo a cota mínima a 718m, na confluência do Rio Pinheiros com o Rio Tietê, e a cota máxima a 831m no bairro Sumaré.

A camada de sedimentação possui espessura bastante variável, apresentando espessura média de 60 a 80m, e está assentada sobre embasamento rochoso, constituído por gnaisses alterados, micaxistos e migmatitos.

A constituição do pacote sedimentar é bastante diversificada, variando segundo a localização e a posição que ocupa ao longo do perfil. Nas partes mais elevadas da cidade, acima da cota 750m, encontram-se as argilas porosas vermelhas, solo não saturado, altamente poroso, e reconhecidamente laterítico. Imediatamente abaixo, coincidindo geralmente com o nível d'água, situa-se a argila vermelha rija, também vermelha e contendo alto teor de óxido de ferro, que ocasionalmente se mostra muito concentrado, formando concreções de limonita. Outro tipo de solo que aflora à superfície, o solo variegado, é encontrado entre as cotas 790 e 715m, e tem este nome por apresentar notável variação na sua coloração e tonalidade. É extremamente heterogêneo quanto à compactidade e composição granulométrica. Abaixo do nível atual de drenagem é comum encontrarem-se as argilas duras cinza-esverdeadas, também conhecidas como Taguá, geralmente associadas a lentes de areia fina, compactas, exibindo elevada pressão de pré-adensamento e números de golpes SPT > 20. Preenchendo o fundo da bacia, abaixo da cota 715m, assentadas diretamente sobre o embasamento rochoso localizam-se as areias basais, material de granulometria média, pouco argiloso e de grãos arredondados. Finalmente, de deposição mais recente, são encontradas nas várzeas junto aos rios e córregos, os depósitos quaternários, material aluvionar constituído de argilas orgânicas moles e de areias finas fofas (Parreira, 1991) .

6.2.3.2 Perfil Geológico

A figura 6.3 representa o perfil geológico obtido com várias sondagens realizadas na região do túnel.

Figura 6.3 Perfil geológico onde o túnel está inserido

Como se pode observar, junto à superfície existe uma camada de aterro com 2m de espessura, sobreposta a uma camada de argila porosa vermelha de consistência mole a média ($4 < \text{SPT} < 6$), com 6m de espessura, sobreposta, por sua vez, a uma camada de argila porosa vermelha de consistência média a rija ($7 < \text{SPT} < 11$), com 3m de espessura. Ao nível do lençol freático, a aproximadamente 12m de profundidade, encontra-se uma camada de argila variegada amarela de consistência rija a dura ($12 < \text{SPT} < 22$), com aproximadamente 11m de espessura, sobreposta a uma camada de areia argilosa variegada de consistência rija a dura ($\text{SPT} > 23$).

6.2.4 Aspectos Construtivos

O método construtivo adotado foi baseado nos princípios do *NATM* (*New Austrian Tunnelling Method*) e previa duas frentes de escavação: uma partindo do Poço Paraíso e outra, em sentido contrário, partindo do Poço IOB. O método construtivo consistia na escavação de dois lances de avanço da calota superior (meia seção), cada avanço com 0.80m, totalizando, portanto, 1.60m de escavação, mantendo-se o núcleo frontal, instalando-se imediatamente após a escavação, dois lances de cambotas em perfil metálico (I5''), espaçados de 0.80m, incorporadas ao revestimento primário com 20cm de concreto projetado. A seguir, oito lances para trás, a 6.40m da frente da escavação, se dava a escavação da bancada inferior, em lances de 1.60m, seguida de aplicação imediata de 20cm de concreto projetado sobre uma tela metálica. A figura 6.4 ilustra simplificada a sequência construtiva.

Figura 6.4 Sequência construtiva do Túnel Paraíso

6.3 COMPORTAMENTO DO MACIÇO FRENTE ÀS ESCAVAÇÕES

6.3.1 Instrumentação Empregada

Para avaliação do comportamento do Túnel Paraíso frente às escavações, foram realizadas instrumentações de algumas seções ao longo do túnel. Em particular, por iniciativa da Companhia do Metropolitano de São Paulo, uma das seções, que é a utilizada no estudo do presente trabalho, foi mais instrumentada que as demais, contemplando marcos superficiais, tassômetros múltiplos (na vertical do eixo do túnel e na sua lateral), inclinômetros (na lateral do túnel) e pinos para medida de deslocamentos na estrutura do túnel. Dessa forma, se fez possível o estabelecimento das bacias de recalques transversais e longitudinais ao túnel, na superfície e a diferentes profundidades; assim como, o estabelecimento do perfil de deslocamentos horizontais nas proximidades da escavação; e, ainda, o estabelecimento dos deslocamentos verticais e horizontais e convergência/confinamento da estrutura do túnel. A figura 6.5 ilustra os dispositivos empregados na seção sujeita às análises.

Figura 6.5 Seção de instrumentação do Túnel Paraíso

6.3.2 Resultados Obtidos com a Instrumentação

Apresentam-se nesta seção os resultados obtidos com os dispositivos de instrumentação citados na seção anterior e ilustrados na figura 6.5.

A figura 6.6 ilustra a evolução dos recalques superficiais sobre o eixo do túnel em função da aproximação da frente de escavação. Como observado por Sousa (1998), os deslocamentos se iniciam a cerca de um diâmetro e meio adiante da face de escavação, sendo relativamente pequeno e crescendo acentuadamente com a aproximação e passagem da frente de escavação. Como é possível observar, os recalques só começam a apresentar tendência de estabilização a partir do momento em que o arco invertido é executado. O recalque máximo verificado foi de 84mm. Antes da chegada da frente de escavação a superfície recalcou 39mm (46% do recalque total); entre o momento da escavação da calota/rebaixo e a execução do arco invertido, a superfície recalcou 36mm (43% do recalque total); e, após o fechamento do arco invertido, a superfície recalcou 9mm (11% do recalque total).

Figura 6.6 Recalques na superfície em função da distância da frente

A figura 6.7 ilustra as bacias de recalques superficiais obtidas em três diferentes campanhas de medição: uma realizada antes de a seção instrumentada ser escavada (9/12/1988), outra quando a face de escavação atingiu a seção instrumentada (13/12/1988) e outra, cerca de quarenta dias depois, quando a face de escavação já se encontrava a distância suficiente para que as deformações associadas às escavações fossem desprezíveis, com os deslocamentos praticamente estabilizados (21/1/1989). Como pode ser constatado, a bacia de recalques superficiais adiante da face de escavação é relativamente plana; com a aproximação e passagem da frente de escavação, os recalques ocorrem primordialmente na região central do túnel e a bacia passa a apresentar um aspecto mais “fechado” na parte central.

Figura 6.7 Bacias de recalques superficiais

A figura 6.8 ilustra o perfil de deslocamentos verticais em pontos situados no interior do maciço, em um eixo vertical situado a cerca de 1m do eixo de simetria do túnel.

Figura 6.8 Deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado próximo ao eixo de simetria do túnel

Ao observar as curvas, um aspecto em particular chama atenção: os deslocamentos verticais nas proximidades da superfície são superiores aos deslocamentos nas proximidades da abóbada do túnel. Esse comportamento não é usual em túneis; onde normalmente, os deslocamentos próximos à abóbada, oriundos da passagem da escavação, são amortecidos até chegarem à superfície e, portanto, apresentam valores maiores do que os deslocamentos à superfície. Conforme apurado por Sousa (1998), este fato pressupõe a existência de uma zona de compressão adiante da face de escavação originada pelo efeito arco na longitudinal do túnel, responsável pela transferência de carga da região já escavada e ainda não suportada para a região não escavada localizada adiante e para o suporte já instalado atrás. Com a passagem da face de escavação e seu posterior afastamento, o bloco de solo situado acima do túnel sofreu um movimento praticamente de bloco rígido, não ocorrendo nenhum amortecimento dos deslocamentos logo acima da geratriz superior do túnel até a superfície. Esse comportamento é um indicio de que o maciço “sentiu” mais o efeito do *carregamento* experimentado por ele antes da chegada do túnel, do que o *descarregamento* experimentado durante e após a passagem da frente

de escavação. Esse aspecto será melhor abordado nas seções que tratarão das análises numéricas realizadas.

A figura 6.9 ilustra o perfil de deslocamentos verticais em pontos situados no interior do maciço a uma distância de aproximadamente 5.60m da lateral do túnel. Como se pode observar, os valores dos deslocamentos na lateral do túnel, abaixo da profundidade relativa à geratriz superior da seção, são significativamente menores do que os deslocamentos acima desse ponto. Esse fato pode ser entendido como algo semelhante ao descrito acima: existe uma forte zona comprimida do maciço adiante da escavação. O maciço situado na lateral do túnel não foi muito afetado pelo acréscimo de tensão vertical originado pelo efeito arco transversal ao túnel que ocorre durante e após a passagem da frente de escavação.

Figura 6.9 Deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado na lateral do túnel

A figura 6.10 ilustra os deslocamentos horizontais perpendiculares à direção do túnel obtidos com os inclinômetros. Como é possível observar, os dados de instrumentação indicam que os deslocamentos na direção horizontal são pouco expressivos e os maiores deslocamentos ocorrem em direção à abertura, na zona situada acima da geratriz superior do túnel. Os desloca-

mentos negativos abaixo do arco do túnel não tem justificação plausível, sendo provavelmente devidos a problemas de instrumentação (Sousa, 1998).

Figura 6.10 Deslocamentos horizontais no interior do maciço perpendiculares a um eixo situado na lateral do túnel

A figura 6.11 ilustra as medidas de convergência/divergência horizontais na estrutura do túnel em função do afastamento da frente de escavação. As medidas são referentes a duas cordas C1 e C2 situadas a aproximadamente $2/3$ e $1/3$ da altura da seção do túnel.

Como é possível observar, horizontalmente ocorre divergência na estrutura do túnel. A corda C1, por ser relativa à parte superior do túnel inserida em um maciço muito mais deformável, apresenta deformação significativamente maior do que a corda C2, relativa à parte inferior do túnel inserida em um maciço pouco deformável. A divergência evidenciada na corda C1 se tornou muito mais evidenciada após o fechamento do arco invertido da seção.

Figura 6.11 Divergências no túnel em função do afastamento da frente de escavação

6.4 IDENTIFICAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DO SOLO

6.4.1 Amostragem do Solo

Em 1987, para desenvolvimento do projeto executivo da Linha 2, a Companhia do Metropolitano de São Paulo realizou uma série de ensaios de campo e de laboratório com o objetivo de obter parâmetros de resistência e deformabilidade das diferentes camadas do subsolo do epi-gão da Avenida Paulista. Para isso, foi escavado um poço experimental, denominado *Poço Experimental Gazeta*, próximo ao prédio da Gazeta, número 900 da Avenida Paulista, de onde foram extraídos blocos de material indeformado (cubos de 45cm de aresta) à 3.5m, 6.5m, 9.5m e 12.5m de profundidade. Parcela destes blocos foi cedida à PUC-Rio para execução de uma série de ensaios para obtenção de parâmetros utilizados na tese de Parreira (1991).

Foram realizados ensaios de *caracterização granulométrica, limites de consistência, índices físicos* e ensaios para avaliação do comportamento tensão-deformação dos solos, através de

ensaio edométrico, ensaios triaxiais de compressão por carregamento axial, ensaios triaxiais de compressão por descarregamento radial, ensaios triaxiais de extensão por descarregamento axial e ensaios de compressão isotrópica.

Comparando-se o perfil geológico verificado no *Poço Experimental Gazeta* com o perfil geológico apresentado na figura 6.3, traçado com base em diversas sondagens realizadas na região onde está inserido o *Túnel Paraíso*, conclui-se ser possível estabelecer uma correspondência entre os mesmos, de tal forma que a amostra retirada a 3.5m de profundidade representa a argila porosa vermelha mole a média (3AgP1), existente no local do túnel; a amostra retirada a 6.5m de profundidade representa a argila porosa vermelha média a rija (3AgP2); e as amostras retiradas a 9.5m e 12.5m de profundidade representam a argila variegada rija a dura (3Ag1). Os cuidados com a extração dos blocos e com a realização dos ensaios estão detalhadamente descritos em Parreira (1991). Nas seções seguintes são apresentadas apenas tabelas e gráficos com os resultados obtidos com alguns dos ensaios.

6.4.2 Características Físicas

Apresenta-se na tabela 6.1, as características granulométricas e os limites de consistência obtidos nos ensaios realizados:

Tabela 6.1 Características Granulométricas e Índices Físicos (Parreira, 1991)

	Areia %	Silte %	Argila %	LL	LP	IP
3AgP1	5	16	79	78.8	49.5	29.3
3AgP2	5	28	67	73.8	48.1	25.7
3Ag1	6.5	2	91.5	90.2	47.4	42.8

A tabela 6.2 resume os índices físicos obtidos com os ensaios realizados.

Tabela 6.2 Índices Físicos (Parreira, 1991)

	w %	e	S %	γ (kN/m ³)	γ_s (kN/m ³)	ko
3AgP1	41.5 ± 0.74	1.62 ± 0.06	69.6 ± 2.4	14.7 ± 0.3	27.2	0.58
3AgP2	41.0 ± 0.90	1.52 ± 0.04	72.4 ± 2.2	15.0 ± 0.4	26.8	0.58
3Ag1	36.4 ± 1.90	1.02 ± 0.04	94.3 ± 3.1	17.9 ± 0.2	26.4	0.84

6.4.3 Relações Tensão-Deformação

6.4.3.1 Introdução

Como mencionado, Parreira (1991) realizou uma série de ensaios com os blocos extraídos do Poço Experimental Gazeta, situado na Avenida Paulista. Como os parâmetros dos modelos constitutivos utilizados nas análises realizadas na presente pesquisa foram calibrados apenas com os ensaios de compressão por carregamento axial e com os ensaios de adensamento, apenas os resultados desses ensaios são reproduzidos a seguir. No trabalho de Parreira (1991) estão apresentados os resultados dos demais ensaios.

6.4.3.2 Ensaios Triaxiais de Compressão por Carregamento Axial

Os ensaios triaxiais de compressão por carregamento axial foram responsáveis pela obtenção da maior parte dos parâmetros dos modelos constitutivos utilizados nas análises numéricas realizadas. Desses ensaios foram estimados o módulo de Young (E) do modelo Mohr-Coulomb; o módulo de deformabilidade para carregamento desviador primário (E_{50}) do modelo *Hardening Soil*; e o ângulo de atrito efetivo interno (ϕ') e o intercepto de coesão efetivo (c'), definidores de resistência do material segundo o critério de Mohr-Coulomb, utilizados em ambos modelos. A figura 6.12 ilustra as curvas *deformação axial x tensão desviadora* obtidas com os ensaios realizados com diferentes tensões confinantes em amostras retiradas a diferentes profundidades.

Como é possível observar, as curvas *deformação axial x tensão desviadora* obtidas com os ensaios revelam que a argila porosa (3AgP1 e 3AgP2) apresenta comportamento marcadamente não linear. Nesse material a ruptura se verifica para deformações muito elevadas e não se observa a ocorrência de pico de ruptura que possa caracterizar um comportamento frágil. A variação volumétrica é francamente compressível. É curioso observar que se pode distinguir com clareza, tanto na curva referente ao 3AgP1 (3,5m) quanto na curva referente ao 3AgP2 (6,5m), três trechos distintos: um trecho inicial reto; um trecho intermediário, apresentando já algum endurecimento (hardening); e um terceiro que culmina com a ruptura, onde o material continua a se plastificar, mas de maneira acentuada. Comportamento semelhante foi observado por Leroueil (1990) analisando resultados realizados em solos estruturados. O trecho inicial corresponderia à situação onde as ligações presentes no material ainda se encontrariam intactas, no segundo trecho estas ligações começariam a se plastificar e no trecho final, a resistência do material já não contaria com nenhuma contribuição destas ligações (Parreira, 1991). Segundo Massad et al (1974), a argila vermelha porosa encontrada na região da Avenida Paulista é um solo pré-adensado e que isso se deve a um processo de laterização que provocou a precipitação de agentes cimentantes induzindo à formação de um material altamente poroso e estruturado. A argila variegada (3Ag1) também apresenta comportamento não linear, no entanto, para tensões de confinamento mais baixas, observa-se a ocorrência de pico de ruptura, caracterizando um comportamento frágil. A variação volumétrica nesse material é compressível até a região onde se verifica ruptura, sendo que nos ensaios onde se prosseguiu além deste ponto, observou-se uma leve tendência expansiva.

O módulo de Young (E) e o módulo de deformabilidade para carregamento primário (E_{50}), parâmetros utilizados respectivamente no modelo Mohr-Coulomb e no modelo *Hardening Soil*, foram determinados como o módulo secante ao ponto relativo à 50% da tensão desviadora de ruptura do material. Por não ocorrer um ponto que caracterizasse claramente a ruptura da argila porosa vermelha, considerou-se que a ruptura se deu à deformação de 20% da 3AgP1 e da 3AgP2. A figura 6.13 ilustra os módulos de deformabilidade secantes (E_{50}) obtidos com os ensaios triaxiais de compressão por carregamento axial para diferentes tensões de confinamento.

Figura 6.12 Curvas *deformação axial x tensão desviadora* obtidas em ensaios triaxiais de compressão por carregamento axial realizados com amostras retiradas a 3.5m, 6.5m, 9.5m e 12.5m de profundidade

Figura 6.13 Módulos de deformabilidade obtidos em ensaios triaxiais de compressão por carregamento axial realizados com amostras retiradas a 3.5m, 6.5m, 9.5m e 12.5m de profundidade

Como é possível observar, o módulo E_{50} é praticamente constante na argila porosa vermelha 3AgP1 e 3AgP2 (3,5m e 12,5m) e apresenta valores levemente decrescentes com o aumento da tensão confinante na argila variegada 3Ag1 (9,5m e 12,5m). A tabela 6.3 indica os módulos de deformabilidade E_{50} , utilizados como parâmetros de entrada do modelo Mohr-Coulomb e *Hardening Soil*.

Tabela 6.3 Módulos de deformabilidade E_{50}

	E_{50} (MPa)
3AgP1	4
3AgP2	6
3Ag1	120

Dos ensaios triaxiais de compressão por carregamento axial também foram extraídos os parâmetros que definem a resistência dos materiais segundo o critério de Mohr-Coulomb. A figura 6.14 ilustra as envoltórias de resistência no gráfico $p \times q$ obtidas com diferentes tensões de confinamento para os diferentes materiais.

Figura 6.14 Envoltórias de resistência obtidas em ensaios triaxiais de compressão por carregamento axial realizados com amostras retiradas a 3.5m, 6.5m, 9.5m e 12.5m de profundidade

Como é possível observar as envoltórias de resistência do 3AgP1 (3,5m) e do 3AgP2 (6,5m) foram bem aproximadas por retas, não se observando qualquer tipo de encurvamento para

níveis baixos de tensões, ao menos a partir dos resultados disponíveis. As envoltórias da argila variegada 3Ag1 (9,5m e 12,5m) foram bem ajustadas para dois trechos retilíneos, sugerindo um encurvamento a partir da tensão média de 790kPa.

A tabela 6.4 indica o ângulo de atrito interno efetivo ϕ' e o intercepto de coesão efetivo c' , parâmetros definidores da resistência ao cisalhamento dos materiais segundo o critério de Mohr-Coulomb. Esses parâmetros foram considerados nas análises numéricas.

Tabela 6.4 Parâmetros definidores da resistência ao cisalhamento dos materiais segundo critério de Mohr-Coulomb

	ϕ' (o)	c' (kPa)
3AgP1	23,3	35,4
3AgP2	27,2	39,8
3Ag1	25,0	66,2

6.4.3.3 Ensaios de Adensamento

A figura 6.15 ilustra as curvas *tensão vertical x deformação volumétrica*, obtidas com ensaios edométricos realizados com amostras retiradas a diferentes profundidades.

Figura 6.15 Curvas *tensão vertical x deformação volumétrica* obtidas em ensaios edométricos realizados com amostras retiradas a 3.5m, 6.5m, 9.5m e 12.5m de profundidade

A tensão de pré-adensamento determinada através do método de Casagrande é de 127kPa, 196kPa, 760kPa e 814 kPa para as amostras retiradas respectivamente a 3,5m, 6,5m, 9,5m e 12,5m de profundidade. Um aspecto que chama a atenção e que vale ser ressaltado é a grande diferença entre a inclinação da reta virgem e a inclinação da reta de descompressão dos ensaios das amostras referentes ao 3AgP1 e 3AgP2. Esses materiais quase não deformam quando descarregados. De fato, o índice de recompressão C_r do 3AgP1 é da ordem de apenas 3% do

índice de compressão C_c ($Cr=0,02$ e $Cr=0,57$) e o índice de recompressão Cr do 3AgP2 é da ordem de apenas 8% do índice de compressão C_c ($Cr=0,03$ e $Cr=0,37$).

Essa diferença significativa do comportamento da argila porosa vermelha quando solicitada a carregamento e quando solicitada a descarregamento muito provavelmente é responsável pelo comportamento não usual apresentado pelo Túnel Paraíso, onde os deslocamentos verticais nas proximidades da superfície são superiores aos deslocamentos nas proximidades da abóbada do túnel. Esse tema será abordado mais adiante, na seção 6.5.6, onde serão analisados os resultados com o modelo *Hardening Soil*, capaz de reproduzir com razoável precisão o comportamento da argila porosa vermelha.

6.5 ANÁLISES NUMÉRICAS REALIZADAS

6.5.1 Introdução

Esta seção apresenta as análises numéricas realizadas para o Túnel Paraíso, descrito nas seções anteriores. As análises foram realizadas com o auxílio do programa *Plaxis 3D*, de responsabilidade da *Plaxis BV*, Holanda. O programa foi inicialmente desenvolvido pela *Technical University of Delft*, Holanda, em 1987, por uma iniciativa do *Dutch Department of Public Work and Water Management*. No decorrer da década de 90, financiado por um grupo de mais de trinta empresas européias, o *Center of Civil Engineering Research and Codes (CUR)*, juntamente com o apoio de pesquisa de diversas universidades na Europa e nos Estados Unidos, como *Universitat Stuttgart* (Alemanha), *Université Grenoble* (França), *Univeristy of Oxford* (Inglaterra), *Norwegian University of Science and Technology* (Noruega), *Massachusetts Institute of technology* (EUA), *University of Califórnia at Berkeley* (EUA), entre outras, implementaram uma série de melhorias no programa, que passou a ser comercializado no final da década de 90, deixando de ser um programa essencialmente acadêmico, passando a ser utilizado por diversas empresas de projetos de túneis em todo o mundo.

O programa *Plaxis 3D* é um programa de análise numérica tridimensional que se utiliza do método dos elementos finitos, especialmente desenvolvido para análise de problemas de de-

formação e estabilidade de projeto de túneis, sendo, no entanto, aplicável a demais estudos de geotecnia envolvendo outros tipos de estruturas. A relação tensão/deformação pode ser linear ou não-linear e as superfícies de plastificação e potencial plástico podem ser definidas segundo vários modelos constitutivos. Caso o campo de tensões seja tal que produza a plastificação do material o programa está em condições de produzir deformações permanentes. O cálculo é evolutivo permitindo grandes alterações na geometria e parâmetros do problema.

São apresentadas duas análises. A primeira análise contempla o maciço como material *elástico linear plástico perfeito*, descrito na seção 5.2.1, com comportamento de acordo com o modelo de *Mohr-Coulomb*, descrito na seção 5.5.4. A segunda análise contempla o maciço se comportando como material elasto-plástico que apresenta endurecimento (*hardening*) na plastificação, descrito na seção 5.2.2. O modelo utilizado é denominado *Hardening Soil*, e foi desenvolvido exclusivamente para o Plaxis, visando uma análise mais sofisticada do que a análise do modelo de Mohr-Coulomb, utilizando parâmetros obtidos em ensaios usuais de laboratório.

Os parâmetros dos modelos foram calibrados com bases nos ensaios realizados por Parreira (1991).

6.5.2 Malha Utilizada

O método dos elementos finitos é, por natureza, uma forma aproximada de resolver um problema. Na verdade, o primeiro passo na direção dessa resolução consiste na divisão da geometria do problema, que deve estar bem definida e quantificada, em pequenas regiões, denominadas “elemento finito”. A precisão da solução encontrada depende fundamentalmente de dois aspectos importantes: a quantidade de elementos utilizada e a ordem de integração adotada. É ainda um tema corrente de investigação a discussão sobre qual é a melhor forma de melhorar as soluções obtidas por este método (em termos de exatidão e custo computacional): uma malha com poucos elementos de maior ordem de integração ou uma malha discretizada com mais elementos de menor ordem de integração. Existem estudos que parecem indicar, como é normal em engenharia, que deve prevalecer o bom senso e que o procedimento mais correto contempla um ligeiro aumento de ordem de integração e uma discretização maior do

espaço analisado. Para além dos aspectos referidos, vale registrar algumas considerações sobre outras particularidades do problema, como a numeração dos nós e dos elementos. Apesar de existirem alguns algoritmos de otimização de malhas já publicados, a eficiente organização de uma malha de elementos finitos dificilmente se afigura intuitiva e clara.

Em consequência do acima exposto é necessário, perante uma malha, saber se esta é ou não a mais indicada para a resolução do problema em questão. Esta tarefa dificilmente pode ser realizada por um método que não preveja, em alguma fase, a experimentação de diversas malhas. Perante os resultados obtidos é possível perceber que, a partir de um certo nível de refinamento, o ônus obtido com o aumento do tempo de computação supera largamente o ganho de precisão, assistindo-se frequentemente a diferenças pouco significativas entre resultados. Contudo, existem algumas situações de discretização que se revelam muito úteis, como, por exemplo, refinar a malha em zonas onde se esperam maiores deslocamentos ou maiores problemas de plastificação, aumentando-se a dimensão média dos elementos nas áreas mais afastadas de modo a diminuir o custo computacional da resolução do problema.

Um outro aspecto em que a experiência de quem resolve problemas com o auxílio do método dos elementos finitos se revela preponderante, é na escolha do tamanho global da malha a ser estudada. Assim, as fronteiras, limites da malha, devem ser colocadas tão longe quanto o necessário (e não mais que isso devido ao aumento do custo computacional) para que não retirem a validade e a capacidade do modelo em representar a realidade. Mais uma vez, devem ser analisadas malhas alternativas de modo a provar que do seu aumento numa das direções, não ocorrem alterações significativas na solução encontrada. De maneira geral, para análise bidimensionais de túneis, a utilização de uma malha com dimensões laterais da ordem de 2 diâmetros para cada lado do túnel, ou seja, uma malha com 5 diâmetros de largura, é uma boa estimativa inicial. Uma ampla discussão sobre geometria de malhas em análises numéricas tridimensionais pode ser encontrada em Franzius & Potts (2005).

Na modelação por elementos finitos através do programa Plaxis 3D Tunnel o problema da escolha da malha a ser utilizada reduz-se apenas ao número de elementos utilizado, uma vez que esta versão permite apenas a utilização de elementos prismáticos de 15 nós, conforme ilustrado na figura 6.16. Este tipo de elemento é composto nos planos transversais por ele-

mentos triangulares de 6 nós e na direção longitudinal por elementos quadrangulares de 8 nós, garantindo assim uma interpolação quadrática (segunda ordem). Os pontos de integração são 6 e obtêm-se por mistura entre os 3 pontos de integração de um elemento triangular de 6 nós e os 4 pontos de integração de um elemento quadrangular de 8 nós. Elementos de ordem superior não estão previstos no programa devido aos custos computacionais inerentes à sua utilização.

Figura 6.16 Elemento tridimensional de 15 nós utilizado: nós (●) e pontos de integração (X)

A medição da densidade da malha no Plaxis é feita através da dimensão média dos elementos, determinada em função da largura e altura totais da geometria introduzida:

$$l_c = \sqrt{\frac{\Delta x \times \Delta y}{n_e}}$$

O parâmetro n_e pode ser estimado a partir de uma escala organizada em função do número aproximado de elementos obtidos pelo gerador de malhas utilizado. Dessa forma, estabeleceu-se o tamanho adequado da malha a ser empregada, de modo a não se comprometer a qualidade dos resultados e a não se onerar desnecessariamente o tempo de processamento. A figura 6.17 apresenta uma ilustração da malha.

Figura 6.17 Malha utilizada na análise: a) vista frontal; b) vista lateral; c) vista tridimensional

6.5.3 Sistema de Unidades Utilizado

O Sistema Internacional de Unidades (SI) foi o utilizado:

Força: KN;

Tensão: KPa;

Comprimento: metro;

Massa Específica: t/m^3 ;

Aceleração: m/s^2 , etc.

6.5.4 Representação do Revestimento Primário

Como visto nos dados obtido com a instrumentação empregada, a parcela mais significativa das deformações no maciço ocorreu antes do revestimento primário em concreto projetado do túnel estar concluído. Por exemplo, 89% dos recalque superficiais no eixo de simetria do túnel foram verificados antes do fechamento do arco invertido e apenas 11% após a conclusão do suporte do túnel. Este aspecto possibilita que sejam adotadas hipóteses bastante simplificadas na simulação da estrutura do revestimento do túnel, uma vez que a interação maciço-estrutura foi responsável por uma porção não tão expressiva das deformações totais.

Por exemplo, as análises numéricas não possuem elementos de interface entre a estrutura do túnel e o maciço; ou seja, no contorno da escavação não há deslocamento relativo entre os nós dos elementos de casca que representam a estrutura do túnel e os nós dos elementos sólidos que representam o maciço. Evidente que essa hipótese é uma simplificação, e que na realidade ocorrem deslocamentos relativos entre o túnel e o maciço circundante. Lei et al (1995) abordam o problema de elementos de interface entre o maciço e a estrutura do túnel.

Outro aspecto que se optou por não sofisticar demasiadamente foi o ganho no módulo de deformabilidade do concreto com o afastamento da frente de escavação. Esse comportamento poderia ser modelado de diversas maneiras, mas na presente pesquisa foi adotada a hipótese de que nos primeiros 1,6m instalados o concreto projetado apresentava 5GPa de módulo de deformabilidade, passando para 10GPa nas etapas seguintes.

Os trabalhos de Pottler (1990), Kalkani (1991), Hellmich et al (2000), Hellmich et al (2001), Winkler et al (2004), Boldini et al (2005), tratam de diversos aspectos relacionados com a modelação numérica do revestimento projetado de túneis.

6.5.5 Tensões Iniciais e Condições de Contorno

O campo de tensões inicial foi gerado em uma fase inicial de processamento, admitindo-se que a borda inferior esteja impedida de se movimentar na direção vertical e as bordas laterais impedidas de se movimentar na direção horizontal. O sistema foi inicializado com o empuxo em repouso. De acordo com ensaios encomendados pela Companhia do Metropolitano de São Paulo (Relatório Técnico, 1989), o valor de k_0 para a argila porosa vermelha (3AgP1 e 3AgP2) é de 0,58 e para a argila variegada (3Ag1) de 0,84. A figura 6.18 ilustra as tensões efetivas na direção horizontal e vertical com que o sistema foi inicializado.

Figura 6.18 Campo de tensões iniciais. a) verticais (σ_y); b) horizontais (σ_x); c) horizontais (σ_z)

6.5.6 Análise Numérica Realizada com o Modelo Mohr-Coulomb

6.5.6.1 Considerações sobre o modelo

Na verdade o termo *modelo Mohr-Coulomb* é um abuso de linguagem corriqueiramente utilizado no meio técnico e acadêmico. A denominação correta do modelo seria modelo elástico-linear plástico-perfeito com critério de plastificação coincidente com o critério de resistência ao cisalhamento de Mohr-Coulomb. Assim como é usual, aqui o modelo também será tratado simplesmente como modelo Mohr-Coulomb.

O modelo e suas equações estão detalhadamente descritos na seção 5.5.4. Resumidamente, o material que se comporta de acordo com as relações constitutivas do modelo Mohr-Coulomb, apresenta comportamento elástico linear até que a trajetória das tensões toque a superfície de plastificação que define o limite do domínio elástico. A superfície de plastificação é fixa no espaço das tensões de principais e é coincidente com a superfície do critério de resistência de Mohr-Coulomb, ilustrado na figura 5.17. O modelo assume fluxo não associado e, portanto, existe uma outra superfície que define o comportamento do material quando o mesmo assume comportamento elasto-plástico.

6.5.6.2 Parâmetros Utilizados pelo Modelo

Enquanto o material se comporta em regime elástico, as deformações volumétricas são única e exclusivamente dependentes da variação da tensão média Δp ; assim como as deformações cisalhantes (ou distorções) são única e exclusivamente dependentes da variação da tensão desviadora ΔJ . Variações de tensão média Δp não têm nenhum efeito nas distorções γ , e variações de tensão desviadora ΔJ , não tem nenhum efeito nas deformações volumétricas ε_v (Goodman, 1989). O módulo de deformação volumétrica K (*bulk modulus*) relaciona a variação de tensão média com a deformação volumétrica e o módulo de deformação cisalhante G (*shear modulus*) relaciona a variação da tensão desviadora com a deformação cisalhante. Os parâmetros K e G estão diretamente relacionado com o módulo de Young E e com o coeficiente de Poisson ν do material, de acordo com as expressões 4.30 e 4.31, respectivamente. O

módulo de Young foi determinado com o ensaio triaxial de compressão por carregamento axial, figura 6.12. O coeficiente de Poisson foi determinado de acordo com correlações empíricas (Parreira, 1991).

A superfície de plastificação, como mencionada é coincidente com o critério de resistência de Mohr-Coulomb, dessa forma, para que ela seja definida no espaço das tensões principais é necessário que sejam conhecidos o ângulo de atrito interno efetivo ϕ' e a coesão efetiva c' dos materiais. Esses parâmetros também foram determinados com o ensaio triaxial de compressão por carregamento axial, figura 6.12.

O parâmetro que define o comportamento do material em regime plástico é o ângulo de dilatação Ψ . Mais precisamente, o ângulo de dilatação define a relação entre a magnitude das deformações volumétricas e a magnitude das deformações cisalhantes plásticas que ocorrem quando o material entra em regime de plastificação. Baseado na observação dos ensaios triaxiais, adotou-se $\Psi=0^\circ$ para todos os materiais; dessa forma, o material apresenta deformação volumétrica plástica nula quando em regime elasto-plástico. Deve ser lembrado que em regime elasto-plástico também ocorrem deformações elásticas no material; ou seja, continuam ocorrendo deformações volumétricas elásticas e deformações cisalhantes elásticas.

A tabela 6.5 resume os parâmetros adotados para cada material na análise realizada com o modelo Mohr-Coulomb.

Tabela 6.5 Parâmetros utilizados na análise com o modelo Mohr-Coulomb

	γ (kN/m ³)	E ₅₀ (MPa)	ν	c' (kPa)	ϕ' (°)	ψ' (°)
3AgP1	14,7	4	0,27	35,4	23,3	0
3AgP2	15,0	6	0,27	39,8	27,2	0
3Ag1	17,9	120	0,17	66,2	25,0	0

6.5.6.3 Resultados Obtidos com a Análise

6.5.6.3.1 Malha Deformada

A figura 6.19, apresentada abaixo, ilustra a malha deformada em uma fase intermediária do processamento (correspondente ao 23^o passo de escavação). O intuito da ilustração é facilitar a compreensão qualitativa das deformações que se desenvolvem no maciço, decorrentes do processo de escavação. Na figura é possível observar as bacias de recalques que se desenvolvem transversalmente e longitudinalmente ao túnel.

Figura 6.19 Aspecto da malha deformada (amplificado) com avanço das escavações

6.5.6.3.2 Tensões Verticais (σ_y)

A figura 6.20 ilustra o campo das tensões verticais σ_y decorrentes do avanço das escavações. Nela é possível observar que ocorre acréscimo das tensões verticais nas laterais do túnel (próximo às paredes laterais) e um decréscimo das tensões verticais acima do túnel (próximo à abóbada) e abaixo do túnel (próximo ao arco invertido). A análise tridimensional possibilita que se evidencie um outro fenômeno: ocorre acréscimo de tensão vertical na frente do túnel, adiante da frente de escavação.

Figura 6.20 Campo das tensões verticais no maciço (kPa)

O gráfico apresentado na figura 6.21 ilustra o comportamento das tensões verticais, em função do avanço das escavações, em pontos situados sobre o túnel (próximo à geratriz superior), **Ponto A**; na lateral do túnel (próximo à parede lateral), **Ponto B**; abaixo do túnel (próximo ao arco invertido), **Ponto C**; e exatamente no eixo do túnel (adiante da escavação), **Ponto D**. De maneira geral, a seção instrumentada é afetada pela frente de escavação quando essa está a aproximadamente 12.5m da seção em questão; da mesma maneira, quando a frente se encontra afastada de 12.5m da seção, o efeito da mesma é praticamente desprezível. A distância de 12.5m corresponde a aproximadamente 1.5 diâmetro.

Figura 6.21 Evolução das tensões verticais no maciço com a aproximação/afastamento da frente de escavação

É interessante observar que a relação entre a tensão vertical antes da instalação do revestimento primário e a tensão vertical inicial, antes de qualquer alteração devida ao avanço das escavações, é de $\alpha = (1 - 54/108) = 50\%$ para o ponto situado acima do túnel (ponto A), e de $\alpha = (1 - 54/250) = 78\%$ para o ponto situado abaixo do túnel (região do arco invertido). Este aspecto é muito interessante de ser observado, pois na engenharia corrente de projeto as análises bidimensionais são as análises mais utilizadas e difundidas. Como explicado no capítulo 2, a técnica mais empregada para simulação do efeito tridimensional da aproximação e afastamento da frente de escavação é a técnica do alívio das tensões. Usualmente se utiliza a mesma taxa de alívio α em todo o contorno da escavação. Esse procedimento pode se aproximar da realidade em túneis em *shield*; no entanto, como é possível observar, em túneis em NATM o alívio na parte inferior dos túneis, junto ao arco invertido, é maior do que o alívio na parte superior. Esse fato é até mesmo intuitivo, uma vez que a escavação da parte superior (abóbada e paredes laterais) se dá normalmente em avanços menores ($\approx 0,80\text{m}$ a $1,60\text{m}$) do que a escavação do arco invertido, onde ocorrem escavações superiores a 3m de extensão, expondo muito mais o maciço antes de se concretar o arco invertido. Além desse aspecto da dimensão do passo de

avanço, normalmente a parte inferior da seção, onde será executado o arco invertido, fica com as tensões verticais bastante aliviadas por uma extensão superior a 5m, espaço necessário para configuração do núcleo que contém a face de escavação da parte superior da seção. A utilização da mesma taxa de alívio em todo o contorno da escavação na simulação bidimensional de um túnel NATM pode levar a esforços superestimados no arco invertido e a recalques subestimados na superfície. Vermeer et al (2001) apresenta a análise tridimensional de um túnel em *shield* e conclui que a taxa de alívio é constante e de aproximadamente 36% em todo contorno da escavação, no mesmo trabalho é apresentada a análise tridimensional de um túnel NATM e a taxa de alívio na geratriz superior do túnel é de aproximadamente 44% face a 78% na região inferior.

6.5.6.3.3 Tensões Horizontais Perpendiculares ao Eixo do Túnel (σ_x)

A figura 6.22 ilustra o campo das tensões horizontais σ_x que se desenvolvem perpendiculares ao eixo do túnel. Nela é possível observar que ocorre decréscimo das tensões nas laterais do túnel, um ligeiro aumento nas tensões sobre o túnel (próximo à abóbada) e pouca alteração nas tensões abaixo do túnel (próximo ao arco invertido).

O gráfico apresentado na figura 6.23 ilustra o comportamento dessas tensões nos mesmos pontos circunvizinhos à escavação, contemplados pelo gráfico apresentado na figura 6.21.

Figura 6.22 Campo das tensões horizontais no maciço perpendiculars ao eixo do túnel (kPa)

Figura 6.23 Evolução das tensões horizontais no maciço perpendiculars ao eixo do túnel com a aproximação/afastamento da frente de escavação

Vale observar que a relação entre a tensão horizontal inicial e a tensão horizontal final perpendicular ao eixo do túnel no ponto *B*, situado na lateral do túnel, é de $\alpha = 34\%$, também diferente da relação entre as tensões verticais na parte superior e inferior da seção. Deve ser lembrado que nessa região, por um lado a abertura da cavidade faz com que as tensões horizontais sejam aliviadas; por outro, o aumento da tensão vertical faz com que via Poisson a tensão horizontal seja aumentada. A situação de equilíbrio é a resultante dos dois efeitos.

6.5.6.3.4 Tensões Horizontais Paralelas ao Eixo do Túnel (σ_z)

A figura 6.24 ilustra o campo das tensões horizontais σ_z que se desenvolvem paralelas ao eixo do túnel. Nela é possível observar que as tensões nessa direção se alteram em uma amplitude muito menor do que as tensões nas outras direções (σ_y e σ_x) e, que de maneira geral, qualitativamente, ela acompanha a tendência de redistribuição das tensões verticais σ_y . Na verdade, em regime elástico, primordialmente, ela é uma reação mediante efeito Poisson das variações das tensões verticais σ_y e horizontais σ_x .

Figura 6.24 Campo das tensões horizontais no maciço paralelas ao eixo do túnel (kPa)

O gráfico abaixo ilustra o comportamento dessas tensões nos mesmos pontos circunvizinhos à escavação, contemplados pelos gráficos anteriores.

Figura 6.25 Evolução das tensões horizontais no maciço paralelas ao eixo do túnel com a aproximação/afastamento da frente de escavação

No gráfico fica evidente que as tensões horizontais paralelas ao eixo do túnel nos pontos situados acima (ponto A) e abaixo (ponto C) da escavação permanecem praticamente inalteradas. O ponto situado junto a lateral do túnel (ponto B) apresenta acréscimo de 30% das tensões quando comparado com a situação inicial. Esse acréscimo provavelmente está associado com uma resposta via Poisson do acréscimo de tensão vertical.

6.5.6.3.5 Trajetória de Tensões p x q

A análise do comportamento das tensões σ_x , σ_y , σ_z , apresentado nas seções acima, é importante pois permite uma compreensão imediata e generalista do que ocorre com o maciço envolvente à escavação. Por possuírem direções associadas à suas magnitudes, o entendimento do comportamento dessas tensões é bastante facilitado. No entanto, como mencionado na seção 4.2, a formulação dos modelos constitutivos, na maioria das vezes é realizada em termos de invariantes de tensões. De uma maneira geral, as deformações que se desenvolvem no maciço são funções desses invariantes de tensões. As figuras 6.26 e 6.27 ilustram, respectivamente, as magnitudes dos invariantes tensão média p e tensão desviadora q , em planos que passam pelo eixo do túnel (plano vertical e plano horizontal).

Figura 6.26 Campo das tensões médias p no eixo do túnel (kPa)
a) plano vertical b) plano horizontal

Figura 6.27 Campo das tensões desviadoras q no eixo do túnel (kPa)
a) plano vertical b) plano horizontal

O gráfico apresentado na figura 6.28 ilustra o comportamento da tensão média p em função do avanço das escavações, em pontos situados sobre o túnel (próximo à geratriz superior), abaixo do túnel (próximo ao arco invertido), na lateral do túnel (próximo à parede lateral) e exatamente no eixo do túnel, à frente da escavação. O aspecto mais interessante de se observar no gráfico é o aumento da tensão média p , apresentado pelos pontos A, B e C, com a aproximação da frente de escavação. Esse aspecto está relacionado com as deformações que ocorrem adiante da face de escavação, antes da seção ser escavada. Como será visto adiante na análise com o *Hardening Soil*, a argila porosa da Avenida Paulista é especialmente sensível ao acréscimo de tensões médias e deforma-se muito.

O gráfico apresentado na figura 6.29 ilustra o comportamento da tensão desviadora q nos mesmos pontos circunvizinhos à escavação, contemplados pelo gráfico anterior.

Figura 6.28 Evolução das tensões médias no maciço com a aproximação/afastamento da frente de escavação

Figura 6.29 Evolução das tensões desviadoras no maciço com a aproximação/afastamento da frente de escavação

As tensões desviadoras de todo o contorno da escavação aumentam com a aproximação da frente de escavação. Esse comportamento também está relacionado com as deformações que ocorrem adiante da face de escavação, antes da seção ser escavada.

Para finalizar, o gráfico apresentado na figura 6.30 ilustra a trajetória de tensões $p \times q$ nos pontos contemplados pelos gráficos anteriores.

Figura 6.30 Trajetória de tensões

O ponto A, situado no eixo de simetria do túnel junto à geratriz superior da seção, apresenta trajetória de tensão crescente em p e q com a aproximação da frente de escavação. Após a escavação, o ponto continua aumentando a tensão desviadora, mas diminui a tensão média p . Após a instalação da parte superior da seção o ponto ainda diminui a tensão média p e passa a apresentar também diminuição da tensão desviadora q ; por fim, com o fechamento total do revestimento da seção, ocorre recuperação da tensão média p e diminuição da tensão desviadora q . Interessante notar que o ponto inicial e final da trajetória no gráfico $p \times q$ não são muito distantes.

A tensão média p do ponto B , situado na lateral do túnel, se mantém constante com a aproximação da frente de escavação enquanto a tensão desviadora q é aumentada; após a escavação, a tensão média e a tensão desviadora crescem significativamente, provavelmente este comportamento está associado ao grande acréscimo da tensão vertical e alívio da tensão horizontal experimentado pela região onde está inserido o ponto. Após executado o fechamento da seção, como ocorre divergência da estrutura na altura onde está inserido o ponto B era de se esperar, juntamente com a redução da tensão desviadora, uma tendência de estabilização ou até mesmo aumento da tensão média p ; no entanto, como pode ser observado, após a instalação do revestimento ocorre redução da tensão p , esse fato provavelmente está associado com a plastificação que ocorre no maciço nessa região, figura 6.32, que ocasionou redistribuição das tensões aliviando as tensões no ponto B e aumentando as tensões nos pontos vizinhos.

O ponto C é o único ponto que experimentou redução da tensão média p com a aproximação da frente de escavação. Esse ponto sentiu mais o alívio da tensão horizontal paralela à escavação e decréscimo da tensão vertical.

O ponto D , assim como o ponto A , apresenta trajetória de tensão crescente em p e q com a aproximação da frente de escavação.

6.5.6.3.6 Roseta de Tensões

A roseta de tensões indica as direções das tensões principais; ou seja, as direções dos planos onde não ocorrem tensões de cisalhamento. A figura 6.31 ilustra as rosetas de tensões ao redor do túnel. Observando a figura, é possível notar o desenvolvimento do chamado *efeito arco*, descrito no Capítulo 2, em planos transversais e longitudinais ao túnel.

Figura 6.31 Roseta de tensões
a) plano vertical b) plano horizontal

6.5.6.3.7 *Plastificação no Maciço*

Como mencionado, no modelo de Mohr-Coulomb, a superfície de plastificação é estabelecida de acordo com o critério de resistência de Mohr-Coulomb. Se o estado de tensão de uma região específica (na verdade, um ponto específico) se situar dentro (ou “abaixo”) da superfície de plastificação, o material apresenta comportamento puramente elástico; se o estado de tensão se situar sobre a superfície de plastificação (critério de Mohr-Coulomb atendido), o material apresenta comportamento elasto-plástico perfeito. É comum que o material apresente plastificação e, com novas redistribuições de tensões decorrentes de novas situações de solicitação, ele volte a apresentar comportamento elástico por estar em um novo estado de tensão abaixo da superfície de plastificação. As deformações plásticas experimentadas durante o regime de plastificação são permanentes (irreversíveis).

A figura 6.33 ilustra os pontos onde ocorre plastificação no maciço em diversos planos afastados da frente de escavação. É possível observar que antes mesmo da chegada da frente da escavação, alguns pontos já apresentam plastificação, principalmente os pontos situados na projeção (adiante) da face a ser escavada. A plastificação desses pontos está associada ao a-

créscimo da tensão vertical que ocorre adiante da frente de escavação (efeito arco longitudinal ao túnel) e ao alívio da tensão horizontal na direção do eixo do túnel. Analisando essa figura fica fácil perceber a fundamental importância de se manter o núcleo central enquanto se escava a porção superior da seção. Se não existisse o núcleo, poderia ocorrer plastificação de toda face de escavação e ocorrer *ruptura de frente* durante o processo de escavação. Uma outra maneira de conter o processo de ruptura de frente é através de pregagens de face, através de colunas horizontais de *jet-grouting* (CCPH), enfilagens tubulares injetadas e/ou pregagens com barras de aço, tubo *schedule*, PVC ou fibra de vidro. Com a aproximação da frente de escavação, a região situada nas laterais do túnel passa a apresentar plastificação. A plastificação dos pontos situados nessa região está associada ao acréscimo da tensão vertical concomitante com o decréscimo da tensão horizontal (efeito arco transversal ao túnel). Com a passagem da frente de escavação, execução da estrutura de revestimento primário e posterior afastamento da frente, ocorrem redistribuições das tensões no maciço de modo que são poucos os pontos que na situação final de equilíbrio atendem o critério de Mohr-Coulomb (apresentam plastificação). Esses poucos pontos estão situados na lateral do túnel.

A análise do desenvolvimento das plastificações no maciço apresentadas acima, contemplando a evolução do comportamento do maciço com a aproximação e o afastamento da frente de escavação, é impossível de ser realizada em uma análise numérica bidimensional.

Figura 6.32 Indicador de plastificação do maciço

6.5.6.3.8 Deslocamentos Verticais (U_y)

A figura 6.33 ilustra o campo dos deslocamentos verticais U_y decorrentes do avanço das escavações. Nela é possível observar que os maiores deslocamentos ocorrem logo acima da geratriz superior do túnel, ocorrendo um “amortecimento” dos deslocamentos até a superfície,

onde os deslocamentos são menores. Esse comportamento não está de acordo com o observado no Túnel Paraíso. A análise tridimensional possibilita que se evidencie a ocorrência de deslocamentos verticais adiante da frente de escavação, mesmo que os valores verificados sejam mínimos. Como é possível observar, o maciço situado abaixo do túnel experimenta um levantamento. Este comportamento está associado ao alívio das tensões (descarregamento) que ocorre nessa região. Nas laterais do túnel não se observam deslocamentos verticais significativos.

Figura 6.33 Campo dos deslocamentos verticais no maciço (kPa)

O gráfico ilustrado na figura 6.34 ilustra o comportamento dos deslocamentos verticais, em função do avanço das escavações, em pontos situados sobre o túnel (próximo à geratriz superior), **Ponto A**; na lateral do túnel (próximo à parede lateral), **Ponto B**; abaixo do túnel (próximo ao arco invertido), **Ponto C**; e exatamente no eixo do túnel (adiante da escavação), **Ponto D**.

Figura 6.34 Evolução dos deslocamentos verticais no maciço com a aproximação/afastamento da frente de escavação

Como é possível observar, o ponto A, situado logo acima do túnel é o ponto que sofre maiores deslocamentos. No momento da chegada da frente à seção instrumentada, o deslocamento previsto pelo modelo foi de -47mm, no momento do término da conformação do arco invertido na seção (com a frente de escavação já afastada de aproximadamente 6.40m da seção em questão), o deslocamento previsto foi de -108mm, estabilizando em -113mm (com o afastamento da frente). O ponto D situado adiante da escavação também apresenta deslocamento vertical, o valor previsto pelo modelo foi de -29mm. O ponto B apresenta um pequeno deslocamento para baixo (-8mm) e o ponto C apresenta um pequeno deslocamento para cima (8mm), devido ao já mencionado descarregamento que ocorre na soleira do túnel.

6.5.6.3.9 Deslocamentos Horizontais Perpendiculares ao Eixo do Túnel (U_x)

A figura 6.36 ilustra o campo dos deslocamentos horizontais U_x que se desenvolvem perpendiculares ao eixo do túnel. Nela é possível observar que os deslocamentos na projeção vertical do eixo de simetria do túnel são praticamente nulos. Somente ocorrem deslocamentos signifi-

cativos nas laterais do túnel, principalmente na região situada próxima à calota superior da seção.

Figura 6.35 Campo dos deslocamentos horizontais no maciço perpendiculares ao eixo do túnel (kPa)

O gráfico da figura 6.36 ilustra o comportamento desses deslocamentos nos mesmos pontos circunvizinhos à escavação, contemplados pelo gráfico apresentado na figura 6.35.

Figura 6.36 Evolução dos deslocamentos horizontais no maciço perpendicular ao eixo do túnel com a aproximação/afastamento da frente de escavação

Como mencionado, os deslocamentos nas regiões equivalentes à projeção vertical do eixo do túnel são nulos (ponto A, ponto C e ponto D). Não poderia ser diferente, pois esses pontos estão situados sobre o eixo de simetria do problema. O ponto B apresenta um pequeno deslocamento em direção à abertura realizada (2mm). Como mencionado, os maiores deslocamentos horizontais se dão na zona intermediária entre o ponto A e o ponto B.

6.5.6.3.10 Deslocamentos Horizontais Paralelas ao Eixo do Túnel (U_z)

A figura 6.38 ilustra o campo dos deslocamentos horizontais U_z que se desenvolvem paralelos ao eixo do túnel. Nela é possível observar que os deslocamentos horizontais na direção do eixo do túnel, são pouco significativos, com exceção da região situada na face da escavação, que apresenta uma tendência a deslocar-se contra o sentido da escavação.

O gráfico da figura 6.39 ilustra o comportamento desses deslocamentos nos mesmos pontos circunvizinhos à escavação, contemplados pelos gráficos anteriores.

Figura 6.37 Campo dos deslocamentos horizontais no maciço paralelos ao eixo do túnel (kPa)

Figura 6.38 Evolução dos deslocamentos horizontais no maciço paralelos ao eixo do túnel com a aproximação/afastamento da frente de escavação

Como é possível observar, os deslocamentos são pouco expressivos, com exceção do deslocamento do ponto *D*, situado adiante da face de escavação, que apresenta movimentação crescente com a aproximação da frente, em sentido contrário ao avanço do túnel, o deslocamento máximo ocorre no momento da chegada da frente e é de 24mm.

6.5.6.3.11 Deformação Volumétrica (ϵ_v) e Deformação Cisalhante (γ)

Assim como no caso das tensões σ_x , σ_y e σ_z , a análise do comportamento dos deslocamentos U_x , U_y , U_z , apresentado nas seções acima, é importante pois permite uma fácil compreensão do que ocorre com o maciço envolvente à escavação. Por possuírem direções associadas à suas magnitudes, o entendimento do comportamento desses deslocamentos é bastante facilitado. No entanto, como mencionado nas seções 4.2 e 4.3, a formulação dos modelos constitutivos, na maioria das vezes é realizada em termos de invariantes de tensões e invariantes de deformações. De uma maneira geral, os modelos constitutivos envolvem em suas formulações, as deformações volumétricas e as deformações cisalhantes (ou distorções) que se desenvolvem no maciço em função da variação das tensões. As figuras 6.30 e 6.40 ilustram, respectivamente, as magnitudes das deformações volumétricas (ϵ_v) e das deformações cisalhantes (γ), em planos que passam pelo eixo do túnel (plano vertical e plano horizontal).

Figura 6.39 Campo das deformações volumétricas ϵ_v no eixo do túnel (kPa)
a) plano vertical b) plano horizontal

Figura 6.40 Campo das deformações cisalhantes γ no eixo do túnel (kPa)
a) plano vertical b) plano horizontal

O gráfico abaixo ilustra o comportamento das deformações volumétricas (ε_v), em função do avanço das escavações, em pontos situados nos arredores da escavação.

Figura 6.41 Evolução das deformações volumétricas no maciço com a aproximação/afastamento da frente de escavação

Um aspecto interessante de se observar é o comportamento francamente compressível apresentado nas regiões onde estão inseridos os pontos *A*, *B* e *D* antes da chegada da frente de escavação. O aumento expressivo de volume na região acima do túnel (ponto *A*) após a passagem e afastamento da frente é uma das razões do amortecimento dos deslocamentos verticais da abóbada do túnel até a superfície.

O gráfico abaixo ilustra o comportamento das deformações cisalhantes (γ) nos mesmos pontos circunvizinhos à escavação, contemplados pelo gráfico anterior.

Figura 6.42 Evolução das deformações cisalhantes no maciço com a aproximação/afastamento da frente de escavação

Os pontos *A* e *D*, situados no eixo de simetria do túnel, apresentam distorções significativas com a aproximação da frente de escavação.

O gráfico apresentado na figura 6.43 ilustra a evolução das deformações volumétricas (ε_v) em função da variação da tensão média p .

Figura 6.43 Deformações volumétricas decorrentes das variações das tensões médias

É interessante observar que a relação entre a tensão média p e a deformação volumétrica ε_v é sempre linear para todos os pontos analisados. De fato, o modelo Mohr-Coulomb utilizado na análise assume fluxo não associado e o parâmetro que define a superfície de potencial plástico (e como se darão as deformações plásticas quando o material se encontrar em regime de plastificação) é o ângulo de dilatância Ψ , que na análise foi admitido como zero. Tomando $\psi=0^\circ$, admite-se que não ocorre qualquer tipo de deformação volumétrica plástica, apenas distorções plásticas. Dessa forma, as deformações plásticas totais são iguais as deformações volumétricas elásticas, que são relacionadas com a tensão média através do módulo de deformação volumétrica k (*bulk modulus*) apresentados no capítulo 4.

O gráfico apresentado na figura 6.44 ilustra a evolução das deformações cisalhantes (γ) em função da variação da tensão desviadora q .

Figura 6.44 Deformações cisalhantes decorrentes das variações das tensões desviadoras

No gráfico acima é possível observar claramente trechos retilíneos, relativos à relação entre a tensão desviadora q e a distorção γ quando o maciço se comporta em regime elástico. Quando a região onde os pontos estão inseridos entra em regime plástico, observa-se claramente um acréscimo de deformação cisalhante, no material. Com o rearranjo de tensões, em alguns casos, o maciço volta a se comportar em regime elástico e a relação entre a tensão desviadora q e a distorção γ volta a ser linear, comandada pelo módulo de distorção G (*shear modulus*), definido no capítulo 4. É interessante observar no gráfico que quando o material volta a apresentar comportamento elástico após experimentar plastificação, a reta que define a relação entre a tensão desviadora e a distorção apresenta a mesma inclinação (reta paralela) da reta representativa do início das solicitações quando o material ainda estava em regime elástico.

6.5.6.3.12 Comparação com os Dados Obtidos em Campo

Nesta seção são apresentadas comparações entre os resultados obtidos com a análise numérica realizada com o modelo de Mohr-Coulomb e os dados medidos em campo com a instrumentação empregada. O gráfico abaixo ilustra um gráfico com a bacia de recalques superficiais obtidas com a análise numérica e a bacia de recalques obtida na obra.

Figura 6.45 Bacia de recalques superficiais: análises numérica com Mohr-Coulomb x obra

O recalque superficial máximo, no eixo do túnel, obtido com a análise numérica foi de 75mm, valor inferior aos 84mm medidos em campo. A bacia obtida com a análise se mostrou mais suave do que a verificada em obra, que apresentou uma forma mais fechada, com maiores distorções na região central. A área de influência da bacia obtida com a análise numérica foi maior do que a ocorrida em obra. Pode-se dizer que a análise numérica forneceu um resultado de qualidade razoável a boa da bacia de recalques superficiais. Vale chamar a atenção, no entanto, que a análise conduziu a valores de distorções inferiores aos que realmente ocorreram

em campo. Esse fato, dependendo do tipo de edifício situado nas proximidades do túnel, poderia indicar uma falsa situação de segurança para a estrutura da edificação.

A figura abaixo ilustra os deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado próximo ao eixo de simetria do túnel.

Figura 6.46 Deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado próximo ao eixo de simetria do túnel: análise numérica com Mohr-Coulomb x obra

Os deslocamentos verticais junto à superfície medidos em obra e obtidos com o cálculo apresentam mesma ordem de grandeza (próximos dos 80mm); no entanto, o comportamento indicado pela análise numérica para os deslocamentos verticais em níveis mais profundos, mais próximos ao túnel, foi o oposto do observado na obra. Os dados de instrumentação indicam que os deslocamentos em regiões mais profundas foram inferiores aos deslocamentos em regiões mais superficiais; ao contrário, os deslocamentos obtidos com a análise numérica indicam deslocamentos crescentes com a profundidade. O comportamento indicado pela análise numérica é o comportamento típico observado na maioria dos túneis.

A figura abaixo ilustra os deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado na lateral do túnel.

Figura 6.47 Deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado na lateral do túnel: análise numérica com Mohr-Coulomb x obra

A análise numérica, assim como os dados de obra, indica uma redução acentuada dos deslocamentos no maciço com a profundidade. Os deslocamentos denotam a existência de uma zona comprimida no maciço. Os resultados da análise numérica, diferentemente do medido em obra, possuem o aspecto esperado para os deslocamentos nessa região, uma vez que eles indicam que a zona de compressão no maciço ocorre até aproximadamente o eixo do túnel. Os dados de obra indicam que a zona de compressão ocorre até a região superior do túnel, estranhamente indicando que a lateral do túnel onde se verificam os maiores acréscimos de tensões verticais originados pelo efeito arco que se desenvolve na seção transversal do túnel não acarretam em compressão do maciço na região.

A figura abaixo ilustra os deslocamentos horizontais do maciço em um eixo vertical situado na lateral do túnel.

Figura 6.48 Deslocamentos horizontais do maciço em um eixo vertical situado na lateral do túnel: análise numérica com Mohr-Coulomb x obra

Apesar de qualitativamente a análise numérica indicar o comportamento observado em obra dos deslocamentos horizontais acima do eixo do túnel serem direcionados para a abertura, quantitativamente os deslocamentos obtidos com a análise foram muito superiores aos observados em obra.

6.5.7 Análise Numérica Realizada com o Modelo Hardening Soil

6.5.7.1 O Modelo Hardening Soil

6.5.7.1.1 Considerações Iniciais

O modelo *Hardening Soil* é um modelo constitutivo desenvolvido especificamente para implantação no programa Plaxis. O *Hardening Soil* é um modelo elasto-plástico onde as deformações totais são calculadas com a utilização de módulos de deformabilidade que dependem do nível de tensão média atuante no material. O modelo utiliza módulos de deformabilidade específicos para trajetórias de carregamento e para trajetórias de descarregamento/recarregamento. Diferentemente do modelo de Mohr-Coulomb, que é um modelo elasto-plástico perfeito, a superfície de plastificação do modelo *Hardening Soil* não é fixa no espaço das tensões principais. A superfície pode expandir devido à ocorrência de deformações plásticas; ou seja, o modelo *Hardening Soil* é um modelo do tipo elasto-plástico com endurecimento (*hardening*). Existem dois tipos distintos de endurecimento no *Hardening Soil*: endurecimento por cisalhamento e endurecimento por compressão isotrópica. O endurecimento por cisalhamento é utilizado para modelar as deformações plásticas irreversíveis decorrentes de solicitações de cisalhamento inéditas, ou seja, que nunca antes ocorreram no material. Esse tipo de solicitação também é tratado nesse documento como carregamento desviador primário. O endurecimento por compressão é utilizado para modelar as deformações plásticas irreversíveis decorrentes de carregamentos isotrópicos ou que apresentam aumento significativo da tensão média quando comparado com o aumento da tensão de cisalhamento, como é o caso, por exemplo, do que ocorre com um material submetido a ensaio de adensamento.

O mais popular modelo constitutivo elasto-plástico capaz de representar o comportamento não linear dos solos e capaz de distinguir situações de carregamento e descarregamento/recarregamento é o modelo Cam-Clay. Para descrever o comportamento não linear dos solos, além do modelo Cam-Clay, modelos constitutivos elásticos também são utilizados para reproduzir esse tipo de comportamento. Nesses modelos é assumida uma relação entre incrementos de tensões e incrementos de deformações e o comportamento não linear é modelado através de variações no módulo de deformabilidade do material. O modelo mais conhecido

desse tipo de modelo é o modelo hiperbólico, também conhecido como modelo de Duncan–Chang (Duncan & Chang, 1970). Esse modelo reproduz o comportamento do solo de uma maneira bastante simples com a utilização de apenas dois parâmetros de deformabilidade do material e é bastante eficaz na representação de diversos problemas de engenharia prática. Uma das maiores inconsistências desse modelo é a incapacidade do modelo em distinguir situações de carregamento e descarregamento/recarregamento.

Pode-se dizer que o a reprodução da curva de Duncan-Chang é uma das principais características do modelo *Hardening Soil*; no entanto, o *Hardening Soil* apresenta avanços com relação a esse modelo hiperbólico, como a distinção entre diferentes tipos de trajetórias de tensões, a consideração de dilatância no solo e a consideração de uma superfície *cap* no modelo.

6.5.7.1.2 Comportamento elasto-plástico por solicitação de cisalhamento

Uma das principais características da formulação do modelo *Hardening Soil* é a capacidade de reprodução da relação hiperbólica entre a deformação vertical ε_1 e a tensão desviadora $q = \sigma_1 - \sigma_3$, observada em ensaio triaxial drenado de compressão em situação de carregamento axial desviador primário. Quando submetido a esse tipo de solicitação o solo apresenta diminuição do módulo de deformabilidade e simultaneamente se desenvolvem deformações plásticas permanentes. No caso especial de um ensaio triaxial drenado de compressão por carregamento axial, a relação observada entre as deformações axiais e as tensões de cisalhamento pode ser bem aproximada por uma hipérbole (Kondner & Zelasko, 1963), de acordo com a expressão 6.1.

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2E_{50}} \frac{q}{1 - \frac{q}{q_a}} \quad \text{para} \quad q \leq q_f \quad (6.1)$$

Onde a *tensão desviadora última (resistente)* q_f e q_a são dados respectivamente, por:

$$q_f = \frac{6 \sin \phi_p}{3 - \sin \phi_p} (p + c \cot \phi_p) \quad (6.2)$$

$$q_a = \frac{q_f}{R_f} \quad (6.3)$$

A definição da tensão desviadora resistente vem direto do critério de resistência de Mohr-Coulomb, que envolve os parâmetros c e ϕ . Assim que $q = q_f$, o critério de resistência é satisfeito e ocorre plastificação perfeita do material. A razão entre a tensão q_a e q_f é dada pelo *índice de resistência* R_f que deve sempre ser menor do que 1.0. O valor de $R_f = 0.9$ se adapta bem ao comportamento de diversos tipos de solos.

O comportamento tensão-deformação de solos submetidos a carregamento desviador primário é fortemente não-linear. O parâmetro E_{50} apresentado na equação 6.1 é o *módulo de deformabilidade para situação de carregamento desviador primário*. O módulo E_{50} é um parâmetro de entrada do *Hardening Soil* e é dependente do nível de tensões a que o material está submetido, conforme observado na expressão abaixo.

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left(\frac{c \cot \phi_p - \sigma_3}{c \cot \phi + p^{ref}} \right)^m \quad (6.4)$$

O *módulo de deformabilidade* E_{50}^{ref} é o módulo de deformabilidade referente à pressão de referência p^{ref} . O módulo de deformabilidade E_{50} depende da tensão principal menor σ_3 que em um ensaio triaxial é a pressão confinante. A intensidade da dependência do módulo E_{50} com a tensão σ_3 é dada pelo parâmetro m , que também é um parâmetro de entrada do modelo. Quando tomado como $m=1$, o material apresenta a dependência logarítmica entre tensão e variação do módulo de deformabilidade conforme observado em boa parte das argilas.

Em trajetórias de descarregamento/recarregamento, um outro módulo de deformabilidade denominado *módulo de deformabilidade para situação de descarregamento/recarregamento*

E_{ur} é utilizado. O módulo E_{ur} também é dependente do nível de tensões a que o material está submetido, conforme expressão 6.5.

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left(\frac{c \cot \phi_p - \sigma_3}{c \cot \phi_p + p^{ref}} \right)^m \quad (6.5)$$

Onde E_{ur}^{ref} é o módulo de deformabilidade para situação de descarregamento/re-carregamento correspondente à pressão de referência p_{ref} . Para solos moles, onde é realista tomar $m=1$, existe uma relação aproximada entre o parâmetro E_{ur}^{ref} e o parâmetro κ do modelo Cam-Clay. O parâmetro κ é o coeficiente de inclinação da reta de recompressão do material no gráfico v versus $\ln p$, onde v é o volume específico definido como $v=1+e$ (e = índice de vazios). A expressão 6.6 apresenta essa relação. O parâmetro ν_{ur} é o coeficiente de Poisson para situação de carregamento/descarregamento.

$$E_{ur}^{ref} = \frac{3p^{ref}(1-2\nu_{ur})}{\kappa^*} \quad (6.6)$$

$$\kappa^* = \frac{\kappa}{(1+e_0)} \quad (6.7)$$

O gráfico apresentado na figura 6.49 ilustra a relação hiperbólica tensão-deformação em um ensaio triaxial drenado. Nele é possível de se observar o significado de alguns dos parâmetros já apresentados do modelo.

Figura 6.49 Relação hiperbólica tensão-deformação

São apresentadas a seguir as principais equações constitutivas do modelo *Hardening Soil*. Por conveniência, esta seção aborda o modelo e suas equações para a situação de ensaio triaxial drenado. Considera-se $\sigma_2 = \sigma_3$ as tensões principais menores e σ_1 a tensão principal maior. Uma abordagem mais completa das equações é encontrada em Vermeer & Brinkgreve (1998), Schanz et al (2000) e no próprio manual do programa. Como será visto, o modelo não possui explicitamente embutido em suas formulações a relação hiperbólica de Duncan e Chang (1970). O modelo *Hardening Soil* possui uma função de plastificação que acarreta na relação hiperbólica da expressão 6.1. As expressões abaixo mostram como isso decorre. A função de plastificação é composta por uma função de tensão e uma função de deformação:

$$f = \bar{f} - \gamma^p \quad (6.8)$$

A função $\bar{f}$ é uma função de tensões de acordo com a expressão abaixo.

$$\bar{f} = \frac{1}{E_{50}} \frac{q}{1 - \frac{q}{q_a}} - \frac{2q}{E_{ur}} \quad (6.9)$$

A *deformação cisalhante plástica* γ_p é função das deformações e é utilizada como um parâmetro de relevância na lei de endurecimento por cisalhamento do modelo. É ele que define a posição da superfície de plastificação de cisalhamento. A função γ_p é definida de acordo com a expressão 6.10.

$$\gamma_p = \varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p - \varepsilon_3^p = 2\varepsilon_1^p - \varepsilon_v^p \cong 2\varepsilon_1^p \quad (6.10)$$

Na verdade, as deformações volumétricas plásticas nunca são precisamente zero em solicitações de cisalhamento, essa é uma hipótese simplificadora. Em solos mais rígidos essa hipótese tende a ser mais realista, pois as deformações volumétricas tendem a ser significativamente menores do que as deformações cisalhantes para esse tipo de solicitação. As deformações volumétricas em solicitações de cisalhamento não são ignoradas pelo modelo, elas são abordadas pelo modelo de uma outra forma, pela lei de fluxo, que será descrita mais adiante.

A característica principal das expressões acima, que definem a função de plastificação do modelo, é que elas acarretam na relação hiperbólica da expressão 6.1. Quando ocorre plastificação têm-se que $f = \bar{f} - \gamma^p = 0$ e, conseqüentemente $\gamma^p = \bar{f}$. Dessa forma das expressões 6.9 e 6.10 segue que:

$$\varepsilon_1^p \cong \frac{1}{2} \bar{f} = \frac{1}{2E_{50}} \frac{q}{1 - \frac{q}{q_a}} - \frac{q}{E_{ur}} \quad (6.11)$$

Além das deformações plásticas, o modelo considera as deformações elásticas que ocorrem no material. As deformações plásticas ocorrem apenas em carregamento desviador primário, mas as deformações elásticas ocorrem tanto em carregamento desviador primário quanto em descarregamento/recarregamento. Em um ensaio triaxial drenado $\sigma_2' = \sigma_3' = \text{constante}$, dessa forma o módulo E_{ur} se mantém constante e as deformações elásticas são dadas pela lei de Hooke:

$$\varepsilon_1^e = \frac{q}{E_{ur}} \quad (6.12)$$

$$\varepsilon_2^e = \varepsilon_3^e = \nu_{ur} \frac{q}{E_{ur}} \quad (6.13)$$

Dessa forma, na situação de carregamento desviador primário de um ensaio triaxial, as deformações axiais são a soma da componente plástica da expressão 6.11 com a componente elástica da expressão 6.12:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^e + \varepsilon_1^p \cong \frac{1}{2} \bar{f} = \frac{1}{2E_{50}} \frac{q}{1 - \frac{q}{q_a}} \quad (6.14)$$

A expressão acima é exatamente igual à expressão 6.1 do modelo hiperbólico de Duncan e Chang (1970).

Para um dado valor do parâmetro de endurecimento γ_p , que é função das deformações plásticas ocorridas até um dado momento, a superfície de plastificação (onde $f=0$) pode ser visualizada no plano $p-q$. A superfície de plastificação é calculada com a utilização das equações 6.4 e 6.5 que definem os módulos E_{50} e E_{ur} . Por causa da definição dos módulos de deformabilidade a superfície de plastificação no plano $p-q$ depende do parâmetro m . Para $m=1$, a superfície de plastificação determina uma reta. A figura 6.50 ilustra sucessivos posicionamentos da superfície de plastificação no plano $p-q$, para $m=1$. Com o acréscimo do carregamento, e das deformações plásticas, a superfície de plastificação tende a se aproximar da superfície de ruptura determinada pelo critério de Mohr-Coulomb.

Figura 6.50 Sucessivos posicionamentos da superfície de plastificação

Até o presente momento foram tratadas as deformações cisalhantes plásticas γ_p que ocorrem em solicitações de cisalhamento. Atenção agora é dada para as deformações volumétricas plásticas ε_v^p que ocorrem nesse tipo de solicitação. Como para todos os modelos elasto-plásticos, o modelo *Hardening Soil* apresenta uma relação entre incrementos de deformação cisalhante plástica γ_p e incrementos de deformação volumétrica plástica ε_v^p . Essa relação é conhecida como lei de fluxo e é dada pela expressão 6.15.

$$\dot{\varepsilon}_v^p = \sin \psi_m \dot{\gamma}^p \quad (6.15)$$

Onde ψ_m é o ângulo de dilatância mobilizada definido pela expressão 6.16.

$$\sin \psi_m = \frac{\sin \phi_m - \sin \phi_{cv}}{1 - \sin \phi_m \sin \phi_{cv}} \quad (6.16)$$

Onde, por sua vez, ϕ_{cv} é o ângulo de atrito do estado crítico, uma constante do material, e ϕ_m é o ângulo de atrito mobilizado, dado pela expressão 6.17:

$$\sin \phi_m = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 - 2 \cot \phi} \quad (6.17)$$

Conhecendo-se os ângulos de ruptura ϕ e ψ , o modelo calcula automaticamente ângulo de atrito do estado crítico ϕ_{cv} , conforme expressão 6.18, lembrando que na ruptura do material $\phi_m = \phi$.

$$\sin \phi_{cv} = \frac{\sin \phi - \sin \psi}{1 - \sin \phi \sin \psi} \quad (6.18)$$

As equações acima pertencem à teoria de dilatância de Rowe (1962) também abordada por Schanz e Vermeer (1996). A propriedade essencial da teoria é que o material contrai para pequenos incrementos da razão q/p ($\phi_m < \phi_{cv}$) e expande para grandes incrementos ($\phi_m > \phi_c$). Uma outra maneira, equivalente, de escrever a lei de fluxo apresentada pelas expressões acima, é através da definição das superfícies de potencial plástico, conforme as expressões 6.19 e 6.20.

$$g_{12} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{2} - \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{2} \sin \psi_m \quad (6.19)$$

$$g_{13} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} - \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} \sin \psi_m \quad (6.20)$$

Que podem ser reescritas da maneira apresentada abaixo:

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\Lambda} \frac{\partial g_{12}}{\partial \sigma} + \dot{\Lambda} \frac{\partial g_{13}}{\partial \sigma} = \dot{\Lambda} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin \psi \\ -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin \psi \\ 0 \end{bmatrix} + \dot{\Lambda} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin \psi \\ 0 \\ -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin \psi \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

6.5.7.1.3 Comportamento elasto-plástico por solicitação isotrópica (superfície cap)

Todas as expressões de deformações plásticas apresentadas até o presente momento são incapazes de reproduzir as deformações volumétricas que ocorrem em ensaios de compressão isotrópica ou em situações com trajetórias de tensões similares onde o aumento da tensão média é significativamente maior do que o aumento da tensão de cisalhamento, como em um ensaio de adensamento, por exemplo. Para isso, o modelo *Hardening Soil* possui uma segunda superfície de plastificação que limita o domínio elástico na direção do eixo das tensões médias p . Essa superfície permite a utilização pelo modelo de módulos de deformabilidade independentes para solicitações de cisalhamento, E_{50} , e solicitações de compressão isotrópica, E_{oed} . O módulo E_{oed} é o módulo de compressão isotrópica primária e é definido pela expressão 6.22.

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} \left(\frac{c \cot \phi - \sigma_1}{c \cot \phi + p^{ref}} \right)^m \quad (6.22)$$

Onde E_{oed}^{ref} é o módulo de deformabilidade para situação de compressão isotrópica primária correspondente a uma pressão de referência p_{ref} . De maneira análoga ao módulo E_{ur}^{ref} , para solos moles, onde é realista tomar $m=1$, existe uma relação aproximada entre o parâmetro E_{oed}^{ref} e o parâmetro λ do modelo Cam-Clay, que é o coeficiente de inclinação da reta virgem do material no gráfico v versus $\ln p'$. A expressão 6.23 apresenta essa relação.

$$E_{oed}^{ref} = \frac{p_{ref}}{\lambda^*} \quad (6.23)$$

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{(1 + e_0)} \quad (6.24)$$

O módulo E_{50} controla as deformações plásticas associadas com a superfície de plastificação de cisalhamento e o módulo E_{oed} controla as deformações plásticas associadas com a superfície cap , que é definida pela expressão 6.25.

$$f_{cap} = \frac{\tilde{q}^2}{M^2} + (p + a)^2 - (p_c + a)^2 \quad (6.25)$$

Onde M é um parâmetro auxiliar do modelo relacionado com k_o , que é um parâmetro de entrada do modelo, $a = c \cot \phi$ e a tensão p e a tensão desviadora $\tilde{q}$ são dados respectivamente por:

$$p = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3} \quad (6.26)$$

$$\tilde{q} = \sigma_1 + (\alpha - 1)\sigma_2 - \alpha\sigma_3 \quad (6.27)$$

Na verdade $\tilde{q}$ é uma medida especial de tensão desviadora. No caso especial de ensaio triaxial de compressão, tem-se que $\tilde{q} = (\sigma_1 - \sigma_3)$, e no caso especial de ensaio de extensão $\tilde{q} = \alpha(\sigma_1 - \sigma_3)$, sendo $\alpha = (3 + \sin \phi / 3 - \sin \phi)$. A superfície cap apresenta fluxo associado, $g_{cap} = f_{cap}$ e a magnitude da superfície cap é determinada pela tensão de pré-adensamento p_c . A lei de endurecimento relaciona a tensão p_c com a deformação volumétrica do cap ε_v^{cap} :

$$\varepsilon_v^{cap} = \frac{H}{m+1} \left(\frac{p_c}{p^{ref}} \right)^{m+1} \quad (6.28)$$

A deformação ε_v^{cap} é a deformação que ocorre em solicitações de compressão isotrópica. Como pôde ser observado, além das constantes m e p_{ref} , que são parâmetros de entrada do modelo, aparece a constante H . Tanto H quanto M , que aparecem nas expressões 6.25 e 6.28, são parâmetros que definem o comportamento da superfície cap ; no então, esses parâmetros não são parâmetros de entrada do modelo. Os parâmetros H e M estão relacionados diretamente com os parâmetros k_o e E_{oed} , que são parâmetros de entrada do modelo; ou seja, $H(E_{oed})$ e

$M(k_o)$. A forma da superfície cap é uma elipse no plano p - q . A elipse apresenta comprimento $p_{cap} + a$ no eixo p e altura $M(p_{cap} + a)$ no eixo q . Ou seja, p_{cap} determina a magnitude da elipse e o parâmetro M determina o aspecto de sua forma. A elipse representa tanto a superfície de plastificação quanto a de potencial plástico:

$$\dot{\varepsilon}^{pc} = \Lambda \frac{\partial f^{cap}}{\partial \sigma} \quad (6.29)$$

$$\Lambda = \frac{H}{2p} \left(\frac{p_c}{p^{ref}} \right)^m \frac{\dot{p}_c}{p^{ref}} \quad (6.30)$$

A expressão de Λ decorre da condição de plastificação $f=0$ e da lei de endurecimento. A figura 6.51 ilustra as superfícies de plastificação de cisalhamento e cap no plano p - q . A figura 6.52 ilustra essas superfícies no espaço das tensões principais. Tanto a superfície de plastificação de cisalhamento quanto a superfície cap possuem a forma hexagonal clássica do critério de ruptura de Mohr-Coulomb. De fato, a superfície de plastificação de cisalhamento pode expandir até atingir a superfície de ruptura de Mohr-Coulomb. A superfície cap expande em função da tensão de pré-adensamento p_c .

Figura 6.51 Domínio elástico definido pelas duas superfícies de plastificação do modelo Hardening Soil no plano p - q

Figura 6.52 Superfícies de plastificação do modelo Hardening Soil no espaço das tensões principais

6.5.7.2 Parâmetros Utilizados pelo Modelo

Os parâmetros de entrada do modelo *Hardening Soil* são em grande parte iguais aos do modelo Mohr-Coulomb. O modelo também utiliza o ângulo de atrito interno ϕ e a coesão c para definição do critério de ruptura, o ângulo de dilatância ψ para definição da lei de fluxo quando o material entra em plastificação por cisalhamento e o módulo de deformabilidade E_{50} pode ser adotado como o mesmo módulo de Young do modelo Mohr-Coulomb. Dessa forma, os parâmetros adicionais do modelo *Hardening Soil* em relação ao Mohr-Coulomb são principalmente o módulo edométrico E_{oed} , o módulo de descarregamento/recarregamento E_{ur} e o parâmetro m que controla a intensidade com que os módulos de deformabilidade variam com a tensão de confinamento σ_3' .

O módulo edométrico E_{oed} é o módulo capaz de reproduzir as deformações que ocorrem no material quando submetido a ensaio de adensamento edométrico; sendo assim os módulos E_{oed} foram determinados com os ensaios de adensamento realizado por Parreira (1991). Os

módulos de descarregamento/re-carregamento E_{ur} também foram ajustados para reproduzir as curvas de descarregamento desses mesmos ensaios.

O gráfico da figura 6.53 ilustra o comportamento da simulação de um ensaio de adensamento edométrico com o modelo *Hardening Soil* comparado com o ensaio realizado por Parreira (1991) para a 3AgP1.

Figura 6.53 Determinação dos parâmetros do modelo baseado no ensaio de adensamento (3AgP1)

Da mesma forma, o gráfico da figura 6.54 ilustra o comportamento da simulação de um ensaio de adensamento edométrico com o modelo *Hardening Soil* comparado com o ensaio realizado para a 3AgP2.

Figura 6.54 Determinação dos parâmetros do modelo baseado no ensaio de adensamento (3AgP2)

Como é possível observar nos gráficos que representam os ensaios de adensamento, tanto a 3AgP1 quanto a 3AgP2 apresentam deformações significativas quando solicitadas por carregamento e deformações pouco expressivas quando submetidas a descarregamento. Os parâmetros $E_{oed}=1500\text{MPa}$ e $E_{ur}=40000\text{Pa}$ para a 3AgP1 e $E_{oed}=1700\text{MPa}$ e $E_{ur}=30000\text{MPa}$ para a 3AgP2 foram capazes de representar bem esse tipo de comportamento para ambos os materiais.

A tabela 6.6 apresenta os parâmetros do modelo *Hardening Soil* utilizados na análise que são comuns aos parâmetros do modelo Mohr-Coulomb.

Tabela 6.6 Parâmetros utilizados no modelo comuns aos parâmetros utilizados na análise com o Mohr-Coulomb

	γ (kN/m ³)	E ₅₀ (MPa)	ν	c' (kPa)	ϕ' (o)	ψ' (o)
3AgP1	14,7	4	0,27	35,4	23,3	0
3AgP2	15,0	6	0,27	39,8	27,2	0
3Ag1	17,9	120	0,17	66,2	25,0	0

A tabela 6.7 apresenta os parâmetros do modelo *Hardening Soil* utilizados na análise que são adicionais aos parâmetros do modelo Mohr-Coulomb.

Tabela 6.7 Parâmetros adicionais exclusivos da análise com o *Hardening Soil*

	E _{oed} (MPa)	E _{ur} (MPa)	m	ν_{ur}
3AgP1	1,5	40	1,0	0,20
3AgP2	1,7	30	1,0	0,20
3Ag1	-	-	-	-

O valor da tensão de pré-adensamento é responsável pelo posicionamento inicial da superfície *cap* para todos os pontos de tensão dos elementos existentes na análise. Verificou-se um comportamento mais próximo do observado em obra ao se adotar $OCR=1$ frente a adoção de valores de OCR compatíveis com a tensão de pré-adensamento observada nos ensaios de adensamento. A consideração de $OCR=1$ implica que para qualquer aumento de tensão média o material entra em regime plástico, aumentando dessa forma as deformações na análise. De fato, se fossem adotadas as razões de sobre-adensamento obtidas com os ensaios, a análise se comportaria quase que na totalidade em regime elástico com relação à variação da tensão média p , o que não motivaria a discussão sobre a utilização de um modelo mais sofisticado com tratamento diferenciado para os módulos de deformabilidade.

6.5.7.3 Resultados Obtidos com a Análise

Para não tornar demasiadamente extensa e repetitiva a apresentação dos resultados das análises numéricas, nesta seção é dada ênfase apenas aos resultados comparativos da análise realizada com o modelo *Hardening Soil* com os dados medidos em obra. Também são repetidos os resultados obtidos com a análise com o Mohr-Coulomb.

O gráfico abaixo ilustra um gráfico com a bacia de recalques superficiais obtidas com a análise numérica e a bacia de recalques obtida na obra.

Figura 6.55 Bacia de recalques superficiais: análises numéricas com *Hardening Soil* e Mohr-Coulomb x obra

O recalque superficial máximo, no eixo do túnel, obtido com a análise numérica foi de 100mm, valor superior aos 84mm medidos em campo. Assim como na análise com o modelo

de Mohr-Coulomb, a bacia obtida com a análise contemplando o modelo *Hardening Soil* se mostrou mais suave do que a verificada em obra, que apresentou uma forma mais fechada, com maiores distorções na região central. A área de influência da bacia obtida com a análise também foi maior do que a ocorrida em obra. Vale observar que diferentemente da análise com o modelo de Mohr-Coulomb, a análise com o modelo *Hardening Soil* apresentou um deslocamento de aproximadamente 20mm em toda a extensão da malha.

Pode-se dizer que, assim como no modelo de Mohr-Coulomb, a análise numérica forneceu um resultado de qualidade razoável a boa da bacia de recalques superficiais; no entanto, a análise também conduziu a valores de distorções inferiores aos que realmente ocorreram em campo, podendo indicar uma falsa situação de segurança para edifícios situados nas proximidades do túnel. A figura abaixo ilustra os deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado próximo ao eixo de simetria do túnel.

Figura 6.56 Deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado próximo ao eixo de simetria do túnel: análises numéricas com *Hardening Soil* e Mohr-Coulomb x obra

Talvez o aspecto de maior relevância na análise realizada com o modelo *Hardening Soil* tenha sido a capacidade de o modelo reproduzir o comportamento atípico observado no Túnel Paraíso onde os deslocamentos verticais nas proximidades da superfície são superiores aos deslocamentos nas proximidades da abóbada do túnel. Como mencionado, esse comportamento não é usual em túneis; onde normalmente, os deslocamentos próximos à abóbada, oriundos da passagem da escavação, são amortecidos até chegarem à superfície e, portanto, apresentam valores maiores do que os deslocamentos à superfície. Como observado nos dados de instrumentação e na sequência de figuras dos deslocamentos verticais no maciço com a aproximação e afastamento da frente de escavação, figura 6.57, extraídas da análise com o *Hardening Soil*, é de se pressupor a existência de uma zona de compressão, adiante da face de escavação, originada pelo efeito arco na longitudinal do túnel. Quando da passagem da face de escavação e seu posterior afastamento, o bloco de solo situado acima do túnel sofre um movimento praticamente de bloco rígido, não ocorrendo nenhum amortecimento dos deslocamentos logo acima da geratriz superior do túnel até a superfície. Esse comportamento é um indicio de que o maciço “sentiu” mais o efeito do carregamento experimentado por ele antes da chegada do túnel, do que o descarregamento experimentado durante e após a passagem da frente de escavação. Esse comportamento está de acordo com o comportamento observado nos ensaios realizados por Parreira (1991). A argila porosa deforma-se muito quando solicitada por carregamento e quase não se deforma quando descarregada. Esse comportamento fica bastante evidenciado nos ensaios de adensamento edométrico, figura 6.15.

Figura 6.57 Deslocamentos verticais no maciço com a aproximação e o afastamento da frente de escavação.

A figura 6.58 ilustra os deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado na lateral do túnel.

Figura 6.58 Deslocamentos verticais no interior do maciço em um eixo vertical situado na lateral do túnel: análises numéricas com *Hardening Soil* e Mohr-Coulomb x obra

Assim como o ocorrido em obra e na análise com o Mohr-Coulomb, a análise com o *Hardening Soil* indica uma redução acentuada dos deslocamentos verticais no maciço com a profundidade. A análise também indica que a zona de compressão se desenvolve até aproximadamente o eixo do túnel. Os dados de obra indicam que a compressão ocorre primordialmente até a abóbada do túnel. Diferentemente da análise com o Mohr-Coulomb, a análise com o *Hardening Soil* indicou uma tendência de levantamento (deslocamentos verticais para cima) do maciço situado abaixo do eixo do túnel.

A figura 6.59 ilustra os deslocamentos horizontais do maciço em um eixo vertical situado na lateral do túnel.

Figura 6.59 Deslocamentos horizontais do maciço em um eixo vertical situado na lateral do túnel: análises numéricas com *Hardening Soil* e Mohr-Coulomb x obra

Pode-se dizer que tanto qualitativamente quanto quantitativamente, a análise numérica apresentou bons resultados quando comparada com os dados de instrumentação. Os resultados obtidos com o *Hardening Soil* foram significativamente melhores do que os resultados obtidos com o Mohr-Coulomb. Assim como na obra, a análise indicou deslocamentos milimétricos, sendo a ocorrência dos deslocamentos mais significativos na região situada logo acima da geratriz superior do túnel. Um aspecto interessante que a análise com o *Hardening Soil* indicou é a tendência de deslocamentos negativos, no sentido oposto, na região situada nas laterais do túnel. Apesar de os dados de instrumentação do inclinômetro não terem indicado esse comportamento, os dados de instrumentação de divergência da corda horizontal da estrutura de revestimento do túnel, indicam que a estrutura do túnel divergiu cerca de 25mm, um valor expressivo para as dimensões da seção, denotando uma tendência da estrutura do túnel, no processo de estabelecimento de uma situação de equilíbrio, de “empurrar” o maciço em sentido contrário à cavidade. A instrumentação talvez não tenha captado esse comportamento, pois, conforme salientado por Parreira (1991), a proximidade de 40cm entre o inclinômetro e a se-

ção de escavação provavelmente acarretou em perturbações localizadas comprometendo a qualidade das leituras nessas regiões.

6.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE AS ANÁLISES

As análises tridimensionais permitiram que fossem explorados detalhadamente o comportamento do maciço no que diz respeito às tensões e às deformações que ocorrem nas regiões situadas nas proximidades da escavação. As análises possibilitaram a avaliação do comportamento do maciço com a aproximação e afastamento da frente de escavação. Esse tipo de avaliação é impossível de ser realizado em análises bidimensionais.

Como pôde ser observado, tanto a análise com o Mohr-Coulomb quanto a análise com o *Hardening Soil* apresentaram bons resultados quando comparados com os dados obtidos em obra do Túnel Paraíso. Em especial o modelo *Hardening Soil*, que conseguiu reproduzir o efeito mais interessante do Túnel Paraíso que é o fato dos recalques junto à superfície serem superiores aos recalques nas proximidades da abóbada do túnel, comportamento, como mencionado, não usual em túneis.

O grande mérito do modelo *Hardening Soil* é possibilitar a realização de uma abordagem mais sofisticada, sem no entanto complicar demasiadamente os dados de entrada da análise. Como visto, bastam informações sobre o comportamento dos materiais quando submetidos a ensaios de adensamento para que se consiga uma melhora significativa da qualidade dos resultados quando comparados com uma análise realizada com o modelo Mohr-Coulomb ou similar.

Capítulo VII

7 CONCLUSÃO

A presente pesquisa visou colaborar de alguma forma com o entendimento do comportamento de túneis escavados em maciços de solo.

Nela procurou-se mostrar a potencialidade da aplicação de modelos constitutivos na resolução de problemas de engenharia prática, como a escavação de um túnel. Muitas vezes o emprego de modelos constitutivos mais sofisticados - diferentes do modelo linear elástico e do modelo linear elástico perfeitamente plástico com superfície de plastificação coincidente com o critério de ruptura de Mohr-Coulomb, comumente chamado apenas de modelo Mohr-Coulomb – encontra certa resistência por parte da engenharia de projeto e até mesmo do meio acadêmico. Como já mencionado, a consagração da utilização apenas desses dois modelos constitutivos ocorre por alguns prováveis motivos; talvez porque todo engenheiro tenha familiaridade com elasticidade linear e com critérios de resistência, talvez pela sensibilidade que se têm com os parâmetros utilizados por esses modelos. No entanto, como pôde ser visto no decorrer desta pesquisa, esses modelos possuem deficiências que, dependendo do caso, influem significativamente na previsão do comportamento do maciço.

Talvez o maior problema da utilização do modelo elástico e do modelo Mohr-Coulomb seja a indistinção da deformabilidade do maciço em situação de carregamento e descarregamento desses modelos. Como pôde ser observado na análise das trajetórias de tensões apresentadas no capítulo 6, o comportamento do maciço nos arredores da escavação é bastante complexo, apresentando ora aumento ora diminuição da tensão média p e/ou da tensão desviadora q .

Muitas vezes a mesma região do maciço em um momento inicial apresenta carregamento e a partir de um determinado instante passa a apresentar descarregamento ou vice-versa. Ao analisar-se uma seção transversal de um túnel em maciço com $k_0 < 1$, claramente já se percebe que nas laterais da seção ocorre carregamento e acima e abaixo da seção ocorre descarregamento. Ao considerar o mesmo comportamento do material para ambas as situações, muitas vezes a utilização desses modelos acarreta em resultados não compatíveis com a realidade, podendo inclusive comprometer a segurança da obra se esses modelos forem usados como subsidio para desenvolvimento de projetos sem avaliação crítica e plena compreensão das hipóteses que estão “embutidas” nesses modelos.

Ainda hoje na engenharia de projeto, muitas vezes o engenheiro ao iniciar o estudo de um túnel dispõe de todos os parâmetros necessários para aplicação de um modelo constitutivo mais elaborado; no entanto, mesmo com essa possibilidade em mãos, normalmente a utilização de um modelo diferente do Mohr-Coulomb não é cogitada. Vide por exemplo, aqui no Brasil, as análises realizadas recentemente para os túneis da Linha 2 e da Linha 4 do Metropolitano de São Paulo. O presente trabalho teve como objetivo mostrar como existem modelos que utilizam parâmetros que são de conhecimento da maioria dos engenheiros, obtidos em ensaios corriqueiros ou conhecidos da bibliografia, que possibilitam um grande salto na qualidade dos resultados. Em especial, vale citar o modelo Cam-Clay, que pode ter seus parâmetros obtidos com ensaio triaxiais e ensaios edométricos de adensamento e que, em muitas situações, poderia ser aplicado sem maiores dificuldades em uma série de análises numéricas de túneis em materiais argilosos.

A presente pesquisa apresentou análises numéricas realizadas com o modelo Mohr-Coulomb e com um modelo desenvolvido exclusivamente para o programa utilizado na pesquisa, conhecido como modelo *Hardening Soil*. A utilização desses modelos permitiu que fossem feitas reflexões sobre a maioria dos conceitos que envolvem os modelos elasto-plásticos para solos. Conceitos como regime elástico, regime plástico, superfície de plastificação, superfície de potencial plástico, lei de endurecimento, fluxo associado, fluxo não-associado, entre outros, foram abordados na discussão desses modelos onde foi possível analisar o que cada característica de um modelo constitutivo implica em um problema prático de engenharia, como o campo de tensões e deformações nos arredores da escavação de um túnel.

O grande mérito do modelo *Hardening Soil* é permitir uma simulação mais sofisticada sem, no entanto, utilizar parâmetros com significado físico de difícil compreensão para a maioria dos engenheiros que atuam no ramo de projeto, que normalmente possuem entendimento limitado com relação a diversos parâmetros utilizados em modelos mais complexos. A capacidade do modelo em adotar módulos de deformabilidade diferentes para situação de carregamento e descarregamento, considerando ainda a influência da tensão de confinamento, em muitos casos aumenta as possibilidades do modelo apresentar um resultado mais próximo do esperado ou observado na realidade.

Vale salientar que como o modelo Mohr-Coulomb é utilizado há décadas em análises numéricas de túneis, quando forem realizadas análises com modelo diferentes, com relações constitutivas mais sofisticadas, é interessante que se faça também uma análise balizadora com o modelo Mohr-Coulomb. Dessa forma aproveita-se também uma vasta bibliografia de análises numéricas realizadas com o modelo Mohr-Coulomb, onde se pode comparar o estudo desenvolvido com outros estudos realizados em situações potencialmente similares (maciço, geometria, etc.).

Um aspecto muito particular e interessante do Túnel Paraíso, abordado nas análises tridimensionais realizadas, é o fato do túnel apresentar um comportamento não usual em túneis. Como foi possível observar na instrumentação dos tassômetros situados nas proximidades do eixo de simetria do túnel, os deslocamentos verticais nas proximidades da superfície foram superiores aos deslocamentos nas proximidades da abóbada do túnel. Na maioria dos túneis os deslocamentos próximos à abóbada, oriundos da passagem da escavação, são amortecidos até chegarem à superfície e, portanto, apresentam valores maiores do que os deslocamentos à superfície. Conforme apurado no capítulo 6, o comportamento observado no Túnel Paraíso pressupõe a existência de uma zona de compressão adiante da frente de escavação originada pelo efeito arco na longitudinal do túnel, responsável pela transferência de carga da região já escavada e ainda não suportada para a região não escavada localizada adiante e para o suporte já instalado atrás. Com a passagem da frente de escavação e seu posterior afastamento, o bloco de solo situado acima do túnel sofreu um movimento praticamente de bloco rígido, não ocorrendo nenhum amortecimento dos deslocamentos logo acima da geratriz superior do túnel até

a superfície. Esse comportamento é um indicio de que o maciço “sentiu” mais o efeito do carregamento experimentado por ele antes da chegada do túnel, do que o descarregamento experimentado durante e após a passagem da frente de escavação.

O mais interessante desse comportamento, é que esse acréscimo de tensão na frente da frente de escavação devido ao arqueamento longitudinal ocorre em todo e qualquer túnel. O que não ocorre é essa resposta exagerada do maciço face a essa solicitação como ocorreu na argila porosa onde está inserido o Túnel Paraíso. Normalmente o maciço é afetado por essa aproximação, mas as solicitações que ocorrem após a passagem da frente são muito mais significativas do que esse efeito, de tal maneira que usualmente esse efeito nem é considerado nas análises usuais de túneis. Aliás, uma análise bidimensional é até mesmo incapaz de considerar esse efeito, uma vez que ele tem exclusiva relação com o comportamento tridimensional da aproximação da frente de escavação.

Talvez o maior mérito da análise tridimensional realizada com o modelo Hardening Soil tenha sido o de reproduzir com razoável qualidade esse comportamento observado no Túnel Paraíso. A qualidade da resposta do modelo seguramente está associada com a capacidade do modelo em utilizar módulos diferentes para situações de carregamento e para situações de descarregamento e, mais ainda, módulos diferentes para solicitações cisalhantes e para solicitações onde se aumentam significativamente as tensões médias p (superfície *cap*). Esse comportamento da argila porosa se deformar bastante quando carregada e quase não se deformar quando descarregada pode ser observado nos ensaio de adensamento do capítulo 6. De fato, o índice de recompressão C_r do 3AgP1 é da ordem de apenas 3% do índice de compressão C_c , contra um valor usual em torno de 10%. O comportamento atípico do Túnel Paraíso muito provavelmente está associado a essa característica e o sucesso do modelo Hardening Soil está associado com a capacidade do modelo em reproduzir o comportamento observado nesses ensaios.

Como mencionado, para simular o que ocorreu com o Túnel Paraíso não basta que seja utilizado um modelo capaz de distinguir solicitações de carregamento e descarregamento, como acima relatado. Esse tipo de comportamento só pode ser captado em uma análise tridimensio-

nal, pois as análises bidimensionais não têm como considerar esse comportamento que ocorre no momento da aproximação da frente.

Um aspecto bastante enriquecedor que as análises tridimensionais realizadas na presente pesquisa possibilitaram foi o monitoramento detalhado do que ocorre com pontos situados ao redor da seção escavada. Esse monitoramento permitiu uma compreensão do que ocorre com o maciço nas diversas etapas da escavação do túnel: (1) aproximação da frente de escavação, (2) escavação da parte superior da seção, (3) revestimento da parte superior da seção, (4) escavação da bancada inferior, (5) fechamento da seção com o arco invertido e (5) afastamento da frente de escavação. Apesar do monitoramento ter sido realizado para o Túnel Paraíso, as considerações acerca das trajetórias de tensões e do desenvolvimento das deformações podem ser estendidas para outros túneis, ajudando de alguma forma no entendimento do que ocorre em maciços de solos quando escavados por túneis.

Um aspecto que não foi dado ênfase na pesquisa, mas que é de suma importância para o estudo de túneis e pode ser tema de pesquisas futuras envolvendo o Túnel Paraíso, uma vez que se têm dados suficientes e de qualidade para isso, é a abordagem com enfoque na simulação numérica do revestimento primário em concreto projetado do túnel. Efeitos como o aumento do módulo de deformabilidade e da resistência com o tempo, qual modelo constitutivo empregar para simular os revestimentos, entre outros, seguramente seriam tema de uma enriquecedora pesquisa.

Um aspecto que talvez não tenha recebido a merecida atenção na presente pesquisa é o aspecto do refinamento da malha na análise numérica. Esse aspecto é bastante importante e poderia ser abordado em futuras pesquisas, estudando-se o impacto da utilização de malhas maiores (nas três dimensões), utilização de elementos com diferentes formulações, utilização de maior números de elementos, entre outros aspectos.

Outros temas que poderiam ser abordados em pesquisas com análises tridimensionais de túneis e que seguramente renderiam desdobramentos bastante interessantes seriam a abordagem de tratamentos usualmente empregados para melhoria das condições do maciço em escava-

ções de túneis e a abordagem do que ocorre em seções muti-parcializadas de túneis, com demolições de side-drifts, arcos invertidos provisórios entre outras estruturas.

Também poderiam ser realizadas análises com o Túnel Paraíso contemplando outros modelos constitutivos, como o modelo Cam-Clay, por exemplo.

São Paulo, Julho de 2006.

Referências Bibliográficas

ABU-KRISHA, A. (1998). **Numerical modelling of TBM tunneling in consolidated clay.** Ph.D. Thesis, University of Innsbruck.

ABDEL-MEGUID, M.; ROWE, R. K.; LO, K. Y. (2002). **3D effects of surface construction over existing subway tunnels.** The International Journal of Geomechanics. Vol.2, pp. 447-469.

ABU-FARSAKH, MURAD Y.; VOYIADJIS, GEORGE Z. (1999). **Computational model for the simulation of the shield tunneling process in cohesive soils.** Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech, Vol.23, pp. 23-44.

ADDENBROOKE, T. I.; POTTS, D. M. (2001). **Twin tunnel interaction: surface and sub-surface effects.** The International Journal of Geotechnique, Vol.1, pp. 249-271.

AUGARDE, C. E.; BURD, H. J. (2001). **Three-dimensional finite element analysis of lined tunnels.** Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech, Vol.25, pp. 243-262.

AZEVEDO, R.; PARREIRA, A.; ZOMBERG, J.; ASCE, M. (2002). **Numerical analysis of a tunnel in residual soils.** Journal of Geotechnical and geoenvironmental engineering. Vol.52, pp. 243-257.

BEER, G.; WATSON, J. O.; SWOBODA, G. (1987). **Three-dimensional analysis of tunnels using infinite boundary elements.** Computers and Geotechnics, Vol.3, pp. 37-58.

BEER, G.; SWOBODA, G. (1985). **On the efficient analysis of shallow tunnels.** Computers and Geotechnics, Vol.1, pp. 15-31.

BERNAT, S.; CAMBOU, B. (1998). **Soil-structure interaction in shield tunnelling in soft soil.** Computers and Geotechnics, Vol.22, pp. 221-242.

BIENIAWSKI, Z. T. (1989). **Engineering Rock Mass Classifications**. New York, John Wiley & Sons, 251 p.

BISHOP, A.W. (1966). **The strenght of soils as engineering materials**. Geotechnique, Vol 16, pp. 91-128.

BLAND, D. R. (1957). **The associated flow rule of plasticity**. Journal of Mech. And Phys. Of Solids, Vol. 6, pp. 91-128

BOLDINI, D.; LACKNER, R.; MANG, H.; ASCE, F. (2005). **Ground-shotcrete interaction of NATM tunnel with high overburden**. Journal of Geotechnical and geoenvironmental engineering. Vol.52, pp. 243-257.

BUHAN, P.; CUVILLIER, A.; DORMIEUX, L.; MAGHOUS, S. (1999). **Face stability of shallow circular tunnels driven under the water table: a numerical analysis**. Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech, Vol.23, pp. 79-95.

BURLAND, J. B. (1969). **Discussion to session 2**. Proc. 7th Int. Conf. on Soil Mech. And Found. Eng., Vol.3, pp. 248-250.

CAMPANHÃ, C. A. (1994). Manual NATM. Manual Técnico Figueiredo Ferraz/CBPO. 111p.

CHEN, L. T.; MEMBER; ASCE; POULOS H. G.; FELLOW; ASCE; LOGANATHAN, N. (1999). **Pile responses causedby tunnelling**. Journal of Geotechnical and geoenvironmental engineering. Vol.52, pp. 243-257.

CHEN, W. F. (1975). **Limit Analysis and Soil Plasticity**. Elsevier Scient. Publ. Co., Amsterdam, Vol. 7, 1975, 638 p.

CHRISTIAN, J. T.; DESAI, C. S. (1977). **Constitutive laws for geologic media. Numerical Methods in geotechnical engineering.** McGraw-Hill Book Company, New York, USA, pp. 65-115.

DESAI, C. S.; SIRIWARDANE (1984). **Constitutive laws for engineering materials with emphasis on geological materials.** Prentice-Hall, New Jersey, USA, 468 p.

DIAS, D.; KASTNER, R.; MAGHAZI, M.. (2000). **Three dimensional simulation of slurry shield tunneling.** Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground. Balkema, pp. 351–356.

DING, W. Q.; YUE, Z. Q.; THAM, L. G.; ZHU, H. H.; LEE, C. F.; HASHIMOTO, T. (2004). **Analysis of shield tunnel.** Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech, Vol.28, pp. 57-91.

DRUCKER, D.C.; PRAGER, W. (1952). **Soil Mechanics and Plasticity Analysis on Limit Design.** Quaterly of Appl. Math, Vol. 10, pp. 157-165.

DUNCAN, J. M.; CHANG, C. Y. (1970). **Nonlinear analysis of stress and strain in soil.** ASCE J. of the Soil Mech. And Found. Div., Vol. 96, pp. 1629-1653.

EISENSTEIN, Z; HEINZ, H.;NEGRO Jr.,A. (1984). **On Three-dimensional response to tunnelling.** Proc. Geotech' 84, ASCE, pp. 107-127.

FARIAS, M. M.; JÚNIOR, A. H. M.; ASSIS, A. P. (2004). **Displacement control in tunnels excavated by the NATM: 3-D numerical simulations.** Tunnelling and underground space technology, Vol.19, pp. 283-293.

FINNO, R. J.; CLOUGH, G.W. (1985). **Evaluation of soil response to EPB shield tunneling.** Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 111, pp 155–173.

FRANZIUS, J.; POTTS, D. M.; BURLAND, J. B. (2005). **The influence of soil anisotropy and K_0 on ground surface movements resulting from tunnel excavation.** Geotechnique, Vol.55, pp. 189-199.

FRANZIUS, J. N.; POTTS, D. M. (2005). **Influence of mesh geometry on three-dimensional finite-element analysis of tunnel excavation.** International Journal of Geomechanics. Vol.52, pp. 243-257.

GALLI, G.; GRIMALDI, A.; LEONARDI, A. (2004). **Three-dimensional modeling of tunnel excavation and lining.** Computers and Geotechnics, Vol.31, pp. 171-183.

GHABOUSSEI, J.; GIODA, G. (1977). **On the time-dependent effects in advancing tunnels.** Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech, Vol.1, pp. 249-269.

GIODA, G.; LOCATELLI, L. (1999). **Back analysis of the measurements performed during the excavation of a shallow tunnel in sand.** Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech, Vol.23, pp. 1407-1425.

GIODA, G.; SWOBODA, G. (1999). **Developments and applications of the numerical analysis of tunnels in continuous media.** Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech, Vol.23, pp. 1393-1405.

GITIRANA Jr., G. (1999). **Modelagem numérica do Comportamento de Solos Não-Saturados Considerando Modelos Elásticos e de Estados Críticos.** Dissertação de Mestrado, Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Brasília, 128 p.

GOODMAN, R.E. (1989). **Introduction to rock mechanics.** John Wiley & Sons. New York, USA, 562 p.

GUO, C.; NGUYEN-MINH, D.; BRAHAN, S. (1994). **Steady finite element method for analysis of advancing tunnels under non-uniform loading**. Proc. 3rd European Conf. on Numerical Methods in Geotechnical Engineering, pp. 209-213.

HELLMICH, C.; MANG, H.; ULM, F. (2001). **Hybrid method for quantification of stress states in shotcrete tunnel shells: combination of 3D in situ displacement measurements and thermochemoplastic material law**. Computers and Geotechnics, Vol.79, pp. 2103-2115.

HELLMICH, C.; SERCOMBE, J.; ULM, F., MANG, H. (2000). **Modeling pf early-age creep of shotcrete. II: application to tunnelling**. Journal of Engineering mechanics. Vol.52, pp. 243-257.

HOEK, E.; BROWN, E. T. (1980). **Underground Excavations in Rock**. Institution of Mining and Metallurgy, London, 527 p.

JENCK, O.; DIAS, D. (2004). **3D-finite analysis of the interaction between concrete building and shallow tunnelling**. Geotechnique, Vol.54, pp. 519-528.

KARAKUS, M; FOWELL, R. J. (2005). **Back analysis for tunneling induced ground movements and stress redistribution**. Tunnelling and underground space technology, Vol.21, pp. 514-524.

KARAKUS, M; FOWELL, R. J. (2005). **Effects of different tunnel face advance excavation on the settlement by FEM**. Tunnelling and underground space technology, Vol.18, pp. 513-523.

KALKANI, E. C. (1991). **Stress analysis and hoop reinforcement for a tailrace tunnel concrete lining**. Computers and Geotechnics, Vol.39, pp. 63-72.

KASPER, T.; MESCHKE, G. (2004). **On the influence of face pressure, grouting pressure and TBM design in soft ground tunneling**. Tunnelling and underground space technology, Vol.21, pp. 160-171.

KASPER, T.; MESCHKE, G. (2004). **A 3D finite element simulation model for TBM tunneling in soft ground.** Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech, Vol.28, pp. 1441-1460.

KHANOJOJA, A. S.; CHANDRA, S.; NAYAK, G. C., SINGH, BHAWANI (1985). **Analysis of a typical shaped tunnel lining by finite element method.** Computers and Geotechnics, Vol.21, pp. 1079-1084.

KLAR, A.; VORSTER, T. E. B.; SOGA, K.; MAIR, R. J. (2005). **Soil-pipe interaction due to tunnelling: comparison between Winkler and elastic continuum solutions.** Geotechnique, Vol.55, pp. 461-466.

KOMIYA, K.; SOGA, K.; AKAGI, H.; HAGIWARA, T.; BOLTON, M.D. (1999). **Finite element modelling of excavation and advancement processes of a shield tunnelling machine.** Soils and Foundations, Vol. 39, pp 37–52.

KOMIYA, K.; SOGA, K.; AKAGI, H.; JAFARI, M. R.; BOLTON, M. D. (2001). **Soil consolidation associated with grouting during shield tunneling in soft clayey ground.** Geotechnique, Vol.51, pp. 835-846.

KONDNER, R. L. (1963). **Hiperbolic stress-strain response: cohesive soils.** Asce, SMI, Vol. 82, pp.115-143.

KONDNER, R. L.; ZELASKO, J. S. (1963). **A hyperbolic stresss strain formulation for sands.** Proc. 2nd Pan. Am. ICOSFE Brazil 1, pp. 289-394.

LADE, P. V. (1977). **Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces.** Int. Jnl. Solids Struct., Vol. 13,pp. 1019-1035.

LADE, P. V.; DUNCAN, J. M. (1975). **Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil.** Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol.102, pp. 51-68.

LAMPMAN, L. E.; TWIGG, D. W.; CROWELL, D. A. (1985). **Use of adina for nonlinear, three-dimensional analysis of intersecting tunnels in a rock medium.** Computers and Geotechnics, Vol.21, pp. 179-188.

LANGER, F.; STOCKMANN, K. (1985). **Stability analysis of tunnels using the program adina.** Computers and Geotechnics, Vol.21, pp. 341-351.

LEROUÉIL, S.; VAUGHAN, P. R. **The general an congruent effects of structure in natural soils and weak rocks.** Geotechnique, Vol.40, pp. 467-488.

LEE, GORDON T. K.; NG, CHARLES W. W.; ASCE, M. (2005). **Effects of advancing open face tunnelling on an existing loaded pile.** Geotechnique, Vol.52, pp. 243-257.

LEE, K. M.; ROWE, R. K. (1990). **Finite element modeling of the three-dimensional ground deformations due to tunneling in soft cohesive soils: part I – method of analysis.** Computers and Geotechnics, Vol.10, pp. 87-109.

LEI, X. Y.; SWOBODA, G.; ZENZ, G. (1995). **Application of contact-friction interface element to tunnel excavation in faulted rock.** Computers and Geotechnics, Vol.17, pp. 349-370.

LIONÇO, A. (1999). **Distribuição de tensões e deslocamentos em obras subterrâneas considerando modelos elásticos não lineares.** Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Brasília, 178 p.

LUNARDI, P. (1995). **Progetto e costruzione de túneis segundo o método baseado nas analyses das deformações controladas nas rochas e nos solos.** Progetto e Construzione Di Gallerie Secondo il Método Basato Sull'Analisi Delle deformazioni Controllate Nelle Rocce e Nei Suoli, 32p.

MANSOUR, M. A. M. (1996). **Three-dimensional numerical modelling of hydroshield tunnelling.** Ph.D. Thesis, University of Innsbruck.

MASSAD, F. (1974). **Características geotécnicas das argilas porosas vermelhas de São Paulo**. Anais do V Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos, São Paulo, 1974, Vol. 2, pp. 131-144.

MATSUOKA, H.; NAKAI. (1974). **Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses**. Proc. Jap. Soc. Civ. Eng., Vol. 232, pp. 59-70.

MAYNAR, M.; RODRIGUEZ, L. (2005). **Discrete numerical model for analysis of earth pressure balance tunnel excavation**. Journal of Geotechnical and geoenvironmental engineering. Vol.52, pp. 243-257.

MEGUID, M. A.; ROWE, R. K.; LO, K. Y. (2002). **3D effects of surface construction over existing subway tunnels**. The International Journal of Geomechanics, Vol. 2, pp. 447-469.

MELIS, M.; MEDINA, L.; RODRIGUEZ, J. M. (2002). **Prediction and analysis of subsidence induced by shield tunnelling in the Madrid metro extension**. Canadian Geotechnical Journal, Vol. 39, pp 1273–1287.

MROUEH, H.; SHAHROUR, I. (2002). **Three-dimensional finite element analysis of the interaction between tunnelling and pile foundations**. Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech, Vol.26, pp. 217-230.

MROUEH, H.; SHAHROUR, I. (2003). **A full 3-D finite analysis of tunneling-adjacent structures interaction**. Computers and Geotechnics, Vol.30, pp. 245-253.

NADER, J. J. (1993). **Modelos elasto-plásticos para solos**. Dissertação de mestrado, Escola Politécnica da USP, 99p.

NAYLOR, D. J.; PANDE, G. N.; SIMPSON, B.; TABB, R (1981). **Finite Elements in Geotechnical Engineering**. Pineridge Press, Swansea. U.K., 245 p.

NEGRO, A.; QUEIROZ, P. I. B. (2000). **Prediction and performance: a review of numerical analyses for tunnels.** Proc. Of the symposium on geotechnical aspects of underground construction in soft ground , pp. 401-418.

NG, C. W. W.; LEE, G. T. K. (2002). **A three-dimensional parametric study of the use of soil nails for stabilising tunnel faces.** Computers and Geotechnics, Vol.29, pp. 673-697.

NICOLINI, E.; NOVA, R. (2000). **Modelling of a tunnel excavation in a non-cohesive soil improved with cement mix injections.** Computers and Geotechnics, Vol.27, pp. 249-272.

OETTL, G.; STARK, R. F. (1998). **A comparison of elastic-plastic soil models for 2D FE analyses of tunnelling.** Computers and Geotechnics, Vol.23, pp. 19-38.

OHNISHI, Y.; KISHIMOTO, H.; NISHIGAKI, Y.; TANAKA, Y. (1982). **Analysis of advancing tunnel by 2-dimensional FEM.** Proc. 4th Int. Conf. On Numerical Methods in Geotechnical Engineering, pp. 209-213.

PACHER, F. (1964). **Measurements of deformations in a test gallery as a means of investigating the behaviour of the rock mass and specifying lining requirements.** Rock Mechanics and Engineering Geology, Suppl. I, pp. 149-161.

PAN, X. D.; HUDSON, J. A. (1988). **Plane strain analysis in modeling three-dimensional tunnel excavations.** Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr, Vol.25, pp. 331-337.

PANET, M.; GUENOT, A. (1982). **Analysis of convergence behind the face of a tunnel.** Tunnelling '82., pp. 197-204.

PANET, M.; GUELLEC, P. (1979). **Contribution a l'etude du soutènement d'un tunnel a l'arrière du front de taille.** Proc. 3rd Int. Conf. Rock Mechanics, pp. 1163-1168.

PARREIRA, A. B. (1991). **Análise de túneis rasos em solo – o túnel mineiro paraíso da linha paulista do metropolitano da cidade de São Paulo**. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, Vol.1 e Vol.2, 298p.

PEDROSO, D. M. (2002). **Modelos Elasto-Plásticos para Solos Argilosos: Capacidade de Previsão de Comportamento e Integração da Relação Cosntitutiva**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Brasília, 171 p.

PICHLER, C.; LACKNER, R.; SPIRA, Y.; MANG, H. A.; ASCE, F. (2003). **Thermo-chemomechanical assessment of ground improvement by jet grouting in tunnelling**. Journal of engineering mechanics. Vol.52, pp. 243-257.

PINTO, C. S. (2000). **Curso básico de mecânica dos solos**. Oficina de textos, 247p.

PLAXIS BV (2001). **Plaxis Material Models Manual**. A. A. Balkema Publishers, 226p.

PÖTTLER, R. (1990). **Time-dependent rock – shotcrete interaction a numerical shortcut**. Computers and Geotechnics, Vol.9, pp. 149-169.

POTTS, DAVID M.; ZDRAVKOVIC, LIDIJA. (1999). **Finite element analysis in geotechnical engineering theory**. Imperial College of Science, Tchnology and Medicine, Thomas Telford Pub., 439p.

RANKIN, W. J. (1988). **Ground movements resulting from urban tunnelling: predictions and effects**. Eng. Geol. Of Underground Movements.

RANKEN, R. E.; GHABOUSSI, J. (1975). **Tunnel design considerations: analysis of stresses and deformations around advancing tunnels**. Report UILU-ENG75-2016 (NTIS-National Technical Information Service), U.S. Department of Commerce, Springfield.

REYES, S. F.; DEERE, D. U. (1966). **Elastic-plastic analysis of underground openings by the finite element method**. Proc. Ist. Symp. ISRM., pp. 477-483.

ROA, F. R. (2002). **Ground subsidence due to a shallow tunnel in dense sandy gravel.** Journal of geoenvironmental engineering, Vol. 128, pp 426-434

ROCHA, M. (1971). **Mecânica das Rochas.** LNEC, Lisboa, Vol. 1, 276 p.

ROSCOE, K. H.; BURLAND, J. B. (1968). **On the generalized stress-strain behavior of “wet” clay.** Engineering Plasticity, Cambridge University Press, pp. 535-609.

ROSCOE, K. H.; SCHOFIELD, A. N.; THURAIRAJAH, A. (1963). **Yielding of clays in states wetter than critical.** Géotechnique, Vol.13, pp. 211-240.

ROWE, P. W. (1962). **The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact.** Proc. Roy. Soc. A., pp. 500-527.

SAUER, G. (1988). **When an invention is something new: from practice to theory in tunneling.** Institute of Mining and Metallurgy, London, Vol. 97, A, pp. 94-108.

SEED, H. B.; DUNCAN, J. M.; IDRIS, I. M. (1975). **Criteria and methods for static and dynamic analysis of earth dams.** Int. Symp. Criteria and assumptions for numerical analysis of dams, pp. 564-588.

SCHANZ, T.; VERMEER, P. A. (1996). **Angles of friction and dilatancy of sand.** Géotechnique, Vol. 46, pp. 145-151.

SCHOFIELD, A. N.; WROTH, C. P. (1968). **Critical state soil mechanics.** McGraw-Hill.

SCHROEDER, F. C.; POTTS, D. M.; ADDENBROOKE, T. I. (2004). **The influence of pile group loading on existing tunnels.** Geotechnique, Vol.54, pp. 351-362.

SHAHROUR, I.; GHORBANBEIGI, S. (1996). **Analyse tridimensionnelle du comportement des tunnels dans des terrains meubles.** Revue Française de Géotechnique, pp. 17-24.

SHIN, J. H.; POTTS, D. M.; ZDRAVKOVIC, L. (2002). **Three-dimensional modelling of NATM tunneling in decomposed granite soil.** Geotechnique, Vol.52, pp. 187-200.

SLOAN, S. W.; ASSADI, A. (1991). **Undrained stability of a square tunnel in a soil whose strength increases linearly with depth.** Computers and Geotechnics, Vol.12, pp. 321-346.

SOUZA, J. N. V. A (1998). **Túneis em Maciços Terrosos. Comportamento e Modelação Numérica.** Tese de Doutorado, Universidade de Coimbra, 623 p.

SUGIMOTO, M.; SRAMOON, A.; ASCE, M. (2002). **Theoretical model of shield behavior during excavation. I: theory.** Journal of Geotechnical and geoenvironmental engineering. Vol.52, pp. 243-257.

VAN DIJK, B.; KAALBERG, F. J. (1998). **3-D geotechnical model for the North/Southline in Amsterdam.** In: Cividini, A. (Ed.), **Application of numerical methods to geotechnical problems.** Springer, Wien, pp. 739–750.

VERMEER, P. A.; BRINKGREVE, R. B. J. (1998). **Finite element code for soil and rock.** Balkema.

WINKLER, B.; HOFSTETTER, G.; LEHAR, H. (2004). **Application of a constitutive model for concrete to the analysis of a precast segmental tunnel lining.** Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech, Vol.28, pp. 797-819.

WISSER, C.; AUGARDE, C. E.; BURD, H. J. (2005). **Numerical modeling of compesation grouting above shallow tunnels.** Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech, Vol.29, pp. 443-471.

WONG, R. C. K.; KAISER, P. K. (1991). **Performance assessment of tunnels in cohesionless soils.** Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 112, N° 12, pp. 1880-1901.

YOO, C. (2002). **Finite-element analysis of tunnel face reinforced by longitudinal pipes.** Computers and Geotechnics, Vol.29, pp. 73-94.

ZDRAVIKOVI, L.; POTTS, D. M.; JOHN, H. D. ST. (2005). **Modelling of a 3D excavation in finite element analysis.** Geotechnique, Vol.55, pp. 497-513.