THIAGO FELIPE MEDEIROS PEREIRA

**Modelagem computacional para análise de forças de contato na
interação roda-trilho**

São Paulo

2018

THIAGO FELIPE MEDEIROS PEREIRA

**Modelagem computacional para análise de forças de contato na
interação roda-trilho**

**São Paulo
2018**

THIAGO FELIPE MEDEIROS PEREIRA

**Modelagem computacional para análise de forças de contato na
interação roda-trilho**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências.

Área de Concentração:
Engenharia Geotécnica

Orientador: Prof. Dr. Alfredo Gay Neto

**São Paulo
2018**

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Pereira, Thiago Felipe Medeiros

Modelagem computacional para análise de forças de contato na interação roda-trilho / T. F. M. Pereira -- versão corr. -- São Paulo, 2018.

78 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.Ferrovias 2.Elementos Finitos I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Alfredo Gay Neto, pela orientação e pelo constante estímulo durante todo o trabalho. A Ilona B. Schiffer e ao Henrique S. Cremm, ex-colegas de trabalho, pelo incentivo, ensinamentos e por me darem a oportunidade de iniciar este processo. Ao André B. Horta que me manteve motivado durante todo o período do mestrado. À minha família que me deu todo o apoio nesta etapa. E aos amigos e todos que colaboraram direta ou indiretamente, na execução deste trabalho.

RESUMO

As ferrovias, muito importantes para o transporte de pessoas e mercadorias, são também grandes fontes de ruído e vibração no meio urbano e rural. Os esforços dinâmicos devido ao contato aço-aço, entre as rodas e trilhos, são transmitidos à fundação da via e geram ondas vibratórias que se propagam pelo solo até atingir um receptor. Devido aos potenciais danos causados por essas excitações, modelos matemáticos capazes de prever e realizar a propagação das vibrações são de grande importância, podendo nortear ações mitigatórias. Neste contexto, este trabalho propõe a criação de um modelo numérico, utilizando-se de dinâmica multicorpos imerso em um ambiente de elementos finitos com não linearidade geométrica, que procure representar a interação dinâmica no sistema veículo-via e que permita analisar o comportamento das forças de contato roda-trilho. Tal modelo é utilizado com o objetivo de analisar e compreender como as forças dinâmicas de contato são influenciadas pelas características do veículo e da via. Alguns estudos sequenciais foram realizados. Iniciou-se com a avaliação do comportamento do veículo ao trafegar em uma superfície plana. Sequencialmente, considerou-se o veículo trafegando sobre modelos de vigas rígidas, representando os trilhos. Neste caso foram estudados cenários de rolamento e deslizamento. Posteriormente, o valor de uma rigidez equivalente da via foi avaliado por meio de um modelo estrutural e incorporado em um estudo para análise das forças de impacto das rodas ao passarem sobre descontinuidades em trilhos. Os resultados deste trabalho podem ser utilizados como dados de entrada para futuros modelos para previsão de propagação de ondas no solo devido às cargas ferroviárias.

Palavras-chave: Ferrovia. Elementos Finitos. Multicorpos. Contato. Vibração.

ABSTRACT

Railways are important to freight and people transportation but are also one of the greatest sources of vibration in urban and rural environments. Dynamic loads are generated in steel-steel contact between wheels and rails and are transferred to foundation. They generate oscillatory waves that propagate through the ground, until finding a receptor. Potential damage due to ground borne vibration has increased the importance of predicting and calculating wave propagation with the aid of computational models, serving as guidelines for mitigating actions. On this context, the present work proposes a numerical model, adopting a multibody rigid-flexible dynamics formulation, based on a nonlinear geometrically-exact finite element description. The aim is to represent the dynamic interaction between the vehicle and the railway, permitting one to analyze wheel-rail contact forces. The model represents the dynamic interaction between vehicle and track and allows one to analyze how the dynamic contact forces are influenced by vehicle and railway characteristics. Some sequential studies were performed, starting from the evaluation of a vehicle running on a plane surface. Next, the scenario of a vehicle running on rigid beams representing the rails was simulated. In this case both sliding and sticking scenarios of contact were considered. Then, the value of an equivalent track stiffness was obtained by a structural model. It was taken as input to another study, which analyzed impact forces between wheels and rails when the vehicle experiences the passage by a discontinuity on the track. The results of the present work may be useful as input data for future prediction models of ground borne vibration due to railway dynamic forces.

Keywords: Railway. Finite Elements. Multibody. Contact. Vibration.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diferentes tipos de veículos ferroviários	15
Figura 2 – Diferentes tipos de via permanente	16
Figura 3 – Perfil de trilho Vignole	17
Figura 5 – Dormentes de a) Madeira; b) Plástico; c) Concreto Protendido; e d) Aço	18
Figura 6 – Movimento de Lacete	20
Figura 7 – Conicidade das rodas em trechos curvos.....	20
Figura 8 – Área de contato elíptica entre roda e trilho.....	21
Figura 9 – Diferentes tipos de ondas a) Ondas P; b) Ondas S; c) Ondas Rayleigh; d) Ondas Love.....	24
Figura 10 – Propagação de ondas no solo geradas por uma fonte na superfície	24
Figura 11 – Fluxograma para análise de contato roda-trilho para reprodução da dinâmica de um veículo ferroviário	29
Figura 12 – Modelo de veículo com massas discretas com molas e amortecedores	30
Figura 14 – Modelo de via como viga continuamente apoiada em fundação elástica	31
Figura 15 – Modelo de via com trilhos apoiados discretamente.....	31
Figura 16 – Problema simples de não-linearidade geométrica.....	34
Figura 17 – a) viga sem contato com o suporte; b) viga em contato com o suporte..	35
Figura 18 – Efeitos da palmilha de trilho no módulo do sistema	37
Figura 19 – representação simplificada de modelo de contato.....	39
Figura 20 – Exemplo da descrição da técnica <i>master-slave</i>	42
Figura 21 – Exemplo da descrição da técnica <i>master-master</i>	42
Figura 22 – Exemplo de aplicação da técnica de tratamento de contato <i>master- master</i> aplicado para interação roda-trilho	43
Figura 23 – Hinge Joint a) Concepção; b) Aplicado em modelo	45
Figura 24 – Elemento de mola e amortecedor.....	47
Figura 25 – Conceito do truque modelado	49
Figura 26 – Modelo do veículo	50
Figura 27 – Sistema simplificado da suspensão.	51
Figura 28 – Deslocamento vertical da viga	51
Figura 29 – Malha de nós e elementos do modelo da via permanente	52

Figura 30 – Modelo da Via Permanente a) Vista lateral em projeção paralela; b) Vista frontal em projeção paralela; c) Vista frontal em projeção cilíndrica.....	53
Figura 31 – Exemplo do sistema de molas em paralelo e molas com rigidez equivalente.....	54
Figura 33 – a) Curvatura de uma seção transversal superelíptica ao longo de uma coordenada angular θ , para $n = 4$; b) Definição da coordenada angular...	55
Figura 34 – Modelo do sistema veículo-via	56
Figura 35 – Descontinuidade nos trilhos.....	56
Figura 36 – Nós monitorados na simulação	58
Figura 37 – Deslocamento vertical dos nós S e P durante a análise estática.....	58
Figura 38 – Distribuição da aplicação do torque no tempo.....	59
Figura 39 – a) Distância percorrida b) Velocidade; c) Aceleração	60
Figura 40 – Forças de contato a) Forças normais; b) Forças longitudinais.....	61
Figura 42 – Forças de contato normais e longitudinais.....	61
Figura 43 – Variação do torque no tempo para os casos s1-s2 (sem deslizamento) e s3-s4 (com deslizamento)	62
Figura 44 – Velocidade angular a) Sem deslizamento (s1-s2); b) Com deslizamento (s3-s4).....	63
Figura 45 – Velocidade de tráfego do veículo.....	63
Figura 46 – Forças de contato para os casos sem deslizamento a) Eixos flexíveis (s1); b) Eixos rígidos (s2)	64
Figura 47 – Forças de contato para os casos com deslizamento a) Eixos flexíveis (s3); b) Eixos rígidos (s4)	65
Figura 48 – Forças de fricção para os casos sem deslizamento a) Eixos flexíveis (s1); b) Eixos rígidos (s2)	66
Figura 49 – Forças de fricção para os casos com deslizamento a) Eixos flexíveis (s1); b) Eixos rígidos (s2)	66
Figura 50 – Distribuição das forças aplicadas	67
Figura 51 – Rigidez da via em diferentes posições na via.....	67
Figura 52 – Fator Dinâmico de Impacto vs. Tempo, considerando a via com rigidez determinada: a) 20 km/h; b) 60 km/h; e c) 100km/h	69
Figura 53 – Fator Dinâmico de Impacto vs. Tempo, considerando a via com a metade da rigidez calculada: a) 20 km/h; b) 60 km/h; e c) 100km/h	70

Figura 54 – Fator Dinâmico de Impacto vs. Tempo, considerando a via com o dobro da rigidez calculada: a) 20 km/h; b) 60 km/h; e c) 100km/h.....	71
Figura 55 – Influência da rigidez da via no pico do fator dinâmico de impacto para cada caso estudado a) Rigidez de referência (calculada); b) Metade da rigidez calculada (via menos rígida); e c) Dobro da rigidez calculada (via mais rígida)	72

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Elementos do modelo	50
Tabela 2 – Características do modelo da via permanente	53
Tabela 4 – Estudos de caso.....	62

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	Transporte Ferroviário	14
1.2	Materiais Rodantes	14
1.3	Via Permanente	15
1.3.1	<i>Trilhos</i>	16
1.3.2	<i>Dormentes</i>	17
1.3.3	<i>Lastro e sublastro</i>	18
1.3.4	<i>Infraestrutura</i>	19
1.4	Interface roda-trilho	19
1.5	Solicitações dinâmicas nas Vias	21
1.6	Tipos e características das ondas de vibração.....	22
1.6.1	<i>Métodos de mitigação</i>	26
2	OBJETIVO.....	28
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	29
3.1	Modelos de análises dinâmicas ferroviárias	29
3.2	Modelagem de vibrações no solo.....	32
3.3	Análises Não-Lineares	32
3.3.1	<i>Não-linearidade geométrica</i>	33
3.3.2	<i>Não-linearidade por contato</i>	34
3.4	Rigidez da via permanente.....	35
3.5	Modelos de contato	37
3.6	Tratamento do contato em modelos baseados em elementos finitos ..	40
4	METODOLOGIA.....	44
4.1	<i>Giraffe</i>	44
4.2	Juntas/Uniãos	45
4.3	Elementos de molas e amortecedores.....	47
4.4	Modelagem do veículo	48
4.5	Modelagem da via permanente.....	52
4.6	Modelagem do sistema veículo-via	54
5	SIMULAÇÕES E RESULTADOS	57
5.1	Simulação estática e dinâmica do veículo	57
5.2	Simulação dinâmica do sistema veículo-via aplicando modelo <i>master-master</i> com e sem derrapagem	62
5.3	Simulação estática da via permanente	66
5.4	Simulação dinâmica do sistema veículo-via apresentando descontinuidades nos trilhos e considerando a influência da rigidez da via.....	68
6	CONCLUSÕES	73
6.1	Trabalhos futuros	73
	REFERÊNCIAS.....	74
	ANEXO I – Arquivos de entrada do <i>Giraffe</i>	Erro! Indicador não definido.

1 INTRODUÇÃO

Na década de 1850 foi construída a primeira ferrovia no Brasil, relativamente pouco tempo após o início do desenvolvimento deste modal de transporte, em 1814, na Inglaterra para possibilitar o aumento de volume de transporte das mercadorias produzidas, desde então, em larga escala graças à Revolução Industrial [1]. Com o desenvolvimento das tecnologias industriais veio, consequentemente, o desenvolvimento do transporte ferroviário. E seguindo a lógica de desenvolvimento do mercado mundial, tornou-se fundamental a implantação de infraestruturas que possibilitassem o transporte mais eficiente e eficaz de insumos, mercadorias e pessoas. Segundo Nabais, o Brasil atingiu seu auge em extensão de ferrovias em 1958 chegando a quase 38 mil quilômetros [2]. Porém devido à falta de investimentos e priorização do transporte rodoviário fez-se com que a rede ferroviária fosse muito reduzida. Hoje, algumas destas vias são operadas, principalmente, por meio de concessões à iniciativa privada. Outras por empresas públicas estaduais ou federais. Dados mais recentes, do Ministério dos Transportes [3], mostram que a malha operacional brasileira atual é de pouco mais de 28 mil quilômetros, grande parte em estado de conservação precário.

O avanço ferroviário pode ter sido freado há anos, porém hoje ainda se retomam discussões para que os investimentos neste modal sejam resgatados, já que mostra grandes benefícios econômicos e ecológicos, principalmente quando se consideram médias e grandes distâncias. O custo de implantação é alto, se comparado à implantação de uma rodovia, porém os custos de transporte e manutenção são muito reduzidos durante a vida útil do sistema. E ainda é um dos meios mais seguro para transporte de cargas e pessoas, visto que as possibilidades de acidentes são proporcionalmente muito reduzidas [2].

Tendo em vista a nova fase de expansões das ferrovias no país, deve-se lembrar que muitas delas estarão próximas ou inseridas em áreas urbanas, as quais sofrem mudanças constantemente aumentando as possibilidades de as novas estradas de ferro se tornarem incômodas, ou até mesmo danosas, em consequência da intensa geração de ruídos e vibrações na passagem dos veículos. Conforme esclarece Bahrekazemi [4], mesmo que as vibrações geradas não causem sempre

danos sérios às estruturas de edificações, elas podem causar imenso desconforto aos vizinhos e danificar equipamentos sensíveis.

As ferrovias modernas visam cada vez mais o aumento da capacidade de carga e velocidade de tráfego e diminuição do intervalo entre trens na operação, fatores os quais influenciam diretamente na propagação de vibração ocorrida por conta do contato entre as rodas de aço do material rodante e os trilhos, também de aço, durante a interação dinâmica entre o veículo e a via. Com isto as características das vias devem ser aprimoradas para que estes objetivos sejam cumpridos e que resulte em menor impacto possível ao entorno. Ou seja, operações mais eficientes exigem atenção ainda maior na construção e manutenção das vias para evitar desconfortos à população e, conseqüentemente, reduzir custos com problemas relacionados às irregularidades jurídicas.

As vibrações podem se manifestar, essencialmente, de duas maneiras. A primeira quando é possível senti-la e o efeito é agravado por ressonância nos pisos de edificações. A segunda inclui transmissão de ruídos e perturbações de fixações e acessórios [5]. Muitas pesquisas do setor ferroviário, atualmente, têm sido direcionadas à mitigação destas vibrações. Algumas propostas consideram sistemas massa-mola, para vias em laje, outras em escavação de trincheiras laterais às vias em nível para impedir passagem das ondas [6], ainda posicionamento de grandes massas próximas da ferrovia [7] ou até melhoramento do solo [8]. Contudo há muitos fatores a serem contemplados, tais como o tipo de operação, velocidade de tráfego, carga por eixo, tipo da via permanente, infraestrutura e entorno.

Em um recente trabalho, Connolly et al. [9] realizaram análises de mais de 1500 dados medidos de vibrações e concluiu-se que, além da velocidade de tráfego dos veículos, as características e propriedades dos diferentes tipos de solo foram fatores significantes nos níveis de vibração.

Além das considerações acima, outros fatores que agravam os efeitos das vibrações são as condições da via. Vias com irregularidades (desnivelamentos, empenos, imperfeições nos trilhos) e/ou descontinuidades (juntas e aparelhos de mudança de via) fazem com que haja impacto das rodas nos trilhos e esta energia seja transmitida ao solo gerando ondas de vibração mais intensas. Estes aspectos são a principal motivação para criação de ferramentas capazes de prever o comportamento dinâmico do sistema ferroviário para quantificar os esforços e transmissibilidade das perturbações.

A seguir são apresentadas algumas terminologias e características do transporte ferroviário.

1.1 Transporte Ferroviário

Segundo Nabais [2], ferrovia é um sistema de transporte terrestre, autoguiado, onde os veículos trafegam sobre duas vigas contínuas. Estas vigas são apoiadas em vigas transversais com espaçamento constante (dormentes) e repousam sobre um colchão de material granular, com características elásticas e amortecedoras, que, por sua vez, transmite as pressões ao solo.

A ferrovia pode ser dividida em dois subsistemas, o dos materiais rodantes, que engloba todos os veículos, tanto os motores quanto os rebocados, e o da via permanente, composto pela superestrutura e a infraestrutura. Nos trabalhos de Krylov [10] e Krylov e Ferguson [11] é apresentada e desenvolvida a teoria da geração de vibrações no solo pela passagem dos trens devido à pressão quase estática das rodas no sistema via-solo, a qual conclui que as características físicas da via permanente são fatores de influência no espectro de vibrações. Os veículos possuem características diversas e comportamento dinâmico complexo, pois possuem movimentos longitudinais, transversais e verticais que são influenciados, principalmente, pelas condições da via.

Muitos estudos na área ferroviária vêm sendo desenvolvidos, visando sempre tornar este modal ainda mais eficiente. Ou seja, aumentar a capacidade de carga, permitir tráfego mais veloz dos veículos, garantir conforto dos passageiros e, não menos importante, evitar transtornos à população lindeira.

Este tipo de transporte possui características que o tornam econômica e ecologicamente eficiente, mas ainda possui seus reveses, e um deles é a excessiva propagação de vibrações devido à passagem dos veículos.

1.2 Materiais Rodantes

Os veículos que trafegam sobre os trilhos são divididos em veículos de tração, os quais possuem motores que permitem movimentação própria, sendo estes as locomotivas e carros motores dos TUE's (Trem Unidade Elétrico) de transporte de

passageiros; e os veículos rebocados, os quais se movimentam apenas quando acoplados a um veículo de tração, são os vagões e os carros reboques dos TUE's.

Os veículos ferroviários possuem diversas formas e características, alguns estão representados na Figura 1.

Figura 1 – Diferentes tipos de veículos ferroviários

Fonte: Adaptado de https://www.123rf.com/photo_20043455_retro-steam-lokomotive-cargo-and-passenger-waggon.html

Para suprir as necessidades operacionais, os veículos, ao longo dos anos, foram aprimorados para elevarem constantemente as suas capacidades de carga e suas velocidades de tráfego. Segundo informações do ministério dos transportes [3], até a década de 1970, os vagões mais pesados no Brasil eram de 25 t/eixo. Atualmente as cargas transportadas atingem 37,5 t/eixo. Quanto às velocidades, os veículos ferroviários no Brasil não ultrapassam a velocidade de 100km/h, porém em algumas regiões do mundo as velocidades dos veículos superam os 350 km/h.

1.3 Via Permanente

A via permanente é composta basicamente pelos trilhos, dormentes, lastro, sublastro e infraestrutura, quando considerado o modelo tradicional de via férrea. Hoje, em muitas partes do mundo há uma crescente implantação de vias em fixação direta em lajes de concreto. Ao longo dos anos as vias sofreram melhorias na sua concepção e execução para que pudessem suportar as solicitações, cada vez mais

intensas, dos veículos e desta forma elas vêm tomando formas diferentes como mostra a Figura 2.

Figura 2 – Diferentes tipos de via permanente

Fonte: <https://www.plassertheurer.com/pics/maschinen-systeme/1140/schotterverteilung-planierung-1.jpg> /
http://www.zpsv.cz/reference/2008-rheda-2000-trebovice-rudoltice/01-Pevna-jizdni_draha-Rheda_2000.jpg

Nas seções seguintes serão apresentados os componentes principais da formação da via permanente e alguma de suas principais características, bem como considerações importantes para o desenvolvimento deste trabalho.

1.3.1 Trilhos

Os trilhos são os componentes da via permanente cuja atribuição é formar a superfície de rolamento para os materiais rodantes, tendo a função de apoio e de guia. Eles recebem diretamente todas as solicitações das rodas e as transferem para os dormentes. Em vias eletrificadas eles também possuem a função de conduzir correntes elétricas. Desta forma, Rives et al. [12] listam os três principais quesitos que eles devem atender: 1) resistir aos esforços submetidos pelos veículos; 2) possuir perfil que permita que as rodas sejam guiadas por eles; e 3) ter capacidade condutiva para a sinalização e tração.

A seção dos trilhos Vignole, os mais comuns nas ferrovias tradicionais, é formada pelo boleto, alma e o patim. O boleto é a região com maior massa, área da seção transversal e onde ocorre o contato com as rodas, portanto recebe as tensões de contato e possibilitam que os veículos sejam guiados. A alma é a parte mais esbelta que conecta o boleto à parte inferior do trilho e tem como função, além da conexão do boleto ao patim, aumentar o momento de inércia do trilho, assim fazendo com que ele seja capaz de suportar grandes esforços de flexão. O patim é parte inferior do trilho que possui função de distribuir as cargas para o dormente e receber as fixações.

Figura 3 – Perfil de trilho Vignole

Fonte: adaptado de <http://pimg.tradeindia.com/01178647/b/1/IU-RAILS-52-Kg-m-or-105-lbs.jpg>

1.3.2 Dormentes

Os dormentes são estruturas maciças mais comumente com formato prismático que são posicionados transversalmente e abaixo dos trilhos. Eles possuem a função de fixar os trilhos, receber seus carregamentos e transmitir para a camada de lastro. Eles garantem a estabilidade da via e ainda mantêm fixa a distância entre os trilhos (bitola).

Eles podem ser de madeira, concreto protendido, aço ou polímero, como os mostrados na Figura 4. Os de concreto protendido são os mais utilizados e bem aceitos por maior parte das ferrovias no mundo, principalmente por ter maior vida útil e possuir características que cumprem mais satisfatoriamente as funções principais requeridas por um dormente.

As suas dimensões devem conferir uma área de apoio suficiente para que não haja sobrecarga no lastro. Deve ter resistência suficiente aos esforços solicitantes e ainda possuir certo grau de elasticidade para evitar que sofram fissurações excessivas ou quebras em caso de impactos das rodas nos trilhos ou no próprio dormente em descarrilamentos. É importante que garantam boa estabilidade da via, tanto longitudinal, quanto transversalmente. E ainda devem ser eficazes na fixação dos trilhos a longo prazo, mesmo quando submetidos à grandes esforços e vibrações.[13]

Figura 4 – Dormentes de **a)** Madeira; **b)** Plástico; **c)** Concreto Protendido; e **d)** Aço

Fonte: **a)** <http://www.george-walker.co.uk/images/uploads/Oak%20Sleepers.JPG>;

b) http://www.railwaysleepers.com/files/images/post/Plasticrailwaysleepers0_med.jpg;

c) <http://www.agicorailfasteners.com/uploads/allimg/concrete-sleeps.jpg>;

d) <http://www.globalsources.com/si/AS/Anshan-Xiyida/6008845902975/pdtl/Railway-Track-rail-Steel-Sleeper/1061518833.htm>

1.3.3 Lastro e sublastro

O lastro é a camada de brita em que os dormentes são apoiados. Entre suas funções principais estão a de distribuir as cargas que recebe dos dormentes uniformemente à plataforma, dar estabilidade vertical, longitudinal e transversal à via, amortecer as ações dos veículos sobre a via, proteger a plataforma de variações

de umidade, facilitar a drenagem e permitir a recuperação da qualidade geométrica da via [12].

Para poder cumprir todas as funções a que se propõe, o material deve possuir características específicas com relação a sua natureza, granulometria, forma geométrica das partículas e resistência ao choque e desgaste. É recomendado que a camada de lastro tenha características elásticas [2], ou seja, deve ser capaz de suportar as solicitações da via e ainda restaurar, total ou parcialmente, a sua configuração original.

O sublastro é uma camada de material granular bem graduado que está abaixo da camada de lastro. As funções do sublastro são, principalmente, evitar a penetração do lastro na plataforma, impedir que material do solo contamine o lastro e faça com que ele perca elasticidade, diminuir a permeabilidade de água na plataforma, e ainda ajudar na distribuição e cargas transmitidas ao subleito.

1.3.4 *Infraestrutura*

Para vias com maiores velocidades, o traçado para atender ao tráfego é extremamente restritivo, permitindo apenas curvas com raios muito grandes, o que não favorece sinuosidade, ou seja, é cada vez mais difícil desviar de obstáculos ou evitar trechos em que há necessidade de grandes aterros e cortes, pontes e túneis.

Dependendo do tipo de estrutura que suporta a via férrea há uma interação diferente entre esta infraestrutura e a via permanente. Cada uma terá uma abordagem e considerações diversas para a análise de carregamentos dinâmicos e dispersão de vibrações. Por exemplo, em pontes e viadutos há uma enorme preocupação com efeitos da ressonância, essa preocupação é evidenciada nas normas européias EN-1990 [14] e EN-1991 [15], as quais descrevem como devem ser considerados estes efeitos no dimensionamento das pontes. Já vias enterradas ou em nível, a propagação da vibração para a vizinhança é a principal preocupação com relação às vibrações.

1.4 **Interface roda-trilho**

A interface entre as rodas das composições e os trilhos das vias são de imensa importância para compreensão do sistema ferroviário. É por meio desta

interação que acontecem o direcionamento dos veículos e a transmissão das cargas e efeitos dinâmicos.

As rodas dos veículos possuem formato cônico. De acordo com a teoria de Klingel, descrita por Esveld [13], se o rodeiro com rodas de perfil cônico se desloca lateralmente, a diferença dos raios das rodas cria, de certa forma, uma componente de força restauradora que tende a fazer com que o rodeiro retorne à posição anterior. Desta forma é garantido que os veículos estejam sempre centralizados ao eixo da via em trechos retos, mesmo que realizando um movimento oscilatório (movimento de lacete), como na Figura 5.

Fonte: [13]

Em trechos curvos, como as duas rodas possuem a mesma velocidade angular, a diferença de diâmetro na região de contato com o trilho das duas rodas faz com que o veículo consiga inscrever trechos curvos mais facilmente, como mostra a Figura 6.

Fonte: adaptado de <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/95/Wheelset2.png>

Outra interação de extrema importância entre as rodas e os trilhos são as tensões de contato. A teoria de Hertz, uma das primeiras teorias que determina a área de contato entre duas superfícies em contato não conforme, mostra que em condições idealizadas, a área de contato entre uma roda e um trilho possui formato elíptico, cujas dimensões são determinadas pela força normal [13], Figura 7.

Figura 7 – Área de contato elíptica entre roda e trilho

Fonte: Adaptado de Marich Consulting Services - Module 1: Wheel-Rail Dynamics

Sendo a e b as dimensões dos eixos da elipse, a tensão de contato máxima é dada pela expressão (1), em que Q é força aplicada.

$$\sigma_{max} = \frac{3}{2} \frac{Q}{\pi ab} \quad (1)$$

O método para determinação desta área e a relação com a teoria de Hertz está descrito, com maiores detalhes, em [16].

A partir da interação mecânica das rodas com os trilhos é que os efeitos dinâmicos são transmitidos para os outros componentes da via e para a infraestrutura.

1.5 Solicitações dinâmicas nas Vias

As solicitações que os veículos impõem nas vias férreas, segundo [12], dependem principalmente:

- da carga que cada roda impõe nos trilhos;

- da velocidade de tráfego;
- das condições de movimento;
- do estado de conservação dos veículos;
- do estado de conservação da via;
- da configuração geométrica da via; e
- dos movimentos anormais dos veículos.

Estes fatores influenciam diretamente os esforços verticais, longitudinais e transversais nas vias.

Os esforços verticais exercidos pelos veículos resultam primeiramente da carga estática, que é, em geral, superior a 10 toneladas por roda e podendo em alguns casos chegar a 20 toneladas por roda (*Heavy Haul*). Entretanto a carga por roda não é constante ao longo do tráfego, havendo uma variação considerável devido a desigualdade na repartição do peso por causa da força transversal não compensada em curvas, desnivelamentos e defeitos nas vias, superelevação excessiva, defeitos nas rodas do material rodante e frenagem e aceleração. Desta forma os esforços dinâmicos podem ultrapassar a carga estática das rodas.

Os esforços longitudinais são em parte por condições da via e em parte por movimento dos veículos sobre elas. Com relação aos esforços causados pelos veículos, pode-se destacar o choque das rodas em juntas e trechos com descontinuidades (aparelhos de mudança de via - AMVs) e atrito de deslizamento das rodas durante frenagem e aceleração.

Os esforços transversais têm papel decisivo na estabilidade das vias. Estão presentes tanto em retas quanto em curvas. Em retas este esforço é produzido pelos movimentos de lacete do veículo. Em curvas, este esforço tem origem na força transversal não compensada pela superelevação, podendo ser dirigida ao exterior da curva (velocidade excessiva) ou para o interior (velocidade reduzida).

1.6 Tipos e características das ondas de vibração

As vibrações são movimentações que um corpo ou partícula sofre de maneira periódica em torno de uma posição de equilíbrio [17]. Partindo desta definição simplificada pode-se extrapolar este conceito para as partículas sólidas do solo e

compreender como essas oscilações podem ser transmitidas a um maior volume do maciço até atingir um potencial receptor. Nas ferrovias, por exemplo, as vibrações são geradas, majoritariamente, no contato entre roda e trilho. Ondas mecânicas podem ser geradas pela corrugação dos trilhos, irregularidades da via, imperfeições de soldas e descontinuidades.

Esvelo [13] descreve que a onda de vibração é caracterizada pelo movimento das partículas (u), velocidade de propagação (c) e comprimento de onda (λ). Se a onda estiver propagando em apenas uma direção o seu movimento em relação ao tempo pode ser descrito em função da amplitude do movimento, comprimento e a velocidade de propagação da onda.

A frequência de uma onda é determinada pela relação entre a sua velocidade de propagação e seu comprimento:

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad (2)$$

Em caso de carregamentos instantâneos a frequência irá depender da estrutura do solo e como ele favorece a transmissão das ondas. O maciço terroso se encontra, em maior parte, em repouso até que seja perturbado por ações externas, que podem ser originadas por diversas causas. Quando esta perturbação ocorre são propagados ao menos três tipos de ondas, as quais são descritas por Suhairi [5]. Para cada uma delas há um tipo de vibração distinto. As ondas Primárias (ondas P), ou também conhecidas por ondas de compressão, são ondas com propagação longitudinal a partir da compressão e dilatação do material. As ondas Secundárias (ondas S), ou ondas distorcionais, são ondas, assim como as ondas P, volumétricas, porém sua propagação se dá a partir de um plano perpendicular à direção de propagação. E por fim, as ondas de Rayleigh (ondas R) são ondas que se propagam pela superfície do meio, desta forma a maior amplitude da onda está na face exposta do maciço e ela vai decrescendo exponencialmente com a profundidade. As ondas R são comumente comparadas às ondas de água. A Figura 8 abaixo ilustra, além dos três principais tipos de onda, a onda Love que é mais comum em sismos.

As ondas P e S possuem velocidade de propagação (c_p e c_s) que depende das constantes de elasticidade de Lamé (ρ e η), que são dependentes do módulo de elasticidade (E) e do coeficiente de Poisson (ν) do meio:

$$c_p = \sqrt{\frac{\rho + 2\eta}{\rho}} \quad (3)$$

$$c_s = \sqrt{\frac{\eta}{\rho}} \quad (4)$$

Figura 8 – Diferentes tipos de ondas **a)** Ondas P; **b)** Ondas S; **c)** Ondas Rayleigh; **d)** Ondas Love.

Fonte: Adaptado de [5]

Em que:

$$\rho = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (5)$$

$$\eta = \frac{E}{2(1 + \nu)} = G \quad (6)$$

Em que G é o módulo de cisalhamento do solo. A Figura 9, demonstra como é o deslocamento das ondas e como se apresentam as amplitudes de cada uma em um meio elástico.

Figura 9 – Propagação de ondas no solo geradas por uma fonte na superfície

Fonte: [13]

Segundo o autor [5], a maior parte das vibrações transmitidas são como ondas de superfície (Rayleigh), aproximadamente 67%, sendo seguida por ondas transversais (Secundárias), em torno de 26%, e por fim ondas de compressão (Primárias), 7%. A perda de amplitude das ondas Rayleigh é diretamente proporcional à distância em relação à fonte.

Em geral, os materiais geotécnicos possuem comportamento complexo. As propriedades mecânicas são muito variáveis em um maciço. Como apresentado por Costa [18], algumas características que influem nesta diversidade comportamental são a heterogeneidade do solo, não linearidade do solo e anisotropia. Em se tratando de uma linha férrea, neste caso em especial de alta velocidade, quando atravessa cenários geotécnicos diversos, incluindo camadas de solos moles, a velocidade de propagação de ondas sísmicas no maciço pode causar fenômenos de ressonância que afetam até mesmo a operação da própria via. Em um estudo feito por Hannelius em 1974, citado em [4], foi constatado que solos coesivos propagam ondas com frequências entre 0 – 10 Hz, já solos menos coesivos, frequências maiores.

Outro fator importante a ser considerado quando se trata de vibrações é a frequência natural dos elementos e sistemas envolvidos, inclusive do próprio solo. Em um solo homogêneo com uma camada de espessura h , a menor frequência natural determinada é:

$$f_n = \frac{c_s}{4h} \quad (7)$$

A geração de ondas nas frequências coincidentes às frequências naturais causa o efeito de ressonância. Este efeito pode causar desestabilização do solo, danificar estruturas (da infraestrutura da via ou do entorno) e afetar seres vivos, o que reafirma a importância de estudos nesta área. Segundo Esveld [13], o ser humano possui sensibilidade a vibrações e algumas frequências afetam diferentes partes do corpo, por exemplo, vibrações entre 0.1 – 0.2 Hz criam ressonância com órgãos relacionados ao equilíbrio, causando tonturas; frequências entre 4 – 8 Hz com a cavidade abdominal e torácica, causando desconfortos; e frequências entre 30 – 80 Hz nos olhos, causando perda de foco na visão. Com relação à amplitude, seres humanos são capazes de perceber vibrações com 0.001 mm de amplitude, sendo que as pontas dos dedos são 50 vezes mais sensíveis.

1.6.1 Métodos de mitigação

Como discutido anteriormente, as ondas vibratórias são geradas por uma fonte, que no caso deste trabalho está sendo apresentada como a via férrea, e transmitida através de um meio sólido, neste caso o solo, e atinge receptores, as pessoas e edifícios. Para evitar, ou ao menos diminuir os efeitos dessas vibrações no receptor é possível tomar algumas medidas.

A atenuação das vibrações pode ser feita de três formas: diretamente na fonte; no meio transmissor; ou no receptor. O melhor método deve ser estudado levando em consideração os custos e eficiência para solução dos problemas apontados pelos modelos de previsão de vibrações.

Para diminuir quantidade de vibração gerada, atuando diretamente na fonte, é importante considerar que a via deve permitir um rolamento mais suave e contínuo possível para o material rodante. Desta forma é recomendado: reduzir a quantidade de juntas e descontinuidades na via; realizar soldas de boa qualidade; estudar maneiras de mudar a concepção dos veículos – principalmente no sistema da suspensão primária; realizar manutenção constante nas rodas e trilhos; em alguns casos redução da velocidade ou da carga por eixo dos trens.

No meio transmissor, o solo, existem algumas soluções ainda em estudo, como mostrado por Bahrekazemi [4]. A primeira é escavação de trincheiras paralelas à via que criarão uma descontinuidade na transmissão das ondas. Este método não é muito interessante visto que deixaria cavidades profundas abertas ao longo das vias, podendo causar acidentes. Uma outra solução citada pelo autor [4] é a utilização de outros materiais ou tipos de solos para preenchimento dessas trincheiras que servirão como uma barreira. Um estudo de With & Bahrekazemi (2003), citado em [4], foi comprovada a eficácia da utilização de solo tratado com cal e cimento para preencher as trincheiras.

Já a implantação de métodos mitigatórios no receptor só se mostra economicamente viável caso os efeitos das vibrações atinjam alguns poucos edifícios e construções, que então se faz o isolamento das vibrações diretamente nos receptores afetados.

2 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é a criação de modelos computacionais capazes de prever o comportamento dinâmico das forças de interação veículo-via e determinar relações entre os parâmetros de tráfego com a amplificação dos carregamentos dinâmicos de impacto.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Modelos de análises dinâmicas ferroviárias

Frequentemente, modelos analíticos e numéricos são criados e propostos para que se possibilite o estudo e a previsão de comportamentos dinâmicos nas mais diversas áreas. Para a área ferroviária, portanto, existem diversos trabalhos que apresentam modelos para compreender as interações entre os veículos e a via permanente ([5], [19], [20], [21], [22] e [23]). Para superar as dificuldades de análise, a simulação numérica se tornou um padrão atual no projeto de veículos ferroviários, principalmente para estudos de comportamentos dinâmicos. Segundo Auciello et al. [19], análises com multicorpos são utilizadas para avaliar o comportamento no tráfego e desempenho de conforto de um veículo. Aucellio et al. [19] propõem um fluxograma, reproduzido na Figura 10, para a análise do contato roda-trilho para reprodução, em 3D, da dinâmica de um veículo ferroviário trafegando sobre uma via genérica.

Visando resultados mais confiáveis e precisos, deve-se aplicar aos modelos conceitos e premissas para os dois subsistemas ferroviários, material rodante e via permanente.

Esvelo [13] apresenta uma proposta de modelo de veículo com massas apoiadas discretamente em molas e amortecedores, como mostra a Figura 11.

Figura 11 – Modelo de veículo com massas discretas com molas e amortecedores

O modelo descrito pelo autor [13] apresenta um sistema de amortecimento primário, que é a primeira combinação massa/amortecedor a reduzir as vibrações originárias da interação roda-trilho, que serão sentidas pelos passageiros no interior do carro, pois essa reduz as altas frequências. As baixas frequências são reduzidas pela suspensão secundária, a combinação massa/amortecedor entre os truques e a caixa do veículo. Devido à complexidade deste modelo, em geral as análises dinâmicas costumam ser extremamente complexas e majoritariamente limitadas em considerações quase estáticas [11].

Quando considerados os aspectos dinâmicos da via permanente deve-se ter em mente que ela é formada por mais de um elemento estrutural, desta forma, as funções de resposta em frequência, definidas pelos parâmetros de massa, rigidez e amortecimento, serão diferentes para cada uma das estruturas. Assim, cada componente da via possuirá uma frequência natural preponderante. Se um carregamento aplicado na via possuir componentes com frequências iguais ou próximas à frequência natural de algum componente, ocorrerá ressonância, em outras palavras, haverá uma grande amplificação na amplitude de movimento de resposta do sistema [13]. Os diferentes tipos de ondas gerados na ferrovia possuem diferentes origens e foram apresentadas na seção 1.6.

A relação para determinação da frequência das ondas que se propagam pelo solo pode ter formas dependendo do modo em que o modelo da via é representado. O exemplo mais simplificado é a representação de uma barra continuamente apoiada em uma fundação elástica, como ilustra a Figura 12.

Figura 12 – Modelo de via como viga continuamente apoiada em fundação elástica

Fonte: Adaptado de [13]

O modelo mais completo, em que o trilho é representado por uma barra apoiada discretamente em barras transversais, com molas e amortecedores representando as palmilhas e também o lastro, como ilustrado na Figura 13, dão melhores aproximações, porém não há solução analítica devido à alta complexidade. Portanto um modelo numérico deve ser considerado. As funções de transferência acima representam a interação entre a via e a fundação. Para a interação entre veículo e via, o modelo é ainda mais complexo, pois deve-se considerar as suspensões primária e secundária. Esveld [13] descreve todos os casos a serem levados em conta para a determinação da função de transferência, inclusive para os modelos que consideram os trilhos apoiados pelos dormentes e estes apoiados em uma camada elástica contínua, como mostra a Figura 13. Este é o modelo que melhor representa a realidade, quando se considera análises em que se predominam as características de duas dimensões.

Figura 13 – Modelo de via com trilhos apoiados discretamente

Fonte: do autor

3.2 Modelagem de vibrações no solo

Segundo Connolly et al. [9], as vibrações transmitidas no solo são um desafio ambiental cada vez maior. Para se determinar as melhores localizações para implantação de uma nova ferrovia, ou até mesmo para modernizar uma existente, são necessários investimentos altos devido à necessidade de análise rigorosa, pois as interações entre material rodante, via e solo são muito complexas. Para evitar custos desnecessários, a ISO/CD 14837-1 (2001) [26] divide modelos de previsão de vibrações para todas as fases de planejamento de implantação de uma via férrea em função da precisão desta estimativa. Em primeira classe estão os modelos que são utilizados logo no início de desenvolvimento do projeto, que tem como objetivo identificar problemas com a propagação de vibrações e as áreas com problemas mais severos. Os de segunda classe são úteis para quantificar a severidade que a propagação de ondas causa nas áreas identificadas. E por fim, a terceira classe dos modelos é importante para estudar os métodos mitigatórios que serão aplicados ao longo das vias para solução dos problemas [4].

Com objetivo de reduzir custos, muitos modelos foram criados, alguns modelos analíticos avançados, como por exemplo os apresentados por Karlström e Boström em [23] e por Karlström em [27], e outros semi-analíticos, como o descrito por Li et al. [28]. Porém, a tendência tem sido recorrer para técnicas numéricas. Os modelos numéricos propostos têm se utilizado do método de elementos finitos (por exemplo: [21], [22] ou [29]) ou até mesmo soluções que mesclam o método dos elementos finitos e método dos elementos de contorno [30].

3.3 Análises Não-Lineares

Por muito tempo os modelos lineares têm ocupado o cenário principal nas análises numéricas, mas os comportamentos, na natureza, raramente são lineares. Mesmo assim os modelos lineares foram amplamente utilizados como método de aproximação de problemas mais complexos. De maneira geral, um sistema composto por sólidos pode apresentar quatro tipos de fontes de comportamento não linear: comportamento do material (física), a não linearidade geométrica, a possibilidade de ocorrência de contato com outro sólido, e a existência de carregamentos que dependam dos deslocamentos dos sólidos (cargas seguidoras).

3.3.1 Não-linearidade geométrica

Em análises estruturais é comum considerar apenas casos com pequenos deslocamentos, visto que muitas destas estruturas mantêm a sua integridade apenas quando isto ocorre, mas em alguns problemas a geometria de um elemento pode ser variável a uma intensidade em que não é mais desprezível, isto caracteriza um problema não-linear já que esta nova configuração deve ser levada em consideração para o cálculo do comportamento estático. Da mesma forma, um problema dinâmico possui as mesmas considerações. Ao contrário de um problema linear em que a configuração de referência (inicial) se confunde com a configuração final, para efeitos de cálculo de equilíbrio, a não linearidade geométrica leva a mudanças significativas nos parâmetros de cálculos entre as diversas configurações que o elemento pode tomar. Wriggers [32] apresenta um problema simples para exemplificar a diferença entre as soluções linear e não linear. Tem-se uma viga com comprimento l suportada por uma mola elástica com resistência a rotações (φ) de rigidez c em que se aplica uma força vertical de intensidade F . Desta forma, o equilíbrio do sistema é dado pela seguinte relação:

$$Fl \cos \varphi = c\varphi \quad (8)$$

Assim, temos uma situação com comportamento não linear. Se considerássemos esta situação como um problema de comportamento linear, em que para rotações muito pequenas $\cos \varphi \rightarrow 1$, desta forma, podemos simplificar a Equação (8) para $F = c\varphi/l$. O gráfico da Figura 14 mostra o aumento da força como uma função da rotação, tanto para a consideração de linearidade, quanto para a solução exata não-linear. Logo, é possível observar a discrepância entre as duas soluções.

Figura 14 – Problema simples de não-linearidade geométrica

No presente trabalho a não-linearidade geométrica pode ser verificada no assentamento das suspensões do material rodante, que apresentam grandes deformações dos elementos de mola e amortecedores e nas deformações da via permanente ao determinarmos a sua rigidez. Além disto as grandes rotações dos rodeiros e grandes deslocamentos do próprio veículo podem ser consideradas características inerentemente não-lineares do ponto de vista geométrico.

3.3.2 Não-linearidade por contato

Um exemplo que esclarece a não-linearidade por contato é o de uma viga apoiada em um suporte como o da Figura 15. Quando a viga sofre carregamentos menores que não induzem o contato dela com o suporte – Figura 15-a) – a sua rigidez é a mesma em todos os instantes. Quando a mesma viga se deforma de tal maneira em que entra em contato com o suporte, Figura 15-b), a rigidez desta viga nesta região aumenta, criando, portanto, uma condição de não-linearidade.

Figura 15 – **a)** viga sem contato com o suporte; **b)** viga em contato com o suporte

Fonte: adaptado de <http://www.ddicad.com/images/PDFs/UnderstandingNonlinearAnalysis.pdf>

Para que ocorra contato é necessário ter pelo menos duas superfícies aptas a entrarem em contato (de sólidos diferentes ou de um mesmo sólido), cada uma possuindo uma rigidez própria, ao interagirem uma com a outra a rigidez do sistema passa a ser diferente, já que há uma reação mútua que impede o movimento das superfícies.

Os modelos de contato, e suas formulações, levados em conta neste trabalho estão descritos nas seções seguintes.

3.4 Rigidez da via permanente

A rigidez tem fundamental importância na performance da via permanente. Segundo [33] a rigidez deve estar dentro de limites definidos para controlar as deflexões e manter a geometria da via, garantindo, portanto, a longevidade dos componentes da superestrutura. Vias muito rígidas podem danificar trilhos e grampos, já vias com baixa rigidez resultam em deformações excessivas.

A elasticidade da via está diretamente relacionada às condições de manutenção. Sendo assim, falta de apoio dos dormentes, lastro colmatado ou palmilhas desgastadas podem ser fatores que influenciam na rigidez do sistema.

Para analisar o comportamento da via devido às solicitações dinâmicas impostas pelos veículos, em [34] foram realizados testes para determinação do módulo de via, que pode ser definido, segundo [33], como a rigidez das molas equivalentes suportando os trilhos em termos de carregamento por unidade de

comprimento necessário para produzir um deslocamento unitário no ponto de medida do trilho. Diferente da unidade de rigidez [MN/m], o módulo de via é dividido por uma unidade de comprimento [MN/m²]. Selig e Waters, citados em [34], apresentam o módulo de via como uma possível base para previsão de desempenho da via.

Em [33] é descrito qual a relação entre a rigidez da composição ($S_{Composição}$) com o módulo de via do sistema ($k_{sistema}$).

$$S_{Composição} = 2k_{sistema}L \quad (9)$$

Sendo L o comprimento característico, ou seja, é a medida de quão longe do ponto de aplicação da carga ainda há deflexão dos trilhos e é dada pela equação (10).

$$L = \sqrt[4]{\frac{4EI}{k_{sistema}}} \quad (10)$$

Vale ressaltar que o módulo do sistema, conforme apresentado em [33] é a composição de molas, em série, da palmilha do trilho e da camada de lastro, sendo assim, a relação é dada por (11).

$$\frac{1}{k_{sistema}} = \frac{1}{k_{palmilha}} + \frac{1}{k_{Lastro}} \quad (11)$$

Sendo assim, os efeitos da rigidez da palmilha do trilho não devem ser desprezados, como é feito comumente em alguns modelos, pois isto resultará em grande diferença no resultado final do módulo da via, como pode ser verificado na Figura 16.

Para determinar o módulo de via, experimentalmente, é possível realizar testes de análise de deslocamentos ocasionados pela passagem do material rodante na via permanente e, desta forma, definir o módulo de via, conforme descrito em [34].

Figura 16 – Efeitos da palmilha de trilho no módulo do sistema

FONTE: Adaptado de [33]

A falta de conhecimento e controle da rigidez da via pode levar a consequências negativas para o sistema. Em [33] são apresentados os principais problemas relacionados à rigidez da via, e então são apontados potenciais remediações para cada um deles, que podem ser desde a instalação de palmilhas amortecedoras, para redução de rigidez, até a intervenções na infraestrutura da via.

3.5 Modelos de contato

Na engenharia mecânica e civil existem muitos problemas que envolvem contato. Segundo [31] todos os movimentos realizados no planeta envolvem de alguma maneira o contato e a fricção. O autor esclarece que na Mecânica Computacional de Contato (MCC) deve ter em conta todos os temas abordados pela tribologia, definida simplificada como a ciência da interação entre superfícies, e ainda aspectos térmicos e do eletromagnetismo, o que faz da MCC um campo interdisciplinar. Como discutido anteriormente, estes problemas são de natureza não linear, muitas vezes complexos para obtenção de solução, mesmo numericamente. Atualmente, para soluções de problemas de contato conta-se com vários métodos diferentes dependendo da aplicação. Elementos finitos são aplicados para problemas envolvendo pequenas e grandes deformações, tanto no intervalo elástico como inelástico. Os Elementos Discretos são geralmente empregados para problemas que tenham até 10^8 elementos envolvidos em contatos [31]. Sistemas multi-corpos, por sua vez, podem ser aplicados aos modelos de comportamento

dinâmico de estruturas envolvendo corpos rígidos ou combinações de corpos rígidos com flexíveis.

Os métodos numéricos ganharam força com o desenvolvimento da computação, contudo os estudos de contato foram anteriormente desenvolvidos em 1748 por Euler, que introduziu o símbolo μ para o coeficiente de atrito, em seguida em 1785 por Coulomb, que realizou análises experimentais para estudo do fenômeno do atrito que resultou na Fórmula (12) da resistência ao movimento de um corpo deslizando em um plano [31]:

$$F_T = S + \mu N \quad (12)$$

Em que S é a representação da coesão, N a força normal e μ é o coeficiente de atrito. Em 1882 Hertz introduziu os conceitos da elasticidade à área da mecânica de contato em soluções analíticas.

Wriggers [31] introduz algumas abordagens para formulação matemática de um vínculo mecânico de contato, no contexto teórico para posterior aplicação no âmbito da MCC. Seja um funcional Π que representa a energia total de um sistema, sabe-se que o equilíbrio estático do sistema é caracterizado por um ponto estacionário deste funcional. O contato pode ocorrer quando o sistema atinge o equilíbrio antes de atingir o ponto estacionário do funcional devido a um obstáculo. A equação da energia total, neste caso é representada pela Equação (13), sendo a variável g a aceleração da gravidade.

$$\Pi(u) = \frac{1}{2}ku^2 - mgu \quad (13)$$

Um exemplo simplificado de uma situação de contato, ilustrado na Figura 17, é o caso de uma massa m sob ação do campo gravitacional e presa por uma mola de rigidez k e distanciada a uma altura h de uma superfície plana rígida. Não havendo penetração da massa na superfície, logo, essa se apresenta como uma barreira ao movimento e impedindo que o sistema atinja o ponto estacionário forçando equilíbrio às custas de um esforço vincular.

Figura 17 – representação simplificada de modelo de contato

Fonte: [31]

Desta forma, após o contato, utilizando-se o multiplicador de Lagrange λ , o funcional da energia do sistema passa a apresentar a forma representada pela Fórmula (14):

$$\Pi(u, \lambda) = \frac{1}{2}ku^2 - mgu + \lambda c(u) \quad (14)$$

O multiplicador de Lagrange descrito pela Fórmula (15) e equivale à uma força de reação R_N que impede que a massa continue seu percurso original, pela existência de um vínculo mecânico introduzido no modelo.

$$\lambda = kh - mg = R_N \quad (15)$$

Além do multiplicador de Lagrange, outro método muito utilizado para prescrever o vínculo mecânico de contato é a abordagem de penalidade, ou seja, para representar a restrição de movimento é incluído um termo de penalidade à energia, como mostra a Fórmula (16):

$$\Pi(u) = \frac{1}{2}ku^2 - mgu + \frac{1}{2}\epsilon[c(u)]^2 \quad \text{– Com } \epsilon > 0 \quad (16)$$

O parâmetro de penalidade ϵ é interpretado como uma rigidez da mola quando ocorre o contato entre a massa e a superfície rígida (que, portanto, não é

tratada exatamente como rígida). Sendo o coeficiente $mg \geq kh$, conclui-se que haveria uma penetração da massa na superfície, deste modo, o parâmetro de penalidade agiria como uma mola em compressão, impedindo esta penetração. Este parâmetro tendendo a valores muito altos resulta em uma mola extremamente rígida, o que corresponde à situação de contato da massa m com uma superfície rígida. Caso ele tenda a valores muito próximos de zero, tem-se uma situação sem restrição, ou seja, a mola quase sem rigidez permite que a penetração ocorra na superfície.

A partir dos conceitos apresentados anteriormente, estes poderão ser estendidos às soluções de problemas mais elaborados e aplicados a análises de elementos finitos, como por exemplo contato envolvendo elementos de vigas, placas, cascas, etc.

3.6 Tratamento do contato em modelos baseados em elementos finitos

Solucionar problemas de contato em modelos numéricos é de grande complexidade, pois envolve muitas disciplinas e exige um tratamento multifísico. Na modelagem do contato, dependendo do que se pretende analisar, muitos detalhes devem ser incluídos, tal como de interações mecânicas, transferência de calor, desgaste entre outros efeitos. [35]

Em seu trabalho, Gay Neto et al. [35] afirmam que, em consequência da complexidade, os modelos de contato necessitam de simplificações. Desta forma, o trabalho foca, principalmente, na interação mecânica. Para eles, o contato pode ser interpretado como uma restrição aos corpos, que depende principalmente de seus deslocamentos.

A modelagem do contato é importante e necessária em soluções de problemas de mecânica computacionais tanto quando utiliza-se o método dos elementos finitos (MEF) quanto no método dos elementos discretos (MED). Para as situações em MEF, pode-se utilizar diferentes técnicas de tratamento do modelo que melhor se adeque às necessidades do problema. Algumas das possibilidades de tratamento descritas por Gay Neto et al. [35] estão apresentadas, brevemente, abaixo.

- **Formulação Nó-Nó:** É a metodologia mais simples, em que são envolvidos apenas nós. Há a definição de uma formulação que defina e meça o espaçamento (*gap*) entre eles. A maior limitação deste método é que os nós que estão envolvidos na interação de contato devem ser estabelecidos previamente. Este método não prevê casos em que ocorrem grandes deformações, em que os nós que poderão participar do contato não serão necessariamente os mesmos definidos de início.
- **Formulação Nó-Superfície:** Este é o método mais comum, que define um “nó escravo” (*slave point*) e uma “superfície mestra” (*master surface*). Para se determinar o ponto de contato entre dois elementos, uma das superfícies é representada por vários “nós escravos” e são solucionados os problemas de distanciamento mínimo entre cada nó e a outra superfície. Sendo, portanto, o esforço computacional muito maior que no método nó-nó.
- **Formulação Superfície-Superfície:** Esta técnica possui elaboração maior do que a formulação nó-superfície, já que a restrição do contato é inserida diretamente na forma fraca do modelo.
- **Contato envolvendo elementos de viga:** Para tratar casos de contato entre elementos de viga existem geralmente formulações específicas. Os autores citam o trabalho desenvolvido por Wriggers e Zavarise, que apresenta uma formulação para contato pontual entre duas vigas de seção transversal circular que tem como principal vantagem a não distinção entre “escravo” e “mestre”.

Neste trabalho [35] é apresentada uma nova abordagem para formulação de contato entre superfícies. Seguindo a tendência da formulação para contato entre vigas, a formulação *master-surface to master-surface* (superfície-mestra a superfície-mestra em tradução livre) não distingue qual é a “escrava” e qual é a “mestra”.

A técnica *master-slave* (mestre-escravo) consiste no monitoramento do distanciamento dos nós-escravos, que constituem uma das superfícies (cujo domínio é Γ_A), com relação à superfície-mestra de forma a impedir a penetração em seu contorno (Γ_B), como demonstra a Figura 18.

Já a técnica *master-master* (mestre-mestre), proposta por Gay Neto et al. em [35] e em [36], ambas superfícies recebem o mesmo tratamento e são parametrizadas utilizando coordenadas convectivas. No entanto, a aplicação desta

formulação é limitada apenas para contatos pontuais, o que é feito ao definir o vetor de distanciamento ($\mathbf{g}$) entre as superfícies.

$$\mathbf{g} = \Gamma_A - \Gamma_B. \quad (17)$$

Figura 18 – Exemplo da descrição da técnica *master-slave*

Fonte: Adaptado de [36]

Devido à parametrização das superfícies, ilustrada na Figura 19, definir o menor vetor de distanciamento entre as superfícies pode ser complexo, sendo a maior desvantagem deste método. Mas para problemas envolvendo problemas de contato com rolamento, esta formulação apresenta pontos fortes, principalmente no que diz respeito ao esforço computacional para simulações envolvendo muitos graus de liberdade (GDLs).

Figura 19 – Exemplo da descrição da técnica *master-master*

Fonte: [35]

O método *master-surface to master-surface* (ou simplesmente *master-master*) fornece um tratamento que considera a parametrização geométrica real para quantificação da penetração do contato. Portanto, não é necessário definir previamente os pontos que deverão ser monitorados durante a simulação. A parametrização das superfícies depende do posicionamento dos corpos, desta forma, o vetor $\mathbf{g}$ deve ser avaliado conforme evolução do modelo já contando com a mudança na posição do contato entre os elementos. Em [36], os autores incluem os efeitos do atrito no modelo, permitindo analisar estas mesmas condições para situações com deslizamento.

Esta técnica foi aplicada em [37] para análise de contato entre rodas e trilhos de um sistema ferroviário, como demonstra a Figura 20. Mesmo a discretização geométrica das superfícies sendo simplificada, assim como no presente trabalho, o modelo apresentou resultados bem-sucedidos para condições de tráfego com rolamento e deslizamento.

Figura 20 – Exemplo de aplicação da técnica de tratamento de contato *master-master* aplicado para interação roda-trilho

Fonte: [37]

4 METODOLOGIA

Para atingir o objetivo deste trabalho, adotou-se uma formulação dinâmica de multicorpos rígidos-flexíveis baseada por elementos finitos com geometria de elementos de viga conectadas por juntas. A interação roda-trilho é abordada pela técnica de contato *master-master*, a qual é conveniente para cenários de rolamento em que ocorre contato pontual.

Para isto foi utilizado o *software Giraffe*, o qual permitiu simular diferentes cenários da dinâmica do sistema e monitorar o contato as superfícies em contato, que representam roda e trilho, e assim inferir a intensidade das forças transmitidas à infraestrutura considerando efeitos dos impactos e da elasticidade da via.

4.1 *Giraffe*

Giraffe, acrônimo de “*Generic Interface Readily Accessible for Finite Elements*”, é um *software* desenvolvido em linguagem C++ que, segundo o desenvolvedor [38], tem como objetivo gerar uma interface que permite pesquisadores implementar suas próprias formulações de elementos finitos. Os problemas estruturais em que o *software* atua podem incluir graus de liberdade de translação e de rotação, além de aplicações multi-físicas, que incluem graus de liberdade de outras naturezas.

O *Giraffe*, permite que os elementos sejam modelados separadamente, a partir de nós distribuídos no espaço, e fazer com que interajam entre si a partir da definição das conexões, juntas e contatos [39]. Até então o *software* viabiliza a criação de elementos de viga – estes com seções retangulares, circulares, tubulares ou personalizadas; de casca, de massa e de molas e amortecedores. Os materiais dos elementos devem seguir a Lei de Hooke na atual versão do *software*. Outro recurso interessante é a possibilidade de definição do ambiente em que os elementos estão sendo analisados, ou seja, é possível analisar estruturas submersas e sob ações de correntes de fluxo de fluidos, para tal fazendo uso de modelo fenomenológico para avaliar a interação fluido-estrutura.

O programa permite realizar análises não lineares do ponto de vista geométrico, tanto estáticas como dinâmicas, resultando em dados de pós-

processamentos com informações dos nós, elementos e contatos monitorados pelo usuário.

Nas seções seguintes serão descritos, de maneira sucinta, os modelos matemáticos considerados para os modelos de contatos e de juntas no *Giraffe*.

4.2 Juntas/Unões

Nas análises com multicorpos é importante estabelecer conexões entre os elementos criando restrições aos graus de liberdade, para isso são utilizadas as juntas. Em [40] é apresentada metodologia para solução de problemas de dinâmica não linear de sistemas com multicorpos, utilizando o procedimento padrão com multiplicador de Lagrange, englobando diferentes tipos de juntas.

No modelo proposto neste trabalho para conectar os rodeiros ao truque do carro foi necessário implementar uma restrição que permitisse que os rodeiros tivessem rotação livre, mas ao mesmo tempo o restante do carro tivesse o mesmo deslocamento longitudinal que os rodeiros. Visando superar esta dificuldade foi utilizado, no *Giraffe*, uma restrição do tipo *Hinge Joints*., ou junta de articulação.

A restrição *Hinge Joint*, permite que o elemento tenha rotação livre em uma das três direções principais estabelecidas (e_3) enquanto apresenta o mesmo deslocamento de um nó coincidente indicando que os elementos estão conectados entre si. O funcionamento desta e outras juntas implementadas no *software* está descrito em [41]. A Figura 21 ilustra o funcionamento da junta. Ao arbitrar os sistemas de eixos de coordenadas dos elementos, deve-se garantir que ambos possuam o mesmo alinhamento da direção e_3 , eixo de rotação.

Figura 21 – Hinge Joint **a)** Concepção; **b)** Aplicado em modelo

Fonte: [39]

A equação da junta envolve graus de liberdade de deslocamento e rotação dos nós A e B. Será imposto durante todas as configurações que os deslocamentos ($\mathbf{u}_A^\Delta$ e $\mathbf{u}_B^\Delta$) dos dois nós serão iguais, portando o vínculo a ser imposto de deslocamento relativo nulo ($\mathbf{r}_s$) será:

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{u}_A^\Delta - \mathbf{u}_B^\Delta = \mathbf{0}_3 \quad (18)$$

E as rotações ($\mathbf{r}_H$) são descritas como segue:

$$\mathbf{r}_H = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{3A}^{i+1} \cdot \mathbf{e}_{1B}^{i+1} \\ \mathbf{e}_{3A}^{i+1} \cdot \mathbf{e}_{2B}^{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_A^\Delta \mathbf{e}_{3A}^i \cdot \mathbf{Q}_B^\Delta \mathbf{e}_{1B}^i \\ \mathbf{Q}_A^\Delta \mathbf{e}_{3A}^i \cdot \mathbf{Q}_B^\Delta \mathbf{e}_{2B}^i \end{bmatrix} = \mathbf{0}_2 \quad (19)$$

Em que $\mathbf{Q}$ são as matrizes de rotação dos nós A e B, de acordo com seus índices subscritos. As contribuições à forma fraca, tanto para os deslocamentos quanto para as rotações, são descritas pelas relações abaixo:

$$\delta W_s = \delta \mathbf{r}_s \cdot \bar{\boldsymbol{\lambda}}_s + \mathbf{r}_s \cdot \delta \bar{\boldsymbol{\lambda}}_s \quad (20)$$

$$\delta W_H = \delta \mathbf{r}_H \cdot \bar{\boldsymbol{\lambda}}_H + \mathbf{r}_H \cdot \delta \bar{\boldsymbol{\lambda}}_H \quad (21)$$

Em que $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_s$ e $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_H$ são vetores multiplicadores de Lagrange, sendo $\boldsymbol{\lambda}_s$ com 3 componentes e $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_H$ com duas componentes, ambos desconhecidos. A partir das relações (20) e (21), em [41] segue para as equações dos operadores tangentes.

Ainda foi incorporado à formulação de rotação da junta contribuição de rigidez e amortecimento devido à rotação relativa entre os nós, cujas equações são detalhadamente descritas pelo autor. Entretanto, neste trabalho estes parâmetros foram desconsiderados, visto que este tipo de junta foi utilizado para permitir a livre rotação dos rodeiros para que o veículo ferroviário proposto pudesse trafegar sem dissipação de energia, o que representa uma idealização do comportamento de um mancal de rolamento.

4.3 Elementos de molas e amortecedores

Outro importante elemento incorporado no modelo criado neste trabalho foi o de mola e amortecedor (*spring and dashpot*). É um elemento sem forma geométrica definida que possui característica elástica e/ou amortecedora. A componente elástica é associada em paralelo com a componente amortecedora do elemento, como demonstra a Figura 22.

Figura 22 – Elemento de mola e amortecedor

Fonte: [41]

Como demonstrado por Gay Neto [41], sendo o índice i a indicação da configuração inicial e " $i+1$ " a próxima configuração, define-se dois nós no espaço que serão as extremidades do elemento x_A^{i+1} e x_B^{i+1} , tendo um comprimento L , este elemento é submetido à esforços normais à direção n^{i+1} .

$$n^{i+1} = \frac{x_A^{i+1} - x_B^{i+1}}{\|x_A^{i+1} - x_B^{i+1}\|} \quad (22)$$

E desta forma ele sofrerá uma elongação $\bar{g}^{i+1}$, que poderá ser negativa (compressão) ou positiva (tração).

$$\bar{g}^{i+1} = (x_A^{i+1} - x_B^{i+1}) \cdot n^{i+1} - L \quad (23)$$

A força elástica f_E^{i+1} depende de uma constante de rigidez k_s e é proporcional à elongação. Já a força de amortecimento f_D^{i+1} depende de uma constante de

amortecimento c_s e é proporcional à velocidade de aproximação ou afastamento entre os nós A e B na direção $\mathbf{n}^{i+1}$.

$$\mathbf{f}_E^{i+1} = k_s |\bar{\mathbf{g}}^{i+1}| \quad (24)$$

$$\mathbf{f}_D^{i+1} = c_s |(\dot{\mathbf{x}}_A^{i+1} - \dot{\mathbf{x}}_B^{i+1}) \cdot \mathbf{n}^{i+1}| \quad (25)$$

Em que $\dot{\mathbf{x}}_A^{i+1}$ e $\dot{\mathbf{x}}_B^{i+1}$ são as derivadas no tempo das posições dos nós extremos do elemento de mola/amortecedor. Desta forma é possível se definir a forma fraca e o operador tangente para a componente elástica, que estão demonstrados em [41].

4.4 Modelagem do veículo

Para que o comportamento dinâmico da interação entre veículo e via pudesse ser avaliado, foi realizado um trabalho inicial que considerou apenas um veículo trafegando sobre uma superfície rígida e plana [39], o qual foi modelado no *software* Giraffe.

O veículo seguiu o modelo estrutural apresentado na Figura 11, ou seja, veículo com duas suspensões. Sendo a primária entre os rodéis e o truque e a secundária entre os truques e a caixa do carro.

Os rodéis do veículo foram modelados com elementos de viga de seção transversal circular de dois diâmetros diferentes, para diferenciar as rodas do eixo de conexão. Os rodéis foram conectados ao truque por uma junta do tipo *Hinge Joint*, como descrito em seção anterior e ilustrado pela Figura 21.

O truque foi representado como mostra a Figura 23, com duas estruturas de múltiplos elementos de viga com seções retangulares e conectadas, entre si, por uma viga flutuante transversal ABC apoiada sobre o sistema de suspensão primária do sistema (a1, a2, a3, c1, c2 e c3). Sobre a viga ABC o sistema da suspensão secundária (b, d1, d2, d3 e d4) conecta o truque à caixa do carro/vagão, representado pela viga DE. Com coeficiente de rigidez muito maior, os elementos de mola e amortecimento a2, a3, c2, c3, d1, d2, d3 e d4 possuem a função de travar movimentos laterais e manter as vigas ABC e DE no alinhamento correto. Desta forma, o movimento vertical é livre, amortecido apenas pelos elementos a1, c1 e b.

Sobre a viga DE, que conecta os dois truques de um carro/vagão, foram posicionadas vigas verticais, cujas extremidades superiores ficassem na altura aproximada do centro de gravidade de um carro/vagão carregado, e no topo de cada uma foi inserido um elemento de massa (ver Figura 24) para que somados os três conferissem ao veículo uma carga por roda pré-determinada. Para a simulação envolvendo derrapagem, a carga utilizada foi de aproximadamente (16 t/eixo ou 8 t/roda). E para as simulações para análise de impacto a carga foi de aproximadamente 18 t/eixo (ou 9 t/roda).

Fonte: do autor

Como descrito anteriormente, no programa Giraffe, é necessário definir as regiões de contato a serem monitoradas durante a simulação (W1, W2, W3 e W4). Neste problema o modelo de contato utilizado está descrito em [43]. Os dados dos elementos utilizados para modelagem do veículo estão descritos na Tabela 1.

A concepção das suspensões foi feita para permitir que o movimento vertical permanecesse livre enquanto houvesse restrição no deslocamento horizontal relativo dos elementos conectados ao sistema completo. Ou seja, enquanto o veículo se move as vigas apoiadas sobre o sistema de suspensões devem se mover com a mesma velocidade que o sistema completo. Desta forma foi realizado um estudo para verificar qual a relação da rigidez entre os elementos de mola/amortecedor horizontais (a2, a3, c2, c3, d1, d2, d3 e d4) e verticais (a1, c1 e b). Com um modelo simplificado do sistema de suspensão, conforme ilustra a Figura 25, foi possível verificar o comportamento do sistema com relação ao deslocamento vertical da viga AB.

Tabela 1 – Elementos do modelo

Elemento	Identificação	Características		
		Seção	Dimensões [m]	Comprimento [m]
Vigas	ABC	Retangular	0.40 x 0.10	2.114
	DE	Retangular	1.20 x 0.15 ¹ 1.20 x 0.50 ²	14,710
	DF	Retangular	0.10 x 0.10	2.500
	GH	Retangular	0.05 x 0.05	0.175
	HI e II	Retangular	0.10 x 0.20	0.780 e 0.940
	IJ	Retangular	0.20 x 0.06	0.329
	JJ	Retangular	0.10 x 0.20	0.940
	IK	Retangular	0.05 x 0.05	0.335
	GG (eixos)	Circular	0.25	2.381
Molas e Amortecedores	Rodas	Circular	0.9144	0.164
	Características ³	Rigidez [kN/m]	Amortecimento [kNs/m]	
	a1 e c1	3274.55	63.51	
	a2, a3, c2 e c3	327455.00	0	
	b	1751.31	34.84	
Elementos de Massa	d1, d2, d3 e d4	175131.00	0	
	Identificação	Massa [kg]		
	M1	2200 ¹		
		4400 ²		
	M2	4400 ¹		
		8800 ²		

Fonte: do autor

Figura 24 – Modelo do veículo

Fonte: do autor

¹ Dados válidos para as simulações do veículo sobre superfície plana
² Dados válidos para as simulações do sistema veículo-via
³ Dados de [44]

Figura 25 – Sistema simplificado da suspensão.

Fonte: [39]

Com este sistema simplificado de sete barras de seção quadrada, é possível verificar que, para um mesmo carregamento aplicado à barra AB, conforme a relação k_2/k_1 aumenta, maior a não-linearidade geométrica do sistema, Figura 26.

Figura 26 – Deslocamento vertical da viga

Fonte: [39]

Este gráfico apresenta o comportamento típico de *Hardening*, ou endurecimento, do sistema. O critério mais importante para esta análise foi a limitação do assentamento da suspensão. Ou seja, a relação k_2/k_1 deveria se apresentar suficiente para limitar o deslocamento vertical do sistema durante a análise estática a um valor mínimo. Mas esta relação não deve ser tão grande que impeça o livre movimento vertical do sistema durante a simulação dinâmica. A

relação que se mostrou mais apropriada para representar uma suspensão realista e que foi adotada é de $k_2/k_1=100$.

4.5 Modelagem da via permanente

Para se analisar o comportamento da via permanente quando submetida à esforços verticais foi construído no Giraffe um modelo de via com elementos de viga e molas/amortecedores, conforme consta no **ANEXO I**. O modelo proposto possui 200 m de comprimento e as forças estáticas foram aplicadas em pontos próximos ao meio desta extensão.

Para o posicionamento dos nós se fez necessário utilizar um programa auxiliar, criado em Matlab, já que o modelo resultou em 7992 nós para criação dos 5661 elementos que compõem a via, inviabilizando a edição manual do arquivo de entrada. A forma geral do modelo renderizado da via está ilustrada na Figura 27.

Figura 27 – Malha de nós e elementos do modelo da via permanente

Fonte: do autor

Os trilhos foram representados por elementos de viga de aço com seção transversal igual à seção de um trilho do tipo 136-RE (ou TR68 na nomenclatura AREMA) e com eixo deslocado para os pés do patim. Os dormentes foram representados por elementos de viga de concreto com seção retangular com eixo deslocado para a face superior. O deslocamento dos eixos dos trilhos e dormentes foi feita para que os nós dos elementos fossem coincidentes, o que garantiu a fixação entre eles e facilitou a construção do modelo. A camada de lastro foi

substituída por elementos de molas/amortecedores posicionados de forma a apoiar os dormentes de maneira uniforme.

Figura 28 – Modelo da Via Permanente **a)** Vista lateral em projeção paralela; **b)** Vista frontal em projeção paralela; **c)** Vista frontal em projeção cilíndrica

Fonte: do autor

As características consideradas para os elementos da via estão descritas na Tabela 2:

Tabela 2 – Características do modelo da via permanente

Trilho	Material	$E = 210 \text{ GPa}$ $\nu = 0.30$
	Seção	136-RE (TR68)
	Comprimento	200m
Palmilha	Rigidez ⁴	200 MN/m
	Amortecimento ⁴	21,8 kNs/m
Dormente	Material	$E = 2.80E10$ $\nu = 0.20$
	Seção	Retangular 0,30m x 0,24m
	Comprimento	2,80m
	Espaçamento	0,60m
Camada do Lastro	Rigidez ⁴ /(dormente)	31,6 MN/m
	Amortecimento ⁴ /(dormente)	21,8 kNs/m

Fonte: do autor

Conforme demonstrado em [33] o efeito da palmilha resiliente entre trilho e dormente não pode ser negligenciado, já que ela tem grande influência para a

⁴ Dados retirados de [47]

rigidez da via como um todo. Desta forma, para definir, no *Giraffe*, a rigidez dos elementos de mola foi proposto substituir as molas em série por uma rigidez equivalente, conforme está demonstrado no exemplo da Figura 29. Desta forma, seguindo método descrito em [33], os valores de rigidez das molas em paralelo foram somados e em seguida foi calculada uma rigidez equivalente para as molas em série, conforme Equação (11) apresentada anteriormente. A rigidez equivalente foi, então, dividida em nove molas associadas em paralelo, resultando em molas com rigidez de 3,25 MN/m e amortecimento de 1,21 kNs/m cada.

Figura 29 – Exemplo do sistema de molas em paralelo e molas com rigidez equivalente

Fonte: do autor

4.6 Modelagem do sistema veículo-via

Após estudar a aplicação do Giraffe para os modelos do veículo e da via, foi, por fim, modelada a junção entre estes dois subsistemas para análise de sua interação dinâmica, conforme conta no **ANEXO I**. Propôs-se criar, neste modelo, uma descontinuidade nos trilhos de rolamento para forçar uma situação de impacto das rodas na via.

Considerando que ambos subsistemas resultaram em modelos com grande número de nós, elementos e graus de liberdade, algumas considerações na construção do modelo foram feitas para poupar esforços computacionais e resultar em simulações mais rápidas. O modelo completo da via, conforme item 3.7, foi substituído por duas vigas rígidas paralelas. Esta substituição foi viável devido à possibilidade de se configurar as características do contato entre as superfícies no modelo *Master-surface to Master-surface* [37], que inclui a atribuição de um coeficiente de penalidade capaz de emular a rigidez equivalente do par de contato, já incluindo informações de rigidez da via.

Para estabelecer o contato é necessário parametrizar as seções transversais das superfícies dos elementos candidatos ao contato. Para isto, é conveniente utilizar a superelipse, descrita por (26), já que variando o expoente da equação podemos obter formas que variam de circulares até quase retangulares.

$$\left|\frac{x}{a}\right|^n + \left|\frac{y}{b}\right|^n = 1 \quad (26)$$

As superfícies das rodas do veículo foram parametrizadas como superelipses com valores de $a = b = 0,46$ m e expoente $n = 2$, sendo este correspondente a uma seção circular. Já a os trilhos, por possuírem uma superfície mais complexa, foi estudado qual coeficiente para n assemelharia à superfície de um trilho real. Para o expoente $n = 4$ houve uma melhor aproximação para a curvatura pretendida, como mostra a Figura 30. Para se assemelhar mais às características de trilhos em vias reais, os eixos verticais das duas vigas foram inclinados em uma relação de 1:40 para o centro da via.

Para que a substituição do modelo completo da via por apenas duas vigas fosse viável, o parâmetro mais importante para a análise do comportamento das forças dinâmicas de contato, a rigidez da via, foi inserido como um parâmetro de penalidade do modelo de contato. Como descrito anteriormente, o parâmetro de penalidade de um modelo de contato tem como conceito principal de atuar como uma mola de rigidez definida assim que o contato entre duas superfícies é estabelecido.

Figura 30 – **a)** Curvatura de uma seção transversal superelíptica ao longo de uma coordenada angular θ , para $n = 4$; **b)** Definição da coordenada angular

Fonte: [37]

O modelo final consistiu, portanto, no modelo de veículo proposto anteriormente apoiado sobre duas vigas de superfície superelíptica, como mostra a Figura 31. Deve-se destacar que a rigidez da via permanente é referente à rigidez por dormente, logo, para se inserir o dado no modelo do contato dos trilhos o valor deve ser dividido por dois, conforme o princípio de associação de molas em paralelo.

Figura 31 – Modelo do sistema veículo-via

Fonte: do autor

Para induzir o impacto das rodas na via foi criada uma descontinuidade nos trilhos, com a possibilidade de variar a distância entre as duas seções. Então, quando o veículo passa sobre esta descontinuidade as rodas perdem o contato com a superfície por um breve período e o impacto na superfície seguinte ocorre na sequência, possibilitando a análise das forças de contato ao longo do tempo.

Figura 32 – Descontinuidade nos trilhos

Fonte: do autor

5 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Neste trabalho as simulações foram realizadas em quatro etapas. A primeira consistiu em um veículo trafegando sobre uma superfície plana, cujo objetivo foi a verificação do modelo dinâmico do veículo. A segunda parte teve como finalidade aplicação do modelo de contato *master-master* na interação roda-trilho considerando as rodas com rolamento puro e com derrapagem. A terceira consistiu na estruturação do modelo da via permanente e a análise estática da elasticidade da via. Por fim, a quarta etapa focou na análise dos esforços dinâmicos de impacto entre as rodas do veículo e os trilhos de uma via com descontinuidade.

5.1 Simulação estática e dinâmica do veículo

Nesta primeira etapa, antes de iniciar a simulação dinâmica, foi solicitado ao Giraffe que se realizasse uma simulação estática, para que os contatos iniciais fossem completamente estabelecidos e as suspensões se acomodassem sem que houvesse oscilações. O resultado desta simulação foi o dado de partida para a análise dinâmica.

Com o modelo do veículo em repouso, a dinâmica se iniciou com a aplicação de um torque em todos os quatro eixos do carro. A análise foi feita por dados pós-processados de pontos monitorados durante toda a simulação. Os nós observados estão apresentados na Figura 33 que são: o nó central da viga transversal sobre a suspensão primária (nó P)⁵; os nós das extremidades da viga que conecta os dois truques de um mesmo carro (nós R); os nós coincidentes aos elementos de massa (nós S); e os nós no meio dos eixos dos rodeiros (nós Q). Ainda, além dos nós, foram monitoradas todas as regiões de contato entre o veículo e a superfície plana (W1 a W16).

---

⁵ Todos os nós em condições similares aos ilustrados na Figura X terão a mesma nomenclatura.

Figura 33 – Nós monitorados na simulação

Fonte: do autor

Como os resultados apresentados pelos nós e pelos contatos apresentam dados para finalidades diferentes eles serão discutidos separadamente a seguir.

a. Monitoramento dos nós

Primeiramente foram analisados os nós S e P (ver Figura 33) durante a simulação estática para análise do comportamento do assentamento da suspensão. O deslocamento do nó P está relacionado ao assentamento da suspensão primária, já o deslocamento de S aponta o assentamento total das suspensões. Como mostra a Figura 34, houve um assentamento de 3,7 cm da suspensão primária e 16,6 cm de todo o sistema, portanto um assentamento de 12,9 cm da suspensão secundária. Pode-se verificar, também, a não-linearidade do sistema, apresentando comportamento de *Hardening*, como previsto.

Figura 34 – Deslocamento vertical dos nós S e P durante a análise estática

Fonte: do autor

Ao finalizar a análise estática em que o sistema atinge uma situação de equilíbrio, o Giraffe inicia automaticamente a análise dinâmica, cujo intervalo de tempo para integração foi de 0.01s. Nesta parte da simulação há aplicação de forças externas aplicadas em instantes específicos. Um momento foi aplicado nos nós Q o que resultou na rotação dos eixos e permitiu o veículo iniciar o deslocamento. Houve um trecho em aceleração, outro em velocidade constante e, por fim, outro em frenagem até a parada completa. A Figura 35 mostra como foi a aplicação dos momentos ao longo do tempo.

Figura 35 – Distribuição da aplicação do torque no tempo

Fonte: do autor

No período de 0 a 15 s um torque positivo foi aplicado para que o veículo iniciasse o movimento, e isto foi possível devido à fricção entre as rodas e a superfície, cujo coeficiente de atrito foi adotado (0,60), segundo dados de [48], para representar o atrito de contato aço – aço limpos e secos. A partir do tempo 16 s até o tempo 23 s não foi aplicado nenhuma força externa ao sistema, permitindo que o veículo se movesse em velocidade constante, pois não foi inserido nenhum parâmetro de impedimento ao movimento. E por fim, no instante 24 s é aplicado torque negativo até que o veículo pare completamente o movimento. Durante toda a simulação o veículo deslocou-se 436 metros e atingiu uma velocidade máxima de 19 m/s. A aplicação dos torques resultou em uma aceleração e frenagem de $\pm 1,89 \text{ m/s}^2$.

Figura 36 – **a)** Distância percorrida **b)** Velocidade; **c)** Aceleração

O veículo estava em contato com uma superfície perfeitamente plana, ou seja, nenhuma irregularidade para causar perturbações no trajeto. Logo, não houve variação significativa no deslocamento vertical de nenhum dos nós e, portanto, foi analisado apenas os deslocamentos longitudinais.

b. Monitoramento dos contatos

Os resultados dos contatos monitorados na simulação dinâmica consistem em forças nas três direções principais. As forças na direção Y foram desconsideradas, já que os deslocamentos transversais foram impedidos.

Quando o torque é aplicado nos eixos do carro, a composição inicia movimento, desta forma as rodas de ambos truques exercem uma força de atrito de contato na direção longitudinal na superfície. Esta força aumenta conforme o torque é aplicado. No período entre 16 e 23 s a força de atrito diminui até quase zerar completamente, pois não há aplicação de forças externas. E durante a frenagem, a força de atrito reaparece em sentido oposto ao movimento.

Como pode ser visto na Figura 37– b), pode-se observar um efeito interessante no modelo. Durante a aceleração as rodas traseiras aumentam, mesmo que sensivelmente, a força de contato na direção vertical, enquanto as rodas frontais são aliviadas. E durante a frenagem ocorre o inverso. Este efeito faz sentido físico, já que a massa suspensa dos carros tende a permanecer em repouso ou em movimento enquanto os truques aceleram ou freiam.

Figura 37 – Forças de contato **a)** Forças normais; **b)** Forças longitudinais

Quando se plota os resultados em um mesmo gráfico fica clara a diferença de magnitude da variação entre as forças contato longitudinais e normais.

Figura 38 – Forças de contato normais e longitudinais

Fonte: Adaptado de [39]

5.2 Simulação dinâmica do sistema veículo-via aplicando modelo *master-master* com e sem derrapagem

Foram realizados quatro estudos de caso (nomeados conforme Tabela), os quais utilizaram o modelo descrito no item 4.6 para se analisar a interação roda-trilho considerando rolamento e derrapagem com tratamento de contato *master-master*. Nesta simulação foi considerado o veículo com carga de aproximadamente 8 t/roda.

Tabela 3 – Estudos de caso

Caso	Descrição
s1	Sem deslizamento e eixos flexíveis
s2	Sem deslizamento e eixos rígidos
s3	Com deslizamento e eixos flexíveis
s4	Com deslizamento e eixos rígidos

Fonte: Adaptado de [37]

Nos eixos dos rodéis foram aplicados torques para forçar o movimento e, posteriormente, a parada do veículo, da mesma forma como feito no caso estudado no item 5.1. No entanto, nos casos em que se desejou analisar o deslizamento das rodas nos trilhos (s3 e s4) foi aplicado um torque de intensidade maior no início do movimento e no início da frenagem, como mostra a Figura 39, para forçar a derrapagem das rodas. Já nos casos s1 e s2 as rodas apresentam apenas rolamento sobre os trilhos.

Figura 39 – Variação do torque no tempo para os casos s1-s2 (sem deslizamento) e s3-s4 (com deslizamento)

Fonte: Adaptado de [37]

Para ambos os casos de aplicação de torques, foram adotadas diferentes hipóteses para o comportamento dos eixos dos veículos: elementos rígidos (s2 e s4) ou flexíveis (s1 e s3).

Para a simulação, realizada em um período de 30 segundos, o intervalo de tempo para integração, no método de Newmark, foi de $2,5 \cdot 10^{-3}$ s. A Figura 40 mostra a velocidade angular dos eixos dos rodeiros com o tempo. Pode-se notar que, em todos os casos, não há influência da flexibilidade dos eixos, por esta razão as curvas dos casos s1-s2 (a) estão sobrepostas como se fossem únicas, bem como as curvas dos casos s3-s4 (b). Pode-se observar que para a condição sem deslizamento (s1-s2) a curva variou suavemente e de maneira regular, já na condição com deslizamento (s3-s4) há mudanças bruscas na velocidade angular nos momentos de aceleração e frenagem, devido à intensidade do torque aplicado nestes momentos. Durante a aceleração as rodas da frente do truque frontal apresentaram maiores velocidades, já que elas começam a derrapar antes que as demais.

Figura 40 – Velocidade angular a) Sem deslizamento (s1-s2); b) Com deslizamento (s3-s4)

Fonte: Adaptado de [37]

A Figura 41 mostra a velocidade de tráfego do veículo nas quatro condições. Nas situações com deslizamento o veículo atingiu maior velocidade, devido à influência do torque aplicado. Novamente não há influência da rigidez dos eixos neste parâmetro.

Figura 41 – Velocidade de tráfego do veículo

Fonte: Adaptado de [37]

Nos gráficos das Figura 42 e Figura 43, são apresentadas as forças de contato ao longo do tempo, sendo FT a componente tangente (atrito) e FN a componente normal. Na Figura 42 observa-se os casos sem deslizamento (s1-s2). Nota-se que há um comportamento diferente das forças de contato dos casos com eixos flexíveis em relação aos com eixos rígidos. Para o caso s1, todas as rodas apresentaram componentes de fricção, o que não ocorre para o caso s2, como detalha a Figura 44, em que: x é a direção longitudinal, y a transversal e z a vertical.

Figura 42 – Forças de contato para os casos sem deslizamento **a)** Eixos flexíveis (s1); **b)** Eixos rígidos (s2)

Fonte: Adaptado de [37]

Ao analisar os resultados, percebe-se que no momento de aceleração a flexibilidade dos eixos leva a uma força de atrito transversal considerável, tanto que

a maior força de atrito registrada nos modelos com deslizamento, como mostram as Figura 44a e Figura 45a. O mesmo é observado também no momento de frenagem, mas com sentido invertido das forças. Outro ponto interessante que se observa é que as forças transversais para os casos com eixo flexível não são zeradas após a parada total do veículo. Isso leva a crer que existem forças residuais que levam o sistema a apresentar alguma deformação residual nos eixos.

A Figura 43 mostra as forças de contato dos casos s3-s4. Nota-se que o deslizamento induzido causou uma saturação das forças de atrito, ou seja, as forças de atrito atingem o valor limite da lei de Coulomb em alguns períodos, como mostra a Figura 45a. Observa-se também que, novamente, a flexibilidade dos eixos tiveram grande influência na componente transversal da força de atrito.

As curvas das Figura 43 e Figura 45 (casos com deslizamento) apresentam curvas com ruído (altas frequências), isto ocorre devido à transição do regime de deslizamento (*sliding*) para o de rolamento (*sticking*), ou seja, são características do modelado numérico que podem ser atenuadas por modelos de dissipação e diminuir a amplitude destas oscilações alterando os parâmetros de dissipação.

Figura 43 – Forças de contato para os casos com deslizamento **a)** Eixos flexíveis (s3); **b)** Eixos rígidos (s4)

Fonte: Adaptado de [37]

Figura 44 – Forças de fricção para os casos sem deslizamento **a)** Eixos flexíveis (s1); **b)** Eixos rígidos (s2)

Fonte: Adaptado de [37]

Figura 45 – Forças de fricção para os casos com deslizamento **a)** Eixos flexíveis (s1); **b)** Eixos rígidos (s2)

Fonte: Adaptado de [37]

5.3 Simulação estática da via permanente

A rigidez da via pôde ser determinada aplicando forças nodais em posições diferentes da via, como mostra a Figura 46. As forças foram aplicadas, em nove nós diferentes espaçados em 15 cm entre si, pretendendo-se analisar a variação da rigidez ao longo da via.

Figura 46 – Distribuição das forças aplicadas

Fonte: do autor

Para cada nó foi obtido o deslocamento vertical, o que permitiu a determinação da rigidez, pela relação com a força aplicada. Como a variação não foi significativa entre cada nó, foi adotado um valor médio para quantificar uma aproximação da rigidez da via. O gráfico da Figura 47 mostra o comportamento da variação da rigidez, que não é muito significativo, desta forma adotou-se um valor médio.

Figura 47 – Rigidez da via em diferentes posições na via

Fonte: do autor

As vias, em geral, apresentam valores bem variados de rigidez dependendo de condições da manutenção, do subleito, do lastro e dos componentes da superestrutura. Como o objetivo deste trabalho era de definir um valor aproximado para a rigidez de uma via, estes efeitos que influenciam na rigidez da via foram

desconsiderados, portanto, a simulação tratou de uma via com suporte uniforme e contínuo, com componentes novos e sem desgastes, ou seja, uma condição idealizada. Ainda assim, os valores da rigidez obtidos nas simulações são consistentes com resultados experimentais obtidos em [33] e [34].

5.4 Simulação dinâmica do sistema veículo-via apresentando descontinuidades nos trilhos e considerando a influência da rigidez da via

Nesta simulação foi utilizado o modelo do veículo como descrito anteriormente, com carga de aproximadamente 9 t/roda. As rodas do veículo foram posicionadas próximas das descontinuidades dos trilhos para reduzir o tempo de simulação, visto que passo temporal para integração das equações do sistema foi fixado em 10^{-5} s, o que garantiu que os efeitos transientes de interesse fossem registrados nos resultados. Para impor movimento ao veículo foram aplicadas condições iniciais de movimento, na velocidade desejada, a todos os elementos e velocidades angulares no conjunto de rodas. Foram consideradas três velocidades diferentes para o estudo: 20 km/h; 60 km/h; e 100 km/h. Foi considerado um coeficiente de atrito de 0,6 para todos os contatos em todas as simulações.

A distância entre os trilhos também foi alterada em cada simulação para que pudesse ser avaliada a influência desta variável na variação das forças de impacto. Foram considerados distanciamentos entre os trilhos (descontinuidades) de quatro tamanhos diferentes: 3 mm; 10 mm; 20 mm; e 30 mm. Portanto, foram realizadas 12 simulações para definir o fator dinâmico do impacto (D) que é definido por:

$$D = \frac{F_{Dinamico}}{F_{Referencia}} \quad (27)$$

Em que $F_{Dinamico}$ é a amplificação instantânea da componente normal da força de contato entre as rodas e os trilhos. E $F_{Referencia}$ é o valor médio da componente normal da força de contato antes do impacto, ou seja, quando o veículo está em equilíbrio, neste caso foi de 91,6 kN por roda.

Nos gráficos da Figura 48 são apresentados os resultados das simulações dinâmicas em que é possível verificar a evolução do Fator Dinâmico de Impacto com

o tempo, em diferentes condições de velocidade do veículo e tamanhos dos gaps nos trilhos.

Nota-se em todos os gráficos um pequeno período em que o fator de impacto é igual a zero. Isto representa o momento em que a roda perdeu o contato com a superfície do trilho antes de o impacto ocorrer. Os resultados mostram que o fator de impacto é maior para condições em que os trens trafegam em velocidades menores e passam sobre descontinuidades com maiores distâncias. Neste caso, para o veículo a 20 km/h e gap de 30 mm, as forças de contato foram ampliadas em um fator de 1,880. Já para velocidade de 100 km/h e gap de 30 mm, o fator de impacto é de apenas 1,011, ou seja, há pouca variação com a condição de equilíbrio estático.

Desta forma, podemos relacionar o aumento da força de impacto com o tempo em que há perda de contato entre as duas superfícies. Quanto maior o tempo de perda de contato, maior é a amplificação das forças de impacto para as velocidades consideradas nas simulações.

Figura 48 – Fator Dinâmico de Impacto vs. Tempo, considerando a via com rigidez determinada: **a)** 20 km/h; **b)** 60 km/h; e **c)** 100km/h

Fonte: do autor

Para que fosse possível compreender como o valor da rigidez da via influência nas forças de impacto, as mesmas 12 simulações foram refeitas variando os valores de rigidez da via. Primeiro o parâmetro de penalidade do contato, que representa a rigidez da via, foi dividido pela metade para simular uma via menos rígida. E então o parâmetro de penalidade foi duplicado para simular uma via mais rígida. Foram construídos gráficos similares aos anteriores para estas duas novas condições, e estão representados na Figura 49 e na Figura 50.

Quando a via apresenta rigidez menor, os fatores de impacto diminuem. Na simulação realizada, quando o veículo está a 20 km/h e passa sobre uma descontinuidade de 30 mm, o fator de impacto chega a um pico de 1,589, o que está abaixo do fator de 1,880 encontrado no caso anterior. E para 100 km/h com uma descontinuidade de 3 mm, o fator é de apenas 1,006, também menor que o fator de 1,011 do primeiro caso.

Já quando estamos com a via mais rígida, as forças de impacto são amplificadas. E nas mesmas condições citadas anteriormente, o veículo a 20 km/h passando sobre uma descontinuidade de 30 mm, o fator de impacto chega a 2,393. E para os 100 km/h e descontinuidade de 3 mm, o fator de impacto chega a 1,018.

Figura 49 – Fator Dinâmico de Impacto vs. Tempo, considerando a via com a metade da rigidez calculada: **a)** 20 km/h; **b)** 60 km/h; e **c)** 100km/h

Fonte: do autor

Figura 50 – Fator Dinâmico de Impacto vs. Tempo, considerando a via com o dobro da rigidez calculada: **a)** 20 km/h; **b)** 60 km/h; e **c)** 100km/h

Fonte: do autor

Sendo assim, pode-se observar que o sistema veículo-via possui um comportamento dinâmico muito diverso quando há variações de rigidez. Isto também é observado na frequência de oscilação do fator de impacto após a ocorrência.

Por fim, foi possível construir os gráficos da relação entre a rigidez da via, velocidade de tráfego do veículo, tamanho do gap e forças de impacto. Na Figura 51 é mostrado o valor do pico do fator dinâmico de impacto em cada um dos casos estudados de rigidez, com as variações das velocidades e dos gaps.

Figura 51 – Influência da rigidez da via no pico do fator dinâmico de impacto para cada caso estudado **a)** Rigidez de referência (calculada); **b)** Metade da rigidez calculada (via menos rígida); e **c)** Dobro da rigidez calculada (via mais rígida)

Fonte: do autor

6 CONCLUSÕES

A finalidade do presente trabalho é propor modelos numéricos para simulação dinâmica de multicorpos rígidos-flexíveis para análise das forças de contato em diferentes situações do tráfego ferroviário. Os modelos se utilizaram de métodos e conceitos não fortemente explorados em estudos anteriores para aplicações ferroviárias, como a utilização do modelo *master-master* de contato e recursos específicos de modelagem, como as da suspensão do veículo e da via.

Os diferentes modelos criados em diferentes cenários levam a algumas conclusões com respeito ao comportamento do sistema ferroviário no que se diz respeito aos seus comportamentos dinâmicos.

Primeiramente é possível concluir que a rigidez equivalente da via tem influência no comportamento das forças de contato entre as rodas e trilhos. Para os cenários estudados, quanto maior a rigidez, maior é a amplificação das forças de impacto e maior a frequência da oscilação de tais forças. Da mesma forma, a velocidade de tráfego influi igualmente neste resultado, sendo que quanto menor a velocidade, nos três intervalos simulados, maior é o impacto.

Conclui-se também que ao se considerar as forças de contato transversais a flexibilidade dos eixos das rodas deve ser considerada como uma variável de análise.

6.1 Trabalhos futuros

A partir do presente trabalho, propõe-se que seja estudada a influência real da flexibilidade dos eixos do veículo no comportamento das forças de contato e ainda a determinação de uma velocidade crítica para a maior amplificação do impacto entre as rodas e os trilhos.

REFERÊNCIAS

- [1] DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES. São Paulo. Histórico do transporte ferroviário. Disponível em: <<http://www1.dnit.gov.br/ferrovias/historico.asp>>. Acesso em: 02 set. 2016.
- [2] NABAIS, R. J. S. **Manual básico de engenharia ferroviária**. 1ª Edição. São Paulo: Oficina de Textos, 2014. (Associação Brasileira de Pavimentação)
- [3] MINISTÉRIO DOS TRANSPORTES, PORTOS E AVIAÇÃO CIVIL. Brasília. Dados do transporte ferroviário. Disponível em: <<http://www.transportes.gov.br/transporte-ferroviario.html>>. Acesso em: 02 set. 2016.
- [4] BAHREKAZEMI, M. **Train-Induced ground vibration and its prediction**. 2004. 183 p. Tese (PhD) – Royal Institute of Technology, Dept. of Civil and Architectural Engineering, Division of Soil and Rock Mechanics. Stockholm.
- [5] SUHAIRY, S. A. **Prediction of ground vibration from railways**. 2000. 103 p. Tese (PhD) – SP Swedish National Testing and Research Institute. Borås.
- [6] ADAM, M. and von Estorff, O. Reduction of train-induced building vibrations by using open and filled trenches. **Computers and Structures**, v. 83, p. 11-24, ago. 2004. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2004.08.010>>. Acesso em set. 2016.
- [7] DIJCKMANS, A.; COULIER, P.; JIANG, J.; TOWARD, M. G. R.; THOMPSON, D. J.; DEGRANDE, G. e LOMBAERT, G. Mitigation of railway induced ground vibration by heavy masses next to the track. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 75, p. 158-170, 2015. Disponível em: < <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2015.04.003>>. Acesso em set. 2016.
- [8] ANDERSEN, L. e NIELSEN, S. R. K. Reduction of ground vibration by means of barriers or soil improvement along a railway track. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 25, p. 701-716, 2005. Disponível em: < <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2005.04.007>>. Acesso em nov. 2016.
- [9] CONNOLLY, D. P.; ALVES COSTA, P.; KOUROUSSIS, G.; GALVIN, P.; WOODWARD, P. K. and LAGHROUCHE, O. Large scale international testing of railway ground vibrations across Europe. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 71, p. 1-12, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2015.01.001>>. Acesso em set. 2016.
- [10] KRYLOV, V. V. Generation of ground vibrations by superfast trains. **Applied Acoustics**, v. 44, p. 149-164, 1994. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0003-682X\(95\)91370-I](https://doi.org/10.1016/0003-682X(95)91370-I)>. Acesso em dez. 2016.
- [11] KRYLOV, V. V. e FERGUSON, C. C. Calculations of ground vibrations from

- heavy-freight trains. **Proceedings of the Institute of Acoustics**, v. 15, n. 8, p. 59-68, 1993. Disponível em: <<https://dspace.lboro.ac.uk/2134/11295>>. Acesso em set. 2016.
- [12] RIVES, F. O.; PITA, A. L. e PUENTE, M. M. **Tratado de Ferrocarriles I: Via**. 1ª Edição. Madrid: Editorial Rueda, 1977.
- [13] ESVELD, C. **Modern railway track**. 2ª Edição. Delft: MRT-Productions, 2001.
- [14] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1990**: Basis of structural design. Bruxelas, 2002.
- [15] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1991**: Actions on structures. Bruxelas, 2002.
- [16] JOHNSON, K. L. **Contact Mechanics**. 1ª Edição. Cambridge: University Press, 1985.
- [17] FERNANDES, J. C. **Segurança nas vibrações sobre o corpo humano**. UNESP, 11 p., 2000. Apostila do curso de Engenharia Mecânica.
- [18] COSTA, P. M. B. A. **Vibrações do sistema via-macício induzidas por tráfego ferroviário**: Modelação numérica e validação experimental. Dissertação (Doutoramento) – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. 456 p. Porto, 2012.
- [19] AUCIELLO, J.; MELI, E.; FALOMI, S. e MALVEZZI, M. 2009. Dynamic simulation of railway vehicles: wheel/rail contact analysis. **Vehicle System Dynamics**, v. 47, n. 7, p. 867-899, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00423110802464624>>. Acesso em fev. 2017.
- [20] NEJATI, H. R.; AHMADI, M. e HASHEMOLHOSSEINI, H. Numerical analysis of ground surface vibration induced by underground train movement. **Tunnelling and Underground Space Technology**, v. 29, p. 1-9, 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.tust.2011.12.006>>. Acesso em jun. 2017.
- [21] KOUROUSSIS, G.; VERLINDEN, O. e CONTI, C. Ground propagation of vibrations from railway vehicles using a finite/infinite-element model of the soil. **Journal of Rail and Rapid Transit**, v. 223, Part F, p. 405-413, 2009. Disponível em: < <https://doi.org/10.1243/09544097JRRT253> >. Acesso em dez. 2016.
- [22] GAO, G.; SONG, J.; CHEN, G. e YANG, J. Numerical prediction of ground vibrations induced by high-speed trains including wheel-rail-soil coupled effects. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 77, p. 274-278, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2015.06.002>>. Acesso em out. 2016.
- [23] KARLSTRÖM, A. e BOSTRÖM, A. An analytical model for train-induced

- ground vibrations from railways. **Journal of Sound and Vibration**, v. 292, p. 221-241, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.07.041>>. Acesso em out. 2016.
- [24] WU, T. X. e THOMPSON, D. J. A double Timoshenko beam model for vertical vibration analysis of railway track at high frequencies. **Journal of Sound and Vibration**, v. 224, n. 2, p. 329-348, 1999. Disponível em: <<https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2171>>. Acesso em jan. 2017.
- [25] REMENNIKOV, A. e KAEWUNRUEN, S. Investigation of vibration characteristics of prestressed concrete sleepers in free-free and in-situ conditions. In: AUSTRALIAN STRUCTURAL ENGINEERING CONFERENCE (ASEC), 2005, Newcastle, Australia. **ASEC 2005**. Newcastle: Institution of Engineers Australia, 2005. p. 11-14. 1 CD-ROM.
- [26] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO/CD 14837-1**: Mechanical vibration – Ground-borne noise and vibration arising from rail system. 2001.
- [27] KARLSTRÖM, A. An analytical model for ground vibrations from accelerating trains. **Journal of Sound and Vibration**, v. 293, p. 587-598, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.08.038>>. Acesso em set. 2016.
- [28] LI, W.; DWIGHT, R. A. e ZHANG, T. On the study of vibration of a supported railway rail using the semi-analytical finite element method. **Journal of Sound and Vibration**, v. 345, p. 121-145, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.01.036>>. Acesso em nov. 2016.
- [29] REAL, T.; ZAMORANO, C.; RIBES, F. e REAL, J. I. Train-induced vibration prediction in tunnels using 2D and 3D FEM models in time domain. **Tunneling and Underground Space Technology**, v. 49, p. 376-383, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.tust.2015.05.004>>. Acesso em out. 2016.
- [30] SHENG, X.; JONES, C. J. C. e THOMPSON, D. J. Prediction of ground vibration from trains using the wavenumber finite and boundary element methods. **Journal of Sound and Vibration**, v. 293, p. 575-586, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.08.040>>. Acesso em nov. 2016.
- [31] WRIGGERS, P. **Computational contact mechanics**. 2ª Edição. Berlim: Springer-Verlag, 2006.
- [32] WRIGGERS, P. **Nonlinear finite element methods**. 1ª Edição. Berlim: Springer-Verlag, 2008.
- [33] POWRIE, W. e LE PEN, L. **A guide to track stiffness**. 1ª Edição. Southampton: University of Southampton, 2016.
- [34] COSTA, R.; MOURA, E.; BERNUCCI, L.; MOTTA, R.; TEIXEIRA, A. e SGAVIOLI, F. Dispositivo de medição de deslocamentos em via permanente para determinação do módulo de via. **Revista Transportes**, v. 24, n. 4, p. 32-38, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.14295/transportes.v24i4.1140>>.

Acesso em jan. 2018.

- [35] GAY NETO, A.; PIMENTA, P. M. e WRIGGERS, P. A master-surface to master-surface formulation for beam to beam contact. Part I: frictionless interaction. **Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.**, v. 303, p. 400-429, 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cma.2016.02.005>>. Acesso em jul. 2016.
- [36] GAY NETO, A.; PIMENTA, P. M. e WRIGGERS, P. A Master-surface to Master-surface Formulation for Beam to Beam Contact. Part II: Frictional Interaction. **Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.**, v. 319, p. 146-174, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cma.2017.01.038>>. Acesso em jun. 2017.
- [37] GAY NETO, A.; DE CAMPOS, P. R. R. e PEREIRA, T. F. M. Master-surface to master-surface contact formulation applied to wheel-rail interaction. In: INTERNATIONAL HEAVY HAUL ASSOCIATION CONFERENCE, 11., 2017, Cape Town.
- [38] GAY NETO, A. **Giraffe user's manual**. University of São Paulo, 2016. Disponível em: <http://sites.poli.usp.br/p/alfredo.gay/GIRAFFE_manual.pdf>. Acesso em mar 2016.
- [39] PEREIRA, T. F. M. e GAY NETO, A. Computational model to evaluate actions in wheel-rail contact interaction. **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia**, v. 2, n. 22, 2016. Disponível em: <<http://www.periodicos.unb.br/index.php/ripe/article/viewFile/24444/17505>>. Acesso em dez. 2016.
- [40] IBRAHIMBEGOVIC, A. e MAMOURI, S. On rigid components and joints constraints in nonlinear dynamics of flexible multibody systems amplying 3D geometrically exact beam model. **Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.**, v. 188, p. 805-831, 2000. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(99\)00363-1](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(99)00363-1)>. Acesso em set. 2016.
- [41] GAY NETO, A. Simulation of mechanisms modeled by geometrically-exact beams using Rodrigues rotation parameters. **Computational Mechanics**, v. 59, n. 3, p. 459-481, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00466-016-1355-2>>. Acesso em dez. 2016.
- [42] GAY NETO, A.; MARTINS, C. A. e PIMENTA, P. M. Static analysis of offshore risers with a geometrically-exact 3D beam model subjected to unilateral contact. **Computational Mechanics**, vol 53, pp. 125-145, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00466-013-0897-9>>. Acesso em set. 2016.
- [43] GAY NETO, A.; PIMENTA, P. M. e WRIGGERS, P. Contact between rolling beams and flat surfaces. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 97, p. 683-706, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/nme.4611>>. Acesso em set. 2016.
- [44] CORREA, W. L. e BATTISTA, R. C. Efeitos da interação trem-trilhos-lastro-estrutura nas vibrações de pontes ferroviárias. **Revista Sul-Americana de**

Engenharia Estrutural, v. 2, n. 3, p. 7-27, 2005.

- [45] GAY NETO, A., PIMENTA, P. M. e WRIGGERS, P. Self-contact modeling on beams experiencing loop formation. **Computational Mechanics**, v. 55, n. 1, p. 193-208, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00466-014-1092-3>>. Acesso em set. 2016.
- [46] GAY NETO, A. 2016. Dynamics of offshore risers using a geometrically-exact beam model with hydrodynamic loads and contact with the seabed. **Engineering Structures**, v. 125, p. 438-454, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.07.005>>. Acesso em dez. 2016.
- [47] SUN, Y. Q. e DHANASEKAR, M. A dynamic model for the vertical interaction of the rail track and wagon system. **International Journal of Solids and Structures**, v. 39, p. 1337-1359, 2002. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(01\)00224-4](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(01)00224-4)>. Acesso em set. 2016.
- [48] GRIGORIEV, I.S. e MEILIKHOV, E. **Handbook of Physical Quantities**. Boca Raton: CRC Press, p. 145-156, 1997.

ANEXO I – Arquivos de entrada do *Giraffe*

a. Modelo da via

b. Modelo do sistema veículo-via

Elements		5661									
Beam_1	1	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	1	2	3
Beam_1	2	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	3	4	5
Beam_1	3	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	5	6	7
Beam_1	4	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	7	8	9
Beam_1	5	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	16	17	18
Beam_1	6	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	18	19	20

R3R.inp											
Beam_1	7	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	20	21	22
Beam_1	8	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	22	23	24
Beam_1	9	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	31	32	33
Beam_1	10	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	33	34	35
Beam_1	11	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	35	36	37
Beam_1	12	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	37	38	39
Beam_1	13	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	46	47	48
Beam_1	14	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	48	49	50
Beam_1	15	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	50	51	52
...											
Beam_1	1327	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	4970	4971	4972
Beam_1	1328	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	4972	4973	4974
Beam_1	1329	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	4981	4982	4983
Beam_1	1330	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	4983	4984	4985
Beam_1	1331	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	4985	4986	4987
Beam_1	1332	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	4987	4988	4989
Beam_1	1333	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	4996	4997	4998
Beam_1	1334	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	4998	4999	5000
Beam_1	1335	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	5000	5001	5002
Beam_1	1336	Mat	3.00	Sec	12.00	CS	1.00	Nodes	5002	5003	5004
Beam_1	1337	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	10	3	11
Beam_1	1338	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	11	12	25
Beam_1	1339	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	25	18	26
Beam_1	1340	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	26	27	40
Beam_1	1341	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	40	33	41
Beam_1	1342	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	41	42	55
Beam_1	1343	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	55	48	56
Beam_1	1344	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	56	57	70
Beam_1	1345	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	70	63	71
Beam_1	1346	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	71	72	85
Beam_1	1347	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	85	78	86
Beam_1	1348	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	86	87	100
...											
Beam_1	2654	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	4904	4905	4918
Beam_1	2655	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	4918	4912	4919
Beam_1	2656	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	4919	4920	4933
Beam_1	2657	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	4933	4927	4934
Beam_1	2658	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	4934	4935	4948
Beam_1	2659	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	4948	4942	4949
Beam_1	2660	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	4949	4950	4963
Beam_1	2661	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	4963	4957	4964
Beam_1	2662	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	4964	4965	4978
Beam_1	2663	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	4978	4972	4979
Beam_1	2664	Mat	1.00	Sec	13.00	CS	5.00	Nodes	4979	4980	4993
SpringDashpot_1	2665	Stiffness			3254041.81		Damping	1211.11	Nodes	1	4996
SpringDashpot_1	2666	Stiffness			3254041.81		Damping	1211.11	Nodes	2	4997
SpringDashpot_1	2667	Stiffness			3254041.81		Damping	1211.11	Nodes	3	4998
SpringDashpot_1	2668	Stiffness			3254041.81		Damping	1211.11	Nodes	4	4999
SpringDashpot_1	2669	Stiffness			3254041.81		Damping	1211.11	Nodes	5	5000
SpringDashpot_1	2670	Stiffness			3254041.81		Damping	1211.11	Nodes	6	5001
SpringDashpot_1	2671	Stiffness			3254041.81		Damping	1211.11	Nodes	7	5002
...											
SpringDashpot_1	5652	Stiffness			3254041.81		Damping	1211.11	Nodes	4974	7983
SpringDashpot_1	5653	Stiffness			3254041.81		Damping	1211.11	Nodes	4981	7984
SpringDashpot_1	5654	Stiffness			3254041.81		Damping	1211.11	Nodes	4982	7985

R3R.inp

SpringDashpot_1	5655	Stiffness	3254041.81	Damping	1211.11	Nodes	4983	7986
SpringDashpot_1	5656	Stiffness	3254041.81	Damping	1211.11	Nodes	4984	7987
SpringDashpot_1	5657	Stiffness	3254041.81	Damping	1211.11	Nodes	4985	7988
SpringDashpot_1	5658	Stiffness	3254041.81	Damping	1211.11	Nodes	4986	7989
SpringDashpot_1	5659	Stiffness	3254041.81	Damping	1211.11	Nodes	4987	7990
SpringDashpot_1	5660	Stiffness	3254041.81	Damping	1211.11	Nodes	4988	7991
SpringDashpot_1	5661	Stiffness	3254041.81	Damping	1211.11	Nodes	4989	7992

//Materials

Materials

4

Hooke	1	E	2.10E+11	Nu	0.30	Rho	7860

Hooke	2	E	2.50E+10	Nu	0.28	Rho	5000

Hooke	3	E	2.80E+10	Nu	0.20	Rho	2500

Hooke	4	E	2.10E+11	Nu	0.30	Rho	7860

CS 6

CSYS	1	E1	1	0	0	E3	0	1	0

CSYS	2	E1	0	0	1	E3	1	0	0

CSYS	3	E1	1	0	0	E3	0	0	-1

CSYS	4	E1	1	0	0	E3	0	0	1

CSYS	5	E1	0	0.99968764	0.02499219	E3	1	0	0

CSYS   6   E1   0   0.99968764   -0.02499219   E3   1   0   0

//Detalhe das Seções Transversais especiais

SectionDetails 2
//Dormente

SolidSection   1   AxisPosition   0   -0.12   NPoints 4

Point   1   -0.15   0.12

Point   2   0.15   0.12

Point   3   0.15   -0.12

Point   4   -0.15   -0.12
//Trilho

SolidSection   2   AxisPosition   0   0   NPoints 32

Point   1   0   0
Point   2   0.0746125   0
Point   3   0.0762   0.0015875
Point   4   0.0762   0.00863346
Point   5   0.07379462   0.01171448
Point   6   0.02642362   0.02355596
Point   7   0.01212088   0.0398399
Point   8   0.00953262   0.12634214
Point   9   0.01651762   0.13987018
Point   10   0.01958086   0.14141958
Point   11   0.0312928   0.1443482
Point   12   0.03730752   0.15204948
Point   13   0.03682746   0.16943578
Point   14   0.03254248   0.1792478
Point   15   0.02990596   0.18111724
Point   16   0.0140208   0.18525236
Point   17   0   0.1857375
Point   18   -0.0140208   0.18525236
Point   19   -0.02990596   0.18111724
Point   20   -0.03254248   0.1792478
Point   21   -0.03682746   0.16943578
Point   22   -0.03730752   0.15204948

```

Point 23      -0.0312928      0.1443482
Point 24      -0.01958086     0.14141958
Point 25      -0.01651762     0.13987018
Point 26      -0.00953262     0.12634214
Point 27      -0.01212088     0.0398399
Point 28      -0.02642362     0.02355596
Point 29      -0.07379462     0.01171448
Point 30      -0.0762 0.00863346
Point 31      -0.0762 0.0015875
Point 32      -0.0746125      0

```

```
//Seções Transversais dos elementos
```

```
Sections      13
```

```
Tube    1      De      0.2      Di      0
```

```
SuperEllipse  2      A      0.46      B      0.46      N      2      AMeshFDM      100
```

```
Tube    3      De      0.25      Di      0.18
```

```
Rectangle    4      B      0.1      H      0.2
```

```
Rectangle    5      B      0.2      H      0.06
```

```
Rectangle    6      B      0.1      H      0.2
```

```
Rectangle    7      B      0.4      H      0.1
```

```
Rectangle    8      B      0.6      H      0.8
```

```
Rectangle    9      B      0.5      H      1.2
```

```
Rectangle   10      B      0.3      H      0.3
```

```
Rectangle   11      B      0.05      H      0.05
```

```

//Dormente
UserDefined      12
GA               840000000.0000000
EA               2016000000.0000000
ES1              -241920000.0000000
ES2              0.0000000
EI11            29030400.0000000
EI22            0.0000000
EI12            0.0000000
GS1             -100800000.0000000
GS2             0.0000000
GS1S            0.0000000
GS2S            0.0000000
GJT             6803087.2000000
J11             2.5920000
J22             0.0000000
J12             0.0000000
A               0.0720000
SC              0.0000000      -0.1200000
BC              0.0000000      -0.1200000
Rho             180.0000000
SD              1.0000000
//Trilho
UserDefined      13
GA               656713326.7692310000
EA               1707454649.6000000000
ES1              144398244.4984170000
ES2              0.0000000000
EI11            20026109.2813788000
EI22            1200819.3382274900
EI12            0.0000000000
GS1             55537786.3455451000
GS2             0.0000000000
GS1S            27768893.1727725000
GS2S            0.0000000000
GJT             1373989.0129860800
J11             0.7870260948
J22             0.0471922000
J12             0.0000000000
A               0.0085372732
SC              0.0000000000      0.0422846500
BC              0.0000000000      0.0845693000
Rho             67.1029677293
SD              2.0000000000

```

Analysis

Static

StaticParameters

R3R.inp

LoadSteps 1

SubSteps	10	MaxIt	15	MinIt	5	ConvIncrease	4	IncFactor
1.5	Abort	1.00E-12	Sample	1				

SolverOptions

Processors 4 LinSys Direct

ConvergenceCriteria

ForceTolerance 1.00E-06

MomentTolerance 1.00E-06

ForceMinimumReference 1.00E-06

MomentMinimumReference 1.00E-04

ConstraintMinimumReference 1.00E-08

DisplacementTolerance 1.00E-06

R3R.inp

RotationTolerance	1.00E-06
LagrangeTolerance	1.00E-06
DisplacementMinimumReference	1.00E-08
RotationMinimumReference	1.00E-08
LagrangeMinimumReference	1.00E-06
DivergenceReference	1.00E+17

PostFiles

Sample 1	MagFactor	1000

WriteMesh	1

WriteRenderMesh 1

WriteRigidContactSurfaces	0

WriteFlexibleContactSurfaces	0
WriteForces	1

WriteConstraints	0

WriteSpecialConstraints	0

WriteContactForces	0

WriteRenderRigidBodies 0

WriteRenderParticles 0

Monitor (Nodes/Elements/Contacts/NodeSets)
Sample 1

$$2 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

Nodes	2502	2505

Elements

Contacts

NodeSets

NodalLoads	2

Node	2502	FX	0	FY	0	FZ	-200000	MX	0
MY	0	MZ	0	Steps	1				

Node	2505	FX	0	FY	0	FZ	-200000	MX	0
MY	0	MZ	0	Steps	1				

EOF

R3R.inp

ANEXO I - b. Modelo do Sistema Veículo-Via

Nodes 155 DOFs 6

//Rodeiro Traseiro do Truque Traseiro

Node	1	X	0.53	Y	-1.19064	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	2	X	0.53	Y	-1.0573	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	3	X	0.53	Y	-0.92396	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	4	X	0.53	Y	-0.84198	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	5	X	0.53	Y	-0.76	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	6	X	0.53	Y	-0.38	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	7	X	0.53	Y	0	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	8	X	0.53	Y	0.38	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	9	X	0.53	Y	0.76	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	10	X	0.53	Y	0.84198	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	11	X	0.53	Y	0.92396	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	12	X	0.53	Y	1.0573	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	13	X	0.53	Y	1.19064	Z	0.4572	CONSTR	111111

//Rodeiro Dianteiro do Truque Traseiro

Node	14	X	3.03	Y	-1.19064	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	15	X	3.03	Y	-1.0573	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	16	X	3.03	Y	-0.92396	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	17	X	3.03	Y	-0.84198	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	18	X	3.03	Y	-0.76	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	19	X	3.03	Y	-0.38	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	20	X	3.03	Y	0	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	21	X	3.03	Y	0.38	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	22	X	3.03	Y	0.76	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	23	X	3.03	Y	0.84198	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	24	X	3.03	Y	0.92396	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	25	X	3.03	Y	1.0573	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	26	X	3.03	Y	1.19064	Z	0.4572	CONSTR	111111

//Truque Traseiro

Node	27	X	0.53	Y	-1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	28	X	0.53	Y	1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	29	X	3.03	Y	-1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	30	X	3.03	Y	1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	31	X	0.92	Y	-1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	32	X	1.31	Y	-1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	33	X	1.78	Y	-1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	34	X	2.25	Y	-1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	35	X	2.64	Y	-1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	36	X	1.31	Y	-1.0573	Z	0.46775	CONSTR	0
Node	37	X	1.31	Y	-1.0573	Z	0.303	CONSTR	0
Node	38	X	1.78	Y	-1.0573	Z	0.303	CONSTR	0
Node	39	X	2.25	Y	-1.0573	Z	0.303	CONSTR	0
Node	40	X	2.25	Y	-1.0573	Z	0.46775	CONSTR	0
Node	41	X	0.92	Y	1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	42	X	1.31	Y	1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	43	X	1.78	Y	1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	44	X	2.25	Y	1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	45	X	2.64	Y	1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	46	X	1.31	Y	1.0573	Z	0.46775	CONSTR	0
Node	47	X	1.31	Y	1.0573	Z	0.303	CONSTR	0
Node	48	X	1.78	Y	1.0573	Z	0.303	CONSTR	0
Node	49	X	2.25	Y	1.0573	Z	0.303	CONSTR	0
Node	50	X	2.25	Y	1.0573	Z	0.46775	CONSTR	0
Node	51	X	1.78	Y	-1.0573	Z	0.46775	CONSTR	0

X0.5junta3mm_100kph_1.0E-5TS.inp

Node	52	X	1.78	Y	1.0573	Z	0.46775	CONSTR	0
Node	53	X	1.78	Y	0	Z	0.46775	CONSTR	0
//Rodeiro Traseiro do Truque Dianteiro									
Node	54	X	15.24	Y	-1.19064	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	55	X	15.24	Y	-1.0573	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	56	X	15.24	Y	-0.92396	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	57	X	15.24	Y	-0.84198	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	58	X	15.24	Y	-0.76	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	59	X	15.24	Y	-0.38	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	60	X	15.24	Y	0	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	61	X	15.24	Y	0.38	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	62	X	15.24	Y	0.76	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	63	X	15.24	Y	0.84198	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	64	X	15.24	Y	0.92396	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	65	X	15.24	Y	1.0573	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	66	X	15.24	Y	1.19064	Z	0.4572	CONSTR	111111
//Rodeiro Dianteiro do Truque Dianteiro									
Node	67	X	17.74	Y	-1.19064	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	68	X	17.74	Y	-1.0573	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	69	X	17.74	Y	-0.92396	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	70	X	17.74	Y	-0.84198	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	71	X	17.74	Y	-0.76	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	72	X	17.74	Y	-0.38	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	73	X	17.74	Y	0	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	74	X	17.74	Y	0.38	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	75	X	17.74	Y	0.76	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	76	X	17.74	Y	0.84198	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	77	X	17.74	Y	0.92396	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	78	X	17.74	Y	1.0573	Z	0.4572	CONSTR	111111
Node	79	X	17.74	Y	1.19064	Z	0.4572	CONSTR	111111
//Truque Dianteiro									
Node	80	X	15.24	Y	-1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	81	X	15.24	Y	1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	82	X	17.74	Y	-1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	83	X	17.74	Y	1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	84	X	15.63	Y	-1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	85	X	16.02	Y	-1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	86	X	16.49	Y	-1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	87	X	16.96	Y	-1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	88	X	17.35	Y	-1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	89	X	16.02	Y	-1.0573	Z	0.46775	CONSTR	0
Node	90	X	16.02	Y	-1.0573	Z	0.303	CONSTR	0
Node	91	X	16.49	Y	-1.0573	Z	0.303	CONSTR	0
Node	92	X	16.96	Y	-1.0573	Z	0.303	CONSTR	0
Node	93	X	16.96	Y	-1.0573	Z	0.46775	CONSTR	0
Node	94	X	15.63	Y	1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	95	X	16.02	Y	1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	96	X	16.49	Y	1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	97	X	16.96	Y	1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	98	X	17.35	Y	1.0573	Z	0.6325	CONSTR	0
Node	99	X	16.02	Y	1.0573	Z	0.46775	CONSTR	0
Node	100	X	16.02	Y	1.0573	Z	0.303	CONSTR	0
Node	101	X	16.49	Y	1.0573	Z	0.303	CONSTR	0
Node	102	X	16.96	Y	1.0573	Z	0.303	CONSTR	0
Node	103	X	16.96	Y	1.0573	Z	0.46775	CONSTR	0
Node	104	X	16.49	Y	-1.0573	Z	0.46775	CONSTR	0
Node	105	X	16.49	Y	1.0573	Z	0.46775	CONSTR	0
Node	106	X	16.49	Y	0	Z	0.46775	CONSTR	0
Node	107	X	1.78	Y	0	Z	0.96775	CONSTR	0
Node	108	X	9.135	Y	0	Z	0.96775	CONSTR	0
Node	109	X	16.49	Y	0	Z	0.96775	CONSTR	0

X0.5junta3mm_100kph_1.0E-5TS.inp

Node	110	X	1.78	Y	0	Z	2.21775	CONSTR	0
Node	111	X	1.78	Y	0	Z	3.46775	CONSTR	0
Node	112	X	9.135	Y	0	Z	2.21775	CONSTR	0
Node	113	X	9.135	Y	0	Z	3.46775	CONSTR	0
Node	114	X	16.49	Y	0	Z	2.21775	CONSTR	0
Node	115	X	16.49	Y	0	Z	3.46775	CONSTR	0
Node	116	X	1.31	Y	-1.0573	Z	0.96775	CONSTR	0
Node	117	X	2.25	Y	-1.0573	Z	0.96775	CONSTR	0
Node	118	X	1.31	Y	1.0573	Z	0.96775	CONSTR	0
Node	119	X	2.25	Y	1.0573	Z	0.96775	CONSTR	0
Node	120	X	1.31	Y	-1.0573	Z	0.80012	CONSTR	0
Node	121	X	2.25	Y	-1.0573	Z	0.80012	CONSTR	0
Node	122	X	1.31	Y	1.0573	Z	0.80012	CONSTR	0
Node	123	X	2.25	Y	1.0573	Z	0.80012	CONSTR	0
Node	124	X	0.53	Y	-1.0573	Z	0.4572	CONSTR	0
Node	125	X	0.53	Y	1.0573	Z	0.4572	CONSTR	0
Node	126	X	3.03	Y	-1.0573	Z	0.4572	CONSTR	0
Node	127	X	3.03	Y	1.0573	Z	0.4572	CONSTR	0
Node	128	X	15.24	Y	-1.0573	Z	0.4572	CONSTR	0
Node	129	X	15.24	Y	1.0573	Z	0.4572	CONSTR	0
Node	130	X	17.74	Y	-1.0573	Z	0.4572	CONSTR	0
Node	131	X	17.74	Y	1.0573	Z	0.4572	CONSTR	0
Node	132	X	0.53	Y	-1.0573	Z	0.54485	CONSTR	0
Node	133	X	0.53	Y	1.0573	Z	0.54485	CONSTR	0
Node	134	X	3.03	Y	-1.0573	Z	0.54485	CONSTR	0
Node	135	X	3.03	Y	1.0573	Z	0.54485	CONSTR	0
Node	136	X	15.24	Y	-1.0573	Z	0.54485	CONSTR	0
Node	137	X	15.24	Y	1.0573	Z	0.54485	CONSTR	0
Node	138	X	17.74	Y	-1.0573	Z	0.54485	CONSTR	0
Node	139	X	17.74	Y	1.0573	Z	0.54485	CONSTR	0
Node	140	X	16.02	Y	-1.0573	Z	0.96775	CONSTR	0
Node	141	X	16.02	Y	1.0573	Z	0.96775	CONSTR	0
Node	142	X	16.96	Y	-1.0573	Z	0.96775	CONSTR	0
Node	143	X	16.96	Y	1.0573	Z	0.96775	CONSTR	0
Node	144	X	16.02	Y	-1.0573	Z	0.80012	CONSTR	0
Node	145	X	16.02	Y	1.0573	Z	0.80012	CONSTR	0
Node	146	X	16.96	Y	-1.0573	Z	0.80012	CONSTR	0
Node	147	X	16.96	Y	1.0573	Z	0.80012	CONSTR	0

//Trilhos

Node	148	X	-0.15	Y	-0.836	Z	-0.1	CONSTR	111111
Node	149	X	18.00	Y	-0.836	Z	-0.1	CONSTR	111111
Node	150	X	18.003	Y	-0.836	Z	-0.1	CONSTR	111111
Node	151	X	36.00	Y	-0.836	Z	-0.1	CONSTR	111111
Node	152	X	-0.15	Y	0.836	Z	-0.1	CONSTR	111111
Node	153	X	18.00	Y	0.836	Z	-0.1	CONSTR	111111
Node	154	X	18.003	Y	0.836	Z	-0.1	CONSTR	111111
Node	155	X	36.00	Y	0.836	Z	-0.1	CONSTR	111111

Elements 95

//Rodeiro Traseiro do Truque Traseiro

X0.5junta3mm_100kph_1.0E-5TS.inp											
Beam_1		Mat		Sec		CS		Nodes			
1		1		1		1		1	2	3	
2		1		2		1		3	4	5	
3		1		3		1		5	6	7	
4		1		3		1		7	8	9	
5		1		2		1		9	10	11	
6		1		1		1		11	12	13	
//Rodeiro Dianteiro do Truque Traseiro											
7		1		1		1		14	15	16	
8		1		2		1		16	17	18	
9		1		3		1		18	19	20	
10		1		3		1		20	21	22	
11		1		2		1		22	23	24	
12		1		1		1		24	25	26	
//Truque Traseiro											
13		1		4		2		27	31	32	
14		1		4		2		32	33	34	
15		1		4		2		34	35	29	
16		1		4		2		28	41	42	

X0.5junta3mm_100kph_1.0E-5TS.inp

Beam_1	17	Mat	1	Sec	4	CS	2	Nodes	42	43	44
Beam_1	18	Mat	1	Sec	4	CS	2	Nodes	44	45	30
Beam_1	19	Mat	1	Sec	5	CS	3	Nodes	32	36	37
Beam_1	20	Mat	1	Sec	5	CS	3	Nodes	34	40	39
Beam_1	21	Mat	1	Sec	5	CS	3	Nodes	42	46	47
Beam_1	22	Mat	1	Sec	5	CS	3	Nodes	44	50	49
Beam_1	23	Mat	1	Sec	6	CS	2	Nodes	37	38	39
Beam_1	24	Mat	1	Sec	6	CS	2	Nodes	47	48	49
Beam_1	25	Mat	1	Sec	7	CS	1	Nodes	51	53	52
SpringDashpot_1	26			Stiffness	3510000	Damping	54000	Nodes	38	51	
SpringDashpot_1	27			Stiffness	3510000	Damping	54000	Nodes	48	52	
//Rodeiro Traseiro do Truque Dianteiro											
Beam_1	28	Mat	1	Sec	1	CS	1	Nodes	54	55	56
Beam_1	29	Mat	1	Sec	2	CS	1	Nodes	56	57	58
Beam_1	30	Mat	1	Sec	3	CS	1	Nodes	58	59	60
Beam_1	31	Mat	1	Sec	3	CS	1	Nodes	60	61	62
Beam_1	32	Mat	1	Sec	2	CS	1	Nodes	62	63	64

Beam_1	33	Mat	1	Sec	1	CS	1	Nodes	64	65	66

//Rodeiro Dianteiro do Truque Dianteiro

Beam_1	34	Mat	1	Sec	1	CS	1	Nodes	67	68	69

Beam_1	35	Mat	1	Sec	2	CS	1	Nodes	69	70	71

Beam_1	36	Mat	1	Sec	3	CS	1	Nodes	71	72	73

Beam_1	37	Mat	1	Sec	3	CS	1	Nodes	73	74	75

Beam_1	38	Mat	1	Sec	2	CS	1	Nodes	75	76	77

Beam_1	39	Mat	1	Sec	1	CS	1	Nodes	77	78	79

//Truque Dianteiro

Beam_1	40	Mat	1	Sec	4	CS	2	Nodes	80	84	85

Beam_1	41	Mat	1	Sec	4	CS	2	Nodes	85	86	87

Beam_1	42	Mat	1	Sec	4	CS	2	Nodes	87	88	82

Beam_1	43	Mat	1	Sec	4	CS	2	Nodes	81	94	95

Beam_1	44	Mat	1	Sec	4	CS	2	Nodes	95	96	97

Beam_1	45	Mat	1	Sec	4	CS	2	Nodes	97	98	83

Beam_1	46	Mat	1	Sec	5	CS	3	Nodes	85	89	90

Beam_1	47	Mat	1	Sec	5	CS	3	Nodes	87	93	92

X0.5junta3mm_100kph_1.0E-5TS.inp

Beam_1	48	Mat	1	Sec	5	CS	3	Nodes	95	99	100
Beam_1	49	Mat	1	Sec	5	CS	3	Nodes	97	103	102
Beam_1	50	Mat	1	Sec	6	CS	2	Nodes	90	91	92
Beam_1	51	Mat	1	Sec	6	CS	2	Nodes	100	101	102
Beam_1	52	Mat	1	Sec	7	CS	1	Nodes	104	106	105
SpringDashpot_1	53		Stiffness		3510000	Damping	54000	Nodes	91	104	
SpringDashpot_1	54		Stiffness		3510000	Damping	54000	Nodes	101	105	
//Carro											
Beam_1	55	Mat	2	Sec	9	CS	2	Nodes	107	108	109
SpringDashpot_1	56		Stiffness		3960000	Damping	152000	Nodes	106	109	
SpringDashpot_1	57		Stiffness		3960000	Damping	152000	Nodes	53	107	
Beam_1	58	Mat	2	Sec	10	CS	3	Nodes	111	110	107
Beam_1	59	Mat	2	Sec	10	CS	3	Nodes	113	112	108
Beam_1	60	Mat	2	Sec	10	CS	3	Nodes	115	114	109
//Elementos de Massa											
Mass_1	61	Mass	4400			Node	111				
Mass_1	62	Mass	8800			Node	113				
Mass_1	63	Mass	4400			Node	115				

X0.5junta3mm_100kph_1.0E-5TS.inp

SpringDashpot_1	64				Stiffness	351000000		Damping	5400000	Nodes	36	51
SpringDashpot_1	65				Stiffness	351000000		Damping	5400000	Nodes	40	51
SpringDashpot_1	66				Stiffness	351000000		Damping	5400000	Nodes	46	52
SpringDashpot_1	67				Stiffness	351000000		Damping	5400000	Nodes	50	52
SpringDashpot_1	68				Stiffness	351000000		Damping	5400000	Nodes	89	104
SpringDashpot_1	69				Stiffness	351000000		Damping	5400000	Nodes	93	104
SpringDashpot_1	70				Stiffness	351000000		Damping	5400000	Nodes	99	105
SpringDashpot_1	71				Stiffness	351000000		Damping	5400000	Nodes	103	105
Beam_1	72	Mat	2	Sec	10	CS	4	Nodes	32		120	116
Beam_1	73	Mat	2	Sec	10	CS	4	Nodes	34		121	117
Beam_1	74	Mat	2	Sec	10	CS	4	Nodes	42		122	118
Beam_1	75	Mat	2	Sec	10	CS	4	Nodes	44		123	119
SpringDashpot_1	76				Stiffness	396000000		Damping	15200000		Nodes	116
107												
SpringDashpot_1	77				Stiffness	396000000		Damping	15200000		Nodes	117
107												
SpringDashpot_1	78				Stiffness	396000000		Damping	15200000		Nodes	118
107												
SpringDashpot_1	79				Stiffness	396000000		Damping	15200000		Nodes	119

107

Beam_1	80	Mat	2	Sec	11	CS	4	Nodes	124	132	27
Beam_1	81	Mat	2	Sec	11	CS	4	Nodes	125	133	28
Beam_1	82	Mat	2	Sec	11	CS	4	Nodes	126	134	29
Beam_1	83	Mat	2	Sec	11	CS	4	Nodes	127	135	30
Beam_1	84	Mat	2	Sec	11	CS	4	Nodes	128	136	80
Beam_1	85	Mat	2	Sec	11	CS	4	Nodes	129	137	81
Beam_1	86	Mat	2	Sec	11	CS	4	Nodes	130	138	82
Beam_1	87	Mat	2	Sec	11	CS	4	Nodes	131	139	83
Beam_1	88	Mat	2	Sec	10	CS	4	Nodes	85	144	140
Beam_1	89	Mat	2	Sec	10	CS	4	Nodes	87	146	142
Beam_1	90	Mat	2	Sec	10	CS	4	Nodes	95	145	141
Beam_1	91	Mat	2	Sec	10	CS	4	Nodes	97	147	143
SpringDashpot_1	92	Stiffness		396000000		Damping 15200000		Nodes	140		
109											
SpringDashpot_1	93	Stiffness		396000000		Damping 15200000		Nodes	141		
109											
SpringDashpot_1	94	Stiffness		396000000		Damping 15200000		Nodes	142		
109											
SpringDashpot_1	95	Stiffness		396000000		Damping 15200000		Nodes	143		

Surfaces 12
//Superfícies das rodas

FlexibleSECylinder_1	1	A	0.4572	B	0.4572	N	2	CS	1
NormalExterior Nodes	3	5							

FlexibleSECylinder_1	2	A	0.4572	B	0.4572	N	2	CS	1
NormalExterior Nodes	9	11							

FlexibleSECylinder_1	3	A	0.4572	B	0.4572	N	2	CS	1
NormalExterior Nodes	16	18							

FlexibleSECylinder_1	4	A	0.4572	B	0.4572	N	2	CS	1
NormalExterior Nodes	22	24							

FlexibleSECylinder_1	5	A	0.4572	B	0.4572	N	2	CS	1
NormalExterior Nodes	56	58							

FlexibleSECylinder_1	6	A	0.4572	B	0.4572	N	2	CS	1
NormalExterior Nodes	62	64							

FlexibleSECylinder_1	7	A	0.4572	B	0.4572	N	2	CS	1
NormalExterior Nodes	69	71							

FlexibleSECylinder_1	8	A	0.4572	B	0.4572	N	2	CS	1
NormalExterior Nodes	75	77							

//Superfícies dos trilhos

FlexibleSECylinder_1	9	A	0.0999999	B	0.032	N	4	CS	6
NormalExterior Nodes	148	149							

FlexibleSECylinder_1	10	A	0.0999999	B	0.032	N	4	CS	5
NormalExterior Nodes	150	151							

FlexibleSECylinder_1	11	A	0.0999999	B	0.032	N	4	CS	6
NormalExterior Nodes	152	153							

FlexibleSECylinder_1	12	A	0.0999999	B	0.032	N	4	CS	5
NormalExterior Nodes	154	155							

X0.5junta3mm_100kph_1.0E-5TS.inp

SurfaceSets 12

//Rodas

SurfaceSet	1	Surfaces	1	List	1

SurfaceSet	2	Surfaces	1	List	2

SurfaceSet	3	Surfaces	1	List	3

SurfaceSet	4	Surfaces	1	List	4

SurfaceSet	5	Surfaces	1	List	5

SurfaceSet	6	Surfaces	1	List	6

SurfaceSet	7	Surfaces	1	List	7

SurfaceSet	8	Surfaces	1	List	8

//Trilhos

SurfaceSet	9	Surfaces	1	Sequence	Initial 9	Increment	1

SurfaceSet	10	Surfaces	1	Sequence	Initial 10	Increment	1

SurfaceSet	11	Surfaces	1	Sequence	Initial 11	Increment	1

SurfaceSet	12	Surfaces	1	Sequence	Initial 12	Increment	1

Contacts 16

//Contato das rodas nos trilhos antes da junta

SSSS	1	SurfaceSet1	1	SurfaceSet2	9	MU	0.6	EPN	1.59E+07
CN	0.00E+00	EPT	1.59E+06	CT	0.00E+00		Pinball	2000	
MaxPointwiseInt	1								
SSSS	2	SurfaceSet1	3	SurfaceSet2	9	MU	0.6	EPN	1.59E+07
CN	0.00E+00	EPT	1.59E+06	CT	0.00E+00		Pinball	2000	
MaxPointwiseInt	1								
SSSS	3	SurfaceSet1	5	SurfaceSet2	9	MU	0.6	EPN	1.59E+07
CN	0.00E+00	EPT	1.59E+06	CT	0.00E+00		Pinball	2000	
MaxPointwiseInt	1								

```

X0.5junta3mm_100kph_1.0E-5TS.inp
SSSS 4 SurfaceSet1 7 SurfaceSet2 9 MU 0.6 EPN 1.59E+07
CN 0.00E+00 EPT 1.59E+06 CT 0.00E+00 Pinball 2000
MaxPointwiseInt 1
SSSS 5 SurfaceSet1 2 SurfaceSet2 11 MU 0.6 EPN 1.59E+07
CN 0.00E+00 EPT 1.59E+06 CT 0.00E+00 Pinball 2000
MaxPointwiseInt 1
SSSS 6 SurfaceSet1 4 SurfaceSet2 11 MU 0.6 EPN 1.59E+07
CN 0.00E+00 EPT 1.59E+06 CT 0.00E+00 Pinball 2000
MaxPointwiseInt 1
SSSS 7 SurfaceSet1 6 SurfaceSet2 11 MU 0.6 EPN 1.59E+07
CN 0.00E+00 EPT 1.59E+06 CT 0.00E+00 Pinball 2000
MaxPointwiseInt 1
SSSS 8 SurfaceSet1 8 SurfaceSet2 11 MU 0.6 EPN 1.59E+07
CN 0.00E+00 EPT 1.59E+06 CT 0.00E+00 Pinball 2000
MaxPointwiseInt 1

```

//Contato das rodas nos trilhos depois da junta

```

SSSS 9 SurfaceSet1 1 SurfaceSet2 10 MU 0.6 EPN 1.59E+07
CN 0.00E+00 EPT 1.59E+06 CT 0.00E+00 Pinball 2000
MaxPointwiseInt 1
SSSS 10 SurfaceSet1 3 SurfaceSet2 10 MU 0.6 EPN 1.59E+07
CN 0.00E+00 EPT 1.59E+06 CT 0.00E+00 Pinball 2000
MaxPointwiseInt 1
SSSS 11 SurfaceSet1 5 SurfaceSet2 10 MU 0.6 EPN 1.59E+07
CN 0.00E+00 EPT 1.59E+06 CT 0.00E+00 Pinball 2000
MaxPointwiseInt 1
SSSS 12 SurfaceSet1 7 SurfaceSet2 10 MU 0.6 EPN 1.59E+07
CN 0.00E+00 EPT 1.59E+06 CT 0.00E+00 Pinball 2000
MaxPointwiseInt 1
SSSS 13 SurfaceSet1 2 SurfaceSet2 12 MU 0.6 EPN 1.59E+07
CN 0.00E+00 EPT 1.59E+06 CT 0.00E+00 Pinball 2000
MaxPointwiseInt 1
SSSS 14 SurfaceSet1 4 SurfaceSet2 12 MU 0.6 EPN 1.59E+07
CN 0.00E+00 EPT 1.59E+06 CT 0.00E+00 Pinball 2000
MaxPointwiseInt 1
SSSS 15 SurfaceSet1 6 SurfaceSet2 12 MU 0.6 EPN 1.59E+07
CN 0.00E+00 EPT 1.59E+06 CT 0.00E+00 Pinball 2000
MaxPointwiseInt 1
SSSS 16 SurfaceSet1 8 SurfaceSet2 12 MU 0.6 EPN 1.59E+07
CN 0.00E+00 EPT 1.59E+06 CT 0.00E+00 Pinball 2000
MaxPointwiseInt 1

```

Materials 4

//Aço

Hooke 1 E 2.10E+11 Nu 0.3 Rho 7860

//Genérico

Hooke 2 E 2.50E+11 Nu 0.28 Rho 5000

//Genérico

Hooke 3 E 2.80E+10 Nu 0.2 Rho 2500

//Aço

Hooke 4 E 2.10E+11 Nu 0.3 Rho 7860

CS 6

CSYS 1 E1 1 0 0 E3 0 1

0

CSYS 2 E1 0 0 1 E3 1 0

0

CSYS 3 E1 1 0 0 E3 0 0

-1

CSYS 4 E1 1 0 0 E3 0 0

1

CSYS 5 E1 0 -0.02499219 0.99968764 E3 1 0 0

X0.5junta3mm_100kph_1.0E-5TS.inp
 CSYS   6   E1   0   0.02499219   0.99968764   E3   1   0   0

Sections   11
 //Seções dos elementos do carro

Tube   1   De   0.2   Di   0

SuperEllipse   2   A   0.4572   B   0.4572   N   2   AMeshFDM   100

Tube   3   De   0.25   Di   0.18

Rectangle   4   B   0.1   H   0.2

Rectangle   5   B   0.2   H   0.06

Rectangle   6   B   0.1   H   0.2

Rectangle   7   B   0.4   H   0.1

Rectangle   8   B   0.6   H   0.8

Rectangle   9   B   0.5   H   1.2

Rectangle   10   B   0.1   H   0.1

Rectangle   11   B   0.05   H   0.05

SpecialConstraints   10

HingeJoint		1	Nodes	2	124	CS	1	LinearStiffness	0
LinearDamping	0		QuadraticDamping		0				
HingeJoint		2	Nodes	15	126	CS	1	LinearStiffness	0
LinearDamping	0		QuadraticDamping		0				
HingeJoint		3	Nodes	12	125	CS	1	LinearStiffness	0
LinearDamping	0		QuadraticDamping		0				
HingeJoint		4	Nodes	25	127	CS	1	LinearStiffness	0
LinearDamping	0		QuadraticDamping		0				

X0.5junta3mm_100kph_1.0E-5TS.inp

HingeJoint		5	Nodes	55	128	CS	1	LinearStiffness	0
LinearDamping	0		QuadraticDamping		0				
HingeJoint		6	Nodes	68	130	CS	1	LinearStiffness	0
LinearDamping	0		QuadraticDamping		0				
HingeJoint		7	Nodes	65	129	CS	1	LinearStiffness	0
LinearDamping	0		QuadraticDamping		0				
HingeJoint		8	Nodes	78	131	CS	1	LinearStiffness	0
LinearDamping	0		QuadraticDamping		0				
SameRotation	9		Nodes	107	53				
SameRotation	10		Nodes	109	106				

NodeSets	7								
NodeSet 1	Nodes	26	Sequence	Initial	1	Increment	1		
NodeSet 2	Nodes	26	Sequence	Initial	54	Increment	1		
NodeSet 3	Nodes	1	Sequence	Initial	7	Increment	1		
NodeSet 4	Nodes	13	Sequence	Initial	1	Increment	1		
NodeSet 5	Nodes	13	Sequence	Initial	14	Increment	1		
NodeSet 6	Nodes	13	Sequence	Initial	54	Increment	1		
NodeSet 7	Nodes	13	Sequence	Initial	67	Increment	1		

NodeSetDisplacements	3								
NodeSet 1	UX	free	UY	free	UZ	free	ROTX	free	ROTY
ROTX	free	Steps	01						
NodeSet 2	UX	free	UY	free	UZ	free	ROTX	free	ROTY
ROTX	free	Steps	01						
NodeSet 3	UX	0	UY	free	UZ	free	ROTX	free	ROTY
ROTX	free	Steps	01						

DynamicNodeSetDisplacements	3								
NodeSet 1	NTimes	0	CONSTR	000000	(Time/UX/UY/UZ/ROTX/ROTY/ROTZ)				
NodeSet 2	NTimes	0	CONSTR	000000	(Time/UX/UY/UZ/ROTX/ROTY/ROTZ)				
NodeSet 3	NTimes	0	CONSTR	000000	(Time/UX/UY/UZ/ROTX/ROTY/ROTZ)				

Analysis
Static&Dynamic

Environment
GravityData

G	0	0	-9.81	Steps	01

StaticParameters

LoadSteps

	2

SubSteps	1	MaxIt	15	MinIt	5	ConvIncrease	4	IncFactor	
1.5	Abort	1.00E-12	Sample	1					
SubSteps	1	MaxIt	25	MinIt	5	ConvIncrease	4	IncFactor	2
Abort	1.00E-12	Sample	1						

SolverOptions

Processors	4	LinSys	Direct

DynamicParameters

EndTime .06

TimeStep 1.00E-05

MaxTimeStep 1.00E-05

MinTimeStep 1.00E-08

MaxIt 15

MinIt 5

ConvIncrease 10

IncFactor 1.2

Sample 100

RayleighDamping Alpha 0 Beta 0 Update 0

NewmarkCoefficients Beta 0.3 Gamma 0.50

ConvergenceCriteria

ForceTolerance 1.00E-04

MomentTolerance 1.00E-04

ForceMinimumReference 1.00E-02

MomentMinimumReference 1.00E-01

ConstraintMinimumReference 1.00E-07

DisplacementTolerance 1.00E-04

RotationTolerance 1.00E-04

LagrangeTolerance 1.00E-04

DisplacementMinimumReference 1.00E-06

RotationMinimumReference 1.00E-06

LagrangeMinimumReference 1.00E-04

DivergenceReference 1.00E+15

PostFiles

Sample 100 MagFactor 10

WriteMesh 1

WriteRenderMesh 1

WriteRigidContactSurfaces 0

WriteFlexibleContactSurfaces 0

WriteForces 0

WriteConstraints 0

WriteSpecialConstraints 0

WriteContactForces 0
 WriteRenderRigidBodies 0
 WriteRenderParticles 0

/*

7 - Centro Rodeiro Traseiro do Truque Traseiro
 20 - Centro Rodeiro Dianteiro Truque Traseiro
 60 - Centro Rodeiro Traseiro Truque Dianteiro
 73 - Centro Rodeiro Dianteiro Truque Traseiro
 107 108 109 - Nós das Massas
 150 154 - Nós das pontas das juntas dos trilhos
 */

Monitor (Nodes/Elements/Contacts/NodeSets) 0 0 2 0 Sample 1

Nodes

Elements

Contacts 8 16

NodeSets

InitialConditions 147

//Rodeiros do Truque Traseiro

IC	1	Node	1	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	2	Node	2	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	3	Node	3	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	4	Node	4	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	5	Node	5	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	6	Node	6	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	7	Node	7	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	8	Node	8	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	9	Node	9	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	10	Node	10	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	11	Node	11	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	12	Node	12	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	13	Node	13	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	14	Node	14	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	15	Node	15	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	16	Node	16	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	17	Node	17	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	18	Node	18	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	19	Node	19	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	20	Node	20	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	21	Node	21	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	22	Node	22	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	23	Node	23	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	24	Node	24	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	25	Node	25	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	26	Node	26	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0

//Truque Traseiro

IC	27	Node	27	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0

X0.5junta3mm_100kph_1.0E-5TS.inp

IC	28	Node	28	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	29	Node	29	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	30	Node	30	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	31	Node	31	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	32	Node	32	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	33	Node	33	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	34	Node	34	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	35	Node	35	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	36	Node	36	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	37	Node	37	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	38	Node	38	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	39	Node	39	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	40	Node	40	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	41	Node	41	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	42	Node	42	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	43	Node	43	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	44	Node	44	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	45	Node	45	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	46	Node	46	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	47	Node	47	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	48	Node	48	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	49	Node	49	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	50	Node	50	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	51	Node	51	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	52	Node	52	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	53	Node	53	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0

//Rodeiros do Truque Dianteiro

IC	54	Node	54	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	55	Node	55	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	56	Node	56	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	57	Node	57	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	58	Node	58	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	59	Node	59	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	60	Node	60	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	61	Node	61	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	62	Node	62	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	63	Node	63	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	64	Node	64	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	65	Node	65	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	66	Node	66	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	67	Node	67	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	68	Node	68	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	69	Node	69	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	70	Node	70	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	71	Node	71	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	72	Node	72	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	73	Node	73	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	74	Node	74	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	75	Node	75	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	76	Node	76	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	77	Node	77	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	78	Node	78	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0
IC	79	Node	79	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	60.76	0

//Truque Dianteiro e Restante do Carro

IC	80	Node	80	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	81	Node	81	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	82	Node	82	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	83	Node	83	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	84	Node	84	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	85	Node	85	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	86	Node	86	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	87	Node	87	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0

X0.5junta3mm_100kph_1.0E-5TS.inp

IC	88	Node	88	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	89	Node	89	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	90	Node	90	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	91	Node	91	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	92	Node	92	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	93	Node	93	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	94	Node	94	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	95	Node	95	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	96	Node	96	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	97	Node	97	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	98	Node	98	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	99	Node	99	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	100	Node	100	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	101	Node	101	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	102	Node	102	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	103	Node	103	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	104	Node	104	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	105	Node	105	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	106	Node	106	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	107	Node	107	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	108	Node	108	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	109	Node	109	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	110	Node	110	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	111	Node	111	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	112	Node	112	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	113	Node	113	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	114	Node	114	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	115	Node	115	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	116	Node	116	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	117	Node	117	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	118	Node	118	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	119	Node	119	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	120	Node	120	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	121	Node	121	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	122	Node	122	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	123	Node	123	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	124	Node	124	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	125	Node	125	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	126	Node	126	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	127	Node	127	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	128	Node	128	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	129	Node	129	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	130	Node	130	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	131	Node	131	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	132	Node	132	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	133	Node	133	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	134	Node	134	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	135	Node	135	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	136	Node	136	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	137	Node	137	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	138	Node	138	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	139	Node	139	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	140	Node	140	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	141	Node	141	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	142	Node	142	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	143	Node	143	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	144	Node	144	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	145	Node	145	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	146	Node	146	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0
IC	147	Node	147	DU	27.78	0	0	OMEGA	0	0	0

EOF

X0.5junta3mm_100kph_1.0E-5TS.inp