MARCELO SAAD TAULOIS DA COSTA

Desenvolvimento de modelo hipoplástico aplicável a carregamentos cíclicos

São Paulo
2017

MARCELO SAAD TAULOIS DA COSTA

Desenvolvimento de modelo hipoplástico aplicável a carregamentos cíclicos

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências

São Paulo
2017

MARCELO SAAD TAULOIS DA COSTA

Desenvolvimento de modelo hipoplástico aplicável a carregamentos cíclicos

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências

Área de Concentração: Engenharia
Geotécnica

Orientador: Prof. Dr. José Jorge Nader

São Paulo
2017

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 14 de Julho de 2017

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Costa, Marcelo Saad Taulois da

Desenvolvimento de modelo hipoplástico aplicável a carregamentos cíclicos / M. S. T. Costa – versão corr. -- São Paulo, 2017.

100 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.Hipoplasticidade 2.Modelo constitutivo 3.Carregamento cíclico
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

À minha família
e amigos

AGRADECIMENTOS

Ao orientador e professor, *José Jorge Nader*, pelo incentivo e por todo o suporte ao longo do desenvolvimento deste trabalho, em especial por descomplicar as questões de álgebra linear tão presentes nas teorias baseadas na mecânica do contínuo.

À Engecorps Engenharia por ter permitido a minha dedicação aos estudos e ter me incentivado desde o início.

Aos amigos que fiz no curso e que estiveram presentes não só nos momentos de descontração, mas também nas horas de estudo, *Bernardo, Edy, Pedro, Bruno, Rafael, Gregório, Lucas, Gustavo e Beatriz*.

Aos funcionários, e hoje amigos, do Laboratório de Mecânica dos Solos, *Antônio C. Heitzmann e Joaquim Costa Jr.*

Um obrigado especial ao amigo *Regis Geroto*, que desde antes do processo seletivo para ingresso na Pós-Graduação me incentivou e que me ajudou em todas as etapas deste curso. Um agradecimento especial também aos amigos *Claudio Nahas, Patricia Nahas, Ricardo Piraí, Adriano Collange, Giovana Frota, Paulo Afonso e Afonso Marques*, que desde o início me deram todo o apoio possível no desenvolvimento desta dissertação, mesmo afirmando que o tema era algo de outro planeta!

À minha família e amigos que espero que tenham compreendido a minha ausência em tantos eventos ao longo destes anos de estudo e da elaboração desta dissertação.

Aos meus pais *Luiz e Virginia*, e ao meu irmão *Marcos* por terem me apoiado sempre e me incentivado a enfrentar os desafios.

À minha esposa *Ana Carolina* por ter compreendido os meus momentos de irritação e ter sido sempre companheira e disposta a fazer tudo para me ajudar a transpor os obstáculos.

Aos meus amados filhos, *André e Matheus*, de quem tive que me esconder algumas vezes para me dedicar aos estudos.

Por fim, agradeço a todos que direta ou indiretamente tornaram possível e colaboraram na produção deste trabalho.

RESUMO

Modelos constitutivos são relações matemáticas entre grandezas físicas que buscam descrever o comportamento dos materiais quando submetidos a ações externas. A hipoplasticidade é um modelo constitutivo desenvolvido para solos a partir de uma modificação da equação hipoelástica. Este modelo tem como principais características a existência de uma única equação constitutiva e o seu caráter não linear, o que lhe confere a propriedade de introduzir deformações irreversíveis desde o início das ações externas. Neste trabalho são estudados dois novos modelos desenvolvidos com o objetivo de melhorar as previsões para carregamentos cíclicos. O primeiro, denominado hipoplasticidade estendida, é caracterizado pela introdução de superfícies de memória e uma nova equação constitutiva específica para o recarregamento. O segundo modelo, a hipoplasticidade cíclica, é uma modificação deste último onde são introduzidos fatores capazes de modificar as superfícies de memória. Os novos modelos são primeiramente aplicados em situações teóricas para verificar sua aplicabilidade. Posteriormente, utilizando dados experimentais, é feita sua calibração e aplicação para então compararem-se as previsões teóricas com os resultados experimentais. Verifica-se que os novos modelos contemplam avanços significativos na previsão do comportamento dos solos sob carregamentos cíclicos. Para permitir um número maior de simulações foi desenvolvida uma planilha eletrônica com a capacidade de representar quantos ciclos sejam desejados, efetuar a alteração dos parâmetros do solo durante a calibração do modelo de maneira fácil e rápida, assim como visualizar para cada um dos intervalos se foi utilizada a equação geral ou a específica do recarregamento.

Palavras-Chave: Hipoplasticidade. Modelo constitutivo. Carregamento cíclico.

ABSTRACT

Constitutive models are mathematical relationships between physical quantities that approximate the behavior of materials when subjected to external actions. Hypoplasticity is a constitutive model developed for soils from a modification of the hypoelastic equation. The main features of this model are the existence of a unique constitutive equation and its nonlinear character, which gives it the property of introducing irreversible deformation from the beginning of external actions. In this work two new models developed in order to improve the predictions of cyclic loading are studied. The first one, which is called extended hypoplasticity, has as its main feature the addition of a memory surface and the introduction of a new equation specific for reloading. The second model, cyclic hypoplasticity, which is a modification of this last one, is characterized by the introduction of factors that are capable of modifying the memory surfaces. The new models are first checked in theoretical situations to verify their applicability. Subsequently, using experimental data, the models are calibrated, applied, and then compared to experimental results. The new models include significant advances in predicting soil behavior under cyclic loading. To allow a larger number of simulations, a spreadsheet was developed with the following abilities: simulate as many cycles as are desired; easy to change soil's parameters during the calibration phase; and display for each of the intervals which of the equations was used.

Keywords: Hypoplasticity. Constitutive model. Cyclic loading.

Lista de Figuras

Figura 3.1 – Diagrama tensão x deformação - integração das equações (3.2) e (3.3)	13
Figura 3.2 – Diagrama tensão x deformação resultante da equação (3.5).....	15
Figura 3.3 – Exemplo de carregamento unidimensional para estudo de cálculo evolutivo	20
Figura 4.1 - Obtenção dos parâmetros λ e κ a partir de ensaio triaxial isotrópico	30
Figura 4.2 – Obtenção do parâmetro G através de ensaio triaxial.....	30
Figura 4.3 – Obtenção do parâmetro M	31
Figura 4.4 – Resultados de ensaio triaxial com ciclo de carregamento e aplicação da EHR.....	33
Figura 4.5 – Aplicação da EHR - ensaio triaxial isotrópico – carregamento cíclico ...	34
Figura 5.1 – Vista aérea de edificações seriamente danificadas devido à liquefação do solo em Niigata após um terremoto.....	37
Figura 5.2 – Tensão desviadora e pressão neutra versus deformação axial para um ensaio não-drenado com carregamento cíclico – aumento do acréscimo de deformação acumulada	39
Figura 5.3 - Tensão desviadora e pressão neutra versus deformação axial para um ensaio não-drenado com carregamento cíclico – redução do acréscimo de deformação acumulada.....	39
Figura 5.4 – Evolução do módulo de deformabilidade em função do número de ciclos – caulim.....	40
Figura 5.5 – Evolução do módulo de deformabilidade em função do número de ciclos – argila	41
Figura 5.6 – Aplicação do modelo elastoplástico de Benedetto	44
Figura 6.1 – Representação da superfície cônica no espaço das tensões	48
Figura 6.2 – Trajetória de tensão em carregamento com formação do cone	49

Figura 6.3 – Trajetória de tensão em carregamento sem formação do cone	50
Figura 6.4 – Início do descarregamento (esq.) e trajetória típica durante descarregamento (dir.)	51
Figura 6.5 – Trajetória típica do recarregamento (esq.) e fim do recarregamento com início do carregamento (dir.).....	51
Figura 6.6 – Curva tensão x deformação: ensaio triaxial de compressão axial - ensaio, hipoplasticidade original e estendida.....	53
Figura 6.7 – Curva tensão x deformação: ensaio triaxial de compressão isotrópica - hipoplasticidade original e estendida.....	54
Figura 7.1 – Planos que definem as regiões de aplicação da equação da hipoplasticidade cíclica e da EHR – carregamento isotrópico	57
Figura 7.2 – Proposta para criação da nova superfície cônica – carregamentos anisotrópicos	58
Figura 7.3 – Nova proposta para a criação do cone interno - carregamento anisotrópico	59
Figura 7.4 – Representação das superfícies cônicas no espaço das tensões	59
Figura 7.5 – Possíveis posições do tensor $\mathbf{T}$ no início do descarregamento.....	61
Figura 7.6 – Cone interno quando $\mathbf{T}$ está na superfície lateral do cone inicial	62
Figura 7.7 – Cone interno quando $\mathbf{T}$ está na base do cone inicial.....	62
Figura 7.8 – Cone interno quando $\mathbf{T}$ está simultaneamente na lateral e base do cone	63
Figura 7.9 – Possíveis regiões para tensor $\mathbf{T}$ ao início do descarregamento	64
Figura 7.10 – Superfícies para os casos 1a e 1b com f_1 menor que 1 – carregamento isotrópico.....	66
Figura 7.11 – Superfícies para o caso 1c com f_1 menor que 1 – carregamento isotrópico.....	67
Figura 7.12 – Superfícies para os casos 1a e 1b com f_2 menor que 1 – carregamento anisotrópico	68

Figura 7.13 – Superfícies para o caso 1c com f_2 menor que 1 – carregamento anisotrópico	69
Figura 7.14 – Carregamento cíclico – modelo hipoplástico estendido e cíclico – carregamento isotrópico	71
Figura 7.15 – Carregamento cíclico – modelo hipoplástico estendido e cíclico – carregamento anisotrópico – axial drenado	71
Figura 7.16 – Resultados teóricos de carregamento cíclico em ensaio não-drenado – hipoplasticidade estendida e cíclica	74
Figura 7.17 – Resultados teóricos de carregamento cíclico em ensaio não-drenado – hipoplasticidade estendida e cíclica – ampliação	74
Figura 7.18 – Carregamento isotrópico - hipoplasticidade cíclica – comparação entre $f_1= f_2=0,9$ e $f_1= f_2=1$	75
Figura 7.19 – Carregamento isotrópico - hipoplasticidade cíclica – $f_1= f_2=0,9$ com aplicação de diferentes tensões axiais mínimas	76
Figura 7.20 – Carregamento isotrópico - hipoplasticidade cíclica – comparação entre $f_1= f_2=0,95$ e $f_1=f_2=0,98$	77
Figura 7.21 – Carregamento isotrópico - hipoplasticidade cíclica – $f_1= f_2=0,9$ – tensão axial máxima=400 kPa e mínima=200kPa	78
Figura 7.22 – Carregamento axial drenado - hipoplasticidade cíclica – comparação entre parâmetro $f_1= f_2=0,9$, $f_1= f_2=0,98$ e $f_1= f_2=1$	79
Figura 7.23 – Ensaio de carregamento axial drenado com amplitude de tensão axial variável.....	80
Figura 7.24 – Ensaio de carregamento axial drenado com amplitude de tensão axial variável.....	82
Figura 7.25 – Carregamento triaxial não drenado - hipoplasticidade cíclica – comparação entre parâmetro $f_1= f_2=0,9$, $f_1= f_2=0,95$, $f_1= f_2=0,99$ e $f_1= f_2=1$	83
Figura 7.26 – Carregamento triaxial não drenado - hipoplasticidade cíclica – comparação entre parâmetro $f_1= f_2=0,9$, $f_1= f_2=0,95$, $f_1= f_2=0,99$ e $f_1= f_2=1$ – ampliação na região dos ciclos de descarregamento e recarregamento.....	84
Figura 7.27 – Variação do fator f ao longo dos ciclos para diferentes valores de b ..	85

Figura 7.28 – Carregamento axial drenado com fator f variável – caso 1	86
Figura 7.29 – Carregamento axial drenado com fator f variável – caso 2	87
Figura 7.30 – Carregamento axial drenado com fator f variável – caso 3	87
Figura 8.1 – Resultado do ensaio de compressão axial – areia de Hostun e aplicação da hipoplasticidade cíclica.....	89
Figura 8.2 – Resultado do ensaio de compressão axial – areia de Hostun e aplicação da hipoplasticidade cíclica com f variável.....	90
Figura 8.3 – Ensaio edométrico cíclico.....	91
Figura 8.4 – Ensaio edométrico cíclico - modelo hipoplástico cíclico	92
Figura 8.5 – Ensaio edométrico cíclico comparado com o modelo hipoplástico cíclico	93

Sumário

1 INTRODUÇÃO	3
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	3
1.2 OBJETIVOS	3
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	4
2 CONTEXTUALIZAÇÃO	6
2.1 ELASTICIDADE	8
2.2 ELASTOPLASTICIDADE	8
2.3 VISCOELASTICIDADE	9
2.4 HIPOPLASTICIDADE	9
3 CONCEITOS INICIAIS SOBRE HIPOPLASTICIDADE	11
3.1 HISTÓRICO	11
3.2 COMPORTAMENTO HIPOPLÁSTICO	11
3.3 A HIPOPLASTICIDADE EM SUA VERSÃO ORIGINAL.....	16
3.3.1 Os tensores velocidade de deformação e velocidade de rotação	17
3.4 REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DOS ENSAIOS TRIAXIAIS	22
3.4.1 Fase de preparação.....	22
3.4.2 Compressão axial sem deformação lateral.....	22
3.4.3 Compressão Isotrópica.....	23
3.4.4 Compressão axial não-drenada ou sem variação de volume.....	23
3.4.5 Compressão axial drenada.....	24
4 EQUAÇÃO HIPOPLÁSTICA DE REFERÊNCIA	25
4.1 HIPOPLASTICIDADE COM A VARIAÇÃO DE TENSÃO IMPOSTA.....	27
4.2 PARÂMETROS DA EQUAÇÃO	28
4.2.1 Parâmetros λ e κ.....	29
4.2.2 Parâmetro $\tilde{G}$	30
4.2.3 Parâmetro M.....	31
4.3 APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO	31
4.4 APLICAÇÃO TEÓRICA	32
5 CARREGAMENTOS CÍCLICOS.....	35
5.1 INTRODUÇÃO E CONCEITOS GERAIS	35
5.2 CONSEQUÊNCIAS.....	36
5.3 COMPORTAMENTO DOS SOLOS SUBMETIDOS A CARREGAMENTOS CÍCLICOS	37
5.4 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA REPRESENTAÇÃO DE CARREGAMENTOS CÍCLICOS	42

6 A HIPOPLASTICIDADE ESTENDIDA.....	46
6.1 ASPECTOS GERAIS E COMPORTAMENTO DA HIPOPLASTICIDADE ESTENDIDA.....	47
6.1.1 Definições e critérios para aplicação do modelo	49
6.1.2 Equacionamento	52
6.1.3 Comportamento da hipoplasticidade estendida.....	52
7 A HIPOPLASTICIDADE CÍCLICA	56
7.1 CONTEXTUALIZAÇÃO.....	56
7.2 MODELO HIPOPLÁSTICO E O CARREGAMENTO CÍCLICO	56
7.3 CRITÉRIOS MATEMÁTICOS PARA DEFINIR A POSIÇÃO DE T AO INÍCIO DO DESCARREGAMENTO	63
7.4 REGIÕES ONDE SE APLICA A EHR OU A NOVA EQUAÇÃO DO RECARREGAMENTO.....	64
7.5 COMPARAÇÃO DA RESPOSTA DA HIPOPLASTICIDADE ESTENDIDA E DA HIPOPLASTICIDADE CÍCLICA.....	70
7.6 COMPORTAMENTO DA HIPOPLASTICIDADE CÍCLICA	75
7.6.1 CARREGAMENTO ISOTRÓPICO.....	75
7.6.2 CARREGAMENTO AXIAL DRENADO.....	78
7.6.3 CARREGAMENTO TRIAXIAL NÃO DRENADO	82
7.6.4 MODIFICAÇÃO DOS FATORES f_1 E f_2 AO LONGO DO ENSAIO	84
8 HIPOPLASTICIDADE CÍCLICA APLICADA A ENSAIOS.....	89
9 CONCLUSÃO	95
9.1 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	97
10 BIBLIOGRAFIA	98

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Para a Engenharia Geotécnica o solo é um complexo material inconsolidado constituído de três fases: sólida, onde estão os minerais e a matéria orgânica, líquida e gasosa, sendo a fase sólida formada basicamente pela combinação de areias, siltes e argilas. Sabe-se que diferentes tipos e proporções dos materiais que constituem a fase sólida e também diferentes proporções entre as três fases resultam em solos com comportamentos distintos.

Além da composição do material, outro fator determinante quando se trabalha com solos é a sua história: como se sabe, os solos possuem a capacidade de guardar importantes informações que interferem no seu comportamento, como por exemplo as tensões máximas a que já foram submetidos.

Na elaboração de projetos de Engenharia Geotécnica devem, ainda, ser consideradas também as diferentes condições de solicitação às quais os solos estarão submetidos nas fases construtivas e também durante a operação da obra, ou seja, para cada projeto serão obtidos diferentes níveis de tensão e deformação em cada etapa, tempos de aplicação de cargas, ocorrência de carregamentos cíclicos com diferentes números de ciclos e magnitude de tensões, entre tantas outras variações.

Surge, desta forma, a necessidade de teorias e ferramentas que tenham boa capacidade de prever o comportamento deste complexo material nas mais variadas situações às quais será submetido. A esta ferramenta é atribuído o nome de modelo constitutivo, o qual é uma idealização da realidade, sendo alguns mais, outros menos complexos, com características que permitem sua aplicação em diversos casos, ou ainda, modelos desenvolvidos e aplicáveis em casos particulares.

1.2 OBJETIVOS

Neste trabalho o principal objetivo é apresentar e estudar novos modelos hipoplásticos, obtidos por modificações da hipoplasticidade, em que seja possível reproduzir características particulares observadas em solos submetidos a carregamentos cíclicos, que como será visto adiante é uma deficiência existente na hipoplasticidade original.

Estes modelos serão chamados de hipoplasticidade estendida e hipoplasticidade cíclica. O primeiro modelo foi desenvolvido com base nas propostas apresentadas por Nader (2010), onde o autor sugere a introdução, ao seu modelo original, de elementos relacionados à memória dos carregamentos e de uma nova equação aplicável ao recarregamento.

Já as hipóteses e conceitos que resultaram na hipoplasticidade cíclica surgiram durante o desenvolvimento desta dissertação. Neste modelo, basicamente, foram introduzidos elementos capazes de deformar as superfícies relacionadas à memória e como resultado altera-se o limite entre regiões onde o modelo admite ocorrer um carregamento ou um recarregamento.

Outro objetivo estabelecido foi o desenvolvimento de uma ferramenta baseada em planilha eletrônica, ferramenta com a qual os engenheiros têm grande familiaridade, em que fosse possível simular facilmente os ensaios cíclicos aplicando os novos modelos propostos. Com esta ferramenta torna-se fácil comparar os resultados dos modelos propostos em diferentes situações de carregamento, realizar análises de sensibilidade frente a variação dos parâmetros, ou ainda, realizar comparações entre resultados dos modelos e de dados experimentais.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está dividida em 9 capítulos, sendo o primeiro deles este capítulo introdutório.

No capítulo 2 é feita uma breve contextualização sobre modelos constitutivos e introduzidos de maneira sucinta aspectos relevantes de 4 diferentes tipos de modelos constitutivos frequentemente encontrados na literatura técnica.

No capítulo 3 são apresentados conceitos iniciais sobre a hipoplasticidade, como seu surgimento, aspectos relevantes, comportamento esperado e o significado dos termos empregados na teoria. Ao final do capítulo é exposto como se representam os principais ensaios triaxiais na hipoplasticidade.

Na sequência, já no capítulo 4, é mostrada uma equação hipoplástica que serve de base para o restante do trabalho. Nessa seção são também apresentados os parâmetros relativos aos solos que são empregados nesta teoria e como os mesmos

são obtidos através de ensaios. Ao final do capítulo são apresentados e comentados resultados teóricos da aplicação desta equação em particular.

No capítulo 5 é feita uma revisão bibliográfica sobre o comportamento dos solos quando submetidos a carregamentos cíclicos, com a exposição de alguns resultados laboratoriais para este tipo de carregamento, além de estudos e teorias existentes que abordam o tema.

A apresentação do primeiro dos novos modelos propostos, a hipoplasticidade estendida, é realizada no capítulo 6, onde são expostos os conceitos da superfície relativa à memória e da nova equação proposta para a fase do recarregamento. Nesta seção são ainda percorridos em detalhes os aspectos e critérios que permitem definir quando utilizar cada uma das equações. Por fim, os resultados da aplicação deste novo modelo são comparados aos resultados que constam no capítulo 4.

No capítulo 7 é apresentado o segundo modelo proposto, o da hipoplasticidade cíclica, que se caracteriza pela introdução de parâmetros que permitem deformar a superfície de memória. Esses parâmetros foram, num primeiro momento, empregados na forma de constantes. Num segundo instante, buscando aprimorar os resultados obtidos, foram realizadas pequenas modificações no modelo que permitiram que os parâmetros assumissem diferentes valores, segundo uma expressão, a cada ciclo realizado. Ao longo da seção são comentados diversos resultados deste novo modelo proposto.

Comparações entre alguns resultados laboratoriais e da hipoplasticidade cíclica são feitas no capítulo 8, o que permite uma primeira avaliação sobre a capacidade do novo modelo em representar a resposta dos solos quando submetidos a carregamentos cíclicos.

Por fim, no capítulo 9 são apresentadas as conclusões obtidas neste trabalho sobre os novos modelos e a capacidade destes em representar os carregamentos cíclicos. Nessa mesma seção são realizadas sugestões para futuros trabalhos que tenham por objetivo dar continuidade ao desenvolvimento de estudos hipoplásticos que tratem de carregamentos cíclicos.

2 CONTEXTUALIZAÇÃO

Equação constitutiva ou modelo constitutivo é o nome dado à relação entre grandezas físicas que descrevem o comportamento dos materiais.

A importância destas relações na engenharia está em prever o comportamento dos materiais nas condições a que serão submetidos. Para isso é necessário, além de equações matemáticas adequadas, conhecer ou determinar algumas características (parâmetros) dos materiais.

A primeira equação constitutiva foi elaborada por Hooke (1660) e hoje é conhecida como lei de Hooke. Nela surge o conceito de elasticidade linear, que postula que, para deformações relativamente pequenas de um material, a deformação é diretamente proporcional ao carregamento, e o objeto deformado retorna à sua forma e tamanho original quando cessado o carregamento.

Um importante marco nos estudos de equações constitutivas é a obra de Noll (1955). Em sua obra, importantes conceitos como material, isotropia, anisotropia, etc. são definidos e, a partir de então, avanços significativos no meio técnico são registrados no assunto.

No âmbito da Engenharia Geotécnica, o estudo do comportamento dos solos teve início através da simples observação e evoluiu até complexos modelos não lineares graças ao grande esforço dos pesquisadores.

Os primeiros modelos constitutivos desenvolvidos especialmente para solos foram obtidos, em parte, de modificações de modelos elastoplásticos para metais. Porém, uma vez que o comportamento dos metais difere em grande medida do comportamento dos solos, ficou clara a necessidade de serem desenvolvidos modelos próprios e com melhor previsão, como por exemplo os modelos elastoplásticos, hipoplásticos, visco-hipoplásticos, etc.

Sabe-se que o comportamento tensão x deformação típico de um solo não é elástico nem é linear, uma vez que o solo é, em essência, um sistema particulado descontínuo com interfaces irregulares. Com a complexidade do comportamento do solo, muitas vezes é necessário que sejam adotadas hipóteses simplificadoras, devendo estas serem coerentes com a situação. Por exemplo, para carregamentos monotônicos de intensidade média e sem descarga pode-se tratar o solo como um

material elástico e, portanto, empregar a teoria da elasticidade. Outra hipótese simplificadora bastante comum no estudo da resistência e na Geotecnia é considerar o solo um material isotrópico, ou seja, suas propriedades físicas são iguais independentemente da direção que se estude.

Todavia, em alguns casos mais complexos, como por exemplo no dimensionamento de fundações de torres de aerogeradores, estruturas *off-shore*, obras em locais com ocorrência de sismos, ou ainda obras que estarão sujeitas a carregamentos cíclicos, algumas destas simplificações, ou mesmo o emprego de modelos mais simples, levam a respostas inadequadas e, portanto, devem ser evitados.

Desta forma, justifica-se o porquê de ao longo dos anos ser registrada uma grande quantidade de estudos, realizados por pesquisadores de todo o mundo, sobre o comportamento dos solos e de hoje existir uma imensa quantidade de modelos constitutivos, desde os mais simples, aos mais complexos, dos mais gerais aos mais específicos.

Portanto, um bom modelo não é obrigatoriamente aquele com maior nível de complexidade, mas sim aquele mais adequado à situação estudada, devendo ser compatível com os dados disponíveis, ter a capacidade de considerar a complexidade das ações externas relevantes e fornecer respostas dentro do nível de precisão e tempo requeridos.

De maneira geral, e não é um aspecto restrito aos solos, o aperfeiçoamento dos modelos resulta em melhores previsões do comportamento dos materiais, o que, conseqüentemente, permite a elaboração de projetos e obras com menores riscos e incertezas, além do emprego racional de matéria prima, recursos naturais, combustível, tempo, etc.

A seguir são apresentados conceitos gerais sobre modelos comumente encontrados na bibliografia técnica, em trabalhos científicos ou de emprego mais frequente em projetos geotécnicos.

2.1 ELASTICIDADE

Conforme apresentado anteriormente, materiais elásticos apresentam, em solicitações unidimensionais, uma relação de proporcionalidade entre tensão e deformação. Isto significa que, conhecida uma das grandezas, a outra é obtida imediatamente. Na elasticidade não existe deformação irreversível, isto é, ao ser removido o carregamento o corpo retorna ao estado original.

Segundo Kolymbas (2000), “a capacidade de sofrer deformação irreversível demonstra a capacidade de memorizar carregamentos anteriores. Para solos esta memória é evidente. Quando andamos na areia da praia, deixamos pegadas. A areia é comprimida pelo nosso peso e essa deformação não é zerada ao ser descarregada”.

Além da deformação irreversível, importantes mecanismos existentes no solo como a plastificação, escoamento, dilatância e alteração de rigidez não podem ser reproduzidos na elasticidade.

2.2 ELASTOPLASTICIDADE

Um modelo constitutivo que considere a existência de deformações irreversíveis deve, de alguma maneira, utilizar diferentes valores de rigidez para carregamento e para descarregamento.

De acordo com Kolymbas (2000), a elastoplasticidade é o modelo mais difundido e utilizado mundialmente em que estão presentes as deformações irreversíveis. O autor comenta ainda que alguns pesquisadores chegam ao extremo de considerarem este o único modelo capaz de tal reprodução.

Neste modelo o material é tratado, até certo nível de tensão, como um material elástico, isto é, com deformação reversível. Quando o nível de tensão atinge determinado valor, seu comportamento altera-se, passando a comportar-se como um material plástico, onde não são mais válidas as relações lineares de tensão e deformação.

Além das relações entre tensão e deformação, é necessário ainda neste modelo definir um critério de escoamento, que determina se uma determinada partícula do material deve obedecer às equações elásticas ou plásticas.

2.3 VISCOELASTICIDADE

Alguns cientistas observaram que diversos materiais apresentam não só características de sólidos, mas também de fluidos viscosos, e mais, muitas vezes estas características são observadas simultaneamente, como é o caso dos metais em alta temperatura e algumas argilas.

Materiais viscoelásticos têm seu comportamento regido por equações que, em geral, relacionam a deformação, a tensão, e a velocidade (taxa) de variação dessas grandezas. Além disso, nestes materiais estão presentes os fenômenos da fluência (aumento das deformações ao longo do tempo sem que exista aumento de tensões) e o relaxamento (diminuição das tensões sem alteração na deformação).

Para estes materiais, diferentemente dos materiais que apresentam comportamento elástico ou elastoplástico, a relação tensão x deformação depende da velocidade de deformação.

Um exemplo da ocorrência de fenômenos viscosos nos solos é o adensamento secundário, onde há decréscimo de volume do solo sob tensão efetiva constante.

2.4 HIPOPLASTICIDADE

A hipoplasticidade, em sua versão original, é um modelo que busca descrever através de uma única equação o comportamento dos materiais, isto é, sem a existência de conceitos e equações adicionais, como é o caso da superfície de plastificação da elastoplasticidade.

Segundo Kolymbas (2000), na hipoplasticidade uma única equação deveria ser capaz de distinguir carregamento de descarregamento, o que resultaria que o seu uso seria feito diretamente, sem a necessidade de serem feitas verificações que indiquem qual a expressão matemática a ser utilizada.

Ainda que estas recomendações sejam verificadas em grande parte dos modelos hipoplásticos encontrados na literatura, o seu atendimento não deve ser considerado como obrigatório para que determinado modelo seja caracterizado ou não como um modelo hipoplástico.

Adicionalmente, por esta teoria, as deformações irreversíveis ocorrem desde o início do carregamento, o que equivale a dizer que não há distinção entre níveis de

tensões em que o material se comporta elasticamente e acima do qual se comporta plasticamente.

Com relação à equação constitutiva, na hipoplasticidade não são relacionados diretamente os valores de tensão e deformação, mas sim as taxas de acréscimo de tensões e velocidade de deformação, além dos valores atuais de tensão.

O conceito de taxas de acréscimo de tensões e velocidade de deformação podem ser entendidos, de maneira simplificada, como a variação destes valores para uma dada unidade de tempo.

3 CONCEITOS INICIAIS SOBRE HIPOPLASTICIDADE

3.1 HISTÓRICO

A hipoplasticidade teve seu surgimento registrado em 1978, já na área da Mecânica dos Solos com base em princípios da moderna Mecânica do Contínuo. Sua apresentação se deu na tese de doutorado de Dimitrios Kolymbas, na Universidade de Karlsruhe, Alemanha.

Kolymbas realizou modificações na equação constitutiva hipoeelástica desenvolvida pelo matemático Clifford Truesdell em 1955, que imprimiram ao modelo uma relação não-linear entre velocidade de variação de tensão e velocidade de deformação.

Enquanto que na hipoeelasticidade a relação entre $\dot{\mathbf{T}}$ (derivada corrotacional) e $\mathbf{D}$ (tensor velocidade de deformação) é linear, na hipoplasticidade isto não ocorre, o que confere ao modelo a capacidade de calcular deformações irreversíveis para qualquer situação e desde o início das ações externas.

Originalmente o emprego desta teoria era recomendado para o estudo de materiais granulares e o processo de solicitação estava limitado ao carregamento e descarregamento, não sendo possível reproduzir corretamente recarregamentos e também carregamentos cíclicos, apontado como um dos grandes defeitos da hipoplasticidade.

Na literatura especializada são encontradas diversas tentativas de melhorar a resposta do modelo, por exemplo através da incorporação de novos elementos nas equações constitutivas hipoplásticas, da introdução de novos elementos, etc.

3.2 COMPORTAMENTO HIPOPLÁSTICO

Antes de ser apresentado o modelo hipoplástico propriamente dito, seus parâmetros, os métodos pelos quais são obtidos e como são calculados os resultados através do emprego desta teoria, convém fazer uma breve introdução de aspectos gerais do comportamento de um material hipoplástico utilizando elementos simples e conhecidos.

Os exemplos expostos nesta seção são baseados nos apresentados por Nader (2009), obra esta que trata desde os conceitos básicos, até os conceitos mais avançados sobre modelos hipoplásticos.

Tomando-se por base a equação unidimensional (3.1) e considerando-se que esta represente o comportamento mecânico de um dado material num ensaio de compressão ou extensão axial, tem-se:

$$\dot{\sigma} = a\dot{\varepsilon} - b|\dot{\varepsilon}|, \quad (3.1)$$

sendo a e b constantes positivas, com $a > b$, $\dot{\varepsilon}$ corresponde à velocidade de deformação e $\dot{\sigma}$ representa a velocidade com que se altera a tensão.

Analisando a resposta desta equação em uma situação de compressão, que na Mecânica dos Solos é comumente representada por $\dot{\varepsilon} > 0$, obtém-se $\dot{\varepsilon} = |\dot{\varepsilon}|$, e desta forma a equação (3.1) assume o formato:

$$\dot{\sigma} = (a - b)\dot{\varepsilon}, \quad (3.2)$$

e durante a extensão, com $\dot{\varepsilon} < 0$, obtém-se $\dot{\varepsilon} = -|\dot{\varepsilon}|$, e desta forma a velocidade com que se altera a tensão é dada por

$$\dot{\sigma} = (a + b)\dot{\varepsilon}. \quad (3.3)$$

Com esta simples análise verifica-se que $(a - b)$ é o módulo de deformação na compressão e que $(a + b)$ é o módulo de deformação na extensão.

Outro importante aspecto constatado é que apenas uma equação é suficiente para representar diferentes comportamentos do material na compressão e extensão, sendo, neste caso, o módulo de deformabilidade na compressão menor do que na extensão.

Pela integração das equações (3.2) e (3.3), e conhecido o estado inicial de tensão, é possível a obtenção do diagrama tensão x deformação, o qual é apresentado de maneira ilustrativa na Figura 3.1.

Nesta figura a linha contínua representa o exposto até aqui, isto é, o módulo do material na compressão é menor do que o da extensão.

Já a linha tracejada representa a resposta do modelo para a situação de recarregamento. Como é sabido através da experiência, a linha tracejada deveria ser mais próxima da linha que representa o descarregamento. Este exemplo é importante para ilustrar um sério defeito da hipoplasticidade: na teoria tradicional existe uma única equação, que é incapaz de reconhecer que, antes de um recarregamento o material já foi submetido a um carregamento e a um descarregamento. Isto significa que o modelo não reproduz bem o comportamento dos solos frente a carregamentos cíclicos.

Figura 3.1 – Diagrama tensão x deformação - integração das equações (3.2) e (3.3)

Fonte: adaptado de Nader (2009)

Para introduzir novos conceitos, será analisada uma equação menos simples que a equação (3.1). No lugar do coeficiente constante b , que multiplicava o módulo da velocidade de deformação, será utilizado um fator dependente da tensão, dado por $b(\sigma) = a(\sigma + c) / d$, sendo, $d > c > 0$.

A equação obtida passa a ser, portanto:

$$\dot{\sigma} = a\dot{\varepsilon} - \frac{a(\sigma + c)}{d}|\dot{\varepsilon}|, \quad (3.4)$$

e, quando colocado a em evidência, resulta em:

$$\dot{\sigma} = a\left(\dot{\varepsilon} - \frac{(\sigma + c)}{d}|\dot{\varepsilon}|\right). \quad (3.5)$$

Da mesma forma que na equação (3.1), a equação (3.5) apresenta comportamento distinto para carregamento e descarregamento, mas, diferentemente do primeiro exemplo, o módulo de deformabilidade tangente é variável com a tensão, valendo $m_c = a[1 - (\sigma + c)/d]$ no carregamento, e $m_d = a[1 + (\sigma + c)/d]$ no descarregamento.

Pela integração da equação (3.5) são obtidas as relações de tensão x deformação para compressão (3.6) e extensão (3.7), as quais estão representadas de maneira esquemática na Figura 3.2.

$$\sigma = (d - c)\left[1 - e^{\left(-\frac{a}{d}\varepsilon\right)}\right], \quad (3.6)$$

$$\sigma = s - (-d - c)\left[1 - e^{\left(\frac{a}{d}(r - \varepsilon)\right)}\right], \quad (3.7)$$

onde, s e r correspondem, respectivamente, aos valores de tensão e deformação ao final do carregamento.

Figura 3.2 – Diagrama tensão x deformação resultante da equação (3.5)

Fonte: adaptado de Nader (2009)

É importante destacar que nas equações (3.6) e (3.7), resultantes da integração da equação (3.5), não aparecem os termos $\dot{\sigma}$ e $\dot{\epsilon}$. Significa dizer que fisicamente a equação não é capaz de reproduzir fenômenos viscosos, isto é, se for utilizada a equação (3.5) para reproduzir um ensaio a uma dada velocidade de deformação e outro com o dobro desta velocidade, o resultado será que a velocidade com que a tensão se alterará no segundo caso também será o dobro da do primeiro, ficando, desta forma, inalterada a relação tensão x deformação.

Merece observar o caráter assintótico da curva de carregamento oriundo da expressão $m_c = a[1 - (\sigma + c)/d]$. É fácil verificar que, à medida que o valor da tensão aumenta, m_c diminui e, quando σ tende à $(d - c)$, m_c tende a zero. Isto significa que a equação (3.5) possui a capacidade de reproduzir o escoamento do material, que é um aspecto importante considerado pela teoria, mas que não será abordado nesta dissertação.

Por fim, da mesma maneira que o exemplo anterior, esta equação não tem a capacidade de descrever de maneira razoável o recarregamento: o uso desta única equação faz com que o recarregamento seja representado como um carregamento.

3.3 A HIPOPLASTICIDADE EM SUA VERSÃO ORIGINAL

Passando agora à hipoplasticidade propriamente dita: este modelo constitutivo pode ser considerado ainda nos dias de hoje como um modelo recente. Conforme já exposto anteriormente, seu surgimento data do final da década de 1970, quando foi apresentado por Kolymbas.

A equação hipoplástica geral é:

$$\dot{\mathbf{T}} = h(\mathbf{T}, \mathbf{D}), \quad (3.8)$$

sendo $\dot{\mathbf{T}}$ a derivada corrotacional (ou de *Jaumann*) do tensor das tensões de Cauchy $\mathbf{T}$, $\mathbf{D}$ é o tensor velocidade de deformação (*stretching*) e h é uma função tensorial, isotrópica em $\mathbf{T}$ e $\mathbf{D}$, e homogênea positiva de grau um e não linear em $\mathbf{D}$.

A derivada corrotacional é definida por $\dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}} - \mathbf{W}\mathbf{T} + \mathbf{T}\mathbf{W}$, onde $\dot{\mathbf{T}}$ é a derivada de $\mathbf{T}$ em relação ao tempo e $\mathbf{W}$ o tensor velocidade de rotação (*spin*). Conceitos aprofundados relativos à Mecânica do Contínuo presentes neste trabalho são abordados na publicação de Truesdell e Noll (1965) e no livro de Gurtin (1981).

Importante frisar que, na equação hipoplástica, o tensor $\mathbf{T}$ representa tensão efetiva, e os valores na diagonal principal de $\mathbf{T}$ e $\mathbf{D}$, se negativos, representam compressão, enquanto que na mecânica dos solos a compressão é representada por valores positivos.

Alguns dos principais aspectos que caracterizam a hipoplasticidade são:

- a relação não linear entre tensão e deformação, o que permite que sejam obtidas curvas ao invés de retas relacionando as duas grandezas;
- tem a capacidade de gerar curvas distintas para o carregamento e o descarregamento;
- não se distinguem deformações plásticas de elásticas, isto é, desde o início do carregamento surgem deformações irreversíveis;
- a equação constitutiva relaciona velocidades de deformação e de variação de tensão, além da tensão, ao invés de tensão e deformação diretamente. Os valores de deformação e de tensão são obtidos através da integração no tempo;
- utilização de única equação constitutiva no modelo para qualquer situação, independentemente do nível e/ou trajetória de deformação ou tensão;

- não há memória da trajetória e do nível de tensão ao qual o material já foi submetido. É suficiente apenas conhecer a tensão atual para a aplicação do modelo.

3.3.1 Os tensores velocidade de deformação e velocidade de rotação

Para compreender uma importante propriedade da hipoplasticidade acerca das deformações, é importante antes entender alguns conceitos da Mecânica do Contínuo.

Dado um movimento $\mathbf{x}=\mathbf{x}(\mathbf{P},t)$, $\vec{v}(\mathbf{x},t)$ é a descrição espacial da velocidade, ou seja, aquela que descreve a velocidade das partículas que passam em uma posição $\mathbf{x}$ do espaço no instante t . A parte simétrica do $\text{grad } \vec{v}(\mathbf{x},t)$, indicada por $\mathbf{D}(\mathbf{x},t)$, é chamada *tensor velocidade de deformação* e a parte anti-simétrica do $\text{grad } \vec{v}(\mathbf{x},t)$, indicada por $\mathbf{W}(\mathbf{x},t)$, é chamada *tensor velocidade de rotação*:

$$\mathbf{D}(\mathbf{x},t) = \frac{1}{2} \left(\text{grad } \vec{v}(\mathbf{x},t) + \text{grad } \vec{v}(\mathbf{x},t)^T \right) \quad (3.9)$$

e

$$\mathbf{W}(\mathbf{x},t) = \frac{1}{2} \left(\text{grad } \vec{v}(\mathbf{x},t) - \text{grad } \vec{v}(\mathbf{x},t)^T \right). \quad (3.10)$$

O índice T sobrescrito representa o transposto do tensor ao qual está associado.

Desta forma, num sistema ortogonal a matriz que representa cada um destes tensores é dada por:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) & \frac{\partial v_2}{\partial x_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) & \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \text{ e}$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} - \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} - \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} - \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} - \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} - \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} - \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) & 0 \end{bmatrix}.$$

Definidas estas grandezas, passa-se agora ao caso de um ensaio triaxial realizado em um corpo de prova cilíndrico de raio R_0 e altura H_0 que ocupa em $t=0$ a região dada por $P_1^2 + P_2^2 \leq R^2$ e $0 \leq P_3 \leq H_0$. Este corpo de prova passa então a ser submetido a: $x_1 = [R(t)/R_0]P_1$, $x_2 = [R(t)/R_0]P_2$ e $x_3 = [H(t)/H_0]P_3$ em que R e H são funções que fornecem o raio e altura no tempo.

Para o cálculo da descrição espacial da velocidade será antes calculada a descrição material da velocidade (V_m) de cada uma das três componentes:

$$V_{m1}(P, t) = \frac{\partial x_1}{\partial t}(P, t) = \left[\frac{\dot{R}(t)}{R_0} \right] P_1 \quad (3.11)$$

$$V_{m2}(P, t) = \frac{\partial x_2}{\partial t}(P, t) = \left[\frac{\dot{R}(t)}{R_0} \right] P_2 \quad (3.12)$$

$$V_{m3}(P, t) = \frac{\partial x_3}{\partial t}(P, t) = \left[\frac{\dot{H}(t)}{H_0} \right] P_3 \quad (3.13)$$

Reescrevendo-se as componentes referentes ao movimento e isolando-se a grandeza P , obtém-se $P_1 = [x_1 R_0 / R(t)]$, $P_2 = [x_2 R_0 / R(t)]$ e $P_3 = [x_3 H_0 / H(t)]$.

Substituindo-se na velocidade material estes componentes, são obtidas as velocidades na descrição espacial:

$$V_1(x, t) = \frac{\dot{R}(t)}{R_0} \frac{R_0}{R(t)} x_1 = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} x_1, \quad (3.14)$$

$$V_2(x, t) = \frac{\dot{R}(t)}{R_0} \frac{R_0}{R(t)} x_2 = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} x_2, \quad (3.15)$$

$$V_3(x, t) = \frac{\dot{H}(t)}{H_0} \frac{H_0}{H(t)} x_3 = \frac{\dot{H}(t)}{H(t)} x_3. \quad (3.16)$$

A partir dos valores obtidos em (3.14) a (3.16), podem ser calculados os tensores conforme (3.9) e (3.10), que resultam, no caso do ensaio triaxial com as características apresentadas, em:

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}, t) = \begin{bmatrix} \dot{R}(t)/R(t) & 0 & 0 \\ 0 & \dot{R}(t)/R(t) & 0 \\ 0 & 0 & \dot{H}(t)/H(t) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

e

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}, t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

Nota-se que no caso do tensor $\mathbf{D}$ todos os termos não nulos dependem exclusivamente do raio e altura em t e o tensor $\mathbf{W}$, no ensaio triaxial, é nulo durante todo o ensaio.

Analisando mais a fundo os resultados obtidos para o tensor $\mathbf{D}$, verifica-se que as componentes obtidas na diagonal principal estão relacionadas às deformações logarítmicas, o que pode ser demonstrado levando-se em conta que:

$$\varepsilon_{1, \ln} = \ln \frac{R(t)}{R_0} \quad (3.19)$$

$$\dot{\varepsilon}_{1,ln} = \frac{R_0}{R(t)} \frac{\dot{R}(t)}{R_0} = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \quad (3.20)$$

Onde $\varepsilon_{1,ln}$ é a deformação logarítmica e $\dot{\varepsilon}_{1,ln}$ é a velocidade de deformação logarítmica, ambas na direção 1.

Assim, é certo dizer que, em ensaios triaxiais em que são mantidas as direções principais, o tensor **D**, ou *tensor velocidade de deformação*, tem a seguinte configuração:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{1,ln} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\varepsilon}_{2,ln} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\varepsilon}_{3,ln} \end{bmatrix},$$

e as deformações que resultam de sua integração serão deformações logarítmicas e não deformações lineares, as quais são calculadas nos modelos clássicos.

Uma importante consequência de serem obtidas as deformações logarítmicas nos modelos hipoplásticos é que elas facilitam os cálculos evolutivos e parcializados quando comparadas com as deformações lineares.

Esta diferença entre as duas metodologias será ilustrada a partir de um caso simples de carregamento unidimensional em situação de cálculo evolutivo, conforme indicado na Figura 3.3. Na situação A o corpo de prova tem uma determinada altura. Na situação B esta altura é de 80% da altura inicial e, na situação C, a altura é de 50% da altura inicial.

Figura 3.3 – Exemplo de carregamento unidimensional para estudo de cálculo evolutivo

Fonte: produção do autor

Para o caso da deformação linear tem-se:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{l(A-B)} &= \frac{100 - 80}{100} = 20\% \\ \varepsilon_{l(B-C)} &= \frac{80 - 50}{80} = 37,5\% \\ \varepsilon_{l(A-C)} &= \frac{100 - 50}{100} = 50\% \\ \varepsilon_{l(A-B)} + \varepsilon_{l(B-C)} &= 57,5\% \neq \varepsilon_{l(A-C)}\end{aligned}$$

Como pode ser visto, no cálculo da deformação linear não é possível equiparar o valor calculado diretamente da situação “a” para a “c” com os valores parciais. Neste caso a deformação do corpo entre o instante final e inicial é de 50% e a deformação obtida pela soma das etapas intermediárias é de 57,5%.

Diferentemente do observado na deformação linear, o cálculo através da deformação logarítmica permite que seja feita a mencionada passagem direta. Verifica-se que é numericamente idêntico o valor obtido pela soma das deformações de “a” para “b” e de “b” para “c” com o valor da deformação obtido diretamente de “a” para “c”.

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\ln(A-B)} &= \ln \frac{100}{80} = 0,2231 \\ \varepsilon_{\ln(B-C)} &= \ln \frac{80}{50} = 0,4700 \\ \varepsilon_{\ln(A-C)} &= \ln \frac{100}{50} = 0,6931 \\ \varepsilon_{\ln(A-B)} + \varepsilon_{\ln(B-C)} &= 0,6931 = \varepsilon_{\ln(A-C)}\end{aligned}$$

Este resultado tem grande importância na aplicação do modelo, uma vez que não é necessário conhecer o histórico de deformações do material e assim, pode-se definir qualquer instante como o instante de referência sem que isto acarrete distorções nos valores calculados.

3.4 REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DOS ENSAIOS TRIAXIAIS

Ao longo da elaboração deste trabalho verificou-se a importância de serem definidos conceitos e termos básicos sobre os ensaios triaxiais que serão utilizados na aplicação dos modelos hipoplásticos.

Todavia, é fundamental alertar que as informações aqui apresentadas não têm o objetivo de descrever profundamente todos os tipos de ensaios existentes, metodologias, respostas de diferentes materiais, etc, mas sim apresentar fundamentos diretamente relacionados e necessários à compreensão da modelagem hipoplástica, tema deste trabalho.

É, por fim, importante mencionar que todas as considerações feitas estão baseadas no fato de ser nulo o tensor **W** nos ensaios triaxiais.

3.4.1 Fase de preparação

Antes de ser iniciada a fase de carregamento propriamente dita, o corpo de prova deve ser adensado, o que é usualmente realizado para reproduzir as condições de tensões às quais o material se encontra submetido na natureza ou para investigar diferentes comportamentos do solo em função deste carregamento. A este processo é dado o nome de adensamento.

Este adensamento, por sua vez, pode ser isotrópico, isto é, mesmo valor de tensões nas 3 direções principais, ou anisotrópico, quando pelo menos uma das tensões principais é diferente das outras.

3.4.2 Compressão axial sem deformação lateral

Compressão sem deformação lateral é comumente feita numa prensa específica com o emprego do anel edométrico, mas também pode ser feita na câmara triaxial.

No caso da câmara triaxial é aplicada tensão lateral de maneira que seja nula a componente de deformação nesta direção. Neste ensaio, o tensor **D** é:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

em que d , quando negativo, representa uma compressão axial.

3.4.3 Compressão Isotrópica

Neste tipo de ensaio o material ou é submetido a acréscimos de tensões de igual magnitude em todas as direções ou então são impostas velocidades de deformação de iguais valores nas 3 direções principais

Considerando um material isotrópico, ou seja, aquele em que as características físicas independem da direção escolhida, a deformação do corpo de prova será igual em todas as direções para um mesmo acréscimo de tensões, ou ainda, imposta uma deformação de igual valor em todas as direções, serão obtidos acréscimos de tensões iguais nas 3 direções principais.

Desta forma não são geradas tensões desviadoras durante o ensaio e as tensões aplicadas ao solo estarão sempre sobre o eixo das tensões hidrostáticas.

O comportamento típico esperado para este ensaio é o aumento da rigidez conforme aumente o valor das deformações.

Na hipoplasticidade os tensores $\mathbf{D}$ e $\dot{\mathbf{T}}$ que representam o carregamento isotrópico possuem a diagonal principal com 3 valores iguais e todos os demais iguais à zero, tendo, assim, o seguinte aspecto:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix}, \dot{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} e & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix},$$

em que d , assim como e , quando negativos, representam compressão.

3.4.4 Compressão axial não-drenada ou sem variação de volume

Um ensaio que é possível ser realizado com o emprego de deformações impostas é o de compressão axial sem variação volumétrica. Aqui chama a atenção o emprego do termo compressão associada a uma deformação sem variação volumétrica. É intuitivo imaginar que para toda compressão há redução de volume do material ensaiado, porém, como será visto adiante, isto nem sempre ocorre.

Para representar este ensaio impõe-se a matriz $\mathbf{D}$ apresentada a seguir:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 \\ 0 & -d/2 & 0 \\ 0 & 0 & -d/2 \end{bmatrix},$$

sendo d na posição $\mathbf{D}_{11}$ indicativo de que está sendo imposta uma velocidade de deformação na direção 1 e que nas direções 2 e 3 está ocorrendo à velocidade $d/2$, porém no sentido inverso.

Observa-se uma importante característica desta matriz: seu traço é nulo. É justamente esta propriedade que garante a inexistência de variação de volumétrica.

3.4.5 Compressão axial drenada

Neste caso o corpo de prova já adensado é submetido ao carregamento axial de maneira que possa se deformar tanto vertical, quanto lateralmente, porém, particularmente neste ensaio, a tensão que atua nas laterais do corpo de prova permanece constante.

Este ensaio é representado matematicamente por:

$$\dot{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

em que e representa a taxa de variação de tensão e, neste caso, somente na direção axial.

4 EQUAÇÃO HIPOPLÁSTICA DE REFERÊNCIA

Para os estudos dos novos modelos propostos neste trabalho, será importante a seguinte equação hipoplástica:

$$\dot{\mathbf{T}} = h(\mathbf{T}, \mathbf{D}) = \mathbf{L}(\mathbf{T})[\mathbf{D}] + \|\mathbf{D}\| \mathbf{N}(\mathbf{T}) \quad (4.1)$$

onde $\|\mathbf{D}\| = \sqrt{\text{tr} \mathbf{D}^2}$ (tr representa o traço) é a norma euclidiana de $\mathbf{D}$, e $\mathbf{N}$ e $\mathbf{L}$ são funções que associam a cada $\mathbf{T}$ (tensor das tensões), o tensor simétrico de segunda ordem $\mathbf{N}(\mathbf{T})$ e o tensor de quarta ordem inversível $\mathbf{L}(\mathbf{T})$.

Para este estudo, as funções $\mathbf{L}(\mathbf{T})[\mathbf{D}]$ e $\mathbf{N}(\mathbf{T})$, assumem a seguinte expressão:

$$\mathbf{L}(\mathbf{T})[\mathbf{D}] = \varphi_1(\mathbf{T}, \mathbf{D}) \mathbf{I} + \varphi_2(\mathbf{T}) \mathbf{D}_d, \quad (4.2)$$

e

$$\mathbf{N}(\mathbf{T}) = (C_3/3)(\text{tr} \mathbf{T}) \mathbf{I} + C_5 \mathbf{T}_d, \quad (4.3)$$

sendo que $\mathbf{I}$ representa a matriz identidade e o índice subescrito “ d ” indica tratar-se da parte desviadora do tensor ao qual está associado.

Neste trabalho, será utilizada como equação hipoplástica de referência a equação (4.1) com $\varphi_1(\mathbf{T}, \mathbf{D}) = (C_1/3)(\text{tr} \mathbf{D})(\text{tr} \mathbf{T}) + (C_2/3)(\text{tr} \mathbf{T}_d \mathbf{D})$ e $\varphi_2(\mathbf{T}) = C_4 \text{tr} \mathbf{T} + 3\sqrt{(3/2) \text{tr}(\mathbf{T}_d)^2}$, proposta e estudada por Nader (1999), (2003), e que deste ponto em diante será denotada por EHR (equação hipoplástica de referência).

Nas obras supracitadas são apresentadas e justificadas as componentes da expressão, bem como verificado que a mesma atende ao princípio da objetividade material, necessário para que configure a equação de um modelo constitutivo.

Esta é uma equação que, apesar de ser relativamente simples, reproduz de maneira adequada o comportamento dos solos em diversas situações, como se verá adiante.

A EHR, reescrita em termos de φ_1 e φ_2 , tem o seguinte formato:

$$\dot{\mathbf{T}} = \varphi_1(\mathbf{T}, \mathbf{D})\mathbf{I} + \varphi_2(\mathbf{T})\mathbf{D}_d + \|\mathbf{D}\| \left[(C_3/3)(tr\mathbf{T})\mathbf{I} + C_5\mathbf{T}_d \right]. \quad (4.4)$$

Substituindo-se os valores de φ_1 e φ_2 em (4.4) resulta:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{T}} = & \left[(C_1/3)(tr\mathbf{D})(tr\mathbf{T}) + (C_2/3)(tr\mathbf{T}_d\mathbf{D}) \right] \mathbf{I} + \left(C_4 tr\mathbf{T} + 3\sqrt{(3/2) tr(\mathbf{T}_d)^2} \right) \mathbf{D}_d + \\ & + \|\mathbf{D}\| \left[(C_3/3)(tr\mathbf{T})\mathbf{I} + C_5\mathbf{T}_d \right]. \end{aligned} \quad (4.5)$$

As constantes C_1 , C_2 , C_3 , C_4 e C_5 são obtidas através dos parâmetros λ , κ , M e $\tilde{G}$, parâmetros estes relativos ao solo, e que terão seus significados e modo de obtenção apresentados mais adiante neste capítulo.

$$C_1 = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\kappa} \right), \quad (4.6)$$

$$C_2 = \frac{3\sqrt{6}}{2} \frac{C_3}{M}, \quad (4.7)$$

$$C_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\kappa} \right), \quad (4.8)$$

$$C_4 = -\frac{\tilde{G}}{3}, \text{ e} \quad (4.9)$$

$$C_5 = \frac{-\sqrt{6}}{2} \frac{\tilde{G} + 3M}{M}. \quad (4.10)$$

Uma vez que as equações estão escritas na convenção da Mecânica do Contínuo, tensões e deformações positivas representam tração e extensão, respectivamente. Esta ressalva se faz necessária e é de fundamental importância visto que, habitualmente, em Mecânica dos Solos, tensões e deformações positivas

estão associadas à compressão e, valores negativos destas grandezas estão associados à extensão.

Quando a trajetória de deformação é dada, a equação (4.1) produz, por integração, a trajetória de tensão. Por outro lado, para aqueles casos em que é imposta a variação de tensão, ao invés da variação de deformação, a EHR deve ser antes invertida, assumindo, então, o formato apresentado a seguir, recordando que nos ensaios triaxiais $\mathbf{W}=\mathbf{0}$, o que resulta $\dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}}$.

4.1 HIPOPLASTICIDADE COM A VARIAÇÃO DE TENSÃO IMPOSTA

Segundo Nader (2010), “este pode ser chamado de problema inverso, se comparado com o anterior: dada uma trajetória de tensão..., encontrar, se existir, uma função $\mathbf{D}$ que satisfaça $\dot{\mathbf{T}} = h(\mathbf{T}, \mathbf{D})$.”

Deseja-se isolar $\mathbf{D}$ na equação $\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{L}(\mathbf{T})[\mathbf{D}] + \|\mathbf{D}\|\mathbf{N}(\mathbf{T})$, com a condição $\dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}}$.

Primeiramente, para a determinação de $\mathbf{D}$, aplica-se $\mathbf{L}(\mathbf{T})^{-1}$ a ambos os membros da equação. Sendo $\mathbf{A}(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{T}}) = \mathbf{L}(\mathbf{T})^{-1}[\dot{\mathbf{T}}]$ e $\mathbf{B}(\mathbf{T}) = \mathbf{L}(\mathbf{T})^{-1}[\mathbf{N}(\mathbf{T})]$, é obtido

$$\mathbf{D} = \mathbf{A}(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{T}}) - \|\mathbf{D}\|\mathbf{B}(\mathbf{T}) \quad (4.11)$$

Próximo passo é determinar $\|\mathbf{D}\|$ em função de $\dot{\mathbf{T}}$ e $\mathbf{T}$. No presente estudo será dada atenção exclusivamente ao caso em que há apenas uma solução real positiva para a norma de $\mathbf{D}$, calculada por:

$$\|\mathbf{D}\| = \frac{\mathbf{A}:\mathbf{B} - \sqrt{(\mathbf{A}:\mathbf{B})^2 - \mathbf{A}:\mathbf{A}(\mathbf{B}:\mathbf{B}-1)}}{\mathbf{B}:\mathbf{B}-1} \quad (4.12)$$

Para facilitar a compreensão, na eq. (4.12) foi suprimido o argumento $(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{T}})$ de $\|\mathbf{D}\|$ e de $\mathbf{A}$ e o argumento $(\mathbf{T})$ de $\mathbf{B}$.

A notação $\mathbf{A}:\mathbf{B}$ indica o produto interno do tensor $\mathbf{A}$ pelo tensor $\mathbf{B}$, o qual é calculado por: $\mathbf{A}:\mathbf{B} = \text{tr}(\mathbf{A}:\mathbf{B}^T)$.

Discussões detalhadas sobre os valores que podem assumir $\mathbf{A}(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{T}})$, $\mathbf{B}(\mathbf{T})$ ou ainda $\mathbf{B}(\mathbf{T}):\mathbf{B}(\mathbf{T})$, e os seus significados e implicações no cálculo de $\mathbf{D}$, são feitas em Nader (2010).

Determinado o valor da norma de $\mathbf{D}$, utiliza-se a equação (4.11) para se obter o valor de $\mathbf{D}$.

Para cálculo das matrizes $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$, os seguintes cálculos devem ser feitos, desde que satisfeito $\text{tr}\mathbf{T} \neq 0$:

$$\mathbf{A}(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{T}}) = \frac{1}{3C_1(C_4 - \eta(\mathbf{T}))\text{tr}\mathbf{T}} \left[(C_4 - \eta(\mathbf{T}))\text{tr}\dot{\mathbf{T}} - C_2 \frac{\text{tr}(\mathbf{T}_d \dot{\mathbf{T}}_d)}{\text{tr}\mathbf{T}} \right] \mathbf{I} + \frac{1}{(C_4 - \eta(\mathbf{T}))\text{tr}\mathbf{T}} \dot{\mathbf{T}}_d \quad (4.13)$$

e

$$\mathbf{B}(\mathbf{T}) = \frac{1}{3C_1} \left[C_3 - \frac{C_2 C_5}{C_4 - \eta(\mathbf{T})} \frac{\text{tr}(\mathbf{T}_d^2)}{(\text{tr}\mathbf{T})^2} \right] \mathbf{I} + \frac{C_5}{(C_4 - \eta(\mathbf{T}))\text{tr}\mathbf{T}} \mathbf{T}_d, \quad (4.14)$$

com

$$\eta(\mathbf{T}) = -3 \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt{\text{tr}(\mathbf{T}_d^2)}}{\text{tr}\mathbf{T}}. \quad (4.15)$$

4.2 PARÂMETROS DA EQUAÇÃO

Os parâmetros λ , κ , M e $\tilde{G}$ são característicos do solo e são determinantes no formato das curvas tensão x deformação.

A seguir são definidas as grandezas empregadas na obtenção dos referidos parâmetros:

- σ_a : tensão normal axial;
- σ_r : tensão normal radial;
- σ_c : tensão confinante;
- ε_a : deformação axial;

- ε_r : deformação radial;
- ε_v : deformação volumétrica;
- γ : distorção, $\gamma = (\varepsilon_a - \varepsilon_r)$;
- p : tensão octaédrica, $p = (\sigma_a + 2\sigma_r)/3$;
- q : tensão desviadora, $q = (\sigma_a - \sigma_r)$;
- e : índice de vazios.

O ponto sobrescrito sobre o índice, como por exemplo em $\dot{\varepsilon}_a$, representa a variação da grandeza no tempo, neste caso a velocidade de deformação axial.

4.2.1 Parâmetros λ e κ

Na compressão e expansão isotrópica, a qualquer instante o corpo de prova está submetido a tensões normais axiais e radiais de igual valor ($\sigma_a = \sigma_r = p$), portanto $q = 0$, velocidades de deformação axial e radial de mesma magnitude ($\dot{\varepsilon}_a = \dot{\varepsilon}_r$) e sem que ocorram distorções ($\dot{\gamma} = 0$).

Considerando a conhecida relação entre velocidade de deformação volumétrica e velocidade de variação do índice de vazios: $\dot{\varepsilon}_v = -\dot{e}/(1 + e)$, conclui-se que no caso de compressão:

$$\ln \frac{1+e_0}{1+e} = \lambda \ln \frac{p}{p_0} , \quad (4.16)$$

e no caso de expansão

$$\ln \frac{1+e_0}{1+e} = \kappa \ln \frac{p}{p_0} . \quad (4.17)$$

Assim, definem-se λ e κ como os coeficientes angulares (em valor absoluto) obtidos em gráficos de $(1+e)$ por p , ambos plotados em escala logarítmica neperiana.

A Figura 4.1 apresenta de maneira esquemática a saída gráfica de um ensaio triaxial isotrópico, e como podem ser obtidos os parâmetros λ e κ .

Figura 4.1 - Obtenção dos parâmetros λ e κ a partir de ensaio triaxial isotrópico

Fonte: produção do autor

4.2.2 Parâmetro $\tilde{G}$

No laboratório, terminado o adensamento isotrópico, inicia-se a fase de alteração de q , por exemplo mantendo-se inalterada a tensão radial e aumentando a tensão axial (para o caso de um corpo de prova cilíndrico).

Sabe-se que no início desta fase $p(0)=\sigma_c$, $q(0)=0$ e $\dot{q} \neq 0$. Realizando-se as devidas substituições e manipulações algébricas, obtém-se:

$$\tilde{G} = \frac{\dot{q}(0)}{\dot{\gamma}(0)\sigma_c} . \quad (4.18)$$

Em termos práticos, significa que $\tilde{G}$ corresponde ao coeficiente angular da reta tangente à curva $(q/\sigma_c) \times \gamma$ na origem (Figura 4.2).

Figura 4.2 – Obtenção do parâmetro $\tilde{G}$ através de ensaio triaxial

Fonte: produção do autor

4.2.3 Parâmetro M

Um corpo-de-prova atinge o estado crítico se o seu estado de tensão é tal que ocorrem distorções sem deformações volumétricas e sem variação de carregamento. No estado crítico $q=Mp$, sendo M o parâmetro de estado crítico. A Figura 4.3 ilustra graficamente a obtenção do referido parâmetro através do gráfico $q \times p$ de um ensaio triaxial.

Figura 4.3 – Obtenção do parâmetro M

Fonte: produção do autor

4.3 APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO

Para a aplicação da EHR, é importante que sejam descritos alguns passos e cuidados, para permitir que um leitor menos familiarizado com este tipo de teoria possa aplicá-la:

- determinação dos parâmetros λ , κ , M e $\tilde{G}$;
- escolha da tensão inicial T_0 , com valores da diagonal principal diferentes de zero;
- definição do caso a ser simulado: compressão edométrica, carregamento axial, isotrópico, compressão não-drenada, etc.;
- Identificar se o ensaio corresponde ao de tensão ou deformação controlada.

Tendo estes 4 itens atendidos, inicia-se a realização dos cálculos a partir da substituição dos valores na formulação correspondente.

Os cálculos são feitos para cada instante de tempo t , sendo que no início, isto é, para $t=0$ (onde t é apenas um tempo de referência), as deformações são nulas.

Já neste passo são obtidos os valores de $\mathbf{D}$, quando $\dot{\mathbf{T}}$ é imposto, ou obtidos os valores de $\dot{\mathbf{T}}$ para o caso de $\mathbf{D}$ imposto.

No instante seguinte é necessário conhecer o novo valor de $\mathbf{T}$ de maneira a calcular todos os novos valores da função hipoplástica. Inexistindo a integração analítica das funções hipoplásticas em estudo, é necessário recorrer aos métodos numéricos que permitam a obtenção dos dados seguintes a partir dos valores atuais e das taxas de variação calculadas e impostas.

Um dos métodos de integração numérica bem conhecido e que exige pouco processamento computacional e elaboradas teorias, é o método de Euler, em que: $g(t_0 + \Delta t) = g(t_0) + \dot{g}(t_0)\Delta t$, onde g é uma função dependente do tempo e $\dot{g}$ a sua derivada temporal.

Sabe-se que a precisão do método está diretamente ligada à magnitude do passo (incremento) utilizado a cada iteração. Felizmente, o grande potencial computacional nos dias de hoje permite que sejam utilizados valores pequenos de incremento que minimizam os erros do método.

4.4 APLICAÇÃO TEÓRICA

Para ilustrar o comportamento da EHR, apresenta-se os resultados da sua aplicação a alguns casos teóricos.

Primeiramente sejam considerados os seguintes parâmetros: $\lambda = 0,07$, $\kappa = 0,018$, $M=1,46$ e $\tilde{G}=54$. Tais parâmetros correspondem aos obtidos para um solo siltoso estudado por Nader (1999, 2003). Neste solo, anteriormente adensado sob pressão confinante de 200 kPa, foi realizado um ensaio triaxial de compressão, com um ciclo de carregamento.

Conforme pode ser observado na Figura 4.4 a EHR tem boa capacidade de reproduzir o comportamento nos trechos de carregamento e descarregamento. O mesmo não pode ser dito para a curva correspondente ao recarregamento. Para este caso o ensaio apresenta uma curva de recarregamento muito próxima daquela obtida no descarregamento, enquanto que o modelo teórico produz uma curva semelhante à do carregamento.

Esta deficiência do modelo implica grande deformação acumulada após a realização de um ciclo de carregamento-descarregamento-recarregamento. Como pode ser observado, esta deformação teórica é extremamente superior à obtida no ensaio.

Figura 4.4 – Resultados de ensaio triaxial com ciclo de carregamento e aplicação da EHR

Fonte: Nader (2009)

Um outro caso que ilustra bem esta falha na representação do recarregamento está apresentada na Figura 4.5. Nela observa-se o comportamento do modelo no caso de um ensaio triaxial de compressão isotrópica. Para esta simulação foram utilizados os mesmos parâmetros do caso anterior, e aplicada também a formulação para o caso da tensão controlada.

Nesta aplicação foi considerado um solo previamente adensado isotropicamente à tensão de 200 kPa. Na sequência realizou-se um carregamento isotrópico com acréscimo de tensão de 200 kPa (P1). Atingida a tensão máxima foi feito o descarregamento até que o material retornasse ao carregamento de 200 kPa (P2). Neste instante foi iniciado o recarregamento até que fosse atingida novamente a tensão máxima de 400 kPa (P3). Procedeu-se novamente a um descarregamento com redução de 200 kPa (P4). Na última etapa de recarregamento as tensões principais foram aumentadas até 450 kPa (P5).

Figura 4.5 – Aplicação da EHR - ensaio triaxial isotrópico – carregamento cíclico

Fonte: produção do autor

É interessante notar o aspecto do primeiro trecho da curva, o de carregamento, demonstrando que o modelo reproduz bem a característica de ensaios triaxiais de compressão isotrópica, onde é observado o aumento da rigidez à medida que a tensão aumenta.

O descarregamento ocorre por uma trajetória em que a rigidez é maior que a do carregamento, confirmando o comportamento que era esperado. Observa-se, ainda, que ao final do descarregamento as deformações não zeraram, o que era igualmente esperado, visto que o modelo admite a ocorrência de deformações irreversíveis.

Analizando agora a curva de recarregamento, nota-se claramente que seu formato é idêntico ao da curva de carregamento, o que, como se sabe, não corresponde ao comportamento observado em ensaios deste tipo.

Este comportamento já era esperado uma vez que o modelo hipoplástico visto até aqui não possui nenhum elemento que o torne capaz de diferenciar o carregamento do recarregamento: é empregada a mesma equação, com os mesmos parâmetros e critérios. Era de se esperar, portanto, que a curva gerada pela aplicação de acréscimo de tensão no instante inicial, ou em qualquer outro instante, fosse exatamente a mesma, desde que partindo das mesmas tensões.

5 CARREGAMENTOS CÍCLICOS

5.1 INTRODUÇÃO E CONCEITOS GERAIS

Antes de prosseguir com a apresentação de novos modelos hipoplásticos é importante fazer a introdução de alguns conceitos sobre os solos quando submetidos a carregamentos cíclicos.

Carregamento cíclico pode ser definido como uma ação repetitiva que age sobre um material e tende a se alterar ao longo do tempo, geralmente tendo a sua trajetória de tensão e deformação invertida.

Primeiramente deve ser feita a divisão destes carregamentos em dois grupos de acordo com sua origem: carregamentos cíclicos naturais e induzidos.

No primeiro grupo destacam-se os terremotos, a ação das marés e a dos ventos, os quais possuem características bem particulares. Terremotos, ou abalos sísmicos, são desencadeados por fatores naturais como por exemplo atividade vulcânica, choque entre placas tectônicas subterrâneas ou mais raramente a ocorrência de deslocamento de gases no interior do planeta. A ação das marés provoca repetidos choques em paramentos, fundações costeiras e em *risers* e, assim como a ação dos ventos, gera nas estruturas esforços com variação de magnitude, direção, sentido, duração e de repetição.

No caso dos terremotos, a energia liberada é de tamanha magnitude que é comum ocorrerem aberturas de falhas na superfície terrestre e deslizamentos de terra. Quando ocorrem no mar podem provocar tsunâmis, que são ondas marítimas gigantes.

Em um terremoto ocorre a propagação de ondas sísmicas, originadas no subsolo, e que têm a maior parte de sua trajetória ocorrendo em rochas. Ainda assim, a porção de solo atingida na superfície pode sofrer um significativo impacto, o que depende principalmente da magnitude, forma e desenvolvimento através do substrato da onda gerada (KRAMER, 1996).

Já com relação à ação das marés, o fenômeno é basicamente caracterizado pelo choque da massa de água com um paramento ou fundações *offshore*, ou ainda pela ação das correntes marítimas que agem nos *risers*. Segundo Alfredini e Arasaki (2009) a magnitude e periodicidade das marés apresentam, de maneira geral, variações ao

longo do tempo, sendo influenciadas por fenômenos astronômicos associados à distância entre o planeta Terra, a Lua e o Sol.

No caso das ações dos ventos cita-se, a título de exemplo, o que ocorre em aerogeradores: regiões da fundação apresentam-se ora comprimidas, ora tracionadas, com intensidade e duração variável.

No segundo grupo dos carregamentos cíclicos, o dos carregamentos induzidos, as origens são as mais variadas, sendo os mais comuns e de maior interesse geotécnico aqueles produzidos, por exemplo, a partir de detonações realizadas na operação de pedreiras, circulação dos veículos nas ferrovias e rodovias, escavações de valas e túneis, etc.

5.2 CONSEQUÊNCIAS

Para entender a motivação dos estudos acerca dos carregamentos cíclicos é fundamental conhecer algumas das consequências registradas na história.

Em primeiro lugar, e que talvez seja o fenômeno mais estudado relacionado ao tema, está a liquefação dos solos. Neste fenômeno o solo sofre repentinamente uma transição do estado sólido para líquido, ou mesmo transforma-se num material que se assemelha a um líquido grosso.

Fisicamente a sua ocorrência se dá pela diminuição da resistência efetiva e da rigidez do solo. Durante o carregamento a pressão neutra pode aumentar e, se igualada ao valor da tensão de confinamento, a tensão efetiva lateral atuante no material é reduzida a zero e, portanto, o material perde completamente sua resistência ao cisalhamento. Um estudo aprofundado sobre solos suscetíveis à liquefação é apresentado em Seed et al. (2003).

É atribuído a este fenômeno uma grande quantidade de catástrofes e casos de rupturas de maciços de solos, com registro de perdas de vidas humanas, prejuízos econômicos e danos ao meio ambiente.

Alguns exemplos de tipos de colapsos e rupturas desencadeados por este tipo de carregamento cíclico, denominados de liquefação cíclica (ROBERTSON e WRIDE, 1998) são encontrados: fundações de barragens (SEED *et al.*, 1975), recalques de grandes magnitudes em edificações e pontes (ROSS, SEED e MIGLIACCIO, 1969) e movimentos bruscos de taludes naturais (KEEFER, 1984).

Na Figura 5.1 é apresentada a devastação ocorrida em Niigata, Japão, no ano de 1964. Segundo a USGS (*United States Geological Survey*), nesta catástrofe foram registradas 36 mortes, 385 pessoas seriamente machucadas, 3.534 residências destruídas e cerca de 11.000 casas danificadas.

Figura 5.1 – Vista aérea de edificações seriamente danificadas devido à liquefação do solo em Niigata após um terremoto

Fonte: National Geophysical Data Center - (NOAA)

Além da liquefação dos solos, os carregamentos cíclicos são responsáveis também pela ocorrência de acúmulo de deformações, degradação da resistência e alteração no módulo de rigidez dos solos.

5.3 COMPORTAMENTO DOS SOLOS SUBMETIDOS A CARREGAMENTOS CÍCLICOS

Cunha e Correia (2007) realizaram um estudo para verificar o comportamento do solo de fundação de uma via férrea de alta velocidade, considerando a passagem de trens com velocidade de 314 km/h. Nesta obra é investigada a relação que existe entre o amortecimento (parâmetro relacionado à energia dissipada no ciclo de

carregamento) do solo com seu nível de deformação. Ao final deste estudo foi possível concluir que com o aumento do nível de deformação existe uma diminuição da rigidez e aumento do amortecimento. O comportamento observado está diretamente ligado à variação causada pelos repetitivos carregamentos.

Silveira (2003) realizou uma pesquisa para investigar o comportamento dos solos quando submetidos a carregamentos cíclicos.

Sabendo que em *risers* o módulo de elasticidade do solo é o fator mais importante no estudo da fadiga do material e, em fundações, carregamentos repetidos podem causar deformações permanentes além do admissível, Silveira realizou um estudo em laboratório sobre o comportamento de solos em solicitações triaxiais cíclicas com diferentes frequências e amplitudes de carregamento.

A autora observou também em seus ensaios um interessante e conhecido fenômeno que se manifesta em ensaios triaxiais cíclicos não-drenados: “É consenso que existem dois comportamentos diferentes e bem definidos dos solos sujeitos a carregamento cíclico. Para um valor suficientemente alto de tensão máxima, à medida que aumenta o número de ciclos, o valor da deformação cíclica é cada vez maior e o valor do módulo de deformabilidade cada vez menor até a ruptura. Por outro lado, num carregamento cíclico com tensão máxima suficientemente baixa, a deformação axial cíclica será cada vez menor, até que se anule depois que um grande número de ciclos tenha sido aplicado. Ocorre então um laço fechado na curva tensão desviadora-deformação axial e o comportamento do solo passa a ser essencialmente elástico.” E ainda na mesma obra descreve: “Entre os dois comportamentos existe um nível crítico de tensão máxima separando a situação de ruptura e a de não ruptura”.

A este fenômeno observado atribui-se o nome de fenômeno *shakedown*. Assim como Silveira, Faria (1999) e Wang, Yu e Li (2010), realizaram estudos sobre a tensão limite (*shakedown limit*) abaixo da qual o solo submetido a carregamentos cíclicos apresenta um comportamento totalmente distinto de solos submetidos a tensões superiores a este limite.

A Figura 5.2 ilustra o comportamento observado na situação em que a tensão desviadora aplicada foi superior ao valor de uma tensão limite e que, por consequência, levou o material à ruptura com um crescente valor de incremento de deformação acumulada a cada ciclo. Na Figura 5.3 observa-se o outro fenômeno:

houve a estabilização dos laços, sendo que ao longo dos carregamentos se percebe a redução do acréscimo de deformação ao final de cada ciclo.

Figura 5.2 – Tensão desviadora e pressão neutra versus deformação axial para um ensaio não-drenado com carregamento cíclico – aumento do acréscimo de deformação acumulada

Fonte: Silveira (2003)

Figura 5.3 - Tensão desviadora e pressão neutra versus deformação axial para um ensaio não-drenado com carregamento cíclico – redução do acréscimo de deformação acumulada

Fonte: Silveira (2003)

Para verificar o que ocorre com o módulo de deformabilidade, Silveira calculou, para os carregamentos cíclicos, os módulos como sendo a relação entre a diferença entre os valores mínimo e máximo da tensão desviadora no ciclo (na etapa de carregamento) e a deformação que este carregamento causa.

Alguns dos resultados do módulo de deformabilidade obtidos com um dos caulins ensaiados estão apresentados na Figura 5.4, enquanto na Figura 5.5 são apresentados os resultados obtidos com uma das argilas ensaiadas.

Figura 5.4 – Evolução do módulo de deformabilidade em função do número de ciclos – caulim

Fonte: Silveira (2003)

Figura 5.5 – Evolução do módulo de deformabilidade em função do número de ciclos – argila

Fonte: Silveira (2003)

Tanto a Figura 5.4a, quanto a Figura 5.5a, correspondem aos resultados dos ensaios onde houve a ruptura do material. Nota-se que em ambos o módulo de deformabilidade sofre uma degradação conforme são feitos novos ciclos. Em

contrapartida, na Figura 5.4b e na Figura 5.5b são reveladas situações em que há o aumento do módulo de deformabilidade até determinado valor que então se estabiliza.

5.4 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA REPRESENTAÇÃO DE CARREGAMENTOS CÍCLICOS

Como pôde ser observado, os solos submetidos a carregamentos cíclicos apresentam comportamentos muito específicos, afastando-se em muitos casos do comportamento observado quando sujeitos a carregamentos monotônicos, sendo este último caso aquele ao qual os engenheiros estão mais familiarizados e que na maioria dos projetos é o mecanismo considerado.

Na literatura especializada são encontradas algumas obras que apresentam modelos desenvolvidos com o intuito de reproduzir mais fielmente o comportamento dos solos submetidos a carregamentos cíclicos. Alguns desses modelos podem, inclusive, ser inseridos em programas de elementos finitos de maneira que os efeitos particulares dos carregamentos cíclicos possam ser considerados durante a elaboração dos projetos de Engenharia.

Bauer e Wu (1992) propuseram um modelo hipoplástico para solos granulares submetidos a carregamentos cíclicos. Neste modelo é acrescentada uma função de memória, responsável pelo valor da rigidez empregado quando o solo deixa de ser descarregado e passa a ser recarregado, e por uma função de transição que é responsável pelo efeito *shakedown* e pela compressibilidade finita (na hipoplasticidade original um solo pode ser comprimido infinitamente desde que sejam feitos diversos ciclos de descarregamento e recarregamento). Na formulação destes dois elementos adicionados nesta teoria são empregados diversos parâmetros, relacionados ao índice de vazios mínimo, crítico e atual (a cada iteração realizada), nível de tensão, trajetória de deformação e outros que devem ser calibrados através de ensaios triaxiais.

Neste modelo são obtidos os laços produzidos nas curvas tensão x deformação em carregamentos cíclicos, assim como a redução de deformação acrescentada a cada ciclo quando a tensão desviadora fica abaixo de determinado valor.

Mašín (2006) apresentou uma modificação do modelo hipoplástico de Herle e Kolymbas, o qual possui uma boa capacidade de reproduzir o comportamento dos solos sob carregamentos monotônicos para valores de média e grande deformação,

mas não a capacidade de reproduzir carregamentos cíclicos. Para agregar a capacidade de reproduzir carregamentos cíclicos, foi incluído no modelo o conceito de deformação intergranular apresentado por Niemunis e Herle (1997). Além deste conceito, o modelo envolve a necessidade de um total de 10 parâmetros, que dependem das características do solo e do tipo de carregamento. Cita-se a título de exemplo a dependência do modelo do índice de vazios e sua taxa de variação, um parâmetro denominado *Pyknotropy* (fd), que incorpora a influência da densidade e da tensão de pré-adensamento e o fator fs , ou simplesmente *Barotropy*, relacionado com a magnitude das tensões principais. Ainda segundo Mašín, 3 dos parâmetros podem ser obtidos diretamente de um único ensaio de carregamento/descarregamento, porém o nível de tensão aplicado deve obrigatoriamente superar à tensão de pré-adensamento. Outros parâmetros podem ser obtidos através de regressões lineares de ensaios de cisalhamento disponíveis para o material. O autor considera que apenas um dos parâmetros é de obtenção mais complexa, pois depende da habilidade de ser elaborada uma expressão que retrate a degradação do módulo de rigidez.

No campo dos modelos elastoplásticos são encontrados também diversos modelos em que foi introduzida a capacidade de reproduzir o comportamento dos solos em carregamentos cíclicos. Neste trabalho será dado destaque ao trabalho de Benedetto *et. al.* (2014), onde é apresentado um modelo com as seguintes características:

- inexistência do domínio elástico;
- a fase elástica é baseada em uma formulação hipoeelástica desenvolvida previamente pelos autores;
- dois mecanismos principais de plastificação: mecanismo de plastificação isotrópico e mecanismo de plastificação desviador;
- mecanismo de endurecimento cíclico, responsável pela variação do comportamento do modelo a cada novo carregamento;
- criação de superfícies de memória.

Para que seja aplicado o modelo é necessário o conhecimento de 15 parâmetros, os quais estão relacionados ao modelo hipoeelástico, comportamento isotrópico, comportamento em carregamentos anisotrópicos, leis de endurecimento e comportamento cíclico. Alguns dos parâmetros são obtidos de ensaios simples como

carregamento/descarregamento isotrópico e edométrico. Outros parâmetros devem ser calibrados com resultados de ensaios cíclicos.

Na Figura 5.6 são apresentados os resultados de ensaios realizados com a areia Hostun e da aplicação do modelo. Ainda que o modelo tenha a capacidade de reproduzir o aspecto das curvas dos ensaios, nota-se que há ainda uma diferença de magnitude relativamente grande entre os valores reais e os previstos pelo modelo.

Figura 5.6 – Aplicação do modelo elastoplástico de Benedetto

Fonte: Benedetto *et al.* (2014)

Outro estudo sobre um modelo que reproduza bem as características dos carregamentos cíclicos é apresentado por Pinto (2012). Em seu modelo são ajustadas curvas tipo *spline* aos dados obtidos em laboratório para as fases de carregamento, descarregamento e recarregamento. Para cada curva ajustada são geradas diversas constantes utilizadas como parâmetros para o modelo. Como o ajuste do modelo é feito a partir de dados práticos de qualquer natureza, o autor demonstra que ele é aplicável, inclusive, na reprodução de carregamentos cíclicos oriundos de efeitos

sísmicos. Porém, dado o modo como foi desenvolvido, o modelo não deve ser aplicado em casos de grandes deformações visto que ele não possui a capacidade de reproduzir a ruptura do material.

Já com relação à EHR, Russo (2006) propõe modificações de modo a representar o comportamento mecânico de argilas sobreadensadas. Nestas modificações são introduzidos no modelo a razão de sobreadensamento, o intercepto de coesão e índices que representam características do trecho sobreadensado. Ainda que não seja exatamente um modelo que considere carregamentos cíclicos, sabe-se que o comportamento sobreadensado é decorrente de o solo ter sido, em algum momento, submetido a tensões superiores das que ele se encontra atualmente. Este modelo consegue, de certa forma, reproduzir um ensaio onde é realizado um único ciclo de carregamento-descarregamento-recarregamento, com a propriedade de utilizar módulos de rigidez distintos em cada uma das situações.

6 A HIPOPLASTICIDADE ESTENDIDA

Conforme visto anteriormente, a descrição do comportamento dos solos feita pela hipoplasticidade é razoavelmente boa quando, por exemplo, o solo é carregado e, em seguida, descarregado segundo a mesma trajetória de tensão. Porém, ficou clara a deficiência da resposta da EHR para a fase de recarregamento.

Segundo Nader (2010), esta é a conclusão sobre a resposta do modelo hipoplástico: “é muito ruim no recarregamento pela mesma trajetória, e, em geral, em carregamentos cíclicos”.

Assim, surge a tentativa de corrigir a falha identificada no modelo original, ou menos pretensiosamente, realizar alguma modificação de maneira a representar melhor o comportamento do solo no recarregamento e também em carregamentos cíclicos de uma forma geral.

Na hipoplasticidade original, os fatores que levam a este comportamento deficiente são a falta de memória das tensões ao qual o solo já foi submetido e também a existência uma única equação, com os mesmos parâmetros, tanto para o carregamento, quanto para o recarregamento.

Foi justamente pensando nestes dois itens que Nader (2010) apresentou um novo modelo, baseado em seu modelo original.

Neste novo modelo são introduzidos dois novos componentes, sendo um relativo à memória das tensões aplicadas ao solo, e o outro uma nova equação constitutiva aplicável exclusivamente à fase de recarregamento.

Conforme exposto por Nader, esta modificação deve ser tal que o modelo seja capaz de reconhecer carregamento, descarregamento e recarregamento sem perder a capacidade da teoria original, já verificada em muitos casos. Além disso, a modificação deve ser tal que garanta a transição contínua na resposta do material na alternância entre diferentes solicitações.

6.1 ASPECTOS GERAIS E COMPORTAMENTO DA HIPOPLASTICIDADE ESTENDIDA

Um dos novos elementos desta nova teoria, responsável por criar uma memória no material, é um cone no espaço das tensões. Este cone possui seu vértice na origem, seu eixo é o eixo hidrostático, tem seção transversal circular e sua abertura se dá no sentido das tensões de compressão.

Tanto a base do cone, esta sempre ortogonal ao eixo hidrostático, quanto sua abertura, podem variar a cada instante. Esta alteração, quando existir, ampliará o ângulo de abertura e/ou aumentará a distância entre a base do cone e o vértice.

Ocorrerá esta modificação sempre que o ponto das tensões estiver na superfície lateral ou na base do cone e se dirigir para fora. Uma vez que não é permitido que exista um ponto fora da superfície, a mesma deverá se alterar para satisfazer esta condição.

Há duas situações em que o ponto das tensões muda de posição sem que haja alteração do cone. Uma delas ocorre quando o ponto das tensões caminha sobre a superfície; a outra quando ele se dirige para dentro do cone. Neste último caso, que caracteriza a ocorrência de um descarregamento, um elemento é criado: o tensor $\mathbf{Z}_i$, o qual será definido adiante.

Para a aplicação deste modelo foi utilizado o equacionamento do cone apresentado por Drucker-Prager (6.1) (NADER, 2015):

$$\|\sigma_d\| = \left(\frac{tr \sigma}{\sqrt{3}} + d \right) tg \beta . \quad (6.1)$$

Esta equação, originalmente, tem por função definir uma superfície cônica de plastificação. No presente caso, diferentemente, a superfície definida pelo cone tem por função apenas criar a memória para o modelo.

Na equação (6.1) $\|\sigma_d\|$ é a norma das tensões desviadoras, $tr \sigma$ o traço do tensor das tensões, d é distância entre o vértice do cone e o ponto de origem do espaço das

tensões – que para o modelo será sempre zero – e $\tan \beta$ é a tangente do ângulo formado entre o eixo da tensão hidrostática e uma aresta qualquer inserida na lateral do cone. É importante observar que neste cálculo as tensões obedecem à convenção de sinais de mecânica dos solos, sendo $\sigma = -T$.

A partir desta equação é possível a obtenção do valor do ângulo β a cada instante, isto é, para cada novo valor do tensor das tensões calculado, desde que T esteja na superfície do cone.

Neste modelo, a altura do cone (k) é igual ao máximo valor de $\text{tr} \sigma / \sqrt{3}$ durante o ensaio, isto é:

$$k = \text{tr} \sigma_{\text{máx}} / \sqrt{3} . \quad (6.2)$$

Conhecidos os valores de d (0, no presente modelo), β e k , é possível a construção da superfície cônica, conforme ilustrado na Figura 6.1 que é a representação deste cone no espaço das tensões.

Figura 6.1 – Representação da superfície cônica no espaço das tensões

Fonte: produção do autor

Enquanto na hipoplasticidade original uma única equação é aplicada a qualquer trajetória de tensão, na hipoplasticidade estendida existem duas equações, cada uma delas válida em uma situação específica. Surge, portanto, a necessidade de definir bem os critérios que indicam qual equação se aplica a cada instante, em outras palavras, os critérios que definam quando o material está sendo carregado, descarregado ou recarregado.

Estas duas modificações ferem, de certa forma, a diferença que enobrece a hipoplasticidade original: uma única equação constitutiva e ser suficiente conhecer apenas as características do material e tensor das tensões a cada instante.

É até capaz que exista uma única equação que consiga reproduzir todas estas diferentes fases e trajetórias de tensões corretamente, ou pelo menos de maneira adequada, todavia certamente será uma equação com um grau de complexidade bem maior do que as vistas no presente estudo.

6.1.1 Definições e critérios para aplicação do modelo

Carregamento: ocorrerá quando a trajetória de tensão se encaminhar para fora do cone, resultando na ampliação do mesmo, ou quando a trajetória de tensões for tangente à superfície do cone. No caso de um solo que jamais sofreu carregamento anisotrópico, isto é, que desde o início tenha sido submetido a compressão isotrópica, não surge um cone, mas sim uma reta sobre o eixo hidrostático e um plano ortogonal a ela, distante k da origem. A Figura 6.2 e Figura 6.3 apresentam de forma esquemática estas situações.

Figura 6.2 – Trajetória de tensão em carregamento com formação do cone

Fonte: produção do autor

Figura 6.3 – Trajetória de tensão em carregamento sem formação do cone

Fonte: produção do autor

Descarregamento e recarregamento: ocorrerá o descarregamento quando a trajetória de tensões se encaminhar para dentro do cone, que, neste caso, não sofrerá nenhuma alteração. Surge, aqui, o tensor simétrico não-nulo $\mathbf{Z}_i$, definido como o valor da derivada corrotacional da tensão no instante em que ela deixa a superfície do cone, isto é, no instante em que é iniciado o descarregamento. O valor de $\mathbf{Z}_i$ permanece o mesmo enquanto $\mathbf{T}$ estiver dentro do cone. Se $\mathbf{T}$ voltar à superfície do cone, este valor de $\mathbf{Z}$, que está guardado, deverá ser apagado e, caso ocorra novo descarregamento, será memorizado um novo valor para $\mathbf{Z}_i$. Para que seja obedecido o princípio da objetividade material, emprega-se a seguir o tensor $\mathbf{Z}$, solução da equação diferencial $\dot{\mathbf{Z}} = 0$, com a condição inicial $\mathbf{Z}(0) = \mathbf{Z}_i$.

Define-se um plano P , normal ao tensor $\mathbf{Z}$, que divide o espaço em duas regiões a cada instante: uma região D , tal que $\dot{\mathbf{T}} : \mathbf{Z} > 0$ (região de descarregamento) e uma região R , em que $\dot{\mathbf{T}} : \mathbf{Z} < 0$ (região de recarregamento).

O descarregamento continuará ocorrendo enquanto a trajetória de tensão apontar para a região D ou ainda quando for tangente ao plano P , isto é, quando satisfizer a relação $\dot{\mathbf{T}} : \mathbf{Z} \geq 0$. Do contrário, sendo atendida a relação $\dot{\mathbf{T}} : \mathbf{Z} < 0$ e desde que o ponto $\mathbf{T}$ esteja localizado dentro do cone, a trajetória de tensão se dirige para a região R e verifica-se a ocorrência de recarregamento.

A Figura 6.4 ilustra trajetórias de tensão que caracterizam o descarregamento, enquanto a Figura 6.5 apresenta o equivalente para o recarregamento. Como pode ser visto, o tensor $\mathbf{Z}$ define o plano P a cada instante.

Figura 6.4 – Início do descarregamento (esq.) e trajetória típica durante descarregamento (dir.)

Fonte: produção do autor

Figura 6.5 – Trajetória típica do recarregamento (esq.) e fim do recarregamento com início do carregamento (dir.)

Fonte: produção do autor

6.1.2 Equacionamento

Definidos os critérios de carregamento, descarregamento e recarregamento, passa-se à apresentação das equações aplicadas a cada um dos casos.

Enquanto o solo estiver sendo carregado ou descarregado, será empregada a EHR.

No caso do recarregamento, a equação hipoplástica a ser utilizada não é mais a EHR estudada até aqui, e sim uma nova equação:

$$\dot{\mathbf{T}} = g(\mathbf{T}, \mathbf{D}, \mathbf{Z}), \quad (6.3)$$

em que está presente a função g expressa por:

$$g(\mathbf{T}, \mathbf{D}, \mathbf{Z}) = h(\mathbf{T}, \mathbf{D}) - \frac{\mathbf{Z} : h(\mathbf{T}, \mathbf{D})}{\mathbf{Z} : h(\mathbf{T}, -Y(\mathbf{T}, \mathbf{Z}))} [\mathbf{Z} + h(\mathbf{T}, -Y(\mathbf{T}, \mathbf{Z}))]. \quad (6.4)$$

A função Y que aparece em (6.4) é definida do seguinte modo: considerando a função h_T , supondo-a bijetora, definida para cada $\mathbf{T}$ por $h_T(\mathbf{D}) = h(\mathbf{T}, \mathbf{D})$, define-se então a função Y : $Y(\mathbf{T}, \mathbf{Z}) = h_T^{-1}(\mathbf{Z})$. Para a apresentação detalhada de $h_T^{-1}(\mathbf{Z})$, deve-se recorrer à tese de livre-docência de Nader (2009).

Quando a trajetória de deformação é dada, a equação (6.3) produz diretamente, por integração, a trajetória de tensão. Por outro lado, para tratar de situações em que, ao invés da deformação, seja imposta a variação de tensão, a equação que representa a hipoplasticidade estendida, assim como no caso da hipoplasticidade original, também deve ser invertida. Desta forma tem-se:

$$g_T^{-1}(\dot{\mathbf{T}}) = h_T^{-1} \left(\dot{\mathbf{T}} - \frac{\dot{\mathbf{T}} : \mathbf{Z}}{\mathbf{Z} : \mathbf{Z}} [\mathbf{Z} + h(\mathbf{T}, -Y(\mathbf{T}, \mathbf{Z}))] \right). \quad (6.5)$$

6.1.3 Comportamento da hipoplasticidade estendida

Para verificar o comportamento deste modelo, serão empregados os mesmos parâmetros e critérios apresentados no item 4.4.

Comprova-se através da Figura 6.6 que a hipoplasticidade estendida é capaz de reproduzir o comportamento do solo ensaiado nas três fases: carregamento,

descarregamento e recarregamento. Nas duas primeiras a resposta de ambos os modelos é idêntica, o que já era sabido uma vez que a equação constitutiva aplicada nestes dois casos é a mesma.

A diferença entre os dois modelos se dá na fase de recarregamento. Enquanto a hipoplasticidade original produz uma curva de recarregamento com o mesmo aspecto da do carregamento, o novo modelo produz uma curva de recarregamento que se superpõe à do descarregamento. É importante mencionar que esta superposição ocorrerá sempre que nestas duas fases (descarregamento e recarregamento) a trajetória de tensão for descrita por uma mesma reta.

Figura 6.6 – Curva tensão x deformação: ensaio triaxial de compressão axial - ensaio, hipoplasticidade original e estendida

Fonte: modificado de Nader (2010)

Merece ainda ser destacado que este novo modelo foi capaz de capturar com muito boa precisão os dados de tensão e deformação do ensaio após o recarregamento, demonstrando o eficaz funcionamento do cone associado à memória da tensão, que define qual equação hipoplástica deve ser utilizada.

Na outra situação simulada, o da compressão triaxial isotrópica, a mesma comparação entre a resposta dos dois modelos pode ser feita. A Figura 6.7 apresenta o resultado da aplicação das duas teorias ao solo estudado. Trata-se da superposição dos dados apresentados na Figura 4.5 com os novos dados obtidos a partir da aplicação do novo modelo.

Figura 6.7 – Curva tensão x deformação: ensaio triaxial de compressão isotrópica - hipoplasticidade original e estendida

Fonte: produção do autor

Novamente, e como era esperado, as duas teorias produzem curvas idênticas para o carregamento e descarregamento.

Já foi visto que a hipoplasticidade original leva a um valor extremamente alto de deformação acumulada após cada ciclo. Analisando-se o comportamento da hipoplasticidade estendida, observa-se exatamente o contrário: não há o surgimento de deformação acumulada. Consequentemente, nestes casos em que a trajetória de tensões dos ciclos é representada por uma mesma reta, não é possível distinguir graficamente as curvas de descarregamento e recarregamento, como ocorre na Figura 6.7.

Com relação à eficácia dos critérios que definem o carregamento, descarregamento e recarregamento, é possível notar novamente a boa capacidade do modelo em identificar o instante em que se deve deixar de utilizar a equação do recarregamento e voltar a utilizar a equação do carregamento. Esta boa capacidade está refletida no aspecto das curvas: o carregamento após término do recarregamento gera uma curva que coincide com a continuação da curva do carregamento inicial. Pode-se afirmar que a junção destas duas curvas corresponderia à curva produzida caso fosse feita somente a compressão monotônica do solo a partir das mesmas condições iniciais até a tensão máxima de 450 kPa. Outro aspecto que pode ser afirmado é que o valor de T ao início do descarregamento é o mesmo valor de T ao final do recarregamento.

7 A HIPOPLASTICIDADE CÍCLICA

7.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Os solos, quando submetidos a carregamentos cíclicos, isto é, quando são submetidos a sucessivos descarregamentos e recarregamentos, apresentam alterações evolutivas em seu comportamento.

Conforme já apresentado, no trabalho elaborado por Silveira (2003), onde diversos solos com diferentes características foram submetidos a ensaios cíclicos, algumas destas alterações puderam ser observadas.

Uma das importantes constatações deste trabalho foi comprovar a existência de um valor limite para a tensão desviadora, que divide os resultados em dois grupos com comportamentos totalmente distintos.

Num primeiro caso, em que o nível de tensão desviadora fica abaixo desta tensão desviadora limite, os laços observados nas curvas tensão x deformação tendem a se aproximar até que, após diversos ciclos, os laços acabam por se sobrepor.

Neste caso em que o comportamento do solo se estabiliza é clara a inexistência de ruptura ou perda progressiva de resistência do material ensaiado.

Por outro lado, quando o solo é submetido a tensões superiores a esta tensão desviadora limite, o seu comportamento é totalmente distinto. Os laços que se formam distanciam-se a cada novo ciclo e fica evidente que a cada novo recarregamento o acréscimo de deformação tem magnitude cada vez maior. Nesses casos, fica evidente o aspecto crescente e não linear da deformação acumulada a cada novo ciclo.

Outro aspecto constatado é que os solos, nesta segunda condição de carregamento, apresentam ruptura semelhante ao fenômeno da fadiga, o que é comumente verificado em materiais metálicos.

7.2 MODELO HIPOPLÁSTICO E O CARREGAMENTO CÍCLICO

A introdução de uma nova equação para representar a fase de recarregamento, conforme visto no capítulo 6, é uma importante melhoria no modelo hipoplástico, porém não é suficiente para reproduzir adequadamente o comportamento observado nos solos frente a carregamentos cíclicos.

Desta forma, neste trabalho foi elaborado um novo modelo hipoplástico caracterizado pela introdução de fatores f que permitem modificar as superfícies de memória das máximas tensões toda vez que é iniciado um descarregamento.

Aqui nota-se novamente a grande importância de que sejam bem claros e muito bem definidos os critérios que caracterizam o início do descarregamento.

Conforme visto no item 6.1.1, para carregamentos isotrópicos não é gerado o cone de memória das tensões máximas, mas sim um plano perpendicular ao eixo das tensões hidrostáticas. Para este caso, o valor máximo de k que se encontra guardado até o instante de início do descarregamento será utilizado no cálculo de um novo parâmetro:

$$k' = k f_1, \quad (7.1)$$

onde f_1 é o fator de multiplicação que atua na distância entre a origem das tensões e o plano de memória das tensões (somente para o caso de carregamentos isotrópicos).

Neste instante é gerado um novo plano, distante k' da origem das tensões, que separa a região onde governa a equação do recarregamento da região onde se aplica a EHR, esta última utilizada para representar novamente o carregamento. Na Figura 7.1 estão representados de maneira ilustrativa os referidos planos e a distância destes ao ponto de origem das tensões.

Figura 7.1 – Planos que definem as regiões de aplicação da equação da hipoplasticidade cíclica e da EHR – carregamento isotrópico

Fonte: produção do autor

Já no caso de carregamentos anisotrópicos, sabe-se que a memória das tensões é representada por um cone.

Uma das alternativas para esta situação seria a criação de um novo cone, com a mesma geometria do cone existente no instante em que é iniciado o descarregamento, porém tendo o seu ponto de origem afastado do ponto $(0,0,0)$, mas ainda sobre o eixo hidrostático (Figura 7.2). Esta alternativa aparenta ser, inicialmente, a mais simples e segue o mesmo raciocínio adotado no caso do carregamento isotrópico, onde a nova superfície é resultado de uma simples translação da atual.

Porém, ao ser estudado este método, verificou-se um importante ponto que justificou a busca de outra alternativa: a nova superfície criada possuiria arestas paralelas à anterior, o que na prática implica dizer que independentemente do nível de tensão, é fixa a variação de tensão, segundo uma mesma trajetória, para que passe a valer o modelo da hipoplasticidade cíclica, isto é, para que o ponto **T** passe para o interior da nova superfície gerada, conforme ilustrado Figura 7.2.

Figura 7.2 – Proposta para criação da nova superfície cônica – carregamentos anisotrópicos

Fonte: produção do autor

Desta forma, uma segunda possibilidade para a criação da nova superfície é manter o vértice do cone, porém com um novo ângulo de abertura β' , conforme indicado na Figura 7.3.

Figura 7.3 – Nova proposta para a criação do cone interno - carregamento anisotrópico

Fonte: produção do autor

Na Figura 7.4, através de uma ilustração que representa o espaço das tensões, está o cone externo, referente à memória da máxima tensão, e o novo cone, interno ao primeiro.

Figura 7.4 – Representação das superfícies cônicas no espaço das tensões

Fonte: produção do autor

Nessa alternativa a superfície interna com ângulo de abertura menor permite, em primeiro lugar, que seja mantida inalterada a altura do cone.

Em segundo lugar, uma vez que as arestas dos cones não são paralelas, a variação de tensão necessária para que seja atingida a superfície interna passa a ser função do nível da tensão atual, o que é razoável tendo em vista o comportamento dos solos frente a carregamentos cíclicos.

Esta superfície é, sem dúvidas, adequada para as situações em que o ponto **T** está na superfície lateral do cone, porém inadequada para as situações em que o ponto **T** está em qualquer região da base do cone, incluindo a área de intersecção entre as duas superfícies.

A inadequação reside no fato de ser incoerente considerar que para qualquer descarregamento a altura do cone deva permanecer fixa. Ora, se um ponto **T** está localizado na base do cone e ocorre um descarregamento (**T** apontando para dentro), por coerência com o exposto anteriormente, um cone com uma nova altura deveria surgir.

Assim, buscando eliminar estas incoerências, e de maneira a tratar o que ocorre em cada uma das superfícies (lateral e base) de maneira isolada, as seguintes condições foram estabelecidas.

Definiu-se que um dos fatores que influenciam a geometria deste novo cone é o local em que se encontra o tensor **T** no instante em que é iniciado o descarregamento: na superfície lateral do cone (A), na sua base (B) ou no ponto de intersecção destas duas superfícies (C). A Figura 7.5, apesar de ser uma representação plana do espaço das tensões e do elemento cônico, ilustra claramente as 3 regiões onde pode estar situado o tensor **T**.

Figura 7.5 – Possíveis posições do tensor $\mathbf{T}$ no início do descarregamento

Fonte: produção do autor

Define-se, portanto, ao início do descarregamento, uma nova superfície limite que separa o universo do recarregamento do universo do carregamento. Ela é expressa por uma superfície cônica definida em função de uma das 3 possibilidades de ocorrência do tensor $\mathbf{T}$:

- na região A: $\mathbf{T}$ que está na superfície lateral do cone e se dirige para dentro faz com que o novo cone tenha a mesma altura do cone inicial e ângulo de abertura igual a $\beta' = \beta f_2$, conforme ilustrado na Figura 7.6;
- na região B: $\mathbf{T}$ que está na base do cone e se dirige para dentro faz com que o novo cone tenha o mesmo ângulo de abertura e altura $k' = k f_1$. Esta mesma modificação ocorre no caso de carregamentos isotrópicos, motivo pelo qual se manteve o fator de modificação f_1 , que não necessariamente é diferente de f_2 , situação esta apresentada na Figura 7.7;
- na região C: estando $\mathbf{T}$ nesta região, o novo cone tem como característica nova altura e novo ângulo de abertura, satisfazendo simultaneamente as condições de

quando T está na região A e na região B, isto é: $k' = k f_1$ e $\beta' = \beta f_2$, conforme apresentado esquematicamente na Figura 7.8.

Figura 7.6 – Cone interno quando T está na superfície lateral do cone inicial

Fonte: produção do autor

Figura 7.7 – Cone interno quando T está na base do cone inicial

Fonte: produção do autor

Figura 7.8 – Cone interno quando **T** está simultaneamente na lateral e base do cone

Fonte: produção do autor

7.3 CRITÉRIOS MATEMÁTICOS PARA DEFINIR A POSIÇÃO DE **T** AO INÍCIO DO DESCARREGAMENTO

Uma vez definidas as características dos novos cones internos, passa-se aos critérios matemáticos que permitem conhecer a posição onde se encontra **T**.

Para ser determinada em qual ou quais regiões está o ponto **T**, é suficiente a realização de duas verificações relacionadas a seguir, as quais estão representadas graficamente na Figura 7.9.

1. Para garantir que **T** esteja na base do cone e não esteja simultaneamente na superfície lateral, isto é, na “borda” da base circular do cone, a distância à origem da projeção de **T** no eixo hidrostático deve corresponder à altura k do cone e **T** deve estar na superfície lateral de um cone com ângulo de abertura θ inferior ao ângulo de abertura β do cone externo.
2. Para garantir que **T** esteja somente na superfície lateral do cone, **T** deve estar na superfície lateral de um cone com ângulo de abertura θ igual ao ângulo de abertura β do cone externo e, a distância à origem da projeção de **T** no eixo hidrostático deve ser inferior à altura k do cone externo.

Finalmente, para que **T** esteja simultaneamente nas duas partes da superfície cônica (lateral e base), deve-se obrigatoriamente atender que a distância à origem da projeção de **T** no eixo hidrostático corresponda à altura k do cone externo, e que **T**

esteja na superfície de um cone com ângulo de abertura θ igual ao ângulo de abertura β do cone externo.

Figura 7.9 – Possíveis regiões para tensor $\mathbf{T}$ ao início do descarregamento

Fonte: produção do autor

7.4 REGIÕES ONDE SE APLICA A EHR OU A NOVA EQUAÇÃO DO RECARREGAMENTO

O critério que define quando deve ser utilizada a equação do recarregamento ou quando se deve utilizar a EHR é similar ao apresentado no capítulo 6, em que é introduzida a hipoplasticidade estendida. Deve-se verificar a região em que se encontra o ponto $\mathbf{T}$ e aplicar a equação correspondente.

Para o carregamento isotrópico, são listados a seguir os possíveis casos, os quais se encontram representados na Figura 7.10 e na Figura 7.11:

Caso 1: fator f_1 inferior a 1, no início do descarregamento gera-se um novo plano (interno) mais próximo da origem do que o plano atual (externo).

Caso 1a: descarregamento até que o ponto $\mathbf{T}$ atravesse o plano interno, estando na região compreendida entre o ponto de origem das tensões e este novo plano. É dado início ao recarregamento com a aplicação da nova equação hipoplástica (6.3). Enquanto o ponto $\mathbf{T}$ estiver compreendido entre a região definida entre o ponto de origem das tensões e o plano interno, mantém-se a mesma equação para cálculo de recarregamento. Atingido o plano interno, e desde que a trajetória de tensão seja paralela ao plano, ou externa a ele, deve-se empregar a EHR, que caracteriza a ocorrência de carregamento.

Neste caso, o plano externo somente voltará a ser modificado quando for atingido pelo ponto $\mathbf{T}$, e com isso volta-se a calcular os novos valores de k . Nesta situação o plano interno deixa de existir.

Caso 1b: descarregamento, porém o ponto $\mathbf{T}$ não atinge o plano interno, é então alterada a trajetória de tensão e iniciado o recarregamento. Para este caso o modelo se comportará como no caso da hipoplasticidade original, ou seja, se aplicará a EHR.

Caso 1c: É um caso particular do caso 1a. Efetua-se o descarregamento de maneira que o ponto $\mathbf{T}$ atravesse o plano interno e dá-se início a ciclos de descarregamento-recarregamento. Porém, o recarregamento é tal que o plano interno não é atravessado. Nesta situação aplica-se no recarregamento a nova equação e no descarregamento a EHR. Como o plano externo não é atingido, o tensor $\mathbf{Z}$ permanece com o mesmo valor assumido ao início do primeiro descarregamento.

Caso 2: fator f_1 igual a 1. Para este caso o modelo hipoplástico cíclico se comporta exatamente como na hipoplasticidade estendida. O novo plano coincide com o plano associado à tensão máxima.

Caso 3: Adotado um fator f_1 superior a 1. Ainda que não seja o intuito deste trabalho estudar os casos em que os fatores f_1 e f_2 sejam superiores a 1, é possível dizer que esta seria uma das maneiras de representar neste modelo algo semelhante ao endurecimento (*hardening*).

Figura 7.10 – Superfícies para os casos 1a e 1b com f_1 menor que 1 – carregamento isotrópico

Fonte: produção do autor

Figura 7.11 – Superfícies para o caso 1c com $f1$ menor que 1 – carregamento isotrópico

Fonte: produção do autor

Para carregamentos anisotrópicos, onde há a formação do cone, são válidas as mesmas considerações realizadas nos casos 1 a 3, com a única diferença de que ao invés de se ter um plano interno e outro externo, tem-se um cone interno e um cone externo criados com base na localização do ponto **T** no instante do descarregamento. As situações previstas no caso 1, com as devidas adequações para carregamentos anisotrópicos, podem ser vistas na Figura 7.12 e na Figura 7.13 e correspondem ao caso do ponto **T** estar localizado, no instante do descarregamento, na superfície lateral do cone externo.

Figura 7.12 – Superfícies para os casos 1a e 1b com f_2 menor que 1 – carregamento anisotrópico

Fonte: produção do autor

Figura 7.13 – Superfícies para o caso 1c com f_2 menor que 1 – carregamento anisotrópico

Fonte: produção do autor

7.5 COMPARAÇÃO DA RESPOSTA DA HIPOPLASTICIDADE ESTENDIDA E DA HIPOPLASTICIDADE CÍCLICA

Para ilustrar a diferença de resposta entre os modelos hipoplástico estendido e cíclico, apresentam-se na sequência curvas tensão x deformação teóricas.

Foram utilizados os casos os seguintes valores e critérios:

- solo adensado isotropicamente a 200 kPa;
- $\lambda=0,056$; $\kappa=0,026$; $\tilde{G}=31$; $M=0,87$;
- fator de redução: $f_1=f_2=0,95$;
- ciclos de recarregamentos: 3.

Para o caso de compressão isotrópica carregou-se o solo até que $\sigma_{11}=\sigma_{22}=\sigma_{33}=400$ kPa (valor das tensões principais máximas ao final do carregamento). Estes mesmos valores foram utilizados como os valores máximos das tensões principais nos recarregamentos. No final do descarregamento foram impostas as tensões de $\sigma_{11}=\sigma_{22}=\sigma_{33}=200$ kPa.

Na Figura 7.14 são confrontados os resultados da hipoplasticidade estendida e hipoplasticidade cíclica para as condições expostas.

Já para a situação de carregamento anisotrópico após o adensamento isotrópico, foi simulado um ensaio de carregamento axial. Para este caso carregou-se o solo até a tensão $\sigma_{11}=400$ kPa ao final do primeiro carregamento. O mesmo valor de tensão foi imposto para o final dos 3 recarregamentos. A mínima tensão axial imposta foi de $\sigma_{11}=250$ kPa ao final dos descarregamentos. Para esta situação permaneceram inalteradas as tensões σ_{22} e σ_{33} .

Na Figura 7.15 são apresentados e confrontados os resultados para o caso do carregamento axial drenado obtidos pelo modelo hipoplástico estendido e cíclico.

Figura 7.14 – Carregamento cíclico – modelo hipoplástico estendido e cíclico – carregamento isotrópico

Fonte: produção do autor

Figura 7.15 – Carregamento cíclico – modelo hipoplástico estendido e cíclico – carregamento anisotrópico – axial drenado

Fonte: produção do autor

Verifica-se claramente nos dois casos apresentados (carregamento isotrópico e axial drenado – Figura 7.14 e Figura 7.15, respectivamente), a diferença de resposta entre os dois modelos.

Enquanto que a hipoplasticidade estendida não gera acúmulo de deformação entre os ciclos, a hipoplasticidade cíclica, para os mesmos níveis e trajetórias de tensões, gera tais deformações a cada ciclo de descarregamento-recarregamento realizado.

O comportamento da hipoplasticidade cíclica demonstra que este modelo tem boa capacidade de reproduzir o comportamento dos solos submetidos a carregamentos cíclicos.

Para o caso de ensaios não-drenados, é imposto o tensor **D**. Para representar a diferença dos resultados obtidos pela aplicação da hipoplasticidade estendida e cíclica foram utilizados os seguintes parâmetros:

- solo adensado isotropicamente a 200 kPa;
- $\lambda=0,056$; $\kappa=0,026$; $\tilde{G}=31$; $M=0,87$;
- fator de redução: $f_1=f_2=0,9$;
- ciclos de recarregamento: 4.

As deformações logarítmicas impostas ao final de cada etapa, sendo que deformações negativas correspondem à redução na direção correspondente, estão apresentadas na Tabela 7.1. Uma vez que os gráficos são apresentados em termos de deformações na convenção de mecânica dos solos, apresenta-se também o valor nesta convenção.

Tabela 7.1 - Deformações aplicadas - ensaio triaxial não drenado

Etapas	ϵ_{ln-11}	ϵ_{ln-22}	ϵ_{ln-33}	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}
1 – carregamento	-2,00%	1,00%	1,00%	1,98%	-1,01%	-1,01%
2 – descarregamento	-1,80%	0,90%	0,90%	1,78%	-0,90%	-0,90%
3 – recarregamento	-2,30%	1,15%	1,15%	2,27%	-1,16%	-1,16%
4 – descarregamento	-2,10%	1,05%	1,05%	2,08%	-1,06%	-1,06%
5 – recarregamento	-2,60%	1,30%	1,30%	2,57%	-1,31%	-1,31%
6 – descarregamento	-2,40%	1,20%	1,20%	2,37%	-1,21%	-1,21%
7 – recarregamento	-2,90%	1,45%	1,45%	2,68%	-1,46%	-1,46%
8 – descarregamento	-2,70%	1,35%	1,35%	2,66%	-1,36%	-1,36%
9 – recarregamento	-3,20%	1,30%	1,30%	3,15%	-1,31%	-1,31%

Como pode ser visto na Figura 7.16, tanto na hipoplasticidade cíclica, quanto na estendida, não há superposição das curvas de descarregamento e recarregamento. Isto se deve ao fato das trajetórias de tensões do descarregamento e do recarregamento não se superporem, neste modelo, para este ensaio. Como consequência são observados dois fenômenos: o primeiro é o surgimento de laços nas curvas tensão x deformação, sendo o módulo de rigidez do recarregamento superior ao do descarregamento. O segundo fenômeno observado é, no caso da hipoplasticidade estendida, o valor da tensão desviadora que leva o modelo a voltar a utilizar a equação do carregamento ser superior à tensão desviadora do início do descarregamento. No caso da hipoplasticidade cíclica esta ocorrência depende dos fatores f_1 e f_2 empregados.

Para facilitar a visualização dos fenômenos relatados, na Figura 7.17 foi omitida a parte inicial dos resultados.

Figura 7.16 – Resultados teóricos de carregamento cíclico em ensaio não-drenado – hipoplasticidade estendida e cíclica

Fonte: produção do autor

Figura 7.17 – Resultados teóricos de carregamento cíclico em ensaio não-drenado – hipoplasticidade estendida e cíclica – ampliação

Fonte: produção do autor

7.6 COMPORTAMENTO DA HIPOPLASTICIDADE CÍCLICA

De maneira a se aprofundar no comportamento da hipoplasticidade cíclica, neste capítulo serão apresentados diversos casos teóricos obtidos pela aplicação do modelo.

7.6.1 CARREGAMENTO ISOTRÓPICO

Para estes estudos foram empregados os seguintes parâmetros:

- solo adensado isotropicamente a 200 kPa;
- $\lambda=0,056$; $\kappa=0,026$; $\tilde{G}=31$; $M=0,87$;
- tensão axial mínima no descarregamento = 230 kPa (exceto em casos específicos);
- tensão axial ao início do descarregamento = 250 kPa (exceto em casos específicos).

Na Figura 7.18 apresenta-se a comparação de 2 casos onde foram empregados valores de $f_1 = f_2 = 0,9$ e $f_1 = f_2 = 1$. Em ambos os casos foram realizados 4 ciclos de recarregamento.

Figura 7.18 – Carregamento isotrópico - hipoplasticidade cíclica – comparação entre $f_1 = f_2 = 0,9$ e $f_1 = f_2 = 1$

Fonte: produção do autor

É possível verificar característica particular do caso em que $f_1 = f_2 = 0,9$. Nesta situação foram obtidas curvas de recarregamento paralelas à do carregamento inicial. Isto se deve ao fato do tensor $\mathbf{T}$ não ter atravessado a nova superfície criada, ou seja, a magnitude do valor do descarregamento foi insuficiente para que o modelo considerasse as novas equações e, desta forma, comporta-se exatamente da mesma maneira que o modelo hipoplástico original. No caso de $f_1 = f_2 = 1$ já foi discutido que o modelo se comporta da mesma forma que na hipoplasticidade estendida, isto é, não há acúmulo de deformação entre ciclos, verificado pela superposição das curvas de descarregamento com as de recarregamento.

Na Figura 7.19 estão representadas duas curvas obtidas com $f_1 = f_2 = 0,9$, sendo uma delas com a tensão axial mínima no descarregamento correspondendo a 230 kPa (apresentada também na Figura 7.18) e a outra com 200 kPa, de maneira a ilustrar a diferença entre as situações em que o tensor $\mathbf{T}$ atravessa ou não a superfície interna durante o descarregamento.

Figura 7.19 – Carregamento isotrópico - hipoplasticidade cíclica – $f_1 = f_2 = 0,9$ com aplicação de diferentes tensões axiais mínimas

Fonte: produção do autor

Conforme já mencionado, a tensão axial mínima de 230 kPa faz com que a superfície interna não seja atingida pelo tensor $\mathbf{T}$ no descarregamento. Já para a tensão mínima de 200 kPa, é clara a diferença da curva obtida para o recarregamento: entre as tensões de 200 kPa e 225 kPa é utilizada a nova equação, própria para o recarregamento, e a partir dos 225 kPa, quando a superfície interna é atravessada novamente pelo tensor $\mathbf{T}$, é utilizada a EHR.

Nota-se ainda que em todos os ciclos a tensão que divide a região onde governa a nova equação, e onde governa a EHR é a mesma. Isto se deve ao fato da tensão máxima ao final dos ciclos ser invariável no caso estudado e, portanto, sem alteração das superfícies interna e externa.

Outra situação estudada foi verificar o comportamento do modelo para pequenas variações de f_1 e f_2 . Na Figura 7.20 estão representadas duas curvas obtidas com $f_1 = f_2 = 0,95$ e $f_1 = f_2 = 0,98$. Para facilitar a compreensão dos valores obtidos foi dado destaque à região onde ocorrem os ciclos de descarregamento e recarregamento.

Figura 7.20 – Carregamento isotrópico - hipoplasticidade cíclica – comparação entre $f_1 = f_2 = 0,95$ e $f_1 = f_2 = 0,98$

Fonte: produção do autor

A partir dos resultados apresentados na Figura 7.20 comprova-se que quanto maiores os valores de f_1 e f_2 , para mesmas condições de tensões máximas e mínimas, menor é a deformação acumulada por ciclo.

Por fim, apresenta-se na Figura 7.21 curva obtida para $f_1 = f_2 = 0,9$ e tensão axial máxima igual a 400 kPa e mínima de 200 kPa. O objetivo desta curva é demonstrar a capacidade do modelo hipoplástico cíclico em reproduzir o aumento de rigidez em carregamentos isotrópicos à medida que são aumentadas as tensões.

Figura 7.21 – Carregamento isotrópico - hipoplasticidade cíclica – $f_1 = f_2 = 0,9$ – tensão axial máxima=400 kPa e mínima=200kPa

Fonte: produção do autor

7.6.2 CARREGAMENTO AXIAL DRENADO

Assim como nos estudos destinados ao carregamento isotrópico, as seguintes hipóteses e valores foram adotados no caso do carregamento axial drenado:

- solo adensado isotropicamente a 200 kPa;
- $\lambda = 0,056$; $\kappa = 0,026$; $\tilde{G} = 31$; $M = 0,87$;

- tensão axial mínima no descarregamento = 300 kPa (exceto em casos específicos);
- tensão axial ao início do descarregamento nos ciclos = 400 kPa (exceto em casos específicos).

Apresenta-se na Figura 7.22 os resultados obtidos para $f_1 = f_2 = 0,9$, $f_1 = f_2 = 0,98$ e $f_1 = f_2 = 1$.

Figura 7.22 – Carregamento axial drenado - hipoplasticidade cíclica – comparação entre parâmetro $f_1 = f_2 = 0,9$, $f_1 = f_2 = 0,98$ e $f_1 = f_2 = 1$

Fonte: produção do autor

Assim como no caso de carregamento isotrópico, e conforme era esperado, à medida que são empregados valores maiores de f_1 e f_2 são obtidos valores menores de deformação acumulada, até o extremo em que $f_1 = f_2 = 1$ e não há deformação acumulada entre ciclos.

Um outro estudo foi realizado com o objetivo de verificar o comportamento do modelo quando empregadas diferentes amplitudes de tensão axial nos ciclos. Foram aplicadas as seguintes tensões axiais em cada um dos ciclos listados:

- σ_{11} início do descarregamento 1: 300 kPa;
- σ_{11} fim do descarregamento 1: 250 kPa;
- σ_{11} início do descarregamento 2: 350 kPa;
- σ_{11} fim do descarregamento 2: 250 kPa;
- σ_{11} início do descarregamento 3: 400 kPa;
- σ_{11} fim do descarregamento 3: 250 kPa;
- σ_{11} início do descarregamento 4: 430 kPa;
- σ_{11} fim do descarregamento 4: 250 kPa.

Além disso foram utilizados fatores $f_1=f_2=0,98$. O resultado deste estudo está sintetizado na Figura 7.23.

Figura 7.23 – Ensaio de carregamento axial drenado com amplitude de tensão axial variável

Fonte: produção do autor

O aspecto da curva obtida é coerente com o que se espera neste tipo de ensaio: inclinação das curvas nos trechos de descarregamento e de recarregamento maiores do que a dos trechos de carregamento; redução progressiva da declividade da curva de carregamento e obtenção de deformações irreversíveis ao final dos ciclos de recarregamento.

Para este caso, empregando os mesmos parâmetros do solo, foi gerada a curva correspondente ao carregamento monotônico, que revela, como esperado, a semelhança de valores e aspectos de curvatura nos trechos onde o modelo hipoplástico cíclico identifica ocorrer carregamento e passa a utilizar a EHR.

Foi realizado ainda um segundo estudo sobre a resposta do modelo frente a amplitudes de tensão variáveis nos ciclos, porém desta vez variando-se não só as tensões ao início do descarregamento, como também as do fim. A curva tensão x deformação pode ser vista na Figura 7.24, e as tensões axiais aplicadas em cada uma das etapas estão apresentada a seguir:

- σ_{11} início do descarregamento 1: 300 kPa;
- σ_{11} fim do descarregamento 1: 280 kPa;
- σ_{11} início do descarregamento 2: 320 kPa;
- σ_{11} fim do descarregamento 2: 260 kPa;
- σ_{11} início do descarregamento 3: 340 kPa;
- σ_{11} fim do descarregamento 3: 240 kPa;
- σ_{11} início do descarregamento 4: 360 kPa;
- σ_{11} fim do descarregamento 4: 220 kPa.

Além disso foram utilizados fatores $f_1=f_2=0,98$.

Figura 7.24 – Ensaio de carregamento axial drenado com amplitude de tensão axial variável

Fonte: produção do autor

7.6.3 CARREGAMENTO TRIAXIAL NÃO DRENADO

Assim como nos estudos anteriores, as seguintes hipóteses e valores foram adotados no caso do carregamento triaxial não drenado:

- solo adensado isotropicamente a 200 kPa;
- $\lambda=0,056$; $\kappa=0,026$; $\tilde{G}=31$; $M=0,87$.

No caso dos ensaios triaxiais não drenados impõe-se o tensor **D**.

Neste estudo, ao final de cada etapa, foram impostas as deformações logarítmicas apresentadas na Tabela 7.2.

Além das deformações logarítmicas, apresentam-se as deformações lineares na convenção da mecânica dos solos. Estas últimas aparecem também nos gráficos. Cabe observar que as deformações impostas são as mesmas do estudo do item 7.5.

Tabela 7.2 – Deformações aplicadas - ensaio triaxial não drenado

Etapa	ϵ_{ln-11}	ϵ_{ln-22}	ϵ_{ln-33}	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{33}
1 – carregamento	-2,00%	1,00%	1,00%	1,98%	-1,01%	-1,01%
2 – descarregamento	-1,80%	0,90%	0,90%	1,78%	-0,90%	-0,90%
3 – recarregamento	-2,30%	1,15%	1,15%	2,27%	-1,16%	-1,16%
4 – descarregamento	-2,10%	1,05%	1,05%	2,08%	-1,06%	-1,06%
5 – recarregamento	-2,60%	1,30%	1,30%	2,57%	-1,31%	-1,31%
6 – descarregamento	-2,40%	1,20%	1,20%	2,37%	-1,21%	-1,21%
7 – recarregamento	-2,90%	1,45%	1,45%	2,68%	-1,46%	-1,46%
8 – descarregamento	-2,70%	1,35%	1,35%	2,66%	-1,36%	-1,36%
9 – recarregamento	-3,20%	1,30%	1,30%	3,15%	-1,31%	-1,31%

Na Figura 7.25 estão os resultados obtidos para $f_1=f_2=0,9$, $f_1=f_2=0,95$, $f_1=f_2=0,99$ e $f_1=f_2=1$. Na Figura 7.26 está ampliada a região onde ocorrem os descarregamentos e recarregamentos de modo a facilitar a visualização dos fenômenos.

Figura 7.25 – Carregamento triaxial não drenado - hipoplasticidade cíclica – comparação entre parâmetro $f_1=f_2=0,9$, $f_1=f_2=0,95$, $f_1=f_2=0,99$ e $f_1=f_2=1$

Fonte: produção do autor

Figura 7.26 – Carregamento triaxial não drenado - hipoplasticidade cíclica – comparação entre parâmetro $f_1 = f_2 = 0,9$, $f_1 = f_2 = 0,95$, $f_1 = f_2 = 0,99$ e $f_1 = f_2 = 1$ – ampliação na região dos ciclos de descarregamento e recarregamento

Fonte: produção do autor

Conforme apresentado no item 7.5, nas curvas de carregamentos triaxiais não drenados não há a superposição entre os trechos de descarregamento e recarregamento.

Assim como nos casos anteriores, para os casos de carregamento triaxial não drenado, menores fatores f_1 e f_2 levam a maiores deformações acumuladas ao final de cada ciclo.

7.6.4 MODIFICAÇÃO DOS FATORES f_1 E f_2 AO LONGO DO ENSAIO

Nos itens 7.6.1, 7.6.2 e 7.6.3 foram apresentados os resultados do modelo hipoplástico cíclico com o emprego dos fatores f_1 e f_2 fixos durante todo o ensaio.

Com o objetivo de agregar maior flexibilidade ao modelo, foi realizada uma nova alteração de maneira a permitir o emprego dos fatores f_1 e f_2 variáveis segundo a seguinte expressão, que apesar de apresentada em termos de f_1 , é válida também para f_2 :

$$f_{1(CICLO\ i)} = a \cdot b^{((CICLO\ i)-1)} . \quad (7.2)$$

a e b devem ser valores reais positivos e $CICLO\ i$ corresponde ao ciclo atual em que o ensaio se encontra, portanto um número inteiro positivo.

Para o primeiro ciclo a variável $CICLO\ i$ vale 1 e, portanto, o expoente de b é zero resultando em $f_{1(1)}=a$, assim como $f_{2(1)}=a$. Os valores de $CICLO\ i$ variam de 1 a n , sendo que n corresponde ao número total de ciclos do ensaio. Desta forma, os valores que o expoente de b assume durante o ensaio é dado pelo conjunto $\{0, \dots, n-1\}$.

Sendo b maior que 1, o fator f é crescente. Com b menor que 1 o fator f é decrescente. Para o caso de b igual a 1 o comportamento é o mesmo verificado anteriormente, isto é, os fatores f são constantes ao longo de todo o ensaio.

Para ilustrar o comportamento evolutivo do fator f , primeiramente apresentam-se na Figura 7.27 algumas combinações possíveis e o resultado gráfico de f em função do número de ciclos, fixando-se o valor de $a=1$ e variando-se apenas o valor de b .

Figura 7.27 – Variação do fator f ao longo dos ciclos para diferentes valores de b

Fonte: produção do autor

Para avaliar o comportamento do modelo com o emprego do fator f variável, foram feitas as seguintes combinações no ensaio axial drenado conforme apresentados na Tabela 7.3.

Tabela 7.3 – Combinações de a e b para fator f

Caso	a	b
1	0,95	1,01
2	0,95	0,99
3	0,95	0,95

Como pode ser visto na Figura 7.28, no caso 1 o fator f é crescente e promove curvas que a cada ciclo tem uma menor deformação acumulada. No limite ter-se-iam curvas superpostas de descarregamento e recarregamento, indicando que o fator f atingiu o valor $f=1$.

Nos casos 2 e 3, com o fator decrescente, resultante de $b < 1$, verificam-se curvas que a cada ciclo geram uma deformação acumulada maior. A diferença entre os casos 2 e 3 está na taxa de crescimento da deformação acumulada a cada ciclo, como pode ser visto na Figura 7.29 e na Figura 7.30.

Figura 7.28 – Carregamento axial drenado com fator f variável – caso 1

Fonte: produção do autor

Figura 7.29 – Carregamento axial drenado com fator f variável – caso 2

Fonte: produção do autor

Figura 7.30 – Carregamento axial drenado com fator f variável – caso 3

Fonte: produção do autor

Como pôde ser verificado, esta nova modificação permitiu ao modelo aprimorar o aspecto das curvas geradas, sendo possível se aproximar do comportamento discutido no capítulo 5.3, em que solos apresentam comportamentos distintos quando carregados abaixo ou acima de uma tensão limite.

No presente capítulo, apesar de terem sido tratados apenas casos teóricos, ficou demonstrada a flexibilidade do modelo hipoplástico cíclico através da possibilidade de serem manipuladas as superfícies de memória.

8 HIPOPLASTICIDADE CÍCLICA APLICADA A ENSAIOS

Até este ponto foi discutido e apresentado com profundidade o comportamento dos modelos em casos teóricos.

Neste capítulo, diferentemente, o objetivo é verificar a capacidade do modelo hipoplástico cíclico em reproduzir resultados de ensaios.

Costa e Nader (2016) aplicaram os modelos hipoplásticos estendido e cíclico aos resultados obtidos por Benedetto *et. al.* (2014) em ensaio de compressão axial realizado na areia de Hostun. Na Figura 8.1 é apresentada a superposição do resultado do ensaio e da curva gerada a partir da hipoplasticidade cíclica.

Figura 8.1 – Resultado do ensaio de compressão axial – areia de Hostun e aplicação da hipoplasticidade cíclica

Fonte: Costa e Nader (2016)

No presente estudo se buscará um melhor ajuste entre os dados do modelo e os do ensaio utilizando-se fatores f_1 e f_2 variáveis.

Para este estudo foram mantidos os mesmos parâmetros do solo empregados no artigo de Costa e Nader (2016) ($\lambda = 0,006$, $\kappa = 0,0035$, $M = 1,34$, e $\tilde{G} = 121$). Foram feitas diversas simulações variando-se os parâmetros a e b que compõem os fatores f_1 e f_2 (adotou-se $f_1=f_2$), buscando um melhor ajuste entre a curva de ensaio e do modelo.

Finalmente, os valores que resultaram num melhor ajuste foram: $a=0,97$ e $b=1,001$. A curva obtida, superposta à obtida no ensaio, encontra-se apresentada na Figura 8.2.

Figura 8.2 – Resultado do ensaio de compressão axial – areia de Hostun e aplicação da hipoplasticidade cíclica com f variável

Fonte: produção do autor

É importante destacar que o emprego do fator f variável ao longo dos ciclos permitiu um melhor ajuste entre as curvas em comparação com o emprego de f fixo. É notável a significativa melhora do comportamento do modelo principalmente nos ciclos realizados na região onde a deformação axial é da ordem de 2,5% a 3,0%. O mesmo se verifica para os 2 últimos ciclos, onde a curva do modelo se ajustou bem, situando-se entre as curvas de descarregamento e recarregamento.

Uma segunda série de comparações entre curvas experimentais e teóricas, obtidas com o modelo hipoplástico cíclico, foi realizada a partir dos resultados apresentados em Cecílio Jr (2009). Em sua obra, Cecílio Jr realizou um ensaio edométrico cíclico. O resultado do referido ensaio está apresentado na Figura 8.3.

Figura 8.3 – Ensaio edométrico cíclico

Fonte: Cecílio Jr (2009)

Como pode ser facilmente observado, a inclinação das retas que definem o índice de recompressão (Cr) aumenta a cada ciclo. Uma vez que este fenômeno não pode ser reproduzido no modelo hipoplástico estudado, a reprodução fiel de todos os ciclos de descarregamento-recarregamento torna-se inviável.

Por outro lado, é possível a obtenção de curvas que se ajustem bem a porções da curva original através da calibração do modelo, conforme se apresenta a seguir. Na Figura 8.4 está representada a curva gerada pelo modelo após algumas etapas de calibração, utilizando os seguintes parâmetros:

- $\lambda = 0,093$ (correspondente a $C_c=0,214$, conforme apresentado pelo autor);
- $\kappa = 0,016$ (correspondente a $Cr=0,038$, conforme apresentado pelo autor para o primeiro ciclo de descarregamento);
- $M = 2,2$ (obtido pela calibração);
- $\tilde{G} = 350$ (obtido pela calibração);
- $f_1=f_2=1$;
- tensões iniciais: $\sigma_{11}(0) = \sigma_{22}(0) = \sigma_{33}(0) = 15$ kPa, sendo que σ_{11} representa a tensão vertical e σ_{22} e σ_{33} representam as tensões laterais;

Para reproduzir o ensaio, foram realizadas as seguintes etapas através do tensor **D** imposto:

- carregamento vertical até que a tensão vertical ficasse próxima de 30kPa;
- descarregamento vertical até que a tensão vertical ficasse próxima de zero;
- carregamento vertical até que a tensão vertical ficasse próxima de 360 kPa;
- descarregamento vertical até que a tensão vertical ficasse próxima de zero;
- carregamento vertical até que a tensão vertical ficasse próxima de 750 kPa;
- descarregamento vertical até que a tensão vertical ficasse próxima de zero;
- carregamento vertical até que a tensão vertical atingisse cerca de 2.000 kPa;
- descarregamento vertical até que a tensão vertical ficasse próxima de zero.

As duas primeiras etapas foram realizadas para criar o cone de memória das máximas tensões, por se tratar, segundo Cecílio Jr, de um ensaio realizado em um solo sobreadensado. Desta forma, na curva apresentada estas duas primeiras etapas estão omitidas.

Figura 8.4 – Ensaio edométrico cíclico - modelo hipoplástico cíclico

Fonte: produção do autor

Como pode ser observado, o aspecto da curva gerada pelo modelo se assemelha à do ensaio no que se refere a apresentar declividades distintas entre os trechos de carregamento e os de descarregamento/recarregamento.

Com relação à reprodução dos valores, é notória a grande diferença obtida entre os valores do modelo e do ensaio. No ensaio as fases de descarregamentos e recarregamentos resultam em uma maior variação no índice de vazios do que o obtido pelo modelo.

Em contrapartida, a fase de carregamento do modelo levou à maior variação do índice de vazios do que o ensaio. O valor do índice de vazios ao final da primeira fase do carregamento no modelo ($e \approx 0,42$) é consideravelmente inferior ao do ensaio ($e \approx 0,47$). As outras fases de carregamento do modelo acabam por ter seus valores de índice de vazios prejudicados por conta da grande diferença existente nas fases anteriores.

Na Figura 8.5 encontra-se a superposição dos resultados, o que destaca estes aspectos mencionados.

Figura 8.5 – Ensaio edométrico cíclico comparado com o modelo hipoplástico cíclico

Fonte: produção do autor

Alguma das possíveis causas para esta significativa diferença estão listadas a seguir:

- falha na calibração dos parâmetros do solo, o que gera acúmulo de erros nos resultados. Estes erros se acentuam quanto maior o número de ciclos e magnitude de tensões e deformações;
- no modelo hipoplástico estudado são fixos os parâmetros do solo, o que restringe alterar significativamente a inclinação das curvas de descarregamento e recarregamento a cada ciclo.

9 CONCLUSÃO

Com base nos estudos desenvolvidos neste trabalho, foi possível constatar que a hipoplasticidade estendida representa um significativo avanço em relação ao modelo hipoplástico na reprodução do comportamento dos solos submetidos a carregamentos cíclicos. Este modelo, proposto por Nader (2010), é caracterizado pelo emprego de uma equação específica para a fase de recarregamento e a criação de uma superfície de memória relativa à máxima tensão a qual o solo já foi submetido. No presente trabalho foi empregada uma superfície cônica de seção transversal circular.

No modelo hipoplástico original é exagerado o acréscimo de deformação resultante a cada ciclo de descarregamento e recarregamento, consequência deste modelo não ter a capacidade de diferenciar um carregamento de um recarregamento, e, portanto, o aspecto da curva tensão x deformação se afasta muito do esperado.

Por outro lado, enquanto o modelo hipoplástico resulta em deformações acumuladas exageradas, o modelo hipoplástico estendido resulta em deformações acumuladas nulas para situações onde a trajetória de tensões durante os ciclos é linear.

Nesta dissertação, buscando se aproximar um pouco mais do comportamento dos solos submetidos a carregamentos cíclicos, foi desenvolvido o modelo hipoplástico cíclico, que se caracteriza pela introdução de dois fatores, f_1 e f_2 , que permitem alterar a superfície de memória, imprimindo ao modelo a capacidade de gerar deformações acumuladas ao final de um ciclo de descarregamento – recarregamento mesmo no caso de trajetórias de tensões lineares.

Inicialmente foram utilizados fatores f_1 e f_2 constantes. Desta forma resultaram deformações acumuladas de igual magnitude, em diferentes ciclos, para mesmos valores de variação de tensão.

Segundo estudos específicos do comportamento de solos frente a carregamentos cíclicos, há a tendência da redução do acréscimo de deformação a cada ciclo enquanto as tensões aplicadas permanecerem abaixo de um determinado valor limite, e o oposto quando esta tensão é superada.

Buscando reproduzir este comportamento, foi acrescentado ao modelo hipoplástico cíclico a capacidade de serem modificados, segundo uma expressão, os

valores dos fatores f_1 e f_2 ao longo dos ciclos. Esta modificação trouxe, certamente, a necessidade de mais parâmetros. Com eles houve significativo aprimoramento na reprodução dos resultados de ensaios cíclicos.

Com as diversas modificações realizadas no modelo hipoplástico cíclico, as curvas teóricas geradas mostraram-se coerentes com aquelas comumente obtidas em ensaios laboratoriais, com a ressalva de que o modelo não tem a capacidade de reproduzir os laços verificados durante os ciclos de descarregamento e recarregamento em alguns casos.

Duas comparações entre dados de ensaio e o modelo hipoplástico cíclico foram realizadas. Na primeira delas, comparação com o ensaio na areia de Hostun, os resultados foram, de maneira geral, bem satisfatórios, tendo sido verificada boa aderência entre os valores nas diversas fases e ciclos do ensaio.

Na segunda situação, em que se comparou o modelo com o ensaio realizado por Cecílio (2009), pode-se verificar uma razoável aderência no formato entre a curva gerada pelo modelo e a do ensaio, demonstrando a capacidade do modelo representar inclusive um solo sobreadensado. Por outro lado, não foi obtida boa aderência entre os valores de ensaio e do modelo. Adicionalmente, no ensaio é apresentada uma evolução na declividade dos trechos de descarregamento e do recarregamento, a qual não ocorre na curva gerada pelo modelo.

Com relação aos estudos relativos a carregamentos cíclicos encontrados na bibliografia, são comumente encontradas as curvas tensão x deformação e muito raramente as curvas necessárias para a obtenção dos parâmetros característicos dos solos.

De início este aspecto poderia se caracterizar como uma grande dificuldade na aplicação do modelo para reproduzir os resultados de ensaios, porém, neste trabalho, esta dificuldade não se confirmou. A calibração do modelo foi efetuada a partir de tentativa e erro e se mostrou relativamente rápida, visto que:

- o universo dos parâmetros não é tão amplo, pois deve-se atender a requisitos físicos dos solos;
- a planilha eletrônica desenvolvida durante a pesquisa permitiu a realização de diversas análises até que fosse gerada pelo modelo curva semelhante à do ensaio.

Por fim, uma constatação que pôde ser feita ao final deste trabalho é que, para o modelo estudado, pequenas alterações que foram progressivamente implementadas resultaram em respostas cada vez mais satisfatórias.

Fica clara, portanto, a importância do aprofundamento e continuidade dos estudos e pesquisas sobre modelos constitutivos em geral, que buscam aprimorar as teorias existentes na tentativa de se aproximar das respostas dos solos.

9.1 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Com base nas constatações obtidas nesta pesquisa, sugerem-se para próximos trabalhos alguns temas para dar continuidade ao aprimoramento do modelo hipoplástico cíclico, ou mesmo o desenvolvimento de um novo modelo baseado nos avanços já obtidos:

- estudar o comportamento do modelo hipoplástico cíclico em situações com f_1 e f_2 maiores que 1;
- analisar e comparar os resultados obtidos para situações em que $f_1 = f_2$ e que $f_1 \neq f_2$;
- introdução de fatores que permitam a alteração dos parâmetros do solo a cada ciclo, com o objetivo de conferir ao modelo a capacidade de tornar o solo progressivamente mais rígido quando carregado com tensão inferior a um valor de tensão crítica, ou progressivamente menos rígido quando esta tensão limite for ultrapassada;
- inserção de parâmetros específicos para o recarregamento, de maneira a obter-se distintas curvas de descarregamento e recarregamento, buscando-se até mesmo reproduzir os laços obtido nas curvas tensão x deformação de ensaios.

10 BIBLIOGRAFIA

ALFREDINI, P.; ARASAKI, E. **Obras e Gestão de Portos e Costas**. 2ª. ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher, 2009. ISBN 8521204868.

BENEDETTO, H. D. et al. Elastoplastic model with loading memory surfaces (LMS) for monotonic and cyclic behaviour of geomaterials. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 9 Março 2014. 1477-1502.

CECÍLIO JR, M. O. **Estudo do Comportamento de um Túnel em Solo Residual de Gnaiss por meio de Ensaio Triaxiais com Controle de Trajetórias de Tensões**. 2009. 204 p. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

COSTA, M. S. T.; NADER, J. J. Modelo Hipoplástico Aplicado em Carregamentos Cíclicos. **XVIII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica - COBRAMSEG**, Belo Horizonte, 19-22 Outubro 2016.

CUNHA, J.; CORREIA, A. G. **Influência da deformação cíclica de solos de fundação no desempenho de uma via-férrea de alta velocidade**. 2007. 73-86 p. Revista Engenharia Civil - Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Minho, Guimarães, Portugal, 2007.

FARIA, P. O. **Shakedown analysis in structural and geotechnical engineering**. 1999. PhD Thesis - University of Wales, Swansea, 1999.

GURTIN, M. E. **An Introduction to Continuum Mechanics**. 1. ed. [S.l.]: Academic Press, 1981. 265 p. ISBN 9780123097507.

KEEFER, D. K. Landslides caused by earthquake. **Bulletin of the Geological Society of America**, 95, n. 4, 1984. 406-421.

KOLYMBAS, D. **Introduction to Hypoplasticity. Advances in Geotechnical Engineering and Tunnelling**. Rotterdam: Balkema, 2000. 94 p.

KRAMER, S. L. **Geotechnical Earthquake Engineering**. 1ª. ed. [S.l.]: Pearson, 1996. 653 p. ISBN 978-0133749434.

MAŠÍN, D. **Hypoplastic models for fine-grained soils**. 2006. 148 p. Tese (Doutorado) - Charles University, Praga, 2006.

NADER, J. J. **Hipoplasticidade e Elastoplasticidade para solos**. 1999. 128 p. Tese (Doutorado) - Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

NADER, J. J. Analysis of a new hypoplastic equation. **International Journal of Plasticity**, Inglaterra, 19, n. 9, 16 Setembro 2003. 1445-1480.

NADER, J. J. **Questões de Hipoplasticidade**. 2009. 107 p. Tese (Livre Docência) - Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

NADER, J. J. A new constitutive theory extending Hypoplasticity. **Mechanics Research Communications**, 37, n. 6, 8 Setembro 2010. 505-509.

NADER, J. J. **Breve Curso de modelos elastoplásticos**. São Paulo: s.n., 2015. 120 p. ISBN 978-85-908651-2-4.

NIEMUNIS, A.; HERLE, I. Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. **Mechanics of Cohesive-Frictional Materials**, 2, 1997. 279-299.

NOAA. **National Centers for Environmental Information**. Disponível em: <http://www.ngdc.noaa.gov/docucomp/page?xml=NOAA/NESDIS/NGDC/MGG/Hazard_Photos/iso/xml/3.xml&view=getDataView&header=none>. Acesso em: 20 abril 2016.

NOLL, W. On the Continuity of the Solid and Fluid States. **Indiana University Mathematics Journal**, 4, 1955. 3-81.

PINTO, P. A. **Study of constitutive models for soils under cyclic loading - Introducing a non-linear model with a spline-based backbone curve**. 2012. 153 p. Dissertação (Mestrado) - Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 2012.

ROBERTSON, P. K.; WRIDE, C. E. Evaluating cyclic liquefaction Potential using the cone penetration test. **Canadian Geotechnical Journal**, 35, n. 3, 1998. 442-459.

ROSS, G.; SEED, H. B.; MIGLIACCIO, R. Bridge foundations in Alaska Earthquake. **Journal of Soil Mechanics and Foundations Division**, 95, n. 4, 1969. 1007-1036.

RUSSO, W. C. J. **Desenvolvimento de um modelo hipoplástico que represente efeitos do sobreadensamento**. 2006. 164 p. Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

SEED, H. B. et al. The slides in the San Fernando dams during the earthquake of February 9. **Journal of the Geotechnical Engineering Division**, 101, n. 7, 1975. 651-689.

SEED, R. B. et al. Recent Advances in Soil Liquefaction Engineering: A Unified and consistent framework. **26th Annual ASCE keynote Presentation**, 2003. 71.

SILVEIRA, R. M. D. S. **Resistência e Deformabilidade de Solos em Solicitações Cíclicas**. 2003. 226 p. Tese (Doutorado) - Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

TRUESDALL, C.; NOLL, W. **The Non-Linear Field Theories of Mechanics**. 3. ed. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1965. 602 p. ISBN 978-3-662-10388-3.

WANG, J.; YU, H. S.; LI, H. X. Shakedown analysis of soil materials based on an incremental approach. **International Conference on Computing in Civil and Building Engineering**, Nottingham, 30 Junho 2010. 489.

WU, W.; BAUER, E. A hypoplastic model for barotropy and pyknotropy of granular soils. **Proceedings of the International Workshop on Modern Approches to Plasticity**, Horton, Grécia, Junho 1992. 225-245.