PEDRO WANG DE FARIA BARROS

DINÂMICA DE NAVIOS ATRACADOS EM BACIAS PORTUÁRIAS

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências.

SÃO PAULO
2018

PEDRO WANG DE FARIA BARROS

DINÂMICA DE NAVIOS ATRACADOS EM BACIAS PORTUÁRIAS

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências.

Área de Concentração:
Engenharia de Estruturas

Orientador:
Prof. Dr. Carlos Eduardo Nigro Mazzilli

SÃO PAULO
2018

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de _____

Assinatura do autor: _____

Assinatura do orientador: _____

Catálogo-na-publicação

Barros, Pedro

Dinâmica de Navios Atracados em Bacias Portuárias / P. Barros -- versão corr. -- São Paulo, 2018.

139 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.Engenharia Civil 2.Dinâmica das Estruturas 3.Engenharia Naval e Oceânica 4.Amarração I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

RESUMO

Um projeto portuário adequado deve garantir a segurança dos navios atracados e a eficiência das atividades de carga e descarga. Para isso, é preciso boa combinação entre condições de abrigo (natural ou artificial), e sistemas de amarração e defensas.

Em geral, os problemas mais sérios de atracação estão relacionados a efeitos de ressonância. Nesse contexto, as obras de abrigo são pouco eficazes porque elas não alteram significativamente os períodos dos fenômenos hidrodinâmicos, e a restrição dos movimentos dos navios atracados depende principalmente dos sistemas de linhas de amarração e de defensas.

Analisar um sistema de amarrações e defensas implica estudar a dinâmica do sistema de um navio atracado (navio/amarração/defensas), as ações aplicadas (principalmente as ações ambientais), e as características dos componentes desse sistema. Propõe-se, dessa forma, um estudo para elaboração de modelos que ajudem na compreensão do comportamento dinâmico desse sistema e uma comparação dos resultados obtidos nos modelos com as exigências de documentos técnicos.

Partido de análises de modelos estáticos simples até a introdução de não linearidades geométricas e de perda de contato, esta dissertação discute, inicialmente, métodos convencionais de obtenção de esforços de amarração. Em seguida, o sistema é avaliado por meio de modelos dinâmicos que permitem uma compreensão maior sobre o comportamento de um navio amarrado.

ABSTRACT

An appropriate harbour project should ensure the safety of moored ships and the efficiency of loading and unloading activities. For these reasons, a good combination of (natural or artificial) shelter conditions, mooring systems and fenders is necessary.

In general, the most serious mooring problems are related to resonance effects. In this context, shelter structures are not very effective because they do not significantly alter the periods of hydrodynamic phenomena, and the restriction of the moored ships' movements depends mainly on mooring lines and fenders.

Analysing a system of mooring lines and fenders involves studying the dynamics of a moored ship's system (ship / mooring / fenders), the actions applied (mainly environmental actions) and the characteristics of the components of that mooring system. Therefore, this study carries out models that help in the understanding of the dynamic behaviour of this system; and makes a comparison of the results obtained in the models with the requirements of technical documents.

From the analysis of simple static models to an introduction of geometric nonlinearities and contact loss, this dissertation discusses, initially, conventional methods of obtaining mooring efforts. Then, the system is evaluated by dynamic models that allow a greater understanding of the behaviour of a moored ship.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1 – Terminal de contêineres de Itapoá – SC.....	14
Figura 1-2 – Movimentos de um navio atracado.	15
Figura 1-3 – Defesa tipo <i>super cone</i> e painel.....	19
Figura 1-4 – Linhas de amarração e cabeço.....	19
Figura 1-5 – Arranjo das linhas de amarração (planta).	20
Figura 1-6 – Arranjo das linhas de amarração (elevação frontal).....	20
Figura 3-1 – Decomposição dos esforços de amarração.	31
Figura 3-2 – Ilustração da posição dos calços de amarração no navio.....	32
Figura 3-3 – Detalhe de cabeço de amarração.	32
Figura 3-4 – Detalhe de calço de amarração.	32
Figura 3-5 – Reações nas defensas.....	33
Figura 3-6 – Posição das defensas com relação ao casco do navio.....	34
Figura 3-7 – Esforços ativos no Cg e esforços reativos na linha 2 e na defesa 9. ...	35
Figura 3-8 – Dimensões características do navio.....	38
Figura 3-9 – Geometria esquemática do modelo (em planta).	39
Figura 3-10 – Esforços de vento aplicados sobre o centro de gravidade do navio. ...	40
Figura 3-11 – Esforços de corrente devido às pressões.	42
Figura 3-12 – Esforços de corrente devido aos efeitos viscosos.....	43
Figura 3-13 – Seção longitudinal do arranjo do navio.	50
Figura 3-14 – Seção transversal do arranjo do navio (detalhe para o casco duplo)..	50
Figura 3-15 – Amplificação dinâmica em função da frequência de excitação.	56
Figura 3-16 – Massa adicional para o <i>surge</i>	57
Figura 3-17 – Coeficiente de amortecimento para o <i>surge</i>	58
Figura 3-18 – Massa adicional para o <i>sway</i>	58
Figura 3-19 – Coeficiente de amortecimento para o <i>sway</i>	58
Figura 3-20 – Massa adicional para o <i>yaw</i>	59
Figura 3-21 – Coeficiente de amortecimento para o <i>yaw</i>	59
Figura 3-22 – Massa adicional para acoplamento <i>sway/yaw</i>	59
Figura 3-23 – Amortecimento para acoplamento <i>sway/yaw</i>	60
Figura 3-24 – Espectros de vento.	62
Figura 3-25 – Espectro de forças de vento (a partir do espectro de Harris).	66
Figura 3-26 – Espectro de forças de vento (a partir do epectro de Ochi-Shin).....	67

Figura 3-27 – Série temporal da velocidade do vento.	68
Figura 3-28 – Série temporal da força do vento.	68
Figura 3-29 – Autocorrelação da série de forças do vento.	69
Figura 3-30 – Densidade espectral da série temporal de forças do vento.	70
Figura 3-31 – Série temporal da força do vento 2.	71
Figura 3-32 – Amplitudes de deslocamentos para o <i>surge</i>	78
Figura 3-33 – Amplitudes de deslocamentos para o <i>sway</i>	79
Figura 3-34 – Amplitudes de deslocamentos para o <i>yaw</i>	79
Figura 4-1 – Vetores para caracterização geométrica de uma linha de amarração. .	85
Figura 4-2 – Curva de reação vs. deformação de uma defesa tipo <i>super cone</i>	87
Figura 4-3 – Geometria do modelo não linear.	90
Figura 4-4 – Esforços em função do deslocamento x.	93
Figura 4-5 – Esforços em função do deslocamento y.	94
Figura 4-6 – Esforços em função da rotação θ	95
Figura 4-7 – Curva de restauração do sistema.	102
Figura 4-8 – Trajetórias de fase para diferentes energias do sistema 1.	104
Figura 4-9 – Trajetórias de fase para diferentes energias do sistema 2.	105
Figura 4-10 – Trajetórias de fase para diferentes energias do sistema.	109
Figura 4-11 – Períodos naturais obtidos para cada nível de energia considerado. .	110
Figura 4-12 – Série temporal. Oscilação livre e sem amortecimento.	111
Figura 4-13 – Espectro de amplitudes do deslocamento (x) da série temporal.	112
Figura 4-14 – Deslocamento máximo para cada par de condições iniciais I.	115
Figura 4-15 – Séries temporais da solução 1 do caso I.	116
Figura 4-16 – Espectro de amplitudes do deslocamento da solução 1 do caso I.	117
Figura 4-17 – Projeção da trajetória de fase da solução 1 do caso I.	118
Figura 4-18 – Séries temporais da solução 2 do caso I.	119
Figura 4-19 – Espectro de amplitudes do deslocamento da solução 2 do caso I.	120
Figura 4-20 – Projeção da trajetória de fase da solução 2 do caso I.	120
Figura 4-21 – Deslocamento máximo para cada par de condições iniciais II.	121
Figura 4-22 – Séries temporais da solução 1 do caso II.	122
Figura 4-23 – Espectro de amplitudes do deslocamento da solução 1 do caso II.	123
Figura 4-24 – Projeção da trajetória de fase da solução 1 do caso II.	124
Figura 4-25 – Séries temporais da solução 2 do caso II.	125
Figura 4-26 – Espectro de amplitudes do deslocamento da solução 2 do caso II.	126

Figura 4-27 – Projeção da trajetória de fase da solução 2 do caso II.....	126
Figura 4-28 – Séries temporais da solução do caso III.	127
Figura 4-29 – Espectro de amplitudes do deslocamento da solução do caso III.....	128
Figura 4-30 – Projeção da trajetória de fase da solução do caso III.....	128
Figura 4-31 – Séries temporais da solução do caso III.	130
Figura 4-32 – Espectro de amplitudes do deslocamento da solução do caso IV. ...	131
Figura 4-33 – Projeção da trajetória de fase da solução do caso IV.	131
Figura 4-34 – Deslocamento máximo vs. amplitude da força de excitação.....	133

LISTA DE TABELAS

Tabela 1-1 – Máximos deslocamentos permitidos para permanência no berço.....	17
Tabela 1-2 – Máximos deslocamentos permitidos para condições operacionais.....	17
Tabela 3-1 – Características do navio tipo.	38
Tabela 3-2 – Geometria do cais e disposição dos cabeços e defensas.....	38
Tabela 3-3 – Disposição das linhas de amarração.....	39
Tabela 3-4 – Esforços de vento para $V_{VT} = 31\text{m/s}$	41
Tabela 3-5 – Esforços de pressão devido à corrente.	44
Tabela 3-6 – Esforços de efeitos viscosos devido à corrente.....	44
Tabela 3-7 – Esforços estáticos ativos 1 – vento com corrente longitudinal.	45
Tabela 3-8 – Esforços estáticos ativos 2 – vento com corrente a 10°	45
Tabela 3-9 – Esforços estáticos ativos 3 – vento com corrente transversal.....	45
Tabela 3-10 – Caso 1: corrente longitudinal ($\alpha_c = 0^\circ$).	46
Tabela 3-11 – Caso 2: corrente com direção $\alpha_c = 10^\circ$	46
Tabela 3-12 – Caso 3: corrente transversal ($\alpha_c = 90^\circ$).	46
Tabela 3-13 – Contribuição de cada linha para a rigidez transversal total.	52
Tabela 3-14 – Contribuição de cada linha para a rigidez longitudinal total.	53
Tabela 3-15 – Contribuição de cada elemento para a rigidez rotacional total.	53
Tabela 3-16 – Contribuição de cada linha para o acoplamento <i>surge/yaw</i>	54
Tabela 3-17 – Definição dos coeficientes adimensionais.....	60
Tabela 4-1 – Forças iniciais nas defensas e linhas de amarração.	91
Tabela 4-2 – Esforços máximos obtidos, caso 1.....	96
Tabela 4-3 – Esforços máximos obtidos, caso 2.	96
Tabela 4-4 – Esforços máximos obtidos, caso 3.	96
Tabela 4-5 – Esforços médios I.....	97
Tabela 4-6 – Posição final I.	97
Tabela 4-7 – Esforços calculados para linhas de amarração I.....	98
Tabela 4-8 – Contribuição de cada linha para o momento de restauração total.	98
Tabela 4-9 – Esforços médios II.....	99
Tabela 4-10 – Posição final II.	99
Tabela 4-11 – Esforços calculados para linhas de amarração e defensas II.	99
Tabela 4-12 – Trajetórias de fase calculadas para contato em $y = 0,0\text{m}$	104
Tabela 4-13 – Trajetórias de fase calculadas para contato em $a = 0,024\text{m}$	105

Tabela 4-14 – Períodos naturais obtidos para cada nível de energia considerado.	109
Tabela 4-15 – Frequências dominantes da solução 1 do caso I.	117
Tabela 4-16 – Frequências dominantes da solução 2 do caso I.	120
Tabela 4-17 – Frequências dominantes da solução 1 do caso II.	123
Tabela 4-18 – Frequências dominantes da solução 2 do caso II.	126
Tabela 4-19 – Frequências dominantes da solução do caso III.	128
Tabela 4-20 – Frequências dominantes da solução do caso III.	131
Tabela 4-21 – Deslocamento máximo vs. amplitude da força de excitação.....	133

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Ângulo entre a projeção horizontal de uma linha de amarração e o eixo longitudinal do navio
α_v	Ângulo de incidência do vento com relação ao eixo longitudinal do navio
α_c	Ângulo de incidência da corrente com relação ao eixo longitudinal do navio
β	Ângulo que a linha de amarração forma com o plano horizontal
γ_D	Fator de amplificação dinâmica
Δ	Deslocamento do navio (massa de água deslocada)
Δ_{max}	Deslocamento do navio a plena carga
$\Delta \mathbf{P}$	Vetor de deslocamento calculado durante iteração do método de Newton-Raphson
Δh_f	Deslocamento aplicado sobre a defesa
Δl	Deslocamento aplicado sobre a linha de amarração
Δt	Intervalo de tempo definido em cada passo no método de Bathe
$\Delta \omega$	Intervalo de frequências considerado na análise do espectro
ε_u	Deformação relativa à força de ruptura (<i>minimum breaking load</i>) na linha de amarração
ε_r	Erro máximo admitido no método de Newton-Raphson
ϕ	Ângulo que a resultante do vento forma com o eixo longitudinal do navio
Φ	Vetor que representa um modo de vibração de um sistema dinâmico
ρ	Massa específica da água
ω	Frequência de oscilação analisada (modelo hidrodinâmico)
ω_n	Frequência natural de oscilação
ω_f	Frequência da força de excitação
μ	Coeficiente de atrito entre o casco do navio amarrado e a defesa
$\mathbf{A}$	Matriz de massa adicional do navio
A_{Le}	Área emersa longitudinal
A_{Ls}	Área submersa longitudinal
A_{Lfs}	Área molhada longitudinal
A_{Te}	Área emersa transversal
A_{Tfs}	Área molhada transversal
A_{Ts}	Área submersa transversal

B	Matriz de amortecimento equivalente do navio
B	Boca (largura do navio)
b_l	Vetor que representa o braço que liga o centro de gravidade do navio à linha de ação da força exercida pela linha de amarração
b_d	Vetor que representa o braço que liga o centro de gravidade do navio à linha de ação da força exercida pela defesa
C	Matriz que relaciona as forças hidrostáticas com o vetor de deslocamentos do navio
C	Matriz de amortecimento do navio
C_w	Matriz de amortecimento hidrodinâmico do navio
C_{DVL}	Coeficiente de arrasto longitudinal para esforço de vento
C_{DVT}	Coeficiente de arrasto transversal para esforço de vento
C_{fc}	Coeficiente adimensional de fricção para a corrente
C_g	Vetor que indica as coordenadas do centro de gravidade do navio
D_l	Calado do navio em lastro
D_{max}	Calado máximo do navio
E	Matriz que relaciona as forças de restauração das linhas de amarração com o deslocamento do navio
e_j	Vetor unitário na direção do vetor P
F	Vetor de força de excitação de um oscilador no modelo dinâmico
F	Esforço ativo exercido por agente externo
f	Função que representa vetor resultante do somatório de esforços ativos e reativos
F_t	Vetor de forças ativas relativas às ondas que incidem sobre o navio
F_w	Vetor de forças ativas relativas ao vento que incidem sobre o navio
F_c	Vetor de forças ativas relativas à corrente que incidem sobre o navio
G	Matriz que relaciona as forças de restauração das defensas com o deslocamento do navio
g	Aceleração da gravidade
h	Profundidade
h_f	Dimensão principal defesa + painel no modelo estático não linear
J	Matriz que representa o jacobiano de uma função
K	Matriz de rigidez do sistema de navio amarrado
K_{Ve}	Coeficiente adimensional de excentricidade do esforço de vento

K_T	Rigidez transversal do sistema, considerando linhas de amarração e defensas
k	Rigidez da defesa ou da linha de amarração
k	Rigidez de um oscilador de um grau de liberdade
L	Comprimento da linha de amarração
L_0	Comprimento da linha de amarração no caso de tração nula
L_{BP}	Comprimento entre Perpendiculares
L_f	Dimensão principal defesa + painel
L_{OA}	Comprimento total do navio
l	Comprimento da linha de amarração
$\mathbf{M}$	Matriz de massa do navio
M	Massa total do navio
$\mathbf{M}_0$	Matriz de massa do navio (sem incluir massa adicional)
$\mathbf{M}_w$	Matriz de massa adicional do navio
M_{CG}	Momento ativo em torno do eixo vertical que passa pelo centro de gravidade do navio, exercido por agente externo (vento ou corrente)
$\mathbf{M}_R$	Vetor de momento reativo exercido por linha de amarração ou defesa
$\mathbf{M}_F$	Vetor de momento ativo
m	Massa de um oscilador de um grau de liberdade
$\mathbf{P}$	Vetor que indica as coordenadas do ponto utilizado no método de Newton-Rhapson
$\mathbf{P}_a$	Vetor que indica as coordenadas do ponto em que a linha de amarração se conecta ao navio
$\mathbf{P}_b$	Vetor que indica as coordenadas do ponto de contato entre navio e defesa
$\mathbf{P}_c$	Vetor que indica as coordenadas do ponto em que a linha de amarração se conecta ao cabeço no cais
Q	Esforço numa linha de amarração ou defesa devido a um esforço ativo
$\mathbf{R}$	Vetor de força reativa exercida por linha de amarração ou defesa
R_0	Força de pré-tensão aplicada nas linhas de amarração
S_F	Espectro de forças do vento
S_v	Espectro de vento
s_b	Espaçamento entre cabeços
s_f	Espaçamento entre defensas
T	Pontal
T	Período natural de um oscilador

$\mathbf{V}$	Vetor que representa a linha de amarração no modelo estático não linear
V_C	Velocidade de corrente de projeto
V_{VT}	Velocidade do vento de projeto
V_w	Velocidade média do vento
$\mathbf{v}$	Vetor unitário que representa a direção da linha de amarração
$\ddot{\mathbf{x}}$	Vetor de acelerações do navio
$\dot{\mathbf{x}}$	Vetor de velocidades do navio
$\mathbf{x}$	Vetor de deslocamentos do navio
z_a	Cota de nível da amarração nos cabeços
z_{cais}	Cota de nível do cais
$\cdot$	Operador que indica produto escalar
$\times$	Operador que indica produto vetorial

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	14
1.1.	Modos de Movimento do Navio Atracado	15
1.2.	Restrição dos Movimentos (Sistemas de Amarração e Defensas)	18
1.3.	Sistema Dinâmico e Equação de Movimento	21
1.4.	Análise do Problema Dinâmico	24
2.	MÉTODOS	27
3.	ANÁLISE LINEAR	30
3.1.	Estática Linear: Modelo da ROM 2.0-11	30
3.2.	Dinâmica Linear	49
3.3.	Análise da Oscilação Livre	54
3.4.	Esforços Hidrodinâmicos	57
3.5.	Esforços Dinâmicos de Vento	61
3.6.	Análise no Domínio da Frequência	72
4.	ANÁLISE NÃO LINEAR	82
4.1.	Análise Estática Não Linear	82
4.2.	Objetos do Modelo Não Linear	83
4.3.	Dinâmica Não Linear do Sistema de Um Grau de Liberdade	102
4.4.	Oscilador Bilinear	103
4.5.	Solução Numérica – Método de Bathe	106
4.6.	Análise da Oscilação Forçada e Amortecida	113
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	135

1. INTRODUÇÃO

Terminais portuários são projetados com o objetivo de serem locais seguros para a movimentação de cargas e para embarque e desembarque de passageiros e tripulantes. Para isso, devem apresentar características que permitam operação segura e eficiente tais como:

- Abrigo de agentes físicos (ventos, ondas, correntes);
- Profundidade adequada das bacias para os navios-tipo;
- Acessibilidade para trânsito e retirada de carga;
- Área de retroporto (também chamada de retroárea) que cumpra funções de armazenagem, movimentação de cargas, e administração do terminal;
- Aspectos ambientais relacionados com impactos físicos e biológicos sobre o entorno.

É nos terminais portuários que ocorre a transição (movimentação de carga) dos modos de transporte aquaviários para modos terrestres, sendo que a infraestrutura situada em terra pode ser dividida em duas zonas: retroárea e acostagem.

Denomina-se cais a zona de acostagem quando ela está adjacente à retroárea; e denomina-se píer a zona de acostagem quando ela está separada da retroárea. No caso do píer, a ligação entre acostagem e retroárea é feita por uma ponte de acesso, como ilustrado na Figura 1-1.

Figura 1-1 – Terminal de contêineres de Itapoá – SC.
Fonte: www.portoitapoa.com.br.

As estruturas de acostagem são responsáveis por suportar esforços de atracação e de amarração dos navios, da movimentação de cargas/equipamentos e de ações

geotécnicas (por ex.: quando atuam como contenção do solo da retroárea). Durante o período em que um navio se encontra atracado no cais ou píer, é necessário restringir a amplitude dos seus movimentos, de modo a garantir segurança e eficiência operacional para as atividades de carga e descarga, e evitar problemas relacionados com:

- Danos à carga;
- Ruptura ou fadiga dos equipamentos de atracação;
- Colisões entre navios ou entre navio e estrutura de acostagem.

Postos os diversos problemas que podem ocorrer, entende-se o motivo pelo qual a restrição ineficiente dos movimentos de um navio atracado leva ao aumento dos custos diretos e indiretos associados à baixa confiabilidade operacional do terminal e à necessidade de manutenção.

1.1. Modos de Movimento do Navio Atracado

Para quantificar o movimento de um navio atracado, descrevem-se os modos básicos de oscilação do navio em seis graus de liberdade. Consideram-se, dessa maneira, seis modos de movimento relacionados com o centro de massa do navio: três modos de translação (em inglês: *surge*, *sway* e *heave*) e três modos de rotação (em inglês: *yaw*, *roll*, e *pitch*) – conforme ilustrado na Figura 1-2.

Figura 1-2 – Movimentos de um navio atracado.
Figura adaptada de ROM 2.0-11.

Com base nos deslocamentos relativos a esses graus de liberdade, são definidos limites admissíveis para se manterem operações de carga e descarga, e limites para permitir a permanência de um navio atracado com segurança. A movimentação aceitável para um navio atracado varia com uma extensa quantidade de fatores tais como:

- Tamanho do navio;
- Grau exigido de segurança e eficiência da movimentação de carga;
- Situação de carga do navio (ex.: navio a plena carga, navio em lastro);
- Tipo de carga e tipo do equipamento de movimentação dessa carga;
- Habilidade do operador do equipamento de movimentação de carga;
- Frequência das ondas e velocidade do movimento do navio atracado;
- Grau de liberdade considerado (*surge*, *sway*, *yaw*, etc.);
- Tipos de guinchos de amarração no navio (ex.: de tensão constante ou fixos);
- Características e componentes do sistema de amarração na obra de atracação (ex.: cabeços fixos, ganchos de desengate rápido);

Como exemplos para esses limites, temos a Tabela 1-1 e a Tabela 1-2, que mostram os valores máximos em termos de deslocamentos admissíveis.

No caso da Tabela 1-1, apresentam-se os máximos deslocamentos admissíveis para a condição de estado limite de permanência no berço de navios atracados lateralmente, conforme sugerido pelo procedimento seguido na Espanha: *Recomendación de Obras Marítimas* (ROM).

Já no caso da Tabela 1-2, apresentam-se os máximos deslocamentos recomendados para condições operacionais (movimentação de carga).

Destaca-se que os esforços de amarração podem ser separados em uma parcela média e uma parcela variável no tempo, e os deslocamentos a serem considerados nessas duas tabelas são as respostas resultantes da soma dessas duas parcelas.

Tabela 1-1 – Máximos deslocamentos permitidos para permanência no berço.
Fonte: ROM 2.0-11, tabela 4.6.4.48.

Tipo de Navio	Deslocamento (m) <i>Surge</i>	Abatimento (m) <i>Sway</i>	Arfagem (m) <i>Heave</i>	Cabeceio (°) <i>Yaw</i>	Caturro (°) <i>Pitch</i>	Balanço (°) <i>Roll</i>
Petroleiro	±4,00	4,00	±4,00	±2	±2	±4
Transportador de GNL	±3,00	3,00	±3,00	±2	±2	±4
Graneleiro	±3,50	3,50	±3,50	±2	±2	±4
$L \geq 200$ ⁽¹⁾	±2,00	2,00	±2,00	±2	±2	±4
$100 < L < 200$ ⁽¹⁾	±1,00	2,00	±1,00	±3	±3	±6
$L \leq 100$ ⁽¹⁾	±0,75	2,00	±0,75	±4	±4	±8

(1) Para os casos em que o navio não se enquadra em nenhum dos tipos citados (Petroleiro, Transportador de GNL, Graneleiro).

(2) GNL → Gás natural liquefeito

Tabela 1-2 – Máximos deslocamentos permitidos para condições operacionais.
Adaptado de Gaythwaite (2014).

Tipo de Navio	Equip. de Mov. de Carga	Deslocamento (m) <i>Surge</i>	Abatimento (m) <i>Sway</i>	Arfagem (m) <i>Heave</i>	Cabeceio (°) <i>Yaw</i>	Caturro (°) <i>Pitch</i>	Balanço (°) <i>Roll</i>
Petroleiro	Braço de Carga	3,00	3,00	–	–	–	–
Transportador de GNL	Braço de Carga	2,00	2,00	–	2	2	2
Graneleiro	Elevador	1,00	0,50	1,00	2	2	2
Graneleiro	Correia Transportadora	5,00	2,50	–	3	–	–
Porta Contêineres	Portainer	0,20	0,40	0,30	0,30	0,30	1,00

1.2. Restrição dos Movimentos (Sistemas de Amarração e Defensas)

Para estimar os movimentos de um navio atracado, é essencial compreender o seu comportamento dinâmico. De fato, o que ocorre nessa situação é a dinâmica de um sistema composto não apenas pelo navio, mas também pelas linhas de amarração e pelas defensas do cais. Nesse sistema, os movimentos são causados por ações ambientais (como ventos, correntes e ondas) e por agentes associados às operações portuárias (movimentação de carga, trânsito de outros navios, correntes geradas por sistemas de propulsão).

Os movimentos de *roll*, *pitch* e *heave*, que produzem deslocamentos verticais, são causados principalmente pela ação de ondas e seus períodos naturais apresentam valores próximos aos valores dos períodos dos movimentos verticais de navio livre, pois há pouca influência das linhas de amarração (que estão alinhadas principalmente com o plano horizontal) e das defensas (que restringem os movimentos verticais por meio do atrito com o casco do navio). Já os movimentos de *surge*, *sway* e *yaw*, que são horizontais, são causados principalmente por ventos, correntes e ondas, e seus períodos naturais são influenciados, sobretudo, pelos sistemas de amarração e defensas.

As defensas (como a apresentada na Figura 1-3) têm, como função primária, a absorção da energia cinética do impacto do navio durante manobra de atracação; com isso elas atenuam as forças aplicadas sobre a estrutura do cais e sobre o casco do navio. Adicionalmente, nos casos em que as forças de atracação aplicadas sobre o navio são elevadas, utilizam-se painéis para reduzir as tensões e evitar danos no casco.

Como função secundária do sistema de defensas, temos a restrição dos movimentos do navio atracado.

Por outro lado, as linhas de amarração (como as apresentadas na Figura 1-4), são os principais agentes na restrição dos movimentos do navio atracado. Essa restrição dos movimentos é essencial tanto para uma permanência segura do navio no berço de atracação, quanto para uma operação segura (e sem interrupções) durante a movimentação de carga.

Figura 1-3 – Defesa tipo *super cone* e painel.
Fonte: Catálogo Trelleborg.

Figura 1-4 – Linhas de amarração e cabeço.
Fonte: Catálogo Survitec

Algumas características dos sistemas de amarração influem significativamente no comportamento dinâmico do navio atracado. São exemplos dessas características: a distribuição das linhas ao longo do navio (quantidade, ângulos com relação ao plano horizontal e com relação ao plano longitudinal de simetria do navio), a geometria dessas linhas (comprimento, diâmetro), e as propriedades de seus materiais constituintes.

Destaca-se que a orientação das linhas apresenta grande influência sobre a resposta do sistema. Isso ocorre porque a direção mais eficiente para uma linha de amarração coincide com a direção do movimento a ser restringido. Inclusive, é conforme a sua orientação que as linhas de amarração são classificadas em três grupos. Seguindo as ilustrações na Figura 1-5 e na Figura 1-6, uma linha de amarração é denominada como:

- **Través** – se for uma das linhas localizadas mais próximas da proa ou da popa, restringindo os movimentos transversais. A inclinação de um través com relação ao plano transversal é menor que 15°;
- **Spring** – se for uma das linhas dispostas à distância de $\frac{1}{4}$ do comprimento do navio, restringindo os movimentos longitudinais. A inclinação de um *spring* com relação à linha de atracação é menor que 10°;

- **Lançante** (ou semi-través) – se for uma das linhas que se situam na proa ou na popa. Os lançantes costumam ter um comprimento maior que os traveses e, por isso, contribuem menos para a restrição dos movimentos do navio. Ainda assim, essas linhas têm influência quando há uma direção predominante nas ações atuando sobre o navio. Os lançantes também são utilizados em manobras de atracação e desatracação, e a sua inclinação com relação ao plano longitudinal varia entre 30° e 60° .

Figura 1-5 – Arranjo das linhas de amarração (planta).

Figura adaptada de ROM 2.0-11.

Figura 1-6 – Arranjo das linhas de amarração (elevação frontal).

Figura adaptada de ROM 2.0-11.

O arranjo geral das linhas de amarração altera a forma como as forças de atracação se distribuem e são transmitidas ao cais. Geralmente, um arranjo simétrico

é ideal para garantir uma distribuição balanceada de forças em diversas condições ambientais. Além disso limita-se a inclinação (β) das linhas de amarração com relação ao plano horizontal a $\pm 25^\circ$ para que o esforço de tração seja predominantemente horizontal (ver Figura 1-6).

Essas forças transmitidas ao cais pelas linhas de amarração resultam de forças elásticas quando o navio se desloca de sua posição de equilíbrio, e podem ser decompostas em uma força média e em parcelas dinâmicas que oscilam conforme o movimento do navio.

Outra característica essencial do sistema de amarração é o pré-tensionamento das linhas, pois a restrição dos movimentos do navio se torna ineficiente com o afrouxamento destas. Além disso, quando ocorre a transição de um estado de linha frouxa para a situação tensionada, surgem forças de restauração excessivamente grandes que podem levar ao rompimento das linhas de amarração (por tracionamento súbito). Dessa forma, é adequado mantê-las sempre tracionadas.

Quando há guinchos para controle do retesamento das linhas de amarração, a força de pré-tensão aplicada é cerca de 10% do MBL (*minimum breaking load* ou força de ruptura da linha). Nos casos de cabo solteiro (em que não há guinchos), a pré-tensão é cerca de 5% do MBL.

1.3. Sistema Dinâmico e Equação de Movimento

Com a presença das linhas de amarração e do sistema de defensas, espera-se que as forças de excitação do movimento do navio sejam balanceadas pelas forças de restauração exercidas por esses elementos. Essa situação leva a um problema altamente indeterminado estaticamente (com muitos graus de hiperestaticidade), mas que pode ser simplificado na forma de um oscilador nos seis graus de liberdade definidos para o navio atracado. Uma equação geral que descreve a dinâmica do navio atracado, relacionando, para cada instante, as variáveis do movimento com as forças de excitação, pode ser posta na forma abaixo:

$$(\mathbf{M} + \mathbf{A})\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{C} + \mathbf{E} + \mathbf{G})\mathbf{x} = \mathbf{F}_t + \mathbf{F}_w + \mathbf{F}_c \quad (1)$$

No primeiro membro da equação, estão as características do sistema dinâmico (navio/amarração/defensas), sendo que:

- A matriz resultante $(\mathbf{M} + \mathbf{A})$ é a matriz de massa virtual que relaciona as forças de massa-inércia com o vetor $\ddot{\mathbf{x}}$, que representa as acelerações do sistema. A

matriz **A** refere-se à massa adicionada de água e tem participação fundamental na determinação dos períodos naturais dos movimentos do navio atracado.

- A matriz **B** relaciona as forças de amortecimento potencial (devido às ondas na superfície) com o vetor $\dot{\mathbf{x}}$, que representa as velocidades do sistema.¹
- A matriz **C** relaciona as forças hidrostáticas de restauração (empuxos) com o vetor $\mathbf{x}$, que representa os deslocamentos do sistema.
- As matrizes **E** e **G** relacionam a rigidez dos sistemas de amarração e defensas, respectivamente, com os deslocamentos ($\mathbf{x}$) do sistema. Essas matrizes possuem termos não lineares referentes às características de rigidez desses sistemas.

No segundo membro da equação, estão as forças de excitação com componentes organizadas vetorialmente para os respectivos movimentos associados, sendo que:

- O vetor $\mathbf{F}_t$ é a parcela das forças relativa às ondas, de acordo com a teoria linear das ondas e com a teoria da difração, ou relativa às forças de deriva.
- Os vetores $\mathbf{F}_w$ e $\mathbf{F}_c$ são relativos ao vento e às correntes, independentes do tempo e determinados aproximadamente como as forças de resistência ao movimento; supõe-se que esses vetores sejam proporcionais ao quadrado das velocidades de vento e corrente.

No sistema dinâmico de navio atracado, as defensas podem perder o contato com o navio e as linhas de amarração podem sofrer afrouxamento, o que significa que há posições ($\mathbf{x}$) para as quais ocorrem mudanças bruscas de rigidez, e levam a uma resposta fortemente não linear para a equação (1). Como consequência, mesmo que se adote uma relação de força vs. deslocamento numa simples forma bilinear (*i.e.*: rigidez constante, mas de valor diferente para deslocamentos positivos e negativos), é necessário considerar a possibilidade de o sistema apresentar múltiplas soluções

¹ Existe, também, uma parcela relativa ao amortecimento viscoso, proporcional ao quadrado das velocidades do sistema, a qual não está indicada na equação (1), mas que pode ser modelado mediante uma abordagem de amortecimento linear equivalente, dissipando a mesma quantidade de energia durante cada período oscilação.

coexistentes ou ser extremamente sensível às condições iniciais para certas frequências de força de excitação (tendo, com pequenas perturbações, grandes mudanças nas trajetórias de fase).

Além do comportamento de oscilador bilinear, o navio e a água que o circunda formam um sistema hidrodinâmico, no qual o movimento do navio tem que ser examinado simultaneamente com o movimento do fluido em que se encontra. De fato, parâmetros como inércia e amortecimento do sistema em questão são dependentes de fatores como frequência de oscilação, profundidade da água e tipo e proximidade do cais existente, o que introduz mais não-linearidades na relação entre as forças de excitação e a resposta dinâmica.

O alto grau de não linearidade do sistema é uma das razões por que há a necessidade de se estudar cuidadosamente o comportamento dinâmico de um navio amarrado antes mesmo de se analisar a resposta sob ações típicas. Não se espera, com isso, que análises simplificadas ou com critérios (de normas e procedimentos) baseados somente em alturas de ondas e velocidades/rumos de vento e correntes nos berços de atracação sejam suficientes para estimar os deslocamentos induzidos.

De fato, os movimentos de um navio amarrado podem ser intensificados até situações inaceitáveis, mesmo que as ações aplicadas não sejam de grande intensidade (como ocorre em boa parte dos sistemas dinâmicos). Conforme exemplificado por Alfredini (1991): “A mesma altura de onda, por exemplo, pode ter efeitos diferentes dependendo do período das ondas, do rumo incidente com relação ao navio/berço, dos grupos de ondas, e do tipo de estrutura do cais...”. Dessa forma, as principais forças de excitação do sistema amarrado devem ser caracterizadas de modo a permitir a análise dinâmica.

Acontece que, por incluir ações ambientais, não há como tratar todos os esforços aplicados ao sistema de maneira determinística. Ventos, ondas, e correntes, por exemplo, têm que ser estudados como fenômenos aleatórios e tratados com teorias estatísticas que descrevam sua natureza.

Em geral, a caracterização das ações ambientais é feita por meio de uma análise dos espectros desses fenômenos, associando-se uma amplitude (ex.: altura de ondas, velocidade do vento, energia...) para cada frequência presente numa série temporal. Um gráfico de densidade espectral de energia permite visualizar não apenas as frequências em que o fenômeno ocorre com mais intensidade e a sua distribuição,

mas, também, resolver um problema dinâmico no domínio da frequência, com a elaboração de espectros de resposta ou funções de transferência.

Uma solução no domínio da frequência, contudo, não é adequada para casos em que as não-linearidades do sistema tenham forte influência sobre a resposta. Nesse caso, a hipótese de sobreposição de efeitos não será válida, de modo que a transformação da resposta no domínio da frequência para o domínio do tempo levará a um resultado diferente daquele que resultaria de uma análise diretamente no domínio do tempo. Consequentemente, existe apenas a possibilidade de se resolver o sistema de equações no domínio do tempo, considerando simultaneamente todas as frequências presentes na série temporal das ações.

Vale ressaltar que, de acordo com Alfredini (1991), de todas as ações aplicadas sobre um navio atracado, as ondas são geralmente a principal causa de movimentos inaceitáveis. Tanto ondas com períodos pequenos (inferiores a 20s), como ondas com períodos maiores podem ser inconvenientes para operações portuárias. Para pequenas embarcações (pesqueiros e navios de recreio) as ondas de períodos pequenos são mais críticas para o controle dos movimentos; enquanto que, para navios de grande porte (de portos comerciais), as ondas de períodos mais longos (superiores a 30s) são mais importantes, pois produzem forças de deriva lenta com períodos típicos da mesma ordem de grandeza dos sistemas desses navios quando atracados.

As ondas típicas são geradas por ventos locais e, em regiões costeiras, sofrem efeitos de deformação tais como refração, difração, empolamento, arrebentação e reflexão. Esses efeitos de deformação criam dificuldades para o estudo dos efeitos hidrodinâmicos em zonas costeiras, tornando extremamente complexa a análise de uma bacia portuária no contexto de um campo multidirecional com ondas de alta frequência e de baixa frequência interagindo. Em outras palavras, mesmo com a possibilidade de se determinar um espectro de ondas de alto-mar, ainda assim será difícil estimar o campo de ondas resultante nas proximidades da bacia em estudo.

1.4. Análise do Problema Dinâmico

Dada a quantidade de aspectos que aumentam a complexidade do sistema dinâmico do navio atracado, compreende-se porque é muito difícil desenvolver soluções analíticas. Recorre-se, desse modo, a modelos numéricos, modelos físicos, ou à simplificação das forças dinâmicas, considerando-as como esforços estáticos.

Nesse contexto, modelos físicos são úteis para determinar o grau de atenuação das ondas, correntes e dos fenômenos ressonantes no recinto portuário. Em geral, esses modelos também são aplicados para o estudo dos efeitos sobre a dinâmica do navio atracado, permitindo estimar os movimentos do navio e as forças de atracação, e ajudando a determinar as configurações mais eficientes com relação às condições de abrigo, à navegação e ao sistema de amarração.

Tais modelos físicos são tanques que representam a bacia portuária em escala reduzida, nos quais se utilizam modelos devidamente calibrados dos navios-tipo e elementos que reproduzem as características elásticas de amarrações e defensas. Nesses tanques são instalados geradores de ondas para modelar trens de ondas reais nos ensaios de agitação. A partir dos modelos físicos, é possível obter resultados como gráficos de frequência de ocorrência, gráficos de movimentos críticos em função das operações de movimentação de carga, análises de otimização econômica no arranjo geral do porto, e relações entre custos de investimento e custo de operações. Como desvantagem, vale ressaltar que modelos físicos têm um custo elevado e exigem longos períodos para a calibração e para a geração e análise dos dados.

Por outro lado, observa-se que mesmo quando o problema do navio atracado numa bacia portuária é estudado por meio de análise numérica, os custos são altos e é necessário muito tempo para calibração. Por exemplo, van der Ven (2012) em seu projeto de mestrado, realizou uma análise que utilizava uma cadeia de software da seguinte maneira:

- Primeiramente, num programa conhecido como Triton, o campo de ondas foi descrito por um modelo de Boussinesq, reduzindo o problema de potencial de velocidades tridimensional para duas dimensões ao aproximar a distribuição de velocidades horizontais por uma expansão polinomial;
- Em seguida, num programa chamado Harberth, realizou-se um estudo das pressões sobre o casco de um navio por meio de um modelo de difração de ondas em painéis. Nessa etapa foram determinados os esforços hidrodinâmicos e, por consequência, os coeficientes de massa adicional e amortecimento hidrodinâmico;
- Por fim, num terceiro programa chamado Quaysim, determinaram-se os movimentos do navio ao longo do tempo e as forças nas linhas de amarração e defensas.

Conforme descrito na dissertação de van der Ven, a análise que englobou um período de 3,2 horas de observação demorou aproximadamente sete dias para ser processada computacionalmente.

Vê-se, então, a razão pela qual mesmo a análise computacional de um navio atracado não é ainda totalmente aplicável em termos de projeto de engenharia, principalmente se forem consideradas a possibilidade de erros computacionais que interrompam os cálculos e a necessidade de extensiva calibração do modelo, que é sensível aos dados de entrada (tais como a disposição das linhas de amarração no navio atracado).

Posto que tanto os métodos experimentais quanto os métodos numéricos de análise da dinâmica de um navio atracado exigem um alto grau de investimento, análises simplificadas (em geral, restritas a situações estáticas equivalentes) apresentam-se como alternativas de mais fácil implementação. Ainda assim, seja com base em experimentos, seja com base em dados empíricos, é necessário analisar as simplificações para que se produzam resultados válidos. Temos, com isso, motivação para pesquisar diversos assuntos envolvidos no tema (dinâmica, hidrodinâmica, estatística, ciência dos materiais, mecânica dos sólidos, etc.).

2. MÉTODOS

Independentemente da possibilidade de se realizar uma análise numérica com modelos de alta hierarquia ou uma análise experimental em modelo físico, é necessário desenvolver o conhecimento sobre o sistema dinâmico de um navio atracado. Isso evitará conclusões equivocadas na atividade de engenharia que levem a projetos inadequados em termos de segurança, ou que exijam gastos desnecessários. Dessa maneira, a pesquisa proposta visa a elaborar estudos sobre esse sistema dinâmico e criar modelos conceituais que permitam examinar o comportamento de um navio amarrado.

Adotando-se, a título de ilustração, um navio-petroleiro amarrado lateralmente, serão propostos modelos para o cálculo dos esforços e deslocamentos do sistema. Inicialmente serão realizadas análises linearizadas e, em cada etapa subsequente, o nível hierárquico do modelo será incrementado com a introdução de características dinâmicas e não lineares.

Para uma análise estática linear toma-se, como base, o procedimento seguido na Espanha, *Recomendaciones de Obras Marítimas* (ROM 2.0-11), que propõe a utilização de modelos simplificados para cálculo dos esforços de amarração. Em certos casos, esses modelos apresentam inclusive os modos de movimento do navio desacoplados. Esse estudo inicial visa a analisar a consistência das forças de amarração determinadas durante a atividade de projeto e discutir as consequências das simplificações utilizadas.

Na sequência, assumindo a hipótese de que não ocorrerá perda de contato com as defensas, elabora-se uma análise dinâmica linearizada.

São adotados parâmetros hidrodinâmicos (massa adicionada e amortecimento), com base em trabalhos que analisam o problema por meio da teoria de escoamento potencial e que consideram os campos de pressões gerados pelas ações hidrodinâmicas. Esses estudos, calculam os esforços hidrodinâmicos transferidos para o navio atracado e propõem a utilização de parâmetros hidrodinâmicos (massa adicional e amortecimento hidrodinâmico), os quais variam com a frequência de oscilação do sistema.

Definem-se, também, esforços dinâmicos de vento para aplicação nos modelos estudados. Esses esforços são calculados com base nos espectros de vento de Harris e de Ochi-Shin e, a partir desses espectros, define-se um método para aplicação das forças de vento na análise dinâmica linear no domínio da frequência.

Em seguida, elaboram-se os modelos não lineares. Para a análise estática não linear, elaboram-se um modelo que considera a eventual perda de contato com as defensas, o afrouxamento das linhas de amarração e as forças de pré-tensão. O modelo estático não linear proposto permite apenas movimentos horizontais, e a busca pela posição de equilíbrio leva a um sistema de três equações não lineares cuja solução é obtida pelo método numérico de Newton-Raphson. Calculam-se, dessa maneira, as forças do sistema e os deslocamentos relacionados.

Também a partir dessa análise estática não linear, obtêm-se curvas que relacionam a força de restauração com os deslocamentos e obtém-se a solução de equilíbrio para alguns casos de esforço ativo. Resulta desse estudo um método para determinação das forças de restauração não hidrodinâmicas, que são uma das parcelas que compõem a equação de movimento do navio, apresentada na equação (1).

Nessa análise, verifica-se que a curva (força vs. deslocamento) obtida para o movimento do navio na direção transversal (*sway*) é muito próxima de um gráfico bilinear. Além disso, observa-se que, num modelo estático, uma disposição simétrica de linhas de amarração e defensas desacopla o *sway* dos outros dois modos de movimento horizontais – na realidade a soma das forças longitudinais nas linhas de amarração e a soma dos momentos com respeito ao centro de gravidade do navio nas linhas de amarração e defensas são iguais a zero para um arranjo simétrico.

Com isso, propõe-se um primeiro modelo dinâmico não linear com apenas um grau de liberdade e implementa-se uma integração numérica no tempo pelo método de Bathe para solução do sistema. Da análise desse modelo dinâmico, observam-se comportamentos semelhantes ao de osciladores bilineares e de osciladores de impacto, inclusive com soluções de equilíbrio coexistentes sob certas frequências de força de excitação.

O modelo dinâmico é então testado para diferentes frequências de excitação e os resultados são apresentados com o auxílio de seções de Poincaré e gráficos das trajetórias de fase. São também realizadas decomposições em séries de Fourier das respostas temporais do oscilador. Essas decomposições são feitas de modo a se obter as amplitudes das frequências dominantes dos resultados, e efetuar uma caracterização mais completa nos casos em que há soluções coexistentes. Por fim realizam-se mapeamentos das bacias de atração destes casos.

Vale ressaltar que esse primeiro estudo dinâmico proporciona informação para a inclusão dos outros modos de movimento horizontais (*surge* e *yaw*) e dados para avaliar a consistência dos fatores de amplificação dinâmicos utilizados em modelos estáticos. Esses assuntos, junto com uma série de outros questionamentos levantados (ex.: modelagem do atrito entre navio e defensas, condições de contorno para avaliação dos esforços hidrodinâmicos, análise de sistemas com amortecimento não proporcional...), são apresentados como temas para futuros estudos.

3. ANÁLISE LINEAR

O conjunto formado por navio, linhas de amarração e defensas é um sistema não linear cuja resposta é sensível à disposição de seus componentes. Por essa razão, existem procedimentos tais como as *Recomendaciones de Obras Marítimas* (ROM 2.0-11), da Espanha, que propõem simplificações para análise do sistema.

Inicialmente, elabora-se, uma análise estática linear baseada nas simplificações assumidas pelo Método 2, apresentado na ROM 2.0-11, para navios amarrados lateralmente). Para essa análise, a ROM 2.0-11 permite utilizar valores médios para os esforços, desacoplar os modos de movimento e, dependendo da direção de aplicação dos esforços ativos, desconsiderar certas linhas de amarração.

Na sequência, elabora-se uma análise dinâmica linear, assumindo que o navio não perca contato com as defensas. Para essa análise dinâmica, determinam-se os valores linearizados para a rigidez do sistema com relação aos modos de movimento horizontal (*surge*, *sway* e *yaw*) e define-se a matriz de massa do navio.

A partir das matrizes de massa e de rigidez, realiza-se uma primeira análise dinâmica sem considerar os esforços hidrodinâmicos a fim de se obterem as características do sistema livre.

Por fim, são considerados os esforços hidrodinâmicos, conforme apresentado em Oortmersen (1976), são calculados esforços dinâmicos de vento, e realiza-se uma análise do problema no domínio da frequência.

3.1. Estática Linear: Modelo da ROM 2.0-11

O modelo analítico para o problema de amarração na forma estática proposto pela ROM 2.0-11 é uma simplificação da natureza dinâmica do sistema do navio amarrado. Esse modelo estabelece as equações de equilíbrio estabelecendo que a componente estática horizontal das forças de restauração produzidas pelos sistemas de amarração e defensas se iguale à componente estática horizontal da resultante dos esforços ativos sobre o navio.

Considera-se que os esforços reativos são distribuídos pelos elementos que compõem os sistemas de amarração e de defensas. Essa distribuição é feita com base na configuração do sistema e nas propriedades mecânicas desses elementos. Conforme proposto pela ROM 2.0-11, a solução do sistema é obtida sem se considerar acoplamento entre os movimentos do navio. Nos casos em que o cais é

considerado rígido e os deslocamentos máximos do navio são pequenos, o procedimento propõe a formulação discutida a seguir.

3.1.1. Esforços nas linhas de amarração

As forças reativas nas linhas de amarração são calculadas conforme indicado a seguir:

$$Q_{m,i} = Q_{m,i,T} + Q_{m,i,L} + Q_{m,i,V} \quad (2)$$

$$Q_{m,i,T} = Q_{m,i} \sin \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i} = (k_{m,i} \Delta l_{m,i}) \sin \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i} \quad (3)$$

$$Q_{m,i,L} = Q_{m,i} \cos \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i} = (k_{m,i} \Delta l_{m,i}) \cos \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i} \quad (4)$$

$$Q_{m,i,V} = Q_{m,i} \sin \beta_{m,i} = (k_{m,i} \Delta l_{m,i}) \sin \beta_{m,i} \quad (5)$$

onde:

$\alpha_{m,i}$ é o ângulo que a projeção no plano horizontal da linha de amarração i forma com a linha paralela ao eixo longitudinal do navio no ponto de amarração;

$\beta_{m,i}$ é o ângulo que a linha de amarração i forma com o plano horizontal;

m indica que o elemento em análise é uma linha de amarração;

$k_{m,i}$ é a rigidez na direção da linha;

$\Delta l_{m,i}$ é o alongamento da linha;

T, L, e V são índices que indicam (respectivamente) as direções transversal, longitudinal e vertical, de modo que as componentes do incremento de carga estão relacionadas com os ângulos $\alpha_{m,i}$ e $\beta_{m,i}$, como ilustrado na Figura 3-1.

Figura 3-1 – Decomposição dos esforços de amarração. Direções transversal, longitudinal e vertical. Figura adaptada de ROM 2.0-11.

Destaca-se que os esforços nas linhas de amarração apresentam uma componente vertical, a qual não influencia a análise do equilíbrio nos dois modelos planos elaborados neste estudo. Apesar disso, dependendo do ângulo que a linha forma com o plano horizontal ($\beta_{m,i}$), a componente vertical é considerável, e deve ser incluída no cálculo da força de tração total para o correto dimensionamento dos componentes do sistema (tais como cabeços e linhas de amarração).

Em todos os modelos (estáticos e dinâmicos) utilizados, considerou-se que as linhas de amarração se estendem do cabeço de amarração (na estrutura de acostagem, ver Figura 3-3) até o calço de amarração (ver Figura 3-2 e Figura 3-4) no navio, sem incluir o trecho dos cabos no convés, entre os guinchos e os calços de amarração.

Figura 3-2 – Ilustração da posição dos calços de amarração no navio.
Figura adaptada de Gaythwaite (2014).

Figura 3-3 – Detalhe de cabeço de amarração.
Fonte: www.prosertek.com

Figura 3-4 – Detalhe de calço de amarração.
Fonte: www.nylacast.com

3.1.2. Esforços nas Defensas

Para as defensas, as forças reativas são decompostas em uma componente transversal e uma componente longitudinal, como indicado na Figura 3-5. Para o cálculo de cada componente, são utilizadas as seguintes relações:

$$Q_{f,j,T} = k_{f,j} \Delta h_{f,j} \quad (6)$$

$$Q_{f,j,L} = \mu_{f,i} Q_{f,j,T} = \mu_{f,j} k_{f,j} \Delta h_{f,j} \quad (7)$$

Figura 3-5 – Reações nas defensas.
Figura adaptada de ROM 2.0-11.

onde:

f indica que o elemento em análise é uma defesa;

$Q_{f,j,T}$ é o incremento de carga devido à compressão na defesa j , causada pela atuação dos esforços ativos sobre o navio amarrado;

$Q_{f,j,L}$ é o incremento de força de atrito na defesa devido à atuação dos esforços ativos sobre o navio amarrado;

$k_{f,j}$ é a rigidez da defesa;

$\Delta h_{f,j}$ é o deslocamento aplicado sobre a defesa;

$\mu_{f,j}$ é o coeficiente de atrito entre o casco do navio amarrado e a defesa.

O esforço reativo das defensas é aplicado sobre o casco do navio, de modo que foi necessário definir o contorno do navio nos modelos considerados (estático não linear e dinâmico) e determinar a altura no casco do navio em que ocorre o contato com as defensas, como exemplificado na Figura 3-6.

Figura 3-6 – Posição das defensas com relação ao casco do navio.
Figura adaptada de Gaythwaite (2014).

3.1.3. Sistema de Equações

O equilíbrio entre a resultante dos esforços reativos nas linhas de amarração e nas defensas e a resultante dos esforços ativos pode ser expresso considerando-se as componentes de cada esforço (nas direções longitudinal e transversal) e os momentos desses esforços em torno do eixo vertical que passa pelo centro de gravidade do navio. Resultam dessa maneira três equações para análise do equilíbrio no plano horizontal:

$$\sum_i Q_{m,i,T} + \sum_j Q_{f,j,T} = \sum_i [(k_{m,i} \Delta l_{m,i}) \sin \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i}] + \sum_j [k_{f,j} \Delta h_{f,j}] = \sum F_T \quad (8)$$

$$\sum_i Q_{m,i,L} + \sum_j Q_{f,j,L} = \sum_i [(k_{m,i} \Delta l_{m,i}) \cos \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i}] + \sum_j [\mu_{f,i} k_{f,j} \Delta h_{f,j}] = \sum F_L \quad (9)$$

$$\sum_i [Q_{m,i,T} a_{m,i}] + \sum_j [Q_{f,j,T} b_{f,j}] = \sum_i [(k_{m,i} \Delta l_{m,i}) \sin \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i} a_{m,i}] + \sum_j [k_{f,j} \Delta h_{f,j} b_{f,j}] = \sum M_{CG} \quad (10)$$

onde:

$\sum F_T$, $\sum F_L$ são as componentes da atuação dos esforços ativos na direção transversal, longitudinal e $\sum M_{CG}$ é o momento desses esforços em torno do eixo vertical que passa pelo centro de gravidade do navio;

$a_{m,i}$ e $b_{f,j}$ são, respectivamente, as distâncias longitudinais medidas a partir do plano transversal que passa pelo centro de gravidade até os pontos de amarração i no navio e as defensas j ;

Na Figura 3-7 são indicados os esforços resultantes das forças ativas aplicadas sobre o centro de gravidade do navio e as componentes das forças reativas da linha de amarração 2 e da defesa 9.

Geometria

Figura 3-7 – Esforços ativos no Cg e esforços reativos na linha 2 e na defesa 9.
Fonte: autor.

Vale ressaltar que os esforços nas defensas têm sentido contrário aos esforços nas linhas de amarração.

Observa-se que a formulação da ROM 2.0-11 não considera momentos devido às componentes longitudinais. Espera-se que, para um arranjo simétrico de linhas de amarração com traveses e lançantes nas extremidades do navio (ver Figura 3-9), o braço de alavanca e a direção dessas linhas proporcionem a maior parte da rigidez à rotação. Dessa forma, o equilíbrio de momentos do sistema é definido principalmente pelas componentes transversais das forças exercidas por esses elementos. Apesar disso, conforme será verificado na análise estática não linear, as contribuições dos esforços longitudinais para o momento total podem ser significativas em certos cenários (como será observado na Tabela 4-8).

3.1.4. Simplificações Permitidas pela ROM

De acordo com a ROM 2.0-11, são permitidas algumas simplificações para distribuição das componentes estáticas da resultante horizontal das forças externas. Essas simplificações serão utilizadas para uma primeira estimativa de cálculo.

Neste primeiro estudo, procura-se estimar o maior esforço de tração nas linhas de amarração. Com isso, será aplicado o Método 2 da ROM 2.0-11 (parágrafo 4.6.4.4.7.1.3. Modelos matemáticos – a.21) no caso em que os esforços aplicados afastam o navio da obra de acostagem, ou seja, as defensas não estão incluídas nas equações de equilíbrio.

Além de não incluir as defensas, o procedimento permite considerar que a resultante no sentido longitudinal do navio é resistida unicamente pelos *springs* e que a componente transversal e o momento em torno do eixo vertical passando pelo centro de gravidade do navio são resistidos unicamente pelos traveses de popa e proa e pelos lançantes.

Considera-se também que todas as linhas de amarração de mesmo tipo (*springs*, lançantes/traveses de proa, ou lançantes/traveses de popa) recebem o mesmo valor absoluto de incremento de carga devido a cada componente da resultante de forças externas, independentemente de sua posição e inclinação.

Por exemplo, com essa simplificação, todos os lançantes e traveses localizados da metade do navio até a popa apresentarão a mesma força de tração para uma dada combinação de esforço transversal e momento.

Para que essa última hipótese seja verdadeira, é essencial que as linhas de amarração tenham características geométricas e resistentes idênticas.

Dessa maneira, o alongamento/encurtamento de cada *spring* é considerado igual ao de todos outros e, simplificando o sistema geral de equações, obtém-se a variação de carga nos *springs* $Q_{m[spring]}$ com a seguinte formulação:

$$Q_{m[spring]} = \frac{\sum F_L}{\sum_i (|\cos \alpha_{m,i}| \cos \beta_{m,i})} \quad (11)$$

sendo i o índice referente aos *springs* que se mantêm tracionados.

A aplicação das hipóteses de cálculo do Método 2 também permite considerar que os alongamentos dos lançantes/traveses de proa e popa devido à componente transversal da resultante de forças externas sejam idênticos. Além disso, o valor absoluto do alongamento/encurtamento dos lançantes/traveses devido ao momento em torno do eixo vertical é, também, idêntico em cada um deles sempre que a disposição de linhas de amarração seja simétrica com relação ao centro geométrico do navio. Com isso, a formulação dos esforços das linhas de amarração se simplifica:

$$Q_{m[través/lançante]} = \sum F_T \frac{1}{\sum_s (|\sin \alpha_{m,s}| \cos \beta_{m,s})} \pm \sum M_{CG} \frac{1}{\sum_s (a_{m,s} |\sin \alpha_{m,s}| \cos \beta_{m,s})} \quad (12)$$

sendo s o índice referente aos traveses e lançantes de proa e popa que se mantêm tracionados. O sinal $\pm$ indica que o esforço de tração na linha de amarração deve aumentar se o momento aplicado (M_{CG}) causar um alongamento da linha, e diminuir se o momento externo causar um encurtamento.

Destaca-se que, na geometria a ser analisada, os comprimentos dos traveses são menores que os comprimentos dos lançantes, o que leva a uma diferença de rigidez. Esse fato não é considerado na elaboração do modelo do Método 2.

3.1.5. Dados do Modelo

Para aplicação do modelo de esforços de amarração, considerou-se um navio-petroleiro a plena carga, cujas características são apresentadas na Tabela 3-1 e na Figura 3-8.

Tabela 3-1 – Características do navio tipo.

Áreas emersas e submersas definidas para condição a plena carga conforme especificado em ROM 2.0-11 e ROM 3.1-99. As outras características do navio foram tomadas com base no navio-tipo utilizado em Oortmersen (1976).

Navio Tipo		Deslocamento do navio ($\Delta_{\max}$)	235000t
Comprimento Total (L_{OA})	330m	Área Emersa Transv. (A_{Te})	1444m ²
Comprimento entre Perpendiculares (L_{BP})	310m	Área Emersa Longit. (A_{Le})	4030m ²
Boca (B)	47,2m	Área Submersa Transv. (A_{Ts})	892m ²
Calado do navio em lastro (D_l)	7,5m	Área Submersa Longit. (A_{Ls})	5859m ²
Calado máximo do navio ($D_{\max}$)	18,9m	Área Molhada Transv. (A_{Tfs})	16416m ²
Pontal (T)	28,5m	Área Molhada Longit. (A_{Lfs})	26350m ²

Figura 3-8 – Dimensões características do navio.
Figura adaptada do catálogo da Trelleborg.

As posições das extremidades das linhas de amarração e os parâmetros geométricos do cais necessários para a análise do sistema são apresentados na Tabela 3-2.

Tabela 3-2 – Geometria do cais e disposição dos cabeços e defensas.
Fonte: autor.

Cota de nível do cais (z_{cais})	3,40m
Profundidade (h)	22,70m
Cota de nível da amarração nos cabeços (z_b)	4,05m
Dimensão defesa + painel (L_f)	1,70m
Espaçamento entre defensas (s_f)	24,00m
Espaçamento entre cabeços (s_b)	24,00m

Destaca-se que foi utilizada uma razão entre profundidade da água e calado do navio igual a 1,2. De acordo com as informações da OCIMF (2008) para petroleiros,

essa razão é tipicamente 1,1 quando o navio está carregado e 3,0 quando o navio está em lastro (isto é, na situação em que o navio não tem carga a bordo).

Tabela 3-3 – Disposição das linhas de amarração.

Situação adotada para aplicação do Método 2 da ROM 2.0-11. Neste caso, o centro de gravidade do navio foi posicionado no ponto $x = 0,0\text{m}$ $y = 25,30\text{m}$, e considerou-se que o navio está alinhado com a linha de atracação, ou seja, $\theta = 0,0$ rad. Coordenadas em metro. Fonte: autor.

Tipo	Cabeço	x_B (m)	y_B (m)	z_B (m)	x_n (m)	y_n (m)	z_n (m)
Lançante	B0	-180	-2,00	4,05	-155,0	25,30	9,60
Través	B1	-156	-2,00	4,05	-155,0	25,30	9,60
Spring	B2	-48	-2,00	4,05	-80,0	1,70	9,60
Spring	B3	48	-2,00	4,05	80,0	1,70	9,60
Través	B4	156	-2,00	4,05	155,0	25,30	9,60
Lançante	B5	180	-2,00	4,05	155,0	25,30	9,60

Figura 3-9 – Geometria esquemática do modelo (em planta).

Fonte: autor.

Os cabeços do modelo foram numerados de B0 a B5 conforme indicado na Figura 3-9; e o sentido positivo dos esforços ativos foi corrigido para estar em conformidade com as figuras da ROM 2.0-11. Dessa maneira, ao comparar a Figura 3-9 com as ilustrações do procedimento espanhol, verifica-se que a direção de incidência dos agentes ambientais (vento e corrente) e a geometria do navio estão giradas de 180° . Por isso, a direção dos esforços ativos resultantes também foi girada.

Destaca-se também que, na convenção de sinais usada na ROM 2.0-11, os ângulos aumentam no sentido horário (a partir do eixo longitudinal do navio), enquanto que na convenção da “regra da mão direita” os ângulos aumentam no sentido anti-horário. Somente para o cálculo dos esforços de vento e corrente utilizou-se a convenção da ROM 2.0-11.

3.1.6. Esforços Estáticos de Vento

A resultante dos esforços de vento foi considerada como uma força horizontal de arrasto e um momento aplicados no centro de gravidade do navio. Para a velocidade, foi adotada a recomendação de OCIMF (2008), que sugere uma velocidade do vento (V_{VT}) de 60 nós (31 m/s) na direção mais desfavorável. Os parâmetros utilizados e os esforços (apresentados na Figura 3-10) foram determinados com base na ROM 2.0-11, para a qual são válidas as seguintes relações:

Figura 3-10 – Esforços de vento aplicados sobre o centro de gravidade do navio.
Fonte: ROM 2.0-11.

$$F_V(\alpha_V) = \frac{\rho_a}{2} V_{VT}^2 \frac{C_{DVL}(\alpha_V) A_{Te} \cos^2 \alpha_V + C_{DVT}(\alpha_V) A_{Le} \sin^2 \alpha_V}{\cos(\phi - \alpha_V)} \quad (13)$$

$$F_{VL}(\alpha_V) = F_V(\alpha_V) \cos \phi \quad (14)$$

$$F_{VT}(\alpha_V) = F_V(\alpha_V) \sin \phi \quad (15)$$

$$M_{CG,V}(\phi) = F_{VT}(\alpha_V) e_V(\alpha_V) = F_{VT}(\alpha_V) K_{Ve}(\alpha_V) L \quad (16)$$

$$\phi = \arctg[(A_{Le}/A_{Te}) \tan \alpha_V] \quad (17)$$

onde:

A_{Te} é a área transversal emersa do navio, e A_{Le} é a área longitudinal emersa

F_V é a força de arrasto resultante da ação do vento para um ângulo α_V de incidência medido a partir do eixo longitudinal do navio;

ϕ é o ângulo formado entre o eixo longitudinal do navio e a direção da força de arrasto resultante;

F_{VL} é a componente da força de arrasto no sentido longitudinal;

F_{VT} é a componente da força de arrasto no sentido transversal;

$M_{CG,V}$ é o momento resultante referente ao eixo vertical que passa pelo centro de gravidade do navio;

ρ_a é a densidade do ar, considerada igual a 1,23 kg/m³;

C_{DVL} é o fator adimensional de arrasto para o vento atuando sobre o navio na direção de seu eixo longitudinal;

C_{DVT} é o fator adimensional de arrasto para o vento atuando sobre o navio na direção transversal;

e_v é a excentricidade da força de arrasto resultante da ação do vento;

$K_{ve} = e_v/L$ é o coeficiente adimensional de excentricidade;

V_{VT} é a velocidade horizontal máxima provável do vento.

Destaca-se que, exceto nos casos em que o vento está alinhado com o eixo longitudinal, ou com o eixo transversal, o ângulo que a força resultante forma com o navio não é igual ao ângulo de incidência do vento.

Na Tabela 3-4 são apresentados os esforços utilizados na análise estática do caso em estudo. Foram considerados alguns casos, a título de exemplo, para ângulos de incidência (α_v) entre 0 e 90 graus:

Tabela 3-4 – Esforços de vento para $V_{VT} = 31\text{m/s}$.
Fonte: autor.

α_v (°)	C_{DVL}	C_{DVT}	K_{ve}	ϕ	F_V (kN)	F_{VL} (kN)	F_{VT} (kN)	$M_{CG,V}$ (kN.m)
0	0,90	1,00	0,00	0,0	768,3	768,3	0,0	0,0
10	0,89	1,00	-0,03	26,2	841,1	754,7	371,3	-4084
90	0,80	1,00	-0,16	90,0	2381,8	0,00	2381,8	-125759

3.1.7. Esforços Estáticos de Corrente

De acordo com a ROM 2.0-11, os esforços de corrente possuem uma componente devido à pressão hidrodinâmica e uma componente devido aos efeitos viscosos que ocorrem entre o fluido e o navio. A seguir são apresentadas as formulações para os esforços estáticos de pressão (Figura 3-11) e dos efeitos viscosos (Figura 3-12).

Figura 3-11 – Esforços de corrente devido às pressões.
Fonte: ROM 2.0-11.

$$F_C(\alpha_C) = \frac{\rho_w}{2} V_C^2 \frac{C_{DCL}(\alpha_C) A_{Ts} \cos^2 \alpha_C + C_{DCT}(\alpha_C) A_{Ls} \sin^2 \alpha_C}{\cos(\phi - \alpha_C)} \quad (18)$$

$$F_{CL}(\alpha_C) = F_C(\alpha_C) \cos \phi \quad (19)$$

$$F_{CT}(\alpha_C) = F_C(\alpha_C) \sin \phi \quad (20)$$

$$M_{CG,C}(\phi) = F_{CT}(\alpha_C) e_C(\alpha_C) = F_{CT}(\alpha_C) K_{Ce}(\alpha_C) L \quad (21)$$

$$\phi = \arctg[(A_{Ls}/A_{Ts}) \tg(\alpha_C)] \quad (22)$$

onde:

A_{Ts} é a área transversal submersa do navio e A_{Ls} é a área longitudinal submersa do navio;

F_C é a força resultante das pressões para um ângulo α_C de incidência, medido a partir do eixo longitudinal do navio;

ϕ é o ângulo formado entre o eixo longitudinal do navio e a direção da força resultante;

F_{CL} é a componente da força resultante das pressões no sentido longitudinal;

F_{CT} é a componente da força resultante das pressões no sentido transversal;

$M_{CG,C}$ é o momento resultante referente ao eixo vertical que passa pelo centro de gravidade do navio;

ρ_w é a densidade da água considerada igual a 1025 kg/m^3 ;

C_{DCL} é o fator adimensional de forma para a corrente atuando sobre o navio na direção de seu eixo longitudinal. No estudo considerado, adotou-se o valor de $C_{DCL} = 0,6$;

C_{DCT} é o fator adimensional de forma para a corrente atuando sobre o navio na direção transversal. Para a relação de profundidade da água (h) e calado do navio (D): $h/D = 1,2$, adotou-se o valor de $C_{DCT} = 5,5$;

e_c é a excentricidade da força resultante das pressões devido à ação da corrente;

$K_{Ce} = e_c/L$ é o coeficiente adimensional de excentricidade;

V_C é a velocidade horizontal máxima provável da corrente;

Figura 3-12 – Esforços de corrente devido aos efeitos viscosos.
Fonte: ROM 2.0-11.

$$F_{CfL}(\alpha_c) = \frac{\rho_w}{2} V_C^2 C_{fc} A_{Lfs} \cos^2 \alpha_c \quad (23)$$

$$F_{CfT}(\alpha_c) = \frac{\rho_w}{2} V_C^2 C_{fc} A_{Tfs} \sin^2 \alpha_c \quad (24)$$

$$\phi = \arctg[(A_{Lfs}/A_{Tfs}) \tan^2(\alpha_c)] \quad (25)$$

onde:

A_{Tfs} é a área molhada transversal e A_{Lfs} é a área molhada longitudinal;

F_{Cf} é a força resultante dos efeitos viscosos para um ângulo α_c de incidência, medido a partir do eixo longitudinal do navio;

ϕ é o ângulo formado entre o eixo longitudinal do navio e a direção da força resultante;

F_{CfL} é a componente da força resultante dos efeitos viscosos no sentido longitudinal;

F_{CT} é a componente da força resultante dos efeitos viscosos no sentido transversal; C_{fC} é o coeficiente adimensional de atrito para a corrente, que depende do número de Reynolds e da rugosidade da superfície. Neste estudo, adotou-se o valor de $C_{fC} = 0,004$.

Conforme explicado em OCIMF (2008), os terminais, em sua maioria, são orientados mais ou menos paralelamente à direção da corrente, minimizando dessa maneira os esforços gerados. Contudo, mesmo um ângulo de incidência pequeno (por ex.: 5°) com relação ao eixo longitudinal do navio deve ser considerado, pois esse desalinhamento pode gerar esforços significativos na direção transversal. Seguindo as recomendações de OCIMF (2008), foram considerados três casos para os esforços gerados pela ação da corrente:

- Corrente longitudinal ($\alpha_c = 0^\circ$) com velocidade (V_c) igual a 3 nós (1,54 m/s);
- Ângulo de incidência $\alpha_c = 10^\circ$ com velocidade (V_c) igual a 2 nós (1,03 m/s);
- Velocidade igual a $\frac{3}{4}$ de nó (0,39 m/s) na direção da máxima força resultante que pode ser gerada.

Na Tabela 3-5 são apresentados os esforços devidos às pressões hidrodinâmicas utilizados na análise estática do caso em estudo

Tabela 3-5 – Esforços de pressão devido à corrente.
Fonte: autor.

α_c (°)	V_c (m/s)	K_{ce}	ϕ	F_C (kN)	F_{CL} (kN)	F_{CT} (kN)	$M_{CG,C}$ (kN.m)
0	1,54	0,00	0,0	650,6	650,6	0,0	0,0
10	1,03	0,06	49,2	1045,8	683,5	791,5	15673
90	0,39	0,00	90,0	2511,9	0,0	2511,9	0,0

Na Tabela 3-6 são apresentados os esforços devidos aos efeitos viscosos utilizados na análise estática do caso em estudo:

Tabela 3-6 – Esforços de efeitos viscosos devido à corrente.
Fonte: autor.

α_c (°)	V_c (m/s)	F_{Cf} (kN)	F_{CfL} (kN)	F_{CfT} (kN)
0	1,54	128,1	128,1	0,0
10	1,03	55,6	55,6	1,1
90	0,39	5,1	0,0	5,1

3.1.8. Resultantes de Esforços Estáticos Ativos

Os esforços ativos resultantes utilizados nos modelos foram obtidos a partir de combinações dos diferentes ângulos de incidência do vento com os esforços de corrente transversal ou longitudinal. Os resultados foram organizados em três tabelas, cada uma correspondendo a um caso de ângulo de incidência da corrente e apresentando distintos ângulos de incidência do vento em cada linha.

Tabela 3-7 – Esforços estáticos ativos 1 – vento com corrente longitudinal.
 $V_C = 1,54$ m/s. Fonte: autor.

α_c (°)	α_v (°)	F_L (kN)	F_T (kN)	M_{CG} (kN.m)
0	0	1546,93	0,00	0
0	10	1533,37	371,31	-4084
0	90	778,67	2381,79	-125759

Tabela 3-8 – Esforços estáticos ativos 2 – vento com corrente a 10°.
 $V_C = 1,03$ m/s. Fonte: autor.

α_c (°)	α_v (°)	F_L (kN)	F_T (kN)	M_{CG} (kN.m)
10	0	1507,33	792,62	15672
10	10	1493,77	1163,93	11588
10	90	739,08	3174,41	-110086

Tabela 3-9 – Esforços estáticos ativos 3 – vento com corrente transversal.
 $V_C = 0,39$ m/s. Fonte: autor.

α_c (°)	α_v (°)	F_L (kN)	F_T (kN)	M_{CG} (kN.m)
90	0	768,25	2517,06	0
90	10	754,70	2888,37	-4084
90	90	0,00	4898,85	-125759

Destaca-se que, para ângulos de incidência de corrente de 0 e 90 graus, o momento ativo é causado somente pelo vento, por isso a coluna de momento ativo resultante da Tabela 3-7 é igual à da Tabela 3-9.

Além disso, as resultantes apresentadas nas tabelas acima são para os valores médios dos esforços de vento e corrente. Para considerar a variação desses esforços, adotou-se um fator de amplificação dinâmica $\gamma_D = 1,5$, cujo valor será discutido na análise dinâmica (item 3.2).

3.1.9. Resultados do Modelo Estático Linear (Método 2 da ROM 2.0-11)

De acordo com a formulação apresentada na equação (12), obtiveram-se os esforços reativos nas linhas de amarração para cada caso de esforço ativo. De maneira análoga à organização da Tabela 3-7 à Tabela 3-9, os resultados foram agrupados para cada caso de ângulo de incidência da corrente.

Na sequência, apresentam-se os esforços obtidos para cada caso, em cada linha de amarração. Destaca-se que, nessas tabelas, cada linha de amarração está identificada pelo cabeço ao qual está conectada, conforme a disposição apresentada na Figura 3-9.

Tabela 3-10 – Caso 1: corrente longitudinal ($\alpha_c = 0^\circ$).
Tração nas linhas de amarração em cada cabeço (esforços em kN). Fonte: autor.

$\alpha_v (^\circ)$	B0	B1	B2	B3	B4	B5
0	0,00	0,00	2370,26	0,00	0,00	0,00
10	174,55	174,55	2349,49	0,00	151,42	151,42
90	1401,59	1401,59	1193,11	0,00	689,33	689,33

Tabela 3-11 – Caso 2: corrente com direção $\alpha_c = 10^\circ$.
Tração nas linhas de amarração em cada cabeço (esforços em kN). Fonte: autor.

$\alpha_v (^\circ)$	B0	B1	B2	B3	B4	B5
0	303,53	303,53	2309,59	0,00	392,30	392,30
10	478,08	478,08	2288,82	0,00	543,71	543,71
90	1705,12	1705,12	1132,44	0,00	1081,63	1081,63

Tabela 3-12 – Caso 3: corrente transversal ($\alpha_c = 90^\circ$).
Tração nas linhas de amarração em cada cabeço (esforços em kN). Fonte: autor.

$\alpha_v (^\circ)$	B0	B1	B2	B3	B4	B5
0	1104,84	1104,84	1177,15	0,00	1104,84	1104,84
10	1279,39	1279,39	1156,38	0,00	1256,25	1256,25
90	2506,43	2506,43	0,00	0,00	1794,17	1794,17

Observa-se que, em todos os casos analisados, o esforço em B3 é nulo. De fato, para que haja esforço em B3, é necessário que os ângulos de incidência de vento e/ou corrente sejam maiores que 90° , de modo que o esforço ativo resultante esteja direcionado para a proa do navio.

Considerando, também, a configuração de linhas de amarração adotada (ver Figura 3-9), ao aplicar o método 2 da ROM 2.0-11, ocorre que:

- Se o esforço em B3 é maior que zero, o esforço em B2 é nulo;
- Se o esforço em B2 é maior que zero, o esforço em B3 é nulo.

3.1.10. Considerações sobre o Modelo Estático Linear

A partir dos resultados do modelo simplificado, observa-se que o desacoplamento dos modos horizontais de movimento do navio impede que o equilíbrio global seja satisfeito pelo somatório dos esforços de tração calculados nas linhas de amarração.

Por exemplo, na Tabela 3-10 ($\alpha_c = 0^\circ$), para o ângulo de 0° (incidência do vento), a resultante horizontal externa, na direção x, é 1546,93kN. Essa força é equilibrada pelo esforço na linha de amarração do cabeço B2, conforme demonstrado no cálculo abaixo:

$$(R_{B2}/\gamma_D) \cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{2370,23}{1,5} \cos(6,60^\circ) \cos(9,78^\circ) = 1546,93\text{kN} \quad (26)$$

sendo:

R_{B2} a força de tração na linha de amarração;

γ_D o fator de amplificação dinâmica;

α o ângulo que a projeção horizontal da linha com o eixo longitudinal do navio;

β o ângulo que a linha de amarração forma com o plano horizontal.

Não há outros elementos tracionados além da linha conectada ao cabeço B2, de modo que a componente na direção y dessa linha de amarração não é equilibrada por nenhum elemento e o equilíbrio global não se satisfaz. Apesar disso, a ROM considera que o desacoplamento é uma simplificação aceitável.

O modelo simplificado também não considera que o sistema possa sofrer grandes deslocamentos e apresentar efeitos relacionados à não-linearidade geométrica. De fato, somente a partir de um modelo não linear, será possível determinar se os esforços de amarração são sensíveis aos deslocamentos (transversal e longitudinal) do navio e à rotação deste em torno do eixo vertical.

Por fim, destaca-se que o modelo simplificado não considera a contribuição das defensas nem a existência de pré-tensão nas linhas de amarração. Esses dois fatores

têm influência sobre as reações nas linhas e sobre os deslocamentos obtidos no modelo estático não linear.

Linhas de Amarração e Defensas Adotadas

Com base nos resultados do modelo simplificado da ROM 2.0-11, estimou-se o diâmetro das linhas de amarração para o modelo. Considerando linhas do tipo Dyneema UHMWPE SK75 (*Ultra High Modulus Polyethylene*) do catálogo da Survitec, adotou-se um diâmetro de 92 mm. Vale ressaltar que o diâmetro considerado das linhas de amarração foi adotado a fim de se manter o arranjo de seis linhas conforme apresentado na Figura 1-5 e, com isso, simplificar os cálculos.

Apesar de existirem, no catálogo da Survitec, diâmetros de linhas de amarração maiores que 80 mm (limite indicado por OCIMF – 2008), é possível que seja mais adequado utilizar um número maior linhas, com diâmetros menores, posto que estas são mais fáceis de manusear. Esse cenário, porém, não será considerado neste estudo.

A linha de amarração adotada apresenta um *minimum breaking load* (MBL) de 5672kN (578,34tf), e uma força máxima admissível (*safe working load* – SWL) de 2836kN – fator de segurança FS = 2,0 conforme OCIMF (2008).

De acordo com o catálogo, essas linhas de amarração apresentam um alongamento entre 4% e 5% na ruptura (MBL), e têm uma massa específica média de 0,97t/m³.

O produto de rigidez de cada linha (EA, ou kL_0) foi determinado a partir da força de sua ruptura (*minimum breaking load* – MBL) e da deformação (ϵ_u) correspondente:

$$kL_0 = MBL/\epsilon_u.$$

Com relação às defensas adotou-se o tipo ‘Super Cone Fender’ SCN 1300 – E3.1, a qual (nos gráficos da Figura 4-2) apresenta uma reação de R = 2107kN e uma energia de deformação de E = 1463 kN.m (valores correspondentes a 100% da reação e 100% da energia), conforme as informações obtidas no catálogo da Trelleborg.

3.2. Dinâmica Linear

Na sequência, elaborase um modelo dinâmico linear. Para isso, é necessário definir os parâmetros considerados na equação de movimento do navio de forma análoga aos apresentados na equação de movimento do navio (1). Para esta análise linear são definidos:

- Matriz de massa e inércia do navio;
- Matriz de rigidez dos sistemas de amarração e defensas;
- Matriz de massa adicional;
- Matriz de amortecimento hidrodinâmico;
- Vetor de forças (ativas) de excitação.

Tomando-se todos esses parâmetros, é possível realizar uma análise no domínio da frequência, que apesar de não ser suficiente para representar adequadamente o comportamento do sistema sob ação de efeitos não lineares, possibilita uma compreensão inicial sobre o seu comportamento dinâmico.

3.2.1. Matriz de massa e inércia do navio

Os valores de inércia para os modos de *surge* e *sway* são obtidos a partir do volume de água deslocado a plena carga ($\Delta_{\max}$). Contudo, no caso do momento de inércia relacionado com o *yaw*, é necessário considerar a distribuição da massa do navio carregado, a qual depende da geometria do navio e também do arranjo de seus compartimentos.

Um exemplo de arranjo é apresentado na Figura 3-13: para o navio-tipo ilustrado, a ponte de comando, o alojamento da tripulação, a casa das máquinas, os geradores, o sistema de propulsão, o aparelho de governo e as bombas estão localizados na popa. A porção central do navio é ocupada pelos compartimentos de carga e pelos tanques de lastro, enquanto que a proa contém espaços adicionais de armazenamento. No convés são localizados equipamentos como os *manifolds* (interface do sistema de carga e descarga do navio – conexões de tubulações e válvulas de controle), os guinchos de amarração e a iluminação.

Figura 3-13 – Seção longitudinal do arranjo do navio.

Figura adaptada de ENGP (2010).

Adicionalmente, como apresentado na Figura 3-14, o navio-tipo adotado possui um casco duplo, como uma forma de proteção adicional contra vazamentos no caso de ocorrerem danos ao casco. Esse espaço existente no casco duplo é aproveitado com tanques de armazenamento de água de lastro.

Figura 3-14 – Seção transversal do arranjo do navio (detalhe para o casco duplo).

Figura adaptada de ENGP (2010).

Tendo em vista a distribuição de massas no navio, o momento de inércia devido ao yaw pode ser calculado como:

$$I_{zz} = \sum_n [m_n (x_n^2 + y_n^2)] + \sum_n I_{z,n} \quad (27)$$

onde:

m_n é a massa do n-ésimo elemento;

x_n é a sua distância longitudinal até o centro de gravidade do navio;

y_n é a sua distância transversal até o centro de gravidade do navio;

$I_{z,n}$ é o momento de inércia do n-ésimo elemento em torno do eixo vertical que passa pelo seu centro de gravidade.

É também comum expressar a distribuição de massas de um navio na forma de um raio de giração, cujo valor é calculado da seguinte forma:

$$k_{zz} = \sqrt{g \cdot I_{zz} / \Delta} \quad (28)$$

onde Δ é o deslocamento do navio (massa de água deslocada) para uma dada condição de carregamento e g é a aceleração da gravidade.

De fato, não é sempre que há disponibilidade de informação de todos os componentes de um navio e suas posições, posto que, para isso, é necessário um projeto detalhado do navio. Contudo, é possível utilizar valores comuns de raios de giração para o navio tipo para se obter uma estimativa do seu momento de inércia. O valor do raio de giração utilizado neste trabalho ($k_{zz} = 79,3\text{m}$ – para navio a plena carga) foi obtido em Kat e Winchers (1991) e, a partir dele, foi calculado o seguinte momento de inércia em relação ao *yaw*:

$$I_{zz} = \frac{\Delta}{g} k_{zz}^2 = \frac{235000000}{9,8066} \cdot 79,3^2 = 1,507 \cdot 10^{11} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (29)$$

Finalmente, obtém-se a matriz de Inércia do navio:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,35 \cdot 10^8 & 0 & 0 \\ 0 & 2,35 \cdot 10^8 & 0 \\ 0 & 0 & 1,507 \cdot 10^{11} \end{bmatrix} \quad (30)$$

3.2.2. Matriz de Rigidez Linearizada

Uma estimativa dos coeficientes da rigidez do sistema de navio amarrado pode ser feita a partir da formulação apresentada a seguir. Para a rigidez transversal, considerando-se um deslocamento de 10^{-3}m nesta direção:

$$K_T = \sum_i k_{m,i} (\sin \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i})^2 + \sum_j k_{f,j} = \sum_i k_{m,i} v_{yi}^2 + \sum_j k_{f,j} \quad (31)$$

sendo:

v_{yi} é a componente do vetor unitário que indica a direção da linha de amarração i na direção transversal;

$k_{m,i}$ a rigidez da linha de amarração i ;

$\alpha_{m,i}$ o ângulo que a projeção horizontal da linha i com o eixo longitudinal do navio;

$\beta_{m,i}$ o ângulo que a linha de amarração i forma com o plano horizontal;

$k_{f,j}$ a rigidez da defesa j

Considerando a disposição das linhas de amarração apresentada na Tabela 3-3, obtêm-se as contribuições de cada elemento conforme a Tabela 3-13:

Tabela 3-13 – Contribuição de cada linha para a rigidez transversal total.
Fonte: autor.

	$k_{m,i}$ (kN/m)	v_{yi} (-)	$k_{m,i}v_{yi}^2$ (kN/m)
Linha 0	3367,10	0,729	1791,08
Linha 1	4521,19	0,979	4336,16
Linha 2	3855,70	0,113	49,40
Linha 3	3855,70	0,113	49,40
Linha 4	4521,19	0,979	4336,16
Linha 5	3367,10	0,729	1791,08
Total			12353,28

Incluindo a rigidez das sete defensas que estão em contato com o navio, temos o valor da rigidez transversal do sistema para a configuração inicial (coordenadas do centro de gravidade: $x = 0,00\text{m}$, $y = 25,30\text{m}$):

$$\sum_i k_{m,i} (\sin \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i})^2 = 12353,28 \text{kN/m} \quad (32)$$

$$\sum_j k_{f,j} = 7(6077,88) = 42545,16 \text{kN/m} \quad (33)$$

$$K_T = 12353,28 + 42545,19 = 54898,44 \text{kN/m} \quad (34)$$

Analogamente, uma estimativa dos coeficientes da rigidez longitudinal do sistema de navio amarrado poder ser feita a partir da seguinte formulação, considerando-se um deslocamento de 10^{-3}m nesta direção:

$$K_L = \sum_i k_{m,i} (\cos \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i})^2 = \sum_i k_{m,i} v_{xi}^2 \quad (35)$$

sendo:

v_{xi} é a componente do vetor unitário que indica a direção da linha de amarração i na direção longitudinal;

As contribuições de cada linha de amarração são dadas na Tabela 3-14:

Tabela 3-14 – Contribuição de cada linha para a rigidez longitudinal total.
Fonte: autor.

	$k_{m,i}$ (kN/m)	v_{xi} (-)	$k_{m,i}v_{xi}^2$ (kN/m)
Linha 0	3367,10	0,668	1502,00
Linha 1	4521,19	0,036	5,82
Linha 2	3855,70	-0,979	3695,15
Linha 3	3855,70	0,979	3695,15
Linha 4	4521,19	-0,036	5,82
Linha 5	3367,10	-0,668	1502,00
Total			10405,93

Para a cálculo da contribuição das defensas e das linhas de amarração para rigidez relacionada com o yaw, considerou-se uma rotação de 10^{-6} rad. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3-15:

Tabela 3-15 – Contribuição de cada elemento para a rigidez rotacional total.
Fonte: autor.

	Alongamento (m)	Força (kN)	Braço (m)	k_{zz} (kN.m/rad)
Linha 0	$-1,55 \cdot 10^{-4}$	-521,90	-114,40	58999511
Linha 1	$-1,55 \cdot 10^{-4}$	-700,78	-154,93	106375718
Linha 2	$-8,34 \cdot 10^{-5}$	-321,60	-32,63	10342197
Linha 3	$8,34 \cdot 10^{-5}$	321,60	32,63	10342197
Linha 4	$1,55 \cdot 10^{-4}$	700,78	154,93	106375718
Linha 5	$1,55 \cdot 10^{-4}$	521,90	114,40	58999511
Defensa 0	$-7,20 \cdot 10^{-5}$	-437,61	-72,00	31507735
Defensa 1	$-4,80 \cdot 10^{-5}$	-291,74	-48,00	14003439
Defensa 2	$-2,40 \cdot 10^{-5}$	-145,87	-24,00	3500861
Defensa 3	0,00	0,00	0,00	0
Defensa 4	$2,40 \cdot 10^{-5}$	145,87	24,00	3500857
Defensa 5	$4,80 \cdot 10^{-5}$	291,74	48,00	14003432
Defensa 6	$7,20 \cdot 10^{-5}$	437,61	72,00	31507725
Total				449458901

Existe, por fim o acoplamento entre os modos de surge e yaw. O coeficiente de rigidez, nesse caso, foi calculado a partir do momento gerado devido a um deslocamento longitudinal de 10^{-3} m:

Tabela 3-16 – Contribuição de cada linha para o acoplamento *surge/yaw*.
Fonte: autor.

	Alongamento (m)	Força (kN)	Braço (m)	k_{zx} (kN.m/m)
Linha 0	0,6752	2273334	114,38	256995
Linha 1	0,0538	243046	154,93	36893
Linha 2	-0,9783	-3772040	32,66	-121304
Linha 3	0,9796	3776956	32,64	-121462
Linha 4	-0,0179	-81120	154,93	12314
Linha 5	-0,6604	-2223496	114,43	251361
Total				314796

Consequentemente, a matriz de rigidez linearizada é dada por:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 10405,93 & 0 & -314796 \\ 0 & 54898,44 & 0 \\ -314796 & 0 & 449458901 \end{bmatrix} \quad (36)$$

3.3. Análise da Oscilação Livre

Destaca-se que, nesta primeira análise de oscilação livre não amortecida, não se consideraram as forças hidrodinâmicas na matriz de inércia, pois essas dependem da frequência de excitação, além de fazer acoplamento entre os modos de movimento de *yaw* e *sway*. Uma análise que considera a matriz de rigidez linearizada em conjunto com a massa adicional e o amortecimento hidrodinâmico será realizada posteriormente.

Procura-se a solução de:

$$|\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{I}| = 0 \quad (37)$$

e como:

$$\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 4,4281 \cdot 10^{-2} & 0 & -1,3396 \\ 0 & 2,3361 \cdot 10^{-1} & 0 \\ 2,0890 \cdot 10^{-3} & 0 & 2,9826 \end{bmatrix} \quad (38)$$

obtêm-se os seguintes autovalores e autovetores:

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= 0,0433(\text{rad/s})^2 & \omega_2^2 &= 0,2336(\text{rad/s})^2 & \omega_3^2 &= 2,9835(\text{rad/s})^2 \\ \omega_1 &= 0,2082\text{rad/s} & \omega_2 &= 0,4833\text{rad/s} & \omega_3 &= 1,727\text{rad/s} \end{aligned}$$

$$T_1 = 30,19 \text{ s}$$

$$T_2 = 13,00 \text{ s}$$

$$T_3 = 3,64 \text{ s}$$

$$\Phi_1 = \begin{Bmatrix} 0,999999747 \\ 0 \\ 7,1071 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix}$$

$$\Phi_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1,000 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Phi_3 = \begin{Bmatrix} 0,414708 \\ 0 \\ -0,909955 \end{Bmatrix}$$

e as matrizes modais resultantes são:

$$\mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} 10185490 & 0 & 0 \\ 0 & 54898438 & 0 \\ 0 & 0 & 372399295003 \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$\mathbf{M}^* = \begin{bmatrix} 235075999 & 0 & 0 \\ 0 & 235000000 & 0 \\ 0 & 0 & 124817659976 \end{bmatrix} \quad (40)$$

A partir desses resultados, é possível ter uma estimativa do comportamento do sistema, obtendo-se as faixas de frequências de excitação que têm mais influência para cada modo de movimento (Φ). A título de mera ilustração, já que o amortecimento depende essencialmente das forças hidrodinâmicas (e estas dependem da frequência de excitação), adota-se aqui uma taxa de amortecimento viscoso linear constante $\xi = 10\%$. Neste cenário, é possível elaborar gráficos para visualizar as faixas de frequência de maior relevância (ver Figura 4-3). Para isso, calculam-se os fatores de amplificação dinâmica:

$$D = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad (41)$$

com:

$$\beta = \bar{\omega}/\omega_i \quad (42)$$

onde $\bar{\omega}$ é a frequência forçada, e i indica o modo de oscilação.

Figura 3-15 – Amplificação dinâmica em função da frequência de excitação. Para cada modo de movimento, com taxa de amortecimento de $\xi = 0,1$. Fonte: Autor.

Destaca-se que os resultados apresentados acima ainda estão distantes da realidade física do problema. Isso ocorre pela necessidade de se considerar que:

- Para determinadas amplitudes de deslocamentos, ocorre a perda de contato entre o navio e as defensas;
- As forças de inércia e de amortecimento que levam à construção das matrizes de massa e amortecimento dependem da frequência da resposta do sistema;
- Os esforços ambientais aplicados ao sistema (como o vento) não são harmônicos.

Cada um desses aspectos será analisado na sequência, enquanto a metodologia de cálculo apresentada nesta seção será adaptada para uma análise linear mais apropriada, com a sua aplicação no domínio da frequência.

3.4. Esforços Hidrodinâmicos

Os parâmetros hidrodinâmicos do sistema (massa adicionada e amortecimento), foram obtidos na tese de doutorado de Oortmersen (1976). Destaca-se que, para cálculo desses parâmetros, foi utilizado um modelo de escoamento potencial, em um fluido incompressível, invíscido e irrotacional. Em seguida, foram definidos os campos de pressão gerados pelas ações hidrodinâmicas e os esforços foram transferidos para o navio atracado.

Observa-se que, no caso de um corpo oscilando em torno de sua posição de equilíbrio, os parâmetros hidrodinâmicos variam com a frequência do movimento, o que pode ser observado nos resultados numéricos em Oortmersen (1976), conforme se constata nos gráficos da Figura 3-16 à Figura 3-23.

Na sequência, apresentam-se os coeficientes de massa adicional e amortecimento hidrodinâmico por meio de coeficientes adimensionalizados, cujas relações com os parâmetros dimensionais são dadas na Tabela 3-17.

Figura 3-16 – Massa adicional para o *surge*.
Razão profundidade – calado: 1,2. Fonte: Oortmersen (1976)

Figura 3-17 – Coeficiente de amortecimento para o surge.
Razão profundidade – calado: 1,2. Fonte: Oortmersen (1976)

Figura 3-18 – Massa adicional para o sway.
Razão profundidade – calado: 1,2. Fonte: Oortmersen (1976)

Figura 3-19 – Coeficiente de amortecimento para o sway.
Razão profundidade – calado: 1,2. Fonte: Oortmersen (1976)

Figura 3-20 – Massa adicional para o yaw.
Razão profundidade – calado: 1,2. Fonte: Oortmersen (1976)

Figura 3-21 – Coeficiente de amortecimento para o yaw.
Razão profundidade – calado: 1,2. Fonte: Oortmersen (1976)

Figura 3-22 – Massa adicional para acoplamento sway/yaw.
Razão profundidade – calado: 1,2. Fonte: Oortmersen (1976)

Figura 3-23 – Amortecimento para acoplamento sway/yaw. Razão profundidade – calado: 1,2. Fonte: Oortmersen (1976).

Tabela 3-17 – Definição dos coeficientes adimensionais. Fonte: Oortmersen (1976)

Massa adicional	Amortecimento	Modo
$a'_{kj} = \frac{a_{kj}}{\rho \Delta}$	$b'_{kj} = \frac{b_{kj}}{\rho \Delta \sqrt{g/L}}$	$k = j = 1$ $k = j = 2$
$a'_{kj} = \frac{a_{kj}}{\rho \Delta L^2}$	$b'_{kj} = \frac{b_{kj}}{\rho \Delta L^2 \sqrt{g/L}}$	$k = j = 6$
$a'_{kj} = \frac{a_{kj}}{\rho \Delta L}$	$b'_{kj} = \frac{b_{kj}}{\rho \Delta L \sqrt{g/L}}$	$k = 2; j = 6$

Na Tabela 3-17, a'_{kj} é o coeficiente de massa adicional adimensionalizado, a_{kj} é o coeficiente de massa adicional, b'_{kj} é o coeficiente de amortecimento adimensionalizado, b_{kj} é o coeficiente de amortecimento, ρ é a densidade da água, Δ é o deslocamento do navio, g é a aceleração da gravidade e L é o comprimento do navio.

Conforme analisado na tese de Oortmersen (1976), diferenças pequenas como as que ocorrem entre os resultados numéricos e os resultados experimentais nos modos de *surge* e *yaw* presentes nas figuras são explicadas pela simplificação da geometria do navio. Já nos coeficientes de acoplamento ocorre discrepância entre os resultados numéricos e experimentais da Figura 3-22 e da Figura 3-23. Isso ocorre porque os valores computados dependem amplamente dos detalhes da geometria que

foi simplificada no modelo numérico, e porque os coeficientes experimentais são calculados a partir de forças pequenas medidas no modelo em escala.

Destaca-se também que, para os coeficientes de acoplamento, há dois conjuntos de dados experimentais, obtidos a partir de testes em modos de movimento diferentes. Da teoria linear, espera-se que $a_{kj} = a_{jk}$ e $b_{kj} = b_{jk}$, de modo que diferenças nos dois conjuntos dá uma indicação do erro nos resultados experimentais. Contudo, as forças hidrodinâmicas devidas aos efeitos de acoplamento são pequenas e, conseqüentemente, essas imprecisões não têm muito impacto sobre o cálculo do movimento do navio.

3.5. Esforços Dinâmicos de Vento

Conforme a aplicação no modelo estático linear, a componente estática do vento tem a forma:

$$F_1 = \frac{1}{2} \rho C_1 A_{Te} V_w^2 \quad (43)$$

$$F_2 = \frac{1}{2} \rho C_2 A_{Le} V_w^2 \quad (44)$$

$$F_6 = \frac{1}{2} \rho C_6 A_{Le} L_{BP} V_w^2 \quad (45)$$

onde:

ρ é a densidade do ar;

C_j é um coeficiente de arrasto dependente do ângulo de incidência do vento;

A_{Le} e A_{Te} são, respectivamente, as áreas emersas em projeções longitudinal e transversal;

L_{BP} é o comprimento entre perpendiculares, conforme indicado na Figura 3-8;

V_w é a velocidade média do vento;

e os índices 1, 2, 6 indicam os modos de *surge*, *sway* e *yaw*, respectivamente.

Numa análise dinâmica, porém, é necessário incluir a contribuição da turbulência, a qual pode ser descrita como uma variação em torno desse valor médio da velocidade:

$$\tau_w = \frac{\sigma}{V_w} \quad (46)$$

onde σ é a raiz quadrada do valor médio quadrático da velocidade do vento.

A descrição da turbulência é muito complexa, de modo que é comum expressar esse fenômeno em termos de um espectro de vento em função da frequência. Apresentam-se, na sequência, alguns espectros de vento e suas respectivas formulações:

Figura 3-24 – Espectros de vento.
Velocidade média de 31 m/s e coeficiente de arrasto $C = 0,002$. Fonte: Autor.

Espectro de Harris

$$S_V = \frac{7200}{2\pi} C \cdot V_w / [2 + (286 \omega / V_w)^2]^{5/6} \quad (47)$$

onde:

C é coeficiente de arrasto ou turbulência da superfície; pode ser considerado 0,002 para mares agitados e 0,0015 para mares moderados;

V_w é a velocidade media horária do vento (em m/s), medida a 10 metros acima da superfície

ω é a frequência de oscilação do vento em rad/s;

S_V é densidade espectral do vento em m^2/s

Espectro de Ochi-Shin

$$S_V = \frac{(750 + 69 V_w) \cdot 10^{-6} \cdot V_w^2 \cdot F_g}{\omega} \quad (48)$$

onde F_g é um fator de rajada dado por:

$$F_g = \begin{cases} 583x & 0 \leq \frac{\omega}{V_w} \leq 0,001885 \\ \frac{420x^{0,7}}{(1+x^{0,35})^{11,5}} & 0,001885 \leq \frac{\omega}{V_w} \leq 0,0628 \\ \frac{838x}{(1+x^{0,35})^{11,5}} & 0,0628 \leq \frac{\omega}{V_w} \end{cases} \quad (49)$$

com:

$$x = 1,592 \frac{\omega}{V_w} \quad (50)$$

Espectro de Davenport

$$S_V = \frac{916700}{2\pi} C \cdot \omega / [1 + (191 \omega / V_w)^2]^{4/3} \quad (51)$$

Destaca-se que existe uma diferença significativa na região de baixa frequência para cada um dos espectros. Especificamente no caso do espectro de Davenport, destaca-se que não é adequado para o presente estudo. Comparando com os outros espectros, na Figura 3-24, pode-se observar que a energia referente às baixas frequências é menor no espectro de Davenport. De acordo com Feikema e Winchers (1991), essa diferença é provavelmente causada por dissipação de energia devido à existência obstáculos de grande altura em terra.

Além disso, no caso de uma transformação dos espectros para uma série temporal de velocidades do vento, espera-se que o espectro de Ochi-Shin leve a uma oscilação maior da velocidade do vento por apresentar valores maiores de densidade em todas as frequências.

3.5.1. Espectro de Forças do Vento

Para determinar o espectro de forças do vento, considera-se inicialmente que a velocidade do navio é pequena em comparação com a velocidade do vento, e que a série temporal da velocidade do vento pode ser aproximada como uma soma finita. Essa série temporal é uma soma de funções senoidais na forma:

$$V_{\text{total}}(t) = V_w + \sum_{j=1}^N \left[\sqrt{2S_V(\omega_j) \Delta\omega} \cos(\omega_j t + \varphi_j) \right] = V_w + V(t) \quad (52)$$

onde:

a parte variável é dada por $V(t)$;

$S_V(\omega_j)$ é o vetor com os valores espectrais;

$\Delta\omega$ intervalo de frequência do espectro em rad/s;

N é número de intervalos de frequência considerados;

t é o tempo;

φ_j é uma variável aleatória, uniformemente distribuída no intervalo $[0, 2\pi]$.

Definem-se, também, as intensidades de velocidade do vento no domínio da frequência, conforme abaixo:

$$V(\omega) = \sqrt{2S_V(\omega)\Delta\omega} \quad (53)$$

Tendo o esboço da velocidade do vento no domínio do tempo, a força de vento pode ser calculada se os coeficientes das equações (43) a (45) forem conhecidos.

Obtém-se o espectro de esforços de vento a partir da série temporal abaixo:

$$F(t) = \frac{1}{2}\rho CA[V_w + V(t)]^2 \quad (54)$$

$$F(t) = \frac{1}{2}\rho CA V_w^2 + \rho CA \frac{V_w^2}{V_w} V(t) + \frac{1}{2}\rho CA [V(t)]^2 \quad (55)$$

$$F(t) = F_{(1)} + \frac{2F_{(1)}}{V_w} V(t) + \frac{F_{(1)}}{V_w^2} [V(t)]^2 \quad (56)$$

$$F(t) = F_{(1)} + F_{(2)} + F_{(3)} \quad (57)$$

Nessa série temporal, o primeiro termo corresponde a um esforço constante de vento sobre o navio; o segundo termo é uma força de vento variável com média zero e com frequências correspondentes às componentes $V(\omega)$ do espectro de vento; e o último termo corresponde a componentes de ordem quadrática. Em termos de densidade espectral das forças, o segundo termo pode ser escrito como:

$$F_{(2)}(t) = \frac{2F_{(1)}}{V_w} V(t) \quad (58)$$

Assumindo que $F_{(2)}(t)$ possa ser escrito na forma:

$$F_{(2)}(t) = \sum_{j=1}^N \left[\sqrt{2S_{F_{(2)}}(\omega_j)\Delta\omega} \cos(\omega_j t + \varphi_j) \right] \quad (59)$$

substituem-se as séries temporais $F_{(2)}(t)$ e $V(t)$ na equação (58):

$$\sum_{j=1}^N \left[\sqrt{2S_{F_{(2)}}(\omega_j)\Delta\omega} \cos(\omega_j t + \varphi_j) \right] = \frac{2F_{(1)}}{V_w} \sum_{j=1}^N \left[\sqrt{2S_V(\omega_j)\Delta\omega} \cos(\omega_j t + \varphi_j) \right] \quad (60)$$

de modo que se obtém o espectro de forças referente a $F_{(2)}(t)$:

$$S_{F_{(2)}}(\omega) = \left[\frac{2F_{(1)}}{V_w} \right]^2 S_V(\omega) \quad (61)$$

Para obter o valor médio e a densidade espectral do terceiro termo da equação (57), $F_{(3)}$, é necessário analisar a série de termos quadráticos:

$$[V(t)]^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N V(\omega_i) \sin(\omega_i + \varepsilon_i) \cdot V(\omega_j) \sin(\omega_j + \varepsilon_j) \quad (62)$$

O valor quadrático médio da velocidade do vento é calculado por:

$$[\bar{V}]^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N [V(\omega_i)]^2 = \int_0^\infty S_V(\omega) d\omega = m_0 \quad (63)$$

onde m_0 é a área do espectro de velocidade. Com isso, a força média correspondente ao terceiro termo ($F_{(3)}$) é:

$$\overline{F_{(3)}} = m_0 \frac{F_{(1)}}{V_w^2} \quad (64)$$

A parcela variável de ($F_{(3)}$) pode ser obtida a partir da forma alternativa da equação (62):

$$[V(t)]^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N V(\omega_i) \cdot V(\omega_j) \cdot \frac{1}{2} \{ \cos[(\omega_i - \omega_j)t + (\varepsilon_i - \varepsilon_j)] - \cos[(\omega_i + \omega_j)t + (\varepsilon_i + \varepsilon_j)] \} \quad (65)$$

onde somente os termos de frequência baixa ($\omega_i - \omega_j$) são considerados, de modo que a componente $F_{(3)}$ é dada por:

$$F_{(3)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N V(\omega_i) \cdot V(\omega_j) \frac{F_{(1)}}{V_w^2} \cos[(\omega_i - \omega_j)t + (\varepsilon_i - \varepsilon_j)] \quad (66)$$

Nesse caso, temos o valor aproximado para a componente $F_{(3)}$, cujo espectro de frequências pode ser escrito na forma:

$$S_{F_{(3)}}(\mu) = 8 \int_0^\infty \left[\frac{F_{(1)}}{V_w^2} \right]^2 S_V(\omega) S_V(\omega + \mu) d\omega \quad (67)$$

com $\mu = \omega_i - \omega_j$

Por fim, obtém-se o espectro total de densidade da força do vento para uma dada frequência μ :

$$S_F(\mu) = \left[\frac{2F_{(1)}}{V_w} \right]^2 S_V(\mu) + 8 \int_0^\infty \left[\frac{F_{(1)}}{V_w^2} \right]^2 S_V(\omega) S_V(\omega + \mu) d\omega \quad (68)$$

cujas unidades (neste trabalho) estão em N^2s .

Já o valor médio total da força do vento é dado por:

$$\bar{F} = F_{(1)} + m_0 \frac{F_{(1)}}{V_w^2} \quad (69)$$

Apresentam-se os esforços médios do vento e seus espectros obtidos numericamente a partir dos espectros de vento de Harris e de Ochi-Shin, por meio da seguinte formulação:

$$S_F(\omega_i) = \left[\frac{2F_{(1)}}{V_w^2} \right]^2 S_V(\omega_i) + 8 \left[\frac{F_{(1)}}{V_w^2} \right]^2 \sum_{j=0}^N S_V(\omega_{i+j}) S_V(\omega_j) \Delta\omega \quad (70)$$

$$\bar{F} = F_{(1)} + \frac{F_{(1)}}{V_w^2} \sum_{j=0}^N S_V(\omega_j) \Delta\omega \quad (71)$$

com $S_V(\omega_{i+j}) = 0$ se $i + j > N$.

Figura 3-25 – Espectro de forças de vento (a partir do espectro de Harris).
Obtido para velocidade média de vento de 31m/s para o navio indicado na Tabela 3-1 e $F_{(1)} = 2381,8\text{kN}$. S1 indica a parcela linear do espectro e S2 indica a parcela quadrática. Fonte: Autor

Considerando o espectro de Harris, o valor médio da força de vento é:

$$\bar{F} = 2381,8 + 12,271 \frac{2381,8}{31^2} = 2412,2\text{kN} \quad (72)$$

Figura 3-26 – Espectro de forças de vento (a partir do espectro de Ochi-Shin).
Obtido para velocidade média de vento de 31m/s para o navio indicado na Tabela 3-1 e $F_{(1)} = 2381,8\text{kN}$. S1 indica a parcela linear do espectro e S2 indica a parcela quadrática. Fonte: Autor

Considerando o espectro de Ochi-Shin, o valor médio da força de vento é:

$$\bar{F} = 2381,8 + 26,662 \frac{2381,8}{31^2} = 2447,9\text{kN} \quad (73)$$

Destaca-se que, para este caso, os efeitos de segunda ordem no espectro de forças e no valor médio apresentaram pouca influência sobre os resultados do estudo, alterando os valores em quantidades menores que 5%. Ressalta-se, porém, que essa observação não pode ser generalizada, pois os resultados dependem da intensidade da variação do vento.

3.5.2. Séries Temporais de Forças de Vento

Para verificação do espectro de forças obtido, é possível gerar uma série artificial da velocidade de vento substituindo a série temporal da velocidade do vento da equação (52) na expressão da força obtida equação (54). Considerando uma faixa de frequências que varia de 0,01rad/s a 10rad/s ($0,62\text{s} < T < 628,32\text{s}$) para as funções senoidais, obtêm-se as séries temporais para o espectro de vento de Ochi-Shin, como ilustrado na Figura 3-27 e na Figura 3-28:

Figura 3-27 – Série temporal da velocidade do vento.
Para 1000 frequências de funções senoidais distribuídas uniformemente entre 0,01rad/s e 10rad/s.
Fonte: Autor.

Figura 3-28 – Série temporal da força do vento.
Para 1000 frequências de funções senoidais distribuídas uniformemente entre 0,01rad/s e 10rad/s.
Fonte: Autor.

Para a série de forças do vento acima, temos uma força média $\bar{F} = 2450,0\text{kN}$, que é consistente com o valor obtido em (73) – e um desvio de $\sigma = 788,1\text{kN}$.

Adicionalmente, é possível calcular a autocorrelação da série em valores discretos. Nesse caso, a autocorrelação foi calculada nos instantes entre -10000s e 10000s, com um passo de 0,25s a partir da seguinte expressão:

$$v_i = \frac{1}{N} \sum_{j=-N}^N (F_j - \bar{F}) \cdot (F_{i-j} - \bar{F}) \quad (74)$$

onde $N = 40000$ é o número de pontos considerados na série.

O gráfico da autocorrelação da série temporal de forças do vento é apresentado na Figura 3-29:

Figura 3-29 – Autocorrelação da série de forças do vento.
Fonte: Autor.

Ressalta-se que, a partir da autocorrelação obtida, é possível observar que a série temporal de forças do vento possui um padrão repetitivo a cada intervalo de aproximadamente 625s, o que coincide com o maior período adotado para as funções senoidais. Isso ocorre porque a série do vento foi gerada artificialmente por soma de funções senoidais com número de termos finitos.

Não se espera um padrão repetitivo no caso de uma série temporal de velocidade do vento obtida em campo, posto que se considera que esse seja um fenômeno aleatório. Por isso, caso a autocorrelação fosse calculada para uma série de forças de vento obtida em campo, ela apresentaria apenas um pico (em $t = 0$).

Já o fato de a autocorrelação da Figura 3-29 ser decrescente ao se afastar de $t = 0$ é resultado de ela ter sido calculada para um conjunto limitado de valores entre -10000s e 10000s, sendo considerada igual a zero fora desse intervalo.

É possível, também, calcular a densidade espectral da série temporal de forças de vento por meio de uma transformada de Fourier da função de autocorrelação. O resultado dessa transformada é apresentado na Figura 3-30.

Figura 3-30 – Densidade espectral da série temporal de forças do vento.
Fonte: Autor.

Destaca-se que, ao contrário do espectro calculado na Figura 3-26, os valores estão concentrados nas frequências das 1000 funções senoidais consideradas. Além disso, observa-se a diferença de grandeza entre os valores da Figura 3-26 (da ordem de $10^{12} \text{N}^2\text{s}$) e da Figura 3-30 (da ordem de $10^{10} \text{N}^2\text{s}$). Essa diferença se deve ao fato de os valores de densidade da Figura 3-30 serem referentes ao intervalo de frequência $\Delta\omega = 0,01 \text{rad/s}$, adotado entre as frequências de cada função senoidal da série temporal.

Conclui-se, dessa maneira, que as séries temporais obtidas são consistentes com os espectros de densidade. Consequentemente, temos dados de esforços de vento que podem ser aplicados tanto numa análise no domínio do tempo, quanto numa análise no domínio da frequência.

Por fim, ressalta-se que a obtenção da série temporal diretamente dos espectros de forças obtidos da Figura 3-25 e da Figura 3-26 não leva a resultados consistentes.

Ilustra-se essa inconsistência na Figura 3-31, que apresenta a série temporal de forças de vento 2, obtida diretamente do espectro de Forças de Ochi-Shin (considerando os mesmos ângulos de fase utilizados para da série temporal da Figura 3-28):

Figura 3-31 – Série temporal da força do vento 2.
Obtida diretamente do espectro de Forças de Ochi-Shin (Figura 4-45), para 1000 frequências de funções senoidais distribuídas uniformemente entre 0,01 rad/s e 10 rad/s. Fonte: Autor.

Observa-se que essa série apresenta uma força média igual a $\bar{F} = 2450,1\text{kN}$ e um desvio igual a $\sigma = 798,6\text{kN}$. Esses valores são muito próximos dos resultados obtidos na série da Figura 3-28. Contudo, nas proximidades de $t = 100\text{s}$ e $t = 300\text{s}$, é possível observar valores negativos de força do vento que não são fisicamente possíveis posto que a direção do vento não muda nesse intervalo de tempo, conforme observado na Figura 3-27. Acredita-se que isso seja resultado das aproximações consideradas em (66), mas uma investigação mais detalhada é necessária. Dessa maneira, ressalta-se que as séries temporais de forças de vento devem obtidas somente a partir da série de velocidades de vento aplicadas na equação (54).

3.6. Análise no Domínio da Frequência

Com os resultados de Oortmersen (1976), apresentados no item 3.4 desta dissertação, é possível calcular as matrizes de massa e amortecimento do sistema dinâmico para cada frequência de análise (ω_k):

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_w \quad (75)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_w \quad (76)$$

onde $\mathbf{M}_0$ é a matriz de massa do navio livre, $\mathbf{M}_w$ é a matriz de massa adicional, e $\mathbf{C}_w$ é a matriz de amortecimento hidrodinâmico. Destaca-se que $\mathbf{M}_w$ e $\mathbf{C}_w$ têm valores em função da frequência de oscilação do sistema.

Incluindo a matriz de rigidez utilizada na análise dinâmica linear obtida no item 3.2.2 (a qual considera que não ocorre a perda de contato entre o navio e as defensas), propõe-se avaliar a resposta do sistema para cada frequência forçada considerada no espectro de vento de Ochi-Shin obtida no item 3.5, considerando um vento de incidência na direção transversal ao navio ($\alpha_v = 90^\circ$), cujos esforços médios foram apresentados na Tabela 3-4. Ressalta-se que, nesse caso, os modos de oscilação (Φ_1 , Φ_2 , e Φ_3) obtidos por meio da equação (37), variam com a frequência de excitação.

Adicionalmente, verifica-se que a transformação dada por:

$$\mathbf{C}_0^* = \Phi_i^T \mathbf{C} \Phi_i \quad (77)$$

não leva a uma matriz diagonal. Isso ocorre porque os resultados dos fatores de amortecimento adotados de Oortmersen (1976), não fornecem uma matriz de amortecimento proporcional.

Conforme Clough e Penzien (2003), a transformação de coordenadas utilizada na equação (77) permite desacoplar os modos de vibração num espaço de configuração $n \times n$ (onde n é o número de graus de liberdade) quando a matriz de amortecimento é uma combinação linear das matrizes de massa e de rigidez.

Para solucionar o problema de amortecimento não proporcional, por outro lado, é necessário conduzir a análise do sistema num espaço de estado $2n \times 2n$. Nesses casos, os autovalores resultantes não correspondem diretamente às frequências naturais não amortecidas (pois combinam informação dessas frequências com os fatores de amortecimento do sistema). Além disso, os autovetores obtidos por esse

método de análise serão modos complexos de vibração (i.e.: serão vetores cujos valores variam com o tempo).

Embora seja mais adequado utilizar a análise no espaço $2n \times 2n$, optou-se por aproximar a matriz de amortecimento modal de modo que ela seja uma combinação linear das matrizes de massa e amortecimento, preservando-se condições de ortogonalidade entre modos de vibração. Espera-se com isso que ocorram erros na avaliação de parâmetros tais como as frequências naturais, sendo necessárias análises futuras para analisar a discrepância nos resultados.

Considerando que as matrizes modais de massa ($\mathbf{M}^*$) e rigidez ($\mathbf{K}^*$) são diagonais, a aproximação da matriz de amortecimento foi calculada da seguinte forma:

$$\mathbf{L}^* = \gamma \mathbf{K}^* (\mathbf{M}^*)^{-1} \mathbf{K}^* \quad (78)$$

$$\mathbf{C}^* = \alpha \mathbf{M}^* + \beta \mathbf{K}^* + \gamma \mathbf{L}^* \quad (79)$$

e os valores de α , β , e γ foram determinados a partir do sistema linear dado por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}^* & \mathbf{K}_{11}^* & \mathbf{L}_{11}^* \\ \mathbf{M}_{22}^* & \mathbf{K}_{22}^* & \mathbf{L}_{22}^* \\ \mathbf{M}_{33}^* & \mathbf{K}_{33}^* & \mathbf{L}_{33}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{C}_{0,11}^* \\ \mathbf{C}_{0,22}^* \\ \mathbf{C}_{0,33}^* \end{Bmatrix} \quad (80)$$

Em geral, os coeficientes de amortecimento ($\mathbf{C}_{0,ii}^*$) na equação (80) são ajustados conforme as taxas de amortecimento (ξ_i) especificadas para cada modo de vibração. Posto que não se obteve informação sobre as taxas equivalentes de amortecimento para cada modo, optou-se por utilizar os coeficientes de amortecimento referentes à diagonal da matriz de amortecimento ($\mathbf{C}_0^*$) da equação (77).

Com as matrizes de massa, amortecimento e rigidez modais calculadas para uma dada frequência de oscilação, resolve-se o sistema desacoplado considerando a componente do esforço de vento referente a essa frequência (conforme obtido no item 3.5).

Os esforços de vento referentes a cada frequência de análise foram calculados a partir do espectro de forças do vento de Ochi-Shin referente à velocidade média de 31m/s, ilustrado na Figura 3-26. A sequência de cálculo foi tomada a partir da equação (70), que apresenta a formulação do espectro de forças:

$$S_F(\omega_k) = \left[\frac{2F(1)}{V_w} \right]^2 S_V(\omega_k) + 8 \left[\frac{F(1)}{V_w^2} \right]^2 \sum_{m=0}^N S_V(\omega_{k+m}) S_V(\omega_m) \Delta\omega \quad (81)$$

$$S_F(\omega_k) = F_{(1)}^2 \left\{ \left[\frac{2}{V_w} \right]^2 S_V(\omega_k) + 8 \left[\frac{1}{V_w^2} \right]^2 \sum_{m=0}^N S_V(\omega_{k+m}) S_V(\omega_m) \Delta\omega \right\} \quad (82)$$

$$S_F(\omega_k) = F_{(1)}^2 S_{F,unit}(\omega_k) \quad (83)$$

Destaca-se que o espectro de forças é proporcional ao quadrado do valor da componente estática do vento ($F_{(1)}$). Dessa maneira, as componentes de força do vento para cada frequência são proporcionais à força estática do vento, conforme apresentado abaixo:

$$F(\omega_k) = \sqrt{2S_F(\omega_k)\Delta\omega} \quad (84)$$

$$F(\omega_k) = \sqrt{2F_{(1)}^2 S_{F,unit}(\omega_k)\Delta\omega} \quad (85)$$

$$F(\omega_k) = F_{(1)} \sqrt{2S_{F,unit}(\omega_k)\Delta\omega} \quad (86)$$

Para aplicação no modelo dinâmico, considerando o ângulo de incidência $\alpha_v = 90^\circ$, a força estática $F_{(1)}$ foi, então, substituída pelo vetor de forças estáticas referentes a esse caso de carregamento. Com isso, o vetor da força de excitação para cada frequência analisada foi definido pela expressão:

$$\mathbf{F}(\omega_k) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 2381800 \\ -125759000 \end{Bmatrix} \sqrt{2S_{F,unit}(\omega_k)\Delta\omega} \quad (87)$$

onde os valores estão expressos em Newton para os modos de *surge* e *sway* e em Newton.metro para o modo de *yaw*.

Em seguida, esse vetor foi transformado para o sistema de coordenadas dos modos de vibração:

$$\mathbf{F}^* = \mathbf{\Phi}_i^T \mathbf{F}(\omega_k) \quad (88)$$

e as amplitudes de deslocamentos em regime permanente, para cada modo de vibração foram calculadas:

$$\rho_i = D_i \frac{F_i^*}{K_{ii}^*} \quad (89)$$

onde D_i é o fator de amplificação dinâmica definido na equação (41), considerando o fator de amortecimento igual a:

$$\xi_i = \frac{C_{ii}^*}{2\sqrt{K_{ii}^* M_{ii}^*}} \quad (90)$$

Calculam-se também os ângulos de fase em regime permanente entre os modos de oscilação:

$$\theta_i = \text{atan}\left(\frac{2\xi_i\beta_i}{1-\beta_i^2}\right) \quad (91)$$

Obtém-se, dessa maneira, os modos de oscilação desacoplados:

$$\mathbf{u}_i = \boldsymbol{\phi}_i \cdot \rho_i \cos(\omega_k t + \theta_i) \quad (92)$$

Como a frequência da resposta em regime permanente dos três modos de oscilação depende da frequência de excitação, as amplitudes são transformadas para as coordenadas do sistema global (referentes ao *surge*, *sway* e *yaw*) por meio da seguinte operação de soma vetorial:

$$\mathbf{x} = \sqrt{(\sum \mathbf{u}_i \cdot \cos(\theta_i))^2 + (\sum \mathbf{u}_i \cdot \sin(\theta_i))^2} \quad (93)$$

Temos, com isso, a amplitude da resposta $\mathbf{x}_k$ referente à parcela do esforço de vento para cada frequência ω_k . Por fim, como foram assumidos ângulos de fase aleatórios entre as componentes $F(\omega_k)$ do vento, uma estimativa para os deslocamentos em cada grau de liberdade é dada por:

$$\mathbf{X}_i = \bar{\mathbf{x}}_i \pm \sqrt{\sum \mathbf{x}_{i,k}^2} \quad (94)$$

onde $\bar{\mathbf{x}}_i$ é o deslocamento obtido para a componente estática do vento.

3.6.1. Resultados para a frequência $\omega_k = 0,2$ rad/s

Para exemplificar a sequência de cálculos, apresentam-se os resultados referentes à faixa de frequência compreendida no intervalo entre $[0,195 ; 0,205]$ rad/s. Nesse caso, a frequência de excitação foi adotada como 0,2 rad/s, equivalente a um período de 31,42s.

A matriz de massa total do sistema, em unidades quilograma e metro é dada por:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2,35 \cdot 10^8 & 0 & 0 \\ 0 & 2,35 \cdot 10^8 & 0 \\ 0 & 0 & 1,507 \cdot 10^{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2,00 \cdot 10^7 & 0 & 0 \\ 0 & 4,44 \cdot 10^8 & -8,44 \cdot 10^8 \\ 0 & -8,44 \cdot 10^8 & 4,58 \cdot 10^{12} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2,55 \cdot 10^8 & 0 & 0 \\ 0 & 6,79 \cdot 10^8 & -8,44 \cdot 10^8 \\ 0 & -8,44 \cdot 10^8 & 4,73 \cdot 10^{12} \end{bmatrix} \quad (95)$$

A matriz de amortecimento, em unidades quilograma, metro e segundo, é:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 4,85 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 1,15 \cdot 10^8 & -1,76 \cdot 10^8 \\ 0 & -1,76 \cdot 10^8 & 2,67 \cdot 10^{11} \end{bmatrix} \quad (96)$$

E a matriz de rigidez utilizada, em unidades Newton e metro, é:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 10405927 & 0 & -31479573 \\ 0 & 54898438 & 0 \\ -31479573 & 0 & 449458900740 \end{bmatrix} \quad (97)$$

Com:

$$\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 4,08 \cdot 10^{-2} & 0 & -1,23 \\ -8,27 \cdot 10^{-5} & 8,09 \cdot 10^{-2} & 1,18 \cdot 10^{-1} \\ -6,65 \cdot 10^{-5} & 1,44 \cdot 10^{-5} & 9,50 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix} \quad (98)$$

obtêm-se os seguintes autovalores e autovetores:

$$\omega_1^2 = 0,039329 \text{ rad/s} \quad \omega_2^2 = 0,080774 \text{ rad/s} \quad \omega_3^2 = 0,096560 \text{ rad/s}$$

$$\omega_1 = 0,198314 \text{ rad/s} \quad \omega_2 = 0,282085 \text{ rad/s} \quad \omega_3 = 0,310741 \text{ rad/s}$$

$$T_1 = 31,68 \text{ s} \quad T_2 = 22,11 \text{ s} \quad T_3 = 21,22 \text{ s}$$

$$\Phi_1 = \begin{Bmatrix} -0,9999982 \\ 0,00140768 \\ -0,0011957 \end{Bmatrix} \quad \Phi_2 = \begin{Bmatrix} -0,02738961 \\ -0,99962444 \\ 0,00088687 \end{Bmatrix} \quad \Phi_3 = \begin{Bmatrix} -0,94432781 \\ 0,32622948 \\ 0,04265338 \end{Bmatrix}$$

e as matrizes modais de rigidez e massa são:

$$\mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} 10295806 & 0 & 0 \\ 0 & 55233830 & 0 \\ 0 & 0 & 858186826 \end{bmatrix} \quad (99)$$

$$\mathbf{M}^* = \begin{bmatrix} 261789670 & 0 & 0 \\ 0 & 683803215 & 0 \\ 0 & 0 & 8887597427 \end{bmatrix} \quad (100)$$

A matriz de amortecimento transformada para o sistema de coordenadas dos modos de vibração é dada por:

$$\mathbf{C}_0^* = \begin{bmatrix} 5,24 \cdot 10^6 & -5,23 \cdot 10^5 & -8,92 \cdot 10^6 \\ -5,23 \cdot 10^5 & 1,16 \cdot 10^8 & -1,98 \cdot 10^7 \\ -8,92 \cdot 10^6 & -1,98 \cdot 10^7 & 4,97 \cdot 10^8 \end{bmatrix} \quad (101)$$

Essa matriz foi truncada para:

$$\mathbf{C}^* = \begin{bmatrix} 5,24 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 1,16 \cdot 10^8 & 0 \\ 0 & 0 & 4,97 \cdot 10^8 \end{bmatrix} \quad (102)$$

Calculam-se as taxas de amortecimento e os fatores de amplificação dinâmica:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= 0,0504 & \xi_2 &= 0,2970 & \xi_3 &= 0,0900 \\ D_1 &= 9,9694 & D_2 &= 1,5258 & D_3 &= 1,6747 \end{aligned}$$

A força de vento referente à faixa de frequência no intervalo [0,195 ; 0,205] rad/s é:

$$\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 2381800 \\ -125759000 \end{Bmatrix} \sqrt{2 \cdot S_{F,\text{unit}}(0,2) \cdot 0,01} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 117714 \\ -6215296 \end{Bmatrix} \quad (103)$$

E, no sistema de coordenadas dos modos de vibração, fica sendo:

$$\mathbf{F}^* = \begin{Bmatrix} 7598 \\ -123182 \\ -226702 \end{Bmatrix} \quad (104)$$

Com esses esforços, as amplitudes e os ângulos de fase são:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= 0,007153 & \rho_2 &= 0,003403 & \rho_3 &= 0,000442 \\ \theta_1 &= -1,405 & \theta_2 &= 0,692 & \theta_3 &= 0,195 \end{aligned}$$

E os deslocamentos no sistema de coordenadas global são:

$$x_1 = 0,00723\text{m} \quad x_2 = 0,00327\text{m} \quad x_3 = 2,243 \cdot 10^{-5}\text{rad}$$

3.6.2. Resultados para o espectro completo de vento

Os resultados apresentados anteriormente consideraram apenas a contribuição do vento para uma faixa de frequências limitada do espectro de vento. A seguir, são apresentados os resultados para o espectro completo de vento, subdividido em 1000 intervalos, variando de 0,01 a 10,0 segundos.

As contribuições de cada faixa de frequência para as amplitudes de movimento nos modos de *surge*, *sway* e *yaw* são apresentadas na Figura 3-32, na Figura 3-33 e na Figura 3-34.

Figura 3-32 – Amplitudes de deslocamentos para o *surge*.
Para vento transversal e velocidade média de 31 m/s. Fonte: autor.

Figura 3-33 – Amplitudes de deslocamentos para o sway.
Para vento transversal e velocidade média de 31 m/s. Fonte: autor.

Figura 3-34 – Amplitudes de deslocamentos para o yaw.
Para vento transversal e velocidade média de 31 m/s. Fonte: autor.

É possível calcular os deslocamentos devidos à componente estática do vento para o caso analisado (vento transversal com velocidade média de 31m/s), conforme o cálculo apresentado abaixo:

$$\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{K}^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ 2381800 \\ -125759000 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0,0086 \text{ m} \\ 0,0434 \text{ m} \\ -0,000286 \text{ rad} \end{Bmatrix} \quad (105)$$

Por fim, acrescenta-se o deslocamento devido à componente estática do vento aos resultados da análise dinâmica, conforme a equação (94). Nesse caso, toma-se a raiz quadrada da soma dos quadrados da resposta para as 1000 frequências de excitação calculadas dos esforços de vento e obtém-se:

- $\pm 0,0126\text{m}$ para o surge;
- $\pm 0,0206\text{m}$ para o sway;
- $\pm 0,000143\text{rad}$ para o yaw.

Com isso, temos a seguinte estimativa de deslocamentos:

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} -0,0086 \pm 0,0126 & \text{m} \\ 0,0434 \pm 0,0206 & \text{m} \\ -0,000286 \pm 0,000143 & \text{rad} \end{Bmatrix} \quad (106)$$

A partir desse resultado pode-se estimar a amplificação ocorrida em cada modo de oscilação:

$$\gamma_{D1} = \frac{0,0086+0,0126}{0,0086} = 2,46 \quad \gamma_{D2} = \frac{0,0434+0,0206}{0,0434} = 1,47 \quad \gamma_{D3} = \frac{0,000286+0,000143}{0,000286} = 1,50$$

3.6.3. Considerações sobre a Análise Dinâmica Linear

Destaca-se que, os valores para os modos de *sway* e *yaw* estão próximos do esperado $\gamma_D = 1,5$, enquanto que o valor encontrado para o *surge* é maior. Contudo, vale destacar que o caso analisado é específico para esforços na direção transversal do navio, de modo que, mesmo com uma amplificação de $\gamma_D = 2,46$, não se espera que os valores obtidos para o modo de *surge* sejam a situação crítica nesta análise.

Considerando os resultados desta análise dinâmica, o fator de amplificação dinâmica adotado na análise estática está consistente. Entretanto, vale ressaltar que este estudo envolveu um caso específico de sistema de navio amarrado sujeito a uma situação específica de carregamento de vento. É necessário realizar mais análises para saber se esse valor de amplificação dinâmica (1,5) pode ser aplicado, por exemplo, para análise estática de carregamentos de corrente ou de ondas, ou mesmo para outras configurações de amarração ou outros ângulos de incidência e velocidades médias assumidos para o vento.

Observa-se, também, que, em comparação com os resultados obtidos no item 3.3, a inclusão da massa adicional na análise dos modos de vibração alterou significativamente a frequência natural do segundo e terceiro modos de vibração (Φ_2 e Φ_3).

4. ANÁLISE NÃO LINEAR

Para realizar uma análise mais realista do sistema de navio amarrado é inevitável trabalhar as não linearidades da perda de contato entre navio e defensas. Dessa maneira, propõe-se, inicialmente, um modelo estático não linear que permite incluir os efeitos da perda de contato entre o navio e as defensas, além das não linearidades geométricas e das forças de pré-tensão aplicadas nas linhas de amarração.

A partir do modelo estático não linear, torna-se possível estimar as forças de restauração dos sistemas de amarração e defensas. Isso permite uma análise mais detalhada do movimento do navio descrito pela equação (1), com a adaptação do modelo estático não linear para uma análise dinâmica, conforme será discutido mais adiante.

4.1. Análise Estática Não Linear

Para a análise estática não linear, foi elaborado um modelo computacional composto por três tipos de objetos: navio, linhas de amarração e defensas. Todos esses objetos são materializados por pontos num espaço tridimensional de coordenadas x , y e z , e possuem suas próprias características físicas. Com isso, é possível definir as forças e momentos resultantes com relação ao centro de gravidade do navio. Os esforços exercidos pelas defensas e pelas linhas de amarração foram considerados reativos e os esforços de vento e corrente foram considerados ativos.

Os esforços ambientais causados por agentes como vento e corrente considerados são os mesmos utilizados na análise linear (itens 3.1.6 a 3.1.8) e foram aplicados diretamente sobre o centro de gravidade do navio. Somente para o cálculo desses esforços, foram desconsideradas as variações dos ângulos de incidência devido à mudança de posição do navio, tomando-se o eixo longitudinal do navio sempre paralelo ao cais. Essas simplificações foram adotadas com a justificativa de que os ângulos de rotação do navio com relação à configuração inicial são pequenos. Dessa maneira, o somatório dos esforços ativos e reativos (força resultante no navio) varia somente conforme a deformação das linhas de amarração e defensas.

Além disso, o cálculo dos esforços foi simplificado para um modelo plano (duas dimensões: xy), sendo que a força resultante passou a depender de três variáveis: x , y , e θ (esta última variável é a rotação do navio em torno do eixo z , passando pelo seu centro de gravidade).

Por se tratar de uma análise no plano horizontal, embora existam coordenadas em z para os objetos (navio, linhas de amarração e defensas), estas são restringidas e permanecem constantes em toda a análise.

Por fim, as rotações com relação aos eixos x e y são sempre iguais a zero no modelo proposto – em geral esses modos de movimento dependem principalmente das forças hidrodinâmicas que sustentam o navio, apresentando pouca influência dos sistemas de amarração e defensas, nos casos de análise estática.

Tendo em vista as simplificações supracitadas, a função de força resultante passou a ter a seguinte forma simplificada:

$$\mathbf{f}(x, y, \theta) = (f_x, f_y, m_\theta) \quad (107)$$

e o equilíbrio do sistema será satisfeito quando o vetor da força resultante tiver suas componentes iguais a zero. Para buscar a solução desse problema, isto é, o conjunto de coordenadas que garante o equilíbrio, aplicou-se o método numérico de Newton-Raphson. Ressalta-se que, ao contrário do modelo simplificado proposto pela ROM 2.0-11, existe acoplamento dos movimentos horizontais do navio, como será mostrado nos resultados.

4.2. Objetos do Modelo Não Linear

4.2.1. Navio

A partir de dados como o comprimento, boca, pontal, calado, e a geometria do casco foi possível definir uma matriz de pontos que corresponde ao contorno do navio. Toda vez que o centro de gravidade sofre deslocamento linear ou o navio sofre rotação, essa matriz de pontos do contorno se atualiza, por meio de operações matriciais de deslocamento e rotação.

Além dos pontos de contorno, são definidos pontos dos calços de amarração no navio (Figura 3-2) em que são conectadas as linhas de amarração. Esses pontos foram denominados de $\mathbf{P}_a$ neste modelo. Optou-se por seguir, quando possível, as sugestões da ROM 2.0-11, para a disposição das linhas de amarração. Dessa forma, são utilizadas coordenadas próximas aos extremos do navio para os lançantes, e a um quarto do comprimento do navio para os *springs* (Figura 1-5). Vale ressaltar que as coordenadas dos pontos de conectividade das linhas de amarração do navio são

atualizadas de maneira análoga ao processo de deslocamento aplicado sobre pontos do contorno do navio.

O navio também tem definidos pontos possíveis para o contato com as defensas. Para isso, toma-se a coordenada no eixo x de uma defesa e, em seguida, obtêm-se dois pontos do contorno do navio: o ponto do contorno que possui a coordenada x imediatamente maior que a defesa; e o ponto que possui a coordenada x imediatamente menor.

O ponto de possível contato P_b é definido pela interpolação linear desses dois pontos do contorno na posição da coordenada x da defesa. O contato só é estabelecido quando a coordenada interpolada y_b impõe um encurtamento da defesa.

Para definir a situação inicial de análise, foi elaborado um primeiro estudo considerando que os esforços ativos são nulos. Nessa situação, calculou-se a posição do centro de gravidade do navio para a qual não ocorrem deslocamentos nem variação dos esforços de tração nas linhas de amarração (ver item 4.2.3.3).

3

4.2.2. Linha de Amarração

Neste modelo as linhas de amarração foram modeladas como retas, sendo desconsiderado o seu peso próprio e a sua forma funicular. Com isso, cada linha de amarração está definida por dois pontos: a posição do cabeço P_c e o ponto de amarração no navio P_a . A partir desses pontos, é possível obter o seu comprimento, o seu vetor de direção, e o braço com relação ao centro de gravidade do navio.

Com essas características geométricas é possível determinar os esforços exercidos por cada linha de amarração a partir de uma curva de força vs. deformação linearizada no trecho de tração e considerada igual a zero no caso de afrouxamento da linha.

Adicionalmente, utilizou-se uma pré-tensão (R_0) com intensidade igual a 5% da força de ruptura definida pelo MBL. Dessa maneira, para estimar o comprimento inicial das linhas de amarração, utilizou-se a seguinte relação:

$$L_0 = \frac{L}{1+R_0/EA} = \frac{L}{1+R_0/kL_0} = \frac{L}{1+R_0\varepsilon_u/MBL} \quad (108)$$

e a rigidez dessa linha é dada por:

$$k = MBL/(L_0\varepsilon_u) \quad (109)$$

Ressalta-se que, nesta análise, o modelo calcula os deslocamentos no plano horizontal e, por isso, somente as componentes horizontais na equação (114) e o momento vertical na equação (115) são consideradas. Os graus de liberdade relacionados com os modos de movimento verticais são, então, considerados fixos.

Em outras palavras, para definir os deslocamentos em cada passo, as forças das linhas de amarração são calculadas como:

$$\mathbf{R}_{m,i} = k_{m,i} \Delta L_{m,i} (v_x \vec{i} + v_y \vec{j}) = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} \quad (116)$$

$$\mathbf{M}_{m,i} = (R_x b_y - R_y b_x) \vec{k} \quad (117)$$

onde v_x , v_y , R_x , R_y , b_x and b_y indicam os valores das componentes de $\mathbf{v}_{m,i}$, $\mathbf{R}_{m,i}$, and $\mathbf{b}_{m,i}$ na direção longitudinal (x) e na direção transversal (y); e $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ representam os vetores unitários nas direções longitudinal, transversal e vertical, respectivamente

4.2.2.1. Defensas

As defensas foram definidas por sua posição (eixo x) ao longo do cais, e pelo nível (eixo z) do centro de sua seção transversal. Além disso, as defensas possuem um comprimento (defensa + painel) e uma relação linear de força em função da deformação, correspondente ao trecho inicial da curva de comportamento mecânico da defesa.

Ressalta-se que não foi considerado o amolecimento da defesa observado na curva de comportamento mecânico fornecida pelo fabricante (Figura 4-2) porque se espera obter deformações pequenas (< 20%) já que as defensas são dimensionadas para os esforços de impacto que ocorrem durante a manobra de atracação e não para a situação de navio atracado.

Buscou-se, também, modelar o atrito entre navio e defensas no modelo estático não linear, contudo observaram-se dificuldades de convergência do método numérico aplicado. Acredita-se ser necessária uma modelagem mais refinada para a implementação adequada dessas forças, e por isso, optou-se por não considerar a contribuição do atrito no cálculo do equilíbrio.

Destaca-se que, ao assumir que não há atrito entre navio e as defensas, as linhas de amarração (especialmente os *springs*) ficam responsáveis por uma parcela maior

das forças reativas, o que resulta num dimensionamento a favor da segurança do sistema de amarração.

Figura 4-2 – Curva de reação vs. deformação de uma defesa tipo *super cone*.
Figura adaptada do catálogo da Trelleborg.

Para verificar se ocorre contato do navio com a defesa, calcula-se a diferença entre as coordenadas y do ponto de possível contato no navio $\mathbf{P}_b$ e da extremidade da defesa. Como o limite do cais foi adotado no plano $y = 0$, subtrai-se diretamente o valor do comprimento da defesa: $\Delta h = y_b - h_f$

onde Δh_f deve ser negativo para haver compressão da defesa; y_b é a coordenada interpolada para o ponto de possível contato e h_f é o comprimento da base até a ponta da defesa, sem considerar o painel (ver Figura 1-3). Caso haja compressão, os esforços exercidos pela defesa na direção y são dados por:

$$\mathbf{R} = (0; k\Delta h_f; 0) \quad (118)$$

$$\mathbf{v} = (0; 1; 0) \quad (119)$$

$$\mathbf{b}_D = (\mathbf{P}_b - \mathbf{C}_g) + [(\mathbf{C}_g - \mathbf{P}_b) \cdot \mathbf{v}]\mathbf{v} \quad (120)$$

$$\mathbf{M}_R = \mathbf{b}_D \times \mathbf{R} \quad (121)$$

onde $\mathbf{R}$ é a força exercida pela defesa, k é a rigidez (linearizada), $\mathbf{b}_D$ é o braço, $\mathbf{P}_b$ é o ponto de localização da defesa, $\mathbf{C}_g$ é o ponto que caracteriza o centro de gravidade do navio, e $\mathbf{M}_R$ é o momento com relação ao centro de gravidade.

4.2.3. Solução do Sistema

4.2.3.1. Função Computacional de Força Resultante

Tendo caracterizado os esforços ativos e reativos atuantes no sistema, foi possível definir uma rotina organizada numa função computacional (em *Python* – linguagem de programação) que calcula o esforço resultante para cada posição do centro de gravidade do navio dado pelo conjunto de coordenadas (x, y, θ) . Essa função calcula os esforços da seguinte maneira:

1. Utilizando como dado de entrada o vetor posição (x, y, θ) , a função atualiza as coordenadas do centro de gravidade do navio e do seu contorno.
2. Atualiza os dados das linhas de amarração, incluindo comprimento, direção, braço, alongamento, forças de tração e momento resultante.
3. Atualiza os pontos de contato das defensas e recalcula o encurtamento e os esforços exercidos.
4. Soma os esforços de todas as linhas e defensas com as ações externas, e retorna o resultado.

Considera-se que o sistema está em equilíbrio quando o resultado obtido pela função é zero, isto é: $\Sigma F + \Sigma R = 0$, e $\Sigma M_F + \Sigma M_R = 0$.

4.2.3.2. Método de Newton-Raphson

A imposição de que a força e o momento resultantes no sistema sejam iguais a zero (para garantir o equilíbrio) leva a um sistema de equações nos três graus de liberdade do problema:

$$\mathbf{f}(x, y, \theta) = (f_x, f_y, m_\theta) = (0; 0; 0) \quad (122)$$

Ocorre que este sistema não é linear, pois depende do contato com as defensas, permite afrouxamento e mudança de direção das linhas de amarração. Por essa razão, optou-se por resolver o problema numericamente aplicando-se o método de Newton-Raphson, conforme apresentado em Kiusalaas (2013).

Para aplicação desse método numérico, avalia-se inicialmente a função $\mathbf{f}$ em função do vetor posição que caracteriza o navio como corpo rígido: $\mathbf{P} = (x, y, \theta)$. Determina-se, então, uma forma linearizada da função $\mathbf{f}$ e calcula-se o deslocamento $\Delta \mathbf{P}$ que garante o equilíbrio do sistema para essa forma linearizada. Após cada

iteração (representada pelo índice i), atualizam-se as coordenadas deste ponto: $\mathbf{P}_{i+1} = \mathbf{P}_i + \Delta\mathbf{P}_i$. Esse processo se repete até que o deslocamento $\Delta\mathbf{P}$ seja menor que um valor definido, isto é, $|\Delta\mathbf{P}| < \varepsilon_r$. A base teórica para aplicação desse método é apresentada a seguir.

Por meio de uma expansão em série de Taylor, avalia-se a função $\mathbf{f}$, conforme abaixo:

$$\mathbf{f}(\mathbf{P} + \Delta\mathbf{P}) = \mathbf{f}_i(\mathbf{P}) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial P_j} \Delta P_j + O(\Delta\mathbf{P}^2) \quad (123)$$

Tomando somente a parte linear da expansão, ou seja, desconsiderando-se os termos de maior ordem $O(\Delta\mathbf{P}^2)$, obtém-se a seguinte equação

$$\mathbf{f}(\mathbf{P} + \Delta\mathbf{P}) = \mathbf{f}(\mathbf{P}) + \mathbf{J}(\mathbf{P})\Delta\mathbf{P} \quad (124)$$

onde $\mathbf{J}(\mathbf{P})$ é o jacobiano da função $\mathbf{f}(\mathbf{P})$ e, nesse caso, é uma matriz 3×3 calculada a partir das derivadas parciais em cada um dos graus de liberdade do problema x , y e θ :

$$J_{ij} = \partial f_i / \partial P_j \quad (125)$$

sendo j as coordenadas x , y ou θ .

Com a linearização que resulta na equação (26), é possível procurar um deslocamento $\Delta\mathbf{P}$ que satisfaça à condição de equilíbrio linearizada: $\mathbf{f}(\mathbf{P} + \Delta\mathbf{P}) = 0$. Dessa forma, temos um sistema de equações algébricas lineares, cuja variável é o deslocamento $\Delta\mathbf{P}$:

$$\mathbf{J}(\mathbf{P})\Delta\mathbf{P} = -\mathbf{f}(\mathbf{P}) \quad (126)$$

Por não ser prático determinar analiticamente as derivadas parciais da função $\mathbf{f}(\mathbf{P})$ para o problema proposto, optou-se por simplificar cada um de seus termos por aproximações de diferenças finitas da seguinte forma:

$$\frac{\partial f_i}{\partial P_j} \approx \frac{f_i(\mathbf{P} + \mathbf{e}_j h_n) - f_i(\mathbf{P})}{h_n} \quad (127)$$

onde h_n é um incremento pequeno da variável P_j e $\mathbf{e}_j$ é um vetor unitário na direção dessa variável.

Resta, com isso, resolver o sistema linear para se obter o deslocamento $\Delta\mathbf{P}$, atualizar os valores de $\mathbf{P}$, $\mathbf{J}(\mathbf{P})$, e $\mathbf{f}(\mathbf{P})$; e repetir todo o processo até que $\Delta\mathbf{P}$ seja

pequeno o suficiente para se considerar que a solução convergiu. Como critério de convergência, considerou-se que a norma de $\Delta \mathbf{P}$ deva ser menor que 10^{-12} .

4.2.3.3. Análise do Modelo Não Linear

Foram realizadas análises do modelo não linear para os casos críticos calculados nas hipóteses de estudo apresentadas anteriormente (vento e corrente). Além disso, o comportamento do modelo em torno do ponto de equilíbrio na situação de esforços ativos nulos foi analisado e discutido.

Definiu-se, também, uma altura para o centro de gravidade do navio (C_g) a partir do fundo do casco ($KG = 13,32$ m), contudo destaca-se que a solução do problema plano não é sensível à posição vertical do centro de gravidade.

Observa-se que a geometria utilizada é a mesma do modelo simplificado pelo Método 2 da ROM2.0-11, conforme indicado Figura 4-3:

Figura 4-3 – Geometria do modelo não linear.
Numeração: Linhas de L0 a L5 e defensas de D0 a D12. Fonte: autor.

Posição de Equilíbrio

Como primeira análise, elaborou-se um modelo com forças externas nulas de modo a se observar o sistema na posição de equilíbrio. Caso não houvesse aplicação de pré-tensão nas linhas de amarração, o sistema manteria sua posição de equilíbrio para o Cg posicionado em $x = 0,00\text{m}$ e $y = 25,30\text{m}$, na situação em que o eixo longitudinal do navio esteja alinhado com a linha de atracação, isto é, $\theta = 0,0\text{rad}$.

Devido às forças de pré-tensão, aplicadas com o valor de 5% da força de ruptura (MBL) nas linhas de amarração $R_0 = 283,6\text{kN}$, procurou-se a posição do centro de gravidade para a qual o sistema não sofre deslocamento nem variação nos esforços das linhas de amarração e defensas. Isso ocorreu para as coordenadas: $x = 0,00\text{m}$, $y = 25,276\text{m}$ e $\theta = 0,0\text{rad}$.

Destaca-se que não ocorreu variação na posição x nem no ângulo θ porque as defensas e as linhas de amarração estão dispostas simetricamente com relação ao eixo y . A Tabela 4-1 mostra os esforços em cada linha de amarração e defesa obtidos:

Tabela 4-1 – Forças iniciais nas defensas e linhas de amarração.
Caso de esforços ativos nulos. Estão listadas apenas as defensas comprimidas (isto é, em contato com o navio). Unidades: kN, m. Fonte: autor.

Elemento	R_x	R_y	R_z	$M_{R\theta}$	$(R_x^2 + R_y^2 + R_z^2)^{1/2}$
Linha 0	-189,40	-206,82	-42,05	32062	283,58
Linha 1	-10,17	-277,71	-56,46	43046	283,58
Linha 2	277,61	-32,10	-48,15	9113	283,58
Linha 3	-277,61	-32,10	-48,15	-9113	283,58
Linha 4	10,17	-277,71	-56,46	-43046	283,58
Linha 5	189,40	-206,82	-42,05	-32062	283,58
Defensa 0	0,00	147,61	0,00	-10628	147,61
Defensa 1	0,00	147,61	0,00	-7085	147,61
Defensa 2	0,00	147,61	0,00	-3543	147,61
Defensa 3	0,00	147,61	0,00	0	147,61
Defensa 4	0,00	147,61	0,00	3543	147,61
Defensa 5	0,00	147,61	0,00	7085	147,61
Defensa 6	0,00	147,61	0,00	10628	147,61
Total	0,00	0,00	-	0	-

Vale ressaltar que todas as análises subsequentes para o modelo não linear foram realizadas considerando as coordenadas calculadas neste item ($x = 0,00\text{m}$, $y = 25,276\text{m}$ e $\theta = 0,0\text{rad}$) como posição inicial para o centro de gravidade do navio e para o seu eixo longitudinal.

Curvas de esforços em função dos deslocamentos

Tendo calculado a posição de equilíbrio, foi possível fazer uma análise dos esforços necessários para deslocar o navio. Cada deslocamento foi imposto isoladamente a partir do equilíbrio (com esforços ativos nulos), mantendo-se os outros dois graus de liberdade restringidos.

Para os deslocamentos analisados, quase não se verifica a não-linearidade geométrica devido à mudança de direção das linhas de amarração, sendo que a perda de contato com as defensas é a não-linearidade mais relevante no problema.

Deslocamento na direção x (*surge*)

Para os deslocamentos na direção x, observa-se, na Figura 4-4, a variação da rigidez devido ao afrouxamento dos *springs*, quando o deslocamento x é aproximadamente $\pm 0,07\text{m}$. Ressalta-se também o acoplamento que o modelo revela com os movimentos de abatimento (*sway*) e cabeceio (*yaw*). As variações na força R_y e no momento $M_{R\theta}$ se devem à variação de posição e de alongamento das linhas de amarração e à variação na deformação das defensas.

Figura 4-4 – Esforços em função do deslocamento x.

Fonte: autor.

Obs.: Esforços determinados com relação à posição de equilíbrio: $x = 0,00\text{m}$.

Deslocamento na direção y (sway)

Para os deslocamentos na direção y, pode-se observar (Figura 4-5) o gráfico aproximadamente bilinear da força R_y : a rigidez do sistema é aproximadamente 55000kN/m quando as defensas estão comprimidas e 12500kN/m quando o navio não está em contato com as defensas. Destaca-se que esses valores de rigidez variam com a quantidade de defensas que estão em contato com o navio e com a direção das linhas de amarração.

Os valores de R_x e $M_{R\theta}$ podem ser considerados nulos, pois suas ordens de grandeza são de respectivamente 10^{-7} kN e 10^{-7} kNm.

Ressalta-se que nos casos em que as linhas de amarração não estão dispostas simetricamente, R_x não é nulo. Da mesma maneira, $M_{R\theta}$ não seria nulo para deslocamentos positivos em y com arranjos assimétricos de linhas de amarração ou nos casos em que o número de defensas comprimidas de um lado ($x < 0$) é diferente do outro ($x > 0$).

Figura 4-5 – Esforços em função do deslocamento y.

Fonte: autor.

Obs.: Esforços determinados com relação à posição de equilíbrio $y = 25,276$ m.

Observa-se, também, que os valores de rigidez transversal obtidos no modelo são consistentes com a formulação da equação (31). Destaca-se, nessa equação, a presença de uma não-linearidade geométrica, consistente com comportamento esperado no modelo estático não linear $(\sin \alpha_{m,i} \cdot \cos \beta_{m,i})^2$, o que, apesar de apresentar muito pouca variação nas situações analisadas, indica que a curva de rigidez transversal do sistema não é perfeitamente bilinear.

Rotação em torno no eixo z (yaw)

Na Figura 4-6, verifica-se o acoplamento do momento com a força R_x devido ao afrouxamento/retesamento das linhas nas regiões de proa e de popa. Já para a força R_y , temos inicialmente valores negativos devido à perda de contato com as defensas de cada lado.

Figura 4-6 – Esforços em função da rotação θ .
Fonte: autor.

Obs.: Esforços determinados com relação à posição de equilíbrio $\theta = 0,0\text{rad}$.

Resultados do modelo não linear

A seguir, são apresentados os máximos valores de tração nas linhas de amarração obtidos para cada caso de esforço ativo (ver Tabela 3-7, Tabela 3-8 e Tabela 3-9). Da mesma forma que na análise linear, os resultados (esforços reativos) foram agrupados para cada caso de ângulo de incidência da corrente (variando-se os ângulos de incidência do vento):

- Na Tabela 4-2 temos o caso 1: corrente na direção longitudinal ($\alpha_c = 0^\circ$);
- Na Tabela 4-3 temos o caso 2: corrente incidindo a 10° com relação à longitudinal do navio;
- E na Tabela 4-4 temos corrente na direção transversal ($\alpha_c = 90^\circ$)

Destaca-se que, para comparar as diferenças entre os modelos estáticos linear e não linear, os esforços reativos obtidos nas tabelas a seguir devem ser comparados com os máximos valores obtidos em cada linha de amarração da análise estática linear da Tabela 3-10, da Tabela 3-11 e da Tabela 3-12.

Tabela 4-2 – Esforços máximos obtidos, caso 1.
Para cada caso de resultante externa com corrente longitudinal ($\alpha_c = 0^\circ$). Fonte: autor.

α_v (°)	Máx. Tração (kN)	Linha	Resultado na Tabela 3-10 (kN)
0	1686,95	Spring L2 (B2)	2370,26
10	1665,70	Spring L2 (B2)	2349,49
90	1717,84	Través L1 (B1)	1401,59

Tabela 4-3 – Esforços máximos obtidos, caso 2.
Para cada caso de resultante externa com corrente longitudinal ($\alpha_c = 10^\circ$). Fonte: autor.

α_v (°)	Máx. Tração (kN)	Linha	Resultado na Tabela 3-11 (kN)
0	1604,30	Spring L2 (B2)	2309,59
10	1588,55	Spring L2 (B2)	2288,82
90	2068,57	Través L1 (B1)	1705,12

Tabela 4-4 – Esforços máximos obtidos, caso 3.
Para cada caso de resultante externa com corrente transversal ($\alpha_c = 90^\circ$). Fonte: autor.

α_v (°)	Máx. Tração (kN)	Linha	Resultado na Tabela 3-12 (kN)
0	1331,09	Través L1 (B1)	1104,84
10	1538,27	Través L1 (B1)	1279,39
90	2961,00	Través L1 (B1)	2506,43

Observa-se que, na situação de máximo esforço longitudinal (com $\alpha_c = 0^\circ$ e $\alpha_v = 0^\circ$), a tração no *spring* L2 (conectado ao cabeço B2) é 1687kN. Esse valor é menor que a tração obtida no modelo do Método 2 da ROM 2.0-11 (2370kN). Isso acontece porque o modelo da ROM 2.0-11 considera que o *spring* resiste a todos os esforços horizontais, enquanto que, na realidade, os traveses e os lançantes contribuem para resistir aos esforços. Caso não existissem lançantes no modelo não linear, os esforços obtidos nos *springs* devido a forças externas longitudinais seriam mais próximos dos resultados do modelo da ROM 2.0-11.

Por outro lado, no caso em que o esforço no través L1 (conectado ao cabeço B1) é mais crítico (com $\alpha_c = 90^\circ$ e $\alpha_v = 90^\circ$) temos 2961kN de tração nesse elemento, o que ultrapassa, inclusive, o limite de tração admissível para a linha de amarração: 2836kN. Nesse caso, o fator de segurança na linha de amarração, $FS = 1,92$, é um pouco menor que o valor recomendado ($FS \geq 2,0$).

Observa-se que, para a mesma linha, o Método 2 da ROM 2.0-11 leva a uma tração igual a 2506kN, respeitando o fator de segurança mínimo recomendado. O esforço é menor porque a formulação da ROM 2.0-11 (apresentada em 3.1.4) não considerou a diferença de rigidez entre os traveses e os lançantes, que é considerável devido aos comprimentos das linhas (aprox. 27 m – traveses, e 37 m – lançantes) e devido à direção de cada elemento (isto é, o ângulo formado entre o eixo x e a projeção das linhas no plano horizontal).

I → Situação de máximo esforço de tração

Para o modelo não linear, o máximo esforço de tração ocorreu para a situação de corrente transversal e um ângulo de 90° para incidência do vento. Um resumo dos resultados obtidos para equilíbrio por meio do método de Newton-Raphson é apresentado a seguir.

Tabela 4-5 – Esforços médios I.
Fator de amplificação dinâmica: 1,5. Ângulo do vento 90° e ângulo da corrente 90° . Fonte: autor.

F_x (kN)	F_y (kN)	M_{CG} (kN.m)
0,0	4898,85	-125759

Tabela 4-6 – Posição final I.
Encontrada pelo método de Newton-Raphson. Fonte: autor.

x	0,018	m
y	25,781	m
θ	$-0,63 \times 10^{-3}$	rad

Tabela 4-7 – Esforços calculados para linhas de amarração I.
 Ressalta-se que, neste caso de carregamento, não há defensas comprimidas. Unidades: kN, m.
 Fonte: autor.

Elemento	R_x	R_y	R_z	$M_{R\theta}$	$(F_x^2 + F_y^2 + F_z^2)^{1/2}$
Linha 0	-1146,33	-1280,39	-254,67	198600	1737,33
Linha 1	-102,16	-2902,38	-577,28	449882	2961,00
Linha 2	653,28	-86,80	-113,19	22314	668,67
Linha 3	-362,45	-47,11	-62,93	-12332	370,87
Linha 4	75,48	-2054,56	-411,54	-318452	2096,73
Linha 5	882,18	-977,03	-195,70	-151374	1330,83
Soma	0,00	-7348,27	-	188638	-

Ressalta-se que, apesar do arranjo simétrico de linhas de amarração e combinação de vento e corrente somente na direção transversal do navio, as reações nas linhas de amarração (Tabela 4-7) não são simétricas. Isso porque a ROM considera que a geometria do navio é suficientemente assimétrica para gerar um momento na direção do yaw quando temos um caso de vento transversal.

Por fim, destaca-se que o momento resultante devido aos esforços longitudinais nas linhas de amarração é 15,6% do momento total. Dessa forma, não parece adequado desconsiderar a contribuição dos esforços longitudinais no cálculo de equilíbrio de momentos como proposto na equação (10).

Tabela 4-8 – Contribuição de cada linha para o momento de restauração total.
 Contribuição das componentes longitudinal ($M_{R\theta,Fx}$) e transversal ($M_{R\theta,Fy}$). $M_{R\theta}$ é o valor total.
 Unidades: kN, m. Fonte: autor.

Elemento	$M_{R\theta,Fx}$	$M_{R\theta,Fy}$	M_z
Linha 0	84587	114013	198600
Linha 1	240	449642	449882
Linha 2	21957	357	22314
Linha 3	-12143	-189	-12332
Linha 4	-192	-318259	-318452
Linha 5	-65067	-86307	-151374
Soma	29381	159257	188638

A razão entre momento resultante devido aos esforços longitudinais e momento total é dada por:

$$\frac{\sum M_{R\theta, Fx}}{\sum M_{R\theta}} = 0,156 \quad (128)$$

II → Situação de máximo esforço longitudinal

Os resultados para a situação de máximo esforço longitudinal são apresentados a seguir. Ressalta-se que, embora não haja resultante de momento ativo, os esforços longitudinais geram uma pequena rotação do navio, o que indica que os modos de deslocamento longitudinal e rotação estão acoplados. Pelo mesmo motivo, observa-se que os esforços de compressão nas defensas (R_y) variam linearmente da defesa 6 à defesa 9 (posto que a superfície do navio nesse trecho é reta).

Tabela 4-9 – Esforços médios II.
Fator de amplificação dinâmica: 1,5. Ângulo do vento 0° e ângulo da corrente 0°. Fonte: autor.

F_x (kN)	F_y (kN)	M_{CG} (kN.m)
-1546,93	0,00	0,00

Tabela 4-10 – Posição final II.
Encontrada pelo método de Newton-Raphson
Fonte: autor.

x	-0,364	m
y	25,267	m
θ	$-2,4 \times 10^{-4}$	rad

Tabela 4-11 – Esforços calculados para linhas de amarração e defensas II.
Estão listadas apenas as defensas comprimidas (isto é, em contato com o navio). Unidades: kN, m.
Fonte: autor.

Elemento	R_x	R_y	R_z	$M_{R\theta}$	$(R_x^2 + R_y^2 + R_z^2)^{1/2}$
Linha 0	0,00	0,00	0,00	0	0,00
Linha 1	-8,30	-356,73	-72,44	55293	364,10
Linha 2	1652,18	-189,40	-283,28	54072	1686,95
Linha 3	0,00	0,00	0,00	0	0,00
Linha 4	7,20	-143,95	-29,31	-22312	147,08
Linha 5	669,32	-719,18	-146,46	-111464	993,30
Defensa 0	0,00	94,64	0,00	-6779	94,64
Defensa 1	0,00	130,20	0,00	-6202	130,20
Defensa 2	0,00	165,76	0,00	-3918	165,76
Defensa 3	0,00	201,32	0,00	73	201,32
Defensa 4	0,00	236,88	0,00	5771	236,88
Defensa 5	0,00	272,45	0,00	13177	272,45
Defensa 6	0,00	308,01	0,00	22289	308,01
Soma	2320,40	0,00	-	0	-

4.2.4. Considerações sobre a Análise Estática Não Linear

Como primeira consideração sobre o modelo estático não linear, vale ressaltar que o arranjo de amarração perfeitamente simétrico (da Figura 4-3) nesta análise é improvável, pois a disposição das linhas de amarração e das defensas depende das características de cada navio e cada obra de atracação. De fato, a escolha do arranjo simétrico deveu-se à necessidade de se avaliar a consistência dos resultados durante a interpretação da posição de equilíbrio e do acoplamento entre os modos de movimento do navio.

Com relação às linhas de amarração, verifica-se que, devido à configuração do cais em estudo, não há como utilizar comprimentos maiores para os traveses a fim de diminuir a sua rigidez. Isso dificulta uma distribuição de esforços mais uniforme nas linhas de amarração e se torna essencial levar em conta que os máximos esforços de tração nos traveses sempre serão maiores que nos lançantes quando predominarem forças externas na direção transversal ao navio (ou momentos em torno de seu centro de gravidade).

Quanto às curvas que relacionam a força total de restauração com os deslocamentos em torno do ponto de equilíbrio, destaca-se que a principal não linearidade observada no modelo resulta da perda de contato com as defensas. Observa-se, em segunda instância, o afrouxamento das linhas dos *springs* nos casos de deslocamentos e esforços longitudinais. Por outro lado, as não linearidades geométricas devido à mudança de direção das linhas de amarração são observáveis apenas quando os deslocamentos são expressivos (e maiores do que os resultados apresentados neste estudo).

Adicionalmente, observa-se que o modelo estático não linear leva a deslocamentos maiores do que aqueles obtidos pela análise dinâmica linear, mesmo sem a aplicação do coeficiente de amplificação dinâmica de $\gamma_D = 1,5$. Destaca-se que isso ocorre devido à redução de rigidez do sistema na ocorrência da perda de contato entre navio e defensas. No caso de aplicarmos os esforços estáticos de vento do cais para o mar, sem o fator de amplificação dinâmica:

$$\bar{\mathbf{F}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 2381800 \\ -125759000 \end{Bmatrix} \quad (129)$$

no modelo estático não linear, obteremos os seguintes deslocamentos:

$$\bar{\mathbf{X}} = \begin{Bmatrix} -0,0126 \text{ m} \\ 0,1085 \text{ m} \\ -0,000426 \text{ rad} \end{Bmatrix} \quad (130)$$

Ainda em comparação com os resultados do modelo dinâmico linear, verifica-se que o deslocamento no modo *sway*, obtido em (106), é maior que o limite para a perda de contato entre navio e defensas (0,024m, para a análise estática não-linear). Consequentemente, é necessário considerar a perda de contato entre navio e defensas na análise dinâmica.

Tendo em vista essa diferença nos resultados, vale ressaltar a necessidade de se realizarem mais análises dinâmicas, utilizando modelos numéricos que considerem a perda de contato com as defensas.

Como última consideração, nota-se que o modelo não linear confirmou a existência de uma força de restauração praticamente bilinear (para os deslocamentos transversais – direção *y*) com uma variação brusca de rigidez quando ocorre a perda de contato entre navios e defensas.

4.3. Dinâmica Não Linear do Sistema de Um Grau de Liberdade

Na sequência, adapta-se o modelo estático não linear a fim de se estudar o sistema considerando a perda de contato com as defensas no modo do sway. Um modelo numérico nesse único grau de liberdade é estabelecido, são determinados parâmetros como as frequências naturais do sistema livre, e são observadas algumas situações em que há a coexistência de respostas dinâmicas em presença de carregamentos periódicos.

Para análise do movimento na direção transversal, tira-se proveito da simetria das linhas de amarração e defensas a fim de garantir que os esforços longitudinais e os momentos gerados por esses elementos se anulem, fazendo com que o movimento transversal esteja desacoplado dos outros dois modos (*surge* e *yaw*). Para isso adaptou-se o modelo utilizado na análise estática para que tenha apenas as sete defensas em contato com o navio, conforme ilustrado anteriormente na Figura 4-3.

De acordo com a análise estática não linear, a curva que define as forças de restauração do sistema de navio amarrado é praticamente bilinear, com o detalhe de que, devido aos esforços de pré-tensão aplicados nas linhas de amarração, o ponto de perda de contato entre navio e defensas não coincide com o ponto de equilíbrio. Isso pode ser observado no gráfico da Figura 4-7 pelo fato de a mudança de inclinação no gráfico bilinear não ocorrer na origem (i.e.: onde força e deslocamento são iguais a zero).

Figura 4-7 – Curva de restauração do sistema.
Áreas (azul e laranja) referentes à energia de deformação do sistema. Fonte: autor.

4.4. Oscilador Bilinear

A primeira configuração de oscilador bilinear analisada (denominada sistema 1) é semelhante ao oscilador apresentado em Thompson, Bokaian e Ghaffari (1983). Nesse artigo, os autores propuseram um oscilador bilinear cujo ponto de equilíbrio coincide com a mudança de rigidez. Isso permitiu dividir o espaço de fase do problema – definido pelo plano de coordenadas $(y, \dot{y})$ – em duas partes, facilitando a obtenção de parâmetros tais como o período natural de oscilação livre e não amortecida:

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \pi\sqrt{m/k_1} + \pi\sqrt{m/k_2} \quad (131)$$

onde: T_1 é o período natural referente à condição de maior rigidez k_1 , isto é, considerando que ocorre contato entre navio e defensas; T_2 é o período natural referente à condição de menor rigidez k_2 , isto é, sem contato entre navio e defensas; e m é massa total do navio.

Nessa situação, o período de oscilação calculado é soma da metade de cada período natural referente à rigidez em cada metade do espaço. Adicionalmente, a equação de movimento do sistema (oscilação forçada e amortecida) é dada por:

$$F_0 \sin(\omega_f t) = \begin{cases} m\ddot{y} + c\dot{y} + k_1 y, & y < 0 \\ m\ddot{y} + c\dot{y} + k_2 y, & y \geq 0 \end{cases} \quad (132)$$

A solução do problema é obtida de maneira analítica para cada metade do espaço, o que é possível desde que se identifique o ponto de transição $P = (y, \dot{y})$ no instante em o deslocamento y retorna ao valor zero, pois é possível utilizar a velocidade $\dot{y}$ como condição inicial para resolver a equação de movimento. Uma observação relevante no estudo de Thompson, Bokaian e Ghaffari (1983) é que a amplitude da força aplicada altera as trajetórias obtidas apenas num fator de escala. De fato, será verificado que as trajetórias de fase mantêm a sua forma somente para o caso em que a mudança de rigidez ocorre em $y = 0$.

Um primeiro indício de que isso ocorre pode ser obtido ao se considerar o caso de oscilação livre e não amortecida. Com a mudança de rigidez em $y = 0$, observa-se que o período de oscilação e a forma da trajetória de fase não dependem da energia do oscilador. A visualização desse fato é obtida a partir do cálculo energia total do sistema (livre e não amortecido):

$$E = \begin{cases} \frac{1}{2}m\dot{y}^2 + \frac{1}{2}k_1y^2, & y < 0 \\ \frac{1}{2}m\dot{y}^2 + \frac{1}{2}k_2y^2, & y \geq 0 \end{cases} \quad (133)$$

Para cada valor de energia adotado (ver Tabela 4-12), pode-se traçar uma curva da velocidade ($\dot{y}$) em função da posição (y) e observar que a forma de cada trajetória de fase é composta por duas metades de elipse. A visualização disso é dada na Figura 4-8.

Tabela 4-12 – Trajetórias de fase calculadas para contato em $y = 0,0\text{m}$.
Sistema 1. Fonte: Autor.

Trajétória	Posição Inicial (m)	Velocidade Inicial (m/s)	Energia (N.m)
1	-0,100	0,00	274492,35
2	-0,075	0,00	154401,95
3	-0,050	0,00	68623,09
4	-0,025	0,00	17155,77

Figura 4-8 – Trajetórias de fase para diferentes energias do sistema 1.
Azul para o “meio”-ciclo $k_1 = 54898,47\text{kN/m}$ e laranja para o “meio”-ciclo $k_2 = 12353,28\text{kN/m}$.
Massa $m = 235000\text{t}$. A linha preta indica a posição de contato com as defensas no caso do navio, onde $k_2 < k_1$. Fonte: autor.

Para a segunda configuração de oscilador bilinear (denominada neste estudo como sistema 2), ainda com oscilações livres e não amortecidas, mas com um ponto de mudança de rigidez não coincidente com a posição de equilíbrio ($y = 0$), observou-se que a forma da trajetória de fase (composta por uma única elipse, ou por parcelas de duas elipses distintas) depende da energia do sistema.

Nesse caso, o período natural de oscilação livre vai variar para cada valor da energia do sistema. Tomando a posição “a” como o ponto de mudança de rigidez, obtêm-se as trajetórias de fase da Figura 4-9 a partir seguinte equação de energia:

$$E = \begin{cases} \frac{1}{2}m\dot{y}^2 + \frac{1}{2}k_1y^2 & , y < a \\ \frac{1}{2}m\dot{y}^2 + \frac{1}{2}k_1a^2 + k_1a(y - a) + \frac{1}{2}k_2(y - a)^2 & , y \geq a \end{cases} \quad (134)$$

Tabela 4-13 – Trajetórias de fase calculadas para contato em $a = 0,024\text{m}$. Sistema 2. Fonte: Autor.

Trajétória	Posição Inicial (m)	Velocidade Inicial (m/s)	Energia (N.m)
1	-0,100	0,00	274492,35
2	-0,075	0,00	154401,95
3	-0,050	0,00	68623,09
4	-0,025	0,00	17155,77

Figura 4-9 – Trajetórias de fase para diferentes energias do sistema 2.

Nesse caso, a mudança de rigidez para o oscilador bilinear ocorre em $a = 0,024\text{m}$. Azul para ciclo $k_1 = 54898,47\text{kN/m}$ e laranja para ciclo $k_2 = 12353,28\text{kN/m}$. Massa $m = 235000\text{t}$. Fonte: autor.

Na Figura 4-9, observa-se que o aspecto das trajetórias de fase da oscilação livre muda conforme a energia do sistema. Espera-se um comportamento semelhante no caso de oscilação forçada com a presença de pré-tensão no sistema de navio amarrado, porque, nesse caso, a energia do sistema dependerá da amplitude da força, da frequência de excitação, e da taxa de amortecimento.

Adicionalmente, destaca-se que a estimativa anterior do período natural de oscilação, na equação (131), não é válida em presença de pré-tensão. Por outro lado, espera-se que esse período esteja sempre dentro do intervalo:

$$T_1 \leq T < \frac{1}{2}(T_1 + T_2) \rightarrow 2\pi\sqrt{m/k_1} \leq T < \pi\sqrt{m/k_1} + \pi\sqrt{m/k_2} \quad (135)$$

desde que o lado de maior rigidez (k_1) esteja na parte $y < a$, e que o ponto de transição de rigidez “a” seja maior que zero – como é o caso do sistema de navio amarrado.

4.5. Solução Numérica – Método de Bathe

A necessidade de utilizar um algoritmo de integração numérica como o de Bathe surge da presença de não-linearidades que alteram a rigidez do sistema. Algoritmos de integração no tempo como o método de Newmark linear não são aplicáveis no caso dinâmico a ser estudado, pois assumem que a rigidez, a massa, e o amortecimento tenham valores constantes.

Como observado no modelo estático não linear de navio amarrado (apresentado no capítulo 3), a força de restauração é uma função da posição, mas não apresenta uma relação linear na forma $\mathbf{K} \cdot \mathbf{x}$ (onde $\mathbf{K}$ é a matriz de rigidez e $\mathbf{x}$ é o vetor de deslocamentos/rotações). Dessa forma, optou-se por aplicar uma adaptação do método numérico descrito em Bathe (2007), pois ele permite a atualização da matriz de rigidez em cada passo de integração e tem estabilidade numérica incondicional para os casos de dinâmica linear, embora neste particular contexto se trate de análise não linear. No método de Bathe, o sistema de equações a ser resolvido é:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{R}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{F}(t) \quad (\text{incluído as condições iniciais}) \quad (136)$$

onde: $\mathbf{M}$ é a matriz de massa, $\mathbf{C}$ é a matriz de amortecimento, $\mathbf{R}$ é o vetor de esforços reativos, $\mathbf{F}$ é o vetor de esforços ativos.

Inicialmente, define-se um passo de integração no tempo Δt constante, sendo que cada iteração do método será realizada em duas partes de tamanho $\Delta t/2$. Para a

primeira parte, a regra trapezoidal é utilizada e, para a segunda parte, a fórmula de um método implícito de Euler (*3-point Euler Backward*) é empregada.

Na primeira parte do passo as equações são resolvidas no tempo $t + \Delta t/2$:

$$\mathbf{M}^{t+\Delta t/2} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}^{t+\Delta t/2} \dot{\mathbf{x}} = {}^{t+\Delta t/2}\mathbf{F} - {}^{t+\Delta t/2}\mathbf{R} \quad (137)$$

com as equações da regra trapezoidal

$${}^{t+\Delta t/2}\dot{\mathbf{x}} = {}^t\dot{\mathbf{x}} + \frac{\Delta t}{4} ({}^t\ddot{\mathbf{x}} + {}^{t+\Delta t/2}\ddot{\mathbf{x}}) \quad (138)$$

$${}^{t+\Delta t/2}\mathbf{x} = {}^t\mathbf{x} + \frac{\Delta t}{4} ({}^t\dot{\mathbf{x}} + {}^{t+\Delta t/2}\dot{\mathbf{x}}) \quad (139)$$

A partir das três equações acima, as incógnitas de deslocamentos, velocidade e acelerações no instante $t + \Delta t/2$ são calculadas com a aplicação de um algoritmo de Newton-Raphson, o que resulta na equação abaixo:

$$\left(\frac{16}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{4}{\Delta t} \mathbf{C} + {}^{t+\Delta t/2}\mathbf{K}^{(i-1)} \right) \Delta \mathbf{x} = {}^{t+\Delta t/2}\mathbf{F} - {}^{t+\Delta t/2}\mathbf{R}^{(i-1)} - \mathbf{M} \left(\frac{16}{\Delta t^2} ({}^{t+\Delta t/2}\mathbf{x}^{(i-1)} - {}^t\mathbf{x}) - \frac{8}{\Delta t} {}^t\dot{\mathbf{x}} - {}^t\ddot{\mathbf{x}} \right) - \mathbf{C} \left(\frac{4}{\Delta t} ({}^{t+\Delta t/2}\mathbf{x}^{(i-1)} - {}^t\mathbf{x}) - {}^t\dot{\mathbf{x}} \right) \quad (140)$$

onde

$${}^{t+\Delta t/2}\mathbf{x}^{(i)} = {}^{t+\Delta t/2}\mathbf{x}^{(i-1)} + \Delta \mathbf{x}^{(i)} \quad (141)$$

Observa-se que a equação (140) deve ser calculada repetidas vezes nessa primeira parte do passo até que se obtenha um valor de $\Delta \mathbf{x}$ pequeno o suficiente para se considerar que a solução convergiu.

Para concluir a primeira parte do passo, utilizam-se os deslocamentos calculados nas equações (138) e (139) para se obter as velocidades e acelerações no instante $t + \Delta t/2$.

Na segunda parte do passo Δt , resolve-se a equação (136) no instante $t + \Delta t$:

$$\mathbf{M}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{x}} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{F} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} \quad (142)$$

Com as equações do método implícito de Euler, temos:

$${}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{x}} = \frac{1}{\Delta t} {}^t\mathbf{x} - \frac{4}{\Delta t} {}^{t+\Delta t/2}\mathbf{x} + \frac{3}{\Delta t} {}^{t+\Delta t}\mathbf{x} \quad (143)$$

$${}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{x}} = \frac{1}{\Delta t} {}^t\dot{\mathbf{x}} - \frac{4}{\Delta t} {}^{t+\Delta t/2}\dot{\mathbf{x}} + \frac{3}{\Delta t} {}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{x}} \quad (144)$$

Usando as equações (142) a (144), e as soluções obtidas para o instante $t + \Delta t/2$, as equações que governam a iteração de Newton-Raphson, para obter a solução no instante $t + \Delta t$ são:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{9}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{3}{\Delta t} \mathbf{C} + {}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(i-1)} \right) \Delta \mathbf{x}^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{F} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{R}^{(i-1)} \\
& - \mathbf{M} \left(\frac{9}{\Delta t^2} {}^{t+\Delta t} \mathbf{x}^{(i-1)} - \frac{12}{\Delta t^2} {}^{t+\Delta t/2} \mathbf{x} + \frac{3}{\Delta t^2} {}^t \mathbf{x} - \frac{4}{\Delta t} {}^{t+\Delta t/2} \dot{\mathbf{x}} - \frac{1}{\Delta t} {}^t \dot{\mathbf{x}} \right) \\
& - \mathbf{C} \left(\frac{3}{\Delta t} {}^{t+\Delta t} \mathbf{x}^{(i-1)} - \frac{4}{\Delta t} {}^{t+\Delta t/2} \mathbf{x} + \frac{1}{\Delta t} {}^t \mathbf{x} \right)
\end{aligned} \tag{145}$$

onde

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{x}^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{x}^{(i-1)} + \Delta \mathbf{x}^{(i)} \tag{146}$$

Ao final das iterações do método de Newton-Raphson, obtêm-se os valores de deslocamentos no final do passo e, por fim, as velocidades e acelerações são obtidas a partir das equações (143) e (144).

Destaca-se que as matrizes de rigidez tangente ${}^{t+\Delta t/2} \mathbf{K}$ e ${}^{t+\Delta t} \mathbf{K}$ usadas nas equações (140) e (145) são as matrizes de rigidez consistentes do sistema. Para a análise dinâmica não linear, com um único grau de liberdade, essas matrizes foram simplificadas para uma aproximação de $d\mathbf{R}(y)/dy$:

$$K = \frac{R(y+\varepsilon) - R(y)}{\varepsilon} \tag{147}$$

onde $\varepsilon = 10^{-4} \text{m}$, foi adotado como padrão, e R é a força de restauração obtida para o movimento de sway do navio amarrado.

Análise da Oscilação Livre sem Amortecimento

Primeiramente, a solução numérica pelo método de Bathe foi testada para o sistema de navio amarrado apresentado no modelo estático sem amortecimento nem força de excitação. Dessa forma foi possível comparar os resultados numéricos com a trajetória de fase obtida analiticamente na Figura 4-9. A equação desse sistema é dada abaixo:

$$M\ddot{y} + R(y) = 0 \tag{148}$$

onde a força de restauração $R(y)$ foi obtida a cada instante da análise numérica a partir do modelo estático de navio amarrado. Ressalta-se que, ao contrário da solução analítica, este caso possui uma não-linearidade geométrica para cada linha de amarração, expressa na forma $(\sin \alpha_{m,i} \cos \beta_{m,i})^2$, conforme descrito na equação (31). Contudo, não foram observadas diferenças significativas entre as trajetórias obtidas analiticamente (Figura 4-9) e numericamente (Figura 4-10).

Figura 4-10 – Trajetórias de fase para diferentes energias do sistema. Trajetórias numeradas de 1 a 4, conforme condições iniciais na Tabela 4-14. Seções estroboscópicas (pontos vermelhos) tomadas com período igual ao período natural de cada caso. Fonte: autor.

Tabela 4-14 – Períodos naturais obtidos para cada nível de energia considerado. Fonte: Autor.

Trajetória	Posição Inicial (m)	Velocidade Inicial (m/s)	Energia (N.m)	Período Natural (s)
-	-0,500	0,00	6862308,75	20,07
-	-0,300	0,00	2470432,15	19,51
-	-0,250	0,00	1715577,19	19,21
-	-0,200	0,00	1097969,40	18,76
-	-0,150	0,00	617607,79	18,19
1	-0,100	0,00	274492,35	17,08
2	-0,075	0,00	154401,95	16,15
3	-0,050	0,00	68623,09	14,77
4	-0,025	0,00	17155,77	13,01
-	-0,010	0,00	2744,92	13,01
-	-0,001	0,00	27,44	13,01

Figura 4-11 – Períodos naturais obtidos para cada nível de energia considerado.

Fonte: Autor.

É possível verificar na Figura 4-14 e na Tabela 4-11 que os períodos naturais calculados numericamente respeitam os limites impostos pela equação (135), isto é: $13,0 \text{ s} \leq T < 20,2 \text{ s}$.

Destaca-se, também, que o uso de seções estroboscópicas na Figura 4-10 é apenas para ilustrar os valores aproximados de frequências naturais obtidas numericamente. Nesse caso, os pontos vermelhos são a posição da trajetória de fase para todo instante $t = kT$, com $k \in \mathbb{Z}$.

Para confirmar os valores de frequência obtidos pela observação estroboscópica e indicados na Tabela 4-14, aplicou-se uma transformada de Fourier sobre a série temporal de deslocamentos em função do tempo (subtraída do seu valor médio).

Por exemplo, para o caso de condições iniciais $(y_0, \dot{y}_0) = (0; -0,1)$, temos a resposta temporal apresentada na Figura 4-12:

Figura 4-12 – Série temporal. Oscilação livre e sem amortecimento.
 Condições iniciais $(y_0, \dot{y}_0) = (0; -0,1)$. Fonte: autor.

Dessa resposta, a transformada foi obtida a partir de uma função própria de *Fast Fourier Transform* (FFT) de uma biblioteca (*Numpy*) da linguagem de programação utilizada (*Python*), e resultou no espectro de amplitudes:

Figura 4-13 – Espectro de amplitudes do deslocamento (x) da série temporal. Calculado para condições iniciais $(y_0, \dot{y}_0) = (0; -0,1)$. Fonte: autor.

Verificou-se, dessa forma, que a frequência relacionada com a maior amplitude é a frequência natural $\omega = 0,3679$ rad/s, e as outras duas frequências presentes no espectro são seus múltiplos 2ω e 3ω .

Essas seções estroboscópicas foram, então, marcadas pelos pontos vermelhos na Figura 4-10, indicando a posição do sistema no plano de fase dada no instante em que se completa um período estroboscópico. Como o período estroboscópico utilizado coincide com o período natural da oscilação, os pontos vermelhos de cada trajetória de fase estão sobrepostos.

4.6. Análise da Oscilação Forçada e Amortecida

A resposta numérica do oscilador bilinear foi analisada para diferentes casos de carregamentos harmônicos considerando-se, inicialmente, uma taxa de amortecimento $\xi = 0,02$. Nos casos que serão apresentados, a equação de movimento utilizada tem um grau de liberdade e pode ser expressa conforme a equação abaixo:

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + R(y) = F(t) \quad (149)$$

Na seção 4.4, mostrou-se que as trajetórias de fase do sistema livre não amortecido deste trabalho dependem da energia do sistema e, por isso, os cálculos dos parâmetros de oscilador linear utilizados no estudo de Thompson, Bokaian e Ghaffari (1983) não são aplicáveis aqui. Apesar disso, a fim de comparar os resultados, os seguintes valores foram calculados conforme proposto por aquele estudo.

Seguindo os cálculos de Thompson, Bokaian e Ghaffari (1983), num modelo em que o ponto de mudança de rigidez coincide com o ponto de equilíbrio, temos:

$$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = \pi\sqrt{m/k_1} + \pi\sqrt{m/k_2} \quad (150)$$

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{K/m} \quad (151)$$

Calculam-se, a partir dessas relações, a rigidez equivalente K em termos de k_1 e k_2 e o período natural de oscilação do sistema:

$$K = \frac{4k_1k_2}{(\sqrt{k_1} + \sqrt{k_2})^2} = 22731772 \text{ N/m} \quad (152)$$

$$\omega_n = \sqrt{K/m} = \sqrt{22731772/235000000} = 0,3110 \text{ rad/s} \quad (153)$$

Como apresentado anteriormente, no caso em que há pré-tensão nas linhas de amarração, a frequência natural do sistema depende da sua trajetória de fase. Dessa forma, diferentemente do caso estudado por Thompson, Bokaian e Ghaffari (1983), os parâmetros K e ω_n para o oscilador em questão são valores aproximados, de modo que não representam a realidade física do sistema e os valores calculados em (152) e (153) são apenas de referência.

Tendo um valor de referência para a frequência natural, define-se a força de excitação aplicada ao sistema:

$$F(t) = F_0 \sin(\omega_f t) \quad (154)$$

onde F_0 é a amplitude e ω_f é a frequência da força de excitação.

Ressalta-se que nos casos analisados, ω_f foi adotado de modo a ser um múltiplo inteiro de ω_n ($\omega_f = 2\omega_n$ nos itens 4.6.3 e 4.6.4; e $\omega_f = 3\omega_n$ no item 4.6.1), ou um valor intermediário entre dois múltiplos inteiros consecutivos ($\omega_f = 2,7\omega_n$ no item 4.6.2).

Na situação de oscilação forçada, a análise estroboscópica da trajetória de fases fica facilitada considerando a possibilidade de se tomar os valores que ocorram nos instantes que sejam múltiplos do período da força de excitação ($2\pi/\omega_f$). Com isso, as seções estroboscópicas se caracterizam como seções de Poincaré obtidas em todos os instantes em que a trajetória de fase atravessa a superfície definida por:

$$t = \frac{2\pi k}{\omega_f} \quad (155)$$

com $k \in \mathbb{Z}^+$.

Verifica-se que, em alguns casos, há duas soluções coexistentes, sendo necessária apenas a mudança das condições iniciais para o sistema convergir para uma solução ou para outra. A fim de tornar mais fácil a visualização desse fenômeno, foram elaborados mapas que mostram as bacias de atração para cada conjunto de parâmetros adotados para o sistema. Nesses mapas, indicam-se os deslocamentos máximos da resposta de cada solução.

Serão apresentados, na sequência, dois casos encontrados em que há duas soluções coexistentes e dois casos em que foi encontrada apenas uma solução. Com relação aos resultados obtidos, ressalta-se que:

- No Caso I, além da solução em que ocorre um ciclo forçado por ciclo de resposta, há uma solução em que ocorrem três ciclos forçados por ciclo de resposta;
- No Caso II, além da solução em que ocorre um ciclo forçado por ciclo de resposta, há uma solução em que ocorrem cinco ciclos forçados por ciclo de resposta;
- No Caso III, a solução apresenta dois ciclos forçados por ciclo de resposta;

- O Caso IV tem os mesmos parâmetros do Caso III, exceto pela amplitude da força de excitação, mas possui uma única solução que apresenta um ciclo forçado por ciclo de resposta.

4.6.1. Caso I

Considerando a força de excitação com amplitude $F_0 = 22732\text{kN}$ e frequência $\omega_f = 0,933\text{rad/s}$, é possível obter um mapa com duas bacias de atração, indicadas pelos números 1 e 2 dentro dos círculos, conforme abaixo. Destaca-se que cada bacia leva a uma solução distinta de oscilação em regime permanente.

Figura 4-14 – Deslocamento máximo para cada par de condições iniciais I.
A escala cromática indica o valor do máximo deslocamento do sistema. Fonte: autor.

Solução 1

Para esta solução foi observado um valor médio da série temporal do deslocamento igual a +0,34m. Os gráficos abaixo apresentam as séries temporais de deslocamento, velocidade e aceleração em regime permanente, obtidas pela integração numérica.

Figura 4-15 – Séries temporais da solução 1 do caso I.
Fonte: autor.

A partir da série do deslocamento, obtém-se o seguinte espectro de frequências da resposta:

Figura 4-16 – Espectro de amplitudes do deslocamento da solução 1 do caso I.
Fonte: autor.

Tabela 4-15 – Frequências dominantes da solução 1 do caso I.
Fonte: autor.

Frequência		Amplitude
#	rad/s	m
1	0,313	0,767
2	0,308	0,383
3	0,317	0,192
4	0,303	0,153
5	0,933	0,128
6	0,322	0,110
7	0,299	0,096
8	0,327	0,077
9	0,294	0,070
10	0,620	0,066

Por fim, apresenta-se a projeção da trajetória de fase obtida para a resposta e a seção de Poincaré com frequência estroboscópica de $0,933\text{rad/s}$. Observa-se a presença de três pontos na seção de Poincaré por ciclo da resposta do oscilador.

Figura 4-17 – Projeção da trajetória de fase da solução 1 do caso I. Pontos da seção Poincaré representados em vermelho. Fonte: autor.

Solução 2

Para esta solução foi observado um valor médio da série temporal do deslocamento igual a $+0,036\text{m}$. Os gráficos abaixo apresentam as séries temporais de deslocamento, velocidade e aceleração em regime permanente, obtidas pela integração numérica.

Figura 4-18 – Séries temporais da solução 2 do caso I.
Fonte: autor.

A partir da série do deslocamento, obtém-se o seguinte espectro de frequências da resposta:

Figura 4-19 – Espectro de amplitudes do deslocamento da solução 2 do caso I.
Fonte: autor.

Tabela 4-16 – Frequências dominantes da solução 2 do caso I.
Fonte: autor.

Frequência		Amplitude
#	rad/s	m
1	0,933	0,130
2	1,866	0,001
3	3,732	0,000

Por fim, apresenta-se a projeção da trajetória de fase obtida para a resposta e a seção de Poincaré com frequência estroboscópica de 0,933 rad/s. Observa-se a presença de um ponto na seção de Poincaré por ciclo da resposta do oscilador.

Figura 4-20 – Projeção da trajetória de fase da solução 2 do caso I.
Pontos da seção Poincaré representados em vermelho. Fonte: autor.

4.6.2. Caso II

Considerando a força de excitação com amplitude $F_0 = 22732\text{kN}$ e frequência $\omega_f = 0,840\text{rad/s}$, é possível obter um mapa com duas bacias de atração, indicadas pelos números 1 e 2 dentro dos círculos, conforme abaixo. Destaca-se que cada bacia leva a uma solução distinta de oscilação em regime permanente.

Figura 4-21 – Deslocamento máximo para cada par de condições iniciais II.
A escala cromática indica o valor do máximo deslocamento do sistema. Fonte: autor.

Solução 1

Para esta solução foi observado um valor médio da série temporal do deslocamento igual a +0,080m. Os gráficos abaixo apresentam as séries temporais de deslocamento, velocidade e aceleração em regime permanente, obtidas pela integração numérica.

Figura 4-22 – Séries temporais da solução 1 do caso II.

Fonte: autor.

A partir da série do deslocamento, obtém-se o seguinte espectro de frequências da resposta:

Figura 4-23 – Espectro de amplitudes do deslocamento da solução 1 do caso II.
Fonte: autor.

Tabela 4-17 – Frequências dominantes da solução 1 do caso II.

Amplitudes normalizadas: $A = \frac{2A_{FFT}}{N}$. Fonte: autor.

Frequência		Amplitude
#	rad/s	m
1	0,336	0,198
2	0,840	0,164
3	0,504	0,037
4	0,168	0,033
5	0,672	0,007
6	1,176	0,005
7	1,008	0,002
8	1,679	0,001
9	1,344	0,001
10	1,512	0,000

Por fim, apresenta-se a projeção da trajetória de fase obtida para a resposta e a seção de Poincaré com frequência estroboscópica de $0,840\text{rad/s}$. Observa-se a presença de cinco pontos na seção de Poincaré por ciclo da resposta do oscilador.

Figura 4-24 – Projeção da trajetória de fase da solução 1 do caso II. Pontos da seção Poincaré representados em vermelho. Fonte: autor.

Solução 2

Para esta solução foi observado um valor médio da série temporal do deslocamento igual a $+0,049\text{m}$. Os gráficos abaixo apresentam as séries temporais de deslocamento, velocidade e aceleração em regime permanente, obtidas pela integração numérica.

Figura 4-25 – Séries temporais da solução 2 do caso II.

Fonte: autor.

A partir da série do deslocamento, obtém-se o seguinte espectro de frequências da resposta:

Figura 4-26 – Espectro de amplitudes do deslocamento da solução 2 do caso II.
Fonte: autor.

Tabela 4-18 – Frequências dominantes da solução 2 do caso II.
Fonte: autor.

Frequência		Amplitude
#	rad/s	m
1	0,840	0,164
2	1,679	0,002
3	2,519	0,000

Por fim, apresenta-se a projeção da trajetória de fase obtida para a resposta e a seção de Poincaré com frequência estroboscópica de 0,840rad/s. Observa-se a presença de um ponto na seção de Poincaré por ciclo da resposta do oscilador.

Figura 4-27 – Projeção da trajetória de fase da solução 2 do caso II.
Pontos da seção Poincaré representados em vermelho. Fonte: autor.

4.6.3. Caso III

Considerando a força de excitação com amplitude $F_0 = 22732\text{kN}$ e frequência $\omega_f = 0,622\text{rad/s}$, somente uma solução é encontrada no intervalo de condições iniciais analisado:

- Posição inicial variando de $-0,40\text{m}$ a $0,40\text{m}$;
- Velocidade inicial variando de $-0,40\text{m/s}$ a $0,40\text{m/s}$.

Nesse caso, a solução observada tem um valor médio da série temporal do deslocamento igual a $+0,704\text{m}$. Os gráficos abaixo apresentam as séries temporais de deslocamento, velocidade e aceleração em regime permanente, obtidas pela integração numérica.

Figura 4-28 – Séries temporais da solução do caso III.
Fonte: autor.

A partir da série do deslocamento, obtém-se o seguinte espectro de frequências da resposta:

Figura 4-29 – Espectro de amplitudes do deslocamento da solução do caso III.
Fonte: autor.

Tabela 4-19 – Frequências dominantes da solução do caso III.
Fonte: autor.

Frequência		Amplitude
#	rad/s	m
1	0,311	1,777
2	0,622	0,441
3	0,933	0,035

Por fim, apresenta-se a projeção da trajetória de fase obtida para a resposta e a seção de Poincaré com frequência estroboscópica de 0,622rad/s. Observa-se a presença de dois pontos na seção de Poincaré por ciclo da resposta do oscilador.

Figura 4-30 – Projeção da trajetória de fase da solução do caso III.
Pontos da seção Poincaré representados em vermelho. Fonte: autor.

Para encontrar uma solução com um ciclo forçado por ciclo de resposta a partir do Caso III, seria necessário reduzir a amplitude da força de excitação ou aumentar o amortecimento. Verifica-se que é necessária uma redução da amplitude da força de excitação de aproximadamente 5,4 vezes (de 22732 kN para 4210 kN).

Acredita-se que esse comportamento do sistema seja semelhante aos osciladores de impacto descritos, por exemplo, em Foale (1994) e em Weger (2004), embora a modelagem aplicada nesses estudos seja diferente da formulação utilizada aqui.

4.6.4. Caso IV

Considerando a força de excitação com amplitude $F_0 = 4210\text{kN}$ e frequência $\omega_f = 0,622\text{rad/s}$, também só existe uma solução no intervalo de condições iniciais considerado. Contudo, o padrão da resposta é diferente daquele que ocorre no Caso III.

Nesse caso, a solução observada tem um valor médio da série temporal do deslocamento igual a $+0,016\text{m}$. Os gráficos abaixo apresentam as séries temporais de deslocamento, velocidade e aceleração em regime permanente, obtidas pela integração numérica.

Figura 4-31 – Séries temporais da solução do caso III.
Valor médio da série temporal do deslocamento igual a $+0,016\text{ m}$. Fonte: autor.

A partir da série do deslocamento, obtém-se o seguinte espectro de frequências da resposta:

Figura 4-32 – Espectro de amplitudes do deslocamento da solução do caso IV.
Fonte: autor.

Tabela 4-20 – Frequências dominantes da solução do caso III.
Fonte: autor.

Frequência		Amplitude
#	rad/s	m
1	0,622	0,077
2	1,244	0,002
3	2,488	0,000

Por fim, apresenta-se a projeção da trajetória de fase obtida para a resposta e a seção de Poincaré com frequência estroboscópica de 0,622rad/s. Observa-se a presença de um único ponto na seção de Poincaré por ciclo da resposta do oscilador.

Figura 4-33 – Projeção da trajetória de fase da solução do caso IV.
Pontos da seção Poincaré representados em vermelho. Fonte: autor.

4.6.5. Considerações sobre a dinâmica não linear do modelo de um grau de liberdade do navio amarrado

Vale ressaltar algumas diferenças entre o sistema dinâmico analisado e o oscilador bilinear apresentado em Thompson et. al (1983).

Em primeiro lugar, devido à pré-tensão nas linhas de amarração, a posição em que a rigidez do sistema muda (aprox. 0,024m na Figura 4-7) não coincide com a posição de equilíbrio (em 0,0m na Figura 4-7). Consequentemente, não é possível estimar o período natural do sistema da mesma maneira como foi calculado para o oscilador bilinear em Thompson et. al (1983), i.e., a equação (150) não é válida para este sistema.

Em segundo lugar, mostrou-se que o período natural do oscilador nem mesmo é constante com relação à amplitude da trajetória de fase, ou com a energia mecânica do sistema.

Finalmente, há a dependência com a amplitude da força de excitação: enquanto que para o oscilador bilinear a amplitude da força de excitação não tem influência sobre o padrão da resposta dinâmica, para o modelo de um grau de liberdade do navio amarrado desta dissertação, ela tem um papel fundamental sobre as bacias de atração de cada solução (levando a um padrão de resposta ou a outro).

Dessa forma, o comportamento dinâmico do sistema neste estudo tem mais similaridade com os osciladores de impacto apresentados em Foale (1994). Isso torna possível reavaliar os casos III e IV da análise de um grau de liberdade de modo a visualizar a faixa de valores de amplitude da força de excitação em que ocorre a mudança no padrão da resposta. Os resultados dessa última análise são apresentados na sequência.

Repetindo-se a análise com os parâmetros dos casos III e IV, variando somente a força de excitação, foi possível caracterizar o intervalo de valores em que ocorre a mudança na resposta dinâmica. Os resultados dessa análise são apresentados na Tabela 4-21 e no gráfico da Figura 4-34:

Tabela 4-21 – Deslocamento máximo vs. amplitude da força de excitação.
Fonte: Autor.

Amplitude da Força de Excitação N	Deslocamento Máximo. m
6494792	0,281
5682943	0,231
5051505	0,190
4546354	0,152
4329861	0,126
4289013	0,122
4248929	0,117
4209587	0,091
4170967	0,090
4133049	0,089
3788629	0,082
3497196	0,076
3247396	0,071

Figura 4-34 – Deslocamento máximo vs. amplitude da força de excitação.
Fonte: Autor.

No gráfico da Figura 4-34, nota-se um primeiro trecho com o valor do máximo deslocamento crescendo linearmente devido à variação do período natural do sistema e ao padrão de sua trajetória.

Então, há um salto e o fator de amplificação começa a aumentar mais rapidamente com a amplitude da força de excitação. Nessa segunda região, a frequência da resposta é metade da frequência da força de excitação e pode-se observar amplitudes de oscilação muito maiores

Além das comparações com os osciladores bilineares e de impacto, é importante observar que esse estudo dinâmico ainda não inclui a influência de forças hidrodinâmicas sobre a resposta do oscilador. Essas forças mudam os parâmetros do sistema, se forem incluídas na forma de massa adicional e amortecimento hidrodinâmico.

Salienta-se, também, que as amplitudes de forças (da ordem de 10^7N) aplicadas nessa primeira análise de osciladores forçados são consideravelmente maiores que os esforços médios (da ordem de 10^6N) calculados pelo procedimento da ROM 2.0-11 para análise do modelo estático. É necessário avaliar, dessa forma, se os esforços ambientais considerados serão suficientes para levar à ocorrência de soluções coexistentes.

Por fim, deve-se observar que as forças externas que atuam sobre o navio amarrado (como as forças de vento) apresentam várias frequências de excitação atuando simultaneamente, enquanto que este estudo considerou que as forças de excitação são simples carregamentos harmônicos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como foco a análise do sistema de um navio amarrado, com o cálculo dos esforços transmitidos à estrutura de atracação e dos movimentos de oscilação. O estudo foi iniciado por meio de uma pesquisa para caracterizar o sistema: obra de acostagem, navio tipo, e configuração dos sistemas de amarração e defensas. Nesse momento, foram tomados como base procedimentos tais como a ROM 2.0-11, OCIMF para coleta de informações.

Já nas análises simplificadas propostas por esses procedimentos, observou-se a grande variedade de estudos de caso que podem ser elaborados devido à quantidade de configurações de amarração possíveis e às características de cada obra de acostagem e navio-tipo, além dos aspectos ambientais de cada localidade.

Para limitar o escopo a uma dimensão compatível com essa dissertação de mestrado, tomou-se como foco a situação de um navio amarrado lateralmente a um cais. Desenvolveu-se, inicialmente, uma metodologia para cálculo dos esforços de amarração e deslocamentos com modelos estáticos baseados no procedimento espanhol ROM-2.0-11

Nessa etapa, discutiu-se a consistência dos resultados por causa das simplificações propostas para a análise estática. Verificou-se, por exemplo, que algumas hipóteses simplificadoras propostas pelo Método 2 da ROM2.0-11, podem levar a um modelo que subestima os esforços em algumas linhas de amarração.

Na sequência foi realizada uma análise dinâmica do sistema. Para isso, definiram-se as matrizes de massa e de rigidez e elaborou-se um estudo para compreensão dos esforços hidrodinâmicos que atuam num sistema de navio amarrado. Nesse ponto, os parâmetros hidrodinâmicos foram adotados com base no navio-tipo apresentado em Oortmersen (1976).

Para definição dos esforços ambientais aplicados no modelo dinâmico, realizou-se uma pesquisa sobre os espectros de velocidade do vento e elaborou-se um método para aplicação dessa informação no domínio da frequência e no domínio do tempo.

Para análise no domínio da frequência, foi considerado um modelo linearizado do sistema, sem incluir a perda de contato entre o navio e as defensas. Entre os resultados dessa análise, destacam-se os coeficientes de amplificação dinâmica obtidos, da ordem de 1,5, cujos valores são consistentes com aquele aplicado na análise estática.

A partir da análise estática não linear, verificou-se a influência da variação brusca de rigidez devido à perda de contato entre navio e defensas, e da pré-tensão aplicada nas linhas de amarração. Nessa análise, foi possível calcular a posição de equilíbrio e os esforços de amarração em diversas combinações de esforços externos, além de se estabelecer relações de reação em função do deslocamento do navio.

Seguindo essa consideração, o modelo estático não linear foi adaptado para um modelo numérico de modo a se observar o comportamento dinâmico de um sistema que considera a perda de contato entre o navio e as defensas. Verificou-se que respostas dinâmicas coexistentes, de fato, podem ocorrer para o sistema considerado, sendo necessária uma atenção especial durante a análise de resultados de modelos numéricos.

Em comparação com estudos de osciladores com características similares, observou-se a necessidade de analisar a possibilidade de respostas dinâmicas coexistentes para determinados grupos de parâmetros.

Destaca-se, contudo, a necessidade de reavaliar o sistema dinâmico que considera a perda de contato, sendo possível que a estimativa do coeficiente de amplificação dinâmica (da análise linear) necessite de correção. De fato, esta dissertação ainda deixa muitas questões em aberto, que necessitam de análise mais aprofundada. Com base nessas questões, apresentam-se propostas para futuros trabalhos:

- Implementação e avaliação das forças de atrito entre o navio e as defensas no modelo estático não linear;
- Análise de casos com tipos diferentes de navios e outros arranjos de linhas de amarração;
- Determinação de esforços de ondas e corrente para inclusão nos modelos dinâmicos;
- Avaliação da influência do amortecimento não proporcional na análise no domínio da frequência e avaliação da discrepância nos modos/períodos de vibração e amplitudes do sistema;
- Estimativa dos esforços relativos ao amortecimento viscoso, ou seja, da força de arrasto causada pelas tensões de cisalhamento entre a superfície do navio e o fluido. Esse efeito não é contemplado pela teoria de escoamento potencial por causa das hipóteses iniciais de escoamento invíscido e irrotacional.

- Elaboração do modelo numérico para os esforços de vento em um e três graus de liberdade, para análise no domínio do tempo, verificando se as soluções coexistentes e ciclos de grandes amplitudes permanecem.
- Análise dinâmica com variação dos parâmetros de massa adicional e amortecimento. Conforme apresentado em Oortmersen (1976), os parâmetros hidrodinâmicos variam significativamente com o aumento da profundidade ou com a proximidade de uma parede (no caso de um cais de paramento fechado), o que justifica analisar a sensibilidade da resposta com respeito à variação desses parâmetros.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, M.A.M. **Caos em sistemas clássicos conservativos**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v.16, p.3-20. 1994.
- ALFREDINI, P. **Modelação física do comportamento de navios atracados na otimização do arranjo geral de obras portuárias**. Tese de livre docência. Escola Politécnica. Universidade de São Paulo. São Paulo, 1991.
- BATHE, K.J. **Conserving energy and momentum in nonlynear dynamics: A simple implicit time integration scheme**. Computers and Structures, 85, 437-445. 2007.
- CLOUGH, R.W. PENZIEN, J. **Dynamics of Structures** (3ª Ed.). Computers and Structures Inc. EUA, 2003.
- FANTI, F.D. **Concepção, métodos construtivos e dimensionamento de terminais para contêineres**. Dissertação (mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2007.
- FEIKEMA, G.J., WINCHERS J.E.W. **The Effect of Wind Spectra on the Low-Frequency Motions of a Moored Tanker in Survival Condition**. 23rd Annual OTC. Houston – TX, Maio de 1991.
- FOALE. S. **Analytical determination of bifurcations in an impact oscillator**. Philosophical Transactions: Physical Sciences and Engineering. v.347, n.1683, p.353-364. Maio 1994.
- GAYTHWAITE, J.W. (Ed.). **Mooring of Ships to Piers and Wharves**. American Society of Civil Engineers. Estados Unidos, 2014.
- KIUSALAAS, J. **Numerical methods in engineering with python 3**. Cambridge University Press. 2013.
- LEAN, G.H. **Subharmonic motions of moored ships subjected to wave action**. Transaction of Royal Institute of Naval Architects, n.113, p.387-399. London, 1971.
- MAMEDE, A.L.G.Z. **Simulações de modelos dinâmicos com amortecimento não-proporcional**. Dissertação (mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2008.
- NEWMAN J.N. **Marine hydrodynamics**, 4 ed. The MIT Press. Cambridge – MA, 1977.
- Enbridge Northern Gateway Project (ENGP). Section 3.9: Ship Specifications. **TERMPOL Surveys and Studies**. 20 de Janeiro de 2010.
- OCIMF. **Marine equipment guidelines**, 3rd ed. Witherby Seamanship Int. Livingston, UK, 2008.
- van OORTMERSSSEN. G. **The motions of a moored ship in waves**. Netherlands Ship Model Basin. Publicação n.510. Wageningen, 1976.

Recomendaciones de Obras Marítimas. **Recomendaciones para el proyecto y ejecución en obras de atraque y amarre** (ROM 2.0-11). Junho 2012.

Recomendaciones de Obras Marítimas. **Proyecto de la configuración marítima de los puertos; canales de acceso y areas de flotacion** (ROM 3.1-99). 2000.

TANNURI, E.A. **Desenvolvimento de metodologia de projeto de sistema de posicionamento dinâmico aplicado a operações em alto mar**. 2002. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2002.

THOMPSON, J.M.T.; STEWART, H.B. **Chaotic Motions of an Impacting System. Nonlinear Dynamics and Chaos** – 2nd ed – Capítulo 15. John Wiley & Sons, Ltd. 2002.

THOMPSON, J.M.T.; BOKAIAN A.R.; GHAFARI R. **Subharmonic resonances and chaotic motions of a bilinear oscillator**. IMA Journal of Applied Mathematics, 1983. 31, p.207-304.

van der VEN, P.P.D. **The use of numerical models to determine the response of moored vessels to waves in a complex harbour geometry**. Dissertação (mestrado) – Delft University of Technology. Delft, agosto 2012.

de WEGER. J.G. **The grazing bifurcation and chaos control**. Tese (doutorado) – Eindhoven University of Technology. Eindhoven, 2004.

WIRSCHING, P.; PAEZ T.; ORTIZ, K. **Random Vibrations Theory and Practice**. Dover Publications Inc. Mineola, New York, 1995.