ANDRÉ LUÍS GAMINO

**MODELAGEM FÍSICA E COMPUTACIONAL DE
ESTRUTURAS DE CONCRETO REFORÇADAS
COM CFRP**

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo como parte
dos requisitos para a obtenção do título
de Doutor em Engenharia.

São Paulo-SP
2007

ANDRÉ LUÍS GAMINO

**MODELAGEM FÍSICA E COMPUTACIONAL DE
ESTRUTURAS DE CONCRETO REFORÇADAS
COM CFRP**

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo como parte
dos requisitos para a obtenção do título
de Doutor em Engenharia.

Área de Concentração:
Engenharia de Estruturas

Orientador:
Prof. Dr. Túlio Nogueira Bittencourt

São Paulo-SP
2007

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 24 de abril de 2007.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Gamino, André Luís

Modelagem física e computacional de estruturas de concreto reforçadas com CFRP / A.L. Gamino. -- ed.rev. -- São Paulo, 2007.

259 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações.

**1.Análise numérica 2.Análise experimental de estruturas
3.Método dos elementos finitos I.Universidade de São Paulo.
Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e
Fundações II. t.**

*A DEUS por todas as graças concedidas, ontem, hoje e sempre.
À minha esposa Flávia por todo apoio, amor e dedicação oferecidos ao longo destes anos.
Ao meu filho Mateus pela felicidade despejada diariamente em nossas vidas.*

AGRADECIMENTOS

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela bolsa de doutorado disponibilizada.

À FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) pelos recursos despendidos no Projeto de Auxílio à Pesquisa solicitado que possibilitou o desenvolvimento dos ensaios experimentais.

À Escola Politécnica da USP pela estrutura fornecida e aos funcionários do LEM (PEF e PCC) pelo grande auxílio prestado e amizade.

Ao meu orientador Prof. Túlio Bittencourt por toda a estrutura oferecida no Grupo de Modelagem de Estruturas de Concreto (GMEC), pelo apoio, perseverança e confiança em meu trabalho.

À ENGEMIX na pessoa da Eng^a. Carine Hartmann pela doação do concreto dosado em central utilizado nas vigas de seção retangular e pela doação de agregado graúdo utilizado na concretagem das vigas de seção “T”.

À BELGO MINEIRA na pessoa do Sr. Vanadarço dos Santos Filho pela doação do aço das armaduras das vigas “T”.

À MANETONI CENTRAL DE SERVIÇOS BELGO nas pessoas dos Eng. Francisco e Eng. Eduardo pela doação dos serviços de corte e dobra das armaduras das vigas “T”.

À VOTORANTIM CIMENTOS pela doação do cimento CP-V ARI RS.

À COPLAS DISTANCIADORES PLÁSTICOS nas pessoas de Cláudio Acemel e Aliane pela doação dos espaçadores das armaduras.

À MBT/DEGUSSA do Brasil na pessoa do Eng. José Eduardo Granato pela doação de compósitos *MBrace* e ensinamentos.

À ANCHORTEC/FOSROC do Brasil na pessoa do Eng. MSc. Rafael Moreno Júnior pela doação de compósitos *Fosfiber C*.

À SIKA do Brasil na pessoa do Eng. Danilo Oliveira pela doação de compósitos *Carbodur*.

Ao pessoal da ESCALE COMÉRCIO E SERVIÇOS LTDA nas pessoas dos Eng. Vicente Dandrea e Eng. Edson Matar pelos trabalhos realizados em conjunto no âmbito experimental e consultorias.

A todas as pessoas com as quais estive envolvido durante a fase de implementação computacional: Antônio Miranda da TecGraf da Pontifícia Universidade Católica do Rio de

Janeiro, ao Prof. Evandro Parente Júnior da Universidade Federal do Ceará, Eng. MSc. Wolnei Íris de Sousa Simão e Prof. Roque Pitangueira da Universidade Federal de Minas Gerais.

A todos os colegas do LMC (Laboratório de Mecânica Computacional) e LEM (Laboratório de Estruturas e Materiais Estruturais) pelos momentos de convivência e companheirismo.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE TABELAS	xi
LISTA DE SÍMBOLOS	xiii
RESUMO	xix
ABSTRACT	xx
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Programa Computacional DIANA.....	4
1.2 Programas FEMOOP e QUEBRA2D.....	5
1.3 Objetivos	7
1.4 Organização do Trabalho	8
2. ESTADO DA ARTE SOBRE AS TÉCNICAS DE REFORÇO PARA ESTRUTURAS DE CONCRETO	9
2.1 Histórico e Aplicabilidade de Sistemas FRP	9
2.2 Aplicação de Sistemas FRP em Estruturas de Concreto	10
2.3 Técnicas de Reforço Usuais	12
2.4 Reforço por meio de Compósitos.....	15
2.4.1 Reforço à Flexão em Vigas	15
2.4.2 Reforço ao Cisalhamento em Vigas.....	21
2.4.3 Reforço à Flexão e Confinamento em Pilares	24
2.4.4 Ancoragem.....	28
2.5 Técnica de Reforço “ <i>Near Surface Mounted Reinforcement</i> ”	31
2.6 Estratégias de Modelagem de Estruturas de Concreto Reforçadas por meio de Compósitos	33
2.7 Comparação entre Resultados Analíticos e Experimentais	35
2.7.1 Reforços à Flexão com CFRP	35
2.7.2 Reforços ao Cisalhamento com CFRP	38
3. MODELOS CONSTITUTIVOS PARA ESTRUTURAS DE CONCRETO	40
3.1 Concreto.....	40
3.1.1 Concreto Íntegro	40
3.1.1.1 Modelo Implementado: OTTOSEN	45
3.1.1.2 Calibração Paramétrica	47
3.1.2 Potencial Plástico	50
3.1.3 Algoritmo de Retorno Elastoplástico.....	51
3.1.4 Concreto Fissurado: Modelos.....	52
3.1.4.1 Fissuras Discretas	54
3.1.4.2 Fissuras Distribuídas	55
3.1.4.2.1 Influência do “ <i>Threshold Angle</i> ”: Ângulo Limite	56
3.1.4.2.2 Modelos Fixos de Fissura Distribuída	57
3.1.4.2.3 Modelos Multidirecionais de Fissura Distribuída	59

3.1.4.2.4 Modelos Rotacionais de Fissura Distribuída	61
3.1.4.3 Modelos de Fissura Distribuída no Programa DIANA	62
3.1.4.3.1 Modelos Fixos	62
3.1.4.3.2 Modelos Multidirecionais	67
3.1.4.3.3 Modelo Rotacional	69
3.2 Armaduras de Aço	71
3.3 Modelos de Aderência: “Bond-Slip”	73
3.3.1 Modelo Implementado: HOMAYOUN	76
3.3.2 Modelos “BOND-SLIP” no Programa DIANA	76
4. REPRESENTAÇÃO DE ARMADURAS	79
4.1 Formas de Representação	79
4.2 Formulação para Armaduras Incorporadas e Distribuídas	81
4.2.1 Etapas de Verificação	83
4.2.2 Formulação via Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV)	87
4.3 Formulação para Armaduras Axissimétricas Pontuais	88
4.4 Elementos Finitos para Representação Discreta das Armaduras	89
4.4.1 Sistema QUEBRA2D/FEMOOP	89
4.4.2 Programa DIANA	92
5. MODELAGEM DA PERDA DE ADERÊNCIA	94
5.1 Perda de Aderência: Elemento de Mola	94
5.2 Perda de Aderência: Elemento de Interface	95
5.3 Elemento de Interface de SCHELLEKENS (1992)	97
6. IMPLEMENTAÇÕES COMPUTACIONAIS NO QUEBRA2D E FEMOOP	98
6.1 Implementações no FEMOOP	98
6.1.1 Implementações dos Materiais	99
6.1.2 Implementações dos Modelos Constitutivos	99
6.1.3 Implementações das Funções de Forma	101
6.1.4 Implementações dos Elementos Finitos	102
6.1.5 Implementações dos Modelos de Análise	103
6.2 Implementações no QUEBRA2D	104
6.2.1 Diálogo de Materiais no QUEBRA2D	104
6.2.2 Diálogo de Armaduras no QUEBRA2D	106
6.3 Implementações no QUEBRA2D Editor	108
6.3.1 Diálogo de Materiais no QUEBRA2D Editor	108
6.3.2 Diálogo de Análise no QUEBRA2D Editor	110
6.3.3 Diálogo de Armaduras e Interfaces no QUEBRA2D Editor	111
7. DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO REFORÇADAS COM FRP	114
7.1 Reforço à Flexão	114
7.1.1 Modelo do ACI	114
7.1.1.1 Considerações Gerais	115

7.1.1.2 Modos de Ruína.....	115
7.1.1.3 Estado Limite Último	115
7.1.1.4 Compatibilidade das Deformações e Equilíbrio de Forças.....	117
7.1.1.5 Ductilidade.....	119
7.1.1.6 Estado Limite de Serviço	119
7.1.1.7 Tensões Limites de Fluência e Fadiga.....	120
7.1.2 Modelo do fib.....	121
7.1.2.1 Condições Iniciais.....	121
7.1.2.2 Modos de Ruína.....	122
7.1.2.3 Estado Limite Último	123
7.1.2.4 Ductilidade.....	126
7.1.3 Modelo do JSCE.....	126
7.2 Reforço ao Cisalhamento	127
7.2.1 Modelo do ACI.....	127
7.2.1.1 Resistência Nominal ao Cortante	128
7.2.1.2 Contribuição do FRP na Resistência ao cisalhamento.....	129
7.2.1.3 Deformação Efetiva no Compósito de FRP	130
7.2.1.4 Limites para o Reforço	132
7.2.2 Modelo do fib.....	132
7.2.2.1 Estado Limite Último	133
7.2.2.2 Recomendações de Projeto.....	134
7.2.3 Modelo do JSCE.....	134
7.2.4 Modelo de KHALIFA <i>et al.</i>	137
7.2.5 Modelo de NOLLET; CHAALLAL; PERRATON	138
7.2.6 Modelo de CHEN; TENG	139
7.2.7 Modelo de LI; DIAGANA; DELMAS	141
7.2.8 Modelo de TÄLJSTEN	141
7.3 Modelos de Previsão de Descolamento.....	142
7.3.1 Modelos Baseados na Capacidade Resistente ao Cortante.....	142
7.3.1.1 Modelo de OEHLERS.....	142
7.3.1.2 Modelo de JANSZE	143
7.3.2 Modelos Baseados no Concreto entre Duas Fissuras de Flexão.....	144
7.3.2.1 Modelo de ZHANG; RAOOF; WOOD	145
7.3.2.2 Modelo de RAOOF; HASSANEN.....	146
7.3.3 Modelos Baseados na Resistência da Interface.....	146
7.3.3.1 Modelo de VARASTEHPOUR; HAMELIN	146
7.3.3.2 Modelo de TUMIALAN; BELARBI; NANNI	148
8. VIGAS REFORÇADAS COM CFRP: ENSAIOS.....	150
8.1 Vigas Retangulares: Ensaios.....	150
8.1.1 Materiais	150
8.1.1.1 Concreto.....	150
8.1.1.2 Armaduras de Aço.....	151
8.1.1.3 Mantas de Fibra de Carbono	152
8.1.1.4 Resina Epoxídica	153

8.1.2 Procedimento de Ensaio	154
8.1.3 Resultados Obtidos	156
8.2 Vigas em “T”: Procedimentos de Ensaio	159
8.2.1 Execução do Pré-Dimensionamento	161
8.2.2 Execução do Programa Experimental	167
8.2.3 Ensaaios de Caracterização	175
8.2.3.1 Concreto.....	175
8.2.3.2 Armaduras de Aço.....	178
8.2.3.3 Mantas e Laminados de CFRP e Saturantes	179
8.2.4 Resultados Obtidos: Reforço à Flexão.....	181
8.2.5 Resultados Obtidos: Reforço ao Cisalhamento.....	188
8.3 Comparação com Critérios de Projeto.....	194
8.3.1 Comparação com Modelos de Previsão de Descolamento	199
8.3.1.1 Modelos Baseados na Capacidade Resistente ao Cortante.....	199
8.3.1.2 Modelos Baseados no Concreto entre Duas Fissuras de Flexão.....	199
8.3.1.3 Modelos Baseados na Resistência da Interface	200
9. EXEMPLOS NUMÉRICOS	201
9.1 Modelagem da Interface Concreto-Compósito	201
9.2 Modelagem das Vigas de Seção Retangular.....	204
9.2.1 Vigas de Seção Retangular com Armadura Convencional.....	204
9.2.2 Vigas de Seção Retangular Reforçadas com CFRP	207
9.3 Modelagem das Vigas de Seção “T”	210
9.3.1 Vigas de Seção “T” com Armadura Convencional.....	210
9.3.2 Vigas de Seção “T” Reforçadas com CFRP à Flexão.....	215
9.3.3 Vigas de Seção “T” Reforçadas Com CFRP ao Cisalhamento.....	219
9.4 Modelagem de Outras Vigas da Literatura	221
9.4.1 Vigas Ensaçadas na FEUP	221
9.4.2 Vigas Ensaçadas na PUC-Rio.....	223
9.4.3 Vigas Ensaçadas em Berkeley.....	226
10. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	238
10.1 Conclusões	238
10.2 Principais Contribuições.....	245
10.3 Sugestões para Futuros Trabalhos	246
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	248

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1 – Edifício avariado em função de sismo ocorrido na Turquia (TUMLALAN; NANNI, 2002).....</i>	<i>1</i>
<i>Figura 2 – Reforço do tabuleiro de uma ponte com CFRP (ALKHRDAJI; NANNI; MAYO 2000).....</i>	<i>2</i>
<i>Figura 3 – Reforço em laje para combater momentos negativos (NANNI, 2001).....</i>	<i>2</i>
<i>Figura 4 – Reforço em vigas utilizando-se sistemas FRP (DEGUSSA, 2004).....</i>	<i>2</i>
<i>Figura 5 – Reforço em pilares utilizando-se sistemas FRP (DEGUSSA, 2004).....</i>	<i>3</i>
<i>Figura 6 – Reforço em lajes utilizando-se sistemas FRP (DEGUSSA, 2004).....</i>	<i>3</i>
<i>Figura 7 – Diagramas tensão-deformação dos FRP e do aço (modificado de fib-14 apud SILVA, 2002).....</i>	<i>4</i>
<i>Figura 8 – Aplicabilidade do programa DIANA em análises de estruturas de concreto.....</i>	<i>5</i>
<i>Figura 9 – Exemplo de utilização do programa QUEBRA2D em análises de estruturas de concreto armado reforçadas com fibras de carbono.....</i>	<i>6</i>
<i>Figura 10 – Visualização do programa FEMOOP.....</i>	<i>6</i>
<i>Figura 11 – Descrição das etapas de aplicação de sistemas FRP (DEGUSSA, 2004).....</i>	<i>11</i>
<i>Figura 12 – Resultados obtidos por OYAWA; SUGIURA; WATANABE (2001).....</i>	<i>12</i>
<i>Figura 13 – Curvas força-deslocamento para a série A obtidas por ADHIKARY; MUTSUYOSHI; SANO (2000).....</i>	<i>13</i>
<i>Figura 14 – Curvas força-deslocamento para a série B obtidas por ADHIKARY; MUTSUYOSHI; SANO (2000).....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 15 – Chapas de aço utilizadas no reforço de um píer de concreto armado (JANNADI; TAHIR 2000).....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 16 – Alvenaria reforçada com barras de aço (MODENA et al. 2002).....</i>	<i>15</i>
<i>Figura 17 – Ponte “Ibach BridgeI” (MEIER, 2002).....</i>	<i>16</i>
<i>Figura 18 – Curvas força-deformação no concreto obtidas por CAPOZUCCA; CERRI (2002)....</i>	<i>17</i>
<i>Figura 19 – Curvas força-deslocamento obtidas por meio de carregamento monotônico para as vigas ensaiadas por CAPOZUCCA; CERRI (2002).....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 20 – Curvas força-deslocamento obtidas por meio de carregamento cíclico para as vigas ensaiadas por CAPOZUCCA; CERRI (2002).....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 21 – Comportamento do material híbrido utilizado por GRACE; ABDEL-SAYED; RAGHEB (2002).....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 22 – Resultados obtidos por GRACE; ABDEL-SAYED; RAGHEB (2002) para as vigas do grupo “A”.....</i>	<i>20</i>
<i>Figura 23 – Resultados obtidos por GRACE; ABDEL-SAYED; RAGHEB (2002) para as vigas do grupo “B”.....</i>	<i>20</i>
<i>Figura 24 – Mecanismo de ancoragem utilizado nas vigas ensaiadas por KHALIFA; NANNI (2000).....</i>	<i>22</i>
<i>Figura 25 – Curvas força-deslocamento obtidas por KHALIFA; NANNI (2000)</i>	<i>23</i>
<i>Figura 26 – Resultados obtidos por RODRIGUES; SILVA (2001) para carregamento monotônico</i>	<i>27</i>
<i>Figura 27 – Resultados obtidos por RODRIGUES; SILVA (2001) para carregamento cíclico....</i>	<i>28</i>
<i>Figura 28 – Formas de ruptura na região do reforço identificadas por GARDEN et al. (1998).....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 29 – Aspecto de ruptura de algumas vigas ensaiadas por DE LORENZIS; NANNI (2001).....</i>	<i>32</i>
<i>Figura 30 – Localização do reforço e técnica de modelagem empregada por TEDESCO; STALLINGS; EL-MIHILMY (1999).....</i>	<i>33</i>

<i>Figura 31 – Leis “bond-slip” utilizadas por BORDIN; DAVID; RAGNEAU (2002).....</i>	<i>34</i>
<i>Figura 32 – Comparativo entre resultados numérico e experimental realizados por BORDIN; DAVID; RAGNEAU (2002).....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 33 – Resultados obtidos em reforços à flexão por BEBER (1999).....</i>	<i>36</i>
<i>Figura 34 – Resultados obtidos por FORTES (2000).....</i>	<i>36</i>
<i>Figura 35 – Resultados obtidos por FORTES; PADARATZ (2001)</i>	<i>37</i>
<i>Figura 36 – Superfície de ruptura de Chen-Chen (PROENÇA, 1988).....</i>	<i>42</i>
<i>Figura 37 – Representação da superfície de ruína de Willam-Warncke na seção anti-esférica (PROENÇA, 1988).....</i>	<i>44</i>
<i>Figura 38 – Modelo constitutivo de Willam-Kang nos planos meridiano e deviatório (KANG; WILLAM, 1997).....</i>	<i>44</i>
<i>Figura 39 – Superfície de ruptura segundo o modelo de Ottosen (HARTL, 2002).....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 40 – Envoltórias de resistência biaxiais obtidas para $K = 0,08$ (HARTL, 2002).....</i>	<i>49</i>
<i>Figura 41 – Envoltórias de resistência biaxiais obtidas para $K = 0,12$ e $K = 0,051$ (HARTL, 2002).....</i>	<i>49</i>
<i>Figura 42 – Algoritmo de retorno elastoplástico.....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 43 – Ângulo entre versores normais a duas fissuras concorrentes em um ponto.....</i>	<i>56</i>
<i>Figura 44 – Representação de uma fissura distribuída em coordenadas locais</i>	<i>58</i>
<i>Figura 45 – Avaliação do decréscimo da energia e da tensão de pico com o aumento do número de fissuras (ROTS; BLAAUWENDRAAD 1989)</i>	<i>59</i>
<i>Figura 46 – Modelo de amolecimento linear</i>	<i>63</i>
<i>Figura 47 – Modelo de amolecimento multilinear</i>	<i>63</i>
<i>Figura 48 – Modelo de amolecimento não-linear de Reinhardt.....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 49 – Modelo de amolecimento não-linear de Hordijk.....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 50 – Modelos de endurecimento na compressão disponíveis no programa DIANA.....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 51 – Curva de endurecimento de Thorenfeldt.....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 52 – Curva de endurecimento de saturação.....</i>	<i>66</i>
<i>Figura 53 – Minoração da rigidez transversal do concreto.....</i>	<i>66</i>
<i>Figura 54 – Comportamento do concreto sob tração para o modelo multidirecional de fissuração distribuída</i>	<i>68</i>
<i>Figura 55 – Diagramas força-deslocamento para um painel de concreto armado segundo vários modelos constitutivos (FEENSTRA; DE BORST, 1993).....</i>	<i>69</i>
<i>Figura 56 – Panoramas de fissuração obtidos nas simulações de CERVENKA; CERVENKA (1996).....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 57 – Quadros de fissuração para uma viga de concreto armado obtidos por CERVENKA; CERVENKA (1996).....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 58 – Modelo elastoplástico com encruamento linear.....</i>	<i>72</i>
<i>Figura 59 – Modelo elastoplástico perfeito.....</i>	<i>72</i>
<i>Figura 60 – Modelo “bond-slip” proposto pelo CEB (modificado de SILVA, 1999).....</i>	<i>73</i>
<i>Figura 61 – Modelo “bond-slip” proposto por COSENZA et al. apud SILVA (1999).....</i>	<i>74</i>
<i>Figura 62 – Alguns modelos “bond-slip” utilizados por BROSENS (2001)</i>	<i>75</i>
<i>Figura 63 – Representação do modelo de aderência de Homayoun.....</i>	<i>76</i>
<i>Figura 64 – Modelos “bond-slip” disponíveis no programa computacional DIANA.....</i>	<i>77</i>
<i>Figura 65 – Lei polinomial cúbica de Dörr representativa do comportamento “bond-slip”.....</i>	<i>77</i>
<i>Figura 66 – Lei de Noakowski representativa do comportamento “bond-slip”.....</i>	<i>78</i>
<i>Figura 67 – Armaduras com representação discreta no programa DIANA</i>	<i>79</i>
<i>Figura 68 – Formas incorporadas de representação das armaduras para análises bidimensionais e tridimensionais no programa DIANA</i>	<i>80</i>
<i>Figura 69 – Forma distribuída de representação das armaduras no programa DIANA.....</i>	<i>81</i>

Figura 70 – Especificação da orientação das barras para obtenção do fator de mapeamento	83
Figura 71 – Um ponto de definição da armadura fora do elemento de concreto.....	85
Figura 72 – Os dois pontos de definição da armadura no interior do elemento de concreto	86
Figura 73 – Os dois pontos de definição da armadura fora do elemento de concreto	86
Figura 74 – Armadura na aresta do elemento de concreto.....	87
Figura 75 – Elemento axissimétrico pontual (SIMÃO, 2003).....	88
Figura 76 – Elementos finitos representativos das armaduras implementados no sistema QUEBRA2D/FEMOOP	90
Figura 77 – Elementos de treliça em coordenadas naturais no plano “ $\eta\xi$ ”.....	91
Figura 78 – Curvas tensão-deslocamento obtidas na simulação de tração simples em barras de aço....	92
Figura 79 – Elementos para representação de armaduras no programa DIANA.....	92
Figura 80 – Elemento finito de molas	94
Figura 81 – Elementos finitos de interface implementados.....	95
Figura 82 – Elemento de interface quadrático disponível no sistema QUEBRA2D/FEMOOP....	97
Figura 83 – Diagrama de classes da superclasse Material.....	100
Figura 84 – Diagrama de classes da superclasse ConstModel.....	101
Figura 85 – Diagrama de classes da superclasse AnalysisModel.....	103
Figura 86 – Gerenciador de materiais no QUEBRA2D	105
Figura 87 – Lançamento de armaduras e de interfaces no QUEBRA2D.....	106
Figura 88 – Lançamento de armaduras no QUEBRA2D	107
Figura 89 – Interface do programa MTOOL.....	107
Figura 90 – Interface da plataforma QUEBRA2D Editor.....	108
Figura 91 – Gerenciador de materiais implementado no QUEBRA2D Editor	109
Figura 92 – Gerenciador do tipo de análise implementado no QUEBRA2D Editor	110
Figura 93 – Gerenciador dos algoritmos para análise não linear no QUEBRA2D Editor	110
Figura 94 – Diálogo para a inserção de armaduras implementado no QUEBRA2D Editor.....	111
Figura 95 – Diálogo para a inserção de interfaces no QUEBRA2D Editor.....	112
Figura 96 – Elementos de treliça lançados em uma aresta do domínio.....	112
Figura 97 – Pós-processamento de armaduras e compósitos no implementado no QUEBRA2D Editor	113
Figura 98 – Distribuição das tensões e deformações na seção crítica em ELU (ACI 440)	116
Figura 99 – Modos de ruína de elementos de concreto armado reforçados com compósitos de FRP (fib-14, 2001)	123
Figura 100 – Seção transversal para análise do estado limite último: (a) geometria, (b) distribuição das deformações e (c) distribuição das tensões (fib-14, 2001).....	124
Figura 101 – Esquemas de reforço ao cisalhamento usando compósitos de FRP (ACI 440, 1996).....	128
Figura 102 – Ilustração das variáveis usadas nos cálculos do reforço ao cisalhamento usando compósito de FRP	130
Figura 103 – Modelo de descolamento baseado no concreto entre duas fissuras adjacentes.....	144
Figura 104 – Avaliação do módulo de elasticidade e resistência à compressão no concreto utilizado nas vigas de seção retangular.....	151
Figura 105 – Ensaio de tração nas armaduras das vigas de seção retangular	152
Figura 106 – Aspecto das vigas retangulares reforçadas com CFRP.....	154
Figura 107 – Esquema de ensaio das vigas de seção retangular.....	155
Figura 108 – Esquema de aquisição das vigas de controle	155
Figura 109 – Esquema de aquisição das vigas reforçadas	155
Figura 110 – Esquema de ensaio e equipamento de aquisição para as vigas retangulares.....	156
Figura 111 – Curvas força-deslocamento no concreto obtidas para as vigas VF1 e REF1	158

<i>Figura 112 – Curvas força-deformação no concreto comprimido obtidas para as vigas VF1 e REF1</i>	158
<i>Figura 113 – Formas de ruptura encontradas nas vigas retangulares reforçadas</i>	159
<i>Figura 114 – Detalhamento das vigas em “T” reforçadas à flexão</i>	163
<i>Figura 115 – Detalhamento das vigas em “T” reforçadas ao cisalhamento</i>	164
<i>Figura 116 – Disposição do reforço ao cisalhamento em “U” com a utilização de ancoragem em barra de fibra de carbono</i>	166
<i>Figura 117 – Ancoragem das vigas reforçadas à flexão com mantas de CFRP</i>	167
<i>Figura 118 – Detalhe das formas confeccionadas para as concretagens das vigas em “T”</i>	167
<i>Figura 119 – Extensômetros para medição de deformações na armadura de flexão (vigas reforçadas à flexão com CFRP)</i>	168
<i>Figura 120 – Extensômetros para medição de deformações nos estribos (vigas de reforçadas ao cisalhamento com CFRP)</i>	168
<i>Figura 121 – Aplicação dos “strain gages” nas vigas de flexão</i>	169
<i>Figura 122 – Aplicação dos “strain gages” nas vigas de cisalhamento</i>	170
<i>Figura 123 – Concretagem das vigas de flexão</i>	170
<i>Figura 124 – Processo de desforma e cura das vigas de flexão</i>	171
<i>Figura 125 – Procedimentos iniciais de reforço</i>	172
<i>Figura 126 – Aplicação do Produto 01 nas vigas</i>	172
<i>Figura 127 – Aplicação do Produto 02 nas vigas</i>	173
<i>Figura 128 – Aplicação do Produto 03 nas vigas</i>	174
<i>Figura 129 – Aplicação do Produto 04 nas vigas</i>	174
<i>Figura 130 – Execução de sistema de ancoragem com barras de CFRP nas vigas reforçadas ao cisalhamento</i>	175
<i>Figura 131 – Execução dos ensaios de caracterização das armaduras</i>	178
<i>Figura 132 – Execução dos ensaios de caracterização dos compósitos de fibra de carbono</i>	179
<i>Figura 133 – Curvas tensão-deformação obtidas para as tiras de CFRP</i>	180
<i>Figura 134 – Esquema de ensaio das vigas em “T” reforçadas à flexão</i>	181
<i>Figura 135 – Esquema de aquisição das vigas de controle para o estudo de reforço à flexão</i>	181
<i>Figura 136 – Esquema de aquisição das vigas reforçadas à flexão</i>	182
<i>Figura 137 – Sistema de ensaio das vigas em “T”</i>	182
<i>Figura 138 – Aspecto de ruptura das vigas de controle no estudo do reforço à flexão</i>	183
<i>Figura 139 – Aspecto de ruptura das vigas reforçadas à flexão</i>	184
<i>Figura 140 – Curvas força-deslocamento obtidas para as vigas reforçadas à flexão e vigas de controle</i>	185
<i>Figura 141 – Curvas força-deformação no concreto obtidas para as vigas reforçadas à flexão e vigas de controle</i>	186
<i>Figura 142 – Curvas força-deformação nas armaduras de flexão obtidas para as vigas reforçadas à flexão e vigas de controle</i>	186
<i>Figura 143 – Curvas força-deformação nas fibras de carbono no meio do vão (“strain gage” sg-2) obtidas para as vigas reforçadas à flexão</i>	187
<i>Figura 144 – Esquema de ensaio das vigas reforçadas ao cisalhamento</i>	188
<i>Figura 145 – Detalhe do sistema de aquisição das vigas com espaçamento entre tiras de 15cm</i>	188
<i>Figura 146 – Detalhe do sistema de aquisição das vigas com espaçamento entre tiras de 17,5cm</i>	189
<i>Figura 147 – Aspecto da ruptura das vigas de controle nos ensaios de cisalhamento</i>	190
<i>Figura 148 – Aspecto de ruptura das vigas reforçadas ao cisalhamento</i>	191
<i>Figura 149 – Curvas força-deslocamento obtidas para as vigas de controle e reforçadas ao cisalhamento</i>	192

<i>Figura 150 – Curvas força-deformação no concreto obtidas para as vigas de controle e reforçadas ao cisalhamento.....</i>	<i>192</i>
<i>Figura 151 – Curvas força-deformação no estribo mais solicitado (sg-4) para as vigas de controle e reforçadas ao cisalhamento.....</i>	<i>193</i>
<i>Figura 152 – Curvas força-deformação no compósito de fibra de carbono mais solicitado (sg-2) para as vigas reforçadas ao cisalhamento.....</i>	<i>193</i>
<i>Figura 153 – Curvas força-deformação nas mantas de CFRP para a viga VC 05.....</i>	<i>194</i>
<i>Figura 154 – Comparação entre os momentos de ruptura teóricos e experimentais obtidos para as vigas de seção retangular reforçadas à flexão</i>	<i>195</i>
<i>Figura 155 – Comparação entre os momentos de ruptura teóricos e experimentais obtidos para as vigas de seção “T” reforçadas à flexão</i>	<i>196</i>
<i>Figura 156 – Comparação entre as parcelas resistentes das fibras ao esforço cortante teóricos e experimentais obtidos para as vigas de seção “T” reforçadas ao cisalhamento.....</i>	<i>197</i>
<i>Figura 157 – Ensaios conduzidos por BROSENS (2001).....</i>	<i>201</i>
<i>Figura 158 – Resultados para largura de manta de 80mm.....</i>	<i>203</i>
<i>Figura 159 – Resultados para largura de manta de 120mm</i>	<i>203</i>
<i>Figura 160 – Forma de ruptura experimental (a) e ação de deformações por cisalhamento no concreto segundo modelagem numérica (b).....</i>	<i>204</i>
<i>Figura 161 – Curvas força-deformação no concreto obtidas para a viga REF1 nas modelagens utilizando-se o DLANA</i>	<i>205</i>
<i>Figura 162 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga REF1 nas modelagens utilizando-se o DLANA</i>	<i>206</i>
<i>Figura 163 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga REF1 nas modelagens utilizando-se o QUEBRA2D/FEMOOP</i>	<i>207</i>
<i>Figura 164 – Fissuração e tensões nas armaduras obtidas utilizando-se o QUEBRA2D/FEMOOP para a viga retangular com armadura convencional.....</i>	<i>207</i>
<i>Figura 165 – Curvas força-deformação no concreto obtidas para a viga VF1 nas modelagens utilizando-se o DLANA</i>	<i>208</i>
<i>Figura 166 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga VF1 nas modelagens utilizando-se o DLANA</i>	<i>209</i>
<i>Figura 167 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga REF1 nas modelagens utilizando-se o QUEBRA2D/FEMOOP</i>	<i>209</i>
<i>Figura 168 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga VR 01</i>	<i>210</i>
<i>Figura 169 – Curvas força-deformação no concreto obtidas para a viga VR 01</i>	<i>211</i>
<i>Figura 170 – Curvas força-deformação nas armaduras de tração obtidas para a viga VR 01</i>	<i>211</i>
<i>Figura 171 – Tensões e deformações obtidas para a viga VR 01 na modelagem tridimensional efetuada no DLANA.....</i>	<i>212</i>
<i>Figura 172 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga VR 04.....</i>	<i>213</i>
<i>Figura 173 – Curvas força-deformação obtidas para o estribo mais solicitado (sg-4) da viga VR 04</i>	<i>214</i>
<i>Figura 174 – Resultados para a viga VR 04 na modelagem efetuada no DLANA</i>	<i>214</i>
<i>Figura 175 – Curvas força-deformação no concreto obtidas para a viga VF 03</i>	<i>215</i>
<i>Figura 176 – Tensões e deformações obtidas para a viga VF 03 na modelagem tridimensional efetuada no DLANA.....</i>	<i>216</i>
<i>Figura 177 – Tensões normais nas fibras de carbono (em MPa) obtidas para a viga VF 03 na modelagem tridimensional efetuada no DLANA.....</i>	<i>216</i>
<i>Figura 178 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga VF 07</i>	<i>217</i>
<i>Figura 179 – Curvas força-deformação no concreto obtidas para a viga VF 07</i>	<i>218</i>

<i>Figura 180 – Deformações nas fissuras obtidas para a viga VF 07 nas modelagens efetuadas no DIANA e no FEMOOP.....</i>	<i>218</i>
<i>Figura 181 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga VC 05.....</i>	<i>220</i>
<i>Figura 182 – Deformações nos estribos obtidas para a viga VC 05 na modelagem tridimensional efetuada no DIANA.....</i>	<i>220</i>
<i>Figura 183 – Tensões normais nas tiras de CFRP (em MPa) obtidas para a viga VC 05 na modelagem tridimensional efetuada no DIANA.....</i>	<i>220</i>
<i>Figura 184 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga B3 ensaiada por JUVANDES (1999).....</i>	<i>222</i>
<i>Figura 185 – Tensões normais “σ_{xx}” no concreto em “MPa” obtidas para a viga B3 ensaiada por JUVANDES (1999).....</i>	<i>222</i>
<i>Figura 186 – Quadros de fissuração obtidos para a viga B3 ensaiada por JUVANDES (1999).....</i>	<i>223</i>
<i>Figura 187 – Tensões normais nas armaduras e nos compósitos de fibra de carbono obtidas para a viga B3 ensaiada por JUVANDES (1999).....</i>	<i>223</i>
<i>Figura 188 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga V4 ensaiada por ARAÚJO (2002).....</i>	<i>225</i>
<i>Figura 189 – Curvas força-deformação na armadura longitudinal de tração na região de momento positivo da viga V4 ensaiada por ARAÚJO (2002).....</i>	<i>225</i>
<i>Figura 190 – Quadros de fissuração obtidos para a viga V4 ensaiada por ARAÚJO (2002).....</i>	<i>226</i>
<i>Figura 191 – Tensões de cisalhamento “σ_{xy}” no concreto em obtidas para a viga OA3 ensaiada por BRESLER; SCORDELIS (1963).....</i>	<i>228</i>
<i>Figura 192 – Quadro de fissuração obtido para a viga OA3 ensaiada por BRESLER; SCORDELIS (1963).....</i>	<i>229</i>
<i>Figura 193 – Tensões normais” nas armaduras longitudinais de tração obtidas para a viga OA3 ensaiada por BRESLER; SCORDELIS (1963).....</i>	<i>230</i>
<i>Figura 194 – Evolução das deformações nas armaduras com a carga aplicada.....</i>	<i>231</i>
<i>Figura 195 – Resultados obtidos para as vigas da série A.....</i>	<i>232</i>
<i>Figura 196 – Resultados obtidos para as vigas da série B.....</i>	<i>233</i>
<i>Figura 197 – Resultados obtidos para as vigas da série C.....</i>	<i>234</i>
<i>Figura 198 – Resultados obtidos para as vigas da série OA.....</i>	<i>235</i>

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 1 – Propriedades mecânicas das fibras (ACI 440 apud SILVA, 2002).....</i>	<i>3</i>
<i>Tabela 2 – Resumo das vigas ensaiadas por GRACE; ABDEL-SAYED; RAGHEB (2002).19</i>	<i>19</i>
<i>Tabela 3 – Resultados obtidos para as vigas ensaiadas por GRACE; ABDEL-SAYED; RAGHEB (2002).....</i>	<i>21</i>
<i>Tabela 4 – Resultados obtidos por MORENO JÚNIOR; GALLARDO (2002).....</i>	<i>24</i>
<i>Tabela 5 – Programa experimental efetuado por AIRE; GETTU; CASAS (2001)</i>	<i>25</i>
<i>Tabela 6 – Propriedades mecânicas das fibras utilizadas por AIRE; GETTU; CASAS (2001)..</i>	<i>25</i>
<i>Tabela 7 – Resultados obtidos por AIRE; GETTU; CASAS (2001).....</i>	<i>26</i>
<i>Tabela 8 – Programa experimental desenvolvido por RODRIGUES; SILVA (2001)</i>	<i>27</i>
<i>Tabela 9 – Propriedades físicas das vigas ensaiadas por GARDEN et al. (1998).....</i>	<i>29</i>
<i>Tabela 10 – Propriedades mecânicas das fibras de carbono utilizadas nos ensaios de GARDEN et al. (1998).....</i>	<i>29</i>
<i>Tabela 11 – Resultados obtidos por GARDEN et al. (1998).....</i>	<i>30</i>
<i>Tabela 12 – Resumo das vigas ensaiadas por DE LORENZIS; NANNI (2001).....</i>	<i>32</i>
<i>Tabela 13 – Resultado dos ensaios conduzidos por DE LORENZIS; NANNI (2001).....</i>	<i>32</i>
<i>Tabela 14 – Resultados alcançados por KHALIFA; NANNI (2000) no reforço ao cisalhamento de vigas com CFRP.....</i>	<i>39</i>
<i>Tabela 15 – Valores paramétricos segundo OTTOSEN (1977).....</i>	<i>47</i>
<i>Tabela 16 – Valores dos parâmetros obtidos para os “K” propostos por OTTOSEN (1977) segundo expressões do CEB</i>	<i>48</i>
<i>Tabela 17 – Relações entre o diâmetro máximo do agregado e a energia de fratura inicial segundo o CEB.....</i>	<i>63</i>
<i>Tabela 18 – Resultados experimentais e numéricos obtidos por CERVENKA; CERVENKA (1996).....</i>	<i>70</i>
<i>Tabela 19 – Descrição dos elementos finitos implementados.....</i>	<i>102</i>
<i>Tabela 20 – Tensões limites no reforço de FRP para evitar a fluência</i>	<i>121</i>
<i>Tabela 21 – Fatores de redução para reforço ao cisalhamento com compósitos de FRP.....</i>	<i>129</i>
<i>Tabela 22 – Propriedades mecânicas das mantas de fibra de carbono utilizadas nos reforços à flexão das vigas de seção retangular.....</i>	<i>152</i>
<i>Tabela 23 – Disposição dos ensaios das vigas de seção retangular.....</i>	<i>153</i>
<i>Tabela 24 – Resultados para as vigas retangulares de controle.....</i>	<i>156</i>
<i>Tabela 25 – Resultados para as vigas retangulares reforçadas à flexão</i>	<i>157</i>
<i>Tabela 26 – Disposição dos ensaios das vigas em “T”</i>	<i>161</i>
<i>Tabela 27 – Quantidade de reforço para o ensaio de flexão.....</i>	<i>165</i>
<i>Tabela 28 – Quantidade de reforço para o ensaio de cisalhamento.....</i>	<i>165</i>
<i>Tabela 29 – Execução dos reforços ao cisalhamento.....</i>	<i>166</i>
<i>Tabela 30 – Resultados de ensaios de tração e compressão para os cps das vigas de flexão.....</i>	<i>176</i>
<i>Tabela 31 – Resultados de ensaios de tração e compressão para os cps das vigas de cisalhamento</i>	<i>177</i>
<i>Tabela 32 – Valores encontrados nos ensaios das armaduras das vigas em “T”</i>	<i>179</i>
<i>Tabela 33 – Resultados obtidos nos ensaios de tração dos compósitos de fibra de carbono</i>	<i>180</i>
<i>Tabela 34 – Resultados dos ensaios de tração simples nos saturantes.....</i>	<i>180</i>
<i>Tabela 35 – Resultados das vigas de controle para os reforços à flexão</i>	<i>182</i>
<i>Tabela 36 – Resultados obtidos para as vigas reforçadas à flexão.....</i>	<i>183</i>
<i>Tabela 37 – Propriedades mecânicas do concreto das vigas reforçadas à flexão na data do ensaio.....</i>	<i>183</i>
<i>Tabela 38 – Resultados das vigas de controle para os reforços ao cisalhamento.....</i>	<i>189</i>
<i>Tabela 39 – Resultados obtidos para as vigas reforçadas ao cisalhamento.....</i>	<i>190</i>

<i>Tabela 40 – Propriedades mecânicas do concreto das vigas reforçadas ao cisalhamento na data do ensaio</i>	190
<i>Tabela 41 – Valores teóricos e experimentais obtidos para as vigas retangulares reforçadas à flexão</i>	195
<i>Tabela 42 – Valores teóricos e experimentais obtidos para as vigas em “T” reforçadas à flexão</i>	195
<i>Tabela 43 – Valores teóricos e experimentais obtidos para as vigas em “T” reforçadas ao cisalhamento</i>	196
<i>Tabela 44 – Valores teóricos obtidos pelo modelo de NOLLET; CHAALLAL; PERRATON (1998) e TÄLJSTEN (2003) para as vigas em “T” reforçadas ao cisalhamento</i>	197
<i>Tabela 45 – Valores encontrados para a tensão mínima de descolamento segundo os modelos baseados no concreto entre duas fissuras de flexão</i>	200
<i>Tabela 46 – Detalhes das vigas ensaiadas por BRESLER; SCORDELIS (1963)</i>	231
<i>Tabela 47 – Propriedades dos materiais utilizados nas vigas ensaiadas por BRESLER; SCORDELIS (1963)</i>	231
<i>Tabela 48 – Resultados obtidos nas modelagens das vigas ensaiadas por BRESLER; SCORDELIS (1963)</i>	237
<i>Tabela 49 – Resultados obtidos para as aberturas de fissuras nas vigas ensaiadas por BRESLER; SCORDELIS (1963)</i>	237

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas Maiúsculas

- A:** parâmetro de entrada no modelo de *Ottosen*
- A_c:** área de concreto sob tração
- A_f:** área de seção transversal do FRP
- A_{ft}:** área de reforço contínuo calculada pelo produto da altura pela largura
- A_{fv}:** área de seção transversal do FRP no reforço ao cisalhamento
- A_s:** área de seção transversal de barras de aço
- A_{s1}:** área de seção transversal das armaduras longitudinais de tração
- A_{s2}:** área de seção transversal das armaduras longitudinais de compressão
- A_w:** área de seção transversal de estribos
- B:** parâmetro de entrada no modelo de *Ottosen*
- B_{mod}:** vão de cisalhamento modificado
- B_p:** matriz deformação-deslocamento do concreto
- B_s:** matriz deformação-deslocamento do aço
- C:** posição da linha neutra
- C^{cr}:** modelo constitutivo da fissura que representa a curva de amolecimento
- D^{cr}:** matriz constitutiva da fissura
- D_c:** matriz constitutiva do concreto
- D_s:** matriz constitutiva do aço
- D^{*}:** operador escalar que afeta a rigidez do material
- D_c^{*}:** parcela do operador escalar em compressão que afeta a rigidez do material
- D_f:** fator de distribuição
- D_{secante}:** parcela de cisalhamento da matriz constitutiva da fissura
- D_t^{*}:** parcela do operador escalar em tração que afeta a rigidez do material
- E:** módulo de elasticidade longitudinal
- E_a:** módulo de elasticidade longitudinal do adesivo epoxídico
- E_b:** módulo de aderência inicial
- E_c:** módulo de elasticidade longitudinal do concreto
- E_d:** módulo de aderência após a ruptura
- E_f:** módulo de elasticidade do FRP

- E_o : módulo de elasticidade longitudinal inicial
- E_s : módulo de elasticidade longitudinal do aço
- F : funcional
- G : módulo de elasticidade transversal
- G_a : módulo de elasticidade transversal do adesivo epóxi
- G_f : energia de fratura na tração
- G_{f0} : energia de fratura inicial na tração
- G_s : módulo de elasticidade transversal secante
- H : módulo de endurecimento isotrópico
- $H(\chi)$: função de forma ou de interpolação
- I_1 : primeiro invariante do tensor de tensões
- I_f : momento de inércia do FRP
- $I_{tr,c}$: momento de inércia no Estádio II de uma seção do elemento com reforço
- $I_{tru,c}$: momento de inércia no Estádio I
- J_2 : segundo invariante do tensor desviador de tensões
- J_3 : terceiro invariante do tensor desviador de tensões
- K_1 : parâmetro de entrada no modelo de *Ottosen*
- K_2 : parâmetro de entrada no modelo de *Ottosen*
- K_n : rigidez normal do adesivo epoxídico
- K_s : módulo de elasticidade longitudinal secante
- L_e : comprimento efetivo do FRP
- L_{max} : comprimento de colagem máximo do FRP
- L_p : comprimento de ancoragem efetivo
- M_{cr} : momento de fissuração
- M_{db} : momento de descolamento do FRP
- $M_{db,end}$: momento de descolamento no final da camada de FRP
- M_n : momento resistente nominal
- M_o : momento de serviço
- M_r : momento de ruptura
- M_u : momento atuante
- P_{max} : força de ruptura das vigas reforçadas
- P_{ref} : força de ruptura das vigas de referência
- T : matriz de transformação

V_c : parcela resistente ao esforço cortante do concreto
 V_c : parcela resistente ao esforço cortante do concreto
 V_{db} : esforço cortante de descolamento do FRP
 $V_{db,end}$: esforço cortante de descolamento no final da camada de FRP
 V_f : parcela resistente ao esforço cortante do FRP
 V_n : soma das parcelas resistentes ao esforço cortante do FRP, aço e do concreto
 V_s : parcela resistente ao esforço cortante do aço
 V_u : esforço cortante último
 W_{in} : trabalho interno

Letras Romanas Minúsculas

a : distância do apoio até o final da camada de reforço
 a_v : vão de cisalhamento
 b_a : largura da camada de adesivo epoxídico
 b_f : largura do FRP
 b_w : largura da base da viga
 d : altura útil
 d_f : altura útil do FRP
 d_{max} : diâmetro máximo do agregado graúdo
 dt : deslizamento
 f_o : tensão inicial de tração na fissura
 f_c : resistência à compressão do concreto
 f'_c : resistência à compressão do concreto de cálculo segundo norma do ACI
 f_{cc} : tensão axial de ruptura
 f_{cd} : resistência à compressão do concreto de cálculo segundo norma do fib
 f_{cm} : resistência à compressão média do concreto
 f_{cmo} : resistência à compressão média inicial do concreto
 f_{ct} : resistência à tração do concreto
 f_{ctm} : resistência à tração média do concreto
 f_{fe} : tensão de tração efetiva no FRP
 f_{fu} : tensão de ruptura do FRP
 f_{max} : força de ruptura

- f_{pu} : tensão de ruptura da resina epóxi
- f_c : módulo de ruptura do concreto
- f_y : tensão de escoamento do aço
- h : altura ou largura de banda de fissura
- h_f : distância do centróide das armaduras longitudinais de tração à base da viga
- h' : altura do bloco de concreto entre duas fissuras medida a partir das armaduras longitudinais de tração
- h_{fe} : altura efetiva do FRP
- k : matriz de rigidez global
- k_c : matriz de rigidez dos elementos finitos representativos do concreto
- k_s : matriz de rigidez dos elementos finitos representativos do aço
- l : comprimento do vão
- l_{cr} : espaçamento entre fissuras
- n : número de camadas de FRP
- s : deslizamento
- s_f : deslizamento relativo na ruptura ou distância entre as tiras no reforço ao cortante
- s_r : deslizamento relativo residual
- s_w : espaçamento entre estribos de aço
- t^{cr} : tensões de tração na fissura
- t_a : espessura do adesivo epoxídico
- t_f : espessura do FRP
- t_f : tensão de aderência
- u^{cr} : deslocamento da fissura
- x : altura da linha neutra
- w_f : largura do FRP no reforço ao cisalhamento
- w_{fe} : largura efetiva do FRP no reforço ao cisalhamento

Letras Gregas Maiúsculas

- Δ : variação percentual
- ΣO_{rebars} : perímetro total das armaduras longitudinais de tração

Letras Gregas Minúsculas

α : ângulo limite na fissuração ou ângulo de inclinação das tiras no reforço ao cortante

α_s : ângulo formado entre os estribos e o eixo do elemento

β : fator de redução de rigidez ao cisalhamento ou ângulo formado entre o eixo do elemento e um segmento perpendicular à orientação da fibra nas tiras de reforço

δ_u : deslocamento obtido na ruptura

δ_y : deslocamento obtido no instante do escoamento das armaduras de tração

ϵ^{cr} : deformação na fissura

ϵ_{bi} : deformação inicial no concreto antes da aplicação do reforço

ϵ_c : deformação no concreto comprimido

ϵ_{cc} : deformação axial de ruptura

ϵ_{CFRP} : deformação de tração no FRP

ϵ_{cu} : deformação na fibra mais comprimida do concreto

ϵ_f : deformação no FRP

ϵ_{fe} : deformação efetiva no FRP

ϵ_{fu} : deformação de ruptura no FRP

ϵ_i : deformação principal na direção i

ϵ_{ic} : deformação máxima no concreto

ϵ_{iu} : deformação uniaxial equivalente

ϵ_l : deformação lateral

ϵ_{max} : deformação axial máxima

ϵ_{oct} : deformação octaédrica

ϵ_s : deformação na armadura tracionada

ϵ_t : deformação transversal

ϵ_{tmax} : deformação transversal máxima

ϵ_v : deformação volumétrica

ϕ : diâmetro de barras de aço

γ^{cr} : distorção na fissura

γ_{oct} : distorção octaédrica

μ : fator de redução de rigidez longitudinal

μ_d : índice de ductilidade global calculado por “ δ_u/δ_y ”

ν : coeficiente de Coeficiente de Poisson

θ : ângulo que determina os meridianos no modelo de *Ottosen* ou ângulo entre a fissura crítica de cisalhamento e o eixo da peça

ρ : eixo desviador

ρ_c : taxa geométrica de concreto

ρ_f : taxa geométrica de FRP

ρ_s : taxa geométrica de armadura longitudinal de tração

σ^{cr} : tensão normal na fissura

σ_i : tensão normal principal na direção i

σ_{ic} : tensão normal máxima no concreto

σ_j : tensão normal principal na direção j

σ_k : tensão normal principal na direção k

σ_m : tensão normal média

σ_{min} : tensão normal mínima de descolamento na interface concreto/composito

σ_{oct} : tensão normal octaédrica

τ : tensão de aderência

τ_{ave} : tensão média de cisalhamento suportada pelo epóxi

τ_m : tensão cisalhante média

τ_{oct} : tensão cisalhante octaédrica

τ_{PES} : tensão cisalhante que provoca o descolamento da camada de reforço

τ_{sf} : tensão máxima de aderência

τ_{sr} : tensão residual de aderência

τ_{ult} : tensão máxima de cisalhamento suportada pelo epóxi

ξ : eixo ortotrópico

RESUMO

A proposta central desta tese é o desenvolvimento de estratégias de modelagem computacional de estruturas de concreto reforçadas com CFRP (“*Carbon Fiber Reinforced Polymer*”). Foram utilizados neste estudo os programas computacionais DIANA (plataforma comercial), QUEBRA2D e FEMOOP (plataformas acadêmicas de desenvolvimento). Em cada um dos programas foram implementados ou utilizados modelos constitutivos existentes apropriados para cada fase do sistema estrutural. Implementaram-se modelos constitutivos apropriados para o concreto, para as armaduras de aço, para os polímeros FRP e suas interfaces, a fim de representar o sistema estrutural reforçado com os compósitos. Elementos finitos de interface e de barras de treliça foram implementados (formulações discreta e incorporada) para a representação numérica das armaduras e dos compósitos, bem como de suas interfaces com o concreto. Em complementação às análises numéricas desenvolveram-se ensaios experimentais de vigas de concreto armado reforçadas com fibras de carbono – flexão e cisalhamento – de seção transversal retangular e “T”. Esses ensaios, assim como outros disponíveis na literatura, são essenciais para uma melhor interpretação sobre a eficiência do reforço e também para a validação da capacidade de modelagem numérica desenvolvida. Foram avaliadas as eficiências dos sistemas de compósitos de fibra de carbono aplicados em reforços de vigas submetidas à flexão e ao cisalhamento, bem como os seus mecanismos de colapso mediante a aplicação de carregamentos monotônicos. Complementarmente, efetuaram-se análises comparativas com os modelos de dimensionamento sugeridos por diferentes normas técnicas ou disponíveis na literatura técnica.

ABSTRACT

The purpose of this thesis is the development of strategies for computational modeling of reinforced concrete structures strengthened with CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymer). The software systems DIANA (commercial system), QUEBRA2D and FEMOOP (academic systems) have been utilized. In each program appropriate constitutive models have been implemented or existing ones used for representing each phase of the structural system. Appropriate constitutive models for concrete, rebars, CFRP reinforcement and bond-slip interfaces have been implemented and adjusted to represent the behavior of the composite system. Interface and truss finite elements have been implemented (discrete and embedded approaches) to represent rebars and CFRP's, as well their interfaces with concrete. An experimental study of reinforced concrete beams with rectangular and "T" cross sections strengthened with CFRP – under bending and shear - have been realized to complement the numerical study. These tests, as well as others available in the literature, are very useful for a better understanding of the strengthening capacity of the CFRP's and also for the validation of the proposed computational modeling. The efficiency of CFRP systems for bending and shear strengthening has been evaluated, as well as the collapse mechanisms observed under monotonic loads. In addition comparative analyses with design models prescribed by different codes of practice and others proposed in the literature have been carried out.

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, várias pesquisas referentes a estruturas em concreto armado direcionaram-se no sentido do aprimoramento dos conhecimentos e das técnicas executivas para reparo e reforço diante das necessidades que emergiram com o aumento das cargas, novas condições de utilização e também de carregamentos excepcionais como furacões, explosões e terremotos.

Segundo FIGUEIRAS; JUVANDES (2000) a deterioração de edifícios, pontes e viadutos resultante do envelhecimento do projeto e/ou construção deficiente, da falta de manutenção e de causas acidentais (sismos, como mostrado na Figura 1) tem levado a uma degradação crescente das estruturas.

Figura 1 – Edifício avariado em função de sismo ocorrido na Turquia (TUMIALAN; NANNI, 2002)

Com relação às técnicas de reforço e reparo já há muito estudadas e difundidas destacam-se a utilização de concreto de alto desempenho (CAD) com armadura suplementar, concreto com adição de fibras de aço, superposição de chapas de aço sobre a estrutura de concreto pré-existente, pilares de concreto armado com encamisamento em tubos metálicos, entre outros.

O desenvolvimento de diversos novos materiais e sua aplicação à construção civil tais como compósitos de fibra de carbono (CFRP-*Carbon Fiber Reinforced Polymer* – Figura 2 e Figura 3), compósitos de fibra de vidro (GFRP-*Glass Fiber Reinforced Polymer*) e compósitos de fibra de aramida (AFRP-*Aramid Fiber Reinforced Polymer*) permitiram um grande desenvolvimento das técnicas de reforço em estruturas de concreto armado.

Figura 2 – Reforço do tabuleiro de uma ponte com CFRP (ALKHRDAJI; NANNI; MAYO 2000)

Figura 3 – Reforço em laje para combater momentos negativos (NANNI, 2001)

Os polímeros reforçados com fibra (FRP) acima citados apresentam algumas vantagens com relação aos materiais comumente empregados no reparo e reforço de estruturas em concreto armado:

- ✓ Baixo peso específico
- ✓ Boa resistência à corrosão e ataques químicos de agentes agressivos
- ✓ Elevada resistência à tração e elevado módulo de elasticidade (no caso de CFRP)
- ✓ Fácil manuseio e aplicação

Ainda, segundo FIGUEIRAS; JUVANDES (2000), embora as fibras e as resinas usadas nos sistemas de compósitos sejam relativamente caras quando comparadas com os materiais de reforço tradicionais (concreto e aço), os custos de mão-de-obra e equipamentos utilizados na instalação de sistemas FRP são sempre mais baixos.

Com relação à aplicabilidade de sistemas de FRP em estruturas de concreto armado, pode-se exemplificar o reforço à flexão e ao cisalhamento em vigas de concreto armado (Figura 4), reforço à flexão e ao confinamento em pilares de concreto armado (Figura 5) e reforço à flexão em lajes (Figura 6).

Figura 4 – Reforço em vigas utilizando-se sistemas FRP (DEGUSSA, 2004)

Figura 5 – Reforço em pilares utilizando-se sistemas FRP (DEGUSSA, 2004)

Figura 6 – Reforço em lajes utilizando-se sistemas FRP (DEGUSSA, 2004)

Quanto ao comportamento mecânico deste tipo de material existem vantagens a serem abordadas que os diferenciam dos materiais mais comumente empregados em técnicas de reforço e reparo de estruturas de concreto armado como por exemplo o aço estrutural. A Tabela 1 apresenta as propriedades mecânicas das principais fibras utilizadas na composição dos materiais compósitos.

Tabela 1 – Propriedades mecânicas das fibras (ACI 440 *apud* SILVA, 2002)

Tipo de Fibra	Módulo de Elasticidade (GPa)	Resistência Última à Tração (MPa)	Deformação Última (%)
Carbono			
❶ Aplicação Geral	220 – 235	<3790	>1,2
❷ Alta Resistência	220 – 235	3790 – 4825	>1,4
❸ Altíssima Resistência	220 – 235	4825 – 6200	>1,5
❹ Alto Módulo	345 – 515	>3100	>0,5
❺ Altíssimo Módulo	515 – 690	>2410	>0,2
Vidro			
❶ E-Glass	69 – 72	1860 – 2685	>4,5
❷ S-Glass	86 – 90	3445 – 4825	>5,4
Aramida			
❶ Aplicação Geral	69 – 83	3445 – 4135	>2,5
❷ Alta Performance	110 – 124	3445 – 4135	>1,6

A Figura 7 ilustra o comportamento tensão-deformação dos FRP comparados ao aço.

Figura 7 – Diagramas tensão-deformação dos FRP e do aço (modificado de fib-14 *apud* SILVA, 2002)

Nota-se a partir dos resultados dispostos na Tabela 1 e ilustrados na Figura 7 que os FRP apresentam valores de resistências à tração muito superiores ao aço e em alguns casos módulo de elasticidade também superior. Além das vantagens salientadas quanto à utilização de FRP no reforço de estruturas de concreto armado, FIGUEIRAS; JUVANDES (2000) apontam também que os sistemas de reforço externo com FRP não alteram a forma geométrica dos elementos estruturais o que pode acarretar em vantagens estéticas.

Apresentam-se na seqüência os programas computacionais utilizados nas modelagens das estruturas de concreto reforçadas com CFRP, objeto foco desta tese: o programa comercial DIANA e os programas desenvolvidos FEMOOP/QUEBRA2D.

1.1 Programa Computacional DIANA

O programa baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF) DIANA foi desenvolvido pelo “TNO Building and Constructions Research” do “Department of Computational Mechanics (Netherlands)”. Sua primeira versão foi desenvolvida em 1972 e em 1975 era capaz de efetuar análises estruturais estática e linear em estruturas “*offshore*”. Em 1979 era capaz de realizar análise não linear dinâmica em estruturas formadas por diversos materiais. O programa DIANA possui mais de cento e cinquenta tipos distintos

de elementos finitos (elementos de viga, de estado plano de tensões, de estado plano de deformações, axissimétricos, de casca, sólidos, de interface, de mola, entre outros).

Diversas são as leis constitutivas para os materiais componentes de um sistema estrutural disponíveis: elasticidade (linear, não linear), plasticidade (Tresca, Von Mises, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager), plasticidade ortotrópica (Hill, Hoffmann), viscoplasticidade (Duvaut-Lions, Perzyna), interface não linear (dano discreto, dano por dilatação, “*bond-slip*”), entre outros. A Figura 8 ilustra alguns exemplos de aplicação do programa DIANA em análises de estruturas de concreto.

a) Mapeamento de zonas fissuradas

b) Tensões normais nas armaduras

Figura 8 – Aplicabilidade do programa DIANA em análises de estruturas de concreto

1.2 Programas FEMOOP e QUEBRA2D

O programa QUEBRA2D (Figura 9) constitui um simulador gráfico interativo da evolução de danificação de elementos estruturais, sendo um projeto conjunto do Grupo de Modelagem de Estruturas de Concreto (GMEC) do Laboratório de Mecânica

Computacional (LMC) da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP) e o Tecgraf da PUC do Rio de Janeiro.

Este programa atua como gerenciador de entrada e saída de dados e dos processos de fraturamento, bem como gerador de malhas adaptativas. Todo o pós-processamento é efetuado no QUEBRA2D. Em conjunto com o QUEBRA2D, é utilizado o FEMOOP (“*Finite Element Method – Object Oriented Programming*”), no qual está implementada toda a formulação do Método dos Elementos Finitos (MEF).

Figura 9 – Exemplo de utilização do programa QUEBRA2D em análises de estruturas de concreto armado reforçadas com fibras de carbono

O programa FEMOOP (Figura 10) é baseado no paradigma da programação orientada para objetos, sendo desenvolvido utilizando-se a linguagem de programação C++.

Figura 10 – Visualização do programa FEMOOP

Um dos benefícios mais importantes da programação orientada para objetos é a extensibilidade do código, permitindo que novas implementações sejam feitas com

pequeno impacto sobre o código já existente. Estes dois programas foram utilizados para efetuar uma análise bidimensional dos elementos estruturais reforçados com compósitos ao passo que o programa DIANA foi utilizado para uma solução bidimensional e tridimensional do problema.

Em ambas plataformas computacionais foram implementadas rotinas necessárias à simulação de estruturas de concreto reforçadas com compósitos, objeto foco desta tese, conforme apresentado posteriormente.

O QUEBRA2D funciona como pré e pós-processador sendo ele responsável pelo lançamento e edição de todos os atributos competentes à análise. O FEMOOP é o “*solver*” do sistema que tem por objetivo processar o arquivo de atributos da análise gerado pelo QUEBRA2D, chamado arquivo neutro “.dat” e salvar os resultados processados em um arquivo de pós-processamento “.pos” que é devolvido ao QUEBRA2D para visualização de resultados.

O sucesso da implementação depende do sucesso de integração mútua entre as plataformas. Assim sendo, projetar a plataforma antes da implementação é de suma importância para que ela tenha principalmente a qualidade de ser reutilizável posteriormente. A busca constante de uma interface amigável é sempre desejável e foi perseguida durante as implementações efetuadas no QUEBRA2D.

1.3 Objetivos

Os objetivos deste trabalho são:

- Desenvolvimento de uma plataforma computacional capaz de modelar bidimensionalmente estruturas de concreto reforçadas com FRP;
- Efetuar modelagens computacionais destas estruturas na plataforma de desenvolvimento e em uma plataforma comercial (DIANA) para efeito de comparação e validação da ferramenta numérica desenvolvida;
- Relacionar os principais modelos analíticos para projetos de estruturas de concreto reforçadas com FRP;
- Gerar uma base de dados própria de ensaios experimentais em vigas de concreto armado reforçadas à flexão e ao cisalhamento com a finalidade de validar as

implementações efetuadas e analisar as repostas produzidas pelos modelos analíticos. No trabalho este banco de dados é utilizado em conjunto com outros resultados disponíveis na literatura.

1.4 Organização do Trabalho

Esta tese possui dez capítulos a saber:

Capítulo 1: Introdução;

Capítulo 2: Estado da arte do reforço de estruturas de concreto reforçadas com fibras de carbono (CFRP): relaciona pesquisas realizadas sobre o sujeito no âmbito de ensaios experimentais, ancoragem, técnicas de reforço, estratégias de modelagem e comparações entre modelos analíticos e resultados experimentais.

Capítulo 3: Modelos constitutivos: são apresentados os modelos utilizados para a modelagem numérica dos materiais concreto e aço bem como modelos de aderência “*bond-slip*” para simular interface concreto/compósito ou a interface aço/concreto.

Capítulo 4: Representações de armaduras: ilustra as principais formas de representação e implementação numérica de barras de aço.

Capítulo 5: Modelagem da perda de aderência.

Capítulo 6: Implementação computacional: apresenta as implementações efetuadas nas plataformas de desenvolvimento (QUEBRA2D/FEMOOP).

Capítulo 7: Apresenta alguns modelos de dimensionamento de estruturas de concreto reforçadas à flexão ou ao cisalhamento com polímeros reforçados com fibras.

Capítulo 8: Vigas reforçadas com CFRP: Ensaios: informa os resultados obtidos nos ensaios de vigas de concreto armado reforçadas à flexão e ao cisalhamento com CFRP.

Capítulo 9: Modelagem computacional: apresenta as modelagens, efetuadas nas vigas de seção retangular e “I” ensaiadas no programa experimental desta tese e em outras vigas ensaiadas por outros pesquisadores, nas plataformas comercial (DIANA) e de desenvolvimento (QUEBRA2D/FEMOOP).

Capítulo 10: Conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

2. ESTADO DA ARTE SOBRE AS TÉCNICAS DE REFORÇO PARA ESTRUTURAS DE CONCRETO

2.1 Histórico e Aplicabilidade de Sistemas FRP

Segundo SILVA (1999) os primeiros estudos efetuados com relação ao comportamento dos FRP foram realizados nos laboratórios Suíços EMPA (*“Federal Laboratories for Materials Testing and Research”*) por Urs Meier em 1987 e por Ladner e Weder em 1990.

Segundo MEIER *apud* JUVANDES (1999) a primeira aplicação de um sistema FRP ocorreu na Alemanha na ponte *Kattenbusch Bridge* entre 1986 e 1987 na qual utilizaram-se vinte tiras de laminados de polímeros reforçados com fibras de vidro (GFRP).

Após esta primeira experiência, difundiu-se na Europa uma extensa aplicabilidade de sistemas de FRP para a reabilitação e reforço de estruturas: edifícios históricos na Grécia (TRIANTAFILLOU, 1996), paredes de alvenaria, muros e lajes na Itália (SPENA *et al.*, 1995). Outras experiências mais recentes podem ser observadas em outros artigos (SEIBLE, 1998).

Paralelamente nos Estados Unidos e no Canadá tem-se investido na exploração dos benefícios resultantes da reabilitação de estruturas de concreto armado com sistemas FRP. Entre os anos de 1993 e 1994 nas cidades de Los Angeles e Santa Mónica foram reparados cerca de duzentos pilares utilizando GFRP (ACI 440, 1996).

Atualmente tem-se aplicado nos Estados Unidos técnicas de reforço com FRP em pontes de concreto armado, cujos trabalhos de relevância são MAYO *et al.* (1999), ALKHRDAJI; NANNI; MAYO (2000), ALKHRDAJI; NANNI (2000), NANNI; HUANG; TUMIALAN (2001) e SEIBLE *et al.* (2001).

Em Portugal segundo JUVANDES (1999) o assunto relacionado ao reparo e reforço de estruturas de concreto armado utilizando FRP tem despertado algum interesse à indústria da construção, graças por um lado à publicação de um número cada vez maior de trabalhos de investigação nesta área e por outro à integração dos novos materiais nas áreas temáticas de discussão em congressos.

Dentre os trabalhos de cunho experimental produzidos em Portugal podem ser citadas as pesquisas relacionadas à vigas e lajes (JUVANDES, 1999, JUVANDES; DIAS; FIGUEIRAS, 2001), reabilitação de pontes de concreto armado (FIGUEIRAS;

JUVANDES; SILVA, 2001) e estudos numéricos de estruturas de concreto reforçadas com FRP (SILVA, 1999, SILVA; JUVANDES; FIGUEIRAS, 2000).

Grande parte dos estudos experimentais estão correlacionados ao comportamento de vigas de concreto armado reforçadas com FRP dentre os quais podem ser citados JUVANDES (1999), SPADEA; BENCARDINO; SWAMY (1998), BUYUKOZTURK; HEARING (1998), CANNING; HOLLAWAY; THORNE (1999), GARDEN *et al.* (1998), KHALIFA; NANNI (2000), LORENZIS; NANNI (2001), também estudos sobre pilares, cita-se MICELLI; MYERS; MURTHY (2001), COLE; BELARBI (2001), CALVO *et al.* (2001), SCHIEBEL; NANNI (2000), RUSSO (2001), AIRE; GETTU; CASAS (2001), RODRIGUES; SILVA (2001), FERNANDES *et al.* (2001), PLAKANTARAS *et al.* (2001), e em menor escala lajes de concreto armado (MOSALLAM; MOSALAM, 2003).

No Brasil, diversas pesquisas foram desenvolvidas no âmbito de estruturas de concreto armado reforçadas com FRP. Essas pesquisas envolvem reforço em pilares de concreto armado dentre as quais podem ser citados CARRAZEDO; HANAI; TAKEUTI (2002) e SOUZA; CLÍMACO; MELO (2002); e, em grande parte, reforço em vigas de concreto armado podendo-se citar FERRARI; PADARATZ; LORIGGIO (2002), CASTRO; MELO; NAGATO (2002), ARAÚJO; SHEHATA; SHEHATA (2002), SÁNCHEZ; MENEGHEL (2002), MORENO JÚNIOR; GUEDES (2002), MORENO JÚNIOR; GALLARDO (2002), SILVA FILHO; MELO; NAGATO (2002) e BEBER; CAMPAGNOLO; CAMPOS FILHO (2002).

Na Escola Politécnica da USP algumas pesquisas já foram concluídas com relação ao tema proposto: comportamento de pilares confinados com CFRP e GFRP (SILVA, 2002), comportamento da interface entre o concreto e o polímero reforçado com fibras (SANTOS, 2003) e análise dos procedimentos de normas de dimensionamento de reforço com FRP (ARAÚJO, 2005).

2.2 Aplicação de Sistemas FRP em Estruturas de Concreto

Conforme já colocado, uma das principais características da utilização de FRP em estruturas de concreto armado diz respeito à sua fácil aplicabilidade. Os procedimentos a serem seguidos seguem descritos a seguir:

- 1) Primeiramente aplica-se sobre a superfície da estrutura pré-existente um “*primer*” de baixa viscosidade e alto teor de sólidos a fim de garantir aderência do FRP com o substrato; a superfície do concreto deve estar limpa, livre de poeiras e gorduras. A aplicação do “*primer*” deve ser precedida de um lixamento para a retirada da camada de nata de cimento superficial e abertura dos poros. A limpeza pode ser feita utilizando-se pano limpo ou estopa embebida em álcool, acetona ou água raz.
- 2) Após aplicado o “*primer*”, faz-se uso de uma resina epóxi com alto teor de sólidos, denominada “*putty*” utilizada para nivelar a superfície da estrutura;
- 3) Posteriormente aplica-se uma resina saturante com alto teor de sólidos com o intuito de promover uma saturação inicial do FRP;
- 4) Após todos esses procedimentos, insere-se o FRP por sobre todas as camadas anteriores;
- 5) Aplica-se uma segunda camada de saturante;
- 6) Pode-se aplicar uma camada de cobertura a fim de garantir boa estética à estrutura de concreto reforçada como por exemplo tinta acrílica.

Todos esses procedimentos estão ilustrados na Figura 11.

Figura 11 – Descrição das etapas de aplicação de sistemas FRP (DEGUSSA, 2004)

Vale ressaltar que a aplicação de FRP em estruturas de concreto a fim de promover o reforço das mesmas é relativamente recente quando comparada à outras técnicas de reforço. Com o intuito de explicitar as técnicas de reforço usuais, apresentam-se no item posterior alguns exemplos.

2.3 Técnicas de Reforço Usuais

Dentre as técnicas de reforço usuais, destaca-se a utilização de lâminas ou barras de aço estrutural. Alguns exemplos da utilização destes materiais para reforço podem ser encontrados em diversos artigos científicos.

OYAWA; SUGIURA; WATANABE (2001) estudaram o efeito de confinamento de corpos-de-prova de concreto revestidos com tubos metálicos de diversas espessuras. O programa experimental compreendeu ensaios de compressão axial em corpos-de-prova de 10cm de diâmetro e 20cm de altura, cuja resistência à compressão do concreto atingiu o valor de 26MPa.

O aço utilizado possuiu uma tensão última média de 330MPa. Os resultados alcançados apontaram uma ductilização crescente aos corpos-de-prova proporcionalmente ao acréscimo na espessura dos tubos metálicos conforme ilustra a Figura 12. Outra experiência pode ser observada em CIRTEK (2001) em que pilares de concreto armado foram reforçados por meio de chapas de aço.

ADHIKARY; MUTSUYOSHI; SANO (2000) efetuaram um trabalho de cunho experimental com relação ao reforço de vigas de concreto armado por meio de chapas de aço. O programa experimental compreendeu ensaios de flexão simples em vigas de 1,94m de vão, com carregamentos concentrados aplicados à distância de 51cm dos apoios.

Figura 12 – Resultados obtidos por OYAWA; SUGIURA; WATANABE (2001)

Tais vigas possuíam concreto com resistência à compressão de 30MPa, armaduras com tensão de escoamento de 390MPa e chapas de aço com tensão de escoamento de 235MPa. Para as duas séries de vigas o ensaio compreendeu o aumento da espessura das chapas, mantendo-se invariantes todas as demais características físicas e mecânicas do elemento estrutural.

A Figura 13 mostra as curvas força-deslocamento no meio do vão obtidas para três vigas da série A: a viga A-1, denominada viga de controle, não dotada de chapas de aço; a viga A-4 com chapa de espessura igual a 2,3mm e largura igual a 100mm; a viga A-6 com chapa de espessura igual a 4,5mm e largura igual a 100mm.

A Figura 14 ilustra as curvas força-deslocamento no meio do vão obtidas para três vigas da série B: a viga B-1, denominada viga de controle, não dotada de chapas de aço; a viga B-2 com chapa de espessura igual a 2,3mm e largura igual a 50mm; a viga B-4 com chapa de espessura igual a 2,3mm e largura igual a 100mm.

Figura 13 – Curvas força-deslocamento para a série A obtidas por ADHIKARY; MUTSUYOSHI; SANO (2000)

A partir dos resultados obtidos por ADHIKARY; MUTSUYOSHI; SANO (2000) percebe-se que a ampliação da espessura das chapas, mantendo-se constante a largura, proporcionou um acréscimo na força de ruptura e um aumento na ductilidade das vigas (série A).

Figura 14 – Curvas força-deslocamento para a série B obtidas por ADHIKARY; MUTSUYOSHI; SANO (2000)

Para a série B o aumento na largura das chapas, mantendo-se constante a espessura, proporcionou ampliações à força de ruptura porém um aumento da fragilidade do elemento estrutural.

Tais resultados indicam que em algumas ocasiões o reforço estrutural pode ser seguido de uma fragilização do elemento estrutural, sendo esta situação pouco desejável. Espera-se que o elemento reforçado possua, no mínimo, as mesmas características de ductilidade do mesmo elemento desprovido de reforço. Outras experiências apresentam vigas de concreto armado reforçadas por meio da colocação de armadura longitudinal de tração suplementar conforme os estudos de ÖZTÜRK; AYVAZ (2002).

O artigo de JANNADI; TAHIR (2000) apresenta um interessante sistema de reforço por meio de chapas de aço com conectores metálicos que foram dispostas na superfície de um píer de concreto armado, segundo ilustra a Figura 15.

Figura 15 – Chapas de aço utilizadas no reforço de um píer de concreto armado (JANNADI; TAHIR 2000)

MODENA *et al.* (2002) apresentam um sistema de reforço em alvenaria através da colocação de barras de aço de diâmetro igual a 6 mm nas juntas de argamassa. A Figura 16 ilustra os trabalhos efetuados.

Figura 16 – Alvenaria reforçada com barras de aço (MODENA *et al.* 2002)

2.4 Reforço por meio de Compósitos

2.4.1 Reforço à Flexão em Vigas

Conforme já mencionado o uso de materiais compósitos para a elevação da capacidade resistente de elementos de concreto armado é recente quando comparado a técnicas clássicas de reabilitação. Um principais trabalhos produzidos foi sem dúvida a tese de JUVANDES (1999).

Uma importante aplicação dos FRP foi feita na ponte “*Ibach Bridge*”, na Suíça (Figura 17), onde foi utilizado pela primeira vez o laminado de polímero reforçado com fibra de carbono (CFRP). Uma vez apresentadas algumas técnicas usuais de reforço estrutural, explicita-se neste item a técnica de reforço de estruturas por meio de FRP.

É interessante observar que a aplicabilidade deste tipo de reforço em estruturas de concreto armado é bastante vasta como foi colocado na introdução em que ilustraram-se alguns exemplos de combate à diversos tipos de solicitação em elementos estruturais mais difundidos de concreto armado.

Figura 17 – Ponte “Ibach Bridge” (MEIER, 2002)

Todavia, pode-se aplicar a técnica de reforço de sistemas de compósitos reforçados com fibra em, por exemplo, estruturas de madeira. Esta experiência é mostrada em RADFORD *et al.* (2002) em que vigas de madeira foram reforçadas com GFRP.

Já o trabalho de CORRADI; BORRI; VIGNOLI (2002) apresenta a reabilitação de estruturas de alvenaria reforçadas com compósitos de fibra de carbono e vidro após a ocorrência de um terremoto. Um outro trabalho nesta mesma linha pode ser visto em VALLUZZI; TINAZZI; MODENA (2002).

CAPOZUCCA; CERRI (2002) conduziram uma pesquisa de cunho analítico e experimental com relação ao comportamento de vigas de concreto armado submetidas à flexão simples com carregamento monotônico e cíclico no meio do vão reforçadas com CFRP. As vigas avaliadas possuíam vão de 2,45m e seção transversal de 10cm de base e 15cm de altura. As armaduras longitudinais de tração e compressão consistiam respectivamente em três barras de diâmetro igual a 8mm e duas barras de diâmetro de 6mm. As características mecânicas dos materiais utilizados foram as seguintes: concreto com resistência à compressão de 30MPa, armaduras com tensão de escoamento de 315MPa e CFRP com tensão última de 3430MPa e módulo de elasticidade longitudinal de 230GPa. Uma ancoragem em “U” foi utilizada nos pontos próximos dos apoios com comprimento de 300mm e altura de 50mm. Segundo o modelo teórico desenvolvido, foram confeccionados diagramas do tipo força-deformação no concreto para uma viga de controle (sem reforço) e duas outras vigas com uma e duas camadas de CFRP cujos resultados encontram-se na Figura 18.

Figura 18 – Curvas força-deformação no concreto obtidas por CAPOZUCCA; CERRI (2002)

Tais resultados apontam uma queda de ductilidade por parte do elemento estrutural à medida que amplia-se o número de camadas de reforço. A Figura 19 apresenta curvas força-deslocamento obtidos para as vigas B1 (viga reforçada com uma camada de CFRP) e B2 (viga reforçada com duas camadas de CFRP) evidenciando também a diminuição da capacidade de deformação inelástica do elemento estrutural com o aumento do reforço.

Para o estudo do comportamento dinâmico, aplicaram-se carregamentos em quatro ciclos, ampliando-se 2kN de força para cada ciclo. Os resultados obtidos estão dispostos na Figura 20. Nos ensaios dinâmicos os autores apontam para a observação de que as vigas reforçadas com CFRP apresentam menores valores de deslocamento sob o mesmo carregamento quando comparadas à viga não reforçada.

Segundo os autores para o caso da viga B1, para o máximo carregamento ($P=8\text{kN}$) a redução nos deslocamentos foi da ordem de 13,5%; no caso da viga B2, para o máximo valor de carregamento atuante ($P=10\text{kN}$), a redução nos deslocamentos foi de 30%.

GRACE; ABDEL-SAYED; RAGHEB (2002) apresentam uma pesquisa realizada no tocante à utilização de materiais compósitos híbridos concebidos por meio da técnica da hibridação. Tal técnica consiste na obtenção de um material híbrido de dois diferentes tipos de polímeros reforçados com fibras.

Neste estudo utilizou-se um material proveniente da combinação de dois tipos de fibra de carbono e um tipo de fibra de vidro. A Figura 21 apresenta o comportamento do compósito híbrido comparado com o material convencional.

Figura 19 – Curvas força-deslocamento obtidas por meio de carregamento monotônico para as vigas ensaiadas por CAPOZUCCA; CERRI (2002)

Figura 20 – Curvas força-deslocamento obtidas por meio de carregamento cíclico para as vigas ensaiadas por CAPOZUCCA; CERRI (2002)

Figura 21 – Comportamento do material híbrido utilizado por GRACE; ABDEL-SAYED; RAGHEB (2002)

Foram ensaiadas treze vigas de 274,4cm de comprimento e 244cm de vão com seção transversal retangular de 15,2cm de base e 25,4cm de altura; as armaduras de tração, compressão e estribos foram respectivamente duas barras de diâmetro 9,5mm, duas barras de diâmetro 16mm e barras de 9,5mm espaçadas a cada 10,2cm. O ensaio de flexão foi efetuado em quatro pontos com distância entre os pontos de carga de 76,2cm.

As vigas ensaiadas consistiram em uma viga de controle (não reforçada), oito vigas reforçadas com o material híbrido (compósitos com o comportamento descrito pelos H-system) e quatro vigas reforçadas com polímeros reforçados com fibras de carbono convencional.

As vigas foram divididas em dois grupos denominados “A” e “B” que distinguem-se por meio do tipo de resina epoxídica utilizado:

✓ Grupo “A”: epóxi com deformação última de 4,4%, resistência à compressão de 109,2MPa e resistência à tração de 66,3MPa.

✓ Grupo “B”: epóxi com deformação última de 2,0% resistência à compressão de 86,2MPa e resistência à tração de 68,9MPa.

Nas vigas do grupo “A” o compósito foi disposto com largura igual a largura da base das vigas e no grupo “B” foram colocados em disposição em “U” avançando na altura das vigas até um comprimento de 15,2cm.

A Tabela 2 apresenta um resumo das vigas ensaiadas.

Tabela 2 – Resumo das vigas ensaiadas por GRACE; ABDEL-SAYED; RAGHEB (2002)

Grupo de Vigas	Designação das Vigas	Material de Reforço
Nenhum	controle	nenhum
Grupo “A”	C-1	carbon fiber sheet
	C-2	carbon fiber plate
	C-3	carbon fiber fabric
	H-50-1	H-system (1mm)
	H-50-2	
	H-75-1	H-system (1,5mm)
	H-75-2	
Grupo “B”	CS	carbon fiber sheet
	H-S50-1	H-system (1mm)
	H-S50-2	
	H-S75-1	H-system (1,5mm)
	H-S75-2	

Para todas as vigas utilizaram-se concreto com resistência à compressão de 55MPa e aço com tensão de escoamento de 415MPa.

A Figura 22 e a Figura 23 ilustram respectivamente os resultados obtidos em termos de curvas força-deslocamento para as vigas dos grupos “A” e “B”.

Na Tabela 3 encontram-se os resultados de deslocamentos na ruptura (δ_u), deslocamentos para a força de plastificação das armaduras (δ_y) e índices de ductilidade globais (μ_d) das vigas estudadas.

Figura 22 – Resultados obtidos por GRACE; ABDEL-SAYED; RAGHEB (2002) para as vigas do grupo “A”

Figura 23 – Resultados obtidos por GRACE; ABDEL-SAYED; RAGHEB (2002) para as vigas do grupo “B”

Tabela 3 – Resultados obtidos para as vigas ensaiadas por GRACE; ABDEL-SAYED; RAGHEB (2002)

Viga	δ_u (mm)	δ_v (mm)	μ_d
controle	49,5	14	3,55
C-1	28,4	13,2	2,15
C-2	16	---	1,00
C-3	22,1	13,5	1,64
H-50-2	35,6	15,2	2,33
H-75-2	29,2	13,7	2,13
CS	29	14,2	2,04
H-S50-2	32	14,2	2,25
H-S75-2	29,7	15,8	1,89

Baseados na investigação apresentada, GRACE; ABDEL-SAYED; RAGHEB (2002) concluíram que:

- ✓ As vigas reforçadas com material híbrido apresentaram de uma forma geral maiores forças de plastificação quando comparadas às vigas reforçadas com compósitos de fibra de carbono convencionais.
- ✓ As vigas reforçadas com material híbrido não apresentaram uma perda significativa de ductilidade.
- ✓ As vigas reforçadas com sistema de CFRP convencional apresentaram perda significativa de ductilidade e com relativa perda de força de plastificação se comparada às vigas reforçadas com material híbrido.

2.4.2 Reforço ao Cisalhamento em Vigas

KHALIFA; NANNI (2000) realizaram ensaios experimentais em vigas de concreto armado de seção “T” reforçadas com CFRP.

O programa experimental compreendeu o ensaio de seis vigas com diferentes formas de posicionamento do FRP a saber:

- ✓ Viga BT1: Viga de referência com armadura convencional (não reforçada com CFRP);
- ✓ Viga BT2: Viga reforçada com envelopamento da alma em forma de “U” sem ancoragem;

- ✓Viga BT3: Viga reforçada com duas camadas de CFRP, sendo uma longitudinal e outra perpendicular ao comprimento da viga;
- ✓Viga BT4: Viga reforçada com envelopamento da alma em forma de “U”;
- ✓Viga BT5: Viga reforçada com colagem de tiras somente nas laterais da alma;
- ✓Viga BT6: Viga reforçada com envelopamento da alma em forma de “U” com ancoragem;

A Figura 24 detalha o mecanismo de ancoragem utilizado.

Figura 24 – Mecanismo de ancoragem utilizado nas vigas ensaiadas por KHALIFA; NANNI (2000)

As vigas ensaiadas possuíam um vão de 305cm e balanços de 35,5cm. A seção transversal em “T” possuía altura da alma de 30,5cm, altura da mesa de 10cm, largura da mesa de 38cm e largura da alma de 15cm. As armaduras de tração, compressão e cisalhamento eram formadas respectivamente por duas barras de diâmetro igual a 28mm, duas barras de diâmetro igual a 13mm e por estribos de diâmetro de 10mm posicionados a cada 10cm de vão.

O concreto possuiu resistência à compressão de 35MPa, as armaduras de diâmetro igual a 13mm e 10mm possuíam tensão de escoamento de 530MPa ao passo que a armadura de diâmetro de 28mm possuiu tensão de escoamento de 470MPa.

O material de reforço (CFRP) possuiu tensão última de 3790MPa e módulo de elasticidade longitudinal de 228GPa. A Figura 25 apresenta os resultados obtidos por meio de curvas força-deslocamento no meio do vão.

Figura 25 – Curvas força-deslocamento obtidas por KHALIFA; NANNI (2000)

KHALIFA; NANNI (2000) concluíram através dos resultados obtidos que a utilização de um bom mecanismo de ancoragem se faz necessário para um melhor comportamento e aproveitamento das propriedades do material de reforço, refletindo na capacidade de suporte do elemento reforçado (vigas BT2 e BT6).

Os autores também concluem que utilizar a configuração de reforço da viga BT5 (reforço nas laterais da alma) sempre implica em perdas de contribuição no combate aos esforços de cisalhamento quando comparada com a configuração da viga BT4 (reforço com envelopamento em “U” de toda a alma).

No Brasil alguns trabalhos de reforço ao cisalhamento de vigas com compósitos já foram efetuados.

Na pesquisa de MORENO JÚNIOR; GALLARDO (2002) foram ensaiadas seis vigas de seção “T” sendo destas uma viga de controle não reforçada (V1), uma viga reforçada em dois lados com uma camada de tiras de CFRP com largura de 50mm e espaçamento de 150mm (V2), uma viga idêntica a V2 devido às falhas no processo de colagem das fibras (V3), uma viga com as mesmas características de V2 e V3 porém com disposição do reforço em “U” (V4), uma viga idêntica à viga V4 porém com duas camadas e com prolongamento das tiras de reforço ao longo da face inferior da mesa (V5) e finalmente uma viga reforçada em “U” com duas camadas de tiras com mesmo espaçamento e largura anteriormente usados mas utilizando-se uma tira paralela ao eixo da viga como ancoragem nas duas faces, prolongando-se as tiras até a face inferior da mesa.

Em todas as vigas não houve variação de nenhuma propriedade mecânica ou geométrica; a seção transversal era composta de largura de alma de 12cm, altura da alma de 36cm, altura da mesa de 10cm e largura da mesa de 50cm; o comprimento das vigas foi de 400cm sendo ensaiadas em quatro pontos com vão de 360cm; o concreto utilizado possuiu resistência de 45MPa, as armaduras de tração eram compostas por barras com 20mm de diâmetro e os estribos com 4,2mm de diâmetro.

A Tabela 4 mostra os resultados obtidos nos ensaios.

Tabela 4 – Resultados obtidos por MORENO JÚNIOR; GALLARDO (2002)

Viga	V_u sem reforço (kN)	V_u com reforço (kN)	Incremento (%)
V2	89,17	94,03	+5,45
V3	89,17	125,70	+40,97
V4	89,17	131,45	+47,42
V5	89,17	155,82	+74,75
V6	89,17	124,63	+39,73

Segundo observações dos autores houve erros na execução e tempo de cura dos reforços executados nas vigas V2 e V6 razão pela qual ocorreram destacamentos prematuros das tiras; dentre os outros resultados a viga V5 obteve o maior incremento de esforço cortante comparando-se com a viga de controle.

2.4.3 Reforço à Flexão e Confinamento em Pilares

AIRE; GETTU; CASAS (2001) conduziram uma pesquisa de cunho experimental no que diz respeito ao efeito sobre o confinamento de corpos-de-prova de concreto reforçados com CFRP e GFRP.

O programa experimental compreendeu-se no ensaio de dezoito corpos-de-prova de concreto divididos em dois níveis de resistência à compressão, 30MPa (série C30) e 60MPa (série C60).

A Tabela 5 apresenta um resumo dos ensaios efetuados. As propriedades mecânicas das fibras utilizadas no programa experimental encontram-se dispostas na Tabela 6. A Tabela 7 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 5 – Programa experimental efetuado por AIRE; GETTU; CASAS (2001)

Concreto	Corpo de Prova	Tipo de Fibra	Número de Camadas
C30	C30	nenhuma	0
	C30-C1	carbono	1
	C30-C3		3
	C30-C6		6
	C30-G1	vidro	1
	C30-G3		3
	C30-G6		6
C60	C60	nenhuma	0
	C60-C1	carbono	1
	C60-C3		3
	C60-C6		6
	C60-C9		9
	C60-C12		12
	C60-G1	vidro	1
	C60-G3		3
	C60-G6		6
	C60-G9		9
	C60-G12		12

Tabela 6 – Propriedades mecânicas das fibras utilizadas por AIRE; GETTU; CASAS (2001)

Propriedade	CFRP	GFRP
Espessura (mm)	0,117	0,149
E_f (GPa)	240	65
Resistência à Tração (MPa)	3,9	3,0
Deformação Última (%)	1,55	4,3

AIRE; GETTU; CASAS (2001) concluíram que há um acréscimo muito significativo do confinamento quando múltiplas camadas de reforço são utilizadas. Em se tratando do concreto C30, as fibras de carbono produziram um confinamento mais efetivo em relação às fibras de vidro, dadas as relações “ f_{max}/f_c ” obtidas. Em ambos os casos a capacidade de suporte dobrou com a utilização de seis camadas de FRP.

As deformações na ruptura foram consideravelmente elevadas quando comparadas ao caso não confinado, com valores de deformações axiais da ordem de dez e treze vezes superior ao corpo-de-prova não reforçado utilizando-se respectivamente GFRP e CFRP.

Para o caso do concreto C60 o ganho de capacidade resistente foi inferior ao obtido para o concreto C30 com a utilização das fibras de vidro para um mesmo

número de camadas de reforço. Por outro lado, os valores de confinamento evoluíram praticamente na mesma proporção para os concretos C30 e C60 com a utilização de FRP.

Tabela 7 – Resultados obtidos por AIRE; GETTU; CASAS (2001)

Concreto	f_{max}/f_c	$\varepsilon_{max}/\varepsilon_c$	$\varepsilon_{tmax}/\varepsilon_t$
C30	---	---	---
C30-G1	1,0	3,1	8,7
C30-G3	1,5	7,3	20,4
C30-G6	2,0	10,5	17,4
C30-C1	1,1	4,6	1,5
C30-C3	1,8	9,4	16,6
C30-C6	2,3	13,5	16,6
C60	---	---	---
C60-G1	1,1	2,0	14,4
C60-G3	1,2	3,2	17,2
C60-G6	1,4	5,2	25,4
C60-G9	2,0	5,9	24,1
C60-G12	2,5	5,9	25,6
C60-C1	1,3	1,2	2,1
C60-C3	1,4	4,2	23,8
C60-C6	2,3	6,7	24,8
C60-C9	2,9	9,2	27,5
C60-C12	3,1	8,2	19,3

Segundo AIRE; GETTU; CASAS (2001) esta tendência foi notificada devido ao alto módulo de elasticidade das fibras de carbono. Em linhas gerais a capacidade de deformação inelástica “ $\varepsilon_{max}/\varepsilon_c$ ” aumentou com a ampliação do número de camadas de compósitos.

RODRIGUES; SILVA (2001) conduziram uma investigação experimental com o intuito de avaliar o desempenho estrutural de pilares de concreto, solicitados à compressão axial por meio de carregamentos monotônico e cíclico, reforçados por meio de compósitos de fibra de vidro.

Foram ensaiados seis pilares de seção circular de concreto simples e armado de 75cm de altura e 15cm de diâmetro. As armaduras longitudinais eram compostas de seis barras com 6mm de diâmetro e estribos com diâmetro de 3mm posicionados a cada 10cm. A Tabela 8 apresenta um resumo do programa experimental.

Tabela 8 – Programa experimental desenvolvido por RODRIGUES; SILVA (2001)

Pilar	Estribos	Carregamento	GFRP
C21	---	monotônico	3 camadas
C22	---	monotônico	3 camadas
C24	ϕ 3 c/ 10cm	monotônico	3 camadas
C23	---	cíclico	3 camadas
C25	ϕ 3 c/ 10cm	cíclico	3 camadas
C27	---	cíclico	3 camadas

O concreto possui resistência à compressão de 37,7MPa. As propriedades mecânicas das fibras de vidro utilizadas eram as seguintes: módulo de elasticidade de 27,6GPa, resistência à tração de 552MPa, espessura de 1,27mm e deformação na ruptura de 2%.

As Figuras 28 e 29 ilustram respectivamente as curvas tensão-deformação obtidas para os ensaios com carregamentos monotônico e cíclico ao passo que na Tabela 8 estão indicados os valores de tensão axial de ruptura (f_{cc}) e deformação axial de ruptura (ϵ_{cc}). Cabe ressaltar que na Figura 26 e Figura 27 estão inseridas deformações volumétricas (ϵ_v), laterais (ϵ_l) e axiais (ϵ_c).

Figura 26 – Resultados obtidos por RODRIGUES; SILVA (2001) para carregamento monotônico

RODRIGUES; SILVA (2001) concluíram que:

✓O comportamento das colunas de concreto simples pode ser dividido em duas etapas: primeiramente o aumento da deformação axial causa decréscimo nas expansões laterais e volumétricas. Quando o concreto fissura há uma reversão na deformação volumétrica e o reforço assume a função de confinamento. Finalmente a capacidade resistente total é extinta e o pilar rompe por meio da ruptura do reforço.

✓Pilares de concreto armado apresentam um comportamento diferenciado próximo à ruptura com “ ϵ_v ” decrescendo continuamente.

Figura 27 – Resultados obtidos por RODRIGUES; SILVA (2001) para carregamento cíclico

2.4.4 Ancoragem

Tratando-se de ancoragem, GARDEN *et al.* (1998) realizaram ensaios a fim de avaliar o comprimento de ancoragem em vigas de concreto armado reforçadas à flexão, definido como a distância existente entre o ponto de aplicação da força na estrutura e o ponto de delimita o final da camada de reforço.

Foram ensaiadas dezessete vigas de concreto armado reforçadas ou não com CFRP divididas em dois grupos: vigas biapoiadas e engastadas (e em balanço) sob flexão simples. As vigas biapoiadas foram divididas em três outros grupos segundo as dimensões do vão. A Tabela 9 apresenta um resumo das vigas analisadas.

Tabela 9 – Propriedades físicas das vigas ensaiadas por GARDEN *et al.* (1998)

Viga	a_v (mm)	a_v/h
biapoiada ($l=1m$)	300 / 340 / 400	3,0 / 3,4 / 4,0
biapoiada ($l=2,3m$)	845	3,67
biapoiada ($l=4,5m$)	1525	6,63
engastada ($l=1m$)	300 / 465 / 587 / 772	3,0 / 4,65 / 5,87 / 7,72

sendo: “ a_v ” a distância entre o ponto de aplicação do carregamento e o apoio (vão de cisalhamento), “ l ” o vão e “ h ” a altura das vigas.

As vigas engastadas possuíam concreto com resistência à compressão de 64MPa ao passo que as vigas biapoiadas com vão de 1,0m, 2,3m e 4,5m foram moldadas com concreto cuja resistência à compressão alcançou o patamar respectivamente de 54MPa, 47MPa e 47MPa aos 28 dias de idade.

As armaduras das vigas biapoiadas com $l=1,0m$ e engastadas eram dotadas de tensão de escoamento de 350MPa e as armaduras das demais vigas 556MPa. As propriedades mecânicas das fibras utilizadas no reforço das vigas estão dispostas na Tabela 10.

Tabela 10 – Propriedades mecânicas das fibras de carbono utilizadas nos ensaios de GARDEN *et al.* (1998)

Viga	Tensão Máxima (MPa)	Módulo de Elasticidade (GPa)	Deformação na Ruptura (%)
biapoiada ($l=1m$) e engastada	1414	111	1,23
biapoiada ($l=2,3m$) e ($l=4,5m$)	1284	115	1,07

Na Tabela 11 encontram-se os resultados obtidos em termos de força e momento de ruptura das vigas.

GARDEN *et al.* concluíram que os momentos de ruptura ampliaram-se consideravelmente com o aumento da relação “ a_v/h ” ao passo que as forças de ruptura diminuíram considerando-se as vigas reforçadas. Isso mostra que as tensões atuantes em

qualquer seção da viga para cada comprimento “ a_v ” variam relativamente pouco com a mudança da relação “ a_v/h ”.

Tabela 11 – Resultados obtidos por GARDEN *et al.* (1998)

Viga		a_v/h	Força de Ruptura (kN)	Momento de Ruptura (kN)
biapoiada ($l=1m$)	controle 1	3,0	17,00	2,55
	controle 2	3,4	14,85	2,52
	controle 3	4,0	12,50	2,50
	reforçada 1U	3,0	36,50	5,48
	reforçada 2U	3,0	32,00	4,80
	reforçada 3U	3,4	34,00	5,78
	reforçada 4U	4,0	34,50	6,90
	reforçada 5U	4,0	34,60	6,92
biapoiada ($l=2,3m$)	controle 1	3,67	55,00	23,24
	reforçada 1U	3,67	100,30	42,38
biapoiada ($l=4,3m$)	controle 1	6,63	28,50	21,73
	reforçada 1U	6,63	60,00	45,75
engastada ($l=1m$)	reforçada 1U	3,0	16,45	4,94
	reforçada 2U	4,0	19,31	7,72
	reforçada 3U	4,65	---	---
	reforçada 4U	5,87	15,43	9,06
	reforçada 5U	7,72	11,33	8,75

Quanto às vigas engastadas, os momentos de ruptura ampliaram-se até a taxa de “ a_v/h ” de 5,87 sofrendo um pequeno decréscimo quando variou-se “ a_v/h ” para 7,72. A Figura 28 ilustra as formas de ruptura identificadas na região do reforço.

Figura 28 – Formas de ruptura na região do reforço identificadas por GARDEN *et al.* (1998)

As formas encontradas de ruptura nas vigas reforçadas segundo os autores foram as seguintes: nas vigas biapoiada com $l=1,0m$ (reforçadas 1U e 2U), biapoiada com $l=2,30m$ (reforçada 1U), engastada com $l=1,0m$ (reforçadas 1U e 2U) foi detectada uma forma de ruptura com destacamento do reforço nas duas zonas de ancoragem; na viga com $l=1,0m$ ($a_v/h=3,40$) foi identificada a forma de ruptura tipo “A” (sem

destacamento do reforço nas zonas de ancoragem); no restante das vigas identificaram-se formas de ruptura do tipo “B” (com destacamento do reforço em uma das zonas de ancoragem).

Os resultados obtidos apontam uma tendência de utilização de uma relação “ a_v/h ” superior a 4,0 para evitar o destacamento do reforço nas duas zonas de ancoragem. Outras experiências com relação à ancoragem de FRP podem ser vistas no trabalho de KHALIFA *et al.* (1999).

2.5 Técnica de Reforço “*Near Surface Mounted Reinforcement*”

Esta técnica (NSM) consiste em efetuar mecanicamente cortes nas regiões dos elementos estruturais a serem reforçados e nestes sulcos embutir barras de compósitos reforçados com fibras (geralmente de fibra de vidro ou de carbono). Esta técnica vem sendo aplicada na Europa desde a década de 50 (na literatura pode-se encontrar a primeira aplicação em ASPLUND (1949)).

Atualmente outros vários trabalhos foram publicados nesta linha dentre os quais podem ser citados DE LORENZIS; NANNI (2001), DE LORENZIS; NANNI (2002) e mais recentemente TALJSTEN; NODIN (2005).

Na pesquisa de DE LORENZIS; NANNI (2001) foram ensaiadas oito vigas de concreto armado de seção “T” de 15cm de largura da alma, 30cm de altura de alma, 38cm de largura de mesa e 10cm de altura da mesa; as vigas possuíram 3m de comprimento ensaiadas em quatro pontos com vão de cisalhamento igual a 107cm; o concreto utilizado possui resistência à compressão média de 31MPa.

A Tabela 12 ilustra o resumo das vigas ensaiadas.

Em todas as vigas foram utilizadas armaduras longitudinais de tração compostas por duas barras com diâmetro de 28,7mm; a Tabela 13 apresenta os resultados obtidos nos ensaios e a Figura 29 apresenta o aspecto de ruptura de algumas vigas.

Os resultados obtidos apontam a maior eficiência do reforço executado com a técnica NSM onde foram obtidos acréscimos de até 105,7% em comparação com a viga de controle; a capacidade das vigas na resistência ao cisalhamento modificaram-se segundo o espaçamento entre as barras de FRP, ou a ancoragem na mesa ou com ângulo das barras com relação à vertical.

Tabela 12 – Resumo das vigas ensaiadas por DE LORENZIS; NANNI (2001)

Viga	Estribos de Aço		Barras de FRP			
	Quant.	Espaç.(mm)	Quant.	Espaç.(cm)	Ângulo	Ancoragem*
BV	---	---	---	---	---	---
B90-7	---	---	2 ϕ 9,5	18	90	Não
B90-5	---	---	2 ϕ 9,5	13	90	Não
B90-5A	---	---	2 ϕ 9,5	13	90	Sim
B45-7	---	---	2 ϕ 9,5	18	45	Não
B45-5	---	---	2 ϕ 9,5	13	45	Não
BSV	2 ϕ 9,5	14	---	---	---	---
BS90-7A	2 ϕ 9,5	14	2 ϕ 9,5	18	90	Sim

*Ancoragem na mesa.

Tabela 13 – Resultado dos ensaios conduzidos por DE LORENZIS; NANNI (2001)

Viga	Carga de Ruptura (kN)	Modo de Ruptura
BV	180,6	cisalhamento
B90-7	230,5	descolamento
B90-5	255,4	descolamento
B90-5A	371,6	cisalhamento
B45-7	331,1	descolamento
B45-5	356	cisalhamento
BSV	306,6	cisalhamento
BS90-7A	413,8	cisalhamento+flexão

Viga B90-5A *Viga B45-7***Figura 29** – Aspecto de ruptura de algumas vigas ensaiadas por DE LORENZIS; NANNI (2001)

Diminuindo-se o espaçamento entre as barras de FRP de 18cm para 13cm houve um aumento da capacidade resistente ao esforço de cisalhamento de 27% para 41% (vigas B90-7 e B90-5); ao ancorar as barras na mesa mantendo-se constante o ângulo de inclinação e o espaçamento houve um aumento de 41% para 106% (vigas B90-5 e B90-

5A); já a mudança do ângulo de inclinação com a vertical para 45° provocou aumentos de 97% para a viga B45-5 e 83% para a viga B45-7, ou seja, valores muito superiores aos das vigas com barras dispostas a 90° .

2.6 Estratégias de Modelagem de Estruturas de Concreto Reforçadas por meio de Compósitos

Em vários países, vem-se desenvolvendo técnicas de modelagem computacional de estruturas de concreto reforçadas com polímeros reforçados com fibras.

CANNING; HOLLAWAY; THORNE (1999) utilizaram o programa ABAQUS para simular vigas de concreto armado reforçadas com fibras de vidro e carbono porém com a consideração da hipótese de aderência perfeita entre o concreto e o compósito.

TEDESCO; STALLINGS; EL-MIHILMY (1999) modelaram uma ponte de concreto armado reforçada com CFRP e GFRP por meio do método dos elementos finitos. A Figura 30 apresenta a localização dos compósitos e a técnica numérica empregada.

Figura 30 – Localização do reforço e técnica de modelagem empregada por TEDESCO; STALLINGS; EL-MIHILMY (1999)

Neste trabalho os autores utilizaram elementos finitos discretos (coincidentes com os nós dos elementos de concreto) do tipo TRUSS (treliça) para representar os FRP sobre a estrutura de concreto, não havendo uma lei de representação de deslizamento entre o compósito e o concreto.

Em um trabalho análogo, JEROME; ROSS (1997) realizaram simulações numéricas bidimensionais em vigas de concreto armado reforçadas com CFRP e submetidas à carregamentos monotônico e cíclico utilizando-se o programa computacional ADINA, sem consideração de modelos “*bond-slip*”. BORDIN; DAVID; RAGNEAU (2002) realizaram uma análise numérica bidimensional em vigas de

concreto armado reforçadas por meio de compósitos de fibra de carbono utilizando-se um modelo de aderência por meio do software CASTEM 2000.

Utilizou-se para o concreto o modelo reológico de *Ottosen*, ao passo que as armaduras e reforço foram simulados respectivamente segundo os modelos elastoplástico perfeito e elástico linear. A Figura 31 apresenta as leis de comportamento utilizadas no trabalho para simular a aderência entre o concreto-compósito e o concreto-aço segundo solicitações normais e tangenciais.

Figura 31 – Leis “bond-slip” utilizadas por BORDIN; DAVID; RAGNEAU (2002)

Foram modeladas sete vigas de concreto armado com 280cm de comprimento e seção transversal de 15cm de base e 30cm de altura submetidas à flexão simples. As vigas possuíam concreto com resistência média à compressão de 40MPa e armaduras de flexão com área igual a 3,08cm² reforçadas com fibras de carbono com resistência à tração de 2400MPa, módulo de elasticidade de 150GPa e deformação na ruptura de 1,4%.

A Figura 32 ilustra a comparação entre curvas força-deslocamento experimental e numérica obtida para uma das vigas reforçadas em que nota-se boa correlação entre os resultados obtidos.

Outros importantes trabalhos de modelagem de estruturas de concreto reforçadas com FRP foram desenvolvidas na *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP)* dentre os quais destaca-se a dissertação de SILVA (1999).

Figura 32 – Comparativo entre resultados numérico e experimental realizados por BORDIN; DAVID; RAGNEAU (2002)

No Brasil alguns trabalhos neste sentido já foram desenvolvidos. Dentre eles, pode-se citar a dissertação de SOUTO FILHO (2002) realizada na PUC-Rio em que uma plataforma computacional bidimensional foi desenvolvida segundo o método dos elementos finitos a fim de modelar estruturas de concreto reforçadas à flexão com fibras de carbono. Neste trabalho não houve implementação de modelos de aderência, ou seja, a aderência aço-concreto e fibra de carbono-concreto foram consideradas perfeitas. Outro importante trabalho foi o desenvolvido por AURICH (2001) na Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

2.7 Comparação entre Resultados Analíticos e Experimentais

2.7.1 Reforços à Flexão com CFRP

A Figura 33, Figura 34 e Figura 35 apresentam respectivamente os resultados obtidos experimentalmente e pelas recomendações do ACI e fib por BEBER (1999), FORTES (2000) e FORTES; PADARATZ (2001).

Nas vigas retangulares ensaiadas por FORTES; PADARATZ (2001) o valor da carga de ruína obtida experimentalmente chega a ser 32% maior do que o valor obtido por meio dos critérios do ACI 440 e 20% menor que o valor fornecido pelo fib segundo os autores. A elevada diferença entre o valor experimental e o valor obtido por meio das recomendações do ACI é possível que esteja relacionada a elevada resistência do groute

industrializado utilizado na região do banzo comprimido das vigas. No entanto, é necessário uma maior investigação para avaliar a aplicação dos critérios de cálculo do ACI 440 em peças de concreto de elevada resistência à compressão.

Figura 33 – Resultados obtidos em reforços à flexão por BEBER (1999)

Figura 34 – Resultados obtidos por FORTES (2000)

Figura 35 – Resultados obtidos por FORTES; PADARATZ (2001)

As vigas ensaiadas por FORTES (2000) apresentaram valores obtidos experimentalmente maiores que os do ACI 440, exceto a viga MFC4. Excluindo-se esta viga (MFC4), a média dos valores de carga de ruína das demais vigas ensaiadas apresentou-se 7% maior do que o valor obtido pelo ACI, resultado considerado bastante realista. Já os resultados obtidos pelo fib, apresentaram-se 22% menores que a média dos valores experimentais, exceto a viga MFC4, em que a diferença alcançou 28%. O valor de carga de ruína obtido experimentalmente para a viga MFC4 foi aproximadamente 13% menor do que o valor do ACI.

Nesta viga (MFC4) utilizou-se o dobro da área de reforço das demais vigas, pela aplicação de dois laminados colados, lado a lado, na sua face inferior. Nos cálculos propostos pelo ACI a área de reforço utilizada, neste caso, aumentou substancialmente o valor do momento resistente, enquanto que a limitação devido à rigidez proposta pelo Código permaneceu a mesma. Neste caso, conforme os critérios do Código não foi considerado o aumento de rigidez da peça reforçada, constatado experimentalmente por FORTES (2000).

As vigas com uma camada de manta de CFRP ensaiadas por BEBER (1999) (VR3 e VR4) apresentaram valores de carga de ruína muito próximos ao do Código do ACI. No entanto, o valor experimental obtido para a viga VR3 apresentou-se 1,6% superior ao do Código do ACI, enquanto que o da viga VR4 ficou 3,4% abaixo. Geralmente,

estas diferenças de resultados estão relacionadas à aplicação do reforço (preparo da superfície do substrato, existência de umidade no instante da aplicação do reforço, limpeza do substrato etc.).

Os valores obtidos utilizando-se as recomendações do fib apresentaram-se sempre maiores que os resultados experimentais obtidos por BEBER (1999). Esta diferença foi maior para a série de vigas reforçadas com uma camada de manta de CFRP, cerca de 22%. No caso das demais séries, a diferença média ficou em, aproximadamente, 15%. Vale salientar que, devido à filosofia de projeto, proposta pelo fib, a aplicação dos fatores de segurança aos esforços e aos materiais, não considerados neste trabalho, conduzem os valores de projeto a níveis aceitáveis e bastante confiáveis.

Com base nos resultados experimentais obtidos por BEBER (1999) verifica-se que o aumento de capacidade resistente das vigas reforçadas com quatro ou mais camadas não apresentaram diferença significativa, comparando-se com as vigas reforçadas com uma camada, dando crédito aos procedimentos propostos pelo Código do ACI, quanto ao critério de rigidez do reforço. Conforme os resultados obtidos pelo Código do fib, também deve-se evitar uma elevada quantidade de reforço, considerando que o aumento da capacidade resistente do elemento reforçado não é linearmente proporcional ao aumento do reforço.

Vale salientar, ainda, que com aumento do número de camadas a diferença entre o valor experimental, BEBER (1999), e o obtido pelo ACI 440 também aumenta, passando de 13% (4 camadas) para 26% (7 camadas) e 34% (10 camadas), tornando-se menos econômico.

2.7.2 Reforços ao Cisalhamento com CFRP

A maioria dos resultados encontrados na literatura diz respeito a reforços executados no sentido de ampliar a capacidade resistente à flexão do elemento reforçado. Podem-se considerar as vigas reforçadas ao cisalhamento ensaiadas por KHALIFA; NANNI (2000), com várias disposições do reforço com CFRP, cujos resultados de carga de ruptura alcançados foram comparados aos valores encontrados com o uso do ACI, dispostos na Tabela 14.

Tabela 14 – Resultados alcançados por KHALIFA; NANNI (2000) no reforço ao cisalhamento de vigas com CFRP

Viga	Experimental			ACI		
	V_n (kN)	V_f (kN)	Ruptura	V_n (kN)	V_f (kN)	Ruptura
BT1	90	---	C	57	---	C
BT2	155	65	D	138	84,8	D
BT3	157,5	67,5	D	138	84,8	D
BT4	162	72	D	89,2	33,7	D
BT5	121,5	31,5	D	80	19,7	D
BT6	221	>131	F	160,5	103,5	F

Observação: “C” corresponde ao mecanismo de ruptura por cisalhamento, “D” por descolamento do reforço e “F” ruptura por flexão.

As formas de reforço utilizadas foram as seguintes: Viga BT1 - Viga de referência (não reforçada); Viga BT2 - Viga reforçada com envelopamento da alma em forma de “U” sem ancoragem; Viga BT3 - Viga reforçada com duas camadas de CFRP, sendo uma longitudinal e outra perpendicular ao comprimento da viga; Viga BT4 - Viga reforçada com envelopamento da alma em forma de “U”; Viga BT5 - Viga reforçada com colagem de tiras somente nas laterais da alma; Viga BT6 - Viga reforçada com envelopamento da alma em forma de “U” com ancoragem;

Os resultados obtidos ilustram boa correlação entre os resultados experimentais e analíticos para as vigas BT2 e BT3 (diferença da ordem de 12%) onde foram utilizados reforços com mantas contínuas; já para as vigas onde utilizou-se reforço com tiras os resultados do ACI ficaram muito aquém dos resultados experimentais: diferença de 82% para reforço em “U”, 52% para reforço em dois lados e 38% para reforço em “U” com ancoragem feita em laço em uma barra de CFRP. Tais resultados demonstram o conservadorismo da norma quanto aos reforços executados ao cisalhamento.

3. MODELOS CONSTITUTIVOS PARA ESTRUTURAS DE CONCRETO

3.1 Concreto

3.1.1 Concreto Íntegro

Os modelos reológicos comumente utilizados para retratar o processo comportamental do material concreto são: os modelos elásticos não lineares, os modelos incrementais, os modelos elastoplásticos, os modelos de ruptura e os modelos de dano. Existem três leis de aproximação aos modelos elásticos não lineares. São elas: as leis hiperelásticas, as leis hipoeelásticas e as leis elásticas com ruína.

As leis hiperelásticas são aquelas onde as tensões e deformações totais são expressas em função dos módulos secantes “ K_s ” e “ G_s ” que introduzem o efeito de não linearidade física do material. Dentro deste campo, pode-se citar o modelo isotrópico de *Ottosen* que é representado em função de tensões e deformações octaédricas, expressas pela Equação 1.

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{oct}} &= 3K_s \varepsilon_{\text{oct}} \\ \tau_{\text{oct}} &= 3G_s \gamma_{\text{oct}}\end{aligned}\tag{1}$$

As leis hipoeelásticas utilizam o conceito de deformação uniaxial equivalente “ ε_{iu} ” segundo a Equação 2. Tais expressões traduzem os valores máximos de tensão e deformação, daí utilizarem os critérios de ruptura.

$$\varepsilon_{iu} = \frac{\varepsilon_i}{1 - \nu \frac{\sigma_j + \sigma_k}{\sigma_i}}\tag{2}$$

sendo “ ε_i ” a deformação principal na direção “i”, “ σ_i ”, “ σ_j ” e “ σ_k ” as tensões principais nas direções “i”, “j” e “k” respectivamente e “ ν ” o coeficiente de Coeficiente de Poisson.

Uma relação entre as tensões e deformações uniaxiais foi desenvolvida por SAENZ *apud* MERABET (1990) conforme a Equação 3.

$$\sigma_i = \frac{E_o \varepsilon_{iu}}{1 + \left(\frac{E_o}{E} - 2 \right) \left(\frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} \right) + \left(\frac{\varepsilon_{iu}}{\varepsilon_{ic}} \right)^2} \quad (3)$$

sendo “ σ_i ” a tensão principal na direção “i”, “ E_o ” o módulo de elasticidade longitudinal inicial, “ ε_{ic} ” e “ σ_{ic} ” respectivamente as deformações e tensões máximas.

O módulo de elasticidade longitudinal descrito pelo parâmetro “E” é calculado segundo a Equação 4.

$$E = \frac{\sigma_{ic}}{\varepsilon_{ic}} \quad (4)$$

As leis hipelásticas utilizam modelos elastoplásticos e não são dissociadas das etapas de carregamento e descarregamento. Normalmente este tipo de lei é utilizada para simular estruturas submetidas à carregamentos cíclicos e não monotônicos.

Nos modelos incrementais, a lei comportamental desenvolve-se em função de uma formulação variacional cinemática entre deformação e tensão. Desta forma, alguns autores como TORRENTI *apud* BARBOSA (1992) propuseram uma lei incremental não linear de 2ª ordem, escrita conforme a Equação 5.

$$d\varepsilon = A d\sigma + B d \frac{\sigma^2}{\|d\sigma\|} \quad (5)$$

sendo “A” e “B” os tensores de 2ª ordem, com dependência do estado de tensões no passo atual.

Os modelos elastoplásticos são modelos combinados que procuram retratar o comportamento de um dado material quando solicitado, definindo dois trechos distintos na curva tensão-deformação, um elástico e outro plástico, ocorrendo portanto deformações elásticas e inelásticas (residuais).

Várias teorias foram concebidas por diversos pesquisadores tais como *Tresca*, *von Mises*, *Mohr-Coulomb*, *Drucker-Prager*, entre outros, que desenvolveram analiticamente superfícies de plastificação que procuram delimitar através de uma fronteira os regimes elástico e plástico.

Nos modelos de ruptura procura-se retratar a evolução da fissuração em um corpo sólido, estabelecendo superfícies de ruptura segundo a teoria clássica da mecânica da fratura. Merecem destaque neste campo as superfícies de ruína de *Rankine*, *Mohr-Coulomb*, *Chen-Chen*, *Willam-Warnke*, entre outros. O modelo de *Chen-Chen*, por exemplo, é definido por duas superfícies de ruptura sendo uma em tração biaxial segundo a Equação 6 e outra em compressão biaxial conforme a Equação 7, cujas funções de tensão são expressas em função dos invariantes “ I_1 ” e “ J_2 ”.

$$F_u(\sigma) = J_2 - \frac{1}{6} I_1^2 + \frac{1}{3} A_u I_1 - \tau_u^2 = 0 \quad (6)$$

$$F_u(\sigma) = J_2 + \frac{1}{3} A'_u I_1 - \tau'_u{}^2 = 0 \quad (7)$$

onde “ A'_u ”, “ τ'_u ”, “ A_u ” e “ τ_u ” são constantes características do material e funções das tensões limites de tração, compressão e bicompressão.

A Figura 36 mostra a representação da superfície de ruptura de *Chen-Chen* no plano σ_1 - σ_2 .

Figura 36 – Superfície de ruptura de *Chen-Chen* (PROENÇA, 1988)

Os modelos de dano são caracterizados pela existência de variáveis explícitas que afetam diretamente a integridade do material. Pode-se citar a pesquisa de MAZARS *apud* BARBOSA (1992), que desenvolveu um modelo de dano caracterizado por um

operador escalar “ D^* ” que modifica diretamente a rigidez do material conforme a Equação 8.

$$\sigma = E(1 - D^*)\epsilon \quad (8)$$

O parâmetro “ D^* ” é dependente de uma parcela de compressão “ D_c^* ” e outra de tração “ D_t^* ” segundo a Equação 9.

$$D^* = \alpha^\beta D_t^* + (1 - \alpha^*)^\beta D_c^* \quad (9)$$

O parâmetro “ β ” permite representar o processo de cisalhamento em vigas de concreto armado, cujo valor é geralmente adotado da ordem de 1,05. O escalar “ α^* ” é compreendido entre 0 e 1.

Outros bons modelos para concreto íntegro (não fissurado) que captam efeitos de confinamento são os modelos de *Willam-Warncke* e *Willam-Kang*, este último mais recente.

A superfície de ruptura de *Willam-Warncke* é descrita em função de três invariantes (σ_m , τ_m e θ) através da seguinte relação:

$$f(\sigma_m, \tau_m, \theta) = \frac{1}{\rho} \frac{\sigma_m}{f_c} + \frac{1}{r(\theta)} \frac{\tau_m}{f_c} - 1 = 0 \quad (10)$$

sendo “ σ_m ” e “ τ_m ” as componentes médias de tensão dependentes dos invariantes “ I_1 ” e “ J_2 ” expressas respectivamente nas Equações 11 e 12.

$$\sigma_m = \frac{I_1}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \xi \quad (11)$$

$$\tau_m^2 = \frac{2}{5} J_2 = \frac{1}{5} r^2 \quad (12)$$

A Figura 37 ilustra a representação da superfície de *Willam-Warncke* na seção anti-esférica.

Figura 37 – Representação da superfície de ruína de *Willam-Warnke* na seção anti-esférica (PROENÇA, 1988)

O modelo constitutivo para o concreto de *Willam-Kang* é um modelo elastoplástico cuja formulação descreve comportamentos isotrópicos de endurecimento/amolecimento e que captura o ponto de transição entre a ruptura frágil ou dúctil para baixos níveis de confinamento cuja representação nos planos meridiano e desviador encontram-se na Figura 38.

Figura 38 – Modelo constitutivo de *Willam-Kang* nos planos meridiano e deviatório (KANG; WILLAM, 1997)

A superfície de carregamento no estágio intermediário entre o endurecimento e o amolecimento isotrópico é composta por três componentes segundo a Equação 13 e a superfície de ruína pode ser expressa segundo a Equação 14:

$$F(\xi, \rho, \theta) = F(\xi, \rho, \theta)_{\text{fail}} + F(\xi, \rho, k(\varepsilon_p))_{\text{hardg}} + F(\xi, \rho, c(u_f))_{\text{softg}} = 0 \quad (13)$$

$$F(\xi, \rho, \theta)_{\text{fail}} = \frac{\rho r(\theta, e)}{f'_c} - \frac{\rho_1}{f'_c} \left(\frac{\xi - \xi_0}{\xi_1 - \xi_0} \right)^\alpha = 0 \quad (14)$$

3.1.1.1 Modelo Implementado: OTTOSEN

O modelo constitutivo adotado nas modelagens bidimensionais e implementado no sistema QUEBRA2D/FEMOOP foi o modelo de *Ottosen* proposto por OTTOSEN (1977). Trata-se de um modelo de quatro parâmetros (“A”, “B”, “K₁”, “K₂”) cujo funcional (superfície de ruptura) é representado por:

$$F = A \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + B \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 = 0 \quad (15)$$

sendo “A”, “B”, “K₁” e “K₂” parâmetros de entrada, “f_{cm}” a resistência à compressão média do concreto, “I₁” o primeiro invariante do tensor de tensões, “J₂” o segundo invariante do tensor desviador de tensões e “λ” calculado segundo os parâmetros “K₁”, “K₂” e invariante “cos(3θ)”.

Assim tem-se:

$$\begin{aligned} \lambda &= K_1 \cdot \cos[1/3 \arccos(K_2 \cdot \cos(3\theta))] \text{ para } \cos(3\theta) \geq 0 \\ \lambda &= K_1 \cdot \cos[\pi/3 - 1/3 \arccos(-K_2 \cdot \cos(3\theta))] \text{ para } \cos(3\theta) < 0 \end{aligned} \quad (16)$$

A superfície de ruptura descrita pelo funcional está representada na Figura 39.

Figura 39 – Superfície de ruptura segundo o modelo de *Ottosen* (HARTL, 2002)

O funcional pode ser convenientemente descrito em função dos invariantes, ou seja:

$$F(I_1, J_2, \cos(3\theta)) = 0 \quad (17)$$

O ângulo “ $\theta = 60^\circ$ ” identifica o meridiano de compressão do modelo no qual:

$$\lambda = \lambda_c = K_1 \cdot \cos[\pi/3 - 1/3 \arccos(K_2)] \quad (18)$$

Para “ $\theta = 0^\circ$ ” o meridiano identificado será o de tração e neste caso:

$$\lambda = \lambda_t = K_1 \cdot \cos[1/3 \arccos(K_2)] \quad (19)$$

Os invariantes envolvidos neste modelo constitutivo podem ser expressos por meio da Equação 20.

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ J_2 &= 1/6 [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \\ J_3 &= 1/27 (2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)(2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)(2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2) \\ \cos(3\theta) &= \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \end{aligned} \quad (20)$$

sendo “ σ_1 ”, “ σ_2 ” e “ σ_3 ” as tensões principais e “ J_3 ” o terceiro invariante do tensor desviador de tensões.

A correta utilização do modelo implementado requer uma análise paramétrica dos atributos envolvidos na análise. O item posterior apresenta a calibração paramétrica.

3.1.1.2 Calibração Paramétrica

Há diversas proposições para estabelecer o valor dos quatro parâmetros de entrada do modelo de *Ottosen*; algumas propostas levam em conta a relação entre as resistências médias à tração “ f_{ctm} ” e compressão “ f_{cm} ” tais como OTTOSEN (1977) e o código modelo CEB; outras propostas levam em consideração somente a resistência à compressão do material (DAHL, 1992).

A proposta de OTTOSEN (1977) foi a de propor valores para os parâmetros conforme a relação “ f_{ctm}/f_{cm} ” segundo informa a Tabela 15. Os quatro atributos para valores intermediários de relações entre resistências podem ser obtidos por meio de interpolação.

Tabela 15 – Valores paramétricos segundo OTTOSEN (1977)

$K = f_{ctm}/f_{cm}$	A	B	K_1	K_2
0,08	1,8076	4,0962	14,4863	0,9914
0,10	1,2759	3,1962	11,7365	0,9801
0,12	0,9218	2,5969	9,9110	0,9647

Uma proposta similar é a do código CEB. Esta difere da anterior à medida que apresenta uma formulação (Equação 21) para o cálculo dos parâmetros segundo a relação entre resistências, ou seja, pode-se determinar os parâmetros para qualquer “K” desde que a resistência à compressão não ultrapasse o limite estipulado pela norma (80MPa).

$$\begin{aligned}
 K &= f_{ctm} / f_{cm} \\
 A &= \frac{1}{9 \cdot K^{1,4}} & B &= \frac{1}{3,7 \cdot K^{1,1}} \\
 K_1 &= \frac{1}{0,7 \cdot K^{0,9}} & K_2 &= 1 - 6,8(K - 0,07)^2
 \end{aligned} \tag{21}$$

Calculando-se os atributos para os “K” apresentados por OTTOSEN (1977) obtém-se os valores apresentados na Tabela 12.

Tabela 16 – Valores dos parâmetros obtidos para os “K” propostos por OTTOSEN (1977) segundo expressões do CEB

$K = f_{ctm}/f_{cm}$	A	B	K_1	K_2
0,08	3,8144	4,3491	13,8714	0,9993
0,10	2,7910	3,4025	11,3475	0,9939
0,12	2,1622	2,7842	9,6303	0,9830

Os resultados apontam ligeira discrepância nos resultados de parâmetros entre OTTOSEN (1977) e CEB para os mesmos valores de “K”. Posteriormente, envoltórias de resistência biaxiais são traçadas a fim de visualizar o comportamento de cada curva obtida por cada proposta segundo os valores de “A”, “B”, “K₁” e “K₂” encontrados.

Outra proposta que leva em consideração somente a resistência à compressão média do material concreto pode ser vista em DAHL (1992). DAHL (1992) observou que as recomendações do CEB estavam de acordo com resultados experimentais somente para concretos de baixa resistência e não para concretos de resistência normal ou de alta resistência.

Neste sentido, DAHL (1992) propôs uma nova forma de avaliação dos parâmetros do modelo de *Ottosen* (Equação 22).

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{f_{cm}}{100[\text{MPa}]} \\
 A &= -1,66x^2 + 3,49x + 0,73 \\
 B &= -0,19x^2 + 0,41x + 3,13 \\
 K_1 &= 0,46x^2 - 0,97x + 11,89 \\
 K_2 &= -0,02x^2 + 0,04x + 0,974
 \end{aligned} \tag{22}$$

HARTL (2002) conduziu alguns testes utilizando o modelo de *Ottosen* segundo as três propostas de avaliação paramétrica anteriormente apresentadas. Estes testes consistiram no traçado de envoltórias de resistência biaxiais para duas situações distintas: $f_{cm} = 38\text{MPa}$, $f_{ctm} = 3,04\text{MPa}$ e $K = 0,08$ (Figura 40); $f_{cm} = 24\text{MPa}$, $f_{ctm} = 4,56\text{MPa}$ e $K = 0,12$ (Figura 41a); $f_{cm} = 98\text{MPa}$, $f_{ctm} = 5,0\text{MPa}$ e $K = 0,051$ (Figura 41b);

Figura 40 – Envolvórias de resistência biaxiais obtidas para $K = 0,08$ (HARTL, 2002)

Figura 41 – Envolvórias de resistência biaxiais obtidas para $K = 0,12$ e $K = 0,051$ (HARTL, 2002)

Os resultados mostram que para $K = 0,08$ as envoltórias segundo OTTOSSEN (1977) e DAHL (1992) são praticamente idênticas; já a envoltória obtida segundo CEB apresenta alguns pontos no ramo de compressão/compressão aquém das envoltórias anteriormente citadas (a favor da segurança) ainda que a tensão limite de bicompressão tenha um valor um pouco mais elevado. Esta situação é análoga para o caso em que $K = 0,12$.

Em se tratando de $K = 0,051$, que representa um valor de resistência à compressão média de 98MPa, percebe-se o distanciamento entre as envoltórias em todas as situações de solicitação e a tensão limite de bicompressão apresenta um valor consideravelmente mais elevado para o CEB.

Tomando-se o ramo de compressão simples para um valor de tensão de 98MPa (valor de “ f_{cm} ”) nota-se que este ponto situar-se-á fora da envoltória de resistência obtida pelo CEB. Todavia esta contradição deve ser evitada em vista de que as propostas deste código modelo aplicam-se para concretos de resistência à compressão de até 80MPa.

Após a explanação quanto aos principais modelos constitutivos do material concreto, apresentam-se na seqüência os modelos de fissura distribuídas que foram abordados nas simulações numéricas. Antes disso são apresentados os critérios de plasticidade adotados neste trabalho.

3.1.2 Potencial Plástico

Um estado de tensão fora da superfície de ruptura não é admitido. Por outro lado estados de tensão fora da superfície de plastificação e dentro da superfície de ruptura proporcionarão deformações plásticas.

Segundo HARTL (2002) a direção do incremento de deformação plástica é dependente do passo de carga que conduz à superfície de ruptura e é independente da direção da carga corrente.

Baseando-se nisto MELAN (1938) *apud* HARTL (2002) sugeriu uma função para a determinação do incremento de deformação plástica, dada por:

$$d\varepsilon = d\lambda_p \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (23)$$

onde “ $d\lambda_p$ ” é uma constante de proporcionalidade e “ Q ” é a função de potencial plástico.

Assim tem-se duas situações:

- Plasticidade associativa: no caso em que “ Q ” coincide com a superfície de ruptura “ F ”.
- Plasticidade não associativa: no caso em que “ Q ” não coincide com “ F ”.

Pode-se utilizar em plasticidade não associativa uma superfície de *Drucker-Prager* (derivada da superfície de ruptura de *Ottosen*) como superfície de potencial plástico.

Neste caso:

$$Q = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (24)$$

onde “ α ” e “ k ” são parâmetros do modelo.

E para o caso bidimensional:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{xx}} &= \alpha + \frac{1}{2\sqrt{J_2}} \left(\frac{2\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{3} \right) \\ \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{yy}} &= \alpha + \frac{1}{2\sqrt{J_2}} \left(\frac{-\sigma_{xx} + 2\sigma_{yy}}{3} \right) \\ \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{xy}} &= \alpha + \frac{1}{2\sqrt{J_2}} (2\sigma_{xy}) \end{aligned} \quad (25)$$

3.1.3 Algoritmo de Retorno Elastoplástico

A forma geral disposta na Figura 42 é:

$$\sigma = \sigma_{el} - \Delta\lambda \cdot D \cdot \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (26)$$

onde “ σ ” é a tensão corrigida sobre a superfície de plastificação, “ σ_{el} ” é a tensão elástica, “ $\Delta\lambda$ ” é a taxa de deformação plástica (escalar) e “ D ” é a matriz constitutiva.

Uma discussão detalhada deste algoritmo para plasticidade associativa pode ser encontrada em CRISFIELD (1997). Para o caso de plasticidade associativa a determinação de “ $\Delta\lambda$ ” pode ser encontrada em OWEN; HINTON (1980). Para o caso geral de plasticidade não associativa pode-se determinar este escalar por:

$$\Delta\lambda = \frac{\frac{\partial F^T}{\partial \sigma} \cdot D \cdot \Delta\epsilon}{\frac{\partial F^T}{\partial \sigma} \cdot D \cdot \frac{\partial Q}{\partial \sigma}} \quad (27)$$

Figura 42 – Algoritmo de retorno elastoplástico

Este trabalho contempla a plasticidade associativa. Estas implementações encontram-se na classe *cElastic* do FEMOOP.

3.1.4 Concreto Fissurado: Modelos

Devido à natureza localizada, a correta modelagem da fissura é um tópico difícil, pois trata da descontinuidade no campo de deslocamentos. Na simulação numérica de estruturas de concreto armado fissuradas via Método dos Elementos Finitos, a escolha adequada do tipo de modelo a ser utilizado em cada situação é determinante.

Particularmente, três aspectos têm especial importância: como representar a fissura; como simular o comportamento do material fissurado e como representar a armadura.

As fissuras podem ser modeladas de três formas distintas: discreta, distribuída ou incorporada. Na representação de forma discreta, a fissura é modelada pela separação das arestas dos elementos. No Método dos Elementos Finitos, a menos que a trajetória da fissura seja conhecida antecipadamente, as fissuras discretas são modeladas alterando-se a malha para suportar a propagação.

Esta redefinição de malha tem um custo computacional grande, o que dificulta a utilização destes modelos quando se tem várias fissuras espalhadas ao longo da peça, como no caso de estruturas de concreto armado.

Nos modelos de fissura distribuída, a descontinuidade do campo de deslocamentos causada pela fissura é espalhada ao longo do elemento, que tem sua equação constitutiva alterada. Mesmo sabendo que a continuidade de deslocamentos assumida é incompatível com a descontinuidade real, modelos deste tipo foram os mais utilizados ao longo dos anos, devido ao fato de sua aplicação computacional ser bastante simples e conseguirem modelar bem o comportamento estrutural global de peças de concreto armado.

Contudo, quando combinados com modelos baseados na Mecânica da Fratura para simular o comportamento do concreto fissurado, estes modelos ficam dependentes da malha de elementos finitos utilizada na análise numérica. Os modelos de fissura incorporada reúnem os aspectos favoráveis das duas técnicas anteriores: não se necessita fazer uma redefinição de malha e os resultados obtidos são independentes da malha de elementos finitos utilizada. Estes modelos se baseiam no conceito de descontinuidades incorporadas dentro de elementos finitos padrão.

Outro aspecto importante na análise numérica de estruturas de concreto armado é a escolha do modelo a ser utilizado na simulação do comportamento pós-fissuração do concreto armado, ou seja, os modelos de amolecimento na tração (“*softening*”).

Existem vários modelos teóricos, que podem ser divididos, genericamente, em três grupos: modelos semi-empíricos; modelos com transferência de tensão; e, modelos baseados na Mecânica da Fratura. Nos modelos dos dois primeiros grupos, a fissuração do material é governada pela resistência à tração do concreto; já nos modelos do terceiro grupo, é a energia de fratura o parâmetro governante.

Os modelos semi-empíricos são desenvolvidos através de valores obtidos em ensaios de peças de concreto armado. Como são baseados em valores experimentais, estes modelos apresentam a vantagem de poder simular não só os vários fenômenos que acontecem durante a fissuração do concreto armado, tais como o amolecimento do concreto e a contribuição do concreto entre fissuras (“*tension-stiffening*”), mas também sua interação. Contudo, quando estes modelos são empregados, não se consegue analisar separadamente a influência de cada um destes fenômenos na resposta global da estrutura.

Os modelos com transferência de tensão se baseiam na transferência de tensão, por aderência, entre o aço e o concreto. A formação de novas fissuras, até que uma configuração final seja estabelecida, está associada ao fato de se ter espaço suficiente

para transferir tensão por aderência entre os materiais. Já os modelos baseados na Mecânica da Fratura se baseiam em um critério energético para a propagação das fissuras. Segundo este critério, para uma fissura se propagar, a taxa de energia de deformação dissipada na propagação deve ser pelo menos igual à taxa de energia requerida para a formação de novas superfícies livres (novas fissuras).

Segundo D'ÁVILA (2003) a escolha de qual grupo utilizar está vinculada ao tipo de problema a ser analisado. Na análise da fissuração de peças de concreto simples, onde normalmente se forma uma fissura predominante, a energia de fratura deve ser o parâmetro governante. Já em peças de concreto armado, pode-se obter bons resultados empregando os modelos semi-empíricos ou os de transferência de tensão por aderência. Isto se deve ao fato que a presença da armadura ocasiona uma redistribuição de tensões, resultando o aparecimento de múltiplas fissuras ao longo da peça.

3.1.4.1 Fissuras Discretas

Há muitos anos as fissuras foram modeladas por meio da separação entre elementos finitos (NGO; SCORDELIS 1967) e (NILSON 1968).

Posteriormente alguns pesquisadores aprimoraram a técnica de utilização de fissuras discretas com a introdução de algoritmos de automatização da atualização da malha de elementos finitos (INGRAFFEA; SAOUMA 1985) e técnicas que permitiam que as fissuras discretas se estendessem através dos elementos finitos (BLAAUWENDRAAD; GROOTENBOER 1981).

Segundo ROTS; BLAAUWENDRAAD (1989) nesta técnica de representação de fissuras, elementos de interface são incorporados à malha original. A fissura inicia o processo de abertura e propagação quando supera-se a máxima tensão admitida, posteriormente aciona-se o modelo constitutivo para a fissura discreta.

A lei representativa da fissura pode ser expressa como:

$$\Delta t^{cr} = C^{cr} \Delta u^{cr} \quad (28)$$

sendo “ t^{cr} ” as tensões de tração na fissura, “ u^{cr} ” os deslocamentos na fissura e “ C^{cr} ” o modelo constitutivo que representa a curva de amolecimento e engrenamento entre agregados.

3.1.4.2 Fissuras Distribuídas

Uma eficaz modelagem dos diversos comportamentos dos materiais componentes de um sistema estrutural é essencial para uma análise realística de estruturas de concreto. A descrição de fissuração e ruptura do material concreto em modelagens envolvendo o método dos elementos finitos podem ser fundamentalmente de três tipos: fissuras discretas, distribuídas e incorporadas.

O modelo distribuído foi primeiramente introduzido por RASHID (1968) e CERVENKA; GERSTLE (1971, 1972) em que assume-se que as fissuras são distribuídas por uma área distinta, tipicamente no elemento finito ou área correspondente ao ponto de integração do elemento finito.

O modelo discreto foi primeiramente introduzido em estruturas de concreto por SAOUMA; INGRAFFEA e CATALANO (1982) em que as descontinuidades do campo de deslocamentos resultantes do processo de ruptura são introduzidos diretamente nos modelos numéricos. Segundo JENDELE *et al.* (2003) este método é teoricamente mais eficaz para capturar o ponto de localização da ruptura. Entretanto deve-se salientar que este método requer uma técnica de atualização da malha de elementos finitos a fim de representar o fenômeno de ruptura progressiva.

Genericamente a relação entre tensões e deformação para uma fissura arbitrária contida em um plano “z y” com eixo normal em “x” pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{xz} \end{bmatrix} \quad (29)$$

Segundo DE BORST (1986) a Equação (24) é uma forma geral de representação da relação constitutiva da fissura porém as tensões normais na fissura não dependem somente das deformações normais mas também das deformações por cisalhamento; desta forma para pequenas deformações na fissura os termos fora da diagonal principal podem ser desprezados quando trata-se da resolução de problemas simples e a Equação (29) reduz-se a:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\mu}{1-\mu} E & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta}{1-\beta} G & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\beta}{1-\beta} G \end{bmatrix}}_{D^{cr}} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \end{bmatrix} \quad (30)$$

sendo “E” o módulo de elasticidade longitudinal, “G” o módulo de elasticidade transversal, “ μ ” o fator de redução da rigidez longitudinal e “ β ” o fator de redução de rigidez ao cisalhamento.

A relação $\left(\frac{\mu}{1-\mu}\right)E$ pode ser chamada de parâmetro “C” (segundo DE BORST, 1986) que vem a ser o módulo tangente no ramo de amolecimento do material. Os demais termos da matriz constitutiva “ D^{cr} ” que relacionam as tensões cisalhantes às respectivas distorções e levam em consideração o efeito de engrenamento entre agregados.

3.1.4.2.1 Influência do “*Threshold Angle*”: Ângulo Limite

O “*threshold angle*”, chamado ângulo limite, vem a ser o ângulo existente entre os versores normais às fissuras (existente e recém formada) no ponto de intersecção entre as mesmas, segundo ilustra a Figura 43.

Figura 43 – Ângulo entre versores normais a duas fissuras concorrentes em um ponto

DE BORST (1986) avaliou numericamente a influência da variação deste ângulo ($\alpha=30^\circ$ e $\alpha=60^\circ$) sobre o padrão de fissuração em vigas de concreto armado. Segundo os resultados obtidos ele concluiu que:

- ✓ As fissuras verticais decorrentes da flexão aparecem primeiramente;
- ✓ Com a utilização de valores maiores de “ α ” (60°) obtiveram-se fissuras inclinadas mais íngremes;
- ✓ Com a utilização de valores menores de “ α ” (30°) a capacidade da seção em suportar esforços tangenciais foi esgotada mais rapidamente;
- ✓ Para valores baixos de “ α ” e “ β ” as fissuras inclinadas apresentaram uma tendência de propagação ao longo da armadura longitudinal de tração;

3.1.4.2.2 Modelos Fixos de Fissura Distribuída

Tomando-se “n” como a direção principal normal à fissura e “s” e “t” como as direções tangenciais à mesma, pode-se escrever o conceito deste modelo em termos de uma relação tensão-deformação:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{nn} \\ \sigma_{ss} \\ \sigma_{tt} \\ \sigma_{ns} \\ \sigma_{st} \\ \sigma_{tn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{nn} & E_{ns} & E_{nt} & 0 & 0 & 0 \\ E_{ns} & E_{ss} & E_{st} & 0 & 0 & 0 \\ E_{nt} & E_{st} & E_{tt} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{ns} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{st} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{tn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{nn} \\ \epsilon_{ss} \\ \epsilon_{tt} \\ \gamma_{ns} \\ \gamma_{st} \\ \gamma_{tn} \end{bmatrix} \quad (31)$$

ROTS (1988) propôs um modelo incremental para a solução deste problema para uma configuração bidimensional, segundo a Equação 32.

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_{nn} \\ \Delta\sigma_{tt} \\ \Delta\sigma_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu E}{1-\nu^2\mu} & \frac{\nu\mu E}{1-\nu^2\mu} & 0 \\ \frac{\nu\mu E}{1-\nu^2\mu} & \frac{E}{1-\nu^2\mu} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\beta E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\epsilon_{nn} \\ \Delta\epsilon_{tt} \\ \Delta\epsilon_{nt} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Outra solução utilizada é a de decomposição de deformações. Esta solução propõe decompor “ $\Delta\epsilon$ ” (deformações totais) em duas deformações: uma correspondente ao material íntegro “ $\Delta\epsilon^{co}$ ” e outra ao material fissurado “ $\Delta\epsilon^{cr}$ ”:

$$\Delta\epsilon = \Delta\epsilon^{cr} + \Delta\epsilon^{co} \quad (33)$$

O vetor de deformações globais no espaço tridimensional possui seis componentes, podendo ser escrito como:

$$\Delta\epsilon^{cr} = [\Delta\epsilon_{xx}^{cr} \quad \Delta\epsilon_{yy}^{cr} \quad \Delta\epsilon_{zz}^{cr} \quad \Delta\gamma_{xy}^{cr} \quad \Delta\gamma_{yz}^{cr} \quad \Delta\gamma_{zx}^{cr}]^T \quad (34)$$

A Figura 44 ilustra a representação da fissura em coordenadas locais.

Figura 44 – Representação de uma fissura distribuída em coordenadas locais

As deformações neste sistema podem ser escritas como:

$$\Delta e^{cr} = [\Delta\epsilon_{nn}^{cr} \quad \Delta\gamma_{ns}^{cr} \quad \Delta\gamma_{nt}^{cr}] \quad (35)$$

A relação entre as deformações no sistema local e global é dada em função de uma matriz de transformação “N” composta de cossenos diretores do sistema de coordenadas de referência, podendo-se escrever:

$$\Delta\epsilon^{cr} = N\Delta e^{cr} \quad (36)$$

3.1.4.2.3 Modelos Multidirecionais de Fissura Distribuída

Segundo ROTS; BLAAUWENDRAAD (1989) o ângulo de inclinação entre a direção principal das tensões de tração e a fissura existente pode exceder o valor do ângulo limite.

Este modelo de fissuras distribuídas produz um acoplamento implícito entre fissuras não ortogonais. Chamando-se “ f_o ” como a tensão inicial de tração na fissura e “ f_{ct} ” a máxima tensão de tração admitida pelo concreto, duas situações distintas podem ocorrer:

- i) “ f_o ” é igual a “ f_{ct} ”: o modelo de amolecimento é ativado pois a condição da máxima tensão é violada.
- ii) “ f_o ” é menor que “ f_{ct} ”: o modelo de amolecimento é ativado a partir da violação do ângulo limite.

Outras fissuras poderão surgir com valores de “ f_o ” mais distantes de “ f_{ct} ”, cujo modelo de amolecimento é ativado segundo o valor de “ α ”. Conforme observado na Figura 45 a energia de fratura e as tensões de pico diminuem com o aumento do número de fissuras.

Figura 45 – Avaliação do decréscimo da energia e da tensão de pico com o aumento do número de fissuras (ROTS; BLAAUWENDRAAD 1989)

Para a condição em que “ f_o ” é igual a “ f_{ct} ” a energia de fratura é dada por:

$$G_f = \int t_n^{cr} d\epsilon_{nn}^{cr} \quad (37)$$

em que “ G_f ” representa a energia de fratura, “ t_n^{cr} ” a tensão normal de tração na fissura e “ ϵ_{nn}^{cr} ” a deformação normal na fissura.

A energia de fratura no sistema de fissuras múltiplas, representada na Figura 45 é dada por:

$$g_f = h \sum_{i=1}^n \int_0^{\epsilon_{nn}^{cl,i}} t_n^i d\epsilon_{nn}^{cr,i} \quad (38)$$

em que “ h ” representa a largura de banda de fissura, “ $\epsilon_{nn}^{cl,i}$ ” a deformação normal na fissura “ i ” que está se fechando, “ t_n^i ” a tensão normal de tração na fissura “ i ” e “ $\epsilon_{nn}^{cr,i}$ ” a deformação na fissura “ i ”.

A energia de fratura para a fissura “ $n+1$ ” é assumida como sendo ($G_t - g$).

Em se tratando do modelo de fissura multidirecional as deformações podem ser escritas como:

$$\Delta \epsilon^{cr} = \Delta \epsilon_1^{cr} + \Delta \epsilon_2^{cr} + \dots + \Delta \epsilon_n^{cr} \quad (39)$$

em que “ $\Delta \epsilon_1^{cr}$ ” representa a deformação na fissura em coordenadas globais correspondente à fissura primária, “ $\Delta \epsilon_2^{cr}$ ” representa a deformação na fissura em coordenadas globais correspondente à fissura secundária e assim por diante até a formação da n ésima fissura. Nestas condições, o vetor de deformações locais pode ser expresso pela Equação 40.

$$\Delta e^{cr} = \begin{bmatrix} \Delta e_1^{cr} & \Delta e_2^{cr} & \dots & \Delta e_n^{cr} \end{bmatrix}^T \quad (40)$$

3.1.4.2.4 Modelos Rotacionais de Fissura Distribuída

Para uma configuração bidimensional, considerando-se as direções principais como (1,2), para um círculo de Mohr hipotético de deformações, uma pequena deformação por cisalhamento causa uma rotação de um ângulo “ $\Delta\theta_\varepsilon$ ” de acordo com:

$$\tan 2\Delta\theta_\varepsilon = \frac{\Delta\gamma_{12}}{2(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})} \quad (41)$$

Analogamente para as tensões:

$$\tan 2\Delta\theta_\sigma = \frac{\Delta\sigma_{12}}{2(\sigma_{11} - \sigma_{22})} \quad (42)$$

Segundo ROTS (1988) as relações acima são satisfeitas sempre que:

$$G_{12} = \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})} \quad (43)$$

A forma linearizada da relação tensão-deformação para um modelo de fissuras distribuídas tipo rotacional pode ser dada por:

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_{11} \\ \Delta\sigma_{22} \\ \Delta\sigma_{33} \\ \Delta\sigma_{12} \\ \Delta\sigma_{23} \\ \Delta\sigma_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\sigma_{11}}{\partial\varepsilon_{11}} & \frac{\partial\sigma_{11}}{\partial\varepsilon_{22}} & \frac{\partial\sigma_{11}}{\partial\varepsilon_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial\sigma_{22}}{\partial\varepsilon_{11}} & \frac{\partial\sigma_{22}}{\partial\varepsilon_{22}} & \frac{\partial\sigma_{22}}{\partial\varepsilon_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial\sigma_{33}}{\partial\varepsilon_{11}} & \frac{\partial\sigma_{33}}{\partial\varepsilon_{22}} & \frac{\partial\sigma_{33}}{\partial\varepsilon_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sigma_{22} - \sigma_{33}}{2(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33})} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sigma_{33} - \sigma_{11}}{2(\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{11} \\ \Delta\varepsilon_{22} \\ \Delta\varepsilon_{33} \\ \Delta\gamma_{12} \\ \Delta\gamma_{23} \\ \Delta\gamma_{31} \end{bmatrix} \quad (44)$$

No sistema QUEBRA2D/FEMOOP o modelo para o concreto íntegro implementado (*Ottosen*) posteriormente foi acoplado ao modelo de fissuração distribuída rotacional para simular a fissuração no elemento estrutural modelado com uma curva de amolecimento linear na tração.

3.1.4.3 Modelos de Fissura Distribuída no Programa DIANA

Os modelos de fissuração distribuída (“*smeared*”) citados anteriormente encontram-se disponíveis no programa computacional DIANA. Tais modelos são baseados no princípio de engrenamento entre agregados do material concreto onde a energia de fratura “ G_f ” pode ser calculada de duas formas: a primeira delas com base no código modelo CEB e a segunda com base nas leis de representatividade dos ramos de endurecimento e amolecimento do concreto.

Conforme será visto adiante, uma outra possibilidade de modelagem será a utilização de leis de endurecimento/amolecimento com modelos reológicos simples e conjugados oriundos da teoria da plasticidade.

3.1.4.3.1 Modelos Fixos

A utilização de modelos de fissuração distribuída fixa no programa computacional DIANA pressupõe a adoção de dois critérios distintos: um com relação à adoção do código modelo CEB e outra com relação às leis comportamentais de endurecimento e amolecimento do material.

Tratando-se do código modelo, informa-se o diâmetro máximo dos agregados constituintes do concreto a partir do qual é calculada a energia de fratura em função da resistência média à compressão aos 28 dias de idade “ f_{cm} ” segundo a Equação 45.

$$G_f = G_{fo} \left(\frac{f_{cm}}{f_{cmo}} \right)^{0,7} \quad (45)$$

em que o valor da resistência à compressão média inicial “ f_{cmo} ” assume o valor de 10MPa.

A Tabela 17 ilustra a relação entre o máximo diâmetro do agregado e a energia inicial de fratura “ G_{fo} ” proposta pelo CEB.

Tabela 17 – Relações entre o diâmetro máximo do agregado e a energia de fratura inicial segundo o CEB

$d_{\max}$ (mm)	G_{fo} (J/m ²)
8	25
16	30
32	58

Os modelos de amolecimento do material sob tração podem ser: elástico, ideal, frágil, linear, exponencial, *Reinhardt*, *Hordijk* ou multilinear. O modelo elástico segue a representatividade exposta na Figura 46, cuja formulação está na Equação 46.

Figura 46 – Modelo de amolecimento linear

$$\frac{\sigma_{nn}^{cr}(\epsilon_{nn}^{cr})}{f_t} = \begin{cases} 1 - \frac{\epsilon_{nn}^{cr}}{\epsilon_{nn,ult}^{cr}} \rightarrow 0 < \epsilon_{nn}^{cr} < \epsilon_{nn,ult}^{cr} \\ 0 \rightarrow \epsilon_{nn,ult}^{cr} < \epsilon_{nn}^{cr} < \infty \end{cases} \quad (46)$$

O modelo multilinear adota semi-retas para descrever toda a curva de amolecimento do concreto sob tensões de tração conforme a Figura 47, cuja condição necessária vem a ser que a razão da diferença entre dois pontos de tensões de tração e a deformação para o ponto de tensão subsequente deve ser maior ou igual à menos o módulo de elasticidade longitudinal do material.

Figura 47 – Modelo de amolecimento multilinear

Dois outros modelos não-lineares podem ser adotados. O modelo de amolecimento de *Reinhardt* explicitado na Figura 48 utiliza uma relação não-linear entre tensões e deformações, com “ c_1 ” assumindo o valor de 0,31.

Figura 48 – Modelo de amolecimento não-linear de *Reinhardt*

O modelo não-linear de *Hordijk* utiliza uma relação exponencial entre as tensões normais de tração e as deformações, com “ c_1 ” e “ c_2 ” assumindo os valores respectivamente de 3,0 e 6,93.

Figura 49 – Modelo de amolecimento não-linear de *Hordijk*

Os modelos de endurecimento na compressão podem ser: elástico, ideal, *Thorenfeldt*, bilinear, multilinear, saturação e parabólico cujo resumo encontra-se na Figura 50.

O modelo não-linear de *Thorenfeldt* apresentado na Figura 51 apresenta um equacionamento entre as tensões de compressão e as deformações baseado na adoção de diversos parâmetros conforme a Equação 47.

Figura 50 – Modelos de endurecimento na compressão disponíveis no programa DIANA

Figura 51 – Curva de endurecimento de Thorenfeldt

$$f = -f_p \frac{\alpha_j}{\alpha_p} \left(\frac{n}{n-1 + \left(\frac{\alpha_i}{\alpha_p} \right)^{nk}} \right); \quad (47)$$

$$n = 0,80 + \frac{f_c}{17}; \quad k = \begin{cases} 1 \rightarrow 0 > \alpha > \alpha_p \\ 0,67 + f_c / 62 \rightarrow \alpha \leq \alpha_p \end{cases}$$

Outra curva de endurecimento não linear é a de *saturação* que apresenta uma tensão crítica “ σ_o ” a partir da qual o campo de deformações inicia seu desenvolvimento, segundo mostra a Figura 52.

Figura 52 – Curva de endurecimento de *saturação*

A tensão crítica é expressa como:

$$\bar{\sigma}'(k) = \bar{\sigma}_o + E_p k + \left(\bar{\sigma}_\infty - \bar{\sigma}_o \right) \left(1 - e^{-\gamma k} \right) \quad (48)$$

O parâmetro de endurecimento é dado por:

$$\bar{\sigma}' = E_p + \gamma \left(\bar{\sigma}_\infty - \bar{\sigma}_o \right) e^{-\gamma k} \quad (49)$$

Vale destacar que em todos os modelos de fissura distribuída adota-se um parâmetro de minoração da rigidez transversal do material denominado “*shear retention factor*” ou fator de retenção ao cisalhamento (parâmetro “ β ”). A Figura 53 ilustra como o parâmetro “ β ” afeta a rigidez transversal do concreto.

Figura 53 – Minoração da rigidez transversal do concreto

A matriz constitutiva da fissura, para uma configuração bidimensional, é dada por:

$$D^{cr} = \begin{bmatrix} \frac{\mu}{1-\mu} E & 0 \\ 0 & \frac{\beta}{1-\beta} G \end{bmatrix} \quad (50)$$

Assim, dada a matriz constitutiva da fissura acima, a rigidez ao cisalhamento é dada por:

$$D_{sec\ ante} = \frac{\beta}{1-\beta} G \quad (51)$$

O fator “ β ” pode assumir valores entre 0 e 1. Assim, para valor nulo ou próximo de zero, teremos uma rigidez ao cisalhamento do concreto muito pequena; em contrapartida, para valor unitário, teremos uma rigidez infinita no cisalhamento, o que dispensará formação de fissuras nesta direção.

3.1.4.3.2 Modelos Multidirecionais

O critério de fissuração multidirecional traz algumas diferenciações com relação ao modelo de fissura distribuída do tipo fixo a saber:

- ✓ adoção de um comportamento do concreto sobre tração
- ✓ opção de minorar ou não a rigidez transversal
- ✓ utilização de modelos constitutivos oriundos da teoria da plasticidade

O comportamento do material concreto sob tração pode ser de duas formas: constante (análogo ao critério de *Rankine*) ou linear conforme a Figura 54.

Desta forma, haverá dois critérios para a formação de fissuras:

- ✓ CRACK 1: valor constante de tração limite (considera a abertura de fissura se a máxima tensão principal de tração exceder a resistência à tração do material concreto “ f_t ”).
- ✓ CRACK 2: valor linear de tração limite (considera a abertura de fissura se a máxima tensão principal de tração exceder o valor mínimo entre “ f_t ” e “ $f_t(1 + \sigma_{lateral}/f_c)$ ”, em que “ $\sigma_{lateral}$ ” é a tensão principal lateral.

Figura 54 – Comportamento do concreto sob tração para o modelo multidirecional de fissuração distribuída

Segundo a rigidez ao cisalhamento já apresentada no item anterior, este critério de fissuras distribuídas adota dois modelos de minoração:

✓“*Full shear retention*” o módulo de elasticidade transversal não sofre minoração com a abertura de fissuras ($\beta=1$). Assim:

$$D_{\text{sec ante}} = \frac{\beta}{1 - \beta} G = \infty \quad (52)$$

✓“*Constant shear retention*”: o módulo de elasticidade transversal sofre minoração com a abertura de fissuras ($0 < \beta < 1$).

Pode-se adotar um critério de plasticidade para o material: *Tresca* ou *Von Mises* (modelos de um parâmetro), *Mohr-Coulomb* ou *Drucker-Prager* (modelos de dois parâmetros).

Deve-se também prever o comportamento do concreto no ramo de amolecimento à tração, identicamente ao modelo fixo, cujos comportamentos disponíveis são os mesmos apresentados no modelo de fissura distribuída anterior.

3.1.4.3 Modelo Rotacional

No modelo de fissuras distribuídas tipo rotacional os parâmetros de entrada são os mesmos apresentados no fixo. Entretanto, existem algumas diferenças a se destacar entre eles segundo FEENSTRA; DE BORST (1993):

- ✓ “*Total strain rotating crack*”: não preserva permanentemente a memória de orientação de dano. Isso implica em dizer que cada cálculo de propagação de fissura não é proporcional para cada estágio de carregamento.
- ✓ No modelo fixo quaisquer fissuras no modo II (cisalhamento) complicam a análise (rotação incontrollável dos eixos de tensões principais).
- ✓ O modelo rotacional acomoda um único termo de cisalhamento entre as tensões principais e as deformações, introduz simplicidade, porém abandona a possibilidade de incorporação de diferentes modelos de fissura no modo II.

Em suma, o modelo rotacional permite que a fissura rotacione livremente segundo a direção da máxima tensão principal de tração; em contrapartida os modelos *fixo* tendem a proporcionar propagações em direções fixas, o que produz geralmente respostas numéricas com maior força de ruptura com relação à ensaios experimentais.

Uma evidência disto pode ser vista em FEENSTRA; DE BORST (1993) em que um painel de concreto armado foi modelado utilizando-se diferentes modelos constitutivos para o concreto cujos resultados estão apresentados na Figura 55.

Figura 55 – Diagramas força-deslocamento para um painel de concreto armado segundo vários modelos constitutivos (FEENSTRA; DE BORST, 1993)

CERVENKA; CERVENKA (1996) analisaram a sensibilidade dos modelos fixo e rotacional em avaliar o quadro de fissuração de uma peça de concreto armado sujeita à tração. A Figura 56 apresenta os resultados numéricos obtidos no programa utilizado (Sbeta) e a Tabela 18 apresenta os resultados em termos de abertura de fissuras e número de fissuras formadas para as simulações numéricas e ensaio experimental.

Figura 56 – Panoramas de fissuração obtidos nas simulações de CERVENKA; CERVENKA (1996)

Tabela 18 – Resultados experimentais e numéricos obtidos por CERVENKA; CERVENKA (1996)

Resultado	Número de Fissuras	Abertura de Fissuras (mm)
Sbeta – <i>fixo</i>	6	0,12
Sbeta – <i>rotacional</i>	4	0,19
Experimental	4	0,16

Em uma outra simulação, modelou-se uma viga de concreto armado segundo os modelos de fissura distribuída apresentados no caso anterior cujos resultados estão dispostos na Figura 57.

Os resultados obtidos apontam que o modelo fixo tende a reproduzir um número maior de fissuras ao passo que o modelo rotacional atende de uma maneira mais fiel aos resultados em termos de número de fissuras formadas obtidos experimentalmente. Para o ensaio ilustrado na Figura 57 o modelo rotacional aproximou-se mais do valor da abertura de fissuras constatado nos ensaios experimentais.

Conforme mencionado anteriormente, implementou-se o modelo de *Ottosen* para a representação do concreto íntegro nas plataformas de análise bidimensional (QUEBRA2D/FEMOOP); para a representação da fissuração implementou-se o

modelo de fissuração distribuída rotacional acoplado ao modelo de *Ottosen*. Detalhes desta implementação são posteriormente explanados.

Figura 57 – Quadros de fissuração para uma viga de concreto armado obtidos por CERVENKA; CERVENKA (1996)

3.2 Armaduras de Aço

O modelo constitutivo adotado para as armaduras foi o modelo de *Von Mises*. Partindo-se de uma generalização do modelo de *Ottosen* apresentado na Equação 15 e fazendo-se “ $A = B = 0$ ” e “ λ ” constante chega-se ao funcional que define este modelo reológico:

$$F = \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_y} - 1 = 0; \lambda = \text{constante} \quad (53)$$

sendo “ f_y ” a tensão de escoamento do material.

O comportamento tensão-deformação descrito por este modelo é na sua forma geral elastoplástico com encruamento linear (Figura 58). A partir deste modelo genérico pode-se adotar um comportamento elastoplástico perfeito para as armaduras (Figura 59).

Figura 58 – Modelo elastoplástico com encruamento linear

Figura 59 – Modelo elastoplástico perfeito

Para o caso genérico tem-se:

para $\sigma < \sigma_o$

$$\varepsilon = \varepsilon_e$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

para $\sigma > \sigma_o$

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{(\sigma - \sigma_o)}{H}$$

(54)

3.3 Modelos de Aderência: “*Bond-Slip*”

Vários são os modelos de aderência propostos por diversos pesquisadores com a finalidade de simular o mecanismo de ligação entre o concreto e as armaduras ou entre o concreto e camadas de reforço de compósitos.

O modelo “*bond-slip*” proposto pelo CEB traduz uma relação entre a tensão de aderência e o deslizamento (entre as armaduras e o concreto) conforme ilustra a Figura 60.

Figura 60 – Modelo “*bond-slip*” proposto pelo CEB (modificado de SILVA, 1999)

O primeiro trecho da curva representa a penetração das mossas das armaduras no concreto, provocando esmagamentos localizados cuja tensão de aderência (“ τ ”) pode ser representada pela Equação 55.

$$\tau = \tau_{\text{máx}} \left(\frac{s}{s_1} \right)^{\alpha}, \text{ para } 0 \leq s \leq s_1 \quad (55)$$

O segundo trecho caracteriza a região do concreto confinado com características de esmagamento avançado e destacamento do concreto entre as mossas das armaduras. Nesta região “ τ ” pode ser expressa da seguinte forma:

$$\tau = \tau_{\text{máx}}, \text{ para } s_1 < s \leq s_2 \quad (56)$$

O terceiro e último trecho diz respeito à redução da resistência da ligação devido à ocorrência de fissuras que separam definitivamente as armaduras do concreto envolvente, sendo válida a seguinte equação de compatibilidade:

$$\tau = \tau_{\text{máx}} - (\tau_{\text{máx}} - \tau_f) \left(\frac{s - s_2}{s_3 - s_2} \right), \text{ para } s_2 < s \leq s_3 \quad (57)$$

Um modelo “*bond-slip*” alternativo, amplamente aplicado para simular ligações entre o concreto e o compósito, foi desenvolvido por COSENZA *et al. apud* SILVA (1999) que utiliza o modelo desenvolvido pelo CEB retirando-se o trecho correspondente à região do concreto confinado. O modelo resultante encontra-se explicitado na Figura 61.

Figura 61 – Modelo “*bond-slip*” proposto por COSENZA *et al. apud* SILVA (1999)

O primeiro trecho é expresso pela Equação 50 substituindo-se “ $\tau_{\text{máx}}$ ” por “ τ_1 ”. O segundo trecho pode ser expresso conforme a Equação 58.

$$\tau = \tau_1 - p \left(\frac{s}{s_1} - 1 \right) \quad (58)$$

Os modelos de aderência são acoplados aos elementos finitos que representam a interface desejada (elementos de mola, interface, interface) e por isso tendem a produzir

respostas mais próximas de resultados experimentais, sobretudo em problemas em que o tratamento de aderência perfeita é uma grande simplificação numérica.

BROSENS (2001) em sua tese de doutorado apresenta vários modelos “*bond-slip*” que foram aplicados em estruturas de concreto reforçadas com fibras de carbono, segundo a Figura 62.

Figura 62 – Alguns modelos “*bond-slip*” utilizados por BROSENS (2001)

Nas plataformas de análise bidimensional implementou-se o modelo de aderência de *Homayoun* (HOMAYOUN; MITCHELL, 1996) apresentado a seguir.

Este modelo foi utilizado nas simulações numéricas para representar a interface concreto/aço bem como concreto/compósito. Para a retirada da aderência perfeita concreto/aço e concreto/compósito utilizaram-se elementos finitos de interface implementados no QUEBRA2D/FEMOOP.

3.3.1 Modelo Implementado: HOMAYOUN

O modelo de aderência de *Homayoun* (HOMAYOUN; MITCHELL, 1996) implementado faz parte dos modelos multilíneares para a representação do efeito de perda de aderência entre materiais segundo a Figura 63.

Figura 63 – Representação do modelo de aderência de *Homayoun*

Os parâmetros deste modelo são os seguintes: “ τ_{sf} ” é a tensão máxima de aderência, “ τ_{sr} ” é a tensão residual de aderência, “ s_f ” é o deslizamento relativo na ruptura, “ s_r ” é o deslizamento relativo residual, “ E_b ” é o módulo de aderência inicial e “ E_d ” é o módulo de aderência após a ruptura.

3.3.2 Modelos “BOND-SLIP” no Programa DIANA

No programa DIANA existem três modelos “*bond-slip*” disponíveis para a representação da aderência e deslizamento da camada de reforço em relação ao substrato de concreto, segundo ilustra a Figura 64.

Figura 64 – Modelos “bond-slip” disponíveis no programa computacional DIANA

O primeiro modelo refere-se à função cúbica de *Dörr* mostrada na Figura 65 que adota um comportamento polinomial de grau três entre a tensão de aderência e o deslizamento.

Figura 65 – Lei polinomial cúbica de *Dörr* representativa do comportamento “bond-slip”

A lei representativa do modelo é expressa segundo a Equação 59:

$$f_t = \begin{cases} f_t \left(5 \left(dt / dt^o \right) - 4,5 \left(dt / dt^o \right)^2 + 1,4 \left(dt / dt^o \right)^3 \rightarrow 0 \leq dt \leq dt^o \right) \\ 1,9f_t \rightarrow dt \geq dt^o \end{cases} \quad (59)$$

O Segundo modelo refere-se à função de *Noakowski* ilustrado na Figura 66. Estabelece-se que a rigidez inicial é mantida linear para evitar que a rigidez se eleve drasticamente quando o deslizamento for menor à um valor inicial “ Δu_o^t ”. A formulação da curva de *Noakowski* é dada pela Equação 60.

$$f_t = \begin{cases} a(dt)^b \rightarrow dt \geq dt^o \\ a(dt)^{b-1} dt \rightarrow 0 \leq dt \leq dt^o \end{cases} \quad (60)$$

com $b < 1$

Figura 66 – Lei de *Noakowski* representativa do comportamento “*bond-slip*”

No modelo multilinear inserem-se diretamente os valores dos pares de tensão de aderência/deslizamento no programa.

4. REPRESENTAÇÃO DE ARMADURAS

4.1 Formas de Representação

Existem basicamente quatro formas de representação das armaduras em estruturas de concreto via método dos elementos finitos: discreta, incorporada, distribuída e axissimétrica (aqui tratada pontualmente).

Na representação discreta, ilustrada na Figura 67, as armaduras devem estar posicionadas necessariamente sobre os “edges” – arestas – dos elementos finitos que representam a matriz de concreto, gerando portanto uma dependência do posicionamento da armadura quanto à malha de elementos finitos previamente definida.

Figura 67 – Armaduras com representação discreta no programa DIANA

O modelo incorporado (“*embedded*”) possui a vantagem da não dependência da malha inicial quanto ao posicionamento das armaduras, podendo as mesmas transpor elementos finitos de concreto, conforme a Figura 68.

Tridimensional **Bidimensional**

Figura 68 – Formas incorporadas de representação das armaduras para análises bidimensionais e tridimensionais no programa DIANA

A terceira forma de representação (distribuída) possui os atributos da representação incorporada porém com a vantagem de introduzir-se taxas de armaduras constantes, segundo eixos de orientação da estrutura, o que implica em produtividade no lançamento de armaduras de lajes, estribos de vigas e estruturas de concreto em geral

que possuam conjuntos de armaduras espaçadas igualmente. A Figura 69 apresenta esta forma de representação.

Figura 69 – Forma distribuída de representação das armaduras no programa DIANA

Na representação axissimétrica (pontual) armaduras de confinamento ou cisalhamento tais como estribos circulares e espirais podem ser representados por meio de elementos finitos axissimétricos pontuais. Esta forma de representação é pertencente aos modelos discretos uma vez que as armaduras são diretamente inseridas sobre um nó do elemento finito representativo do concreto.

Apresenta-se na seqüência a formulação com base no método dos elementos finitos para a implementação computacional de armaduras incorporadas, distribuídas e axissimétricas pontuais.

4.2 Formulação para Armaduras Incorporadas e Distribuídas

Segundo D'ÁVILA (2003) a introdução de armaduras no interior do elemento de concreto não introduz novas incógnitas ao problema. Assim, a matriz de rigidez total “ k ” é obtida por meio do somatório das matrizes de rigidez dos elementos de concreto “ k_c ” e aço “ k_s ”.

$$k = k_c + \sum_{j=1}^{nb} k_{sj} \quad (61)$$

$$k_s = E_s A_s \int_s B_s B_s^T ds \quad (62)$$

em que “nb” representa o número de barras que transpassam o elemento finito de concreto, “ B_s ” é a matriz deformação-deslocamento para o elemento finito representativo das armaduras e “s” representa o comprimento da barra.

Segundo HARTL (2002) a rigidez de um elemento finito de concreto no qual encontram-se incorporadas “n” armaduras pode ser representada por:

$$k = \int_{\text{concreto}} B_c^T D_c B_c dVol + \int_{\text{aço}} B_c^T T^T D_s T B_c dVol \quad (63)$$

em que “D” representa a matriz constitutiva do material e “T” é a matriz de transformação de coordenadas globais para coordenadas locais.

Dados os pontos de início e fim da barra, pode-se obter os pontos intermediários por interpolação:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \sum_{j=1}^m \begin{bmatrix} H_j & 0 \\ 0 & H_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_j \\ y_j \end{Bmatrix} \quad (64)$$

em que “ $H(\chi)$ ” é a função de interpolação ou de forma.

A orientação da barra para integração da rigidez ao longo do comprimento “ds” é obtida por meio do fator de mapeamento “ds/d χ ” representado na Figura 70 segundo a Equação 65.

Figura 70 – Especificação da orientação das barras para obtenção do fator de mapeamento

$$\frac{ds}{d\chi} = \left(\left[\frac{dx}{d\chi} \right]^2 + \left[\frac{dy}{d\chi} \right]^2 \right)^{0,5} \quad (65)$$

Segundo D'ÁVILA (2003) as forças internas associadas às armaduras são integradas às forças do elemento de concreto para obter-se o vetor de forças internas do elemento. Desta forma surge-se o problema de determinação do número de barras que interceptam o elemento finito de concreto e colaboram na sua rigidez. Pensando-se na solução deste problema, ilustram-se a seguir as etapas a serem seguidas. Segundo CHANG; TANIGUCHI; CHEN (1987) em se tratando do modelo distribuído, pode-se escrever a matriz constitutiva total “D” por meio da somatória dos produtos das matrizes constitutivas de cada material pela respectiva taxa volumétrica “ ρ ”. Assim:

$$D = \rho_c D_c + \rho_s D_s \quad (66)$$

em que “ ρ_c ” e “ ρ_s ” representam respectivamente as taxas volumétricas de concreto e aço.

4.2.1 Etapas de Verificação

As etapas de verificação consistem na definição de algoritmos capazes de captar e calcular o comprimento de cada armadura efetivamente contida no elemento finito de concreto. A primeira etapa consiste na transformação dos pontos de definição da

armadura (início e fim) de coordenadas globais (x, y) para coordenadas naturais locais (ξ , η) conforme apresentado na Equação 64. ELWI; HRUDEY (1989) propuseram a determinação da inversa desta equação por meio de um algoritmo de Newton-Raphson. Assim:

$$\{f(\xi, \eta)\} = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} - \sum_{j=1}^m \begin{bmatrix} H_j & 0 \\ 0 & H_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_j \\ y_j \end{Bmatrix} = 0 \quad (67)$$

Após “k+1” iterações:

$$\begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \end{Bmatrix}^{k+1} = \begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \end{Bmatrix}_p^k + \begin{Bmatrix} \Delta\xi \\ \Delta\eta \end{Bmatrix}^{k+1} \quad (68)$$

E desta forma:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\xi \\ \Delta\eta \end{Bmatrix}^{k+1} = [J^k]^{-1} \left[\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}_p - \sum_{j=1}^m \begin{bmatrix} H_j & 0 \\ 0 & H_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_j \\ y_j \end{Bmatrix} \right] \quad (69)$$

em que “[J]” representa o jacobiano da transformação dado por:

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (70)$$

Utilizando-se a formulação paramétrica de ELWI; HRUDEY (1989) pode-se escrever para o caso bidimensional:

$$\begin{Bmatrix} x(s) \\ y(s) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_o \\ y_o \end{Bmatrix} + s \begin{Bmatrix} x_p - x_o \\ y_p - y_o \end{Bmatrix} \quad (71)$$

De forma que os diferenciais são:

$$\begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_p - x_o \\ y_p - y_o \end{Bmatrix} ds \quad (72)$$

É válido que:

$$\begin{Bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{Bmatrix} = [J(\xi, \eta)]^{-1} \begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix} \quad (73)$$

Sendo o Jacobiano da transformação dado na Equação 70. Equivalentemente:

$$\begin{Bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{Bmatrix} = [J(\xi, \eta)]^{-1} \begin{Bmatrix} x_p - x_o \\ y_p - y_o \end{Bmatrix} ds \quad (74)$$

E desta forma temos que:

$$\begin{Bmatrix} \frac{d\xi}{ds} \\ \frac{d\eta}{ds} \end{Bmatrix} = [J(\xi, \eta)]^{-1} \begin{Bmatrix} x_p - x_o \\ y_p - y_o \end{Bmatrix} \quad (75)$$

Assim, a Equação 75 é um sistema com duas equações (caso bidimensional) diferenciais ordinárias de primeira ordem, cuja solução proposta por ELWI; HRUDEY (1989) utilizando-se o método de Newton resulta na Equação 67.

A segunda etapa consiste em definir qual o comprimento da armadura efetivamente contido no elemento de concreto. A estratégia consiste em definir como entidade fixa uma das coordenadas naturais e calcular o módulo da outra coordenada natural do ponto de definição da barra (início e fim). Caso este seja em módulo menor que 1 percebe-se então que o ponto de definição está no interior do elemento de concreto e, em caso contrário, fora. A primeira possibilidade ilustrada na Figura 71 ocorre quando as coordenadas naturais de “P_i” (início da barra) ou “P_f” (fim da barra) são, em módulo, respectivamente menor e maior que 1.

Figura 71 – Um ponto de definição da armadura fora do elemento de concreto

A segunda possibilidade vem a ser a situação em que as coordenadas naturais dos pontos de intersecção são as mesmas dos pontos de definição da armadura (as coordenadas naturais de ambos pontos de definição são em módulo menores que 1) segundo a Figura 72.

Figura 72 – Os dois pontos de definição da armadura no interior do elemento de concreto

A terceira possibilidade vem a ser a situação em que os pontos de definição encontram-se fora do elemento finito de concreto (as coordenadas naturais de ambos os pontos de definição são em módulo maiores que 1) segundo a Figura 73. Neste caso a armadura não intercepta o elemento finito de concreto, o mesmo ocorrendo quando um dos pontos estão situados sobre uma das arestas do elemento de concreto.

Figura 73 – Os dois pontos de definição da armadura fora do elemento de concreto

Em uma outra possibilidade a armadura passa pela aresta do elemento de concreto conforme ilustra a Figura 74. Neste caso, a contribuição da rigidez da armadura é distribuída entre os elementos de concreto adjacentes.

Figura 74 – Armadura na aresta do elemento de concreto

4.2.2 Formulação via Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV)

O PTV é necessário para a definição da matriz de rigidez local explícita de cada elemento finito. Os trabalhos virtuais são dados por:

$$\delta W_{in} = \int_V \delta \epsilon^T \sigma dV \quad (76)$$

As deformações virtuais são expressas como:

$$\delta \epsilon = B^e \delta u^e \quad (77)$$

No caso geral as tensões e deformações assumem uma relação não linear. Segundo HOTSTETTER; MANG *apud* HARTL (2002) esta relação necessita ser linearizada e as tensões incrementais utilizadas para este fim podem ser dadas por:

$$\Delta \sigma = D \Delta \epsilon = D B^e \Delta u^T \quad (78)$$

em que “D” representa a matriz constitutiva tangente do material.

Logo:

$$\delta W_{in} = \int \left(B^e \delta u^e \right)^T D B^e \Delta u^T dV \quad (79)$$

As deformações precisam ser projetadas dos eixos globais para os naturais locais:

$$\varepsilon_{\xi,\eta} = T_{\varepsilon,gl} \varepsilon_{x,y} \quad (80)$$

Assim, o incremento de trabalho virtual pode ser escrito como:

$$\Delta \delta W_{in} = \int_V \underbrace{(B^e \delta u^e)^T}_{\delta \varepsilon_{local}} \underbrace{D_{global} B^e \Delta u^T}_{\Delta \sigma_{local}} dV \quad (81)$$

$$\Delta \delta W_{in} = \int_V \underbrace{(T_{\varepsilon,gl} B^e \delta u^e)^T}_{\delta \varepsilon_{local}} \underbrace{D_{global} T_{\varepsilon,gl} B^e \Delta u^T}_{\Delta \sigma_{local}} dV \quad (82)$$

$$\Delta \delta W_{in} = \int_V \delta u^{eT} \underbrace{B^{eT} T_{\varepsilon,gl}^T D_{global} T_{\varepsilon,gl} B^e}_{k^e} \Delta u^T dV \quad (83)$$

4.3 Formulação para Armaduras Axissimétricas Pontuais

Conforme dito anteriormente, este tipo de representação é classificada dentro da forma discreta uma vez que as armaduras deste tipo são introduzidas diretamente sobre um nó do elemento representativo do concreto (Figura 75). Conforme também já mencionado esta representação é bastante interessante pois permite a modelagem de estribos circulares ou em formato de espiral. A metodologia de implementação pode, por exemplo, seguir o trabalho de LIU; FOSTER (1998).

Figura 75 – Elemento axissimétrico pontual (SIMÃO, 2003)

Neste caso a deformação é dada por:

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{(r + u - r)\theta}{r\theta} = \frac{u}{r} \quad (84)$$

A tensão correspondente:

$$\sigma_{\theta} = D \cdot \varepsilon_{\theta} \quad (85)$$

sendo “D” a matriz constitutiva do material.

Aplicando-se o princípio dos trabalhos virtuais e igualando-se os trabalhos interno e externo, chega-se à expressão da rigidez do elemento de armadura axissimétrico pontual:

$$k = \frac{D \cdot A_s}{r} \quad (86)$$

4.4 Elementos Finitos para Representação Discreta das Armaduras

4.4.1 Sistema QUEBRA2D/FEMOOP

Os elementos finitos implementados e utilizados para representação das armaduras no sistema QUEBRA2D/FEMOOP foram os elementos representados na Figura 76. Trata-se de elementos finitos isoparamétricos unifilares “truss” tridimensionais lineares, quadráticos e cúbicos respectivamente com dois, três e quatro nós. As bibliografias básicas em que estes elementos podem ser encontrados são BATHE (1996) e KARDESTUNCER; NORRIE (1987). As funções de forma dos elementos são definidas por:

Elemento linear	$N_1 = \frac{1}{2}(1 - \xi); N_2 = \frac{1}{2}(1 + \xi)$	
Elemento quadrático	$N_1 = \frac{1}{2}\xi(1 - \xi); N_3 = \frac{1}{2}\xi(1 + \xi); N_2 = (1 - \xi^2)$	
	$N_1 = (1 - \xi)(-1 + 9\xi^2)/16;$	(87)
	$N_4 = (1 + \xi)(-1 + 9\xi^2)/16;$	
Elemento cúbico	$N_2 = 9(1 - 3\xi)(1 - \xi^2)/16;$	
	$N_3 = 9(1 + 3\xi)(1 - \xi^2)/16;$

Figura 76 – Elementos finitos representativos das armaduras implementados no sistema QUEBRA2D/FEMOOP

Tomando os elementos no plano de coordenadas naturais “ $\eta\xi$ ” segue a representação da Figura 77.

Sabendo-se que a matrix de rigidez “[k_s]” do elemento representativo das armaduras pode ser descrita segundo a Equação 62, pode-se definir a matriz deformação-deslocamento “[B_s]” em coordenadas globais:

$$B_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial x} & \frac{\partial N_n}{\partial y} & \frac{\partial N_n}{\partial z} \end{bmatrix}; \quad (88)$$

$n=2$ (linear), $n=3$ (quadrático), $n=4$ (cúbico)

Após a implementação destes elementos no FEMOOP procedeu-se uma análise não-linear comparativa entre as respostas tensão-deslocamento obtidas numericamente e experimentalmente. Tais resultados experimentais são oriundos dos ensaios de caracterização das barras de aço utilizadas para a confecção das vigas de seção retangular descritos no **Capítulo 8**.

Figura 77 – Elementos de treliça em coordenadas naturais no plano “ $\eta\xi$ ”

Este teste consistiu em discretizar uma barra de aço com trinta centímetros de comprimento e área de seção transversal correspondente a uma barra $\phi 6,3\text{mm}$ submetendo-a a tração axial simples. Utilizou-se o modelo constitutivo de *Von Mises* (elastoplástico perfeito) com módulo de elasticidade de $191,2\text{GPa}$ e tensão de escoamento de 640MPa em conformidade com os valores encontrados experimentalmente.

Os resultados obtidos apontam boa correlação entre os resultados tensão-deslocamento para os elementos de treliça implementados com relação aos valores experimentais (Figura 78). No início das curvas experimentais observam-se deslocamentos levemente superiores aos valores numéricos causados por pequenos escorregamentos das barras nas garras da máquina de ensaios.

Figura 78 – Curvas tensão-deslocamento obtidas na simulação de tração simples em barras de aço

O trecho inicial das curvas experimentais apontam um deslocamento maior que a resposta numérica em função do escorregamento das barras nas garras em função do não uso durante esses ensaios de um “*clip gage*”.

4.4.2 Programa DIANA

No programa DIANA, as modelagens 2D e 3D dos elementos de concreto armado foram efetuadas com os elementos de treliça “*truss*” denominados respectivamente de “L4TRU” e “L6TRU” dispostos na Figura 79.

Figura 79 – Elementos para representação de armaduras no programa DIANA

Trata-se de elementos lineares cujos deslocamentos variam linearmente. A aplicabilidade deste elemento no programa DIANA reflete-se em uma maior produtividade durante a etapa de pré-processamento pois o lançamento de armaduras pressupõe como procedimento padrão a utilização dos elementos acima ilustrados.

Um algoritmo automaticamente acopla o elemento à geometria das armaduras produzindo uma discretização também automática. A utilização de outro elemento pressupõe o acoplamento manual à geometria das barras e discretização de cada armadura.

5. MODELAGEM DA PERDA DE ADERÊNCIA

Este capítulo trata basicamente da modelagem computacional da perda de aderência aço/concreto e concreto/compósito realizada por meio da utilização de elementos finitos de interface. Cabe ressaltar que no DIANA a aderência é perfeita entre o aço e o concreto.

Já as implementações nas plataformas QUEBRA2D/FEMOOP contemplaram a perda de aderência aço/concreto por meio de elementos de interface. Na plataforma DIANA a perda de aderência concreto/compósito é tratada com elementos de interface conjugados com os modelos constitutivos (“*bond-slip*”) já apresentados.

Assim, no sistema QUEBRA2D/FEMOOP, para o caso de utilização de armaduras discretas, os elementos finitos responsáveis pelo tratamento da perda de aderência foram os elementos de interface discretos; para armaduras incorporadas implementaram-se elementos de interface incorporados.

5.1 Perda de Aderência: Elemento de Mola

A perda de aderência utilizando elementos de mola deve ser utilizada em armaduras discretas. Neste sentido, a perda de aderência é tratada por meio de duas molas ortogonais que ligam os nós das armaduras com os nós do concreto cujo comportamento pode, por exemplo, seguir a lei de *Homayoun* já apresentada (Figura 80).

Este tipo de elemento pode ter uma rotação qualquer segundo o eixo global e o mesmo não possui dimensão física; assim somente as propriedades mecânicas são de importância.

Figura 80 – Elemento finito de molas

A relação tensão-deslocamento é dada por:

$$\begin{bmatrix} \sigma_\xi \\ \sigma_\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_\xi & 0 \\ 0 & k_\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_\xi \\ \Delta_\eta \end{bmatrix} \quad (89)$$

sendo “ k_ξ ” e “ k_η ” os coeficientes de rigidez de mola nas respectivas direções.

5.2 Perda de Aderência: Elemento de Interface

Os elementos de interface implementados seguem a proposta de MEHLHORN; KEUSER (1986) e utilizam o modelo de aderência de *Homayoun* implementado. Assim, implementaram-se os elementos de interface representados na Figura 81 (linear, quadrático e cúbico).

Diferentemente do elemento de mola, este tipo de elemento isoparamétrico possui dimensão finita todavia na posição indeformada não possui dimensão no eixo transversal.

Figura 81 – Elementos finitos de interface implementados

Considerando-se dois pontos “i” e “k” ilustrados na figura acima, escrevem-se os deslocamentos relativos “ Δ ” como:

$$\begin{bmatrix} \Delta_x \\ \Delta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_k \\ v_k \end{bmatrix} \quad (90)$$

As tensões nos pontos relacionam-se com as tensões de aderência “ σ ” da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} P_{xi} \\ P_{yi} \\ P_{xk} \\ P_{yk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{bmatrix} \quad (91)$$

No sistema local de coordenadas a relação entre as tensões na interface e os deslocamentos relativos é dada pela matriz constitutiva do material:

$$\begin{bmatrix} \sigma_\xi \\ \sigma_\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\xi\xi} & C_{\xi\eta} \\ C_{\eta\xi} & C_{\eta\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_\xi \\ \Delta_\eta \end{bmatrix} \quad (92)$$

sendo “ $C_{\xi\xi}$ ” e “ $C_{\eta\eta}$ ” os módulos de aderência nas respectivas direções “ ξ ” e “ η ”.

A matriz de rigidez pode ser obtida por meio da transformação da matriz constitutiva de coordenadas locais para globais; uma vez obtida a matriz constitutiva em coordenadas globais, faz-se a integração em conjunto com as matrizes deformação-deslocamento “B” e sua transposta:

$$C^g = T^T . C . T$$

$$k = \int_A B^T . C^g . B dA \quad (93)$$

5.3 Elemento de Interface de SCHELLEKENS (1992)

O elemento de interface ilustrado na Figura 82 pode também ser utilizado para o tratamento numérico da perda de aderência entre o concreto e o compósito de fibras de carbono (reforço). Trata-se de um elemento quadrático (na direção “ ξ ”) com seis nós cuja idéia inicial de implementação deu-se da necessidade de modelagem de fissuras coesivas no sistema QUEBRA2D/FEMOOP segundo o desenvolvimento vetorial definido por SCHELLEKENS (1992).

Maiores detalhes sobre a formulação e implementação deste elemento estão em PRADO (2004).

Figura 82 – Elemento de interface quadrático disponível no sistema QUEBRA2D/FEMOOP

6. IMPLEMENTAÇÕES COMPUTACIONAIS NO QUEBRA2D E FEMOOP

São apresentadas e discutidas neste capítulo as principais etapas de implementação nas plataformas QUEBRA2D/FEMOOP. Tais etapas compreendem basicamente modelos constitutivos, elementos finitos, gerenciadores de lançamento de armaduras (elementos de treliça) e de interfaces.

Outras implementações foram efetuadas na nova plataforma do QUEBRA2D, denominada QUEBRA2D Editor, inicialmente concebida por MIRANDA (2003). Além dos gerenciadores para o lançamento de armaduras e de interfaces foram implementados dois novos gerenciadores: de materiais e de análise (linear e não linear).

Maiores detalhes sobre os programas podem ser acessados em GAMINO; BITTENCOURT (2007a). A estrutura básica do FEMOOP podem ser vista em MARTHA *et al.* (1996).

6.1 Implementações no FEMOOP

No FEMOOP foram implementados modelos e elementos necessários à análise de estruturas de concreto reforçadas com compósitos de fibras de carbono.

Em termos de modelos constitutivos foram implementados os modelos de *Ottosen* (concreto íntegro) acoplado com o modelo de fissuração distribuída *rotacional* e o modelo de aderência de *Homayoun* para o tratamento da perda de aderência aço/concreto e concreto/compósito. Tais implementações encontram-se nas superclasses *Material* e *ConstModel* do FEMOOP.

Para as armaduras foram implementados elementos para a representação deste atributo e para o tratamento da perda de aderência entre o aço e o concreto. Elementos finitos de treliça linear, quadrático e cúbico foram os responsáveis pela representação da barra de aço, cuja implementação foi feita com base na formulação discreta e incorporada. Os elementos responsáveis pela perda de aderência aço/concreto foram interface (armadura discreta) e interface incorporado (armadura incorporada).

Os elementos de interface implementados foram três: linear, quadrático e cúbico, com formulação discreta e incorporada. As superclasses *Shape*, *Element* e *AnalysisModel* contém estas implementações.

6.1.1 Implementações dos Materiais

A superclasse *Material* é a responsável pela listagem de atributos de cada modelo constitutivo tais como módulo de elasticidade dentre outros. Além disso é nela que são descritos os procedimentos de “*label*” de cada modelo constitutivo a ser lido do arquivo neutro. Assim sendo, a descrição deste “*label*” de cada material no arquivo neutro dispara automaticamente o modelo implementado sendo nesta superclasse também verificados o número de parâmetros, ou seja, se o número de parâmetros descritos no arquivo neutro condizem com o material implementado. A ordem em que os parâmetros são dispostos também são definidos nesta superclasse. Os modelos implementados seguem assim a seguinte diretiva:

%MATERIAL.OTTOSEN

E, Nu, A, B, Fcm, K1, K2, Bheta, Ft, Gf, Hcrack

(Hcrack corresponde a largura de banda de fissuração)

%MATERIAL.BOND.HOMAYOUN

Eb, Ed, Usf, U_{sr}, dSf, dSr

(Usf e U_{sr} correspondem respectivamente aos pares de tensão limite e residual enquanto dSf e dSr correspondem respectivamente aos pares de deslizamentos na ruptura e residual)

A Figura 83 ilustra as classes contidas nesta superclasse. As classes criadas *MatOttosen*, *MatBond* e *MatBondHomayoun* foram implementadas respectivamente para os modelos constitutivos de *Ottosen* e *Homayoun*.

6.1.2 Implementações dos Modelos Constitutivos

A superclasse *ConstModel* é intimamente ligada à superclasse *Material* pois busca nela as informações sobre os parâmetros e número de parâmetros de cada modelo constitutivo e seu respectivo “*label*”. Porém é na superclasse *ConstModel* que ocorre a implementação dos materiais propriamente dita. Nela encontram-se os funcionais (que dependem dos parâmetros e dos invariantes dos tensores de tensão), a montagem da matriz constitutiva (*CMatrix*) além das variáveis de saída no arquivo já processado

(tensões, deformações, dentre outros) e demais métodos particulares de cada modelo constitutivo.

Figura 83 – Diagrama de classes da superclasse *Material*

Os funcionais por sua vez definem a superfície de ruptura de cada modelo constitutivo, o qual pode estar relacionado à uma superfície de plastificação definida por algum outro critério.

As classes *Ottosen*, *Bond* e *BondLawHomayoun* contém as implementações dos modelos de *Ottosen* e *Homayoun* respectivamente.

A Figura 84 apresenta as classes pertencentes a esta superclasse.

Os materiais implementados no FEMOOP decorrem das implementações ao longo dos anos de vários pesquisadores tanto da Universidade de São Paulo quanto da

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro o que possibilitou a disponibilidade dos vários modelos disponíveis (isotrópicos, ortotrópicos, plasticidade e dano).

Figura 84 – Diagrama de classes da superclasse *ConstModel*

6.1.3 Implementações das Funções de Forma

A superclasse *Shape* contém as funções de forma dos diversos elementos implementados no FEMOOP. Desta forma a implementação de novos elementos fica definida em três etapas: na primeira são escritas as funções de forma do elemento em *Shape*; na segunda, são descritos o “*label*” dos elementos a serem lidos do arquivo neutro em *Element* bem como toda a organização do elemento em termos dos parâmetros a ele atribuídos como material, espessura, ordem de integração, dentre outros; por fim a terceira etapa consiste em definir uma análise para o elemento caso ela não esteja implementada.

Nesta superclasse foram criadas as classes *ShapeContact* para os elementos de interface e dela derivadas as classes *ShapeC4*, *ShapeC6* e *ShapeC8* respectivamente para os elementos de interface linear, quadrático e cúbico. Da mesma forma foram criadas as classes *ShapeEmbLine2*, *ShapeEmbLine3* e *ShapeEmbLine4* responsáveis pelas funções de

forma dos elementos de treliça incorporados, respectivamente linear, quadrático e cúbico. Já os elementos de treliça discretos utilizam as funções de forma contidas nas classes *ShapeLine2*, *ShapeLine3* e *ShapeLine4*.

6.1.4 Implementações dos Elementos Finitos

Conforme já mencionado em *Element* são descritos o “*label*” dos elementos a serem lidos do arquivo neutro bem como toda a organização do elemento em termos dos parâmetros a ele atribuídos como material, espessura, ordem de integração, dentre outros. A Tabela 19 ilustra os doze elementos finitos implementados.

Tabela 19 – Descrição dos elementos finitos implementados

Elemento Finito (<i>label</i>)	Descrição
%ELEMENT.L2	Elemento de treliça linear
%ELEMENT.L3	Elemento de treliça quadrático
%ELEMENT.L4	Elemento de treliça cúbico
%ELEMENT.C2	Elemento de interface linear
%ELEMENT.C3	Elemento de interface quadrático
%ELEMENT.C4	Elemento de interface cúbico
%ELEMENT.EMBEDDED.L2	Elemento de treliça linear incorporado
%ELEMENT.EMBEDDED.L3	Elemento de treliça quadrático incorporado
%ELEMENT.EMBEDDED.L4	Elemento de treliça cúbico incorporado
%ELEMENT.EMBEDDED.C2	Elemento de interface linear incorporado
%ELEMENT. EMBEDDED.C3	Elemento de interface quadrático incorporado
%ELEMENT. EMBEDDED.C4	Elemento de interface cúbico incorporado

Esta estrutura organizacional encontra-se na classe *ElcParam* onde inclusive a matriz deformação-deslocamento e de rigidez do elemento são montadas; desta forma criou-se uma classe derivada desta chamada *ElcParamEmbedded* exclusivamente para os elementos incorporados de treliça e interface.

As matrizes de rigidez provindas dos elementos de treliça e interface são acrescentadas à rigidez do elemento plano de concreto que contém os diversos elementos cruzando seu domínio. Nesta superclasse também há um método implementado chamado *CreateElement* que cria o elemento finito a partir das funções de forma descritas em *Shape*.

6.1.5 Implementações dos Modelos de Análise

É na superclasse *AnalysisModel* que há os métodos de avaliação de tensões e deformações nos elementos, sendo estes métodos particulares segundo o tipo de análise (estado plano de tensões, estado plano de deformações, dentre outros). Cabe ainda dizer que da mesma forma que em *ElcParam* há uma checagem do número de parâmetros da estrutura organizacional do elemento, também há checagem do tipo de análise; define-se a priori o tipo de análise de cada elemento de *Element* a fim de que o panorama de tensões e deformações requerido no pós-processamento seja obtido conforme a análise definida. A Figura 85 ilustra as classes pertencentes a *AnalysisModel* sendo a classe criada *AnmPlaneTruss* a responsável pela análise dos elementos de treliça.

Figura 85 – Diagrama de classes da superclasse *AnalysisModel*

6.2 Implementações no QUEBRA2D

As implementações efetuadas no QUEBRA2D, que funciona como pré e pós-processador para o FEMOOP, compreenderam os modelos constitutivos de *Ottosen* (concreto) e *Homayoun* (interface), elementos finitos de treliça e interface e os gerenciadores de lançamento de armaduras e de interfaces.

No QUEBRA2D primeiramente são construídos os botões e janelas que constituem a interface com o usuário por meio da utilização de uma linguagem de programação denominada LUA oriunda da Tecgraf da PUC-Rio.

Atrélada a LUA existe um “*toolkit*” de interface com o usuário denominado IUP (Tecgraf / PUC-Rio) que principalmente gerencia funções que estão justapostas aos botões e janelas definidas na etapa anterior de implementação.

Para o gerenciamento de cores e várias formas de primitivas como “*line*” e “*polyline*” com suas respectivas formas (“*continuous*”, “*dashed*”, “*dotted*” dentre outros) utiliza-se a biblioteca chamada CANVAS DRAW também da Tecgraf / PUC-Rio.

Após isso são efetuadas as implementações em C++ sendo que em um arquivo do projeto denominado *act.cpp* é feito o elo de ligação entre LUA e C++. As funções de LUA são diretamente lançadas no código provocando um gerenciamento de tudo o que implementado através dos diálogos.

De forma análoga ao FEMOOP estão organizadas no QUEBRA2D superclasses que contém todos os materiais (*Material*) e todos os elementos (*ElementClass*) implementados. No caso dos materiais o QUEBRA2D imprime e lê o “*label*” e os valores dos parâmetros no arquivo neutro lançando determinado tipo de material no domínio requerido pelo usuário. Já para o caso dos elementos finitos houve a necessidade de implementação das funções de forma, posicionamento dos pontos de integração, incidência nodal, condições de adjacência e de conectividade entre os elementos para que eles sejam devidamente criados e lidos do arquivo neutro.

6.2.1 Diálogo de Materiais no QUEBRA2D

O diálogo de materiais do QUEBRA2D encontra-se ilustrado na Figura 86. Nele há a possibilidade de criação de novos materiais, modificação dos materiais existentes,

exclusão de materiais e até mesmo aplicação dos materiais em uma determinada área ou em determinados elementos finitos facilmente escolhidos por meio do “mouse”. Isto mostra-se interessante pois não há a necessidade de criação de subdomínios na geração da geometria para que este receba um material diferenciado do restante do domínio.

b) Escolha do material e aplicação dos valores dos parâmetros

Figura 86 – Gerenciador de materiais no QUEBRA2D

6.2.2 Diálogo de Armaduras no QUEBRA2D

O diálogo de armaduras no QUEBRA2D inclui o lançamento de armaduras discretas e incorporadas segundo um modelo constitutivo já definido no gerenciador de materiais e uma área de seção transversal da barra.

Neste mesmo diálogo há a possibilidade de lançamento das interfaces (para o tratamento da perda de aderência aço/concreto e concreto/polímero de CFRP) bastando indicar o material correspondente.

Este lançamento pode ser feito de três formas distintas: via coordenadas do plano cartesiano, via nós ou via “mouse” conforme a Figura 87.

Figura 87 – Lançamento de armaduras e de interfaces no QUEBRA2D

Utilizando-se por exemplo o sistema de lançamento via nós basta inserir o nó inicial e posteriormente pressionar o botão *Add* que a armadura ou interface sejam lançados (Figura 88). Após o lançamento todas as informações dos novos elementos são atualizadas no arquivo neutro para o processamento no FEMOOP.

Figura 88 – Lançamento de armaduras no QUEBRA2D

A principal desvantagem do QUEBRA2D é a sua dependência de um outro programa, denominado MTOOL ilustrado na Figura 89.

Figura 89 – Interface do programa MTOOL

No MTOOL eram criados domínio, malha e demais atributos iniciais de geometria e material que posteriormente eram lidos e modificados pelo QUEBRA2D.

Todavia houve a necessidade de mudança das implementações do QUEBRA2D para uma nova plataforma, o QUEBRA2D Editor. Esta nova versão contempla um gerador de malhas e criação de geometrias diversas com a finalidade de facilitar a etapa de pré-processamento, conforme a Figura 90. Nesta mesma figura podem ser averiguados os principais botões de diálogos decorrentes das implementações efetuadas. Os mesmos trabalhos efetuados na plataforma antiga foram feitos no QUEBRA2D Editor, além de um gerenciador de materiais e de um gerenciador de análise.

Figura 90 – Interface da plataforma QUEBRA2D Editor

6.3 Implementações no QUEBRA2D Editor

6.3.1 Diálogo de Materiais no QUEBRA2D Editor

Foi criado um gerenciador de materiais com base nos materiais implementados e disponíveis no QUEBRA2D e FEMOOP. Para a aplicação de um determinado material basta escolher a região do domínio com o auxílio do “mouse”; a região escolhida é

destacada por uma hachura vermelha e inclinada; após isso basta selecionar a opção “Material...” no menu “Model”, selecionar o material e inserir os valores dos atributos.

a) Seleção do domínio

b) Escolha do material e aplicação dos valores dos parâmetros

Figura 91 – Gerenciador de materiais implementado no QUEBRA2D Editor

6.3.2 Diálogo de Análise no QUEBRA2D Editor

Disponíveis em “*Model*” estão as opções de análise.

Figura 92 – Gerenciador do tipo de análise implementado no QUEBRA2D Editor

Figura 93 – Gerenciador dos algoritmos para análise não linear no QUEBRA2D Editor

Existem as opções de análise (estado plano de tensões, estado plano de deformações e axissimétrica) e também alguns algoritmos para análise não linear (*Newton-Raphson*, comprimento de arco cilíndrico e esférico, “*standard*” e modificados).

As opções de análise também podem ser acessadas por meio do botão indicado na Figura 90.

6.3.3 Diálogo de Armaduras e Interfaces no QUEBRA2D Editor

As armaduras (ou fibra de carbono) e interfaces são inseridas escolhendo-se uma aresta do domínio na qual se queira aplicar o atributo (a aresta selecionada é destacada em vermelho). Podem ser acessadas de três formas: por meio dos botões indicados na Figura 90, através do menu suspenso “*Draw*” ou ainda pelas teclas de atalho CTRL+D para as armaduras e CTRL+E para as interfaces. A Figura 94 e Figura 95 ilustram respectivamente os diálogos para armaduras e interfaces e a aplicação destes em uma aresta do domínio.

Figura 94 – Diálogo para a inserção de armaduras implementado no QUEBRA2D Editor

Figura 95 – Diálogo para a inserção de interfaces no QUEBRA2D Editor

Figura 96 – Elementos de treliça lançados em uma aresta do domínio

Já o pós-processamento em armaduras e compósitos pode ser realizado por meio do botão com indicação de comentário “*Reinforcement Stresses*” (indicado na Figura 90) o qual retorna as tensões axiais nos elementos finitos de treliça conforme a Figura 97.

Figura 97 – Pós-processamento de armaduras e compósitos no implementado no QUEBRA2D Editor

7. DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO REFORÇADAS COM FRP

Nos últimos anos observa-se um aumento no emprego de polímeros reforçados com fibras para o reforço de estruturas de concreto armado, uma vez que estes materiais apresentam excelentes características mecânicas e são de fácil aplicação o que possibilitou sua rápida inserção no campo do reforço estrutural.

No Brasil ainda não há norma específica que oriente os projetos de reforço utilizando materiais compósitos, por isso, as obras já executadas com essa técnica se baseiam em normas internacionais e fundamentalmente nas recomendações dos fabricantes dos produtos.

Algumas das principais recomendações internacionais para o reforço utilizando os polímeros reforçados com fibras são: o código do ACI (2002) – Committee 440, o boletim nº 14 da fib (2001) e a recomendação nº 23 da JSCE (1997) – “*Japan Society of Civil Engineers*”. Outros critérios de dimensionamento foram desenvolvidos, dentre eles podem-se citar os procedimentos descritos por CHEN; TENG (2001) – que também pode ser encontrado em LU *et al.* (2005) – que foram desenvolvidos para dimensionamento de estruturas de concreto reforçadas ao cisalhamento por meio de compósitos. Este capítulo pretende discutir os procedimentos recomendados para o reforço à flexão e ao cisalhamento de vigas de concreto armado constantes nestes documentos.

7.1 Reforço à Flexão

7.1.1 Modelo do ACI

A colagem de mantas ou laminados de FRP nas faces tracionadas de elementos de concreto armado promove um incremento de resistência à flexão do mesmo. Este incremento pode variar, levando em consideração as condições de ductilidade e de serviço, de 5% a 40%.

7.1.1.1 Considerações Gerais

Fazem parte da formulação algumas hipóteses iniciais:

- a) Os cálculos são baseados nas dimensões atuais, no arranjo interno das armaduras e nas propriedades dos elementos a serem reforçados;
- b) As deformações no aço e no concreto são diretamente proporcionais à distância até a linha neutra; as seções planas antes do carregamento permanecem planas após o carregamento;
- c) A máxima deformação de compressão no concreto é de 3‰;
- d) A capacidade resistente à tração do concreto é ignorada;
- e) Existe uma perfeita aderência entre o concreto e o reforço externo de FRP.

Deve ser verificada a capacidade do elemento reforçado quanto aos esforços cortantes; caso o mesmo não apresente resistência a esse tipo de esforço, deve ser previsto um reforço ao cisalhamento.

7.1.1.2 Modos de Ruína

A capacidade resistente à flexão de uma seção depende do controle dos modos de ruína. Os seguintes modos de ruína devem ser levados em consideração:

- a) Esmagamento do concreto comprimido antes do escoamento da armadura longitudinal de tração;
- b) Escoamento da armadura seguido da ruptura do FRP;
- c) Escoamento da armadura seguido do esmagamento do concreto comprimido;
- d) Delaminação do concreto devido a tensões de cisalhamento;
- e) Descolamento do reforço de FRP do substrato de concreto.

7.1.1.3 Estado Limite Último

A verificação da segurança com relação ao estado limite último é obtida quando:

$$\phi M_n \geq M_u \quad (94)$$

onde:

ϕ : Fator de minoração da resistência;

M_n : Momento resistente nominal, obtido a partir da compatibilidade das deformações, do equilíbrio interno de forças e do controle dos modos de ruína;

M_u : Momento atuante majorado.

A Figura 98 ilustra o equilíbrio de uma seção em estado limite último através das tensões e deformações existentes. Considera-se o diagrama de distribuição de tensões retangular no concreto.

Figura 98 – Distribuição das tensões e deformações na seção crítica em ELU (ACI 440)

A capacidade resistente nominal à flexão é dada pela seguinte expressão:

$$M_n = A_s f_s \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + \psi A_f f_{fe} \left(h - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \quad (95)$$

onde:

A_s - Área de armadura longitudinal existente na seção;

f_s - Tensão de tração no aço;

h - Altura total da seção;

d - Altura útil da seção;

β_1 - Fator de transformação do diagrama de tensões, igual a 0,8;

c - Posição da linha neutra;

Ψ_f - Coeficiente de minoração da resistência do FRP; na flexão é igual a 0,85;

A_f - Área de FRP;

f_{fe} - Tensão de tração efetiva no reforço de FRP.

7.1.1.4 Compatibilidade das Deformações e Equilíbrio de Forças

É importante determinar o nível de deformação no FRP no estado limite último porque os reforços de FRP são materiais linearmente elásticos até a ruptura. O nível máximo de deformação no reforço de FRP é governado pelo nível de deformação no FRP no ponto em que o concreto rompe, no ponto onde o reforço de FRP rompe ou se destaca do substrato. Este máximo nível de deformação ou nível de deformação efetiva no reforço de FRP no estado limite último pode ser assim obtido:

$$\epsilon_{fe} = \epsilon_{cu} \cdot \left(\frac{h-c}{c} \right) - \epsilon_{bi} \leq k_m \epsilon_{fu} \quad (96)$$

onde:

ϵ_{fe} - deformação longitudinal efetiva no reforço de FRP;

ϵ_{cu} - deformação na fibra mais comprimida do concreto;

ϵ_{bi} - deformação existente no substrato de concreto antes da aplicação do reforço;

ϵ_{fu} - deformação longitudinal na ruína do reforço de FRP;

k_m - coeficiente para atender às ruínas prematuras, cujo valor máximo é de 0,90 e é obtido por:

$$k_m = \begin{cases} \frac{1}{60\epsilon_{fu}} \left(1 - \frac{nE_f t_f}{2.000.000} \right) \leq 0,90 & \text{para } nE_f t_f \leq 1.000.000 \\ \frac{1}{60\epsilon_{fu}} \left(\frac{500.000}{nE_f t_f} \right) \leq 0,90 & \text{para } nE_f t_f > 1.000.000 \end{cases} \quad (97)$$

$$k_m = \begin{cases} \frac{1}{60\varepsilon_{fu}} \left(1 - \frac{nE_f t_f}{360.000} \right) \leq 0,90 & \text{para } nE_f t_f \leq 180.000 \\ \frac{1}{60\varepsilon_{fu}} \left(\frac{90.000}{nE_f t_f} \right) \leq 0,90 & \text{para } nE_f t_f > 180.000 \end{cases} \quad (98)$$

Onde “n” é o número de camadas, “ E_f ” é o módulo de elasticidade do reforço de FRP (N/mm^2) e “ t_f ” é a espessura do compósito de FRP (mm).

Um aumento do valor de “ $nE_f t_f$ ” provoca uma diminuição de “ k_m ”, ou seja, uma diminuição da deformação efetiva do compósito de FRP, o que pode fazer com que o rendimento esperado do reforço, face à sua capacidade última, seja inferior a 50%.

O termo “ k_m ” é somente baseado nas pesquisas e experiências dos engenheiros projetistas de reforço. Pesquisas sobre os mecanismos de reforço utilizando os reforços de FRP podem resultar em métodos mais apurados na previsão dos modos de ruína prematuros, o que resultará num refinamento das equações 92 e 93.

Obtida a deformação efetiva no compósito de FRP, determina-se a deformação na armadura interna e a respectiva tensão através das expressões:

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \left(\frac{d - c}{h - c} \right) \quad (99)$$

$$f_s = E_s \varepsilon_s \text{ se } \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} \text{ ou } f_s = f_y \text{ se } \varepsilon_s \geq \varepsilon_{sy} \quad (100)$$

O nível de tensão efetiva no reforço de FRP pode ser obtido a partir do nível de deformação do reforço de FRP considerando comportamento perfeitamente elástico.

$$f_{fe} = E_f \varepsilon_{fe} \quad (101)$$

Com os níveis de tensão e deformação no reforço de FRP e nas armaduras internas determinados, em relação à posição da linha neutra, o equilíbrio interno de forças deve ser verificado por:

$$c = \frac{A_s f_s + A_f f_{fe}}{\gamma f'_c \beta_1 b} \quad (102)$$

Assume-se para seções retangulares que $\gamma = 0,85$.

7.1.1.5 Ductilidade

O uso de reforço com colagem externa de compósitos de FRP reduz a ductilidade original do elemento de concreto armado. Este fato deve ser considerado afetando o momento resistente nominal, tal qual é mostrado na Equação 89. O valor do parâmetro “ ϕ ” depende da deformação da armadura quando da ruptura da seção e pode ser obtido através da expressão:

$$\phi = \begin{cases} 0,90 & \text{se } \epsilon_s \geq 0,005 \\ 0,70 + \frac{0,20(\epsilon_s - \epsilon_{sy})}{0,005 - \epsilon_{sy}} & \text{se } \epsilon_{sy} < \epsilon_s < 0,005 \\ 0,70 & \text{se } \epsilon_s \leq \epsilon_{sy} \end{cases} \quad (103)$$

onde:

ϵ_s - valor da deformação na armadura quando da ruptura da seção;

ϵ_{sy} - deformação de escoamento da armadura.

7.1.1.6 Estado Limite de Serviço

As condições da estrutura em serviço (flechas e abertura de fissuras) frente às cargas aplicadas devem ser verificadas através do conceito da homogeneização da seção transversal.

Para se evitar deformações plásticas das armaduras dos elementos de concreto reforçados externamente com os compósitos de FRP deve-se limitar a tensão no aço a 80% da tensão de escoamento.

$$f_{s,s} \leq 0,80f_y \quad (104)$$

onde:

$$f_{s,s} = \frac{\left[M_s + \epsilon_{bi} A_f E_f \left(h - \frac{kd}{3} \right) \right] (d - kd) E_s}{A_s E_s \left(d - \frac{kd}{3} \right) (d - kd) + A_f E_f \left(h - \frac{kd}{3} \right) (h - kd)} \quad (105)$$

A profundidade da linha neutra em serviço, “kd”, pode ser calculada similarmente ao cálculo convencional de concreto armado através do primeiro momento das áreas da seção transformada.

O nível de tensão no reforço de FRP pode ser calculado através da Equação 106, onde “ M_s ” é igual ao momento provocado por todas as cargas permanentes na estrutura (peso próprio e uma parte da sobrecarga).

$$f_{f,s} = f_{s,s} \left(\frac{E_f}{E_s} \right) \frac{h - kd}{d - kd} - \epsilon_{bi} E_f \quad (106)$$

A tensão no compósito de FRP frente às cargas de serviço deve ser comparada com os valores limites descritos no item posterior.

7.1.1.7 Tensões Limites de Fluência e Fadiga

Para se evitar ruptura do reforço de FRP sob tensão oriunda de cargas permanentes ou ruptura provocada por tensões cíclicas e fadiga do reforço, o nível de tensão no compósito de FRP deve ser verificado frente a essas condições. As tensões devem ser obtidas através de uma análise elástica linear.

A tensão devido às cargas permanentes deve ser limitada de acordo com a Equação 107. Valores de segurança para níveis de tensões permanentes são dados na Tabela 20.

$$F_{f,s} \geq f_{f,s} \quad (107)$$

Tabela 20 – Tensões limites no reforço de FRP para evitar a fluência

Tipo de Tensão	Tipo de Fibra		
	Fibra de Vidro	Fibra de Aramida	Fibra de Carbono
Ruptura por fluência: tensão limite, $F_{f,s}$	$0,20 f_{fu}$	$0,30 f_{fu}$	$0,55 f_{fu}$

Se o elemento estrutural está submetido a regimes de fadiga, o nível de tensão no reforço de FRP deve ser limitado de acordo com os valores da Tabela 20. O nível de tensão induzido no reforço de FRP pode ser calculado de acordo com uma análise linear e o momento aplicado pode ser obtido através da soma do momento produzido pelas cargas permanentes e o momento máximo induzido pelo carregamento cíclico.

7.1.2 Modelo do fib

Elementos de concreto armado devem ser reforçados à flexão através do uso de compósitos de FRP colados nas zonas tracionadas, com direção das fibras paralelas aos esforços de tração. O reforço deve ser dimensionado em estado limite último e o foco central da análise devem ser os modos de ruína.

7.1.2.1 Condições Iniciais

O efeito do carregamento inicialmente aplicado à estrutura deve ser levado em consideração para o reforço do elemento. Baseia-se na teoria da elasticidade e com “ M_o ”, momento de serviço, agindo na seção mais crítica. Como em geral “ M_o ” é maior que o momento de fissuração, “ M_{cr} ”, os cálculos são baseados na seção fissurada.

A deformação inicial do concreto “ ϵ_o ” na fibra mais tracionada é dada pela expressão:

$$\varepsilon_o = \varepsilon_{co} \cdot \frac{h - x_o}{x_o} \quad (108)$$

onde:

ε_o - deformação inicial do concreto;

ε_{co} - deformação do concreto na fibra mais comprimida;

h - altura da viga;

x_o - profundidade da linha neutra.

A deformação “ ε_o ” pode ser considerada como a deformação inicial no reforço de FRP necessária para os cálculos do elemento reforçado.

7.1.2.2 Modos de Ruína

Os modos de ruína de elementos de concreto armado reforçados à flexão externamente com compósitos de FRP podem ser divididos em duas classes: a primeira é aquela onde há a ação completa do compósito de FRP até a ruptura do concreto e a segunda é aquela onde a ruptura se dá antes da ação completa do compósito de FRP.

a) Ação completa do compósito:

Representam os modos de ruína clássicos de estruturas de concreto armado: escoamento da armadura seguida de esmagamento do concreto, escoamento da armadura seguida de ruptura do compósito de FRP e esmagamento do concreto.

b) Ação incompleta do compósito:

Representam os modos de ruína onde se caracteriza o descolamento do compósito de FRP ou falha na ligação do mesmo com o substrato de concreto. Quando um descolamento localizado se propaga e a ação do compósito é perdida fazendo com que o elemento não seja capaz de receber carga, este modo de ruína é chamado “*peeling-*

off”. Se não houver a distribuição de tensões do reforço externo para o elemento reforçado, o “*peeling-off*” ocorre de forma brusca caracterizando uma ruptura frágil.

A falha na ligação pode ocorrer em diferentes interfaces entre o concreto e o reforço de FRP. Pode ocorrer no concreto, na interface concreto-adesivo, no adesivo ou na interface adesivo-FRP. Os modos de ruína mais observados em elementos de concreto armado reforçados com FRP são:

Modo1: “*peeling-off*” na zona de ancoragem não fissurada;

Modo2: “*peeling-off*” causado por fissuras de flexão;

Modo3: “*peeling-off*” causado por fissuras de cisalhamento;

Modo4: “*peeling-off*” causado por irregularidades na superfície do substrato que provoca um acúmulo de tensões.

A Figura 99 ilustra os modos de ruptura apresentados.

Figura 99 – Modos de ruína de elementos de concreto armado reforçados com compósitos de FRP (fib-14, 2001)

7.1.2.3 Estado Limite Último

Nesta análise considera-se o escoamento das armaduras seguido do esmagamento do concreto. O cálculo do momento resistente da seção reforçada também é baseado nos princípios de dimensionamento de concreto armado.

Primeiro calcula-se a linha neutra a partir da compatibilidade das deformações e das forças internas de equilíbrio e em seguida obtém-se o momento de projeto através do equilíbrio de momentos.

A linha neutra é determinada por meio de:

$$0,85\psi f_{cd} b x + A_{s2} E_s \varepsilon_{s2} = A_{s1} f_{yd} + A_f E_f \varepsilon_f \quad (109)$$

onde:

$\psi = 0,8$ e as deformações dadas por:

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{cu} \frac{x - d_2}{x} \quad (110)$$

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{cu} \frac{h - x}{x} - \varepsilon_o \quad (111)$$

A Figura 100 ilustra o esquema de seção transversal para a análise do estado limite último.

Figura 100 – Seção transversal para análise do estado limite último: (a) geometria, (b) distribuição das deformações e (c) distribuição das tensões (fib-14, 2001)

O momento de cálculo é determinado por meio de:

$$M_{Rd} = A_{s1} f_{yd} (d - \delta_G x) + A_f E_f \varepsilon_f (h - \delta_G x) + A_{s2} E_s \varepsilon_{s2} (\delta_G x - d_2) \quad (112)$$

onde:

$$\delta_G = 0,4$$

Para que as expressões acima sejam válidas as seguintes considerações devem ser verificadas:

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{cu} \frac{d-x}{x} \geq \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (113)$$

$$\varepsilon_f = \varepsilon_{cu} \frac{h-x}{x} - \varepsilon_0 \leq \varepsilon_{fud} \quad (114)$$

Para o caso de haver um modo de ruína no qual ocorre o escoamento das armaduras seguido pela ruptura do reforço de FRP, as expressões acima continuam válidas, porém devem sofrer algumas alterações:

- “ ε_{cu} ” é trocada por “ ε_c ” (deformação na ruptura);
- “ ε_f ” é trocada por “ ε_{fu} ” (deformação última da fibra);
- “ ψ ” e “ δ_G ” são dados pelas seguintes expressões:

$$\psi = \begin{cases} 1000\varepsilon_c \left(0,5 - \frac{1000}{12} \varepsilon_c \right) & \text{para } \varepsilon_c \leq 0,002 \\ 1 - \frac{2}{3000\varepsilon_c} & \text{para } 0,002 \leq \varepsilon_c \leq 0,0035 \end{cases} \quad (115)$$

$$\delta_G = \begin{cases} \frac{8 - 1000\varepsilon_c}{4(6 - 1000\varepsilon_c)} & \text{para } \varepsilon_c \leq 0,002 \\ \frac{1000\varepsilon_c(3000\varepsilon_c - 4) + 2}{2000\varepsilon_c(3000\varepsilon_c - 2)} & \text{para } 0,002 \leq \varepsilon_c \leq 0,0035 \end{cases} \quad (116)$$

7.1.2.4 Ductilidade

Rupturas bruscas são indesejáveis, portanto deve-se garantir a ductilidade dos elementos reforçados; para tal, usam-se as recomendações a seguir.

$\xi \leq 0,45$ para concretos tipo C35/45 ou menores;

$\xi \leq 0,35$ para concretos maiores que C35/45.

Onde:

$$\xi = \frac{x}{d} \quad (117)$$

Também são previstas considerações quanto ao estado limite de serviço: limitação das tensões, verificação das flechas, da fissuração e da interface concreto-FRP.

7.1.3 Modelo do JSCE

O projeto de reforço à flexão de elementos de concreto armado com colagem de compósitos de FRP nas faces tracionadas pode ser realizada através de métodos baseados nos modos de ruína, levando em consideração se há a possibilidade ou não da ocorrência de rupturas do tipo “*peeling-off*”. Os modos de ruína são os mesmos prescritos pelo ACI e fib.

A tensão para a qual tem-se o modo de ruína caracterizado pelo “*peeling-off*” pode ser determinada através da Equação 113. Não há ocorrência deste tipo de ruína quando a tensão no compósito de FRP causada pelo máximo momento solicitante satisfaz esta equação.

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2G_f E_f}{n_f t_f}} \quad (118)$$

onde:

n_f - número de camadas de fibra coladas para o reforço;

E_f - módulo de elasticidade do compósito de FRP;

t_f - espessura de uma camada de compósito de FRP;

G_f - energia de fratura da interface reforço de FRP-concreto.

Caso não haja ruínas do tipo “*peeling*” a capacidade do elemento à flexão deve ser determinada através dos mesmos métodos utilizados para o concreto armado convencional, portanto, a deformação nas fibras é considerada proporcional a distância até a linha neutra da seção.

O valor de “ G_f ” para a energia de fratura da interface é obtido experimentalmente. Quando não há possibilidade da realização dos testes, o valor de “ $G_f = 0,5 \text{ N/mm}$ ” pode ser utilizado.

A energia de fratura da interface é uma propriedade física relacionada com a resistência do concreto na superfície e com as condições de colagem do compósito de FRP, a qual pode variar dependendo do número de camadas do polímero e das condições de ancoragem do reforço.

Na ocorrência de ruínas do tipo “*peeling*”, a hipótese de que as seções permanecem planas após o carregamento não é obedecida. A capacidade à flexão do elemento é menor do que a calculada pelas teorias convencionais de concreto armado. Essa redução é da ordem de 10%, portanto é recomendado o uso de um coeficiente minorador de 0,9 para o momento resistente.

7.2 Reforço ao Cisalhamento

7.2.1 Modelo do ACI

Os compósitos de FRP têm sido usados para o reforço ao cisalhamento de vigas de concreto armado através do encamisamento total ou parcial do elemento, orientando-se as fibras transversalmente a linha neutra ou perpendicularmente às potenciais fissuras de cisalhamento. O incremento de reforço ao cortante pode, no

entanto, resultar na ruína por flexão, que são relativamente mais dúcteis quando comparadas à ruína de cortante.

Há três esquemas de reforço para o incremento de carga de vigas de concreto armado, os quais são mostrados na Figura 101. O encamisamento total da seção é mais eficiente que os outros métodos e é comumente usado onde o acesso aos quatro lados do elemento é possível. Normalmente, no caso de vigas onde há lajes, o reforço pode ser obtido através da colagem ao longo de três lados do elemento (em forma de “U”) ou em dois lados do elemento.

Figura 101 – Esquemas de reforço ao cisalhamento usando compósitos de FRP (ACI 440, 1996)

Nos três esquemas, o sistema de compósito de FRP pode ser colado de forma contínua ou em forma de estribos espaçados ao longo do vão.

7.2.1.1 Resistência Nominal ao Cortante

A capacidade nominal ao cortante de um elemento reforçado com compósitos de FRP deve ser superior ao esforço solicitante, conforme mostra a equação a seguir.

$$\phi V_n \geq V_u \quad (119)$$

Para a determinação de “ ϕV_n ”, deve-se levar em consideração a contribuição da armadura interna e do concreto, além do reforço de FRP.

$$\phi V_n = \phi (V_c + V_s + \psi_f V_f) \quad (120)$$

Os valores assumidos pelo fator de redução “ ψ_f ”, para a contribuição do compósito de FRP, são mostrados na tabela a seguir.

Tabela 21 – Fatores de redução para reforço ao cisalhamento com compósitos de FRP

$\psi_f = 0,95$	Encamisamento do elemento
$\psi_f = 0,85$	Reforço em “U” ou em dois lados

7.2.1.2 Contribuição do FRP na Resistência ao cisalhamento

A contribuição do sistema de compósitos de FRP para a resistência ao cisalhamento de um elemento reforçado está baseada na orientação das fibras e nas condições de fissuração assumidas. A resistência ao cisalhamento proveniente do reforço com o FRP é determinada através das tensões de tração no reforço ao longo da seção, como pode-se observar na expressão abaixo.

$$V_f = \frac{A_{fv} f_{fe} (\sin \alpha + \cos \alpha) d_f}{s_f} \quad (121)$$

onde:

$$A_{fv} = 2nt_f w_f \quad (122)$$

na qual:

n - é o número de tiras de compósitos de FRP coladas na estrutura;

t_f - é a espessura do compósito;

w_f - é a largura do compósito de FRP.

A Figura 102 ilustra as variáveis utilizadas no cálculo do reforço ao cisalhamento.

Figura 102 – Ilustração das variáveis usadas nos cálculos do reforço ao cisalhamento usando compósito de FRP

A tensão de tração efetiva no compósito de FRP é diretamente proporcional ao nível de deformação efetiva do reforço.

$$f_{fe} = \epsilon_{fe} E_f \quad (123)$$

7.2.1.3 Deformação Efetiva no Compósito de FRP

A deformação efetiva é a máxima deformação que o reforço pode atingir até as cargas últimas. Ela é governada pelos modos de ruína ou pela resistência do elemento reforçado. Todos os modos de ruína devem ser considerados e deve-se usar a deformação efetiva representativa ao modo mais crítico. Para elementos reforçados com encamisamento total da seção a máxima deformação utilizada em projeto é de 0,4%.

$$\epsilon_{fe} = 0,004 \leq 0,75\epsilon_{fu} \quad (124)$$

Para sistemas onde não há encamisamento total da seção, a deformação efetiva é obtida usando-se um coeficiente de redução “ k_v ”, aplicável ao cisalhamento.

$$\epsilon_{fe} = k_v \epsilon_{fu} \leq 0,004 \quad (125)$$

Onde o coeficiente “ k_v ” é função da resistência do concreto, do tipo de esquema utilizado no reforço e da rigidez do compósito de FRP, portanto:

$$k_v = \frac{k_1 k_2 L_e}{468 \epsilon_{fu}} \leq 0,75 \quad \text{para reforço em "U"} \quad (126)$$

$$k_v = \frac{k_1 k_2 L_e}{1190 \epsilon_{fu}} \leq 0,75 \quad \text{para reforço em dois lados} \quad (127)$$

onde:

L_e - é o comprimento de ligação efetivo, pode ser determinado por:

$$L_e = \frac{2500}{(n t_f E_f)^{0,58}} \quad \text{para reforço em "U"} \quad (128)$$

$$L_e = \frac{23,30}{(n t_f E_f)^{0,58}} \quad \text{para reforço em dois lados} \quad (129)$$

onde: " t_f " é dado em polegadas e " E_f " é dado em psi.

O coeficiente de redução apresenta dois fatores de modificação, " k_1 " e " k_2 ", os quais dependem também da resistência do concreto e do tipo de esquema de reforço. As expressões desses fatores de modificação são as seguintes:

$$k_1 = \left(\frac{f'_c}{4000} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (130)$$

$$k_1 = \left(\frac{f'_c}{27} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (131)$$

onde: " f'_c " é dado em psi.

$$k_2 = \begin{cases} \frac{d_f - L_e}{d_f} & \text{para reforço em "U"} \\ \frac{d_f - 2L_e}{d_f} & \text{para reforço em dois lados} \end{cases} \quad (132)$$

onde: os comprimentos são dados em polegadas.

A metodologia de determinação de “ k_v ” é válida para regiões onde há valores de cortante altos e baixos valores de momento, como é o caso da região próxima aos apoios de uma viga simplesmente apoiada. Esta metodologia ainda não está confirmada para o reforço ao cisalhamento em áreas sujeitas simultaneamente a altos valores de cortante e momento, como no caso de vigas contínuas.

7.2.1.4 Limites para o Reforço

O reforço total ao cisalhamento é dado pela soma das contribuições do compósito de FRP e da armadura interna da viga. O limite é mostrado nas expressões a seguir.

$$V_s + V_f \leq 8\sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{para reforço em “U”} \quad (133)$$

$$V_s + V_f \leq 0,66\sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{para reforço em dois lados} \quad (134)$$

7.2.2 Modelo do fib

O reforço ao cisalhamento de elementos de concreto armado pode ser obtido com colagem externa de compósitos de FRP, na qual a direção principal das fibras deve, o quanto possível, ficar paralelas às máximas tensões de tração, para que o efeito do reforço com FRP seja maximizado. Na maioria dos casos os elementos estão sujeitos a carregamento aplicado perpendicularmente à linha neutra e as máximas tensões de tração nas zonas onde o esforço cisalhante é máximo formam ângulos de 45° com o eixo da peça. No entanto, existe uma praticidade maior em colar reforço externo de FRP perpendicular a linha neutra.

Pesquisas a respeito do reforço ao cisalhamento de estruturas de concreto armado com FRP são limitadas. A maioria dos pesquisadores idealiza o reforço com FRP em analogia com os estribos internos, assumindo que a contribuição dos reforços para a capacidade resistente emana da capacidade das fibras em absorver tensões de tração.

7.2.2.1 Estado Limite Último

Assume-se que no estado limite último desenvolve-se no compósito de FRP uma deformação efetiva, “ $\epsilon_{f,e}$ ” na direção principal das fibras. Essa deformação efetiva é em geral menor que a deformação última “ ϵ_{fu} ”; a capacidade resistente do elemento é obtida considerando a contribuição do concreto (V_{cd}), da armadura interna (V_{wd}) e do polímero reforçado com fibras (V_{fd}). Logo:

$$V_{Rd} = V_{cd} + V_{wd} + V_{fd} \quad (135)$$

A contribuição do polímero reforçado com fibras (V_{fd}) pode ser obtida através de:

$$V_{Rd} = 0,9\epsilon_{fd,e}E_{fu}\rho_f b_w d(\cot\theta + \cot\alpha)\sin\alpha \quad (136)$$

onde:

$\epsilon_{fd,e}$ - deformação efetiva de projeto do compósito de FRP;

b_w - largura da base da viga;

d - altura útil;

ρ_f - relação do reforço de FRP igual a “ $\frac{2t_f \sin\alpha}{b_w}$ ” para reforço contínuo ou

“ $\frac{2t_f}{b_w} \cdot \frac{b_f}{s_f}$ ” para reforço na forma de estribos ou tiras com largura “ b_f ” e espaçadas

de “ s_f ”;

E_{fu} - módulo de elasticidade do compósito de FRP na direção principal das fibras;

θ - ângulo formado entre a fissura diagonal e o eixo da peça, considera-se 45°;

α - ângulo entre a principal orientação da fibra e o eixo da peça.

A deformação efetiva de projeto é calculada por meio de expressões obtidas experimentalmente:

- Encamisamento total da seção:

$$\varepsilon_{f,c} = 0,67 \left(\frac{f_{cm}^{\frac{2}{3}}}{E_{fu} \rho_f} \right)^{0,30} \varepsilon_{fu} \quad (137)$$

- Reforço em “U” ou em dois lados:

$$\varepsilon_{f,c} = 0,65 \left(\frac{f_{cm}^{\frac{2}{3}}}{E_{fu} \rho_f} \right)^{0,56} \varepsilon_{fu} \quad (138)$$

Em todas as expressões “ f_{cm} ” e “ E_{fu} ” estão em MPa.

7.2.2.2 Recomendações de Projeto

Caso o modo de ruína da estrutura for governado por “*peeling*” combinado com fraturas de cisalhamento, o incremento da capacidade proveniente do termo “ $E_{fu} \rho_f$ ” é relativamente pequeno, porém a resistência do concreto é muito importante. Se o modo de ruína for governado por fraturas de cisalhamento combinada ou seguida da ruptura do compósito de FRP, o termo “ $E_{fu} \rho_f$ ” se torna mais importante que o concreto, que passa a ter importância secundária.

Quando a estrutura for reforçada através da colagem de estribos, o espaçamento entre eles, “ s_f ”, não deve exceder o valor de “ $0,9d - \frac{b_f}{2}$ ” para seções retangulares.

7.2.3 Modelo do JSCE

O valor da capacidade resistente de elementos de barra reforçados com polímeros reforçados com fibras pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$V_{fyd} = V_{cd} + V_{sd} + V_{fd} \quad (139)$$

V_{cd} - é a contribuição de projeto do concreto dada por:

$$V_{cd} = \frac{\beta_d \beta_p \beta_n f_{vcd} b_w d}{\gamma_b} \quad (140)$$

$$f_{vcd} = 0,20^3 \sqrt{f_{cd}'} \text{ (N/mm}^2\text{)} \quad (141)$$

onde:

$$\beta_d = \sqrt[4]{1/d} \text{ (m)};$$

$$\beta_p = \sqrt[3]{100 p_w} \text{ (m)};$$

$$\beta_n = 1 + M_o / M_d (N_d' \geq 0), p / \beta_n > 2;$$

$$\beta_n = 1 + 2 M_o / M_d (N_d' \geq 0), p / \beta_n > 0;$$

N_d' - força axial de projeto;

M_d - momento de projeto;

M_o - momento de descompressão;

b_w - largura da viga;

d - altura útil;

$$p_w = A_s / (b_w d)$$

A_s - área da seção transversal das armaduras longitudinais de tração;

f_{cd}' - resistência à compressão do concreto de projeto;

γ_b - fator de segurança de 1,3.

V_{sd} - é a contribuição de projeto das barras internas calculada como:

$$V_{sd} = [A_{sw} f_{wyd} (\sin \alpha_s + \cos \alpha_s) / s_s] \cdot z / \gamma_b \quad (142)$$

onde:

A_{sw} - área total dos estribos no espaço “ s_s ”;

f_{wyd} - tensão de escoamento do aço;

α_s - ângulo formado entre os estribos e o eixo do elemento;

s_s - espaço onde há reforço ao cisalhamento com estribos;

z - $d/1,15$;

γ_b - fator de segurança de 1,15.

V_{fd} - é a contribuição de projeto do reforço externo com compósito de FRP dada por:

$$V_{fd} = K \cdot [A_f f_{fud} (\sin \alpha_f + \cos \alpha_f) / s_f] \cdot z / \gamma_b \quad (143)$$

onde:

K - fator de eficiência do reforço com fibras dado por:

$$K = 1,68 - 0,67R$$

$$R = (\rho_f E_f)^{1/4} (f_{fud} / E_f)^{2/3} \left(1 / f_{cd}' \right)^{1/3};$$

$$\rho_f = A_f / (b_w \cdot s_f)$$

A_f - área total dos FRP no espaço “ s_f ”;

f_{fud} - tensão de tração do FRP;

ρ_f - taxa geométrica de FRP;

α_f - ângulo formado entre as lâminas de FRP e o eixo do elemento;

s_f - espaço onde há reforço ao cisalhamento com FRP;

E_f - módulo de elasticidade do polímero;

γ_b - fator de segurança de 1,25.

Há outro método para o cálculo da contribuição de projeto do reforço externo com compósito de FRP, que é realizado através de métodos numéricos onde é levada em consideração a lei constitutiva da interface concreto-polímero. Cabe ressaltar que o método de cálculo desta norma para a contribuição reforços na resistência ao cisalhamento é válido somente para reforços contínuos, não válidos portanto para reforços executados por meio de tiras.

7.2.4 Modelo de KHALIFA *et al.*

Segundo a proposta da KHALIFA *et al.* (1998) a contribuição dos compósitos de fibra na resistência ao cisalhamento é dada pela mesma expressão (Equação 116) proposta pelo ACI-440 porém sugerem um limite para o reforço de:

$$V_f + V_s = \frac{2\sqrt{f_c} b_w d}{3} \quad (144)$$

Neste caso a tensão efetiva é obtida por meio do produto do coeficiente de redução “R” pela tensão de ruptura da fibra, ou seja:

$$f_{fe} = R f_{fu} \quad (145)$$

Já o fator de redução é o menor valor obtido dentre as três expressões abaixo:

$$R \leq \begin{cases} 0,50 \\ 0,5622(\rho_f E_f)^2 - 1,2188(\rho_f E_f) + 0,778 \\ \frac{0,0042(f_c)^{2/3} w_{fe}}{(E_f t_f)^{0,58} \epsilon_{fu} d_f} \end{cases} \quad (146)$$

sendo “ w_{fe} ” a largura efetiva da fibra e “ ρ_f ” a taxa geométrica do FRP dada por:

$$\rho_f = 2t_f / b_w \quad (147)$$

A largura efetiva é obtida por:

$$w_{fe} = d_f - L_e \quad \text{para reforço em “U”} \quad (148)$$

$$w_{fe} = d_f - 2L_e \quad \text{para reforço em dois lados}$$

sendo “ L_e ” o comprimento efetivo determinado por:

$$L_e = e^{6,134 - 0,58 \ln(t_f E_f)} \quad (149)$$

Por fim os autores recomendam um espaçamento máximo entre as tiras de:

$$s_{f,max} = w_f + d/4 \quad (150)$$

7.2.5 Modelo de NOLLET; CHAALLAL; PERRATON

Segundo a proposta de NOLLET; CHAALLAL; PERRATON (1998) a contribuição do reforço na resistência ao cisalhamento é dada por:

$$V_f = \frac{A_f f_{fu} d_f (\sin \alpha + \cos \alpha)}{s_f} \quad (151)$$

A máxima tensão de cisalhamento suportada pela resina de saturação é obtida através de:

$$\tau_{ult} = \frac{5,4}{1 + k_1 \tan 33^\circ} \quad (152)$$

Com:

$$k_1 = t_f \left(\frac{k_n}{4 E_f I_f} \right)^{0,25} \quad (153)$$

sendo “ I_f ” o momento de inércia da fibra.

$$k_n = \frac{E_a b_a}{t_a} \quad (154)$$

sendo “ E_a ” o módulo de elasticidade longitudinal da resina epóxi, “ b_a ” a largura de aplicação da resina e “ t_a ” a espessura do epóxi.

Uma vez conhecido o valor da tensão máxima de cisalhamento suportada pela resina, define-se um valor médio de tensão cisalhante calculada como:

$$\tau_{ave} = \frac{\tau_{ult}}{2} \quad (155)$$

Definidas estas grandezas calcula-se a contribuição do compósito de FRP na resistência ao cisalhamento por meio de:

$$V_f = 2 \left(\tau_{ave} \left(\frac{w_f h_f}{2} \right) \frac{d_f}{s_f} (\sin \alpha + \cos \alpha) \right) \quad (156)$$

O valor da contribuição do reforço na resistência ao cisalhamento final será o menor valor obtido entre as Equações 151 e 156.

7.2.6 Modelo de CHEN; TENG

A capacidade resistente ao cisalhamento de uma viga de concreto armado reforçada com FRP “ V_n ” é definida segundo a equação abaixo segundo CHEN; TENG (2001):

$$V_n = V_c + V_s + V_f \quad (157)$$

onde “ V_c ” é a parcela resistente do concreto, “ V_s ” é a parcela resistente dos estribos de aço e “ V_f ” a parcela resistente do compósito de FRP.

Segundo este critério a contribuição do compósito de FRP na resistência ao cisalhamento da viga de concreto armado é dada por:

$$V_f = 2f_{fe} t_f w_f \frac{h_{fe} (\cot g\theta + \cot g\beta) \sin \beta}{s_f} \quad (158)$$

onde:

θ - ângulo crítico de fissura ao cisalhamento; β - ângulo entre a orientação das fibras e o eixo longitudinal da peça; h_{fe} - altura efetiva do reforço; w_f - largura da tira de reforço; s_f - espaçamento entre as tiras de reforço, medidas entre os centros geométricos, ao

longo do eixo longitudinal da viga; f_{fe} - tensão efetiva no reforço definida como o produto da máxima tensão no reforço “ $\sigma_{f,max}$ ” pelo fator de distribuição “ D_f ”:

$$f_{fe} = D_f \sigma_{f,max} \quad (159)$$

Para rupturas por descolamento, a máxima tensão no compósito de FRP é calculada de acordo com a expressão abaixo:

$$\sigma_{f,max} = \min \left\{ \begin{array}{l} f_{fu} \\ 0,427 \beta_L \beta_w \sqrt{\frac{E_f \sqrt{f'_c}}{t_f}} \end{array} \right., \quad \beta_L = \begin{cases} 1, \text{ if } \lambda \geq 1 \\ \sin \frac{\pi \lambda}{2}, \text{ if } \lambda < 1 \end{cases}, \quad \lambda = \frac{L_{max}}{L_e} \quad (160)$$

Os demais parâmetros dependem do tipo de reforço utilizado:

$$L_{max} = \begin{cases} \frac{h_{fe}}{\sin \beta} & \text{para reforço em “U” e} \\ \frac{h_{fe}}{2 \sin \beta} & \text{para reforço em dois lados} \end{cases} \quad (161)$$

$$L_e = \sqrt{\frac{E_f t_f}{\sqrt{f'_c}}}, \quad \beta_w = \sqrt{\frac{2 - w_f / s_f \sin \beta}{1 + w_f / s_f \sin \beta}}$$

A expressão do fator de distribuição foi desenvolvida considerando que todas as tiras de compósitos de FRP são interceptadas pela fissura crítica de cisalhamento podendo desenvolver toda a capacidade resistente no estado limite último:

$$D_f = \begin{cases} \frac{2}{\pi \lambda} \frac{1 - \cos(\pi \lambda / 2)}{\sin(\pi \lambda / 2)}, \text{ if } \lambda \leq 1 \\ 1 - \frac{\pi - 2}{\pi \lambda}, \text{ if } \lambda > 1 \end{cases} \quad (162)$$

Definiu-se posteriormente um fator de tensão modificada no FRP “ D_{fL} ” cuja expressão teve origem em estudos numéricos:

$$D_{fL} = D_f \beta_L \quad (163)$$

Utilizando a Equação 158 a tensão efetiva no compósito de FRP pode alternativamente ser definida como:

$$f_{fe} = D_f \sigma_{f,max} = D_f \beta_L \sigma_{f,inf} = D_{fL} \sigma_{f,inf} \quad (164)$$

O critério de CHEN; TENG (2001) propõe a utilização de normas para a avaliação da capacidade resistente da viga ao cisalhamento devido ao concreto e aos estribos de aço.

7.2.7 Modelo de LI; DIAGANA; DELMAS

Segundo a proposta de LI; DIAGANA; DELMAS (2001) a contribuição do compósito de FRP na resistência ao cisalhamento é dada por:

$$V_f = K_3 \rho_f f_{fe} A_{ft} \sin \beta \quad (165)$$

Este modelo é válido somente em reforços executados de forma contínua e não para tiras. Neste caso “ A_{ft} ” representa a área do reforço contínuo calculada pelo produto da altura pela largura.

O parâmetro “ K_3 ” leva em consideração o espaçamento entre os estribos de aço:

$$K_3 = \sqrt[3]{s_w / a_v} \quad (166)$$

sendo “ a_v ” o vão de cisalhamento e “ s_w ” o espaçamento entre os estribos de aço.

A taxa de fibra “ ρ_f ” é calculada pela razão entre o dobro da espessura da fibra e a largura da viga, ou seja, “ $2t_f/b_w$ ”. Assim pode-se calcular o valor do coeficiente de redução “ R ”, que é dependente da taxa volumétrica de fibra, e também a tensão efetiva:

$$R = \rho_f \frac{A_f}{a_v d}; \quad f_{fe} = R f_{fu} \quad (167)$$

sendo “ d ” a altura efetiva da viga.

7.2.8 Modelo de TÄLJSTEN

Este modelo é mais simplista e de determinação direta. Segundo TÄLJSTEN (2003) a contribuição do compósito de FRP na resistência ao cisalhamento é dada por:

$$V_f = 2t_f \varepsilon_f E_f 0,9d (\cot \beta + \cot \alpha) \sin^2 \alpha \cos^2 \theta \quad (168)$$

sendo “ β ” o ângulo formado entre o eixo do elemento e um segmento perpendicular à orientação da fibra nas tiras de reforço.

Segundo ensaios efetuados, o autor propõe uma deformação na fibra igual a 55% da deformação última.

7.3 Modelos de Previsão de Descolamento

Os modelos de previsão de descolamento do reforço à flexão dividem-se em três grupos: modelos que levam em consideração a capacidade resistente ao cortante, modelos que consideram as regiões de concreto existentes entre duas fissuras de flexão e os modelos de resistência da interface.

7.3.1 Modelos Baseados na Capacidade Resistente ao Cortante

Esses modelos possuem em comum o fato de levarem em consideração a resistência do concreto ao esforço cortante e não consideram – ou consideram parte – a contribuição dos estribos na capacidade resistente ao cisalhamento. A resistência ao descolamento é dada pela força cortante que age no final da camada de compósito.

Os cálculos efetuados nestes modelos são mais simples pois não são calculadas as tensões entre o compósito e o substrato de concreto.

7.3.1.1 Modelo de OEHLERS

A expressão do momento de descolamento foi obtida por OEHLERS (1992) baseando-se na calibração de resultados de ensaios de flexão em quatro e três pontos. Considerando-se que a camada de compósito termina em um ponto de momento constante, a expressão do momento de descolamento é dada por:

$$M_{db} = \frac{E_c I_{tr,c} f_{ct}}{0,901 E_f t_f} \quad (169)$$

onde:

“ M_{db} ” é o momento de descolamento, “ E_c ” é o módulo de elasticidade do concreto, “ $I_{tr,c}$ ” é o momento de inércia no Estádio II de uma seção do elemento estrutural com o reforço.

Para um sistema de compósito que termina próximo ao apoio é proposto que o descolamento ocorra para um esforço cortante de descolamento “ V_{db} ” igual à capacidade resistente do concreto ao cisalhamento sem a contribuição dos estribos. A expressão abaixo baseia-se na norma australiana de concreto.

$$V_{db} = V_c = (1,4 - (d/2000))bd(\rho_s f_c)^{1/3} \quad (170)$$

onde:

“ ρ_s ” é a taxa geométrica de armadura longitudinal dada por “ $\rho_s = A_s / bd$ ”.

Para os casos onde o esforço cortante e momento são importantes na seção correspondente ao final do reforço é proposto por meio de calibração de ensaios experimentais que:

$$\frac{M_{db,end}}{M_{db}} + \frac{V_{db,end}}{V_{db}} \leq 1,17 \quad (171)$$

onde:

“ $M_{db,end}$ ” e “ $V_{db,end}$ ” são respectivamente os valores de momento e cortante de descolamento no final da camada de reforço.

A expressão que calcula o valor do esforço cortante de descolamento no final da camada de reforço é dada por:

$$V_{db,end} = \left(\frac{1,17}{\frac{a}{M_{db}} + \frac{1}{V_{db}}} \right) \quad (172)$$

onde:

“ a ” é a distância do apoio ao final da camada de reforço.

7.3.1.2 Modelo de JANSZE

Na proposta de JANSZE (1997) o valor da força cortante de descolamento no final da camada de compósito é dada por:

$$V_{db,end} = \tau_{PES} b_w d \quad (173)$$

onde:

“ τ_{PES} ” é a tensão de cisalhamento que provoca o descolamento do reforço.

A expressão que calcula esta tensão de cisalhamento é dada por:

$$\tau_{PES} = 0,183 \sqrt[3]{3 \frac{d}{B_{mod}} \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \sqrt[3]{100 \rho_s f_c}} \quad (174)$$

onde:

“ B_{mod} ” é o vão de cisalhamento modificado calculado como:

$$B_{mod} = 4 \sqrt[4]{\frac{(1 - \sqrt{\rho_s})^2}{\rho_s}} d a^3 \quad (175)$$

Este modelo não é válido quando o reforço acaba sobre o apoio ou muito próximo dele. Conforme já mencionado esses modelos são mais simples e de determinação direta. Há porém modelos mais sofisticados que consideram o concreto entre duas fissuras de flexão e os modelos que aplicam leis constitutivas na interface.

7.3.2 Modelos Baseados no Concreto entre Duas Fissuras de Flexão

Esses modelos levam em consideração o concreto existente entre duas fissuras adjacentes conforme ilustra a Figura 103. As tensões que provocam o descolamento do reforço podem ser determinadas por meio da definição de um comprimento efetivo de ancoragem em que uma distribuição uniforme de tensões de cisalhamento é assumida.

Figura 103 – Modelo de descolamento baseado no concreto entre duas fissuras adjacentes

7.3.2.1 Modelo de ZHANG; RAOOF; WOOD

O conceito da consideração do concreto entre fissuras adjacentes a fim de determinar os efeitos de descolamento foram inicialmente introduzidos por ZHANG; RAOOF; WOOD (1995). Neste modelo há a definição de dois espaçamentos de fissuras uma máxima “ $l_{\max}$ ” e uma mínima “ $l_{\min}$ ” sendo a máxima igual ao dobro da mínima calculada por:

$$l_{\min} = \frac{A_e f_{ct}}{0,28 \sqrt{f_c} \left(\sum O_{\text{rebars}} + b_f \right)} \quad (176)$$

onde:

“ A_e ” é a área de concreto sob tração, “ $\sum O_{\text{rebars}}$ ” o perímetro total das armaduras longitudinais de tração e “ b_f ” é a largura da fibra.

Ignorando-se a interação entre duas regiões de concreto com fissuras adjacentes e assumindo um comportamento elástico, as tensões de cisalhamento que causam o descolamento podem ser determinadas.

As tensões de tração no ponto “A” (Figura 103) podem ser determinadas por:

$$\sigma_A = \frac{M_A}{I_A} \left(\frac{l_{cr}}{2} \right) \quad (177)$$

onde:

“ $M_A = \tau / b_f h'$ ”, “ $I_A = b_f l^3 / 12$ ”, “ l_{cr} ” o espaçamento entre fissuras (máximo ou mínimo) e “ h' ” a altura do bloco de concreto entre duas fissuras medida a partir das armaduras longitudinais de tração.

Assumindo que no instante do descolamento do reforço as tensões de tração no ponto “A” igualam-se à resistência do concreto à tração pode-se determinar o valor da tensão de cisalhamento que provoca o descolamento, considerando-se que todos os blocos de concreto entre fissuras adjacentes localizados no final da ancoragem rompem simultaneamente com o descolamento:

$$\tau_{\min} = \frac{f_{ct} l_{\min}}{6h'} \frac{b_w}{b_f} \quad (178)$$

Finalmente a tensão normal de tração requerida para o descolamento é obtida por:

$$\sigma_{\min} = 0,154 \frac{L_p h_1 b^2 \sqrt{f_c}}{h' b_f t_f (\sum O_{\text{rebars}} + b_f)} \quad (179)$$

onde:

“ L_p ” é o comprimento de ancoragem efetivo e “ h_1 ” a distância do centróide das armaduras longitudinais de tração à base da viga.

O comprimento de ancoragem efetivo é obtido como o menor valor entre o vão de cisalhamento e o comprimento de ancoragem “ L_{p2} ” obtido como:

$$\begin{aligned} L_{p2} &= l_{\min} (21 - 0,25 l_{\min}), l_{\min} \leq 72\text{mm} \\ L_{p2} &= 3l_{\min}, l_{\min} > 72\text{mm} \end{aligned} \quad (180)$$

7.3.2.2 Modelo de RAOOF; HASSANEN

RAOOF; HASSANEN (2000) propuseram modificações no modelo de ZHANG; RAOOF; WOOD (1995). Nesta nova proposta o comprimento de ancoragem “ L_{p2} ” é obtido, conforme calibração de resultados experimentais, como:

$$\begin{aligned} L_{p2} &= l_{\min} (11,6 - 0,17 l_{\min}), l_{\min} \leq 56,5\text{mm} \\ L_{p2} &= 2l_{\min}, l_{\min} > 56,5\text{mm} \end{aligned} \quad (181)$$

7.3.3 Modelos Baseados na Resistência da Interface

7.3.3.1 Modelo de VARASTEHPPOUR; HAMELIN

VARASTEHPPOUR; HAMELIN (1997) desenvolveram um modelo de resistência ao descolamento da interface concreto/compósito baseado no critério de ruptura de Mohr-Colomb. Com base em ensaios experimentais os valores sugeridos para a coesão e ângulo de atrito interno são respectivamente 5,4 MPa e 33°.

A tensão de cisalhamento na interface é dada por:

$$\tau = \frac{1}{2} \sqrt{\beta} (\lambda V_o)^{3/2} \quad (182)$$

onde:

“ V_o ” é o esforço cortante na seção correspondente ao final da cama de reforço e “ λ ” é a rigidez da seção calculada como:

$$\lambda = \frac{t_f E_f}{I_{tr,c} E_c} (d_f - x) \quad (183)$$

onde:

“ x ” é a altura da linha neutra.

O fator “ β ” é calculado em função de várias variáveis:

$$\beta = \frac{1,26 \cdot 10^5 a_v}{h^{0,7} t_f E_f} \quad (184)$$

O valor do esforço cortante na seção correspondente ao final da camada de compósito que causa o descolamento é obtido como:

$$V_{db,end} = \frac{1,6 \tau_{max}^{2/3}}{\lambda \beta^{1/3}} \quad (185)$$

E a máxima tensão de cisalhamento é obtida como:

$$\tau_{max} = \frac{5,4}{1 + C_{R2} \text{tg} 33^\circ} \quad (186)$$

onde:

“ C_{R2} ” é a coesão calculada segundo a solução analítica de ROBERTS (1989) dada por:

$$C_{R2} = t_f \left(\frac{K_n}{4 E_f I_f} \right)^{1/4} \quad (187)$$

onde:

“ I_f ” é o momento de inércia da fibra e “ K_n ” é a rigidez normal do adesivo epoxídico obtido como:

$$K_n = \frac{E_a b_a}{t_a} \quad (188)$$

onde:

“ E_a ” é o módulo de elasticidade longitudinal do adesivo, “ b_a ” é a largura da camada de adesivo e “ t_a ” é a espessura da camada de adesivo.

7.3.3.2 Modelo de TUMIALAN; BELARBI; NANNI

TUMIALAN; BELARBI; NANNI (1999) desenvolveram um modelo de ruptura da camada de cobrimento de concreto em interface com compósitos reforçados com fibras. Neste modelo as tensões que agem no elemento de concreto no final da camada de reforço são comparadas com um critério de ruptura do concreto.

As tensões de cisalhamento e normal de pico são determinadas por meio da solução de ROBERTS (1989); a tensão de cisalhamento de pico é dada por:

$$\tau = C_{R1} \frac{E_f}{E_c} V_o \quad (189)$$

E a tensão normal de pico calculada como:

$$\sigma_y = C_{R2} \tau \quad (190)$$

A coesão “ C_{R2} ” é calculada da mesma forma apresentada na Equação 187; já a coesão “ C_{R1} ” é calculada pela expressão abaixo:

$$C_{R1} = \left(1 + \left(\frac{K_s}{E_f b_f t_f} \right)^{1/2} \frac{M_o}{V_o} \right) \frac{b_t t_f}{I_{tru,c} b_a} (d_f - x) \quad (191)$$

onde:

“ M_o ” é o momento fletor na seção correspondente ao final da camada de reforço e
 “ $I_{tru,c}$ ” é o momento de inércia no Estádio I (não fissurado).

A rigidez transversal do adesivo epóxi é obtida como:

$$K_n = \frac{G_a b_a}{t_a} \quad (192)$$

onde:

“ G_a ” é o módulo de elasticidade transversal do adesivo epóxi.

A máxima tensão principal é calculada como:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (193)$$

Após determinada a máxima tensão principal, compara-se esta com o módulo de ruptura do concreto “ f_r ” cuja expressão proposta por MIRZA; HATZINIKOLAS; MACGREGOR (1979) é:

$$f_r = 0,689\sqrt{f_c} \quad (194)$$

onde:

“ f_c ” é dado nesta expressão em MPa.

Segundo testes conduzidos por SMITH; TENG (2002) as respostas produzidas pelo modelo de TUMIALAN; BELARBI; NANNI (1999) produzem o mesmo erro estimado segundo a proposta de SAADATMANESH; MALEK (1998) cujas variáveis são calculadas de maneira mais complexa.

8. VIGAS REFORÇADAS COM CFRP: ENSAIOS

Neste capítulo estão dispostos os resultados experimentais obtidos em vigas de seção retangular e “T” reforçadas à flexão e ao cisalhamento com CFRP. O programa experimental desenvolvido teve por objetivo maior o ensaio de vigas de seção “T” reforçadas à flexão e ao cisalhamento; todavia os primeiros ensaios com as vigas retangulares foram indispensáveis para testes preliminares de aquisição, instrumentação e tratamento de dados.

Primeiramente descrevem-se as vigas de seção retangular ensaiadas em quatro pontos e ilustram-se alguns resultados obtidos; tais resultados são posteriormente comparados com o modelo de projeto de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com CFRP das normas ACI 440, fib-14 e outras propostas. Estes resultados são também utilizados para comparar com as respostas do modelo numérico produzidas pelo DIANA e pelas plataformas QUEBRA2D/FEMOOP no capítulo posterior.

Por fim apresenta-se o desenvolvimento do programa experimental de ensaios das vigas de seção “T” e alguns resultados oriundos da execução deste. Analogamente ao ocorrido com as vigas retangulares, os resultados das vigas em “T” também são comparados com as respostas de duas vertentes: dos modelos das normas ACI 440, fib-14 e outras propostas e da modelagem computacional. Para as vigas em “T” reforçadas ao cisalhamento aplicaram-se também outros modelos para o cálculo da contribuição da fibra na resistência ao cisalhamento. Todos os resultados dos ensaios podem ser acessados em GAMINO; BITTENCOURT (2007b).

8.1 Vigas Retangulares: Ensaios

8.1.1 Materiais

8.1.1.1 Concreto

O concreto utilizado foi dosado em central e fornecido para uma resistência características especificada de 35MPa. Foram efetuados ensaios de ruptura por compressão simples e de módulo de elasticidade em corpos-de-prova de acordo com a NBR 8522 com o intuito de avaliar as propriedades mecânicas nas datas de ensaio.

Avaliou-se um valor médio de 45MPa de resistência à compressão e 40GPa de módulo de elasticidade segundo a Figura 104 abaixo. A aquisição dos dados foi efetuada por meio de um “*strain gage*” colado no corpo-de-prova e ligado a um sistema de aquisição.

Figura 104 – Avaliação do módulo de elasticidade e resistência à compressão no concreto utilizado nas vigas de seção retangular

8.1.1.2 Armaduras de Aço

As armaduras utilizadas de flexão e cisalhamento foram barras do tipo CA-50 com $\phi 6,3\text{mm}$; uma amostra de três barras foram ensaiadas à tração na máquina universal EMIC, cujo valor de tensão de escoamento médio avaliado foi de 640MPa conforme a Figura 105.

Neste primeiro ensaio não foi utilizado “*clip gage*” para a avaliação das deformações sendo que os valores de deslocamentos correspondem ao deslocamento das garras.

Figura 105 – Ensaio de tração nas armaduras das vigas de seção retangular

8.1.1.3 Mantas de Fibra de Carbono

As mantas de fibra de carbono utilizadas nestes primeiros ensaios foram fornecidas pela **Sika** (*Sika Wrap Hex*) e **FOSROC** (*Fosfiber C*), cujas propriedades mecânicas fornecidas pelos fabricantes são listadas na Tabela 22 abaixo:

Tabela 22 – Propriedades mecânicas das mantas de fibra de carbono utilizadas nos reforços à flexão das vigas de seção retangular

Fibra	Espessura (mm)	E_f (GPa)	f_{fu} (MPa)	ϵ_{fu} (‰)
<i>Sika Wrap Hex</i>	0,13	230	3500	15
<i>Fosfiber C</i>	0,11	235	3550	15

Observação: Não foram feitos ensaios de caracterização para os compósitos de fibras de carbono nestes primeiros ensaios.

Para as vigas em “T” foram efetuados ensaios de caracterização nos compósitos de fibra de carbono e resinas utilizadas conforme as recomendações pertinentes.

8.1.1.4 Resina Epoxídica

As resinas epoxídicas utilizadas para a aderência do substrato de concreto às mantas de fibra de carbono foram as fornecidas pela **Sika** (*Sikadur 30*) sendo também usado o saturante *Triepox*; assim houve dois grupos de vigas reforçadas à flexão, sendo que em um deles foi utilizado o sistema de compósito da **Sika** (*Sikadur 30* e *Sika Wrap Hex*) e no outro a manta *Fosfiber C* juntamente com o saturante *Triepox*.

As vigas foram reforçadas segundo o esquema representado na Tabela 23.

Tabela 23 – Disposição dos ensaios das vigas de seção retangular

Viga	Manta	Saturante	Camadas	Traspasse
REF1	---	---	---	---
REF2	---	---	---	---
VF1	<i>Sika Wrap Hex</i>	<i>Sikadur 30</i>	1	Não
VF2	<i>Sika Wrap Hex</i>	<i>Sikadur 30</i>	1	Não
VF3	<i>Sika Wrap Hex</i>	<i>Sikadur 30</i>	1	Não
VF4	<i>Sika Wrap Hex</i>	<i>Sikadur 30</i>	1	Não
VF5	<i>Sika Wrap Hex</i>	<i>Sikadur 30</i>	1	Não
VF6	<i>Sika Wrap Hex</i>	<i>Sikadur 30</i>	1	Não
VF7	<i>Sika Wrap Hex</i>	<i>Sikadur 30</i>	1	Não
VF8	<i>Sika Wrap Hex</i>	<i>Sikadur 30</i>	1	Não
VF9	<i>Fosfiber C</i>	<i>Triepox</i>	1	Não
VF10	<i>Fosfiber C</i>	<i>Triepox</i>	1	Não
VF11	<i>Fosfiber C</i>	<i>Triepox</i>	2	Não
VF12	<i>Fosfiber C</i>	<i>Triepox</i>	1	10cm
VF13	<i>Fosfiber C</i>	<i>Triepox</i>	1	15cm
VF14	<i>Fosfiber C</i>	<i>Triepox</i>	1	20cm

Observação: as vigas REF1 e REF2 correspondem às vigas de controle, ou seja, não reforçadas. O traspasse das vigas VF12, VF13 e VF14 foi executado no meio do vão.

A preparação da superfície de concreto para receber a resina e a manta de fibra de carbono foi feita por meio da retirada da camada superficial de nata de cimento com disco de desbaste. Após isso as superfícies foram lavadas com água e limpas com ar comprimido e estopas embebidas em álcool etílico. A Figura 106 ilustra as vigas reforçadas.

Figura 106 – Aspecto das vigas retangulares reforçadas com CFRP

Os valores das propriedades mecânicas das resinas aqui utilizadas são apresentados nos resultados das vigas de seção “T” mais adiante (**item 8.2.3.3**).

8.1.2 Procedimento de Ensaio

Conforme já dito, os primeiros ensaios realizados foram em vigas de concreto armado de seção retangular reforçadas à flexão por meio de compósitos de fibra de

carbono. Tais vigas possuíam comprimento de 1,60m e seção transversal de 7,5cm x 15cm; as armaduras longitudinais de tração e compressão eram compostas por duas barras $\phi 6,3\text{mm}$ e os estribos foram dispostos por barras $\phi 6,3\text{mm}$ espaçadas a cada 6cm. A Figura 107 apresenta o esquema de ensaio utilizado.

Figura 107 – Esquema de ensaio das vigas de seção retangular

Nas vigas de controle (não reforçadas) foi efetuado esquema de aquisição segundo a Figura 108 e nas reforçadas segundo a Figura 109. Colou-se um “*strain gage*” no meio do vão, na borda comprimida, a fim de avaliar as deformações no concreto e posicionou-se abaixo da viga um medidor de deslocamentos “LVDT”. Os “*strain gages*” colados no CFRP foram numerados (sg-1, sg-2 e sg-3) e todas as vigas possuíram as fibras com mesmo comprimento (1,40m) e largura (7,5cm).

Figura 108 – Esquema de aquisição das vigas de controle

Figura 109 – Esquema de aquisição das vigas reforçadas

Os “*strain gages*” e o “LVDT” eram ligados ao “ADS” e este por sua vez conectado ao computador com o programa de aquisição de dados. O sistema de aplicação de carga consistiu na utilização de um macaco hidráulico com atuador sendo este também conectado ao sistema de aquisição para controle do carregamento aplicado na viga.

Calibrou-se anteriormente este macaco a fim de correlacionar a pressão aplicada ao nível de carga no elemento estrutural; a curva de calibração foi inserida no programa de aquisição para controle do carregamento. A Figura 110 apresenta o esquema de ensaio e o equipamento de aquisição.

Figura 110 – Esquema de ensaio e equipamento de aquisição para as vigas retangulares

8.1.3 Resultados Obtidos

Nesta primeira etapa, foram ensaiadas um total de dezesseis vigas conforme o esquema ilustrado na Tabela 23. A Tabela 24 apresenta os resultados obtidos para as vigas de controle e a Tabela 25 para as vigas reforçadas.

Tabela 24 – Resultados para as vigas retangulares de controle

Viga	P_{ref} (kN)	ϵ_c (‰)	Tipo de Ruptura
REF1	21,30	1,67	Flexão
REF2	20,70	2,15	Flexão
Médias	21,00	1,91	---

Tabela 25 – Resultados para as vigas retangulares reforçadas à flexão

Viga	$P_{\max}$ (kN)	Meio do Vão		Área de Ancoragem		$\Delta\%$	Tipo de Ruptura
		ε_c (‰)	ε_f (sg-2) (‰)	ε_f (sg-1) (‰)	ε_f (sg-3) (‰)		
VF1	30,77	3,93	13,28	0,89	1,38	47%	Manta
VF2	28,96	3,12	---	1,65	1,50	38%	Manta
VF3	30,30	2,26	11,78	0,45	0,78	44%	Manta
VF4	29,15	2,95	12,56	2,21	1,83	39%	Manta
VF5	30,39	2,72	11,37	1,90	---	45%	Manta
VF6	28,77	3,11	---	1,65	1,97	37%	Descolamento
VF7	30,55	3,51	---	1,92	1,83	46%	Descolamento
VF8	26,35	2,28	---	---	1,12	25%	Descolamento
Média	29,40	2,98	12,24	1,46	1,45	40%	---
VF9	25,45	1,70	5,33	3,96	3,98	21%	Manta
VF10	25,35	2,61	6,39	2,88	4,45	21%	Manta
Média	25,40	2,15	5,86	3,42	4,21	21%	Manta
VF11	32,07	1,33	6,55	---	---	53%	Manta
VF12	27,40	1,65	4,34	---	---	31%	Manta
VF13	26,5	2,02	4,42	---	---	26%	Manta
VF14	28,5	1,46	3,86	---	---	36%	Manta

Observação: Os campos marcados com (---) indicam que os dados não foram obtidos por problemas nos “*strain gages*” ou por erros nos limites de leitura de deformações no equipamento de aquisição; a variação percentual foi calculada como:

$$\Delta(\%) = \frac{P_{\max} - P_{\text{ref}}}{P_{\text{ref}}} \cdot (100\%).$$

Cabe observar que:

- A média de ganho de capacidade resistente à flexão foi de 40% para as vigas VF1 a VF8 e 21% para as vigas VF9 e VF10 com uma única camada de fibra de carbono.
- O comportamento mais frágil das vigas reforçadas em relação às vigas de controle não foi muito bem detectado nestes estudos preliminares;
- A deformação máxima obtida no CFRP para as vigas VF1 a VF8 (meio do vão) foi de 1,33%, abaixo do 1,50% especificado pelo fabricante (a média ficou em 1,225%); assim a deformação de ruptura do compósito de CFRP ensaiado em conjunto com o elemento é sempre menor que a obtida em um ensaio de tração simples do compósito.
- Para a viga VF11 (duas camadas) alcançou-se o maior percentual de aumento de capacidade de carga (53%) em relação às vigas de controle; este resultado era esperado em função da maior área de reforço utilizada.
- Comparando-se as vigas que receberam traspasse (VF12, VF13 e VF14) com as vigas sem traspasse (VF9 e VF10) percebe-se um comportamento análogo entre elas, ou seja,

a execução do traspasse não influenciou negativamente nas propriedades avaliadas; neste sentido um valor de traspasse de 10cm aparenta ser suficientemente capaz de reproduzir o comportamento de uma viga executada com manta contínua (confirmando a recomendação da literatura técnica no uso de 10cm para o traspasse). A Figura 111 apresenta as curvas força-deslocamento para as vigas VF1 e REF1 ao passo que a Figura 112 ilustra as curvas força-deformação no concreto comprimido para as mesmas vigas.

Figura 111 – Curvas força-deslocamento no concreto obtidas para as vigas VF1 e REF1

Figura 112 – Curvas força-deformação no concreto comprimido obtidas para as vigas VF1 e REF1

As duas formas de ruptura encontradas – ruptura por destacamento da camada de cobrimento do concreto e ruptura da manta de fibra de carbono – nas vigas reforçadas estão identificadas na Figura 113.

Ruptura por Descolamento – VF7

Ruptura na Manta – VF1

Ruptura na Manta – VF9

Ruptura na Manta – VF10

Figura 113 – Formas de ruptura encontradas nas vigas retangulares reforçadas

8.2 Vigas em “T”: Procedimentos de Ensaio

Apresenta-se neste item uma descrição dos ensaios realizados em vigas de seção “T” reforçadas à flexão e cisalhamento.

As vigas foram classificadas em quatro séries:

- A primeira série corresponde a duas vigas de concreto armado (VR 01 e VR 02), com deficiência de armadura de flexão, que foram tomadas como referência para a avaliação da melhoria da capacidade portante, e de outros fatores intervenientes, no ensaio de flexão;
- A segunda série corresponde a oito vigas, sendo seis delas (VF 01 à VF 06) idênticas às da primeira série, diferenciando-se delas pois foram reforçadas externamente com mantas de fibra de carbono nas faces tracionadas, possuindo as respectivas ancoragens para o reforço; a outra viga (VF 07) foi reforçada com laminados de CFRP.
- A terceira série foi composta por duas vigas de concreto armado (VR 03 e VR 04) apresentando deficiência na armadura de cisalhamento (poucos estribos); essas vigas foram tomadas como referência para os ensaios de cisalhamento;
- A quarta série foi composta por oito vigas, sendo seis delas (VC 01 à VC 06) idênticas às da terceira série, diferenciando-se delas pois foram reforçadas externamente ao cisalhamento com mantas de CFRP; a outra viga (VC 07) foi reforçada com laminados de CFRP.

A Tabela 26 a seguir mostra o resumo das vigas utilizadas no programa experimental. A manta TEI 300 é uma manta de fibra de carbono de fabricação chinesa que vem sendo utilizada por algumas empresas no Brasil para reforço em estruturas de concreto.

Foram efetuados ensaios de caracterização dos compósitos de fibra de carbono (mantas e laminados) com base na norma ASTM D3039-95 (1995) e nas resinas utilizando-se o procedimento descrito na norma ASTM D638-96 (1996). As armaduras e concreto também foram caracterizados segundo as normas correspondentes.

Tabela 26 – Disposição dos ensaios das vigas em “T”

Viga	Função	Produto do Reforço
VR 01	Referência à flexão	—
VR 02	Referência à flexão	—
VR 03	Referência ao cisalhamento	—
VR 04	Referência ao cisalhamento	—
VF 01	Reforçada à flexão	Produto 01
VF 02	Reforçada à flexão	Produto 01
VF 03	Reforçada à flexão	Produto 02
VF 04	Reforçada à flexão	Produto 02
VF 05	Reforçada à flexão	Produto 03
VF 06	Reforçada à flexão	Produto 03
VF 07	Reforçada à flexão	Produto 04
VC 01	Reforçada ao cisalhamento	Produto 01
VC 02	Reforçada ao cisalhamento	Produto 01
VC 03	Reforçada ao cisalhamento	Produto 02
VC 04	Reforçada ao cisalhamento	Produto 02
VC 05	Reforçada ao cisalhamento	Produto 03
VC 06	Reforçada ao cisalhamento	Produto 03
VC 07	Reforçada ao cisalhamento	Produto 04
Produto 01 - Manta Flexível <i>TEI 300</i>		
Produto 02 - Manta Flexível <i>Mbrace CF-130</i>		
Produto 03 - Manta <i>Flexível Fosfiber C - N 200</i>		
Produto 04 - Laminado <i>Sika Carbodur H514</i>		

8.2.1 Execução do Pré-Dimensionamento

O pré-dimensionamento das vigas foi realizado com base nas prescrições da NBR 6118 (2003). Para as vigas a serem reforçadas à flexão os cálculos foram feitos de forma que as mesmas rompessem por flexão. Já para as vigas reforçadas ao cisalhamento, o dimensionamento foi feito para forçar a ruína por cisalhamento, inclusive após o reforço. Para todas as vigas o cobrimento das armaduras foi de 2,5cm.

A Figura 114 ilustra o detalhamento das vigas que receberam reforço à flexão ao passo que a Figura 115 apresenta o detalhamento das vigas que receberam reforço ao cisalhamento.

Com programa experimental pretendeu-se obter um aumento de capacidade resistente, tanto à flexão quanto ao cisalhamento, de 50% nas vigas reforçadas em relação às não reforçadas tomadas como referência.

O pré-dimensionamento dos reforços foram executados baseando-se nas prescrições do boletim 14 da fib. No reforço à flexão a análise foi feita considerando o Estado Limite Último. Nesta análise considerou-se o escoamento das armaduras seguido do esmagamento do concreto.

O cálculo do momento resistente da seção reforçada também foi baseado nos princípios de dimensionamento de concreto armado. Primeiro calculou-se a linha neutra a partir da compatibilidade das deformações e das forças internas de equilíbrio e em seguida obteve-se o momento de projeto através do equilíbrio de momentos.

Figura 114 – Detalhamento das vigas em “T” reforçadas à flexão

Figura 115 – Detalhamento das vigas em “T” reforçadas ao cisalhamento

Com base nos procedimentos recomendados pelo boletim 14 da fib, as quantidades de reforços necessárias para elevar a capacidade resistente das vigas em 50 % são mostradas na Tabela 27 (reforço à flexão) e Tabela 28 (reforço ao cisalhamento).

Tabela 27 – Quantidade de reforço para o ensaio de flexão

Viga	Produto	Quantidade de reforço (cm ²)	Largura (cm)	Nº Camadas
VF 01	1	0,25	11,5	2
VF 02	1	0,25	11,5	2
VF 03	2	0,31	12	2
VF 04	2	0,31	12	2
VF 05	3	0,20	9	2
VF 06	3	0,20	9	2
VF 07	4	0,70	5	1

Tabela 28 – Quantidade de reforço para o ensaio de cisalhamento

Viga	Produto	Espaçamento entre Tiras (cm)	Largura (cm)	Nº Camadas
VC 01	1	15	5	1
VC 02	1	15	5	1
VC 03	2	15	6	1
VC 04	2	15	6	1
VC 05	3	17,5	5	1
VC 06	3	17,5	5	1
VC 07	4	15	5	1

Além da melhoria da capacidade resistente foram avaliados também aspectos como:

- Os procedimentos corretos para a aplicação dos sistemas compósitos de fibra de carbono;
- A discussão dos modos de ruína das vigas, associando-os aos níveis de desempenho esperado;
- A verificação dos mecanismos de ancoragem, analisando a importância dos mesmos;
- A comparação dos resultados experimentais obtidos com resultados teóricos calculados através de normas técnicas e outras proposições.

Cabe ainda ressaltar que foram utilizadas três disposições distintas no reforço ao cisalhamento: o primeiro tipo corresponde à uma disposição em “U” do reforço de modo a cobrir de maneira contínua a alma da seção (somente reforços com manta); o segundo tipo corresponde à um sistema similar ao primeiro porém com as bordas ancoradas em uma barra de CFRP com diâmetro nominal de 10mm inserida em um sulco efetuado na junção da alma com a mesa (somente reforços com manta); o terceiro tipo corresponde à disposição do sistema de compósitos apenas nas laterais da alma das vigas (somente reforços com laminados). Foram utilizadas duas formas de disposição do reforço ao cisalhamento conforme apresentado no **item 7.2.1** (Figura 101): o sistema em “U” (manta) e em dois lados (laminado); a Figura 116 ilustra a forma de disposição do reforço em “U” utilizando-se ancoragem com barra de CFRP.

Figura 116 – Disposição do reforço ao cisalhamento em “U” com a utilização de ancoragem em barra de fibra de carbono

Desta forma ficam definidas as formas de reforço ao cisalhamento segundo o disposto na Tabela 29.

Tabela 29 – Execução dos reforços ao cisalhamento

Viga	Produto	Tipo de Fibra	Disposição
VC 01	1	Manta	“U”
VC 02	1	Manta	“U” com ancoragem
VC 03	2	Manta	“U”
VC 04	2	Manta	“U” com ancoragem
VC 05	3	Manta	“U”
VC 06	3	Manta	“U” com ancoragem
VC 07	4	Laminado	Dois lados

Assim, para cada grupo de duas vigas reforçadas ao cisalhamento com cada tipo de produto (mantas), uma utilizou o sistema “U” e a outra o sistema em “U” com

ancoragem em barra de CFRP. Além disso as vigas reforçadas à flexão com mantas de fibra de carbono contaram com um sistema de ancoragem composto por seis tiras com 10cm de largura conforme detalhe da Figura 117.

Figura 117 – Ancoragem das vigas reforçadas à flexão com mantas de CFRP

8.2.2 Execução do Programa Experimental

A execução do programa experimental iniciou-se com a construção das formas para as vigas. Cinco formas de madeira foram confeccionadas para as concretagens nas dimensões estabelecidas no próprio Laboratório de Estruturas e Materiais (LEM) da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (Figura 118).

Ao todo foram concretadas vinte vigas (um número maior que o exigido), em quatro séries de cinco vigas, sendo destas nove relacionadas ao estudo da flexão e nove ao cisalhamento.

Figura 118 – Detalhe das formas confeccionadas para as concretagens das vigas em “T”

A próxima etapa consistiu em realizar a colagem de “*strain gages*”, marca **KYOWA** KFG – 5 – 120 – C1 – 11, para a aquisição das deformações axiais nas barras de concreto armado durante os ensaios; as vigas reforçadas à flexão receberam dois extensômetros (um em cada barra longitudinal de tração – Figura 119) localizados no meio do vão; as vigas reforçadas ao cisalhamento receberam dois extensômetros em cada estribo (um em cada haste vertical – Figura 120) dispostos ao longo do vão do elemento estrutural (total de oito extensômetros por viga de cisalhamento).

Figura 119 – Extensômetros para medição de deformações na armadura de flexão (vigas reforçadas à flexão com CFRP)

Figura 120 – Extensômetros para medição de deformações nos estribos (vigas de reforçadas ao cisalhamento com CFRP)

Na aplicação, as superfícies das armaduras foram preparadas por meio da remoção de camadas de ferrugem, poeira e irregularidades com o uso de lixas para ferro; posteriormente as barras foram limpas com solução de acetona ou álcool etílico para a limpeza da região que receberia o “*strain gage*” e após isso os mesmos foram colados e

protegidos por fitas de auto fusão. Os terminais dos extensômetros foram conectados aos fios (que irão para o sistema de aquisição – ADS) por meio de solda.

A Figura 121 e Figura 122 apresentam algumas etapas de colagem dos extensômetros nas vigas de flexão e cisalhamento.

Figura 121 – Aplicação dos “strain gages” nas vigas de flexão

Cabe ressaltar que todos os extensômetros tiveram suas resistências verificadas no momento da colagem e instantes após a concretagem a fim de evitarem falhas prematuras que comprometeriam as leituras no sistema de aquisição.

Para a concretagem utilizou-se cimento CP V ARI (cimento de alta resistência inicial), agregado miúdo, agregado graúdo (agregado granítico com granulometria 9,5mm) e água. Não foram utilizados aditivos ou outras adições.

O traço em peso de 1:2,4:3,3:0,54 foi elaborado a fim de atingir a resistência mínima especificada de 30MPa aos 28 dias de idade. A Figura 123 ilustra a concretagem das vigas de flexão.

Limagem

Soldagem dos fios após colagem

Verificação da resistência

Disposição final

Figura 122 – Aplicação dos “strain gages” nas vigas de cisalhamento

Separação de materiais

Aplicação de desmoldante

Posicionamento das armaduras

Lançamento e adensamento do concreto

Figura 123 – Concretagem das vigas de flexão

Foram coletados seis corpos-de-prova (φ s) cilíndricos (10cm de diâmetro e 20cm de altura) por viga para ensaios de tração, compressão e módulo de elasticidade de acordo com a NBR 5738 (1984). Aos 28 dias de idade rompiam-se três φ s, destes dois à tração (compressão diametral) e um à compressão axial. Nas datas de ensaio foram rompidos os demais φ s: dois à tração e um à compressão. A cura úmida das vigas bem como dos φ s foi efetuada durante sete dias utilizando-se lonas plásticas para a retenção da umidade; as vigas foram desformadas aos quatro dias de idade recebendo cura úmida até os sete dias de idade. A Figura 124 ilustra estas etapas.

Cura com lonas plásticas

Transporte para desforma

Desforma das vigas

Disposição final após cura

Figura 124 – Processo de desforma e cura das vigas de flexão

O processo de concretagem, cura e desforma das vigas de cisalhamento foram análogos ao descrito para as vigas de flexão. Após as concretagens procederam-se os reforços de todas as vigas observando-se a metodologia de aplicação segundo cada produto de compósitos. Antes de receber o reforço todas as vigas foram lixadas (com o uso de lixadeira elétrica e lixas de uso manual) para a retirada da camada superficial de nata de cimento e posteriormente as superfícies lixadas foram limpas com o uso de ar comprimido e de um pano limpo embebido em álcool etílico. A Figura 125 ilustra esse procedimento.

Lixamento manual após lixamento mecânico *Limpeza***Figura 125** – Procedimentos iniciais de reforço

O sistema de compósito do Produto 01 era composto de resina de saturação e manta de fibra de carbono; a aplicação da resina deu-se diretamente sobre a superfície das vigas e após isso as mantas foram posicionadas sofrendo pressão por meio do uso de um rolo metálico. Como acabamento final as mantas foram também externamente impregnadas. A Figura 126 apresenta as etapas de aplicação do Produto 01.

Aplicação do saturante *Pressão sobre a manta* *Impregnação externa* *Aspecto final***Figura 126** – Aplicação do Produto 01 nas vigas

A aplicação do rolo metálico vem de encontro à necessidade de retirada de bolhas de ar entre a fibra e a resina de saturação e de manter o compósito o mais próximo possível da superfície de concreto.

O sistema do Produto 02 era composto por resinas de imprimação (“*primer*”), regularização (“*putty*”) e saturação conforme discutido no **item 2.2**. A metodologia de aplicação foi análoga a do Produto 01 porém as mantas foram previamente saturadas antes de ser posicionadas nas vigas; a Figura 127 apresenta essa etapa.

Aplicação do “primer”

Aplicação do “putty”

Aspecto final das vigas com “putty”

Impregnação externa

Figura 127 – Aplicação do Produto 02 nas vigas

O sistema do Produto 03 era composto de resina de imprimação, regularização e saturação. A metodologia de aplicação foi análoga a do Produto 02; a Figura 128 ilustra os trabalhos efetuados. O Produto 04 era composto por resina de saturação e laminado de fibra de carbono; os laminados foram limpos com álcool etílico antes da aplicação sobre eles do saturante; após posicionados sobre as vigas receberam também pressão de um rolo e o excesso de resina foi retirado com auxílio de uma espátula. A Figura 129 ilustra as atividades de aplicação deste produto.

Aplicação do "primer"

Aplicação do "putty"

Pressão sobre a manta

Impregnação externa

Figura 128 – Aplicação do Produto 03 nas vigas

Limpeza do laminado

Aplicação da resina sobre o laminado

Aspecto final

Figura 129 – Aplicação do Produto 04 nas vigas

Para as vigas reforçadas ao cisalhamento com sistema de ancoragem (Figura 116) foram utilizadas barras de fibra de carbono AR com diâmetro de 10mm fornecidas pela Rogertec. Após a concretagem e cura das vigas efetuou-se um corte na junção alma/mesa na qual as barras foram dispostas após a colagem das tiras de fibra de carbono de cada produto. Posteriormente a região de ancoragem foi preenchida com graute epoxídico de alta fluidez Conbextra EPR fornecido pela FOSROC. Na Figura 130 encontram-se os trabalhos efetuados nesta fase.

Barras de CFRP e graute

Preparação do graute

Preenchimento da região de ancoragem

Aspecto final

Figura 130 – Execução de sistema de ancoragem com barras de CFRP nas vigas reforçadas ao cisalhamento

8.2.3 Ensaios de Caracterização

8.2.3.1 Concreto

Foram efetuados ensaios de compressão axial e diametral nos corpos-de-prova de concreto aos 28 dias e nas datas de ensaio das vigas segundo a NBR 5739 (1980).

A Tabela 30 apresenta os resultados dos ensaios de tração e compressão dos corpos-de-prova das vigas de flexão (VF) e a Tabela 31 os resultados para as vigas de cisalhamento (VC).

Tabela 30 – Resultados de ensaios de tração e compressão para os φ s das vigas de flexão

Série	Data Concretagem	Data Ensaio	Idade (dias)	f _c (MPa)	f _t (MPa)	Média f _t (MPa)	Média f _c (MPa)	Média f _t (MPa)
VR 01	12/1/2005	15/2/2005	34	50,1	5,0	4,6	46,6	4,6
					4,2			
VR 02	12/1/2005	15/2/2005	34	51,8	4,6	4,9		
					5,2			
VF 01	12/1/2005	15/2/2005	34	46,6	5,1	4,6		
					4,0			
VF 02	12/1/2005	15/2/2005	34	46,6	4,8	4,6		
					4,4			
VF 03	12/1/2005	15/2/2005	34	42,9	4,8	4,3		
					3,8			
VF 04	19/1/2005	15/2/2005	27	43,2	3,9	3,9	43,2	4,0
					3,9			
VF 05	19/1/2005	15/2/2005	27	46,3	3,6	3,8		
					4,0			
VF 06	19/1/2005	15/2/2005	27	39,9	5,1	4,5		
					3,8			
VF 07	19/1/2005	15/2/2005	27	45,2	3,8	4,0		
					4,2			

Tabela 31 – Resultados de ensaios de tração e compressão para os ϕ s das vigas de cisalhamento

Série	Data Concretagem	Data Ensaio	Idade (dias)	f _c (MPa)	f _t (MPa)	Média f _t (MPa)	Média f _c (MPa)	Média f _t (MPa)
VR 03	10/3/2005	7/4/2005	28	41,0	3,8	4,0	38,9	4,2
					4,2			
VR 04	10/3/2005	7/4/2005	28	39,1	4,0	4,2		
					4,3			
VC 01	10/3/2005	7/4/2005	28	37,1	4,6	4,3		
					4,0			
VC 02	10/3/2005	7/4/2005	28	38,9	4,3	4,5		
					4,8			
VC 03	10/3/2005	7/4/2005	28	37,1	3,3	3,9		
					4,5			
VC 04	12/4/2005	5/5/2005	28	30,3	4,7	4,1	39,6	4,3
					3,6			
VC 05	12/4/2005	5/5/2005	28	28,2	4,1	4,3		
					4,6			
VC 06	12/4/2005	5/5/2005	28	31,1	4,1	4,4		
					4,7			
VC 07	12/4/2005	5/5/2005	28	32,6	4,7	4,4		
					4,0			

Cabe ressaltar que os resultados obtidos apontam que o concreto utilizado atende a hipótese inicial de resistência à compressão de 30MPa aos 28 dias de idade.

8.2.3.2 Armaduras de Aço

As armaduras foram ensaiadas à tração (três corpos-de-prova para cada diâmetro) segundo as recomendações da NBR 6152 (1992).

As barras com diâmetro de 5,0mm e 10mm foram ensaiadas em uma máquina de ensaios universal EMIC com deslocamentos medidos por meio de um “clip gage” ao passo que as barras com 20mm de diâmetro, devido à limitação de carga da EMIC, foram ensaiadas em uma máquina de ensaios universal SHIMADZU com deslocamentos medidos por meio de um relógio comparador analógico. A Figura 131 ilustra o procedimento de ensaio.

Ensaio das barras de 20mm

Aspecto de ruptura das barras de 20mm

Máquina EMIC

Ruptura das barras de 5mm e 10mm

Figura 131 – Execução dos ensaios de caracterização das armaduras

A Tabela 32 apresenta os valores de tensão de escoamento e de ruptura, deformação de escoamento e módulo de elasticidade encontrados.

Tabela 32 – Valores encontrados nos ensaios das armaduras das vigas em “T”

CP/ ϕ (mm)	f_y (MPa)	f_u (MPa)	ϵ_y (‰)	f_u/f_y	E_s (GPa)
01/5	535,04	769,79	3,44	1,44	188
02/5	504,51	752,62	5,80	1,49	
03/5	512,12	770,45	2,76	1,50	
Média	517,2	764,3	4,0	1,48	
01/10	511,64	754,10	2,38	1,47	199
02/10	530,77	757,38	2,88	1,43	
03/10	533,27	757,32	2,80	1,42	
Média	525,2	756,3	2,7	1,44	
01/20	608,28	760,51	3,86	1,25	198
02/20	578,34	721,02	3,15	1,25	
03/20	479,62	722,93	3,93	1,51	
Média	555,4	734,8	3,65	1,26	

8.2.3.3 Mantas e Laminados de CFRP e Saturantes

Foram efetuados ensaios de caracterização (tração) dos compósitos de fibra de carbono (mantas e laminados) com base na norma ASTM D3039-95 (1995) e nas resinas utilizando-se o procedimento descrito na norma ASTM D638-96 (1996) realizados na máquina EMIC.

Foram utilizados dois corpos-de-prova para cada tipo de fibra de carbono onde a Figura 132 apresenta os ensaios das tiras e na Tabela 33 encontram-se os resultados médios obtidos.

Preparação dos corpos-de-prova *Aspecto de ruptura da tira na máquina EMIC*

Figura 132 – Execução dos ensaios de caracterização dos compósitos de fibra de carbono

A Figura 133 apresenta as curvas tensão-deformação médias obtidas nestes ensaios.

Tabela 33 – Resultados obtidos nos ensaios de tração dos compósitos de fibra de carbono

Fibra	f_{fu} (MPa)	ϵ_{fu} (‰)	E_f (GPa)
TEI 300	2728,6	12,44	221,44
Mbrace CF-130	2730	12,4	218,9
Fosfiber C – N 200	2915	13,5	220,85
Carbodur H514	1250	4,0	310,19

Figura 133 – Curvas tensão-deformação obtidas para as tiras de CFRP

Os saturantes de cada produto foram ensaiados à tração simples em um número de dois corpos-de-prova para cada tipo de resina; os valores médios das resistências à tração encontram-se na Tabela 34.

Tabela 34 – Resultados dos ensaios de tração simples nos saturantes

Saturante	f_{pu} (MPa)
Triepox – Produto 01	58,9
Mbrace Saturant – Produto 02	55,8
Nitobond CF 55 – Produto 03	62,2
Sikadur 30 – Produto 04	28,4

Observação: Não foi possível medir a deformação na ruptura devido ao efeito de deslizamento das garras da máquina de ensaios nos corpos-de-prova (superfície muito lisa).

8.2.4 Resultados Obtidos: Reforço à Flexão

O esquema de ensaio das vigas reforçadas à flexão segue o disposto Figura 134. Trata-se de um ensaio de flexão em quatro pontos com distância entre os pontos de aplicação de carga de 30cm; para tanto utilizou-se uma viga metálica para a transmissão dos esforços oriundos do atuador.

Figura 134 – Esquema de ensaio das vigas em “T” reforçadas à flexão

Para as vigas de controle (Figura 135) colou-se um “*strain gage*” na região mais comprimida do concreto e os deslocamentos foram medidos no meio do vão por meio do uso de um “LVDT”. Foram medidas as deformações nas armaduras conforme esquema apresentado na Figura 119.

Figura 135 – Esquema de aquisição das vigas de controle para o estudo de reforço à flexão

Já as vigas reforçadas à flexão foram também colados “strain gages” (sg-1, sg-2 e sg-3) nas fibras de carbono segundo a Figura 136.

Figura 136 – Esquema de aquisição das vigas reforçadas à flexão

O esquema de ensaio foi o mesmo apresentado nos ensaios das vigas de seção retangular porém confeccionou-se um novo pórtico para os ensaios das vigas em “T” conforme ilustra a Figura 137.

Figura 137 – Sistema de ensaio das vigas em “T”

A Tabela 35 apresenta os resultados obtidos para as vigas de controle no ensaio à flexão e a Figura 138 ilustra o aspecto da ruptura destas vigas.

Tabela 35 – Resultados das vigas de controle para os reforços à flexão

Viga	f_c (MPa)	f_t (MPa)	P_{ref} (kN)	ϵ_c (‰)	Tipo de Ruptura
VR 01	59,1	4,2	120	2,2	Flexão
VR 02	57,7	4,7	116	1,98	Flexão
Médias	58,4	4,45	118	2,09	---

A Tabela 36 apresenta os resultados obtidos para as vigas reforçadas.

Ruptura – VR 01

Ruptura – VR 02

Figura 138 – Aspecto de ruptura das vigas de controle no estudo do reforço à flexão**Tabela 36** – Resultados obtidos para as vigas reforçadas à flexão

		Meio do Vão			Área de Ancoragem			
Viga	P _{max} (kN)	ε _s (‰)	ε _c (‰)	ε _{CFRP} (sg-2) (‰)	ε _{CFRP} (sg-1) (‰)	ε _{CFRP} (sg-3) (‰)	Δ%	Ruína
VF 01	191	24,3	1,29	6,6	4,9	5,0	61,8	D
VF 02	181	17,2	0,85	5,9	3,1	5,1	53,4	D
Média	186	20,7	1,07	6,2	4,0	5,0	57,6	---
VF 03	210	17,2	1,10	10,1	5,5	6,2	77,9	D
VF 04	220	18,0	1,20	9,9	3,5	6,8	86,4	D
Média	215	17,6	1,15	10,0	4,5	6,5	82,1	---
VF 05	198	10,0	0,99	10,1	4,5	---	67,8	M
VF 06	182	10,5	1,07	10,9	---	4,5	54,2	D
Média	190	10,2	1,03	10,5	4,5	4,5	61,0	---
VF 07	145	9,7	1,66	3,5	1,88	1,98	22,9	D

Observação: Os campos de valores de deformações marcados com (---) indicam que os dados não foram obtidos por problemas nos “strain gages”; a variação percentual foi calculada como da mesma maneira que o apresentado para as vigas retangulares; “D” representa ruptura por descolamento do reforço e “M” ruptura na manta.

A Tabela 37 ilustra as propriedades mecânicas do material concreto na data dos ensaios das vigas. A Figura 139 ilustra o aspecto da ruptura das vigas reforçadas à flexão.

Tabela 37 – Propriedades mecânicas do concreto das vigas reforçadas à flexão na data do ensaio

Viga	f_c (MPa)	f_t (MPa)
VF 01	62,7	5,0
VF 02	60,7	5,0
VF 03	60,3	5,2
VF 04	61,1	5,6
VF 05	57,6	5,6
VF 06	59,6	5,7
VF 07	60,9	5,8

Ruptura – VF 01

Ruptura – VF 02

Ruptura – VF 03

Ruptura – VF 04

Ruptura – VF 05

Ruptura – VF 06

Ruptura – VF 07

Figura 139 – Aspecto de ruptura das vigas reforçadas à flexão

Com exceção da viga VF 05 todas as outras possuíram mecanismo de colapso por descolamento da camada de reforço de fibra de carbono. As vigas VF 03 e VF 04 (reforçadas com Produto 02) possuíram o maior ganho de capacidade resistente (em média 82,1%) seguidas das vigas VF 05 e VF 06 (Produto 03, ganho médio de 61%), VF 01 e VF 02 (Produto 01, ganho médio de 57,6%) e por último a viga VF 07 (Produto 04, ganho de 22,9%). Comparando-se esta tendência com os valores de área de reforço relacionadas na Tabela 27 percebe-se que o Produto 02 em relação ao Produto 01 mostrou-se mais eficaz devido a área de fibra 24% superior.

Já o Produto 03, comparado ao Produto 01, foi mais eficaz pois as vigas VF 05 e VF 06 (área de fibra de $0,20\text{cm}^2$) possuíram carga de colapso superior ao das vigas VF 01 e VF 02 (área de fibra de $0,25\text{cm}^2$). Esta tendência pode estar ligada ao próprio produto uma vez que para o Produto 01 e Produto 04 (laminado colado) utilizam somente os respectivos saturantes; já para os Produtos 02 e 03 foram usadas resinas de imprimação, regularização e saturação. A Figura 140, Figura 141, Figura 142 e Figura 143 apresentam respectivamente as curvas força-deslocamento, força-deformação no concreto, força-deformação nas armaduras de flexão e força-deformação no CFRP no meio do vão (“*strain gage*” sg-2) obtidas para as vigas reforçadas à flexão.

Figura 140 – Curvas força-deslocamento obtidas para as vigas reforçadas à flexão e vigas de controle

Observa-se uma maior rigidez das vigas reforçadas em comparação às não reforçadas sobretudo para cargas de serviço (resultado esperado e já consagrado na literatura técnica); neste sentido as vigas reforçadas com o Produto 01 (VF 01 e VF 02) apresentaram a maior rigidez no Estádio II, seguidas da viga VF 07, depois as vigas VF 03 e VF 04 e finalmente as vigas VF 05 e VF 06.

Figura 141 – Curvas força-deformação no concreto obtidas para as vigas reforçadas à flexão e vigas de controle

Figura 142 – Curvas força-deformação nas armaduras de flexão obtidas para as vigas reforçadas à flexão e vigas de controle

Figura 143 – Curvas força-deformação nas fibras de carbono no meio do vão (“*strain gage*” sg-2) obtidas para as vigas reforçadas à flexão

Em termos do comportamento global, as vigas reforçadas apresentaram-se menos dúcteis na ruptura quando comparadas às vigas de controle (maiores deslocamentos e deformações no concreto comprimido nas vigas não reforçadas – resultado também esperado e já difundido na literatura técnica). A média das deformações no concreto na ruptura para as vigas de controle ficou em 2,09‰; as vigas VF 05 e VF 06 apresentaram um valor de deformação no concreto 50,7% menor do obtido nas vigas não reforçadas, as vigas VF 01 e VF 02 48,8%, as vigas VF 03 e VF 04 45% e a viga VF 07 apenas 20,7% sendo esta a viga reforçada mais dúctil.

Percebe-se também pelo exposto na Figura 141 que as vigas reforçadas apresentaram um acréscimo na carga de fissuração comparando-se com as vigas de controle, onde a carga de fissuração obtida foi da ordem de 45kN; os acréscimos foram os seguintes: 4,5% para as vigas VF 03, VF 04 e VF 07, 11% para as vigas VF 01 e VF 02 e 33% para as vigas VF 05 e VF 06. Pelo exposto na Figura 142 as armaduras de flexão de todas as vigas reforçadas apresentaram-se em regime de pós-escoamento porém não rompidas como nas vigas de controle; da Figura 143 notam-se que as deformações na fibra no meio do vão, no instante da ruptura, para as vigas reforçadas com os produtos 02 e 03 correspondem à valores da ordem de 10‰, seguidas das vigas reforçadas com o Produto 01 (6‰) e da viga reforçada com o Produto 04 (3,5‰).

8.2.5 Resultados Obtidos: Reforço ao Cisalhamento

O esquema de ensaio das vigas reforçadas ao cisalhamento segue o disposto na Figura 144. Trata-se de um ensaio de flexão em três pontos com carregamento aplicado no meio do vão; para tanto utilizou-se uma viga metálica para distribuição da carga ao longo da largura da mesa.

Figura 144 – Esquema de ensaio das vigas reforçadas ao cisalhamento

Definiram-se então dois tipos de aquisição para as deformações nas fibras de carbono; a Figura 145 mostra o posicionamento dos “*strain gages*” para as vigas com espaçamento entre as tiras de 15cm (VC 01, VC 02, VC 03, VC 04 e VC 07) ao passo que na Figura 146 encontra-se o detalhamento da aquisição de deformações das vigas com espaçamento entre tiras de 17,5cm (VC 05 e VC 06).

Figura 145 – Detalhe do sistema de aquisição das vigas com espaçamento entre tiras de 15cm

Figura 146 – Detalhe do sistema de aquisição das vigas com espaçamento entre tiras de 17,5cm

Nas vigas de cisalhamento os “*strain gages*” colados no CFRP foram numerados de 1 a 3 ao passo que os colados nos estribos foram numerados de 4 a 9 (Figura 120) com o intuito de facilitar a apresentação nos resultados. Particularmente para as vigas de cisalhamento, cada estribo continha dois “*strain gages*”, um em cada segmento vertical do mesmo; desta forma as deformações apresentadas nos extensômetros de 4 a 9 representam o valor médio da leitura de deformações do estribo.

A Tabela 38 apresenta os resultados obtidos para as vigas de controle no ensaio à flexão e a Figura 147 ilustra o aspecto da ruptura destas vigas.

Tabela 38 – Resultados das vigas de controle para os reforços ao cisalhamento

Viga	f_c (MPa)	f_t (MPa)	P_{ref} (kN)	ϵ_s sg-4 (‰)	ϵ_c (‰)	Tipo de Ruptura
VR 03	59,9	5,3	147	---	1,95	Cisalhamento
VR 04	60,1	5,3	143	6,1	1,74	Cisalhamento
Médias	60,0	5,3	145	6,1	1,84	---

A Tabela 39 apresenta os resultados obtidos para as vigas reforçadas ao passo que a Figura 148 ilustra o aspecto de ruptura.

Os resultados obtidos apontam nitidamente o aumento de capacidade de carga para as vigas nas quais o sistema de ancoragem na junção mesa/alma foi utilizado. Esta ampliação foi quantificada em 13% para a viga VC 06 comparada à VC 05 e em 52% da viga VC 04 comparada à viga VC 03.

Ruptura – VR 03

Ruptura – VR 04

Figura 147 – Aspecto da ruptura das vigas de controle nos ensaios de cisalhamento**Tabela 39** – Resultados obtidos para as vigas reforçadas ao cisalhamento

Viga	$P_{\max}$ (kN)	Meio do Vão			Área de Ancoragem		$\Delta\%$	Ruína
		ϵ_s (sg-4) (‰)	ϵ_c (‰)	ϵ_{CFRP} (sg-2) (‰)	ϵ_{CFRP} (sg-1) (‰)	ϵ_{CFRP} (sg-3) (‰)		
VC 01	220	3,88	1,67	4,98	---	---	51,7	C
VC 03	200	1,31	1,11	---	0,04	0,074	37,9	D
VC 04	305	---	1,96	4,33	---	---	110,3	M
VC 05	243	2,73	1,30	4,90	0,11	0,20	67,6	D
VC 06	275	---	2,00	4,34	0,35	---	89,6	M
VC 07	207	6,01	1,34	0,31	0,08	---	42,8	C

Observação: a viga VC 02 não pode ser ensaiada pois a empresa que fornecia a fibra de carbono (Produto 01) estava com indisponibilidade no mercado brasileiro; na viga VC 03 houve uma ruptura precoce do concreto na região de apoio; a ruína do tipo “C” denota a ruptura por cisalhamento ao passo que “D” e “M” representam respectivamente ruptura por descolamento e na manta.

A Tabela 40 apresenta as propriedades mecânicas do concreto.

Tabela 40 – Propriedades mecânicas do concreto das vigas reforçadas ao cisalhamento na data do ensaio

Viga	f_c (MPa)	f_t (MPa)
VC 01	60,0	5,4
VC 03	60,5	5,4
VC 04	59,6	5,3
VC 05	60,0	5,2
VC 06	57,6	5,5
VC 07	55,1	5,1

A Figura 149, Figura 150, Figura 151 e Figura 152 representam respectivamente as curvas força-deslocamento, força-deformação no concreto na fibra mais comprimida, força-deformação nos estribos mais solicitados (sg-4) e força-deformação nas fibras de

carbono mais solicitadas (sg-2). A viga na qual obteve-se a maior capacidade de carga foi a VC 04 (110,3% de ampliação) onde utilizou-se o sistema de ancoragem das mantas nas barras de CFRP e o Produto 02. As vigas reforçadas com mantas proporcionaram um alívio maior nas deformações (lidas no “strain gage” sg-4) do estribo mais solicitado quando comparadas com a viga reforçada com laminado (VC 07) devido a disposição dos laminados em dois lados e das mantas em três lados (mais eficiente); para as vigas de controle estas deformações ficaram em 6,1‰, para as vigas reforçadas com mantas entre 1,31‰ e 3,88‰ e finalmente para a VC 07 6,01‰ praticamente o mesmo valor medido para as vigas não reforçadas conforme evidenciado na Figura 151.

Ruptura – VC 01

Ruptura – VC 03

Ruptura – VC 04

Ruptura – VC 05

Ruptura – VC 06

Ruptura – VC 07

Figura 148 – Aspecto de ruptura das vigas reforçadas ao cisalhamento

Figura 149 – Curvas força-deslocamento obtidas para as vigas de controle e reforçadas ao cisalhamento

Figura 150 – Curvas força-deformação no concreto obtidas para as vigas de controle e reforçadas ao cisalhamento

Um problema identificado durante esses ensaios foi que o processo mecânico da abertura da ranhura na junção mesa/alma (e até mesmo a concretagem) tenha causado uma vibração excessiva das vigas e comprometido alguns “*strain gages*” que estavam colados nos estribos. Observando-se a Figura 150 percebe-se que as vigas que

receberam reforço com sistema de ancoragem (VC 04 e VC 06) foram tão dúcteis (preservando-se praticamente inalterada) quanto às vigas de controle (esse comportamento já havia sido relatado por KHALIFA; NANNI, 2000); já para viga VC 01 obteve-se uma deformação no concreto na ruptura 9% menor que as vigas de controle, a viga VC 03 39%, a viga VC 05 29% e a viga VC 07 27%.

Figura 151 – Curvas força-deformação no estribo mais solicitado (sg-4) para as vigas de controle e reforçadas ao cisalhamento

Figura 152 – Curvas força-deformação no compósito de fibra de carbono mais solicitado (sg-2) para as vigas reforçadas ao cisalhamento

As deformações das mantas no instante da ruptura das vigas ficaram entre 4,33‰ e 4,98‰ e para o laminado 0,31‰ segundo a Figura 152. As deformações nas tiras de CFRP que interceptam a fissura crítica de cisalhamento são ligeiramente superiores às das tiras situadas fora da região de formação desta fissura (o modelo analítico de CHEN; TENG, 2001 foi desenvolvido com base neste comportamento); a Figura 153 mostra a representação deste comportamento. Na Figura 148 (ruptura da viga VC 05) nota-se que a fibra de CFRP na qual o “*strain gage*” sg-2 estava colado foi justamente a tira que interceptou a fissura crítica, descolando-se do substrato antes das demais.

Figura 153 – Curvas força-deformação nas mantas de CFRP para a viga VC 05

8.3 Comparação com Critérios de Projeto

Após a realização dos ensaios experimentais efetuaram-se comparações entre os momentos de ruptura e as parcelas resistentes das fibras aos esforços cortantes obtidos experimentalmente e por meio das formulações do ACI, fib e outras propostas.

As comparações foram efetuadas tanto para as vigas retangulares reforçadas à flexão (Figura 154 e Tabela 41) quanto para as vigas em “I” reforçadas à flexão (Figura 155 e Tabela 42) e ao cisalhamento (Figura 156 e Tabela 43).

Cabem-se neste momento algumas ressalvas: as propriedades mecânicas dos CFRP utilizados nestes cálculos foram as encontradas nos ensaios de caracterização (valores médios); os modelos de KHALIFA *et al.* (1998), CHEN; TENG (2001) e

TÄLJSTEN (2003) são aplicáveis somente para vigas reforçadas ao cisalhamento em “U” ou em dois lados; os cálculos dos valores de “ V_f ” para as vigas VC4 e VC6 foram efetuados considerando-se o reforço executado com encamisamento de toda a seção embora tenha sido executado um sistema de ancoragem na junção mesa/alma.

Tabela 41 – Valores teóricos e experimentais obtidos para as vigas retangulares reforçadas à flexão

Vigas	M_r (kN.m)			Δ (%)	
	Experimental	ACI	fib	ACI	fib
VF1 a VF8	8,1	7,3	8,8	+10,95	-8,64
VF9 a VF10 e VF12 a VF14	8,02	7,4	8,7	+8,38	-8,48
VF11	9,4	8,7	11,5	+8,04	-22,34

Figura 154 – Comparação entre os momentos de ruptura teóricos e experimentais obtidos para as vigas de seção retangular reforçadas à flexão

Tabela 42 – Valores teóricos e experimentais obtidos para as vigas em “T” reforçadas à flexão

Vigas	M_r (kN.m)			Δ (%)	
	Experimental	ACI	fib	ACI	fib
VF 01/VF 02	51,2	44,7	46,7	+14,54	+9,64
VF 03/VF 04	59,2	52,4	54,5	+12,98	+8,62
VF 05/VF 06	52,3	39,5	42,4	+32,40	+23,35
VF07	39,9	43,8	45,8	-9,77	-14,79

Figura 155 – Comparação entre os momentos de ruptura teóricos e experimentais obtidos para as vigas de seção “T” reforçadas à flexão

Tabela 43 – Valores teóricos e experimentais obtidos para as vigas em “T” reforçadas ao cisalhamento

Vigas	V_f (kN)					Δ (%)			
	Exp.	ACI	fib	CHEN; TENG (2001)	KHALIFA <i>et al.</i> (1998)	ACI	fib	CHEN; TENG (2001)	KHALIFA <i>et al.</i> (1998)
VC 01	37,5	30,5	10,04	29,76	19,93	+22,95	+273,5	+26,0	+88,15
VC 03	27,5	36,4	10,79	33,97	23,68	-32,36	+154,9	-23,53	+16,13
VC 04	80	36,4	21,33	33,97	23,68	+119,8	+275,1	+135,5	+237,8
VC 05	49	22,1	9,45	24,42	18,30	+121,7	+418,5	+100,6	+167,76
VC 06	65	22,1	16,42	24,42	18,30	+194,1	+295,8	+166,2	+255,2
VC 07	31	12,6	10,66	44,83	154,6	+146,1	+190,8	-44,61	-398,71

Observação: Na viga VC 03 houve uma ruptura precoce do concreto na região de apoio; na Figura 156 não foi colocado o valor de “ V_f ” para a viga VC 07 calculado pelo modelo de KHALIFA *et al.* (1998) pelo fato do valor teórico ser muito acima do experimental.

Analisando a Tabela 41 percebe-se que os valores de momento de ruptura “ M_r ” teóricos obtidos com o uso do ACI ficaram mais próximos dos valores encontrados experimentalmente porém abaixo destes; já os resultados encontrados pelo fib ficaram sempre acima dos valores experimentais e dos valores teóricos calculados com o ACI.

Na Tabela 44 encontram-se dispostos os valores teóricos para as vigas reforçadas ao cisalhamento utilizando-se o modelo de NOLLET; CHAALLAL; PERRATON (1998) e TÄLJSTEN (2003).

Figura 156 – Comparação entre as parcelas resistentes das fibras ao esforço cortante teóricos e experimentais obtidos para as vigas de seção “T” reforçadas ao cisalhamento

Tabela 44 – Valores teóricos obtidos pelo modelo de NOLLET; CHAALLAL; PERRATON (1998) e TÄLJSTEN (2003) para as vigas em “T” reforçadas ao cisalhamento

Vigas	V _f (kN)			Δ (%)	
	Experimental	NOLLET; CHAALLAL; PERRATON (1998)	TÄLJSTEN (2003)	NOLLET; CHAALLAL; PERRATON (1998)	TÄLJSTEN (2003)
VC 01	37,5	34,62	31,02	+8,32	+20,89
VC 03	27,5	41,55	29,58	-51,09	-7,56
VC 04	80	41,55	29,58	+92,54	+170,5
VC 05	49	29,68	28,41	+65,09	+72,47
VC 06	65	29,68	28,41	+119,00	+128,8
VC 07	31	33,94	---	-9,48	---

Esta mesma linha de tendência foi obtida por outros pesquisadores (BEBER, 1999, FORTES, 2000, FORTES; PADARATZ, 2001) cujos resultados já foram mostrados no **Capítulo 2**.

Por outro lado observando a Tabela 42 notam-se também maiores momentos de ruptura calculados com o fib em comparação com o ACI porém para estas vigas as respostas do fib ficaram mais próximas dos valores experimentais exceto para a viga VC 07 (reforçada com laminado colado externamente).

Isto mostra uma tendência (que deve ser verificada em mais ensaios) do fib produzir respostas mais próximas de valores experimentais para vigas reforçadas à flexão com sistemas de ancoragem diferentemente das vigas sem qualquer sistema de ancoragem.

Quanto aos resultados dispostos na Tabela 43 e Tabela 44 cabe ressaltar:

- a) para a viga VC 01 reforçada com mantas o valor teórico de “ V_f ” encontrado com o uso da formulação proposta por NOLLET; CHAALLAL; PERRATON (1998) ficou próximo do valor experimental; para todas as vigas os valores teóricos obtidos com o fib ficaram sempre abaixo dos valores experimentais demonstrando o critério conservador da norma;
- b) os valores teóricos para a viga VC 03 obtidos pelo ACI, CHEN; TENG (2001), NOLLET; CHAALLAL; PERRATON (1998) e TÄLJSTEN (2003) ficaram acima dos valores experimentais pois nessa viga houve ruptura precoce do concreto no apoio;
- c) para as vigas reforçadas com mantas e com ancoragem na junção mesa/alma (VC 04 e VC 06) os valores encontrados pelo ACI ficaram mais próximos dos valores de “ V_f ” experimentais em comparação com o fib;
- d) para a viga VC 07 reforçada com laminado colado externamente os valores de “ V_f ” calculados pelas propostas de CHEN; TENG (2001) e KHALIFA *et al.* (1998) foram muito superiores ao valor experimental devido à taxa superior de área de fibra; em outras palavras as propostas de CHEN; TENG (2001) e KHALIFA *et al.* (1998) aparentam não ser aplicáveis às estruturas reforçadas com laminados colados externamente por majorar muito os valores de “ V_f ”, cuja tendência deve ser verificada em um número maior de ensaios; nesta viga os valores teóricos do fib e ACI mostraram-se muito abaixo do valor experimental e o valor teórico obtido conforme o modelo de NOLLET; CHAALLAL; PERRATON (1998) apresentou-se mais apropriado; os modelos de KHALIFA *et al.* (1998) e TÄLJSTEN (2003) não se aplicam para vigas reforçadas com laminados;
- e) dentre todas as formulações testadas o modelo do fib foi o mais conservador seguido do critério de KHALIFA *et al.* (1998);
- f) de uma maneira geral o modelo teórico de NOLLET; CHAALLAL; PERRATON (1998) foi o mais capaz de prever a parcela resistente ao cortante devido às fibras de carbono com exceção da viga VC 03 onde houve uma ruptura precoce do concreto no apoio que provocou um valor de “ V_f ” experimental abaixo do esperado.

8.3.1 Comparação com Modelos de Previsão de Descolamento

Estes modelos apresentados no **Capítulo 7** foram testados quanto à sua capacidade de previsão de descolamento do reforço das vigas de seção retangular reforçadas à flexão ensaiadas no programa experimental.

8.3.1.1 Modelos Baseados na Capacidade Resistente ao Cortante

Foram testados os modelos de OEHLERS (1992) e JANSZE (1997). Os resultados obtidos dos esforços cortantes de descolamento na seção correspondente ao final da camada de reforço foram muito superiores aos valores experimentais. Isso deve-se ao fato de:

- a) As expressões do modelo de OEHLERS (1992) são válidas nos casos onde o esforço cortante e momento são importantes na seção correspondente ao final do reforço; no caso das vigas ensaiadas somente o esforço cortante é importante na seção correspondente ao final do reforço de flexão, pois esta seção situa-se muito próxima do apoio, produzindo momento quase nulo.
- b) No caso do modelo de JANSZE (1997) a restrição é a mesma: a formulação proposta não é válida quando o reforço acaba sobre o apoio ou muito próximo dele. Porém o autor não estabelece limites da proximidade do reforço com relação ao apoio dentro dos quais o modelo é válido.

8.3.1.2 Modelos Baseados no Concreto entre Duas Fissuras de Flexão

Foram testados os modelos de ZHANG; RAOOF; WOOD (1995) e RAOOF; HASSANEN (2000). Foram calculados os valores da tensão normal mínima de descolamento cujos valores encontram-se na Tabela 45.

Os valores encontrados para o modelo de ZHANG; RAOOF; WOOD (1995) foram muito próximos dos valores experimentais; já a proposta de RAOOF; HASSANEN (2000), que sugeriram uma modificação no cálculo do comprimento de ancoragem “ L_{p2} ”, apresentou-se muito conservadora.

Tabela 45 – Valores encontrados para a tensão mínima de descolamento segundo os modelos baseados no concreto entre duas fissuras de flexão

Vigas	$\sigma_{\min}$ (MPa)			Δ (%)	
	Ensaios	ZHANG; RAOOF; WOOD (1995)	RAOOF; HASSANEN (2000)	ZHANG; RAOOF; WOOD (1995)	RAOOF; HASSANEN (2000)
VF1 a VF8	2815,2	2861	593	-1,63	+374,7

8.3.1.3 Modelos Baseados na Resistência da Interface

Foi testado o modelo de TUMIALAN; BELARBI; NANNI (1999). A máxima tensão principal na interface concreto/compósito calculada foi de 5,6MPa e o módulo de ruptura do concreto calculado pela proposta de MIRZA; HATZINIKOLAS; MACGREGOR (1979) foi de 4,36MPa. Neste caso o modelo sugere que ocorre o descolamento do reforço de flexão (fato também constatado experimentalmente).

9. EXEMPLOS NUMÉRICOS

Neste capítulo encontram-se as modelagens computacionais efetuadas em estruturas de concreto armado reforçadas ou não com compósitos de fibra de carbono, sendo os resultados experimentais oriundos dos ensaios efetuados no programa experimental ou ensaiadas por outros pesquisadores. Em uma primeira etapa, um estudo é efetuado utilizando-se o DIANA: avaliação da ancoragem segundo os ensaios experimentais de BROSENS (2001). É discutida a eficiência dos modelos de aderência (“*bond-slip*”) do DIANA em prever o comportamento da interface concreto/compósito.

Outros exemplos de modelagem em vigas de concreto armado, especificamente as vigas de seção retangular e em “T” cujos resultados foram apresentados no **Capítulo 8**, utilizando-se os programas QUEBRA2D/FEMOOP e DIANA são realizadas com o intuito de avaliar a eficácia dos modelos implementados. Finalmente outras vigas ensaiadas por outros pesquisadores são também modeladas numericamente.

9.1 Modelagem da Interface Concreto-Compósito

Trata-se da modelagem dos trabalhos efetuados por BROSENS (2001). O objetivo é ter conhecimento se os modelos de aderência do DIANA produzem respostas numéricas que condizem com os resultados experimentais.

A Figura 157 ilustra os ensaios conduzidos por BROSENS (2001). Foram utilizados dois prismas de concreto com mantas de fibra de carbono coladas em suas faces e um LVDT em cada lado para a medida dos deslocamentos.

Figura 157 – Ensaios conduzidos por BROSENS (2001)

Foram obtidas curvas força-deslocamento utilizando-se diferentes larguras de manta, diferentes comprimentos de ancoragem e diferentes camadas de compósito. A avaliação numérica aqui apresentada condiz com o primeiro item: variação da largura da manta. Um modelo bidimensional foi criado no DIANA cujos modelos constitutivos e valores de parâmetros utilizados para os materiais foram os seguintes:

-*Concreto*: módulo de elasticidade de 42GPa, coeficiente de Poisson de 0,15, fator de retenção ao cisalhamento “ β ” de 0,2, resistência à tração de 5,0MPa, energia de fratura de 0,051N/mm e resistência à compressão de 50MPa; endurecimento na compressão segundo o modelo de *Thorenfeldt* e amolecimento na tração segundo o modelo de *Hordijk*.

-*Compósito de Fibra de Carbono*: módulo de elasticidade de 235GPa, coeficiente de Poisson de 0,25, tensão de ruptura de 4550MPa; modelo de *Von Mises*.

-*Resina Epoxídica*: modelo de *Noakowski* com módulo de elasticidade de 3600MPa, coeficiente de Poisson de 0,4, parâmetro “a” igual a 14,1, “b” igual a 0,25 (lembrando que $b < 1$) e deslizamento “dt”, a partir do qual inicia-se o trecho não-linear da curva de aderência, igual a 0,08mm.

Estes modelos e valores de parâmetros foram utilizados para a modelagem com manta de largura igual a 80mm; para a manta com largura de 120mm mudou-se apenas alguns valores dos parâmetros para a resina epoxídica. São eles: “a” igual a 13,0, “b” igual a 0,27 e deslizamento “dt” igual a 0,08mm. Os demais parâmetros e modelos permaneceram iguais à modelagem com largura de 80mm.

A Figura 158 apresenta os valores obtidos para largura de manta de 80mm; por outro lado a Figura 159 ilustra o resultados para largura de 120mm.

Os resultados numéricos alcançados apresentam boa correlação com os resultados experimentais de BROSENS (2001). Com o aumento da largura da manta colada, ampliaram-se a força de ruptura, o deslocamento último e a rigidez da interface concreto-compósito.

A forma de ruptura encontrada por BROSENS (2001) está indicada na Figura 160 na qual observa-se o destacamento do concreto colado ao compósito; na mesma figura pode-se notar o sistema de distribuição de deformações por cisalhamento, obtido nas modelagens, responsáveis pelo mecanismo de ruptura detectado experimentalmente.

Figura 158 – Resultados para largura de manta de 80mm

Figura 159 – Resultados para largura de manta de 120mm

Figura 160 – Forma de ruptura experimental (a) e ação de deformações por cisalhamento no concreto segundo modelagem numérica (b)

9.2 Modelagem das Vigas de Seção Retangular

9.2.1 Vigas de Seção Retangular com Armadura Convencional

A modelagem das vigas de seção transversal retangular de referência (com armadura convencional) foi efetuada basicamente de três formas:

- Modelo bidimensional no DIANA;
- Modelo tridimensional no DIANA;
- Modelo bidimensional no QUEBRA2D/FEMOOP, cuja modelagem foi efetuada com armaduras discretas e incorporadas com e sem aderência perfeita entre aço e concreto.

Para as modelagens no DIANA foram sempre utilizadas armaduras incorporadas. Os modelos constitutivos e parâmetros utilizados foram os seguintes:

-*Concreto*: módulo de elasticidade de 40GPa, coeficiente de Poisson de 0,15, fator de retenção ao cisalhamento “ β ” de 0,2, resistência à tração de 4,5MPa, energia de fratura de 0,015N/mm e resistência à compressão de 45MPa; endurecimento na compressão

segundo o modelo de *Thorenfeldt* e amolecimento na tração segundo o modelo de *Hordijk*.

-Aço: módulo de elasticidade de 210GPa, coeficiente de Poisson de 0,30, tensão de escoamento de 640MPa; modelo de *Von Mises*.

A Figura 161 apresenta curvas força-deformação no concreto comprimido obtidas nas modelagens do DIANA em comparação aos valores experimentais dos ensaios para a viga REF1 e a Figura 162 encontram-se os resultados em termos de curvas força-deslocamento.

Figura 161 – Curvas força-deformação no concreto obtidas para a viga REF1 nas modelagens utilizando-se o DIANA

Para as modelagens no QUEBRA2D/FEMOOP foram utilizadas armaduras discretas ou incorporadas com e sem aderência perfeita entre o concreto e as armaduras. Para a retirada da aderência perfeita entre estes materiais foram utilizados os elementos de interface implementados. Os modelos constitutivos e parâmetros utilizados foram os seguintes:

-Concreto: módulo de elasticidade de 40GPa, coeficiente de Poisson de 0,15, “A” igual a 1,96, “B” igual a 3,28, resistência à compressão de 45MPa, “K₁” igual a 11,55, “K₂” igual a 0,988, fator de retenção ao cisalhamento “β” de 0,05, resistência à tração de 4,5MPa, energia de fratura de 0,015N/mm e largura de banda de fissura de 14,65mm; modelo de

Ottosen. Cabe notar que os parâmetros de *Ottosen* foram calculados conforme DAHL (1992).

Figura 162 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga REF1 nas modelagens utilizando-se o DIANA

-*Aço*: módulo de elasticidade de 210GPa, coeficiente de Poisson de 0,30, tensão de escoamento de 640MPa; modelo de *Von Mises*.

-*Interface Concreto-Aço*: tensão máxima de aderência de 12MPa, tensão residual de aderência de 6MPa, deslizamento relativo na ruptura de 0,3mm, deslizamento relativo residual de 0,9mm, módulo de aderência inicial de 40GPa e módulo de aderência após a ruptura de 20GPa; modelo de *Homayoun*.

A Figura 163 apresenta os resultados força-deslocamento obtidos. As respostas numéricas do DIANA e QUEBRA2D/FEMOOP apresentam boa correlação com os resultados experimentais, todavia o melhor resultado foi alcançado com armaduras discretas e incorporadas no QUEBRA2D/FEMOOP com o modelo de aderência de *Homayoun*.

Notam-se também pela Figura 163 que as respostas obtidas com aderência perfeita aço-concreto para armaduras discretas ou incorporadas são mais rígidas em comparação ao modelo numérico com tratamento da perda de aderência. O modelo incorporado é mais rígido que o modelo discreto. As tensões normais nas armaduras e a fissuração podem ser visualizadas na Figura 164.

Figura 163 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga REF1 nas modelagens utilizando-se o QUEBRA2D/FEMOOP

Figura 164 – Fissuração e tensões nas armaduras obtidas utilizando-se o QUEBRA2D/FEMOOP para a viga retangular com armadura convencional

9.2.2 Vigas de Seção Retangular Reforçadas com CFRP

A modelagem das vigas de seção transversal retangular reforçadas à flexão com compósitos de fibra de carbono foi igualmente efetuada conforme as três formas apresentadas no item anterior, ou seja, modelo bidimensional no DIANA, modelo tridimensional no DIANA e modelo bidimensional no QUEBRA2D/FEMOOP com armaduras discretas e incorporadas com e sem aderência perfeita entre aço e concreto.

Cabe ressaltar que o elemento finito utilizado para compor a camada epoxídica no DIANA fora um elemento de interface de linha (modelo bidimensional) ou de superfície (modelo tridimensional). Já no sistema QUEBRA2D/FEMOOP foram utilizados os elementos de interface implementados.

Para as modelagens no DIANA foram sempre utilizadas armaduras incorporadas. Os modelos constitutivos e parâmetros utilizados para o compósito de CFRP foram:

- *Compósito de Fibra de Carbono*: módulo de elasticidade de 230GPa, coeficiente de Poisson de 0,25, tensão de ruptura de 3500MPa; modelo de *Von Mises*.

- *Resina Epoxídica*: modelo de *Noakowski* com módulo de elasticidade de 3800MPa, coeficiente de Poisson de 0,4, parâmetro “a” igual a 14,1, “b” igual a 0,25 e deslizamento “dt”, a partir do qual inicia-se o trecho não-linear da curva de aderência, igual a 0,08mm.

Os parâmetros e modelos para o aço e concreto foram os mesmos apresentados para a viga de referência. A Figura 165 apresenta as curvas força-deformação no concreto experimental e numéricas; a Figura 166 as curvas força-deslocamento.

Para as modelagens no QUEBRA2D/FEMOOP foram utilizados os seguintes modelos constitutivos e parâmetros:

- *Compósito de Fibra de Carbono*: módulo de elasticidade de 230GPa, coeficiente de Poisson de 0,25, tensão de ruptura de 3500MPa; modelo de *Von Mises*.

- *Resina Epoxídica*: tensão máxima de aderência de 3,0MPa, tensão residual de aderência de 1,5MPa, deslizamento relativo na ruptura de 0,6mm, deslizamento relativo residual de 0,9mm, módulo de aderência inicial de 3800MPa e módulo de aderência após a ruptura de 1900MPa; modelo de *Homayoun*. Os parâmetros e modelos para o aço, concreto e interface aço-concreto foram os mesmos utilizados na modelagem da viga REF1.

Figura 165 – Curvas força-deformação no concreto obtidas para a viga VF1 nas modelagens utilizando-se o DIANA

Figura 166 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga VF1 nas modelagens utilizando-se o DIANA

A Figura 167 ilustra os resultados obtidos com o QUEBRA2D/FEMOOP.

Figura 167 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga REF1 nas modelagens utilizando-se o QUEBRA2D/FEMOOP

As respostas encontradas no DIANA foram mais rígidas em função do modelo de aderência de *Noakowski* e também das armaduras serem incorporadas e com aderência perfeita; as curvas numéricas mais próximas às experimentais foram obtidas com armaduras discretas e incorporadas com tratamento da perda de aderência na região aço-concreto no sistema QUEBRA2D/FEMOOP.

9.3 Modelagem das Vigas de Seção “T”

9.3.1 Vigas de Seção “T” com Armadura Convencional

Modelagens tridimensionais para as vigas de seção “T” com armadura convencional foram efetuadas na plataforma DIANA; os modelos constitutivos e valores dos atributos utilizados para a modelagem da viga VR 01 (viga de referência ao reforço de flexão) foram os seguintes:

-*Concreto*: módulo de elasticidade de 42GPa, coeficiente de Poisson de 0,15, fator de retenção ao cisalhamento “ β ” de 0,2, resistência à tração de 4,0MPa, energia de fratura de 0,020N/mm e resistência à compressão de 60MPa; endurecimento na compressão segundo o modelo de *Thorenfeldt* e amolecimento na tração segundo *Hordijk*.

-*Aço*: módulo de elasticidade de 210GPa, coeficiente de Poisson de 0,30, tensão de ruptura de 755MPa; modelo de *Von Mises*. São apresentadas as curvas força-deslocamento (Figura 168), força-deformação no concreto (Figura 169) e força-deformação nas armaduras longitudinais de tração (Figura 170).

Figura 168 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga VR 01

Figura 169 – Curvas força-deformação no concreto obtidas para a viga VR 01

Figura 170 – Curvas força-deformação nas armaduras de tração obtidas para a viga VR 01

A Figura 171 mostra a região fissurada da viga na ruptura (e as deformações nas fissuras) e também as tensões nas armaduras longitudinais e nos estribos.

Tensões normais nas armaduras de flexão em MPa

Tensões normais nos estribos em MPa

Região fissurada da viga e deformações nas fissuras

Figura 171 – Tensões e deformações obtidas para a viga VR 01 na modelagem tridimensional efetuada no DIANA

Para a viga de referência ao reforço de cisalhamento (VR 04) os parâmetros e modelos dos materiais utilizados foram:

-*Concreto*: módulo de elasticidade de 42GPa, coeficiente de Poisson de 0,15, fator de retenção ao cisalhamento “ β ” de 0,2, resistência à tração de 4,0MPa, energia de fratura de 0,020N/mm e resistência à compressão de 60MPa; endurecimento na compressão segundo o modelo de *Thorenfeldt* e amolecimento na tração segundo o modelo de *Hordijk*.

-*Aço*: módulo de elasticidade de 210GPa, coeficiente de Poisson de 0,30, tensão de escoamento de 500MPa; modelo de *Von Mises*. São apresentadas as curvas força-deslocamento (Figura 172) e força-deformação no estribo mais solicitado, ou seja, **sg-4**, (Figura 173).

Figura 172 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga VR 04

A Figura 174 ilustra as tensões normais nos estribos e a região fissurada com as respectivas deformações. Nesta mesma figura observam-se as fissuras de cisalhamento ocorrendo do ponto de aplicação de carga até os apoios bem como as maiores tensões normais ocorrendo no estribo mais solicitado (sg-4) fato também observado experimentalmente.

De um modo geral foram obtidos bons resultados nas modelagens tridimensionais das vigas VR 01 e VR 04 efetuadas no DIANA.

Figura 173 – Curvas força-deformação obtidas para o estribo mais solicitado (sg-4) da viga VR 04

Tensões normais nos estribos em MPa

Região fissurada da viga e deformações nas fissuras

Figura 174 – Resultados para a viga VR 04 na modelagem efetuada no DIANA

9.3.2 Vigas de Seção “T” Reforçadas com CFRP à Flexão

Foram modeladas as vigas VF 03 (reforçada com manta) e VF 07 (reforçada com laminado); particularmente a viga VF 07 (por não possuir sistema de ancoragem) foi modelada tanto no DIANA quanto nas plataformas de desenvolvimento. Para a viga VF 03 foram utilizados os seguintes parâmetros e modelos constitutivos dos materiais:

-*Compósito de Fibra de Carbono*: módulo de elasticidade de 218,9GPa, coeficiente de Poisson de 0,25; modelo *Isotrópico*.

-*Resina Epoxídica*: modelo de *Noakowski* com módulo de elasticidade de 3034MPa, coeficiente de Poisson de 0,4, parâmetro “a” igual a 14,1, “b” igual a 0,25 e deslizamento “dt” igual a 0,08mm.

Os modelos e parâmetros para os materiais concreto e aço foram os mesmos utilizados nas modelagens das vigas de referência para o reforço à flexão. A Figura 175 e Figura 176 mostram respectivamente as curvas força-deslocamento, força-deformação no concreto e tensões e deformações obtidas nos diversos materiais componentes da viga. Já a Figura 177 apresenta as tensões normais nas fibras de carbono.

Comparando-se o quadro de fissuração obtido nesta viga percebe-se claramente que as vigas reforçadas apresentam-se menos fissuradas na ruptura quando comparadas às vigas não reforçadas. As armaduras de flexão apresentam-se escoadas porém com tensão inferior ao obtido para as vigas não reforçadas.

Figura 175 – Curvas força-deformação no concreto obtidas para a viga VF 03

Tensões normais nas armaduras de flexão em MPa

Região fissurada da viga e deformações nas fissuras

Figura 176 – Tensões e deformações obtidas para a viga VF 03 na modelagem tridimensional efetuada no DIANA

Figura 177 – Tensões normais nas fibras de carbono (em MPa) obtidas para a viga VF 03 na modelagem tridimensional efetuada no DIANA

A tensão normal máxima na fibra de carbono foi de 3350MPa o que corresponde a uma deformação na ruptura de 1,53%; nos ensaios o valor encontrado foi de 1,01%.

A viga VF 07, que não possui sistema de ancoragem, foi escolhida para ser numericamente modelada no DIANA e no sistema QUEBRA2D/FEMOOP. Foram utilizados os seguintes parâmetros e modelos constitutivos dos materiais no DIANA: - *Compósito de Fibra de Carbono*: módulo de elasticidade de 310,2GPa, coeficiente de Poisson de 0,25; modelo *Isotrópico*. - *Resina Epoxídica*: modelo de *Noakowski* com módulo de elasticidade de 12800MPa, coeficiente de Poisson de 0,4, parâmetro “a” igual a 14,1, “b” igual a 0,25 e “dt” igual a 0,08mm. No FEMOOP os parâmetros foram: - *Concreto*: módulo de elasticidade de 42GPa, coeficiente de Poisson de 0,15, “A” igual a 2,22, “B” igual a 3,31, resistência à compressão de 60MPa, “K₁” igual a 11,47, “K₂” igual a 0,990, fator de retenção ao cisalhamento “β” de 0,01, resistência à tração de 4,0MPa, energia de fratura de 0,028N/mm e largura de banda de fissura de 70,3mm; modelo de *Ottosen*. - *Aço e CFRP*: os mesmos valores e modelos apresentados para o DIANA. - *Resina Epoxídica*: tensão máxima de aderência de 3,0MPa, tensão residual de aderência de 1,5MPa, deslizamento relativo na ruptura de 0,6mm, deslizamento relativo residual de 0,9mm, módulo de aderência inicial de 12800MPa e módulo de aderência após a ruptura de 6400MPa; modelo de *Homayoun*.

A Figura 178, Figura 179 e Figura 180 apresentam respectivamente as curvas força-deslocamento, força-deformação no concreto e deformações nas fissuras obtidas para a viga VF 07. As curvas força-deslocamento obtidas pelo DIANA e FEMOOP foram praticamente análogas e próximas da resposta experimental porém não conseguiu-se obter numericamente o deslocamento último observado no ensaio.

Figura 178 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga VF 07

Figura 179 – Curvas força-deformação no concreto obtidas para a viga VF 07

Figura 180 – Deformações nas fissuras obtidas para a viga VF 07 nas modelagens efetuadas no DIANA e no FEMOOP

Em função dos diferentes modelos constitutivos para o concreto utilizados no DIANA e FEMOOP as curvas força-deformação no concreto tiveram um comportamento diferenciado entre si, sendo que no DIANA a deformação do concreto na ruptura da viga ficou mais próxima do valor encontrado experimentalmente.

Com relação às regiões fissuradas a resposta numérica do DIANA e FEMOOP foram similares uma vez que em ambas modelagens computacionais foi utilizado o modelo de fissuração distribuída rotacional.

9.3.3 Vigas de Seção “T” Reforçadas Com CFRP ao Cisalhamento

Escolheu-se a viga VC 05 para ser modelada tridimensionalmente no DIANA. Essa viga não pode ser modelada nas plataformas de desenvolvimento devido à limitação bidimensional das mesmas que impossibilita o lançamento das tiras de compósitos de CFRP ao cisalhamento. Uma vez que os parâmetros e modelos adotados para o aço e concreto foram os mesmos apresentados para as vigas de controle para o reforço ao cisalhamento, adotaram-se os seguintes valores para o compósito:

-*Fibra de Carbono*: módulo de elasticidade de 220,8GPa, coeficiente de Poisson de 0,25; modelo *Isotrópico*.

-*Resina Epoxídica*: modelo de *Noakowski* com módulo de elasticidade de 3000MPa, coeficiente de Poisson de 0,4, parâmetro “a” igual a 14,1, “b” igual a 0,25 e deslizamento “dt”, a partir do qual inicia-se o trecho não-linear da curva de aderência, igual a 0,08mm.

Na Figura 181, Figura 182 e Figura 183 estão respectivamente dispostas as curvas força-deslocamento, as deformações nos estribos e tensões normais nas tiras de CFRP.

A deformação axial numérica na tira mais solicitada foi de 0,47% e experimental de 0,49%; já no estribo mais solicitada as deformações axiais ficaram um pouco mais distantes entre si: 0,14% para o modelo numérico e 0,27% para o experimental.

Assim de uma maneira geral conseguiu-se, com as modelagens numéricas, captar alguns efeitos observados experimentalmente.

Algumas respostas encontradas no DIANA indicam um modelo numérico mais rígido que o modelo físico sobretudo devido aos modelos “*bond-slip*” disponíveis no programa que, por serem polinomiais ou exponenciais, acabam causando um enrijecimento da estrutura principalmente para cargas de serviço (Estádio II). Esta maior rigidez também pode ser causada pelo uso de armaduras incorporadas sem efeito de perda de aderência entre o aço e o concreto.

Figura 181 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga VC 05

Figura 182 – Deformações nos estribos obtidas para a viga VC 05 na modelagem tridimensional efetuada no DIANA

Figura 183 – Tensões normais nas tiras de CFRP (em MPa) obtidas para a viga VC 05 na modelagem tridimensional efetuada no DIANA

9.4 Modelagem de Outras Vigas da Literatura

9.4.1 Vigas Ensaçadas na FEUP

A viga modelada nas plataformas do QUEBRA2D/FEMOOP ensaiada por JUVANDES (1999) na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto foi a viga de nome B3. Possuía seção transversal retangular de 7,5cm de base e 15cm de altura e comprimento de 1,60m; a armadura longitudinal de tração era composta por três barras com diâmetro de 8,0mm, a armadura longitudinal de compressão formada por duas barras com diâmetro de 3,0mm e estribos deste mesmo diâmetro espaçados em 6cm.

Utilizou-se fibra de carbono na forma de laminado do tipo *Carbodur S 512* (com largura de 50mm e espessura de 1,2mm) e adesivo epoxídico do tipo *Sikadur 30*. A viga foi ensaiada em quatro pontos com vão de 1,50m e distância entre os pontos de aplicação de carga de 20cm. As propriedades mecânicas e modelos constitutivos para os materiais foram os seguintes:

-*Concreto*: módulo de elasticidade de 42,2GPa, coeficiente de Poisson de 0,15, “A” igual a 1,82, “B” igual a 3,26, resistência à compressão de 38,1MPa, “ K_1 ” igual a 11,59, “ K_2 ” igual a 0,986, fator de retenção ao cisalhamento “ β ” de 0,01, resistência à tração de 2,9MPa, energia de fratura de 0,028N/mm e largura de banda de fissura de 21,65mm; modelo de *Ottosen*.

-*Aço*: módulo de elasticidade de 174GPa, coeficiente de Poisson de 0,30, tensão de escoamento de 497,1MPa para as armaduras de tração e módulo de elasticidade de 195GPa, coeficiente de Poisson de 0,30, tensão de escoamento de 192,3MPa para as armaduras de compressão e estribos ; modelo de *Von Mises*.

-*Interface Concreto-Aço*: tensão máxima de aderência de 12MPa, tensão residual de aderência de 6MPa, deslizamento relativo na ruptura de 0,3mm, deslizamento relativo residual de 0,9mm, módulo de aderência inicial de 40GPa e módulo de aderência após a ruptura de 20GPa; modelo de *Homayoun*.

- *Compósito de Fibra de Carbono*: módulo de elasticidade de 165GPa, coeficiente de Poisson de 0,25; modelo *Isotrópico*.

-*Resina Epoxídica*: tensão máxima de aderência de 3,0MPa, tensão residual de aderência de 1,5MPa, deslizamento relativo na ruptura de 0,6mm, deslizamento relativo residual de

0,9mm, módulo de aderência inicial de 12800MPa e módulo de aderência após a ruptura de 6400MPa; modelo de *Homayoun*.

As armaduras foram modeladas com elementos de treliça incorporados juntamente com os elementos de interface incorporados. A Figura 184, Figura 185 a Figura 186 ilustram respectivamente as curvas força-deslocamento, tensões no concreto e quadro de fissuração da viga.

Figura 184 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga B3 ensaiada por JUVANDES (1999)

Figura 185 – Tensões normais “ σ_{xx} ” no concreto em “MPa” obtidas para a viga B3 ensaiada por JUVANDES (1999)

A máxima deformação no CFRP e a máxima tensão de cisalhamento na resina epoxídica obtidos numericamente foram respectivamente 0,83% e 3,37MPa, próximos

dos obtidos experimentalmente (respectivamente 0,62% e 5,02MPa) indicando que a modelagem efetuada condiz com a resposta real da estrutura. A ruptura deu-se pelo esgotamento da capacidade resistente das armaduras longitudinais de tração. O descolamento da tira de CFRP devido a um efeito de “*peeling*” não foi detectado numericamente pois trata-se de um fenômeno difícil de ser capturado.

Figura 186 – Quadros de fissuração obtidos para a viga B3 ensaiada por JUVANDES (1999)

A Figura 187 apresenta as tensões normais nas armaduras e nos compósitos de fibra de carbono.

Figura 187 – Tensões normais nas armaduras e nos compósitos de fibra de carbono obtidas para a viga B3 ensaiada por JUVANDES (1999)

9.4.2 Vigas Ensaçadas na PUC-Rio

Trata-se da modelagem da viga V4 ensaiada por ARAÚJO (2002) na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Possuía seção transversal retangular de 15cm de base e 30cm de altura e comprimento de 4,0m; a armadura longitudinal de tração era

composta por três barras com diâmetro de 12,5mm, a armadura longitudinal de compressão formada por duas barras com diâmetro de 5,0mm e estribos de diâmetro igual a 6,3mm espaçados em 10cm.

Utilizou-se fibra de carbono na forma de manta do tipo *N-300* fornecido pela *Rheotec* (com espessura de 0,165mm) e adesivo epoxídico do tipo *Tec-Poxi* fornecido pela mesma empresa. A viga foi ensaiada em quatro pontos com vão de 2,60m e balanço de 1,30m, sendo as cargas aplicadas a uma taxa de 75% no meio do vão e 25% na extremidade do balanço. A largura da manta colada na região de momento positivo foi de 5cm e na região de momento negativo de 10cm.

As propriedades mecânicas e modelos constitutivos para os materiais foram os seguintes:

-*Concreto*: módulo de elasticidade de 30GPa, coeficiente de Poisson de 0,15, “A” igual a 1,61, “B” igual a 3,23, resistência à compressão de 29,1MPa, “ K_1 ” igual a 11,65, “ K_2 ” igual a 0,984, fator de retenção ao cisalhamento “ β ” de 0,01, resistência à tração de 2,9MPa, energia de fratura de 0,012N/mm e largura de banda de fissura de 8,1mm; modelo de *Ottosen*.

-*Aço*: módulo de elasticidade de 210GPa e coeficiente de Poisson de 0,30 para todos os diâmetros; tensão de escoamento de 858MPa para as armaduras de compressão, 568MPa para as armaduras dos estribos e 642MPa para as armaduras de tração; modelo de *Von Mises*.

-*Interface Concreto-Aço*: tensão máxima de aderência de 12MPa, tensão residual de aderência de 6MPa, deslizamento relativo na ruptura de 0,3mm, deslizamento relativo residual de 0,9mm, módulo de aderência inicial de 40GPa e módulo de aderência após a ruptura de 20GPa; modelo de *Homayoun*.

- *Compósito de Fibra de Carbono*: módulo de elasticidade de 235GPa, coeficiente de Poisson de 0,25; modelo *Isotrópico*.

-*Resina Epoxídica*: tensão máxima de aderência de 1,5MPa, tensão residual de aderência de 1,0MPa, deslizamento relativo na ruptura de 0,6mm, deslizamento relativo residual de

0,9mm, módulo de aderência inicial de 3034MPa e módulo de aderência após a ruptura de 1500MPa; modelo de *Homayoun*.

A Figura 188, Figura 189 e Figura 190 apresentam respectivamente as curvas força-deslocamento, força-deformação na armadura de tração (na região de momento positivo) e quadro de fissuração da viga com abertura de fissuras.

Figura 188 – Curvas força-deslocamento obtidas para a viga V4 ensaiada por ARAÚJO (2002)

Figura 189 – Curvas força-deformação na armadura longitudinal de tração na região de momento positivo da viga V4 ensaiada por ARAÚJO (2002)

Figura 190 – Quadros de fissuração obtidos para a viga V4 ensaiada por ARAÚJO (2002)

Conforme observa-se na Figura 190 numericamente as primeiras fissuras foram detectadas para um valor de carregamento total de 88,2kN e abertura máxima de cerca de 0,24mm; experimentalmente essas fissuras foram visualizadas por ARAÚJO (2002) para um valor de carga total de 90kN e abertura de 0,20mm. Neste caso o modelo de fissuração distribuída implementado foi capaz de prever a resposta real da estrutura.

9.4.3 Vigas Ensaaiadas em Berkeley

Trata-se da modelagem da viga OA3 que faz parte dos ensaios clássicos de vigas de concreto armado efetuados por BRESLER; SCORDELIS (1963). Para fins comparativos esta viga foi modelada tanto nas plataformas de desenvolvimento desta tese (QUEBRA2D/FEMOOP) quanto nas desenvolvidas no *Department of Civil Engineering at the University of Toronto-Canada* pelo grupo coordenado pelo Prof. Vecchio: FormWorks (pré-processador), VecTor2 (solver) e Augustus (pós-processador), no ATENA 2D desenvolvido por *Cervenka Consulting* em Praga na República Tcheca e no DIANA.

A viga possuía seção transversal retangular de 30,7cm de base e 55,6cm de altura e comprimento de 6,84m; a armadura longitudinal de tração era composta por seis barras com diâmetro de 28,7mm, e não possuía armadura longitudinal de compressão ou estribos. Essa viga foi ensaiada em três pontos com vão de 6,40m e vão de cisalhamento de 3,20m; o concreto possuiu resistência à compressão 43,5MPa, resistência à tração de

3,13MPa e módulo de elasticidade de 34,3GPa; já as armaduras possuíam tensão de escoamento de 555MPa e módulo de elasticidade de 218GPa.

As propriedades mecânicas e modelos constitutivos para os materiais utilizados na modelagem segundo as plataformas de desenvolvimento desta tese foram os seguintes:

-*Concreto*: módulo de elasticidade de 28,0GPa, coeficiente de Poisson de 0,15, “A” igual a 1,81, “B” igual a 3,26, resistência à compressão de 43,5MPa, “K₁” igual a 11,59, “K₂” igual a 0,986, fator de retenção ao cisalhamento “ β ” de 0,01, resistência à tração de 3,13MPa, energia de fratura de 0,0015N/mm e largura de banda de fissura de 5,0mm; modelo de *Ottosen*.

-*Aço*: módulo de elasticidade de 218GPa, coeficiente de Poisson de 0,30, tensão de escoamento de 555MPa para as armaduras de tração; modelo de *Von Mises*.

Na resolução do problema utilizando-se o VecTor2 o concreto foi modelado usando-se a parábola de *Hognestad* no comportamento pré-pico de compressão, amolecimento na compressão conforme o modelo definido em VECCHIO (1992) e modelo linear de amolecimento na tração com fissuração distribuída segundo modelo rotacional.

No ATENA 2D foi utilizado um modelo biaxial denominado SBETA definido em CHEN; SALEEB (1982) com comportamento não linear na compressão segundo o modelo de KUPFER; HILSDORF; RÜSH (1969); a lei de amolecimento na tração foi o linear com modelo rotacional de fissuração distribuída. No DIANA foi utilizado o modelo de endurecimento na compressão de *Thorenfeldt* e amolecimento linear na tração com modelo rotacional de fissuração distribuída.

Para as armaduras o modelo para todos os programas foi idêntico ao descrito para o QUEBRA2D/FEMOOP. Nos ensaios foram utilizados mecanismos de ancoragem para as barras de tração para que as mesmas não deslizassem no interior do concreto; desta forma a modelagem numérica foi efetuada com aderência perfeita entre o aço e o concreto.

As armaduras foram lançadas de forma discreta na malha e modelou-se metade da viga lançando engaste móvel no meio do vão. A Figura 191 e Figura 192 apresentam respectivamente as tensões de cisalhamento no concreto e as aberturas das fissuras obtidos. Nos quadros de fissuração apresentados observam-se os campos de fissuração inclusive na região comprimida coerente com a constatação experimental de BRESLER; SCORDELIS (1963).

Figura 191 – Tensões de cisalhamento “ σ_{xy} ” no concreto em obtidas para a viga OA3 ensaiada por BRESLER; SCORDELIS (1963)

No FEMOOP obteve-se uma abertura máxima de fissuras na região tracionada de 0,29mm contra 0,30mm obtido pelo VecTor2, 0,28mm pelo DIANA e 0,51mm pelo ATENA 2D. Já as tensões de cisalhamento obtidas para o concreto na região do apoio foram de 3,10MPa e 3,21MPa respectivamente para o FEMOOP e o VecTor2. Para o ATENA 2D e DIANA os valores encontrados foram respectivamente de 2,68MPa e 3,29MPa.

A Figura 193 apresenta as tensões normais nas armaduras longitudinais de tração (nesta figura não são observados os resultados do ATENA 2D pela dificuldade de

visualização dos mesmos) e a Figura 194 apresenta a evolução das deformações das armaduras com a força aplicada obtidas para a viga em questão. Percebe-se pelo exposto uma deformação máxima avaliada numericamente de 1,86‰ e 1,91‰ respectivamente para o FEMOOP e o VecTor2. Para o ATENA 2D e DIANA as deformações nas armaduras ficaram respectivamente em 2,0‰ e 1,94‰. Isso mostra a tendência de proximidade de respostas em modelagens computacionais para as quatro plataformas.

Figura 193 – Tensões normais” nas armaduras longitudinais de tração obtidas para a viga OA3 ensaiada por BRESLER; SCORDELIS (1963)

Com o intuito de averiguar o comportamento das plataformas de desenvolvimento em produzir resultados capazes de reproduzir adequadamente o comportamento das estruturas de concreto armado (reforçadas ou não com FRP) procurou-se modelar todas as doze vigas dos ensaios clássicos efetuados por Bresler e Scordelis a mais de quarenta anos atrás. A Tabela 46 apresenta os detalhes de cada viga ensaiada e a Tabela 47 ilustra as propriedades mecânicas dos materiais utilizados em cada viga. A Figura 195, Figura 196, Figura 197 e Figura 198 ilustram as curvas força-deslocamento obtidas.

Figura 194 – Evolução das deformações nas armaduras com a carga aplicada

Tabela 46 – Detalhes das vigas ensaiadas por BRESLER; SCORDELIS (1963)

Viga	b_w (mm)	h (mm)	d (mm)	L (mm)	Vão(mm)	A_s	A'_s	A_{sw}/s
OA1	310	556	461	4100	3660	4 nº 9	---	---
OA2	305	561	466	5010	4570	5 nº 9	---	---
A1	307	561	466	4100	3660	4 nº 9	2 nº 4	nº 2 c/ 210
A2	305	559	464	5010	4570	5 nº 9	2 nº 4	nº 2 c/ 210
A3	307	561	466	6840	6400	6 nº 9	2 nº 4	nº 2 c/ 210
B1	231	556	461	4100	3660	4 nº 9	2 nº 4	nº 2 c/ 190
B2	229	561	466	5010	4570	4 nº 9	2 nº 4	nº 2 c/ 190
B3	229	556	461	6840	6400	5 nº 9	2 nº 4	nº 2 c/ 190
C1	155	559	464	4100	3660	2 nº 9	2 nº 4	nº 2 c/ 210
C2	152	559	464	5010	4570	4 nº 9	2 nº 4	nº 2 c/ 210
C3	155	554	459	6840	6400	4 nº 9	2 nº 4	nº 2 c/ 210

Tabela 47 – Propriedades dos materiais utilizados nas vigas ensaiadas por BRESLER; SCORDELIS (1963)

Aço					
Barra	Diâmetro(mm)	Área(mm²)	f_y (MPa)	f_u (MPa)	E_s (MPa)
nº 9	28,7	645	555	933	218000
nº 4	12,7	127	345	542	201000
nº 2	6,4	32,2	325	430	190000
Concreto					
Viga	f_c (MPa)		f_t (MPa)		
OA1	22,6		3,97		
OA2	23,7		4,34		
A1	24,1		3,86		
A2	24,3		3,73		
A3	35,1		4,34		
B1	24,8		3,99		
B2	23,2		3,76		
B3	38,8		4,22		
C1	29,6		4,22		
C2	23,8		3,93		
C3	35,1		3,86

a) Viga A1

b) Viga A2

c) Viga A3

Figura 195 – Resultados obtidos para as vigas da série A

a) Viga B1

b) Viga B2

c) Viga B3

Figura 196 – Resultados obtidos para as vigas da série B

a) Viga C1

b) Viga C2

c) Viga C3

Figura 197 – Resultados obtidos para as vigas da série C

a) Viga OA1

b) Viga OA2

c) Viga OA3

Figura 198 – Resultados obtidos para as vigas da série OA

Na Tabela 48 encontram-se os valores de carga de ruptura e deslocamentos na ruptura encontrados nos ensaios experimentais e nas modelagens efetuadas utilizando-se o VecTor2 e o FEMOOP (e também para o ATENA 2D e DIANA na modelagem da viga OA3). Os resultados em termos de carga de ruptura e deslocamento na ruptura obtidos nas modelagens da viga OA3 realizadas no ATENA 2D e DIANA foram respectivamente: 400kN (-5,82%) e 30,2mm (-8,2%), 402kN (-6,3%) e 29,9mm (-7,2%). Na Tabela 49 encontram-se os valores de abertura máxima de fissuras obtidas experimentalmente e numericamente utilizando-se o VecTor2 e o FEMOOP.

Particularmente os deslocamentos calculados com o uso do FEMOOP ficaram muito próximos das respostas experimentais sobretudo para as vigas de maior vão (OA1, OA2 e OA3) e também para as vigas A3, B1, B2 e C2. Em termos de carga de ruptura os valores encontrados nas modelagens efetuadas no FEMOOP tiveram boa correlação aos ensaios experimentais para todas as vigas com exceção da viga C3.

Já o VecTor2 produziu respostas mais coerentes com os resultados de BRESLER; SCORDELIS (1963) em termos de deslocamento em detrimento às cargas de ruptura. Para a viga C1 o deslocamento numérico obtido foi o mesmo apresentado pela viga ensaiada. Na viga OA3 todas as respostas numéricas carga-deslocamento situaram-se próximas do comportamento experimental; particularmente as respostas obtidas pelo ATENA 2D e DIANA foram praticamente as mesmas.

Quanto aos resultados de abertura de fissuras dispostos na Tabela 49 percebe-se que os programas tiveram dificuldades em prever aberturas de fissuras acima de 1,0 mm a menos da viga C1. Isso pode explicar o fato pelo qual muitas das respostas encontradas no FEMOOP apresentam-se mais rígidas que as respostas experimentais nas modelagens computacionais efetuadas nesta tese sobretudo no Estádio II. Percebe-se assim que os resultados poderiam ser melhorados utilizando-se modelos de fissuração mais recentes como por exemplo o modelo de fissuração incorporado aos elementos finitos. Outra desvantagem do FEMOOP em relação aos outros programas aqui analisados vem a ser a não possibilidade de inserção de efeitos de retração e fluência que podem ocasionar diferenças significativas entre os comportamentos encontrados numericamente e experimentalmente.

De um modo geral os resultados encontrados com o uso dos quatro programas foram coerentes com a constatação experimental o que demonstra a eficácia das implementações efetuadas nas plataformas de desenvolvimento desta tese.

Tabela 48 – Resultados obtidos nas modelagens das vigas ensaiadas por BRESLER; SCORDELIS (1963)

Viga	P_u (kN)			Δ (%)		δ_u (mm)			Δ (%)	
	Exp.	VecTor2	FEMOOP	VecTor2	FEMOOP	Exp.	VecTor2	FEMOOP	VecTor2	FEMOOP
OA1	334	343	368	-2,69	-10,2	6,6	6,9	6,4	-4,5	+3,1
OA2	356	344	365	+3,49	-2,53	11,7	11,6	12,1	+0,86	-3,42
OA3	378	359	380	+5,29	-0,53	27,9	29,6	27	-6,09	+3,33
A1	468	533	439	-13,89	+6,61	14,2	14,8	7,56	-4,22	+87,8
A2	490	529	509	-7,96	-3,88	22,9	21,4	19,2	+7,0	+19,3
A3	468	430	456	+8,84	+2,63	35,8	35,9	34,2	-0,28	+4,68
B1	446	506	415	-13,45	+7,47	13,7	14,7	10,2	-7,30	+34,3
B2	400	346	406	+15,61	-1,5	20,8	20,5	22,5	+1,46	-8,17
B3	356	358	360	-0,56	-1,12	35,3	35,9	38,2	-1,69	-8,21
C1	312	332	328	-6,41	-5,13	17,8	17,8	14,8	0,0	+20,27
C2	324	287	314	+12,89	+3,18	20,1	19,6	21,6	+2,55	-7,46
C3	270	256	222	+5,47	+21,62	36,8	37,4	31,9	-1,63	+15,36

Tabela 49 – Resultados obtidos para as aberturas de fissuras nas vigas ensaiadas por BRESLER; SCORDELIS (1963)

Viga	w^{cr} (mm)			Δ (%)	
	Experimental	VecTor2	FEMOOP	VecTor2	FEMOOP
OA1	0,40	0,30	0,29	+33,33	+37,93
OA2	0,30	0,25	0,22	+20,00	+36,36
OA3	0,35	0,27	0,58	+29,63	-65,71
A1	0,50	0,51	0,57	-2,00	-14,00
A2	1,40	0,79	0,59	+77,22	+137,29
A3	1,60	0,49	0,46	+226,53	+247,83
B1	0,75	0,88	0,61	-17,33	+22,95
B2	1,60	0,83	0,69	+92,77	+131,88
B3	1,60	0,58	0,71	+175,86	+125,35
C1	2,50	3,11	2,71	-24,40	-8,40
C2	0,40	0,70	0,52	-75,00	-30,00
C3	0,90	0,37	0,59	+143,24	+52,54

10. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

10.1 Conclusões

Conforme pode ser observado ao longo do texto apresentado, este trabalho apresenta contribuições nas áreas experimental e numérica.

Os ensaios experimentais foram desenvolvidos para vigas de seção transversal retangular e em “T”.

Quanto aos ensaios experimentais realizados em vigas de seção retangular reforçadas à flexão pode-se concluir que:

- a) A média de ganho de capacidade resistente à flexão foi de 40% para as vigas VF1 a VF8 e 21% para as vigas VF9 e VF10 com uma única camada de CFRP.
- b) O comportamento mais frágil das vigas reforçadas em relação às vigas de controle não foi muito bem detectado nestes estudos preliminares;
- c) A deformação máxima obtida no CFRP para as vigas VF1 a VF8 (meio do vão) foi de 1,33%, abaixo do 1,50% especificado pelo fabricante (a média ficou em 1,225%); assim a deformação de ruptura do CFRP ensaiado em conjunto com o elemento é sempre menor que a deformação obtida em um ensaio de tração do CFRP isolado.
- d) Para a viga VF11 (duas camadas) alcançou-se o maior percentual de aumento de capacidade de carga (53%) em relação às vigas de controle; este resultado era esperado em função da maior área de CFRP utilizada no reforço.
- e) Comparando-se as vigas que receberam traspasse (VF12, VF13 e VF14) com as vigas sem traspasse (VF9 e VF10) percebe-se um comportamento análogo entre elas, ou seja, a execução do traspasse não influenciou negativamente nas propriedades avaliadas; neste sentido um valor de traspasse de 10cm aparenta ser suficientemente capaz de reproduzir o comportamento de uma viga executada com manta contínua (confirmando a recomendação da literatura técnica no uso de 10cm para o traspasse).

Quanto aos ensaios experimentais realizados em vigas de seção “T” reforçadas à flexão pode-se concluir que:

- a) Com exceção da viga VF 05 todas as outras possuíram mecanismo de colapso por descolamento da camada de reforço de fibra de carbono. As vigas VF 03 e VF 04 (reforçadas com Produto 02) possuíram o maior ganho de capacidade resistente (em

média 82,1%) seguidas das vigas VF 05 e VF 06 (Produto 03, ganho médio de 61%), VF 01 e VF 02 (Produto 01, ganho médio de 57,6%) e por último a viga VF 07 (Produto 04, ganho de 22,9%). Comparando-se esta tendência com os valores de área de CFRP relacionadas na Tabela 27 percebe-se que o Produto 02 em relação ao Produto 01 mostrou-se mais eficaz devido a área de fibra 24% superior.

b) Já o Produto 03, comparado ao Produto 01, foi mais eficaz pois as vigas VF 05 e VF 06 (área de fibra de $0,20\text{cm}^2$) possuíram carga de colapso superior ao das vigas VF 01 e VF 02 (área de fibra de $0,25\text{cm}^2$). Esta tendência pode estar ligada ao próprio produto uma vez que para o Produto 01 e Produto 04 (laminado colado) utilizam somente os respectivos saturantes; já para os Produtos 02 e 03 foram usadas resinas de imprimação, regularização e saturação.

c) Observa-se uma maior rigidez das vigas reforçadas em comparação às não reforçadas sobretudo para cargas de serviço (resultado esperado e já consagrado na literatura técnica); neste sentido as vigas reforçadas com o Produto 01 (VF 01 e VF 02) apresentaram a maior rigidez no Estádio II, seguidas da viga VF 07, depois as vigas VF 03 e VF 04 e finalmente as vigas VF 05 e VF 06.

d) Em termos do comportamento global, as vigas reforçadas apresentaram-se menos dúcteis na ruptura quando comparadas às vigas de controle (maiores deslocamentos e deformações no concreto comprimido nas vigas não reforçadas – resultado também esperado e já difundido na literatura técnica). A média das deformações no concreto na ruptura para as vigas de controle ficou em 2,09‰; as vigas VF 05 e VF 06 apresentaram um valor de deformação no concreto 50,7% menor do obtido nas vigas não reforçadas, as vigas VF 01 e VF02 48,8%, as vigas VF 03 e VF 04 45% e a viga VF 07 apenas 20,7% sendo esta a viga reforçada mais dúctil.

e) Percebe-se também pelo exposto na Figura 141 que as vigas reforçadas apresentaram um acréscimo na carga de fissuração comparando-se com as vigas de controle, onde a carga de fissuração obtida foi da ordem de 45kN; os acréscimos foram os seguintes: 4,5% para as vigas VF 03, VF 04 e VF 07, 11% para as vigas VF 01 e VF 02 e 33% para as vigas VF 05 e VF 06. Pelo exposto na Figura 142 as armaduras de flexão de todas as vigas reforçadas apresentaram-se em regime de pós-escoamento porém não rompidas como nas vigas de controle; da Figura 143 notam-se que as deformações no CFRP no meio do vão, no instante da ruptura, para as vigas reforçadas com os produtos 02 e 03

correspondem à valores da ordem de 10‰, seguidas das vigas reforçadas com o Produto 01 (6‰) e da viga reforçada com o Produto 04 (3,5‰).

Quanto aos ensaios experimentais realizados em vigas de seção “T” reforçadas ao cisalhamento pode-se concluir que:

- a) Os resultados obtidos apontam nitidamente o aumento de capacidade de carga para as vigas nas quais o sistema de ancoragem na junção mesa/alma foi utilizado. Esta ampliação foi quantificada em 13% para a viga VC 06 comparada à VC 05 e em 52% da viga VC 04 comparada à viga VC 03.
- b) A viga na qual obteve-se a maior capacidade de carga foi a VC 04 (110,3% de ampliação) onde utilizou-se o sistema de ancoragem das mantas nas barras de CFRP e o Produto 02.
- c) As vigas reforçadas com mantas proporcionaram um alívio maior nas deformações (lidas no “*strain gage*” sg-4) do estribo mais solicitado quando comparadas com a viga reforçada com laminado (VC 07) devido a disposição dos laminados em dois lados e das mantas em três lados (mais eficiente); para as vigas de controle estas deformações ficaram em 6,1‰, para as vigas reforçadas com mantas entre 1,31‰ e 3,88‰ e finalmente para a VC 07 6,01‰ praticamente o mesmo valor medido para as vigas não reforçadas conforme evidenciado na Figura 151.
- d) Observando-se a Figura 150 percebe-se que as vigas que receberam reforço com sistema de ancoragem (VC 04 e VC 06) foram tão dúcteis (preservando-se praticamente inalterada) quanto às vigas de controle (esse comportamento já havia sido relatado por KHALIFA; NANNI, 2000); já para viga VC 01 obteve-se uma deformação no concreto na ruptura 9% menor que as vigas de controle, a viga VC 03 39%, a viga VC 05 29% e a viga VC 07 27%.
- e) As deformações das mantas no instante da ruptura das vigas ficaram entre 4,33‰ e 4,98‰ e para o laminado 0,31‰ segundo a Figura 152.
- f) As deformações das mantas no instante da ruptura das vigas ficaram entre 4,33‰ e 4,98‰ e para o laminado 0,31‰ segundo a Figura 152. As deformações nas tiras de CFRP que interceptam a fissura crítica de cisalhamento são ligeiramente superiores às das tiras situadas fora da região de formação desta fissura (o modelo analítico de CHEN; TENG, 2001 foi desenvolvido com base neste comportamento); a Figura 153 mostra a representação deste comportamento. Na Figura 148 (ruptura da viga VC 05)

nota-se que a fibra de CFRP na qual o “*strain gage*” sg-2 estava colado foi justamente a tira que interceptou a fissura crítica, descolando-se do substrato antes das demais.

Quanto à comparação dos resultados teóricos, oriundos dos modelos analíticos, com os resultados experimentais pode-se concluir que:

- a) Analisando a Tabela 41 percebe-se que os valores de momento de ruptura “ M_r ” teóricos obtidos com o uso do ACI ficaram mais próximos dos valores encontrados experimentalmente porém abaixo destes; já os resultados encontrados pelo fib ficaram sempre acima dos valores experimentais e dos valores teóricos calculados com o ACI.
- b) Observando a Tabela 42 notam-se também maiores momentos de ruptura calculados com o fib em comparação com o ACI porém para estas vigas as respostas do fib ficaram mais próximas dos valores experimentais exceto para a viga VC 07 (reforçada com laminado colado externamente). Isto mostra uma tendência (que deve ser verificada em mais ensaios) do fib produzir respostas mais próximas de valores experimentais para vigas reforçadas à flexão com sistemas de ancoragem diferentemente das vigas sem qualquer sistema de ancoragem.

No tocante aos reforços de cisalhamento dispostos na Tabela 43 e Tabela 44 cabe ressaltar que:

- a) para a viga VC 01 reforçada com mantas o valor teórico de “ V_f ” encontrado com o uso da formulação proposta por NOLLET; CHAALLAL; PERRATON (1998) ficou próximo do valor experimental; para todas as vigas os valores teóricos obtidos com o fib ficaram sempre abaixo dos valores experimentais demonstrando o critério conservador da norma;
- b) os valores teóricos para a viga VC 03 obtidos pelo ACI, CHEN; TENG (2001), NOLLET; CHAALLAL; PERRATON (1998) e TÄLJSTEN (2003) ficaram acima dos valores experimentais pois nessa viga houve ruptura precoce do concreto no apoio;
- c) para as vigas reforçadas com mantas e com ancoragem na junção mesa/alma (VC 04 e VC 06) os valores encontrados pelo ACI ficaram mais próximos dos valores de “ V_f ” experimentais em comparação com o fib;
- d) para a viga VC 07 reforçada com laminado colado externamente os valores de “ V_f ” calculados pelas propostas de CHEN; TENG (2001) e KHALIFA *et al.* (1998) foram muito superiores ao valor experimental devido à taxa superior de área de fibra; em outras palavras as propostas de CHEN; TENG (2001) e KHALIFA *et al.* (1998) aparentam não ser aplicáveis às estruturas reforçadas com laminados colados

externamente por majorar muito os valores de “ V_f ”, cuja tendência deve ser verificada em um número maior de ensaios; nesta viga os valores teóricos do fib e ACI mostraram-se muito abaixo do valor experimental e o valor teórico obtido conforme o modelo de NOLLET; CHAALLAL; PERRATON (1998) apresentou-se mais apropriado; os modelos de KHALIFA *et al.* (1998) e TÄLJSTEN (2003) não se aplicam para vigas reforçadas com laminados;

e) dentre todas as formulações testadas o modelo do fib foi o mais conservador seguido do critério de KHALIFA *et al.* (1998);

f) de uma maneira geral o modelo teórico de NOLLET; CHAALLAL; PERRATON (1998) foi o mais capaz de prever a parcela resistente ao cortante devido às fibras de carbono com exceção da viga VC 03 onde houve uma ruptura precoce do concreto no apoio que provocou um valor de “ V_f ” experimental abaixo do esperado.

Com relação à comparação efetuada entre as vigas retangulares ensaiadas e os modelos de previsão de descolamento pode-se concluir que:

a) Os resultados obtidos dos esforços cortantes de descolamento na seção correspondente ao final da camada de reforço foram muito superiores aos valores experimentais no caso dos modelos baseados na capacidade resistente ao cortante.

b) As expressões do modelo de OEHLERS (1992) são válidas nos casos onde o esforço cortante e momento são importantes na seção correspondente ao final do reforço; no caso das vigas ensaiadas somente o esforço cortante é importante na seção correspondente ao final do reforço de flexão, pois esta seção situa-se muito próxima do apoio, produzindo momento quase nulo.

c) No caso do modelo de JANSZE (1997) a restrição é a mesma: a formulação proposta não é válida quando o reforço acaba sobre o apoio ou muito próximo dele. Porém o autor não estabelece limites da proximidade do reforço com relação ao apoio dentro dos quais o modelo é válido.

d) Os valores encontrados para o modelo de ZHANG; RAOOF; WOOD (1995) foram muito próximos dos valores experimentais; já a proposta de RAOOF; HASSANEN (2000), que sugeriram uma modificação no cálculo do comprimento de ancoragem “ L_{p2} ”, apresentou-se muito conservadora.

e) No modelo de TUMIALAN; BELARBI; NANNI (1999) a máxima tensão principal na interface concreto/compósito calculada foi de 5,6MPa e o módulo de ruptura do concreto calculado pela proposta de MIRZA; HATZINIKOLAS; MACGREGOR

(1979) foi de 4,36MPa. Neste caso o modelo sugere que ocorre o descolamento do reforço de flexão (fato também constatado experimentalmente).

Quanto às modelagens computacionais efetuadas pode-se concluir que:

- a) Os resultados numéricos alcançados com o DIANA apresentaram boa correlação com os resultados experimentais de BROSENS (2001). Com o aumento da largura da manta colada, ampliaram-se a força de ruptura, o deslocamento último e a rigidez da interface concreto/compósito.
- b) Os resultados força-deslocamento – para as modelagens das vigas retangulares ensaiadas – obtidos no sistema QUEBRA2D/FEMOOP apresentaram boa correlação com os resultados experimentais; já para o DIANA o modelo numérico foi mais rígido; o melhor resultado foi alcançado com armaduras discretas e incorporadas, com o tratamento da perda de aderência aço/concreto, no sistema QUEBRA2D/FEMOOP, com o modelo de aderência de *Homayoun*. Tais resultados demonstram, em uma primeira análise, a eficácia das implementações efetuadas, do ponto de vista de comportamento global da estrutura, sob a forma de curvas força-deslocamento.
- c) As respostas encontradas com o modelo numérico do DIANA foram mais rígidas em função do modelo de aderência de *Noakowski* e também das armaduras serem incorporadas e com aderência perfeita; as curvas numéricas mais próximas às experimentais foram obtidas com armaduras discretas e incorporadas com tratamento da perda de aderência na região aço-concreto no sistema QUEBRA2D/FEMOOP.

Com relação à modelagem tridimensional efetuada no DIANA para as vigas de seção “T”:

- a) Foram obtidos alguns bons resultados em comparação com as respostas experimentais; particularmente para a viga VF 07, que também foi modelada no sistema QUEBRA2D/FEMOOP, as curvas força-deslocamento obtidas pelo DIANA e FEMOOP foram praticamente análogas e próximas da resposta experimental porém não conseguiu-se obter numericamente o deslocamento último observado no ensaio; em função dos diferentes modelos constitutivos para o concreto utilizados no DIANA e FEMOOP as curvas força-deformação no concreto tiveram um comportamento diferenciado entre si, sendo que no DIANA a deformação do concreto na ruptura da viga ficou mais próxima do valor encontrado experimentalmente; com relação às regiões fissuradas a resposta numérica do DIANA e FEMOOP foram similares uma vez que

em ambas modelagens computacionais foi utilizado o modelo de fissuração distribuída rotacional.

Já as modelagens efetuadas nas plataformas de desenvolvimento em vigas ensaiadas por outros pesquisadores obtiveram resultados satisfatórios em especial atenção para:

- a) Para a viga ensaiada por JUVANDES (1999) a máxima deformação no CFRP e a máxima tensão de cisalhamento na resina epoxídica obtidos numericamente foram respectivamente 0,83% e 3,37MPa, próximos dos obtidos experimentalmente (respectivamente 0,62% e 5,02MPa) indicando que a modelagem efetuada condiz com a resposta real da estrutura; o descolamento da tira de CFRP devido a um efeito de “*peeling*” não foi detectado numericamente pois trata-se de um fenômeno difícil de ser capturado.
- b) Para a viga ensaiada por ARAÚJO (2002), conforme observa-se na Figura 190, numericamente as primeiras fissuras foram detectadas para um valor de carregamento total de 88,2kN e abertura máxima de cerca de 0,24mm; experimentalmente essas fissuras foram visualizadas por ARAÚJO (2002) para um valor de carga total de 90kN e abertura de 0,20mm; neste caso o modelo de fissuração distribuída implementado foi capaz de prever a resposta real da estrutura.
- c) Para as vigas ensaiadas por BRESLER; SCORDELIS (1963), nos quadros de fissuração apresentados, observam-se os campos de fissuração inclusive na região comprimida coerente com a constatação experimental; da Figura 194 percebe-se uma deformação máxima avaliada numericamente de 1,86‰ e 1,91‰ respectivamente para o FEMOOP e o VecTor2; para o ATENA 2D e DIANA as deformações nas armaduras ficaram respectivamente em 2,0‰ e 1,94‰; isso mostra a tendência de proximidade de respostas em modelagens computacionais para as quatro plataformas em questão; no FEMOOP obteve-se uma abertura máxima de fissuras na região tracionada de 0,29mm contra 0,30mm obtido pelo VecTor2, 0,28mm pelo DIANA e 0,51mm pelo ATENA 2D; já as tensões de cisalhamento obtidas para o concreto na região do apoio foram de 3,10MPa e 3,21MPa respectivamente para o FEMOOP e o VecTor2; para o ATENA 2D e DIANA os valores encontrados foram respectivamente de 2,68MPa e 3,29MPa; particularmente os deslocamentos calculados com o uso do FEMOOP ficaram muito próximos das respostas experimentais sobretudo para as vigas de maior vão (OA1, OA2 e OA3) e também para as vigas A3, B1, B2 e C2; para as cargas de ruptura os valores

encontrados nas modelagens efetuadas no FEMOOP tiveram boa correlação aos ensaios experimentais para todas as vigas com exceção da viga C3; já o VecTor2 produziu respostas mais coerentes com os resultados de Bresler e Scordelis em termos de deslocamento em detrimento às cargas de ruptura; para a viga C1 o deslocamento numérico obtido foi o mesmo apresentado pela viga ensaiada; na viga OA3 todas as respostas numéricas carga-deslocamento situaram-se próximas do comportamento experimental; particularmente as respostas obtidas pelo ATENA 2D e DIANA foram praticamente as mesmas; quanto aos resultados de abertura de fissuras dispostos na Tabela 49 percebe-se que os programas tiveram dificuldades em prever aberturas de fissuras acima de 1,0 mm a menos da viga C1; isso pode explicar o fato pelo qual muitas das respostas encontradas no FEMOOP apresentam-se com modelo mais rígido que as respostas experimentais nas modelagens computacionais efetuadas nesta tese sobretudo no Estádio II; percebe-se assim que os resultados poderiam ser melhorados utilizando-se modelos de fissuração mais recentes como por exemplo o modelo de fissuração incorporado aos elementos finitos; outra desvantagem do FEMOOP em relação aos outros programas aqui analisados vem a ser a não possibilidade de inserção de efeitos de retração e fluência que podem ocasionar diferenças significativas entre os comportamentos encontrados numericamente e experimentalmente; de um modo geral os resultados encontrados com o uso dos quatro programas foram coerentes com a constatação experimental o que demonstra a eficácia das implementações efetuadas nas plataformas de desenvolvimento desta tese.

10.2 Principais Contribuições

O uso de materiais compósitos poliméricos para o reforço de estruturas de concreto é uma técnica relativamente recente quando comparada a técnicas clássicas de reforço, conforme tratado no **Capítulo 1**. Neste sentido este trabalho contribuiu para um maior conhecimento do comportamento global das estruturas reforçadas com CFRP, com ênfase para os elementos de viga.

A falta de uma normalização brasileira para projetos de reforço, utilizando compósitos de fibra de carbono, leva os projetistas a utilizarem normas ou modelos internacionais de dimensionamento. Assim apresentaram-se os principais e mais recentes modelos analíticos, cujas respostas foram confrontadas com as encontradas em

ensaios experimentais desenvolvidos nesta tese, promovendo-se assim uma discussão a respeito da capacidade de previsão dos modelos. Desta forma, este trabalho contribuiu para uma escolha mais adequada do modelo a ser aplicado a cada situação de reforço e para uma futura normalização nacional.

Por fim as plataformas computacionais desenvolvidas contribuíram para o melhor entendimento dos mecanismos de colapso e comportamento dos diversos materiais empregados atuando como ferramenta de suporte para o desenvolvimento de projetos. A capacidade de análise da plataforma comercial também foi testada no comparativo com as respostas experimentais e com as respostas oriundas das plataformas desenvolvidas.

10.3 Sugestões para Futuros Trabalhos

No campo de desenvolvimento de modelagem física das estruturas reforçadas de concreto seria desejável um estudo experimental utilizando-se a técnica de sistemas de compósitos inseridos na estrutura (NSM) fazendo-se uso de laminados de fibra de carbono, tanto para reforços à flexão quanto ao cisalhamento.

No âmbito das modelagens computacionais efetuadas com o programa comercial DIANA percebeu-se que os modelos de aderência disponíveis não reproduzem necessariamente o comportamento global da estrutura reforçada, haja visto que as respostas numéricas obtidas por muitas vezes foram mais rígidas que as experimentais. Assim a implementação e utilização de modelos de aderência multilineares ou de outros tipos seria desejável. Isto seria possível a partir da utilização da subrotina USRMAT – “*User-supplied Material Model*” (código em FORTRAN).

Devido às limitações bidimensionais das plataformas de pré e pós-processamento utilizadas neste trabalho (QUEBRA2D e QUEBRA2D Editor) não foi possível modelar estruturas reforçadas ao cisalhamento. Assim o FEMOOP poderia ser usado como “*solver*” para um pré e pós-processador 3D para que as modelagens dos reforços ao cisalhamento fossem possíveis. Uma sugestão seria o programa GID desenvolvido no CIMNE (Centro Internacional de Métodos Numéricos em Engenharia) em Barcelona na Espanha ou mesmo o programa Franc3D desenvolvido na Universidade de Cornell nos Estados Unidos.

Implementações futuras dos efeitos de retração e fluência no FEMOOP são de vital importância, pois a não consideração desses fenômenos pode ocasionar diferenças significativas entre os comportamentos encontrados numericamente e experimentalmente.

Outra sugestão seria o desenvolvimento de estratégias de modelagem inovadoras e mais recentes que as encontradas nesta tese tais como: modelos de fissuração incorporada, modelos de dano, Xfem, Gfem ou mesmo o desenvolvimento de novos modelos para o concreto e para os adesivos epoxídicos. Da mesma forma é de suma importância um estudo dos efeitos que outras ações possam produzir na segurança das estruturas reforçadas tais como: carregamentos cíclicos, fadiga, dinâmicos, efeitos de explosões, fogo e terremoto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADHIKARY, B.B., MUTSUYOSHI, H., SANO, M., Shear strengthening of reinforced concrete beams using steel plates bonded on beam web: experiments and analysis. **Construction and Building Materials**, p.237, 2000.

AHMED, O., VAN GEMERT, D., VANDEWALLE, L., Improved model for plate-end shear of CFRP strengthened RC beams. **Cement & Concrete Composites**, p.3, 2001.

AIRE, C., GETTU, R., CASAS, J.R., **Study of the compressive behaviour of concrete confined by fiber reinforced composites**. In: COMPOSITES IN CONSTRUCTION, Porto, 2001. **Anais**. Porto: 2001. p.239.

ALKHRDAJI, T., NANNI, A., **Flexural strengthening of bridge piers using FRP composites**. In: ASCE STRUCTURES CONGRESS, Philadelphia, 2000. 1 CD-ROM.

ALKHRDAJI, T., NANNI, A., MAYO, R., Upgrading Missouri transportation infrastructure: solid rc decks strengthened with frp systems. **Transportation Research Record**, n.1740, p.157, 2000.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures - ACI 440R-02**, 2002.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS, **Standart test method for tensile properties of plastics**. ASTM D638, 1996.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **Standart test method for tensile properties of polymer matrix composite materials**. ASTM D3039, 1995.

ARAÚJO, A.C.N., **Estudo experimental do reforço à flexão de vigas de concreto armado utilizando compósitos com tecido de fibras de carbono**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 105p., 2002.

ARAÚJO, C.R.R., **Comparação normativa para projeto de reforço de estruturas de concreto com PRF**. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 98p., 2005.

ARAÚJO, C.M., SHEHATA, I.A.E.M., SHEHATA, L.C.D., **Reforço de vigas de concreto armado com tecidos de fibra de carbono**. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 30., Brasília, 2002. 1 CD-ROM.

ASPLUND, S.O., **Strengthening bridge slabs with grouted reinforcement**. ACI Structural Journal, v. 20, n. 6, pp.397-406, 1949.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **Concreto: Determinação dos módulos estáticos de elasticidade e de deformação e da curva tensão-deformação**. NBR 8522, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **Ensaio à Compressão de Corpos-de-Prova Cilíndricos de Concreto**. NBR 5739, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **Materiais Metálicos: Determinação das Propriedades Mecânicas à Tração**. NBR 6152, 1992.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **Moldagem e Cura de Corpos-de-Prova de Concreto Cilíndricos e Prismáticos**. NBR 5738, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, **Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado**. NBR 6118, 2003.

AURICH, M., **Modelo de Ligação entre o Concreto e Armadura na Análise de Estruturas de Concreto pelo Método dos Elementos Finitos**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, 115p., 2001.

BARBOSA, M. P., **Semi-Rigité des Noeuds D'Ossatures en Béton Armé: Simulations Numeriques**. Tese de Doutorado, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, INSA, FRANÇA, 215p., 1992.

BATHE, K.J., *Finite Element Procedures*. Englewood Cliffs, USA: Prentice Hall, 1037p., 1996.

BEBER, A., **Avaliação do Desempenho de Vigas de Concreto Armado Reforçadas com Lâminas de CFRP**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, 108p., 1999.

BEBER, A.J., CAMPAGNOLO, J.L., CAMPOS FILHO, A., **Utilização de compósitos de fibra de carbono na reabilitação de estruturas de concreto armado**. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 30., Brasília, 2002. 1 CD-ROM.

BLAAUWENDRAAD, J., GROOTENBOER, H.J., *Essentials for discrete crack analysis*. IABSE Reports, Delft University Press, pp.263-272, 1981.

BODIN, F.B., DAVID, E., RAGNEAU, E., *Finite element modeling of flexural behavior of externally bonded CFRP reinforced concrete structures*. **Engineering Structures**, v.24, pp.1423-1429, 2002.

BRESLER, B., SCORDELIS, A.C., *Shear strength of reinforced concrete beams*. **Journal of American Concrete Institute**, n. 60, v. 1, pp.51-72, 1963.

BROSENS, K., **Anchorage of Externally Bonded Steel Plates and CFRP Laminates of the Strengthening of Concrete Elements**. Tese de Doutorado,

Katholieke Universiteit Leuven, Faculteit Toegepaste Wetenschappen, Departement Burgerlijke Bouwkunde, Bélgica, 225p., 2001.

BUYUKOZTURK, O., HEARING, B., Failure behavior of precracked concrete beams retrofitted with frp. **Journal of Composites for Construction**, p.138, 1998.

CALVO, I., MIERES, J., BAUTISTA, S., RODRIGUEZ, J., VIÑOLO, A., GUTIÉRREZ, E., LOUM, W., **Reinforced of Prismatic Concrete Columns using Fiber Reinforced Plastics**. In: COMPOSITES IN CONSTRUCTION, Porto, 2001. **Anais**. Porto: 2001. p.263.

CANNING, L., HOLLAWAY, L., THORNE, A.M., An investigation of the composite action of an FRP/concrete prismatic beam. **Construction and Building Materials**, p.417, 1999.

CAPOZUCCA, R., CERRI, M.N., Static and dynamic behaviour of RC beam model strengthened by CFRP-sheets. **Construction and Building Materials**. p.91, 2002.

CARRAZEDO, R., HANAI, J.B., TAKEUTI, A.R., **Efeitos do confinamento em pilares circulares de concreto armado encamisados com compósitos de fibra de carbono**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 44., Belo Horizonte, 2002. 1 CD-ROM.

CASTRO, E.K., MELO, G.S., NAGATO, Y., **Resistência à flexão de vigas de concreto armado reforçadas com fibra de carbono pelo ACI 440**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 44., Belo Horizonte, 2002. 1 CD-ROM.

CERVENKA, V., CERVENKA, J., **Computer simulation as a design tool for concrete structures**. In: ICCE-96, INTERNATIONAL CONFERENCE IN CIVIL ENGINEERING ON COMPUTER APPLICATIONS: RESEARCH AND PRACTICE, 2., Bahrain, 1996. **Anais**. Bahrain: 1996.

CERVENKA, V., GERSTLE, K., Inelastic Analysis of Reinforced Concrete Panels: (1) Theory, (2) Experimental Verification and Application, IABSE Publications v.31-00:32-45 and v.32-II:26-3, Zurich, Switzerland, 1971-1972.

CHANG, T.Y., TANIGUCHI, H., CHEN, W.F., Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete panels. **Journal of Structural Engineering**, v.113, n.1, pp.122-140, 1987.

CHEN, W.F., SALEEB, A.F., Constitutive equations for engineering materials. John Wiley & Sons, 1982.

CHEN, J.F., TENG, J.G., **A shear strength model for FRP strengthened RC beams**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FIBER REINFORCED PLASTICS FOR REINFORCED CONCRETE STRUCTURES (FRPRCS 5), 5., Cambridge, 2001. **Anais**. Cambridge: 2001. pp.205-214.

CIRTEK, L., RC columns strengthened with bandage – experimental programme and design recommendations. **Construction and Building Materials**. p.341, 2001.

COLE, C., BELARBI, A., **Confinement characteristics of rectangular frp-jacketed rc columns**. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON FIBER REINFORCED POLYMER FOR REINFORCED CONCRETE STRUCTURES, 5., Cambridge, 2001. **Anais**. Cambridge: 2001. pp.823-832.

Comité Euro – International du Béton, **Model Code for Concrete Structures**. CEB – FIP MC 90, 437p., 1993.

CORRADI, M., BORRI, A., VIGNOLI, A., Strengthening techniques tested on masonry structures struck by the Umbria-Marche earthquake of 1997-1998. **Construction and Building Materials**. p.229, 2002.

CRISFIELD, M.A., Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. v.1, John Wiley & Sons, 1997.

D'ÁVILA, V.M.R., **Estudo sobre modelos de fissuração de peças de concreto armado via método dos elementos finitos**. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 259p., 2003.

DAHL, K.K.B., **A failure criterion for normal and high strength concrete**. Technical University of Denmark, Lyngby, 1992.

DE BORST, R., **Non-linear analysis of frictional materials**. Tese de Doutorado, Delft University of Technology, 139p., 1986.

DE LORENZIS, L., NANNI, A., **Shear strengthening of reinforced concrete beams with near surface mounted fiber reinforced polymer rods**. ACI Structural Journal, v. 98, n. 1, pp.60-68, 2001.

DE LORENZIS, L., NANNI, A., **Bond between near surface mounted frp rods and concrete in structural strengthening**. ACI Structural Journal, v. 99, n. 2, pp.123-133, 2002.

DEGUSSA, C.C., Reforçando estruturas com a utilização do sistema compósito estrutural MBrace. Treinamento Técnico, 95p. Porto Rico, 2004.

ELWI, A.E., HRUDEY, T.M., Finite element model for curved embedded reinforcement. **Journal of Engineering Mechanics**, v.115, n.4, pp.740-754, 1989.

FEDERATION INTERNATIONALE DU BETON – “BULLETIN 14: **Externally bonded FRP reinforcement for RC structures**”. Lausanne, outubro, 2001.

FEENSTRA, P.H., DE BORST, R., Aspects of robust computational modeling for plain and reinforced concrete. **Heron**, v.38, n.4, 1993.

FERNANDES, J.F., AIRE, C., GUETTU, R., ALMEIDA, P.A.O., **An experimental study of confined concrete for the design of composite columns**. In: COMPOSITES IN CONSTRUCTION, Porto, 2001. **Anais**. Porto: 2001. p.251.

FERRARI, V.J., PADARATZ, I.J., LORIGGIO, D.D., **Reforço à flexão em vigas de concreto armado com manta de fibra de carbono: mecanismos de incremento de ancoragem**. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 30., Brasília, 2002. 1 CD-ROM.

FIGUEIRAS, J.A., JUVANDES, L.F.P., **Reforço de estruturas de betão por colagem de sistemas frp**. In: REPAR, Lisboa, 2000. **Anais**. Lisboa: 2000.

FIGUEIRAS, J.A., JUVANDES, L.F.P., SILVA, P.C., **CFRP strengthening evaluation of the N.S. da Guia bridge deck**. In: COMPOSITES IN CONSTRUCTION, Porto, 2001. **Anais**. Porto: 2001. p.689.

FORTES, A.S., **Vigas de Concreto Armado Reforçadas com CFRP**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, 2000.

FORTES, A.S., PADARATZ, I.J., **Reabilitação de vigas de concreto armado utilizando-se grout e fibras de carbono**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 43., , 2001. 1 CD-ROM.

GAMINO, A.L., BITTENCOURT, T.N., Manual de usuário do programa QUEBRA2D. Publicação Técnica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 34p., 2007a, (Disponível em <http://www.lmc.ep.usp.br/people/tbitten/gmec.htm>)

GAMINO, A.L., BITTENCOURT, T.N., Modelagem física de vigas de concreto armado reforçadas com compósitos de fibra de carbono. Publicação Técnica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 59p., 2007b, (Disponível em <http://www.lmc.ep.usp.br/people/tbitten/gmec.htm>)

GARDEN, H.N., QUANTRILL, R.J., HOLLAWAY, L.C., THORNE, A.M., PARKE, G.A.R., **An experimental study of the anchorage length of carbon fibre composite plates used to strengthen reinforced concrete beams**. **Construction and Building Materials**, p.203, 1998.

GRACE, N.F., ABDEL-SAYED, G., RAGHEB, W.F., **Strengthening of concrete beams using innovative ductile fiber-reinforced polymer fabric**. **ACI Structural Journal**, v. 99, n. 5, pp.692-700, 2002.

HARTL, H., **Development of a continuum-mechanics-based for 3D finite element analysis of reinforced concrete structures and application to problems of soil-structure interaction**. Tese de Doutorado, Technische Universität Graz, Áustria, 250p, 2002.

HOMAYOUN, H.A., MITCHELL, D., **Analysis of bond stress distributions in pullout specimens**. **Journal of Structural Engineering**, v.122, n.3, pp.255-261, 1996.

INGRAFFEA, A.R., SAOUMA, V., Numerical modelling of discrete crack propagation in reinforced and plain concrete. **Fracture Mechanics of Concrete**, pp.171-225, 1985.

JANNADI, M.O., TAHIR, B.M., A concrete pier: case history of failure and repair. **Construction and Building Materials**, p.7, 2000.

JANSZE, W., **Strengthening of RC members in bending by externally bonded steel plates**. Tese de Doutorado, Delft University of Technology, 1997.

JENDELE, L., CERVENKA, J., SOUMA, V., PUKL, R., On the choice between discrete or smeared approach in practical structural Finite Element analyses of concrete structures. Disponível em <http://www.cervenka.cz/web/printarticle.asp?id=56> (acesso em 30/09/2003).

JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. Recommendations for upgrading of concrete structures with use of continuous fiber sheets, 1997.

JEROME, D.M., ROSS, C.A., Simulation of the dynamic response of concrete beams externally reinforced with carbon fiber reinforced plastic. **Computers and Structures**, v.64, pp.1129-1153, 1997.

JUVANDES, L.F.P., DIAS, S.J.E., FIGUEIRAS, J.A., **Experimental behaviour of concrete slabs strengthened with CFRP**. In: COMPOSITES IN CONSTRUCTION, Porto, 2001. **Anais**. Porto: 2001. p.479.

JUVANDES, L.F.P., **Reforço e reabilitação de estruturas de betão usando materiais compósitos de CFRP**. Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 400p., 1999.

KANG, H.D., WILLAM, K.J., **Computational Issues of Concrete Failure**. Advanced Design of Concrete Structures, pp.15-29, 1997.

KARDESTUNCER, H., NORRIE, D.H., Finite Element Handbook. McGraw-Hill, 1987.

KHALIFA, A., ALKHRDAJI, T., NANNI, A., LANSBURG, S., Anchorage of surface mounted FRP reinforcement. **Design and Construction**, v.21, n.10, pp.49-54, 1999.

KHALIFA, A., GOLD, W.J., NANNI, A., AZIZ, A., Contribution of externally bonded FRP to shear capacity of RC flexural members. **Journal of Composites for Construction**, v.2, n.4, pp.195-203, 1998.

KHALIFA, A., NANNI, A., Improving shear capacity of existing RC T-section beams using CFRP composites. **Cement & Concrete Composites**, p.165, 2000.

KUPFER, H., HILSDORF, H.K., RÜSH, H., **Behavior of concrete under biaxial stress**. ACI Journal, v.66, n.8, pp.656-666, 1969.

LI, A., DIAGANA, C., DELMAS, Y., CFRP contribution to shear capacity of strengthened RC beams. **Engineering Structures**, v.23, pp.1212-1220, 2001.

LIU, J., FOSTER, S.J., **Microplane model for the finite element analysis of reinforced concrete tied columns**. Technical report R-368, University of New South Wales, Sydney, 1998.

LORENZIS, L., NANNI, A., Shear strengthening of reinforced concrete beams with near-surface mounted fiber reinforced polymer rods. **ACI Structural Journal**, v.98, n.1, p.60, 2001.

LU, X.Y., CHEN, J.F., YE, L.P., TENG, J.G., ROTTER, J.M., **Theoretical analysis of FRP stress distribution in "U" jacketed RC beams**. In: COMPOSITES IN CONSTRUCTION, 3., Lyon, 2005. 1 CD-ROM.

MARTHA, L.F., MENEZES, I., LAGES, E.N., PARENTE JR., E., PITANGUEIRA, R., **An oop class organization for materially nonlinear finite element analysis**. In: JOIN CONFERENCE OF ITALIAN GROUP OF COMPUTATIONAL MECHANICS AND IBERO-LATIN AMERICAN ASSOCIATION OF COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, Padova, 1996. **Anais**. Padova: 1996. pp.229-232.

MAYO, R., NANNI, A., GOLD, W., BARKER, M., **Strengthening of bridge G270 with externally-bonded CFRP reinforcement**. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON FRP FOR REINFORCEMENT OF CONCRETE STRUCTURES, 4., Baltimore, 1999. **Anais**. Baltimore: 1999. p.429-440.

MEHLHORN, G., KEUSER, M., Finite element analysis of reinforced concrete structures, pp.329-347, 1986.

MEIER, U., **Fibrous composites in structural engineering**. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 22/11/2002, Palestra.

MERABET, O., **Modelisation des Structures Planes en Beton Arme sous Chargements Monotone et Cyclique. Construction et Validation d'un Modele Numérique**. Tese de Doutorado, Institut National des Sciences Appliquees de Lyon, INSA, FRANÇA, 267p., 1990.

MICELLI, F., MYERS, J.J., MURTHY, S., **Effect of environmental cycles on concrete cylinders confined with FRP**. In: COMPOSITES IN CONSTRUCTION, Porto, 2001. **Anais**. Porto: 2001.

MIRANDA, A.C.O., **Propagação de trincas por fadiga em geometrias 2D complexas sob cargas cíclicas variáveis**. Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2003.

MIRZA, S., HATZINIKOLAS, M., MACGREGOR, J., Statistical descriptions of the strength of concrete. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.105, pp.1021-1037, 1979.

MODENA, C., VALLUZZI, M.R., FOLLI, R.T., BINDA, L., Design choices and intervention techniques for repairing and strengthening of the Monza cathedral bell-tower. **Construction and Building Materials**, p.385, 2002.

MORENO JÚNIOR, A.L., GALLARDO, G.O., **Vigas de concreto com seção transversal em “T” reforçadas ao esforço cortante por intermédio de folhas flexíveis de fibras de carbono**. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 30., Brasília, 2002. 1 CD-ROM.

MORENO JÚNIOR, A.L., GUEDES, S.M.A., **Vigas de concreto com seção transversal em “T” reforçadas à flexão por intermédio de folhas flexíveis de fibras de carbono**. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 30., Brasília, 2002. 1 CD-ROM.

MOSALLAM, A.S., MOSALAM, K.M., Strengthening of two-way concrete slabs with frp composite laminates. **Construction and Building Materials**, p.43, 2003.

NANNI, A., HUANG, P.C., TUMIALAN, J.G., **Strengthening of impact-damaged bridge girder using frp laminates**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE STRUCTURAL FAULTS AND REPAIR, 9., London, 2001. 1 CD-ROM.

NANNI, A., **Relevant field applications of FRP composites in concrete structures**. In: COMPOSITES IN CONSTRUCTION, Porto, 2001. **Anais**. Porto: 2001. p.661.

NGO, D., SCORDELIS, A.C., Finite element analysis of reinforced concrete beams. **ACI Journal**, v.64, n.14, pp.152-163, 1967.

NILSON, A.H., Nonlinear analysis of reinforced concrete by the finite element method. **ACI Journal**, v.65, n.9, pp.757-766, 1968.

NOLLET, M.J., CHAALLAL, O., PERRATON, D., Strengthening of reinforced concrete beams with externally bonded fiber reinforced plastic plates: Design guidelines for shear and flexure, École de Technologie Supérieure, Montreal, Canadá, pp.692-703, 1998.

OEHLERS, D.J., Reinforced concrete beams with plates glued to their soffits. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, v.118, n.8, pp.2023-2038, 1992.

OTTOSEN, N.S., A failure criterion for concrete. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v.103, n.4, pp.527-535, 1977.

OWEN, D.R.J., HINTON, E., Finite Elements in Plasticity – Theory and Practice. Pineridge Press, 1980.

OYAWA, W.O., SUGIURA, K., WATANABE, E., Polymer concrete-filled steel tubes under axial compression. **Construction and Building Materials**, p.187, 2001.

ÖZTÜRK, H., AYVAZ, Y., Comparative study of behavior of reinforced concrete beams strengthened and repaired-strengthened by using V connecting bars and U connecting stirrups. **Construction and Building Materials**, p.321, 2002.

PLAKANTARAS, V., AKRITIDIS, E.P., ZDOUMBA, D.P., PANTAZOPOULOS, S.J., **Repair/strengthening of old-type reinforced concrete columns with frp jacketing**. In: COMPOSITES IN CONSTRUCTION, Porto, 2001. **Anais**. Porto: 2001. p.269.

PRADO, E.P., **A influência da estrutura interna do material na simulação computacional de elementos estruturais de concreto**. Tese de Doutorado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 253p., 2004.

PROENÇA, S.P.B., **Sobre Modelos Matemáticos do Comportamento Não Linear do Concreto: Análise Crítica e Contribuições**. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, EESC, USP, 315p., 1988.

RADFORD, D.W., VAN GOETHEM, D., GUTKOWSKI, R.M., PETERSON, M.L., Composite repair of timber structures. **Construction and Building Materials**, p.417, 2002.

RAOOF, M., HASSANEN, M.A.H., Peeling failure of reinforced concrete beams with fibre reinforced plastic or steel plates glued to their soffits. **Structures and Buildings**, v.140, pp.291-305, 2000.

RASHID, Y.R., Analysis of prestressed concrete vessels. **Nuclear Engineering and Design**, v.7, n.4, pp.334-344, 1968.

ROBERTS, T.M., Approximate analysis of shear and normal stress concentrations in the adhesive layer of plated RC beams. **Structural Engineer**, v.67, n.12, pp.229-233, 1989.

RODRIGUES, C.C., SILVA, M.G., **The Behaviour of GFRP Reinforced Concrete Columns under Monotonic and Cyclic Axial Compression**. In: COMPOSITES IN CONSTRUCTION, Porto, 2001. **Anais**. Porto: 2001. p.245.

ROTS, J.G., BLAAUWENDRAAD, J., Crack models for concrete: Discrete or smeared? Fixed, multi-directional or rotating? **HERON**, v.34, n.1, 1989.

ROTS, J.G., **Computational modeling of concrete fracture**. Tese de Doutorado, Delft University of Technology, 129p., 1988.

RUSSO, S., **Buckling of GFRP Pultruded Columns**. In: COMPOSITES IN CONSTRUCTION, Porto, 2001. **Anais**. Porto: 2001. p.113.

SAADATMANESH, H., MALEK, A.M., Design guidelines for flexural strengthening of RC beams with FRP plates. **Journal of Composites for Construction**, ASCE, v.2, n.4, pp.158-164, 1998.

SÁNCHEZ, E., MENEGHEL, J.M., **Estudo da aderência compósito de fibra de carbono-concreto em vigas reforçadas à flexão**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 44., Belo Horizonte, 2002. 1 CD-ROM.

SANTOS, A.C., **Ensaaios para análise da interface entre o concreto e o polímero reforçado com fibra**. Tese de Doutorado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 149p., 2003.

SAOUMA, V.E., INGRAFFEA, A.R., CATALANO, D., Fracture Toughness of Concrete; K_{Ic} Revisited. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, ASCE, v.108, n. EM6, pp.1152-1166, 1982.

SCHELLEKENS, J.C.L., **Interface Elements in Finite Element Analysis**. Tese de Doutorado, Technisch Universiteit Delft, 1992.

SCHIEBEL, S., NANNI, A., **Axial and flexural performance of concrete piles prestressed with cfrp tendons**. In: CONFERENCE ON ADVANCED COMPOSITE MATERIALS IN BRIDGES AND STRUCTURES, 3., Ottawa, 2000. **Anais**. Ottawa: 2000. pp.471-478, 2000.

SEIBLE, F., KARBHARI, V.M., ZHAO, L., HOSE, Y., **Development and implementation of modular bridge systems**. COMPOSITES IN CONSTRUCTION, p.797, 2001.

SEIBLE, F., **US Prespective of advanced composites bridge technology in Europe and Japan**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPOSITES IN INFRASTRUCTURE, 2., Tóquio, 1998. **Anais**. Tóquio: 1998.

SILVA FILHO, J.N., MELO, G.S., NAGATO, Y., **Reforço ao cisalhamento de vigas em “T” de concreto armado com compósitos de fibra de carbono**. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 30., Brasília, 2002. 1 CD-ROM.

SILVA, A.S., **Comportamento de pilares curtos confinados por compósitos de fibras de vidro e carbono**. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 167p., 2002.

SILVA, P.A.S.C.M., JUVANDES, L.F.P., FIGUEIRAS, J.A., **Análise do Efeito de Extremidade numa Ligação Colada Tipo Betão-Aço ou Betão-FRP**. In: REPAR, Lisboa, 2000. **Anais**. Lisboa: 2000.

SILVA, P.A.S.C.M., **Modelação e análise de estruturas de betão reforçadas com FRP**. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 254p., 1999.

SIMÃO, W.I.S., **Modelos de armadura e aderência para análise não-linear de estruturas de concreto armado**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, 112p., 2003.

SMITH, S.T., TENG, J.G., FRP-Strengthened RC beams II: assessment of debonding strength models. **Engineering Structures**, v.24, n.4, pp.397-417, 2002.

SOUTO FILHO, M.V., **Modelagem numérica de reforço estrutural em vigas de concreto armado**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 127p., 2002.

SOUZA, A.V.L., CLÍMACO, J.C.T.S., MELO, G.S., **Reforço de pilares curtos de concreto armado de seção quadrada com mantas de polímero reforçado com fibras de carbono**. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 30., Brasília, 2002. 1 CD-ROM.

SPADEA, G., BENCARDINO, F., SWAMY, R.N., Structural behavior of composite rc beams with externally bonded CFRP. **Journal of Composites for Construction**, p.132, 1998.

SPENA, F.R. *et al.*, **L'uso di materiali compositi per il consolidamento delle strutture**. Boletim Técnico - Centro Internazionale di Studi di Architettura Andrea Palladio. Vicenza, 1995.

TÄLJSTEN, B., Strengthening concrete beams for shear with CFRP sheets. **Construction and Building Materials**, v.17, n.1, pp.15-26, 2003.

TÄLJSTEN, B., NORDIN, H., **Flexural strengthening of concrete beams with prestressed cfrp near surface mounted reinforcement (NSMR)**. In: COMPOSITES IN CONSTRUCTION, 3., Lyon, 2005. **Anais**. Lyon: 2005.

TEDESCO, J.W., STALLINGS, J.M., EL-MIHILMY, M., Finite element method analysis of a concrete bridge repaired with fiber reinforced plastic laminates. **Computers and Structures**, v.72, pp.379-407, 1999.

TRIANTAFILLOU, T.C., **Innovative strengthening of masonry monuments with composites**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCED COMPOSITE MATERIALS IN BRIDGES AND STRUCTURES, 2., Montreal, 1996. **Anais**. Montreal: 1996.

TUMIALAN, G., BELARBI, A., NANNI, A., Reinforced concrete beams strengthened with CFRP composites: failure due to concrete cover delamination. Report CIES-99/01, University of Missouri-Rolla, 1999.

TUMIALAN, G., NANNI, A., Strengthening of masonry walls with FRP bars. **Composites Fabricator Magazine**, 2002.

VALLUZZI, M.R., TINAZZI, D., MODENA, C., Shear behavior of masonry panels strengthened by FRP laminates. **Construction and Building Materials**, p.409, 2002.

VARASTEHPOUR, H., HAMELIN, P., Strengthening of concrete beams using fiber-reinforced plastics. **Materials and Structures**, v.123, pp.127-142, 1997.

VECCHIO, F.J., Finite element modeling of concrete expansion and confinement. **ASCE Journal of Structural Engineering**, v.18, n.9, pp.2390-2406, 1992.

ZHANG, S., RAOOF, M., WOOD, L.A., Prediction of peeling failure of reinforced concrete beams with externally bonded steel plates. **Structures and Buildings**, v.110, pp.257-268, 1995.