FABIO SELLEIO PRADO

MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO LINEAR DE *RISERS* PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

São Paulo

2013

FABIO SELLEIO PRADO

MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO LINEAR DE *RISERS* PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

São Paulo

2013

FABIO SELLEIO PRADO

MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO LINEAR DE *RISERS* PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil

Área de concentração:

Engenharia de Estruturas

Orientador: Prof.Titular

Carlos Eduardo Nigro Mazzilli

São Paulo

2013

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 16 de maio de 2013.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Prado, Fabio Selleio
Modelagem do comportamento dinâmico não linear de risers pelo método dos elementos finitos / F.S. Prado. -- versão corr. -- São Paulo, 2013.
151 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.Dinâmica das estruturas 2.Estruturas offshore 3.Método dos elementos finitos 4.Análise não linear de estruturas I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Carlos Eduardo Nigro Mazzilli, pela orientação e pelos constantes ensinamentos, tanto técnicos como pessoais.

Aos amigos Juliana Carandina, Rodolfo G. M. de Andrade, Thales Braguim, Antônio B. N. Correia, Ivan Zarif, Rafael Cosentino, Jairo Pascoal, Daniel Miranda, Mauro Natalino, Marcos Dinardi e Carlos Medeiros, que colaboraram direta ou indiretamente na execução deste trabalho.

À EGT Engenharia, por me incentivar a terminar a minha dissertação.

Aos professores Cássia Assis e Januário Pellegrino, por terem sempre me incentivado a ingressar no mestrado e por terem me ensinado toda a minha base teórica de estruturas, a qual me permitiu compreender com mais facilidade os assuntos mais difíceis.

Agradeço aos meus pais, Ana Lucia e Celso, por sempre terem me dado todo o suporte para que eu tivesse a melhor educação possível, sem a qual eu jamais estaria onde eu estou. E por terem contribuído diretamente na realização desse trabalho me incentivando nas fases difíceis.

Agradeço a toda a minha família, por me incentivar a terminar esse trabalho.

Agradeço ao meu avô Haraldo Selleio, por mostrar que não existe idade para aprender e que nunca aprenderemos tudo, mas que devemos sempre buscar mais conhecimento.

Agradeço à minha namorada Flávia E. Rius, por me ajudar diretamente neste trabalho, me dando apoio nos momentos mais difíceis.

Agradeço à Dra. Fernanda Takafuji pelos processamentos e obtenção de resultados.

Agradeço ao Prof. Dr. Edgard Sant'Anna de Almeida Neto, pelos constantes ensinamentos e discussões de resultados.

Agradeço aos colegas de mestrado, que me forneceram resultados, com os quais eu pude validar os meus modelos.

E a todos que colaboraram direta ou indiretamente na execução deste trabalho.

"Tenho a impressão de ter sido uma criança brincando à beira-mar, divertindo-me em descobrir uma pedrinha mais lisa ou uma concha mais bonita que as outras, enquanto o imenso oceano da verdade continua misterioso diante de meus olhos".

(Isaac Newton)

RESUMO

Mais recentemente a exploração *offshore* de petróleo e gás tem se intensificado na costa brasileira. Uma das características da exploração *offshore* no Brasil está ligada ao fato de os hidrocarbonetos se situarem a grandes profundidades no mar, frequentemente abaixo de uma espessa camada de sal, exigindo o desenvolvimento de novas tecnologias para vencer os desafios para sua prospecção e extração. A profundidade dos poços pode variar entre dois mil e sete mil metros abaixo da superfície do mar. Um dos grandes desafios é garantir uma boa conexão dos equipamentos de extração com a unidade de produção na superfície, o que se faz com *risers*. Há distintas configurações de *risers*, entre as quais os verticais, em catenária, *lazy waves* ou *steep waves*, sendo que o *riser* em catenária e o vertical, em particular, serão estudados aqui. Este trabalho visa a estudar os efeitos dinâmicos não lineares no *riser*, que, por ser extremamente esbelto, exige a consideração da não linearidade geométrica. Entre eles, destaca-se a possibilidade de ocorrência da ressonância paramétrica. Os carregamentos dinâmicos podem ser provenientes da movimentação da unidade flutuante, correntezas ou escoamento interno. Neste trabalho serão elaborados modelos em elementos finitos, utilizando o software Abaqus, que possui mais recursos que a maioria dos softwares comerciais para as análises que se pretende realizar. Esses modelos simularão inicialmente a configuração de equilíbrio estático do *riser* e posteriormente serão adicionados os carregamentos dinâmicos. Na representação do encontro do *riser* com o solo no fundo do mar, serão utilizados elementos de contato elásticos. Pretende-se discutir a viabilidade e as limitações no uso de programas generalistas de análise estrutural pelo método dos elementos finitos, no confronto com programas dedicados, e ainda comparando os resultados obtidos com aqueles que decorrem de soluções analíticas, ou experimentais, quando disponíveis.

Palavras-chave: Dinâmica das estruturas. Estruturas *offshore*. Método dos elementos finitos. Análise não linear de estruturas.

ABSTRACT

More recently the offshore oil and gas exploitation has being intensified on the Brazilian coast. One of the characteristics of offshore exploitation in Brazil is linked to the fact that hydrocarbons are located at great depths under the sea bed, often below a thick layer of salt, requiring the development of new technologies to meet these challenges. The depth of the wells can vary between 2,000 and 7,000 meters below the sea surface. A major challenge is to ensure a good connection between the extraction system and the production unit at the sea surface, which is provided by risers. There are different configurations of risers, including the vertical, catenary, lazy-wave or steep-wave; the catenary and vertical risers will be studied in this work.
This work aims at studying the nonlinear dynamic effects on the riser, which, being extremely slender, requires consideration of the geometric nonlinearity. Among them, there is the possibility of occurrence of parametric resonance. The dynamic loads may come from the motion of the floating unit and external or internal fluid flow. This work will be developed using finite-element models in Abaqus, which has more resources than most commercial softwares to carry out the type of analyses of interest. Initially these models simulate the static equilibrium configuration of the catenary riser, which will be later disturbed by dynamic loads. The modeling of the so called touch-down zone (TDZ) will use elastic contact elements. It is intended to discuss the feasibility and limitations when using generalist codes for structural analysis by the finite-element method, in comparison with dedicated codes, and also to correlate these results with those from analytical and experimental studies, whenever available.

Keywords: Dynamics of structures. Offshore structures. Finite-element method. Nonlinear analysis.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1: Plataforma flutuante FPSO. (Fonte: <http://www.oocities.org>) 7

Figura 1.2: Os 6 graus de liberdade de corpo rígido encontrados em uma plataforma flutuante. (Fonte: Adaptado da "The Association of Marine Underwriters of San Francisco", <www.amusf.com>) 7

Figura 1.3: Plataforma flutuante do tipo TLP. (Fonte:<www.offshore-technology.com/projects/glider/glider1.html>) 8

Figura 1.4: Plataforma flutuante do tipo SPAR. (Fonte: <www.marinetalk.com>) 8

Figura 1.5: Plataforma flutuante do tipo Semissubmersível. (Fonte: Notas de aula PEF-2506, 2003) 9

Figura 1.6: "Árvore de natal". (Fonte: <http://shyymt.en.alibaba.com>) 10

Figura 1.7: *Riser* rígido (Fonte: <http://www.hazardexonthenet.net>). 11

Figura 1.8: *Riser* flexível (Fonte: <www.bold.co.uk>) 11

Figura 1.9: Figura esquemática de um *riser* vertical 12

Figura 1.10: Figura esquemática de um *SCR*. 13

Figura 2.1: Configuração de equilíbrio do *riser* vertical. 20

Figura 2.2: Configuração de equilíbrio estático do *riser* em catenária. 21

Figura 2.3: Representação do empuxo e do peso da estrutura por unidade de comprimento (Δs) do *riser*. 23

Figura 2.4: Diagrama de forças equivalentes para a força hidrostática - Fonte: TAKAFUJI, 2010. 24

Figura 2.5: Representação da correnteza e do peso da estrutura por unidade de comprimento (Δs) do *riser*. 26

Figura 2.6: Ilustração de um cabo suspenso (catenária). 28

Figura 2.7: Distribuição de força axial no modelo em elementos finitos do *riser*. 29

Figura 2.8: Comparação entre a catenária analítica e a numérica. 30

Figura 2.9: Representação da onda marítima por Airy. 31

Figura 3.1: Diagrama de Strutt, mostrando as regiões de ressonância paramétrica (hachuradas). (Fonte: SOARES, 1992). 36

Figura 3.2: Coluna sob ressonância paramétrica, para $\boldsymbol{\Omega} \cong \mathbf{2}\boldsymbol{\omega}$, sendo $\boldsymbol{\omega}$ uma frequência natural.....37

Figura 3.3: Primeiro modo de vibração da coluna (*$\boldsymbol{\omega}$=101.88 rad/s).* 39

Figura 3.4: Deslocamento transversal ao longo do tempo para $\boldsymbol{\Omega}$=101.88 rad/s.....40

Figura 3.5: Coluna deformada sob a atuação de uma carga axial pulsante.....41

Figura 3.6: Variação da amplitude da resposta com a frequência excitante. 42

Figura 3.7: Deslocamento transversal ao longo do tempo, para $\boldsymbol{\Omega}$=193 rad/s.....43

Figura 3.8: Rotação na extremidade inferior da coluna ao longo do tempo, para $\boldsymbol{\Omega}$=193 rad/s.....43

Figura 3.9: Deslocamento transversal máximo para $\boldsymbol{\Omega}$=193 rad/s no Abaqus Explícito.....44

Figura 4.1: Discretização do carregamento externo ${}^{t}\mathrm{R}_{\mathrm{i}}$ no tempo $\mathbf{t}$. 46

Figura 4.2: Iteração do método de Newton-Raphson para um grau de liberdade. 51

Figura 4.3: Definição do $\Delta\boldsymbol{L}$ para elementos de baixa ordem. 54

Figura 4.4: Definição do $\Delta\boldsymbol{L}$ para elementos de ordem maior.....54

Figura 4.5: Sugestões para uso dos métodos de integração (Fonte: “An Explicit Finite Element Primer”, 2002). 56

Figura 4.6: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta\boldsymbol{t} = \mathbf{0.1s}$ (deslocamento U1).....58

Figura 4.7: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta\boldsymbol{t} = \mathbf{0.1s}$ (deslocamento U2).....58

Figura 4.8: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta\boldsymbol{t} = \mathbf{0.5s}$ (deslocamento U1).....59

Figura 4.9: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta\boldsymbol{t} = \mathbf{0.5s}$ (deslocamento U2).....59

Figura 4.10: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta \boldsymbol{t} = \mathbf{0.89s}$ (deslocamento U1). 60

Figura 4.11: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta \boldsymbol{t} = \mathbf{0.89s}$ (deslocamento U2). 60

Figura 4.12: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta \boldsymbol{t} = \mathbf{1.0s}$ (deslocamento U1).....61

Figura 4.13: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta \boldsymbol{t} = \mathbf{1.0s}$ (deslocamento U2).....61

Figura 5.1: Oscilador mecânico massa-mola de um grau de liberdade.....64

Figura 5.2: Sistema massa-mola com a mola adicional representado o termo da penalidade.....66

Figura 5.3: Descrição das superfícies *master* e *slave* para definir o par de contato – Fonte: GAY NETO (2012). 67

Figura 5.4: Tensões na interface de contato. 69

Figura 5.5: Leis constitutivas para o comportamento do contato na direção normal. (a) Idealização da restrição normal. (b) Utilização de uma lei de restrição genérica. (c) Utilização do método das penalidades.....70

Figura 5.6: Leis constitutivas para o comportamento do contato na direção tangencial. (a) lei de Coulomb. (b) lei de Coulomb modificada por um parâmetro de penalidade tangencial (Fonte: GAY NETO, 2012).....71

Figura 6.1: *Riser* vertical, medidas em metros 74

Figura 6.2: Distribuição de força normal.....75

Figura 6.3: 1° modo de vibração - f = 2.6163E-02 Hz. 76

Figura 6.4: 2° modo de vibração - f = 5.2412E-02 Hz. 76

Figura 6.5: 3° modo de vibração - f = 7.8529E-02 Hz. 77

Figura 6.6: Posição dos nós analisados para o *riser* vertical.....77

Figura 6.7: Diagrama de fase a 450m acima da âncora.....79

Figura 6.8: Diagrama de fase a 900m acima da âncora.....79

Figura 6.9: Diagrama de fase a 1350m acima da âncora.....80

Figura 6.10: Geometria do *riser* vertical ensaiado no IPT. 81

Figura 6.11: Fotografia do *riser* vertical ensaiado no IPT.....82

Figura 6.12: Força axial ao longo da altura do *riser* no modelo numérico.....83

Figura 6.13: 1° modo de vibração com f= 0,822 Hz. 84

Figura 6.14: 2° modo de vibração com f= 1,652 Hz. 85

Figura 6.15: 3° modo de vibração com f= 2,492 Hz. 85

Figura 6.16: 4° modo de vibração com f= 3,35 Hz. 86

Figura 6.17: 5° modo de vibração com f= 4,228 Hz. 86

Figura 6.18: Posição dos nós analisados para o *riser* vertical do IPT. 87

Figura 6.19: Deslocamento vertical no tempo a um terço no vão.....88

Figura 6.20: Velocidade vertical no tempo a um terço do vão.....88

Figura 6.21: Diagrama de fase a um terço do vão. 89

Figura 6.22: Deslocamento vertical no tempo no meio do vão.....89

Figura 6.23: Velocidade vertical no tempo no meio do vão.....90

Figura 6.24: Diagrama de fase no meio do vão.....90

Figura 6.25: Deslocamento vertical no tempo a dois terços do vão. 91

Figura 6.26: Velocidade vertical no tempo a dois terços do vão. 91

Figura 6.27: Diagrama de fase a dois terços do vão. 92

Figura 6.28: Deslocamento horizontal no tempo no meio do vão para f=0,8 Hz. 93

Figura 6.29: Deslocamento horizontal no tempo no meio do vão para $(\Omega/\omega) = 3,0$..94

Figura 6.30: Ressonância paramétrica no meio do vão para f=1,6 Hz.....95

Figura 6.31: Estado inicial do *riser* "deitado" no solo.....97

Figura 6.32: Deslocamento horizontal inicial δ , sem carregamento aplicado.....98

Figura 6.33: Início dos deslocamentos para formar a catenária, assim como o início da atuação dos carregamentos. 98

Figura 6.34: Deslocamentos gradualmente aplicados.....98

Figura 6.35: Configuração final de equilíbrio do *riser*. 99

Figura 6.36: *Riser* na sua configuração estática. 100

Figura 6.37: *Riser* na sua configuração estática de equilíbrio com correnteza. 101

Figura 6.38: Representação dos elementos de contato. 102

Figura 6.39: Deslocamentos iniciais na extremidade do *hang-off* do *riser*. 103

Figura 6.40: Deslocamentos graduais até formar a catenária com contato.....103

Figura 6.41: Configuração final de equilíbrio do *riser* com contato.....103

Figura 6.42: *Riser* na sua configuração estática com contato e com correnteza. ...104

Figura 6.43: *Riser* na sua configuração de equilíbrio estático com contato e sem correnteza. 105

Figura 6.44: 1° modo de vibração com f= 4,05 E-02 Hz.....106

Figura 6.45: 2° modo de vibração com f= 6,53 E-02 Hz.....106

Figura 6.46: 3° modo de vibração com f= 9,15 E-02 Hz.....107

Figura 6.47: 100° modo de vibração com f= 2,3158 Hz. 107

Figura 6.48: Movimento de *heave* no *hang-off* do *riser*. 108

Figura 6.49: Comparação de deslocamentos no *TDP*.....109

Figura 6.50: Comparação de velocidades no *TDP*.....110

Figura 6.51: Comparação de diagrama de fase no *TDP*. 110

Figura 6.52: Deslocamento horizontal no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=10s. ..111

Figura 6.53: Velocidade horizontal no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=10s. 112

Figura 6.54: Comparação de diagrama de fase no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=10s. 112

Figura 6.55: Comparação da força axial no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=10s. 113

Figura 6.56: Deslocamento horizontal no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=5s. 113

Figura 6.57: Velocidade horizontal no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=5s. 114

Figura 6.58: Comparação de diagrama de fase no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=5s. 114

Figura 6.59: Comparação da força axial no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=5s..115

Figura 6.60: Compressão dinâmica na região do *TDP*.....116

Figura 6.61: Configuração estática do *riser* (“a*s built”*).....117

Figura 6.62: Fotografia do *riser* em catenária ensaiado no IPT.....118

Figura 6.63: Início do içamento do modelo em MEF do *riser* no IPT.....119

Figura 6.64: Prosseguimento do içamento do modelo em MEF do *riser* no IPT. 119

Figura 6.65: Configuração final de equilíbrio do modelo em MEF do *riser* no IPT. .120

Figura 6.66: Força axial ao longo do modelo em MEF do *riser* no IPT. 120

Figura 6.67: 1° modo de vibração - f = 0.8251Hz. 121

Figura 6.68: 2° modo de vibração - f = 1.1551 Hz. 122

Figura 6.69: 3° modo de vibração - f = 1.5308 Hz. 122

Figura 6.70: 4° modo de vibração - f = 1.9320 Hz. 123

Figura 6.71: 5° modo de vibração - f = 2.4461 Hz. 123

Figura 6.72: Nó a ser analisado nos modelos numérico e experimental. 124

Figura 6.73: Deslocamento horizontal de nó próximo ao TDP segundo o Abaqus e o modelo experimental. 125

Figura 6.74: Velocidade horizontal de nó próximo ao TDP segundo o Abaqus e o modelo experimental. 125

Figura 6.75: Comparação do diagrama de fase do Abaqus com o modelo experimental. 126

Figura 6.76: Comparação entre a configuração de equilíbrio estático entre o Abaqus e o Orcaflex. 128

Figura 6.77: Distribuição de força axial ao longo do *riser*.....129

Figura 6.78: 1° modo de vibração - f = 0.09635 Hz. 130

Figura 6.79: 2° modo de vibração - f = 0.1737 Hz. 130

Figura 6.80: 3° modo de vibração - f = 0.2620 Hz. 131

Figura 6.81: 4° modo de vibração - f = 0.3598 Hz. 131

Figura 6.82: 5° modo de vibração - f = 0.4728 Hz. 132

Figura 6.83: Deslocamento no *hang-off* para T=5,2s. 133

Figura 6.84: Posição do ponto "O". 134

Figura 6.85: Deslocamento vertical em função do tempo no ponto "O", t=5,2s..... 134

Figura 6.86: Força axial em função do tempo no ponto "O", t=5,2s. 135

Figura 6.87: Deslocamento horizontal no *TDP* para t=5,2s. 135

Figura 6.88: Velocidade horizontal no *TDP* para t=5,2s. 136

Figura 6.89: Diagrama de fase no *TDP* para t=5,2s. 136

Figura 6.90: Força axial no *TDP* para um *heave* de 1m e t=2,9s. 137

Figura 6.91: Força axial no *TDP* para um *heave* de 0,5m e t=2,9s. 138

Figura 6.92: Deslocamento vertical em função do tempo no ponto "O", t=2,9s..... 138

Figura 6.93: Força axial em função do tempo no ponto "O", t=2,9s. 139

Figura 6.94: Deslocamento horizontal no *TDP* para t=2,9s. 140

Figura 6.95: Velocidade horizontal no *TDP* para t=2,9s. 140

Figura 6.96: Diagrama de fase no *TDP* para t=2,9s. 141

Figura 6.97: Deslocamento horizontal no *TDP* para t=2,9s, sem Morison. 142

Figura 6.98: Velocidade horizontal no *TDP* para t=2,9s, sem Morison..... 142

Figura 6.99: Diagrama de fase no *TDP* para t=2,9s, sem Morison..... 143

Figura 6.100: Compressão dinâmica devido à ressonância paramétrica. 144

LISTA DE SÍMBOLOS

$\vec{p}_0$ esforço devido ao peso próprio do *riser.*

γ_t peso próprio da estrutura, levando em conta o peso do fluido transportado.

γ_a peso específico por unidade de volume do fluido.

γ_f peso efetivo do *riser.*

$\vec{E}$ força de empuxo aplicada sobre o elemento de *riser*.

E módulo de elasticidade.

A área externa da seção transversal do *riser.*

$\vec{H}_0$ força resultante da pressão hidrostática atuante sobre a tampa de um elemento de *riser* fechado.

$\vec{h}_0$ força hidrostática distribuída aplicada sobre a parede lateral do *riser*.

x_0 coordenada do *riser* que é paralela ao solo do fundo do mar.

z_0 coordenada do *riser* que é perpendicular ao solo do fundo do mar.

$\vec{t}_0$ vetor tangente ao *riser* no problema estático.

c_0 força de arrasto.

$c_{0,a}$ força de arrasto na direção axial.

$c_{0,t}$ força de arrasto na direção normal.

C_D coeficiente de arrasto.

ρ_a massa específica do fluido.

D diâmetro do *riser.*

v_c velocidade da correnteza.

F_t força de tração no topo do *riser.*

L duas vezes a distância horizontal entre a âncora do *riser* e a plataforma flutuante.

T período de onda.

λ comprimento de onda.

c velocidade de propagação de onda.

g aceleração da gravidade.

ω frequência angular.

A amplitude de onda.

H altura de onda.

δ quadrado da relação entre o dobro da frequência natural da estrutura e a frequência excitante.

ϵ amplitude de excitação normalizada.

P_{cr} carga crítica de Euler.

g_N função *gap* na direção normal.

g_T função *gap* na direção tangencial.

f_N representa a norma do componente normal da força de contato.

ϵ_N regula a taxa de aumento da força normal, em função da penetração no contato.

f_t representa a norma da força de atrito.

μ coeficiente de atrito no contato.

Φ rigidez do solo por unidade de comprimento e por unidade de área.

λ_L distância entre o *TDP* e o ponto "O".

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 6

1.1 Tema 6

1.2 Justificativa 13

1.3 Objetivos 14

1.4 Metodologia e hipóteses 15

1.5 Revisão bibliográfica 17

1.6 Organização do texto 18

2 DESCRIÇÃO DAS AÇÕES ATUANTES 20

2.1 Modelo estático 20

2.1.1 Esforço de natureza gravitacional 22

2.1.2 Esforço de natureza hidrostática 22

2.1.3 Esforços quase-estáticos de natureza hidrodinâmica 25

2.1.4 Força de tração 27

2.2 Ações Dinâmicas 30

2.2.1 Movimento da plataforma flutuante 31

3 EXCITAÇÃO PARAMÉTRICA 34

3.1 Estudo de caso – ressonância paramétrica 37

4 INTEGRAÇÃO DIRETA NO DOMÍNIO DO TEMPO 45

4.1 Método de Newmark 47

4.2 Método das diferenças centrais 51

4.3 Exemplos 57

4.3.1 Comparação para $\Delta t = 0.1s$ 58

4.3.2 Comparação para $\Delta t = 0.5s$ 59

4.3.3 Comparação para $\Delta t = 0.89s$ 60

4.3.4 Comparação para $\Delta t = 1.0s$ 61

5 CONTATO EM PROBLEMAS DE *RISERS* E ELEMENTOS DE CONTATO 63

5.1 Método das penalidades 63
5.2 Cinemática do contato 66
5.3 Leis constitutivas de contato na direção normal 69
5.4 Leis constitutivas de contato na direção tangencial (atrito) 71

6 EXEMPLOS 73
6.1 Exemplo I – *riser* vertical 73
6.1.1 Geometria 73
6.1.2 Modos e frequências naturais 75
6.1.3 Resultados dinâmicos 77
6.2 Exemplo II – *riser* vertical IPT 81
6.2.1 Geometria 81
6.2.2 Modos e frequências naturais 84
6.2.3 Resultados dinâmicos 87
6.3 Exemplo III – *riser* em catenária 96
6.3.1 Geometria 96
6.3.2 Sem contato e sem correnteza 97
6.3.3 Sem contato com correnteza 100
6.3.4 Com contato e com correnteza 102
6.3.5 Com contato e sem correnteza 104
6.4 Exemplo V – *riser* em catenária experimental do IPT 117
6.4.1 Geometria 117
6.4.2 Modos e frequências naturais 121
6.4.3 Resultados dinâmicos 124
6.5 Exemplo VI – *riser* com ressonância paramétrica 127
6.5.1 Geometria 127
6.5.2 Modos e frequências naturais 129
6.5.3 Resultados dinâmicos 132

7 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS 145

REFERÊNCIAS 148

1 INTRODUÇÃO

1.1 Tema

A produção *offshore* de petróleo em zonas de grandes profundidades pressupõe vários elementos: plataforma, árvore de natal, *manifold*, cabos e *risers* submersos.
As plataformas podem ser fixas ou flutuantes. As plataformas fixas ficam limitadas a lâminas d'água de até 400 m. As unidades flutuantes são as mais indicadas para grandes lâminas d'água, como é típico dos campos brasileiros de extração de petróleo e gás recentemente descobertos. Os tipos mais comuns de unidades flutuantes são:

- FPSO (*Floating Production, Storage and Offloading*) são plataformas de navios adaptados para a explotação, armazenamento e produção de petróleo ou gás; na Figura 1.1 ilustra-se uma FPSO em operação. Também podem ser construídos navios especificamente para esse objetivo. Quando o estoque dos tanques alcança o seu volume máximo, outro navio, um petroleiro chamado de "aliviador", é atracado na popa da FPSO, para que seja realizada a transferência do petróleo. Essa operação é chamada de *Offloading*. São utilizadas em poços de 200 m a 2000 m de lâmina d'água. Nas bacias sedimentares brasileiras, há diversos exemplos de FPSO's operando.

A estrutura da FPSO possui 6 graus de liberdade de corpo rígido, sendo eles denominados: avanço (*surge*), movimento de translação longitudinal; deriva (*sway*), movimento de translação lateral; afundamento (*heave*), movimento de translação vertical; jogo (*roll*), movimento de rotação em torno do eixo longitudinal; arfagem (*pitch*), movimento de rotação em torno do eixo transversal e guina (*yaw*), movimento de rotação em torno do eixo vertical. Esses graus de liberdade são ilustrados na Figura 1.2.

Figura 1.1: Plataforma flutuante FPSO. (Fonte: <http://www.oocities.org>)

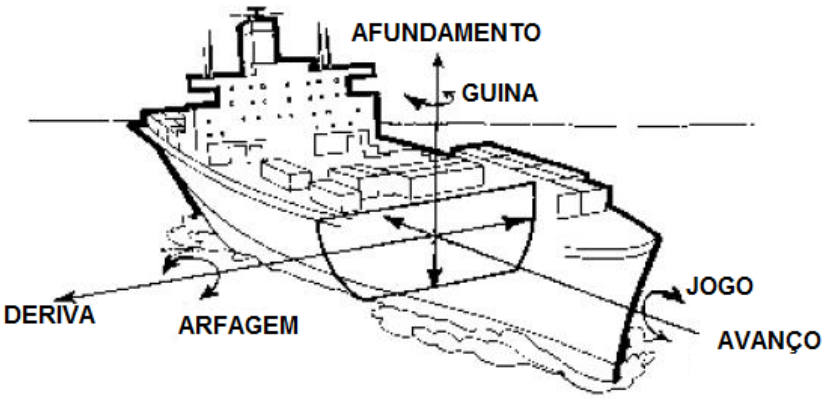

Figura 1.2: Os 6 graus de liberdade de corpo rígido encontrados em uma plataforma flutuante. (Fonte: Adaptado da "The Association of Marine Underwriters of San Francisco", <www.amusf.com>)

- TLP (Tension-Leg Platform) são unidades flutuantes presas ao fundo do mar por tendões verticais protendidos, diminuindo o movimento vertical da plataforma. São utilizadas em poços de até 2000 m de lâmina d'água. Na Figura 1.3 mostra-se um esquema desse tipo de plataforma. Tais plataformas são pouco utilizadas no Brasil.

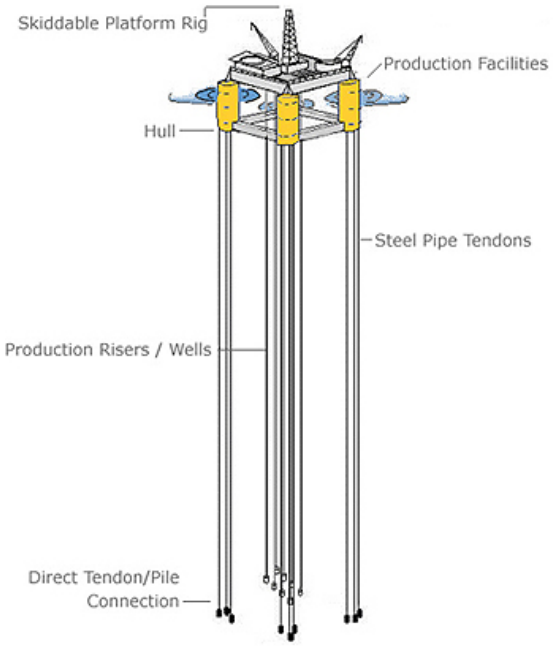

Figura 1.3: Plataforma flutuante do tipo TLP. (Fonte:<www.offshore-technology.com/projects/glider/glider1.html>)

- SPAR são plataformas flutuantes, de forma cilíndrica e vertical, presas por linhas de amarração. Tais plataformas não existem no Brasil, pois foram concebidas para mares muito turbulentos. São utilizadas para a exploração em poços de 300 m a 3000 m de lâmina d'água. Um desenho esquemático pode ser visto na Figura 1.4.

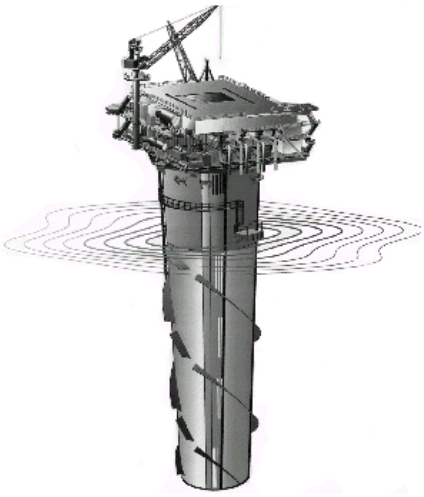

Figura 1.4: Plataforma flutuante do tipo SPAR. (Fonte: <www.marinetalk.com>)

- Semissubmersíveis são plataformas flutuantes cuja estrutura é formada por colunas que ligam a superestrutura até flutuadores submersos. Essas plataformas são as mais utilizadas no mundo, incluindo o Brasil, para prospecção de hidrocarbonetos em campos de águas profundas (até 3000 metros de lâmina d'água). O posicionamento da plataforma pode ser por ancoragens (cabos) ou por um sistema dinâmico (propulsão). Na Figura 1.5 visualiza-se a estrutura dessa plataforma.

Figura 1.5: Plataforma flutuante do tipo Semissubmersível. (Fonte: Notas de aula PEF-2506, 2003)

A “árvore de natal” é formada por um conjunto de válvulas que regulam e monitoram o fluxo de óleo e gás entre o poço e a superfície, sendo também responsável por prevenir vazamentos. Ela fica instalada no fundo do mar. Pode-se observar uma "árvore de natal" na Figura 1.6.

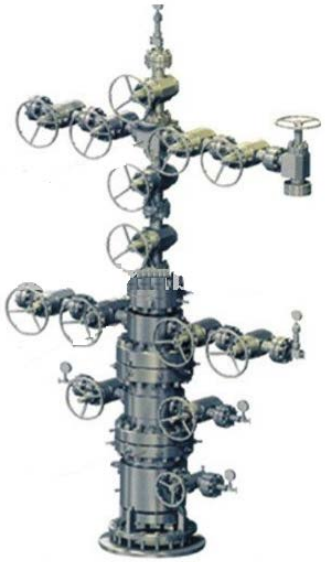

Figura 1.6: “Árvore de natal”. (Fonte: <http://shyymt.en.alibaba.com>)

Os elementos responsáveis por ligar o poço no fundo do mar com as unidades flutuantes são os *risers*, que serão alvo de estudo deste trabalho. Esses elementos podem ser classificados como *risers* de produção, injeção, perfuração, exportação de gás, injeção de água e completação. Os *risers* de produção e injeção podem ser do tipo “rígido” ou "flexível", observados nas Figuras 1.7 e 1.8, em diferentes configurações (catenária, híbridos, verticais etc.). Os *risers* rígidos são dutos de aço e, por terem uma estrutura simples, possuem um baixo custo em comparação com os *risers* flexíveis, além de uma maior rigidez à flexão e uma menor probabilidade de ruína em profundidades elevadas, motivos pelos quais são amplamente utilizados em regiões de exploração com lâminas d'água mais profundas. Os *risers* flexíveis são dutos complexos, compostos por diferentes camadas de polímeros e ligas metálicas, cada qual responsável por absorver um esforço (tração, flexão, pressão interna e externa, dentre outras); por serem mais complexos, possuem preços mais elevados. Os *risers* flexíveis possuem um custo de instalação menor que o *riser* rígido, e ainda podem ser transferidos para serem utilizados em outros poços ou campos de extração, com um custo e um tempo menor que o *riser* rígido, atendendo a estratégia de exploração das companhias exploradoras.

Figura 1.7: *Riser* rígido (Fonte: <http://www.hazardexonthenet.net>).

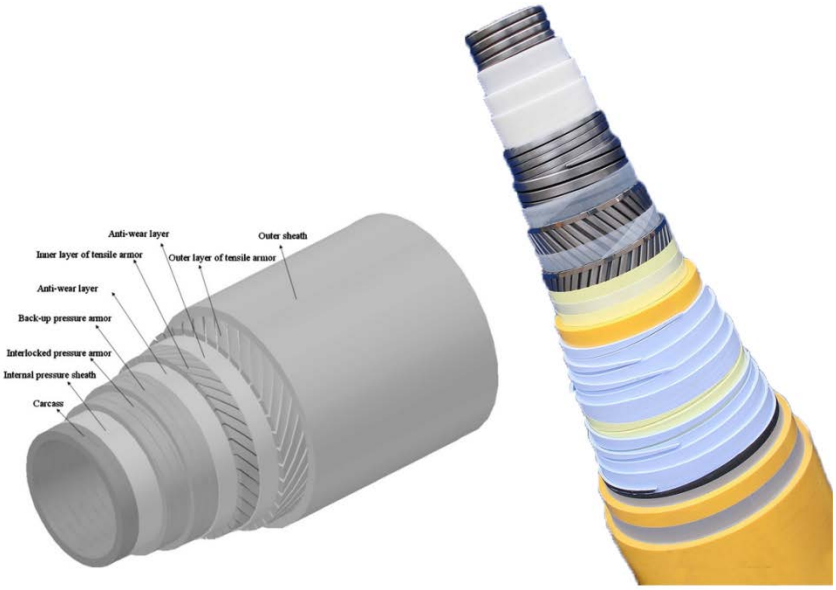

Figura 1.8: *Riser* flexível (Fonte: <www.bold.co.uk>)

Neste trabalho serão estudados os *risers* de produção do tipo “rígido” em catenária, conhecidos também por *steel catenary risers* (SCR's), e os *risers* verticais. Com novas perspectivas de extração de petróleo à grande profundidade, a utilização dos *risers* aumentará de forma significativa; portanto, o domínio tecnológico subjacente deverá ser demanda no cenário científico nacional e internacional.

O *riser* vertical é um único tubo suspenso verticalmente a partir do *hang-off* flutuante. Esse é fixado por uma âncora no encontro do *riser* com o solo do fundo do

mar, não havendo contato do *riser* diretamente com o solo. A interface com a unidade flutuante consiste em uma estrutura com uma junta flexível para absorver as variações dinâmicas de posição (*heave*, *sway* e *surge*) geradas pela unidade flutuante. É apresentada na Figura 1.9 uma ilustração esquemática do *riser* vertical.

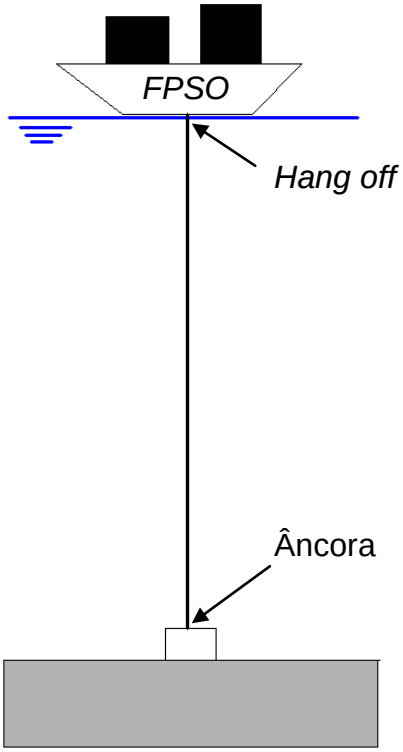

Figura 1.9: Figura esquemática de um *riser* vertical

O *SCR*, assim como o *riser* vertical, é um tubo suspenso a partir do *hang-off* flutuante, porém a configuração estática de equilíbrio na ausência de correnteza quase-estática é uma catenária. O *SCR* deixa a unidade flutuante em catenária até tocar o solo, onde segue em contato até a âncora, conforme Figura 1.10. A interface com a unidade flutuante é a mesma considerada para o *riser* vertical. O contato com o fundo do mar é dinâmico, portanto o ponto de toque (*Touch-Down Point – TDP*) pode se mover tanto na direção axial como na transversal ao *riser*. A essa região de toque dá-se o nome de *Touch-Down Zone* – TDZ.

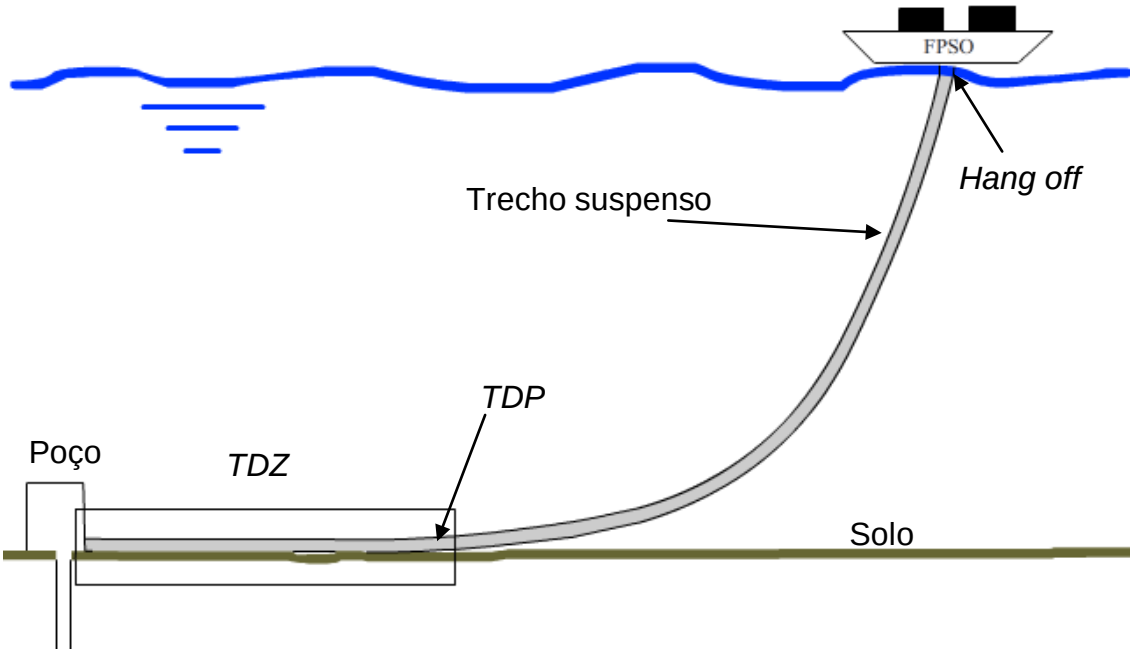

Figura 1.10: Figura esquemática de um *SCR*.

1.2 Justificativa

Nos últimos anos de exploração de petróleo, o Brasil elevou a sua reserva de petróleo a um novo patamar. Segundo a Petrobras, a meta é ter produção diária de um milhão de barris de petróleo na região do pré-sal em 2017.

Dessa forma, é necessário que haja um avanço tecnológico na exploração de poços com lâmina d'água acima de 2000 m, para assim poder atender às exigências de uma exploração mais complexa. Um dos grandes desafios é garantir uma boa conexão entre o poço de extração e a plataforma de produção, com um mínimo de intervenções para manutenção.

Em lâminas d'água muito grandes, a compreensão dos fenômenos de interação dos *risers* com o mar é de extrema importância para garantir seu bom desempenho.

A análise dos fenômenos de interação entre o *riser* e o mar pode ser feita por meio de softwares específicos ou por meio de softwares generalistas comerciais de elementos finitos.

Será discutida a possibilidade de se utilizar softwares generalistas comerciais de elementos finitos na análise de *risers.* Tais programas permitem, ao menos em tese, que diferentes efeitos, lineares ou não, sejam considerados.

Alguns softwares especialistas utilizam modelos simplificados para a análise dinâmica das estruturas, como, por exemplo, adotam uma matriz de massa diagonal (*lumped mass*).

Resta, porém, verificar a viabilidade, a praticidade, o desempenho e, sobretudo, a capacidade de detectar fenômenos complexos que podem ocorrer nesses sistemas, decorrentes de comportamentos dinâmicos não lineares.

1.3 Objetivos

Integrando o grupo de pesquisa de "Dinâmica, Estabilidade e Controle de Estruturas", da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, coordenado pelo Prof. Carlos E. N. Mazzilli, e situando-se mais especificamente na linha de pesquisa sobre vibrações de *risers* oceânicos, este trabalho procura contribuir para o entendimento de fenômenos dinâmicos não lineares que ocorrem nesses elementos estruturais e, ainda, como que esses fenômenos podem ser detectados pelos softwares de elementos finitos em modelos de alta hierarquia.

O primeiro objetivo desse trabalho é verificar se um software generalista de elementos finitos consegue caracterizar adequadamente os grandes deslocamentos causados por excitação paramétrica em sistemas simples de barras.

A partir desta verificação, utiliza-se o software para elaborar modelos de *risers* verticais e em catenária, com contato unilateral elástico, ainda sob excitação paramétrica. Para isso é considerado um exemplo com propriedades geométricas típicas.

A primeira etapa da modelagem do *riser* em catenária é obter a sua configuração de equilíbrio estático, com a ação do peso próprio da estrutura, do empuxo e da correnteza, inicialmente ignorando a modelagem do contato unilateral. Os resultados

obtidos serão comparados com os resultados do Orcaflex, sendo este um software especialista.

Ainda no problema da determinação da configuração deformada de equilíbrio, são posteriormente inseridos no modelo elementos de contato normal unilateral elástico, do *riser* com o solo.

Com o modelo estático finalizado e com os elementos de contato inseridos, são adicionados os carregamentos dinâmicos (excitação de suporte no *hang-off*), obtendo-se os históricos de deslocamentos e velocidades horizontais no *TDP* e, consequentemente, o mapa de fase.

São apresentados exemplos de compressão dinâmica, de ressonância paramétrica, para *risers* rígidos, mediante análise paramétrica com a variação de rigidez do solo, amortecimento (interação fluido-estrutura), amplitude das excitações de suporte e velocidade da correnteza.

A equipe do projeto "Dinâmica Não Linear de *Risers*: Interações de Natureza Hidroelástica e de Contato", contratado pela Petrobras à Escola Politécnica da USP, sob coordenação do Prof. Celso P. Pesce (PESCE et al, 2012), fez ensaios em modelos em escala reduzida de *risers*, sendo possível, também, confrontar resultados dos modelos numéricos com os experimentais.

1.4 Metodologia e hipóteses

Inicialmente foi realizada uma revisão bibliográfica sobre dinâmica não linear com ênfase em instabilidade paramétrica, para entender tais fenômenos dinâmicos que podem, excepcionalmente, ser encontrados em *risers*. Também foram estudados trabalhos fundamentais sobre os fenômenos de interação fluido-estrutura, em geral, e sobre os carregamentos atuantes em *risers*, em particular.

Depois, foram testados alguns softwares generalistas de elementos finitos, para verificar se apresentavam os resultados esperados para a instabilidade paramétrica em problemas clássicos (*benchmark*). Assim, constatou-se que o Abaqus 6.10 conseguiu detectar satisfatoriamente a instabilidade paramétrica nos modelos

estudados, utilizando o método explícito para a integração numérica no domínio do tempo.

Como somente o método explícito apresentou bons resultados para a análise da instabilidade paramétrica, resolveu-se estudar mais a fundo as diferenças entre os métodos implícito e explícito de integração direta no domínio do tempo.

Pretendendo-se utilizar elementos de contato, foi feita uma revisão bibliográfica sobre o assunto, para assim ter mais entendimento dos modelos numéricos em elementos finitos com elementos de contato e, também, para fazer uma avaliação mais precisa de qual o melhor método de solução para o problema.

Com a escolha do software, passou-se a modelar de forma hierárquica os exemplos de *risers* de aço em catenária (*SCR*). Primeiramente, o contato com o solo foi desprezado, assim como a correnteza e o carregamento dinâmico. Foi um grande desafio encontrar a forma de equilíbrio estático do *riser* nessa fase inicial.

A partir da configuração inicial de equilíbrio do *riser*, foram inseridos nos modelos o contato com o solo (de forma elástica linear), a correnteza e os movimentos de *heave* no *hang-off*. Esses estudos foram comparados com os realizados no software Orcaflex (programa especialista comumente utilizado para analisar estruturas *offshore*). Para essa primeira comparação, foram impostas excitações de *heave* que não causassem nenhum tipo de fenômeno de instabilidade no *riser.*

Posteriormente, foram comparados modelos numéricos do Abaqus, do Orcaflex e de ordem reduzida (MAZZILLI et al, 2012c), com uma excitação de frequência duas vezes a frequência de um modo local de vibração na região do *TDP*, causando assim ressonância paramétrica. As amplitudes de *heave* também foram alteradas até que provocassem compressão dinâmica, sendo os resultados comparados somente entre o Abaqus e o Orcaflex.

Ao final, foram utilizados os resultados de experimentos com um *riser* em escala reduzida (PESCE *et al*, 2012), ensaiado no IPT – Instituto de Pesquisas Tecnológicas, para comparar com os modelos numéricos.

1.5 Revisão bibliográfica

O trabalho desenvolvido por Takafuji (2010) permitiu entender os componentes que extraem o petróleo do fundo do mar, bem como a formulação dinâmica para *risers* em três dimensões.

Em Takafuji (2010), Mansur (2011), Gay Neto (2012) e Antonio (2011) foi possível ter uma melhor noção da ordem de grandeza das ações dinâmicas, assim como quais geometrias de *risers* eram adequadas para cada situação. Esses trabalhos também permitiram avaliar a ordem de grandeza dos resultados e a calibração dos modelos matemáticos e numéricos.

Pinho (2001) e Takafuji (2010) descrevem as ações, dividindo-as em estáticas e dinâmicas. Foi utilizado o livro de Alfredini (2009) para o entendimento da formação de ondas e como elas e as correntezas se comportam.

Foi utilizada como referência para dinâmica linear a obra de Clough e Penzien (2003). Para o estudo de dinâmica não linear com ressonância paramétrica, a referência foi o clássico texto de Nayfeh e Mook (1979), com auxílio da dissertação de Soares (1992). O livro de Bathe (1996) ajudou no entendimento da modelagem de dinâmica linear e não linear com elementos finitos.

Para o estudo de instabilidade dinâmica em sistemas reticulados elásticos, foi utilizada como base a dissertação de Soares (1992) com a complementação da obra de Bolotin (1964).

Para compreender as diferenças dos métodos implícito e explícito de integração no tempo, foram utilizados como referências-base Bathe (1996) e Hughes (1987). Também foi utilizado o livro de Jacob (2002).

Para o entendimento da configuração de equilíbrio da catenária, foram utilizadas as notas de aula de Pauletti (2002), onde são deduzidas suas equações.

Para o entendimento dos conceitos e das formulações dos elementos de contato, foi utilizado o livro de Wriggers (2002), como texto-base, e a tese de doutorado de Gay Neto (2012) ajudou a fixar alguns conceitos.

Para o aprendizado do software de elementos finitos Abaqus, foi muito utilizado o seu manual, que também foi relevante para fixar conceitos dos métodos de integração implícito e explícito, os elementos de contato e a análise não linear em elementos finitos.

Para as comparações dos modelos numéricos com modelos em escala reduzida ensaiados no IPT, foi utilizado o relatório técnico elaborado por Pesce *et al* (2012).

1.6 Organização do texto

O Capítulo 1 faz uma introdução aos componentes dos sistemas de extração de petróleo, em especial os *risers*, descreve o tema, as justificativas e os objetivos da dissertação.

O Capítulo 2 descreve como é obtida a configuração de equilíbrio dos *risers* em catenária e dos verticais; as cargas atuantes nos *SCR*'s, tanto as estáticas como as dinâmicas. É introduzida a equação de equilíbrio do movimento para sistemas não lineares.

O Capítulo 3 faz uma introdução ao estudo do fenômeno de excitação paramétrica, que pode ocorrer nos *risers* em catenária, em cenários excepcionais. Para avaliar se o software comercial generalista utilizado é capaz de detectar a instabilidade paramétrica, é apresentado um estudo preliminar de uma coluna esbelta com um carregamento compressivo harmônico na sua extremidade.

O Capítulo 4 faz uma comparação entre os métodos implícitos e explícitos de integração numérica no domínio do tempo, para que haja uma melhor compreensão de sua aplicabilidade. É apresentado um exemplo numérico, para um melhor entendimento das diferenças entre os dois métodos.

O Capítulo 5 introduz o contato normal e o transversal para modelagem por elementos finitos. Os elementos de contato são aplicados no Capítulo 6.

O Capítulo 6 ocupa-se do estudo de exemplos de *risers* verticais e em catenária. O capítulo está dividido em *risers* rígidos, com e sem correnteza, com e sem contato,

que apresentam compressão dinâmica e que apresentam o fenômeno da ressonância paramétrica. Todos esses modelos são comparados com outros modelos numéricos, fornecidos por um software especialista em estruturas *offshore*, ou são comparados com resultados analíticos ou com resultados experimentais, sempre que disponíveis.

Os resultados são discutidos no capítulo “Conclusão”, onde também são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

2 DESCRIÇÃO DAS AÇÕES ATUANTES

2.1 Modelo estático

A configuração final de equilíbrio do *riser* depende dos carregamentos estáticos, sendo eles: peso próprio, empuxo, força de arrasto causada pela correnteza marítima e a força de tração aplicada no *hang-off*.

O *riser* vertical e o *riser* em catenária estão sujeitos aos mesmos tipos de carregamentos, porém, para cada um deles segue-se uma sequência de passos específica até encontrar a configuração final de equilíbrio estático.

Para atingir a configuração final de equilíbrio estático do *riser* vertical, basta impor um deslocamento δ, que simula a aplicação de protensão no *riser*, na extremidade onde se localiza o *hang-off*, assim como está representado na Figura 2.1. Esse deslocamento deve ser aplicado gradualmente, para se obter convergência do modelo numérico.

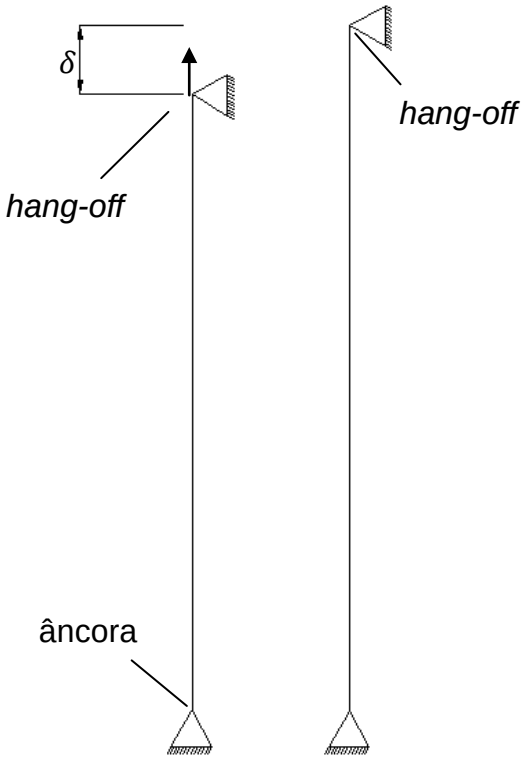

Figura 2.1: Configuração de equilíbrio do *riser* vertical.

O modelo numérico do *riser* em catenária começa com a configuração deitada no solo sem estar tensionado, observando que esta simulação não corresponde à efetiva operação de lançamento do riser, mas que leva à mesma configuração deformada de equilíbrio, com um melhor desempenho do método numérico, do ponto de vista de convergência; assim, primeiramente se deve adicionar rigidez geométrica ao sistema, para que o modelo numérico não apresente problemas de convergência nas etapas seguintes. Essa rigidez geométrica pode ser inserida no modelo mediante um deslocamento horizontal imposto ao nó correspondente ao *hang-off* na configuração final de equilíbrio. Após o *riser* obter a rigidez geométrica, é iniciada a segunda etapa, onde são aplicados ao longo do tempo de processamento todos os carregamentos estáticos descritos nos itens abaixo e os deslocamentos no nó do *hang-off*, até que esse alcance as suas coordenadas finais, gerando, assim, a configuração final de equilíbrio estático do *riser* em catenária. Na Figura 2.2 visualizam-se as etapas de processamento do modelo numérico para alcançar a configuração de equilíbrio, assinalando-se a primeira e a segunda fase do processamento.

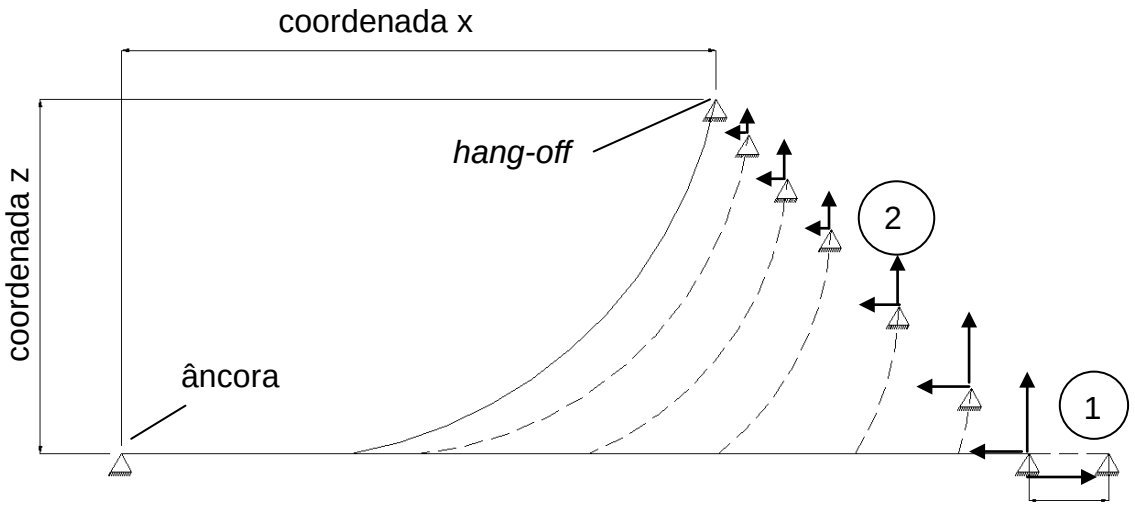

Figura 2.2: Configuração de equilíbrio estático do *riser* em catenária.

Nos itens abaixo são detalhados os carregamentos empregados para que a configuração de equilíbrio seja alcançada corretamente.

2.1.1 Esforço de natureza gravitacional

Este esforço é devido ao peso próprio ao longo do *riser* e pode ser escrito como:

$$\vec{p}_0(s) = -\gamma_t(s).\vec{k} \tag{2.1}$$

onde $\gamma_t(s)$ é o peso próprio da estrutura por unidade de comprimento, levando em conta o peso do fluido transportado, e $\vec{k}$ é um versor na direção vertical e com sentido ascendente. O seu valor pode variar ao longo do comprimento se o *riser* for formado por segmentos com propriedades geométricas e mecânicas distintas. Esse esforço está representado na Figura 2.3.

2.1.2 Esforço de natureza hidrostática

Sendo o *riser* uma estrutura totalmente submersa em um fluido, deve-se utilizar o Princípio de Arquimedes para calcular a força de empuxo, que é igual ao peso do fluido deslocado pelo *riser*. Observa-se uma representação do empuxo no *riser* na Figura 2.3.

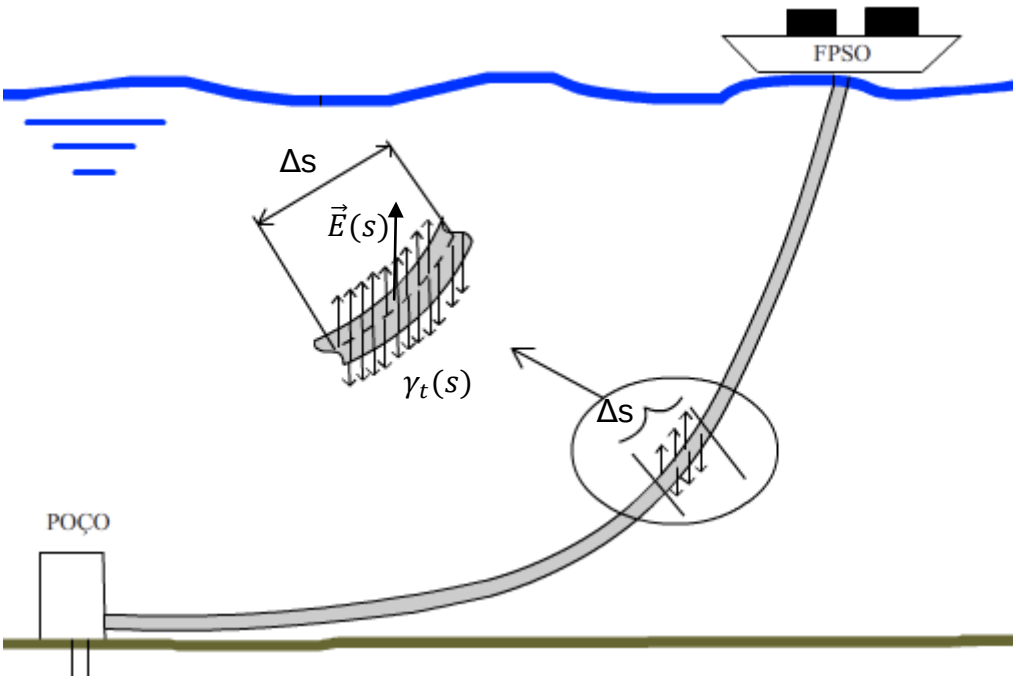

Figura 2.3: Representação do empuxo e do peso da estrutura por unidade de comprimento (Δs) do *riser*.

Em um trecho de comprimento (Δs) do *riser* com as extremidades consideradas vedadas, o empuxo pode ser calculado como:

$$\vec{\mathrm{E}}(s) = \gamma_a . \mathrm{A}(s) . \Delta s . \vec{k} \tag{2.2}$$

onde $\gamma_a = \rho_a g$ é o peso específico por unidade de volume do fluido de densidade ρ_a, g é a aceleração da gravidade e $\mathrm{A}(s)$ é a área externa da seção transversal do *riser*.

A equação (2.2) é válida somente para um trecho finito de *riser* imerso no fluido. Como o *riser* é uma estrutura contínua, deve-se remover o efeito da pressão externa sobre as suas extremidades, mantendo-se a pressão sobre a sua superfície lateral; assim, soma-se uma força $\overrightarrow{H_0}(s)$ tangente ao *riser* e variável com a profundidade, conforme a Figura 2.4.

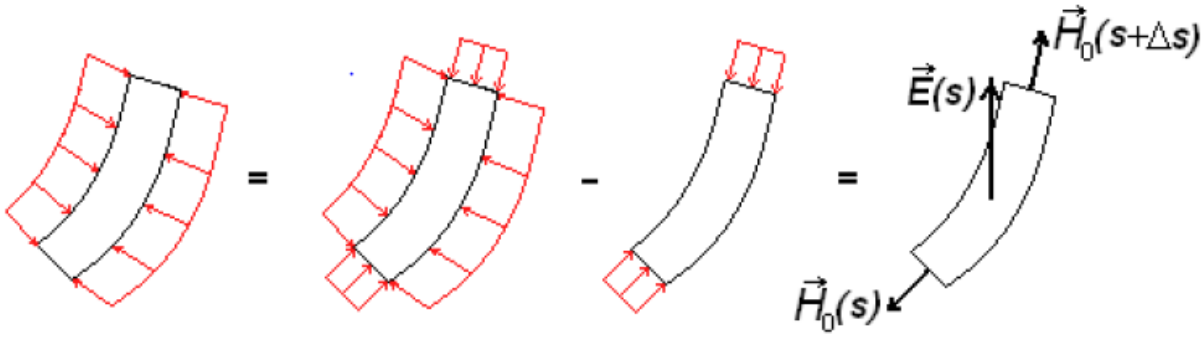

Figura 2.4: Diagrama de forças equivalentes para a força hidrostática - Fonte: TAKAFUJI, 2010.

Por outro lado:

$$\overrightarrow{h_0}(s).\Delta s = \vec{E}(s) + \overrightarrow{H_0}(s+\Delta s) - \overrightarrow{H_0}(s) \tag{2.3}$$

sendo $\overrightarrow{h_0}(s).\Delta s$ a força hidrostática que age num trecho de *riser* de comprimento Δs. Para as forças na direção tangente ao *riser*, pode-se escrever:

$$\overrightarrow{H_0}(s) = -\gamma_a.A(s).\left(h - z_0(s)\right).\vec{t}_0 \tag{2.4}$$

onde *h* é a profundidade; a coordenada curvilínea do *riser* s é medida a partir da "âncora", assim como é observado na Figura 2.3; as coordenadas de um ponto dessa linha são definidas como $x_0(s), z_0(s)$, sendo $x_0(s)$ paralelo ao solo no fundo do mar e $z_0(s)$ perpendicular a ele; e $\vec{t}_0$ é o vetor tangente ao eixo do *riser* para a coordenada curvilínea s. Dividindo a equação (2.3) por Δs, tem-se, então, a força por unidade de comprimento $\overrightarrow{h_0}(s)$:

$$\overrightarrow{h_0}(s) = \frac{\vec{E}(s)}{\Delta s} + \frac{\overrightarrow{H_0}(s+\Delta s) - \overrightarrow{H_0}(s)}{\Delta s} \tag{2.5}$$

Substituindo a equação (2.2) em (2.5) e tomando o limite para $\Delta s \rightarrow 0$, obtém-se a seguinte expressão para $\overrightarrow{h_0}(s)$:

$$\overrightarrow{h_0}(\mathrm{s}) = \gamma_a . \mathrm{A}(s) . \vec{k} + \frac{d\,\overrightarrow{H_0}\,(s)}{ds} \tag{2.6}$$

que, com auxílio da equação (2.4), resulta em:

$$\overrightarrow{h_0}(\mathrm{s}) = \gamma_a . \mathrm{A}(s) . \vec{k} + \frac{d}{ds}[-\gamma_a . \mathrm{A}(s) . \big(\mathrm{h} - \mathrm{z}_0(\mathrm{s})\big) . \vec{\mathrm{t}}_0] \tag{2.7}$$

Sendo o *riser* um tubo, há também a pressão interna do fluido a ser transportado, sendo a influência dessa pressão na tração do *riser* oposta à da pressão externa.

2.1.3 Esforços quase-estáticos de natureza hidrodinâmica

As forças de arrasto causadas pela componente média da correnteza podem ser consideradas quase-estáticas, pois a sua escala temporal de variação (horas) é muito maior do que a do movimento do *riser* e do período de ondas (segundos).

A velocidade da corrente geralmente possui uma maior intensidade na superfície e pode até inverter o seu sentido e direção com a profundidade, porém para os problemas apresentados neste trabalho, somente é considerada uma direção para a correnteza, visto que todos os modelos elaborados são planos (duas dimensões), assim como representado na Figura 2.5.

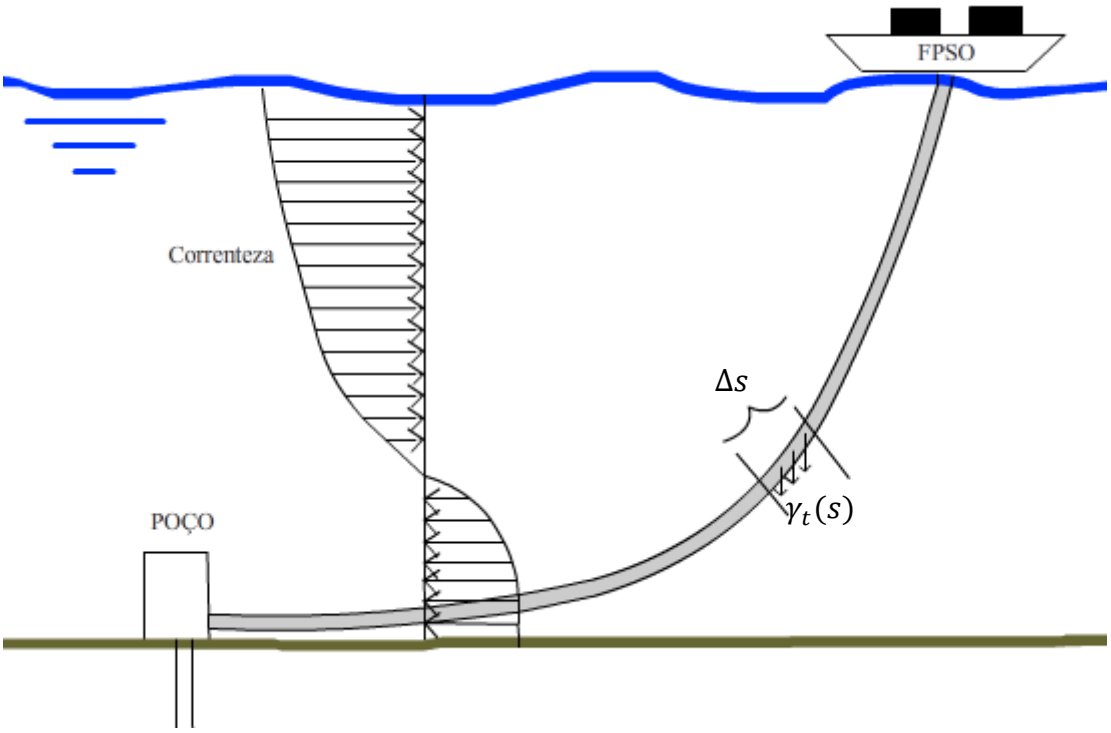

Figura 2.5: Representação da correnteza e do peso da estrutura por unidade de comprimento (Δs) do *riser*.

Segundo Morison *et al* (1950), a força de correnteza, em sua direção, ou seja, a força de arrasto por unidade de comprimento, é dada por:

$$c_0(s) = \frac{1}{2} C_D(s) \rho_a D {v_c}^2 \tag{2.8}$$

(notação explicada a seguir).

A força de arrasto total pode ser separada em duas parcelas, sendo que uma age na direção axial (tangente) do *riser* e outra em sua direção transversal (normal).

As forças de arrasto axial e transversal são dadas por:

$$\vec{c}_{0,a}(s) = \frac{1}{2} C_{D,a}(s) \pi \rho_a D(s) \left|\vec{v}_{c,a}(s)\right| \vec{v}_{c,a}(s) \tag{2.9}$$

$$\vec{c}_{0,t}(s) = \frac{1}{2} C_{D,t}(s) \rho_a D(s) \left| \vec{v}_{c,t}(s) \right| \vec{v}_{c,t}(s) \tag{2.10}$$

onde:

D = diâmetro do *riser*

ρ_a = massa específica do fluido

C_D = coeficiente de arrasto

v_c = velocidade da correnteza

$C_{D,a}$ = coeficiente de arrasto na direção axial

$C_{D,t}$ = coeficiente de arrasto na direção transversal

2.1.4 Força de tração

A tração externa tem como objetivo reduzir a flexão do *riser*, aumentando a sua rigidez geométrica e, por consequência, aumentando a frequência natural da estrutura.

Segundo Pauletti (2002), considerando um cabo de comportamento inextensível, apresentado na Figura 2.6, tem-se a equação da funicular do cabo homogêneo e uniforme, simplesmente suspenso (catenária):

$$z = \frac{F_T}{\gamma_{ef}(s)} \left[\cosh\left(\frac{\gamma_{ef}}{F_T} x \right) - 1 \right] \tag{2.11}$$

sendo $\gamma_{ef}(s) = \gamma_t(s) - \gamma_a . \mathrm{A}(s)$, o peso efetivo por unidade de comprimento do *riser* e F_T a força de tração na âncora.

A constante F_T é obtida usando-se a condição $z\left(L/_2\right) = h$ e, portanto,

$$h = \frac{F_{\mathrm{T}}}{\gamma_{ef}(s)}\left[\cosh\left(\frac{\gamma_{ef}.L}{2.F_T}\right) - 1\right] \tag{2.12}$$

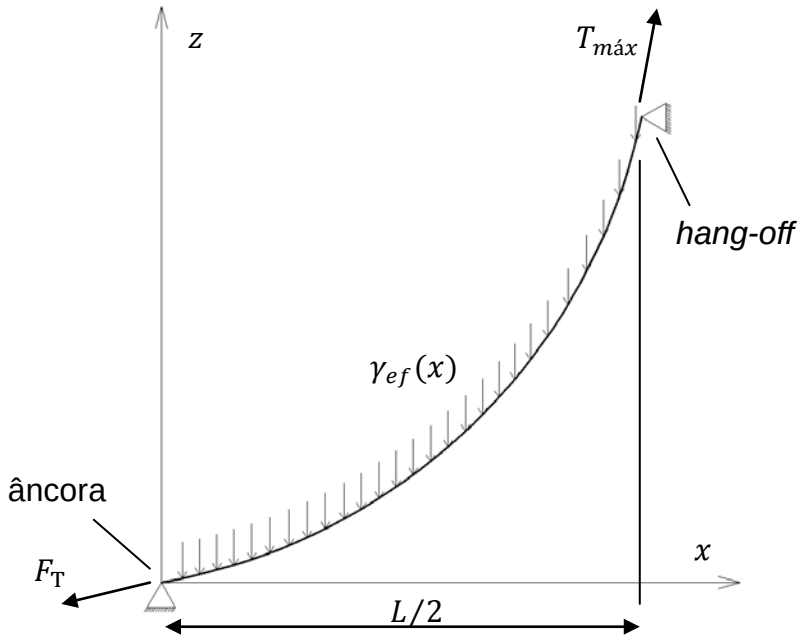

Figura 2.6: Ilustração de um cabo suspenso (catenária).

Assim, tirando-se partido de uma solução numérica transcendental, obtém-se a força de tração F_{T}, que deverá ter a mesma ordem de grandeza da força de tração no modelo de elementos finitos de um riser em catenária (sem elementos de contato e sem correnteza), embora ele seja um cabo extensível. Para avaliar o modelo em elementos finitos, foi elaborado um modelo sem contato e sem correnteza, que foi comparado com os resultados da equação (2.12).

Para efeito de ilustração, é considerado um *riser* cujos dados são:

- peso efetivo por unidade de comprimento ($\gamma_{ef}(s)$) = 442 N/m
- comprimento total do *riser* (s) = 2143 m
- coordenadas x ($L/2$) e z (h) do *hang-off* = (1350 m,1500 m)

Substituindo os dados do *riser* na equação (2.12), obtém-se a força de tração constante de $F_{\mathrm{T}} = 3{,}84\mathrm{E} + 05$ N.

Para o cálculo da força axial no *hang-off*, é necessário calcular a tração máxima no cabo, que é dada por:

$$T_{máx} = F_{\mathrm{T}} \cosh\left(\frac{\gamma_{ef}.L}{2.F_T}\right) \tag{2.13}$$

Portanto, tem-se que a tração no *hang-off* (tração máxima) é $T_{máx} = 1.01E + 06\ N$.

Foi modelado no Abaqus 6.10 o *riser* com as características acima. Para atingir o equilíbrio estático, foram consideradas as etapas mencionadas no início do item 2.1.

Apresenta-se na Figura 2.7 a distribuição de força axial na configuração de equilíbrio estático para o modelo numérico do *riser*.

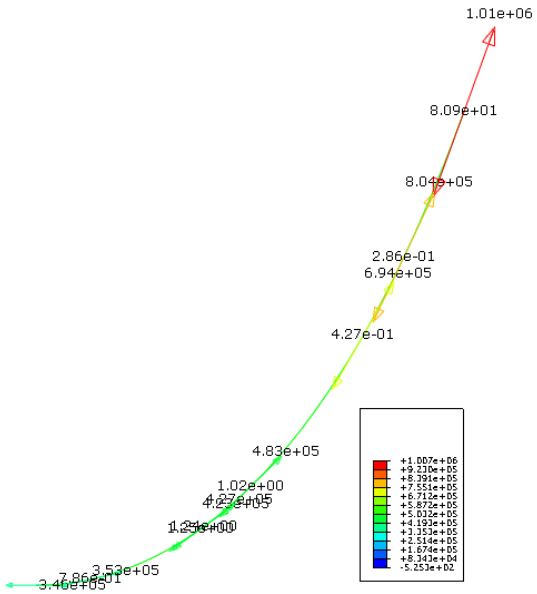

Figura 2.7: Distribuição de força axial no modelo em elementos finitos do *riser*.

A força axial no *hang-off* do modelo em elementos finitos atingiu 1.007E+06 N, com um desvio muito pequeno (0.297%) na comparação com a equação (2.13).

A partir da validação da tração no *hang-off*, foram comparadas as duas curvas representativas da configuração de equilíbrio estático, representadas na Figura 2.8.

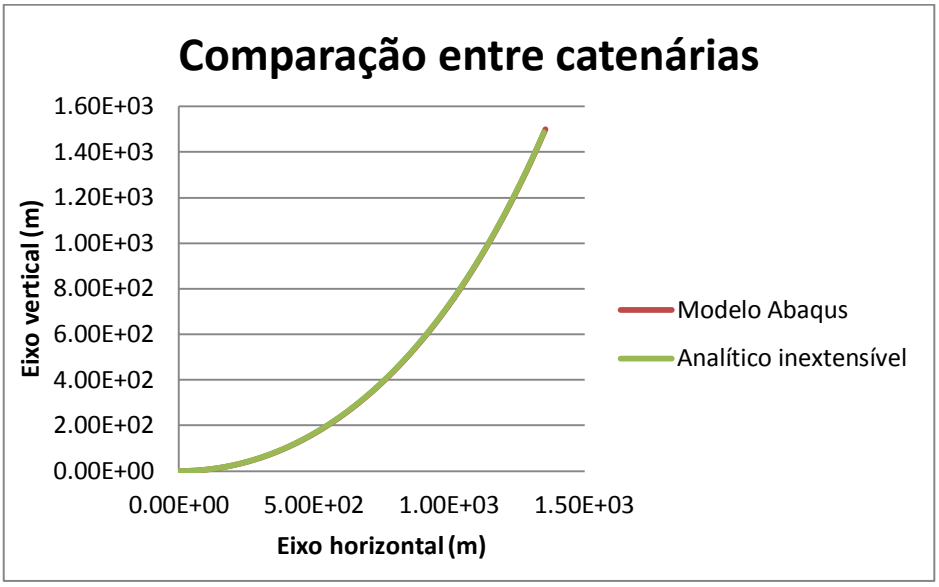

Figura 2.8: Comparação entre a catenária analítica e a numérica.

Nota-se que houve uma perfeita sobreposição entre a catenária analítica e a solução numérica.

Para o modelo elaborado com esses deslocamentos incrementais (item 2.1), as forças de tração no *riser* se definem implicitamente.

2.2 Ações Dinâmicas

As ações dinâmicas mais importantes nos estudos dos *risers* são as ondas, responsáveis primordiais pelo movimento da plataforma flutuante, e os vórtices causados pelas correntes marítimas e pelo próprio movimento do *riser* dentro da massa líquida; estes últimos, porém, não serão objeto de estudo neste trabalho introdutório, assim como os efeitos de propagação de ondas em grande profundidade.

2.2.1 Movimento da plataforma flutuante

O movimento da plataforma flutuante é causado pela passagem de ondas de superfície. Esse movimento da plataforma é transmitido para a extremidade superior do *riser*, gerando, assim, uma excitação de suporte. Essa excitação de suporte pode ser descrita pela teoria de onda linear de Airy.

2.2.1.1 Teoria de onda linear de Airy

Na teoria de Airy, a elevação da onda pode ser aproximada por uma senoide, representada na Figura 2.9.

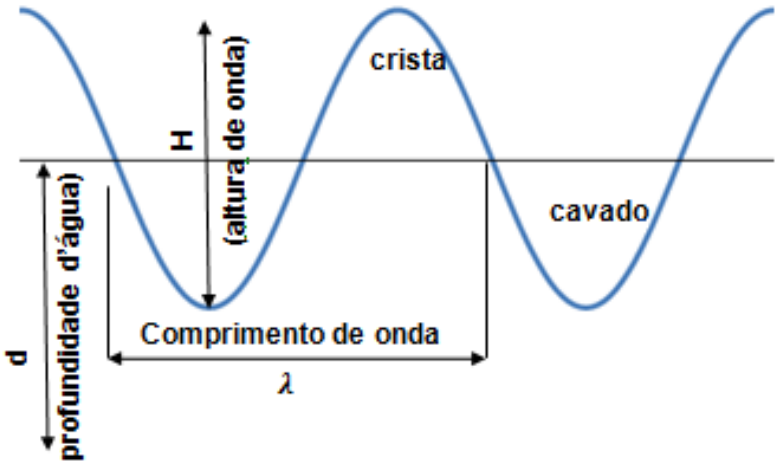

Figura 2.9: Representação da onda marítima por Airy.

O período da onda é determinado por:

$$T = \frac{\lambda}{c} \tag{2.14}$$

onde T é o período, λ é o comprimento de onda e c é a celeridade de propagação da onda. A celeridade de propagação da onda pode ser calculada a partir de:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}\tanh(\frac{2\pi d}{\lambda})} \tag{2.15}$$

onde g é a aceleração da gravidade e d é a lâmina d'água.

Para um período de onda T, tem-se a sua frequência angular ω, que é dada por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{2.16}$$

Assim, a ação dinâmica corresponde ao movimento imposto pela unidade flutuante ao *riser,* que lhe está conectado, decorrente, por sua vez, do movimento imposto pela onda à própria unidade flutuante. É, portanto, apresentada uma função senoidal para modelar o movimento de *heave* (afundamento) caracterizado pela amplitude de onda (A), (que é metade da altura de onda H), e por sua frequência ω.

$$f(t) = A.sen(\omega t) \tag{2.17}$$

Raciocínio similar aplica-se ao *surge* (avanço).

2.2.1.2 Equação de movimento de sistema de um grau de liberdade

Apenas para efeito de expor o raciocínio em um contexto simplificado, para um sistema de um grau de liberdade submetido a carregamento harmônico, a equação linearizada de movimento seria

$$\mathrm{m\ddot{u}} + \mathrm{c\dot{u}} + \mathrm{ku} = p_0.sen(\omega t) \tag{2.18}$$

porém, no caso do modelo do *riser*, o problema não é exatamente o de carregamento harmônico aplicado e, sim, de deslocamento harmônico imposto no *hang-off*, que faz com que a tração que é exercida sobre ele, varie harmonicamente com o tempo. Assim, a equação linearizada com coeficientes constantes (2.18) não é adequada para essa análise, devendo-se usar uma equação homogênea com

coeficientes variáveis no tempo, sem falar que, devido à esbelteza da estrutura, também seria recomendável considerar a não-linearidade geométrica. Segundo Nayfeh (1979), o sistema linearizado de um grau de liberdade correspondente deveria ser um caso particular de

$$\ddot{\mathrm{u}}(\mathrm{t}) + \mathrm{p}_1(\mathrm{t})\dot{\mathrm{u}} + \mathrm{p}_2(\mathrm{t})\mathrm{u} = 0 \tag{2.19}$$

onde $\mathrm{p_n}$ são funções periódicas com período T. Nota-se que, para o caso de *risers*, a função $\mathrm{p}_1(\mathrm{t})$ pode modelar o amortecimento de Morison, que depende da velocidade relativa do *riser* em relação à água, portanto é uma variável no tempo, e a função $\mathrm{p}_2(\mathrm{t})$ pode representar a matriz de rigidez do *riser* variando no tempo devido aos movimentos impostos ao *hang-off*.

Introduzindo a transformação

$$u = x\, exp\left[-\frac{1}{2}\int p_1(t)\, dt\right] \tag{2.20}$$

a equação (2.19) pode ser reescrita como

$$\ddot{x} + p(t)x = 0 \tag{2.21}$$

onde

$$p(t) = p_2 - \frac{1}{4}p_1^2 - \frac{1}{2}\dot{p}_1. \tag{2.22}$$

Para essa transformação ser válida, p_1 deve ser diferenciável. A equação (2.21) é chamada de *equação de Hill.* Quando

$$p(t) = \delta + 2\epsilon\cos(2t) \tag{2.23}$$

a equação (2.21) aparece como

$$\ddot{x} + (\,\delta + 2\epsilon\cos(2t))x = 0 \tag{2.24}$$

que é a *equação de Mathieu*, que será estudada no Capítulo 3.

3 EXCITAÇÃO PARAMÉTRICA

Conforme lembra Soares (1992), o termo *excitação paramétrica* designa um caso particular de ação dinâmica em que a solicitação figura na equação de movimento não como uma não-homogeneidade, mas por meio de coeficientes (parâmetros) que variam com o tempo, frequentemente de forma periódica.

Em sistemas submetidos a esse tipo de ação, mesmo quando modelados por equações diferenciais homogêneas, lineares e não amortecidas, a solução não é imediata. É importante no estudo de excitação paramétrica a comparação entre as frequências naturais do sistema e a frequência de excitação, não somente quando uma for igual à outra (ressonância clássica do sistema não homogêneo com carregamento periódico), pois pode acontecer o fenômeno conhecido como *ressonância paramétrica* para especiais relações racionais entre elas.

Aparentemente Faraday foi o primeiro a reconhecer o fenômeno de ressonância paramétrica. Foi observado por ele que as ondas de superfície em um cilindro cheio de fluido sob a influência de excitações verticais têm duas vezes o período da excitação.

Sendo o *riser* uma estrutura ancorada no fundo do mar e, na outra extremidade, fixada a um flutuador, com a passagem de ondas, os movimentos de *heave* e *surge* em sua extremidade fazem com que a força de tração oscile. Como a rigidez geométrica do *riser* é proporcional à tração, trata-se de um sistema de rigidez variável com o tempo e, portanto, suscetível à instabilidade paramétrica, para especiais relações entre a frequência de excitação e as suas frequências naturais.

Conforme lembra Soares (1992), a ressonância paramétrica principal ocorre quando a frequência de excitação for o dobro de uma frequência natural do sistema. Sendo essa uma ocorrência importante de se analisar no *riser*, foi necessário verificar se o software a ser utilizado para a sua modelagem conseguiria obter os resultados esperados.

O estudo de problemas que envolvem excitação paramétrica passa pela integração de equações diferenciais de segunda ordem, lineares ou não lineares, homogêneas ou forçadas.

Seja a equação amortecida de Mathieu (3.1), que modela o movimento de um sistema de um grau de liberdade submetido a ressonância paramétrica principal:

$$\ddot{x} + \alpha\dot{x} + (\delta + 2\epsilon\cos(2t))\,x = 0 \tag{3.1}$$

Pode-se mostrar que δ é o quadrado da relação entre o dobro da frequência natural do sistema e a frequência da solicitação e, por sua vez, ϵ é a amplitude da excitação convenientemente normalizada.

Nota-se na equação (3.1) que a rigidez do modelo varia no tempo, assim como acontece nos *risers*; portanto, este se torna uma estrutura suscetível à ressonância paramétrica.

A equação (3.1) não tem solução imediata. Por meio da *Teoria de Floquet* (Nayfeh, 1979), mostra-se que possui soluções normais com a forma de:

$$x(t) = \exp(\gamma t)\,\phi(t) \tag{3.2}$$

onde γ é chamado de *expoente característico* e $\phi(t) = \phi(t+\pi)$. Quando a parte real de um dos $\gamma's$ é positiva, a solução $x = 0$ é instável e cresce ilimitadamente com o tempo, porém quando a parte real de todos os $\gamma's$ é negativa, a solução $x = 0$ é estável. O anulamento da parte real dos $\gamma's$ separa os movimentos estáveis dos instáveis. O lugar geométrico dos pontos (δ,ϵ), que corresponde à anulação da parte real de algum expoente característico, são as *curvas de transição*. O plano (δ,ϵ) é dividido em regiões que representam a estabilidade ou a instabilidade da solução da teoria linear. Quando $\epsilon = 0$, valores positivos de δ correspondem a configurações estáveis, enquanto os valores negativos de δ correspondem a configurações instáveis (no caso dos *riser*s, δ é essencialmente não negativo).

Há diversas técnicas para se determinar o *expoente característico* (γ) e as *curvas de transição*. Segundo Nayfeh (1979), um desses métodos combina a *Teoria de Floquet* com a integração numérica da equação (3.1). Para determinar as curvas de

transição utilizando essa técnica, o plano (δ,ϵ) é dividido em subdomínios de uma malha reticulada e são verificadas as soluções para cada centro de subdomínio, sendo um método muito dispendioso. Uma segunda técnica envolve o uso do *determinante infinito de Hill*. Para ϵ pequeno, porém finito, pode-se utilizar um método das perturbações, como, por exemplo, o método das múltiplas escalas. Destacam-se essas soluções em Soares (1992).

Soares (1992) comenta que a *Teoria de Floquet* leva a conclusões interessantes acerca do caráter da resposta da equação (3.1). Verifica-se que determinados pares (δ,ϵ) definem equações cuja solução cresce de forma ilimitada com o tempo; para outros, a solução é limitada, porém aperiódica. A Figura 3.1, conhecida como *Diagrama de Strutt*, é uma representação gráfica desses conjuntos de pontos.

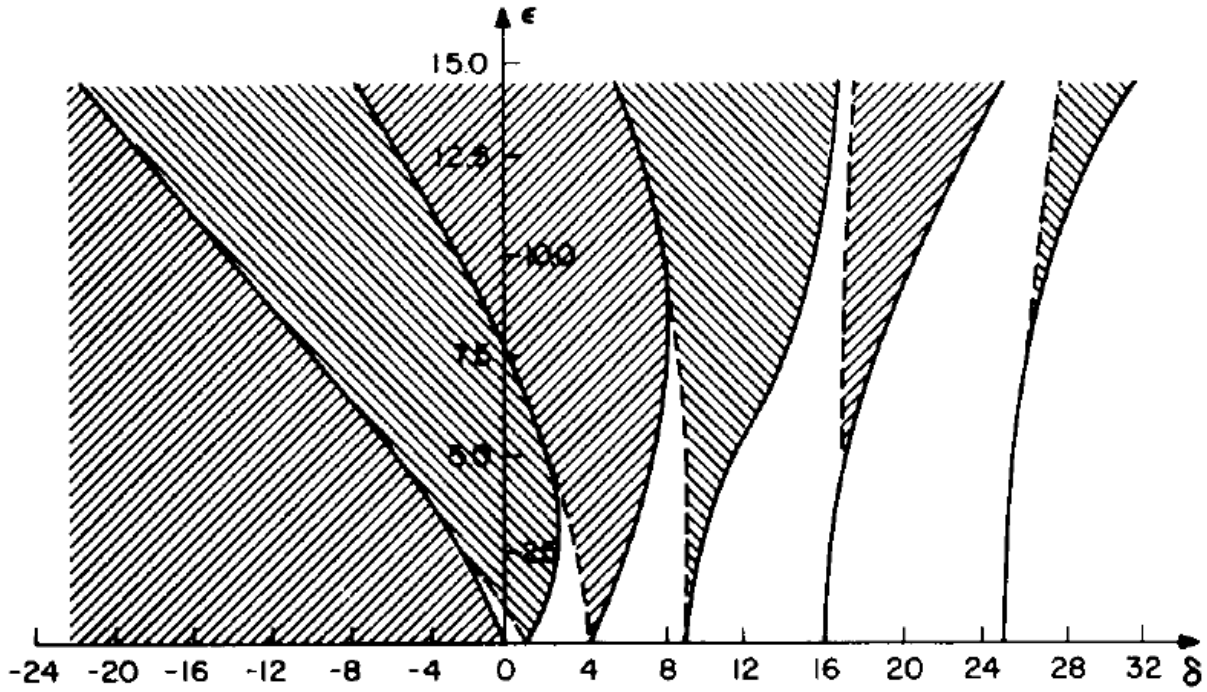

Figura 3.1: Diagrama de Strutt, mostrando as regiões de ressonância paramétrica (hachuradas). (Fonte: SOARES, 1992).

As áreas hachuradas na Figura 3.1 são chamadas de *regiões de ressonância paramétrica* e são separadas das regiões de solução limitada e aperiódica pelas curvas de transição.

No Diagrama de Strutt, quando a frequência de excitação é aproximadamente o dobro da frequência natural do sistema, tem-se o mais importante cenário de ressonância paramétrica, conhecida como *ressonância paramétrica primária*.

3.1 Estudo de caso – ressonância paramétrica

Para avaliar se o software obtém os resultados esperados de ressonância paramétrica, foi considerado, a título de problema *benchmark*, o estudo de uma coluna esbelta biarticulada à qual foi aplicado um carregamento axial harmônico em uma de suas extremidades. Pode-se observar na Figura 3.2 a sua geometria. O modelo foi processado utilizando os métodos implícito e explícito de integração, além de serem comparados os resultados com um método analítico.

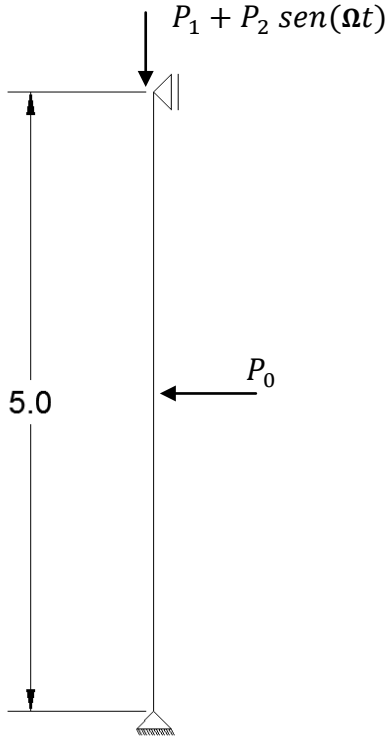

Figura 3.2: Coluna sob ressonância paramétrica, para $\Omega \cong 2\omega$, sendo ω uma frequência natural.

Foi adicionada no meio do vão da coluna uma carga nodal transversal. Essa carga representará uma pequena imperfeição, potencializando o aparecimento de grandes deslocamentos em decorrência da aplicação da carga axial da coluna, requerendo-se, assim, uma análise não linear.

Para fins de estudo numérico, as propriedades geométricas e mecânicas da coluna são:

- área= 0,01m²
- momento de inércia (I)= 8,3333E-6 m^4
- módulo de elasticidade (*E)*= 2,1E+11 N/m²
- altura da coluna (*L*)= 5m
- densidade do material= 7800 kg/m³
- massa por unidade de comprimento (m)= 78 kg/m

Para escolher adequadamente o carregamento a adotar, foi necessário calcular a carga crítica de Euler, de modo a inserir um carregamento menor que essa carga. Portanto:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E.I}{L^2} \tag{3.3}$$

Para o estudo de caso, tem-se que $P_{cr} = 691\ kN$. Adotou-se, portanto, a carga $P_1 = 100\ kN$, $P_2 = 50\ kN$ e a carga $P_0 = 0{,}1\ kN$.

Deve-se, agora, verificar qual é a frequência natural fundamental da coluna, para se definir qual será a frequência de excitação (dobro daquela).

Obtiveram-se o valor da frequência natural do primeiro modo da coluna e o seu respectivo modo de vibração, calculados no software Abaqus 6.10. A frequência natural fundamental da coluna sem carga axial é de 57,68 rad/s, e o correspondente modo de vibração, dado por $sen\,(\pi z/L)$, está representado na Figura 3.3.

Figura 3.3: Primeiro modo de vibração da coluna (*ω=57.68 rad/s).*

Inserindo, inicialmente, um carregamento harmônico conforme descrito anteriormente e frequência $\Omega = 57{,}68\ \mathrm{rad/s}$, na Figura 3.4 mostra-se como varia com o tempo o deslocamento na direção transversal na metade do vão da coluna:

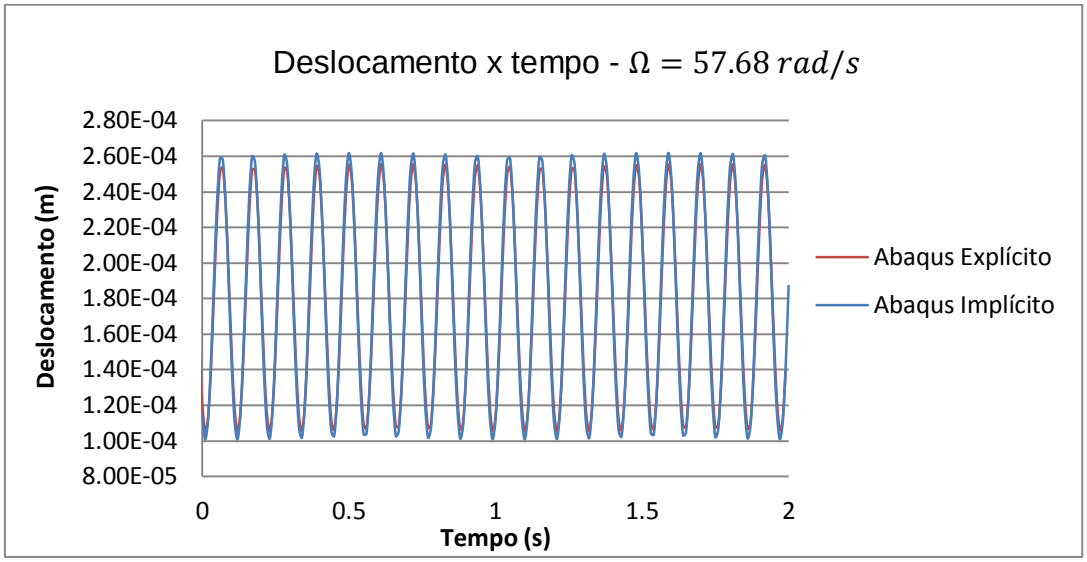

Figura 3.4: Deslocamento transversal ao longo do tempo para Ω=57.68 rad/s.

Observa-se que, apesar de a relação (Ω/ω=*1*) ser normalmente associada à ressonância clássica, neste caso em que o sistema é homogêneo, não se caracteriza uma situação crítica, como bem demonstra o valor máximo de deslocamento, de aproximadamente 2.6 E-04m, que é um valor pequeno (0,005% do vão).

Segundo Soares (1992), a rotação na extremidade inferior da coluna pode ser escrita como na equação (3.4), e o deslocamento no meio do vão como na equação (3.5), sendo eles representados na Figura 3.5.

$$\theta_0(t) = \alpha_\theta \cos(\frac{\Omega}{2}t) \tag{3.4}$$

$$f(t) = \frac{L}{\pi}(\theta_0 - \frac{1}{9}\theta_0^3) \tag{3.5}$$

Observa-se na equação (3.4) que quando caracterizada a ressonância paramétrica a frequência da resposta será metade da frequência de excitação.

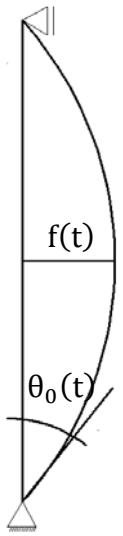

Figura 3.5: Coluna deformada sob a atuação de uma carga axial pulsante.

Para ocorrência da ressonância paramétrica, a adequada escolha da frequência de ressonância paramétrica $\Omega \cong 2\omega$ se faz necessária. Na Figura 3.6, é possível observar que a faixa (entre as duas curvas) na qual existe ressonância paramétrica é bem restrita. Segundo Soares (1992), essas curvas podem ser obtidas com a variação da frequência de excitação Ω na equação da amplitude de oscilação (α_θ), que é dada por:

$$\alpha_\theta = \left\{ \frac{8}{\frac{3}{4}\mathrm{p}_0 - 2\mathrm{c}\omega^2} \left[\left(\frac{\Omega}{2} - \omega \right) \omega \pm \frac{1}{2} \sqrt{\mathrm{p}_\mathrm{t}^2 - \omega^2 \mu^2} \right] \right\}^{1/2} \tag{3.6}$$

onde:

$$\mathrm{p}_0 = \frac{\pi^2}{2\mathrm{mL}^2} P_1 \tag{3.7}$$

$$\mathrm{p}_\mathrm{t} = \frac{\pi^2}{2\mathrm{mL}^2} P_2 \tag{3.8}$$

$$c = \frac{\pi^2}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{15}{8\pi^2}\right) \tag{3.9}$$

e μ é o amortecimento viscoso da estrutura, que para o exemplo foi considerado nulo.

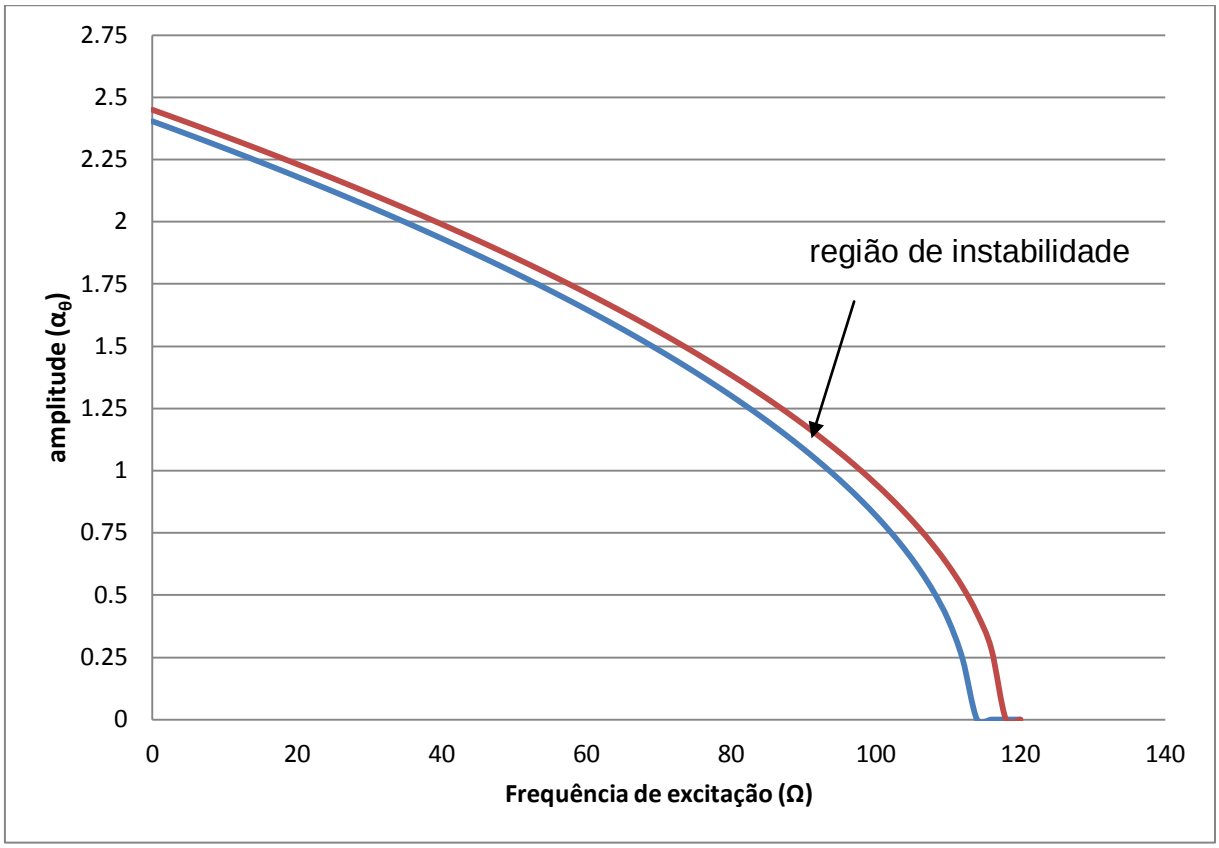

Figura 3.6: Variação da amplitude da resposta com a frequência excitante.

A partir da Figura 3.6, foi imposta a frequência de excitação do carregamento Ω como sendo exatamente o dobro da frequência natural da coluna (ω), e não se obteve convergência no modelo em elementos finitos, o que se interpretou como a manifestação da instabilidade paramétrica da configuração reta da coluna. O valor da frequência de excitação mais próximo do dobro da frequência natural do sistema, para o qual se obteve convergência no modelo em elementos finitos, foi de 104 rad/s. Esse valor foi introduzido no modelo, e os valores dos deslocamentos e rotações obtidos podem ser observados nas Figuras 3.7 e 3.8, e a deformada da coluna, quando atinge a máxima flecha, na Figura 3.9.

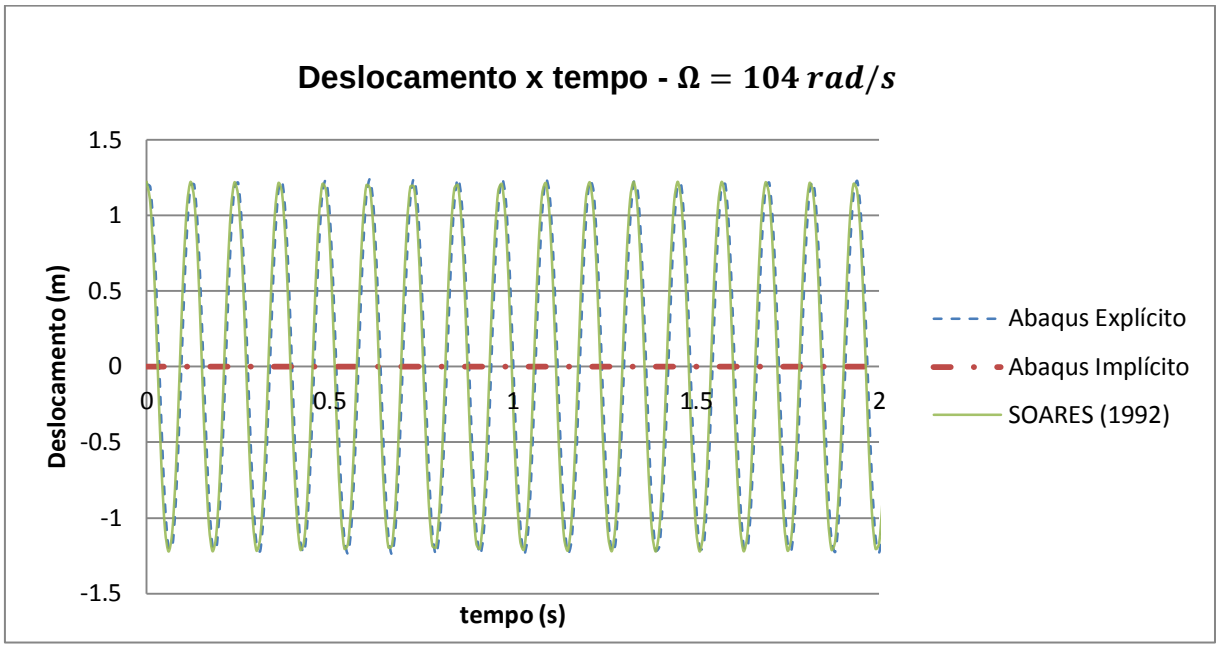

Figura 3.7: Deslocamento transversal ao longo do tempo, para Ω=104 rad/s.

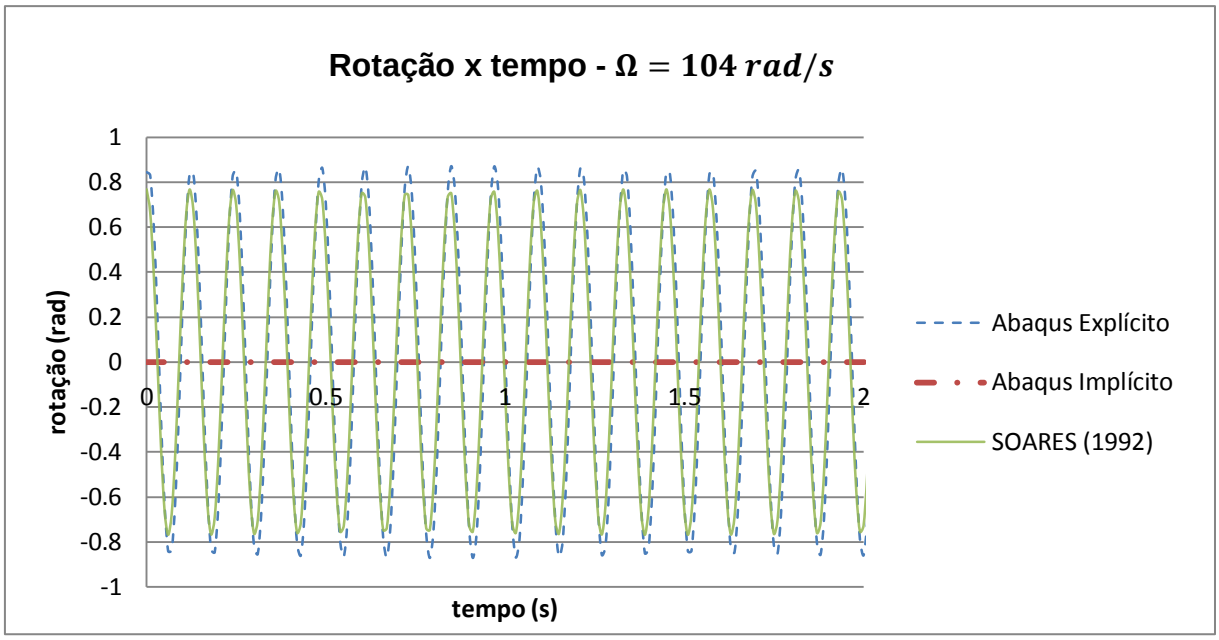

Figura 3.8: Rotação na extremidade inferior da coluna ao longo do tempo, para Ω=104 rad/s.

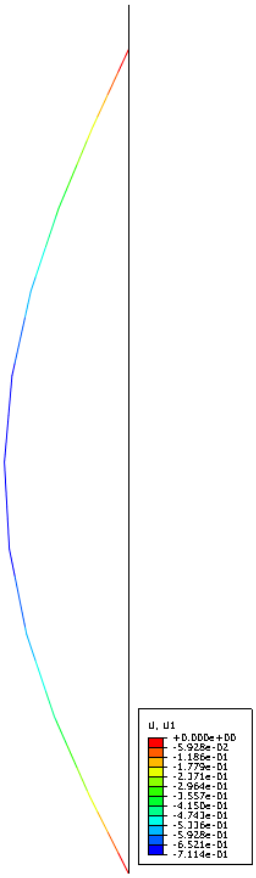

Figura 3.9: Deslocamento transversal máximo para Ω=104 rad/s no Abaqus Explícito.

Observa-se que, com a frequência de excitação Ω=104 rad/s, obteve-se uma grande flecha (24,0% do vão), para o modelo analisado pelo método explícito de integração, devido à proximidade da condição de ressonância paramétrica, porém não com uma relação entre frequência de excitação e frequência natural de 2 ($\Omega/\omega = 2$) e, sim, de 1,90.

Observa-se que o modelo que utiliza o método implícito de integração não apresentou resultados satisfatórios para frequências próximas à de ressonância paramétrica.

O resultado do modelo que utiliza o método explícito da integração obteve uma aproximação muito boa do resultado analítico de Soares (1992), como representado na Figura 3.7. Essa aderência de resultados comprova a eficácia do método explícito de integração do software Abaqus para detectar o fenômeno da ressonância paramétrica para uma coluna biapoiada.

4 INTEGRAÇÃO DIRETA NO DOMÍNIO DO TEMPO

A equação de movimento de um sistema estrutural linear discreto, na forma matricial, escreve-se como:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [\mathrm{C}]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{\mathrm{R}\} \tag{4.1}$$

onde [M] é a matriz de massa, [C] é a matriz de amortecimento, [K] é a matriz de rigidez, {R} é o vetor de carregamento externo e $\{\ddot{U}\}$, $\{\dot{U}\}$ e $\{U\}$ são os vetores aceleração, velocidade e deslocamento. A equação (4.1) pode ser interpretada como:

$$\{F_I\}(\mathrm{t}) + \{\mathrm{F_D}\}(\mathrm{t}) + \{F_E\}(\mathrm{t}) = \{\mathrm{R}\}(\mathrm{t}) \tag{4.2}$$

onde $\{F_I\}(\mathrm{t})$ são o oposto das forças inerciais, $\{\mathrm{F_D}\}(\mathrm{t})$ são as forças de amortecimento viscoso linear equivalente e $\{F_E\}(\mathrm{t})$ são as forças elásticas, todas dependentes do tempo.

Conforme propõe Bathe (1996), na integração direta no domínio do tempo, a equação (4.1) é integrada numericamente passo a passo. A essência da integração direta é que ao invés de satisfazer a equação (4.1) no tempo contínuo t, procura-se satisfazê-la em instantes discretos, separados de intervalos de tempo Δt. Mediante expressões aproximadas pelo método das diferenças finitas para calcular as derivadas em relação ao tempo, é possível recair em um sistema de equações algébricas lineares, podendo-se, a partir daí, utilizar todas as técnicas de solução aplicadas às análises estáticas, já incluindo o efeito das forças de inércia e as forças de amortecimento. A precisão, a estabilidade numérica e o custo da solução dependem fortemente das hipóteses adotadas para construir os históricos dos deslocamentos, velocidades e acelerações.

Assume-se que os valores dos deslocamentos, das velocidades e das acelerações sejam conhecidos no instante inicial $t = 0$, respectivamente representados por $\{{}^0\ddot{U}\}$, $\{{}^0\dot{U}\}$ e $\{{}^0U\}$. O intervalo entre o tempo $t = 0$ e o tempo T é dividido em n passos de duração Δt, onde o método da integração direta é aplicado para estabelecer respostas aproximadas nos tempos $\Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \ldots, t, t + \Delta t, \ldots, T$. A Figura 4.1 ilustra o procedimento para discretizar o carregamento genérico $\mathrm{R_i(t)}$ no domínio do tempo.

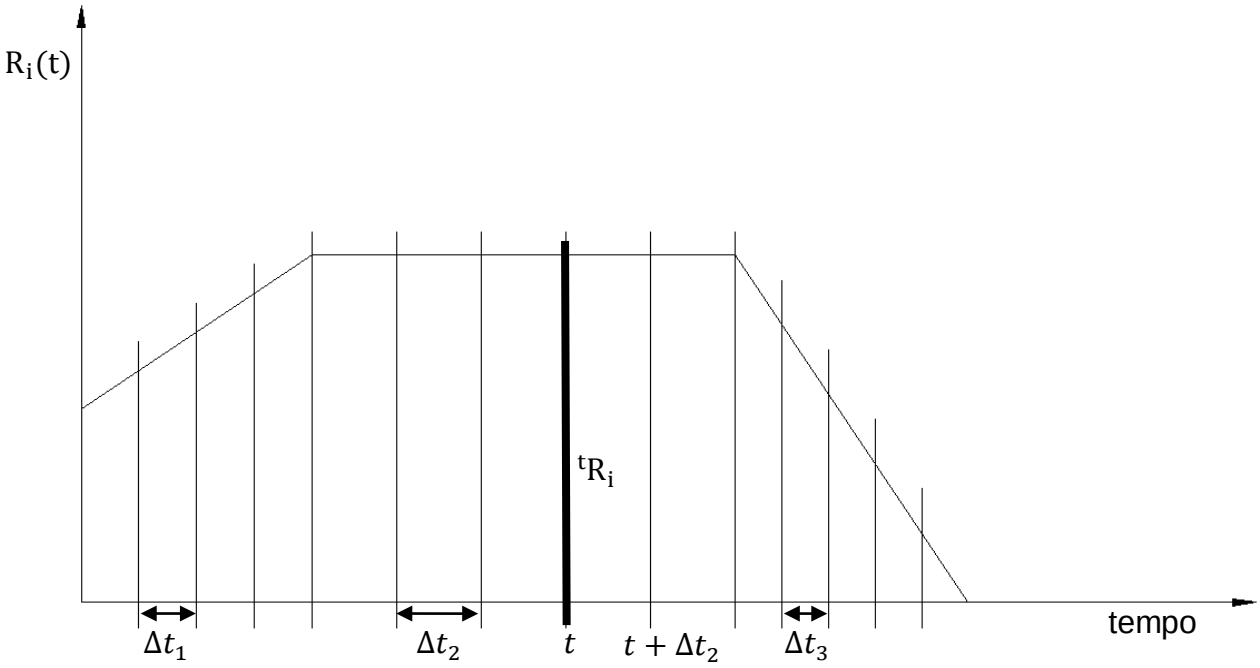

Figura 4.1: Discretização do carregamento externo ${}^{\mathrm{t}}\mathrm{R_i}$ no tempo t.

Para o procedimento exemplificado na Figura 4.1, foram utilizados diferentes valores de Δt (Δt_1, Δt_2 e Δt_3) para o passo de tempo, porém é mais usual se utilizar um Δt constante, salvo em casos de dinâmica não linear.

Para o método explícito de integração, conhecendo-se os deslocamentos, velocidades e acelerações no instante t, deseja-se obter os correspondentes resultados no instante $t + \Delta t$, impondo-se, para isso, a equação (4.1) no instante t:

$$[M]\{{}^{\mathrm{t}}\ddot{U}\} + [\mathrm{C}]\{{}^{\mathrm{t}}\dot{U}\} + [K]\{{}^{t}U\} = \{{}^{\mathrm{t}}\mathrm{R}\}. \qquad (4.3)$$

Para o método implícito de integração, impõe-se, alternativamente, a equação de movimento (4.1) no instante $t + \Delta t$,

$$[M]\{^{t+\Delta t}\ddot{U}\} + [C]\{^{t+\Delta t}\dot{U}\} + [K]\{^{t+\Delta t}U\} = \{^{t+\Delta t}R\} \tag{4.4}$$

para se obter os resultados (deslocamentos, velocidades e acelerações) no instante $t + \Delta t$.

Alguns dos métodos explícitos que podem ser encontrados na literatura são:

- O método explícito de Euler (Euler *forward difference method*)
- O método de Runge-Kutta
- O método das diferenças centrais

O método das diferenças centrais será apresentado no item 4.2 como um exemplo de método explícito, por ser mais comumente utilizado.

Alguns dos métodos implícitos que podem ser encontrados na literatura são:

- O método implícito de Euler (Euler *backward difference method*)
- O método de Newmark
- O método de Houbolt
- O método de Wilson *θ*

O método de Newmark será apresentado no item 4.1 como um exemplo de método implícito, por ser mais comumente utilizado.

4.1 Método de Newmark

Por ser um método implícito de integração, a equação de equilíbrio dinâmico é a equação (4.4); as fórmulas adicionais a serem utilizadas, que vêm de uma expansão da série de Taylor [ver em Bathe (1996)], aplicadas ao método em questão, são:

$$\{^{t+\Delta t}\dot{U}\} = \{^{t}\dot{U}\} + [(1-\delta)\{^{t}\ddot{U}\} + \delta\,\{^{t+\Delta t}\ddot{U}\}]\Delta t \tag{4.5}$$

$$\{^{t+\Delta t}U\} = \{^{t}U\} + \{^{t}\dot{U}\}\Delta t + [(^{1}/_{2} - \alpha)\{^{t}\ddot{U}\} + \alpha\,\{^{t+\Delta t}\ddot{U}\}]\Delta t^{2} \tag{4.6}$$

onde δ e α são parâmetros que determinam a precisão e a estabilidade numérica da integração, e podem ser escolhidos um independente do outro. Com as equações (4.4), (4.5) e (4.6) (que são linearmente independentes), e conhecendo os deslocamentos, velocidades e acelerações no instante t ($\{^{t}U\}$, $\{^{t}\dot{U}\}$ e $\{^{t}\ddot{U}\}$), sobram somente três valores ($\{^{t+\Delta t}\dot{U}\}$, $\{^{t+\Delta t}\ddot{U}\}$ e $\{^{t+\Delta t}U\}$) que podem ser calculados.

Originalmente, Newmark propôs utilizar $\delta = 0.5$ e $\alpha = 0.25$, para os quais o método fica incondicionalmente estável para análises lineares e gera um amortecimento numérico (reduz a amplitude da resposta devido a erros numéricos, mesmo sem considerar o amortecimento físico) para a solução.

A partir da matriz de rigidez, matriz de massa, matriz de amortecimento, parâmetro δ, α e do passo de tempo Δt, pode-se calcular a matriz de rigidez efetiva, que é dada por:

$$[\hat{K}] = [K] + \frac{1}{\alpha\Delta t^{2}}[M] + \frac{\delta}{\alpha\Delta t}[C] \tag{4.7}$$

Resolvendo o sistema das equações (4.4), (4.5) e (4.6) para o tempo $t + \Delta t$ e isolando a carga efetiva $(\{^{t+\Delta t}\hat{R}\})$, tem-se:

$$\begin{aligned}\{^{t+\Delta t}\hat{R}\} = \{^{t}R\} + [M](\frac{1}{\alpha\Delta t^{2}}\{^{t}U\} + \frac{1}{\alpha\Delta t}\{^{t}\dot{U}\} + \left(\frac{1}{2\alpha} - 1\right)\{^{t}\ddot{U}\} \\ + [C](\frac{\delta}{\alpha\Delta t}\{^{t}U\} + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1\right)\{^{t}\dot{U}\} + \frac{\Delta t}{2}(\frac{\delta}{\alpha} - 2)\{^{t}\ddot{U}\}\end{aligned} \tag{4.8}$$

Utilizando as equações (4.7) e (4.8), vem:

$$\left[\widehat{K}\right]\{^{t+\Delta t}\mathrm{U}\} = \left\{^{t+\Delta t}\widehat{R}\right\} \tag{4.9}$$

que fornece os deslocamentos no instante $t + \Delta t$. Com o valor de $\{^{t+\Delta t}\mathrm{U}\}$ pode-se calcular a aceleração,

$$\left\{^{t+\Delta t}\ddot{\mathrm{U}}\right\} = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}\left(\{^{t+\Delta t}\mathrm{U}\} - \{^{t}\mathrm{U}\}\right) - \frac{1}{\alpha \Delta \mathrm{t}}\left\{^{t}\dot{U}\right\} - \left(\frac{1}{2\alpha} - 1\right)\left\{^{t}\ddot{U}\right\} \tag{4.10}$$

que, por sua vez, permite o cálculo da velocidade,

$$\left\{^{t+\Delta t}\dot{U}\right\} = \left\{^{t}\dot{U}\right\} + \Delta \mathrm{t}(1-\delta)\left\{^{t}\ddot{U}\right\} + \delta \Delta \mathrm{t}\left\{^{t+\Delta t}\ddot{\mathrm{U}}\right\} \tag{4.11}$$

Somente é possível encontrar a solução direta para as equações (4.9), (4.10) e (4.11) quando o problema é linear. Para problemas não lineares, é necessário que se utilizem métodos iterativos de solução, como o mais frequentemente utilizado, que é o de Newton-Raphson, para encontrar a resposta. Atenta-se para o tamanho do passo de tempo Δt, para que se mantenha a precisão dos resultados e a convergência de iteração, já que o problema deixa de ser incondicionalmente estável na análise não linear.

Segundo Bathe (1996), as equações básicas de uma análise não linear são resolvidas no instante $t + \Delta t$,

$$\{^{t+\Delta t}\mathrm{R}\} - \{^{t+\Delta t}\mathrm{F}\} = 0 \tag{4.12}$$

onde o vetor $\{^{t+\Delta t}\mathrm{R}\}$ é o carregamento externo aplicado nos nós, e o vetor $\{^{t+\Delta t}\mathrm{F}\}$ não se restringe à força elástica e, sim, a todo o primeiro membro da equação (4.1), representando os esforços internos nos elementos. Como $\{^{t+\Delta t}\mathrm{F}\}$ depende da não linearidade dos deslocamentos, a solução da equação (4.12) deve ser iterada. A iteração pode ser realizada pelo método de Newton-Raphson, assumindo-se que o carregamento externo seja independente das deformações, de sorte que:

$$\left\{\Delta R^{(i-1)}\right\} = \left\{{}^{t+\Delta t}R\right\} - \left\{{}^{t+\Delta t}F^{(i-1)}\right\} \tag{4.13}$$

$$\left[{}^{t+\Delta t}\widehat{K}^{(i-1)}\right]\left\{\Delta U^{(i)}\right\} = \left\{\Delta R^{(i-1)}\right\} \tag{4.14}$$

$$\left\{{}^{t+\Delta t}U^{(i)}\right\} = \left\{{}^{t+\Delta t}U^{(i-1)}\right\} + \left\{\Delta U^{(i)}\right\} \tag{4.15}$$

tomando-se para inicialização do processo iterativo

$$\left\{{}^{t+\Delta t}U^{(0)}\right\} = \left\{{}^{t}U\right\}; \qquad \left\{{}^{t+\Delta t}F^{(0)}\right\} = \left\{{}^{t}F\right\} \tag{4.16}$$

Essas equações são obtidas a partir da linearização da resposta para o elemento finito nas condições do instante $t + \Delta t$, iteração $(i - 1)$. Para cada iteração, a equação (4.13) calcula o desbalanceamento de carga que gera um incremento no deslocamento na equação (4.14); a iteração é terminada quando o vetor $\left\{\Delta R^{(i-1)}\right\}$ ou $\left\{\Delta U^{(i)}\right\}$ são suficientemente pequenos.

Uma característica do método é que a matriz de rigidez tangente efetiva $\left[{}^{t+\Delta t}\widehat{K}\right]$ é recalculada para cada iteração.

A Figura 4.2 ilustra o processo de solução do método de Newton-Raphson para um grau de liberdade, onde se ilustra a convergência dos resultados. Nota-se que para determinados valores iniciais de iteração a solução pode não convergir.

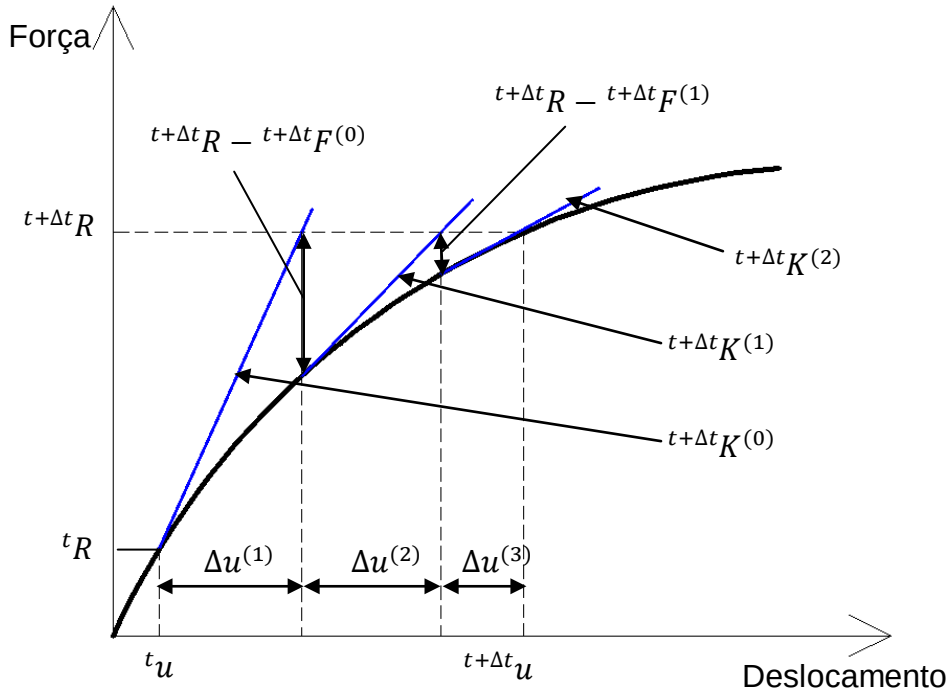

Figura 4.2: Iteração do método de Newton-Raphson para um grau de liberdade.

4.2 Método das diferenças centrais

A equação de equilíbrio dinâmico para o método explícito é a equação (4.3). Para o método das diferenças centrais é assumido que

$$\{{}^{t}\ddot{U}\} = \frac{1}{\Delta t^2}(\{{}^{t-\Delta t}U\} - \{2\,{}^{t}U\}) + \{{}^{t+\Delta t}U\} \tag{4.17}$$

O erro da expansão (eq. 4.17) é da ordem de $(\Delta t)^2$. Para se obter a mesma ordem de erro na expansão da velocidade, usa-se

$$\{{}^{t}\dot{U}\} = \frac{1}{2\Delta t}(-\{{}^{t-\Delta t}U\} + \{{}^{t+\Delta t}U\}) \tag{4.18}$$

Observa-se que a única incógnita nas equações (4.17) e (4.18) é o deslocamento no tempo $t + \Delta t$ ($\{{}^{t+\Delta t}U\}$); substituindo-se as equações (4.17) e (4.18) na equação (4.3), obtém-se:

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2}[M]+\frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{^{t+\Delta t}U\}$$
$$=\{^{t}R\}-\left([K]-\frac{2}{\Delta t^2}[M]\right)\{^{t}U\} \tag{4.19}$$
$$-\left(\frac{1}{\Delta t^2}[M]-\frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{^{t-\Delta t}U\}$$

onde se encontra o resultado de $\{^{t+\Delta t}U\}$. Nota-se que a equação (4.19) pode ser facilmente resolvida se for considerada uma matriz de massa diagonal e desprezado o amortecimento, sendo que não é necessário fatorar e nem inverter a matriz de rigidez.

Nota-se que

$$[K]\{^{\mathrm{t}}\mathrm{U}\}=\left(\sum_{\mathrm{m}}[\mathrm{K}]^{(\mathrm{m})}\right)\{^{\mathrm{t}}\mathrm{U}\} \tag{4.20}$$

onde m é a quantidade de elementos finitos utilizados no problema. Reescreve-se a equação (4.20) como

$$[K]\{^{\mathrm{t}}\mathrm{U}\}=\sum_{\mathrm{m}}\left([\mathrm{K}]^{(\mathrm{m})}\{^{\mathrm{t}}\mathrm{U}\}\right) \tag{4.21}$$

portanto,

$$[K]\{^{\mathrm{t}}\mathrm{U}\}=\sum_{\mathrm{m}}{}^{\mathrm{t}}\{\mathrm{F}\}^{(\mathrm{m})} \tag{4.22}$$

onde ${}^{\mathrm{t}}\{\mathrm{F}\}^{(\mathrm{m})}$ é a força elástica nodal no elemento, correspondente aos deslocamentos no instante t. Reescrever $[K]\{^{\mathrm{t}}\mathrm{U}\}$ na forma da equação (4.22), faz com que não seja necessário construir toda a matriz de rigidez do sistema, tornando o método das diferenças centrais muito eficiente.

O método necessita do deslocamento no instante $(t-\Delta t)$, portanto é necessário utilizar uma equação especial que inicialize o procedimento, desde que o

deslocamento, a velocidade e a aceleração ($\{{}^{0}\mathrm{U}\}$, $\{{}^{0}\dot{U}\}$ e $\{{}^{0}\ddot{\mathrm{U}}\}$) sejam conhecidos no instante $t = 0$. Para calcular $\{{}^{-\Delta t}\mathrm{U}\}$, utiliza-se

$$\{{}^{-\Delta t}\mathrm{U}\} = \{{}^{0}\mathrm{U}\} - \Delta t\{{}^{0}\dot{\mathrm{U}}\} + \frac{\Delta t^2}{2}\{{}^{0}\ddot{\mathrm{U}}\} \tag{4.23}$$

A estabilidade e a precisão do método são condicionais; mesmo para análise linear, dependem do tamanho do passo de tempo (Δt). Uma importante consideração do método das diferenças centrais é que exige que o passo de tempo Δt seja menor que o passo de tempo crítico (Δt_{cr}), que pode ser calculado a partir do menor período natural do sistema (T_n) dividido por π. Uma vez que o menor período natural do sistema pode ser muito pequeno, o Δt_{cr} será menor ainda. Assim, o sistema somente será estável se o Δt for menor que o Δt_{cr}.

Segundo Bathe (1996), na prática, o Δt pode ser estimado como

$$\Delta t \leq \frac{\Delta L}{c} \tag{4.24}$$

onde c é a velocidade de propagação de onda de sistemas unidimensionais de compressão, que é dada por,

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{4.25}$$

onde E é o módulo de elasticidade do material e ρ é a sua densidade. O ΔL é a menor distância entre nós para elementos de baixa ordem (função de forma linear), ilustrado na Figura 4.3.

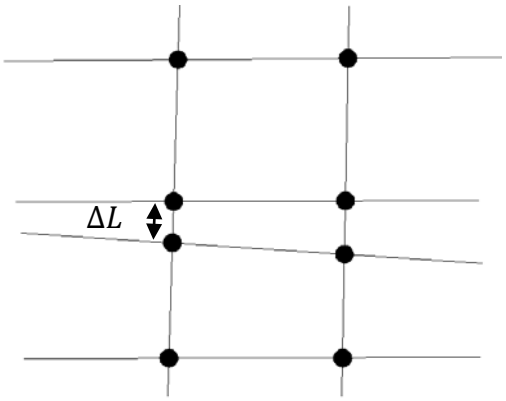

Figura 4.3: Definição do ΔL para elementos de baixa ordem.

O ΔL, para elementos de ordem maior (função de forma quadrática), é a menor distância entre nós dividida por um fator de rigidez relativa ($\Delta L = \Delta L'/f_K$), tal que esse fator corrige o fato de a rigidez do elemento no nó interno ser maior que a rigidez do elemento nos nós dos vértices do elemento. Na Figura 4.4 pode-se visualizar um elemento de alta ordem, para o qual, segundo Bathe (1996), o fator de rigidez relativa (f_K) pode ser admitido, de forma conservadora, igual a 4.

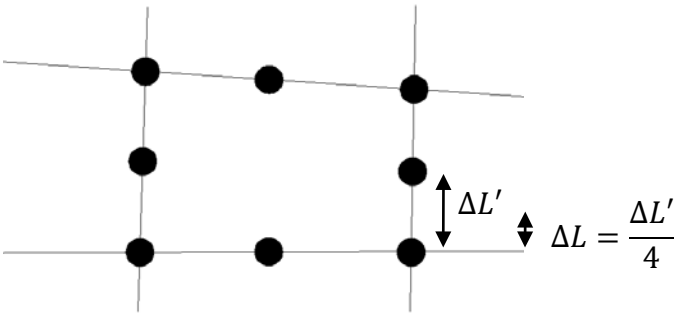

Figura 4.4: Definição do ΔL para elementos de ordem maior.

Ainda segundo Bathe (1996), na prática, são utilizados elementos de baixa ordem, para manter a estabilidade e a precisão do modelo e com um Δt maior, diferentemente do método implícito, em que a utilização de elementos de ordem maior é mais efetiva.

Em dinâmica não linear, o mais importante é recalcular o passo de tempo (Δt), para que se mantenha a estabilidade numérica do sistema e que se atinja uma precisão adequada.

A partir da equação (4.22), nota-se que é necessário um processo para atualizar a força elástica nodal e a matriz de rigidez da estrutura para um determinado instante de tempo. Um método que pode ser utilizado é o esquema incremental de controle de carga explícito. Neste método, as forças externas (${}^{t}\mathrm{R}$) são divididas igualmente em pequenos incrementos de carga ($\Delta\mathrm{R}'$). Assim, calcula-se a matriz de rigidez ($\widehat{\mathrm{K}}$) para cada fração do carregamento externo.

$$\left[{}^{t+\Delta t}\widehat{\mathrm{K}}^{(i-1)}\right]\left\{\Delta\mathrm{U}^{(i)}\right\} = \{\Delta\mathrm{R}'\} \tag{4.26}$$

$$\left\{{}^{t}\mathrm{U}^{(i)}\right\} = \left\{{}^{t}\mathrm{U}^{(i-1)}\right\} + \left\{\Delta\mathrm{U}^{(i)}\right\} \tag{4.27}$$

para

$$\left\{{}^{t}\mathrm{U}^{(0)}\right\} = \{{}^{t-\Delta t}\mathrm{U}\}; \qquad \left\{{}^{t}\mathrm{F}^{(0)}\right\} = \{{}^{t-\Delta t}\mathrm{F}\} \tag{4.28}$$

O processo é terminado quando o somatório dos incrementos de carga ($\Delta\mathrm{R}'$) for igual à (${}^{t}\mathrm{R}$). Para este método apresentar bons resultados é necessário que se utilizem pequenos incrementos de carga; assim, o somatório de forças externas será bem próximo do somatório de forças internas.

A Figura 4.5 apresenta os limites para se usar o método implícito ou explícito de integração.

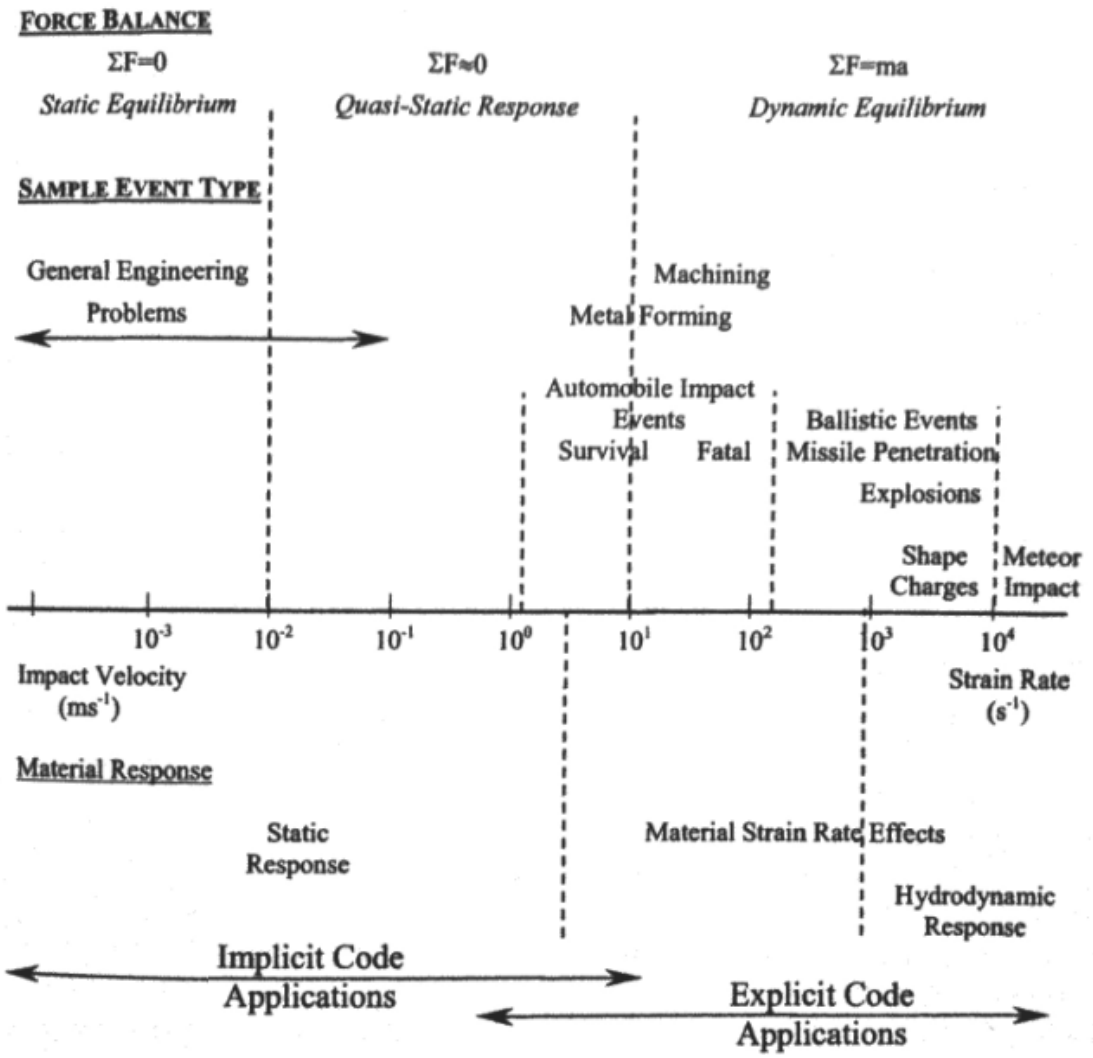

Figura 4.5: Sugestões para uso dos métodos de integração (Fonte: "An Explicit Finite Element Primer", 2002).

Nos problemas de dinâmica de *risers* que envolvem elementos de contato e modelos fenomenológicos para vibração induzida por vórtices (*VIV*), também se recomenda que se utilize o método explícito de integração, conforme menciona Takafuji (2011). No capítulo 3, foi apresentado um exemplo de um modelo em elementos finitos com ressonância paramétrica utilizando os métodos explícito e implícito, onde se mostra que o método implícito não apresentou resultados consistentes.

4.3 Exemplos

São apresentados exemplos de um sistema não amortecido linear com determinadas matrizes de massa e de rigidez e um determinado vetor carregamento, para que sejam feitas comparações de resultados utilizando os métodos explícito e implícito de integração para alguns passos de tempo Δt.

Dados do exemplo:

- Matriz de massa $[M]$ = $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Matriz de rigidez $[K]$ = $\begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$
- vetor carregamento $\{R\}$= $\begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix}$
- para o cálculo dos períodos naturais do sistema, tem-se:

$$[K] = \omega^2 [M] \tag{4.29}$$

  que leva aos períodos naturais seguintes:
  - $T_1 = 4{,}45s$
  - $T_2 = 2{,}80s$

Segundo Bathe (1996), para o cálculo do Δt_{cr} (eq. 4.30), deve-se utilizar o menor período natural do sistema, portanto, será utilizado $T_2 = 2{,}80s$.

$$\Delta t_{cr} = \frac{T_2}{\pi} \tag{4.30}$$

- $\Delta t_{cr} = \frac{2{,}8}{\pi} = 0.8912s$
- o sistema será integrado até o instante $t = 5s$
- condições iniciais: velocidade e deslocamento nulos em $t = 0$

4.3.1 Comparação para $\Delta t = 0.1s$

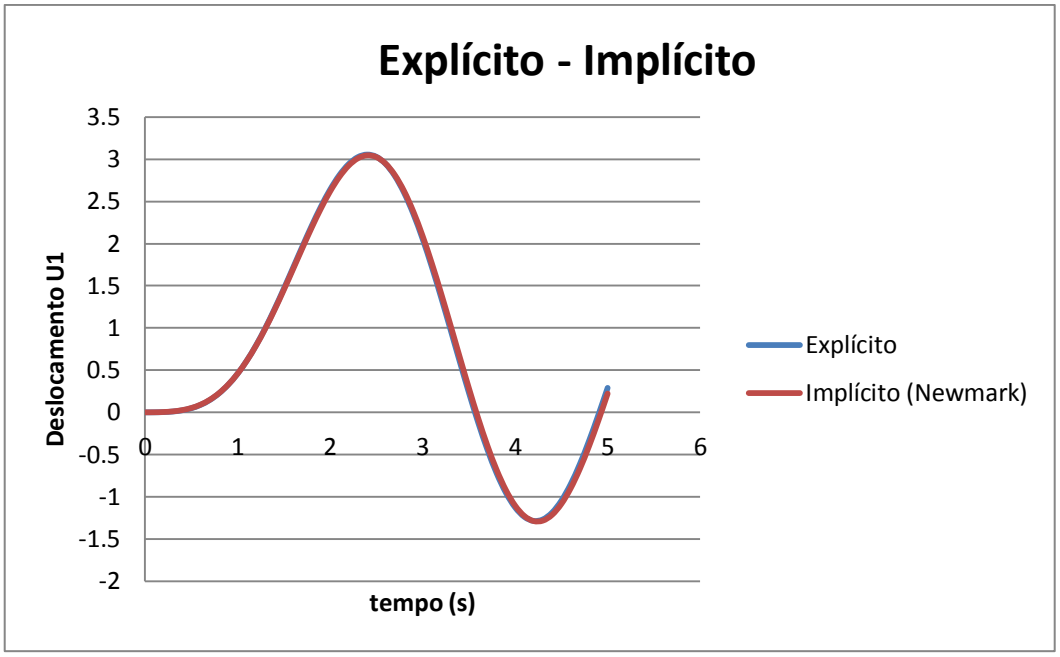

Figura 4.6: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta t = 0.1s$ (deslocamento U1).

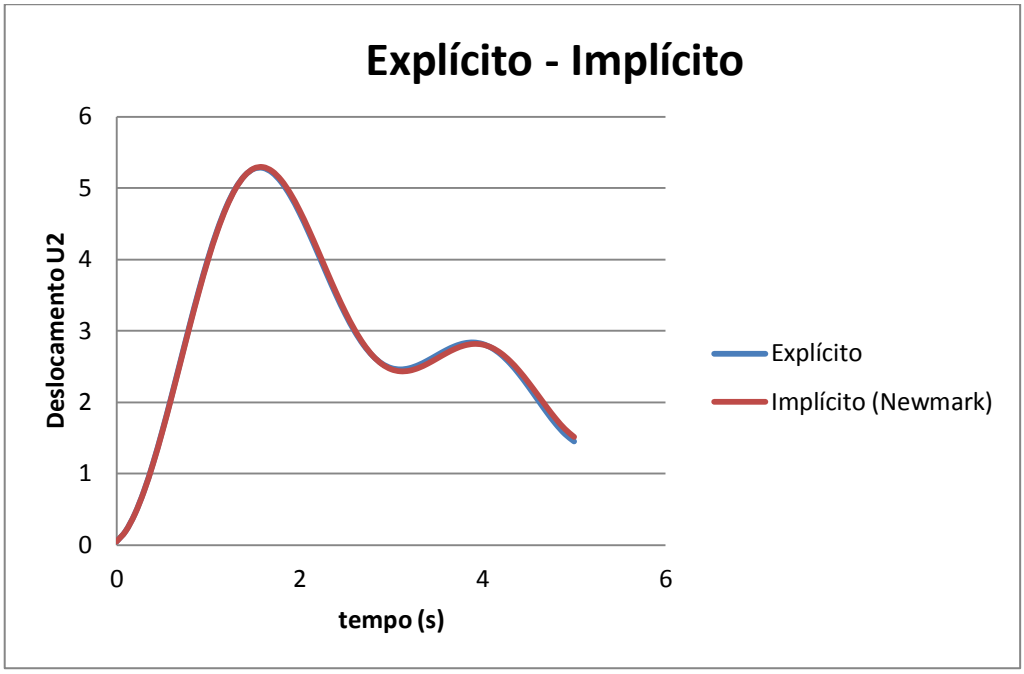

Figura 4.7: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta t = 0.1s$ (deslocamento U2).

4.3.2 Comparação para $\Delta t = 0.5s$

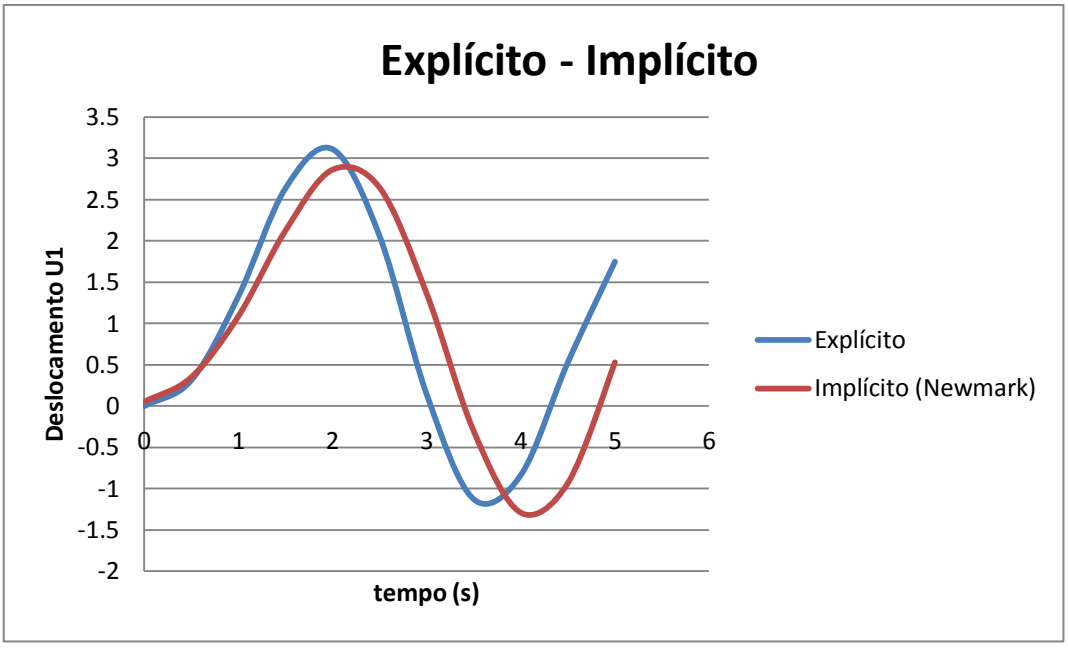

Figura 4.8: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta t = 0.5s$ (deslocamento U1).

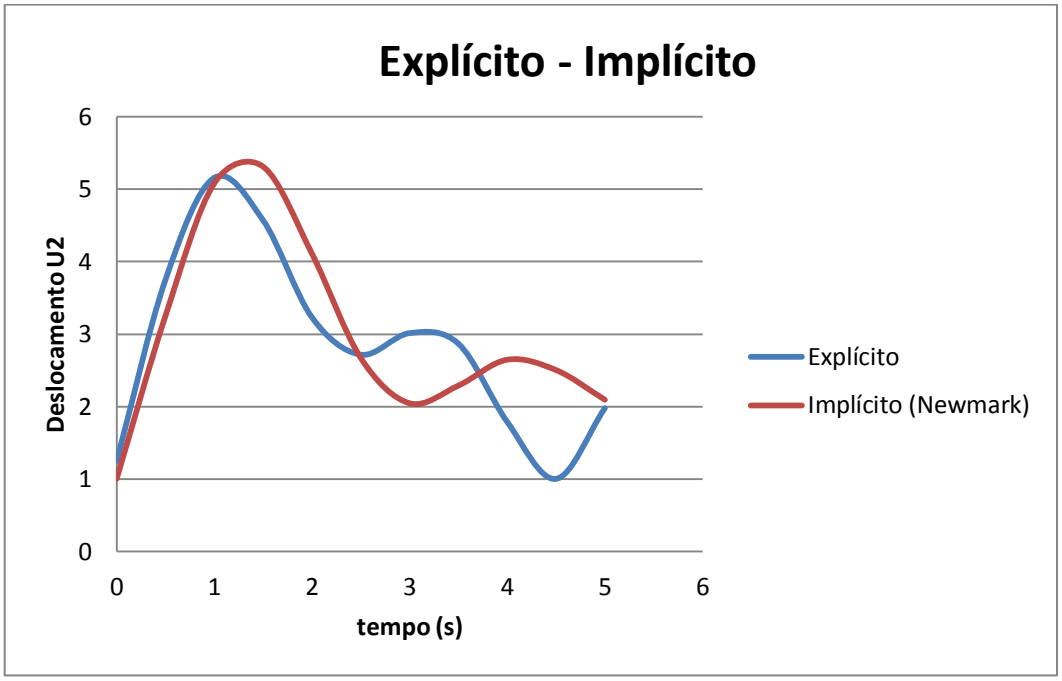

Figura 4.9: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta t = 0.5s$ (deslocamento U2).

4.3.3 Comparação para $\Delta t = 0.89s$

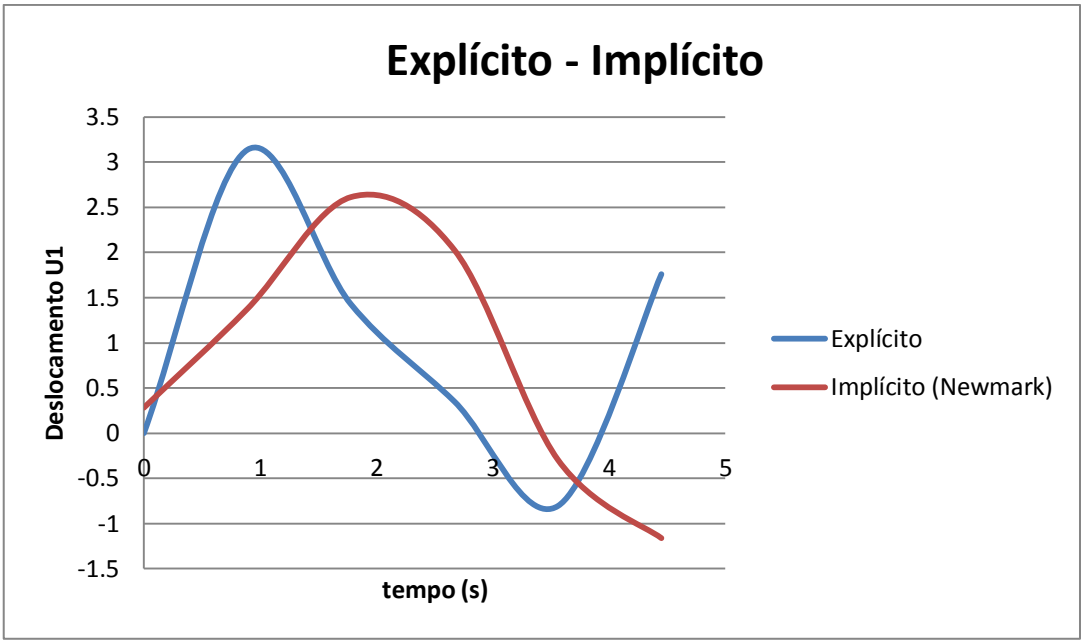

Figura 4.10: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta t = 0.89s$ (deslocamento U1).

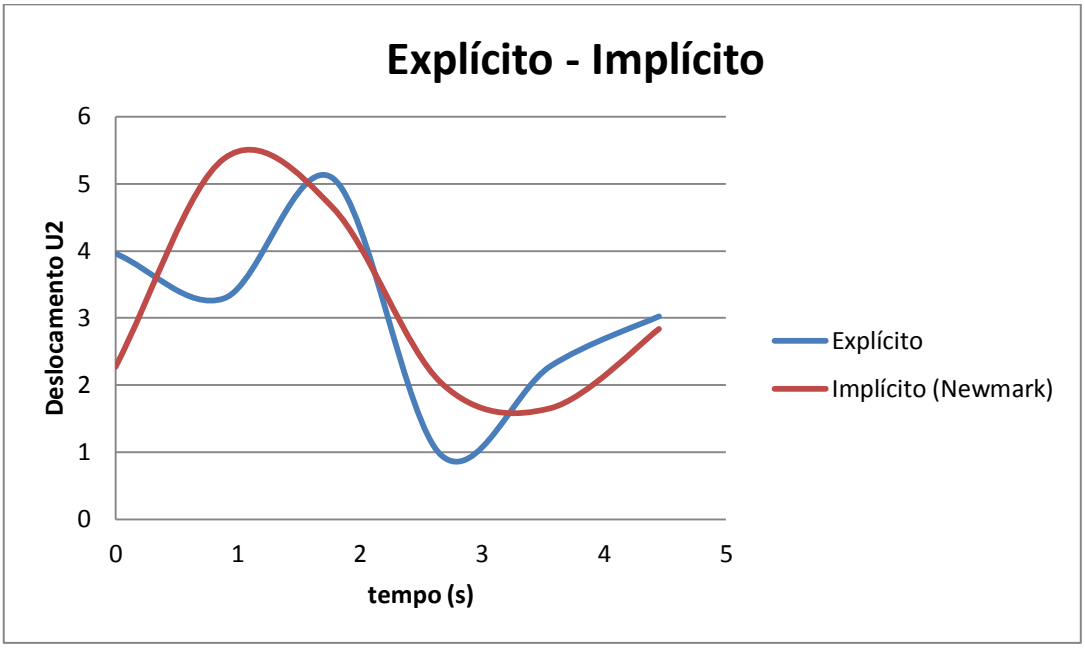

Figura 4.11: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta t = 0.89s$ (deslocamento U2).

4.3.4 Comparação para $\Delta t = 1.0s$

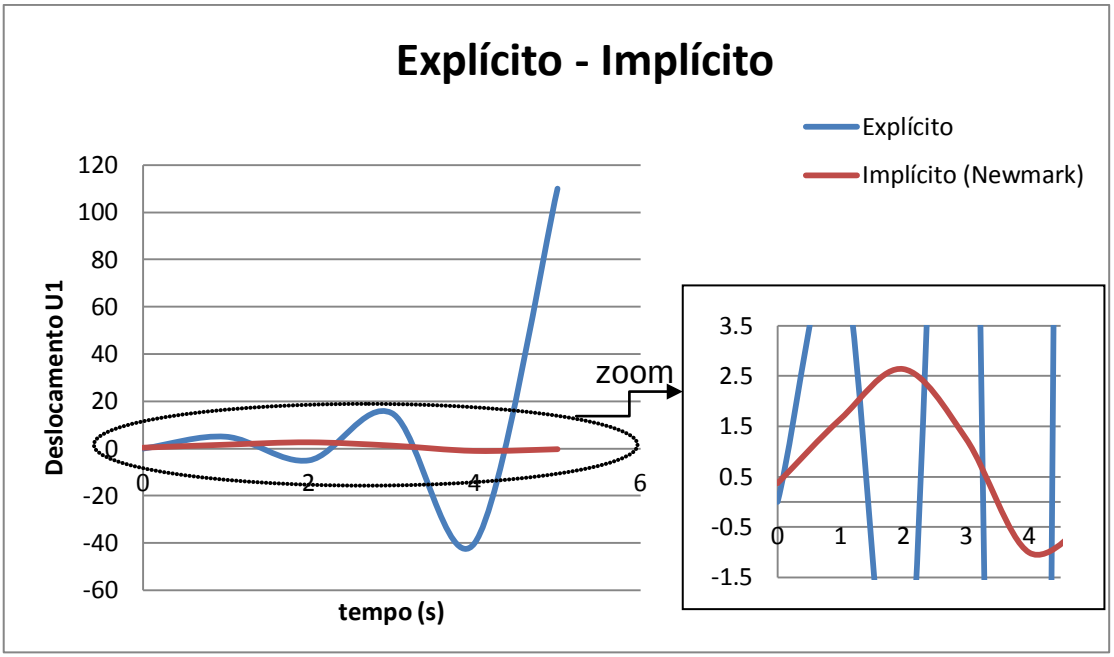

Figura 4.12: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta t = 1.0s$ (deslocamento U1).

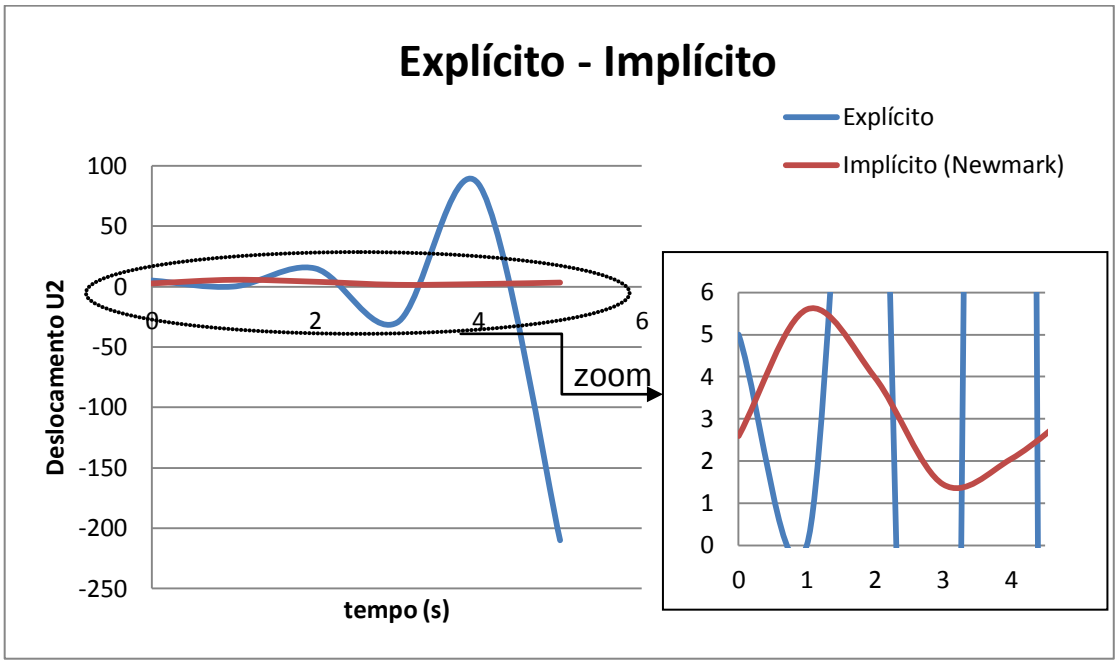

Figura 4.13: Comparação de resultados entre os métodos explícito e implícito para $\Delta t = 1.0s$ (deslocamento U2).

Nota-se que, quando o Δt é maior que o Δt_{cr}, os resultados do método explícito ficam numericamente instáveis, e o método implícito continua com resultados estáveis e com uma precisão relativamente boa da resposta, em comparação com as respostas dos $\Delta t's$ menores, como se observa na ampliação dada ao gráfico nas Figuras 4.12 e 4.13.

5 CONTATO EM PROBLEMAS DE *RISERS* E ELEMENTOS DE CONTATO

A configuração do *riser* em catenária compreende em duas regiões: uma suspensa e outra em contato com o solo no fundo do mar. A modelagem do contato pode ser bastante complexa, de forma a contemplar diferentes efeitos, tais como: contato unilateral elástico ou inelástico, atrito longitudinal ou transversal, sucção e entrincheiramento.

Um ponto importante na modelagem do *riser* em catenária é o *TDP* (*Touch Down Point*), que separa o trecho apoiado no solo do trecho suspenso.

Fisicamente o *TDP* representa uma transição entre curvaturas muito grandes (trecho apoiado no solo) e pequenas (parte suspensa).

O *TDP* não é um ponto de coordenadas fixas. Na análise estática, uma simples variação na velocidade da correnteza pode alterar a sua posição e, na análise dinâmica, os movimentos de *heave* e *surge* impostos no *hang-off,* por exemplo, também podem alterar as suas coordenadas.

Aqui serão discutidos apenas o contato unilateral elástico normal ao fundo do mar (idealmente horizontal) e o atrito longitudinal que são bem representados em um modelo plano de elementos finitos.

5.1 Método das penalidades

É um método amplamente utilizado para se analisar elementos de contato em programas de elementos finitos. Esse foi o método utilizado no Abaqus para resolver os problemas de contato deste trabalho.

Wriggers (2002) introduz o método das penalidades considerando, inicialmente, a energia potencial total do oscilador de um grau de liberdade da Figura 5.1:

$$\Pi(u) = \frac{1}{2}ku^2 - mgu. \tag{5.1}$$

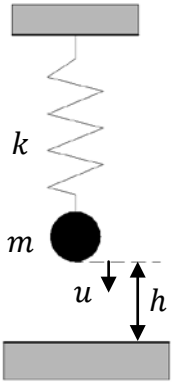

Figura 5.1: Oscilador mecânico massa-mola de um grau de liberdade.

Para a condição de inexistência de restrição ao deslocamento u, é calculado o valor mínimo da energia potencial total a partir da imposição de estacionariedade (primeira variação nula), que permite determinar a configuração de equilíbrio estático:

$$\delta\Pi(u) = ku\delta u - mg\delta u = 0. \tag{5.2}$$

Assim, a segunda variação de Π resulta $\delta^2\Pi(u) = k$, caracterizando um mínimo relativo da energia potencial total para $u = mg/k$.

A restrição de movimento da massa por uma superfície rígida pode ser descrita por

$$c(u) = h - u \geq 0, \tag{5.3}$$

que não permite a penetração. Para $c(u) > 0$, existe um espaço entre a massa e a superfície rígida, e para $c(u) = 0$ a distância entre a superfície rígida e a massa é nula. Em presença do contato, o deslocamento virtual somente é permitido se tiver sentido ascendente, assim

$$ku\delta u - mg\delta u \geq 0. \tag{5.4}$$

O trabalho virtual da força $(ku - mg)$ é dado pelo produto escalar entre esta força e o deslocamento virtual δu. Ora, se $ku > mg$ e δu>0 (sentido ascendente), então $(ku - mg)\,\delta u > 0$. Haverá contato se $mg > kh$, mas neste caso $\delta u = 0$ e $(kh - mg)\,\delta u = 0$. Portanto, sempre será verdadeiro afirmar que $(kh - mg)\,\delta u \geq 0$. Assume-se que não haverá força de adesão (força de reação positiva) no contato; assim, a superfície sempre estará comprimida ou sem força alguma, levando a mais uma restrição dada pela força de reação

$$\mathrm{f_R} \leq 0. \tag{5.5}$$

No método das penalidades, é acrescentado um termo na equação (5.1), que passa a ser escrita (para ϵ_N)

$$\Pi(u) = \frac{1}{2}ku^2 - mgu + \frac{1}{2}\epsilon_N[c(u)]^2. \tag{5.6}$$

O parâmetro ϵ_N pode ser interpretado como a rigidez de uma mola (Figura 5.2), no contato entre a massa e a superfície rígida. Isso se deve ao fato de a energia da penalidade ter a mesma expressão da energia potencial de uma mola. Assim, a estacionariedade da primeira variação da equação (5.6) leva a

$$ku\delta u - mg\delta u - \epsilon_N c(u)\delta u = 0, \tag{5.7}$$

a partir do que se encontra

$$u = \frac{(mg + \epsilon_N h)}{(k + \epsilon_N)}. \tag{5.8}$$

Assim, a equação de restrição é

$$c(u) = h - u = \frac{kh - mg}{k + \epsilon_N}. \tag{5.9}$$

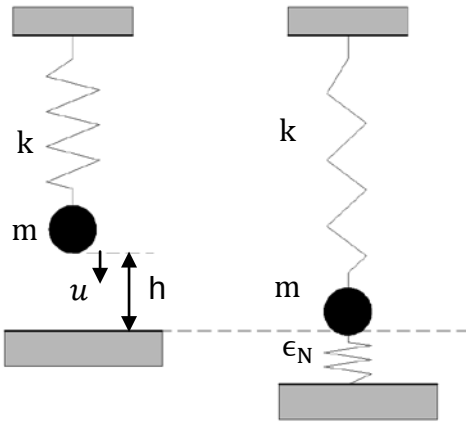

Figura 5.2: Sistema massa-mola com a mola adicional representado o termo da penalidade.

Se $mg \geq kh$, caso em que há contato, a equação (5.9) mostra que houve penetração da massa na superfície rígida, o que é fisicamente equivalente a uma compressão em uma mola com rigidez ϵ_N.

Quando o parâmetro ϵ_N tender ao infinito, somente pequenas penetrações poderão ocorrer, e quando tender a zero, grandes penetrações poderão ocorrer, como se não houvesse restrição.

5.2 Cinemática do contato

Segundo Gay Neto (2012), para considerar uma restrição do tipo “contato”, geralmente, definem-se duas superfícies no espaço, correspondentes às possíveis interfaces de contato: superfície *master* e superfície *slave*. A superfície *slave* é descrita por meio de diversos pontos (nós) ou, no caso do software Abaqus, por elementos de barra (definidos como superfície) ou pelos nós. A superfície *master* geralmente não é representada com pontos (nós), mas pela composição de um conjunto de regiões curvas ou planas no espaço. Para definir a restrição cinemática de contato, impõe-se que os pontos representativos da superfície *slave* não possam penetrar na região cujo contorno é dado pela superfície *master*.

Nos modelos de elementos finitos de *riser*, ele próprio é a superfície *slave* e o solo é a superfície *master*; no caso de se utilizarem elementos analiticamente rígidos do Abaqus, eles devem ser sempre a superfície *master*.

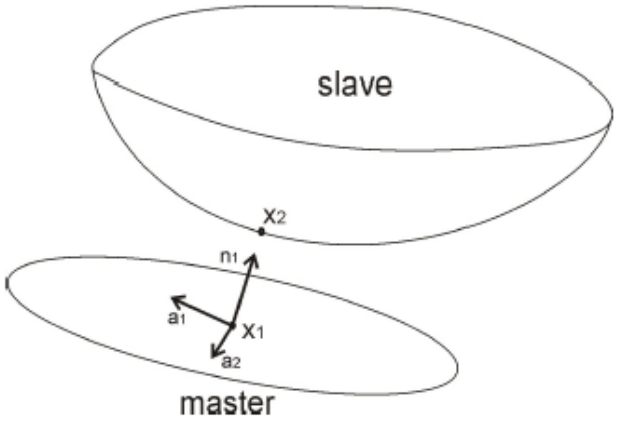

Figura 5.3: Descrição das superfícies *master* e *slave* para definir o par de contato – Fonte: GAY NETO (2012).

A Figura 5.3 ilustra ambas as regiões. Segundo Gay Neto (2012), uma vez definidos os pontos da superfície *slave* (na figura existe apenas um ponto representado), é possível, para cada ponto cuja posição é dada por um vetor posição $\boldsymbol{x_2}$, determinar qual o ponto $\boldsymbol{X_1}$ da superfície *master* que está mais próximo de $\boldsymbol{X_2}$. A posição desse ponto é dada pelo vetor $\boldsymbol{x_1}$. Sendo $\boldsymbol{n_1}$ o versor normal à superfície *master* no ponto $\boldsymbol{X_1}$ orientado da superfície *master* para a superfície *slave*, é possível definir a seguinte restrição matemática:

$$(\boldsymbol{x_2} - \boldsymbol{x_1}).\boldsymbol{n_1} \geq 0 \tag{5.10}$$

Essa restrição deverá ser obedecida por todos os pontos da superfície *slave*.

Para verificar a condição acima, é conveniente definir a função *gap* g_N*:*

$$g_N = (\boldsymbol{x_2} - \boldsymbol{x_1}).\boldsymbol{n_1} \tag{5.11}$$

Para a função g_N ser adequada, ela deve ser necessariamente maior ou igual a zero, para todos os pontos da superfície *slave*. Se ela se tornar negativa para algum desses pontos, fisicamente significa que houve penetração desse ponto na região *master*, o que não é permitido. Conforme Gay Neto (2012), a função g_N pode ser classificada como *gap* na direção normal, uma vez que representa uma projeção do vetor *gap* $(\boldsymbol{x_2} - \boldsymbol{x_1})$ na direção $\boldsymbol{n_1}$. No entanto, o estudo de movimentos tangenciais no contato (atrito) é também bastante importante. Quando se deseja estudar a existência ou não do deslizamento em pontos de contato, é necessário definir uma nova função *gap*, agora vetorial:

$$\boldsymbol{g} = \boldsymbol{x_2} - \boldsymbol{x_1} \tag{5.12}$$

A projeção da função $\boldsymbol{g}$ na direção de $\boldsymbol{n_1}$ é a própria função g_N. Para analisar o comportamento tangencial, pode-se definir dois vetores $\boldsymbol{a_1}$ e $\boldsymbol{a_2}$ ortogonais entre si que são tangenciais à superfície *master* em cada ponto X_1. As projeções da função $\boldsymbol{g}$ nas direções de $\boldsymbol{a_1}$ (longitudinal) e $\boldsymbol{a_2}$ (transversal) representam os componentes de movimento tangencial do ponto da superfície *slave* sobre a superfície *master*. Observa-se que neste trabalho somente são discutidos modelos planos, nos quais a projeção da função $\boldsymbol{g}$ na direção $\boldsymbol{a_2}$ não se faz necessária, porém são apresentadas da seguinte forma:

$$g_{a1} = \boldsymbol{g}.\boldsymbol{a_1} = (\boldsymbol{x_2} - \boldsymbol{x_1}).\boldsymbol{a_1} \tag{5.13}$$

$$g_{a2} = \boldsymbol{g}.\boldsymbol{a_2} = (\boldsymbol{x_2} - \boldsymbol{x_1}).\boldsymbol{a_2} \tag{5.14}$$

É possível combinar os efeitos em ambas as direções tangenciais, definindo outra forma de função *gap*:

$$g_T = \sqrt{{g_{a1}}^2 + {g_{a2}}^2} \tag{5.15}$$

A restrição tangencial de contato deve ser aplicada sob duas condições típicas: deslizamento (*sliding*) ou não deslizamento (*sticking*). A condição de não deslizamento é descrita por meio da seguinte restrição: $g_{a1} = 0$ e $g_{a2} = 0$. A condição de deslizamento permite valores não nulos dos *gaps* tangencias.

5.3 Leis constitutivas de contato na direção normal

As leis constitutivas que descrevem o comportamento da região de contato e de seus deslocamentos nas direções onde o contato foi imposto são funções da força mecanicamente solicitada entre as partes que compõem o par de contato. O comportamento "ideal" para a direção normal não permite *gap* negativo (penetração). Um *gap* nulo ($g_N = 0$) representa uma situação de singularidade, cuja distância entre a superfície do corpo B^1 e do corpo B^2 na Figura 5.4 é zero; assim, qualquer magnitude de força normal p_N (perpendicular à superfície) poderia ser trocada no par de contato. Neste caso, o vetor tensão associado à componente da força p_N é

$$\bar{\mathbf{t}}^{\mathbf{1}} = \boldsymbol{\sigma}^{\mathbf{1}}\bar{\boldsymbol{n}}^{\mathbf{1}} = p_N^1\bar{\boldsymbol{n}}^{\mathbf{1}} \tag{5.16}$$

deve ser diferente de zero. Essa condição idealiza o contato, forçando interpenetração nula. Se existir um espaço entre os corpos B^1 e B^2 ($g_N > 0$), a força de contato é zero ($p_N = 0$).

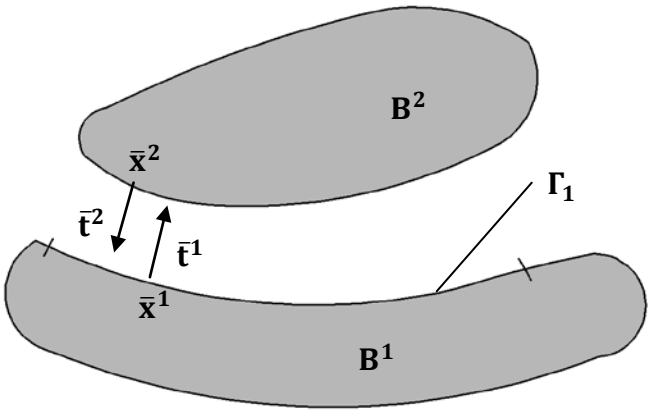

Figura 5.4: Tensões na interface de contato.

Para Wriggers (2002), esse comportamento pode ser descrito por uma lei de restrição. Para tratamento numérico, utilizando-se o método das penalidades, é possível descrever de forma aproximada um comportamento constitutivo do contato na direção normal por meio de uma aproximação linear, da seguinte forma:

$$f_N = \epsilon_N g_N \tag{5.17}$$

Na equação (5.17), o valor de ϵ_N escolhido regula a taxa de aumento da reação normal, em função da penetração no contato. Quanto maior seu valor, menor será a penetração que ocorrerá na solução do problema. Na Figura 5.5 podem ser observadas as três formas descritas para o comportamento constitutivo na direção normal.

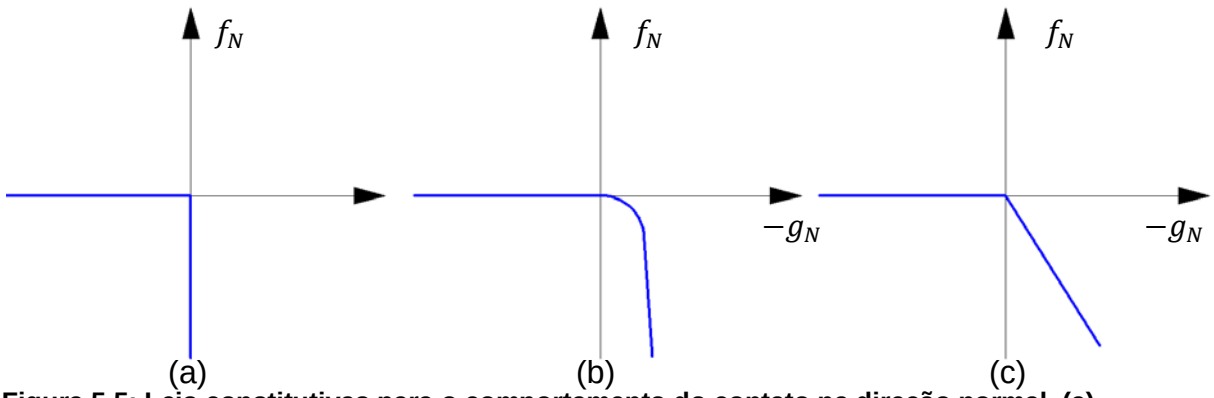

Figura 5.5: Leis constitutivas para o comportamento do contato na direção normal. (a) Idealização da restrição normal. (b) Utilização de uma lei de restrição genérica. (c) Utilização do método das penalidades.

O método das penalidades é uma boa opção para análises de contato em softwares de elementos finitos sem grande complexidade. A desvantagem desse método é que sempre existirá alguma interpenetração no contato, porém essa diminui à medida que se aumenta o valor de ϵ_N. O valor escolhido desse parâmetro, denominado "rigidez de contato", pode possuir significado físico quando é buscada uma aproximação de uma *lei de restrição.*

5.4 Leis constitutivas de contato na direção tangencial (atrito)

O contato na direção tangencial procura reproduzir o atrito existente em uma interface de contato. A força de atrito é sensível ao nível de rugosidade do solo, pressão de contato (força normal ao solo) e à velocidade de deslizamento do *riser* em relação ao solo, que pode variar com a excitação de suporte no *hang-off* e com as forças de correnteza.

Um modelo bastante utilizado para considerar o atrito em simulações computacionais é o modelo de Coulomb. A Figura 5.6 ilustra o comportamento da função *gap* tangencial e as consequentes forças de atrito que surgem.

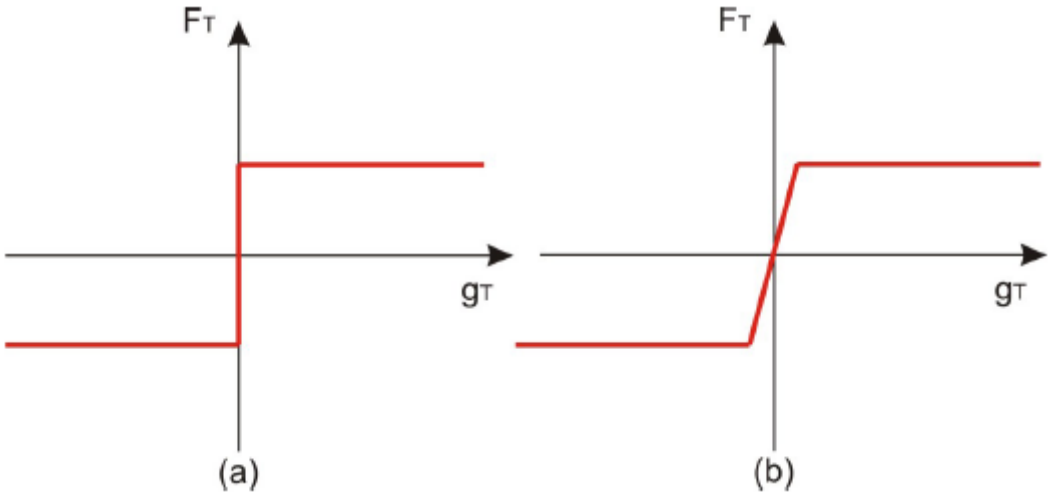

Figura 5.6: Leis constitutivas para o comportamento do contato na direção tangencial. (a) lei de Coulomb. (b) lei de Coulomb modificada por um parâmetro de penalidade tangencial (Fonte: GAY NETO, 2012).

Observa-se que, quando a função gap tangencial for nula, correspondendo a uma situação de não escorregamento, o valor solicitado da força de atrito possui um limite. Segundo Wriggers (2002), após o limite ser atingido, a norma da força de atrito se manterá constante, para qualquer variação no *gap* tangencial. Uma forma de escrever essa condição com uma única expressão matemática é dada por:

$$f_T \leq \mu f_N \tag{5.18}$$

onde:

- f_T representa a norma da força de atrito;
- f_N representa a norma do componente normal da força de contato;
- μ representa o coeficiente de atrito no contato.

Utilizando-se o método das penalidades para a situação de não escorregamento, relaxando a condição de Coulomb, ilustrada pela Figura 5.6 (b), pode-se escrever:

$$f_T = \epsilon_T g_T \tag{5.19}$$

Na situação em que ocorrer o escorregamento, será possível escrever o vetor força de atrito como sendo:

$$f_T = -\mu \, |f_N| \frac{\dot{g}_T}{\|\dot{g}_T\|} \tag{5.20}$$

Segundo Gay Neto (2012), a equação (5.20) mostra que o sentido da força de atrito, quando há deslizamento, depende do sentido instantâneo da variação temporal da função *gap* tangencial. Isso mostra que a distribuição das forças de atrito é dependente do histórico do movimento existente na região de contato, portanto uma função não linear. Quando o efeito do atrito é inserido em um modelo dinâmico, no domínio do tempo, é necessário recalcular a cada passo de tempo o sentido da força de atrito, dado o movimento instantâneo de cada ponto afetado por essa força, justificando o uso de um método explícito para a integração numérica no domínio do tempo, por serem utilizados pequenos passos de tempo e por não ser necessário inverter a cada passo de tempo a matriz de rigidez para toda a estrutura (somente para a região do contato).

6 EXEMPLOS

Os exemplos aqui considerados foram analisados com o software Abaqus 6.10, sendo esse um software comercial generalista de elementos finitos.

Foram elaborados modelos para *riser* vertical e para *riser* em catenária, sendo que, para esse último, inicialmente não foram considerados nem contato e nem carregamentos dinâmicos, pois o objetivo era obter familiaridade com o procedimento para encontrar a configuração de equilíbrio estático. Posteriormente, foram tratados modelos com a consideração de contato na direção normal e, ainda, com a inserção de carregamentos dinâmicos.

6.1 Exemplo I – *riser* vertical

Este primeiro exemplo foi utilizado para comparar o resultado dinâmico entre três softwares, sendo dois deles generalistas, que é o caso do Abaqus e do Adina, e um especialista em estruturas *offshore*, que é o Orcaflex.

Para uma primeira comparação, foi elaborado um modelo plano de *riser* vertical, sem a intenção de se analisar fenômenos dinâmicos não lineares, como a ressonância paramétrica e a compressão dinâmica.

6.1.1 Geometria

Os parâmetros geométricos e mecânicos do *riser* são:

- área da seção transversal = 1,1021E-02 m²
- diâmetro externo $D_{externo}$ = 0,2 m
- espessura da parede e_{parede} = 0,019 m
- módulo de elasticidade (E) = 210 GPa
- massa específica no material do *riser* (ρ)= 7800 kg/m³
- lâmina d'água = 1800 m
- deslocamento no topo, para impor a protensão ao *riser* = 1,068 m
- peso submerso por unidade de comprimento = 727 N/m
- massa total por unidade de comprimento = 141,24 kg/m

- *heave* = 1,0 m

Para o *riser* atingir a sua configuração de equilíbrio estático, é necessário aplicar um deslocamento inicial na sua extremidade superior (*hang-off*) para imposição da protensão; assim o *riser* passa a ter rigidez geométrica transversal. Na Figura 6.1 são mostradas as dimensões do *riser*, com comprimento inicial de 1798,932 metros, comprimento final de 1800 metros e o deslocamento inicial de 1,068 metros.

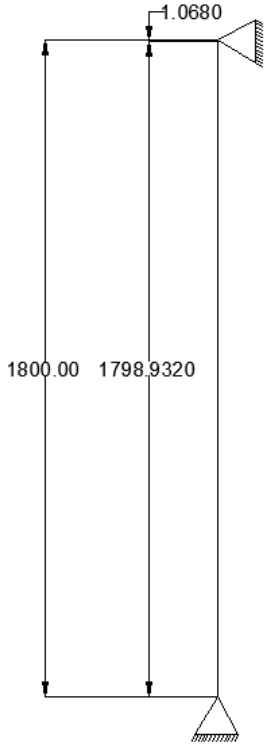

Figura 6.1: *Riser* vertical, medidas em metros

Após ter as propriedades adicionadas no modelo, esse foi discretizado em 36 elementos de viga, utilizando o elemento B21 do Abaqus.

A âncora foi considerada como um apoio f]ixo (restringe as translações). Na outra extremidade, foi aplicado o deslocamento inicial, sendo utilizada a opção "*Static*, *General*" do Abaqus, com a não linearidade geométrica do modelo ativada. O deslocamento vertical foi aplicado gradualmente durante o processamento até se

atingir o valor final desejado, enquanto que o grau de liberdade à translação horizontal foi restringido.

Evidentemente, a determinação da configuração estática de equilíbrio, é um problema elementar de Resistência dos Materiais. É apresentada a distribuição de força axial no *riser* encontrada no Abaqus na Figura 6.2, levando-se em conta o efeito de seu peso próprio.

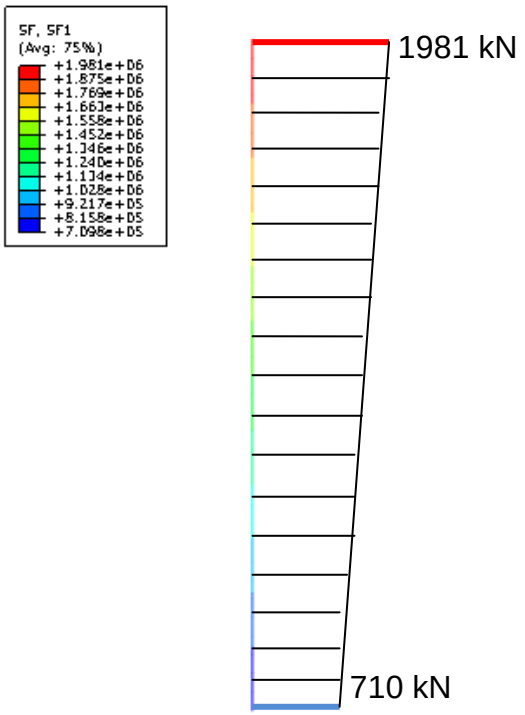

Figura 6.2: Distribuição de força normal.

6.1.2 Modos e frequências naturais

As frequências naturais do modelo foram calculadas utilizando a opção "*Linear Perturbation*" do Abaqus. Foram solicitados, a título de ilustração, os três primeiros modos de vibração para o processamento.

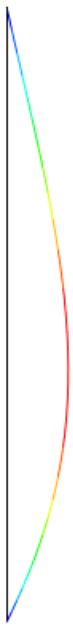

Figura 6.3: 1° modo de vibração - f = 2.6163E-02 Hz.

Figura 6.4: 2° modo de vibração - f = 5.2412E-02 Hz.

Figura 6.5: 3° modo de vibração - f = 7.8529E-02 Hz.

Note-se que não há, rigorosamente, simetria nos modos de vibração em relação à seção do meio do vão, devido à variação da força normal.

6.1.3 Resultados dinâmicos

Os resultados foram analisados em três pontos, sendo eles a 450m, 900m e 1350m acima da âncora do *riser*.

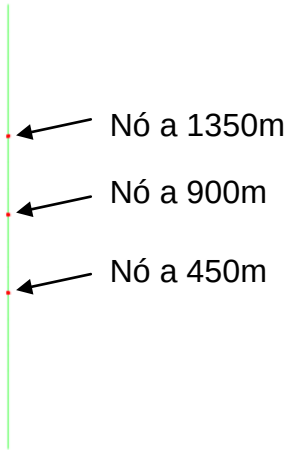

Figura 6.6: Posição dos nós analisados para o *riser* vertical.

Foram analisados os deslocamentos e velocidades verticais nos nós indicados para um *heave* de 1 metro e uma frequência forçante de 0,1 Hz. Para o cálculo dinâmico no Abaqus, foi utilizado o método implícito de integração no domínio do tempo para as situações em que não se tratava do fenômeno da ressonância paramétrica, pois nesse último cenário o método não apresenta bons resultados. A grande vantagem de se utilizar o método implícito de integração no Abaqus é que ele permite a inclusão da equação de Morison no modelo (o que não é permitido no método explícito). Os três modelos utilizam a equação de Morison para representar o amortecimento que a água exerce sobre o *riser* e, por simplicidade, foi considerado o amortecimento estrutural nulo para todos os modelos.

Para se utilizar a equação de Morison, é necessário inserir via comando de texto uma função chamada "Aqua", onde deverão ser informados o nível do fluido no modelo, a massa específica do fluido e a velocidade média de correnteza em determinado nível. Para esse estudo, foi considerada a velocidade média de correnteza nula.

Definido o método de integração, foi utilizada uma função senoidal para representar o *heave* imposto à extremidade superior do *riser*. O modelo foi processado durante 600 segundos, utilizando-se um Δt de 0,1 segundos.
São mostrados nas Figuras 6.7 a 6.9 os diagramas de fase (velocidade por deslocamento) para os pontos citados acima.

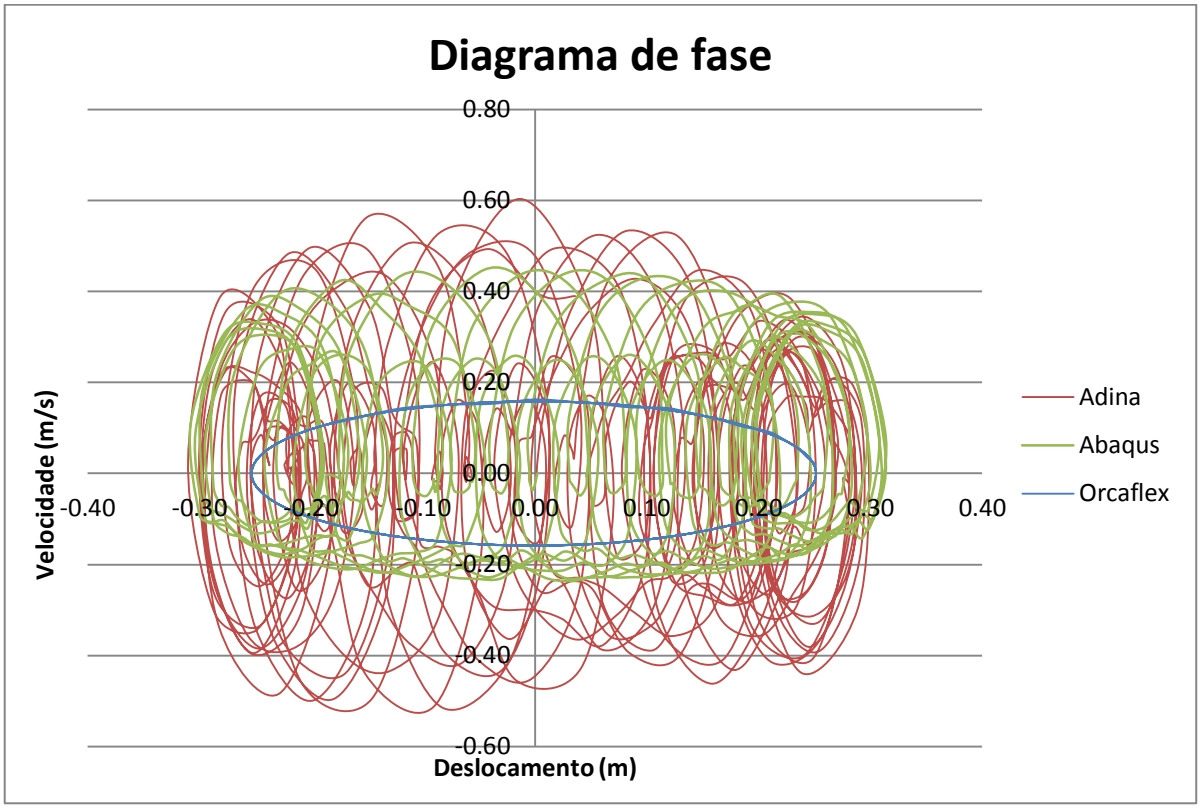

Figura 6.7: Diagrama de fase a 450m acima da âncora.

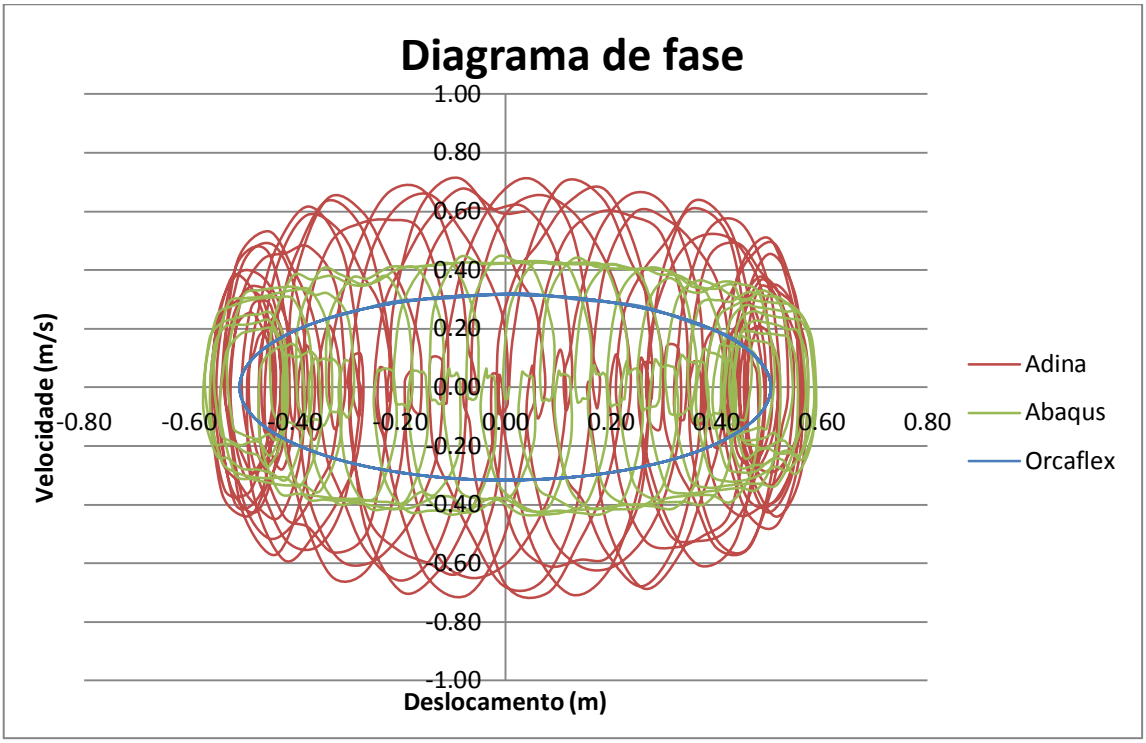

Figura 6.8: Diagrama de fase a 900m acima da âncora.

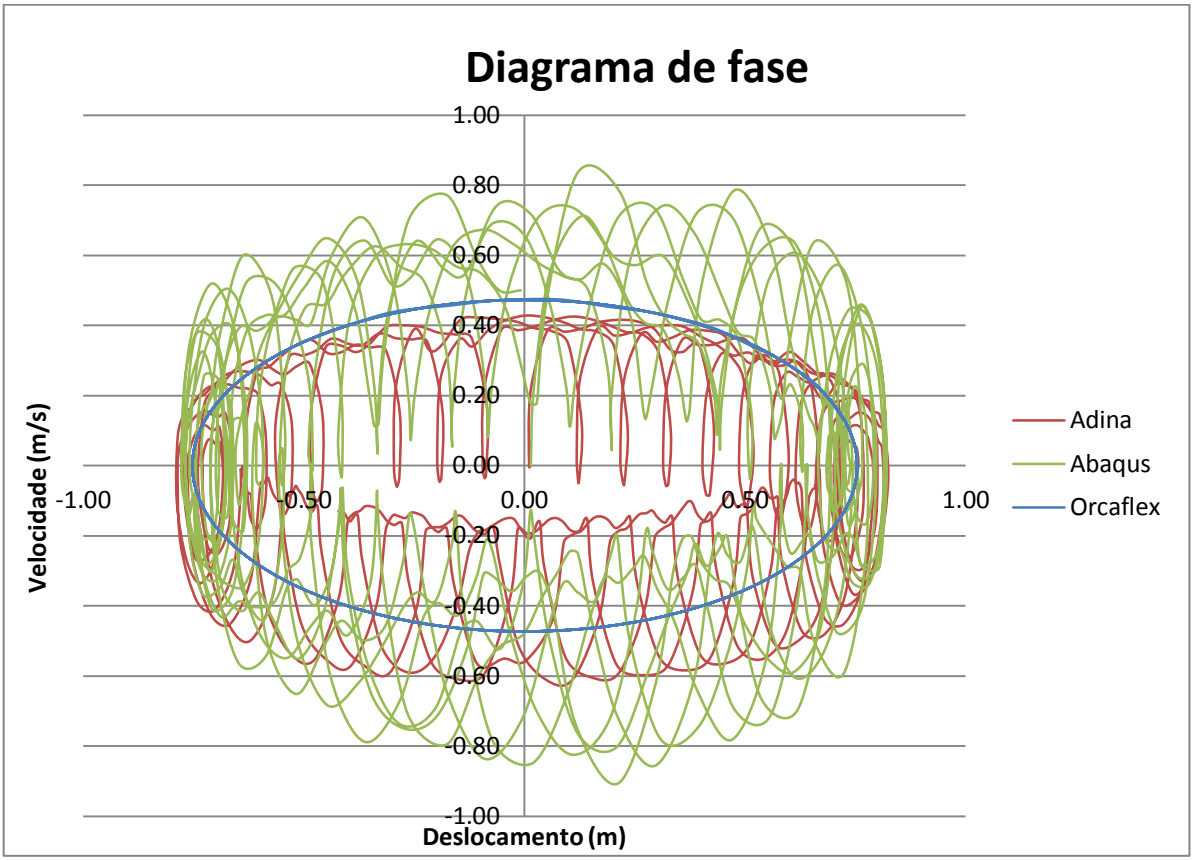

Figura 6.9: Diagrama de fase a 1350m acima da âncora.

Observa-se que os diagramas do software Orcaflex contêm um único harmônico na resposta e, embora apresentem amplitudes de deslocamento da mesma ordem, indicam amplitudes de velocidade sensivelmente menores que os diagramas obtidos com o Abaqus e o Adina.

6.2 Exemplo II – *riser* vertical IPT

A equipe do projeto "Dinâmica Não Linear de *Risers*: Interações de Natureza Hidroelástica e de Contato", contratado pela Petrobras à Escola Politécnica da USP, sob coordenação do Prof. Celso P. Pesce (PESCE *et al*, 2012) fez ensaios em modelos em escala reduzida de *risers*, começando pelo *riser* vertical. Assim, foram elaborados modelos planos em elementos finitos no software Abaqus 6.10 para confrontar os resultados dinâmicos com o modelo em escala reduzida.

6.2.1 Geometria

Os parâmetros geométricos e mecânicos do modelo em escala reduzida do *riser* vertical são:

- área da seção transversal = 1,91E-04 m²
- diâmetro externo $D_{externo}$ = 0,0222 m
- espessura da parede e_{parede} = 0,0032 m
- módulo de elasticidade (E) = 6,32 MPa
- peso submerso por unidade de comprimento = 8,4 N/m
- massa adicional por unidade de comprimento = 0,34 kg/m
- *heave* = 0,025 m

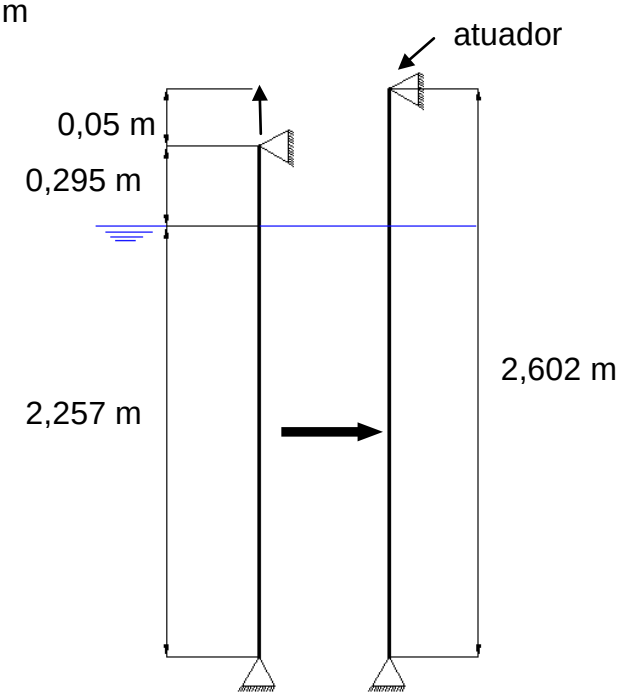

Figura 6.10: Geometria do *riser* vertical ensaiado no IPT.

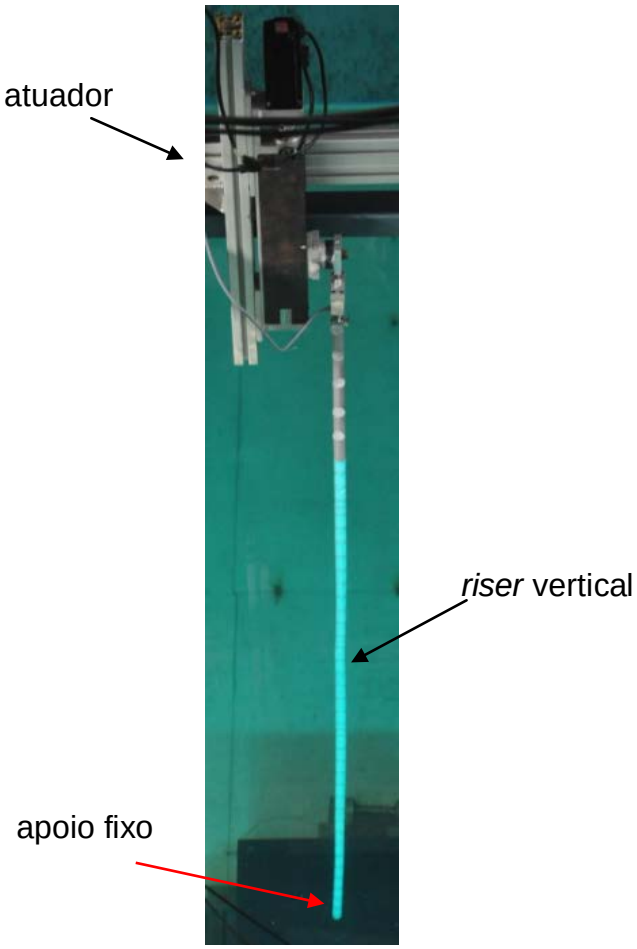

Figura 6.11: Fotografia do *riser* vertical ensaiado no IPT.

Após inserir todas as propriedades no Abaqus, foi necessário aplicar um deslocamento inicial na extremidade superior do *riser*, que lhe fornecerá rigidez geométrica ao protendê-lo. O valor desse deslocamento foi o mesmo utilizado no modelo ensaiado em escala reduzida, que pode ser observado na Figura 6.10. Nota-se que o nível d'água se encontra a 0,295 metros abaixo da extremidade superior do *riser* em sua configuração inicial. Na Figura 6.11 é apresentado o modelo em escala reduzida do *riser* ensaiado, já na configuração final de equilíbrio.

Para esse primeiro processamento no Abaqus, foi utilizada a opção "*Static*, *General*" com não linearidade geométrica ativada. A extremidade inferior foi restringida nas duas direções de translação (apoio fixo) e na extremidade superior; o deslocamento foi aplicado gradualmente durante o processamento até que se atingisse a configuração final de equilíbrio do *riser*.

Para verificar se a solução de equilíbrio estático do modelo numérico é coerente com a do ensaio, foram comparadas as trações na extremidade do *riser* onde se localiza o atuador. A tração no *riser* ensaiado é de aproximadamente 39 N no atuador, sendo a tração no modelo numérico apresentada na Figura 6.12.

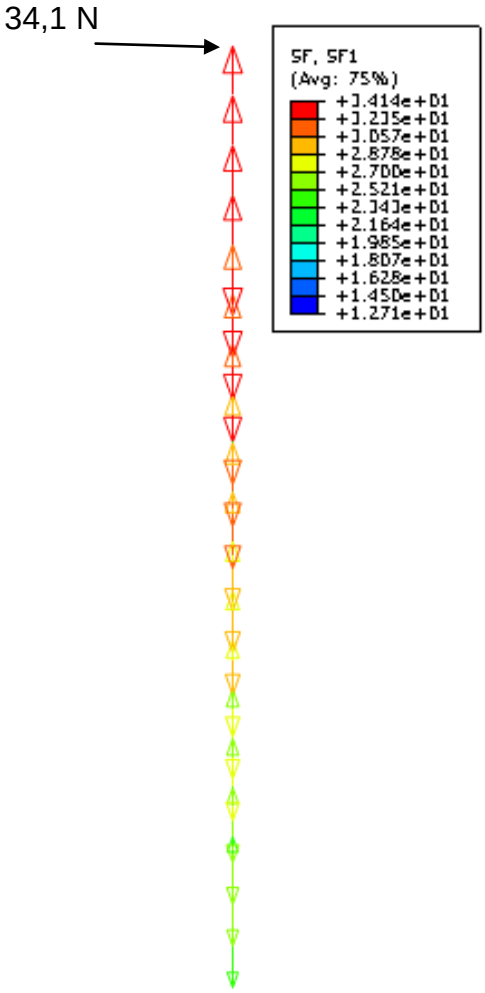

Figura 6.12: Força axial ao longo da altura do *riser* no modelo numérico.

Nota-se que a tração no modelo numérico (34,1 N) é próxima da tração no *riser* ensaiado (39,0 N), permitindo, assim, validar a configuração de equilíbrio estático entre os dois modelos.

6.2.2 Modos e frequências naturais

Com o modelo numérico validado, foram calculadas as suas frequências naturais, como podem ser observadas nas Figuras 6.13 a 6.17. Para calcular as frequências naturais no Abaqus, foi utilizada a opção "*Linear Perturbation*". Foram solicitados somente os cinco primeiros modos de vibração, pois não havia a necessidade de modos com frequências muito altas, para as análises a serem realizadas.

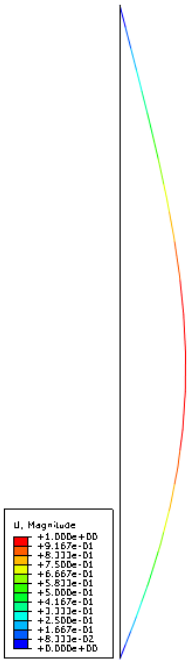

Figura 6.13: 1° modo de vibração com f= 0,836 Hz.

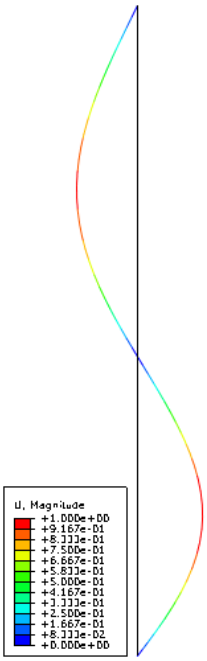

Figura 6.14: 2° modo de vibração com f= 1,687 Hz.

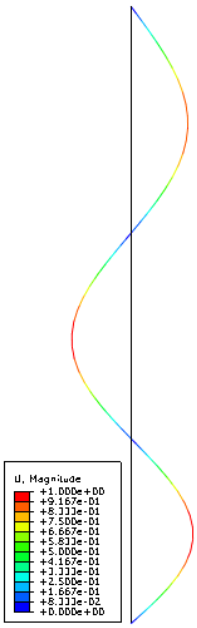

Figura 6.15: 3° modo de vibração com f= 2,556 Hz.

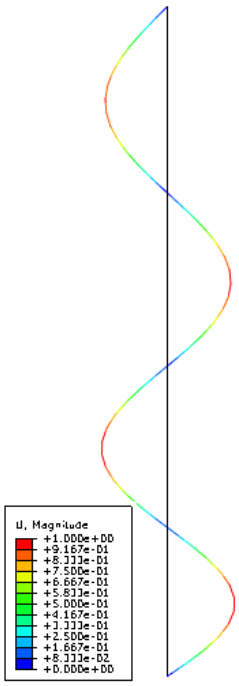

Figura 6.16: 4° modo de vibração com f= 3,45 Hz.

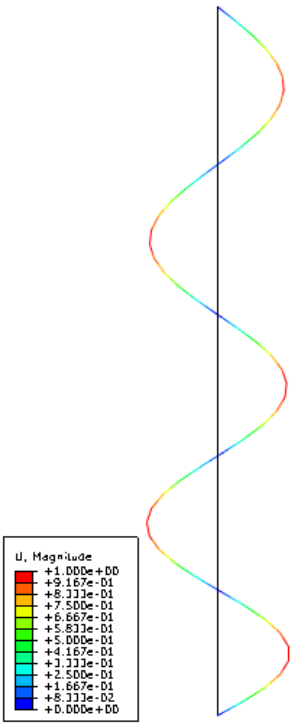

Figura 6.17: 5° modo de vibração com f= 4,38 Hz.

6.2.3 Resultados dinâmicos

Para comparar os resultados do modelo experimental e do modelo numérico, foram escolhidos os pontos a um terço do vão, no meio do vão e a dois terços do vão, como podem ser visualizados na Figura 6.18.

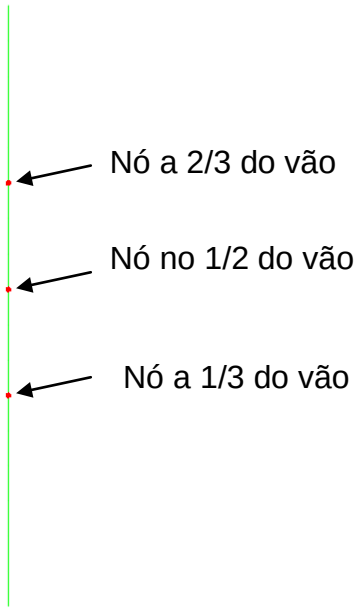

Figura 6.18: Posição dos nós analisados para o *riser* vertical do IPT.

Foram analisados os deslocamentos e as velocidades verticais nos nós indicados para um *heave* de 0,025 metros e uma frequência de 0,8 Hz. Para o cálculo dinâmico no Abaqus, foi utilizado o método implícito de integração no domínio do tempo, pelo mesmo motivo explicado no item 6.2.2. O modelo foi processado durante 30 segundos, obtendo-se as respostas a seguir.

- Nó a um terço do vão:

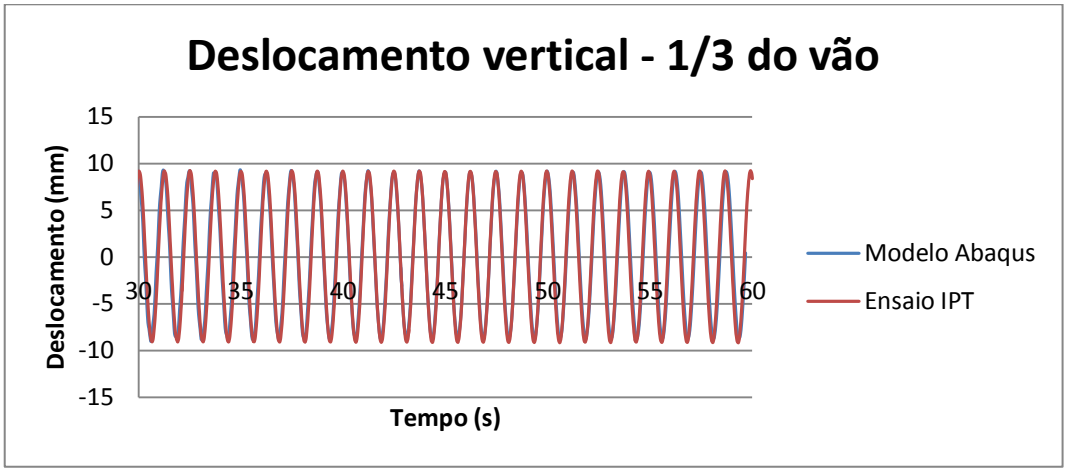

Figura 6.19: Deslocamento vertical no tempo a um terço no vão.

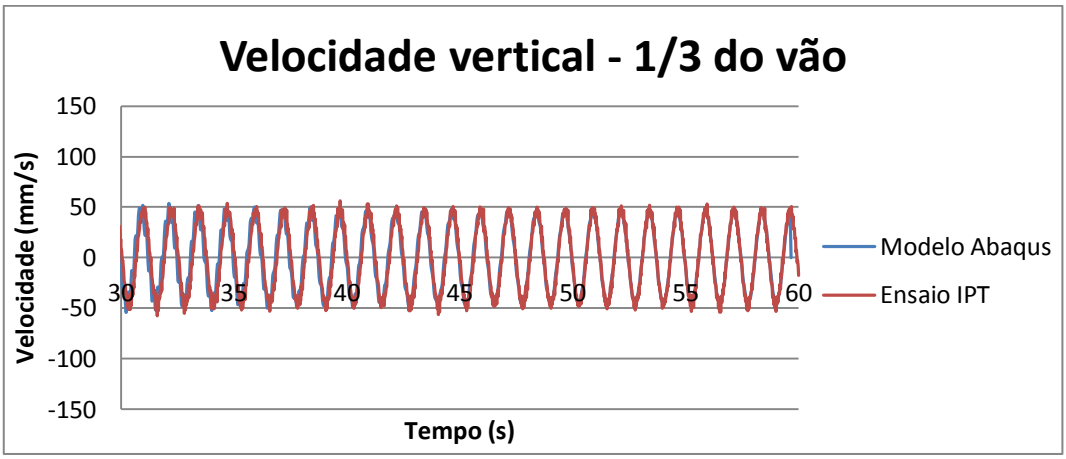

Figura 6.20: Velocidade vertical no tempo a um terço do vão.

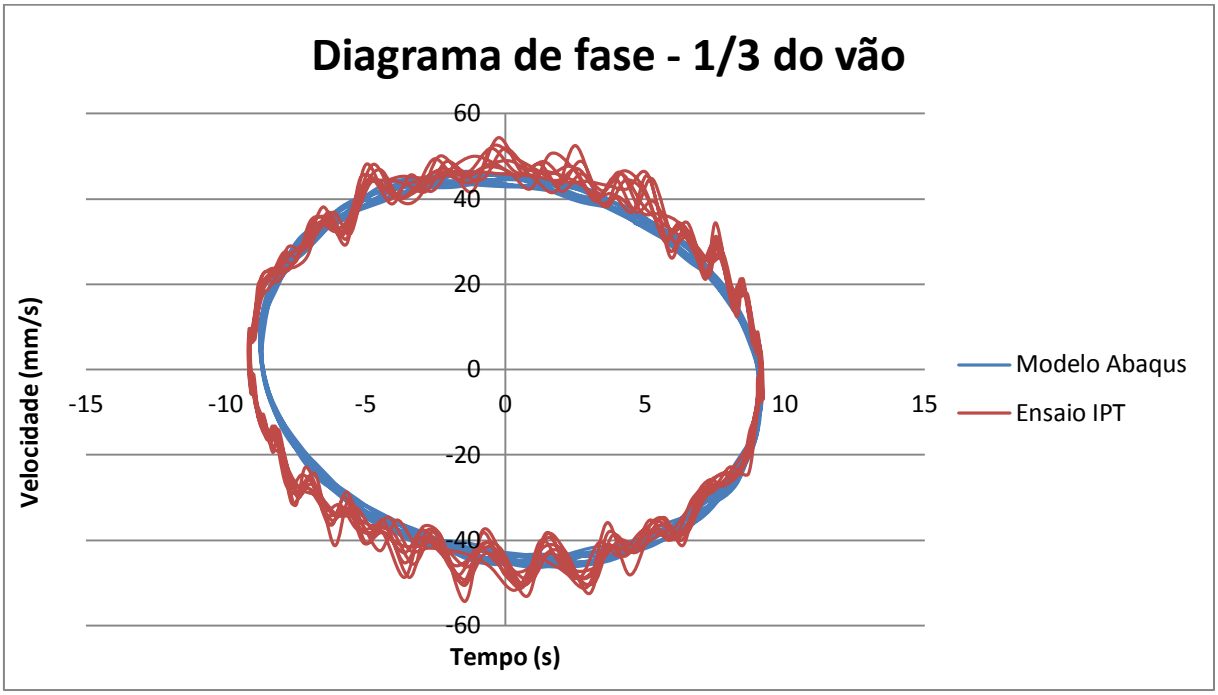

Figura 6.21: Diagrama de fase a um terço do vão.

- Nó no meio do vão:

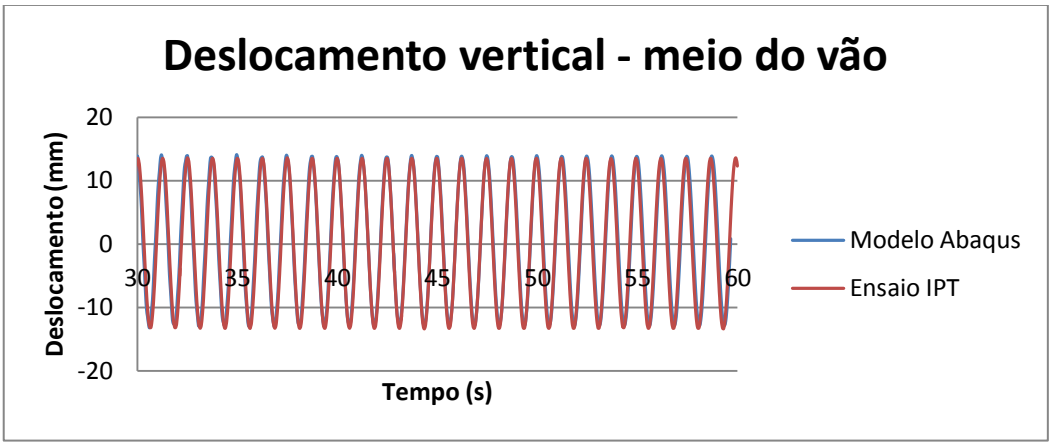

Figura 6.22: Deslocamento vertical no tempo no meio do vão.

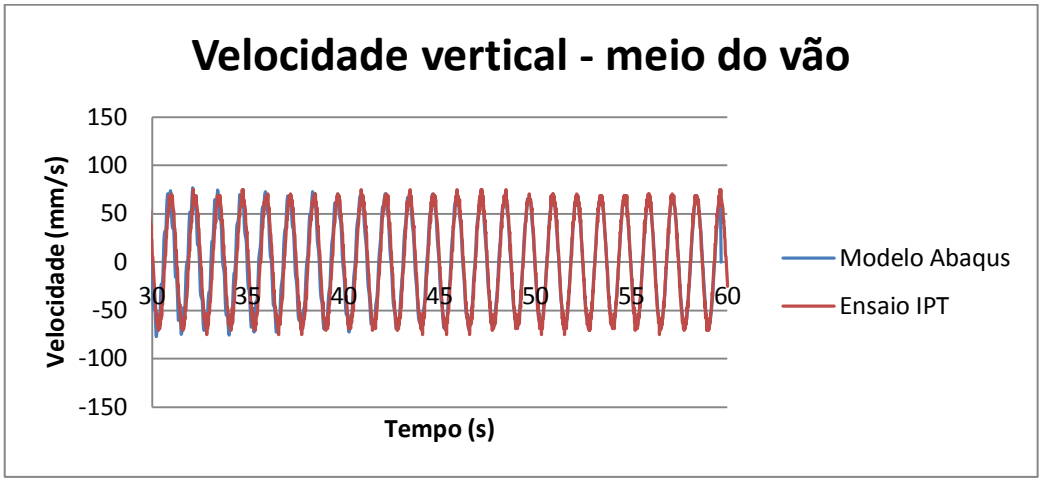

Figura 6.23: Velocidade vertical no tempo no meio do vão.

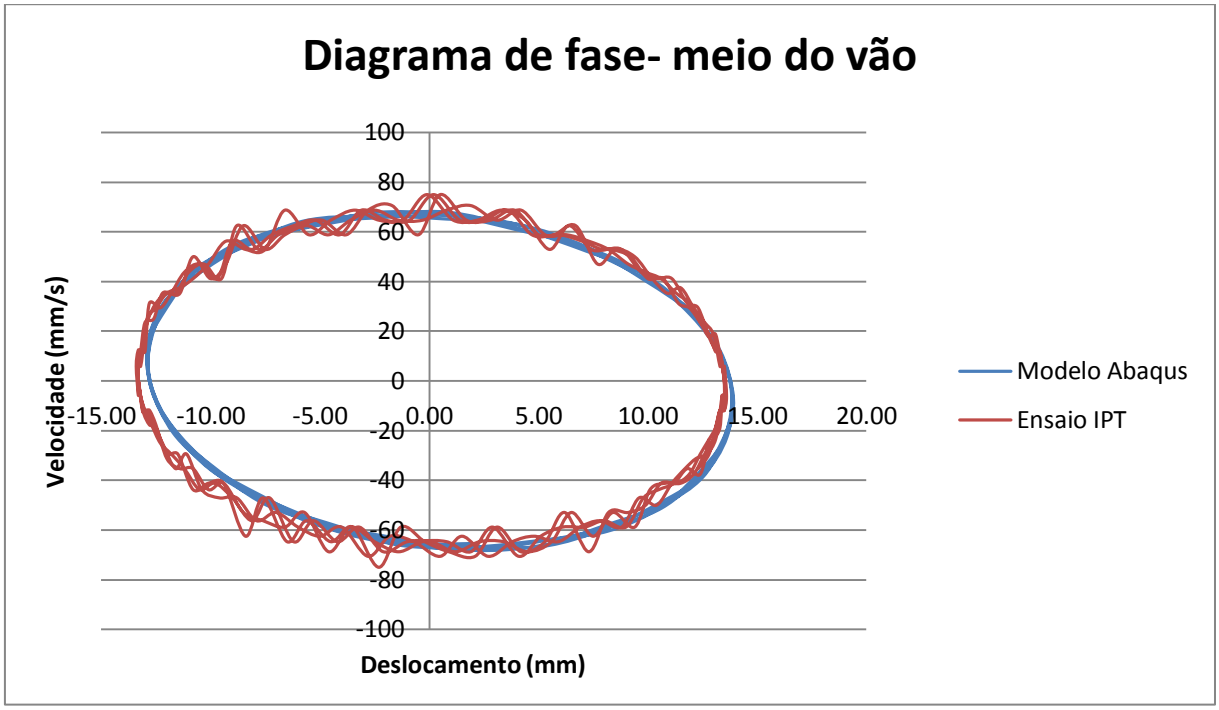

Figura 6.24: Diagrama de fase no meio do vão.

- Nó a dois terços do vão:

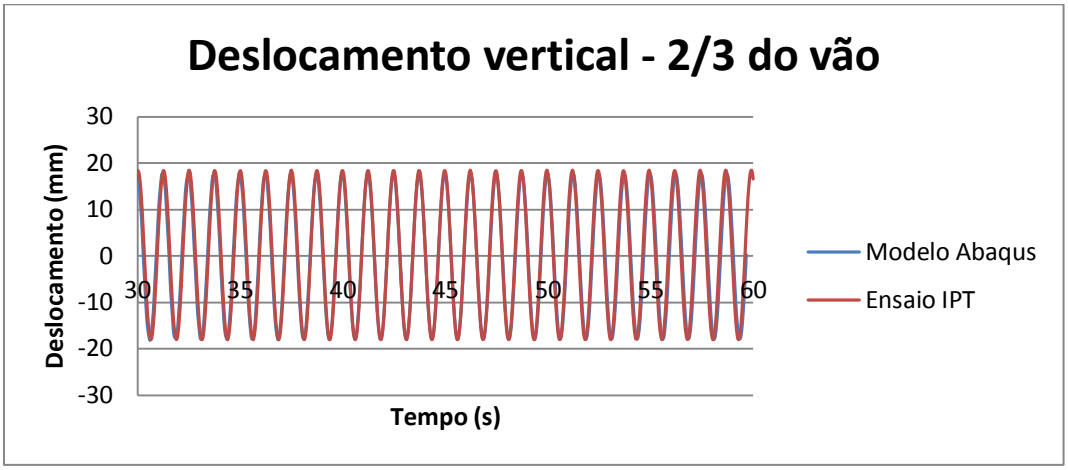

Figura 6.25: Deslocamento vertical no tempo a dois terços do vão.

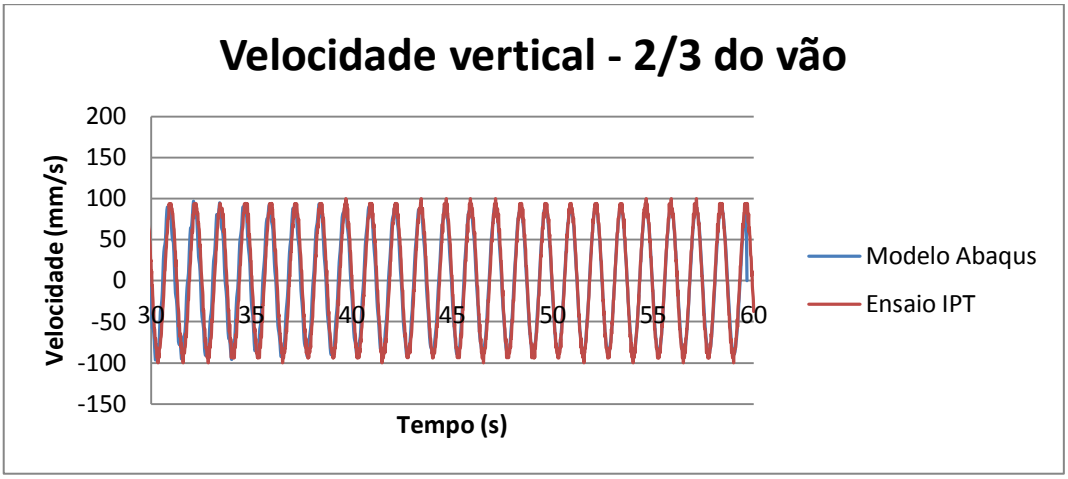

Figura 6.26: Velocidade vertical no tempo a dois terços do vão.

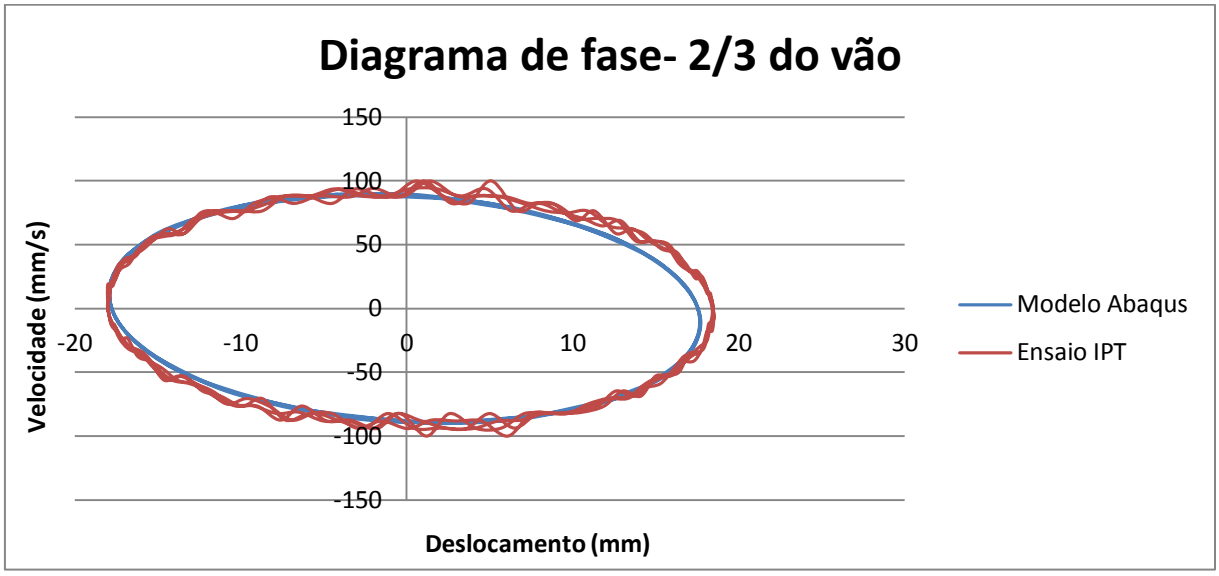

Figura 6.27: Diagrama de fase a dois terços do vão.

Observa-se nas Figuras 6.19 a 6.27 que houve uma boa aderência entre os resultados de deslocamento e velocidade na direção vertical do modelo reduzido ensaiado no IPT e os resultados do modelo numérico elaborado no Abaqus.

Para os deslocamentos verticais impostos no topo, foram analisados os deslocamentos horizontais para o nó no meio do vão para duas frequências de excitação diferentes. Primeiramente, os modelos foram comparados com uma frequência de 0,8 Hz, a mesma utilizada para analisar o deslocamento e a velocidade na direção vertical e depois foi analisado com uma frequência de 2,4 Hz. Nota-se que com essas frequências não é esperado encontrar-se o fenômeno da ressonância paramétrica. A comparação para essa primeira frequência é apresentada na Figura 6.28.

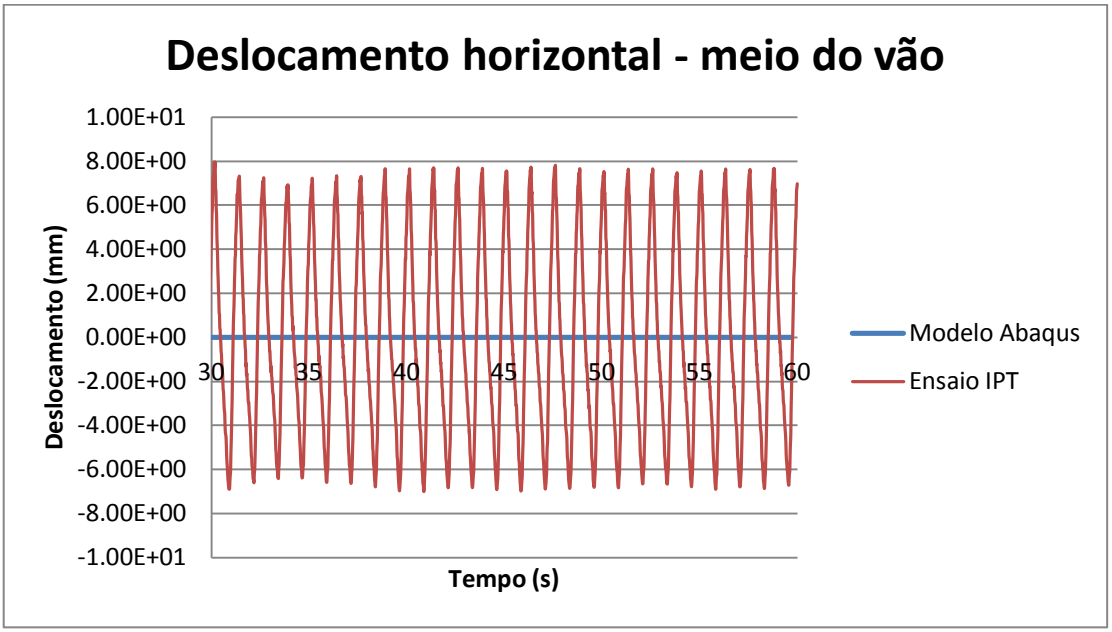

Figura 6.28: Deslocamento horizontal no tempo no meio do vão para f=0,8 Hz.

Observa-se na Figura 6.28 que o deslocamento horizontal no modelo numérico estudado no Abaqus é nulo, diferentemente dos resultados apresentados no ensaio realizado no IPT. Este fato ocorre, pois, no modelo numérico, estão sendo desprezados os efeitos do *VIM* (*Vortex Induced Motion*), que podem estar presentes mesmo sem correnteza, já que esses efeitos de interação fluido-estrutura podem aparecer com o simples movimento do *riser* dentro da água, lembrando, ainda, que no modelo do Abaqus estão sendo desprezadas as imperfeições geométricas inevitavelmente presentes no modelo experimental.

Os resultados para a frequência de excitação de 2,4 Hz são apresentados na Figura 6.29.

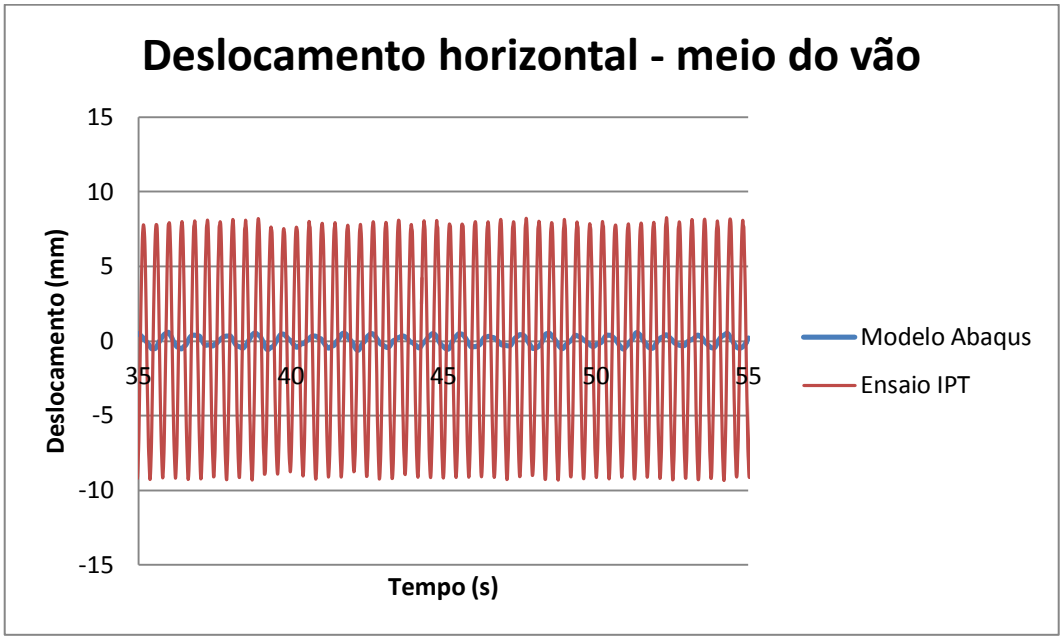

Figura 6.29: Deslocamento horizontal no tempo no meio do vão para (Ω/ *ω)* = *3,0*.

O resultado da Figura 6.29 mostra que os efeitos do *VIM* e das imperfeições geométricas ainda são predominantes em relação ao deslocamento induzido pelo *heave.*

Na tentativa de detectar ressonância paramétrica, foi considerada no modelo numérico a frequência de excitação de aproximadamente o dobro da primeira frequência natural do *riser* vertical. Esse modelo foi processado utilizando o método explícito de integração numérica. Como no método explícito não é possível utilizar a equação de Morison, foi adotado um amortecimento de Rayleigh proporcional à massa (α). Para se calibrar o valor do coeficiente α, foi processado o modelo numérico com Morison, pelo método implícito e sem Morison, pelo método explícito, para um mesmo período de excitação; assim foi feita uma retroanálise até se obter um amortecimento de Rayleigh que fosse "equivalente" ao de Morison. Estimou-se o valor de $\alpha = 0{,}97$.

O modelo foi processado com uma frequência de excitação de 1,6 Hz, a mesma aplicada no modelo em escala reduzida.

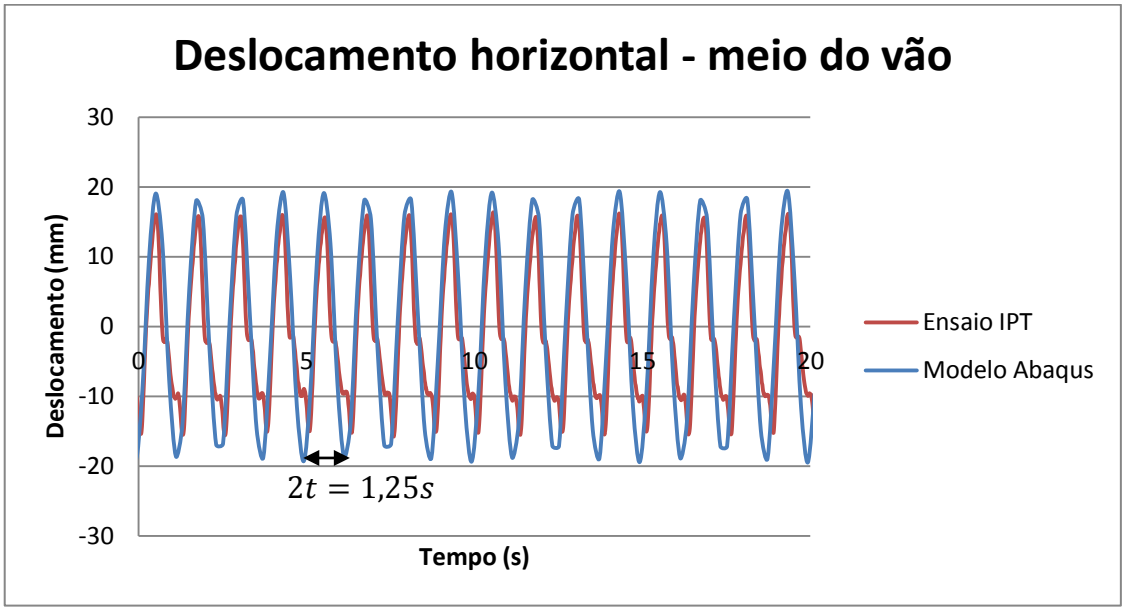

Figura 6.30: Ressonância paramétrica no meio do vão para f=1,6 Hz.

Os valores de deslocamento horizontal na Figura 6.30 são maiores que os valores de deslocamentos encontrados para outras frequências (na ordem de dez vezes maior para o modelo do Abaqus e do dobro para o modelo em escala reduzida), e o período da resposta é o dobro do período da excitação, comprovando que os modelos do Abaqus explícito e o ensaio realizado no IPT detectaram o fenômeno da ressonância paramétrica. Nota-se que os efeitos da ressonância paramétrica são predominantes em relação às imperfeições geométricas e aos efeitos do *VIM*.

6.3 Exemplo III – *riser* em catenária

Inicialmente esse modelo tem a função de validar os modelos dos *risers* em catenária do Abaqus com os modelos do Orcaflex, ainda na ausência de fenômenos dinâmicos complexos, como a ressonância paramétrica e a compressão dinâmica. Posteriormente, para o mesmo modelo geométrico, é imposto um *heave* de maior amplitude, sendo que esse pode ocasionar a compressão dinâmica.

6.3.1 Geometria

Os parâmetros geométricos e mecânicos do *riser* são:

- área da seção transversal = 4,91E-03 m²
- diâmetro externo $D_{externo}$ = 0,1143 m
- diâmetro interno $D_{interno}$ = 0,08254 m
- módulo de elasticidade (E) = 205 GPa
- rigidez axial (EA) = 1006,6 MN
- rigidez flexional (EI) = 1250,48 kNm²
- lâmina d'água = 1500 m
- peso submerso por unidade de comprimento = 442 N/m
- rigidez do solo (Φ) = 5000 kN/m/m²
- massa por unidade de comprimento (considerando a massa adicional) = 49,37 kg/m
- coordenada z do *hang-off* do *riser* = 1500 metros
- coordenada x do *hang-off* do *riser* = 2500 metros
- comprimento total do *riser* = 3288 metros
- ângulo no *hang-off* = 70,0 graus
- *heave* = 1,0 m e 4,0 m

Foram elaborados quatro modelos planos em elementos finitos no Abaqus, diferenciados entre si pelas condições de contorno e pela correnteza. Primeiramente foi elaborado o modelo mais simples, que é sem contato unilateral e sem correnteza; depois, o modelo sem contato unilateral, mas com correnteza; a seguir, o modelo com contato unilateral e com correnteza; e, por último o modelo, com contato

unilateral, mas sem correnteza. Para esse último modelo, foram feitas as análises dinâmicas.

Todos os modelos foram discretizados com 659 elementos de barra do tipo PIPE21 com aproximadamente cinco metros de comprimento cada um, com função de forma linear. Como o modelo é grande, uma maior discretização aumentaria muito o tempo de processamento, e o ganho com precisão não seria significante.

Para se obter a configuração estática em todos os modelos, foi utilizada a opção "Static, General" do Abaqus, que é um método estático para resolver problemas com grandes deslocamentos. Esse utiliza o método de Newton-Raphson para contemplar as não linearidades geométricas.

6.3.2 Sem contato e sem correnteza

A configuração estática de equilíbrio foi obtida pelo mesmo processo descrito no item 2.1, primeiramente impondo um deslocamento horizontal na extremidade do *riser* onde será o *hang-off*, e depois aplicando deslocamentos graduais no *hang-off* até se chegar às suas coordenadas finais, juntamente com o carregamento de peso próprio. Na outra extremidade do *riser*, onde fica localizada a âncora, foi considerado um apoio fixo (restringe a translação do nó nas direções x e z). É ilustrada nas Figura 6.31 a 6.35 a obtenção da configuração estática de equilíbrio no Abaqus.

A fase da imposição do deslocamento horizontal foi processada durante 100 segundos para que se obtivesse convergência. Os passos de integração Δt's foram calculados automaticamente pelo Abaqus, sendo estes aproximadamente de 1E-04 segundos.

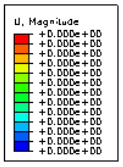

Figura 6.31: Estado inicial do *riser* "deitado" no solo.

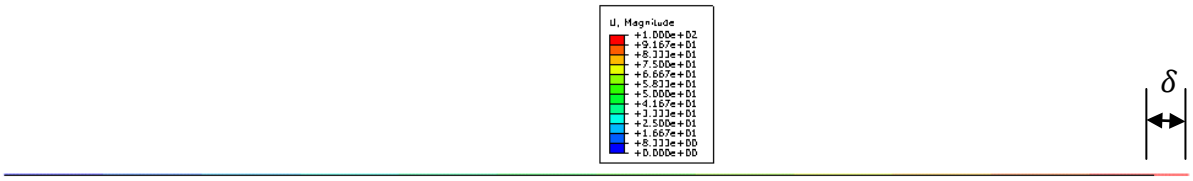

Figura 6.32: Deslocamento horizontal inicial δ , sem carregamento aplicado.

A fase com imposição de deslocamentos para formar a catenária ("*içamento*" do *riser*) foi processada durante 1000 segundos, com intervalos de tempo Δt de 0,01 segundos para que o modelo convergisse.

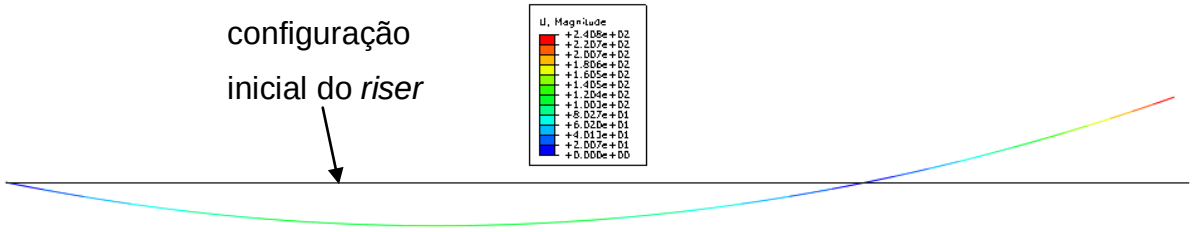

Figura 6.33: Início dos deslocamentos para formar a catenária, assim como o início da atuação dos carregamentos.

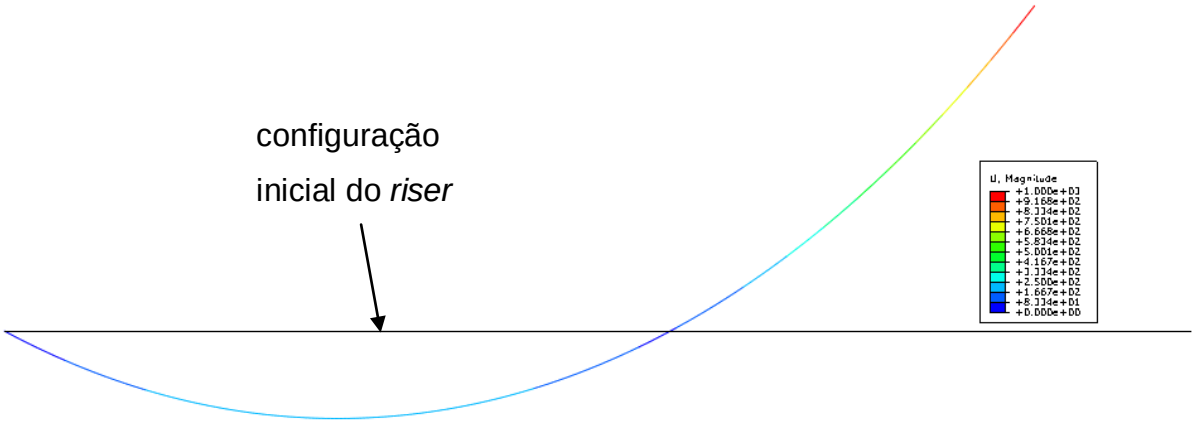

Figura 6.34: Deslocamentos gradualmente aplicados.

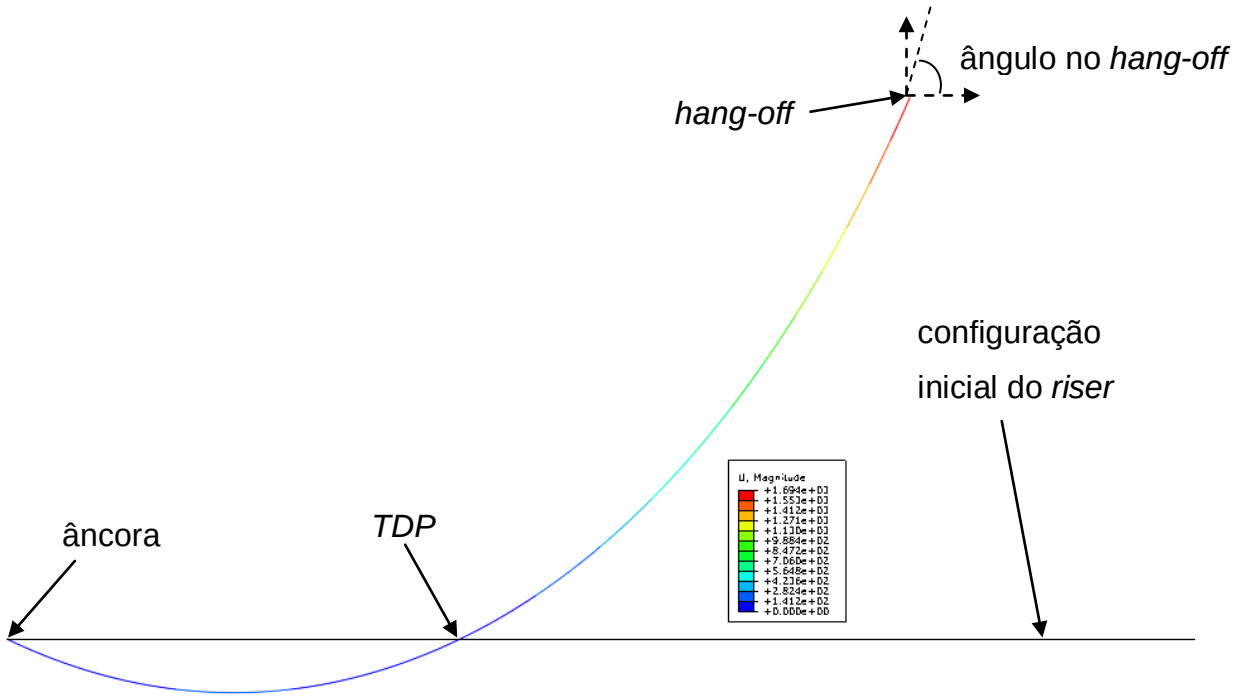

Figura 6.35: Configuração final de equilíbrio do *riser*.

O *TDP* (*Touch Down Point*) na Figura 6.35 é somente ilustrativo, pois nesse modelo não existe o solo.

Processando o modelo com esses deslocamentos incrementais, a força de tração no *riser* se define implicitamente.

Com a configuração final de equilíbrio do *riser*, fez-se a sua comparação com o Orcaflex, apresentada na Figura 6.36.

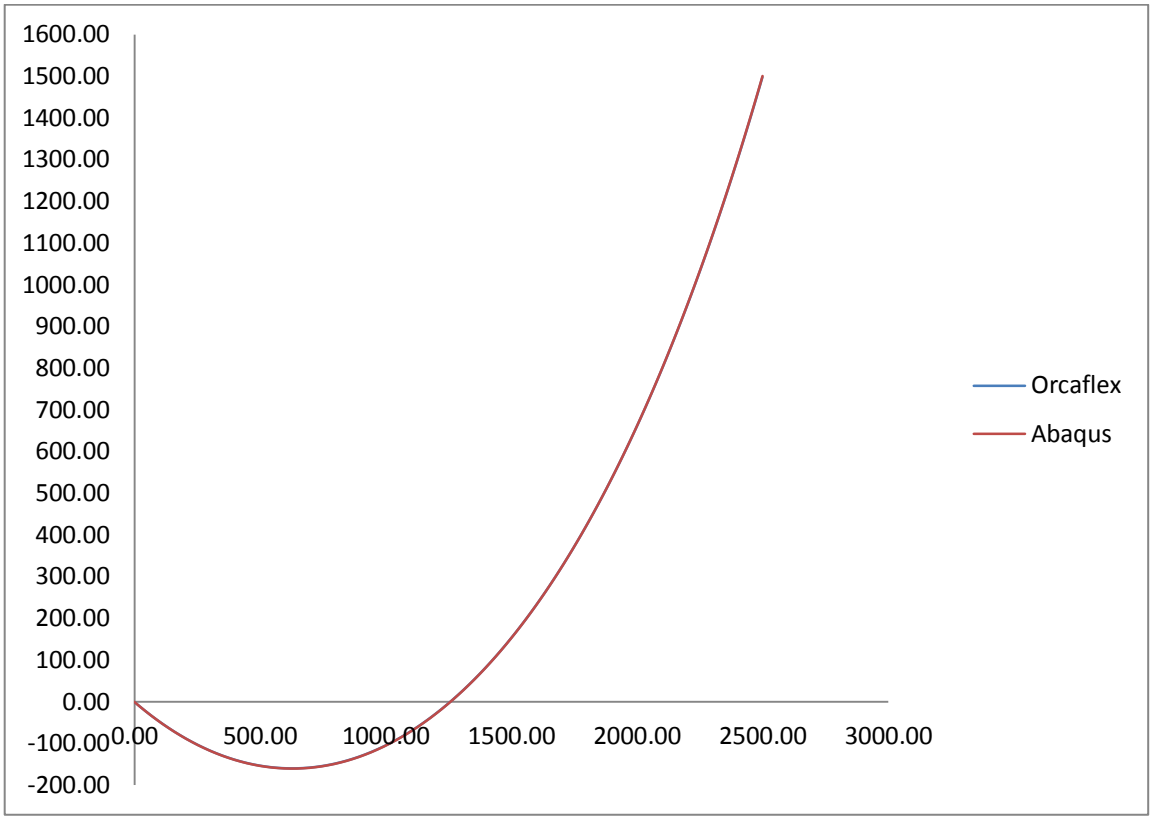

Figura 6.36: *Riser* na sua configuração estática.

Na Figura 6.36 é possível observar que existe uma perfeita aderência entre a configuração estática do modelo do Abaqus com o modelo do Orcaflex.

6.3.3 Sem contato com correnteza

O processo para se encontrar a configuração estática de equilíbrio do *riser* com correnteza é exatamente a mesma do item 6.3.2 com a exceção de se ter de aplicar a correnteza no *riser* concomitantemente com o seu peso próprio.

Para aplicar a correnteza no modelo, foi utilizada a função "Aqua" do Abaqus, que deve ser introduzida via comando de texto no programa. Essa função representa a equação de Morison [Equação (2.8)], necessitando fornecer a densidade do fluido, o coeficiente de arrasto, a velocidade média da correnteza por coordenada e o diâmetro do *riser*. Quando a velocidade média da correnteza é nula, a função "Aqua" passa a modelar somente um amortecimento para o problema. A direção da

correnteza é definida como "*Far*", quando esta afastar o ponto de *hang-off* da posição da âncora e, é definida como "Near" quando for no sentido oposto.

Abaixo estão os dados inseridos na função "Aqua" no Abaqus:

- densidade da água do mar (ρ) = 1025 kg/m³
- coeficiente de arrasto (C_D) = 1,1
- velocidade de correnteza (*Far*) (v_c) = 1,0 m/s
- diâmetro externo $D_{externo}$ = 0,1143 m

Apresenta-se na Figura 6.37 a configuração de equilíbrio do *riser* com correnteza.

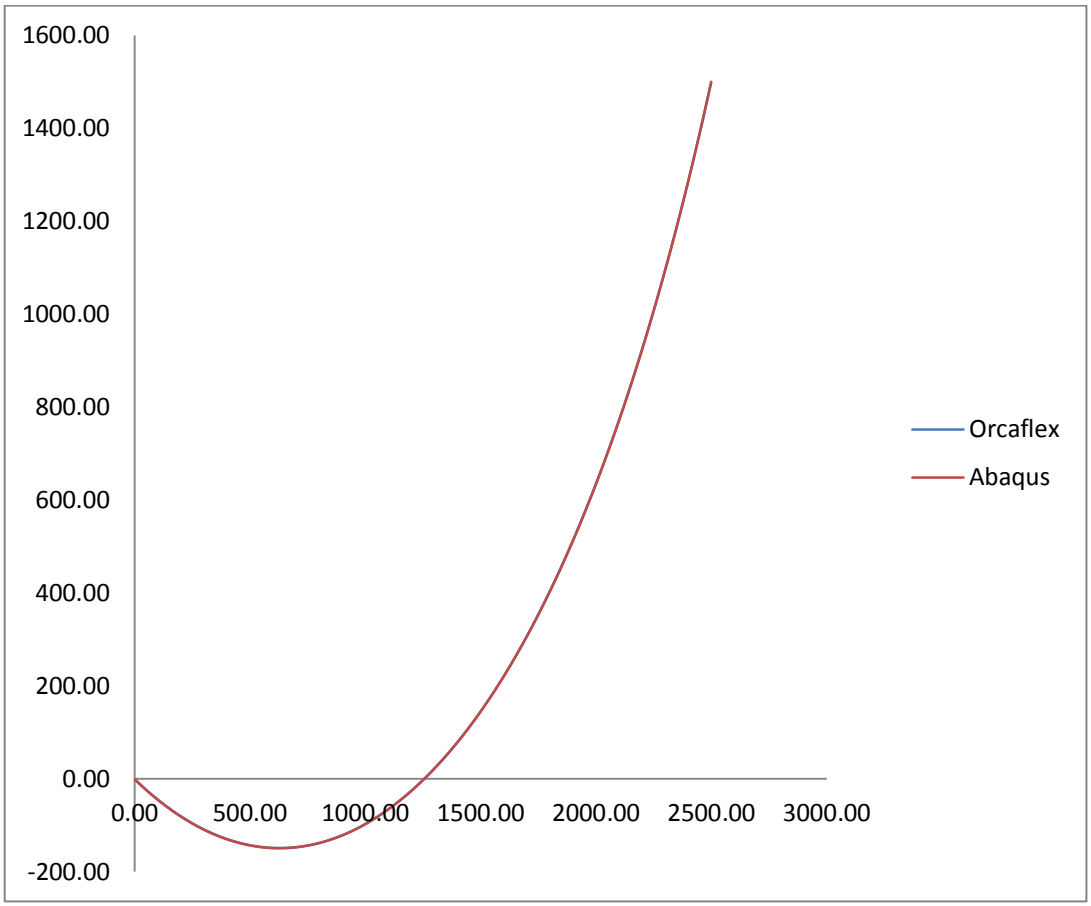

Figura 6.37: *Riser* na sua configuração estática de equilíbrio com correnteza.

A configuração de equilíbrio estático do *riser* com correnteza obteve uma perfeita aderência de resultados entre o Abaqus e o Orcaflex.

6.3.4 Com contato e com correnteza

A correnteza foi aplicada analogamente ao descrito no item 6.3.3.

Para criar os elementos de contato que representarão o solo, foi utilizado um elemento analiticamente rígido; assim, entre o *riser* e o elemento rígido, foram atribuídos elementos de contato elásticos lineares, utilizando o método das penalidades para obter sua solução. A Figura 6.38 é uma imagem ampliada de como são representados os elementos de contato para esse modelo. Os elementos de contato passam a atuar quando o *riser* tenta penetrar no elemento analiticamente rígido. Para esse modelo, foi considerado somente o contato normal.

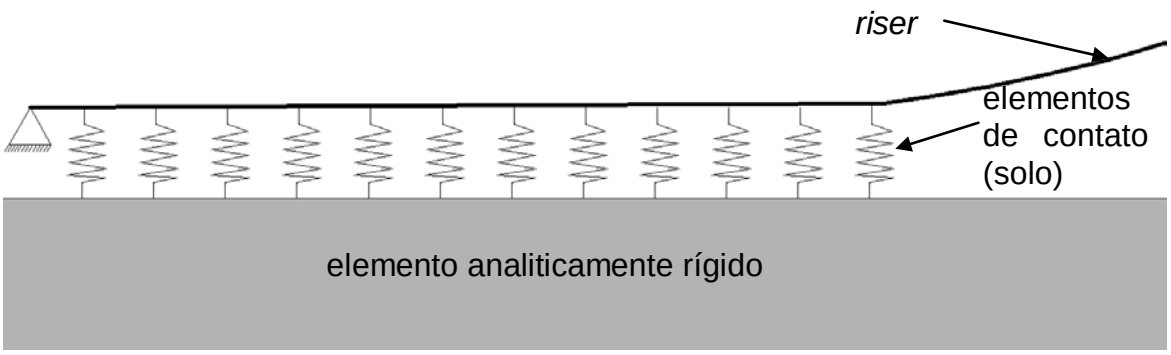

Figura 6.38: Representação dos elementos de contato.

Para se atingir a configuração estática de equilíbrio do *riser*, foi utilizado o mesmo procedimento dos itens 2.1 e 6.3.2, porém agora com os elementos de contato. O procedimento executado nas Figuras 6.31 e 6.32 se mantém, e os posteriores são apresentados nas Figuras 6.39 a 6.41.

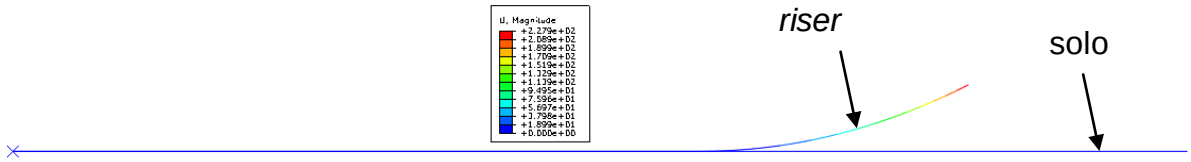

Figura 6.39: Deslocamentos iniciais na extremidade do *hang-off* do *riser*.

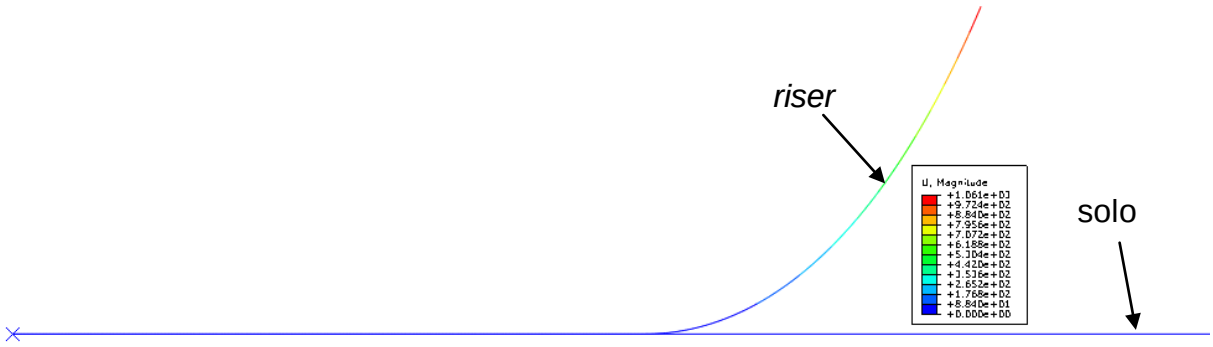

Figura 6.40: Deslocamentos graduais até formar a catenária com contato.

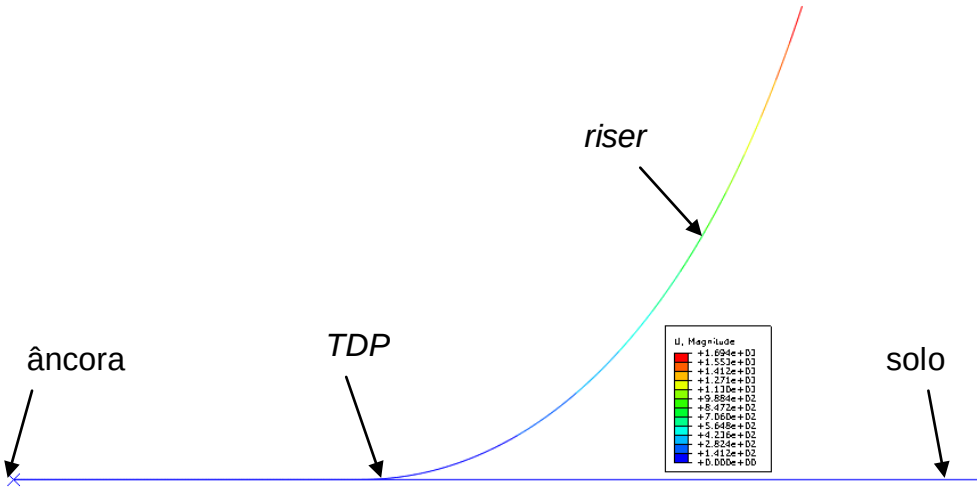

Figura 6.41: Configuração final de equilíbrio do *riser* com contato.

A configuração final de equilíbrio do *riser* no Abaqus foi comparada com a do Orcaflex na Figura 6.42.

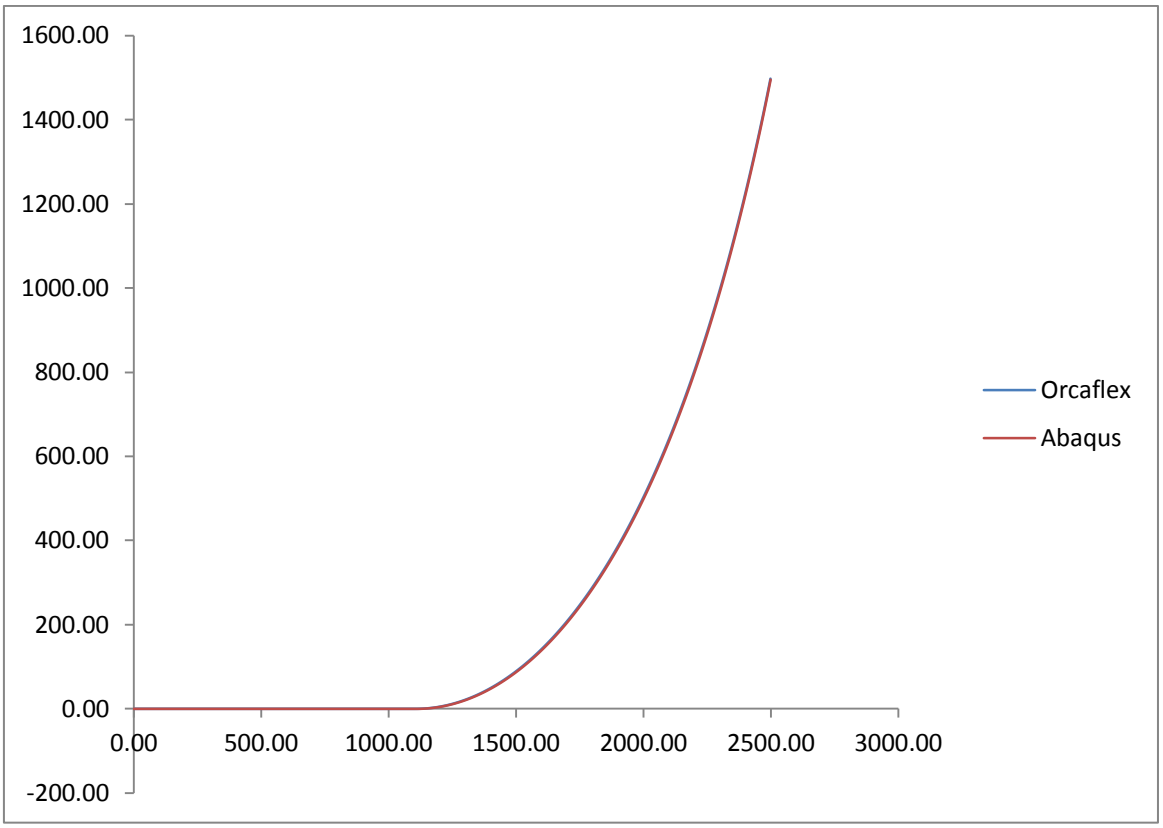

Figura 6.42: *Riser* na sua configuração estática com contato e com correnteza.

Apresenta-se uma perfeita aderência entre os resultados de configuração estática da catenária do Abaqus e do Orcaflex.

6.3.5 Com contato e sem correnteza

Para esse modelo, foi feita uma análise completa, incluindo a configuração de equilíbrio estático, as frequências naturais e o comportamento dinâmico para um movimento de *heave* imposto no *hang-off* do *riser*.

O procedimento para se obter a configuração de equilíbrio estático do *riser* com contato e sem correnteza é igual ao apresentado no item 6.3.4, porém com a velocidade de correnteza igual a zero. A função "Aqua" para esse caso somente tem por objetivo modelar o amortecimento do *riser* pela equação de Morison.

É apresentada na Figura 6.43 a comparação da configuração estática de equilíbrio entre o Abaqus e o Orcaflex, onde se nota a perfeita aderência de resultados.

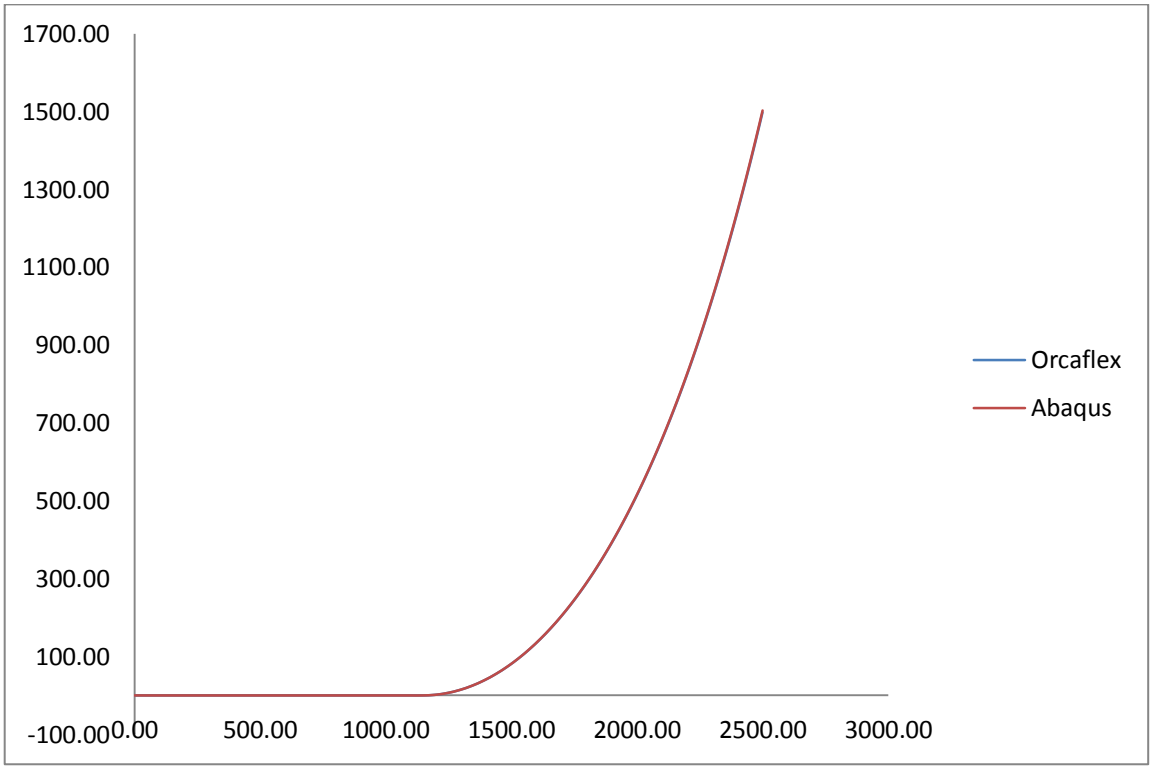

Figura 6.43: *Riser* na sua configuração de equilíbrio estático com contato e sem correnteza.

6.3.5.1 Modos e frequências naturais

O cálculo das frequências naturais e dos modos de vibração é feito utilizando a opção "*Linear Perturbation*" e a "*Frequency*" do Abaqus. Foram processados 100 modos de vibração para procurar algum modo de vibração que se localizasse no *TDZ* (*Touch Down Zone*), porém não foi encontrado nenhum modo de vibração neste local, pois o solo considerado no problema foi muito rígido.

Apresentam-se nas Figuras 6.44 a 6.47 os três primeiros modos de vibração e o centésimo modo de vibração com as suas respectivas frequências.

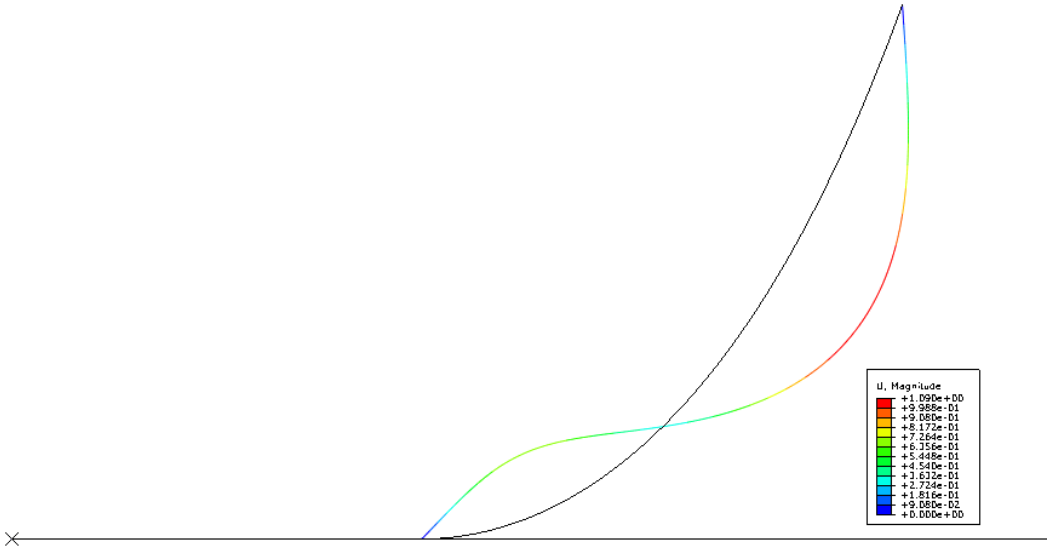

Figura 6.44: 1° modo de vibração com f= 4,05 E-02 Hz.

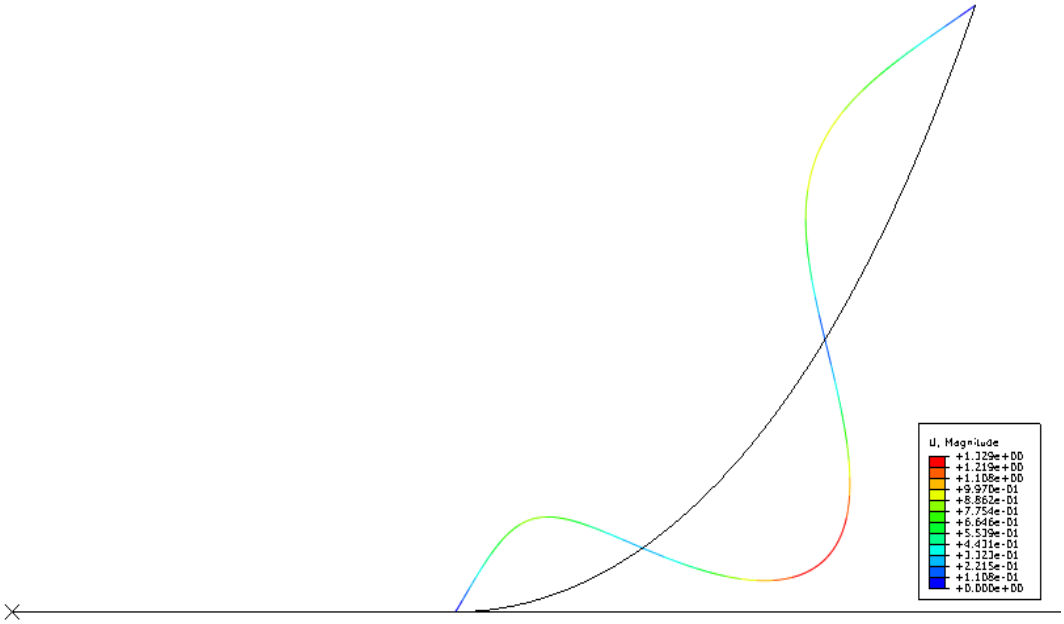

Figura 6.45: 2° modo de vibração com f= 6,53 E-02 Hz.

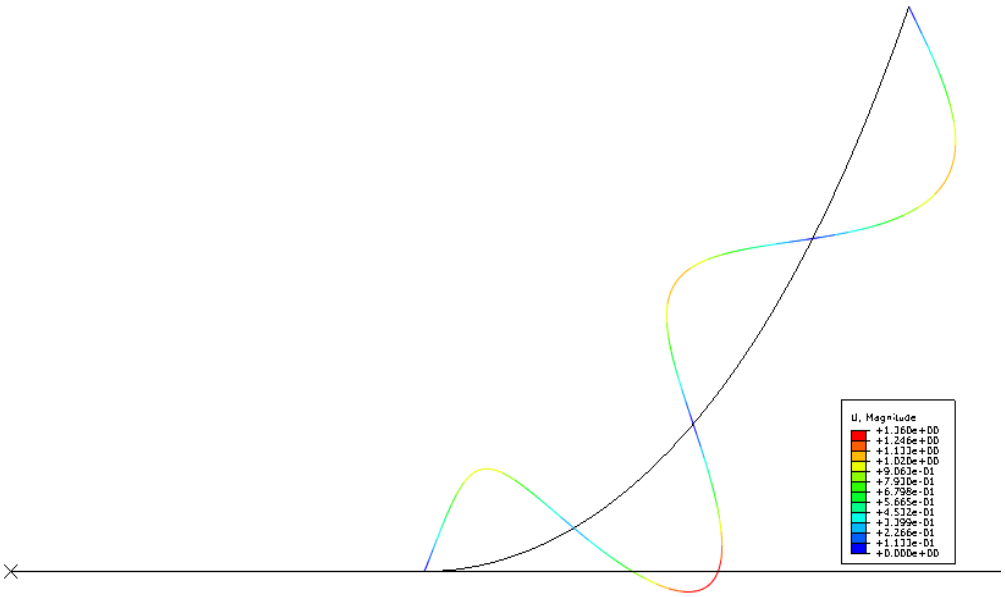

Figura 6.46: 3° modo de vibração com f= 9,15 E-02 Hz.

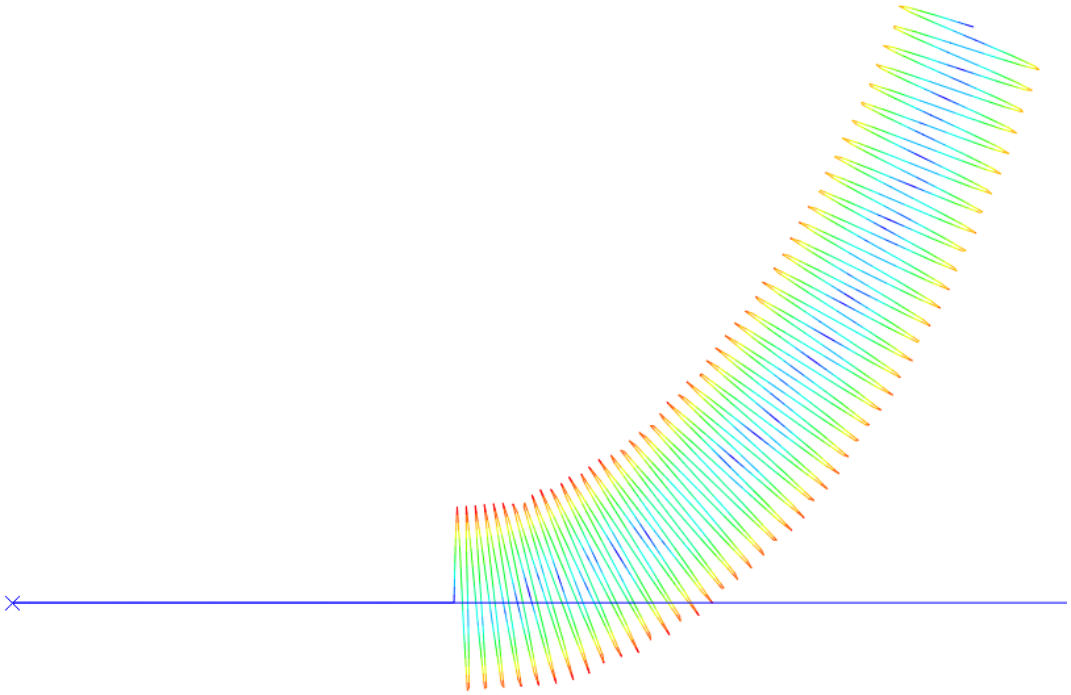

Figura 6.47: 100° modo de vibração com f= 2,3158 Hz.

6.3.5.2 Resultados dinâmicos para o heave de 1 metro

Foi imposto à extremidade do *riser*, onde se localiza o *hang-off*, um movimento de *heave* variando no tempo com uma função senoidal de período 10 segundos e uma amplitude de 1 metro de altura, ver Figura 6.48.

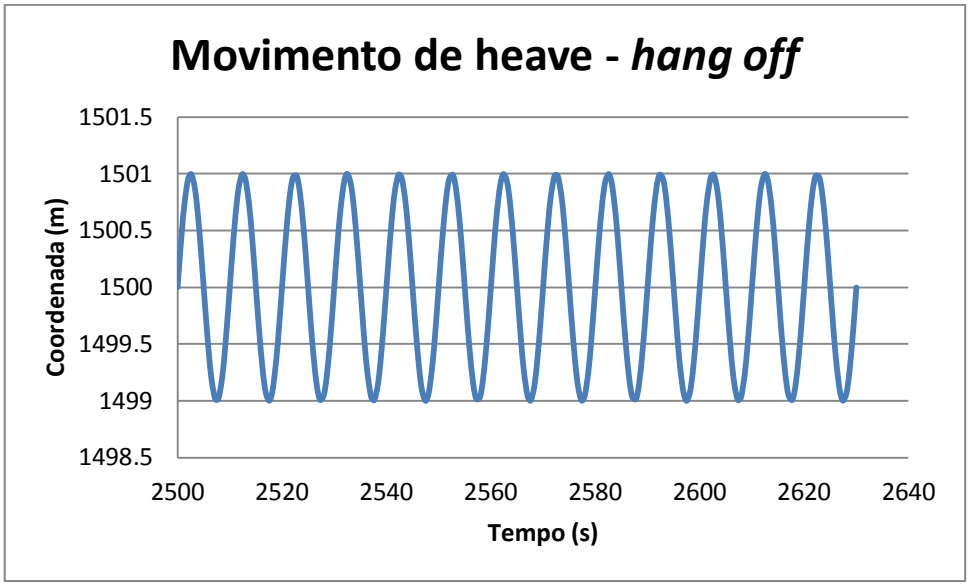

Figura 6.48: Movimento de *heave* no *hang-off* do *riser*.

Para a análise dos deslocamentos no *TDP* (*Touch Down Point*), o modelo do Abaqus foi processado utilizando os métodos implícito e explícito de integração no tempo.

Para o método explícito de integração no tempo, a função "Aqua" não pode ser habilitada. Portanto, foi necessário fazer uma análise dos deslocamentos no *TDP* com o método implícito de integração no tempo e depois fazer uma retroanálise com o método explícito variando a sua taxa de amortecimento. A taxa de amortecimento crítico “equivalente” para os deslocamentos no *TDP* é de 5,54%.

Para se analisar os deslocamentos do *TDP*, foi necessário extrair as coordenadas de todos os nós do modelo na direção horizontal e na vertical. Como o *TDP* raramente coincidia com um nó do modelo, foi feita uma interpolação linear para cada instante de tempo do carregamento para se obter a estimativa da posição do *TDP*.

Para se obter o gráfico da velocidade pelo tempo, foi necessário derivar o gráfico da Figura 6.49 numericamente. Assim, para cada trecho do gráfico, foi obtida a sua tangente, formando o gráfico da velocidade no ponto instantâneo de contato entre o *riser* e o solo (*TDP*) pelo tempo, como pode ser visto na Figura 6.50.

Por fim foi elaborado o diagrama de fase para o *TDP*. Esse gráfico é observado na Figura 6.51.

Apresenta-se nas Figuras 6.49 a 6.51 a comparação de deslocamento e velocidade entre o Abaqus (integração implícita e explícita) e o Orcaflex.

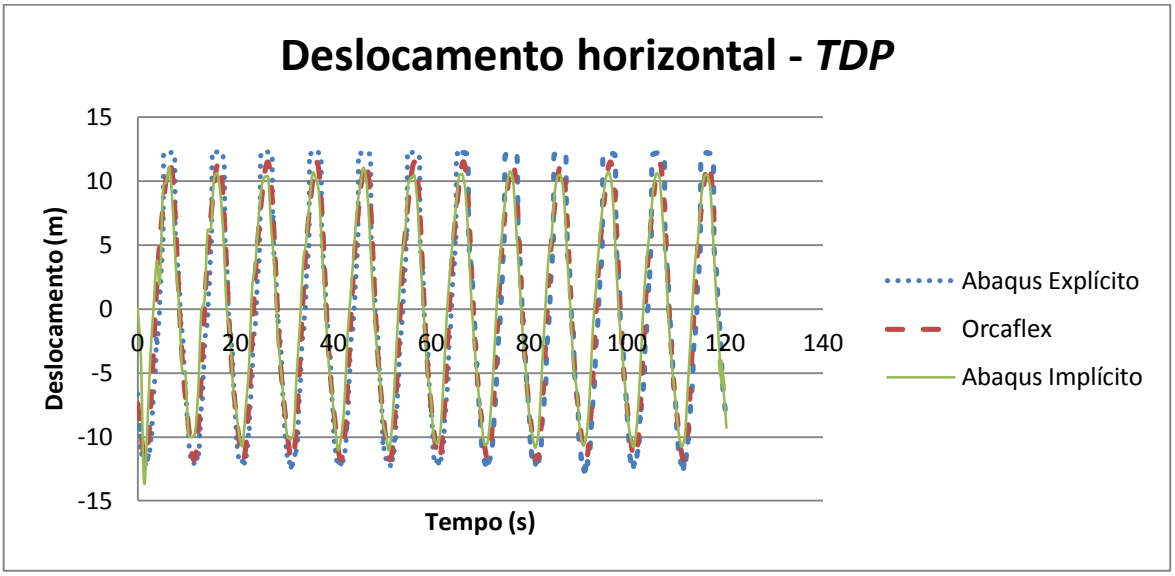

Figura 6.49: Comparação de deslocamentos no *TDP*.

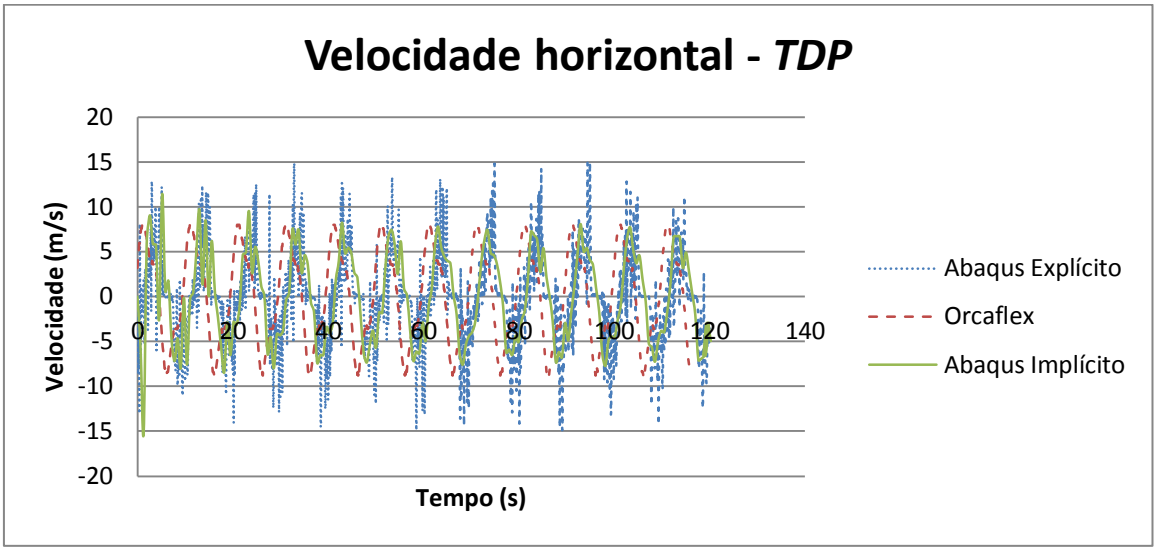

Figura 6.50: Comparação de velocidades no *TDP*.

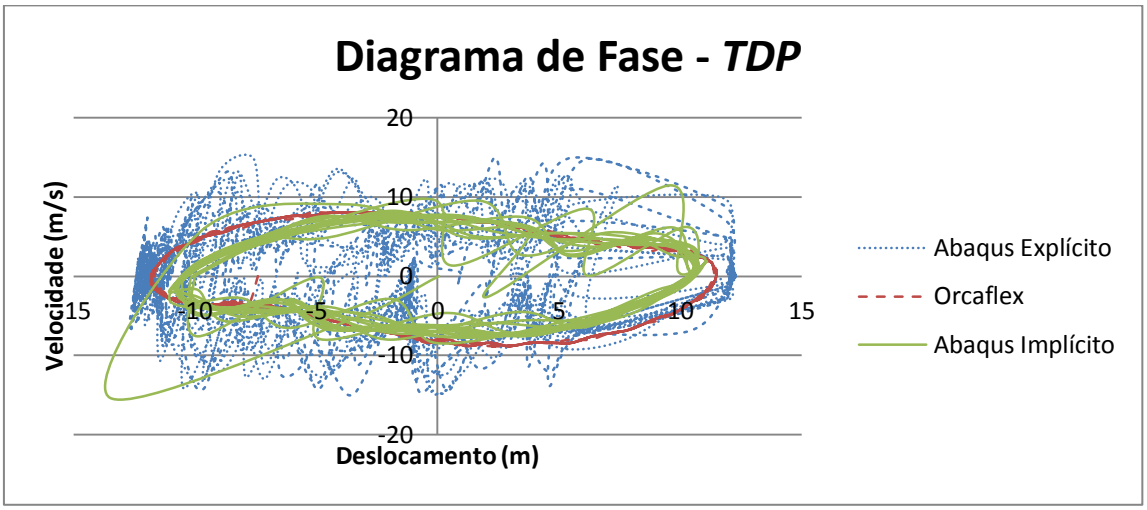

Figura 6.51: Comparação de diagrama de fase no *TDP*.

Os resultados do Abaqus explícito para velocidade não são suaves quanto os resultados do Abaqus implícito e do Orcaflex; possivelmente isso ocorre pelo fato de os modelos utilizarem tipos de amortecimento diferentes. Porém, a amplitude de deslocamentos dos três modelos é compatível.

6.3.5.3 Resultados dinâmicos para heave de 4 metros

O mesmo modelo geométrico foi processado com um *heave* de 4 metros de amplitude e período de excitação de 10 segundos para que o *riser* apresentasse o fenômeno da compressão dinâmica, onde este apresenta instabilidades locais na estrutura.

O procedimento utilizado para se obter os resultados no *TDP* é o mesmo do item 6.3.5.2. Os resultados de deslocamento, velocidade e a variação da tração no *TDP* podem ser observados nas Figuras 6.52 a 6.55.

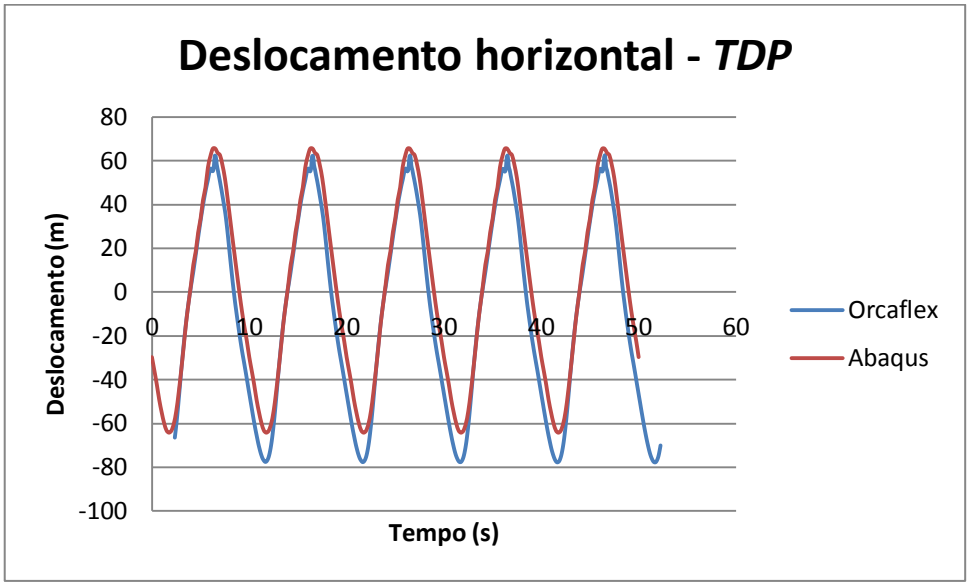

Figura 6.52: Deslocamento horizontal no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=10s.

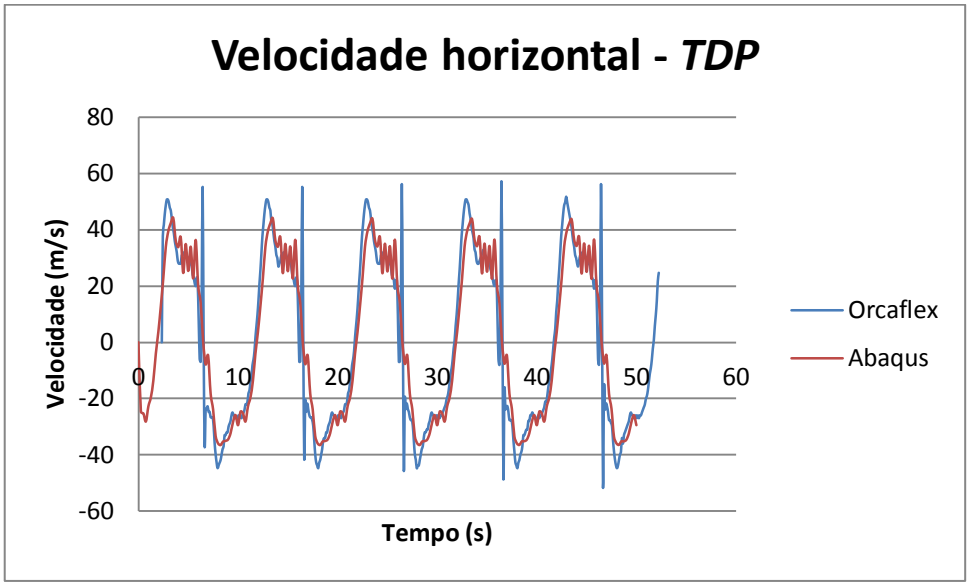

Figura 6.53: Velocidade horizontal no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=10s.

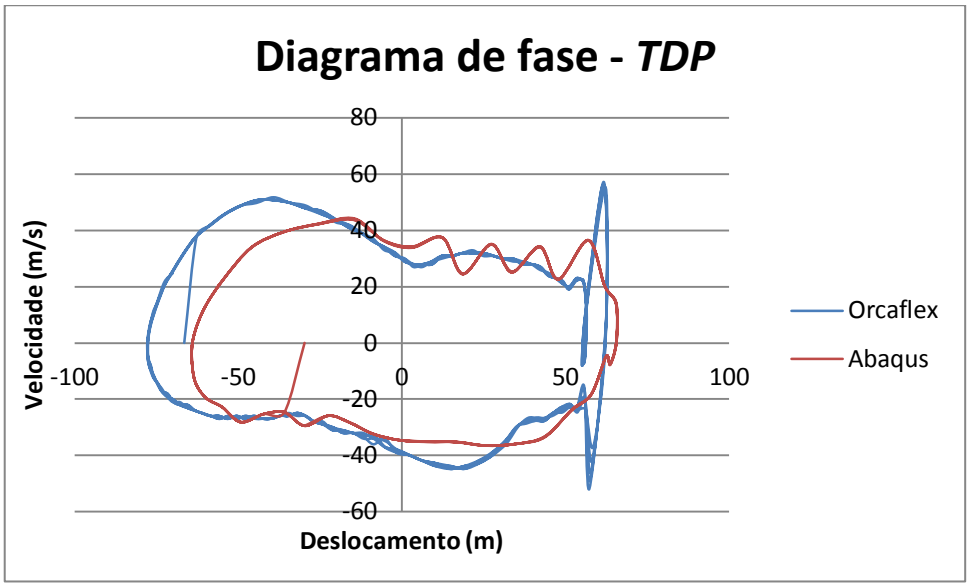

Figura 6.54: Comparação de diagrama de fase no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=10s.

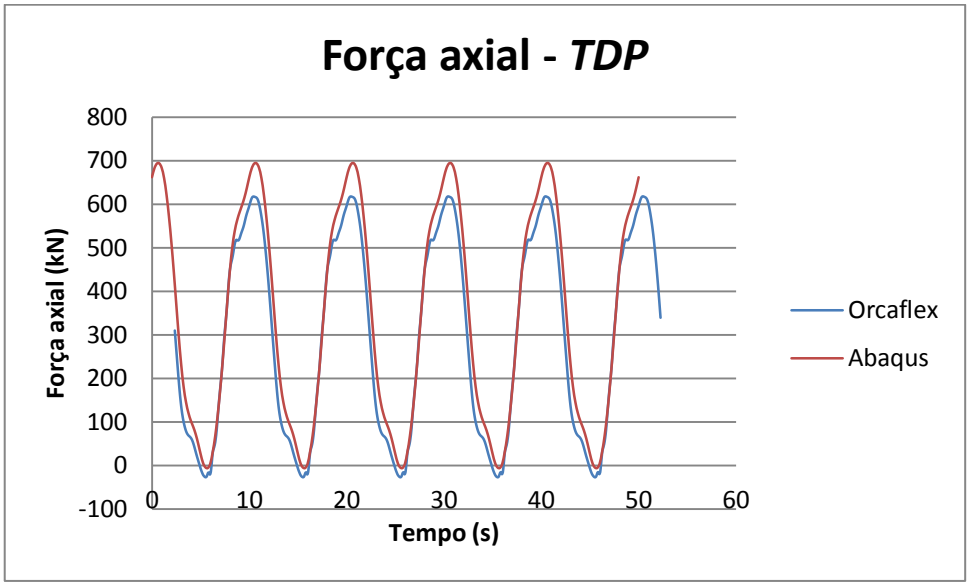

Figura 6.55: Comparação da força axial no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=10s.

A comparação entre os resultados do Abaqus e do Orcaflex se mostrou satisfatória. Nota-se na Figura 6.55 que o Orcaflex apresentou um pouco mais de compressão dinâmica no *TDP* do que o Abaqus.

Para o fenômeno ficar mais explícito, o período de excitação foi diminuído para 5 segundos e foram realizadas novas comparações entre os modelos do Abaqus e do Orcaflex, que estão apresentadas nas Figuras 6.56 a 6.59.

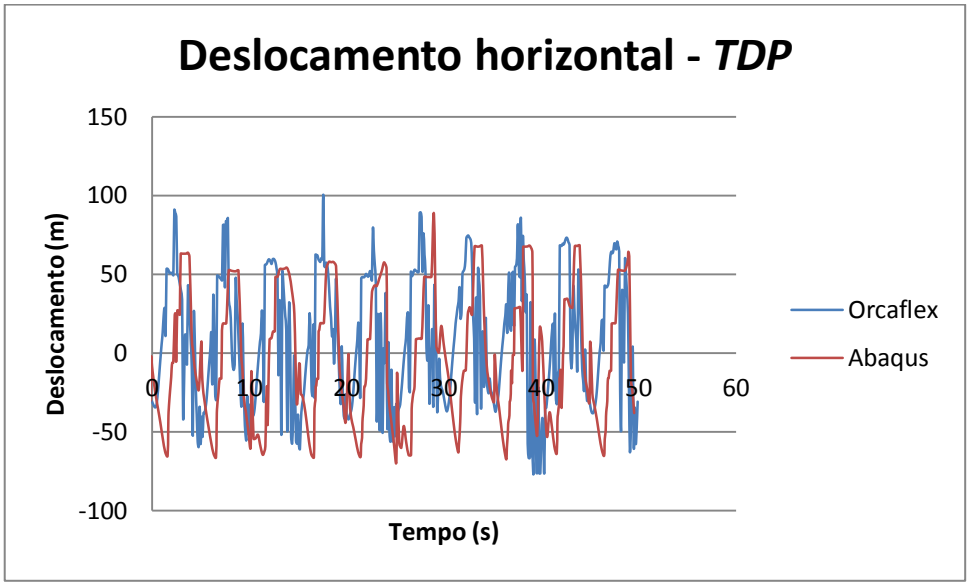

Figura 6.56: Deslocamento horizontal no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=5s.

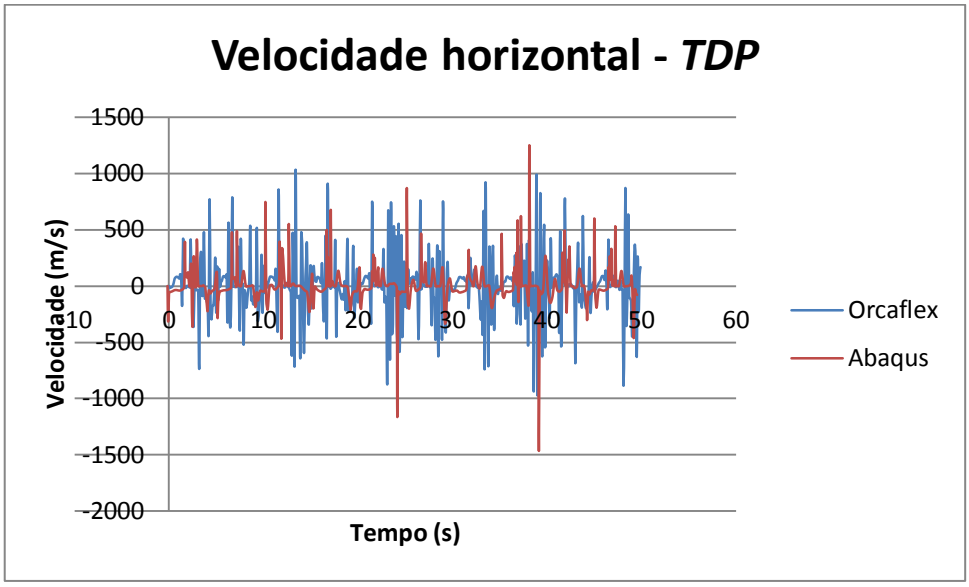

Figura 6.57: Velocidade horizontal no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=5s.

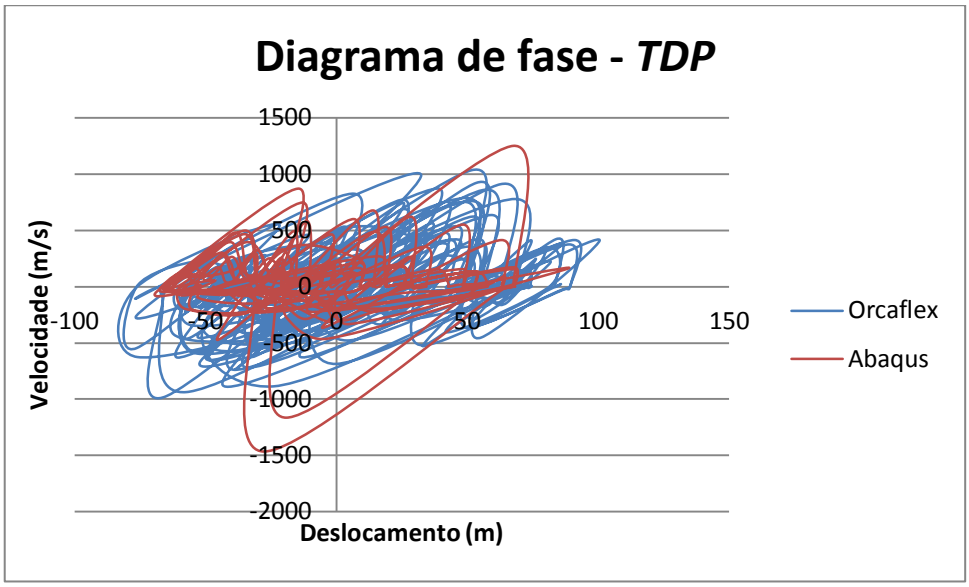

Figura 6.58: Comparação de diagrama de fase no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=5s.

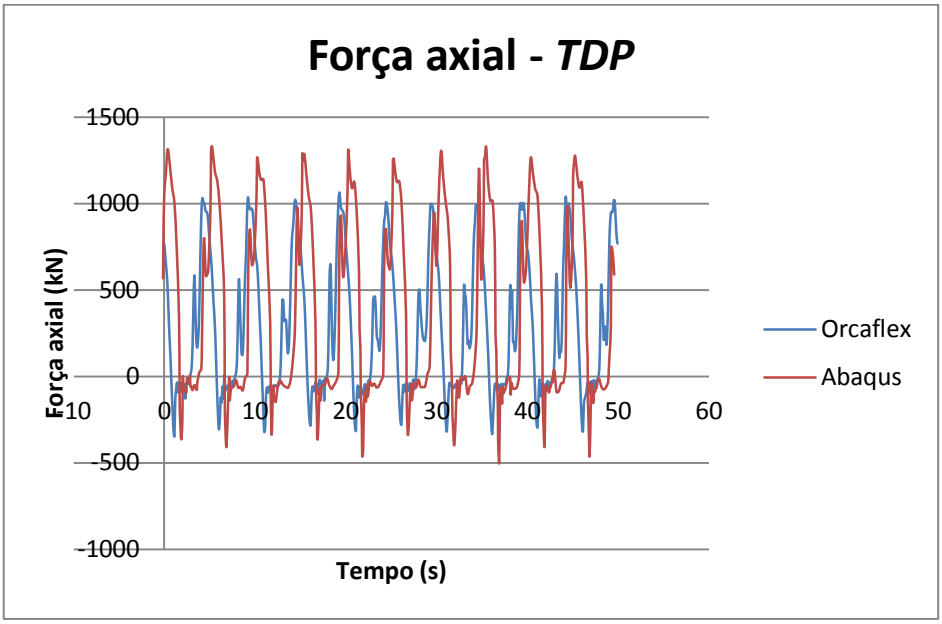

Figura 6.59: Comparação da força axial no *TDP* para *heave* de 4 metros e T=5s.

Nota-se que, com o período de excitação de 5 segundos, a compressão no *TDP* é maior, tanto no Abaqus como no Orcaflex. Os deslocamentos do Abaqus e do Orcaflex apresentaram um comportamento periódico, mas não harmônico, diferentemente de quando o período de excitação era de 10 segundos.

Observam-se ondulações na Figura 6.60 ao longo do *riser* da região do *TDP*. Essas ondulações aumentam e diminuem de tamanho conforme o movimento de *heave* no *hang-off*, portanto se alteram com o tempo. Essas ondulações podem ser flambagens locais do *riser*, podendo acelerar seu processo de fadiga ou até mesmo levá-lo à ruptura.

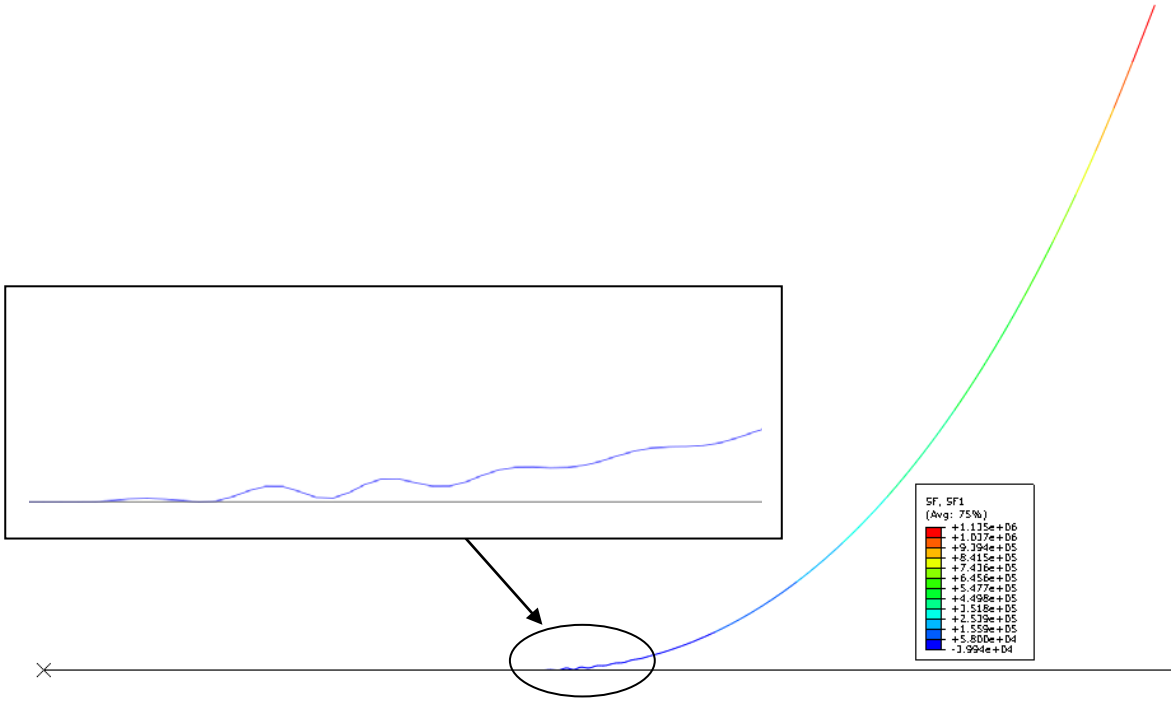

Figura 6.60: Compressão dinâmica na região do *TDP*.

6.4 Exemplo V – *riser* em catenária experimental do IPT

A equipe do projeto "Dinâmica Não Linear de *Risers*: Interações de Natureza Hidroelástica e de Contato", contratado pela Petrobras à Escola Politécnica da USP, sob coordenação do Prof. Celso P. Pesce (PESCE et al, 2012) fez ensaios em modelos em escala reduzida de *risers* em catenária na direção longitudinal do canal de ensaios do IPT (Instituto de Pesquisas Tecnológicas). Assim, foram elaborados modelos planos em elementos finitos no software Abaqus 6.10 para confrontar os resultados dinâmicos com o modelo em escala reduzida.

6.4.1 Geometria

Os parâmetros geométricos e mecânicos do *riser* são:

- área da seção transversal = 1,91E-04 m²
- diâmetro externo $D_{externo}$ = 0,0222 m
- espessura da parede do *riser* e_{parede} = 0,0032 m
- módulo de elasticidade (E) = 6,32 MPa
- peso submerso por unidade comprimento = 7,308 N/m
- massa adicional por unidade de comprimento= 0,38 kg/m
- apoio rígido no fundo

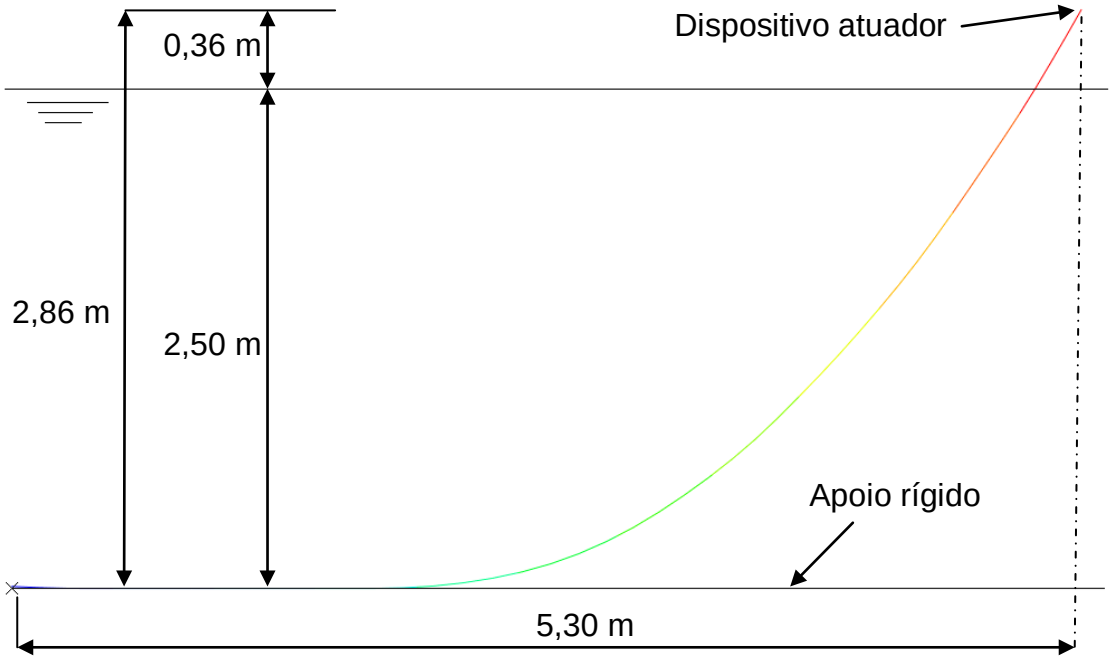

Figura 6.61: Configuração estática do *riser* (“as *built*”).

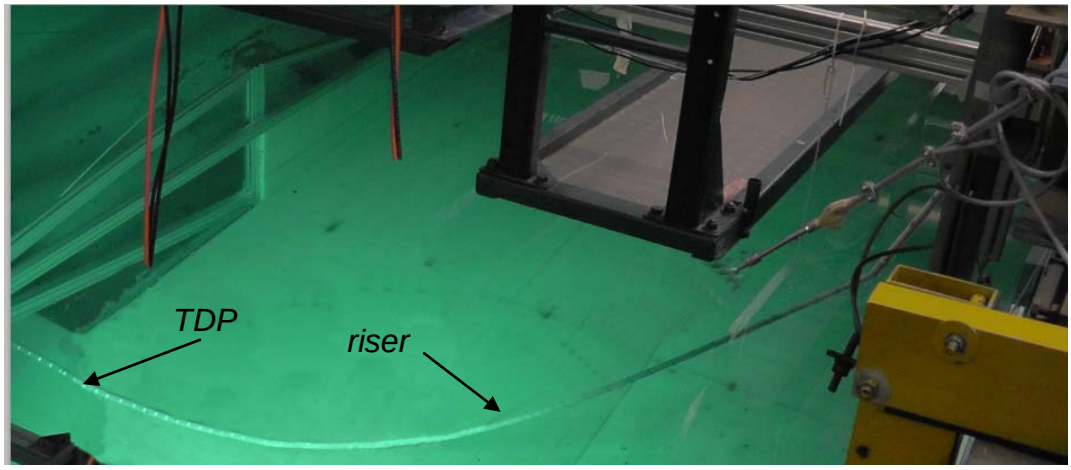

Figura 6.62: Fotografia do *riser* em catenária ensaiado no IPT.

O modelo foi discretizado com 45 elementos de barra do tipo PIPE21, com aproximadamente quinze centímetros cada um, com função de forma linear.

Para se obter a configuração estática em todos os modelos, foi utilizada a opção "Static, General" do Abaqus, com grandes deslocamentos. Utiliza-se o método de Newton-Raphson para contemplar as não linearidades geométricas.

A fase da imposição do deslocamento horizontal foi processada durante 10 segundos. Os passos de integração Δt's foram escolhidos automaticamente pelo Abaqus, que foi de aproximandamente 0,01 segundos.

A fase com imposição de deslocamentos para formar a catenária ("*içamento*" do *riser*) foi processada durante 1000 segundos, para que o modelo convergisse.

A correnteza foi aplicada analogamente ao descrito no item 6.3.3, porém com velocidade de correnteza igual a zero.

Os elementos de contato foram criados seguindo o mesmo padrão do item 6.3.4, porém, procurou-se representar um contato 100% rígido; assim foi adotada uma rigidez de solo da ordem de 10E+08 N/m/m².

A configuração de equilíbrio estático foi obtida pelo mesmo processo descrito no item 2.1, primeiramente inserindo um deslocamento horizontal na extremidade do *riser* onde será o *hang-off*, e depois foram aplicados deslocamentos graduais no

hang-off até se chegar às suas coordenadas finais, juntamente com os carregamentos estáticos. Na outra extremidade do *riser*, onde fica localizada a âncora, foi considerado um apoio fixo (restringe a translação do nó nas direções x e z). É ilustrada nas Figuras 6.63 a 6.65 a obtenção da configuração de equilíbrio estático no Abaqus.

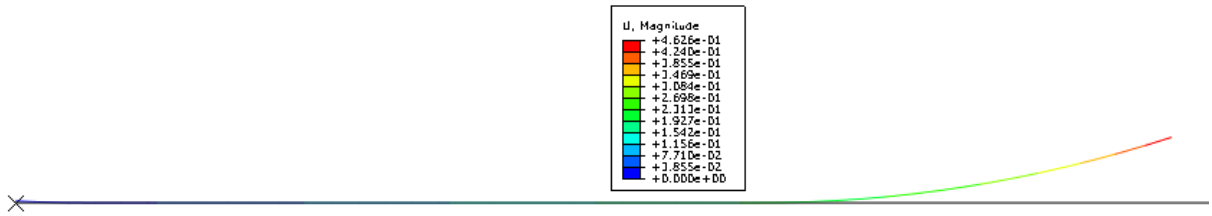

Figura 6.63: Início do içamento do modelo em MEF do *riser* no IPT.

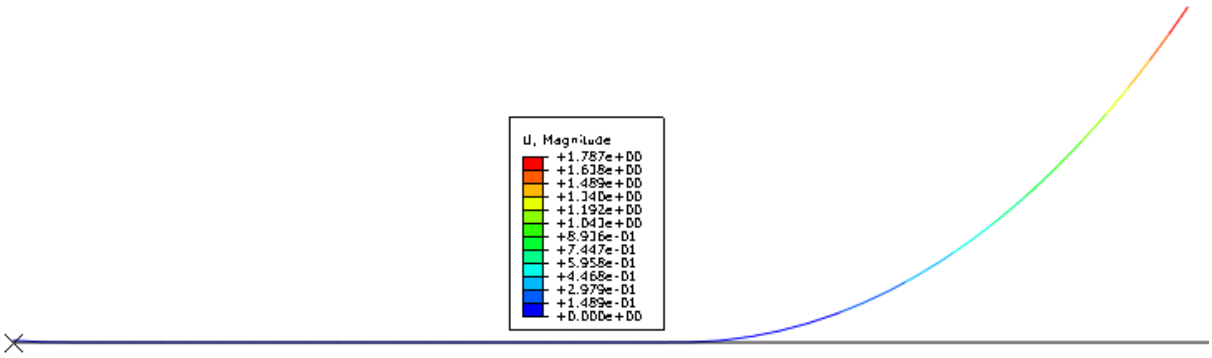

Figura 6.64: Prosseguimento do içamento do modelo em MEF do *riser* no IPT.

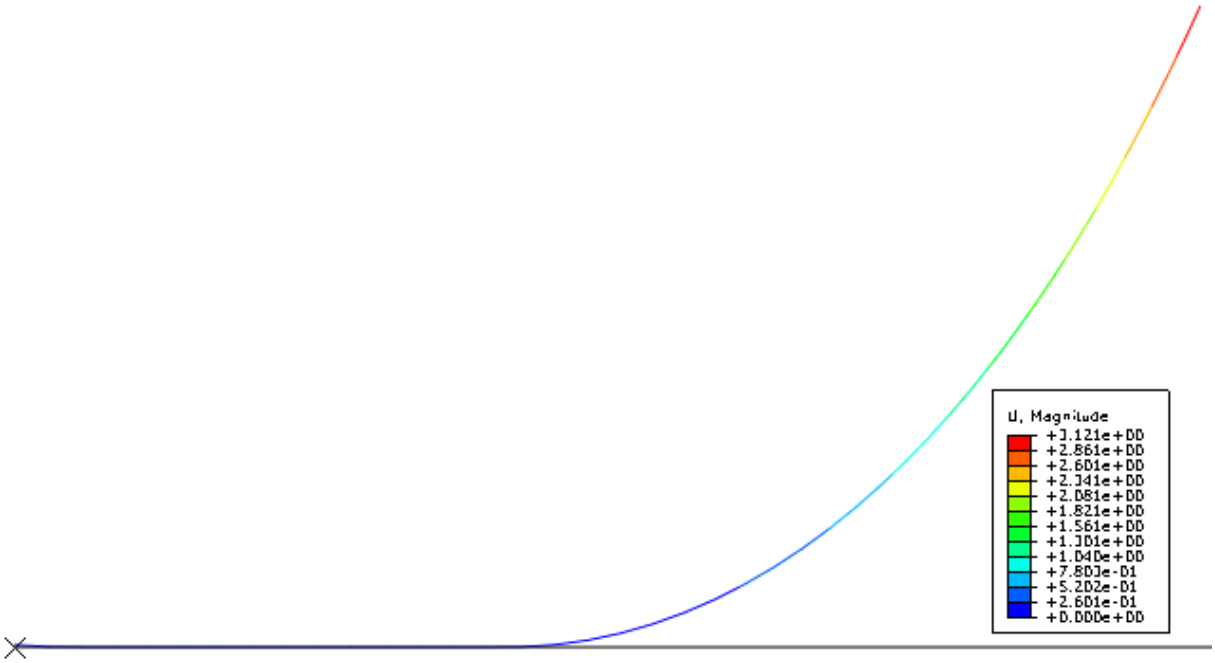

Figura 6.65: Configuração final de equilíbrio do modelo em MEF do *riser* no IPT.

Processando o modelo com esses deslocamentos incrementais, a força de tração no *riser* se define implicitamente, conforme se observa na Figura 6.66.

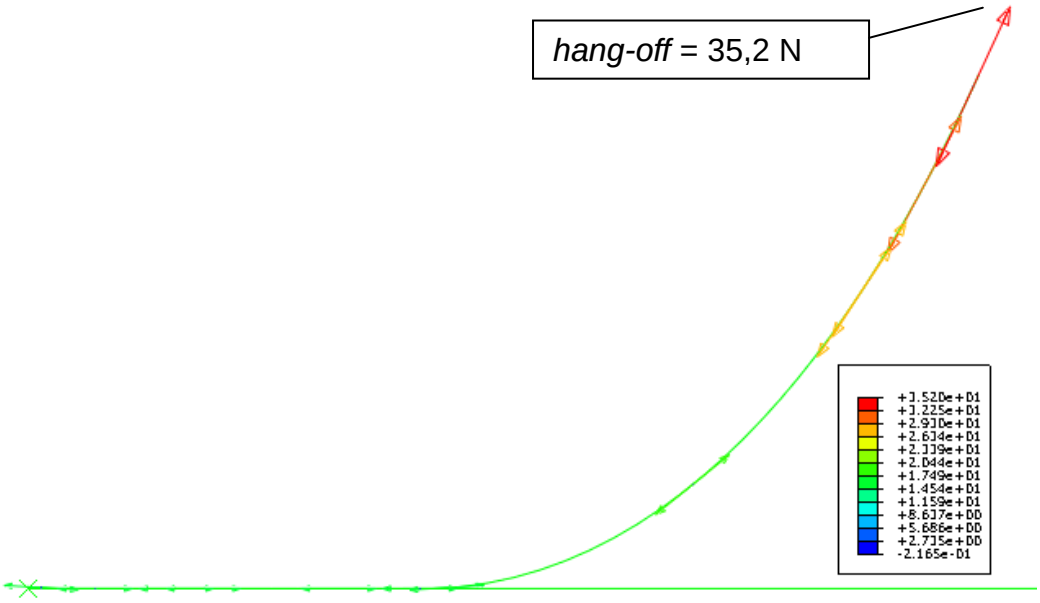

Figura 6.66: Força axial ao longo do modelo em MEF do *riser* no IPT.

A força de tração na extremidade do *riser*, no *hang-off,* no modelo em elementos finitos no Abaqus é de 35,2 N e na célula de carga do modelo experimental é de 33,0 N, portanto com uma diferença de 6,67%.

6.4.2 Modos e frequências naturais

O cálculo das frequências naturais e dos modos de vibração é feito utilizando a opção "Linear Perturbation" e a "Frequency" do Abaqus. Foram processados 10 modos de vibração para procurar algum modo de vibração que se localizasse no TDZ (Touch Down Zone). Conforme esperado, não foi encontrado nenhum modo de vibração que se localizasse no TDZ, pois o solo imposto no problema foi muito rígido.

Apresentam-se nas Figuras 6.67 a 6.71 os cinco primeiros modos de vibração com as suas respectivas frequências.

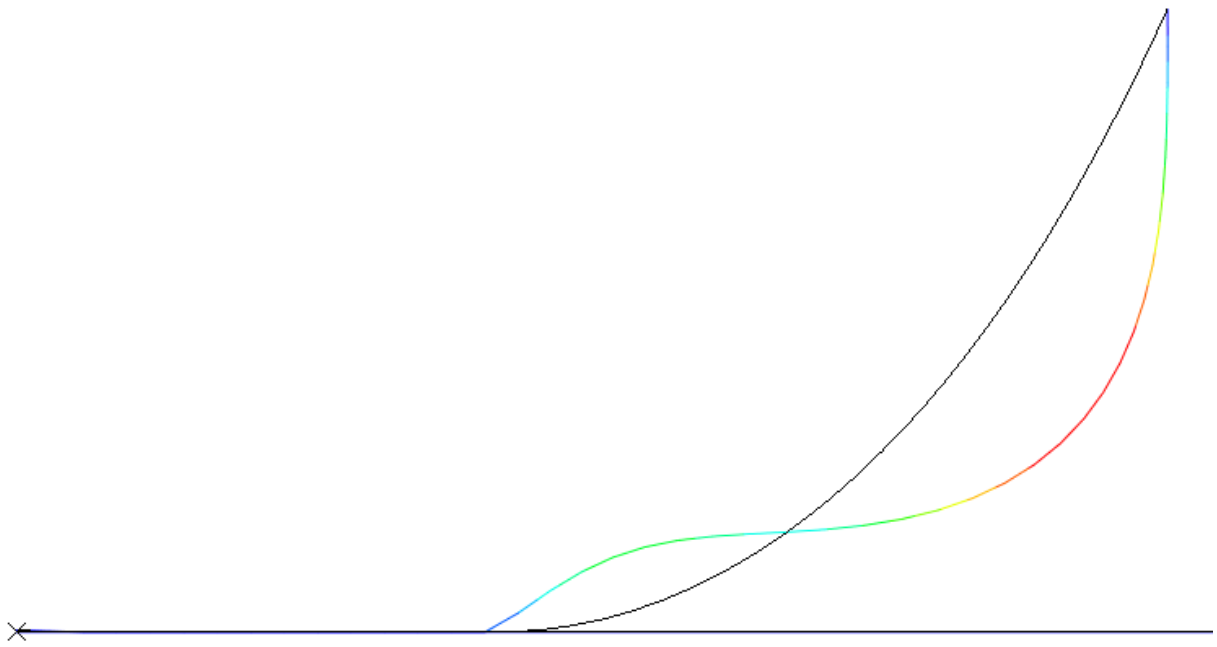

Figura 6.67: 1° modo de vibração - f = 0.8251Hz.

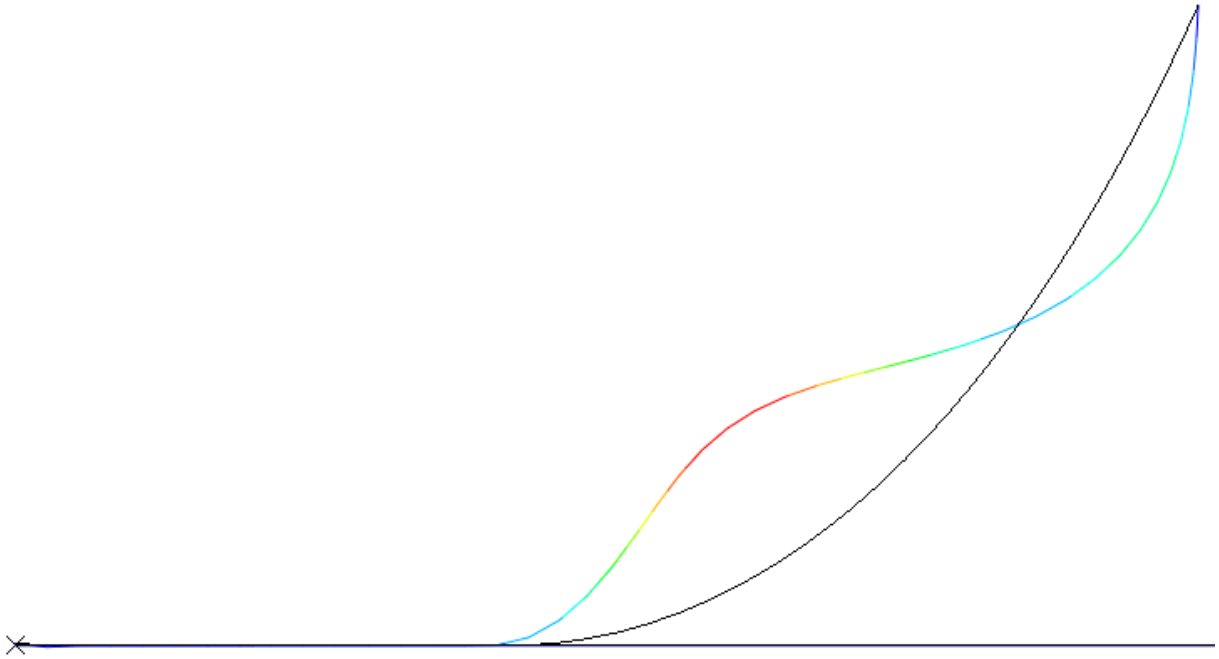

Figura 6.68: 2° modo de vibração - f = 1.1551 Hz.

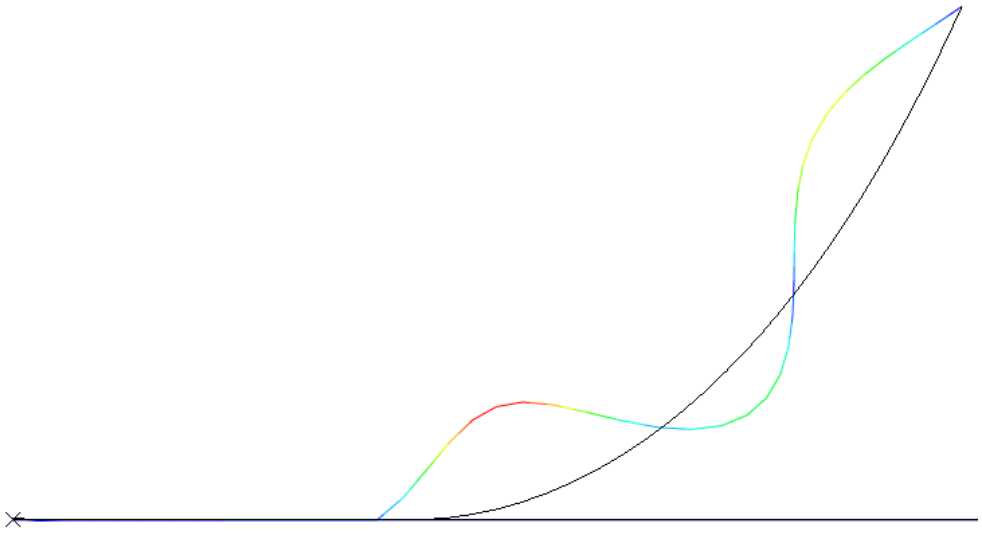

Figura 6.69: 3° modo de vibração - f = 1.5308 Hz.

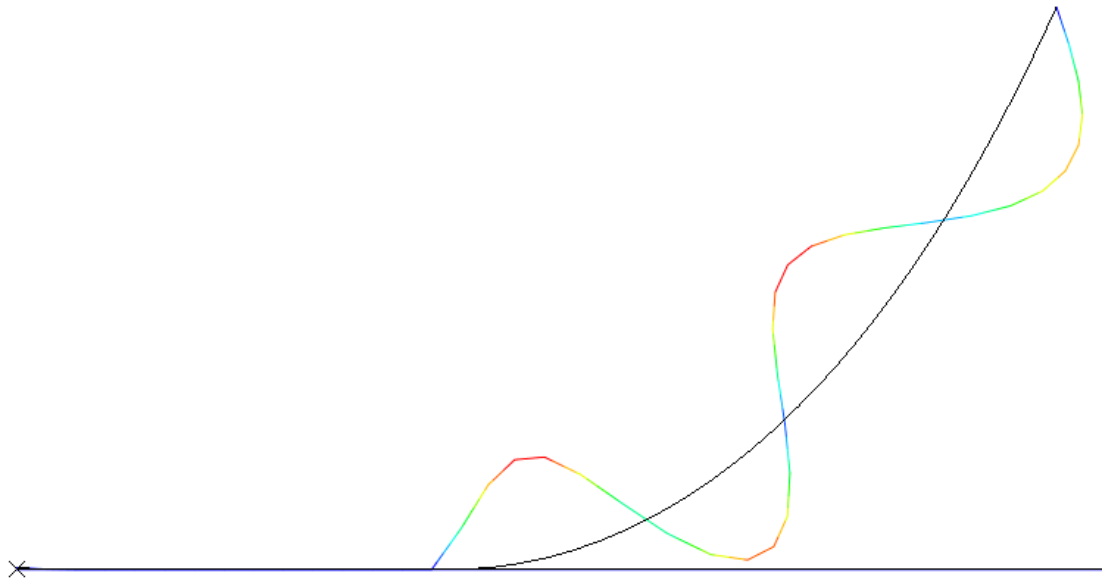

Figura 6.70: 4° modo de vibração - f = 1.9320 Hz.

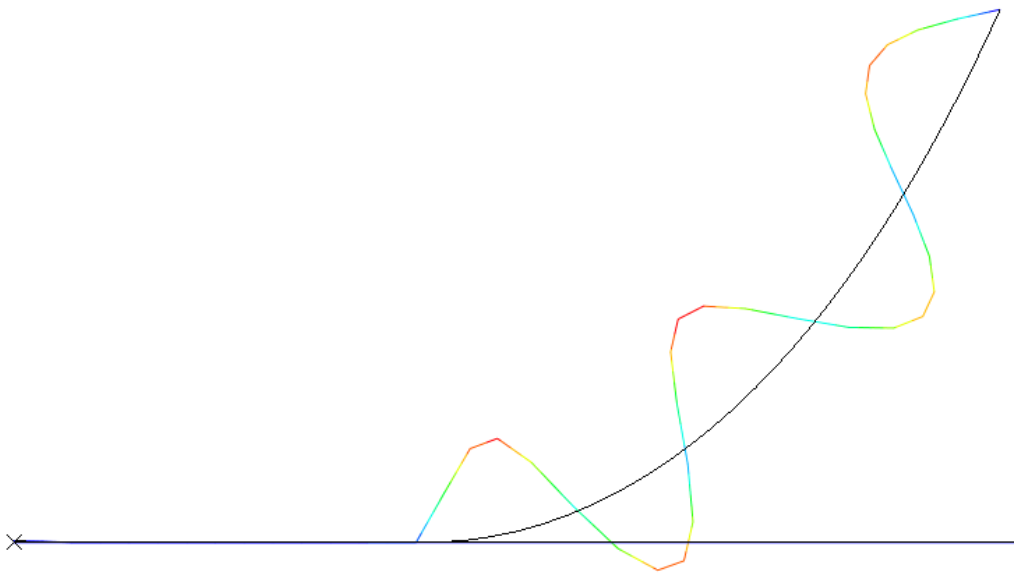

Figura 6.71: 5° modo de vibração - f = 2.4461 Hz.

6.4.3 Resultados dinâmicos

Para comparar a resposta dinâmica do modelo numérico do Abaqus com os resultados experimentais obtidos no IPT, foi escolhido um nó do modelo numérico imediatamente acima do *TDP* na configuração estática de equilíbrio. Assim, foi analisada a resposta em um sensor imediatamente acima do *TDP* na análise experimental. O local a ser analisado pode ser observado na Figura 6.72.

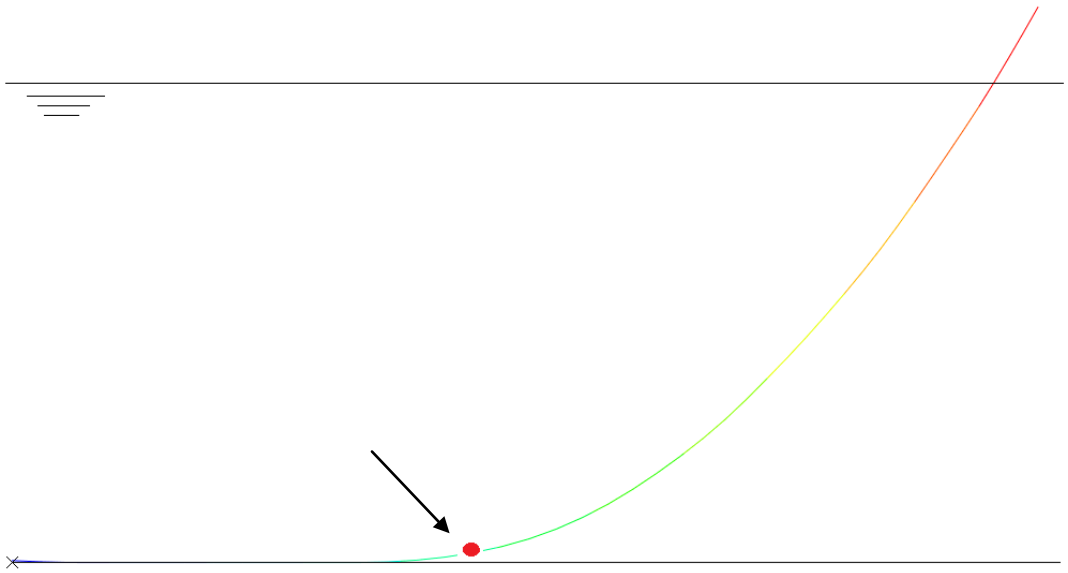

Figura 6.72: Nó a ser analisado nos modelos numérico e experimental.

Foi imposto um *heave* de 35 milímetros e com um período de excitação de 3,54 segundos. Esses valores foram escolhidos a partir da matriz de ensaios, que foi montada pela equipe do projeto "Dinâmica Não Linear de *Risers*: Interações de Natureza Hidroelástica e de Contato".

São apresentados nas Figuras 6.73 a 6.75 os resultados do modelo em elementos finitos do Abaqus em comparação com o ensaio do modelo em escala reduzida (PESCE *et al*, 2012).

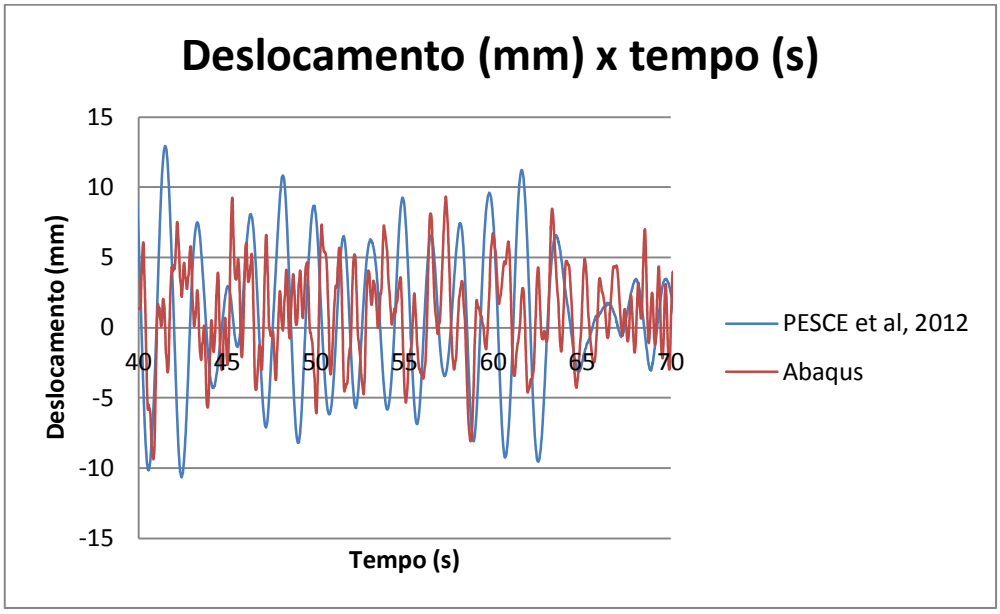

Figura 6.73: Deslocamento horizontal de nó próximo ao *TDP* segundo o Abaqus e o modelo experimental.

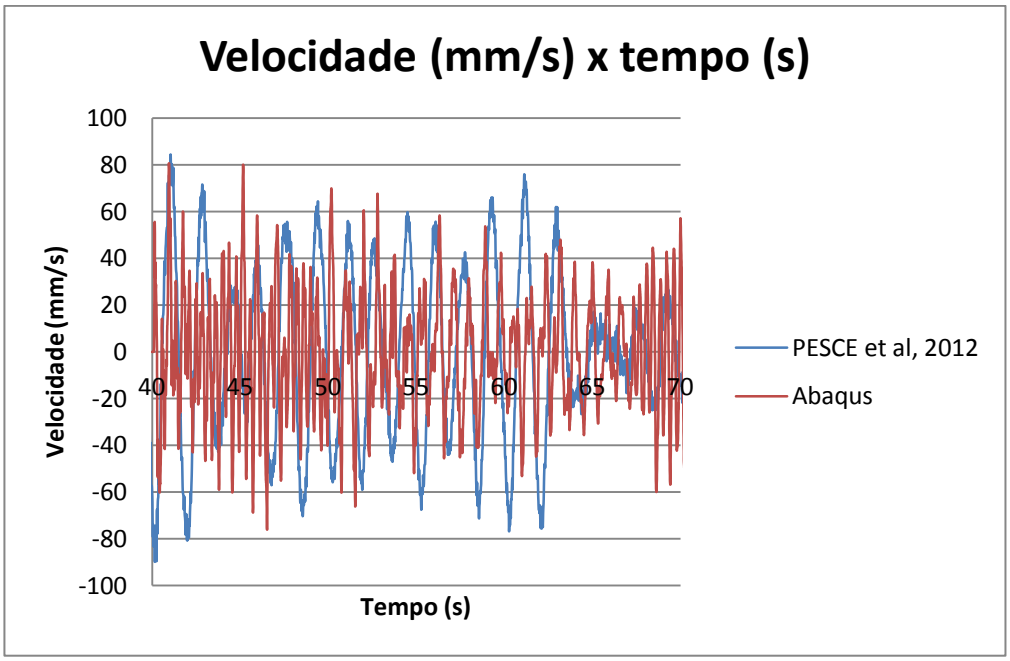

Figura 6.74: Velocidade horizontal de nó próximo ao *TDP* segundo o Abaqus e o modelo experimental.

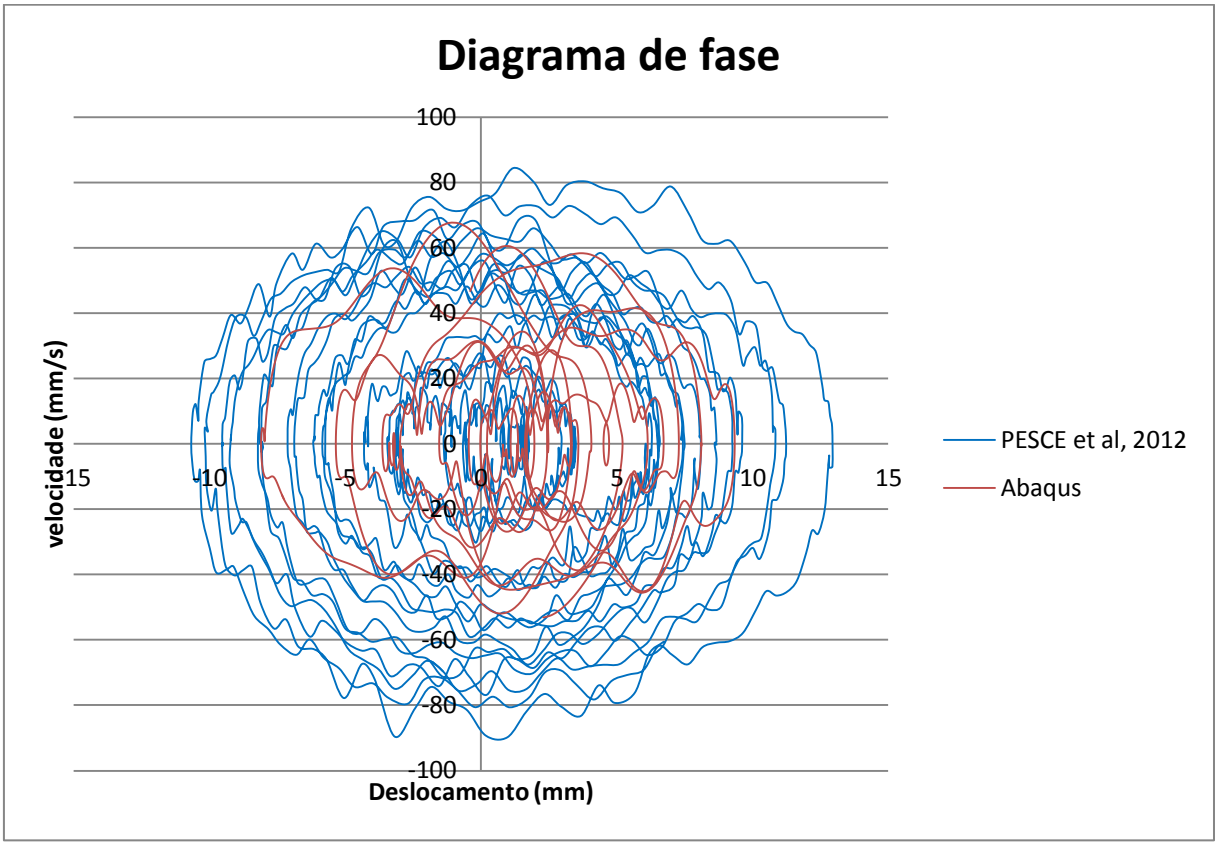

Figura 6.75: Comparação do diagrama de fase do Abaqus com o modelo experimental.

Os resultados obtidos do modelo em elementos finitos do Abaqus não apresentam uma resposta harmônica. Os resultados encontrados no Abaqus são um pouco menores do que os encontrados no ensaio do modelo de escala reduzida (PESCE et al, 2012). Essa diferença nos resultados pode ser atribuída aos efeitos do *VIM* (*Vortex Induced Motion*), que podem amplificar a resposta do modelo em escala reduzida; ao fato de o modelo numérico ser plano, sendo desconsiderados os efeitos espaciais que podem ocorrer no modelo ensaiado; além de as imperfeições geométricas do modelo experimental não terem sido consideradas no modelo numérico.

6.5 Exemplo VI – *riser* com ressonância paramétrica

Para se obter ressonância paramétrica, foi escolhida uma configuração geométrica de equilíbrio do *riser* na qual Mansur (2011) já havia encontrado o fenômeno. Assim, foi analisado um modelo correspondente desse *riser* no Abaqus e comparados os resultados numéricos com os de modelos analíticos de ordem reduzida (SAKAMOTO, 2013) e, ainda, com os de um modelo numérico elaborado no Orcaflex.

6.5.1 Geometria

Os parâmetros geométricos e mecânicos do *riser* são:

- diâmetro externo $D_{externo}$ = 0,2032 m
- diâmetro interno $D_{interno}$ = 0,1651 m
- área da seção transversal = 0.011021 m²
- módulo de elasticidade (E) = 200 GPa
- rigidez axial (EA) = 2204,18 MN
- rigidez flexional (EI) = 9443,3 kN.m²
- lâmina d'água = 158 m
- peso submerso por unidade de comprimento = 727 N/m
- massa por unidade de comprimento (considerando a massa adicional) = 141,24 kg/m
- rigidez do solo (Φ) = 10 kN/m/m²
- *heave* =1m e 0.5 m
- período excitante (t) = 5,2s e 2.9s
- coordenada z do *hang-off* do *riser* = 158 metros
- coordenada x do *hang-off* do *riser* = 199 metros
- comprimento total do *riser* = 300 metros
- ângulo do *hang-off* = 77,5 graus

O modelo do *riser* no Abaqus foi discretizado com 61 elementos de barra do tipo PIPE21, com função de forma linear. Para a representação do solo, foi utilizado um

elemento analiticamente rígido; assim, entre o *riser* e o solo foram atribuídos elementos de contato lineares, utilizando-se o método das penalidades, analogamente ao realizado no item 6.3.4.

A configuração estática de equilíbrio foi obtida pelo mesmo processo descrito no item 2.1, com deslocamentos incrementais na extremidade do *hang-off* e um apoio fixo (restrição do movimento de translação) na âncora. A configuração final de equilíbrio estático do *riser*, segundo o Abaqus e o Orcaflex, é apresentada na Figura 6.76.

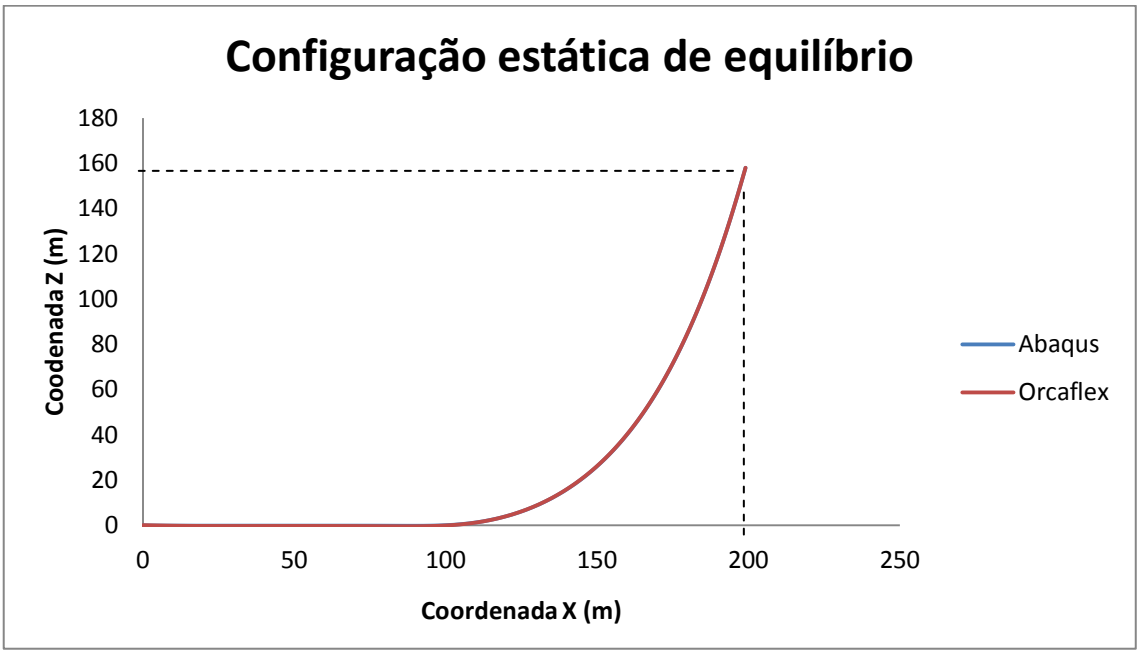

Figura 6.76: Comparação entre a configuração de equilíbrio estático entre o Abaqus e o Orcaflex.

Observa-se na Figura 6.76 que existe uma perfeita aderência entre as catenárias do Abaqus e do Orcaflex. A distribuição de força axial ao longo do *riser* pode ser observada na Figura 6.77.

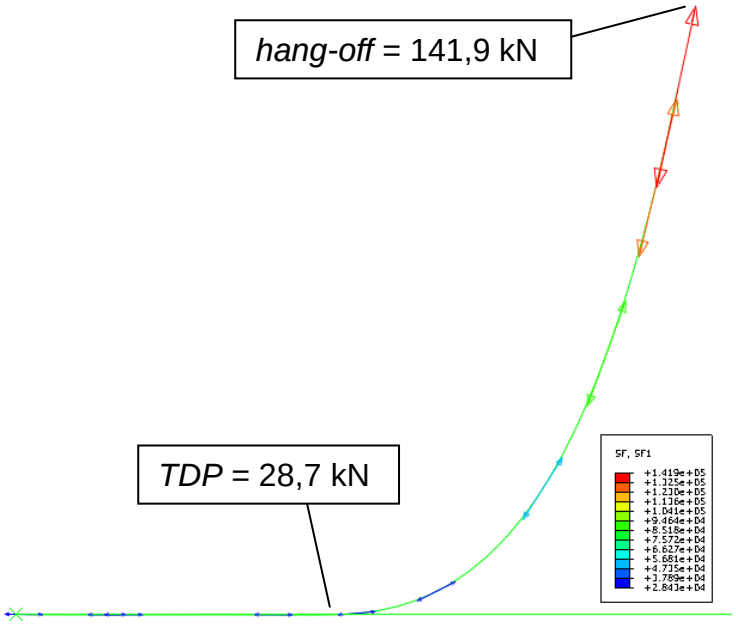

Figura 6.77: Distribuição de força axial ao longo do *riser*.

6.5.2 Modos e frequências naturais

O estudo dos modos de vibração e suas frequências naturais é essencial para a caracterização de eventual ressonância paramétrica. Com essas informações, é possível saber quais são as frequências de excitação que podem causar o fenômeno da ressonância paramétrica.

Os modos de vibração com frequências mais altas não são relevantes para esse estudo, pois o período de excitação que irá gerar a ressonância paramétrica fica muito menor do que o período de ondas do mar típicas (no Brasil, períodos maiores que três segundos). Portanto, são apresentados os cinco primeiros modos de vibração nas Figuras 6.78 a 6.82.

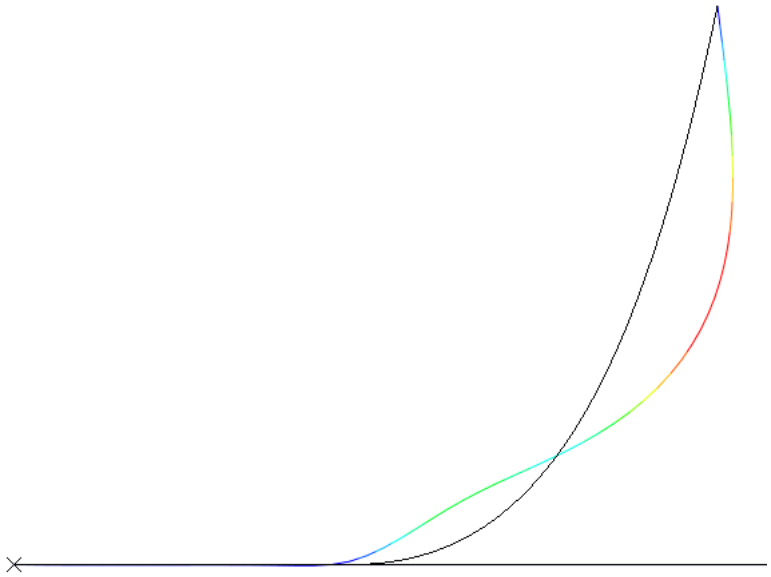

Figura 6.78: 1° modo de vibração - f = 0.09635 Hz.

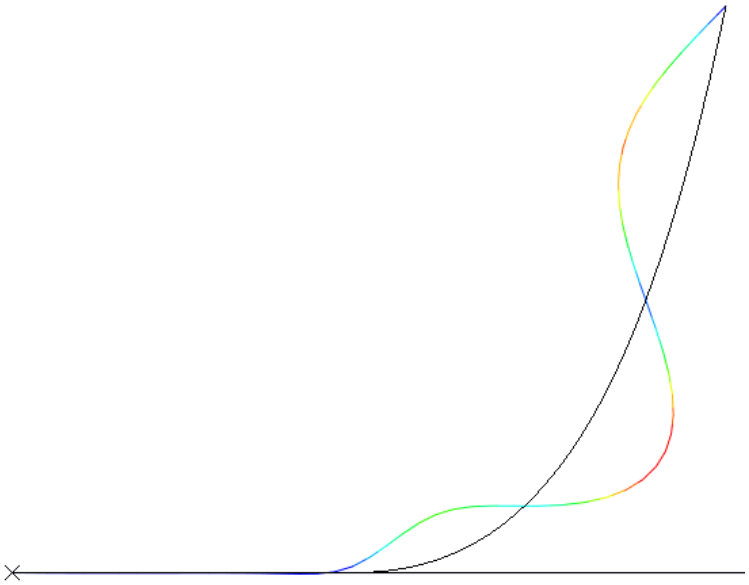

Figura 6.79: 2° modo de vibração - f = 0.1737 Hz.

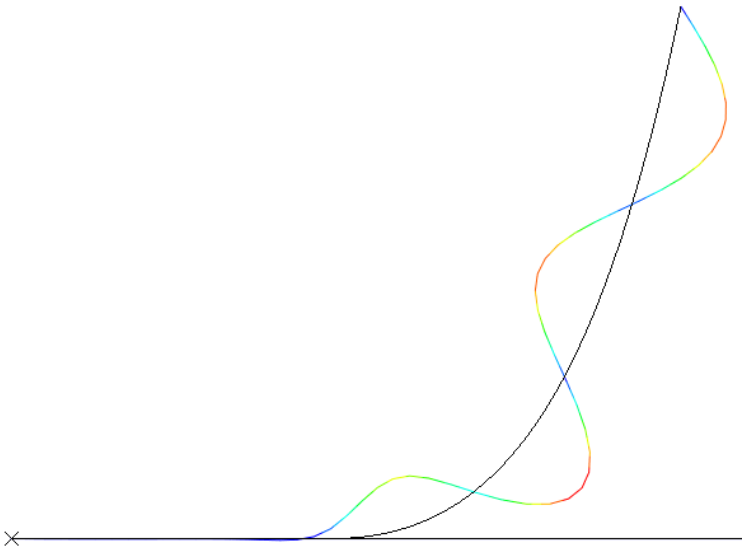

Figura 6.80: 3° modo de vibração - f = 0.2620 Hz.

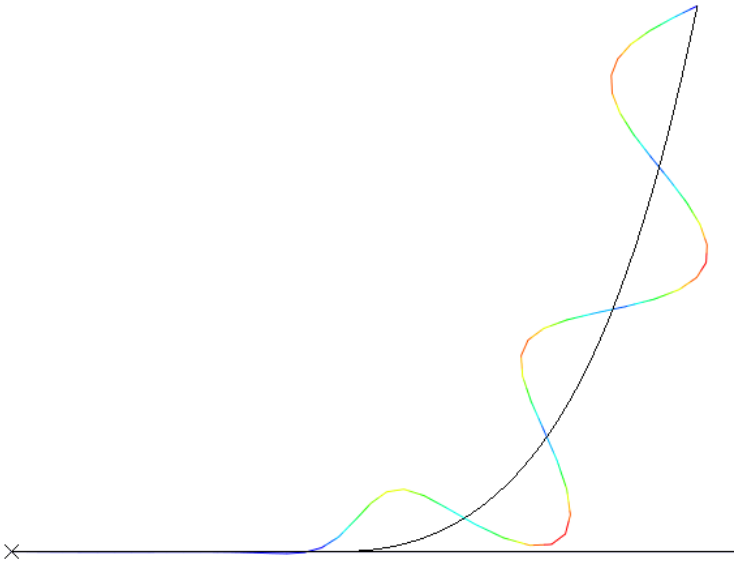

Figura 6.81: 4° modo de vibração - f = 0.3598 Hz.

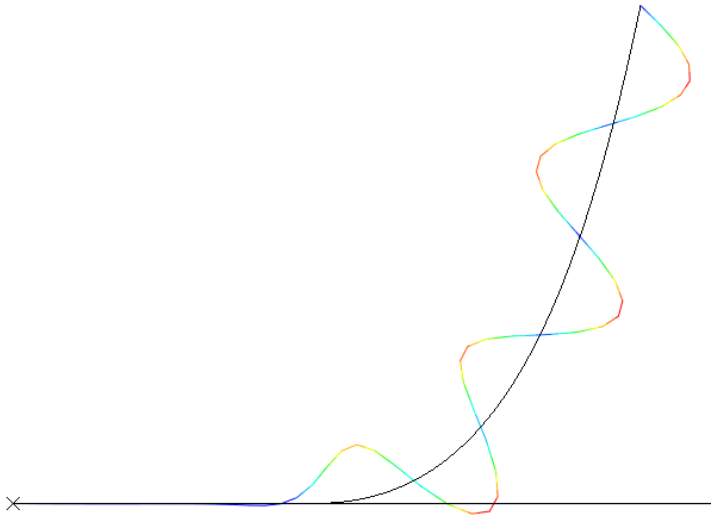

Figura 6.82: 5° modo de vibração - f = 0.4728 Hz.

6.5.3 Resultados dinâmicos

Observa-se que o primeiro e o segundo modo de vibração do item 6.5.2 têm maior participação no trecho suspenso do *riser*, porém a *TDZ* (*Touch-Down Zone*) também tem alguma participação. Assim, pode ser escolhida a frequência de excitação para entrar em ressonância paramétrica com o primeiro ou com o segundo modo de vibração. O período do primeiro modo de vibração é de 10,4s, portanto o período de excitação para causar ressonância paramétrica seria 5,2s (metade do período natural). Para o período do segundo modo, de aproximadamente 5,8s, o período de excitação para provocar a ressonância paramétrica seria de 2,9s.

Primeiramente foi verificada a ocorrência de ressonância paramétrica para o primeiro modo de vibração; assim, apresentam-se os resultados para um período de excitação de 5,2s.

A excitação de suporte no *hang-off* com o movimento de *heave* de 1,0 m pode ser visualizada na Figura 6.83.

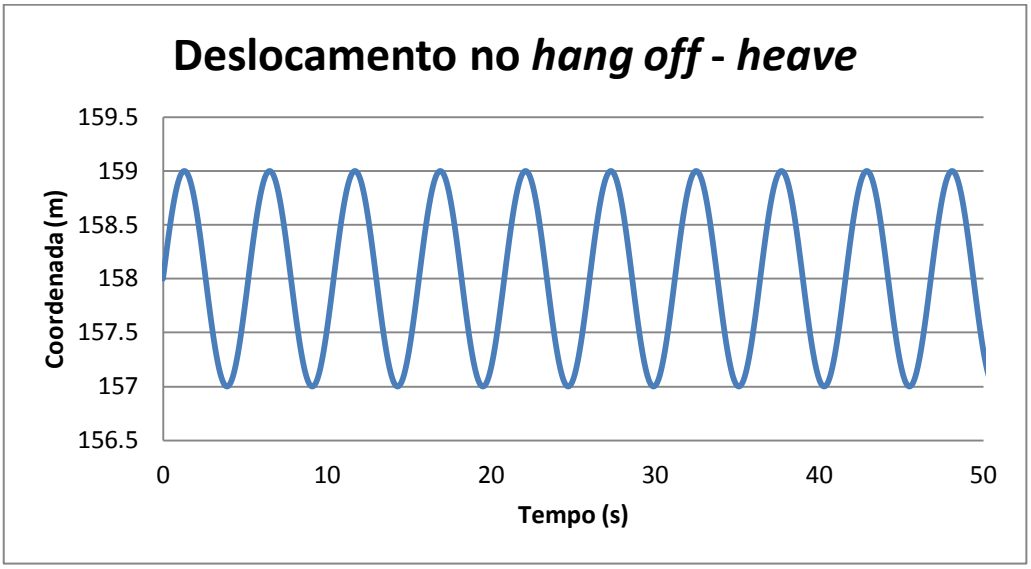

Figura 6.83: Deslocamento no *hang-off* para T=5,2s.

Para os cálculos analíticos (SAKAMOTO, 2013), são dados de entrada o deslocamento vertical e a variação da força axial no tempo no ponto "O". O ponto "O" se localiza a uma distância horizontal de $4\lambda_L$ do *TDP*, sendo λ_L calculado a partir da rigidez flexional do *riser* e da força axial estática efetiva no *TDP*,

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{EI}{F_{TDP}}} \tag{6.1}$$

No caso presente, tem-se que $\lambda_L = 18{,}1$ metros, portanto o ponto "O" se localiza a 72,4 metros do *TDP*. A localização do ponto "O" é apresentada na Figura 6.84.

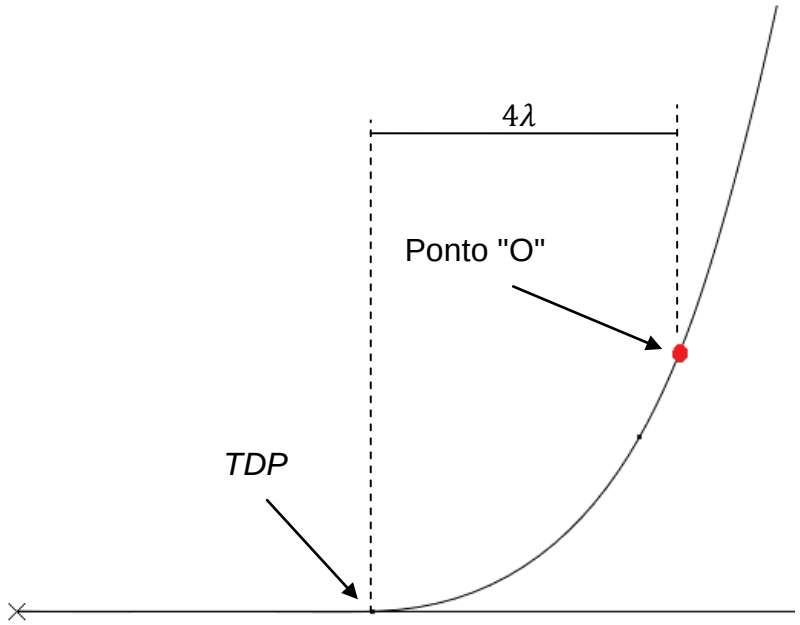

Figura 6.84: Posição do ponto "O".

São apresentados nas Figuras 6.92 e 6.93 o deslocamento vertical e a variação da força axial no ponto "O" para o período de excitação de 5,2s, conforme obtidos pelo Abaqus.

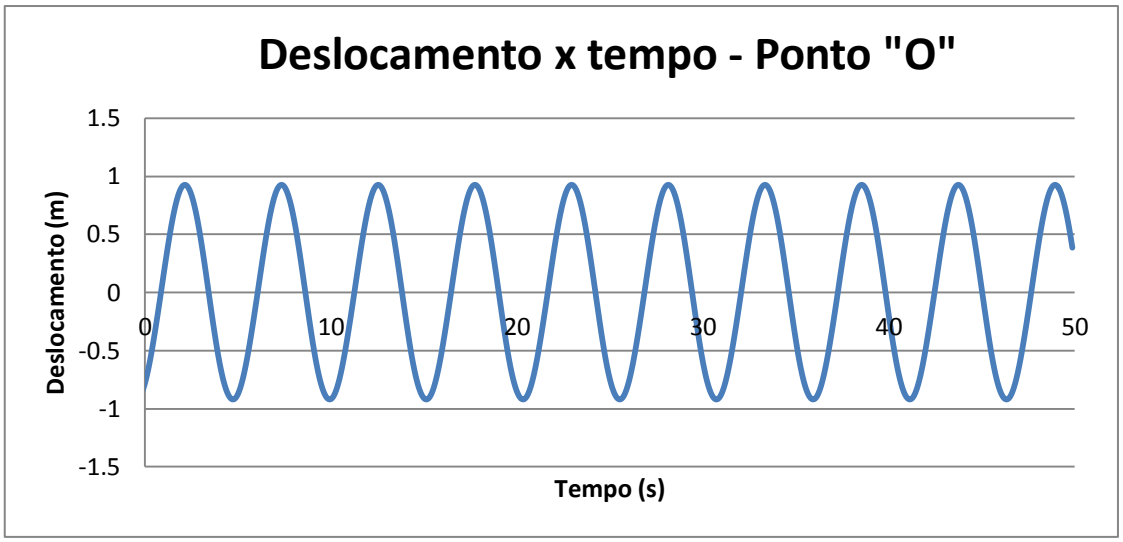

Figura 6.85: Deslocamento vertical em função do tempo no ponto "O", t=5,2s.

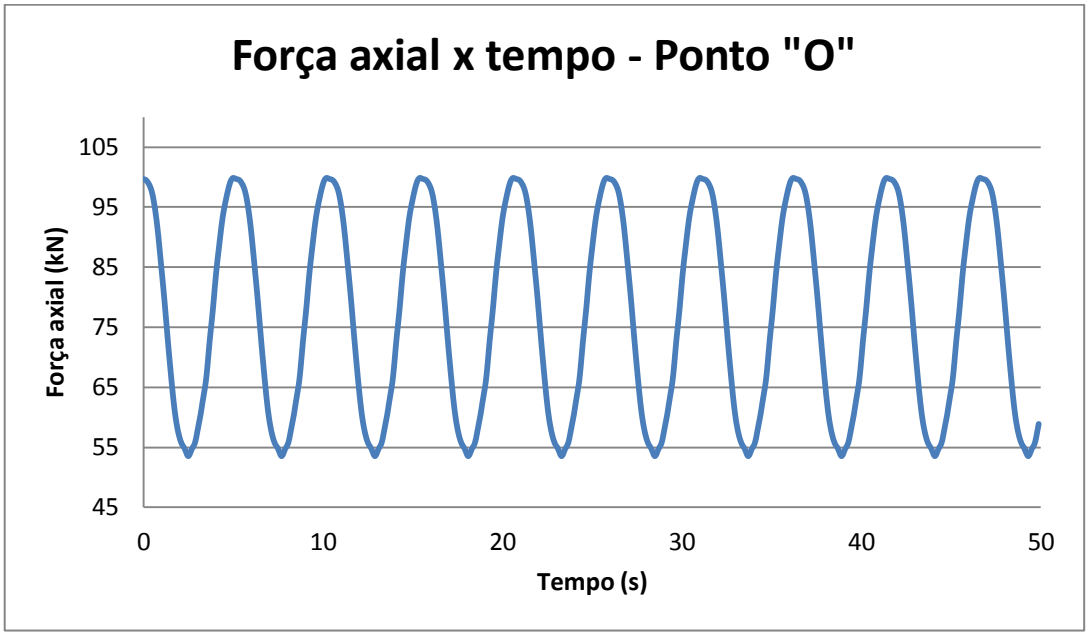

Figura 6.86: Força axial em função do tempo no ponto "O", t=5,2s.

Foram comparados os resultados de deslocamento e velocidade em função do tempo para o *TDP*, segundo o Abaqus (calculado pelo método implícito e pelo explícito de integração), o Orcaflex e os modelos analíticos de ordem reduzida (SAKAMOTO, 2013). Essas comparações são apresentadas nas Figuras 6.87 a 6.89.

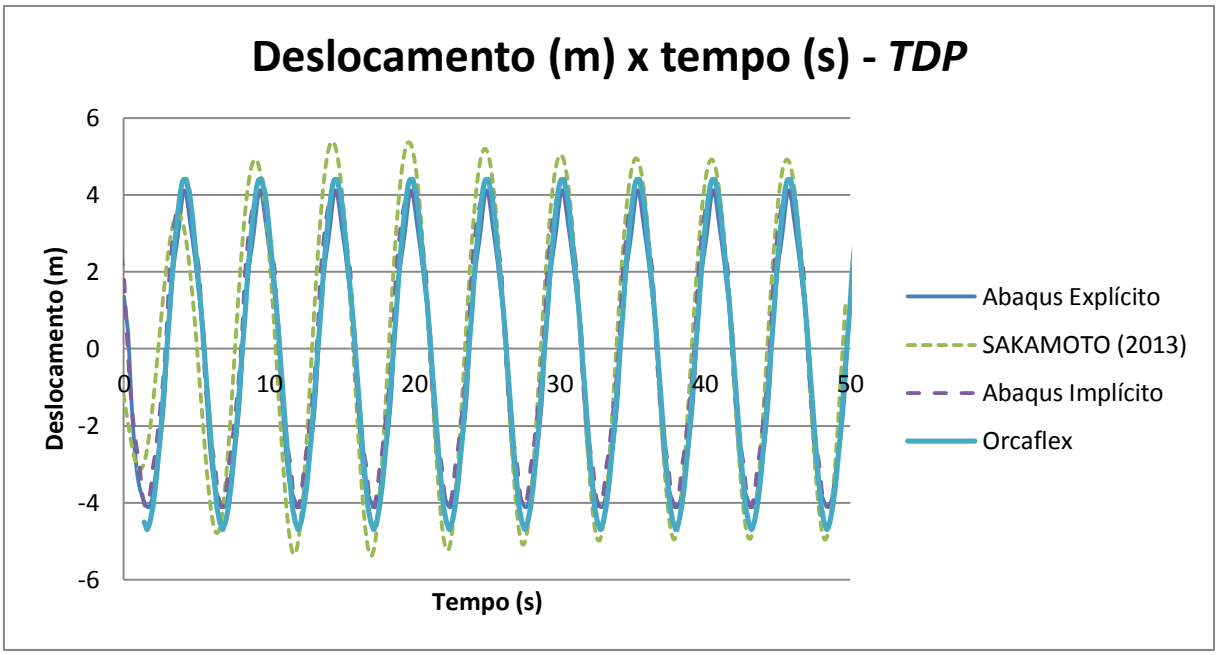

Figura 6.87: Deslocamento horizontal no *TDP* para t=5,2s.

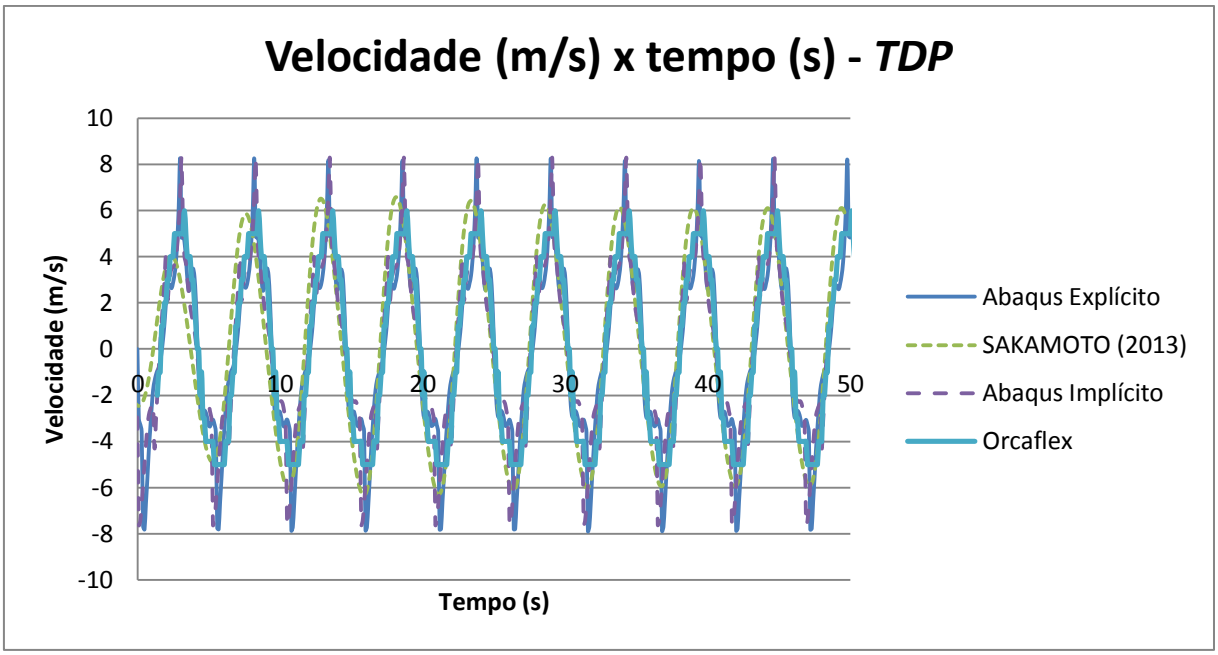

Figura 6.88: Velocidade horizontal no *TDP* para t=5,2s.

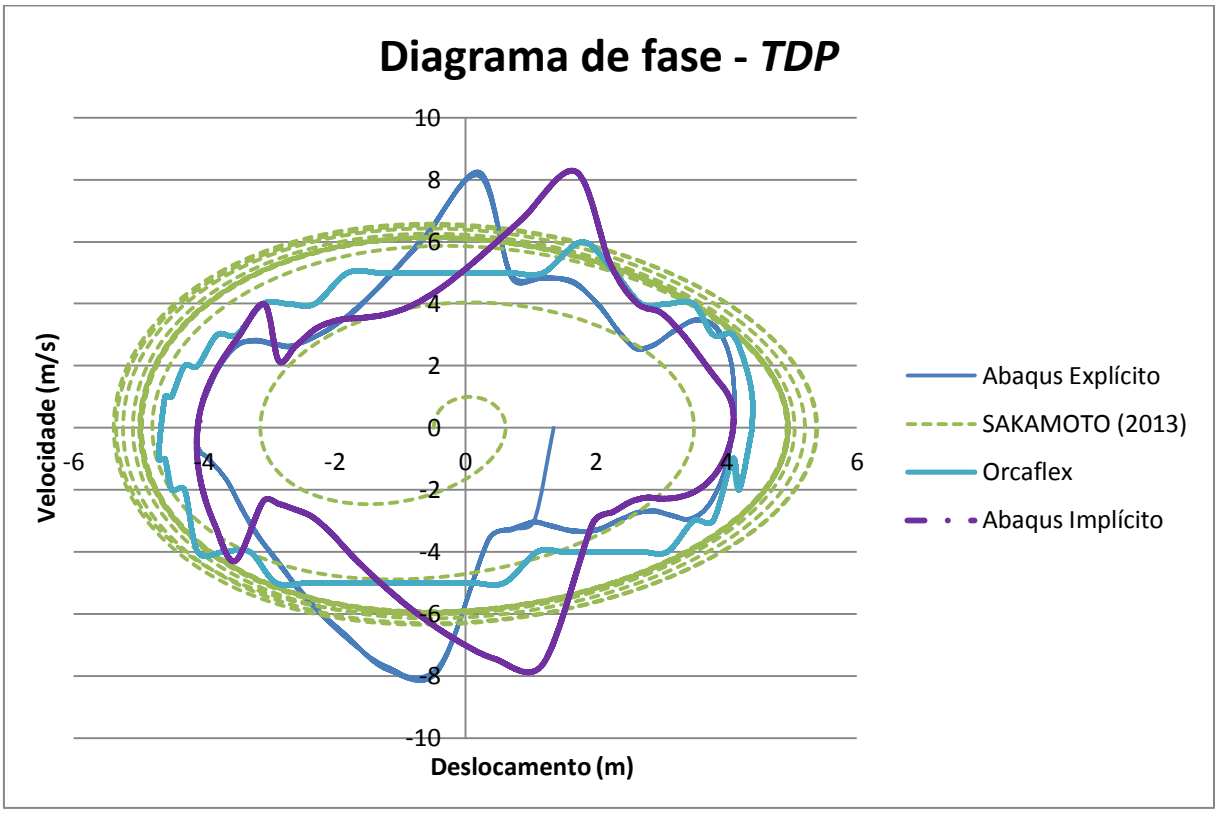

Figura 6.89: Diagrama de fase no *TDP* para t=5,2s.

Observa-se que houve uma boa aderência entre todos os resultados, porém não se detectou ressonância paramétrica, pois a amplitude dos resultados é pequena e o período da resposta é o mesmo da excitação, sendo que, para a ressonância paramétrica, o período da resposta deveria ser o dobro do período da excitação.

Assim, foi imposto nos modelos um *heave* de 1 metro com período de excitação de 2,9s, porém este modelo apresentou compressão dinâmica, como pode ser observado na Figura 6.90. Para evitar a compressão dinâmica, a amplitude de *heave* foi diminuída para 0,5 metros com o mesmo período de excitação (t=2,9s), quando não se obteve compressão dinâmica, como se pode observar na Figura 6.91.

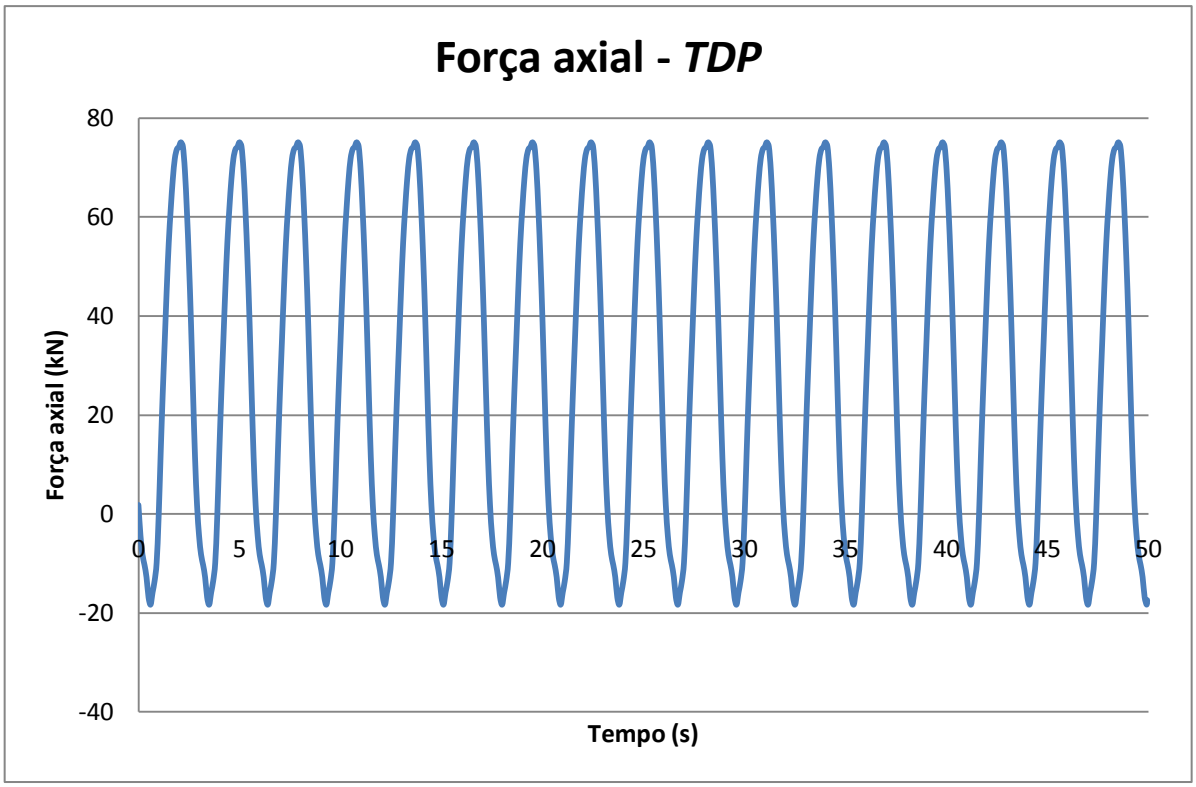

Figura 6.90: Força axial no *TDP* para um *heave* de 1m e t=2,9s.

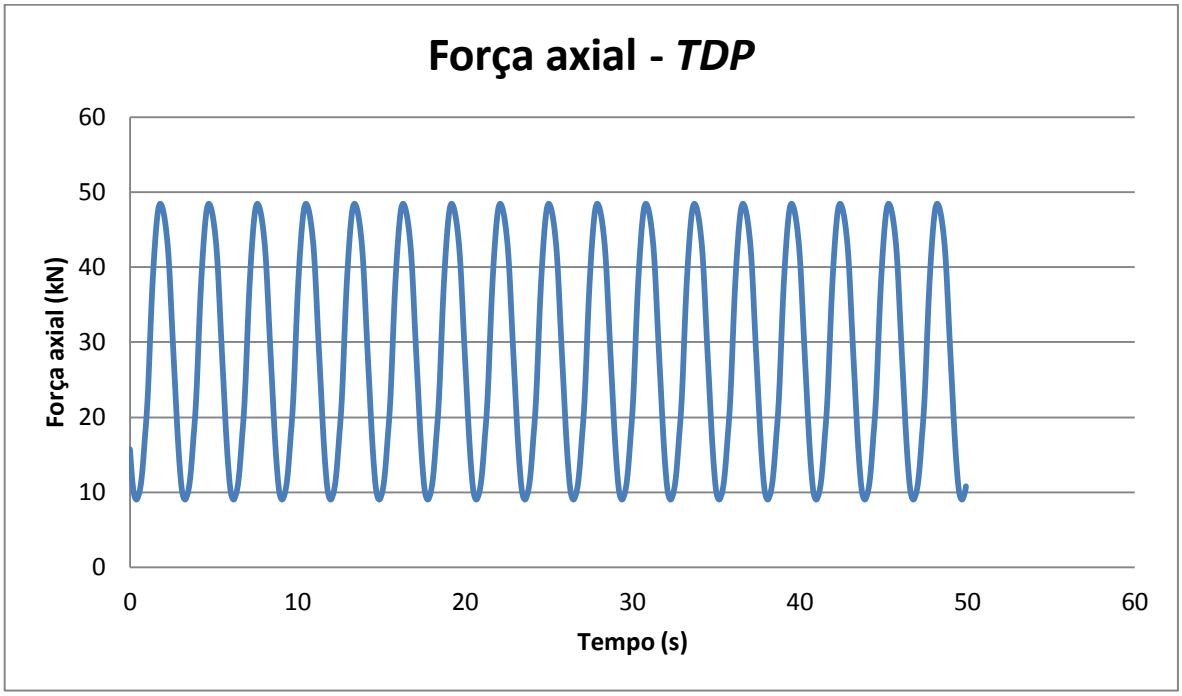

Figura 6.91: Força axial no *TDP* para um *heave* de 0,5m e t=2,9s.

Definido o *heave* e o período, foram extraídos do Abaqus os deslocamentos e a força axial no ponto "O", apresentados nas Figuras 6.92 e 6.93, para serem utilizados como dados de entrada nos modelos analíticos de ordem reduzida.

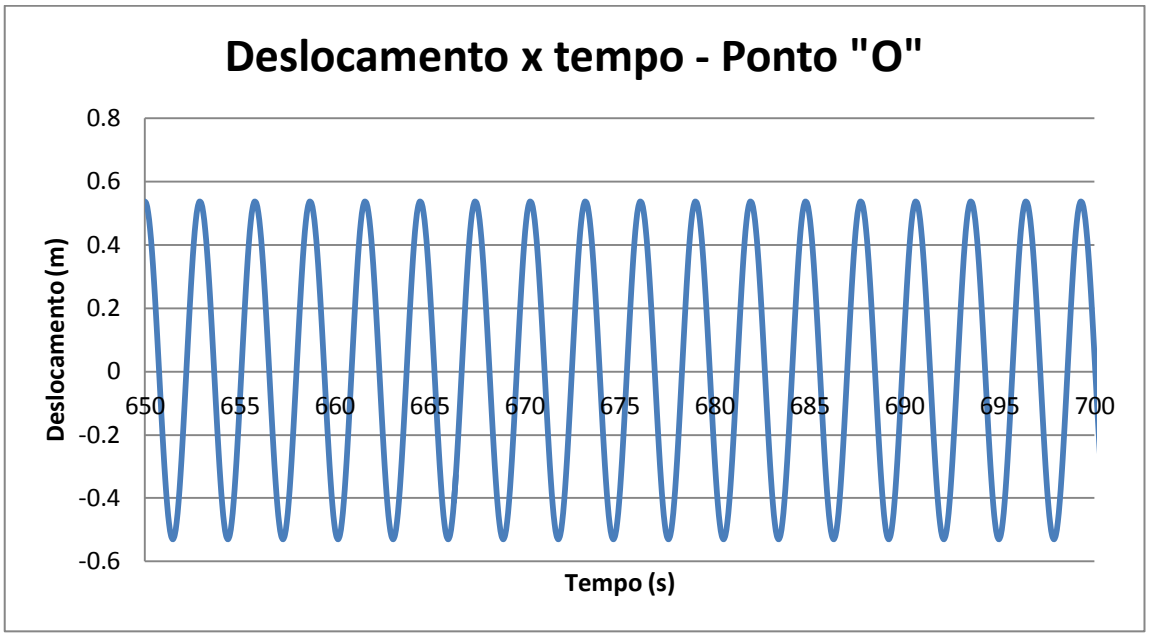

Figura 6.92: Deslocamento vertical em função do tempo no ponto "O", t=2,9s.

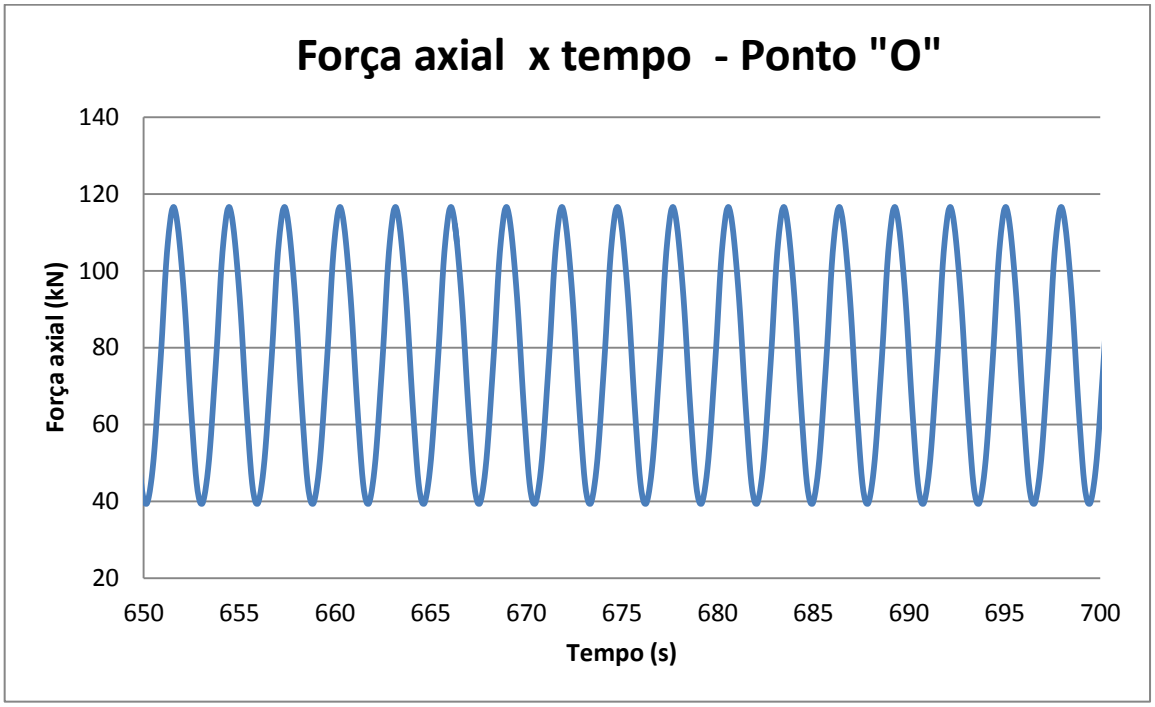

Figura 6.93: Força axial em função do tempo no ponto "O", t=2,9s.

Com essas informações, são apresentadas as comparações entre o Abaqus, Orcaflex e os resultados analíticos (SAKAMOTO, 2013) dos resultados de deslocamento e velocidade na direção horizontal do *TDP* (*Touch-Down Point*) para o período de excitação de 2,9s e amplitude de *heave* de 0,5m.

Primeiramente, são apresentados os resultados do Abaqus implícito e do Orcaflex utilizando a equação de Morison e os resultados do Abaqus explícito e analíticos (SAKAMOTO, 2013) com um amortecimento de Rayleigh proporcional à massa (α) equivalente a 9% do amortecimento crítico. Os resultados são apresentados nas Figuras 6.94 a 6.96.

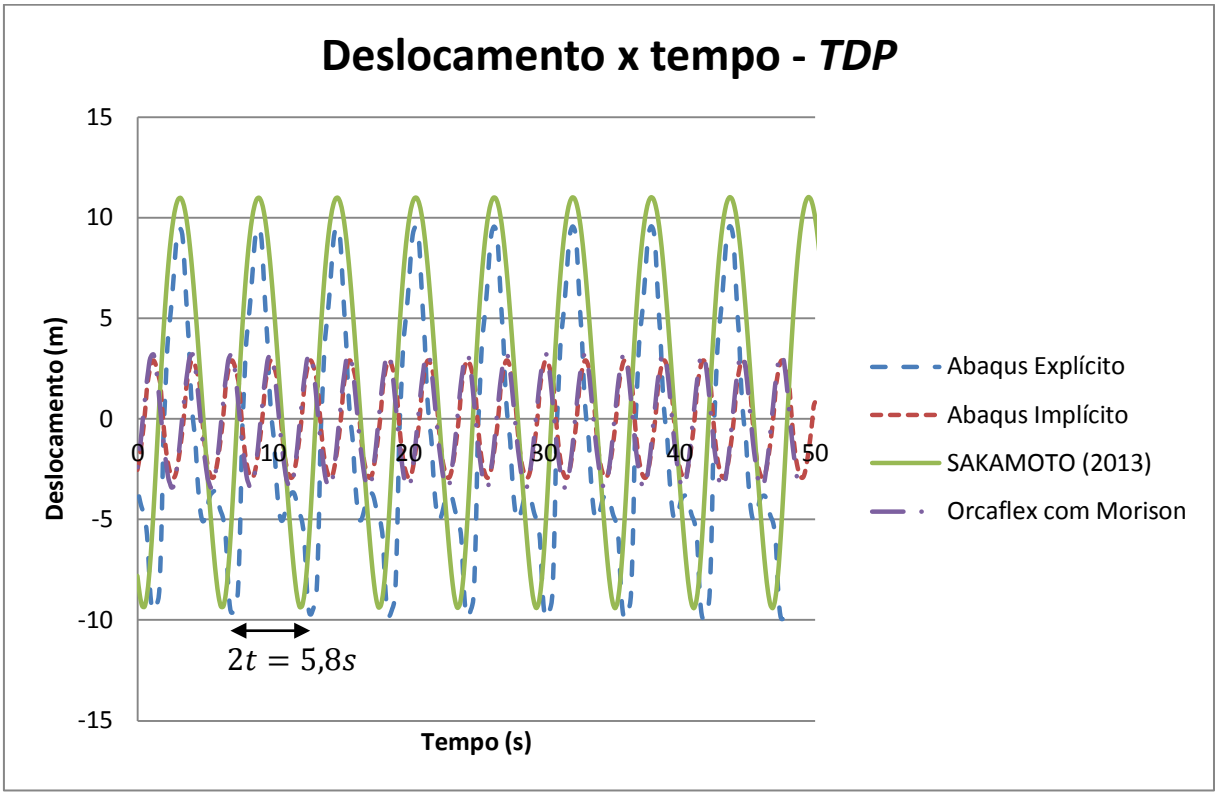

Figura 6.94: Deslocamento horizontal no *TDP* para t=2,9s.

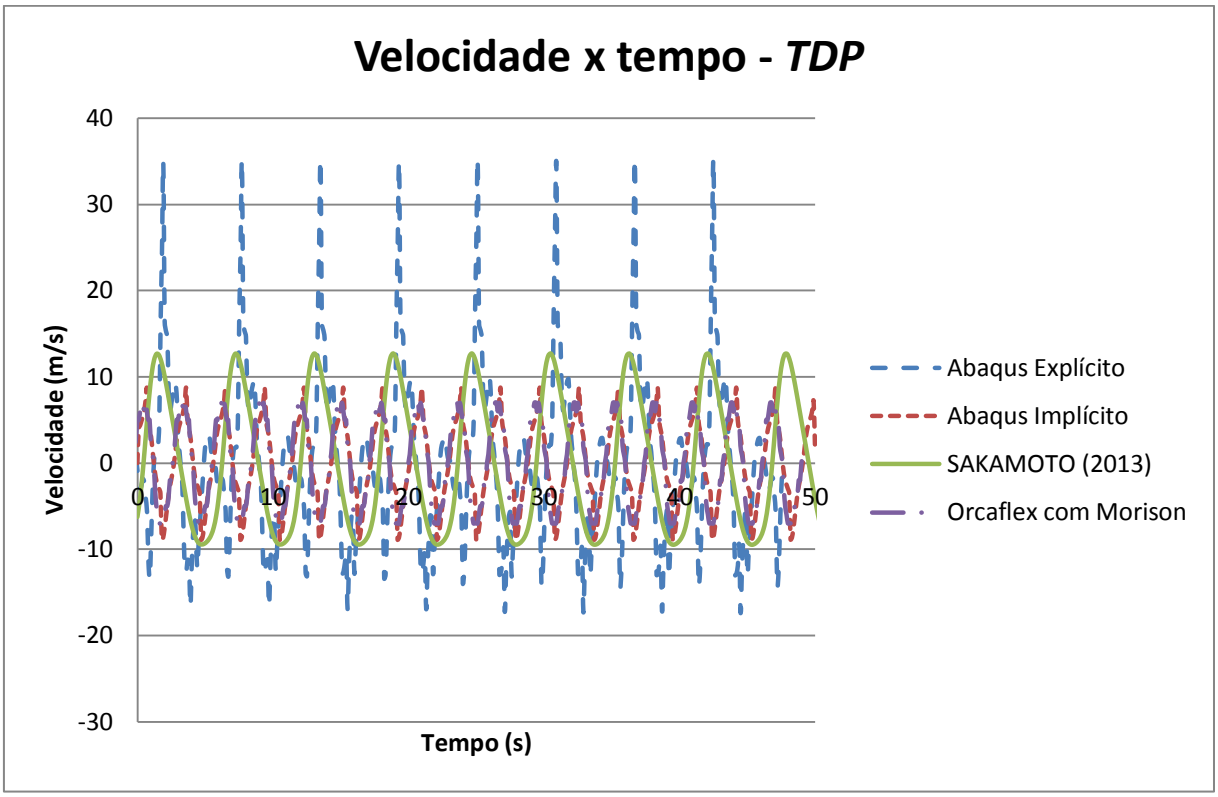

Figura 6.95: Velocidade horizontal no *TDP* para t=2,9s.

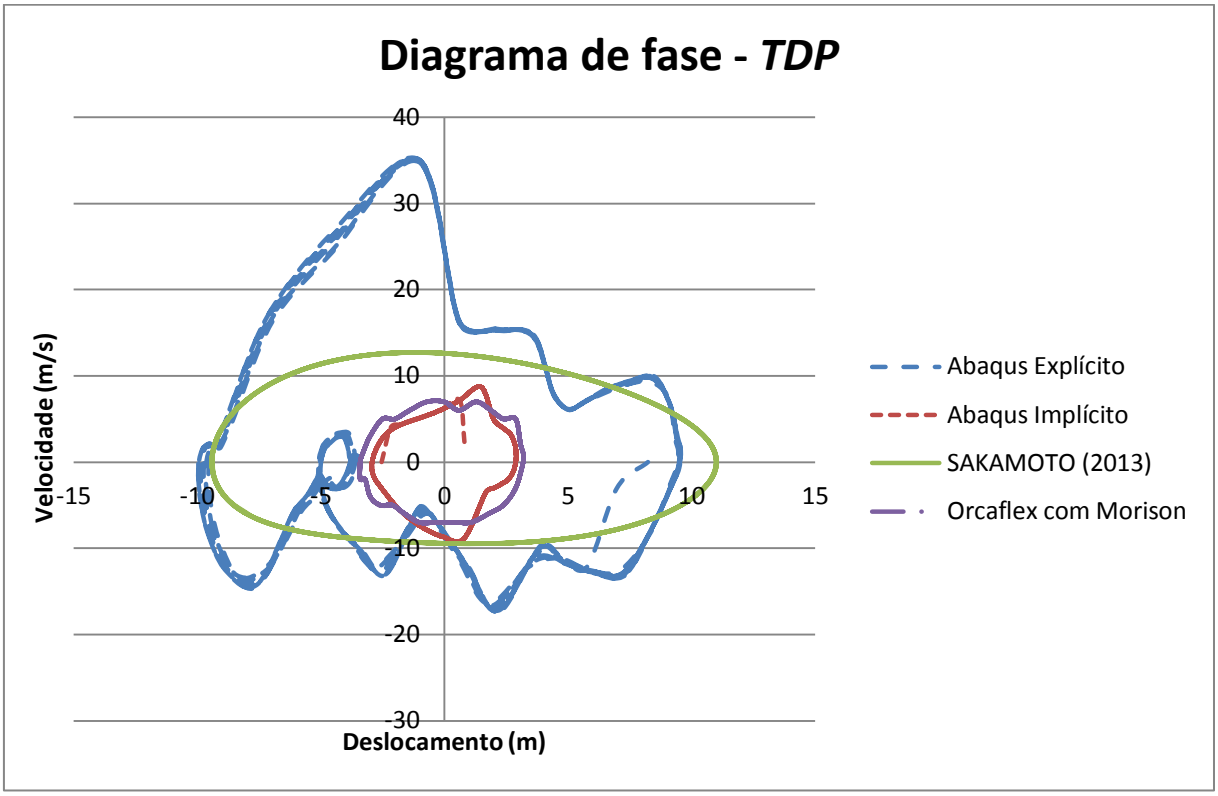

Figura 6.96: Diagrama de fase no *TDP* para t=2,9s.

Observa-se na Figura 6.94 que o período da resposta para o Abaqus explícito e para os cálculos analíticos (SAKAMOTO, 2013) é o dobro do período da excitação, e a amplitude do deslocamento e da velocidade é de três vezes e meia dos valores encontrados no Orcaflex e no Abaqus implícito, comprovando que os modelos do Abaqus explícito e analíticos detectaram o fenômeno da ressonância paramétrica.

Como os modelos estão com métodos de amortecimento diferentes, o amortecimento de Morison do modelo do Orcaflex foi desativado e foi considerado o mesmo amortecimento crítico utilizado para o modelo do Abaqus explícito e para o modelo analítico (SAKAMOTO, 2013). Os resultados são apresentados nas Figuras 6.97 a 6.99.

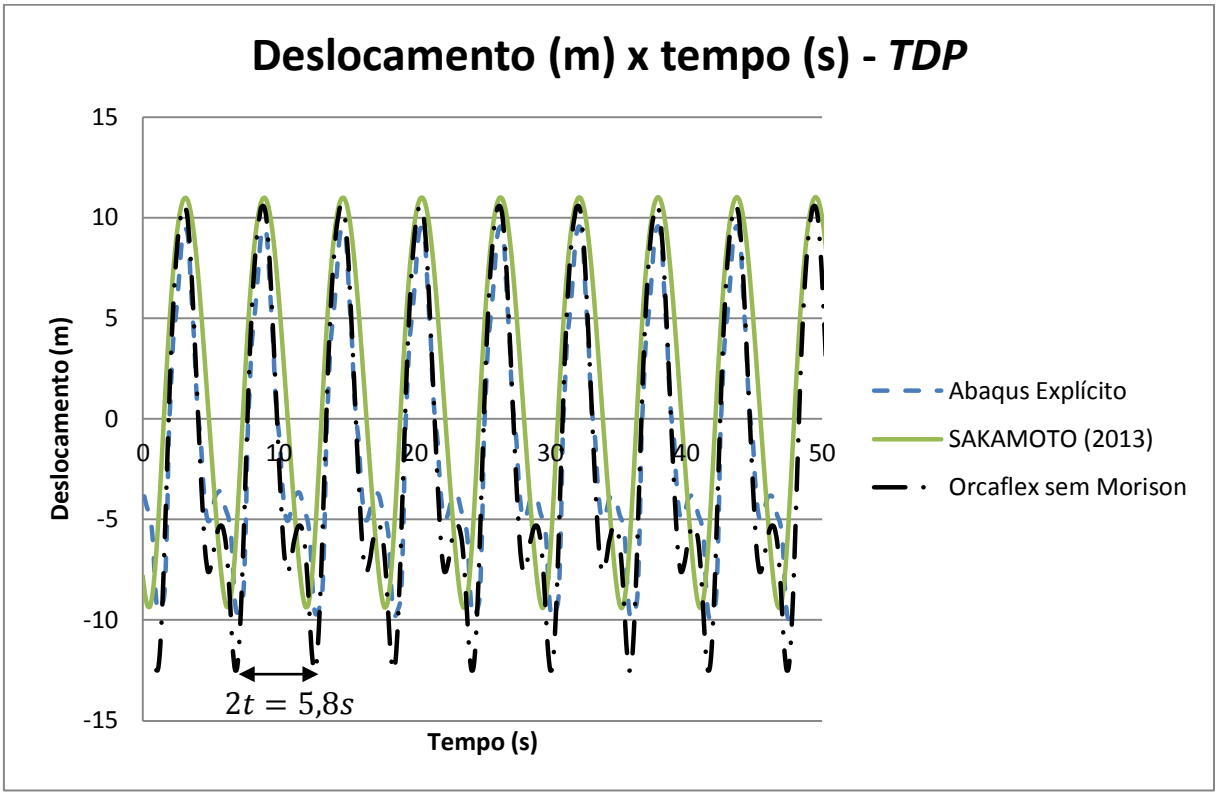

Figura 6.97: Deslocamento horizontal no *TDP* para t=2,9s, sem Morison.

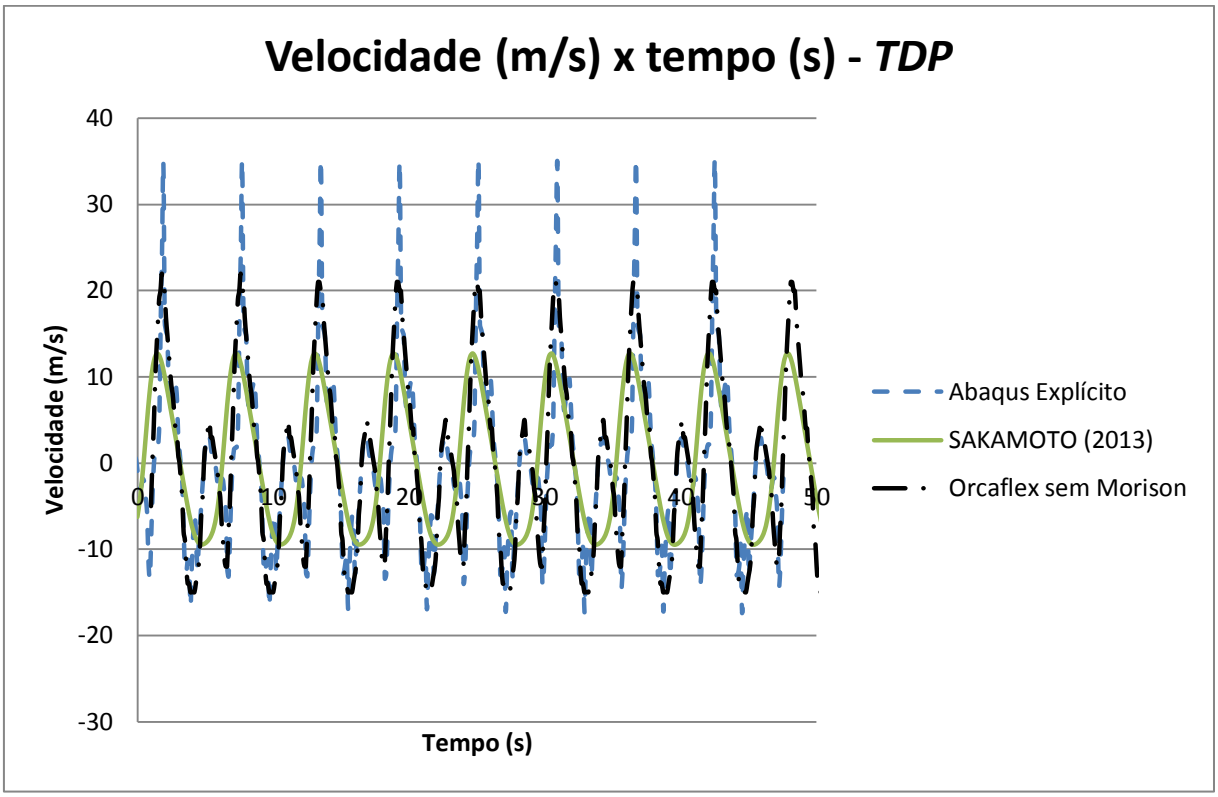

Figura 6.98: Velocidade horizontal no *TDP* para t=2,9s, sem Morison.

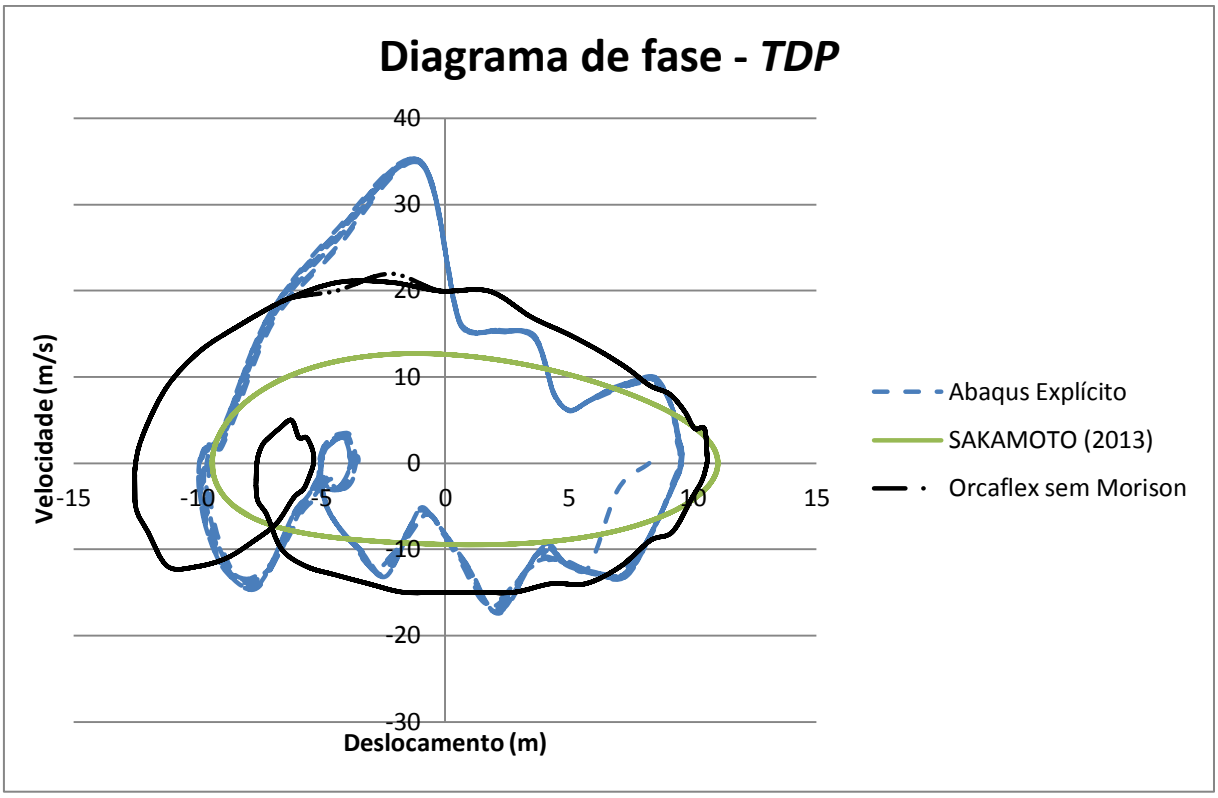

Figura 6.99: Diagrama de fase no *TDP* para t=2,9s, sem Morison.

Conforme se constata das Figuras 6.97 a 6.99 (resultados com grandes amplitudes e período da resposta igual ao dobro do período da excitação), o Orcaflex sem amortecimento de Morison detecta o fenômeno da ressonância paramétrica, assim como o modelo do Abaqus e o modelo analítico. Assim, conclui-se que o desaparecimento do fenômeno da ressonância paramétrica no modelo do Orcaflex está diretamente relacionado à ativação do amortecimento de Morison.

Quando os modelos entram em ressonância paramétrica, o fenômeno da compressão dinâmica também se apresenta, como pode ser observado na comparação de resultados do Abaqus entre a Figura 6.91 (sem ressonância paramétrica, com amortecimento de Morison) e a Figura 6.100 (com ressonância paramétrica).

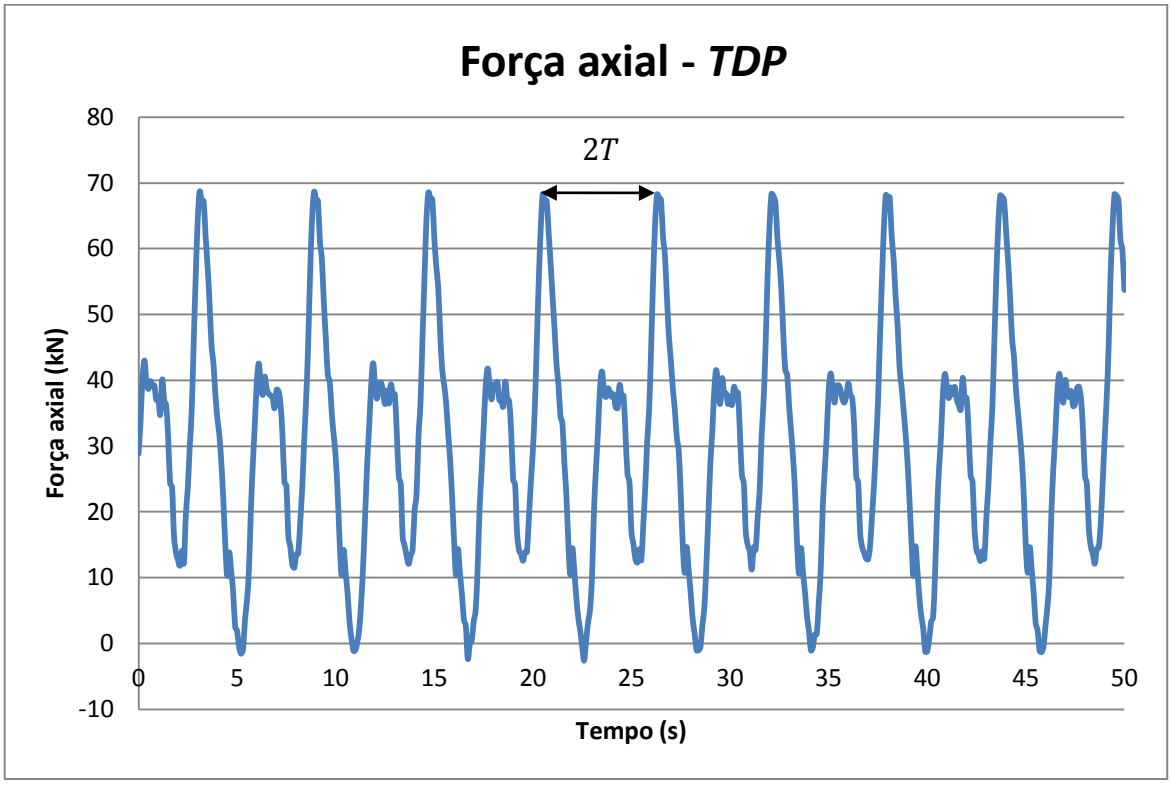

Figura 6.100: Compressão dinâmica devido à ressonância paramétrica.

7 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentou-se neste trabalho uma introdução ao estudo da ressonância paramétrica, que pode estar presente quando se trata de estruturas esbeltas onde a rigidez geométrica varia harmonicamente em decorrência de ações dinâmicas. No caso de *risers*, a ressonância paramétrica é um evento excepcional, mas nem por isto deixa de ser relevante, pois, se ocorrer, pode produzir resposta dinâmica de grandes amplitudes, potencialmente perigosas para produzir fadiga ou mesmo colapso estrutural. Assim foi necessário verificar se o programa de elementos finitos, no caso o Abaqus 6.10, utilizado para os processamentos, conseguiria detectar o fenômeno da ressonância paramétrica. O Abaqus foi capaz de apresentar bons resultados utilizando o método explícito de integração em um problema *benchmark*, conforme revelado pela comparação com a formulação de Soares (1992), para uma relação entre frequência de excitação e frequência natural de 1,9 ($\Omega/\ \omega = 1,9$) próxima de 2,0.

Após a validação do Abaqus para modelar o fenômeno da ressonância paramétrica, os resultados dinâmicos do Abaqus foram comparados com os programas Adina e Orcaflex, primeiramente para o *riser* vertical. As amplitudes dos deslocamentos verticais foram muito próximas para os três softwares então considerados, porém observou-se que as velocidades do Adina e do Abaqus atingiram valores maiores que as encontradas no Orcaflex. No diagrama de fase, é possível observar que os resultados do Orcaflex aparentemente se apresentam mais “lineares” que os resultados do Abaqus e do Adina, ou pelo menos mais “lisos” e, consequentemente, com menos harmônicos.

Foram analisados modelos de *riser* em catenária no Abaqus para comprovar a sua capacidade de caracterizar o equilíbrio estático corretamente. Todos os modelos tiveram uma aderência perfeita na configuração de equilíbrio estático com os modelos do Orcaflex e com os modelos de escala reduzida ensaiados no IPT, mostrando que a modelagem efetuada no Abaqus era competente a este respeito.

Para as análises dinâmicas, os modelos foram processados utilizando o método implícito e o método explícito de integração no tempo. O método implícito foi

empregado mesmo conhecendo a limitação de sua aplicabilidade em análises não lineares, tais como as que envolvem contato unilateral e instabilidade paramétrica. Ressalta-se, por outro lado, que o Abaqus 6.10 não permite aplicar a equação de Morison quando o método explícito de integração é utilizado.

Os resultados dinâmicos em comparação com o Orcaflex foram satisfatórios, mesmo quando fenômenos que requerem análise dinâmica não linear, como a compressão dinâmica e a ressonância paramétrica, foram detectados. Entretanto, observa-se que os modelos do Orcaflex com amortecimento de Morison tiveram o fenômeno da ressonância paramétrica inibido, no confronto com os modelos com amortecimento "equivalente" de Rayleigh.

Foi comparado o modelo numérico de *riser* vertical com o modelo em escala reduzida do *riser* vertical realizado no IPT. Houve uma grande aderência de resultados para deslocamentos e velocidades verticais entre o modelo numérico e o experimental. Já os deslocamentos horizontais no meio do vão foram significativamente maiores no modelo experimental, dado que o modelo numérico é plano, não considera os efeitos de *VIM* (*Vortex-Induced Motion*) e nem as imperfeições geométricas do modelo experimental. Por essa comparação, enfatiza-se a importância de se considerar os efeitos de *VIM* nos modelos numéricos, que não foram, entretanto, parte do escopo desse trabalho. Quando imposta uma frequência de excitação da ordem do dobro da frequência natural do primeiro modo de vibração do *riser*, detectou-se a ressonância paramétrica tanto para o modelo numérico, quanto para o modelo em escala reduzida. Os efeitos da ressonância paramétrica são predominantes sobre os efeitos de *VIM* e das imperfeições geométricas.

Os resultados entre o modelo em escala reduzida em catenária com o modelo numérico apresentaram uma boa correlação, porém os resultados experimentais apresentaram uma amplitude de deslocamento um pouco maior; essa diferença também pode ter sido devido aos efeitos de *VIM* (*Vortex-Induced Motion*) e às imperfeições geométricas.

Como o Abaqus é um programa generalista de elementos finitos, foram encontradas algumas dificuldades de modelagem devido ao problema ser muito específico. A

restrição do Abaqus ao não permitir o uso da equação de Morison no método explícito foi contornada com a elaboração de dois modelos, um analisado pelo método implícito utilizando Morison e o outro sem; assim, foi realizada uma retroanálise testando amortecimentos de Rayleigh até que a resposta fosse essencialmente a mesma, fora das condições de ressonância paramétrica ou compressão dinâmica. Para o exemplo da ressonância paramétrica, ficou evidente que o amortecimento “equivalente” proporcional à matriz de massa pode não ser o mais adequado, pois, conforme o período de excitação e o da resposta diminuem, o valor da taxa de amortecimento deveria aumentar. O contrário se daria se tivesse sido usado um amortecimento proporcional à matriz de rigidez. Em todos os casos, para cada período de excitação deveria ser usado um amortecimento proporcional diferente.

Para o modelo explícito elaborado no Abaqus, foi utilizado somente o amortecimento de Rayleigh proporcional à matriz de massa, pois, segundo o manual do Abaqus, a utilização da parcela proporcional à matriz de rigidez diminuiria muito o passo de tempo do processamento; assim, o modelo demoraria muitas horas para ser processado, inviabilizando-o.

De modo geral, o Abaqus conseguiu detectar os efeitos da ressonância paramétrica e os efeitos da compressão dinâmica. O programa também demonstrou confiabilidade ao representar os *risers*, verticais ou em catenária, tão bem quanto um programa especialista.

Por fim, apontam-se algumas sugestões para trabalhos futuros. O primeiro deles seria fazer modelos espaciais do *riser*, observando quais as diferenças e dificuldades que aparecem. Seria de grande valia introduzir a equação de Morison no método explícito de integração do Abaqus e conseguir representar os efeitos de *VIV* (*Vortex-Induced Vibration*) nos *risers*. O solo pode ser mais bem representado, utilizando leis constitutivas mais representativas do que o modelo elástico de Winkler. Como um maior desafio, poderia ser testada a opção *CFD* (*Computational Fluid Dynamics*) do Abaqus para representar os efeitos de correnteza e de vórtices sobre o *riser* e comparar esses resultados com os modelos em escala reduzida de Pesce et al (2012).

REFERÊNCIAS

Abaqus 6.10. **Abaqus/Cae user's manual**. Providence, EUA: Simulia, 2010.

ALFREDINI, Paolo; ARASAKI, Emília. **Obras e gestão de portos e costas:** a técnica aliada ao enfoque logístico e ambiental. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2009.

AMARANTE, Rodrigo Mota; FUJARRA, André Luis Condino. **Estudo de estática de linhas em catenária, através de análise de imagens.** Departamento de Engenharia Naval e Oceânica da Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2012.

ARANHA, J.A.P.; PINTO, M.O.; DA SILVA, R. M. C. **On the dynamic compression of risers**: an analytic expression for the critical load. São Paulo: Elsevier, 2001.

ANTONIO, Leonardo Machado. **Análise da interação solo-estrutura aplicada a *riser* rígido em catenária através da formulação co-rotacional**. 2011, 124p. Dissertação (Mestrado em Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

BAIG, Mirza M. Irfan; GRÄTSCH, Thomas. **Recommendations for practical use of numerical methods in linear and nonlinear dynamics**. Waltham, EUA: Simpson Gumpertz and Heger, Inc, 2005.

BARROS, Aidil Jesus da Silveira et al. **Fundamentos de metodologia científica**. 3. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

BATHE, Klaus-Jürgen. **Finite element procedures**. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1996.

BOLOTIN, V.V. **The dynamic stability of elastic systems**. San Francisco, EUA: Holden-Day, 1964.

CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. **Dynamic of structures**. 3. ed. Berkeley, EUA: Computers and Structures, Inc, 2003.

GAY NETO, Alfredo. **Estabilidade estrutural da configuração estática de *risers* em catenária**. 2012, 331p. Tese de Doutorado em Engenharia de Controle e Automação Mecânica. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.

HUGHES, Thomas J. R. **Linear static and dynamic finite element analysis**. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1987.

JACOB, Paul; GOULDING, Lee. **An explicit finite element primer**. Glasgow, Escócia: Nafems Ltd, 2002.

MANSUR, André Lessa. **Análise dinâmica não-linear de viga esbelta semi-infinita sob flexão composta com contato unilateral em apoio elástico: uma aplicação ao estudo de vibrações de *risers* em catenária**. 2011, 142p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.

MAZZILLI, C.E.N. et al. **Mecânica das estruturas I**. Apostila do PEF. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012a.

MAZZILLI, C.E.N. et al. **Mecânica das estruturas II**. Apostila do PEF. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012b.

MAZZILLI, C.E.N. et al. **Parametric instability of slender beams with unilateral winkler support**: an application to riser dynamics. XXIII ICTAM, International Congress of Theoretical and Applied Mechanics. Beijing, China, 2012c.

MORISON, J. R. et al. **The force exerted by surface waves on piles**. Petroleum Transactions, AIME, V.189, 1950.

NAYFEH, A.H; MOOK, D.T. **Nonlinear oscillations**. New York: John Wiley and Sons, 1979.

PAULETTI, Ruy Marcelo de Oliveira. **Sobre cabos e cordas**. Apostila do PEF. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

PESCE, CELSO P. et al. **Dinâmica não linear de *risers***: interações de natureza hidroelástica e de contato. Relatório técnico. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

PETROBRAS, Principais Operações. Disponível em: <http://www.petrobras.com.br/pt/quem-somos/principais-operacoes/>. Acesso em: 14 jan. 2012.

PINHO, Alexandre Lima Santiago de. **Redução de tensões em *risers* rígidos de plataformas TLP**. 2001, 102p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

SANCHES, César Tarabay. **Modos não-lineares de vibração e controle ativo de *risers***. 2009, 170p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. `

SAKAMOTO, Fernando Yudi. **Modelagem dinâmica da zona de contato entre riser e fundo do mar (TDZ) sob ação de deslocamento e tração impostos**. 2013. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.

SILVA, Raphael Araújo de Figueiredo e. **Estudo numérico e experimental visando o desenvolvimento de dutos e compósitos submarinos pela técnica de enrolamento filamentar**. 2008, 140p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Metalúrgica e de Materiais) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

SOARES, Mário Eduardo Senatore. **Excitação paramétrica em sistemas com um grau de liberdade**. 1992, 101p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.

TAKAFUJI, Fernanda Cristina de Moraes. **Dinâmica tridimensional de *risers***. 2010, 313p. Tese (Doutorado em Engenharia de Controle e Automação Mecânica) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.

THOMSON, William T. **Teoria da vibração com aplicações**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

TSUKADA, Raphael Issamu. **Comportamento dinâmico de *riser* rígido em catenária devido à vibração induzida por vórtices em águas profundas**. 2009,

128p. Dissertação (Mestrado em Ciências e Engenharia de Petróleo) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

WRIGGERS, P. – **Computational contact mechanics**. Chichester, England: John Wiley and Sons, LTD, University of Hannover, 2002.