NAYARA YOKOYAMA VIEIRA

**Determinação das forças em cabos tensionados a partir de ensaios de
vibrações livres**

São Paulo
(2014)

NAYARA YOKOYAMA VIEIRA

**Determinação das forças em cabos tensionados a partir de ensaios de
vibrações livres**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Engenharia

Orientador: Prof. Dr. Paulo de Mattos
Pimenta

São Paulo
(2014)

NAYARA YOKOYAMA VIEIRA

**Determinação das forças em cabos tensionados a partir de ensaios de
vibrações livres**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Engenharia

Área de Concentração: Engenharia de
Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Paulo de Mattos
Pimenta

São Paulo
(2014)

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de outubro de 2014.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

Ficha Catalográfica

Vieira, Nayara Yokoyama

**Determinação das forças em cabos tensionados
a partir de ensaios de vibrações livres / N.Y. Vieira. -- versão
corr. -- São Paulo, 2014.
p.100**

**Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e
Geotécnica.**

**1.Cabos 2.Tensão dos materiais 3.Dinâmica das estruturas
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento
de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.**

Dedico este trabalho aos meus pais e ao
meu marido, pelo apoio incondicional

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais pelo apoio durante toda a minha trajetória de estudos.

Ao meu marido Daniel pela paciência, compreensão e carinho.

Ao Prof. Dr. Paulo de Mattos Pimenta pelo incentivo durante todo o período.

Aos amigos Dr. José Fernando Rodrigues e Prof. Dr. Pedro Afonso de Oliveira Almeida pelo apoio que demonstraram desde a Iniciação Científica.

Às empresas LSE-Laboratório de Sistemas Estruturais e Protende pela disponibilização de dados de ensaios e fotos de diversas obras.

RESUMO

Neste trabalho são apresentados os aspectos mais relevantes do comportamento dos cabos, a descrição dos comportamentos estático e dinâmicos e aplicação da análise dinâmica na determinação da força de um cabo a partir de ensaios de vibração livre. Serão analisados dois estudos de caso onde esse método foi aplicado : nos tirantes da cobertura do estádio Castelão em Fortaleza e nos estais da ponte sobre o rio Sergipe. Em seguida serão discutidas as vantagens e limitações do método

Palavras chave: Cabos. Vibração. Dinâmica.

ABSTRACT

In this work the most important characteristics of the cables are presented: their static and dynamic behavior and the vibration method to evaluate the cable force from free vibration tests results. Two study cases are described: the cables of the Castelao Stadium at Fortaleza and the stays of the bridge over Sergipe river. The advantages and limitations of this method are discussed.

Keywords: Cables. Vibration. Dynamics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2-1 - Cordoalha de sete fios.....	15
Figura 2-2 – Seção transversal de uma cordoalha do tipo “locked coil”	16
Figura 2-3 - Cordoalha com 127 fios paralelos de 5mm	16
Figura 2-4 - Cabo utilizado na Ponte Jornalista Roberto Marinho/SP	17
Figura 2-5 - Cabo com 127 cordoalhas- Ponte do Saber/RJ	17
Figura 2-6 – Sistema de proteção das cordoalhas de estais	19
Figura 2-7 - Comportamento de um cabo comparado à diagonal tracionada de uma treliça	20
Figura 2-8 - Cabos inclinado, horizontal e vertical sujeitos a um carregamento vertical	21
Figura 2-9 - Curva de força-comprimento de uma barra rígida	22
Figura 2-10 - Curva força comprimento de um cabo.....	23
Figura 2-11 - Determinação do módulo tangente.....	24
Figura 2-12 - Determinação do módulo secante	25
Figura 2-13 - Deformação irreversível devido a relaxação do aço	26
Figura 2-14 - Curva S-N para fios	27
Figura 2-15 - Curva S-N para cordoalhas	28
Figura 2-16 - Curva S-N para barras	28
Figura 2-17 - Cabo suspenso sob ação do peso próprio: a) modelo simplificado; b) equilíbrio do segmento AP	29
Figura 2-18 - Aproximação do formato do cabo por uma parábola.....	32
Figura 2-19 - Duas condições de cabos horizontais sob ação das forças T1 e T2	33
Figura 2-20 - Componentes de deslocamento de um ponto genérico P de um cabo em movimento	36
Figura 2-21 - Equilíbrio dinâmico de um segmento do cabo	37
Figura 2-22 - Transformação de eixos	40
Figura 3-1 - Sistema dinâmico com um grau de liberdade.....	46
Figura 3-2 - Vibrações livres em um sistema com amortecimento sub crítico	47
Figura 3-3 - Fases da investigação experimental das estruturas.....	49
Figura 3-4 - Transdutor sísmico.....	50
Figura 3-5 - Fator de amplificação dinâmica em função do amortecimento e da frequência	51
Figura 3-6 - Princípio de funcionamento dos acelerômetros piezoresistivos	52

Figura 3-7 - Acelerômetros piezoresistivos	53
Figura 3-8 - Princípio de funcionamento dos acelerômetros piezoelétricos	53
Figura 3-9 - Acelerômetros piezoelétricos	54
Figura 3-10 - Servo - acelerômetros	55
Figura 3-11 - Circuitos básicos para condicionamento de sinais	55
Figura 3-12 - Conversor A/D	56
Figura 3-13 - Representação gráfica da sub-amostragem.....	57
Figura 3-14 - Representação gráfica dos coeficientes de Fourier.....	58
Figura 3-15 - Alguns tipos de janelas utilizadas na FFT	59
Figura 4-1 – Cobertura metálica executada em 2002	60
Figura 4-2 – Tirantes protendidos executados na estrutura do Estádio	61
Figura 4-3 Modificação executada na estrutura da Arena Castelão em 2012	63
Figura 4-4 Vista inferior da estrutura da cobertura da Arena Castelão	64
Figura 4-5 Arranjo típico para os ensaios de vibração livre	66
Figura 4-6 Séries temporais do tirante AT2, P4100	67
Figura 4-7 Espectro RMS do tirante AT2, P4100.....	68
Figura 4-8 Coeficientes de variação dos tirantes da cobertura do Estádio Castelão .	82
Figura 4-9 Vista Longitudinal da Ponte Aracaju-Barra	83
Figura 4-10 Seção transversal do vão central	83
Figura 4-11 Célula de carga instalada na ancoragem de um dos estais	84
Figura 4-12 Sistema de aquisição de dados instalado nos mastros da ponte para leitura das forças nos estais	86
Figura 4-13 Esquema do sistema de aquisição de dados instalado nos mastros da Ponte	87
Figura 4-14 Servo acelerômetros instalados no estai P16-14CM.....	88
Figura 4-15 Ensaios de vibração livre.....	89
Figura 4-16 Espectros de acelerações medidos no estai P16-5LM durante os ensaios de vibração livre.....	90
Figura 4-17 Espectros de acelerações medidos no estai P16-7LM durante ensaios de vibração livre.....	91
Figura 4-18 Espectros de acelerações medidos no estai P16-8LM durante ensaios de vibração livre.....	92
Figura 4-19 Componentes dos estais	93

LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1 – Comparação entre aço estrutural e o aço utilizado em cabos ..	14
Tabela 2-2 Requisitos mínimos de desempenho, curvas S-N para elementos de tração e cabos de pontes estaiadas	27
Tabela 2-3 Fórmulas para determinação da frequência do cabo considerando os efeitos da flecha e da rigidez à flexão.....	43
Tabela 4-1 – Frequências e forças dos tirantes dos eixos da cobertura	69
Tabela 4-2 Características dos estais da ponte sobre o rio Sergipe.....	94
Tabela 4-3 Análise das frequências medidas durante os ensaios de vibração livre	97

SUMÁRIO

1	Introdução.....	12
2	Cabos	14
2.1	Tipos de cabos	14
2.2	Corrosão	18
2.3	Propriedades mecânicas	20
2.3.1	Módulo de elasticidade e resistência à tração	20
2.3.2	Relaxação	25
2.3.3	Resistência a fadiga	26
2.4	Comportamento estrutural de um cabo carregado axialmente.....	29
2.4.1	Análise Estática.....	29
2.4.2	Análise dinâmica dos cabos	35
3	Determinação da força de cabos utilizando o método da vibração...44	
3.1	Considerações gerais	44
3.2	Teoria de Vibração de cordas.....	44
3.2.1	Efeitos da rigidez e da flecha.....	45
3.3	Conceitos básicos sobre análise dinâmica das estruturas.....	45
3.4	Análise Experimental	48
3.4.1	Determinação das frequências naturais dos cabos	48
3.4.2	Transdutores	49
3.4.3	Condicionamento de sinais.....	55
3.4.4	Conversor A/D e gravação de sinais	56
3.4.5	Frequências de amostragem	56
3.4.6	Análise de sinais	57
4	ESTUDO DE CASO	60
4.1	Cobertura do Estádio Castelão – Fortaleza/CE	60
4.1.1	Considerações gerais.....	60
4.2	Medição das forças dos estais da ponte Aracaju-Barra	83
4.2.1	Descrição da estrutura	83
4.2.2	Trabalhos realizados	84
4.2.3	Resultados	93
5	CONCLUSÃO	99
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	100

1 INTRODUÇÃO

As estruturas estaiadas são hoje amplamente empregadas, principalmente, em sistemas estruturais de coberturas e pontes de grande porte. O aumento de sua utilização decorre em muito da possibilidade de construção de estruturas de grande porte a partir de cabos (estais), que são montados com cordoalhas, uma a uma, possibilitando a formação de peças para resistir até 20 MN de tração, com comprimentos que podem passar dos 800 m. Esses modernos sistemas estruturais vem revolucionando os métodos construtivos de pontes, dispensando, na maioria das vezes, os pesados cimbramentos do passado, gerando estruturas de pontes, com tabuleiros prismáticos de altura média da ordem de 0,6 m.

As cordoalhas empregadas na montagem dos cabos, normalmente, são formadas por sete fios de aço galvanizados, encapadas com uma capa polimérica, resultado de um aperfeiçoamento refinado de nosso melhor aço de construção, atingindo uma resistência à tração da ordem de 2.000 MPa e com módulo de elasticidade da ordem de 200 GPa. O peso próprio dessas cordoalhas é da ordem de 1,3 kgf/m. Essas cordoalhas possibilitam a montagem de cabos de grande comprimento, podendo alcançar até 1.000 metros de comprimento.

A limitação da construção dos cabos está apenas no efeito da “catenária”, que é inerente da relação peso próprio e força normal aplicada. No caso de cabos com grandes comprimentos, acima de 250 metros, os efeitos de segunda ordem são relevantes e devem ser considerados na composição da rigidez do tabuleiro da ponte.

Normalmente os sistemas estaiados geram sistemas estruturais reticulados redundantes, que atendem a todas as premissas da segurança e durabilidade das estruturas.

Em se tratando de estruturas de cabos, sua dinâmica deve ser observada pois devido à flexibilidade e baixos coeficientes de amortecimento, esses elementos são muito sensíveis à vibração o que pode comprometer a sua durabilidade no período de vida especificado para a estrutura.

A dinâmica dos cabos deve ser entendida visando, principalmente, os aspectos de fadiga das ancoragens na presença das cargas usuais de pontes (veículos) e das ações naturais como vento e sismos. Além disso, o estudo do comportamento

dinâmico dos cabos pode também ser útil para determinação da força a que estão submetidos.

Desta forma, nesta investigação serão considerados os aspectos mais relevantes do comportamento dos cabos, a descrição dos comportamentos estático e dinâmicos e aplicação da análise dinâmica na determinação da força de um cabo a partir de ensaios de vibração livre.

2 CABOS

2.1 Tipos de cabos

Os cabos utilizados em pontes estaiadas e suspensas são formados por fios de aço que possuem uma resistência à tração muito maior do que os aços estruturais comuns, normalmente acima de 1.770 MPa, hoje já consolidados em 1.860 MPa.

Em razão de dificuldades de fabricação, esses fios em geral possuem uma seção circular, com diâmetros que variam entre 3 e 7mm.

A Tabela 2.1 GIMSING(1983) mostra uma comparação entre as propriedades dos cabos de aço e do aço estrutural. A Tabela 2.1 mostra que a resistência do cabo de aço é quase o dobro da resistência de um aço estrutural e que os fios são fabricados com uma liga metálica com alto teor de carbono, o que confere uma alta resistência à tração estática, porém reduzindo a ductilidade quando comparados aos aços estruturais comuns.

Tabela 2-1 – Comparação entre aço estrutural e o aço utilizado em cabos

	Units	Strand steel (5 or 7 wires)	Structural steel	
			Mild	High strength
Yield stress (=2% proof stress)	MPa	1180	240	690
Tensile strength	MPa	1570	370	790
Strain at breaking	%	4	24	18
Modulus of elasticity	GPa	205	210	210

Typical chemical composition

C	0,80%	0,20%	0,15%
Si	0,20%	0,30%	0,25%
Mn	0,60%		0,80%
Cu	0,05%	0,20%	0,30%
Ni	0,05%		0,80%
Cr	0,05%	0,30%	0,50%
P	0,03%	0,04%	0,03%
S	0,02%	0,04%	0,03%

Fonte: GIMSING (1983)

Os fios de aço podem ser arranjados de diversas formas para a fabricação de cordoalhas que então formarão os cabos. O tipo de cordoalha mais comum é a de 7 fios: sendo 6 fios em forma de hélice em torno de um fio central de maior diâmetro, Figura 2.1, esse tipo de cordoalha possui uma resistência que varia entre 1.770 MPa e 1.860 MPa. Em razão do arranjo em hélice, a rigidez das cordoalhas é reduzida, levando a um módulo de elasticidade de aproximadamente 190 GPa para o conjunto

da cordoalhas de 7 fios e 15,7 mm de diâmetro.

Figura 2-1 - Cordoalha de sete fios

Fonte: Protende

Pode-se também produzir cordoalhas com uma quantidade maior de fios , que são posicionados em diversas camadas em hélice com direções opostas ao redor de um fio reto. Esse tipo de cordoalha possui uma redução de rigidez em relação ao fio de aço que varia entre 15% e 25%. Além disso é necessário que seja realizado um pré tensionamento dessa cordoalha para que ocorra uma acomodação de todos os fios e a cordoalha possa ter o comportamento elástico idealizado em projeto.

Outro tipo de cordoalha existente são as chamadas “locked coil”, onde vários fios com diferentes formas formam uma cordoalha com uma superfície mais uniforme, aumentando a área de contato com ancoragens e selas, Figura 2.2. Geralmente esse tipo de cordoalha possui uma parte central formada por fios circulares comuns e camadas externas formadas por fios com uma seção em formato de Z, que se encaixam formando uma cordoalha com uma densidade de aproximadamente 90%. A montagem dos fios em hélice favorece a sua auto compactação, logo não é necessário nenhum tipo de material para mantê-los unidos.

Figura 2-2 – Seção transversal de uma cordoalha do tipo “locked coil”

Fonte: Bridon

A montagem de cordoalhas em hélice causa uma redução de sua rigidez e para evitar esse problema foram também desenvolvidas cordoalhas com fios paralelos de uma ponta a outra, Figura 2.3. Porém, esse tipo de cordoalha pode trazer desvantagens como a concentração de tensões não previstas nos locais onde há curvas (selas, ancoragens) devido ao alongamento e ao encurtamento que ocorrem na seção.

Figura 2-3 - Cordoalha com 127 fios paralelos de 5mm

Fonte: GIMSING (1983)

No Brasil, a maior parte das pontes estaiadas possuem cabos formados por cordoalhas de sete fios em hélice, Figuras 2.4 e 2.5. O número de cordoalhas é

variável de acordo com a ponte, podendo chegar a 127 cordoalhas em um único cabo como o utilizado na Ponte do Saber no Rio de Janeiro, Figura 2.5,

Figura 2-4 - Cabo utilizado na Ponte Jornalista Roberto Marinho/SP

Fonte: Protende

Figura 2-5 - Cabo com 127 cordoalhas- Ponte do Saber/RJ

Fonte: Protende

Em se tratando de cabos com excelente propriedades estruturais, formados a partir de elementos (cordoalhas) individuais, enormes esforços vêm sendo aplicados na pesquisa do comportamento estrutural dessas estruturas, buscando melhorar o entendimento desses sistemas estruturais e visando ampliar sua aplicação tanto em grandes estruturas, quanto em estruturas de pequeno porte, de novos sistemas estruturais.

2.2 Corrosão

Devido à dificuldade de inspeção dos cabos de uma ponte por completo e a vulnerabilidade desse aço à corrosão, é de extrema importância que as cordoalhas utilizadas nos cabos sejam protegidas.

De acordo com GIMSING (1983), a redução da seção transversal de um cabo devido a uma superfície de corrosão de 1mm é de 64%, um valor que não estaria dentro dos fatores de segurança considerados em projeto.

Para garantir uma vida útil de 100 anos dos aços de protensão utilizados em cabos de pontes estaiadas submetidos à fadiga e expostos a ambientes muito agressivos, o fib 30 recomenda um sistema de proteção formado por três camadas independentes:

- 1 – Uma camada de zinco aplicada diretamente no aço de protensão (galvanização a quente);
- 2 – Uma camada de cera entre o aço e a capa polimérica externa;
- 3 – Uma capa polimérica envolvendo cada cordoalha individualmente e/ou um tubo polimérico protegendo todas as cordoalhas.

Essas camadas estão indicadas na Figura 2.6. A seção transversal é composta por cordoalhas galvanizadas protegidas por cera e uma capa polimérica externa. O conjunto de cordoalhas por sua vez é protegido por um tubo de PEAD.

A galvanização a quente tem a função de proteger temporariamente o aço nas extremidades das cordoalhas principalmente durante a construção da obra, quando as ancoragens ainda não estão fechadas e as cordoalhas protegidas.

A camada de cera evita que a água se espalhe pela cordoalha caso ela ultrapasse a capa externa.

A capa polimérica que envolve cada cordoalha e o tubo de PEAD protegem as cordoalhas contra choques mecânicos durante a instalação por exemplo e funcionam

como uma barreira contra a entrada de água, gases e outras substâncias que possam acelerar a corrosão aço.

Figura 2-6 – Sistema de proteção das cordoalhas de estais

2.3 Propriedades mecânicas

2.3.1 Módulo de elasticidade e resistência à tração

O módulo de elasticidade dos fios galvanizados é um pouco menor em relação ao módulo do aço estrutural, em torno de 205GPa.

A resistência à tração das cordoalhas utilizadas atualmente é de 1770MPa ou 1860MPa, porém atualmente estão sendo desenvolvidos cabos que chegam a quase 2000MPa de resistência última à tração.

Um cabo carregado axialmente possui um comportamento similar ao de uma diagonal tracionada de uma treliça, como mostra a Figura 2.7.

Figura 2-7 - Comportamento de um cabo comparado à diagonal tracionada de uma treliça

Fonte: GIMSING (1983)

Neste caso, a flecha não é necessária para resistir às cargas e pode ser considerada indesejável, porém um cabo inclinado sempre apresentará uma flecha devido ao peso próprio da estrutura, Figura 2.8.

Figura 2-8 - Cabos inclinado, horizontal e vertical sujeitos a um carregamento vertical

Fonte: GIMSING (1983)

A flecha dos cabos inclinados é resultado apenas da ação do peso próprio, portanto é proporcional à densidade do material e inversamente proporcional à sua resistência.

A relação entre força e deslocamento de uma barra rígida está mostrado na Figura 2.9, para uma força nula a barra terá o seu comprimento inicial igual a zero, para forças de tração terá um alongamento e para forças de compressão um encurtamento.

Figura 2-9 - Curva de força-comprimento de uma barra rígida

Fonte: GIMSING (1983)

No caso de um cabo com a mesma seção transversal e módulo de elasticidade, o comportamento é um pouco diferente, pois inicialmente (força nula) a distância horizontal entre as duas extremidades também é nula. Com a aplicação de uma força de tração o cabo começa a ter uma forma de catenária e para valores maiores de tração o cabo passa a ter um comportamento próximo ao da barra rígida, Figura 2.10.

Figura 2-10 - Curva força comprimento de um cabo

Fonte: GIMSING (1983)

A curva tensão deformação é utilizada para determinação de características do elemento como o módulo de elasticidade E , pois para elementos elásticos $P=EA\Delta l$, $\sigma=P/A$ e portanto pode-se aplicar $\sigma=E\varepsilon$. No caso das barras, a reta é considerada desde a origem, ou seja, quando a força aplicada é igual a 0. Para os cabos será melhor analisar a curva a partir de uma certa força, por exemplo a partir da força T_0 correspondente ao peso próprio do cabo. A partir deste ponto, para cada incremento de força ΔT , haverá um aumento do comprimento Δc e uma diminuição da flecha Δk , o que faz com que o diagrama seja curvo.

Para simplificar a análise, pode-se linearizar esta curva para obter o módulo de elasticidade do elemento. Uma maneira é substituir a curva pela sua tangente no ponto equivalente à T_0 , o módulo equivalente será chamado de módulo tangente E_{tan} , Figura 2.11. Esse método é uma boa aproximação para os casos em que o acréscimo de carga for pequeno e as cargas totais permanecerem próximas ao valor do peso próprio. Para valores altos de força o módulo tangente começa a superestimar os deslocamentos e reduzir as tensões.

Figura 2-11 - Determinação do módulo tangente

Fonte: GIMSING (1983)

Quando a variação de forças for maior e o módulo tangente resultar em desvios grandes em relação aos valores reais pode-se utilizar o módulo secante. Neste caso considera-se o ponto A referente ao peso próprio e o ponto B referente ao peso próprio + ΔT , Figura 2.12, o módulo secante será o módulo equivalente à reta que une os dois pontos. Este método resulta em valores mais próximos aos reais, porém é preciso conhecer as tensões e deslocamentos da condição final de carregamento, ao contrário do módulo tangente onde só é necessário conhecer os valores da condição inicial de carregamento.

Figura 2-12 - Determinação do módulo secante

Fonte: GIMSING (1983)

2.3.2 Relaxação

A relaxação é a variação da tensão ao longo do tempo para uma mesma deformação de um elemento. O gráfico da Figura 2.13 GIMSING(1983) mostra a deformação permanente em um fio de aço submetido a uma tensão constante σ_w por 1000 horas. Pode-se observar que o efeito da relaxação aumenta rapidamente quando o valor de σ_w é superior a 50% da resistência à tração da cordoalha, por isso os valores de carga permanente não deve ultrapassar 45% da resistência da cordoalha.

A Norma NBR 7483 – Cordoalhas de Aço para Concreto Protendido estabelece um valor máximo de 3,5% para relaxação após 1000 horas.

Figura 2-13 - Deformação irreversível devido a relaxação do aço

Fonte: GIMSING (1983)

2.3.3 Resistência a fadiga

É essencial realizar verificações em relação à fadiga, pois uma variação grande de tensão solicitante pode reduzir a vida útil do cabo.

Em pontes rodoviárias a maior parte do carregamento é devida à carga permanente, portanto os efeitos de fadiga não são de grande magnitude (exceto em casos onde o tabuleiro é metálico ou de concreto com uma geometria mais esbelta). Nas pontes ferroviárias os efeitos de fadiga são muito mais pronunciados devido à grande magnitude das cargas móveis envolvidas.

A resistência à fadiga é geralmente representada pelas curvas de Wöhler

(Curvas S-N), que mostram a relação entre o número de ciclos (N) que um elemento pode resistir para uma determinada variação de tensão ($\Delta\sigma$). Esses valores são plotados em gráficos log-log resultando em retas.

Para o desenvolvimento de um projeto, seria necessário desenvolver inúmeros ensaios para um elemento com variados valores de $\Delta\sigma$ e N, o que seria inviável.

Para isso, baseado em uma grande experiência com ensaios desse tipo, alguns códigos modelo como o *fib30* apresentam os resultados para fios, barras e

cordoalhas e recomendam como requisito mínimo a resistência para um valor N de 2×10^6 ciclos. A Tabela 2.2 e Figuras 2.14, 2.15 e 2.16 apresentam os valores e gráficos do fib30. As curvas denominadas “A” referem-se ao ensaio do elemento isolado e as curvas “C” são referentes aos requisitos mínimos de resistência à fadiga. Os valores correspondentes ao sistema completo (cordoalha + ancoragem) estariam entre as curvas “A” e “C”.

Tabela 2-2 Requisitos mínimos de desempenho, curvas S-N para elementos de tração e cabos de pontes estaiadas

		k1	k2	$\Delta\sigma$ (MPa) para 2×10^6 de ciclos
Fio (1770 MPa)	A	≈ 6	8	370
	C	4	6	200
Cordoalha (1860 MPa)	A	≈ 6	8	300
	C	4	6	200
Barra (1050 MPa)	A	≈ 7	8	180
	C	5	6	110

Fonte: fib 30

Figura 2-14 - Curva S-N para fios

Fonte: fib 30

Figura 2-15 - Curva S-N para cordoalhas

Fonte: fib 30

Figura 2-16 - Curva S-N para barras

Fonte: fib 30

2.4 Comportamento estrutural de um cabo carregado axialmente

2.4.1 Análise Estática

2.4.1.1 Hipótese 1 – Catenária

Para o estudo de um cabo suspenso pode-se admitir um comportamento de uma estrutura elástica e além disso não será considerada a sua rigidez à flexão. Essa hipótese pode ser assumida pois a rigidez axial EA do cabo é muito superior à rigidez à flexão.

A Figura 2.17 mostra um cabo suspenso entre dois pontos fixos A e B com uma força axial T (componentes H e V) sob ação do peso próprio w . O equilíbrio de um segmento s medido a partir do ponto A, ajuda a determinar as equações paramétricas 2.1 e 2.2 e a determinação força T aplicada, IRVINE (1981), Equação 2.3.

$$x(s) = \frac{H_A s}{EA_0} + \frac{H_A L_0}{W} \cdot \left[\sinh^{-1} \left(\frac{V_A}{H_A} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{V_A - Ws/L_0}{H_A} \right) \right] \quad 2.1$$

$$z(s) = \frac{Ws}{EA_0} \left(\frac{V_A}{W} - \frac{s}{2L_0} \right) + \frac{H_A L_0}{W} \left\{ \left[1 + \left(\frac{V_A}{H_A} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \left[1 + \left(\frac{V_A - Ws/L_0}{H_A} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad 2.2$$

$$T(s) = \left[H_A^2 + \left(V_A - \frac{Ws}{L_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad 2.3$$

Figura 2-17 - Cabo suspenso sob ação do peso próprio: a) modelo simplificado; b) equilíbrio do segmento AP

Fonte: CAETANO (2007)

As equações 2.1 e 2.2 descrevem a geometria do cabo, uma catenária com comportamento elástico sob ação do peso próprio. Para a resolução dessas equações é necessário conhecer os valores de H_A e V_A , obtidos pela aplicação das condições de contorno nas equações 2.4 e 2.5.

$$\ell = \frac{H_A L_0}{EA_0} + \frac{H_A L_0}{W} \cdot \left[\sinh^{-1} \left(\frac{V_A}{H_A} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{V_A - W}{H_A} \right) \right] \quad 2.4$$

$$h = \frac{W L_0}{EA_0} \left(\frac{V_A}{W} - \frac{1}{2} \right) + \frac{H_A L_0}{W} \left\{ \left[1 + \left(\frac{V_A}{H_A} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \left[1 + \left(\frac{V_A - W}{H_A} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad 2.5$$

Conhecendo os valores de H_A e V_A é possível determinar a força máxima ao longo do cabo, Equação 2.6, e desvio nas ancoragens, Equações 2.7 e 2.8:

$$T_A = [H_A^2 + V_A^2]^{\frac{1}{2}} \quad 2.6$$

$$\omega_A = \operatorname{atan} \left(\frac{V_A}{H_A} \right) - \alpha \quad 2.7$$

$$\omega_B = \alpha - \operatorname{atan} \left(\frac{V_A}{H_A} \right) \quad 2.8$$

Além disso, pode-se definir também a comprimento total do cabo L_f :

$$L_f = L_0 + \frac{H^2 L_0}{2WEA_0} \cdot \left[\frac{V_A}{H_A} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{V_A}{H_A} \right)^2} + \ln \left(\frac{V_A}{H_A} + \sqrt{1 + \left(\frac{V_A}{H_A} \right)^2} \right) - \frac{V_A - W}{H_A} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{V_A - W}{H_A} \right)^2} - \ln \left(\frac{V_A - W}{H_A} + \sqrt{1 + \left(\frac{V_A - W}{H_A} \right)^2} \right) \right] \quad 2.9$$

Irvine definiu um parâmetro para caracterizar os cabos suspensos denominado λ^2 , que considera as suas características de geometria e deformação:

$$\lambda^2 = \left(\frac{mgL}{T} \right)^2 \cdot \frac{L}{\frac{TL_e}{EA_0}} \quad 2.10$$

Onde L representa o comprimento corda, T representa a força aplicada no cabo e L_e é um comprimento virtual definido pela Equação 2.11:

$$L_e = \int_0^L \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx \approx L \cdot \left\{ 1 + 8 \left(\frac{d}{L} \right)^2 \right\} \quad 2.11$$

Os valores de λ^2 de pontes estaiadas variam entre 0 e 1. Valores pequenos deste parâmetro indicam que o cabo está altamente tensionado e com uma flecha pequena, valores altos indicam que o cabo está sob ação de uma força menor e com uma flecha maior.

2.4.1.2 Hipótese 2 : Parábola

O comportamento do cabo pode ser simplificado, aproximando-o ao de uma parábola, Figura 2.18. Neste caso, a geometria do cabo pode ser descrita pela equação 2.12:

$$z(x) = \frac{1}{2} \frac{mg}{H} \cdot \sec \alpha \cdot x \cdot (\ell - x) + \frac{h}{\ell} \cdot x \quad 2.12$$

Onde $T=H \sec \alpha$ é a força na seção paralela à corda. Esta seção está localizada na metade do cabo e o máximo deslocamento vertical d_p é:

$$d_p = \frac{mgL^2}{8T} \quad 2.13$$

Os ângulos de desvio nas ancoragens são:

$$\omega_A = \omega_B = \operatorname{atan}\left(\frac{mgL}{2H} + \frac{h}{\ell}\right) - \alpha \quad 2.14$$

O comprimento total do cabo L_{fp} pode ser aproximada para:

$$L_{fp} = L \cdot \left[1 + \frac{8}{3} \cdot \left(\frac{d_p}{L}\right)^2 - \frac{32}{5} \cdot \left(\frac{d_p}{L}\right)^4 \right] \quad 2.15$$

Figura 2-18 - Aproximação do formato do cabo por uma parábola

Fonte: CAETANO (2007)

2.4.1.3 Comparação entre a análise do cabo como catenária e parábola

Uma comparação entre a descrição do cabo como catenária e como uma parábola é feita por GIMSING (1983) e mostra que na maioria dos cabos a aproximação por uma parábola pode ser utilizada apresentando desvios pequenos em relação aos valores reais.

Considerando os dois cabos mostrados na Figura 2.19, sob ação das forças T_1 e T_2 , as equações da catenária 2.16 e 2.17 descrevem os cabos 1 e 2 respectivamente:

Figura 2-19 - Duas condições de cabos horizontais sob ação das forças T1 e T2

Fonte: GIMSING (1983)

$$y = \frac{T_1}{g_{cb}} \left[\cosh \left(\frac{g_{cb}}{T_1} \left(x - \frac{1}{2} c \right) \right) - \cosh \left(\frac{g_{cb} c}{2T_1} \right) \right] \quad 2.16$$

$$y = \frac{T_2}{g_{cb}} \left\{ \cosh \left[\frac{g_{cb}}{T_2} \left(x - \frac{c+\delta}{2} \right) \right] - \cosh \left(\frac{g_{cb} (c+\delta)}{2T_2} \right) \right\} \quad 2.17$$

Onde g_{cb} é o peso próprio por unidade de comprimento e δ é o alongamento do cabo.

O comprimento dos cabos é definido pelas equações 2.18 e 2.19:

$$s_1 = \int_0^c \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2} dx = 2 \frac{T_1}{g_{cb}} \sinh \left(\frac{g_{cb} c}{2T_1} \right) \quad 2.18$$

$$s_2 = 2 \frac{T_2}{g_{cb}} \sinh \left(\frac{g_{cb} (c+\delta)}{2T_2} \right) \quad 2.19$$

O alongamento total em relação à situação inicial Δs_1 e Δs_2 pode ser descrito pelas equações 2.20 e 2.21:

$$\Delta s_1 = \frac{T_1}{EA} \int_0^c \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right] dx = \frac{T_1^2}{2EA g_{cb}} \left[\sinh \left(\frac{g_{cb} c}{T_1} \right) + \frac{g_{cb}}{T_1} \right] \quad 2.20$$

$$\Delta s_2 = \frac{T_2^2}{2EA g_{cb}} \left[\sinh\left(\frac{g_{cb}c}{T_2}\right) + \frac{g_{cb}c}{T_2} \right] \quad 2.21$$

Nas equações acima considerou-se que $\delta \ll c$, logo pode-se substituir a equação 2.19 por:

$$s_2 = 2 \frac{T_2}{g_{cb}} \sinh\left(\frac{g_{cb}c}{2T_2}\right) + \delta \cosh\left(\frac{g_{cb}c}{2T_2}\right) \quad 2.22$$

A diferença entre s_1 e s_2 : $s_1 - s_2 = \Delta s_1 - \Delta s_2$ leva à seguinte expressão para o valor de δ :

$$\delta = \frac{\frac{(T_2 - T_1)c}{2EA} + \frac{1}{2EA g_{cb}} \left[T_2^2 \sinh\left(\frac{g_{cb}c}{T_2}\right) - T_1^2 \sinh\left(\frac{g_{cb}c}{T_1}\right) \right]}{\cosh\left(\frac{g_{cb}c}{2T_2}\right)} + \frac{\frac{2}{g_{cb}} \left[T_1 \sinh\left(\frac{g_{cb}c}{2T_1}\right) - T_2 \sinh\left(\frac{g_{cb}c}{2T_2}\right) \right]}{\cosh\left(\frac{g_{cb}c}{2T_2}\right)} \quad 2.23$$

Introduzindo $T_1 = A\sigma_1$, $T_2 = A\sigma_2$ e $g_{cb} = A\gamma_{cb}$:

$$\frac{\delta}{c} = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)\gamma_{cb} + \frac{1}{c} \left[\sigma_2^2 \sinh\left(\gamma_{cb} \frac{c}{\sigma_2}\right) - \sigma_1^2 \sinh\left(\gamma_{cb} \frac{c}{\sigma_1}\right) \right] + 4 \frac{E}{c} \left[\sigma_1 \sinh\left(\gamma_{cb} \frac{c}{2\sigma_1}\right) - \sigma_2 \sinh\left(\gamma_{cb} \frac{c}{2\sigma_2}\right) \right]}{2E\gamma_{cb} \cosh\left(\frac{\gamma_{cb}c}{2\sigma_2}\right)} \quad 2.24$$

Onde σ_1 é a tensão na condição 1, σ_2 é a tensão na condição 2 e γ_{cb} é o peso por unidade de volume do material.

A equação 2.24 corresponde à descrição do comportamento do cabo como catenária. Essa equação pode ser aproximada por uma configuração parabólica substituindo $\sinh x$ por $x + x^3/6$ e $\cosh x$ por 1:

$$\frac{\delta}{c} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{E} + \frac{\gamma_{cb}^2 c^2}{24} \left(\frac{1}{\sigma_1^2} - \frac{1}{\sigma_2^2} \right) + \frac{\gamma_{cb}^2 c^2}{12E} \left(\frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{\sigma_1} \right) \quad 2.25$$

Considerando que $E \gg \sigma$, o último termo pode ser omitido:

$$\frac{\delta}{c} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{E} + \frac{\gamma_{cb}^2 c^2}{24} \left(\frac{1}{\sigma_1^2} - \frac{1}{\sigma_2^2} \right) \quad 2.26$$

A equação 2.26 é muito mais simples do que a solução exata da catenária 2.24 e pode então ser utilizada como aproximação para a descrição do comportamento do cabo.

2.4.1.4 Utilização do módulo de elasticidade tangente e secante

A variação da flecha devido à variação de força resulta em um diagrama de tensão - deformação não linear, neste caso pode-se aproximar o módulo de elasticidade pelo módulo de elasticidade secante:

$$E_{sec} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\delta} \quad 2.27$$

substituindo o valor de δ/c (equação 2.26):

$$\frac{1}{E_{sec}} = \frac{1}{E} + \frac{\gamma_{cb}^2 a^2}{24} \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} \right) \quad 2.28$$

Quando o acréscimo de força devido à carga móvel for pequeno, pode-se aproximar o módulo de elasticidade do material pelo módulo de elasticidade tangente (neste caso $\sigma_2 = \sigma_1$)

$$\frac{1}{E_{tan}} = \frac{1}{E} + \frac{\gamma_{cb}^2 a^2}{12\sigma_1^3} \quad 2.29$$

2.4.2 Análise dinâmica dos cabos

2.4.2.1 Teoria Linear da vibração de cabos horizontais

Os aspectos básicos da teoria de vibração dos cabos foi desenvolvida por IRVINE e CAUGHEY (1974) para cabos que possuem uma flecha pequena em relação ao comprimento total (valores de $d/L < 1/8$).

Considerando o cabo mostrado na Figura 2.20, o comprimento da corda L e a massa por unidade de comprimento m suspenso entre dois apoios, a aplicação de um pequeno deslocamento causa um movimento de um ponto genérico P da condição inicial (peso próprio) $\bar{P}(x, 0, z)$ para $\bar{P}'(x + u, v, z + w)$, onde u , v e w representam as componentes do movimento ao longo das direções horizontais e vertical.

Figura 2-20 - Componentes de deslocamento de um ponto genérico P de um cabo em movimento

Fonte: CAETANO (2007)

O equilíbrio de um segmento ds cortado no ponto P Figura 2.21, tem as seguintes equações de equilíbrio:

$$H \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = m \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad 2.30$$

$$H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + h_\tau \frac{d^2 z}{dx^2} = m \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad 2.31$$

$$\frac{h_\tau L_e}{EA_0} = \frac{mg}{H} \int_0^l w dx \quad 2.32$$

Figura 2-21 - Equilíbrio dinâmico de um segmento do cabo

Fonte: CAETANO (2007)

Onde H representa a componente horizontal da força de tração do cabo na configuração inicial (apenas com o peso próprio) e $h_\tau = \tau dx/ds$ é a componente da força horizontal:

$$h = h_\tau - H \frac{dz}{dx} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad 2.33$$

2.4.2.2 Frequências naturais e formas modais

A equação 2.32 mostra que os movimentos no plano do cabo são independentes dos movimentos no plano transversal ao cabo, ou seja, um distúrbio em um dos planos não afeta o outro. A equação 2.30 mostra que os movimentos no plano transversal ao cabo não causam variações de tensão no elemento.

Portanto pode-se analisar as equações de equilíbrio para ambos os planos separadamente.

No plano transversal ao cabo, a solução da equação homogênea 2.30 é obtida pela separação de variáveis:

$$v(x, t) = \tilde{v}(x) \cdot e^{i\omega t} \quad 2.34$$

$$\omega_n = \frac{n\pi}{\ell} \cdot \sqrt{\frac{H}{m}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad 2.35$$

$$\tilde{v}_n(x) = A_n \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right) \quad n=1, 2, 3, \dots \quad 2.36$$

onde ω_n representa a n-ésima frequência natural e $\tilde{v}_n(x)$ é a deformada modal correspondente definida pela constante arbitrária A_n .

No caso do movimento no plano principal do cabo, admite-se que a relação entre a flecha e o comprimento total do cabo d/L é pequena ($< 1/8$) e portanto os deslocamentos longitudinais são pequenos quando comparados aos verticais. Por isso a caracterização dos modos simétricos e anti-simétricos será feita apenas com a descrição do movimento vertical.

a) Modos anti-simétricos

As vibrações neste plano são descritas por $u(x,t)$ e $w(x,t)$:

$$u(x, t) = \tilde{u}(x) \cdot e^{i\omega t} \quad 2.37$$

$$w(x, t) = \tilde{w}(x) \cdot e^{i\omega t} \quad 2.38$$

Substituindo as equações acima em 2.31 e 2.32, a solução destas equações é:

$$\omega_n = \frac{2n\pi}{\ell} \cdot \sqrt{\frac{H}{m}} \quad n=1, 2, 3, \dots \quad 2.39$$

$$\tilde{u}_n(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{mg\ell}{H} \right) A_n \left\{ \left(1 - \frac{2x}{\ell} \right) \sin\left(\frac{2n\pi x}{\ell}\right) + \frac{1 - \cos\left(\frac{2n\pi x}{\ell}\right)}{n\pi} \right\} \quad 2.40$$

$$\tilde{w}_n(x) = A_n \cdot \sin\left(\frac{2n\pi x}{\ell}\right) \quad n= 1, 2, 3, \dots \quad 2.41$$

onde ω_n é a n-ésima frequência natural e $\tilde{u}_n(x)$ e $\tilde{w}_n(x)$ são as componentes das respectivas deformadas modais.

b) Modos Simétricos

No caso dos modos simétricos, há um aumento de tensão que corresponde a:

$$h_\tau(t) = \tilde{h}_\tau \cdot e^{i\omega t} \quad 2.42$$

Substituindo as equações 2.42, 2.37 e 2.38 em 2.31 e 2.32 e acrescentando as condições de contorno, as frequências naturais ω do cabo são as raízes da equação:

$$\tan \frac{\bar{\omega}}{2} = \frac{\bar{\omega}}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \left(\frac{\bar{\omega}}{2} \right)^3 \quad 2.43$$

onde $\bar{\omega}$ é uma frequência adimensional :

$$\bar{\omega} = \frac{\omega l}{\sqrt{H/m}} \quad 2.44$$

e λ^2 é o parâmetro definido por Irvine para os cabos. As componentes das deformadas modais são:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(x) = & \frac{mg\ell}{H} \cdot C_n \cdot \left[\frac{\bar{\omega}^2}{\lambda^2} \cdot \frac{L_x}{L_e} - \frac{1}{2} \left(1 - 2 \frac{x}{\ell} \right) \cdot \left\{ 1 - \tan \frac{\bar{\omega}}{2} \cdot \sin \left(\bar{\omega} \frac{x}{\ell} \right) - \cos \left(\bar{\omega} \frac{x}{\ell} \right) \right\} - \frac{1}{\bar{\omega}} \cdot \right. \\ & \left. \left\{ \bar{\omega} \frac{x}{\ell} - \tan \frac{\bar{\omega}}{2} \cdot \left(1 - \cos \left(\bar{\omega} \frac{x}{\ell} \right) \right) - \sin \left(\bar{\omega} \frac{x}{\ell} \right) \right\} \right] \quad 2.45 \end{aligned}$$

$$\tilde{w}(x) = C_n \cdot \left(1 - \tan \frac{\bar{\omega}}{2} \sin \left(\bar{\omega} \frac{x}{\ell} \right) - \cos \left(\bar{\omega} \frac{x}{\ell} \right) \right) \quad 2.46$$

As frequências naturais dos modos simétricos no plano principal de vibração dos cabos são dependentes de λ^2 e dependendo dos valores deste parâmetro podem ser obtidas soluções particulares para os casos de um cabo inextensível ou um cabo tensionado.

Quando o cabo é considerado inextensível, o valor de λ^2 é grande e as deformações são de natureza geométrica, neste caso a equação 2.43 é reduzida para

$$\tan \frac{\bar{\omega}}{2} = \frac{\bar{\omega}}{2} \quad 2.47$$

e as raízes desta equação são:

$$\bar{\omega}_n = (2n + 1)\pi - \frac{4}{(2n+1)\pi} \quad 2.48$$

Quando os valores de λ^2 pode-se considerar o cabo como uma corda tensionada e as raízes da equação 2.43 são dadas por:

$$\bar{\omega}_n = (2n - 1)\pi \quad 2.49$$

Os cabos de pontes estaiadas geralmente apresentam valores pequenos de λ^2 (menores do que 1) e portanto as suas frequências naturais podem ser determinadas pelas formulações associadas às cordas tensionadas.

2.4.2.3 Teoria Linear da vibração de cabos inclinados

A teoria de vibração para cabos inclinados foi desenvolvida por IRVINE (1974) e consiste na mudança dos eixos horizontal e vertical para os eixos paralelo perpendicular à corda do cabo, considera-se também que a componente vertical do peso próprio pode ser desprezada.

A transformação dos eixos está indicada na Figura 2.22 e definem as novas coordenadas x^* e z^* :

$$x_* = x \sec\theta + z \sin\theta \quad 2.50$$

$$z_* = z \cos\theta \quad 2.51$$

Figura 2-22 - Transformação de eixos

Fonte: GIMSING (1983)

No caso dos cabos inclinados as vibrações no plano transversal ao cabo e no plano principal também são independentes.

Para o plano transversal ao cabo, definem-se:

$$\bar{\omega}_{*n} = \omega_{*n} \ell_* \cdot \sqrt{m/H_*} \quad 2.52$$

$$\ell_* = \ell \sec\theta \quad 2.53$$

$$H_* = H \sec \theta \quad 2.54$$

As frequências naturais do plano transversal ao cabo são caracterizadas por:

$$\bar{\omega}_{*n} = n\pi, \quad n=1,2,3.. \quad 2.55$$

Para os modos de vibração anti simétricos no plano principal do cabo, as frequências são definidas por: $\bar{\omega}_{*n} = 2n\pi$ $n=1,2,3..$ e para os modos simétricos, as frequências naturais são as raízes da equação:

$$\tan\left(\frac{\bar{\omega}_{*n}}{2}\right) = \left(\frac{\bar{\omega}_{*n}}{2}\right) - \frac{4}{\lambda_*^2} \left(\frac{\bar{\omega}_{*n}}{2}\right)^3 \quad 2.56$$

As equações 2.52 a 2.56 podem ser utilizadas para cabos inclinados, no entanto IRVINE(1974) define que a precisão das equações diminui com o aumento da inclinação do cabo e que resultados são aceitáveis até um ângulo máximo de 60 graus de inclinação.

2.4.2.4 Rigidez à flexão

Todas as teorias citadas anteriormente consideram a rigidez a flexão nula mas na prática a rigidez EI do cabo modifica um pouco o seu comportamento dinâmico principalmente para cabos curtos.

Para considerar a rigidez à flexão deve-se recorrer à teoria de vibração de cordas para uma corda tensionada que possui a seguinte equação de equilíbrio na direção lateral:

$$H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad 2.57$$

Uma solução simplificada para esta equação foi proposta por MORSE e INGARD (1968):

$$\omega_n = \frac{n\pi}{\ell} \cdot \sqrt{\frac{H}{m}} \cdot \left[1 + 2\sqrt{\frac{EI}{H\ell^2}} + \left(4 + \frac{n\pi^2}{2} \right) \cdot \frac{EI}{H\ell^2} \right] \quad 2.58$$

onde ω_n é a n-ésima frequência natural de vibração do cabo. Essa expressão é válida contanto que o valor de EI/Hl^2 seja pequeno.

Uma das dificuldades de aplicação da equação 2.58 é a determinação da rigidez EI , pois ela não é apenas função do módulo do material e da seção transversal. Deve-se levar em conta também como as cordoalhas dentro do cabo estão fixadas, o tipo de cabo utilizado (locked coil, cordoalha com fios paralelos, com ou sem groute), o comprimento do cabo e a curvatura. A melhor forma de obter o valor o correto de EI é através de medidas feitas no local onde o cabo está instalado. De acordo com YAMAGIWA (1997), os valores de EI variam de 50% a 70% do valor da rigidez de uma barra rígida com o mesmo diâmetro do cabo. Em cabos do tipo locked coil esses valores variam entre 65% e 85%.

2.4.2.5 Flecha do cabo

A consideração dos efeitos da rigidez à flexão e da flecha do cabo foi feita por MEHRABI e TABATABAI (1998), além de outros autores como ZUI (1996), que também desenvolveram fórmulas simplificadas para a consideração destes dois efeitos. As fórmulas de ZUI (1996) aplicam-se a cabos com baixo valor de d/L .

São definidos os seguintes parâmetros:

$$\eta_n = \frac{\omega_n}{-\omega_n^s} \quad 2.59$$

$$\varphi_n = \frac{\omega_n}{\omega_n^b} \quad 2.60$$

$$\omega_n^s = \frac{\pi n}{l} \sqrt{\frac{H}{m}} \quad 2.61$$

$$\omega_n^b = \frac{\alpha_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad \text{com } \alpha_1 = 4,73 \text{ e } \alpha_2 = 7,853 \quad 2.62$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{H \ell^2}{EI}} \quad 2.63$$

Onde ω_n é a n-ésima frequência natural, $-\omega_n^s$ é a frequência natural de uma corda tensionada equivalente e ω_n^b é a frequência de uma viga fixada nas extremidades.

As frequências são definidas pelas equações 2.59 a 2.63 e a Tabela 2.3.

Tabela 2-3 Fórmulas para determinação da frequência do cabo considerando os efeitos da flecha e da rigidez à flexão

ζ	η_n	φ_n
$0 \leq \zeta \leq 6$		$\varphi_1 = \sqrt{1 + \frac{\zeta^2}{42}}; \varphi_2 = \sqrt{1 + \frac{\zeta^2}{85}}$
$6 \leq \zeta \leq 8$	$\eta_1 = 1,075 \sqrt{1 + \left(\frac{6,8}{\zeta}\right)^2}$	$\varphi_1 = \sqrt{1 + \frac{\zeta^2}{42}}; \varphi_2 = \sqrt{1 + \frac{\zeta^2}{85}}$
$8 \leq \zeta \leq 17$	$\eta_1 = 1,075 \sqrt{1 + \left(\frac{6,8}{\zeta}\right)^2}$	$\varphi_2 = \sqrt{1 + \frac{\zeta^2}{85}}$
$17 \leq \zeta \leq 18$	$\eta_1 = \frac{\zeta}{\zeta - 2,2}; \eta_2 = 0,985 \frac{\zeta}{\zeta - 3,1}$	$\varphi_2 = \sqrt{1 + \frac{\zeta^2}{85}}$
$18 \leq \zeta \leq 60$	$\eta_1 = \frac{\zeta}{\zeta - 2,2}; \eta_2 = 0,985 \frac{\zeta}{\zeta - 3,1}$	
$60 \leq \zeta \leq 200$	$\eta_1 = \frac{\zeta}{\zeta - 2,2}; \eta_2 = \frac{\zeta}{\zeta - 2,2}$	
$\zeta \geq 200$	$\eta_n = \frac{\zeta}{\zeta - 2,2}$	

Fonte: ZUI (1996)

As fórmulas desenvolvidas por MEHRABI e TABATABAI (1998), também são importantes, porém são aplicáveis para cabos onde o parâmetro ζ é menor do que 50 e λ^2 menor do que 3. De acordo com os autores, esses requisitos são correspondentes a aproximadamente a 95% dos cabos utilizados em pontes estaiadas. O valor de ω_n é dado pela equação:

$$\omega_n = \frac{\pi n}{l} \sqrt{\frac{H}{m}} \left(\alpha \beta_n - 0,24 \frac{\mu}{\zeta} \right) \quad 2.64$$

onde

$$\alpha = 1 + 0,039\mu$$

$$\beta = 1 + \frac{2}{\zeta} + \frac{\left(4 + \frac{n\pi^2}{2}\right)}{\zeta^2}$$

$$\mu = \lambda^2, n = 1; \mu = 0, n > 1 \text{ (modos no plano do cabo)}$$

$$\mu = 0 \text{ (plano transversal)}$$

3 DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE CABOS UTILIZANDO O MÉTODO DA VIBRAÇÃO

3.1 Considerações gerais

Durante toda a vida útil dos cabos de pontes estaiadas é sempre importante conhecer a força aplicada em cada um deles. Na etapa de montagem os métodos mais usuais são a determinação das forças pela pressão aplicada pelos macacos hidráulicos durante o tensionamento, a utilização de células de carga nas cordoalhas ou strain gauges diretamente nas cordoalhas. Esses métodos são utilizados pois durante a construção da ponte, o acesso às ancoragens é mais fácil pois elas ainda não estão protegidas e é possível utilizar os andaimes da obra, por exemplo, para acessar esses locais.

No entanto, as forças de implantação vão mudando ao longo da vida útil da estrutura devido a deformações do tabuleiro ou deslocamentos no mastro por exemplo. Por isso é importante conhecer as forças dos cabos também durante o tempo de serviço, o problema é que nesta etapa as ancoragens já estão protegidas com capas para evitar danos às cordoalhas e não há mais acessos a estes locais. Uma solução é determinar a força aplicada no cabo indiretamente utilizando a vibração, esse método é baseado na teoria de vibração de cordas fixas nas extremidades.

3.2 Teoria de Vibração de cordas

O método é baseado na teoria de vibração de cordas desenvolvidas por MORSE; INGARD (1968), considerando uma corda fixa nas extremidades e com ondas estacionárias, que possuem a mesma amplitude e portanto não se movem ao longo da corda, apenas oscilam em movimento harmônico.

Considerando as condições de contorno, $y=0$ quando $x=0$ e $y=0$ quando $x=l$ sendo l o comprimento da corda, a onda pode ser descrita como:

$$y = A_n \sin\left(\frac{\pi n x}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi n c}{l} t - \Phi_n\right) \quad n=1,2,3... \quad 3.1$$

onde c é a velocidade de propagação da onda $c = \sqrt{T/m}$, T é a força do cabo e m é massa por unidade de comprimento. Neste caso, a frequência de vibração do n -ésimo modo é:

$$f_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{m}} \quad 3.2$$

Reescrevendo a equação anterior, conhecendo a frequência natural, o comprimento e a massa por unidade de comprimento do cabo, podemos determinar a força aplicada por:

$$T = 4ml^2 \frac{f_n^2}{n^2} \quad 3.3$$

3.2.1 Efeitos da rigidez e da flecha

Conhecendo os parâmetros λ^2 e ζ definidos anteriormente, pode-se incluir os efeitos da rigidez à flexão e da flecha às frequências calculadas em 3.2 utilizando as fórmulas obtidas por MEHRABI; TABATABAI (1998):

$$f'_{1i} = f_1 \cdot \left[(1 + 0,039\lambda^2) \cdot \left(1 + \frac{2}{\zeta} + \frac{8,9348}{\zeta^2} \right) - 0,24 \frac{\lambda^2}{\zeta} \right] \quad 3.4$$

(1º modo no plano do cabo)

$$f'_{1o} = f_1 \cdot \left(1 + \frac{2}{\zeta} + \frac{8,9348}{\zeta^2} \right) \quad 3.5 \quad (1^\circ \text{ modo}$$

no plano transversal ao cabo)

$$f'_n = f_n \cdot \left(1 + \frac{2}{\zeta} + \frac{4 + \frac{n\pi^2}{2}}{\zeta^2} \right) \quad 3.6 \quad (n\text{-ésimo}$$

modo, $n > 1$)

Considerando as fórmulas acima, pode-se dizer que os efeitos da flecha são mais pronunciados na frequência do primeiro modo de vibração no plano do cabo.

3.3 Conceitos básicos sobre análise dinâmica das estruturas

As equações de movimento de qualquer sistema dinâmico representam expressões da segunda lei de Newton para pontos materiais. CLOUGH; PENZIEN (1993). Considerando que na maioria dos problemas da dinâmica das estruturas pode-se assumir que a massa não varia, então matematicamente:

$$\vec{f}(t) = m\ddot{v}(t) \quad 3.7$$

onde $f(t)$ é o vetor resultante das forças aplicadas na partícula;

$v(t)$ é o vetor de posição da partícula de massa m

O segundo termo da equação é definido como força de inércia. Aplicando o conceito que uma massa desenvolve uma força inercial proporcional a sua aceleração, de

sentido contrário, conhecido como Princípio de D'Alembert, permite que a equação de movimento seja expressada como uma equação de equilíbrio dinâmico:

$$\vec{p}(t) = \vec{f}_I(t) + \vec{f}_D(t) + \vec{f}_S(t) \quad 3.8$$

Logo, para o sistema dinâmico mostrado na Figura 3.1, tem-se

Figura 3-1 - Sistema dinâmico com um grau de liberdade

Fonte: CLOUGH; PENZIEN (1993)

$\vec{p}(t)$ é o carregamento atuante;

$\vec{f}_I(t) = m\ddot{v}(t)$ é a força inercial ;

$\vec{f}_D(t) = c\dot{v}(t)$ é a força de amortecimento, considerando um amortecimento viscoso;

$\vec{f}_S(t) = k\vec{v}(t)$ é a força elástica

Desta forma, para determinar a resposta dinâmica de um sistema com um grau de liberdade deve-se integrar uma equação diferencial:

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = p(t) \quad 3.9$$

Analogamente, determinar a resposta dinâmica de um sistema com n graus de liberdade consiste em integrar n equações diferenciais do tipo da equação anterior.

- Vibrações livres

Neste caso, $p(t) = 0$. A solução é obtida integrando-se a seguinte equação:

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = 0 \quad 3.10$$

De acordo com CLOUGH; PENZIEN (1993), a solução é:

a) para sistemas não amortecidos ($c=0$)

$$v(t) = v(0)\cos\omega_n t + \frac{\dot{v}(0)}{\omega_n}\sin\omega_n t \quad 3.11$$

onde $v(0)$ e $v'(0)$ são condições de contorno do problema;

ω_n é a frequência natural do sistema

b) para sistemas amortecidos, considerando amortecimento sub-crítico, usual em estruturas civis

$$v(t) = \left[v(0) \cos \omega_D t + \left(\frac{v(0) + \dot{v}(0) \xi \omega_n}{\omega_D} \right) \sin \omega_D t \right] e^{-\xi \omega_n t} \quad 3.12$$

onde $v(0)$ e $v'(0)$ são condições de contorno do problema

$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ é a frequência de vibrações livres do sistema amortecido;

$\xi = \frac{c}{c_c}$ é a taxa de amortecimento

$c_c = 2m\omega_n$ é o amortecimento crítico

Da equação 3.12, nota-se que a curva formada pelos picos de resposta é exponencial. Desta forma, obtém-se:

$$\ln \frac{v_n}{v_{n+1}} = \frac{2\pi n}{\sqrt{1-\xi^2}} = \delta \quad 3.13$$

Onde δ é o decremento logarítmico de amortecimento

Figura 3-2 - Vibrações livres em um sistema com amortecimento sub crítico

Fonte: CLOUGH; PENZIEN (1993)

- Vibrações forçadas

Neste caso podem ser utilizadas as notações de Euler:

$$e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta \quad 3.14$$

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \quad 3.15$$

Quando a excitação é harmônica, ou seja $p(t) = p_0 e^{-i\omega t}$:

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = p_0 e^{i\omega t} \quad 3.16$$

A solução particular desta equação é:

$$v(t) = v_0 e^{i\omega t} \quad 3.17$$

$$\text{Onde } v_0 = \frac{p_0}{k - m\bar{\omega}^2 + ic\omega_n} = H(\bar{\omega})p_0 \quad 3.18$$

A defasagem entre o carregamento e a resposta é dada por:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{c\bar{\omega}}{k - m\bar{\omega}^2}\right) = \frac{2\xi\beta}{1 - \beta^2} \quad 3.19$$

$$\text{Onde } \beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega_n}$$

Segundo CLOUGH; PENZIEN (1993), o fator de amplificação dinâmica D é dado por:

$$D = \frac{v_0}{\frac{p_0}{k}} = [(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta^2)]^{-1/2} \quad 3.20$$

As respostas de um sistema dinâmico elástico linear podem ser determinadas tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência.

Os domínios do tempo e da frequência são ligados pelas transformadas de Fourier, tratam-se de processos para transformar uma função de um domínio para o outro.

3.4 Análise Experimental

3.4.1 Determinação das frequências naturais dos cabos

Os ensaios de campo a realização da análise experimental são denominados ensaios de vibrações livres, onde a estrutura deve ser deslocada de sua configuração estática de equilíbrio e liberada de forma que possa vibrar livremente, ou seja, sem ação de nenhuma força externa.

Uma maneira de determinar as frequências naturais de vibração dos cabos é instalar um acelerômetro próximo a uma das ancoragens do cabo ligado a um sistema de aquisição de dados que registre a resposta da estrutura a uma excitação externa que faça o cabo vibrar por exemplo.

De acordo com CAETANO (2007), é aconselhável medir a resposta do cabo em uma variação de frequências abrangendo as primeiras 10 frequências naturais do cabo. Considerando parâmetros usuais de cabos de pontes estaiadas essa variação seria de 0 a 20Hz. Em relação à resolução da aquisição, deve-se considerar a primeira

frequência natural e o erro admitido, para um erro ε_f de 1% na determinação da frequência f_1 , a resolução da aquisição deve ser menor do que $0,01 \cdot f_1$. Logo, a duração do registro de uma frequência deve ser de $T_1 = 100 / f_1$

Considerando que uma frequência natural é determinada pela média de n medições, para reduzir os efeitos relacionados ao ruído presente nos sinais, a duração da gravação para a determinação de f_1 deve ser de:

$$T = \frac{50 + 50n}{f_1} \quad 3.21$$

3.4.2 Transdutores

De acordo com RODRIGUES (1998), a investigação experimental de estruturas pode ser dividida nas seguintes fases:

Figura 3-3 - Fases da investigação experimental das estruturas

Fonte: RODRIGUES (1998)

No caso dos cabos, o fenômeno que se deseja estudar é a vibração, que será analisada com a medição de uma grandeza: a aceleração, que será medida por um transdutor.

Nos transdutores, as grandezas físicas são transformadas em sinais de outra natureza, como elétricos, acústicos etc. Na monitoração de estruturas, os transdutores mais utilizados são os que transformam as grandezas em sinais elétricos, que podem ser de tensão ou corrente. Esses transdutores podem ser indutivos, resistivos ou capacitivos.

Para medir as vibrações em um cabo de ponte estaiada é necessária a utilização de um transdutor do tipo sísmico, onde não há um plano de referência fixo onde ele possa ser fixado.

A Figura 3.4 mostra um transdutor do tipo sísmico:

Figura 3-4 - Transdutor sísmico

Fonte: HARRIS (1996)

Esse transdutor é um sistema dinâmico como o indicado na Figura 3.1

onde $p(t)$ é o carregamento atuante, $f_i(t)$ ($= m\ddot{v}(t)$) é a força inercial, $f_d(t)$ ($c\dot{v}(t)$) é força de amortecimento, considerando um amortecimento viscoso e $f_s(t)$ ($k\delta(t)$) é a força elástica. O equilíbrio destas forças pode ser descrito pela equação diferencial 3.9.

No caso do transdutor, o equilíbrio da massa m localizada em seu interior é:

$$\frac{-m d^2(\delta+v)}{dt^2} - \frac{cd\delta}{dt} - k\delta = 0 \quad 3.22$$

Admitindo-se δ e v funções senoidais defasadas entre si:

$$v = v_0 \cos \omega t \quad 3.23$$

$$\delta = \delta_0 \cos(\omega t - \theta) \quad 3.24$$

Mostra-se que:

$$\frac{\delta_0}{v_0} = \frac{\omega^2}{\sqrt{\left(\frac{k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\omega \frac{c}{m}\right)^2}} \quad 3.25$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\omega \frac{c}{m}}{\frac{k}{m} - \omega^2}\right) \quad 3.26$$

$$\frac{\delta_0}{v_0} = -\frac{m}{k} \left[\frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{m\omega^2}{k}\right)^2 + \frac{4\xi^2 m\omega}{k}}} \right] \quad 3.27$$

Logo, conhecendo as características dinâmicas do transdutor, pode-se determinar os deslocamentos v e acelerações $\ddot{v}$ onde ele está fixado.

Para avaliar a eficiência do transdutor sísmico, pode-se utilizar a sua amplificação dinâmica, equação 3.20.

Da equação 3.20, obtém-se o gráfico da Figura 3.5.

Figura 3-5 - Fator de amplificação dinâmica em função do amortecimento e da frequência

Fonte: CLOUGH; PENZIEN (1993)

Considerando um transdutor com $\xi = 0,7$ observa-se no gráfico da Figura 3.5 que a amplificação dinâmica só ocorre para valores de β maiores do que 0,6. Portanto para a análise de elementos onde a frequência de interesse está na faixa $\bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_2$, deve-se escolher um transdutor com uma frequência natural superior a $\frac{\bar{\omega}_2}{0,6}$.

Os principais tipos de transdutores sísmicos são os acelerômetros piezoresistivos, acelerômetros piezoelétricos e servo-acelerômetros.

Acelerômetros piezoresistivos

O princípio de funcionamento dos acelerômetros piezoresistivos está indicado nas Figura 3.6 e 3.7.

Figura 3-6 - Princípio de funcionamento dos acelerômetros piezoresistivos

Fonte: RODRIGUES (1998)

São colocados extensômetros elétricos no plano de maior flexão da barra, o deslocamento da massa sísmica m está relacionada com a deformação da barra pela expressão:

$$M = \frac{1}{\rho} EI \quad 3.28$$

onde

M : Momento fletor na seção onde estão localizados os extensômetros elétricos;

$\rho = \frac{h}{|\varepsilon_1| + |\varepsilon_2|}$ é o raio de curvatura da seção com altura h ;

ε_1 e ε_2 são as deformações específicas medidas pelos extensômetros elétricos.

Dessa forma, considerando que o material está em regime elástico:

$$\delta = \frac{Ml^3}{3E Ib} \quad 3.29$$

Deve-se tomar cuidado para que as tensões não ultrapassem o regime elástico do material do acelerômetro.

Figura 3-7 - Acelerômetros piezoresistivos

Fonte: HARRIS (1996)

Acelerômetros piezoelétricos

Esses tipos de acelerômetros são formados por massas, molas e por materiais piezoelétricos, isto é, que produzem cargas elétricas proporcionais às tensões aplicadas, Figuras 3.8 e 3.9 .

Figura 3-8 - Princípio de funcionamento dos acelerômetros piezoelétricos

Fonte: RODRIGUES (1998)

Figura 3-9 - Acelerômetros piezoelétricos

Fonte: DOEBELIN (1990)

As molas são utilizadas para comprimir a massa m contra o material piezoelétrico, as tensões de compressão aplicadas neste material são proporcionais ao deslocamento δ da massa m . Estes acelerômetros têm como característica a alta sensibilidade e uma grande abrangência de bandas de frequências.

Servo acelerômetros

Os servo acelerômetros são formados por uma massa, um medidor de deslocamentos e um sistema servo compensador. Quando o acelerômetro é movimentado, há um desequilíbrio da massa que é compensada por uma força restauradora. Essa força restauradora será proporcional à aceleração da massa.

A Figura 3.10 mostra um exemplo de um servo acelerômetro. Neste caso, o sensor de deslocamento é capacitivo e quando a massa é movimentada, há uma passagem de corrente elétrica pela bobina que gera uma força magnética fazendo a massa retornar à sua posição de equilíbrio.

Figura 3-10 - Servo - acelerômetros

Fonte: DOEBELIN (1990)

3.4.3 Condicionamento de sinais

Os condicionadores de sinais são equipamentos eletrônicos que modificam o sinal de entrada, como por exemplo:

- Transformação Impedância – Tensão elétrica

As variações de impedâncias (resistências, capacitâncias e indutâncias) nos transdutores precisam ser convertidas em tensões elétricas. Nesse sentido, são utilizados basicamente os circuitos da ponte de Wheatstone e os circuitos potenciométricos, Figura 3.11

Figura 3-11 - Circuitos básicos para condicionamento de sinais

Fonte: DALLY ; RILEY (1991)

- Amplificação ou atenuação

Os amplificadores são utilizados quando os sinais elétricos dos transdutores são de baixa tensão e os atenuadores são utilizados quando os sinais são de alta tensão.

- Filtros

Os filtros analógicos são utilizados principalmente para eliminação de ruídos causados por impulsos magnéticos vizinhos ou para seleção da banda das frequências de interesse.

3.4.4 Conversor A/D e gravação de sinais

O conversor A/D converte um sinal analógico em digital para que este possa ser manipulado pelo computador. O conversor constitui-se em uma placa de circuito impresso que pode ser colocada na unidade de computação. O funcionamento de um conversor A/D está indicado na Figura 3.12. Após a conversão dos sinais, eles podem ser armazenados no computador ou impressos.

Figura 3-12 - Conversor A/D

Fonte: DOEBELIN (1990)

3.4.5 Frequências de amostragem

A discretização de um sinal é feita por meio da sua amostragem em intervalos regulares. O inverso deste intervalo corresponde à frequência de amostragem. Esta

frequência não pode ser muito baixa devido ao efeito de sub-amostragem, indicado na Figura 3.13

Figura 3-13 - Representação gráfica da sub-amostragem

Fonte: ROMBERG (1996)

O teorema de Nyquist mostra que o efeito de sub-amostragem ocorre sempre que a frequência de amostragem é menor que duas vezes a maior frequência que se deseja considerar no sinal. Portanto para a escolha da frequência de amostragem, deve-se ter uma idéia da banda de frequência de interesse.

3.4.6 Análise de sinais

A análise de sinais pode ser feita no domínio do tempo, onde é possível analisar os dados qualitativamente e obter valores imediatos como as amplitudes máximas por exemplo.

Os sinais também podem ser analisados no domínio da frequência, onde as funções periódicas são expressas por meios de infinitas séries trigonométricas, chamadas séries de Fourier.

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{2\pi kt}{T} + b_k \sin \frac{2\pi kt}{T} \right) \quad 3.30$$

onde a_0 , a_k e b_k são chamados coeficientes de Fourier:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \\ a_k &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos \frac{2\pi kt}{T} dt \\ b_k &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin \frac{2\pi kt}{T} dt \end{aligned} \quad 3.31$$

Supondo que o valor médio de $x(t)$ seja igual a zero e, portanto, a_0 também nulo, os valores dos coeficientes a_k e b_k podem ser mostrados graficamente de forma que a

frequência $\omega_k = 2\pi k/T$ corresponda ao eixo horizontal e seus respectivos coeficientes a_k e b_k ao eixo vertical, Figura XX. A distância entre os harmônicos adjacentes é $\Delta\omega = 2\pi/T$. O gráfico mostrado na Figura 3.14, onde são apresentados os valores discretos dos coeficientes em cada harmônico, é chamado de espectro discreto de frequências.

Figura 3-14 - Representação gráfica dos coeficientes de Fourier

Fonte: NEWLAND (1989)

Na análise computacional utiliza-se um algoritmo chamado de transformada rápida de Fourier ou FFT. Consiste basicamente na partição da sequência original em sequências menores. Esta análise no domínio da frequência foi realizada nos ensaios de vibração livre para a determinação dos valores de frequência nos quais a estrutura apresenta maiores amplitudes de aceleração, ou seja, bandas de frequência que apresentam maior energia de vibração. O software utilizado na análise foi o AqDados da empresa LYNX.

Os principais parâmetros utilizados para obtenção do espectro utilizando o algoritmo da FFT são: janelamento, resolução e zoom da frequência.

O janelamento é feito multiplicando-se a série temporal por uma função $W(t)$ cujos valores iniciais e finais são nulos. Alguns tipos de janelas estão indicadas na Figura 3.15:

Figura 3-15 - Alguns tipos de janelas utilizadas na FFT

Fonte: ROMBERG (1996)

A resolução indica o número de raias espectrais e, portanto, define o tamanho da janela de dados da série temporal utilizada.

$$d = 2r \quad 3.32$$

onde d é o número de dados e r é a resolução.

Na escolha do zoom da frequência, deve-se evitar os efeitos da sub-amostragem, portanto o valor deste parâmetro deve ser limitado pela equação:

$$2z \leq f_a/b$$

onde z é o zoom da frequência

f_a é a frequência de amostragem

b é a banda do sinal de interesse

O número de janelas de dados utilizadas no cálculo deve respeitar

$$2 \times j \times z \times r \leq n$$

onde j é o número de janelas

n é o número de amostras

4 ESTUDO DE CASO

4.1 Cobertura do Estádio Castelão – Fortaleza/CE

4.1.1 Considerações gerais

O Estádio Castelão foi construído em concreto armado no início da década de 70 na cidade de Fortaleza (Ceará). A estrutura do estádio é formada por pórticos de concreto armado (gigantes) distantes entre si de 12m e suportam uma arquibancada de concreto. No projeto inicial as arquibancadas eram divididas em 20 setores separados por juntas de dilatação e cada setor era formado por 3 pórticos de concreto armado. As juntas de dilatação possuem dentes Gerber localizados nas extremidades das vigas no sentido tangencial abaixo dos degraus da arquibancada e nas vigas tangenciais abaixo das circulações superiores e inferiores..

Em 2000 o estádio foi interditado devido a constantes reclamações dos usuários em relação às vibrações das arquibancadas. No ano de 2002 foi construída uma cobertura metálica sobre parte das arquibancadas como mostra a Figura 4.1. A construção de uma cobertura metálica já estava prevista no projeto inicial do estádio.

Figura 4-1 – Cobertura metálica executada em 2002

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

Além da cobertura metálica, foram integralizadas 11 juntas de dilatação, aumentando assim a rigidez da estrutura com a união de um número maior de pórticos que transferem os esforços para as fundações por meio de sapatas e são contraventados no plano tangencial vertical por elementos de arquibancada.

Para atenuar as vibrações e melhorar o conforto humano dos torcedores, foram instalados tirantes metálicos protendidos na extremidade externa dos girantes, Figura 4.2, que auxiliaram a dissipação de energia e elevaram os valores de frequência natural da estrutura.

Para atender as exigências da FIFA para a Copa do Mundo de 2014, houve uma nova intervenção na estrutura do Estádio, agora denominado Arena Castelão. Nesta nova modificação foram retirados os tirantes protendidos e a antiga cobertura metálica.

Para apoiar a nova cobertura, foram executados pilares metálicos espaciais curvos, com altura aproximada de 40 metros, cujo plano principal coincide com o plano dos gigantes (plano radial-vertical), fixado em uma articulação montada externamente a estrutura do estádio entre os níveis N2 e N3, e na extremidade de cada um dos gigantes.

Figura 4-2 – Tirantes protendidos executados na estrutura do Estádio

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

A nova cobertura é composta por uma manta flexível externa, seguida de uma camada de revestimento térmico rígido, apoiados em telhas metálicas padrão SM-460 com espessura de 0,65mm. Esse conjunto encontra-se apoiado sobre o banzo superior das treliças planas, com planos coincidentes com os dos gigantes. As treliças planas com comprimento total de 58 metros, são sustentadas por 3 tirantes (barras de aço com diâmetros de 45 e 42mm), com uma das extremidades fixas no banzo superior a cada 14 metros, e a outra fixada no topo do pilar metálico, Figuras 4.3 e 4.4. Na reforma de 2.012, manteve-se a mesma modulação estrutural dos setores de arquibancadas.

Além disso, a arquibancada inferior foi destruída e substituída por outra com maior extensão (a atual possui 28 degraus), construída sobre o terreno e desvinculada do gigante.

Figura 4-3 Modificação executada na estrutura da Arena Castelão em 2012

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

Figura 4-4 Vista inferior da estrutura da cobertura da Arena Castelão

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

Após a última adequação estrutural, foram realizados ensaios dinâmicos de vibrações forçadas e ensaios de monitoração das vibrações, que ocorreram durante a reinauguração do estádio para jogos de futebol. Nos ensaios dinâmicos de vibrações forçadas foi utilizado um servo sistema controlado por microcomputador para a excitação da estrutura na banda de 0,0Hz a 10Hz. Para a determinação da assinatura dinâmica da estrutura foi medida também a sua mobilidade em diferentes regiões da arquibancada. Esses ensaios foram realizados pela equipe do LSE- Laboratório de sistemas estruturais em janeiro e fevereiro de 2013.

Durante os ensaios dinâmicos realizados na estrutura do Estádio Castelão, verificou-se nos pórticos instrumentados que as forças nos tirantes de cobertura estavam desajustadas, fato confirmado pelas deformadas modais apresentadas durante a monitoração realizada e pela monitoração das vibrações nos tirantes dos setores instrumentados.

Dessa forma, para garantir a durabilidade da estrutura de cobertura do estádio, recomendou-se o ajuste dessas forças tomando-se como referência aquelas especificadas em projeto.

Para determinar as forças nos tirantes da cobertura, foram realizados ensaios de vibrações forçadas em cada um dos tirantes conforme procedimentos apresentados no capítulo 3 baseado na Teoria de Vibração de Cordas.

Os ensaios dinâmicos realizados na estrutura da arquibancada tiveram como objetivo principal a determinação das forças implantadas nos tirantes para sustentação da cobertura da Arena.

Nos ensaios de vibrações livres, desloca-se o tirante de sua configuração de equilíbrio e remove-se subitamente a carga de maneira a permitir que o tirante vibre livremente, preferencialmente em seus modos naturais de vibração. Esse fenômeno permite o cálculo da força a que estão submetidos os tirantes a partir da equação

Na Figura 4.5 está mostrado o arranjo típico utilizado para os ensaios de vibração livres nos tirantes da cobertura.

Figura 4-5 Arranjo típico para os ensaios de vibração livre

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

Os resultados das acelerações medidas durante os ensaios de vibrações livres dos tirantes do eixo P4100 estão mostrados nas Figura 4.6. Na Figura 4.7 estão mostradas os espectros calculados em valores efetivos (RMS) a partir das séries temporais de acelerações medidas nos tirantes do eixo P4100 .

Figura 4-6 Séries temporais do tirante AT2, P4100

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

Figura 4-7 Espectro RMS do tirante AT2, P4100

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

A análise desses resultados para todos os tirantes da cobertura foram realizadas considerando as 4 primeiras frequências naturais por meio da formulação

apresentada anteriormente. Dessa forma, verificou-se que o coeficiente de variação das 4 forças determinadas a partir das 4 primeiras frequências naturais dos tirantes não foram em sua maioria superior a 4%. Portanto esse método permite uma avaliação estatística das medidas de força. A Tabela 4.1 mostra os valores medidos nos eixos do estádio para os três tirantes (17m, 25m e 37m) nos eixos 100 a 6000 .

Tabela 4-1 – Frequências e forças dos tirantes dos eixos da cobertura

Eixo 100						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,47	145,2	2,50	171,0	3,94	192,5
2	2,91	142,2	4,94	166,9	7,91	194,0
3	4,44	147,2	7,41	166,9		
4	5,88	145,2				
	Média	144,9	Média	168,2	Média	193,3
	Des.Pad.	2,0	Des.Pad.	2,4	Des.Pad.	1,0
	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 200						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1			2,47	166,9	2,91	105,0
2	2,78	129,8	4,94	166,9	5,88	107,2
3	4,22	132,9	7,44	168,2	8,66	103,4
4	5,59	131,2				
	Média	131,3	Média	167,3	Média	105,2
	Des.Pad.	1,6	Des.Pad.	0,8	Des.Pad.	1,9
	Coef.Var.	1	Coef.Var.	0	Coef.Var.	2

Eixo 300						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,03	71,3	3,03	251,1	2,91	105,0
2	2,06	71,3	6	246,2	5,72	101,4
3	3,13	73,1	9,06	249,5	8,59	101,7
4	4,22	74,8				
	Média	72,6	Média	248,9	Média	102,7
	Des.Pad.	1,7	Des.Pad.	2,5	Des.Pad.	2,0
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1	Coef.Var.	2

Eixo 400						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1			2,75	206,9	2,94	107,2
2	2,47	102,5	5,53	209,1	6,03	112,7
3	3,78	106,7	8,22	205,4	8,91	109,4
4	5,03	106,2				
	Média	105,1	Média	207,1	Média	109,8
	Des.Pad.	2,3	Des.Pad.	1,9	Des.Pad.	2,8
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1	Coef.Var.	3

Eixo 500						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1			2,59	183,5	3,88	186,7
2	2,72	124,3	5,22	186,3	7,59	178,6
3	4,13	127,3	7,78	184,0		
4	5,53	128,4				
	Média	126,7	Média	184,6	Média	182,7
	Des.Pad.	2,2	Des.Pad.	1,5	Des.Pad.	5,7
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1	Coef.Var.	3

Eixo 600						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1			2,34	149,8	4	198,4
2	1,84	56,9	4,66	148,5	7,78	187,7
3	2,75	56,5	7	148,9		
4	3,81	61,0				
	Média	58,1	Média	149,1	Média	193,1
	Des.Pad.	2,5	Des.Pad.	0,7	Des.Pad.	7,6
	Coef.Var.	4	Coef.Var.	0	Coef.Var.	4

Eixo 700						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	0,81	44,1	2,31	146,0	3,53	154,6
2	1,69	48,0	4,53	140,3	7,06	154,6
3	2,53	47,8	6,84	142,2	10,94	164,9
4	3,47	50,6				
	Média	47,6	Média	142,8	Média	158,0
	Des.Pad.	2,7	Des.Pad.	2,9	Des.Pad.	6,0
	Coef.Var.	6	Coef.Var.	2	Coef.Var.	4

Eixo 800						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	0,88	52,0	2	109,4	3,69	168,9
2	1,75	51,4	3,91	104,5	7,28	164,3
3	2,78	57,7	5,84	103,7		
4	3,66	56,2				
	Média	54,4	Média	105,9	Média	166,6
	Des.Pad.	3,1	Des.Pad.	3,1	Des.Pad.	3,2
	Coef.Var.	6	Coef.Var.	3	Coef.Var.	2

Eixo 900						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	0,88	52,0	2,59	183,5	3,5	151,9
2	1,78	53,2	5,19	184,2	6,91	148,1
3	2,75	56,5	7,75	182,6		
4	3,66	56,2				
	Média	54,5	Média	183,4	Média	150,0
	Des.Pad.	2,2	Des.Pad.	0,8	Des.Pad.	2,7
	Coef.Var.	4	Coef.Var.	0	Coef.Var.	2

Eixo 1000						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	0,81	44,1	2,63	189,2	3,69	168,9
2	1,63	44,6	5,19	184,2	7,28	164,3
3	2,44	44,4	7,78	184,0	10,94	164,9
4						
	Média	44,4	Média	185,8	Média	166,0
	Des.Pad.	0,3	Des.Pad.	3,0	Des.Pad.	2,5
	Coef.Var.	1	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1

Eixo 1100						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,03	71,3	2,13	124,1	3,53	154,6
2	2,06	71,3	4,16	118,3	7,03	153,2
3	3,13	73,1	6,28	119,9		
4						
	Média	71,9	Média	120,8	Média	153,9
	Des.Pad.	1,1	Des.Pad.	3,0	Des.Pad.	0,9
	Coef.Var.	1	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1

Eixo 1200						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	0,88	52,0	2,41	158,9	3,56	157,2
2	1,75	51,4	4,75	154,3	7,19	160,3
3	2,75	56,5	7,19	157,1		0,0
4	3,66	56,2	9,5	154,3		0,0
	Média	54,0	Média	156,1	Média	158,7
	Des.Pad.	2,7	Des.Pad.	2,3	Des.Pad.	2,2
	Coef.Var.	5	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 1300						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,25	105,0	2,44	162,9	2,72	91,8
2	2,53	107,5	4,84	160,2	5,41	90,8
3	3,81	108,4	7,28	161,1		
4						
	Média	106,9	Média	161,4	Média	91,3
	Des.Pad.	1,8	Des.Pad.	1,4	Des.Pad.	0,7
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 1400						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,38	127,9	2,34	149,8	3,28	133,4
2	2,72	124,3	4,69	150,4	6,41	127,4
3	4,13	127,3	7,03	150,2		
4						
	Média	126,5	Média	150,1	Média	130,4
	Des.Pad.	2,0	Des.Pad.	0,3	Des.Pad.	4,3
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	0	Coef.Var.	3

Eixo 1500						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1			2,22	134,8	3,69	168,9
2	3,38	191,9	4,41	133,0	7,41	170,3
3	5,09	193,4	6,69	136,0	11,06	168,6
4	6,78	193,0				
	Média	192,8	Média	134,6	Média	169,2
	Des.Pad.	0,8	Des.Pad.	1,5	Des.Pad.	0,9
	Coef.Var.	0	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 1600						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,47	145,2	2,47	166,9	3,09	118,4
2	2,84	135,5	4,94	166,9	6,19	118,8
3	4,31	138,7	7,41	166,9	9,28	118,7
4	5,78	140,3				
	Média	139,9	Média	166,9	Média	118,6
	Des.Pad.	4,0	Des.Pad.	0,0	Des.Pad.	0,2
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	0	Coef.Var.	0

Eixo 1700						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1			2,53	175,1	3,31	135,9
2	2,25	85,0	5	171,0	6,53	132,2
3	3,5	91,4	7,56	173,7	9,81	132,6
4	4,63	90,0				
	Média	88,8	Média	173,3	Média	133,6
	Des.Pad.	3,4	Des.Pad.	2,1	Des.Pad.	2,0
	Coef.Var.	4	Coef.Var.	1	Coef.Var.	2

Eixo 1800						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,28	110,1	2,38	154,9	3,16	123,8
2	2,56	110,1	4,69	150,4	6,25	121,1
3	3,94	115,9	7,03	150,2	9,44	122,8
4	5,25	115,7				
	Média	112,9	Média	151,9	Média	122,6
	Des.Pad.	3,3	Des.Pad.	2,7	Des.Pad.	1,4
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1

Eixo 1900						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1			1,69	78,1	3,66	166,1
2	2,81	132,6	3,44	80,9	7,31	165,7
3	4,22	132,9	5,19	81,9		
4	5,66	134,5				
	Média	133,4	Média	80,3	Média	165,9
	Des.Pad.	1,0	Des.Pad.	1,9	Des.Pad.	0,3
	Coef.Var.	1	Coef.Var.	2	Coef.Var.	0

Eixo 2000						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1			1,94	103,0	3,84	182,9
2	2,28	87,3	3,84	100,8	7,69	183,4
3	3,5	91,4	5,81	102,6		
4	4,69	92,4				
	Média	90,4	Média	102,1	Média	183,1
	Des.Pad.	2,7	Des.Pad.	1,1	Des.Pad.	0,3
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	1	Coef.Var.	0

Eixo 2100						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,19	95,1	1,91	99,8	3,47	149,3
2	2,41	97,6	3,72	94,6	6,84	145,1
3	3,66	100,0	5,63	96,3	10,28	145,6
4	4,88	100,0			13,66	144,6
	Média	98,2	Média	96,9	Média	146,2
	Des.Pad.	2,3	Des.Pad.	2,6	Des.Pad.	2,2
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	3	Coef.Var.	1

Eixo 2200						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,22	100,0	2,19	131,2	3,28	133,4
2	2,44	100,0	4,31	127,0	6,53	132,2
3	3,75	105,0	6,5	128,4		
4	5	105,0				
	Média	102,5	Média	128,9	Média	132,8
	Des.Pad.	2,9	Des.Pad.	2,1	Des.Pad.	0,9
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1

Eixo 2300						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	0,78	40,9	2,28	142,2	3,97	195,5
2	1,53	39,3	4,56	142,2	7,88	192,5
3	2,41	43,4	6,84	142,2		
4	3,03	38,6				
	Média	40,5	Média	142,2	Média	194,0
	Des.Pad.	2,1	Des.Pad.	0,00	Des.Pad.	2,1
	Coef.Var.	5	Coef.Var.	0	Coef.Var.	1

Eixo 2400						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1			2,06	116,1	3,75	174,4
2	2	67,2	4,19	120,1	7,53	175,8
3	3,06	69,9	6,28	119,9	11,63	186,4
4	4,13	71,6			15,19	178,9
	Média	69,6	Média	118,7	Média	178,9
	Des.Pad.	2,2	Des.Pad.	2,2	Des.Pad.	5,3
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	2	Coef.Var.	3

Eixo 2500						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,09	79,8	2,13	124,1	3,81	180,0
2	2,22	82,8	4,16	118,3	7,66	181,9
3	3,38	85,3	6,25	118,7		
4	4,53	86,2				
	Média	83,5	Média	120,4	Média	181,0
	Des.Pad.	2,8	Des.Pad.	3,2	Des.Pad.	1,3
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	3	Coef.Var.	1

Eixo 2600						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,16	90,4	2,59	183,5	3,16	123,8
2	2,34	92,0	5,19	184,2	6,31	123,5
3	3,53	93,0	7,81	185,4		
4	4,75	94,7				
	Média	92,5	Média	184,4	Média	123,7
	Des.Pad.	1,8	Des.Pad.	1,0	Des.Pad.	0,3
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1	Coef.Var.	0

Eixo 2700						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,5	151,2	2,53	175,1	2,94	107,2
2	2,91	142,2	5	171,0	5,91	108,3
3	4,47	149,2	7,53	172,3		
4	5,84	143,2				
	Média	146,4	Média	172,8	Média	107,8
	Des.Pad.	4,4	Des.Pad.	2,1	Des.Pad.	0,8
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 2800						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,72	198,8	2,88	226,9	2,34	67,9
2	3,44	198,8	5,72	223,7	4,66	67,3
3	5,13	196,5	8,59	224,3	6,94	66,4
4	6,84	196,5				
	Média	197,6	Média	225,0	Média	67,2
	Des.Pad.	1,3	Des.Pad.	1,7	Des.Pad.	0,8
	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 2900						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1			2,22	134,8	3,66	166,1
2	3,19	170,9	4,44	134,8	7,31	165,7
3	4,78	170,6	6,72	137,3		
4	6,38	170,9				
	Média	170,8	Média	135,6	Média	165,9
	Des.Pad.	0,2	Des.Pad.	1,4	Des.Pad.	0,3
	Coef.Var.	0	Coef.Var.	1	Coef.Var.	0

Eixo 3000						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,75	205,8	2,22	134,8	3,38	141,7
2	3,44	198,8	4,44	134,8	6,72	140,0
3	5,19	201,1	6,69	136,0		
4	6,94	202,2				
	Média	202,0	Média	135,2	Média	140,9
	Des.Pad.	2,9	Des.Pad.	0,7	Des.Pad.	1,2
	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 3100						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,41	133,6	2,72	202,4	3,19	126,2
2	2,72	124,3	5,44	202,4	6,28	122,3
3	4,13	127,3	8,19	203,9		
4	5,53	128,4				
	Média	128,4	Média	202,9	Média	124,2
	Des.Pad.	3,9	Des.Pad.	0,9	Des.Pad.	2,8
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	0	Coef.Var.	2

Eixo 3200						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,75	205,8	2,22	134,8	2,88	102,9
2	3,47	202,2	4,44	134,8	5,75	102,5
3	5,25	205,8	6,66	134,8	8,63	102,6
4	6,97	204,0				
	Média	204,4	Média	134,8	Média	102,7
	Des.Pad.	1,7	Des.Pad.	0,0	Des.Pad.	0,2
	Coef.Var.	1	Coef.Var.	0	Coef.Var.	0

Eixo 3300						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,63	178,5	2,63	189,2	2,78	95,9
2	3,16	167,7	5,22	186,3	5,56	95,9
3	4,84	174,9	7,81	185,4		
4	6,41	172,5				
	Média	173,4	Média	187,0	Média	95,9
	Des.Pad.	4,5	Des.Pad.	2,0	Des.Pad.	0,0
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	1	Coef.Var.	0

Eixo 3400						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1			2,56	179,3	3,84	182,9
2	2,44	100,0	5,09	177,2	7,69	183,4
3	3,66	100,0	7,69	179,7	11,56	184,2
4	4,91	101,2				
	Média	100,4	Média	178,7	Média	183,5
	Des.Pad.	0,7	Des.Pad.	1,4	Des.Pad.	0,6
	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1	Coef.Var.	0

Eixo 3500						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1			2,47	166,9	3,44	146,8
2	2,84	135,5	4,91	164,9	6,84	145,1
3	4,28	136,7	7,38	165,5	10,28	145,6
4	5,72	137,4				
	Média	136,5	Média	165,8	Média	145,8
	Des.Pad.	1,0	Des.Pad.	1,0	Des.Pad.	0,9
	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 3600						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,5	151,2	2,13	124,1	3,34	138,36
2	2,91	142,2	4,19	120,1	6,63	136,30
3	4,41	145,2	6,31	121,0	10,03	138,64
4	5,88	145,2				
	Média	145,9	Média	121,7	Média	137,76
	Des.Pad.	3,8	Des.Pad.	2,1	Des.Pad.	1,28
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1

Eixo 3700						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,41	133,6	2,53	175,1	2,84	100,0
2	2,84	135,5	5,03	173,0	5,69	100,4
3	4,34	140,6	7,56	173,7	8,47	98,9
4	5,78	140,3				
	Média	137,5	Média	173,9	Média	99,8
	Des.Pad.	3,5	Des.Pad.	1,1	Des.Pad.	0,8
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 3800						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	0,97	63,2			4,19	217,7
2	1,94	63,2	3,5	83,8	8,34	215,7
3	2,97	65,8	5,28	84,7		
4	4	67,2				
	Média	64,9	Média	84,3	Média	216,7
	Des.Pad.	2,0	Des.Pad.	0,7	Des.Pad.	1,5
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 3900						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,44	139,3	1,91	99,8	3,88	186,7
2	2,88	139,3	3,91	104,5	7,69	183,4
3			5,88	105,1		
4	5,84	143,2			15,47	185,5
	Média	140,6	Média	103,1	Média	185,2
	Des.Pad.	2,2	Des.Pad.	2,9	Des.Pad.	1,7
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	3	Coef.Var.	1

Eixo 4000						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	0,72	34,8	2,22	134,8	3,16	123,8
2	1,5	37,8	4,41	133,0	6,22	120,0
3	2,31	39,8	6,63	133,6	9,44	122,8
4	3,16	41,9				
	Média	38,6	Média	133,8	Média	122,2
	Des.Pad.	3,0	Des.Pad.	0,9	Des.Pad.	2,0
	Coef.Var.	8	Coef.Var.	1	Coef.Var.	2

Eixo 4100						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	0,75	37,8	2,34	149,8	3,88	186,7
2	1,53	39,3	4,63	146,6	7,66	181,9
3	2,38	42,3	6,97	147,7	11,91	195,5
4	3,19	42,7			15,63	189,4
	Média	40,5	Média	148,0	Média	188,4
	Des.Pad.	2,4	Des.Pad.	1,6	Des.Pad.	5,6
	Coef.Var.	6	Coef.Var.	1	Coef.Var.	3

Eixo 4200						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1					3,25	131,0
2	2,41	97,6	3,78	97,7	6,44	128,6
3	3,66	100,0	5,72	99,4	9,72	130,2
4	4,91	101,2				
	Média	99,6	Média	98,6	Média	129,9
	Des.Pad.	1,9	Des.Pad.	1,2	Des.Pad.	1,2
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 4300						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	0,97	63,2	2,47	166,9	3,28	133,4
2	1,97	65,2	5	171,0	6,56	133,4
3	3,06	69,9	7,47	169,6	9,84	133,4
4	4,06	69,2				
	Média	66,9	Média	169,2	Média	133,4
	Des.Pad.	3,2	Des.Pad.	2,1	Des.Pad.	0
	Coef.Var.	5	Coef.Var.	1	Coef.Var.	0

Eixo 4400						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,28	110,1	2,69	197,9	2,97	109,4
2	2,59	112,7	5,34	195,0	5,81	104,7
3	3,91	114,1	8	194,5	8,78	106,2
4	5,22	114,4				
	Média	112,8	Média	195,8	Média	106,8
	Des.Pad.	2,0	Des.Pad.	1,8	Des.Pad.	2,4
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1	Coef.Var.	2

Eixo 4500						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,5	151,2	2,44	162,9	3,34	138,4
2	2,94	145,2	4,91	164,9	6,5	131,0
3	4,44	147,2	7,34	163,7	9,97	137,0
4	5,94	148,2	9,75	162,5	13,03	131,6
	Média	147,9	Média	163,5	Média	134,5
	Des.Pad.	2,5	Des.Pad.	1,0	Des.Pad.	3,7
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1	Coef.Var.	3

Eixo 4600						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,50	151,2	2,47	166,9	3,53	154,6
2	2,94	145,2	5,00	171,0	7,06	154,6
3	4,47	149,2	7,44	168,2		
4	5,97	149,7				
	Média	148,8	Média	168,7	Média	154,6
	Des.Pad.	2,55	Des.Pad.	2,08	Des.Pad.	0,00
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1	Coef.Var.	0

Eixo 4700						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1			2,47	166,9	3,41	144,2
2	2,66	118,8	4,88	162,9	6,63	136,3
3	4,06	123,0	7,31	162,4	9,97	137,0
4	5,47	125,6				
	Média	122,5	Média	164,1	Média	139,2
	Des.Pad.	3,43	Des.Pad.	2,46	Des.Pad.	4,39
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	2	Coef.Var.	3

Eixo 4800						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,16	90,4	2,25	138,5	3,53	154,6
2	2,28	87,3	4,50	138,5	6,97	150,6
3	3,47	89,9	6,72	137,3		
4	4,72	93,5				
	Média	90,3	Média	138,1	Média	152,6
	Des.Pad.	2,56	Des.Pad.	0,71	Des.Pad.	2,77
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	1	Coef.Var.	2

Eixo 4900						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,38	127,9	2,22	134,8	2,63	85,8
2	2,78	129,8	4,38	131,2	5,28	86,4
3	4,19	131,1	6,53	129,6	7,84	84,7
4	5,59	131,2				
	Média	130,0	Média	131,9	Média	85,6
	Des.Pad.	1,51	Des.Pad.	2,67	Des.Pad.	0,88
	Coef.Var.	1	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1

Eixo 5000						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,19	95,1	2,34	149,8	2,50	77,5
2	2,38	95,1	4,63	146,6	4,94	75,7
3	3,63	98,4	6,94	146,4		
4	4,84	98,4				
	Média	96,8	Média	147,6	Média	76,6
	Des.Pad.	1,86	Des.Pad.	1,90	Des.Pad.	1,31
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1	Coef.Var.	2

Eixo 5100						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)			Frequência (Hz)	Força (kN)
1	0,81	44,1			3,81	180,0
2	1,63	44,6			7,63	180,5
3	2,53	47,8			11,41	179,4
4	3,38	48,0				
	Média	46,1			Média	180,0
	Des.Pad.	2,05			Des.Pad.	0,55
	Coef.Var.	4			Coef.Var.	0

Eixo 5200						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	0,75	37,8	2,28	142,2	3,69	168,9
2	1,53	39,3	4,56	142,2	7,31	165,7
3	2,31	39,8	6,81	141,0	11,06	168,6
4	3,16	41,9				
	Média	39,7	Média	141,8	Média	167,7
	Des.Pad.	1,71	Des.Pad.	0,72	Des.Pad.	1,76
	Coef.Var.	4	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 5300						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	0,91	55,6	2,38	154,9	4,00	198,4
2	1,84	56,9	4,72	152,4	7,94	195,5
3	2,81	58,9	7,09	152,8	12,00	198,4
4	3,78	60,0				
	Média	57,9	Média	153,4	Média	197,5
	Des.Pad.	1,97	Des.Pad.	1,39	Des.Pad.	1,71
	Coef.Var.	3	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 5400						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	0,78	40,9	2,38	154,9	3,56	157,2
2	1,53	39,3	4,75	154,3	7,03	153,2
3	2,44	44,4	7,16	155,8		
4	3,19	42,7				
	Média	41,8	Média	155,0	Média	155,2
	Des.Pad.	2,23	Des.Pad.	0,76	Des.Pad.	2,79
	Coef.Var.	5	Coef.Var.	0	Coef.Var.	2

Eixo 5500						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1			2,06	116,1	3,28	133,4
2	2,66	118,8	4,13	116,6	6,50	131,0
3	4,00	119,4	6,16	115,3		
4	5,34	119,7				
	Média	119,3	Média	116,0	Média	132,2
	Des.Pad.	0,46	Des.Pad.	0,66	Des.Pad.	1,72
	Coef.Var.	0	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 5600						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,50	151,2	2,31	146,0	3,13	121,5
2	2,94	145,2	4,63	146,6	6,22	120,0
3	4,47	149,2	6,91	145,1		
4	6,00	151,2				
	Média	149,2	Média	145,9	Média	120,7
	Des.Pad.	2,82	Des.Pad.	0,74	Des.Pad.	1,09
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1	Coef.Var.	1

Eixo 5700						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,78	212,9	1,97	106,2	3,19	126,2
2	3,63	221,3	3,94	106,2	6,28	122,3
3	5,38	216,1	5,81	102,6	9,56	125,9
4	7,19	217,1				
	Média	216,8	Média	105,0	Média	124,8
	Des.Pad.	3,49	Des.Pad.	2,06	Des.Pad.	2,19
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	2	Coef.Var.	2

Eixo 5800						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,22	100,0	2,44	162,9	3,69	168,9
2	2,44	100,0	4,78	156,3	7,25	163,0
3	3,72	103,3	7,13	154,5	11,03	167,7
4	4,97	103,7	9,69	160,5		
	Média	101,8	Média	158,5	Média	166,5
	Des.Pad.	2,04	Des.Pad.	3,83	Des.Pad.	3,11
	Coef.Var.	2	Coef.Var.	2	Coef.Var.	2

Eixo 5900						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1						
2	2,91	142,2	5,09	177,2	5,91	108,3
3	4,38	143,2	7,66	178,3	9,09	113,9
4	5,84	143,2	10,22	178,6	11,97	111,1
	Média	142,9	Média	178,0	Média	111,1
	Des.Pad.	0,57	Des.Pad.	0,75	Des.Pad.	2,78
	Coef.Var.	0	Coef.Var.	0	Coef.Var.	3

Eixo 6000						
	Tirante 37m		Tirante 25m		Tirante 17m	
Modo	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)	Frequência (Hz)	Força (kN)
1	1,59	169,9	2,28	142,2		
2	3,13	164,6	4,50	138,5	6,72	140,0
3	4,72	166,3	6,84	142,2	10,09	140,3
4	6,28	165,6			13,53	141,9
	Média	166,6	Média	141,0	Média	140,7
	Des.Pad.	2,30	Des.Pad.	2,15	Des.Pad.	1,02
	Coef.Var.	1	Coef.Var.	2	Coef.Var.	1

Na Figura 4.8 estão indicados os coeficientes de variação para os três tirantes (37m, 25m e 17m) dos eixos 100 a 6000.

Figura 4-8 Coeficientes de variação dos tirantes da cobertura do Estádio Castelão

executado na longarina. As extremidades do cabeamento foram acomodadas sob a laje do passeio do tabuleiro.

Figura 4-11 Célula de carga instalada na ancoragem de um dos estais

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

4.2.2 Trabalhos realizados

No segundo semestre de 2011 foram iniciadas uma série de atividades na Ponte Estaiada de Aracaju com o objetivo de reajustar as forças dos estais com ensaios dinâmicos de verificação dos esforços e da conformação geométrica da estrutura. Esse contrato foi firmado entre o DER/SE e a empresa LSE-Laboratório de Sistemas Estruturais.

Inicialmente foi realizada uma inspeção visual em toda a estrutura para avaliar o atual estado da obra. Em seguida foram realizados ensaios dinâmicos com um veículo instrumentado para determinar as frequências naturais da estrutura e compara-las com os valores obtidos em ensaios anteriores. Após essa primeira avaliação, as forças dos estais foram medidas com métodos diretos (células de

carga) e indiretos (vibração dos estais).

- Reajuste de Forças

O objetivo principal do reajuste de forças é alterar a configuração atual de forças implantadas nos estais para uma configuração de forças e geometria dentro de limites que garantam a durabilidade e o bom desempenho da estrutura. O reajuste das forças dos estais é realizado com o acompanhamento contínuo e simultâneo das forças dos estais e com a verificação geométrica do greide da ponte. Para a elaboração do faseamento, foi utilizado um modelo numérico em elementos finitos calibrado com os resultados obtidos nos ensaios dinâmicos realizados anteriormente. Durante a construção da ponte foram instaladas células de carga em cada um dos estais, possibilitando assim a monitoração contínua das forças durante toda a sua construção. Essas células foram reabilitadas para que seus valores fossem novamente registrados.

Para essa leitura, o sistema de aquisição de dados foi instalado dentro do mastro da ponte, Figura 4.12. Os registros de forças e temperaturas foram medidas e gravadas no sistema ADS 2000, fabricado pela LYNX de forma contínua a uma taxa mínima de 200 Hz. Esse sistema de aquisição de dados é constituído por condicionadores de sinais, controlados por um microcomputador tipo notebook na plataforma TCP-IP, Figura 4.13.

Figura 4-12 Sistema de aquisição de dados instalado nos mastros da ponte para leitura das forças nos estais

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

Figura 4-13 Esquema do sistema de aquisição de dados instalado nos mastros da Ponte

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

- Medição indireta das forças pela vibração dos estais

Além do registro das forças utilizando as células de carga, foram monitoradas também as vibrações dos estais com o objetivo de determinar as forças implantadas em cada um deles utilizando a teoria de vibração de cordas.

A monitoração das vibrações foi feita com a instalação de sensores servo-acelerômetros, capacidade de 1g, Figura 4.14.

Figura 4-14 Servo acelerômetros instalados no estai P16-14CM

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

As frequências foram determinadas em ensaios de vibração livre realizados em todos os estais impulsionando-os com uma corda, Figura 4.15.

Figura 4-15 Ensaio de vibração livre

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

As séries temporais de acelerações medidas nos estais foram transformadas para o domínio da frequência, empregando-se espectros em RMS de onde foram extraídos os valores das frequências de maior energia . Esses valores para os estais 5LM, 7LM e 8LM do P16, por exemplo, estão apresentados respectivamente nas Figuras 4.16 a 4.18.

Figura 4-16 Espectros de acelerações medidos no estai P16-5LM durante os ensaios de vibração livre

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

Figura 4-17 Espectros de acelerações medidos no estai P16-7LM durante ensaios de vibração livre

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

Figura 4-18 Espectros de acelerações medidos no estai P16-8LM durante ensaios de vibração livre

Fonte: LSE- Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.

4.2.3 Resultados

A ponte estaiada sobre o rio Sergipe possui 112 estais, numerados de 1 a 14 e de acordo com sua localização : vão central ou lateral e lado montante ou jusante.

Cada estai, Figura 4.19 é composto por um conjunto de cordoalhas de sete fios protegidas por um tubo de PEAD. Nas extremidades dos tubos PEAD estão localizados os tubos forma, onde estão posicionados os desviadores e amortecedores. A fixação das cordoalhas é feita com clavetes nos blocos de ancoragem localizados após o tubo forma. Neste local são posicionadas as células de carga.

Figura 4-19 Componentes dos estais

Fonte: Protende

Os comprimentos dos elementos de cada estai estão indicados na Tabela 4.2:

Tabela 4-2 Características dos estais da ponte sobre o rio Sergipe

	Estai	n _{cord}	L _{PR}	L _T	L _{V1}	L _{V2}	L _{PEAD}
lateral	P17-14LM	39	110,406	1,88	6,14	4,76	100,486
	P17-13LM	38	103,908	1,9	5,91	4,58	94,198
	P17-12LM	36	97,33	1,9	5,57	4,39	87,96
	P17-11LM	34	90,908	1,93	5,34	4,2	81,738
	P17-10LM	32	84,543	1,97	5,07	4	75,603
	P17-09LM	31	78,186	1,99	4,76	3,8	69,536
	P17-08LM	29	71,968	2,05	4,49	3,59	63,528
	P17-07LM	28	65,855	2,13	4,2	3,33	57,625
	P17-06LM	26	59,877	2,23	3,89	3,12	51,857
	P17-05LM	24	54,076	2,38	3,61	2,9	46,186
	P17-04LM	23	48,506	2,59	3,3	2,73	40,716
	P17-03LM	21	43,229	2,95	3,06	2,49	35,319
	P17-02LM	19	38,221	3,55	2,79	2,3	29,981
	P17-01LM	19	33,513	4,95	2,58	2,141	24,083
central	P17-01CM	19	33,138	4,910	2,550	2,12	23,778
	P17-02CM	19	37,675	3,490	2,740	2,27	29,545
	P17-03CM	21	42,485	2,910	3,010	2,45	34,665
	P17-04CM	23	47,687	2,550	3,280	2,65	39,957
	P17-05CM	24	53,158	2,300	3,550	2,86	45,408
	P17-06CM	26	58,875	2,190	3,830	3,07	50,955
	P17-07CM	28	64,775	2,090	4,100	3,28	56,685
	P17-08CM	29	70,822	2,010	4,420	3,52	62,492
	P17-09CM	31	76,976	1,960	4,690	3,74	68,426
	P17-10CM	32	83,276	1,930	4,990	3,94	74,456
	P17-11CM	34	89,590	1,900	5,250	4,14	80,54
	P17-12CM	36	95,956	1,870	5,490	4,33	86,696
	P17-13CM	38	102,497	1,870	5,840	4,52	92,887
	P17-14CM	39	107,546	1,850	4,670	4,69	99,126

	Estai	n _{cord}	L _{PR}	L _T	L _{V1}	L _{V2}	L _{PEAD}
central	P16-14CM	39	107,546	1,850	4,670	4,69	99,126
	P16-13CM	38	102,497	1,870	5,840	4,52	92,887
	P16-12CM	36	95,956	1,870	5,490	4,33	86,696
	P16-11CM	34	89,590	1,900	4,140	4,14	81,65
	P16-10CM	32	83,276	1,930	3,940	3,94	75,506
	P16-09CM	31	76,976	1,960	4,690	3,74	68,426
	P16-08CM	29	70,822	2,010	4,420	3,52	62,492
	P16-07CM	28	64,775	2,090	4,100	3,28	56,685
	P16-06CM	26	58,875	2,190	3,830	3,07	50,955
	P16-05CM	24	53,158	2,300	3,550	2,86	45,348
	P16-04CM	23	47,687	2,550	3,280	2,65	39,957
	P16-03CM	21	42,485	2,910	3,010	2,45	34,665
	P16-02CM	19	37,675	3,490	2,740	2,27	29,545
	P16-01CM	19	33,138	4,910	2,550	2,12	23,778
lateral	P16-01LM	19	33,513	4,950	2,580	2,14	-2553,34
	P16-02LM	19	38,221	3,550	2,79	2,30	29,981
	P16-03LM	21	43,229	2,950	3,06	2,49	35,319
	P16-04LM	23	48,506	2,590	3,30	2,73	40,716
	P16-05LM	24	54,076	2,380	3,61	2,90	46,186
	P16-06LM	26	59,877	2,230	3,89	3,12	51,857
	P16-07LM	28	65,855	2,130	4,20	3,33	57,625
	P16-08LM	29	71,968	2,050	4,49	3,59	63,528
	P16-09LM	31	78,186	1,990	4,76	3,80	69,536
	P16-10LM	32	84,543	1,970	5,07	4,00	75,603
	P16-11LM	34	90,908	1,930	5,34	4,20	81,738
	P16-12LM	36	97,330	1,900	5,57	4,39	87,96
	P16-13LM	38	103,908	1,900	5,91	4,58	94,198
	P16-14LM	39	110,406	1,880	6,14	4,76	100,486
lateral	P17-14LJ	39	110,406	1,88	6,14	4,76	100,486
	P17-13LJ	38	103,908	1,9	5,91	4,58	94,198
	P17-12LJ	36	97,33	1,9	5,57	4,39	87,96
	P17-11LJ	34	90,908	1,93	5,34	4,2	81,738
	P17-10LJ	32	84,543	1,97	5,07	4	75,603
	P17-09LJ	31	78,186	1,99	4,76	3,8	69,536
	P17-08LJ	29	71,968	2,05	4,49	3,59	63,528
	P17-07LJ	28	65,855	2,13	4,2	3,33	57,625
	P17-06LJ	26	59,877	2,23	3,89	3,12	51,857
	P17-05LJ	24	54,076	2,38	3,61	2,9	46,186
	P17-04LJ	23	48,506	2,59	3,3	2,73	40,716
	P17-03LJ	21	43,229	2,95	3,06	2,49	35,319
	P17-02LJ	19	38,221	3,55	2,79	2,3	29,981
	P17-01LJ	19	33,513	4,95	2,58	2,141	24,083

	Estai	n _{cord}	L _{PR}	L _T	L _{V1}	L _{V2}	L _{PEAD}
central	P17-01CJ	19	33,138	4,910	2,550	2,12	23,778
	P17-02CJ	19	37,675	3,490	2,740	2,27	29,545
	P17-03CJ	21	42,485	2,910	3,010	2,45	34,665
	P17-04CJ	23	47,687	2,550	3,280	2,65	39,957
	P17-05CJ	24	53,158	2,300	3,550	2,86	45,408
	P17-06CJ	26	58,875	2,190	3,830	3,07	50,955
	P17-07CJ	28	64,775	2,090	4,100	3,28	56,685
	P17-08CJ	29	70,822	2,010	4,420	3,52	62,492
	P17-09CJ	31	76,976	1,960	4,690	3,74	68,426
	P17-10CJ	32	83,276	1,930	4,990	3,94	74,456
	P17-11CJ	34	89,590	1,900	5,250	4,14	80,54
	P17-12CJ	36	95,956	1,870	5,490	4,33	86,696
	P17-13CJ	38	102,497	1,870	5,840	4,52	92,887
	P17-14CJ	39	107,546	1,850	4,670	4,69	99,126
central	P16-14CJ	39	107,546	1,850	4,670	4,69	99,126
	P16-13CJ	38	102,497	1,870	5,840	4,52	92,887
	P16-12CJ	36	95,956	1,870	5,490	4,33	86,696
	P16-11CJ	34	89,590	1,900	4,140	4,14	81,65
	P16-10CJ	32	83,276	1,930	3,940	3,94	75,506
	P16-09CJ	31	76,976	1,960	4,690	3,74	68,426
	P16-08CJ	29	70,822	2,010	4,420	3,52	62,492
	P16-07CJ	28	64,775	2,090	4,100	3,28	56,685
	P16-06CJ	26	58,875	2,190	3,830	3,07	50,955
	P16-05CJ	24	53,158	2,300	3,550	2,86	45,348
	P16-04CJ	23	47,687	2,550	3,280	2,65	39,957
	P16-03CJ	21	42,485	2,910	3,010	2,45	34,665
	P16-02CJ	19	37,675	3,490	2,740	2,27	29,545
	P16-01CJ	19	33,138	4,910	2,550	2,12	23,778
lateral	P16-01LJ	19	33,513	4,950	2,580	2,14	-2553,34
	P16-02LJ	19	38,221	3,550	2,79	2,30	29,981
	P16-03LJ	21	43,229	2,950	3,06	2,49	35,319
	P16-04LJ	23	48,506	2,590	3,30	2,73	40,716
	P16-05LJ	24	54,076	2,380	3,61	2,90	46,186
	P16-06LJ	26	59,877	2,230	3,89	3,12	51,857
	P16-07LJ	28	65,855	2,130	4,20	3,33	57,625
	P16-08LJ	29	71,968	2,050	4,49	3,59	63,528
	P16-09LJ	31	78,186	1,990	4,76	3,80	69,536
	P16-10LJ	32	84,543	1,970	5,07	4,00	75,603
	P16-11LJ	34	90,908	1,930	5,34	4,20	81,738
	P16-12LJ	36	97,330	1,900	5,57	4,39	87,96
	P16-13LJ	38	103,908	1,900	5,91	4,58	94,198
	P16-14LJ	39	110,406	1,880	6,14	4,76	100,486

Onde:

LPR = DISTANCIA REAL ENTRE PLACAS DE ANCORAGEM

LT = COMPRIMENTO TUBO FORMA DA TORRE

LV1 = COMPRIMENTO TUBO FORMA DO TABULEIRO

LV2 = COMPRIMENTO TUBO ANTIVANDALISMO

Durante a leitura das forças dos estais, foram realizados ensaios de vibração livre em alguns deles. Os resultados estão apresentados na Tabela 4.3.

Devido à presença de desviadores e amortecedores dentro do tubo forma, não é possível determinar com exatidão onde ocorre o apoio das cordoalhas e portanto qual o real comprimento do cabo. Para este cálculo foi utilizado o comprimento correspondente ao tubo de PEAD.

Tabela 4-3 Análise das frequências medidas durante os ensaios de vibração livre

	vão central							
Estai	P17-1CM	P17-4CM	P17-7CM	P17-9CM	P17-11CM	P17-12CM	P17-13CM	P17-14CM
Comprimento ℓ_0 (m)	23,78	39,96	56,69	68,43	80,54	86,70	92,89	99,13
número cordoalhas n_{cord}	19	23	28	31	34	36	38	39
massa distribuída cordoalha m_{cord} (kg/m)	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29
frequência natural primeiro modo f_1 (Hz)	4,58	3,22	1,96	1,73	1,48	1,39	1,26	1,11
Força total medida em outubro/2011 F_{med} (kN)	1488	1841	1940,4	2054	2297	2386	2597	2700
Força estimada F_{exp} (kN)	1163	1965	1765	2242	2493	2698	2686	2701
F_{exp}/F_{med}	0,78	1,07	0,91	1,09	1,09	1,13	1,03	1,00

	vão lateral								
Estai	P17-2LM	P17-3LM	P17-4LM	P17-5LM	P17-7LM	P17-8LM	P17-12LM	P17-13LM	P17-14LM
Comprimento ℓ_0 (m)	29,98	35,32	40,72	46,19	57,63	63,53	87,96	94,20	100,49
número cordoalhas n_{cord}	19	21	23	24	28	29	36	38	39
massa distribuída cordoalha m_{cord} (kg/m)	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29
frequência natural primeiro modo f_1 (Hz)	3,38	2,9	2,6	2,6	2,01	1,77	1,38	1,29	1,23
Força total medida em outubro/2011 F_{med} (kN)	1481	1370	1742	1718	1954	1983	2490	2695	3211
Força estimada F_{exp} (kN)	1007	1137	1330	1786	1938	1886	2737	2895	3074
F_{exp}/F_{med}	0,68	0,83	0,76	1,04	0,99	0,95	1,10	1,07	0,96

	vão central					
Estai	P16-4CM	P16-5CM	P16-6CM	P16-7CM	P16-9CM	P16-13CM
Comprimento ℓ_0 (m)	39,96	45,41	50,96	56,69	68,43	92,89
número cordoalhas n_{cord}	23	24	28	28	31	38
massa distribuída cordoalha m_{cord} (kg/m)	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29
frequência natural primeiro modo f_1 (Hz)	2,8	2,6	2,23	2,05	1,75	1,18
Força total medida em outubro/2011 F_{med} (kN)	1374	1601	1750	1805	2210	2253
Força estimada F_{exp} (kN)	1486	1726	1865	1951	2294	2356
F_{exp}/F_{med}	1,08	1,08	1,07	1,08	1,04	1,05

	vão lateral					
Estai	P16-5LM	P16-6LM	P16-8LM	P16-9LM	P16-11LM	P16-12LM
Comprimento ℓ_0 (m)	46,19	51,86	63,53	69,54	81,74	87,96
número cordoalhas n_{cord}	24	28	29	31	34	36
massa distribuída cordoalha m_{cord} (kg/m)	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29
frequência natural primeiro modo f_1 (Hz)	2,36	2,25	1,89	1,89	1,66	1,23
Força total medida em outubro/2011 F_{med} (kN)	1385	1880	1482	1851	3254	1836
Força estimada F_{exp} (kN)	1471	1967	2157	2763	3230	2174
$F_{\text{exp}}/F_{\text{med}}$	1,06	1,05	1,46	1,49	0,99	1,18

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho são descritas as características principais dos cabos: os materiais, o comportamento estático e dinâmico e a utilização da análise dinâmica para determinar as forças aplicadas nesses cabos. Além disso dois estudos de caso são apresentados para exemplificar o método.

Na cobertura do Estádio do Castelão em Fortaleza/CE foram medidas as frequências naturais dos 4 primeiros modos de vibração, resultando em valores próximos de força equivalente com coeficientes de variação em torno de 3%. A precisão dos resultados deve-se principalmente às condições de contorno : a fixação dos tirantes é simples e portanto o comprimento real de cada elemento pode ser definido com exatidão.

A ponte estaiada sobre o rio Sergipe possui 112 estais , cada um deles com uma célula de carga instalada durante a construção da obra para monitoração das forças. Durante serviços de manutenção da ponte as forças foram medidas através das células de carga e em alguns estais foram realizados ensaios de vibrações livres para comparação dos valores. Pode-se observar que ocorre uma divergência entre as forças principalmente nos estais mais curtos. Isso ocorre pois a ancoragem dos cabos é mais complexa devido à presença de desviadores e amortecedores dentro do tubo forma. Neste caso não é possível determinar com exatidão o comprimento real dos cabos, o que influencia mais o resultado dos estais mais curtos.

O método de determinação de forças a partir de ensaios de vibração livre é eficiente quando as condições de contorno são bem definidas e é possível determinar com exatidão o comprimento do cabo. No caso de estais e outros cabos com ancoragens mais complexas são necessários outros métodos (células de carga, strain gauges etc) que ajudem na determinação dos comprimentos reais dos elementos. Portanto uma vez definidos os comprimentos, pode-se utilizar este método para acompanhar as mudanças nas forças dos cabos durante a vida útil da estrutura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CAETANO, E. S.: “ Cable Vibrations in Cable Stayed Bridges”, IABSE-AIPC-IVBH, Zürich, 2007;

CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph - Dynamics of Structures - McGraw-Hill International Editions - Estados Unidos, 1993;

DALLY, James W. & RILEY, William F. - “Experimental Stress Analysis” - McGraw-Hill International Editions - Estados Unidos, 1991;

DOEBELIN, Ernest O. - “Measurement Systems” - McGraw-Hill International Editions - Estados Unidos, 1990;

GIMSING, N.J. Cable Supported Bridges. Chichester :John Wiley,1983. 400p.
fib Bulletin 30, Recommendation: “Acceptance of stay cable systems using prestressing steels”, Lausanne, 2005;

HARRIS, Cyril M. - Shock and Vibration Handbook - Quarta Edição - McGraw- Hill - Estados Unidos, 1995;

IRVINE, H. M.: “Cable Structures”; Dover, New York, 1981 ;

IRVINE, H.M. and CAUGHEY, T. K.: “The Linear Theory of Free Vibrations of a Suspended Cable”; Proceedins of the Royal Society of London Series A, Vol 341, 1974 ;

MEHARABI, A. and TABATABAI, H.: “Unified Finite Difference Formulation for Free Vibration of Cables”; Journal of Structural Engineering, Vol. 124, No 11, 1998;

MORSE, P and INGARD, K.: “Theoretical Acoustics “ ; Princeton University Press, Princeton, 1968;

RODRIGUES, J. F. S.: “Investigação dos carregamentos de estádios de futebol”, Dissertação para obtenção do título de Mestre em Engenharia, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998;

ZUI, H., SHINKE, T. and NAMITA, Y.: “Practical Formulae for Estimation of Cable Tension by Vibration Method”; Journal of Structural Engineering, Vol 122, No. 6, 1996