BRUNO SZPIGEL DZIALOSZYNSKI

**Modelos hierárquicos para análise estrutural do revestimento de túneis:
avaliação, comparação, compatibilização e calibração**

São Paulo

2020

BRUNO SZPIGEL DZIALOSZYNSKI

**Modelos hierárquicos para análise estrutural do revestimento de túneis:
avaliação, comparação, compatibilização e calibração**

Versão Corrigida

(Versão original encontra-se na unidade que aloja
o Programa de Pós-graduação)

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título de
Mestre em Ciências

Área de Concentração: Engenharia de Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Fernando Rebouças Stucchi

São Paulo

2020

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 10 de JUNHO de 2020

Assinatura do autor: Bruno Szpigel Działoszynski

Assinatura do orientador: Fernando Stuchi

Catálogo-na-publicação

Działoszynski, Bruno

Modelos hierárquicos para análise estrutural do revestimento de túneis: avaliação, comparação, compatibilização e calibração / B. Działoszynski -- versão corr. -- São Paulo, 2020.

291 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.Túneis 2.Modelos Matemáticos 3.Modelos Hierárquicos
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

BRUNO SZPIGEL DZIALOSZYNSKI

**Modelos hierárquicos para análise estrutural do revestimento de túneis:
avaliação, comparação, compatibilização e calibração**

Versão Corrigida

(Versão original encontra-se na unidade que aloja
o Programa de Pós-graduação)

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título de
Mestre em Ciências

São Paulo
2020

Nome: DZIALOSZYNSKI, Bruno Szpigel

Título: Modelos hierárquicos para análise estrutural do revestimento de túneis:
avaliação, comparação, compatibilização e calibração

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título de
Mestre em Ciências.

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr.

Instituição:

Julgamento:

Prof. Dr.

Instituição:

Julgamento:

Prof. Dr.

Instituição:

Julgamento:

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Fernando Rebouças Stucchi, por manter meus pés no chão e mesmo assim dar asas às minhas ideias.

Ao Prof. Luiz Guilherme de Mello, por exigir, mas também por reconhecer o meu melhor. Por me ensinar todo dia coisas que eu só poderia aprender com você.

Ao Dr. Werner Bilfinger, por agir como mentor, mas me tratar como colega.

A meus pais, pelo exemplo de competência em viver, a referência do que sou e do que quero me tornar.

A meu irmão, meu exemplo de coragem, tolerância e entusiasmo.

A meu amor, minha parceira e melhor amiga.

RESUMO

À luz da complexidade e interdisciplinaridade de fenômenos envolvidos na construção de túneis, a modelagem hierárquica figura como importante ferramenta na análise estrutural e prática de projeto dessas estruturas. O presente trabalho desenvolve um estudo acerca de duas hierarquias de modelos bidimensionais comumente empregadas para o projeto estrutural de túneis: modelos de maciço como sólido deformável contínuo e modelos de anel sobre apoios. O estudo enfocou-se na avaliação e investigação do potencial uso conjunto de tais hierarquias de modelos na prática de projeto, principalmente quanto à comparação de fenômenos físicos representáveis e compatibilidade ou compatibilização de resultados auferidos. Para tal, entradas, saídas e hipóteses dos modelos foram descritas, com a identificação da interface entre as hierarquias. A partir de tais conceitos formalizou-se um simples procedimento prático para o cálculo caso a caso de carregamentos de compatibilização “ideal”. Tais carregamentos, se aplicados a um modelo de anel sobre apoios, levam a resultados de esforços solicitantes no revestimento idênticos aos do modelo análogo de maciço contínuo cujos resultados são empregados para a compatibilização. O procedimento foi empregado para calibrar carregamentos de compatibilização simplificados, e utilizá-los em dois estudos. O primeiro empregou um estudo de caso para avaliar comparativamente carregamentos impostos a modelos de anel sobre apoios quanto à compatibilidade de resultados em referência a um modelo de maciço contínuo análogo. Verificou-se que a compatibilidade de carregamentos usuais da bibliografia e prática, em geral, é baixa. Por outro lado, calibrando o carregamento a partir do procedimento de compatibilização “ideal” proposto, mesmo com maior simplificação do carregamento imposto, compatibilidade razoável de resultados pode ser obtida, sobretudo para esforços de força normal. Isso é, desde que o carregamento imposto apresente magnitude e distribuição que remetam, de forma geral, ao carregamento de compatibilização “ideal”, compatibilidade razoável de esforços solicitantes pode ser obtida. Motivado por tal observação, o segundo estudo realizou uma análise paramétrica dos efeitos de variação de hipóteses aplicadas a modelos de maciço como sólido deformável contínuo – como geometria, materiais, cobertura, etc. – no respectivo carregamento de compatibilização “ideal” para modelos de anel sobre apoios. Um total de 93 cenários de combinações de hipóteses foram avaliados, identificando-se o efeito e

importância relativa de hipóteses na magnitude e padrão de distribuição dos carregamentos de compatibilização “ideal”. O estudo antevê a possibilidade de estimar carregamentos de compatibilização simplificados a partir da definição do problema físico, sem a necessidade de conhecer de antemão os resultados do modelo de maciço contínuo, como preconizaria o cálculo do carregamento de compatibilização “ideal”.

Palavras-chave: Túneis. Modelos Matemáticos. Modelos Hierárquicos.

ABSTRACT

In the light of the complexity and interdisciplinarity of the phenomena involved in the construction of tunnels, hierarchical modelling is an important tool for the structural analysis and design practice of these structures. This work develops a study on two bidimensional model hierarchies commonly applied for the structural design of tunnels: models with the soil/rock mass as a continuous deformable solid and bedded beam models. The study focused on the evaluation and investigation of the potential combined use of those model hierarchies in the analysis and design practice, mainly regarding the comparison of representable physical phenomena and compatibility or compatibilization of computed results. To that end, inputs, outputs and hypotheses of the models were described, with the identification of the interface between the hierarchies. With these concepts as a baseline, a simple practical procedure for the case by case calculation of “ideal” compatibilization loads was formalized. Said loads, when applied to a bedded beam model lead to lining loads that are identical to those of the analogous continuous rock/soil mass model whose results are applied for the compatibilization. The procedure was applied to calibrate simplified compatibilization loads, and apply them to two studies. The first applied a case study to comparatively assess the loads imposed to a bedded beam model regarding the compatibility of the results with those of an analogous continuous rock/soil mass model. It was noticed that the compatibility of usual imposed loads from the bibliography and practice is generally low. On the other hand by calibrating loads based on the proposed “ideal” compatibilization procedure, even with higher simplification of the imposed load, a reasonable result compatibility may be obtained, especially for axial loads. That is, as long as the imposed loads bear magnitude and distribution that generally resemble the “ideal” compatibilization load, reasonable compatibility for internal beam loads may be obtained. Motivated by that observation, the second study performed a parametric analysis of the effects of varying hypotheses applied to the continuous rock/soil mass models – such as geometry, materials, cover, etc. – in the respective “ideal” compatibilization load for bedded beam models. A total of 93 scenarios of hypothesis combinations were evaluated, identifying the relative effect and importance of hypotheses in the magnitude and distribution pattern of the “ideal” compatibilization loads. The study foresees the possibility of estimating simplified compatibilization loads based on the physical problem definition, without the need of knowing beforehand the

results of the continuous soil/rock mass model, as the calculation of the “ideal” compatibilization load would imply.

Keywords: Tunnels. Mathematical Models. Hierarchical Models.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Conceitos envolvidos na construção de um modelo matemático.....	44
Figura 2 – Procedimento de projeto rotineiro na engenharia de estruturas.....	46
Figura 3 – Fases do desenvolvimento de modelos para problemas de engenharia..	48
Figura 4 – Avaliação de estimativas de deslocamentos e esforços segundo modelos em relação ao comportamento efetivamente observado segundo estudos de caso: (a) recalques superficiais; (b) recalques subsuperficiais; (c) deslocamentos horizontais; (d) esforços no revestimento.....	55
Figura 5 - Componentes de tensão nos planos paralelos aos planos definidos pelo eixo de coordenadas.	60
Figura 6 – Envoltória de plastificação segundo critério de Mohr-Coulomb no espaço das tensões principais com valores positivos à compressão. Caso particular de coesão nula.	70
Figura 7 - Gráfico da intersecção dos planos da envoltória de Mohr-Coulomb com plano genérico perpendicular ao eixo hidrostático com $\sigma_{oct} > -c * \cot\varphi$	73
Figura 8 - Geometria genérica da intersecção da envoltória de Mohr-Coulomb com plano genérico perpendicular ao eixo hidrostático com $\sigma_{oct} > -c * \cot\varphi$	74
Figura 9 – Superfície de plastificação e superfície de estado crítico do modelo Cam Clay Modificado no espaço das tensões principais.	79
Figura 10 – Superfícies do Cam Clay Modificado no plano $p \times q$	82
Figura 11 – Conversão de componentes de carregamento imposto a modelo de hierarquia H2.....	91
Figura 12 - Esquema de modelo de hierarquia H1.....	103
Figura 13 - Esquema de modelo de hierarquia H2.....	104
Figura 14 - Exemplo ilustrativo de procedimento de calibração “ideal” com viga biengastada. (a) Resultados da hierarquia H1. (b) Modelo de hierarquia H2* para obtenção de componentes das forças nodais de compatibilização “ideal”. (c) Modelo de hierarquia H2 com carregamento de compatibilização “ideal”. (d) Modelo ilustrativo	

sem peso próprio e sem vínculos impostos, com obtenção de força nodal total equivalente.	109
Figura 15 – Vista esquemática do problema físico no exemplo de validação.....	113
Figura 16 – Resultados do modelo de hierarquia H1 para Caso A do exemplo de validação. (a) Deslocamentos horizontais. (b) Deslocamentos verticais. (c) Tensões horizontais. (d) Tensões verticais. (e) Pontos de plastificação.	117
Figura 17 – Exemplo de validação Caso A - Componentes do maciço das forças nodais de compatibilização “ideal” $[fns]_x$ e $[fns]_y$. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	119
Figura 18 – Exemplo de validação Caso A – Hierarquia H2 - Carregamentos impostos.	121
Figura 19 – Exemplo de validação Caso A – Vínculos normais – Força normal.....	122
Figura 20 – Exemplo de validação Caso A – Vínculos normais – Momento fletor..	122
Figura 21 - Exemplo de validação Caso A – Vínculos normais e tangenciais – Força normal.....	123
Figura 22 - Exemplo de validação Caso A – Vínculos normais e tangenciais – Momento fletor.....	123
Figura 23 – Resultados do modelo de hierarquia H1 para o exemplo de validação Caso B do exemplo de validação, etapa (E3). (a) Deslocamentos horizontais. (b) Deslocamentos verticais. (c) Tensões horizontais. (d) Tensões verticais. (e) Pontos de plastificação.	125
Figura 24 – Resultados do modelo de hierarquia H1 para o exemplo de validação Caso B do exemplo de validação, etapa (E4). (a) Deslocamentos horizontais. (b) Deslocamentos verticais. (c) Tensões horizontais. (d) Tensões verticais. (e) Pontos de plastificação.	126
Figura 25 – Exemplo de validação Caso B - Componentes do maciço das forças nodais de compatibilização “ideal” $[fns]_x$ e $[fns]_y$. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	128
Figura 26 – Exemplo de validação Caso B – Hierarquia H2 - Carregamentos impostos.	130

Figura 27 – Exemplo de validação Caso B – Etapa (E3) – Força normal.	132
Figura 28 - Exemplo de validação Caso B – Etapa (E3) – Momento fletor.	132
Figura 29 - Exemplo de validação Caso B – Etapa (E4) – Força normal.	132
Figura 30 - Caso B – Etapa (E4) – Momento fletor.	133
Figura 31 – Carregamentos impostos aos modelos de hierarquia H2 no estudo comparativo.....	139
Figura 32 – Comparativo de resultados de força normal considerando carregamentos impostos diversos e apenas vínculos normais nos modelos de hierarquia H2.	140
Figura 33 – Comparativo de resultados de momento fletor considerando carregamentos impostos diversos e apenas vínculos normais nos modelos de hierarquia H2.....	141
Figura 34 – Comparativo de resultados de força normal considerando carregamentos impostos diversos e vínculos normais e tangenciais nos modelos de hierarquia H2.	141
Figura 35 – Comparativo de resultados de momento fletor considerando carregamentos impostos diversos e vínculos normais e tangenciais nos modelos de hierarquia H2.....	141
Figura 36 – Comparativo de resultados de força normal considerando carregamentos impostos calibrados pelo carregamento de compatibilização “ideal” e vínculos normais e tangenciais nos modelos de hierarquia H2.....	142
Figura 37 – Comparativo de resultados de momento fletor considerando carregamentos impostos calibrados pelo carregamento de compatibilização “ideal” e vínculos normais e tangenciais nos modelos de hierarquia H2.....	142
Figura 38 – Estrutura básica dos modelos de hierarquia H1 avaliados na análise paramétrica.	152
Figura 39 – Malhas de elementos finitos empregadas na análise paramétrica. (a), (d) e (g) Vista geral da malha de elementos finitos dos modelos de hierarquia H1 com geometria G1, G2 e G3, respectivamente; (b), (e) e (h) Vista da região da escavação da malha de elementos finitos dos modelos de hierarquia H1 com geometria G1, G2	

e G3, respectivamente; (c), (f) e (i) Vista geral da malha de elementos finitos dos modelos de hierarquia H2 com geometria G1, G2 e G3, respectivamente.....	155
Figura 40 – Etapas de cálculo dos modelos de hierarquia H1 analisados. (a) Etapa E1; (b) Etapa E2; (c) Etapa E3.....	156
Figura 41 – Geometrias de escavação avaliadas na análise paramétrica.	159
Figura 42 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	171
Figura 43 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	172
Figura 44 – Plastificações na região do túnel para modelos (a) G1-1D-1D-0,8-0,5-mA, (b) G1-3D-1D-0,8-0,5-mA e (c) G1-8D-1D-0,8-0,5-mA.....	174
Figura 45 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	175
Figura 46 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	176
Figura 47 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	178
Figura 48 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	179

Figura 49 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G2 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	181
Figura 50 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G2 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	182
Figura 51 – Ilustração de “flutuação” / variação da deformada ascendente na calota no modelo G2-1D-1D-0,8-0,5-mA. (a) Variação da deformada na etapa (E3); (b) Reações nos vínculos normais.....	183
Figura 52 – Variação da deformada dos modelos do conjunto de cenários para (a) baixa cobertura; (b) média cobertura; (c) alta cobertura.	184
Figura 53 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G2 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	185
Figura 54 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G2 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	186
Figura 55 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G2 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	188
Figura 56 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G2 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	189
Figura 57 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G3 e material de	

maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	191
Figura 58 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G3 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	192
Figura 59 - Plastificações na etapa E3 para modelos (a) G3-1D-1D-0,8-0,5-mA, (b) G3-3D-1D-0,8-0,5-mA, (c) G3-8D-1D-0,8-0,5-mA.	193
Figura 60 - Variação da deformada na etapa E3 para modelos (a) G3-1D-1D-0,8-0,5-mA, (b) G3-3D-1D-0,8-0,5-mA, (c) G3-8D-1D-0,8-0,5-mA.....	194
Figura 61 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G3 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	195
Figura 62 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G3 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	196
Figura 63 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G3 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	198
Figura 64 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G3 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	199
Figura 65 - Plastificações na etapa E3 para modelos (a) G3-1D-1D-0,8-0,5-mC, (b) G3-3D-1D-0,8-0,5-mC, (c) G3-8D-1D-0,8-0,5-mC.....	200
Figura 66 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e material para modelos na geometria G1.	

Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	203
Figura 67 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e material para modelos na geometria G1. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	204
Figura 68 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e material para modelos na geometria G2. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	206
Figura 69 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e material para modelos na geometria G2. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	207
Figura 70 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e material para modelos na geometria G3. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	209
Figura 71 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e material para modelos na geometria G3. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	210
Figura 72 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com cobertura de 1 diâmetro equivalente e variação do material para modelos na geometria G3. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	212
Figura 73 – Ilustração dos pontos de plastificação em relação às zonas de perturbação do carregamento de compatibilização “ideal”.....	213
Figura 74 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com cobertura de 3 diâmetros equivalentes e variação do material para	

modelos na geometria G3. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	215
Figura 75 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com cobertura de 8 diâmetros equivalentes e variação material para modelos na geometria G3. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	216
Figura 76 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	223
Figura 77 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	224
Figura 78 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	227
Figura 79 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	228
Figura 80 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	230
Figura 81 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	231

Figura 82 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G3 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	233
Figura 83 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G3 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	234
Figura 84 – Razão de aspecto e valor de K_0 em relação a padrão geral de distribuição do cenário.....	238
Figura 85 – Variações de deformada em casos típicos em relação ao padrão geral de distribuição dos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados.	239
Figura 86 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e β para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	242
Figura 87 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e β para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	243
Figura 88 – Ilustração da variação dos pontos de plastificação com cobertura e β	244
Figura 89 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e β para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	246
Figura 90 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e β para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.	247

Figura 91 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e β para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	249
Figura 92 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e β para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	250
Figura 93 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da distância da base do arco invertido à base do modelo e da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	253
Figura 94 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da distância da base do arco invertido à base do modelo e da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	254
Figura 95 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da distância da base do arco invertido à base do modelo e da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	257
Figura 96 - Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da distância da base do arco invertido à base do modelo e da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....	258
Figura 97 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da distância da base do arco invertido à base do modelo e da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade	

central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.260

Figura 98 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da distância da base do arco invertido à base do modelo e da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.261

Figura 99 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e material para modelos na geometria G1. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....264

Figura 100 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e material para modelos na geometria G1. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....265

Figura 101 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.....266

Figura 102 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material mD1. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.267

Figura 103 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material mD2. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.268

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Relações entre constantes da elasticidade linear isotrópica.	62
Quadro 2 – Parâmetros dos materiais mA, mB e mC.	163
Quadro 3 - Parâmetros dos materiais mD1 e mD2.	164
Quadro 4 – Cenários avaliados na análise paramétrica.	166

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros estimados para o maciço.	114
Tabela 2 – Parâmetros estimados para o revestimento.	115
Tabela 3 – Parâmetros considerados para o revestimento.	158

LISTA DE SÍMBOLOS

$\mathbf{A}(\mathbf{T})$	Operador da elasticidade
$\mathbf{B}(\mathbf{T})$	Operador da plasticidade perfeita
$\mathbf{C}(\mathbf{T})$	Operador da elastoplasticidade
c	Intercepto de coesão
c'	Intercepto de coesão efetiva
$\mathbf{E}$	Tensor das deformações
E_{ij}	Componentes do tensor das deformações
$\mathbf{E}_d$	Parte desviadora / anti-esférica do tensor das deformações
$\mathbf{E}_e$	Parte esférica do tensor das deformações
$\dot{\mathbf{E}}^e$	Velocidade de deformações elásticas
$\dot{\mathbf{E}}^p$	Velocidade de deformações plásticas
E	Módulo de elasticidade
E_{oed}	Módulo edométrico
e_0	Índice de vazios na configuração de referência
f	Função de plastificação
$\mathbf{f}_n^{H1}$	Vetor de forças nodais totais que levam modelo de hierarquia H2 sem vínculos e peso próprio a solução idêntica a modelo análogo de hierarquia H1 na etapa n
$\mathbf{f}_n^{H2}$	Vetor de forças nodais totais (inclusive reações de vínculo) em modelos de hierarquia H2 para uma dada etapa n
$\mathbf{f}_n^{H2*}$	Vetor de forças nodais totais (inclusive reações de vínculo) em modelos de hierarquia H2* para uma dada etapa n
$\mathbf{f}_n^l$	Vetor de forças nodais devidas a reações de vínculo em modelo de hierarquia H2 para uma dada etapa n
$\mathbf{f}_n^s$	Vetor de forças nodais impostas devido ao maciço em modelo de hierarquia H2 para uma dada etapa n
$[\mathbf{f}_n^s]_x$	Componentes horizontais do vetor de forças nodais impostas devido ao maciço em modelo de hierarquia H2 para uma dada etapa n
$[\mathbf{f}_n^s]_{x,i}$	Componente horizontal da força nodal imposta devido ao maciço em modelo de hierarquia H2 para uma dada etapa n e nó i

$[f_n^s]_y$	Componentes verticais do vetor de forças nodais impostas devido ao maciço em modelo de hierarquia H2 para uma dada etapa n
$[f_n^s]_{y,i}$	Componente vertical da força nodal imposta devido ao maciço em modelo de hierarquia H2 para uma dada etapa n e nó i
f_n^w	Vetor de forças nodais impostas devido a peso próprio em modelo de hierarquia H2 para uma dada etapa n
G	Segundo módulo de Lamé ou módulo de cisalhamento
g	Potencial plástico
h	Altura do túnel
H	Cobertura do túnel
$\mathbf{I}$	Matriz identidade
K	Módulo volumétrico
K_0	Coeficiente de empuxo em repouso / razão entre tensões horizontais e verticais <i>in situ</i>
k	Parâmetro da função de plastificação
k_m	Coeficiente de reação do maciço segundo hipótese de Winkler
k_r	Coeficiente de reação radial do maciço
k_t	Coeficiente de reação tangencial do maciço
M	Parâmetro de estado crítico do modelo Cam Clay
m	Função escalar da lei de fluxo
$\mathbf{n}$	Versor normal a plano
$\mathbf{P}(\mathbf{T})$	Operador da lei de fluxo
P_v	Tensões verticais reduzidas por efeito de “arqueamento”
P_h	Tensões horizontais reduzidas por efeito de “arqueamento”
$\mathbf{p}$	Vetor da tensão atuante no ponto
p	Variável do modelo Cam Clay modificado
p_h	Carregamento imposto na direção horizontal
p_{lim}	Máxima reação que pode ser oferecida por vínculo em formulação não linear
p_m	Reação do maciço segundo hipótese de Winkler
p_n	Reação normal de vínculos na interação solo-estrutura
p_r	Carregamento imposto na direção radial

p_t	Carregamento imposto na direção tangencial
p_v	Carregamento imposto na direção vertical
p_1	Componente do vetor da tensão atuante no ponto
p_0	Parâmetro de endurecimento do modelo Cam Clay modificado
$[p_n^s]_{x,i}$	Valor não normalizado da componente horizontal do carregamento de compatibilização “ideal” imposto devido ao maciço em modelo de hierarquia H2 para uma dada etapa n e nó i
$[p_n^s]_{y,i}$	Valor não normalizado da componente vertical do carregamento de compatibilização “ideal” imposto devido ao maciço em modelo de hierarquia H2 para uma dada etapa n e nó i
q	Variável do modelo Cam Clay modificado
$[q_n^s]_{x,i}$	Valor normalizado da componente horizontal do carregamento de compatibilização “ideal” imposto devido ao maciço em modelo de hierarquia H2 para uma dada etapa n e nó i
$[q_n^s]_{y,i}$	Valor normalizado da componente vertical do carregamento de compatibilização “ideal” imposto devido ao maciço em modelo de hierarquia H2 para uma dada etapa n e nó i
R	Raio de túnel
S_r	Deslocamento relativo entre maciço e estrutura
s	Comprimento desenvolvido do perímetro do revestimento na parte simétrica modelada a partir da base do arco invertido
$\mathbf{T}$	Tensor das tensões de Cauchy
T_{ij}	Componentes do tensor das tensões de Cauchy
$\mathbf{T}_d$	Parte desviadora / anti-esférica do tensor das tensões de Cauchy
$\mathbf{T}_e$	Parte esférica do tensor das tensões de Cauchy
$\mathbf{T}_0$	Tensor das tensões iniciais
t	Variável tempo
$\mathbf{u}$	Vetor deslocamento
u_i	Componentes do vetor deslocamento
$\mathbf{u}_n$	Vetor dos deslocamentos nodais totais acumulados do revestimento em um dado estágio construtivo / de cálculo n
$\mathbf{u}_n^p$	Vetor de deslocamentos nodais acumulados que efetivamente geram solicitação em uma dada peça p do revestimento em uma dada etapa n

$\mathbf{X}$	Vetor posição
X_i	Componentes do vetor posição
x_i	Coordenada horizontal do nó i
y_i	Coordenada vertical do nó i
$y_{nó}$	Coordenada vertical de um nó na malha de elementos finitos
$y_{terreno}$	Coordenada vertical da superfície do terreno
z_{top}	Distância vertical de um ponto ao topo do túnel
α	Ângulo com a vertical em sentido horário
β	Fração de alívio com revestimento instalado no β -method.
γ	Peso específico
γ'	Peso específico submerso
$\Delta \mathbf{u}_i$	Vetor da variação dos deslocamentos nodais do revestimento no estágio de cálculo i
δ	Deslocamento relativo do revestimento em direção normal
δ_{ij}	Delta de Kroenecker
ε_v	Deformação volumétrica
η	Função do modelo Cam Clay modificado com $\eta = q/p$
η^*	Parâmetro de rigidez aparente de vínculos normais na interação solo-estrutura segundo formulação não-linear
η_0	Parâmetro de rigidez aparente inicial de vínculos normais na interação solo-estrutura segundo formulação não-linear
θ	Função do modelo Cam Clay modificado
κ	Parâmetro de rigidez do modelo Cam Clay modificado
Λ	Primeiro módulo de Lamé
λ	Parâmetro de rigidez do modelo Cam Clay modificado
μ	Parâmetro da plasticidade com endurecimento, com $\mu(\mathbf{T}) = 1 + \mathbf{B}(\mathbf{T}) : \nabla f(\mathbf{T})$
ν	Coeficiente de Poisson
ξ	Função da lei de endurecimento
$\boldsymbol{\sigma}$	Tensor das tensões de Cauchy com valores positivos na compressão

σ_d	Parte desviadora do tensor das tensões de Cauchy com valores positivos na compressão
σ	Tensão normal
σ_h	Tensão horizontal
σ_M	Tensão principal maior, positiva na compressão
σ_m	Tensão menor, positiva na compressão
σ_{oct}	Tensão octaédrica
σ_r	Tensão radial
σ_{rc}	Tensão <i>in situ</i> horizontal na altura média do túnel segundo hipóteses de Blom (2002)
σ_t	Tensão tangencial
σ_v	Tensão vertical
σ_{vc}	Tensão <i>in situ</i> vertical na altura média do túnel segundo hipóteses de Blom (2002)
σ_{vceff}	Tensão vertical efetiva constante na lateral do túnel segundo hipóteses de Blom (2002)
σ_w	Tensão hidrostática
σ_1	Tensão principal maior, positiva na compressão
σ_2	Tensão principal intermediária, positiva na compressão
σ_3	Tensão principal menor, positiva na compressão
σ	Tensão normal no plano de ruptura / escoamento, positiva na compressão
τ	Tensão cisalhante no plano de ruptura / escoamento
φ	Ângulo de atrito
φ'	Ângulo de atrito efetivo
ψ	Parâmetro da plasticidade, com $\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}}) = \nabla f(\mathbf{T}) : \mathbf{A}(\mathbf{T})[\dot{\mathbf{E}}]$
Ω	Função do modelo Cam Clay modificado
ω	Fração de alívio de tensões da escavação que se aplicam apenas ao maciço no β -method, isso é, $1 - \beta$

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	37
1.1.	Objetivos	38
1.2.	Justificativa.....	39
1.3.	Estrutura da dissertação	41
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	43
2.1.	Modelagem de túneis	43
2.1.1.	Fenômenos físicos, modelos, e projetos de engenharia civil.....	43
2.1.2.	Modelos hierárquicos na prática de projeto de túneis.....	49
2.1.3.	Acurácia na modelagem de túneis	53
2.2.	Modelo de maciço como sólido deformável contínuo (Hierarquia H1)	57
2.2.1.	Conceitos básicos de mecânica do contínuo.....	58
2.2.2.	Elasticidade linear isotrópica	61
2.2.3.	Conceitos básicos de plasticidade perfeita.....	64
2.2.4.	Modelo Mohr-Coulomb	68
2.2.5.	Conceitos básicos de plasticidade com endurecimento	76
2.2.6.	Modelo Cam-Clay Modificado.....	78
2.2.7.	Conceitos pertinentes à modelagem bidimensional de túneis	87
2.3.	Modelos de anel sobre apoios (Hierarquia H2)	89
2.3.1.	Estimativa dos carregamentos	90
2.3.2.	Estimativa das relações de vínculo	95
2.4.	Compatibilização de modelos hierárquicos para análise e dimensionamento de túneis.....	99
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	101
4	COMPATIBILIZAÇÃO DE MODELOS DE MACIÇO COMO SÓLIDO DEFORMÁVEL CONTÍNUO E MODELOS DE ANEL SOBRE APOIOS	103
5	CARREGAMENTO DE COMPATIBILIZAÇÃO “IDEAL”.....	107

5.1.	Conceituação.....	107
5.2.	Procedimento prático para determinação do carregamento de calibração “ideal”	110
5.3.	Exemplo de validação / aplicação do procedimento	113
5.3.1.	Problema físico	113
5.3.2.	Modelagem da Hierarquia H1	114
5.3.3.	Modelagem da Hierarquia H2	115
5.3.4.	Caso A – construção em estágio único.....	116
5.3.5.	Caso B – construção em estágios múltiplos	124
6	ANÁLISE COMPARATIVA DO DESEMPENHO DE CARREGAMENTOS ESTIMADOS PARA MODELO DE ANEL SOBRE APOIOS	135
6.1.	Problema físico, modelagem da hierarquia H1, modelagem da hierarquia H2, e caso de análise.....	135
6.2.	Carregamentos impostos à hierarquia H2 avaliados	136
6.3.	Resultados da avaliação comparativa	140
7	ANÁLISE PARAMÉTRICA DOS CARREGAMENTOS DE COMPATIBILIZAÇÃO “IDEAL”	147
7.1.	Premissas básicas e ressalvas.....	148
7.2.	Descrição geral do estudo	149
7.3.	Hipóteses básicas de modelagem	150
7.3.1.	Modelagem da Hierarquia H1	150
7.3.2.	Modelagem da Hierarquia H2	151
7.4.	Estrutura básica dos cenários avaliados	152
7.4.1.	Malha de elementos finitos e geometria.....	153
7.4.2.	Etapas de cálculo da simulação.....	156
7.4.3.	Suporte do túnel.....	157
7.5.	Parâmetros variáveis e cenários avaliados	158
7.5.1.	Geometria do túnel.....	158

7.5.2. Cobertura.....	160
7.5.3. Distância entre base do arco invertido e camada indeformável	160
7.5.4. Estado de tensões in situ antes da escavação.....	161
7.5.5. Alívio intermediário não revestido.....	161
7.5.6. Materiais do maciço.....	162
7.5.7. Resumo dos cenários avaliados.....	164
7.6. Resultados e análise	167
7.6.1. Variação da cobertura	170
7.6.2. Variação dos materiais	201
7.6.3. Variação da geometria do túnel e do estado de tensões in situ antes da escavação (K_0).....	218
7.6.4. Variação da fração de alívio intermediário não revestido	240
7.6.5. Variação da distância entre a base do arco invertido e a do modelo	251
7.6.6. Variação das leis constitutivas dos materiais	262
8 CONCLUSÕES.....	273
8.1. Modelos hierárquicos aplicáveis à prática de projeto de túneis	273
8.2. Procedimento para obtenção de carregamentos de compatibilização ‘ideal’ para modelo de anel sobre apoios	275
8.3. Avaliação de desempenho de carregamentos impostos à hierarquia H2 quanto à compatibilidade de resultados com aqueles da hierarquia H1 ...	276
8.4. Sensibilidade do carregamento simplificado estimado a partir do carregamento ‘ideal’ a parâmetros do problema físico.....	277
8.5. Sugestões para trabalhos futuros	284
REFERÊNCIAS.....	287
APÊNDICE – SAÍDAS DOS MODELOS EMPREGADOS NA ANÁLISE PARAMÉTRICA DOS CARREGAMENTOS DE COMPATIBILIZAÇÃO “IDEAL”	291

1 INTRODUÇÃO

A engenharia civil aplica modelos matemáticos para a representação e solução de problemas físicos de natureza complexa. Por definição, os modelos empregados idealizam e simplificam a realidade, a fim de configurarem uma ferramenta prática e viável de análise e dimensionamento de estruturas.

A contemporaneidade trouxe consigo a ampla popularização das ferramentas numéricas e computacionais no projeto de obras civis, possibilitando modelar os fenômenos físicos com crescente sofisticação. Tal crescente complexidade, entretanto, não elimina o caráter idealizador e simplificador do modelo, ou a possibilidade de modelar um mesmo fenômeno físico de diversas formas. Em outras palavras, independente da sofisticação de qualquer ferramenta de modelagem, o modelo não se confunde com, ou representa de forma perfeita, a realidade física.

A despeito da supracitada tendência à sofisticação, modelos de menor complexidade mantêm-se essenciais para a boa prática de projeto. Tais modelos permitem, de forma simples e rápida, a compreensão de comportamentos físicos básicos, a validação de modelos de maior complexidade, bem como a estimativa preliminar de resultados no processo de modelagem hierarquicamente eficaz (BUCALEM, BATHE, 2011).

Na prática de projeto de túneis tal observação é especialmente saliente. A construção de túneis trata-se de um clássico problema de interação solo-estrutura que envolve diversos comportamentos complexos e não-linearidades significativas. Na atualidade existem ferramentas que possibilitam a representação de diversos desses comportamentos, principalmente relativos a modelos que representam o maciço escavado como sólido contínuo.

Especialmente quando há acúmulo de fenômenos complexos representados no modelo, verifica-se crescente complexidade para postular, adquirir e calibrar dados de entrada, bem como interpretar dados de saída. Nesse contexto, modelos de menor complexidade ou hierarquia figuram como poderosa ferramenta auxiliar na prática de projeto de tais estruturas, onde é necessária a modelagem sistemática e rotineira do problema físico.

Sob essa premissa, modelos de anel sobre apoios ainda figuram como elemento relevante na modelagem hierárquica de túneis para análise e projeto

estrutural do revestimento, em conjunção com modelos de maciço como sólido contínuo.

À luz dessas considerações, o presente trabalho promove um estudo acerca da modelagem hierárquica de túneis, com ênfase na sua aplicação à prática de projeto. O estudo focaliza-se nas categorias de modelos de maciço como sólido contínuo e de anel sobre apoios, usualmente empregados no projeto e análise de túneis.

Em específico, investiga-se a comparação e compatibilidade ou compatibilização de resultados segundo as duas diferentes categorias de modelos supracitadas¹ quando proposta a representação de problemas físicos comuns. Para tal, estudam-se e comparam-se os dados e hipóteses de entrada e saída das categorias de modelos. Sob orientação desse estudo, investiga-se a calibração dos dados de entrada dos modelos bidimensionais de menor complexidade buscando a compatibilização de resultados almejada.

1.1. Objetivos

Em sentido geral, o presente trabalho tem como objetivo promover um estudo comparativo da modelagem de túneis segundo modelos bidimensionais de maciço como sólido deformável contínuo e modelos de anel sobre apoios, investigando a compatibilidade ou compatibilização de seus resultados segundo calibração de hipóteses e dados de entrada, com ênfase na aplicação conjunta dessas categorias de modelos na prática de projeto de túneis.

Em sentido específico, o trabalho tem como objetivos:

- a) estipular e formalizar um procedimento para a obtenção caso a caso de carregamentos impostos ao modelo de anel sobre apoios, que, para uma dada hipótese de vínculos, levam à compatibilização exata dos resultados de esforços solicitantes no revestimento com os resultados de um específico modelo análogo de maciço como sólido deformável contínuo cujos resultados são conhecidos de antemão;

¹ Modelos de maciço como sólido contínuo e modelos de anel sobre apoios.

- b) avaliar comparativamente a compatibilidade de resultados de esforços solicitantes no revestimento entre modelos bidimensionais de maciço como sólido contínuo e modelos bidimensionais de anel sobre apoios segundo diferentes hipóteses de dados de entrada usuais a bibliografia e prática de projeto para o modelo de anel sobre apoios, bem como segundo dados de entrada estimados com auxílio do procedimento de calibração postulado no item (a);
- c) estudar parametricamente a sensibilidade dos carregamentos de compatibilização “ideal” calibrados segundo o procedimento postulado no item (a), à variação de hipóteses e parâmetros de entrada do modelo bidimensional de maciço como sólido contínuo, antevendo a estimativa de carregamentos de compatibilização simplificados a partir da definição do problema físico, sem ser necessário conhecer de antemão os resultados do modelo de maciço contínuo de referência.

1.2. Justificativa

Túneis configuram elementos de grande importância para a infraestrutura no Brasil e no mundo. Na realidade urbana, túneis figuram como profícua alternativa para instalação de infraestrutura frente à saturação dos espaços na superfície. No caso dos transportes, identifica-se potencial de garantir menor poluição sonora, visual e atmosférica (CELESTINO, 2016; ABREU et. al. 2017). Também em ambiente rural túneis podem figurar como alternativa de menor impacto econômico e ambiental em comparação a cortes e aterros convencionais com traçados mais extensos na implantação de vias (GODDARD, 2002). Destaca-se nesse sentido possibilidade de soluções com menor movimentação de material terroso, menor supressão vegetal e menor manutenção a longo prazo. Túneis também fazem parte da infraestrutura envolvida em saneamento, geração de energia, dentre outros.

Contrastando com sua importância, as normas disponíveis para o projeto de túneis em geral abordam escopo relacionado a ventilação, drenagem, incêndio e projeto viário. Identifica-se, portanto, oportunidade para desenvolvimento e estruturação do conhecimento nacional acerca da análise e dimensionamento estrutural de túneis.

Na atualidade, a engenharia civil dispõe de poderoso ferramental matemático e computacional para descrever o problema da interação solo-estrutura em túneis com considerável grau de sofisticação. Aplicações computacionais permitem definir e resolver modelos de maciço escavado representado como sólido contínuo, permitindo a consideração de diversos comportamentos físicos complexos.

A aplicação de tais modelos, no entanto, implica em maior montante de dados de entrada a coletar, medir, interpretar, estimar e calibrar, e de dados de saída de crescente volume e complexidade a processar, interpretar e avaliar. Naturalmente, a aplicação de tais modelos é mais custosa, demorada, complexa e suscetível a erros, oferecendo em contrapartida a possibilidade de representação mais fiel de maior quantidade de comportamentos e resultados possivelmente mais representativos.

No caso do projeto de túneis e outros problemas de interação solo-estrutura, a definição dos modelos para representar o problema físico tem relevância especial, especialmente devido à complexidade do material modelado – os solos e rochas – e a intrínseca interdisciplinaridade de conceitos e profissionais envolvidos – principalmente estrutural e geotécnica (BURLAND, 2006).

Como modelos por definição simplificam e idealizam a realidade, sua postulação tem íntima relação com os objetivos pretendidos. Por exemplo, para o dimensionamento estrutural do revestimento pode eventualmente haver maior interesse por modelos de anel sobre apoios, enquanto uma avaliação geotécnica da resposta do subsolo reservar-se-ia ao modelo de maciço como sólido contínuo.

Na prática de projeto de túneis, entretanto, tais propósitos devem conviver, interagir e contribuir entre si, devendo haver também harmonia na postulação dos modelos que representarão o problema físico.

Dessa forma, para o projeto de túneis – onde muitas vezes faz-se necessária modelagem rotineira e sistemática – é vantajoso contar com modelos de menor sofisticação para a avaliação do comportamento básico da estrutura e validar modelos de maior complexidade. Em certos casos, na prática de projeto, quando existem regiões representativas e se faz necessária a avaliação de diversas seções, pode ser viável ou vantajoso aplicar modelos de menor hierarquia, calibrados e validados segundo quantidade mais limitada de modelos de maior hierarquia. Para o dimensionamento do revestimento de túneis modelos de anel sobre apoios figuram como ferramenta para tal finalidade (PRADO, WAIMBERG, 2016).

À luz de tal justificativa, o presente trabalho apresenta um estudo relacionado à modelagem hierárquica de túneis, com ênfase na aplicação conjunta de diferentes hierarquias na prática de projeto.

1.3. Estrutura da dissertação

O presente trabalho estrutura-se como descrito a seguir.

A seção 2 apresenta uma revisão bibliográfica acerca de temas pertinentes ao trabalho. Em específico, o item 2.1 discute aspectos relacionados à modelagem de túneis de forma ampla; a seção 2.2 discute aspectos relacionados a modelos de maciço como sólido deformável contínuo; a seção 2.3 apresenta aspectos relacionados a modelos de anel sobre apoios; e a seção 2.4 refere-se a assuntos relativos à comparação e compatibilidade entre hierarquias de modelos de túneis.

A seção 3 descreve materiais e métodos dos estudos propostos no presente trabalho, referindo à seção pertinente específica onde são discutidos em detalhe.

A seção 4 descreve, a nível conceitual, as premissas necessárias para a compatibilidade entre modelos de maciço como sólido deformável contínuo e modelos de anel sobre apoios. Estuda-se os dados de entrada e saída das hierarquias de modelos, identificando sua interface e conceituando os requisitos das hipóteses e parâmetros de entrada que, conceitualmente, levariam a compatibilidade entre hierarquias de modelos.

A seção 5 apresenta um procedimento prático de simples implementação segundo o método dos elementos finitos para a obtenção de um carregamento de compatibilização “ideal”. Tal carregamento de compatibilização “ideal” pode ser aplicado a um modelo de anel sobre apoios para levar a resultados de esforços solicitantes idênticos a um modelo análogo de maciço como sólido deformável contínuo cujos resultados são empregados para o cálculo. É apresentado exemplo de validação, com uso do procedimento para calibrar um carregamento simplificado, com obtenção de boa compatibilidade de resultados.

A seção 6 apresenta uma análise comparativa de diversos carregamentos impostos a modelos bidimensionais de anel sobre apoio quanto à compatibilidade dos resultados obtidos face a um modelo bidimensional de maciço como sólido deformável contínuo análogo. O estudo é efetuado a partir de um estudo de caso e inclui

carregamentos da bibliografia e carregamentos calibrados segundo o procedimento descrito na seção 5.

Nesse estudo identificou-se o potencial de obter compatibilizações razoáveis de modelos de anel sobre apoios com modelos de maciço contínuo com o emprego de carregamentos calibrados a partir do procedimento descrito na seção 5, mesmo quando de significativa simplificação da distribuição do carregamento calibrado em relação ao carregamento de compatibilização ideal. Isso é, verificou-se que desde que se imponha carregamento com magnitude e distribuição geral semelhantes ao carregamento de compatibilização “ideal”, resultados razoáveis podem ser obtidos.

Motivada por essas conclusões, a seção 7 apresenta uma análise paramétrica da sensibilidade dos carregamentos de compatibilização “ideal” obtidos segundo o procedimento descrito na seção 5 à variação de parâmetros de entrada em um modelo bidimensional de maciço como sólido deformável contínuo análogo. Visou-se, pois, investigar padrões de magnitude e distribuição dos carregamentos antecipando a possibilidade de calibrar carregamentos simplificados a partir da definição do problema físico, sem que fosse necessário conhecer a solução do modelo de maciço contínuo de antemão.

Por fim, a seção 0 compila as conclusões referentes aos estudos realizados no presente trabalho.

Para efeito de abreviação os modelos de maciço como sólido deformável contínuo serão referidos como modelos de hierarquia H1. Os modelos de anel sobre apoios serão referidos como modelos de hierarquia H2.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Essa seção apresenta uma revisão bibliográfica de temas e conceitos pertinentes ao escopo do presente trabalho. Primeiramente explora-se o conceito de modelagem de túneis em aspecto amplo conforme refletido na bibliografia. Em seguida, é apresentada revisão bibliográfica referente aos dois tipos de modelos para análise de túneis nos quais o presente trabalho focaliza-se, a saber: modelos de maciço como sólido deformável contínuo, e modelos de anel sobre apoios. Por fim, são elencadas e discutidas publicações que promoveram estudos de comparação e compatibilização entre tais modelos.

2.1. Modelagem de túneis

Essa seção discute o conceito de modelos e modelagem de túneis em aspecto amplo, conforme refletido na bibliografia. Em primeiro lugar explora-se o significado geral de modelos e seu papel na representação de problemas físicos no contexto da engenharia civil. Em segundo lugar introduz-se o conceito de modelagem hierárquica e seu papel no projeto de túneis. Adicionalmente, discute-se a representatividade e capacidade dos modelos disponíveis e usualmente empregados em prever com acurácia a real resposta física de túneis escavados.

2.1.1. Fenômenos físicos, modelos, e projetos de engenharia civil

Em sentido amplo, a palavra *model*, traduzida diretamente por modelo, é definida como “algo que representa outra coisa, como um objeto físico que usualmente é menor que o objeto real, ou como uma descrição simples que pode ser utilizada em cálculos” (CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2019, tradução livre pelo autor).

Sob ótica específica, a engenharia civil lança mão de modelos matemáticos para representar e resolver problemas físicos complexos. Os modelos empregados promovem idealização e simplificação da realidade física, no âmbito de configurarem ferramenta prática e viável para análise e dimensionamento de estruturas civis.

Bucalem e Bathe (2011) definem modelo matemático de uma estrutura como uma representação abstrata da mesma, que permita previsões do seu comportamento. Assim, o modelo matemático de uma estrutura representará, a partir

de equações, a sua geometria, materiais, carregamentos e relações que governam essas variáveis, no âmbito de simular o seu comportamento estrutural. Em geral, essa simulação pretende a investigação das deformações e tensões na estrutura, para investigar sua segurança e desempenho.

A modelagem matemática de um problema físico implica necessariamente um processo de idealização e abstração de fenômenos físicos, com a delimitação das leis de representação desse fenômeno no modelo. A Figura 1 ilustra os conceitos de tal processo.

Figura 1 - Conceitos envolvidos na construção de um modelo matemático.

Fonte: Bucalem e Bathe (2011, p. 3). Tradução livre pelo autor.

Um mesmo problema físico poderá, portanto, apresentar uma série de possíveis modelos que o representam, a depender da forma como e intensidade com que os processos de idealização e simplificação foram aplicados. Com terminologia análoga à empregada por Bucalem e Bathe (2011), podem-se gerar modelos de maior ordem – com representação de mais comportamentos físicos, com maior complexidade e menores simplificações – e modelos de menor ordem – com representação de menor número de comportamentos físicos, com menores complexidade e maiores simplificações.

Na contemporaneidade, a computação e os algoritmos de métodos de aproximação numérica da solução de problemas matemáticos avançaram de tal forma que a solução de modelos de altíssima ordem faz-se possível. Isso é, o custo computacional do processamento numérico para a aproximação da solução de um modelo ou mesmo a disponibilidade de algoritmo para tal em muitos casos não são os parâmetros mais críticos para a seleção da ordem do modelo.

Não obstante, Bucalem e Bathe (2011) destacam que modelos de ordem crescente levam à necessidade de processar e interpretar uma quantidade maior e mais complexa de resultados. Principalmente no contexto de problemas de geotecnia, em geral o mesmo se aplica também aos parâmetros de entrada do modelo.

Modelos de menor ordem, por outro lado, geralmente têm definição, implementação e interpretação mais simples e intuitiva. Tais modelos, comumente podem oferecer informação valiosa sobre os comportamentos físicos que governam um problema, com a possibilidade de rápidas análises paramétricas e interpretação de resultados.

Com efeito, os autores ressaltam que modelos de alta ordem podem até mesmo tornar os comportamentos físicos básicos de uma estrutura nebulosos. Assim, modelos de menor ordem podem ser empregados para validação e apoio na interpretação de modelos de mais alta ordem, além de estimativa de resultados preliminares.

A luz de tais conceitos, Bucalem e Bathe (2011) discutem um processo de modelagem hierárquica, com elaboração ou ao menos consideração de múltiplas ordens de modelos para problemas físicos, na busca por modelos hierarquicamente eficazes. Partindo de modelos de menor ordem, os resultados devem ser avaliados, com interpretação dos comportamentos físicos representados no modelo. A partir dessa interpretação da resposta do modelo, é efetuada a avaliação da necessidade de um modelo de maior ordem, até que seja atingida uma resposta satisfatória para a aplicação de engenharia.

Ainda na pauta de modelagem, Duddeck (1986) apresenta profícua discussão, no contexto da elaboração e aplicação de modelos para procedimentos rotineiros e códigos normativos na prática de projetos de engenharia. O autor apresenta a Figura 2, esquematizando o procedimento de projeto rotineiro na engenharia de estruturas.

Figura 2 – Procedimento de projeto rotineiro na engenharia de estruturas.

Fonte: Duddeck (1986, p. 245). Tradução livre pelo autor.

Na figura, as etapas do processo que necessariamente envolvem a simplificação da realidade são destacados com barras verticais na parte esquerda da imagem. A sequência proposta de atividades é como segue:

- inicialmente, para um dado propósito, o engenheiro emprega sua experiência e intuição para conceber de forma geral e conceitual a estrutura;
- em seguida, um primeiro tipo de modelo é empregado para idealizar e representar os carregamentos aos quais a estrutura estará sujeita;
- com sua experiência, o engenheiro então faz uma primeira proposição para as dimensões e propriedades dos elementos estruturais. É importante destacar

que a depender do tipo de elementos estrutural, essa etapa também envolve um processo de idealização e modelagem;

- d) definem-se então os modelos mecânicos a serem empregados para análise. Isso envolve, por exemplo, quais as leis constitutivas a serem empregadas, métodos para solução do modelo, dentre outros;
- e) os resultados de tais modelos são então avaliados a luz de conceitos de segurança e critérios de projeto. Tal avaliação não raro envolve o emprego de outros tipos de modelo;
- f) com tais verificações, se a margem de segurança e desempenho, e o custo da solução de projeto for aceitável, procede-se ao detalhamento da estrutura. Do contrário, a mesma deve ser conceitualmente revisada.

A revisão da sequência de atividades apresentada é importante porque evidencia quais tipos de modelos a engenharia estrutural emprega e o que se espera deles na prática de projeto. Nesse contexto, o autor estipula uma distinção entre 'modelos de pesquisa' e 'modelos técnicos'.

Segundo Duddeck (1986), os 'modelos de pesquisa' almejam a representação com a maior fidelidade e acurácia possível de fenômenos físicos. Esses modelos buscam de fato explicar fenômenos, e a métrica de seu sucesso está intimamente atrelada a quão próximos seus resultados estão das medidas físicas reais. A utilidade prática de tais modelos é usualmente relacionada à derivação de métodos de análise e dimensionamento para o projeto propriamente dito, e não aplicação direta na prática de projeto. Destaca-se que em diagnósticos de rupturas ocorridas, tais modelos também são necessários.

Os 'modelos técnicos', por outro lado, almejam 'substituir' a natureza, de forma a cobrir os fenômenos físicos associados a uma dada aplicação. São, portanto, indissociáveis da prática de projeto e do uso específico para o qual são empregados.

Tais modelos representarão apenas os fenômenos físicos e parâmetros mais relevantes, trocando generalidade por simplicidade, isso é, tornando-se mais específicos, mas também mais simples. Para fins práticos, deverão permitir cobrir, de forma segura, uma grande variedade de casos com modelagem de um número mais limitado de casos simulados – é o que se faz, por exemplo, com combinações de cargas normativas na análise estrutural.

Geralmente implicarão uso parcial das ferramentas disponíveis no estado da arte, simplificação de estados limite e modelos para solução numérica e eliminação

de efeitos secundários. Por outro lado, como seu emprego será rotineiro, a segurança de tais modelos será atestada pela experiência.

Em outras palavras, os ‘modelos técnicos’ almejam a maior simplicidade possível sem que tornem-se ‘modelos simplistas’ para seu propósito, isso é, sem deixar de cumprir seus objetivos e representar os fenômenos físicos necessários com a complexidade e acurácia necessária.

A Figura 3 ilustra a dinâmica cronológica ampla entre esses tipos de modelo na solução de problemas de engenharia.

Figura 3 – Fases do desenvolvimento de modelos para problemas de engenharia.

Fonte: Duddeck (1986, p. 261). Tradução livre pelo autor.

A Figura 3 mostra em seu eixo horizontal uma escala genérica e ilustrativa de tempo, e em seu eixo vertical uma métrica qualitativa da razão entre o esforço feito e o esforço necessário para solucionar um problema de engenharia, no contexto da prática rotineira e normativa de projeto. Por esforço depreende-se, por exemplo, a quantidade de engenheiros trabalhando no modelo, sua qualificação e capacitação, o tempo que trabalharão, e o custo das ferramentas que empregarão, etc.

A trajetória usual do processo é representada pela linha contínua. Em um primeiro momento, o empirismo é utilizado para a solução dos problemas, na carência de explicações satisfatórias sobre a realidade. Tal processo exige pouco esforço, mas

leva a resultados abaixo das necessidades e expectativas da comunidade – clientes, sociedade civil, etc. – seja pela segurança, desempenho ou custo.

Face a tais resultados insatisfatórios, trabalho intenso de pesquisa é efetuado, com produção de teses e publicações, levando a uma maior compreensão dos fenômenos físicos. Essa maior compreensão é atingida com ‘modelos de pesquisa’ de crescente complexidade e esforço necessário para implementá-los e empregá-los.

Em um dado momento, atinge-se larga e satisfatória compreensão dos fenômenos físicos. A partir de então, o esforço passa a ser no sentido de reduzir a complexidade dos modelos, de forma a otimizar o esforço efetuado em relação ao necessário, com o desenvolvimento de ‘modelos técnicos’, com progressiva redução a parâmetros e hipóteses essenciais.

Tal processo deve ser efetuado com cuidado, para evitar redução do esforço efetuado a níveis menores que o necessário, levando a resultados insatisfatórios. Segundo Duddeck (1986), quando a razão entre o esforço feito e o esforço necessário para solucionar um problema de engenharia aproxima-se de 1, é chegada a hora da redação de códigos normativos para a prática rotineira de projeto.

É interessante notar que, ainda que os ‘modelos técnicos’ sejam aqueles empregados na prática rotineira, só é possível chegar a eles com elaboração ampla de modelos de ‘pesquisa’, a menos de uma abordagem genial, representada na Figura 3 por uma seta horizontal. Da mesma forma, mostra-se que casos sérios de ruínas de estruturas podem desviar o processo de simplificação. Por fim, destaca-se também a trajetória alternativa para pesquisadores teóricos, cujo trabalho pode ter aplicação em campos fora da prática rotineira de projeto.

2.1.2. Modelos hierárquicos na prática de projeto de túneis

Não somente a complexidade, mas a natureza intrinsecamente interdisciplinar na análise e projeto de túneis torna comum a aplicação de diversas hierarquias de modelos e métodos no projeto e análise de túneis. Seja pelo uso de modelos de menor hierarquia para estimativas preliminares, avaliação e validação de modelos de maior hierarquia ou pelo uso de modelos de diversas hierarquias para uma compreensão mais completa de fenômenos físicos, processos de modelagem hierárquica não são raros na prática de projeto de túneis.

Com efeito, a International Tunneling and Underground Space Association (ITA) (1988)², em seu relatório acerca de recomendações para o projeto de túneis elenca 4 grandes grupos de métodos para modelagem e projeto estrutural de túneis, a saber:

- a) modelos de maciço como contínuo (ou eventualmente descontínuo, para maciços rochosos), tema de destaque central no presente trabalho, discutido em detalhe no item 2.2;
- b) modelos de anel sobre apoios (ou de ação-reação), tema de destaque central no presente trabalho, discutido em detalhe no item 2.3;
- c) abordagens empíricas, correspondendo a modelos rudimentares de comportamento, ou até mesmo recomendações sem respaldo de modelagem propriamente dita, e baseadas unicamente em experiência prévia e casos históricos. Um exemplo clássico de uma abordagem empírica na prática de túneis é o Q-system, largamente empregado para túneis em maciços rochosos, apresentado em diversas versões e publicações, por exemplo a devida ao Norwegian Geotechnical Institute (NGI) (2015);
- d) Método Observacional, que não é um modelo, mas sim um método que pode lançar mão de modelagem como ferramenta acessória, segundo proposto por Terzaghi e apresentado em publicação clássica devida a Peck (1969).

A British Tunneling Society (BTS) (2004) agrupa ainda os modelos e métodos de outra forma, elencando métodos empíricos, soluções de forma fechada – incluindo uso de curvas convergência-confinamento, anel sobre apoio elástico e análises de estabilidade – e soluções com uso métodos numéricos – principalmente por diferenças finitas e elementos finitos. Similarmente, o manual técnico de projeto e construção de túneis da Federal Highway Administration (FHWA) (HUNG et al., 2006) também menciona métodos empíricos, soluções analíticas e métodos numéricos.

Nota-se que o grupamento proposto pela BTS / FHWA é focalizado no tipo de ferramenta / método utilizado para a análise. O grupamento proposto pela ITA é focalizado na natureza conceitual do método / modelo.

² Ainda que datada de 1988, essa publicação ainda é a referência primária citada pela ITA em seu website, na página referente a métodos para projeto (INTERNATIONAL TUNNELING AND UNDERGROUND SPACE ASSOCIATION, 2019).

Excluído o Método Observacional devido a sua natureza diferenciada³, o ordenamento de modelos proposto pela ITA poderia ser, de início, tomado como uma referência de hierarquia decrescente de modelos. Partir-se-ia assim dos modelos de maior hierarquia, com potencial de representação de maior quantidade e maior complexidade de comportamentos, nos modelos de maciço contínuo / descontínuo, seguindo aos modelos de anel sobre apoios, com menor quantidade e complexidade de comportamentos representados e finalmente chegando aos métodos semi-empíricos e empíricos, com representação rudimentar ou até inexistente de comportamentos.

Entretanto, é importante destacar que, como compilado por Hung et al (2006), existem diversas soluções analíticas para modelos de maciço contínuo. De fato, o equacionamento dos métodos convergência-confinamento⁴ em geral trata-se de soluções analíticas de modelos de maciço contínuo.

As soluções analíticas em geral implicam grandes simplificações e idealizações de fenômenos e geometria dos problemas. Nesses casos, mesmo tratando-se de modelos de maciço contínuo, podem ser vistos como modelos de menor hierarquia. Em geral quando a solução se dá de forma aproximada por métodos numéricos, as simplificações e idealizações impostas são menores, permitindo modelos de maior hierarquia.

À luz desse comentário, percebe-se que as categorizações da ITA e da BTS / FHWA se complementam quando da definição das hierarquias de modelos para o projeto de revestimento de túneis.

Estipuladas as alternativas para modelagem de túneis, há que se ponderar a sua aplicação na prática de projeto na atualidade. Wedekin et. al (2012) revisaram a prática de projeto de túneis urbanos segundo dados coletados em 2010 junto a profissionais da área pelo TC204 da International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE).

Dentre os diversos parâmetros investigados, os autores investigaram quais os tipos de modelos utilizados pelos profissionais para avaliar a interação solo-estrutura entre o maciço e o revestimento sob hipótese de estado plano de deformações. Os resultados foram:

³ O qual, como anteriormente colocado, é um método que lança mão de modelos, e não um modelo propriamente dito.

⁴Por exemplo, Oreste (2007).

- a) 13,6% dos profissionais empregam soluções analíticas de forma fechada da mecânica do contínuo;
- b) 9,9% dos profissionais empregam soluções analíticas com “molas”;
- c) 19,8% dos profissionais empregam soluções numéricas com representações discretas de barras e molas;
- d) 42% dos profissionais empregam modelos numéricos resolvidos pelo método dos elementos finitos;
- e) 14,8% dos profissionais empregam modelos numéricos resolvidos por diferenças finitas.

Ou seja, nota-se relativa preponderância de 56,8% do uso de modelos sob hipótese de maciço como sólido contínuo (alíneas (d) e (e)). Entretanto, nota-se que uma fração substancial de 29,7% dos profissionais empregam modelos com hipótese de anel sobre apoios. Esses valores ilustram a diversidade de modelos e a relevância da modelagem hierárquica na prática de projeto de túneis.

Por outro lado, é importante colocar que o projeto de um túnel não se refere apenas ao dimensionamento das estruturas do revestimento. Mesmo no contexto de análise e verificação de segurança e desempenho quanto a tensões e deformações, o comportamento do maciço também tem fundamental importância. Um exemplo imediato dessa observação refere-se a túneis urbanos, onde recalques na superfície associados à escavação devem ser avaliados à luz das estruturas existentes.

Por esse motivo, não raro os modelos de menor hierarquia, onde as informações a respeito do maciço são limitadas, são utilizados em associação a outros modelos e métodos que atendam a essas demandas. Por exemplo, se um modelo de anel sobre apoios for empregado para analisar um túnel urbano, geralmente um outro modelo ou método haverá de ser empregado, por exemplo:

- a) métodos empíricos ou semi-empíricos, como por exemplo o largamente utilizado, proposto por O'Reily e New⁵ (1982, apud LECA, 2006). Baseado em dados de casos históricos, o método permite estimar um perfil de recalques superficiais transversal ao alinhamento do túnel, supondo que o perfil em forma de curva Gaussiana e a perda de volume é representada por um fluxo radial de massa em direção ao túnel;

⁵ O'REILLY, M. P.; NEW, B. M. Settlements above tunnels in the United Kingdom-their magnitude and prediction. In: INSTITUTION OF MINING AND METALLURGY. **Tunneling 82**. Institution of Mining and Metallurgy, 1982.

- b) métodos analíticos, como por exemplo o proposto por Yang e Wang (2011), com formulação baseada em uma simplificação de teorias estocásticas;

Mesmo quando modelos resolvidos por métodos numéricos ou métodos numericamente derivados são empregados para dimensionar o revestimento, já oferecendo estimativas do campo de deslocamento no maciço, a prática de projeto não raro emprega os modelos de menor ordem supracitados para verificação ou calibração.

De forma análoga, quando são empregados na prática de projeto os largamente difundidos modelos de maciço contínuo resolvidos por métodos numéricos sob hipótese bidimensional de estado plano de deformações, geralmente modelos de outros tipos e hierarquias são utilizados de forma acessória. Esses modelos acessórios em geral são empregados para levar em conta efeitos tridimensionais não representáveis sob a hipótese de estado plano de deformações. Tais conceitos são discutidos no item 2.2.7.

2.1.3. Acurácia na modelagem de túneis

À luz das observações de Duddeck (1986) acerca do papel da modelagem na prática de projeto⁶, cabe breve discussão acerca da acurácia das estimativas quantitativas efetuadas por modelos matemáticos para túneis. Isso é, cabe questionamento de quão próximos os valores de esforços, tensões, deslocamentos, etc. computados por modelos matemáticos aproximam-se da realidade quando da análise de túneis.

Duddeck (1986) apresenta um exemplo de análise e dimensionamento de um túnel por meio de duas hierarquias de modelos: anel sobre apoios e maciço contínuo, resolvido pelo método dos elementos finitos⁷. No exemplo apresentado, resultados substancialmente diferentes são obtidos, sugerindo a complexidade e multiplicidade de comportamentos físicos envolvidos no problema físico.

A presente discussão, entretanto, vai além desse exemplo, questionando com que acurácia os modelos disponíveis e comumente utilizados na análise e prática de projeto de túneis permitem estimar as variáveis efetivamente monitoradas no

⁶ Apresentadas e discutidas anteriormente no item 2.1 desse trabalho.

⁷ Apresentado e discutido adiante no item 2.4 desse trabalho.

problema físico. Isso é, qual a acurácia das estimativas com relação a dados de instrumentação medidos na obra construída e em construção.

Negro Jr. et al (2009) apresentam um interessante estudo acerca de tal questionamento. Os autores dispõem uma compilação de mais de 100 estudos de caso, avaliando as previsões efetuadas por modelos à luz das variáveis efetivamente observadas em campo.

Reconhece-se que os conceitos, teorias e ferramentas para a modelagem e análise de túnel evoluíram no tempo de cerca de uma década que defasa a publicação de Negro Jr. et al (2009) e o presente trabalho. Entretanto, da descrição dos modelos empregados nos estudos de caso da compilação, percebe-se não se diferenciarem tanto daqueles atualmente em comum uso para a análise de túneis, especialmente na prática rotineira de projeto.

De fato, os modelos empregados na compilação de Negro Jr. et al (2009) constituem-se de modelos de maciço contínuo, bidimensionais ou tridimensionais, resolvidos pelo método dos elementos finitos ou das diferenças finitas, sendo a maioria de 70% bidimensional pelo método dos elementos finitos. O comportamento do maciço é representada por modelos constitutivos desde linear elástico até não lineares elastoplásticos com diferenciação da superfície de escoamento e ruptura, sendo a maioria de cerca de 70% por modelos elastoplásticos com superfície de escoamento coincidindo com ruptura.

Dessa forma, considera-se que o estudo de Negro Jr. et al (2009) pode ser utilizado ao menos para ilustração da acurácia dos modelos disponíveis para a análise de túneis em relação à realidade atual.

Para todos os efeitos é importante colocar a ressalva de que os estudos de caso publicados tendem a um enviesamento de melhor qualidade de estimativas. Isso pois estimativas de baixa acurácia tendem a ser menos publicadas que resultados com melhor aderência.

A Figura 4 reproduz os gráficos de barras apresentados pelos autores com os resultados auferidos. Na Figura 4 são apresentadas comparações quantitativas de grandezas, para as quais: valores estimados com desvio menor ou igual a 10% em relação aos medidos são considerados iguais, e indicados em o símbolo Ξ ; valores estimados fora desse espectro de desvio são considerados maiores ou menores que aqueles efetivamente observados, e indicados pelos símbolos $>$ e $<$, respectivamente. Ademais, avaliações qualitativas do aspecto geral das distribuição dos resultados de

responsabilidade de Negro Jr. et al (2009) são apresentadas na escala “bom” (indicado pela letra G), “regular” (indicado pela letra R) e “pobre” (indicado pela letra P).

Figura 4 – Avaliação de estimativas de deslocamentos e esforços segundo modelos em relação ao comportamento efetivamente observado segundo estudos de caso: (a) recalques superficiais; (b) recalques subsuperficiais; (c) deslocamentos horizontais; (d) esforços no revestimento.

Fonte: Negro Jr. et al, 2009. Tradução livre pelo autor.

Quanto à magnitude máxima dos recalques superficiais⁸, nota-se que apenas cerca de 60% dos resultados encontraram-se com variação menor que 10% em relação à estimativa. Os autores observam que o resultado é surpreendentemente pobre, especialmente considerando o enviesamento do filtro de publicação supracitado e que na maioria dos casos não foi efetuada previsão de fato, pois os valores observados em campo já eram conhecidos quando da modelagem, permitindo calibração.

Em relação a distorções máximas⁹ na superfície, nota-se que mais da metade dos casos estimaram resultados menores que os observados, aplicando-se comentários semelhantes àqueles postulados para a magnitude total dos recalques superficiais.

⁸ Traduzido livremente de “Maximum Magnitude”.

⁹ Traduzido livremente de “Maximum Distortion”.

No caso dos deslocamentos subsuperficiais, os autores comentam que a aderência de resultados pode ser considerada melhor – levando em conta também a natureza dos casos considerados, por exemplo quanto ao conhecimento prévio dos valores observados em campo. Ainda assim, ressaltam que se as medições houvessem sido tomadas a distâncias menores do contorno do túnel, os resultados seriam piores.

Quanto aos deslocamentos horizontais, observa-se que apenas em cerca de 40% os resultados são coincidentes, e cerca de metade dos casos apresenta qualidade geral da distribuição regular. Os autores ressaltam que modelos tridimensionais aparentam resultados melhores, pois prescindem da simplificação de alívios parciais de escavação dos modelos bidimensionais¹⁰.

Por fim, quanto aos esforços solicitantes no revestimento, nota-se que cerca de 40% dos casos apresentou estimativas coincidentes com os valores efetivamente observados, e em praticamente metade dos casos a aderência da distribuição geral dos valores foi regular. É importante notar, entretanto, que apenas poucos casos estimaram esforços menores que os efetivamente observados. Sob a ótica da prática de projeto, e o argumento de Duddeck (1986) quanto a modelos para projeto cobrirem comportamentos físicos, garantindo segurança e desempenho, esse resultado pode ser considerado favorável.

Em suma, é interessante notar que, para todas as grandezas avaliadas, uma quantidade substancial de modelos apresentou estimativas consideravelmente diferentes do comportamento físico efetivamente observado. Em adição, Negro Jr. et al (2009) destacam que não foi possível estabelecer correlação clara entre a qualidade das previsões e as características dos modelos empregados, não confirmando em dados as vantagens práticas da sofisticação dos modelos constitutivos, tridimensionalidade dos modelos, etc.

Dessa forma, mesmo no caso de modelos de alta hierarquia – por exemplo, com representação do maciço contínuo, leis constitutivas sofisticadas e geometria tridimensional – estimativas devem ser avaliadas com os devidos cuidados. Na prática de projeto de túneis torna-se, portanto, essencial o acompanhamento do comportamento físico real das escavações, para verificação e eventual retificação de

¹⁰ Conforme discutido no item 2.2.7 desse trabalho.

previsões por modelos matemáticos, independentemente de seu grau de sofisticação. Salienta-se, pois, a importância do Método Observacional na engenharia de túneis.

2.2. Modelo de maciço como sólido deformável contínuo (Hierarquia H1)

O presente item explora conceitos e publicações da bibliografia relacionadas a modelos de maciço como sólido deformável contínuo, doravante denominados por modelos de hierarquia H1, ou simplesmente hierarquia H1.

A fim de oferecer contexto à revisão bibliográfica ora apresentada, apresenta-se breve conceituação da definição e características da hierarquia de modelo.

Nesse tipo de modelo, tanto o maciço de solo ou rocha quanto as estruturas do túnel são modeladas como sólidos deformáveis. O maciço é modelado como um contínuo, enquanto as estruturas podem tanto ser modeladas como um contínuo, ou segundo formulações particulares – por exemplo, de viga ou casca para o revestimento - face a propriedades físicas e geométricas que lhe são particulares.

Para esse tipo de modelo, portanto, estipula-se uma geometria da distribuição de materiais e estruturas, carregamentos no contorno e volume e vínculos no contorno. A cada material e estrutura são estipuladas leis constitutivas que descrevem seu comportamento tensão-deformação. Tais leis constitutivas podem incluir elastoplasticidade para representar escoamento, ruptura e endurecimento.

A partir de tais informações, e de um campo de tensões e configuração inicial, é possível computar uma nova configuração de equilíbrio estático¹¹ para o modelo, segundo as formulações da mecânica do contínuo¹². Obtém-se, pois, os campos de deslocamento, tensão, deformação e as plastificações na configuração equilibrada.

No caso da modelagem de túneis, devido a seus aspectos construtivos particulares, é usual modelar uma sequência sucessiva de etapas de equilíbrio elastoplástico, onde a configuração inicial de uma análise consecutiva corresponde à configuração equilibrada da etapa anterior, como apresentado, por exemplo, em PLAXIS (2019).

¹¹ Análises dinâmicas podem ser pertinentes à análise e projeto de túneis, mas não estão inclusas no foco do presente trabalho.

¹² As formulações particulares para alguns tipos de estruturas, como vigas e cascas correspondem a derivações de tais formulações, segundo hipóteses particulares.

Face a tais definições, é importante colocar ressalvas à aplicabilidade de tais modelos. Uma vez que se baseia em formulações da mecânica do contínuo, quando houver comportamento predominante de descontinuidades, principalmente em maciços rochosos fraturados, ou geologicamente condicionados, tais modelos podem não ser adequados. Não obstante, existem alternativas como a modelagem tridimensional explícita de descontinuidades com materiais particulares e interfaces; ou modelos constitutivos particulares com anisotropia.

Os modelos de maciço contínuo podem ter sua solução derivada analiticamente. Entretanto, devido a sua crescente complexidade, usualmente sua solução só pode ser obtida por aproximações segundo métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos ou o Método das Diferenças Finitas.

A luz das definições supracitadas, a revisão bibliográfica compreendida no presente item abarca conceitos básicos da mecânica do contínuo, elasticidade e elastoplasticidade, incluindo modelos constitutivos particularmente relevantes. Em seguida, tais conceitos são colocados no contexto da modelagem prática de túneis, com foco em modelos bidimensionais com solução aproximada pelo Método dos Elementos Finitos, em linha com o foco dos estudos do presente trabalho.

As notações relacionadas à mecânica do contínuo e a equações constitutivas nos itens subsequentes são baseadas em Nader (2015). Tal bibliografia foi a principal fonte de suporte para a discussão desses temas clássicos e corresponde à referência do apresentado nos itens 2.2.1, 2.2.2, 2.2.3, 2.2.4, 2.2.5 e 2.2.6 salvo quando explicitado o contrário.

2.2.1. Conceitos básicos de mecânica do contínuo

No presente item introduzem-se brevemente conceitos básicos da Mecânica do Contínuo, sobre os quais os modelos e formulações dos itens subsequentes são edificados. A referência básica empregada é Nader (2015). Não se ambiciona esgotar o tema em sua totalidade, apenas formalizar alguns conceitos necessários às discussões posteriores.

Seja a posição de uma partícula X na configuração de referência dada por:

$$\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3) \quad (1)$$

Definem-se as funções $\mathbf{u}$ e $\mathbf{E}$, as quais entregam para cada par $(\mathbf{X}, t)$ o deslocamento $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$ e o tensor das deformações $\mathbf{E}(\mathbf{X}, t)$ da partícula X no instante t .

Em componentes, $\mathbf{u}$ pode ser escrito como:

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}, t) = (u_1(\mathbf{X}, t), u_2(\mathbf{X}, t), u_3(\mathbf{X}, t)) \quad (2)$$

Em componentes, $\mathbf{E}$ pode ser escrito como:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} \\ E_{21} & E_{22} & E_{23} \\ E_{31} & E_{32} & E_{33} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Assumida a hipótese de pequenos deslocamentos, $\mathbf{E}(\mathbf{X}, t)$ é calculado como a seguinte matriz simétrica:

$$\mathbf{E}(\mathbf{X}, t) = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1(\mathbf{X}, t)}{\partial X_1} & \left(\frac{\partial u_1(\mathbf{X}, t)}{\partial X_2} + \frac{\partial u_2(\mathbf{X}, t)}{\partial X_1} \right) / 2 & \left(\frac{\partial u_1(\mathbf{X}, t)}{\partial X_3} + \frac{\partial u_3(\mathbf{X}, t)}{\partial X_1} \right) / 2 \\ \left(\frac{\partial u_2(\mathbf{X}, t)}{\partial X_1} + \frac{\partial u_1(\mathbf{X}, t)}{\partial X_2} \right) / 2 & \frac{\partial u_2(\mathbf{X}, t)}{\partial X_2} & \left(\frac{\partial u_2(\mathbf{X}, t)}{\partial X_3} + \frac{\partial u_3(\mathbf{X}, t)}{\partial X_2} \right) / 2 \\ \left(\frac{\partial u_3(\mathbf{X}, t)}{\partial X_1} + \frac{\partial u_1(\mathbf{X}, t)}{\partial X_3} \right) / 2 & \left(\frac{\partial u_3(\mathbf{X}, t)}{\partial X_2} + \frac{\partial u_2(\mathbf{X}, t)}{\partial X_3} \right) / 2 & \frac{\partial u_3(\mathbf{X}, t)}{\partial X_3} \end{bmatrix} \quad (4)$$

No contexto da hipótese de pequenos deslocamentos, em $(\mathbf{X}, t)$, os valores na diagonal principal aproximam a deformação específica nas respectivas direções e os demais valores a metade da distorção entre fibras nas respectivas direções.

A deformação volumétrica ε_v (variação do volume dividido pelo volume inicial) pode ser calculado por:

$$\varepsilon_v = \text{tr}(\mathbf{E}) \quad (5)$$

Onde $\text{tr}(\cdot)$ denota o traço de uma matriz (soma das componentes da diagonal principal).

Seja ainda a matriz de tensões, ou Tensor de Cauchy, denotada por $\mathbf{T}$. Em componentes, pode ser escrita como:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Define-se $\mathbf{p}$ como a função que entrega para cada coordenada $\mathbf{X}$, instante t e plano denotado por um vetor unitário a ele normal, $\mathbf{n}$, a tensão atuante $\mathbf{p}(\mathbf{n})$. Em componentes, pode ser escrito como:

$$\mathbf{p}(\mathbf{n}) = (p_1(\mathbf{n}), p_2(\mathbf{n}), p_3(\mathbf{n})) \quad (7)$$

Cada uma das componentes T_{ij} denota a tensão atuante na direção i sobre o plano cujo vetor normal é paralelo à direção j . Quando o vetor normal externo ao referido plano tem o mesmo sentido que o eixo da direção j , a componente tem sentido igual ao eixo de i para valores positivos e vice e versa.

De forma geral, vale que:

$$\mathbf{p}(\mathbf{n}) = \mathbf{T}\mathbf{n} \quad (8)$$

A Figura 5 ilustra tais conceitos a respeito das tensões. Na figura e_i denota o versor paralelo e no mesmo sentido que um dado eixo de coordenadas i . Por distinção de notação entre autores, p é denotado por t na Figura 5.

Figura 5 - Componentes de tensão nos planos paralelos aos planos definidos pelo eixo de coordenadas.

Fonte: Bualet e Bathe (2011, p. 131).

Sempre existem três ou mais planos ortogonais entre si em que as tensões são normais ao plano (cisalhamento nulo), os planos principais. A direção normal a esses planos é a direção dos autovetores de $\mathbf{T}(\mathbf{X}, t)$. Os respectivos autovalores correspondem às tensões principais, que incluem a tensão principal maior, menor e intermediária. A tensão principal maior corresponde à maior tensão de tração (ou menor de compressão) atuante no ponto e instante, dentre todas as direções possíveis e a tensão principal menor à maior tensão de compressão (ou menor de tração) atuante no ponto e instante, dentre todas as direções possíveis.

As tensões e deformações de um ponto em um dado instante ficam, portanto, descritas por $\mathbf{E}(\mathbf{X}, t)$ e $\mathbf{T}(\mathbf{X}, t)$. Doravante, para compacidade da notação, será suprimido $(\mathbf{X}, t)$ dessas funções e suas derivadas.

2.2.2. Elasticidade linear isotrópica

Desenvolvem-se nesse item conceitos relacionados à elasticidade linear isotrópica segundo apresentado por Nader (2015). A equação constitutiva dos materiais elástico lineares isotrópicos pode ser escrita como:

$$\mathbf{T} = \Lambda(\text{tr}\mathbf{E})\mathbf{I} + 2G\mathbf{E} \quad (9)$$

Onde $\mathbf{I}$ é a matriz identidade de ordem 3. Um material elástico linear isotrópico pode ser caracterizado por duas constantes. Na equação apresentada são elas Λ e G , os módulos de Lamé, sempre positivos. A constante G também é denominada como módulo de cisalhamento.

Da equação (9) pode-se derivar a seguinte relação entre os coeficientes das matrizes:

$$T_{ij} = \begin{cases} \Lambda (E_{11} + E_{22} + E_{33}) + 2GE_{ij} & \text{se } i = j \\ 2GE_{ij} & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (10)$$

Onde i, j podem valer 1, 2 ou 3.

Outras constantes podem ser empregadas para descrever os materiais elásticos lineares isotrópicos, como o módulo de elasticidade E , o coeficiente de Poisson ν e o módulo volumétrico K .

Tais constantes, em conjunto com os módulos de Lamé, são interdependentes entre si. Isso é, cada uma delas pode ser obtida a partir de um par qualquer das demais. Dessa forma, um material elástico linear isotrópico pode ser totalmente descrito por um par qualquer dessas constantes.

O Quadro 1 apresenta as relações entre as constantes. No quadro a constante auxiliar $R = \sqrt{E^2 + 9\Lambda^2 + 2E\Lambda}$ é empregada.

Quadro 1 - Relações entre constantes da elasticidade linear isotrópica.

	$K =$	$E =$	$\Lambda =$	$G =$	$\nu =$
(K, E)			$\frac{3K(3K - E)}{9K - E}$	$\frac{3KE}{9K - E}$	$\frac{3K - E}{6K}$
(K, Λ)		$\frac{9K(K - \Lambda)}{3K - \Lambda}$		$\frac{3(K - \Lambda)}{2}$	$\frac{\Lambda}{3K - \Lambda}$
(K, G)		$\frac{9KG}{3K + G}$	$K - \frac{2G}{3}$		$\frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$
(K, ν)		$3K(1 - 2\nu)$	$\frac{3K\nu}{1 + \nu}$	$\frac{3K(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)}$	
(E, Λ)	$\frac{E + 3\Lambda + R}{6}$		$\frac{E - 3\Lambda + R}{4}$	$\frac{2\Lambda}{E + \Lambda + R}$	$\frac{E - \Lambda + R}{2}$
(E, G)	$\frac{EG}{3(3G - E)}$		$\frac{G(E - 2G)}{3G - E}$		$\frac{E}{2G} - 1$
(E, ν)	$\frac{E}{3(1 - 2\nu)}$		$\frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$	$\frac{E}{2(1 + \nu)}$	
(Λ, G)	$\Lambda + \frac{2G}{3}$	$\frac{G(3\Lambda + 2G)}{\Lambda + G}$			$\frac{\Lambda}{2(\Lambda + G)}$
(Λ, ν)	$\frac{\Lambda(1 + \nu)}{3\nu}$	$\frac{\Lambda(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{\nu}$		$\frac{\Lambda(1 - 2\nu)}{2\nu}$	
(G, ν)	$\frac{2G(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)}$	$2G(1 + \nu)$	$\frac{2G\nu}{1 - 2\nu}$		

Fonte: produção própria.

A seguir, comenta-se brevemente o significado físico de cada uma das constantes:

- módulo volumétrico K : representa, para caso de compressão isotrópica, a razão entre a tensão (também isotrópica, isso é, igual em todas as direções) e deformação volumétrica;
- módulo de elasticidade E : representa a razão entre a tensão e a deformação axial em caso de compressão ou extensão uniaxial simples – isso é, com tensões transversais / radiais nulas e livre deformação. Em outras palavras é uma medida da ‘rigidez’ na compressão ou extensão uniaxial simples;
- primeiro módulo de Lamé Λ : representa a razão entre a deformação específica axial (usualmente vertical) e as tensões radiais (usualmente horizontais) em uma compressão edométrica. Em outras palavras, é a tensão que garante deformação específica nula às direções transversais quando uma deformação

específica unitária é imposta a uma dada direção. Vale acrescentar que a razão entre a deformação específica e tensão na referida direção axial é dada pelo módulo edométrico, obtido, por exemplo, por $E_{oed} = \Lambda + 2G = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$;

- d) segundo módulo de Lamé ou módulo de cisalhamento, G : representa a tensão cisalhante que causa distorção em ângulo de tangente unitária em um cisalhamento puro;
- e) coeficiente de Poisson, ν : representa, para caso de compressão uniaxial simples (isso é, com tensões transversais / radiais nulas e livre deformação) a razão entre as deformações transversais e axiais, multiplicado por -1.

Caso deseje-se obter $\mathbf{E}$ em função de $\mathbf{T}$, é possível inverter a relação (9), obtendo:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2G} \left[\mathbf{T} - \frac{\Lambda}{3\Lambda + 2G} (\text{tr}\mathbf{T})\mathbf{I} \right] \quad (11)$$

Novamente, da equação (11) pode-se derivar a seguinte relação entre os coeficientes das matrizes:

$$E_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{2G} T_{ij} - \frac{\Lambda}{2G(3\Lambda + 2G)} (T_{11} + T_{22} + T_{33}) & \text{se } i = j \\ \frac{1}{2G} T_{ij} & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (12)$$

Escrevendo em função de E , ν ou G as expressões se simplificam:

$$E_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{E} [T_{ij} - \nu(T_{kk} + T_{ll})] & \text{se } i = j, \text{ com } i \neq k \neq l \\ \frac{1}{2G} T_{ij} & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (13)$$

Onde i, j, k e l podem valer 1, 2 ou 3.

Das equações (11) e (12) percebe-se que deformações volumétricas só ocorrem quando o traço de $\mathbf{T}$ é não nulo. Da equação (13) percebe-se que distorção somente ocorrerá quando houver cisalhamento. Tais propriedades ficam explícitas a partir das definições que seguem.

Seja a parte esférica de $\mathbf{T}$, $\mathbf{T}_e$ definida como:

$$\mathbf{T}_e = \left(\frac{\text{tr}\mathbf{T}}{3} \right) \mathbf{I} \quad (14)$$

E a parte desviadora / anti-esférica $\mathbf{T}_d$ como:

$$\mathbf{T}_d = \mathbf{T} - \mathbf{T}_e \quad (15)$$

Seja ainda a parte esférica de $\mathbf{E}$, $\mathbf{E}_e$, a qual oferece medida relacionada à deformação volumétrica, definida como:

$$\mathbf{E}_e = \left(\frac{\text{tr}\mathbf{E}}{3} \right) \mathbf{I} \quad (16)$$

E a parte desviadora / anti-esférica $\mathbf{E}_d$, a qual representa medida de distorção, definida como:

$$\mathbf{E}_d = \mathbf{E} - \mathbf{E}_e \quad (17)$$

Vem das equações (9), (14), (15), (16) e (17) que:

$$\mathbf{T}_e = 3K\mathbf{E}_e \quad (18)$$

$$\mathbf{T}_d = 2G\mathbf{E}_d \quad (19)$$

$$\mathbf{T} = 3K\mathbf{E}_e + 2G\mathbf{E}_d \quad (20)$$

Fica claro a partir dessas propriedades que qualquer modelo que empregar a elasticidade linear isotrópica não poderá representar o comportamento contrátil / dilatante quando do cisalhamento, comum em geomateriais, pois o cisalhamento puro não implica em deformação volumétrica.

Nas aplicações de geotecnia em geral, os materiais, em sua configuração original encontram-se em tensões não-nulas, mas usualmente consideram-se deformações e deslocamentos nulos nessas configurações. A equação (9) é, pois, modificada para fornecer a variação de tensões:

$$\mathbf{T} - \mathbf{T}_0 = \Lambda(\text{tr}\mathbf{E})\mathbf{I} + 2G\mathbf{E} \quad (21)$$

Onde $\mathbf{T}_0$ é o tensor das tensões inicial.

Ainda no contexto das aplicações de geotecnia, a elasticidade linear isotrópica pode ser utilizada para modelar geomateriais em condições drenadas ou não drenadas. Naturalmente $\mathbf{T}$ e $\mathbf{T}_0$ devem ser interpretados de forma compatível, como tensões efetivas para análises drenadas, e tensões totais, para análises não drenadas. A parametria também deve ser avaliada de acordo.

2.2.3. Conceitos básicos de plasticidade perfeita

Desenvolvem-se conceitos da plasticidade perfeita segundo Nader (2015).

A introdução da plasticidade perfeita em um modelo constitutivo, essencialmente define um domínio elástico (D) e uma superfície de plastificação (S) em seu contorno, no espaço das tensões (matrizes 3x3). Para plasticidade perfeita ambos são fixos para qualquer instante e estado de tensões ou deformações. Em

qualquer instante as tensões $\mathbf{T}$ agindo em um sólido encontram-se em D ou em S , não sendo permitido, portanto, estados de tensão externos a S .

Em plasticidade, a resposta do material é dada por uma de duas equações constitutivas – a elástica e a elastoplástica. Ambas possuem a seguinte forma:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{C}(\mathbf{T})[\dot{\mathbf{E}}] \quad (22)$$

Onde $\dot{\mathbf{T}}$ denota a variação temporal das tensões, $\dot{\mathbf{E}}$ a velocidade de deformação e $\mathbf{C}(\mathbf{T})$ é um operador linear que depende de $\mathbf{T}$ (um operador para cada estado de tensões). Isso é, têm-se uma forma de $\mathbf{C}(\mathbf{T})$ para a resposta elástica e elastoplástica.

A determinação do caráter elástico ou elastoplástico da resposta depende do estado de tensões e da variação de deformação imposta no instante. Se $\mathbf{T}$ estiver em D a resposta será sempre elástica. Se $\mathbf{T}$ estiver em S , a resposta poderá ser elástica ou elastoplástica. Caso o valor de $\dot{\mathbf{E}}$ aplicado à equação elástica desencadeie $\dot{\mathbf{T}}$ em direção tangente ou para o interior de S , então a resposta é elástica e o valor de $\dot{\mathbf{T}}$ é de fato a resposta do material. Se, entretanto, o valor de $\dot{\mathbf{T}}$ calculado tiver direção externa a S , a resposta será elastoplástica. A equação elastoplástica é construída de forma a obrigar que o $\dot{\mathbf{T}}$ seja tangente a S .

Sob essas premissas, dispõe-se de equações diferenciais ordinárias em $\mathbf{T}$, onde dada uma trajetória de deformações busca-se obter a trajetória de tensões.

Nesse contexto, a superfície de plastificação S é definida como uma superfície de nível de uma dada função de plastificação f . A função de plastificação associa valores de $\mathbf{T}$ a valores escalares. A equação de S é, pois, escrita como:

$$f(\mathbf{T}) = k \quad (23)$$

Onde k é um parâmetro do material. A equação é definida de forma que se $f(\mathbf{T}) < k$ então $\mathbf{T}$ está em D e se $f(\mathbf{T}) > k$ então $\mathbf{T}$ estaria externo a S , estado não permitido pela teoria. A equação (23) pode ser chamada de critério de plastificação. A função f deve ser definida tal que seu gradiente $\nabla f(\mathbf{T})$ (ortogonal a S quando calculado em um $\mathbf{T}$ em S) nunca se anule.

Tal gradiente pode ser empregado para verificar os critérios supracitados para definição de resposta elástica ou elastoplástica.

Partindo da equação (22), para o caso de resposta elástica a equação é:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{A}(\mathbf{T})[\dot{\mathbf{E}}] \quad (24)$$

Onde $\mathbf{A}(\mathbf{T})$ é um operador linear invisível. Sendo $\mathbf{A}(\mathbf{T})$ constante resulta a elasticidade linear, incorrendo na equação (9).

Da mesma forma, para a resposta elastoplástica, a equação é:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{A}(\mathbf{T})[\dot{\mathbf{E}}] + \psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}})\mathbf{B}(\mathbf{T}) \quad (25)$$

Sendo $\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}}) = \nabla f(\mathbf{T}) : \mathbf{A}(\mathbf{T})[\dot{\mathbf{E}}]$ ¹³, e sendo $\mathbf{B}(\mathbf{T})$ uma função constitutiva cujos valores são matrizes simétricas, satisfazendo ainda a seguinte equação:

$$1 + \mathbf{B}(\mathbf{T}) : \nabla f(\mathbf{T}) = 0 \quad (26)$$

Sob essas definições, nota-se que quando $\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}}) < 0$, $\mathbf{A}(\mathbf{T})[\dot{\mathbf{E}}]$, equivalente à variação de tensões em caso de resposta elástica, aponta para o interior de S , pois o seu produto escalar com o gradiente $\nabla f(\mathbf{T})$ é negativo. Da mesma forma, quando $\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}}) = 0$, $\mathbf{A}(\mathbf{T})[\dot{\mathbf{E}}]$ é tangente a S . Por fim, com $\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}}) > 0$, $\mathbf{A}(\mathbf{T})[\dot{\mathbf{E}}]$ apontaria para o exterior de S , de forma que a resposta haverá de ser elastoplástica.

Sob tais premissas é possível formalizar o comportamento do material em suas respostas elástica e elastoplástica.

A resposta do material será elástica, isso é, será dada pela equação (24) quando:

- a) $f(\mathbf{T}) < k$, com $\mathbf{T}$ em D ;
- b) $f(\mathbf{T}) = k$ e $\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}}) \leq 0$, com $\mathbf{T}$ em S e $\dot{\mathbf{T}}$ da resposta elástica interno ou tangente a S .

A resposta do material será elastoplástica, isso é, dada pela equação (25) se $f(\mathbf{T}) = k$ e $\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}}) > 0$, com $\mathbf{T}$ em S , implicando $\dot{\mathbf{T}}$ da resposta elástica que levaria a estados de tensão proibidos, externos a S .

Havendo resposta elastoplástica, entretanto, $\dot{\mathbf{T}}$ leva a estados de tensão permitidos devido à forma como as equações são definidas. De fato, fazendo o produto escalar de $\nabla f(\mathbf{T})$ pelos dois membros da equação (25), válida na resposta elastoplástica, vem que:

$$\nabla f(\mathbf{T}) : \dot{\mathbf{T}} = \psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}})(1 + \nabla f(\mathbf{T}) : \mathbf{B}(\mathbf{T})) \quad (27)$$

Aplicando a equação (26) decorre que $\nabla f(\mathbf{T}) : \dot{\mathbf{T}}$ é nulo. Ou seja, por definição, $\dot{\mathbf{T}}$ será tangente a S , mantendo o domínio das tensões em espaço permitido.

Fica assim definida a resposta do material quanto às tensões. No que se refere às deformações, qualquer que seja a resposta do material pode-se definir a velocidade de deformações elástica $\dot{\mathbf{E}}^e$ como:

¹³ Será utilizado “:” para denotar o produto escalar.

$$\dot{\mathbf{E}}^e = \mathbf{A}(\mathbf{T})^{-1}[\dot{\mathbf{T}}] \quad (28)$$

A parcela restante da velocidade de deformação fica definida como a velocidade de deformação plástica $\dot{\mathbf{E}}^p$:

$$\dot{\mathbf{E}}^p = \dot{\mathbf{E}} - \dot{\mathbf{E}}^e \quad (29)$$

Na resposta elástica, com a definição da equação (28) na equação (24) decorre que $\dot{\mathbf{E}}^e = \dot{\mathbf{E}}$. Pela equação (29) vem que $\dot{\mathbf{E}}^p = \mathbf{0}$.

Em caso de resposta elastoplástica, $\dot{\mathbf{E}}^p$ é obtido pela sequência a seguir. Primeiramente isola-se $\dot{\mathbf{E}}$ na equação (25) aplicando $\mathbf{A}(\mathbf{T})^{-1}$:

$$\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{A}(\mathbf{T})^{-1}[\dot{\mathbf{T}}] - \psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}})\mathbf{A}(\mathbf{T})^{-1}[\mathbf{B}(\mathbf{T})] \quad (30)$$

Subtraindo $\dot{\mathbf{E}}^e$ vem que:

$$\dot{\mathbf{E}} - \dot{\mathbf{E}}^e = \mathbf{A}(\mathbf{T})^{-1}[\dot{\mathbf{T}}] - \psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}})\mathbf{A}(\mathbf{T})^{-1}[\mathbf{B}(\mathbf{T})] - \dot{\mathbf{E}}^e \quad (31)$$

Com as definições das equações (28) e (29) resulta que $\dot{\mathbf{E}}^p$ na resposta elastoplástica vale:

$$\dot{\mathbf{E}}^p = -\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}})\mathbf{A}(\mathbf{T})^{-1}[\mathbf{B}(\mathbf{T})] \quad (32)$$

O escoamento plástico ocorre quando $\mathbf{T}$ é fixo, ou seja, $\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{0}$. Decorre da equação (28) que $\dot{\mathbf{E}}^e = \mathbf{0}$, e portanto, devido à equação (29), $\dot{\mathbf{E}}^p = \dot{\mathbf{E}}$.

Assim, um modelo constitutivo elastoplásticos perfeito fica definido quando as funções $\mathbf{A}$, f e $\mathbf{B}$ são definidas. Comumente, entretanto, a definição de $\mathbf{B}$ é efetuada indiretamente a partir de uma função $\mathbf{P}$ definida com base na equação (32) por:

$$\dot{\mathbf{E}}^p = m\mathbf{P}(\mathbf{T}) \quad (33)$$

Onde m é uma função escalar do tempo com valores sempre positivos. A equação (32) é denominada lei de fluxo. Efetuando a definição dessa maneira, o tipo de deformação decorrente do escoamento plástico pode ser escolhido de forma direta.

A função $\mathbf{P}$, por sua vez, pode ser introduzida em função de uma outra função escalar g , denominada potencial plástico, por:

$$\mathbf{P} = \nabla g \quad (34)$$

Particularmente, se deseja-se $\dot{\mathbf{E}}^p$ normal a S , caso onde diz-se valer a condição de normalidade ou que há fluxo associado, $g = f$.

Aplicando (28) e (33) a (29):

$$\mathbf{A}(\mathbf{T})^{-1}[\dot{\mathbf{T}}] = \dot{\mathbf{E}} - m\mathbf{P}(\mathbf{T}) \quad (35)$$

Multiplicando por $\mathbf{A}(\mathbf{T})$:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{A}(\mathbf{T})[\dot{\mathbf{E}}] - m\mathbf{A}(\mathbf{T})[\mathbf{P}(\mathbf{T})] \quad (36)$$

Fazendo o produto escalar pelo gradiente de f , considerando a definição de ψ e que $\nabla f(\mathbf{T}) : \dot{\mathbf{T}}$ é nulo no regime elastoplástico:

$$\nabla f(\mathbf{T}) : \dot{\mathbf{T}} = \psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}}) - m\psi(\mathbf{T}, \mathbf{P}(\mathbf{T})) = 0 \quad (37)$$

A partir da equação (29) é possível escrever m em função de variáveis previamente estipuladas:

$$m = \frac{\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}})}{\psi(\mathbf{T}, \mathbf{P}(\mathbf{T}))} \quad (38)$$

Também pode-se obter $\mathbf{B}$ em função de $\mathbf{P}$. Utilizando a equação (38) na equação (33) vem:

$$\dot{\mathbf{E}}^p = \frac{\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}})}{\psi(\mathbf{T}, \mathbf{P}(\mathbf{T}))} \mathbf{P}(\mathbf{T}) \quad (39)$$

Igualando em (32):

$$-\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}}) \mathbf{A}(\mathbf{T})^{-1} [\mathbf{B}(\mathbf{T})] = \frac{\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}})}{\psi(\mathbf{T}, \mathbf{P}(\mathbf{T}))} \mathbf{P}(\mathbf{T}) \quad (40)$$

Isolando $\mathbf{B}(\mathbf{T})$ decorre que:

$$\mathbf{B}(\mathbf{T}) = -\frac{1}{\psi(\mathbf{T}, \mathbf{P}(\mathbf{T}))} \mathbf{A}(\mathbf{T}) [\mathbf{P}(\mathbf{T})] \quad (41)$$

A partir da formulação de tais operadores pode-se estabelecer modelos constitutivos que contemplam a elastoplasticidade perfeita.

Para materiais isotrópicos é possível determinar se em um dado ponto e instante a matriz $\mathbf{T}$ pertence à superfície de plastificação S . Isso equivale a dizer que tal superfície pode ser definida no espaço das tensões principais.

2.2.4. Modelo Mohr-Coulomb

O modelo Mohr-Coulomb, guardadas suas limitações, é um dos mais populares modelos para simular solos, especialmente na prática de projeto.

Conforme elabora Nader (2015), a despeito de algumas variações em sua implementação, em síntese, o modelo usualmente oferece:

- Quando de resposta elástica, comportamento linear elástico isotrópico (como definido no item 2.2.2);
- Quando de resposta elastoplástica, comportamento elastoplástico perfeito, com sua ocorrência delimitada por superfície de plastificação segundo

generalização do clássico critério de Mohr-Coulomb no estado triplo de tensões.

Uma das principais vantagens do modelo é sua simplicidade e a possibilidade de representar um incremento da resistência ao cisalhamento do material com o aumento de seu confinamento. Ainda assim, a rigidez não depende do confinamento nesse modelo, para a resposta elástica.

Sejam σ_M e σ_m os maiores e menores valores, respectivamente, das tensões principais (com valores positivos para a compressão, isso é, sinal trocado com as componentes de $\mathbf{T}$).

Partindo da definição clássica do critério de Mohr-Coulomb:

$$\tau = \sigma * \tan\varphi + c \quad (42)$$

Onde τ e σ são as tensões cisalhante e normal no plano onde ocorre a ruptura / escoamento, respectivamente, c é um parâmetro do modelo, correspondente ao intercepto de coesão e φ é um parâmetro do modelo, correspondente ao ângulo de atrito no critério de Mohr-Coulomb.

Geometricamente, no círculo de Mohr que tangencia a envoltória observa-se que:

$$\tau = \left(\frac{\sigma_M - \sigma_m}{2} \right) \cos\varphi \quad (43)$$

$$\sigma = \left(\frac{\sigma_M + \sigma_m}{2} \right) - \left(\frac{\sigma_M - \sigma_m}{2} \right) \sin\varphi \quad (44)$$

Aplicando as equações (43) e (44) na equação (42) vem que:

$$\sigma_M = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} \sigma_m + \frac{2\cos\varphi}{1 - \sin\varphi} c \quad (45)$$

Definindo $K = (1 + \sin\varphi)/(1 - \sin\varphi)$, e reconhecendo que por identidades trigonométricas:

$$\frac{\cos\varphi}{1 - \sin\varphi} = \sqrt{\frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi}} \quad (46)$$

Chega-se em uma maneira simples de descrever escrever a superfície de plastificação de Mohr-Coulomb em função das tensões principais extremas, conforme apresentado por Nader (2015):

$$\sigma_M = K\sigma_m + 2c\sqrt{K} \quad (47)$$

Uma primeira constatação de tal formulação é que a superfície de plastificação não depende da tensão principal intermediária, apenas de seus valores extremos.

Sejam as tensões principais com valores positivos para a compressão denotadas por σ_1 , σ_2 e σ_3 , e para o propósito dessa apresentação, sem nenhum juízo sobre ordenamento de valores maiores e menores, o critério ficaria expresso no espaço tridimensional por elas delimitado por:

$$\begin{cases} \sigma_1 - K\sigma_2 = +2c\sqrt{K} & (E1) \\ \sigma_2 - K\sigma_1 = +2c\sqrt{K} & (E2) \\ \sigma_1 - K\sigma_3 = +2c\sqrt{K} & (E3) \\ \sigma_3 - K\sigma_1 = +2c\sqrt{K} & (E4) \\ \sigma_2 - K\sigma_3 = +2c\sqrt{K} & (E5) \\ \sigma_3 - K\sigma_2 = +2c\sqrt{K} & (E6) \end{cases} \quad (48)$$

No espaço definido por $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, cada uma das seis equações elencadas no sistema definido em (48) corresponde a um plano, $E1$ a $E6$. Com a intersecção dos planos a envoltória de plastificação de Mohr-Coulomb fica delimitada pelas faces laterais uma pirâmide de base hexagonal irregular cujo eixo coincide com o eixo hidrostático – isso é, aquele para o qual as tensões principais tem o mesmo valor. A Figura 6 ilustra tal interpretação geométrica.

Figura 6 – Envoltória de plastificação segundo critério de Mohr-Coulomb no espaço das tensões principais com valores positivos à compressão. Caso particular de coesão nula.

Tal interpretação geométrica é apresentada por alguns autores com Labuz e Zang (2012), Shield (1955) ou mesmo Nader (2015), os quais, entretanto, não apresentam a verificação para tal. A seguir, desenvolve-se uma verificação própria da interpretação geométrica.

O versor paralelo ao eixo hidrostático com sentido em direção a valores crescentes de tensões de compressão é dado por $\sqrt{3}/3 (1, 1, 1)$. Da mesma forma, por definição, no o eixo hidrostático vale $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{oct}$, sendo $\sigma_{oct} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ a tensão normal octaédrica em um dado estado de tensões.

De posse de tais informações é possível determinar que o conjunto de todos planos normais ao eixo hidrostático é descrito pela seguinte equação:

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 3\sigma_{oct} \quad (49)$$

O valor de σ_{oct} distinguirá os planos desse conjunto pela sua distância até a origem do eixo de coordenadas $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, dada geometricamente por $\sqrt{3}\sigma_{oct}$. Denotar-se-á um plano genérico desse conjunto por Π .

Pretende-se investigar a geometria da intersecção dos planos Π com os 6 planos da envoltória de Mohr-Coulomb definidos em (48). Para tal, sobre um plano genérico normal ao eixo hidrostático define-se um sistema de coordenadas bidimensional (x, y) .

Escolhendo arbitrariamente um dos eixos, σ_i , com $i = 1, 2$ ou 3 , o eixo y é definido como: (i) perpendicular ao eixo hidrostático; (ii) pertencente ao plano que contém o eixo hidrostático e o eixo coordenado σ_i ; (iii) orientado no sentido crescente de σ_i . O eixo x será definido como: (i) perpendicular ao eixo hidrostático; (ii) perpendicular o eixo y ; (iii) orientado de forma que o produto vetorial de vetores com mesma direção e sentido que x e y (nessa ordem) orienta-se no sentido de valores crescentes de σ_i . Quanto à origem do sistema de coordenadas, define-se que será localizada onde o eixo hidrostático intercepta Π .

Escolhido σ_i arbitrariamente, ficam definidos também os eixos remanescentes σ_j e σ_k , com:

$$j = \begin{cases} 2, se i = 1 \\ 3, se i = 2 \\ 1, se i = 3 \end{cases} \quad (50)$$

$$k = \begin{cases} 3, se i = 1 \\ 1, se i = 2 \\ 2, se i = 3 \end{cases} \quad (51)$$

Das definições supracitadas para orientação dos eixos é possível estabelecer geometricamente as coordenadas x e y em função das coordenadas σ_i , σ_j e σ_k :

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}(-\sigma_j + \sigma_k) \quad (52)$$

$$y = -\frac{\sqrt{6}}{6}(-2\sigma_i + \sigma_j + \sigma_k) \quad (53)$$

A definição da posição da origem do sistema de coordenadas bidimensional corresponde a definir qual o valor da constante σ_{oct} na equação (49). Aplicando tal equação é possível escrever as coordenadas σ_i , σ_j e σ_k em função das as coordenadas x e y :

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{6}}{3}y + \sigma_{oct} \quad (54)$$

$$\sigma_j = -\frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{6}}{6}y + \sigma_{oct} \quad (55)$$

$$\sigma_k = \frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{6}}{6}y + \sigma_{oct} \quad (56)$$

Portanto, aplicando as equações (54), (55) e (56) na equação (48) obtém-se o gráfico da intersecção da envoltória de Mohr-Coulomb com o plano Π , perpendicular ao eixo hidrostático e distante σ_{oct} da origem do espaço das tensões principais:

$$\begin{cases}
 y = \sqrt{3} \frac{(K+1)}{(K-1)} x + \sqrt{6} \sigma_{oct} + \frac{2c\sqrt{6K}}{(K-1)} & (E1) \\
 y = -\sqrt{3} \frac{(K+1)}{(K-1)} x + \sqrt{6} \sigma_{oct} + \frac{2c\sqrt{6K}}{(K-1)} & (E2) \\
 y = -\frac{\sqrt{3}}{(2K+1)} x - \sqrt{6} \frac{(K-1)}{(2K+1)} \sigma_{oct} - \frac{2c\sqrt{6K}}{(2K+1)} & (E3) \\
 y = -\sqrt{3} \frac{K}{(K+2)} x + \sqrt{6} \frac{(K-1)}{(K+2)} \sigma_{oct} + \frac{2c\sqrt{6K}}{(K+2)} & (E4) \\
 y = \frac{\sqrt{3}}{(2K+1)} x - \sqrt{6} \frac{(K-1)}{(2K+1)} \sigma_{oct} - \frac{2c\sqrt{6K}}{(2K+1)} & (E5) \\
 y = \sqrt{3} \frac{K}{(K+2)} x + \sqrt{6} \frac{(K-1)}{(K+2)} \sigma_{oct} + \frac{2c\sqrt{6K}}{(K+2)} & (E6)
 \end{cases} \quad (57)$$

A Figura 7 ilustra os gráficos obtidos para $\sigma_{oct} > -c * \cot\phi$.

Figura 7 - Gráfico da intersecção dos planos da envoltória de Mohr-Coulomb com plano genérico perpendicular ao eixo hidrostático com $\sigma_{oct} > -c * \cot\phi$.

Fonte: produção própria.

Evidentemente, como todos os planos fazem-se valer simultaneamente na envoltória, a região hexagonal irregular delimitada internamente às 6 retas corresponde ao domínio elástico, e os ramos para além dos vértices do hexágono não possuem significado.

Nota-se que os pares de retas de intersecção dos planos das envoltórias são simétricas em relação ao eixo y nos pares E1 e E2; E3 e E5; E4 e E6.

É essencial destacar que se $\sigma_{oct} = -c * \cot\varphi$ todas as retas definidas na equação passam pela origem, e o hexágono degenera-se em um ponto. Para valores de $\sigma_{oct} \leq -c * \cot\varphi$ fica então impossível determinar uma região interna à envoltória de Mohr-Coulomb. Essa observação está relacionada à posição do vértice do topo da pirâmide delimitada pela envoltória de Mohr-Coulomb, como se discutirá adiante.

Particularmente para as retas de intersecção dos planos $E4$ e $E6$ com Π , interceptam-se quando $x = 0$ e $y = \sigma_{oct}\sqrt{6}(K-1)/(K+2) + 2c\sqrt{6K}/(K+2)$. A inclinação da reta equivalente ao plano $E6$ é dada pela tangente $\sqrt{3}K/(K+2)$, e a da reta equivalente ao plano $E4$ lhe é simétrica em relação ao eixo y , como anteriormente discutido.

Entretanto, como σ_i foi escolhido arbitrariamente, definindo um eixo de simetria y_i , conclui-se que os gráficos devem se manter inalterados quando rotacionados de 120° . Assim, é possível definir totalmente a geometria do hexágono delimitado pela intersecção da envoltória de Mohr-Coulomb com um plano perpendicular ao eixo hidrostático em função dos parâmetros da envoltória, K (ou φ) e c , além da posição do plano, σ_{oct} .

A figura a seguir ilustra o hexágono definido. Representam-se eixos y_1 , y_2 e y_3 que denotam o eixo y do equacionamento face à escolha arbitrária de σ_i .

Figura 8 - Geometria genérica da intersecção da envoltória de Mohr-Coulomb com plano genérico perpendicular ao eixo hidrostático com $\sigma_{oct} > -c * \cot\varphi$.

Fonte: produção própria.

Assim, a Figura 8 define genericamente a intersecção da envoltória de Mohr-Coulomb com planos perpendiculares ao eixo hidrostático. Note-se que a inclinação das retas que delimitam o hexágono dependem apenas de K (ou φ). Em adição, para qualquer σ_{oct} a figura é semelhante, e suas dimensões aumentam linearmente com σ_{oct} . Ademais, a figura só pode ser definida para $\sigma_{oct} > -c * \cot\varphi$, degenerando-se em um ponto se $\sigma_{oct} = -c * \cot\varphi$.

A descrição do parágrafo anterior, referente à envoltória de Mohr-Coulomb no espaço das tensões principais com valores positivos para a compressão corresponde, portanto, às faces laterais de uma pirâmide de base hexagonal irregular genericamente definida na Figura 8, com eixo sobre o eixo hidrostático e vértice do topo distante $c * \cot\varphi$ sobre o eixo no sentido das tensões principais de tração, como objetivou-se demonstrar.

Como destaca Nader (2015), a irregularidade da base relaciona-se à hipótese, com base experimental, de ângulos de atrito iguais para ensaios de compressão e extensão.

Não raro, à envoltória descrita é adicionado um *tension cut-off*, que restringe as tensões de tração a um valor fixo. Geometricamente, no espaço das tensões principais isso equivale a adicionar planos normais aos eixos, cruzando-os no valor estipulado para a resistência à tração do *tension cut-off*.

Uma última observação digna de nota, é que se um modelo elastoplásticos com a envoltória de plastificação de Mohr-Coulomb é definido com fluxo associado, então sempre ocorrerá dilatação na plastificação. Isso pode ser observado geometricamente da interpretação da envoltória no espaço das tensões principais detalhado anteriormente.

Tal hipótese pode levar a resultados não realistas e contra a segurança. Por esse motivo, em geral os modelos definem um fluxo não associado. Uma solução simples comumente empregada por softwares comerciais, inclusive o empregado no presente trabalho, é definir um potencial plástico para um valor de ângulo de dilatação como parâmetro de entrada do modelo (PLAXIS, 2019, MIDAS INFORMATION TECHNOLOGY CO., 2019).

2.2.5. Conceitos básicos de plasticidade com endurecimento

Conceitos de plasticidade com endurecimento são apresentados, tendo como referência básica Nader (2015).

A plasticidade com endurecimento e/ou amolecimento dissocia-se da plasticidade perfeita ao permitir a variação de D e S^{14} de acordo com uma lei de endurecimento. Naturalmente, a plasticidade perfeita figura como caso particular da plasticidade com endurecimento, para o qual define-se a lei de endurecimento de forma a manter D e S constantes.

No caso de endurecimento isotrópico, escopo do presente texto, a geometria de D e S é governada por um único parâmetro escalar k . Sua definição é tal que o aumento desse escalar leva a endurecimento e sua redução leva a amolecimento.

Como anteriormente apresentado para plasticidade perfeita no item 2.2.3 desse trabalho, a resposta do material pode ser elástica ou elastoplástica. Entretanto, com a generalização do endurecimento, durante a resposta elastoplástica pode ocorrer:

- a) endurecimento, se $\dot{\mathbf{T}}$ tiver direção e sentido externos a S ;
- b) amolecimento, se $\dot{\mathbf{T}}$ tiver direção e sentido internos a S ;
- c) plasticidade perfeita, se $\dot{\mathbf{T}}$ for nulo.

Referente às equações constitutivas da elastoplasticidade com endurecimento, novamente a equação (23) é invocada para definir D e S , mas nesse caso o parâmetro escalar k tem significado diferente, de parâmetro de endurecimento, com valor variável junto a D e S .

A equação constitutiva elástica continua definida segundo a equação (24), e a equação constitutiva elastoplástica continua podendo ser escrita segundo a equação (25). Entretanto, na plasticidade com endurecimento a restrição da equação (26) não é imposta a $\mathbf{B}$, de forma que a variação das tensões não seja necessariamente tangente a S quando da resposta elastoplástica.

Endurecimento e amolecimento são descritos pela variação de k . Naturalmente, no regime elástico, vale:

$$\dot{k} = 0 \quad (58)$$

Isso é, k , D e S se mantêm constantes.

¹⁴ Conforme definidos anteriormente no item 2.2.3 desse trabalho.

Para o regime elastoplástico, entretanto, como a equação (26) não é imposta, a resposta elastoplástica pode ser tal que leve a variação de tensões apontando para o interior ou exterior de S (ou mantendo-se constante). Como as tensões não podem avançar para a ‘zona proibida’ externa a S , $f(\mathbf{T}) \leq k$ precisa continuar a valer. Isso equivale a dizer que k precisa variar de uma forma que $\mathbf{T}$ se mantenha sobre S . Assim:

$$\dot{k} = \frac{d}{dt}f(\mathbf{T}) = \nabla f(\mathbf{T}) : \dot{\mathbf{T}} \quad (59)$$

Com (59) em (25) vem:

$$\dot{k} = \psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}})\mu(\mathbf{T}) \quad (60)$$

Onde $\mu(\mathbf{T}) = 1 + \mathbf{B}(\mathbf{T}) : \nabla f(\mathbf{T})$.

Os critérios para definir se a resposta em um dado instante é elástica ou elastoplástica são os mesmo apresentados no item 2.2.3 desse trabalho. As taxas de deformação elástica e plástica também podem ser definidas pelas equações (28) e (32), respectivamente. A taxa de deformação plástica também pode ser expressa pela seguinte equação, obtida a partir da definição de $\mu(\mathbf{T})$:

$$\dot{\mathbf{E}}^p = - \frac{\nabla f(\mathbf{T}) : \mathbf{T}}{\mu(\mathbf{T})} \mathbf{A}(\mathbf{T})^{-1} [\mathbf{B}(\mathbf{T})] \quad (61)$$

Para $\mu(\mathbf{T})$ não nulo.

A equação (59) esclarece que $\dot{k}$ é a projeção da derivada temporal das tensões no comportamento elastoplásticos sobre um vetor normal a S . Assim, se $\dot{k}$ é positivo, $\dot{\mathbf{T}}$ aponta para fora de S , que expande, levando a endurecimento. Se $\dot{k}$ é negativo $\dot{\mathbf{T}}$ aponta para dentro de S , que contrai, levando a amolecimento. Se $\dot{k}$ é nulo, ocorre plasticidade perfeita com S constante.

É digno de nota que $\mu(\mathbf{T})$ define uma ‘superfície de escoamento plástico’ que divide a região de endurecimento em $\mu(\mathbf{T}) > 0$ e amolecimento em $\mu(\mathbf{T}) < 0$.

No caso geral da plasticidade com endurecimento, algumas definições precisam ser adaptadas. Seja a lei de endurecimento definida por uma função ξ :

$$\dot{k} = \xi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}}^p) \quad (62)$$

Resgatando a forma de descrever a taxa de deformação plástica explicitada pela equação (33), com os parâmetros m e $\mathbf{P}(\mathbf{T})$, as seguintes identidades podem ser verificadas:

$$\xi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}}^p) = \nabla f(\mathbf{T}) : \mathbf{A}(\mathbf{T}) [\dot{\mathbf{E}} - \dot{\mathbf{E}}^p] \quad (63)$$

$$m = \frac{\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}})}{\xi(\mathbf{T}, \mathbf{P}(\mathbf{T})) + \psi(\mathbf{T}, \mathbf{P}(\mathbf{T}))} = \frac{\nabla f(\mathbf{T}) : \dot{\mathbf{T}}}{\xi(\mathbf{T}, \mathbf{P}(\mathbf{T}))} \quad (64)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{T}) = - \frac{\mathbf{A}(\mathbf{T})[\mathbf{P}(\mathbf{T})]}{\xi(\mathbf{T}, \mathbf{P}(\mathbf{T})) + \psi(\mathbf{T}, \mathbf{P}(\mathbf{T}))} \quad (65)$$

Assim, $\mathbf{B}$ pode ser definido indiretamente quando da formulação de leis constitutivas.

2.2.6. Modelo Cam-Clay Modificado

O Cam Clay é um modelo constitutivo elastoplástico desenvolvido especificamente para representar solos. Foi proposto por Schofield e Wroth (1968) e aperfeiçoado por Burland e Roscoe (1968), os quais eliminaram indeterminações em $\nabla f(\mathbf{T})$. O modelo constitutivo foi originalmente criado para estudar ensaios triaxiais em solos, e por essa razão, em geral não é apresentado em notação de tensores, mas de invariantes escalares, limitando sua aplicação. Nader (2015), entretanto, apresenta a descrição do modelo segundo notação de tensores, a qual é descrita a seguir.

Uma característica do Cam Clay que o aproxima do comportamento físico de solos é que é estabelecida uma proporção logarítmica entre o índice de vazios do material modelado e a variação de tensões.

O modelo Cam Clay pode ser interpretado como tendo duas superfícies que governam a ocorrência de plasticidade no espaço vetorial das tensões principais.

A primeira superfície – a superfície de plastificação – tem a geometria de um elipsoide de revolução, o qual permite endurecimento e amolecimento. De uma perspectiva de comportamento físico, essa superfície busca representar o sobreadensamento de argilas, que deformam com maior rigidez quando submetidas a descompressão ou recompressão do que quando submetidas a compressão a estados de tensão não atingidos anteriormente pelo material.

A segunda superfície – a superfície de estado crítico – é análoga a um cone de Drucker-Prager, exceto pela ausência do termo independente (coesão seria sempre nula). Essa superfície opera apenas na plasticidade perfeita, e busca modelar a falha do material com resistência ligada a seu estado de confinamento – típico comportamento de solos, especialmente granulares.

Ambas as superfícies tem como eixo de revolução o eixo hidrostático. As superfícies são sobrepostas de forma que a superfície do elipsoide tenha metade de

sua área interna ao cone e metade externa. O cone não se aplica na parte onde o elipsoide é externo.

A Figura 9 ilustra as superfícies descritas no espaço das tensões principais com compressão em valores positivos.

Figura 9 – Superfície de plastificação e superfície de estado crítico do modelo Cam Clay Modificado no espaço das tensões principais.

Fonte: Callari, Auricchio e Sacco, 1998. Tradução livre pelo autor.

A superfície de plastificação elipsoidal f pode ser descrita por:

$$f = p + \frac{q^2}{M^2 p} \quad (66)$$

Onde:

$$p = -\frac{\text{tr} \mathbf{T}}{3} \quad (67)$$

$$q = \frac{\sqrt{6} \|\mathbf{T}_d\|}{2} \quad (68)$$

$$\mathbf{T}_d = \mathbf{T} - \frac{tr\mathbf{T}}{3} \mathbf{I} \quad (69)$$

Onde $tr(.)$ denota o traço de uma matriz, $\mathbf{I}$ é a matriz identidade. Sob essas definições p é a tensão octaédrica com valores positivos na compressão¹⁵, $\mathbf{T}_d$ é o tensor de tensão desviadora e M é uma constante do material relacionada a seu estado crítico, detalhada adiante.

A superfície de plastificação fica definida por:

$$f = p_0 \quad (70)$$

Onde p_0 é o parâmetro de endurecimento na notação do Cam Clay Modificado.

Como o Cam Clay é usualmente aplicado no campo da geomecânica, é usual definir uma convenção com tensões de compressão em valores positivos. Postulam-se, pois os tensores $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{\sigma}_d$ como:

$$\boldsymbol{\sigma} = -\mathbf{T} \quad (71)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_d = \boldsymbol{\sigma} - \frac{tr\boldsymbol{\sigma}}{3} \mathbf{I} \quad (72)$$

Valendo então escrever:

$$p = \frac{tr\boldsymbol{\sigma}}{3} \quad (73)$$

$$q = \frac{\sqrt{6}\|\boldsymbol{\sigma}_d\|}{2} \quad (74)$$

Substituindo as definições de (73) e (74) em (66) vem:

$$\frac{\left(\frac{tr\boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}p_0}{2}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}p_0}{2}\right)^2} + \frac{\|\boldsymbol{\sigma}_d\|^2}{\left(\frac{\sqrt{6}Mp_0}{6}\right)^2} = 1 \quad (75)$$

Essa equação torna a natureza elipsoidal da superfície de plastificação explícita. Isso pode ser observado uma vez colocado que no espaço das tensões principais com valores positivos na compressão, a distância de um dado ponto ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) ao eixo hidrostático dá-se por $\|\boldsymbol{\sigma}_d\|$ e que a distância da projeção desse ponto sobre o eixo hidrostático à origem dá-se por $\frac{tr\boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{3}}$.

¹⁵ Uma vez que as componentes de $\mathbf{T}$ assumem valor negativo na compressão.

Da expressão extrai-se que o eixo de revolução do elipsoide é o eixo hidrostático, e o elipsoide tem seu centro¹⁶ no ponto $(\frac{p_0}{2}, \frac{p_0}{2}, \frac{p_0}{2})$. O eixo longitudinal¹⁷ mede $\sqrt{3}p_0$, e o eixo transversal mede $\frac{\sqrt{6}Mp_0}{3}$. Um dos vértices do elipsoide, em uma das extremidades do eixo longitudinal localiza-se sobre a origem.

Vale colocar que a razão entre o comprimento dos eixos vale $\frac{\sqrt{3}M}{2}$. Assim, o tamanho do elipsoide depende do parâmetro de endurecimento, mas sua razão de aspecto e orientação são sempre as mesmas, para um dado material.

A superfície de estado crítico g é análoga a um cone de Drucker-Prager, a menos do termo independente, isso é:

$$g(\mathbf{T}) = \frac{\|\sigma_d\|}{tr\sigma/\sqrt{3}} \quad (76)$$

Como não há endurecimento para tal superfície, S é fixo e definido pelo parâmetro de resistência M :

$$\frac{\|\sigma_d\|}{tr\sigma/\sqrt{3}} = M = tg\vartheta \quad (77)$$

Onde ϑ é o ângulo entre a geratriz do cone e o seu eixo de revolução. Esclarece-se assim, que M relaciona-se à resistência do material em estado crítico. De fato, para solos normalmente adensados, o valor de M que encaixa o cone na superfície de plastificação de Mohr-Coulomb vale:

$$M = \frac{6sen\varphi}{3 - sen\varphi} \quad (78)$$

Onde φ é o ângulo de atrito e a coesão deve ser nula.

O cone postulado intercepta o elipsóide definido em sua maior seção transversal, dividindo-o em duas metades simétricas. A superfície de estado crítico apenas atua se coincidente ao elipsóide (pois o estado de tensões nunca pode ser externo ao elipsóide). Na ocorrência de endurecimento e amolecimento o elipsóide expande e contrai, mantendo o padrão de suas seções.

Das interpretações geométricas apresentadas, é possível concluir que ambas as superfícies descritas são axissimétricas com relação ao eixo hidrostático. Logo, é possível representá-las totalmente em qualquer um dos planos de simetria. De fato, o

¹⁶ Onde seus eixos principais se cruzam.

¹⁷ Paralelo ao eixo hidrostático.

plano (p, q) é equivalente a um desses planos de simetria, pois p é um múltiplo da distância ao longo do eixo de revolução e q é um múltiplo da distância radial a tal eixo.

De fato, para o elipsóide, vale escrever:

$$\frac{\left(p - \frac{p_0}{2}\right)^2}{\left(\frac{p_0}{2}\right)^2} + \frac{q^2}{\left(\frac{Mp_0}{2}\right)^2} = 1 \quad (79)$$

Tal equação define uma elipse cujo eixo longitudinal corresponde ao eixo p , medindo p_0 desde a origem. O semi-eixo transversal da elipse é paralelo ao eixo q e mede $\frac{Mp_0}{2}$. É importante notar que somente metade da elipse é representada pois q não pode assumir valores negativos.

O cone fica definido simplesmente por:

$$q = Mp \quad (80)$$

Isso é, uma reta de inclinação M .

A Figura 10 ilustra a representação das superfícies segundo o plano (p, q) .

Figura 10 – Superfícies do Cam Clay Modificado no plano $p \times q$.

Fonte: Nader, 2015.

Ficam definidos pois, um semi-elipse de plastificação – em lugar do elipsóide de plastificação – e uma linha de estado crítico – em lugar do cone de estado crítico. Novamente, a linha de estado crítico corta o semi-elipse em duas partes simétricas. O estado crítico apenas ocorre quando $p = p_0/2$, pois $\mathbf{T}$ nunca pode ser externo à

semi-elipse. Logo, quando endurecimento ou amolecimento ocorrem, o ponto do semi-elipse onde q é máximo move-se ao longo da linha de estado crítico.

Para obter o gradiente da função de plastificação as derivadas de $\|\mathbf{T}_d\|^2$ e de $tr\mathbf{T}$ precisam ser calculadas. É possível verificar que:

$$\frac{\partial tr\mathbf{T}}{\partial T_{ij}} = \delta_{ij} \quad (81)$$

Ou, equivalentemente:

$$\nabla tr\mathbf{T} = \mathbf{I} \quad (82)$$

Onde δ_{ij} é o Delta de Kroenecker, que assume valor nulo se i é diferente de j e valor unitário se i é igual a j .

Como $\mathbf{T}_d$ é simétrico:

$$\|\mathbf{T}_d\| = \sqrt{tr(\mathbf{T}_d^2)} \quad (83)$$

Da definição de $\mathbf{T}_d$:

$$\|\mathbf{T}_d\|^2 = tr(\mathbf{T}^2) - \frac{tr(\mathbf{T})^2}{3} \quad (84)$$

Aplicando a equação (82) pode-se obter que:

$$\frac{\partial \|\mathbf{T}_d\|^2}{\partial T_{ij}} = 2T_{ij} - \frac{2tr(\mathbf{T})}{3}\delta_{ij} = 2T_{dij} \quad (85)$$

Ou, equivalentemente:

$$\nabla \|\mathbf{T}_d\|^2 = 2\mathbf{T}_d \quad (86)$$

Aplicando (82) e (86) em (66), (67) e (68) resulta:

$$\nabla f(\mathbf{T}) = \Omega \mathbf{I} + \theta \mathbf{T}_d \quad (87)$$

$$\Omega = \frac{1}{3} \left(\frac{\eta^2}{M^2} - 1 \right) \quad (88)$$

$$\theta = 3/(pM^2) \quad (89)$$

Onde $\eta = q/p$. De fato, se $\eta = M$, verifica-se estado crítico, com Ω nulo e $\nabla f(\mathbf{T})$ com traço nulo. Isso significa que $\dot{\mathbf{E}}^p$ também apresenta traço nulo e plasticidade perfeita ocorre sem deformações volumétricas plásticas. Esse comportamento é compatível com o estado crítico de solos.

Definidas as superfícies de plastificação e a função que a define o respectivo gradiente, estuda-se a seguir como opera o endurecimento no modelo constitutivo em tela. A lei de endurecimento do Cam Clay é expressada por:

$$\dot{p}_0 = \xi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}}^p) = \frac{-vp_0 \text{tr} \dot{\mathbf{E}}^p}{\lambda - \kappa} \quad (90)$$

Onde λ e κ são parâmetros de rigidez do modelo¹⁸ e $v = 1 - e_0$, seja e_0 o índice de vazios na configuração de referência do sólido avaliado.

É importante notar que no modelo Cam Clay Modificado a resposta do sólido depende de sua configuração de referência, o que pode levar a inconsistências.

Quando endurecimento ou amolecimento ocorrem, o estado de tensões deve estar sobre S. Por esse motivo, deve valer a equação (70) de sorte que p_0 guarda uma relação com p e q . Aplicando em (90):

$$\dot{p}_0 = \xi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}}^p) = \frac{-vp(1 + \left(\frac{\eta}{M}\right)^2) \text{tr} \dot{\mathbf{E}}^p}{\lambda - \kappa} \quad (91)$$

Conforme discutido adiante, $\lambda > \kappa$, então se $\dot{p}_0$ é positivo, $\text{tr} \dot{\mathbf{E}}^p$ tem de ser negativo e vice-versa. Isso significa que o endurecimento ocorre com taxas de redução do volume, segundo deformações plásticas, enquanto o amolecimento ocorre com taxas de aumento do volume, segundo deformações plásticas. Tal resposta é compatível com o que é usualmente observado para o comportamento contrativo e dilatante de solos e ensaios triaxiais.

Ainda com relação ao sinal de $\text{tr} \dot{\mathbf{E}}^p$, o Cam Clay modificado atende à condição de normalidade, de forma que a seguinte equação seja válida:

$$\dot{\mathbf{E}}^p = m \nabla f(\mathbf{T}) \quad (92)$$

Onde m é sempre positivo.

Conclui-se assim, que o sinal de $\text{tr} \dot{\mathbf{E}}^p$ é sempre o mesmo que o de $\text{tr} \nabla f(\mathbf{T})$, que também será o mesmo que o de $\dot{p}_0$. Da equação (87), como $\mathbf{T}_d$ tem traço nulo por definição, conclui-se que:

$$\text{tr} \nabla f(\mathbf{T}) = 3\Omega = \left(\frac{\eta^2}{M^2} - 1 \right) \quad (93)$$

Dessa equação e da relação guardada entre o sinal de $\dot{p}_0$ e $\nabla f(\mathbf{T})$ decorre que:

- a) se $\eta < M$ então $\dot{p}_0 > 0$ e ocorre endurecimento;
- b) se $\eta > M$ então $\dot{p}_0 < 0$ e ocorre amolecimento;
- c) $\eta = M$ então $\dot{p}_0 = 0$ e ocorre estado crítico.

Tais relações esclarecem o significado do cone de estado crítico no modelo constitutivo. Quando houver resposta elastoplástica, $\mathbf{T}$ deve estar sobre o elipsoide.

¹⁸ Explorados em maior detalhe adiante nesse item.

O cone, entretanto, definirá se ocorre endurecimento, amolecimento ou estado crítico. Quando $\mathbf{T}$ está na metade do elipsoide interna ao cone ocorre endurecimento. Quando estiver na metade externa, ocorrerá amolecimento. Se $\mathbf{T}$ estiver sobre cone e elipsoide ao mesmo tempo, ocorrerá estado crítico.

Para completar a definição do modelo constitutivo, $\mathbf{A}(\mathbf{T})$ e $\mathbf{B}(\mathbf{T})$ ainda precisam ser descritos¹⁹.

A resposta elástica no modelo Cam Clay modificado é não linear e pode ser escrita segundo a forma da equação (24) como:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{A}(\mathbf{T})[\dot{\mathbf{E}}] = \frac{vp \text{tr} \dot{\mathbf{E}}}{\kappa} \mathbf{I} + 2G \dot{\mathbf{E}}_d \quad (94)$$

Definindo assim $\mathbf{A}(\mathbf{T})$, onde G é o módulo de cisalhamento elástico do material, e $\dot{\mathbf{E}}_d$ é o tensor das taxas de deformação desviadora, com definição análoga ao tensões das tensões desviadoras.

Aplicando o operador de traço aos dois membros da equação (94), como $\dot{\mathbf{E}}_d$ tem traço nulo, resulta que para a resposta elástica:

$$\text{tr} \dot{\mathbf{T}} = \frac{3vp}{\kappa} \text{tr} \dot{\mathbf{E}} \quad (95)$$

Fazendo a derivada temporal dos membros da equação (67) e aplicando em (95) resulta que:

$$\text{tr} \dot{\mathbf{E}} = -\frac{\kappa \dot{p}}{vp} \quad (96)$$

Aplicando (95) em (94) vem que:

$$\dot{\mathbf{T}} = \frac{\text{tr} \dot{\mathbf{T}}}{3} \mathbf{I} + 2G \left(\dot{\mathbf{E}} - \frac{\text{tr} \dot{\mathbf{E}}}{3} \mathbf{I} \right) \quad (97)$$

Manipulando a expressão obtém-se:

$$\frac{1}{2G} \left(\dot{\mathbf{T}} - \frac{\text{tr} \dot{\mathbf{T}}}{3} \mathbf{I} \right) + \frac{\text{tr} \dot{\mathbf{E}}}{3} \mathbf{I} = \dot{\mathbf{E}} \quad (98)$$

Considerando a definição do tensor das tensões desviadoras $\dot{\mathbf{T}}_d$, a equação (96) e que a expressão foi postulada sob hipótese de regime elástico obtém-se que:

$$\dot{\mathbf{E}}^e = -\frac{\kappa \dot{p}}{3vp} \mathbf{I} + \frac{1}{2G} \dot{\mathbf{T}}_d \quad (99)$$

Completando a definição das taxas de deformação elásticas do modelo. Nesse momento é possível trazer à luz o significado físico da constante do material κ , a qual

¹⁹ Conforme definição na equação (25).

oferece medida inversa à rigidez da resposta elástica. De fato, demonstra-se que o parâmetro corresponde à declividade absoluta da curva no plano $(\ln p \times e)^{20}$, que descreve compressão ou extensão isotrópica em regime elástico. Com efeito, o parâmetro pode ser calibrado por ensaios de compressão edométrica do material.

Aplicando as definições do modelo Cam Clay modificado das equações (87) e (94) à definição de $\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}})$, conforme postulada no item 2.2.3, válida para plasticidade com endurecimento, é possível obter:

$$\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}}) = \frac{vp}{\kappa} \left(\frac{\eta^2}{M^2} - 1 \right) \text{tr} \dot{\mathbf{E}} + \frac{6G}{pM^2} \text{tr}(\mathbf{T}_d \dot{\mathbf{E}}_d) \quad (100)$$

Sob as definições do Cam Clay modificado, incluindo a condição de normalidade (isso é, $\mathbf{P}(\mathbf{T}) = \nabla f(\mathbf{T})$), é possível particularizar os membros da equação (65), definidos genericamente para plasticidade com endurecimento em:

$$\mathbf{A}(\mathbf{T})[\nabla f(\mathbf{T})] = \frac{vp}{\kappa} \left(\frac{\eta^2}{M^2} - 1 \right) \mathbf{I} + \frac{6G}{pM^2} \mathbf{T}_d \quad (101)$$

$$\xi(\mathbf{T}, \nabla f(\mathbf{T})) = \frac{vp}{\lambda - \kappa} \left(1 - \frac{\eta^4}{M^4} \right) \quad (102)$$

$$\psi(\mathbf{T}, \nabla f(\mathbf{T})) = \frac{vp}{\kappa} \left(\frac{\eta^2}{M^2} - 1 \right)^2 + \frac{12G\eta^2}{M^4} \quad (103)$$

Com $\mathbf{A}(\mathbf{T})$, $\mathbf{B}(\mathbf{T})$ e $\psi(\mathbf{T}, \dot{\mathbf{E}})$ definidos é possível expressar a resposta elastoplástica segundo a equação (25), genérica para elastoplasticidade. As equações (33), (64) e (100) permitem obter a expressão da taxa de deformação plástica para casos onde não há estado crítico.

$$\dot{\mathbf{E}}^p = \frac{3\Omega \dot{p} + 2\theta q \dot{q}/3}{\frac{-3vp}{\lambda - \kappa} \left(1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right)} \left(\mathbf{I} + \frac{\theta}{\Omega} \mathbf{T}_d \right) \quad (104)$$

Em havendo estado crítico, Ω tende a zero, de forma que a porção desviadora da deformação plástica tende ao infinito, caracterizando falha com deformação volumétrica finita.

Nota-se que λ dá uma métrica inversa à rigidez da resposta plástica. De fato, o parâmetro corresponde à declividade absoluta da curva no plano $(\ln p \times e)^{21}$, que descreve compressão isotrópica em regime elastoplástico. Evidentemente, a resposta

²⁰ Seja e o índice de vazios do material.

²¹ Seja e o índice de vazios do material.

elástica deve ser mais rígida que a plástica, valendo $\lambda > \kappa$, conforme anteriormente estabelecido.

2.2.7. Conceitos pertinentes à modelagem bidimensional de túneis

Os estudos apresentados nesse trabalho para modelos de hierarquia H1 foram efetuados segundo modelos bidimensionais do plano transversal ao alinhamento do túnel segundo hipótese de estado plano de deformações. Por esse motivo, discutem-se aspectos pertinentes a esse tipo de modelo simplificado.

O problema físico da escavação e revestimento de túneis como um todo apresenta fenômenos de comportamentos tridimensionais de grande importância. Dentre eles destacam-se: curvas e mudanças de seção escavada no alinhamento do túnel; variações estratigráficas e de cobertura em três dimensões; estado de tensões *in situ* com direções principais desalinhadas com alinhamento do túnel; emboques e desemboques; redistribuições de esforços e fluxo de água subterrânea na face de avanço do túnel; defasagem no avanço de estágios de escavação e revestimento, dentre outros.

Não obstante, para diversos casos comuns e usuais – em geral trechos retilíneos, com seção constante, menor variação estratigráfica ao longo do alinhamento do túnel, bem como hipóteses de fluxo, tensões *in situ* e sequência construtiva, passíveis de simplificação - modelos bidimensionais do plano da seção transversal do túnel com hipótese de estado plano de deformações podem ser considerados razoáveis, e são comumente empregados na prática de projeto. Não obstante, mesmo em casos simples, devem ser reconhecidas as limitações, simplificações e idealizações dos modelos bidimensionais.

Caso seja proposta aproximação da solução dos modelos bidimensionais pelo método dos elementos finitos, os seguintes tipos de elementos são usualmente empregados:

- a) o maciço será representado por elementos planos sob hipótese de estado plano de deformação;
- b) o revestimento poderá ser representado por elementos de viga, caso opte-se por desprezar o efeito de tensões atuantes fora do plano modelado. Caso deseje-se considerar tais efeitos deve ser aplicado elemento de placa, que, entretanto, terá seus graus de liberdade simplificados devido à hipótese de

estado plano de deformações, por exemplo, como formulado em Plaxis (2019);

- c) caso houverem ancoragens, poderão ser representadas por elementos unidimensionais de treliça ligando nós, ou por elementos tipo *embedded beam row* (por exemplo, como formulados em PLAXIS 2019).

Nos referidos modelos bidimensionais, alguns dos comportamentos tridimensionais inerentes à escavação de túneis são considerados de forma simplificada por meio de artifícios de modelagem.

Como introduzido no item 2.1.2, quando são empregados modelos de maciço contínuo resolvidos por métodos numéricos sob hipótese bidimensional de estado plano de deformações, comumente modelos de outros tipos e hierarquias são utilizados de forma acessória para levar em conta efeitos tridimensionais não representáveis sob a hipótese de estado plano de deformações.

Um exemplo comum refere-se à representação do alívio parcial das tensões da escavação prévio à instalação do revestimento, devido ao avanço da escavação no eixo transversal ao plano modelado. Muitas vezes tal fenômeno é representado nos modelos bidimensionais de maciço contínuo de forma análoga ao β -method como proposto por Schikora e Fink²², (1982, apud PLAXIS 2019).

Nesse caso supõe-se que uma fração $(1 - \beta)^{23}$ das tensões de uma etapa de escavação aliviam-se previamente à instalação do revestimento, levando ao carregamento apenas do maciço. A fração remanescente das tensões β é aliviada após a instalação do revestimento, levando ao carregamento do revestimento e do maciço.

O valor de β , entretanto, deve ser estimado pelo projetista. Tal estimativa muitas vezes é efetuada de forma empírica, ou com o emprego de um modelo auxiliar de menor hierarquia. Uma alternativa é o uso de formulações relacionadas ao método convergência-confinamento, como apresentado por Oreste (2009).

De forma análoga, problemas de estabilidade da frente da escavação, devido a sua natureza tridimensional, não são representados nos modelos bidimensionais de maciço contínuo. Dessa forma, caso seja necessário estudar a segurança a esses estados limite, modelos auxiliares deverão ser empregados, como por exemplo a

²² SCHIKORA, K.; FINK, T. Berechnungsmethoden moderner, bergmännischer Bauweisen beim U-Bahn-Bau. **Bauingenieur**, v. 57, p. 193-198, 1982.

²³ Com $0 \leq \beta \leq 1$.

solução analítica de equilíbrio limite proposta por Anagnostou (2012). Wedekin et. al (2012) destacam ainda o uso de análise limite (Teoremas do Limite Superior ou Inferior) e métodos empíricos para tal propósito.

Um comentário adicional em relação a simplificações usuais à modelagem de túneis refere-se aos modelos constitutivos considerados para o revestimento. Os modelos de maciço como sólido contínuo permitem considerar diversos modelos constitutivos tanto para o maciço quanto para o revestimento. Entretanto, muitas vezes os comportamentos não lineares são considerados apenas no maciço, enquanto o revestimento é considerado como linear elástico. Entende-se que muitas vezes as não linearidades do maciço são mais severas, mas existem casos onde comportamentos complexos relevantes também devem ser representados para o revestimento.

2.3. Modelos de anel sobre apoios (Hierarquia H2)

O presente item explora conceitos e publicações da bibliografia relacionados a modelos de anel sobre apoios, doravante denominados por modelos de hierarquia H2, ou simplesmente hierarquia H2.

A fim de oferecer contexto à revisão bibliográfica ora apresentada, apresenta-se breve conceituação da definição e características da hierarquia de modelo.

Modelos de hierarquia H2 representam as estruturas do túnel segundo formulações particulares, usualmente de viga para o revestimento. A tais estruturas podem designar-se específicos comportamentos constitutivos, os quais podem incluir elastoplasticidade, ainda que geralmente considere-se comportamento linear elástico.

O maciço é representado simplesmente por vínculos dispostos ao longo do perímetro do túnel e por carregamentos impostos. Ambos usualmente são estimados por métodos e equações simplificadas ou empíricas.

Segundo tais informações, é possível calcular a configuração de equilíbrio estático para o revestimento do túnel. Nessa configuração serão conhecidos os deslocamentos, esforços solicitantes e plastificações ao longo do suporte do túnel. Entretanto, informações a respeito da resposta do maciço serão consideravelmente limitadas.

Tais modelos podem ser resolvidos analiticamente, por análise matricial ou por métodos numéricos. Caso apliquem-se leis constitutivas mais complexas e/ou com

plasticidade aos vínculos e estruturas, a solução usualmente é aproximada por métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos.

Sob tais definições, a revisão bibliográfica ora apresentada compila e discute práticas, recomendações, métodos e alternativas na bibliografia para a modelagem e estimativa dos dois principais parâmetros de entrada dos modelos de hierarquia H2. São eles os carregamentos impostos devidos ao maciço e os vínculos de reação devida ao maciço.

2.3.1. Estimativa dos carregamentos

Para os modelos de hierarquia H2, os carregamentos aplicados pelo maciço na estrutura do revestimento do túnel são diretamente impostos. Isso é, tratam-se de um dado de entrada a ser estimado.

Considerando o fenômeno físico da interação solo-estrutura, entende-se que se materializa de fato pela compatibilidade de deslocamentos entre o maciço e a estrutura antrópica. Logo, o significado físico de um carregamento diretamente aplicado à estrutura é indireto. Por esse motivo, tal dado de entrada do modelo é usualmente estimado por métodos empíricos ou semi-empíricos.

Na bibliografia técnica, como exemplificado adiante, o carregamento geralmente é empregado como tensão (ou força, em modelos bidimensionais) distribuída ao longo do revestimento, muitas vezes lastreada nas tensões *in situ* antes da escavação. A força distribuída usualmente é aplicada com componentes normal e tangencial ao longo da área perimetral do revestimento, ou então componentes vertical e horizontal, ao longo das áreas das projeções do revestimento perpendiculares à respectiva direção, como ilustra Blom (2002). Naturalmente, guardando a mudança das coordenadas e da área de aplicação das cargas, efetua-se a conversão dos carregamentos entre as duas referências, como demonstra o mesmo autor. A referida conversão é ilustrada na Figura 11.

Figura 11 – Conversão de componentes de carregamento imposto a modelo de hierarquia H2.

Fonte: produção própria.

A conversão pode ser efetuada, portanto, pelas seguintes fórmulas:

$$\sigma_r = \sigma_v \cos^2(\alpha) + \sigma_h \sin^2(\alpha) \quad (105)$$

$$\sigma_t = (\sigma_h - \sigma_v) \sin(\alpha) \cos(\alpha) \quad (106)$$

Onde σ_r e σ_t são as tensões radiais e tangenciais, respectivamente, σ_v e σ_h são as tensões verticais e horizontais, respectivamente e α é o ângulo formado entre a horizontal e a direção tangente do revestimento no ponto de interesse.

Há uma vasta coleção de métodos para estimar os carregamentos impostos, que variam com a aplicação, tipo de maciço, cobertura, tipo da reação de vínculo

imposta, etc. Uma série de alternativas pertinentes ao escopo do presente trabalho são exemplificadas a seguir em ordem de simplicidade, não necessariamente cronológica, ilustrando a ampla diversidade de recomendações na bibliografia.

Uma estimativa muito simples de carregamento por vezes empregada na prática de projeto é ilustrada por Prado e Waimberg (2016). No caso, estima-se o carregamento simplesmente como as tensões *in situ* do maciço prévias à escavação.

Entretanto, aplica-se apenas carregamento vertical na projeção horizontal da área da calota e horizontal nas projeções verticais do túnel nos lados direito e esquerdo. Isso é, não há aplicação de carga vertical na projeção horizontal do arco invertido.

Assim, a parte inferior do túnel interage somente por reação do maciço segundo os vínculos impostos, sem carga adicional. Isso corresponde a uma interpretação relativamente intuitiva sob a ótica de estruturas convencionais, com fundações na parte inferior, resistindo a carregamentos.

Mashimo e Ishimura (2003), estudando túneis tipo *shield* em material granular com modelos de hierarquia H2 apresentam e avaliam alternativas para a estimativa dos carregamentos impostos. Dentre elas destacam-se os seguintes:

- a) carregamento análogo àquele ilustrado por Prado e Waimberg (2016), mas com aplicação de carregamento vertical também na projeção horizontal do arco invertido:
 - aplicam-se, portanto, cargas correspondentes às tensões verticais e horizontais *in situ* antes da escavação nas respectivas áreas perpendiculares projetadas do túnel;
 - entretanto, a magnitude das tensões verticais aplicadas na parte inferior do túnel é equivalente àquela aplicada na parte superior, representando, de maneira simplificada, a remoção de massa na cavidade escavada;
- b) carregamento análogo ao supracitado, mas com valor reduzido para as tensões do maciço devido a efeitos da trajetória de tensões no maciço escavado:
 - o valor reduzido das tensões no topo do túnel é calculado segundo as seguintes fórmulas, devidas a Terzaghi, de acordo com Mashimo e Ishimura (2003):

$$P_v = B_1 \frac{\left(\gamma' - \frac{c'}{B_1}\right)}{K_0 * \tan\varphi'} \left[1 - \exp\left(\frac{K_0 * \tan\varphi' * H}{B_1}\right) \right] \quad (107)$$

$$B_1 = R * \cot \left[\frac{\frac{\pi}{4} + \varphi'/2}{2} \right] \quad (108)$$

Onde γ' é o peso específico submerso (quando abaixo do nível d'água), c' e φ' são a coesão e ângulo de atrito efetivos do material, H é a cobertura do túnel, R é o raio do túnel segundo a área da seção transversal e K_0 é a razão entre as tensões horizontais e verticais *in situ*;

- o carregamento vertical na base do túnel tem mesma magnitude e sentido oposto ao do topo, calculado pela fórmula (108);
- os carregamentos horizontais P_h são estimados pela seguinte fórmula:

$$P_h = (P_v + \gamma' * z_{top})K_0 \quad (109)$$

Onde z_{top} é a distância vertical do ponto ao topo do túnel, onde P_v foi estimado.

Nota-se que se estabelece incremento linear das tensões horizontais com a profundidade.

Martinek e Winter (1987) apresentam contribuição que ilustra a prescrição de carregamentos em direção radial, p_r , e tangencial p_t , em túneis circulares e com distinção de casos para túneis com baixa cobertura – definida pelos autores como menos de 2 vezes o diâmetro da escavação - e alta cobertura – definida pelos autores como ao menos 3 vezes o diâmetro da escavação.

Sob essa nomenclatura, as equações a seguir ilustram as recomendações:

a) para túneis de baixa cobertura

$$p_r = 0,5 * (p_v + p_h) + 0,5 * (p_v - p_h) * \cos(2\alpha) \quad (110)$$

$$p_t = 0,5 * (p_v - p_h) * \sin(2\alpha) \quad (111)$$

b) para túneis de alta cobertura

$$p_r = 0,5 * (p_v + p_h) + \frac{5}{6} * (p_v - p_h) * \cos(2\alpha) \quad (112)$$

$$p_t = 0 \quad (113)$$

Onde p_v e p_h são estimativas médias simplificadas para as tensões horizontais e verticais respectivamente, na região da escavação e α é o ângulo formado entre a vertical e uma reta que passa pelo centro do túnel e pelo ponto onde deseja-se efetuar a estimativa. Os autores apresentam recomendações para a estimativa dos valores das tensões verticais e horizontais, eliminando da componente vertical de 'flutuação' (*buoyancy*) do túnel na parte inferior do túnel, mas não na parte superior para o caso

de baixa cobertura, a fim de considerar de forma segura efeitos de perda de arqueamento no maciço.

Como elabora Blom (2002), as tensões de ‘flutuação’ são uma parcela das tensões que levam a uma translação vertical em sentido ascendente, devido a tensões maiores na parte inferior do túnel. Em geral elas são omitidas em soluções analíticas, para que haja equilíbrio no sistema quanto a tensões atuantes na parte de cima e de baixo do revestimento.

Schulze e Duddeck²⁴ (1964, apud DUDDECK E ERDMANN, 1982) apresentam as seguintes recomendações para carregamento imposto devido ao peso próprio do maciço em túneis circulares, entendidas como componentes radiais σ_r e tangenciais σ_t de tensões aplicadas e uma linha circular sem perturbação:

$$\sigma_r = \frac{1}{2} \gamma [H(1 - K_0) - 0,3R(3 + K_0)\cos(2\alpha)] \quad (114)$$

$$\sigma_t = \frac{1}{2} \gamma H(1 - K_0) \sin(2\alpha) \quad (115)$$

Onde γ e K_0 são respectivamente o peso específico e coeficiente de empuxo em repouso do maciço, suposto homogêneo e α é o ângulo formado entre a vertical e a reta que passa pelo centro do túnel e pelo ponto onde deseja-se efetuar a estimativa.

Os autores destacam que o carregamento é aproximado e considera a eliminação das tensões de ‘flutuação’ (*‘buoyancy’*), sendo válido inclusive para túneis de baixa cobertura.

Blom (2002), estudando túneis tipo *shield* circulares propõe e discute 3 abordagens possíveis para estimar carregamentos devido ao maciço.

A primeira abordagem propõe carregamentos estimados em equivalência às tensões efetivas *in situ* até a altura média do túnel. A partir da altura média do túnel, as tensões equivalentes ao carregamento são reduzidas linearmente, de forma que seu valor na base do arco invertido seja igual àquela no topo da calota. Eventuais pressões hidrostáticas são adicionadas em seguida, sem redução. Essa alternativa é muito parecida com uma das propostas de Mashimo e Ishimura (2003), mas conta com redução das tensões horizontais.

A segunda abordagem propõe carregamentos equivalentes à hipótese de tensões verticais constantes ao longo do túnel. Nesse caso, as tensões devido ao

²⁴ SCHULZE, H.; DUDDECK, H. Spannungen in schildvorgetriebenen tunneln. **Beton-und Stahlbetonbau**. Alemanha, v. 58, n. 8, p. 169-175, 1964.

maciço ficam condicionadas basicamente ao valor constante tensão vertical efetiva *in situ* na região ao lado do revestimento, σ_{vceff} . Suposta geometria circular para o revestimento, as componentes radial σ_r e tangencial σ_t dos carregamentos podem ser estimados pelas seguintes fórmulas simplificadas:

$$\sigma_r(\alpha) = \sigma_{vceff}(C_1 + C_2 \cos(2\alpha)) + \sigma_w(\alpha) \quad (116)$$

$$\sigma_t(\alpha) = \sigma_{vceff}(-C_2 \sin(2\alpha)) \quad (117)$$

$$C_1 = (1 + K_0)/2 \quad (118)$$

$$C_2 = (1 - K_0)/2 \quad (119)$$

Onde K_0 é o coeficiente de empuxo em repouso, α é o ângulo formado entre a horizontal e a tangente do revestimento em sentido horário²⁵ e $\sigma_w(\alpha)$ é a tensão hidrostática em um dado α .

A terceira abordagem propõe um carregamento com a eliminação da componente de ‘flutuação’ (*buoyancy*) e hipóteses semelhantes à segunda abordagem. Nesse caso a tensão radial σ_r (tensões tangenciais σ_t não consideradas) pode ser estimada pelas seguintes relações:

$$\sigma_r(\alpha) = \frac{\sigma_{vc} + \sigma_{rc}}{2} + \frac{\sigma_{vc} - \sigma_{rc}}{2} \cos(2\alpha) \quad (120)$$

Onde σ_{vc} e σ_{rc} são as tensões totais vertical e horizontal *in situ* na altura média do túnel, respectivamente.

Em análise comparativa das 3 abordagens típicas supracitadas Blom (2002) conclui que a primeira delas resulta em menores deformações e esforços. Já a segunda e terceira abordagem mostram pouca relevância da componente de ‘flutuação’ (*buoyancy*) em relação aos esforços, ainda que a mesma ofereça informações acerca da translação do túnel como um todo.

2.3.2. Estimativa das relações de vínculo

Em modelos de Hierarquia H2, a componente reativa do maciço na interação solo-estrutura é representada por relações vinculares aplicadas ao longo do perímetro do revestimento.

²⁵ Que é o mesmo que aquele formado entre a vertical e a normal do revestimento no mesmo ponto, em sentido horário.

Tais relações usualmente são aplicadas de forma discreta nos nós da estrutura idealizada, integrando uma respectiva superfície de influência quando da solução do problema pelo método dos elementos finitos ou por análise matricial, simplificando a sua formulação. Não obstante, como discutem e apresentam Kim, Kim e Jung (2014), elementos podem ser formulados para aplicar de forma contínua as relações vinculares, apresentando resultados semelhantes e maior eficiência computacional, segundo os autores.

Tradicionalmente, a modelagem de reações em interação solo estrutura usualmente baseia-se na hipótese de Winkler²⁶ (1867, apud VU, BROERE E BOSCH, 2017), denotada pela seguinte fórmula:

$$p_m = k_m S_r \quad (121)$$

Onde p_m é a reação de reação do maciço, k_m é o coeficiente de reação do maciço e S_r , no contexto de túneis, é o deslocamento relativo entre maciço e estrutura. Isso é, com o valor de k_m constante a hipótese corresponde a postular que a reação do maciço na interação maciço-estrutura guarda relação linear com o deslocamento relativo entre ambos.

Sob essa hipótese, é necessária a estimativa do valor de k_m . Martinek e Winter (1987) apresentam formulações comumente empregadas na prática de projeto. Os autores consideram diferentes vínculos a depender da cobertura do túnel, para geometria circular da seção transversal escavada.

Túneis cuja cobertura é inferior a duas vezes o diâmetro são considerados com baixa cobertura. Nesse caso as seguintes hipóteses são assumidas, refletindo os conceitos dos modelos apresentados por Duddeck e Erdmann (1982):

- a) apenas reações radiais são consideradas, de sorte que a reação do maciço mobilizada por deslocamentos relativos tangenciais seja desprezada;
- b) as reações são consideradas como nulas no quadrante superior a partir do centro do túnel, compreendido entre os ângulos -45° a $+45^\circ$ formados com a vertical;
- c) o coeficiente de reação radial k_r do maciço é calculado pela seguinte fórmula:

$$k_r = \frac{E_{oed}}{R} \quad (122)$$

²⁶ WINKLER, E. Theory of elasticity and strength, Prague, 1867.

Onde E_{oed} é um módulo edométrico estimado para o maciço, supondo comportamento linear-elástico²⁷ e R é o raio da escavação, presumida com geometria circular.

Túneis cuja cobertura é maior ou igual a 3 diâmetros são considerados com alta cobertura. Nesse caso as seguintes hipóteses são assumidas:

- a) apenas reações radiais são consideradas, de sorte que a reação do maciço mobilizada por deslocamentos relativos tangenciais seja desprezada;
- b) as reações são consideradas em todo entorno do perímetro do túnel;
- c) o coeficiente de reação radial k_r do maciço é calculado pela seguinte fórmula:

$$k_r = 0,5 \frac{E_{oed}}{R} \quad (123)$$

Outro exemplo de estimativa de módulo de reação para vínculos normais lineares elásticos em função de parâmetros elásticos do maciço e geometria de túnel circular é apresentado por Plizzari e Tiberti (2006) segundo a equação:

$$k_r = \frac{E}{R(1 + \nu)} \quad (124)$$

É interessante notar que parte das limitações, preocupações e ressalvas desses modelos clássicos e simplificados propostos dizem respeito a fatores que atualmente podem ser resolvidos com maior facilidade. Por exemplo, a preocupação de remoção das reações radiais nos túneis de baixa cobertura, segundo Duddeck e Erdmann (1982) deve-se à potencial redução de carregamentos devido à tração nos vínculos.

Contemporaneamente é usual na prática de projeto²⁸ a modelagem de vínculos com reação nula na tração e não nula na compressão, como apresentam Kim, Kim e Jung (2014). Assim, tal preocupação é solucionada automaticamente, sem necessidade de remover manualmente os vínculos.

É importante colocar que as formulações supracitadas foram desenvolvidas para túneis circulares. Na prática, para túneis com seções transversais diversas, pode ser empregado um raio equivalente²⁹, como utilizado por Prado e Waimberg (2016)

²⁷ O qual pode ser computado segundo os conceitos apresentados no item 2.2.2 por $E_{oed} = E \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$.

²⁸ O que é facilmente programável com aplicações computacionais usuais na análise de túneis.

²⁹ Geralmente calculado de forma a resultar a mesma área escavada que aquela da geometria real do túnel.

para aplicar a vínculos segundo a equação (123), ou empregar vínculos de diferentes rigidezes para cada segmento do túnel, segundo seu respectivo raio.

Relações constitutivas de maior complexidade para os vínculos também são propostas na bibliografia técnica, e são tema de pesquisa contemporâneo. Estudos como os de Oreste (2007), Do et al (2014) e Vu, Borere e Bosch (2017) aplicam a seguinte relação para a quantificação de um parâmetro de rigidez aparente η^* de vínculos de reação normal na interação solo estrutura:

$$\eta^* = \frac{p_n}{\delta} = \frac{p_{lim}}{\delta} \left(1 - \frac{p_{lim}}{p_{lim} + \eta_0 * \delta} \right) \quad (125)$$

Onde p_n é a reação normal na interação solo-estrutura, δ é o deslocamento do revestimento em direção normal, p_{lim} é a máxima reação que pode ser oferecida pelo vínculo e η_0 é a rigidez inicial do vínculo (quando δ tende a 0).

Assim, a rigidez do vínculo fica definida como uma função não-linear decrescente com o deslocamento δ , que tende a zero quando as reações se aproximam do valor de p_{lim} . Os valores dos parâmetros de entrada η_0 e p_{lim} devem ser estimados, segundo relações disponíveis na bibliografia, muitas vezes distintas para cada publicação.

Referente a vínculos de reação da interação solo-estrutura em direção tangencial ao perímetro do revestimento, alguns autores, como Martinek e Winter (1987) sugerem desprezar tais elementos, conforme já apresentado. Oreste (2007) também despreza tais vínculos, argumentando que tal valor é de difícil estimativa e não há garantia de que a interface solo-estrutura possa absorver as tensões cisalhantes associadas. O autor coloca ainda que simulações numéricas concluíram que tal hipótese é a favor da segurança para a estimativa de momentos fletores.

Por outro lado, outras publicações consideram os vínculos tangenciais, e estimam a sua rigidez em função da rigidez estimada para os vínculos em direção normal. Diversos autores, como Vu, Borere e Bosch (2017), Do et al (2014) e Plizzari e Tiberti (2006) assumem a rigidez dos vínculos tangenciais como um terço da rigidez dos vínculos normais. Caso a rigidez for constante, a expressão em função do módulo de reação tangencial, k_t , como apresentado por Plizzari e Tiberti (2006) é explicitada pela seguinte equação:

$$k_t = \frac{k_r}{3} \quad (126)$$

Observa-se que os trabalhos citados para referenciar tal relação se referem a estudos de túneis tipo TBM.

2.4. Compatibilização de modelos hierárquicos para análise e dimensionamento de túneis

Não somente a complexidade do problema da análise e dimensionamento de túneis, mas a interdisciplinaridade de conceitos leva a preferência por diferentes modelos para diferentes tipos de análise. Por exemplo, avaliações geotécnicas envolvem estudo aprofundado da resposta do maciço, enquanto que para o dimensionamento do revestimento podem ser vantajosos carregamentos bem definidos e intuitivos para cálculo de esforços solicitantes.

Não obstante, as diferentes análises e hierarquias de modelos deverão coexistir coerentemente no projeto de um túnel. Por esse motivo, a comparação de resultados de diferentes hierarquias de modelos não é rara na bibliografia técnica relacionada à análise e dimensionamento de túneis.

Um exemplo considerado icônico, por ilustrar a dificuldade em obter resultados semelhantes quando do emprego das práticas usuais de modelagem para diferentes hierarquias, é aquele apresentado por Duddeck (1986). O exemplo e sua discussão foram efetuados no contexto da elaboração de códigos da International Federation for Structural Concrete.

O autor apresenta uma comparação de resultados de algumas análises segundo modelos do tipo hierarquia H1 e hierarquia H2, com variação de hipóteses. O problema físico estudado corresponde à construção de um túnel revestido em concreto e construído com tecnologia *cut and cover*.

Quanto aos resultados, ainda que qualitativamente a geometria geral dos diagramas de esforços se assemelhem, fica ilustrada uma grande diferença na magnitude tanto de esforços solicitantes de força normal e de momento fletor quanto no dimensionamento resultante segundo normas de concreto. Por exemplo, o reforço resultante no dimensionamento com modelos de hierarquia H2 para a lateral do túnel varia de cerca de metade até duas vezes o valor do caso de *benchmarking* na hierarquia H1, a depender do cenário.

A despeito desses resultados, que como o próprio autor reconhece, incomodam muitos engenheiros, o pesquisador destaca que tal comparação não deve ser

considerada um erro, mas sim uma confirmação de que estruturas como túneis são um caso extremo de estruturas sensíveis à alteração dos modelos utilizados em projeto.

Outro exemplo digno de nota é o trabalho de Duddeck e Erdmann (1982), comparando modelos hoje considerados tradicionais, em ordem mais geral e conceitual, para casos e geometrias simples.

A seguir apresentam-se exemplos de trabalhos relativamente mais recentes cujo escopo incluiu a comparação e calibração de modelos de hierarquia H1 e hierarquia H2.

Van der Poel, Hergarden e Dekker (2006) apresentam a comparação de resultados de modelos de hierarquia H1 e hierarquia H2 empregados no projeto de um túnel tipo *shield*, escavado em argila mole na Holanda, com influência significativa do nível d'água. Alguns tipos de estratigrafia são explorados no trabalho, concluindo que os resultados foram diferentes, principalmente com relação ao efeito da água e o módulo de reação dos vínculos na hierarquia H2.

Prado e Waimberg (2016) em seu trabalho estudam a escavação de um túnel tipo NATM em solo com modelos de hierarquia H1 e hierarquia H2. Primeiramente comparam resultados para hipóteses usuais de entrada no modelo hierarquia H2. Em seguida procuram uma calibração de natureza simples segundo o ajuste intuitivo / tentativo do carregamento imposto ao modelo de hierarquia H2, obtendo resultados mais compatíveis.

Os autores Vu, Broere e Bosch (2017) propõe um modelo de hierarquia H2 com estimativa mais sofisticada das reações vinculares e carregamentos, para túneis tipo *shield* de baixa cobertura. Para avaliar os resultados auferidos a partir de tal modelo, avaliam também resultados de monitoramento, e outros modelos, incluindo de hierarquia H1.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

No presente trabalho foram realizados 3 estudos, os quais, ainda que interrelacionados, figuram também como exercícios individuais. Por esse motivo, as premissas, materiais e metodologia empregados para cada um dos estudos são descritos em detalhe nos respectivos itens onde os estudos são apresentados.

O primeiro estudo correspondeu ao desenvolvimento de um procedimento prático para a determinação de carregamentos de compatibilização “ideal” entre modelos de hierarquia H1 e H2, seguido da validação do respectivo procedimento para calibrar carregamentos simplificados a serem aplicados na hierarquia H2 para compatibilização razoável. A metodologia para formulação do procedimento é descrita em detalhe nos itens 5.1, 5.2, e o ferramental e métodos para a respectiva validação são descritos em detalhe nos itens 5.3.1, 5.3.2 e 5.3.3.

O segundo estudo correspondeu a uma avaliação comparativa de diferentes tipos de carregamento impostos a um modelo de hierarquia H2 quanto a compatibilidade dos resultados obtidos em relação àqueles de modelo de hierarquia H1 análogo. A metodologia empregada no exercício é descrita nos itens 6.1 e 6.2.

O terceiro estudo trata-se de uma análise paramétrica do carregamento de compatibilização “ideal” a ser imposto em um modelo de hierarquia H2 face à variação de hipóteses e parâmetros no modelo H1 de referência. Os materiais e métodos relacionados a esse estudo são detalhados nos itens 7.1, 7.2, 7.3, 7.4 e 7.5.

4 COMPATIBILIZAÇÃO DE MODELOS DE MACIÇO COMO SÓLIDO DEFORMÁVEL CONTÍNUO E MODELOS DE ANEL SOBRE APOIOS

O presente capítulo apresenta uma visão geral de conceitos associados à compatibilização dos resultados de modelos de hierarquia H1 e hierarquia H2.

No presente trabalho, por compatibilização entre hierarquias entende-se o ajuste dos parâmetros e hipóteses de entrada, de tal forma que os dados de saída dos modelos apresentem comparação razoável. Como discutido adiante, modelos de maior hierarquia em geral tem parâmetros de entrada de significado físico mais direto, de sorte que seja mais oportuno, nesse processo de ajuste, postular a compatibilização a partir das entradas do modelo de menor hierarquia.

Sob essa ótica torna-se essencial detalhar e comparar os dados de entrada e os resultados de saída das duas hierarquias. A Figura 12 ilustra tais variáveis para típicos modelos de hierarquia H1.

Figura 12 - Esquema de modelo de hierarquia H1.

Fonte: produção própria.

Como ilustrado na Figura 12, na hierarquia H1 o maciço é modelado como um sólido deformável, em interação com revestimento. Nesse tipo de modelo a interação entre solo e estrutura materializa-se na solução do equilíbrio dessa estrutura composta maciço-suporte, levando em consideração a compatibilidade de deslocamentos entre os elementos.

Nesse caso, os dados de entrada estimados e impostos são principalmente os parâmetros e equações constitutivas do maciço e do suporte, de sorte que a interação solo-estrutura decorrerá indiretamente de tais estimativas. De certa forma, pode-se interpretar a solicitação imposta pelo maciço no revestimento é uma “saída intermediária” do modelo. Tal interpretação deve, entretanto, ser cuidadosa, pois em modelos de hierarquia H1 não há imposição de carregamentos propriamente ditos no revestimento, e sim de compatibilidade de deslocamentos com o maciço.

Devido à modelagem do maciço como sólido contínuo, saídas relacionadas aos campos de tensões, deformações e deslocamentos, além de plastificações do maciço podem ser obtidas. Resultados também são auferidos para o revestimento, como deslocamentos, esforços solicitantes e plastificações.

A Figura 13, por sua vez, ilustra tais variáveis para típicos modelos de hierarquia H2.

Figura 13 - Esquema de modelo de hierarquia H2.

Em modelos de hierarquia H2 a modelagem do maciço é reduzida a simplesmente carregamentos e vínculos aplicadas à estrutura do revestimento. Portanto, um carregamento imposto e as relações constitutivas de vínculos devem ser diretamente estimados. A tradução da interação solo-estrutura, portanto, efetua-se unicamente pela conjunção de cargas impostas e reações de vínculo impostos. Uma vez que o maciço é reduzido a carregamento impostos e vínculos com leis postuladas, os resultados relacionados ao comportamento do maciço são extremamente restritos em modelos de hierarquia H2. De fato, geralmente correspondem apenas às reações vinculares dos apoios impostos, de interpretação indireta.

Dessa forma, em modelos da hierarquia H2, por definição, efetua-se uma distinção entre uma parte da interação solo-estrutura correspondente a 'ação aplicada' pelo maciço no revestimento e uma parte de 'reação de vínculo' oferecida pelo maciço ao revestimento. A referida distinção, apesar de ser relativamente intuitiva, aproximando o túnel de estruturas como pontes e edifícios, é arbitrária. Na hierarquia H1 tal distinção não é realizada, aproximando-a do problema físico real, onde as ações e reações da interação solo-estrutura confundem-se.

Com as definições apresentadas, esclarece-se a quais variáveis de saída dos modelos a calibração deve-se referir e quais estratégias devem ser adotadas para o ajuste dos dados de entrada.

Quanto às variáveis de saída cuja compatibilização deve almejar aproximar os resultados entre os modelos, fica claro que devem referir-se aos deslocamentos e esforços solicitantes atuantes sobre o revestimento. Isso porque, evidentemente, são esses os resultados comuns entre os modelos. A compatibilização, portanto, não refere-se ao comportamento do maciço, apenas da estrutura do revestimento.

Em relação aos dados de entrada, no que se refere ao revestimento, pode ser modelado de forma semelhante em ambos os modelos. Assim, sua compatibilidade é imediata, uma vez assumidas hipóteses idênticas em ambas as hierarquias. O trabalho de calibração, portanto, refere-se às variáveis de entrada para a modelagem do maciço.

Em uma compatibilização 'ideal', os múltiplos comportamentos físicos do maciço diretamente simulados no modelo de hierarquia H1 haveriam de ser totalmente traduzidos apenas na estimativa de carregamentos e leis vinculares do maciço para o modelo de hierarquia H2. Isso é, todos os dados de entrada relativos a geometria, modelo constitutivo e parâmetros, estratigrafia, etc. do maciço considerados na

hierarquia H1, que levam a uma particular interação solo-estrutura, deveriam estar implícitos no carregamento e vínculos impostos no modelo de hierarquia H2, de muito maior simplicidade.

Isso é, se por um lado a acurácia dos modelos de hierarquia H1 é dependente da representatividade dos parâmetros e hipóteses postulados, a acurácia de modelos de hierarquia H2 depende intimamente da qualidade da estimativa dos carregamentos e relações vinculares. Entretanto, os referidos dados de entrada da hierarquia H2 comumente são mais difíceis de estimar, pois, ainda que intuitivos, tem significado físico menos direto.

De um lado, as variáveis de entrada da hierarquia H1 usualmente são parâmetros do projeto e dos materiais, impostos como premissa ou estimados em laboratório e campo. De outro lado, na hierarquia H2 os dados de entrada normalmente não podem ser diretamente medidos ou impostos, especialmente antes da realização da obra. Dessa forma, a prática usual é estimar tais entradas do modelo por uma ou mais dentre uma coleção de metodologias em geral empíricas, aproximadas e simplificadas.

Entende-se que a calibração deverá, portanto, efetuar-se por um ajuste dos dados de entrada referentes ao maciço do modelo de hierarquia H2. De fato, a maior simplificação de modelos dessa hierarquia refere-se a esses elementos, cuja estimativa em geral é o maior desafio.

Em suma, a calibração dos modelos de hierarquia H1 e H2 efetuar-se-á pelo ajuste das hipóteses de carregamento e vínculos impostos referentes ao maciço na hierarquia H2 que levem a deslocamentos e esforços solicitantes no revestimento razoáveis entre as duas hierarquias.

5 CARREGAMENTO DE COMPATIBILIZAÇÃO “IDEAL”

Para o estudo e determinação de carregamentos aproximados que levem a uma compatibilização razoável entre hierarquias de modelos é interessante conhecer qual seria o carregamento imposto à hierarquia H2 que levaria à solução idêntica àquela da hierarquia H1.

No contexto de problemas de equilíbrio resolvidos pelo Método dos Elementos Finitos a materialização do resultado de uma dada etapa de cálculo se dá pelas componentes dos deslocamentos nodais. A partir da matriz de rigidez e expressões dela derivadas é possível avaliar as demais variáveis de interesse.

Logo, se um carregamento for definido tal que se obtenha na hierarquia H2, a cada etapa de cálculo, as mesmas componentes de deslocamentos nodais àquelas da hierarquia H1, tal carregamento tem o valor da compatibilização “ideal”.

A seguir discute-se a determinação, na prática, do valor exato tal carregamento.

5.1. Conceituação

Suponha-se um dado problema físico de equilíbrio estático da escavação de um túnel onde deseja-se obter resposta idêntica para os esforços solicitantes no revestimento, para modelos de hierarquias H1 e H2. Para ambas as hierarquias se propõe solução aproximada pelo método dos elementos finitos com hipótese de pequenos deslocamentos. Supõe-se, em primeira instância, não haver elementos de interface³⁰ entre revestimento e maciço, de forma que ambos compartilhem nós da malha, com solidarização total.

A solução do problema da escavação de túneis, quando modelado na hierarquia H1 usualmente lança mão de estágios sucessivos de cálculo que refletem a sequência construtiva, com inclusão e exclusão de setores da malha de elementos finitos. Por exemplo, comumente aplica-se um alívio parcial da escavação da calota não revestida, seguido da instalação do revestimento primário da calota com alívio adicional, seguido da escavação e revestimento dos arcos invertidos em sucessão

³⁰ Elementos de interface são elementos que permitem a separação dos nós da estrutura dos nós do maciço na malha de elementos finitos, ainda que ambos possuam as mesmas coordenadas. Permitem deslocamento relativo entre solo e estrutura.

com alívio total. Assim, seja o vetor dos deslocamentos nodais totais acumulados do revestimento $\mathbf{u}_n$ em um dado estágio construtivo / de cálculo n :

$$\mathbf{u}_n = \sum_{i=1}^n \Delta \mathbf{u}_i \quad (127)$$

Onde $\Delta \mathbf{u}_i$ denota o vetor da variação dos deslocamentos nodais do revestimento no estágio de cálculo i .

Como há inclusão e exclusão de setores da malha, os deslocamentos que efetivamente causam solicitação em uma dada peça do revestimento referem-se apenas aos estágios de cálculo nas quais os elementos da dada peça encontravam-se ativos na malha. Por exemplo:

- a) durante o alívio não revestido da escavação da calota os nós que irão compor o revestimento deslocam-se. Entretanto, o revestimento ainda não foi ativado;
- b) no início da etapa seguinte, onde haverá alívio adicional e revestimento da calota, os nós já estão deslocados, mas as solicitações no revestimento ainda são nulas, pois o revestimento foi ativado já na configuração deformada;
- c) somente a partir dessa etapa, com revestimento ativado, os deslocamentos imprimem solicitação.

De fato, tais observações do modelo refletem um comportamento físico real, relativo à defasagem entre alívio de tensões na frente de escavação, e instalação do revestimento primário.

Define-se assim $\mathbf{u}_n^p$, o vetor de deslocamentos nodais acumulados que efetivamente geram solicitação em uma dada peça p do revestimento em uma dada etapa n , como:

$$\mathbf{u}_n^p = \sum_{i=t}^n \Delta \mathbf{u}_i \quad (128)$$

Onde t denota a etapa de cálculo de ativação da peça p , e supondo que a peça se mantém ativa entre os estágios t e n . Por peça do revestimento entende-se por exemplo, calota, arco invertido provisório (AIP), arco invertido definitivo (AID), materializados no modelo por um conjunto de elementos.

Caso fossem empregados elementos de interface, abrاندando a hipótese de solidarização total entre revestimento de maciço introduzida no início do item, há que se levar em consideração tal fato nas equações (127) e (128). Nesse caso, existem pares de nós em coordenadas idênticas. Em cada par há um nó para o revestimento

e um nó para o maciço, sendo ambos conectados por elementos de interface de rigidez finita. Para cada par de nó, serão computadas as componentes de deslocamentos nodais do revestimento e do maciço. Naturalmente, nas equações supracitadas devem ser consideradas as componentes computadas para os nós do revestimento, apenas.

Para qualquer hipótese de interface adotada, resolvido o modelo na hierarquia H1, conhece-se u_n^p para todas as etapas de cálculo e peças do revestimento. A Figura 14 (a) ilustra tal solução, para caso ilustrativo e simplificado de uma viga biengastada com apenas um nó e grau de liberdade livre (vetores nodais simplificados em variáveis escalares).

Figura 14 - Exemplo ilustrativo de procedimento de calibração “ideal” com viga biengastada. (a) Resultados da hierarquia H1. (b) Modelo de hierarquia H2* para obtenção de componentes das forças nodais de compatibilização “ideal”. (c) Modelo de hierarquia H2 com carregamento de compatibilização “ideal”. (d) Modelo ilustrativo sem peso próprio e sem vínculos impostos, com obtenção de força nodal total equivalente.

Fonte: produção própria.

Suponha-se um outro modelo, sem os elementos do maciço, isso é, apenas com os elementos do revestimento. Modelam-se malha e ativação de peças análogas às da hierarquia H1, mas não se aplicam os vínculos impostos (“molas”) e peso próprio da hierarquia H2. Efetuando a imposição nesse modelo, etapa a etapa, e peça a peça de recalques de apoio nodais nos valores respectivos de u_n^p , obtém-se solução idêntica à da hierarquia H1 no que se diz respeito aos esforços nos elementos do revestimento. A Figura 14 (d) ilustra tal modelo para o caso ilustrativo supracitado.

Seja o vetor com as reações obtidas em cada nó nesse modelo quando impostos tais recalques de apoio, f_n^{H1} . De forma mais intuitiva, pode-se obter a mesma solução idêntica àquela da hierarquia H1 aplicando ao modelo apenas com o revestimento, etapa a etapa, os valores de tais forças nodais f_n^{H1} ou de um carregamento distribuído estaticamente equivalente.

Em modelos da hierarquia H2, entretanto, o vetor de forças nodais de cada etapa f_n^{H2} , em casos usuais, possui 3 componentes da força nodal total, a saber:

- a) carregamento imposto devido ao maciço, f_n^s ;
- b) carregamento imposto devido ao peso próprio, f_n^w ;
- c) reação dos vínculos, f_n^l .

A dita compatibilização “ideal”, com solução idêntica, seria obtida quando da imposição dos carregamentos, etapa a etapa, dos valores de f_n^{H2} com:

$$f_n^{H2} = f_n^{H1} = f_n^s + f_n^w + f_n^l \quad (129)$$

Ou de carregamento distribuído estaticamente equivalente.

As parcelas f_n^s e f_n^w são totalmente impostas, sendo conhecidas de antemão e refletem um carregamento “antes da deformação”. Já a parcela f_n^l depende não somente das leis de vínculo impostas, mas também dos deslocamentos u_n^p , sendo conhecida apenas após a solução do modelo. Dessa forma, como uma parcela de f_n^{H2} depende dos deslocamentos, sua imposição no modelo de hierarquia H2 para compatibilização “ideal” não é totalmente imediata.

5.2. Procedimento prático para determinação do carregamento de calibração “ideal”

Propõe-se um procedimento prático e de simples implementação nas ferramentas computacionais usualmente disponíveis no mercado para obter os

valores das componentes do carregamento de compatibilização “ideal”. Paralelamente à explicação geral das etapas do procedimento referencia-se ilustrativamente a Figura 14, anteriormente apresentada, com um exemplo simplificado de uma viga bi engastada considerada com apenas um grau de liberdade livre.

As etapas do procedimento são como segue:

- a) para a calibração supõe-se que o modelo de hierarquia H1 já foi resolvido, conhecendo-se u_n^p para qualquer n e qualquer p de interesse (ver Figura 14 (a)). Objetiva-se, pois, determinar individualmente f_n^w , f_n^s e f_n^l a serem aplicados no modelo de hierarquia H2 para compatibilização “ideal” com tal resultado conhecido;
- b) a componente devida ao peso próprio f_n^w é obtida diretamente das propriedades do revestimento;
- c) define-se e impõe-se alguma lei constitutiva para os vínculos (“molas”) a ser empregado no modelo de hierarquia H2. O procedimento levará ao carregamento de compatibilização particular para os vínculos definidos, a despeito de sua representatividade do problema físico real. Entende-se, entretanto, que melhores estimativas de vínculo levarão a carregamentos de compatibilização mais intuitivos e realistas;
- d) emprega-se um modelo auxiliar, doravante denominado de hierarquia H2*. Nesse caso desenvolve-se modelo de anel sobre apoios com a malha de revestimento e as etapas de cálculo análogos aos do modelo de hierarquia H1. Em tal modelo, já se impõe o peso próprio f_n^w estipulado na etapa (b) e os vínculos estipulados na etapa (c), idênticos para a hierarquia H2 e H2*. No entanto, para esse modelo não impõe-se as forças nodais devido à carga do maciço f_n^s , impondo em seu lugar apenas recalques de apoio com os valores de u_n^p obtidos na hierarquia H1 (ver Figura 14 (b)). Nesse modelo de hierarquia H2* não existe a componente de força nodal devida ao solo f_n^s , figurando em seu lugar uma componente devida às reações nos apoios com recalque imposto, f_n^r . Assim, na compatibilização “ideal” para o modelo de hierarquia H2* vale:

$$f_n^{H2*} = f_n^{H1} = f_n^r + f_n^w + f_n^l \quad (130)$$

- e) resolvendo o modelo de hierarquia H2* da etapa (d) obtém-se uma solução idêntica àquela da hierarquia H1, isso é, as forças nodais totais aplicadas atendem à equação (130);
- f) como os deslocamentos nodais fase a fase são, por imposição, iguais àqueles da solução da hierarquia H1, as reações nos vínculos impostos (“molas”) serão f_n^l , idênticos para a hierarquia H2 e H2* na compatibilização “ideal”;
- g) como na compatibilização “ideal” da hierarquia H2 vale a equação (129) e na compatibilização “ideal” da hierarquia H2* vale a equação (130) vem que:

$$\begin{aligned} f_n^{H1} = f_n^{H2} = f_n^{H2*} = f_n^s + f_n^w + f_n^l = f_n^r + f_n^w + f_n^l \rightarrow \\ \rightarrow f_n^s = f_n^r \end{aligned} \quad (131)$$

Ou seja, as reações nos apoios com recalque imposto na hierarquia H2* f_n^r tem valor idêntico aos carregamentos nodais devido ao solo na compatibilização “ideal” da hierarquia H2, f_n^s ;

- h) nessa etapa já se dispõe dos valores individuais de f_n^w , f_n^s e f_n^l . Logo, a imposição de f_n^w e f_n^s etapa a etapa de cálculo em modelo de hierarquia H2 com malha análoga e vínculos como estipulados na etapa (c) do procedimento levará a solução idêntica àquela da hierarquia H1 (ver Figura 14 (c)). As reações nos vínculos impostos (“molas”) valerão f_n^l para a solução obtida.

É evidente que essa metodologia em si é de pouca valia direta para resolver problemas na prática de projeto, pois trata-se de uma calibração totalmente imposta, onde é necessário já conhecer de antemão a solução do problema pela hierarquia H1.

Entretanto, sua aplicação permite obter diretamente, na hierarquia H2, para um dado conjunto de vínculos estimados, o carregamento que gera resposta compatível com a hierarquia H1. Sua aplicação sucessiva em casos diversos, portanto, pode auxiliar na investigação de padrões, regras e correlações que permitam a calibração razoável de modelos para casos típicos sem a necessidade de resolver de antemão modelo de hierarquia H1 específico.

Outra ressalva a ser reiterada é que a compatibilização exata de carregamentos é obtida para vínculos impostos arbitrariamente, a despeito da representatividade de tal hipótese. Isso é, mesmo que vínculos sem significado físico ou intuitivo fossem estipulados, um carregamento “ideal” pode ser obtido pelo procedimento em tela. Isso posto, é essencial que a hipótese de vínculos seja razoável, fisicamente e intuitivamente, para que os carregamentos “ideais” calibrados também o possam ser.

5.3. Exemplo de validação / aplicação do procedimento

A fim de explorar, ilustrar e validar os conceitos e procedimentos discutidos, propõe-se sua aplicação a alguns casos simples de modelagem hierárquica de um problema físico de túneis.

5.3.1. Problema físico

No problema físico proposto objetiva-se avaliar os esforços solicitantes do revestimento primário de um túnel a ser escavado através de uma argila terciária dura. A seção transversal do túnel corresponde a um anel de 4 raios, simétrico em relação ao eixo vertical central. A cobertura do túnel é de 30m e um material muito rígido / duro, assumido como totalmente rígido é identificado 10m abaixo do AID do túnel.

O nível d'água é assumido como totalmente rebaixado nas regiões relevantes à estrutura.

A Figura 15 ilustra o problema físico proposto.

Figura 15 – Vista esquemática do problema físico no exemplo de validação.

Fonte: produção própria.

O suporte primário corresponde a revestimento em concreto projetado com 25cm de espessura total. Para as idades modeladas, a rigidez do concreto projetado é estimada em 10GPa.

5.3.2. Modelagem da Hierarquia H1

Para a modelagem e solução dos exemplos em modelos da hierarquia H1 o Método dos Elementos Finitos foi aplicado, utilizando o software Midas GTS NX³¹. O problema físico foi simplificado a um modelo bidimensional com hipótese de estado plano de deformações. Também se lançou mão da simetria ao longo do eixo vertical central do túnel, modelando apenas uma das partes simétricas.

O maciço de solo foi modelado com elementos planos triangulares de 3 nós, com comportamento homogêneo, isotrópico, linear-elástico perfeitamente plástico, segundo critério de plastificação de Mohr-Coulomb. Reconhece-se que tais hipóteses correspondem a uma grande simplificação do real comportamento de geomateriais, ainda que sejam comumente aplicadas na prática de projeto. Não obstante, para os objetivos do presente estudo, as hipóteses são julgadas razoáveis, reconhecendo que modelos que representassem comportamento constitutivo mais sofisticado poderiam levar a resultados diferentes.

A Tabela 1 apresenta os parâmetros considerados para o maciço.

Tabela 1 – Parâmetros estimados para o maciço.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Peso específico	γ	20kN/m ³
Ângulo de atrito	φ'	22°
Coesão	c'	75kPa
Módulo de elasticidade	E	100MPa
Coeficiente de Poisson	ν	0,3
Coeficiente de empuxo em repouso	K_0	0,8

Fonte: produção própria.

O revestimento foi modelado por elementos de viga de Bernoulli-Euler de 2 nós. Isso é, potenciais efeitos de tensões atuantes no revestimento fora do plano modelado

³¹ Software disponível no mercado para definição, solução e apresentação de resultados de modelos resolvidos pelo MEF para aplicações de geotecnia.

são desprezados. O comportamento constitutivo foi suposto como homogêneo, isotrópico e linear-elástico, isso é, assume-se que o revestimento primário é dimensionado de forma que não ocorram plastificações relevantes ao seu comportamento.

A Tabela 2 apresenta os parâmetros adotados para a modelagem do revestimento primário, de espessura 0,25m.

Tabela 2 – Parâmetros estimados para o revestimento.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Peso específico	γ	25kN/m ³
Módulo de elasticidade	E	10GPa
Coefficiente de Poisson	ν	0,25

Fonte: produção própria.

Elementos de interface não foram considerados, assumindo solidarização completa entre solo e estrutura.

5.3.3. Modelagem da Hierarquia H2

A modelagem e solução dos modelos de hierarquia H2 também aplicou o Método dos Elementos Finitos com o software Midas GTS NX.

O revestimento foi modelado com elementos e malha análogos aos aplicados para modelagem da hierarquia H1. Assim, existe correspondência nó a nó na representação do revestimento na malha de elementos finitos entre os modelos de hierarquia H1 e de hierarquia H2.

Os vínculos / “molas” que representam a reação do terreno na interação solo-estrutura na direção normal ao perímetro do revestimento foram modeladas discretamente, nó a nó, com comportamento linear elástico na compressão e reação nula na tração. A rigidez dos vínculos foi estimada segundo a proposição de Martinek e Winter (1987) para o módulo de reação do terreno k_r para túneis com cobertura maior ou igual a 3 vezes seu diâmetro³², conforme a equação (123)³³.

³² Correspondente ao caso do problema físico modelado, considerado o diâmetro equivalente do túnel segundo sua área.

³³ Segundo detalhado no item 2.3.2 desse trabalho.

Para o valor do raio R na referida equação, reconhece-se que as equações foram originalmente propostas para túneis com geometria circular, fazendo uso adaptado no túnel ora modelado. Dessa forma, para cada arco da seção transversal, a rigidez foi ajustada, reconhecendo as limitações dessa simplificação.

Os vínculos de reação na interação solo-estrutura em direção tangencial ao perímetro do revestimento também foram discretamente modelados, com comportamento linear-elástico. Seus coeficientes de reação foram considerados no valor da terça parte do coeficiente de reação do respectivo vínculo normal análogo, conforme a equação (126) segundo apresentado por Plizzari e Tiberti (2006)³⁴.

Reconhece-se que muitas vezes tal relação é aplicada a vínculos com comportamento constitutivo mais complexo ou a túneis tipo TBM, com geometria circular. Não obstante, dado o escopo do presente estudo, sua aplicação foi considerada pertinente para a estimativa da rigidez dos vínculos em direção tangencial ao perímetro do revestimento.

Os vínculos normais e tangenciais foram aplicados ao longo de todo o perímetro do revestimento.

Os carregamentos impostos da interação solo-estrutura foram postulados de acordo com o caso de análise, segundo detalhado a seguir.

5.3.4. Caso A – construção em estágio único

Para essa avaliação simplificada o problema físico foi modelado sem a consideração de estágios da construção. Isso é, para o modelo de hierarquia H1 apenas dois estágios de cálculo são modelados, a saber:

- a) inicialização do campo de tensões *in situ* segundo o coeficiente de empuxo em repouso K_0 ;
- b) escavação e instalação do revestimento na geometria com AID, com alívio de tensões total e simultâneo.

Segundo tais hipóteses, a Figura 16 apresenta os resultados do modelo de hierarquia H1 para deslocamentos horizontais e verticais, tensões horizontais e verticais, e pontos de plastificação. Nota-se que principalmente por não haver alívio de tensões da escavação sem revestimento instalado, não ocorrem plastificações.

³⁴ Segundo detalhado no item 2.3.2 desse trabalho.

Figura 16 – Resultados do modelo de hierarquia H1 para Caso A do exemplo de validação. (a) Deslocamentos horizontais. (b) Deslocamentos verticais. (c) Tensões horizontais. (d) Tensões verticais. (e) Pontos de plastificação.

Fonte: produção própria.

Seguindo o procedimento prático detalhado no item 5.2 desse trabalho, e com uso do dito modelo auxiliar de hierarquia H2*, foi extraída a componente f_n^s devida ao carregamento nodal imposto devido ao solo que confere compatibilização “ideal” entre o resultado obtido para os modelos de hierarquia H1 e H2.

O procedimento foi efetuado para caso com vínculos normais e caso com vínculos normais e tangenciais. Objetivou-se com isso validar e ilustrar que o procedimento proposto leva a calibração “ideal” independentemente das hipóteses de vínculo adotadas. Também se objetivou avaliar a sensibilidade dos resultados das forças nodais de compatibilização “ideal” à variação das hipóteses de vínculo.

A Figura 17 apresenta os resultados nodais para as componentes horizontal $[f_n^s]_x$ e vertical $[f_n^s]_y$ das forças nodais de compatibilização “ideal” devido à ação do maciço obtidas para os casos com vínculos em direção apenas normal e com vínculos em direção normal e tangencial.

Figura 17 – Exemplo de validação Caso A - Componentes do maciço das forças nodais de compatibilização “ideal” $[f_n^s]_x$ e $[f_n^s]_y$. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Destarte nota-se uma variação apenas marginal ocasionada pela inclusão dos vínculos tangenciais, ilustrando que sua influência no carregamento imposto de calibração “ideal” é pequena no caso em tela. De fato, nota-se que para a calibração “ideal” obtida, a componente da reação de vínculo f_n^l é relativamente baixa em relação à de carga imposta, f_n^s .

Referente aos padrões obtidos para as forças nodais impostas de calibração “ideal” f_n^s , para ambas as hipóteses de vínculo consideradas, comenta-se:

- a) as forças verticais atuantes na calota orientam-se sempre no sentido da gravidade. Partem do eixo de simetria com relativa constância. A uma certa distância após a metade da extensão horizontal da parte simétrica modelada inicia-se uma leve, mas crescente tendência à redução das forças impostas, que se intensifica na proximidade da borda da calota;
- b) as forças verticais atuantes no arco invertido orientam-se, praticamente sempre em direção oposta à gravidade³⁵. Partem do eixo de simetria com uma tendência de aumento até um valor máximo, após o qual observa-se intensa redução, na proximidade da borda do arco invertido;
- c) as forças horizontais partem do topo da calota com valor aproximadamente nulo. Conforme avança-se em direção descendente, os valores tem uma tendência relativamente homogênea de aumento no sentido “interno” à escavação até um valor máximo na proximidade da transição de calota para arco invertido. A partir de então apresentam tendência à redução de valores até uma região próxima à base do arco invertido, onde observa-se carregamento em sentido “externo” à escavação³⁶.

A partir dos resultados ilustrados na Figura 17 estimou-se um carregamento distribuído simplificado de compatibilização. Foram propostos ajustes para o caso com molas apenas na direção normal ao revestimento (Norm) e nas direções normal e tangencial (Norm+Tang), ilustrados e expressos por pares ordenados na Figura 18. Na figura, h denota a altura do túnel. Segundo padrão ilustrado por Blom (2002), os carregamentos foram aplicados nas áreas projetadas do revestimento em direção perpendicular à do respectivo carregamento.

³⁵ Salvo única exceção, no último nó, de transição entre calota e arco invertido.

³⁶ Interpreta-se que isso pode ser devido à hipótese de solidarização total entre solo e estrutura (não consideração de interface).

Figura 18 – Exemplo de validação Caso A – Hierarquia H2 - Carregamentos impostos.

Fonte: produção própria.

Nota-se que os carregamentos propostos apresentam padrões semelhantes àqueles descritos para as forças nodais impostas de compatibilização “ideal” f_n^s a despeito de sua simplificação em sucessões de segmentos lineares.

Ainda assim, como os carregamentos são convertidos de forças nodais em carregamentos distribuídos na área projetada perpendicular ao carregamento, há uma tendência ao aumento relativo dos valores nas bordas dos “vãos”³⁷, onde as forças são distribuídas em áreas projetadas menores e redução relativa dos valores nos centros dos “vãos”³⁸, onde as forças são distribuídas em áreas projetadas maiores.

As figuras 19 a 22 ilustram os esforços solicitantes de força normal e momento fletor no revestimento resultantes para cada os carregamentos calibrados, ao longo do comprimento desenvolvido s da parte simétrica modelada, a partir da base do AID

³⁷ Lateral do túnel para carregamentos verticais e topo e base do túnel para carregamentos horizontais.

³⁸ Topo e base do túnel para carregamentos verticais e lateral do túnel para carregamentos horizontais.

(ver detalhe das figuras) segundo o modelo de hierarquia H1³⁹ e segundo as calibrações para os modelos de hierarquia H2⁴⁰.

Figura 19 – Exemplo de validação Caso A – Vínculos normais – Força normal.

Fonte: produção própria.

Figura 20 – Exemplo de validação Caso A – Vínculos normais – Momento fletor.

Fonte: produção própria.

³⁹ Curva preta tracejada.

⁴⁰ Curvas laranjas contínuas.

Figura 21 - Exemplo de validação Caso A – Vínculos normais e tangenciais – Força normal.

Fonte: produção própria.

Figura 22 - Exemplo de validação Caso A – Vínculos normais e tangenciais – Momento fletor.

Fonte: produção própria.

Nota-se que foram obtidos momentos fletores relativamente baixos, com o revestimento do túnel trabalhando majoritariamente à compressão.

A despeito da simplificação do carregamento imposto aos modelos de hierarquia H2, obteve-se uma boa compatibilidade entre os resultados dos modelos de hierarquia H1 e as respectivas calibrações em modelos de hierarquia H2. Assim, apesar de uma relativa simplificação dos carregamentos impostos, como os mesmos foram calibrados a partir de forças nodais exatas de compatibilização “ideal”, obtém-se resultados aderentes.

Portanto, o caso estudado ilustra o potencial da utilização do procedimento prático para cálculo das forças nodais de calibração “ideal” apresentado no item 5.2 desse trabalho para estimar carregamentos distribuídos simplificados impostos a

modelos de hierarquia H2 que levam a compatibilidade razoável de resultados com modelos de hierarquia H1.

5.3.5. Caso B – construção em estágios múltiplos

Para a modelagem de túneis tipo NATM comumente empregam-se etapas de cálculo sucessivas que refletem a sequência construtiva do túnel⁴¹. O presente exemplo busca explorar e validar a aplicabilidade do procedimento prático para cálculo das forças nodais de calibração “ideal” apresentado no item 5.2 quando é empregada modelagem de etapas construtivas.

Dessa forma, para a hierarquia H1 foram modeladas as seguintes etapas de cálculo:

- a) (E1) Inicialização das tensões segundo K_0 ;
- b) (E2) Escavação de calota e AIP, com alívio de 50% das tensões;
- c) (E3) Revestimento da calota e AIP, com alívio dos 50% restantes das tensões;
- d) (E4) Escavação e revestimento do AID, com alívio imediato.

Destaca-se que foi efetuada simplificação, modelando o avanço da escavação e revestimento do AIP simultâneo ao da calota. Considera-se essa hipótese razoável para o presente escopo, supondo que na construção modelada os avanços sejam feitos com pequeno intervalo.

A Figura 23 e a Figura 24 apresentam os resultados do modelo de hierarquia H1 para deslocamentos horizontais e verticais, tensões horizontais e verticais, e pontos de plastificação, respectivamente, para as etapas de cálculo (E3) e (E4), conforme nomenclatura de etapas indicada das alíneas acima.

⁴¹ Conforme explorado na seção 2.2 desse trabalho.

Figura 23 – Resultados do modelo de hierarquia H1 para o exemplo de validação Caso B do exemplo de validação, etapa (E3). (a) Deslocamentos horizontais. (b) Deslocamentos verticais. (c) Tensões horizontais. (d) Tensões verticais. (e) Pontos de plastificação⁴².

Fonte: produção própria.

⁴² Círculos vermelhos representam pontos em regime elastoplástico na configuração de equilíbrio da etapa em questão. Círculos azuis representam pontos em regime elástico na configuração de equilíbrio da etapa em questão, mas que passaram por regime elastoplástico em algum instante do seu histórico de tensões.

Figura 24 – Resultados do modelo de hierarquia H1 para o exemplo de validação Caso B do exemplo de validação, etapa (E4). (a) Deslocamentos horizontais. (b) Deslocamentos verticais. (c) Tensões horizontais. (d) Tensões verticais. (e) Pontos de plastificação⁴³.

Fonte: produção própria.

⁴³ Círculos vermelhos representam pontos em regime elastoplástico na configuração de equilíbrio da etapa em questão. Círculos azuis representam pontos em regime elástico na configuração de equilíbrio da etapa em questão, mas que passaram por regime elastoplástico em algum instante do seu histórico de tensões.

Novamente, seguindo o procedimento prático detalhado no item 5.2 desse trabalho, e com uso do dito modelo auxiliar de hierarquia H2*, foi extraída a componente f_n^s do carregamento nodal imposto devido ao solo que confere compatibilização “ideal” entre o resultado obtido para os modelos de hierarquia H1 e H2.

Conforme previsto no procedimento proposto, as forças nodais de compatibilização “ideal” foram calculadas para as duas etapas de cálculo nas quais elementos de revestimento estão ativados na malha de elementos finitos. Isso é, computou-se f_n^s para $n = E3$ e $n = E4$, segundo nomenclatura de etapas indicadas das alíneas acima.

O procedimento foi efetuado para caso com vínculos normais e tangenciais, de forma compatível com o que foi aplicado ao modelo de hierarquia H2 para o presente caso⁴⁴.

A Figura 25 apresenta os resultados nodais para as componentes horizontal $[f_n^s]_x$ e vertical $[f_n^s]_y$ das forças nodais de compatibilização “ideal” devido à ação do maciço obtidas para as respectivas etapas (E3) e (E4), segundo nomenclatura de etapas indicada da alíneas supracitadas. Para a etapa (E3) as forças nodais de arco invertido referem-se ao AIP e na etapa (E4) ao AID.

⁴⁴ Conforme desenvolvido adiante.

Figura 25 – Exemplo de validação Caso B - Componentes do maciço das forças nodais de compatibilização “ideal” $[f_n^s]_x$ e $[f_n^s]_y$. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Notam-se padrões de distribuição das forças nodais de compatibilização “ideal” algo mais complexas que aquelas obtidas para o Caso A, com modelagem em etapa de cálculo única.

Essa maior complexidade relaciona-se principalmente à ocorrência de variações bruscas nos valores das forças nodais na região de transição entre calota e arco invertido. Atribui-se essas ocorrências à descontinuidade também brusca de tangência no perímetro do revestimento para a etapa (E3)⁴⁵ entre calota e AIP; às etapas de construção, desativando AIP e ativando AID; bem como à ocorrência de plastificações na região (conforme ilustrado na Figura 24). Esses fenômenos se afastam das hipóteses empregadas para a estimativa do comportamento dos vínculos da hierarquia H2, originalmente postuladas para túneis circulares em meio elástico. Tal afastamento dificulta uma compatibilização mais intuitiva.

Por exemplo, foi obtida carga vertical em direção ascendente na extremidade da calota e em direção descendente na extremidade do AID, intuitivamente correspondentes a reação, e não carregamento. Na sequência construtiva real de túneis NATM, usualmente é efetuado primeiramente o revestimento da calota, com disposição de “sapatas” que oferecem reação vertical para essa configuração provisória. Naturalmente, entende-se que um módulo de reação estimado para tais “sapatas” seria distinto daquele estimado para o contorno de um túnel. Nos modelos propostos, entretanto, a etapa com calota revestida e arco invertido não revestido, bem como as referidas “sapatas” não são modeladas.

Não obstante, a menos das oscilações na transição de calota para arco invertido supracitadas, os padrões observados para a etapa (E4)⁴⁶ se assemelham em aspecto geral àqueles obtidos no Caso A, para o qual não foram consideradas etapas construtivas⁴⁷.

A despeito dessa semelhança na distribuição geral das forças nodais, a magnitude resultou em geral menor para a etapa (E4) do Caso B em relação à etapa única do Caso A. Atribui-se essa distinção principalmente à existência de alívio de tensão intermediário não revestido na etapa (E2) do Caso B, de forma que uma parcela maior das solicitações seja distribuída ao maciço. No Caso A o alívio de

⁴⁵ Escavação e revestimento da seção com AIP, com alívio total das tensões após um alívio parcial não revestido.

⁴⁶ Escavação e revestimento da seção final, com alívio total das tensões.

⁴⁷ Conforme detalhado no item 5.3.4 desse trabalho.

tensões ocorre integralmente com o revestimento instalado, de forma que uma parcela menor das tensões seja distribuída ao maciço.

Consistentemente com o comentário do alívio de tensões, nota-se carregamento calibrado praticamente nulo em parte do AIP na etapa (E3)⁴⁸. Passando da etapa (E3) para (E4), observa-se um incremento do carregamento na maior parte do revestimento, devido ao incremento da seção escavada.

Analogamente a o que foi efetuado no Caso A, ajustou-se um carregamento distribuído simplificado segundo as componentes f_n^s das forças nodais de compatibilização “ideal” obtidas com auxílio de modelo de hierarquia H2*, representadas na Figura 25. A Figura 26 ilustra tais carregamentos ajustados para as etapas (E3) e (E4).

Figura 26 – Exemplo de validação Caso B – Hierarquia H2 - Carregamentos impostos.

Fonte: produção própria.

Os comentários apresentados no item 5.3.4 para os carregamentos ajustados no Caso A aplicam-se de forma análoga aos carregamentos ajustados para o Caso B.

⁴⁸ Escavação e revestimento da seção com AIP, com alívio total das tensões após um alívio parcial não revestido.

Isso é, seguem padrão semelhante aos carregamentos nodais “idealmente” calibrados, a menos de simplificações e de variações relativas devidas à distribuição de forças em comprimentos projetados variáveis ao longo do perímetro do túnel.

Assim como observado para as forças nodais, a magnitude dos carregamentos simplificados ajustados para a etapa (E4) do Caso B é substancialmente menor que os ajustados para a etapa única do Caso A. Isso é atribuído ao alívio de tensões parcial não revestido modelado na etapa (E2), causando maior distribuição de solicitações para o maciço.

É importante colocar que, apesar de uma complexidade algo maior nos padrões das componentes f_n^s das forças nodais de compatibilização “ideal”, buscou-se manter grau de complexidade semelhante nos carregamentos distribuídos simplificados ajustados para o Caso B em relação ao Caso A. Nesse sentido, as oscilações na região de transição entre calota e arco invertido foram desprezadas para o ajuste do carregamento simplificado da etapa (E4), permitindo um padrão de carregamento de complexidade análoga ao ajuste para o Caso A.

Os carregamentos ajustados indicados na Figura 26 foram aplicados a um modelo de hierarquia H2 com vínculos normais e tangenciais, em linha com o critério para ajuste do carregamento.

Os resultados desse modelo de hierarquia H2 para os esforços solicitantes de força normal e momento fletor para as etapas de cálculo (E3) e (E4) são apresentados nas figuras 27 a 30 em curvas de traço vermelho. Para efeito de comparação, os resultados análogos obtidos para o modelo de hierarquia H1 são apresentados nos respectivos gráficos em curvas de traço preto. Os resultados são plotados ao longo do comprimento desenvolvido da parte simétrica s a partir da base do arco invertido segundo geometria do revestimento na respectiva etapa de cálculo⁴⁹.

⁴⁹ Geometria com AIP na etapa (E3) e geometria com AID na etapa (E4).

Figura 27 – Exemplo de validação Caso B – Etapa (E3) – Força normal.

Fonte: produção própria.

Figura 28 - Exemplo de validação Caso B – Etapa (E3) – Momento fletor.

Fonte: produção própria.

Figura 29 - Exemplo de validação Caso B – Etapa (E4) – Força normal.

Fonte: produção própria.

Figura 30 - Caso B – Etapa (E4) – Momento fletor.

Fonte: produção própria.

Das figuras nota-se que as forças normais atuantes no revestimento são em geral consideravelmente menores que aquelas obtidas para o Caso A. Assim como observado para forças nodais e carregamentos simplificados ajustados, atribui-se ao alívio de tensões parcial não revestido modelado na etapa (E2), causando maior distribuição de solicitações para o maciço.

Ainda assim, é importante notar que valores de momento fletor mais altos resultaram na etapa (E3), mormente para a região de transição entre calota e arco invertido. Interpreta-se esse comportamento como decorrente da geometria intermediária com AIP, com quebra brusca de tangência do perímetro do túnel.

Por fim, a despeito da maior complexidade no padrão de forças nodais de compatibilização “ideal” apresentadas na Figura 25, foi possível obter uma compatibilidade razoável nos esforços solicitantes entre as hierarquias, em especial da força normal, mesmo mantendo padrão de carregamento relativamente simples imposto na hierarquia H2. Ainda assim, entende-se que, conforme a sofisticação do modelo de Hierarquia H1 aumenta, e os fenômenos representados se afastam das hipóteses básicas do modelo de hierarquia H2, a compatibilização pode ser dificultada.

6 ANÁLISE COMPARATIVA DO DESEMPENHO DE CARREGAMENTOS ESTIMADOS PARA MODELO DE ANEL SOBRE APOIOS

A bibliografia técnica apresenta uma série de alternativas para a estimativa dos carregamentos impostos e vínculos impostos a modelos de hierarquia H1⁵⁰, os quais muitas vezes não levam a resultados compatíveis com os de modelos de hierarquia H1 análogos⁵¹.

O presente item propõe um estudo comparativo da compatibilidade resultante entre algumas alternativas para a estimativa de comportamento de vínculos e carregamento impostos a modelos de hierarquia H2, face aos resultados de um modelo de hierarquia H1 correspondente. São estudados alguns carregamentos típicos da bibliografia e da prática de projeto, bem como carregamentos estimados a partir dos carregamentos de compatibilização “ideal”⁵².

6.1. Problema físico, modelagem da hierarquia H1, modelagem da hierarquia H2, e caso de análise

Para o presente exercício, considerou-se o mesmo problema físico e as mesmas hipóteses de modelagem para a hierarquia H1 empregados no exemplo de validação do procedimento de obtenção dos carregamentos de compatibilização “ideal”, apresentado no item 5.3 desse trabalho. Para detalhes acerca do problema físico, ver o item 5.3.1, e para detalhes acerca das hipóteses de modelagem da hierarquia H1, ver item 5.3.2.

A modelagem foi efetuada segundo as hipóteses do Caso A do exemplo de validação, isso é, com construção em estágio único. Para detalhes, consultar o item 5.3.4 desse trabalho.

A modelagem na hierarquia H2 foi efetuada da mesma forma que no exemplo de validação do procedimento para obtenção dos carregamentos de compatibilização “ideal”, com a exceção dos carregamentos impostos. Para detalhes acerca das hipóteses de modelagem da hierarquia H2, ver item 5.3.3. No presente exercício uma série de alternativas para a imposição do carregamento foram avaliadas.

⁵⁰ Conforme detalhado no item 2.3 desse trabalho.

⁵¹ Conforme discutido no item 2.4 desse trabalho.

⁵² Obtidos com o procedimento descrito no item 5 desse trabalho.

6.2. Carregamentos impostos à hierarquia H2 avaliados

A fim de avaliar a sua compatibilidade comparativa quanto a resultados de esforços solicitantes no revestimento, alguns tipos de carregamentos impostos foram avaliados. Dentre tais carregamentos, 3 são provenientes da bibliografia e da prática usual de projeto⁵³. Outros 2 carregamentos são estabelecidos a partir de calibração e simplificação do carregamento de compatibilização “ideal” obtido segundo o procedimento estipulado no item 5 desse trabalho.

Novamente, segundo padrão ilustrado por Blom (2002), os carregamentos foram distribuídos e aplicados nas áreas projetadas do revestimento em direção perpendicular à do respectivo carregamento.

Os carregamentos considerados da bibliografia e prática usual de projeto são:

a) (C1) carregamento geostático:

- as tensões verticais *in situ* prévias à escavação no topo da calota são aplicadas como carregamento à área projetada da calota;
- as tensões horizontais *in situ* prévias à escavação são aplicadas na projeção da lateral do túnel, variando com a profundidade;
- à projeção do arco invertido, é aplicado carregamento vertical ascendente na mesma magnitude que aquele aplicado à calota, considerando de maneira simplificada a remoção de massa da escavação.

b) (C2) carregamento geostático sem carregamento vertical no arco invertido:

- carregamento análogo ao carregamento (C1) anteriormente descrito, mas sem a componente vertical aplicada ao arco invertido;
- nesse caso, qualquer carga vertical no arco invertido será devido a reações de vínculo.

c) (C3) carregamento considerando redução das tensões por efeito de “arqueamento”:

- o carregamento é estimado segundo apresentado por Mashimo e Ishimura (2003), a partir das equações (107), (108) e (109), conforme detalhado no item 2.3.1desse trabalho;

⁵³ Conforme apresentado no item 2.3.1 desse trabalho.

- o carregamento é semelhante ao carregamento (C1), mas há uma redução das tensões, segundo formulação proposta por Terzaghi.

Duas possibilidades de carregamento foram propostas segundo calibrações efetuadas a partir do carregamento de compatibilização “ideal”, obtido a partir do procedimento descrito na seção 5 desse trabalho. O dito carregamento de calibração “ideal” foi obtido anteriormente no Caso A do exemplo de validação do procedimento, no item 5.3.4. Esse processo foi efetuado tanto considerando vínculos normais quanto normais e tangencias no modelo de hierarquia H2 a ser compatibilizado. Os resultados foram apresentados na Figura 17.

Esses carregamentos considerados a partir de calibrações do carregamento de compatibilização “ideal” são:

a) (C4) carregamento ajustado simplificado:

- carregamento calibrado a partir de conversão em força distribuída na área projetada perpendicular à sua direção e simplificação partindo das forças nodais do carregamento de compatibilização “ideal”;
- ainda que tenha sido efetuada simplificação, não se impôs qualquer restrição específica ao grau de simplificação / complexidade do carregamento;
- o carregamento foi ajustado tanto para o caso com vínculos normais quando para o caso com vínculos normais e tangenciais aplicados ao modelo de hierarquia H2;
- é o carregamento calibrado no Caso A do exemplo de validação, conforme apresentado na Figura 18 do item 5.3.4 desse trabalho.

b) (C5) carregamento ajustado simplificado bilinear:

- carregamento calibrado a partir de conversão em força distribuída na área projetada perpendicular à sua direção e simplificação partindo das forças nodais do carregamento de compatibilização “ideal”;
- foi imposta restrição do grau de complexidade do carregamento, limitada a definição bilinear de cada componente de carregamento;
- o carregamento foi ajustado apenas para o caso com vínculos normais e tangenciais aplicados ao modelo de hierarquia H2.

A Figura 31 ilustra os carregamentos propostos⁵⁴. Para o carregamento (C4), ajustes foram efetuados para os casos com vínculos apenas na direção normal (C4 Norm) e vínculos na direção normal e tangencial (C4 Norm + Tang)⁵⁵. Os carregamentos (C4) e (C5) são expressos por pares ordenados que indicam “coordenadas” do diagrama com o carregamento.

⁵⁴ Na figura, h denota a altura do túnel.

⁵⁵ Conforme anteriormente colocado, o carregamento (C5) foi ajustado apenas para caso com vínculos normais e tangenciais.

Figura 31 – Carregamentos impostos aos modelos de hierarquia H2 no estudo comparativo.

Fonte: produção própria.

6.3. Resultados da avaliação comparativa⁵⁶

As figuras 32, 33, 34 e 35 apresentam os resultados obtidos para força normal e momento fletor atuantes no revestimento ao longo do comprimento desenvolvido s da parte simétrica modelada, partindo da base do arco invertido (ver detalhe das respectivas figuras). São apresentados resultados para os carregamentos propostos na hierarquia H2⁵⁷, bem como os resultados obtidos para hierarquia H1⁵⁸, como métrica de comparação da compatibilidade. O carregamento C5 foi ajustado apenas para o caso com vínculos normais e tangenciais na hierarquia H2, só figurando, pois, nas figuras 34 e 35.

Figura 32 – Comparativo de resultados de força normal considerando carregamentos impostos diversos e apenas vínculos normais nos modelos de hierarquia H2.

Fonte: produção própria.

⁵⁶ O modelo de hierarquia H1 é igual ao do Caso A do exemplo de validação. Logo, os respectivos resultados da hierarquia H1 são apresentados no item 5.3.4 desse trabalho.

⁵⁷ Em traços contínuos coloridos.

⁵⁸ Em traço tracejado preto.

Figura 33 – Comparativo de resultados de momento fletor considerando carregamentos impostos diversos e apenas vínculos normais nos modelos de hierarquia H2.

Fonte: produção própria.

Figura 34 – Comparativo de resultados de força normal considerando carregamentos impostos diversos e vínculos normais e tangenciais nos modelos de hierarquia H2.

Fonte: produção própria.

Figura 35 – Comparativo de resultados de momento fletor considerando carregamentos impostos diversos e vínculos normais e tangenciais nos modelos de hierarquia H2.

Fonte: produção própria.

Para melhor visualização e comparação, as figuras 36 e 37 apresentam complementarmente os resultados apenas para os carregamentos C4 e C5 e os resultados do modelo de hierarquia H1 em maior escala.

Figura 36 – Comparativo de resultados de força normal considerando carregamentos impostos calibrados pelo carregamento de compatibilização “ideal” e vínculos normais e tangenciais nos modelos de hierarquia H2.

Fonte: produção própria.

Figura 37 – Comparativo de resultados de momento fletor considerando carregamentos impostos calibrados pelo carregamento de compatibilização “ideal” e vínculos normais e tangenciais nos modelos de hierarquia H2.

Fonte: produção própria.

Colocando os resultados do modelo de hierarquia H1 como referência para a comparação da compatibilidade de resultados, observa-se que:

- para o modelo de hierarquia H1 o túnel trabalha principalmente por força normal, ficando ilustrado um efeito de “arqueamento”, compatível com as propriedades do maciço;

- b) o carregamento (C1) superestimou substancialmente a magnitude dos esforços solicitantes na maior parte do revestimento, e a distribuição dos mesmos também não é compatível com a observada para a hierarquia H1;
- c) quando apenas vínculos normais foram aplicados, o carregamento (C2) superestimou significativamente os esforços solicitantes. Quando vínculos normais e tangenciais foram empregados a compatibilidade com a hierarquia H1 mostrou melhora. Ainda assim, a distribuição dos esforços solicitantes em geral não foi similar à da hierarquia H1;
- d) o carregamento (C3) subestimou a força normal, com uma melhor estimativa dos momentos fletores, com alguma superestimativa;
- e) o carregamento (C4), devido a sua calibração direta com um carregamento de compatibilização “ideal” específico do problema em questão, e a um menor grau de simplificação, mostrou resultados bastante próximos daqueles do modelo de hierarquia H1, independentemente da hipótese de vínculo;
- f) o carregamento (C5), a despeito de um grau significativo de simplificação, mostrou resultados com uma compatibilidade razoável àqueles da hierarquia H1, sobretudo para a força normal. Ainda que a compatibilidade seja menos aderente que a do carregamento (C4) observa-se que os resultados são substancialmente mais aderentes quando comparados aos carregamentos (C1), (C2) e (C3) usuais da prática e da bibliografia.

Em suma, a despeito de significativas simplificações, principalmente no caso do carregamento (C5), observa-se que a compatibilidade dos carregamentos (C4) e (C5), calibrados a partir dos carregamentos de compatibilização “ideal” com os resultados do modelo de hierarquia H1 é substancialmente maior que a dos carregamentos usuais da bibliografia / prática, (C1), (C2) e (C3).

Evidentemente, essa comparação não é simétrica, porque os carregamentos (C4) e (C5) foram formulados especificamente para o problema / túnel em questão, e a partir de resultados do modelo de referência, os quais precisam ser conhecidos de antemão, com a solução prévia do modelo de hierarquia H1. Os carregamentos (C1), (C2) e (C3), por outro lado, foram formulados de forma geral e sem qualquer conhecimento ou relação necessária a resultados do modelo de referência.

Assim, é naturalmente esperado que os carregamentos (C4) e (C5) apresentassem maior aderência. Entretanto, os mesmos poderiam ter definição

bastante diferente para outros problemas físicos / túneis e definições de modelo de referência⁵⁹, requerendo nova calibração específica, qual preconiza solução prévia do modelo de hierarquia H1.

Contrastando os carregamentos (C4) e (C5) observa-se que a crescente simplificação do carregamento calibrado levou a uma compatibilidade menor com o modelo de referência. Julga-se, entretanto, que mesmo com a significativa simplificação, o carregamento (C5) levou a uma compatibilidade razoável de resultados, especialmente se comparado com os carregamentos usuais da bibliografia / prática, principalmente quanto à força normal, onde o valor máximo foi praticamente idêntico. A respeito da compatibilidade algo menor para momentos fletores, ressalta-se que no caso de estudo os valores foram relativamente baixos em comparação à força normal.

Reconhece-se que no estudo comparativo foi avaliado apenas um único caso, e resultados diferentes poderiam ser obtidos para hipóteses diferentes aplicadas ao modelo de hierarquia H1. Ainda assim, entende-se que os resultados tem valor ao menos ilustrativo do potencial da aplicação do procedimento de obtenção do carregamento de compatibilização “ideal” para calibrar carregamentos impostos simplificados e diversos para modelos de hierarquia H2. Em específico, destaca-se que mesmo com significativa simplificação do carregamento calibrado, é possível obter resultados razoáveis do ponto de vista da compatibilidade entre hierarquias.

É crucial destacar que o estudo comparativo de compatibilidade foi feito tomando como referência um modelo de hierarquia H1, e não resultados do problema físico de fato, medidos no campo com instrumentação. Isso porque o modelo de hierarquia H1 também implica seu próprio conjunto de simplificações, idealizações e limitações, não mostrando resultados necessariamente aderentes aos que seriam eventualmente medidos quando da construção do túnel estudado. Por exemplo, as subestimativas do carregamento (C3) poderiam ser na verdade mais acuradas, caso alívios de tensão não revestidos ou modelo constitutivo mais sofisticado fosse considerado. Evidentemente, sob tais hipóteses mais sofisticadas, os carregamentos (C4) e (C5) poderiam ser recalibrados.

Ressalvas à parte, os resultados ilustram o potencial da calibração de carregamentos simplificados a partir do carregamento de compatibilização “ideal”.

⁵⁹ Conforme discutido, explorado e ilustrado no capítulo 7.

Sobretudo, fica ilustrado que, mesmo se uma significativa simplificação for imposta ao carregamento, desde que sua magnitude e distribuição geral remetam àquela do carregamento de compatibilização “ideal”, resultados razoavelmente compatíveis aos do modelo de referência podem ser obtidos.

Entretanto, para que tal potencial identificado possa vir a ter aplicação prática na estimativa de carregamentos para modelos de hierarquia H2, é necessário eliminar a necessidade de resolver de antemão o modelo de referência de hierarquia H1 para a estimativa dos carregamentos. Em outras palavras, é necessário viabilizar a estimativa dos carregamentos de compatibilização a partir das premissas do problema físico, e não de forma específica a solução particular conhecida da hierarquia H1.

O fato de, mesmo a despeito de simplificações significativas, aderência razoável poder ser obtida favorece tal objetivo, pois permite que a estimativa direta do carregamento seja baseada em definições simples de carregamento.

Assim, se for possível estabelecer padrões a respeito da magnitude e distribuição do carregamento de compatibilização “ideal”, a depender da definição do problema físico, identifica-se o potencial de investigar a estimativa de carregamentos de compatibilização razoáveis, mesmo sem que se conheça de antemão os resultados do modelo de hierarquia H1 análogo, como preconizaria o cálculo do carregamento de compatibilização “ideal”. A investigação de tais padrões motivou a análise paramétrica efetuada no item 7 desse trabalho.

7 ANÁLISE PARAMÉTRICA DOS CARREGAMENTOS DE COMPATIBILIZAÇÃO “IDEAL”

A fim de avaliar a compatibilização entre modelos de hierarquia H1 e hierarquia H2 foi realizado um estudo paramétrico da compatibilização dos modelos. A análise paramétrica ora proposta avalia os efeitos da variação de hipóteses e parâmetros dos modelos de hierarquia H1 de referência no carregamento de compatibilização “ideal” que leva a soluções compatíveis em modelos análogos de hierarquia H2.

Como observado no item 6.3, desde que a magnitude e distribuição geral do carregamento imposto a um modelo de hierarquia H2 remetam àqueles do carregamento de compatibilização “ideal”, resultados razoáveis de compatibilização potencialmente são obtidos, a despeito de simplificação considerável do carregamento.

Logo, se for possível avaliar padrões de magnitude e distribuição dos carregamentos de compatibilização “ideal” a partir dos parâmetros e hipóteses antevê-se a possibilidade de estimar carregamentos simplificados de compatibilização a partir da definição do problema físico⁶⁰, sem que seja necessário conhecer de antemão os resultados do modelo de hierarquia H1 de referência, como preconizaria o cálculo do carregamento de compatibilização “ideal”.

Motivada por essas observações, a presente análise paramétrica tem como objetivo investigar esses possíveis padrões de magnitude e distribuição supracitados, para carregamentos de compatibilização “ideal” obtidos segundo diversas hipóteses para modelos de hierarquia H1.

O escopo da análise reflete de forma mais aderente a escavação de túneis NATM para o suporte primário. Ainda assim, parte significativa das avaliações conceituais pode ser tomada em aspecto mais amplo, para a modelagem de túneis em geral.

⁶⁰ Ou hipóteses do modelo de hierarquia H1 de referência.

7.1. Premissas básicas e ressalvas

A referida análise paramétrica tem como referencial a solução de uma coleção de modelos simplificados de hierarquia H1, segundo diversas hipóteses e parâmetros de entrada. Portanto, é essencial destacar que a compatibilização “ideal” preconizada no estudo não se refere necessariamente e diretamente ao problema físico, mas sim a resultados de modelos simplificados.

Isso é, o estudo não busca fazer juízo a respeito da representatividade dos modelos de hierarquia H1 junto a problemas físicos⁶¹, especialmente na forma simplificada empregada para o estudo. Busca-se, pois, apenas avaliar comportamentos físicos e características na interface entre os modelos de hierarquia H1 e hierarquia H2, materializada pela modelagem distinta do maciço.

Em suma, esclarece-se que o estudo não ambiciona avaliar a compatibilidade entre resultados de modelos com o problema físico⁶², mas sim a compatibilidade entre os resultados das hierarquias de modelos. Busca-se investigar, portanto, a possibilidade e a forma pela qual seria possível obter resultados com características e qualidade compatível entre modelos de hierarquia H1 e hierarquia H2.

Naturalmente, devido às próprias idealizações dos modelos de hierarquia H1, por vezes são obtidos resultados menos aderentes à realidade⁶³. Não obstante, as hipóteses empregadas não se afastam largamente da prática usual ou rotineira de projeto e análise de túneis, de forma que tais incompatibilidades façam parte da rotina e desafios da prática de engenharia.

De forma análoga, é importante salientar que, devido à abrangência e combinação de hipóteses da análise paramétrica, os modelos explorados incluem algumas simulações que refletem túneis cuja análise indica desempenho e segurança inadequados. No caso do projeto de tais túneis, seu dimensionamento seria ajustado de forma adequada. Ainda assim, considera-se que tais simulações são pertinentes conceitualmente ao presente estudo, e enriquecem o espectro de hipóteses avaliado.

⁶¹ Tema explorado no item 2.1.3 desse trabalho.

⁶² O que requereria um estudo de natureza bastante distinta.

⁶³ Por exemplo, levantamento exagerado do arco invertido devido a comportamento linear-elástico do maciço.

7.2. Descrição geral do estudo

O exercício realizado consiste na avaliação dos efeitos de uma série de hipóteses e parâmetros atribuídos a modelos de hierarquia H1 nas entradas a modelos análogo de hierarquia H2 que levam a compatibilização de seus resultados. As combinações de hipóteses e parâmetros de entrada dos modelos de hierarquia H1 são denominadas simplesmente como ‘cenários’.

Assim, para cada combinação de hipóteses de entrada no modelo de hierarquia H1 foi seguida a seguinte sequência:

- a) solução do modelo de hierarquia H1 pelo Método dos Elementos Finitos segundo a combinação de hipóteses postulada;
- b) obtenção das componentes das forças nodais devidas ao maciço f_n^s que levam à compatibilização “ideal” em modelo de hierarquia H2 análogo, para hipóteses de vínculo da reação do maciço a ele fixadas⁶⁴;
- c) cálculo de carregamentos distribuídos normalizados e não normalizados de compatibilização pela distribuição das componentes das forças nodais f_n^s nas áreas projetadas do revestimento perpendiculares à direção do carregamento.

A conversão de forças nodais em carregamentos distribuídos foi efetuada de forma a compatibilizar a forma dos carregamentos com sua manifestação usual na bibliografia e na prática de projeto, além de tornar sua interpretação física mais intuitiva.

Para facilitar a comparação de resultados segundo diversas hipóteses de cobertura e estados de tensão *in situ* iniciais, os carregamentos distribuídos foram normalizados segundo as tensões *in situ* no maciço prévias à escavação, conforme detalhado no item 7.6 desse trabalho.

É digno de nota⁶⁵ que, a sequência de atividades postulada preconiza o cálculo de carregamentos “idealmente” calibrados para uma dada hipótese de vínculos fixada a hierarquia H2. Assim, no presente estudo, as reações de vínculo foram adotadas e fixadas de forma independente, segundo referências bibliográficas tradicionais. O carregamento imposto assume, portanto, maior protagonismo no estudo proposto,

⁶⁴ Segundo procedimento prático descrito no item 5 desse trabalho.

⁶⁵ Conforme discutido no item 5 desse trabalho.

mesmo reconhecendo haverem limitações nas hipóteses de vínculo usualmente preconizadas na bibliografia.

7.3. Hipóteses básicas de modelagem

O presente item descreve as hipóteses de modelagem comuns aos diversos casos paramétricos estudados. Diversas hipóteses de ordem geral assemelham-se àquelas postuladas para o estudo apresentado na seção 5.3 desse trabalho.

7.3.1. Modelagem da Hierarquia H1

Para a modelagem e solução dos casos paramétricos em modelos da hierarquia H1 o método dos elementos finitos foi aplicado, utilizando o software Midas GTS NX. Foram empregados modelos bidimensionais com hipótese de estado plano de deformações. Novamente, empregou-se a simetria ao longo do eixo vertical central do túnel para simular apenas uma das partes simétricas.

O maciço de solo foi modelado com elementos planos triangulares de 3 nós, segundo diferentes materiais para cada caso paramétrico.

Novamente, o revestimento foi modelado por elementos de viga de Bernoulli-Euler de 2 nós. Isso é, potenciais efeitos de tensões atuantes no revestimento fora do plano modelado são desprezados. O comportamento constitutivo foi suposto como homogêneo, isotrópico e linear-elástico. Entende-se que alguns dos modelos resultaram deslocamentos e esforços solicitantes que levariam a plastificações no revestimento. Não obstante, para manter a homogeneidade de hipóteses nas análises paramétricas e manter o grau de complexidade almejado para o presente estudo, a hipótese de elasticidade foi mantida mesmo nesses casos.

Elementos de interface não foram considerados, assumindo solidarização completa entre solo e estrutura.

7.3.2. Modelagem da Hierarquia H2

Conforme preconizado pelo procedimento prático descrito na seção 5.2 do presente trabalho, o cálculo do carregamento de compatibilização “ideal”⁶⁶ não envolve modelo de hierarquia H2, mas sim um modelo auxiliar de hierarquia H2*. Dessa forma, o presente exercício não empregou diretamente modelos de hierarquia H2, mas sim modelos de hierarquia H2*. Não obstante, o modelo de hierarquia H2* é definido com hipóteses análogas ao modelo de hierarquia H2 que se deseja compatibilizar, então, de forma geral, a postulação de hipóteses é simultânea.

A modelagem e solução dos modelos de hierarquia H2* para compatibilização dos modelos de hierarquia H2 aplicou o método dos elementos finitos com o software Midas GTS NX.

Novamente, o revestimento foi modelado com elementos e malha análogos aos aplicados para modelagem da hierarquia H1. Nota-se existir correspondência nó a nó na malha de elementos finitos do revestimento entre os modelos de hierarquia H1 e de hierarquias H2* e H2.

De forma análoga ao apresentado no estudo da seção 5.3 desse trabalho, os vínculos / “molas” de reação do terreno na direção normal ao perímetro do revestimento foram modeladas discretamente, nó a nó, com comportamento linear elástico na compressão e reação nula na tensão. Novamente, a rigidez dos vínculos foi estimada segundo a proposição de Martinek e Winter (1987) para o módulo de reação do terreno k_r para túneis com cobertura maior ou igual a 3 vezes seu diâmetro, conforme a equação (123)^{67, 68}. No caso da análise paramétrica ora apresentada, alguns dos cenários não aderem a esse universo, com modelagem de túneis com cobertura de apenas 1 diâmetro equivalente. Não obstante, para manter a uniformidade de hipóteses da análise paramétrica, foi adotada a mesma hipótese de vínculos. Foi considerada reação nula à tração para os vínculos normais.

Mais uma vez, os vínculos de reação em direção tangencial ao perímetro do revestimento foram discretamente modelados, com comportamento linear-elástico e

⁶⁶ Entre modelos análogos de hierarquia H1 e H2.

⁶⁷ Segundo detalhado no item 2.3.2 desse trabalho.

⁶⁸ Assim como detalhado na seção 5.3 desse trabalho, para o valor do raio R na referida equação, para cada arco da seção transversal, a rigidez foi devidamente ajustada.

coeficiente de reação valendo um terço do coeficiente para vínculo normal análogo, segundo a equação (126).

Os vínculos normais e tangenciais foram aplicados ao longo de todo o perímetro do revestimento.

7.4. Estrutura básica dos cenários avaliados

A variação de hipóteses e parâmetros dos cenários estudados foi efetuada sobre uma estrutura básica comum entre os modelos. Tal estrutura, que se mantém constante ao longo dos cenários avaliados, é descrita nessa seção.

A Figura 38 ilustra de forma genérica a estrutura básica dos modelos de hierarquia H1 analisados.

Figura 38 – Estrutura básica dos modelos de hierarquia H1 avaliados na análise paramétrica.

Fonte: produção própria.

A respeito da referida estrutura básica são detalhados a seguir aspectos relacionados à malha de elementos finitos e geometria, etapas de cálculo da simulação, e suporte do túnel.

7.4.1. Malha de elementos finitos e geometria

Conforme anteriormente discutido no item 7.3.1, os modelos de hierarquia H1, aos quais referenciam-se os cenários de análise, foram modelados segundo hipótese de estado plano de deformações e simetria ao longo do eixo vertical central do túnel.

Isso é, empregou-se malha de elementos finitos retangular, com hipótese de terreno horizontalizado e estratigrafia homogênea ao longo do maciço. Reconhece-se a simplicidade de tais hipóteses, mas entende-se que a mesma contribui para a identificação de comportamentos físicos fundamentais, sendo pertinente ao presente estudo.

Na referida malha retangular, consideraram-se apoios fixos na direção horizontal no limite do extremo horizontal da direita, como usual na modelagem de problemas de geotécnica, supondo que tal limite seja postulado a uma distância onde perturbações devidas ao problema físico modelado sejam desprezíveis. No limite inferior do modelo foram aplicados apoios fixos nas direções horizontal e vertical, considerando-se existir nessa posição um extrato modelado como indeformável.

O limite extremo horizontal da esquerda corresponde ao eixo de simetria do problema, sendo considerados os vínculos pertinentes a tal lugar geométrico. Isso é, aplicam-se apoios fixos na horizontal para o maciço e engastes fixos na horizontal e móveis na vertical para o revestimento.

Como se observa na Figura 38, a extensão horizontal dos modelos foi considerada como 150m para todos os cenários avaliados, correspondente a uma distância suficiente para que os efeitos da escavação e revestimento do túnel sejam praticamente desprezíveis no limite externo do modelo. Como descrito anteriormente, tal hipótese torna adequada a condição de contorno estipulada para os deslocamentos no limite direito da malha de elementos finitos.

Foi imposto refinamento da malha de elementos finitos tal que os elementos na proximidade do revestimento tivessem arestas da ordem de 0,2m. Os maiores elementos, na proximidade dos limites externos do modelo possuem dimensão próxima de 1,0m.

Por outro lado, a cobertura H e a distância da base do arco invertido ao limite inferior do modelo B não são fixadas, correspondendo a parâmetros a serem variados e avaliados na análise paramétrica proposta. Também a geometria do túnel é variável, respeitando-se, entretanto, sempre um mesmo diâmetro equivalente para todas as geometrias⁶⁹.

Sendo aspectos geométricos parte da análise paramétrica, diversas malhas de elementos finitos foram aplicadas, a depender da geometria do respectivo cenário, mantendo compatibilidade de refinamento. As diversas malhas de elementos finitos empregadas são apresentadas na Figura 39. Malhas modulares foram empregadas para a variação da cobertura e distância da base do arco invertido à base do modelo para uma mesma geometria de escavação. As combinações de hipóteses avaliadas a qual referem-se e nomenclatura das geometrias são detalhadas na seção 7.5.1.

⁶⁹ Isso é, a área escavada de todas as geometrias é a mesma.

Figura 39 – Malhas de elementos finitos empregadas na análise paramétrica⁷⁰. (a), (d) e (g) Vista geral da malha de elementos finitos dos modelos de hierarquia H1 com geometria G1, G2 e G3, respectivamente; (b), (e) e (h) Vista da região da escavação da malha de elementos finitos dos modelos de hierarquia H1 com geometria G1, G2 e G3, respectivamente; (c), (f) e (i) Vista geral da malha de elementos finitos dos modelos de hierarquia H2 com geometria G1, G2 e G3, respectivamente.

Fonte: produção própria.

Por fim, nenhum tipo de carregamento foi imposto no contorno do modelo, e o nível d'água foi suposto sempre abaixo das elevações pertinentes à análise. O único

⁷⁰ Na figura são apresentadas as geometrias de vista geral da hierarquia H1 com polígonos ativados para máxima cobertura e distância da base do arco invertido à base do modelo. A desativação selecionada de polígonos na malha de elementos finitos foi utilizada para variação de dimensões.

carregamento imposto foram as forças de volume correspondentes ao peso próprio do maciço e do suporte do túnel.

7.4.2. Etapas de cálculo da simulação

Os cenários foram avaliados segundo uma sequência comum de etapas sucessivas de cálculo de equilíbrio elastoplástico⁷¹. A sequência de etapas corresponde a:

- (E1) inicialização do campo de tensões *in situ* prévio à escavação, segundo o coeficiente de empuxo estático K_0 do maciço;
- (E2) escavação da seção geométrica completa do túnel, com alívio parcial de uma fração $\omega = (1 - \beta)$ das tensões decorrente da escavação⁷², ainda sem a aplicação do suporte do túnel;
- (E3) alívio da fração β restante das tensões decorrente da escavação com aplicação completa do suporte primário do túnel, ao longo de todo o perímetro escavado.

A Figura 40 ilustra esquematicamente as etapas de cálculo.

Figura 40 – Etapas de cálculo dos modelos de hierarquia H1 analisados. (a) Etapa E1; (b) Etapa E2; (c) Etapa E3.

Fonte: produção própria.

Destaca-se que a sequência de etapas de cálculo corresponde a uma significativa simplificação da real sequência construtiva usualmente empregada em túneis tipo NATM e seus aspectos tridimensionais. Muitas vezes a sequência

⁷¹ Salvo a etapa de inicialização, que não corresponde a cálculo de equilíbrio elastoplástico.

⁷² Com $0 \leq \beta \leq 1$.

construtiva de túneis preconiza o emprego de seções intermediárias / temporárias de escavação, inclusive com aplicação de revestimento em arco invertido provisório. Da mesma forma, é comum existir defasagem no avanço da escavação e do revestimento da calota em relação ao arco invertido. Quando tal defasagem é significativa, importantes efeitos tridimensionais podem desenvolver-se sendo necessária sua consideração na modelagem para projeto. Por fim, a aplicação gradual das camadas de concreto projetado também pode levar a efeitos relevantes na distribuição de esforços.

A sequência modelada no presente estudo, por outro lado, considera de forma simplificada que o avanço da escavação se efetua já na geometria final do túnel. Além disso, a aplicação do suporte é efetuada simultaneamente na calota e arco invertido, sendo desprezado qualquer efeito de eventual defasagem.

Reforça-se, entretanto, que a despeito de simplificações, os potenciais efeitos tridimensionais de defasagem no avanço de escavação e revestimento são considerados no modelo segundo o β -Method⁷³. Dessa forma, mesmo havendo significativa simplificação, a nível conceitual, entende-se que a sequência de modelagem proposta permite avaliação de comportamentos físicos fundamentais usualmente contemplados na modelagem bidimensional de túneis.

Os parâmetros K_0 e β correspondem a variáveis contempladas na análise paramétrica proposta.

7.4.3. Suporte do túnel

O suporte do túnel modelado corresponde a camada de concreto projetado aplicado em todo o perímetro do túnel. Conforme discutido no item 7.3.1, considerou-se simplificadamente comportamento linear elástico para tal material. Em todos os cenários foi considerada camada de espessura de 0,25m de concreto projetado com os parâmetros sintetizados na Tabela 3.

⁷³ Conforme descrito na seção 2.2.7 desse trabalho.

Tabela 3 – Parâmetros considerados para o revestimento.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Peso específico	γ	25kN/m ³
Módulo de elasticidade	E	25GPa
Coefficiente de Poisson	ν	0,25

Fonte: produção própria.

Em primeiro lugar, cabe a ressalva de que parâmetros não foram variados ao longo de etapas de cálculo, sendo suposto, de forma simplificada, que não há qualquer ganho de rigidez ao longo do avanço as idades do concreto projetado.

Em segundo lugar, cabe a ressalva acerca da desconsideração de plastificações no revestimento. De fato, alguns cenários analisados computaram esforços solicitantes que provavelmente levariam a plastificações no revestimento. Ainda assim, para o presente estudo, a fim de manter simplicidade no estudo e uniformidade nas hipóteses da análise paramétrica, a hipótese da elasticidade linear foi mantida.

Por fim, comenta-se que a espessura e parâmetros do material do revestimento não foram variados nos cenários da análise paramétrica. Ainda assim, entende-se que a rigidez relativa entre solo e estrutura foi avaliada pela variação da rigidez do material do maciço, reconhecendo-se que não foi avaliada a sensibilidade à variação da rigidez relativa à compressão e à flexão no revestimento.

7.5. Parâmetros variáveis e cenários avaliados

A presente seção descreve e discute as hipóteses e parâmetros variados ao longo das combinações referentes aos cenários avaliados na análise paramétrica.

7.5.1. Geometria do túnel

Um total de 3 geometrias para o túnel foram consideradas na análise paramétrica, ilustradas na Figura 41.

Figura 41 – Geometrias de escavação avaliadas na análise paramétrica.

Fonte: produção própria.

As 3 geometrias consideradas possuem diâmetro equivalente de aproximadamente 9,3m segundo sua área escavada. Com essa uniformização buscou-se homogeneizar a massa escavada e, em certa medida, o alívio de tensões associado, a despeito da geometria variável.

A geometria G1 possui dimensão horizontal maior que a vertical. Tal geometria foi tomada de um projeto de túnel NATM de metrô com dois trilhos, e é típica para esse tipo de projeto, dentre outros, como túneis rodoviários, etc.

A geometria G2 é circular, isso é, com dimensão horizontal igual à vertical. Sem juízo a respeito do valor absoluto do diâmetro, tal geometria é empregada em túneis escavados por TBM, alguns túneis hidráulicos, de acesso, etc.

A geometria G3 possui dimensão vertical maior que a horizontal. Tal geometria foi tomada de um projeto de túnel NATM de metrô com um trilho e catenária. Além disso, sua base é consideravelmente “achatada” com raios relativamente pequenos nos arcos das laterais inferiores.

Dessa forma, com tal variedade de geometrias busca-se avaliar possíveis efeitos da variação geométrica principalmente no que se refere à proporção entre dimensões verticais e horizontais da escavação e da magnitude dos raios dos arcos que definem o perímetro do túnel.

7.5.2. Cobertura

Um total de 3 valores de cobertura H foram considerados, a saber:

- a) baixa cobertura, de 1 diâmetro equivalente, correspondente a 9,3m medidos do topo da calota à superfície do terreno;
- b) média cobertura, de 3 diâmetros equivalentes, correspondente a 27,9m medidos do topo da calota à superfície do terreno;
- c) alta cobertura, de 8 diâmetros equivalentes, correspondente a 74,4m medidos do topo da calota à superfície do terreno;

As magnitudes de cobertura foram postuladas, portanto, para refletir condições de baixa, média e alta cobertura conforme postulado por Chapman Metje e Stark (2019). No contexto de análises preliminares de túneis em maciços deformáveis, os autores colocam que túneis superficiais apresentariam cobertura inferior a 2 diâmetros e túneis profundos apresentariam cobertura superior a 3 diâmetros.

As diferentes coberturas avaliadas buscam explorar não somente potenciais efeitos de diferentes padrões de redistribuição de tensões a depender da cobertura como também de potenciais plastificações a depender de variáveis estados de tensão.

7.5.3. Distância entre base do arco invertido e camada indeformável

Um total de 3 possíveis distâncias da base do arco invertido ao limite inferior do modelo B foram avaliadas, a saber:

- a) distância de 1 diâmetro equivalente da base do arco invertido ao limite inferior do modelo, equivalente a 9,3m;
- b) distância de 2 diâmetros equivalentes da base do arco invertido ao limite inferior do modelo, equivalente a 18,6m;
- c) distância de 5 diâmetros equivalentes da base do arco invertido ao limite inferior do modelo, equivalente a 46,5m.

Com essa variação geométrica buscou-se avaliar, primeiramente, potenciais efeitos das camadas deformáveis abaixo do túnel. Nesse aspecto, entretanto, é importante ressaltar que em problemas físicos reais, usualmente é esperado que camadas mais profundas apresentem maior rigidez, o que não é representado na

maior parte dos cenários modelados, com maciço homogêneo e comportamento linear-elastoplástico perfeitamente plástico.

A variação busca avaliar também possíveis aspectos de modelagem referentes a limitações das leis constitutivas de comportamento linear-elastoplástico perfeitamente plástico com envoltória de Mohr-Coulomb consideradas na maior parte dos casos do presente estudo e muitas vezes consideradas na prática de projeto. Tal limitação refere-se à ausência de leis de endurecimento que levem a comportamento diferente no alívio e estafa de tensões (salvo quando da plasticidade perfeita), o que muitas vezes pode levar a deformadas menos representativas para o túnel e para o maciço. Nesse aspecto destaca-se por vezes o ‘levantamento’ exagerado do arco invertido.

7.5.4. Estado de tensões in situ antes da escavação

Face à estrutura básica dos modelos avaliados, o efeito do estado de tensões *in situ* antes da escavação é definido pela cobertura e pelo coeficiente de empuxo em repouso do maciço K_0 . Assim, em conjunção com a variação da cobertura, foram avaliados cenários com K_0 valendo 0,5, 0,8 e 1,5. Em casos específicos foi considerado também valor de 0,3 para K_0 .

O valor de K_0 em cada cenário foi considerado idêntico para todas as direções no plano horizontal.

7.5.5. Alívio intermediário não revestido

Como descrito na seção 7.4.2, as etapas de cálculo das simulações envolvem um alívio intermediário não revestido, que representa conceitualmente o efeito tridimensional da defasagem entre o avanço da escavação e a instalação do revestimento. A fração das tensões que são aliviadas após a instalação do revestimento é descrita pelo parâmetro β , cuja variação foi avaliada segundo os seguintes valores:

- a) consideração de $\beta = 0,25$, com a maior parte das tensões sendo aliviada antes da instalação do revestimento;
- b) consideração de $\beta = 0,5$, com a metade do alívio antes da instalação do revestimento;

- c) consideração de $\beta = 1$, isso é, sem consideração de alívio intermediário não revestido.

7.5.6. *Materiais do maciço*

Entende-se que o comportamento de um material é descrito por uma série de parâmetros. Entretanto, a fim de manter grau de complexidade e quantidade de cenários avaliados compatível com o escopo proposto, a análise paramétrica do presente estudo não foi efetuada segundo a variação individual de parâmetros. No lugar dessa abordagem, variou-se a parametria como um todo aplicando-se alguns materiais com um conjunto completo de leis constitutivas e parâmetros. Os parâmetros foram estipulados de forma a serem compatíveis entre si – por exemplo, materiais mais resistentes foram adotados com maior rigidez⁷⁴, etc.

Foram avaliados 5 possíveis geomateriais para o maciço, denominados pelos códigos mA, mB, mC, mD1 e mD2. Em cada cenário um único material homogêneo foi aplicado em toda a extensão do maciço.

Dois dos materiais considerados, respectivamente mA e mC foram modelados segundo modelo constitutivo linear elástico perfeitamente plástico com superfície de plastificação segundo critério de Mohr-Coulomb.

O material mB foi modelado segundo modelo constitutivo linear elástico. Essa hipótese foi adotada no âmbito de considerar um material com as mesmas leis constitutivas que os materiais mA e mC, mas cujos parâmetros resistentes seriam altos o suficiente para que não ocorra qualquer plastificação.

O Quadro 2 apresenta os parâmetros aplicados aos materiais mA, mB e mC.

⁷⁴ Relação usual, ainda que não estritamente necessária.

Quadro 2 – Parâmetros dos materiais mA, mB e mC.

Material	Peso específico γ kN/m ³	Módulo de elasticidade E MPa	Coeficiente de Poisson ν	Coesão c' kPa	Ângulo de atrito ϕ' °	Ângulo de dilatação ψ °
mA	20	100	0,3	75	22	0
mB	20	1000	0,3	-	-	-
mC	20	20	0,3	0	30	0

Fonte: produção própria.

O material mA foi estipulado de forma a simular geomaterial relativamente resistente e rígido, com resistência praticamente coesiva. O material mB foi aplicado de forma a simular geomaterial de alta rigidez e resistência, que não apresentaria plastificações significativas com a escavação. O material mC foi aplicado de forma a simular geomaterial de menor rigidez e resistência, com resistência inteiramente atritiva.

Como se pode observar, foi adotado peso específico idêntico para todos os materiais. Isso foi aplicado para uniformizar o estado de tensões inicial de cenários independente do material aplicado.

O ângulo de dilatação foi considerado nulo, quando aplicável. Isso é, foi considerado que as plastificações acontecem a volume constante, sem qualquer comportamento contrativo ou dilatante ao cisalhamento. Tal hipótese só é aderente à realidade dos geomateriais quando ocorre estado crítico. Ainda assim, a hipótese muitas vezes é aplicada na prática de projeto, pois é a favor da segurança para materiais dilatantes, o que muitas vezes é o caso de materiais onde túneis são escavados. Por esse motivo, principalmente quanto a sua aplicação comum na prática de projeto, julga-se a hipótese pertinente ao presente estudo. Não obstante, ressalva-se que sua consideração nem sempre leva a estimativa de deslocamentos aderente à realidade.

Reconhece-se que os modelos constitutivos empregados para os materiais mA, mB e mC correspondem a uma grande simplificação do real comportamento de geomateriais. Ainda assim, tais modelos constitutivos muitas vezes ainda são empregados na prática de projeto, sendo julgados compatíveis com a natureza do presente estudo. Em casos pertinentes, as limitações de tais modelos constitutivos serão discutidas.

Buscando avaliar tais limitações, alguns cenários empregaram os materiais mD1 e mD2, que empregaram o modelo constitutivo *Cam Clay modificado*. Apesar de certas limitações em relação a resultados quantitativos práticos, tal modelo constitutivo permite considerar conceitualmente diversos comportamentos, por exemplo rigidez variável com estado de tensões, endurecimento, amolecimento e comportamento dilatante / contrativo dependente do estado e histórico de tensões. Duas variantes do material mD foram consideradas, mD1 e mD2, variando seu parâmetro de endurecimento, fisicamente interpretado como sua tensão de pré-adensamento.

Quadro 3 - Parâmetros dos materiais mD1 e mD2.

Material	Peso Específico γ kN/m ³	Coefficiente de Poisson -	Índice de vazios inicial e_0	Parâmetro de rigidez 1 λ -	Parâmetro de rigidez 2 κ -	Declividade da linha de estado crítico M -	Razão de sobreadensamento RSA -
mD1	20	0.3	0.5	0.04342	0.00434	1.2	1.1
mD2	20	0.3	0.5	0.04342	0.00434	1.2	6

Fonte: produção própria.

Trazendo a parametria do modelo Cam Clay Modificado para grandezas tradicionais da engenharia geotécnica, os parâmetros de rigidez são equivalentes a um índice de compressão C_c de 0,1 e um índice de recompressão C_r de 0,01. A linha de estado crítico seria equivalente a um material com ângulo de atrito de 30°.

A razão de sobreadensamento foi postulada de forma a avaliar uma condição próxima da normalmente adensada (material mD1) e uma condição substancialmente sobreadensada (material mD2). Na inicialização das tensões do modelo o valor de RSA é utilizado para inicializar o parâmetro de endurecimento ao longo da malha de elementos finitos.

7.5.7. Resumo dos cenários avaliados

Combinações das hipóteses detalhadas ao longo dos itens 7.5.1 a 7.5.6 foram formuladas, constituindo os cenários de análise.

O Quadro 4 resume os cenários considerados. As coberturas e distâncias da base do arco invertido à base do modelo foram expressas em função de diâmetros equivalentes, D .

A cada um dos cenários foi atribuído um código que reflete as hipóteses consideradas. O código segue o formato [Geometria do túnel]-[Cobertura]-[Distância da base do arco invertido à base do modelo]-[Valor de K_0]-[Valor de β]-[Material do maciço].

Quadro 4 – Cenários avaliados na análise paramétrica.

#	Código	Geometria do túnel	Cobertura (H)	Dist. da base do arco invertido à base do modelo (B)	Coefficiente de empuxo (K_e)	Fração de tensões aliviada com revestimento (β)	Material do maciço
1	G1-1D-1D-0,8-0,5-mA	G1	1D	1D	0,8	0,5	mA
2	G1-3D-1D-0,8-0,5-mA	G1	3D	1D	0,8	0,5	mA
3	G1-8D-1D-0,8-0,5-mA	G1	8D	1D	0,8	0,5	mA
4	G1-1D-1D-0,8-0,5-mB	G1	1D	1D	0,8	0,5	mB
5	G1-3D-1D-0,8-0,5-mB	G1	3D	1D	0,8	0,5	mB
6	G1-8D-1D-0,8-0,5-mB	G1	8D	1D	0,8	0,5	mB
7	G1-1D-1D-0,8-0,5-mC	G1	1D	1D	0,8	0,5	mC
8	G1-3D-1D-0,8-0,5-mC	G1	3D	1D	0,8	0,5	mC
9	G1-8D-1D-0,8-0,5-mC	G1	8D	1D	0,8	0,5	mC
10	G2-1D-1D-0,8-0,5-mA	G2	1D	1D	0,8	0,5	mA
11	G2-3D-1D-0,8-0,5-mA	G2	3D	1D	0,8	0,5	mA
12	G2-8D-1D-0,8-0,5-mA	G2	8D	1D	0,8	0,5	mA
13	G2-1D-1D-0,8-0,5-mB	G2	1D	1D	0,8	0,5	mB
14	G2-3D-1D-0,8-0,5-mB	G2	3D	1D	0,8	0,5	mB
15	G2-8D-1D-0,8-0,5-mB	G2	8D	1D	0,8	0,5	mB
16	G2-1D-1D-0,8-0,5-mC	G2	1D	1D	0,8	0,5	mC
17	G2-3D-1D-0,8-0,5-mC	G2	3D	1D	0,8	0,5	mC
18	G2-8D-1D-0,8-0,5-mC	G2	8D	1D	0,8	0,5	mC
19	G3-1D-1D-0,8-0,5-mA	G3	1D	1D	0,8	0,5	mA
20	G3-3D-1D-0,8-0,5-mA	G3	3D	1D	0,8	0,5	mA
21	G3-8D-1D-0,8-0,5-mA	G3	8D	1D	0,8	0,5	mA
22	G3-1D-1D-0,8-0,5-mB	G3	1D	1D	0,8	0,5	mB
23	G3-3D-1D-0,8-0,5-mB	G3	3D	1D	0,8	0,5	mB
24	G3-8D-1D-0,8-0,5-mB	G3	8D	1D	0,8	0,5	mB
25	G3-1D-1D-0,8-0,5-mC	G3	1D	1D	0,8	0,5	mC
26	G3-3D-1D-0,8-0,5-mC	G3	3D	1D	0,8	0,5	mC
27	G3-8D-1D-0,8-0,5-mC	G3	8D	1D	0,8	0,5	mC
28	G1-1D-1D-0,5-0,5-mA	G1	1D	1D	0,5	0,5	mA
29	G1-3D-1D-0,5-0,5-mA	G1	3D	1D	0,5	0,5	mA
30	G1-8D-1D-0,5-0,5-mA	G1	8D	1D	0,5	0,5	mA
31	G1-1D-1D-0,5-0,5-mB	G1	1D	1D	0,5	0,5	mB
32	G1-3D-1D-0,5-0,5-mB	G1	3D	1D	0,5	0,5	mB
33	G1-8D-1D-0,5-0,5-mB	G1	8D	1D	0,5	0,5	mB
34	G1-1D-1D-0,5-0,5-mC	G1	1D	1D	0,5	0,5	mC
35	G1-3D-1D-0,5-0,5-mC	G1	3D	1D	0,5	0,5	mC
36	G1-8D-1D-0,5-0,5-mC	G1	8D	1D	0,5	0,5	mC
37	G1-1D-1D-1,5-0,5-mA	G1	1D	1D	1,5	0,5	mA
38	G1-3D-1D-1,5-0,5-mA	G1	3D	1D	1,5	0,5	mA
39	G1-8D-1D-1,5-0,5-mA	G1	8D	1D	1,5	0,5	mA
40	G1-1D-1D-1,5-0,5-mB	G1	1D	1D	1,5	0,5	mB
41	G1-3D-1D-1,5-0,5-mB	G1	3D	1D	1,5	0,5	mB
42	G1-8D-1D-1,5-0,5-mB	G1	8D	1D	1,5	0,5	mB
43	G1-1D-1D-1,5-0,5-mC	G1	1D	1D	1,5	0,5	mC
44	G1-3D-1D-1,5-0,5-mC	G1	3D	1D	1,5	0,5	mC
45	G1-8D-1D-1,5-0,5-mC	G1	8D	1D	1,5	0,5	mC
46	G3-1D-1D-1,5-0,5-mB	G3	1D	1D	1,5	0,5	mB
47	G3-3D-1D-1,5-0,5-mB	G3	3D	1D	1,5	0,5	mB
48	G3-8D-1D-1,5-0,5-mB	G3	8D	1D	1,5	0,5	mB
49	G3-1D-1D-0,3-0,5-mB	G3	1D	1D	0,3	0,5	mB
50	G3-3D-1D-0,3-0,5-mB	G3	3D	1D	0,3	0,5	mB
51	G3-8D-1D-0,3-0,5-mB	G3	8D	1D	0,3	0,5	mB
52	G1-1D-1D-0,8-1-mA	G1	1D	1D	0,8	1	mA
53	G1-3D-1D-0,8-1-mA	G1	3D	1D	0,8	1	mA
54	G1-8D-1D-0,8-1-mA	G1	8D	1D	0,8	1	mA
55	G1-1D-1D-0,8-1-mB	G1	1D	1D	0,8	1	mB
56	G1-3D-1D-0,8-1-mB	G1	3D	1D	0,8	1	mB
57	G1-8D-1D-0,8-1-mB	G1	8D	1D	0,8	1	mB
58	G1-1D-1D-0,8-1-mC	G1	1D	1D	0,8	1	mC
59	G1-3D-1D-0,8-1-mC	G1	3D	1D	0,8	1	mC
60	G1-8D-1D-0,8-1-mC	G1	8D	1D	0,8	1	mC
61	G1-1D-1D-0,8-0,25-mA	G1	1D	1D	0,8	0,25	mA
62	G1-3D-1D-0,8-0,25-mA	G1	3D	1D	0,8	0,25	mA
63	G1-8D-1D-0,8-0,25-mA	G1	8D	1D	0,8	0,25	mA
64	G1-1D-1D-0,8-0,25-mB	G1	1D	1D	0,8	0,25	mB
65	G1-3D-1D-0,8-0,25-mB	G1	3D	1D	0,8	0,25	mB
66	G1-8D-1D-0,8-0,25-mB	G1	8D	1D	0,8	0,25	mB
67	G1-1D-1D-0,8-0,25-mC	G1	1D	1D	0,8	0,25	mC
68	G1-3D-1D-0,8-0,25-mC	G1	3D	1D	0,8	0,25	mC
69	G1-8D-1D-0,8-0,25-mC	G1	8D	1D	0,8	0,25	mC
70	G1-1D-2D-0,8-0,5-mA	G1	1D	2D	0,8	0,5	mA
71	G1-3D-2D-0,8-0,5-mA	G1	3D	2D	0,8	0,5	mA
72	G1-8D-2D-0,8-0,5-mA	G1	8D	2D	0,8	0,5	mA
73	G1-1D-2D-0,8-0,5-mB	G1	1D	2D	0,8	0,5	mB
74	G1-3D-2D-0,8-0,5-mB	G1	3D	2D	0,8	0,5	mB
75	G1-8D-2D-0,8-0,5-mB	G1	8D	2D	0,8	0,5	mB
76	G1-1D-2D-0,8-0,5-mC	G1	1D	2D	0,8	0,5	mC
77	G1-3D-2D-0,8-0,5-mC	G1	3D	2D	0,8	0,5	mC
78	G1-8D-2D-0,8-0,5-mC	G1	8D	2D	0,8	0,5	mC
79	G1-1D-5D-0,8-0,5-mA	G1	1D	5D	0,8	0,5	mA
80	G1-3D-5D-0,8-0,5-mA	G1	3D	5D	0,8	0,5	mA
81	G1-8D-5D-0,8-0,5-mA	G1	8D	5D	0,8	0,5	mA
82	G1-1D-5D-0,8-0,5-mB	G1	1D	5D	0,8	0,5	mB
83	G1-3D-5D-0,8-0,5-mB	G1	3D	5D	0,8	0,5	mB
84	G1-8D-5D-0,8-0,5-mB	G1	8D	5D	0,8	0,5	mB
85	G1-1D-5D-0,8-0,5-mC	G1	1D	5D	0,8	0,5	mC
86	G1-3D-5D-0,8-0,5-mC	G1	3D	5D	0,8	0,5	mC
87	G1-8D-5D-0,8-0,5-mC	G1	8D	5D	0,8	0,5	mC
88	G1-1D-1D-0,8-0,5-mD1	G1	1D	1D	0,8	0,5	mD1
89	G1-3D-1D-0,8-0,5-mD1	G1	3D	1D	0,8	0,5	mD1
90	G1-8D-1D-0,8-0,5-mD1	G1	8D	1D	0,8	0,5	mD1
91	G1-1D-1D-0,8-0,5-mD2	G1	1D	1D	0,8	0,5	mD2
92	G1-3D-1D-0,8-0,5-mD2	G1	3D	1D	0,8	0,5	mD2
93	G1-8D-1D-0,8-0,5-mD2	G1	8D	1D	0,8	0,5	mD2

Fonte: produção própria.

Os cenários não foram avaliados de forma automatizada, sendo efetuada inspeção individual em aspecto global para cada uma das saídas, quanto ao campo de deslocamentos, tensões e plastificações. Para viabilizar tal abordagem, os cenários não contemplam todas as combinações possíveis entre hipóteses postuladas. Algumas combinações particulares foram selecionadas para a avaliação da sensibilidade a cada entrada.

7.6. Resultados e análise

Essa seção apresenta os resultados e sua respectiva análise segundo o programa de modelos e atividades proposto nos itens anteriores. Os resultados são apresentados agrupados segundo efeitos de parâmetros a serem avaliados. Em cada subseção, alguns resultados são apresentados, com um sumário das observações respectivas no final de cada subseção.

O escopo principal do presente exercício é a avaliação dos carregamentos de compatibilização “ideal” entre modelos de hierarquia H1 e hierarquia H2 segundo diversas hipóteses aplicadas à hierarquia H1. Assim, o presente item focaliza sua discussão nos resultados para tais carregamentos de compatibilização “ideal”.

Conforme antecipado no item 7.2 desse trabalho, a avaliação dos resultados foi efetuada principalmente em função de carregamentos distribuídos normalizados de compatibilização “ideal”.

Tal distribuição foi efetuada nas respectivas áreas projetadas de revestimento perpendiculares à direção do carregamento, conforme usual na prática e ilustrado por Blom (2002). A distribuição foi efetuada para as áreas projetadas perpendiculares à direção do carregamento, calculadas na meia parte do(s) elementos adjacentes ao nó. A distribuição foi suposta simplificadamente como homogênea, mas entende-se que, dado o grau de refinamento da malha de elementos finitos empregada, aproxima-se da solução exata da distribuição.

Para possibilitar a comparação de resultados segundo diversos estados de tensão *in situ* iniciais, os carregamentos distribuídos foram normalizados segundo as tensões *in situ* no maciço prévias à escavação. Para tal normalização empregou-se a tensão vertical *in situ* geostática antes da escavação em cada nó.

Ou seja, o valor em cada nó / posição é normalizado por uma tensão diferente, a depender da sua cota. Além disso, a componente vertical é normalizada pela tensão

vertical $(y_{\text{terreno}} - y_{\text{nó}}) * \gamma$, e a componente horizontal é normalizada pela tensão horizontal $(y_{\text{terreno}} - y_{\text{nó}}) * \gamma * K_0$.

Ainda que isso leve a normalização diferente em cada posição, tal critério é importante na medida em que permite considerar a variação das tensões ao longo da altura do túnel, que é especialmente relevante nos casos com baixa cobertura. A título de exemplificação, as tensões *in situ* antes da escavação na base de um túnel circular com cobertura de 1 diâmetro são o dobro daquelas verificadas em seu topo.

Traduzindo tais hipóteses matematicamente, para cada componente em um dado nó i do vetor de forças nodais de compatibilização “ideal” na direção horizontal, $[f_n^s]_{x,i}$, calcula-se o valor normalizado do carregamento distribuído horizontal de compatibilização “ideal” na posição do respectivo nó i , $[q_n^s]_{x,i}$ segundo a equação:

$$[q_n^s]_{x,i} = \frac{[f_n^s]_{x,i}}{\frac{|y_i - y_{i-1}|}{2} + \frac{|y_{i+1} - y_i|}{2}} * \frac{1}{(y_{\text{terreno}} - y_i) * \gamma * K_0} \quad (132)$$

Onde i denota o nó de interesse; $i - 1$ e $i + 1$ denotam os nós adjacentes ao nó i ; y_j representa a coordenada no eixo vertical de um dado nó j ; γ é o peso específico do material do maciço no modelo de hierarquia H1; K_0 é o coeficiente de empuxo em repouso do maciço; e y_{terreno} é a coordenada no eixo vertical da superfície horizontal do terreno.

De forma análoga, para calcular a partir de cada componente em um dado nó i do vetor de forças nodais de compatibilização “ideal” na direção vertical, $[f_n^s]_{y,i}$ o valor normalizado do carregamento distribuído de compatibilização “ideal” vertical na posição do respectivo nó i , $[q_n^s]_{y,i}$ aplica-se:

$$[q_n^s]_{y,i} = \frac{[f_n^s]_{y,i}}{\frac{|x_i - x_{i-1}|}{2} + \frac{|x_{i+1} - x_i|}{2}} * \frac{1}{(y_{\text{terreno}} - y_i) * \gamma} \quad (133)$$

Onde x_j representa a coordenada no eixo horizontal de um dado nó j

Ressalta-se que nas bordas dos “vãos”⁷⁵, as dimensões da área projetada tendem a zero. Por esse motivo, nessas regiões os carregamentos normalizados tendem a potencializar eventuais ruídos da aproximação numérica, e por vezes atingem altos valores, mesmo que os valores absolutos, na realidade, sejam pouco significativos. Na representação gráfica dos resultados apresentada adiante, a escala

⁷⁵ Como bordas dos “vãos” refere-se à lateral do túnel para carregamentos verticais e topo e base do túnel para carregamentos horizontais.

escolhida priorizou a adequada visualização da maior parte dos resultados representativos e informativos do comportamento físico modelado, por vezes omitindo esses valores menos relevantes (na medida em que o valor absoluto do carregamento é baixo).

De forma auxiliar também são apresentados os carregamentos distribuídos não normalizados nas componentes horizontais e verticais, $[p_n^s]_{x,i}$ e $[p_n^s]_{y,i}$, ainda que a análise seja enfocada nos valores normalizados. Seu cálculo se dá pelas fórmulas:

$$[p_n^s]_{x,i} = \frac{[f_n^s]_{x,i}}{\frac{|y_i - y_{i-1}|}{2} + \frac{|y_{i+1} - y_i|}{2}} \quad (134)$$

$$[p_n^s]_{y,i} = \frac{[f_n^s]_{y,i}}{\frac{|x_i - x_{i-1}|}{2} + \frac{|x_{i+1} - x_i|}{2}} \quad (135)$$

As mesmas ressalvas acerca das bordas dos “vãos”⁷⁶ e das escalas de representação dispostas para os valores normalizados se aplicam.

Naturalmente, os carregamentos de compatibilização “ideal” são apenas uma das diversas saídas dos modelos hierárquicos. Um conjunto mais abrangente das saídas gráficas dos resultados dos modelos é apresentada no Apêndice.

No presente item, algumas dessas saídas gráficas são apresentadas, quando julgado pertinente para a interpretação dos resultados.

É importante destacar que os resultados de deslocamento e deformada são apresentados em função da sua variação na respectiva etapa de cálculo, e não do valor total acumulado na sequência construtiva completa. Foi tomada tal opção pois, conforme detalhado no item 5.1 desse trabalho, apenas os deslocamentos ocorridos em etapas de cálculo onde o revestimento está ativado na malha de elementos finitos levam a esforços solicitantes no mesmo. No presente exercício, portanto, os esforços solicitantes no revestimento são refletidos pela variação dos deslocamentos ocorrida na etapa (E3), e não nos deslocamentos acumulados na sequência completa.

⁷⁶ Como bordas dos “vãos” refere-se à lateral do túnel para carregamentos verticais e topo e base do túnel para carregamentos horizontais.

7.6.1. *Variação da cobertura*

Os efeitos da variação da cobertura no carregamento de compatibilização “ideal” foram avaliados segundo alguns conjuntos de modelos com hipóteses comuns, salvo a cobertura.

Uma série de conjuntos de modelos, sempre com distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, K_0 de 0,8 e β de 0,5 são apresentados a seguir. Em cada conjunto fixa-se uma geometria e um material do maciço, e varia-se apenas a cobertura.

7.6.1.1. Conjunto 1 – Geometria G1 e material mA

A Figura 42 e a Figura 43 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s bem como seus valores normalizados q_n^s variando apenas a cobertura, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G1, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mA, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

Figura 42 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 43 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Destarte percebe-se que o padrão geral dos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados não se altera significativamente com a modificação da cobertura. Carregamentos verticais na calota e arco invertido parecem ser redistribuídos para a lateral do “vão”, enquanto que os carregamentos horizontais

na lateral do túnel parecem concentrar-se no meio do “vão”. Tais padrões serão discutidos em maior detalhe no item 7.6.3 desse trabalho.

Referente à magnitude normalizada dos carregamentos, o “arqueamento” e o alívio não revestido fazem-se notar, com carregamentos normalizados atuantes praticamente sempre⁷⁷ menores que 1,0, isso é, menores que as tensões *in situ* antes da escavação.

Entretanto, nota-se que a mudança de cobertura não levou a grande variação das magnitudes normalizadas. As cargas verticais normalizadas na calota são apenas ligeiramente maiores para a cobertura de 1 diâmetro equivalente e um pouco menores no arco invertido. Assim, o modelo constitutivo linear elástico perfeitamente plástico não parece representar claramente o comportamento físico de aumento do arqueamento com aumento da cobertura no caso modelado. A ausência da representação desse comportamento na modelagem de maciços com o modelo constitutivo empregado também foi observada consistentemente em outras publicações, como Hejazi, Dias e Kastner (2008) ou Chakeri e Unver (2014).

Ainda que o padrão geral não varie muito, algumas das regiões onde parecem haver as mais significativas oscilações entre as magnitudes normalizadas dos modelos parecem coincidir com regiões onde houveram plastificações mais intensas como ilustrado na Figura 44.

⁷⁷ Exceções são verificadas próximo da borda dos “vãos”, onde a área projetada tende a zero. Tais regiões por vezes foram omitidas pela escolha da escala, para comentários e justificativa ver introdução do item 7.6 desse trabalho.

Figura 44 – Plastificações na região do túnel para modelos (a) G1-1D-1D-0,8-0,5-mA, (b) G1-3D-1D-0,8-0,5-mA e (c) G1-8D-1D-0,8-0,5-mA⁷⁸.

Fonte: produção própria.

Na região da base do arco invertido o aumento das plastificações parece coincidir com algum aumento dos carregamentos normalizados verticais e horizontais. Na lateral da calota, por outro lado, coincide com um aumento dos carregamentos horizontais normalizados e redução dos verticais, inferindo-se uma rotação da direção dos carregamentos.

7.6.1.2. Conjunto 2 – Geometria G1 e material mB

A Figura 45 e a Figura 46 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s bem como seus valores normalizados q_n^s variando apenas a cobertura, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G1, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mB, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

⁷⁸ Círculos vermelhos representam pontos em regime elastoplástico na configuração de equilíbrio da etapa em questão. Círculos azuis representam pontos em regime elástico na configuração de equilíbrio da etapa em questão, mas que passaram por regime elastoplástico em algum instante do seu histórico de tensões.

Figura 45 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 46 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Comentários semelhantes aos tecidos para a Figura 43 se aplicam à Figura 46, quanto aos carregamentos normalizados. O padrão e a magnitude dos carregamentos normalizados não se alteram significativamente com a cobertura, para as hipóteses adotadas. Há apenas uma ligeira tendência a maiores cargas verticais na calota e

menores cargas verticais no arco invertido para menores coberturas, não sendo refletido aumento do arqueamento com aumento da cobertura. Por outro lado, o arqueamento é refletido pelos generalizados valores normalizados menores que 1,0 observados, isso é, carregamentos menores que as tensões *in situ* antes da escavação.

No material mB não se observam as oscilações supracitadas. Como o material mB não está sujeito as plastificações, a hipótese de sua inter-relação é reforçada.

7.6.1.3. Conjunto 3 – Geometria G1 e material mC

A Figura 47 e a Figura 48 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados q_n^s variando apenas a cobertura, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G1, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mC, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

Figura 47 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 48 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Mais uma vez, comentários semelhantes aos tecidos para a Figura 43 se aplicam à Figura 48. A variação da cobertura não parece levar a significativa variação no padrão e magnitude dos carregamentos normalizados. No material mC ocorrem

plastificações, e algumas oscilações voltam a ser observadas, sem mudar o aspecto global do carregamento normalizado.

7.6.1.4. Conjunto 4 – Geometria G2 e material mA

A Figura 49 e a Figura 50 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s , bem como seus valores normalizados q_n^s variando apenas a cobertura, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G2, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mA, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

Figura 49 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G2 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 50 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G2 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

No caso da Figura 50 nota-se que para o cenário com cobertura de 1 diâmetro equivalente, os carregamentos verticais normalizados na calota parecem ser algo menores que nos cenários de maior cobertura. Atribui-se isso ao fato de que, devido à baixa cobertura, às limitações do modelo constitutivo adotado, e a alta rigidez relativa do revestimento face ao maciço, a deformada do túnel apresenta “flutuação” / variação da deformada ascendente na calota apenas nesse cenário. Como aplicam-se vínculos normais à compressão na calota, os mesmos terminam por absorver parcela da manifestação da interação solo-estrutura, arbitrariamente dividida em carga e reação em modelos de hierarquia H2. A Figura 51 ilustra tal afirmação.

Figura 51 – Ilustração de “flutuação” / variação da deformada ascendente na calota no modelo G2-1D-1D-0,8-0,5-mA. (a) Variação da deformada na etapa (E3); (b) Reações nos vínculos normais.

Fonte: produção própria.

Suprimidas as molas na região do topo da calota, por exemplo como recomendam Duddeck e Erdmann (1982) (ainda que com intuito diferente), os resultados seriam mais aderentes.

Ademais, parece ser observada menor variação entre os carregamentos normalizados entre os cenários com cobertura de 3 e 8 diâmetros equivalentes. A variação dos resultados desse par em relação ao caso com cobertura de 1 diâmetro equivalente parece maior. Tal comportamento parece também estar relacionado com a distinção de padrão de variação da deformada na etapa (E3) que causa a supracitada “flutuação” no cenário de baixa cobertura. Além de não haver a

“flutuação”, nos cenários com cobertura média e alta a variação da deformada revela um achatamento horizontal do túnel⁷⁹ mais pronunciado, compatível com a maior similitude entre os carregamentos normalizados.

Figura 52 – Variação da deformada dos modelos do conjunto de cenários para (a) baixa cobertura; (b) média cobertura; (c) alta cobertura.

Fonte: produção própria.

7.6.1.5. Conjunto 5 – Geometria G2 e material mB

A Figura 53 e a Figura 54 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s , bem como seus valores normalizados q_n^s variando apenas a cobertura, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G2, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mB, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

⁷⁹ Por achatamento na horizontal, refere-se à mudança da geometria de forma que a razão entre o eixo horizontal e vertical aumente. Isso é, o eixo horizontal aumenta e o vertical encurta; ou o eixo horizontal encurta menos que o vertical; ou o eixo horizontal alonga mais que o vertical.

Figura 53 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G2 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 54 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G2 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

A tendência revelada por esse respectivo conjunto de modelos volta a aderir à tendência de similitude em padrão e magnitude normalizada a despeito da variação

de cobertura, quando mantidos os demais parâmetros. É interessante notar que nesse conjunto de modelos deixa de figurar a “flutuação” do revestimento com deslocamentos ascendentes na calota, provavelmente devido a uma maior rigidez do maciço, levando a uma menor diferença em relação ao revestimento. Tal observação corrobora com a hipótese de que a distinção do carregamento de calibração “ideal” em baixa cobertura observado para o conjunto de modelos da Figura 51 estaria de fato relacionado a essa tendência de deslocamentos.

7.6.1.6. Conjunto 6 – Geometria G2 e material mC

A Figura 55 e a Figura 56 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s , bem como seus valores normalizados q_n^s variando apenas a cobertura, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G2, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mC, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

Figura 55 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G2 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 56 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G2 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Os padrões observados assemelham-se aos resultados do conjunto de modelos análogos com o material mA, apresentados na Figura 50. Novamente, observa-se proximidade nos valores normalizados para os cenários de média e alta cobertura, com uma menor aderência para o cenário de baixa cobertura. De maneira coincidente, novamente é apenas nesse cenário de baixa cobertura que se observa uma variação de deformada com “flutuação” do revestimento, e deslocamentos ascendentes na calota. Entende-se que, com a aplicação do material mC, volta a haver um grande diferencial de rigidez entre o revestimento e o maciço, levando a esse comportamento em baixas coberturas.

Tais observações novamente corroboram com a hipótese de que a não aderência dos valores normalizados dos carregamentos de compatibilização “ideal” em alguns cenários de baixa cobertura aos resultados dos demais cenários com outras coberturas estariam relacionados à ocorrência da dita “flutuação”.

7.6.1.7. Conjunto 7 – Geometria G3 e material mA

A Figura 57 e a Figura 58 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s , bem como seus valores normalizados q_n^s variando apenas a cobertura, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G3, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mA, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

Figura 57 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G3 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 58 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G3 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Destarte, nota-se distinção da distribuição dos carregamentos de compatibilização “ideal” obtidos em relação aos padrões de distribuição até então

apresentados para as demais geometrias de túnel. Tais distinções serão exploradas no item 7.6.3 desse trabalho.

Para o presente conjunto de cenários, considerando os carregamentos horizontais aplicados à lateral do túnel, observa-se progressivo incremento do valor normalizado de compatibilização “ideal” com incremento da cobertura. Tal incremento ocorre em paralelo a uma suavização e homogeneização dos valores partindo do meio do “vão. O caráter de tal tendência remete a comportamento elastoplástico do maciço, e sua localização espacial coincide com uma zona de plastificação que também progride com o aumento da cobertura, como ilustrado na Figura 59.

Figura 59 - Plastificações na etapa E3 para modelos (a) G3-1D-1D-0,8-0,5-mA, (b) G3-3D-1D-0,8-0,5-mA, (c) G3-8D-1D-0,8-0,5-mA⁸⁰.

Fonte: produção própria.

Entende-se, pois, que os comportamentos potencialmente estão relacionados.

Devido à geometria alongada verticalmente do túnel, ocorre, em todos os cenários, um achatamento vertical do túnel⁸¹. Tal observação é ilustrada na Figura 60, onde são apresentadas as variações da deformada na etapa E3 para os cenários em tela.

⁸⁰ Círculos vermelhos representam pontos em regime elastoplástico na configuração de equilíbrio da etapa em questão. Círculos azuis representam pontos em regime elástico na configuração de equilíbrio da etapa em questão, mas que passaram por regime elastoplástico em algum instante do seu histórico de tensões.

⁸¹ Por achatamento na vertical, refere-se à mudança da geometria de forma que a razão entre o eixo horizontal e vertical diminua. Isso é, o eixo horizontal encurta e o vertical aumenta; ou o eixo horizontal encurta mais que o vertical; ou o eixo horizontal alonga menos que o vertical.

Figura 60 - Variação da deformada na etapa E3 para modelos (a) G3-1D-1D-0,8-0,5-mA, (b) G3-3D-1D-0,8-0,5-mA, (c) G3-8D-1D-0,8-0,5-mA.

Fonte: produção própria.

Ocorrem, pois, deslocamentos ascendentes na calota nos três cenários, esperando-se reação nos vínculos normais da calota. Ressalta-se, por outro lado, que a magnitude dessas reações é relativamente mais significativa no caso de baixa cobertura, pois as tensões atuantes e, portanto, carregamentos impostos são mais baixos. Observa-se ainda que apenas no caso de baixa cobertura o túnel ascende como um todo.

Interpreta-se que a soma desses efeitos com aqueles provenientes das plastificações supracitadas contribuem para a menor aderência entre as magnitudes e padrões de distribuição de carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados observados na presente trinca de modelos, sobretudo para os carregamentos verticais aplicados à calota.

7.6.1.8. Conjunto 8 – Geometria G2 e material mB

A Figura 61 e a Figura 62 apresenta os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s , bem como seus valores normalizados q_n^s variando apenas a cobertura, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G3, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mB, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

Figura 61 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G3 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 62 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G3 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Para o conjunto de cenários em tela, o padrão de distribuição e magnitude dos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados volta a pouco variar com a

cobertura, salvo para carregamentos horizontais aplicados próximos ao topo do túnel. Assim como na maior parte dos demais conjuntos de modelos que apresentaram essa tendência, observa-se que os carregamentos normalizados verticais são ligeiramente maiores na calota e menores no arco invertido para o caso de baixa cobertura.

De fato, em sendo cenários com a aplicação do material mB, não ocorre elastoplasticidade, e a maior rigidez relativa do maciço minimiza ou até elimina os deslocamentos ascendentes. Tais observações corroboram com as hipóteses de que plasticidade intensa e deslocamentos ascendentes são os agentes que podem levar a variação mais significativa dos valores de carregamentos de compatibilização “ideal” com a cobertura.

Nesse conjunto de cenários não ocorrem plastificações⁸², e os movimentos “ascendentes” do túnel na variação da deformada com revestimento instalado são menores. Coincidentemente, como se observou, os carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados variaram menos com a variação da cobertura, reforçando as hipóteses das causas da maior variabilidade observada no Conjunto 7⁸³.

7.6.1.9. Conjunto 9 – Geometria G3 e material mC

Por fim, a Figura 63 e a Figura 64 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s , bem como seus valores normalizados q_n^s variando apenas a cobertura, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G3, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mC, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

⁸² Pois o material mB é linear-elástico.

⁸³ Conforme explorado no item 7.6.1.7.

Figura 63 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura para modelos na geometria G3 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 64 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G3 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Para os carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados da trinca de modelos em tela, alguns comentários semelhantes aos resultados da Figura 58, dos

modelos análogos onde foi considerado o material mA se aplicam. Novamente, a geometria alongada verticalmente e a grande diferença de rigidez entre o maciço levam a movimentos “ascendentes” na variação da deformada com revestimento instalado, os quais interpreta-se serem responsáveis por uma variação significativa dos valores normalizados, em especial para o caso de baixa cobertura.

Entretanto, nota-se uma saliente distinção para a trinca de modelos ora avaliada, onde é aplicado material mC, em relação à trinca análoga onde foi empregado material mA: não se observa variação significativa no valor normalizado dos carregamentos de compatibilização “ideal” horizontais ao longo da lateral do túnel com a variação da cobertura. Entende-se que isso ocorre pois o padrão de plastificações nessa região pouco varia com a cobertura na trinca de modelos com material mC – como ilustrado na Figura 65 - ao passo que variava significativamente nos modelos análogos com material mA - como anteriormente ilustrado na Figura 59.

Figura 65 - Plastificações na etapa E3 para modelos (a) G3-1D-1D-0,8-0,5-mC, (b) G3-3D-1D-0,8-0,5-mC, (c) G3-8D-1D-0,8-0,5-mC.

Fonte: produção própria.

7.6.1.10. Sumário das observações

As observações tecidas segundo os 9 conjuntos de modelos utilizados para avaliar os efeitos da cobertura nos carregamentos de compatibilização “ideal”, podem ser resumidas como:

- a) em todos os casos o efeito do “arqueamento” manifestou-se com valores normalizados de carregamento de compatibilização “ideal” menores que a unidade;
- b) entretanto em grande parte dos casos, a variação de cobertura não levou a grandes variações no padrão de distribuição e na magnitude dos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados. Nesses casos usualmente se observou carregamentos verticais normalizados ligeiramente maiores na calota e ligeiramente menores no arco invertido para cenários de baixa cobertura;
- c) plastificações tendem a causar perturbações nas tendências de distribuição dos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados. Quando o padrão de plastificações muda significativamente com a cobertura, também muda significativamente a distribuição e magnitude dos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados, com tendência a aumento de magnitude e suavização / homogeneização de distribuição conforme aumenta a elastoplasticidade;
- d) movimentos “ascendentes” elevados na variação da deformada com revestimento instalado parecem relacionar-se também a ocasionais variações significativas na magnitude e distribuição dos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados com a cobertura, sobretudo dos carregamentos verticais na calota. A ocorrência desses movimentos parece relacionar-se à geometria do túnel verticalmente alongada e a menores rigidezes relativas do maciço, ocorrendo principalmente em casos de baixa cobertura. Tais movimentos levam, à ocorrência de reações nos vínculos normais da calota para modelos de hierarquia H2, cuja magnitude é relativamente mais relevante para casos de baixa cobertura, com menores tensões absolutas atuantes, mas mesma rigidez imposta aos vínculos.

7.6.2. *Variação dos materiais*

Os efeitos da variação dos materiais no carregamento de compatibilização “ideal” foram avaliados segundo alguns conjuntos de modelos.

Uma série de conjuntos de modelos, sempre com distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente K_0 de 0,8 e β de 0,5 são apresentados a

seguir. Em cada conjunto fixa-se uma geometria, e varia-se os materiais e também a cobertura.

7.6.2.1. Conjunto 1 – Geometria G1

A Figura 66 e a Figura 67 apresenta, os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s , bem como seus valores normalizados q_n^s variando a cobertura e materiais do maciço, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G1, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

Na figura há resultados para diferentes coberturas e materiais. Para facilitar a interpretação:

- a) cada uma das hipóteses de cobertura tem seus resultados plotados em pontos de uma definida cor: cenários com hipótese de 1 diâmetro equivalente têm pontos de dados azuis; cenários com hipótese de 3 diâmetros equivalentes têm pontos de dados amarelos; cenários com hipótese de 8 diâmetro equivalente têm pontos de dados vermelhos;
- b) analogamente cada uma das hipóteses de material tem seus resultados plotados em pontos de uma definida geometria: cenários com hipótese de material mA têm pontos de dados circulares; cenários com hipótese de material mB têm pontos de dados triangulares; cenários com hipótese de material mC têm pontos de dados quadriculares.

Figura 66 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e material para modelos na geometria G1. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 67 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e material para modelos na geometria G1. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Destarte, observa-se uma clara distinção para os resultados de carregamento normalizado do material mB, a despeito da cobertura. Observam-se magnitudes substancialmente menores, e um padrão de distribuição com maior concentração de

carregamento no meio do “vão” para a componente horizontal do carregamento aplicada à lateral do túnel.

Tais observações parecem razoáveis, uma vez que o material mB é 10 vezes mais rígido que o material mA, que por sua vez é 5 vezes mais rígido que o material mC. Entende-se que uma maior rigidez relativa do maciço frente ao revestimento faz com que o mesmo tome uma maior parte dos carregamentos quando da imposição de compatibilidade de deslocamentos.

Destaca-se, ainda, não haver plasticidade para o material mB, enquanto os materiais mA e mC mostram significativo comportamento elastoplástico, a depender da cobertura. Tal observação corrobora tanto com as menores magnitudes quanto com a menor “suavização” e homogeneidade da distribuição para o material mB.

Também se observa alguma tendência a magnitudes normalizadas maiores para os resultados do material mC em relação ao mA, o que estaria consistente com sua rigidez relativa. Entretanto, a distinção é menos pronunciada que aquela entre o material mA e mB, mesmo considerando tal diferença relativamente à diferença de rigidez dos materiais. Interpreta-se que a ocorrência de elastoplasticidade contribui para “amortecer” os efeitos de tal diferença de rigidez.

7.6.2.2. Conjunto 2 – Geometria G2

A Figura 68 e a Figura 69 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s , bem como seus valores normalizados q_n^s variando a cobertura e o material do maciço, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G2, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

Na figura há resultados para diferentes coberturas e materiais. Para facilitar a interpretação foi utilizada a mesma correspondência de cores e símbolos da Figura 66 e da Figura 67, conforme explicado em detalhe no item 7.6.2.1 desse trabalho.

Figura 68 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e material para modelos na geometria G2. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 69 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e material para modelos na geometria G2. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Comentários semelhantes àqueles tecidos para os cenários análogos com geometria G1 no item 7.6.2.1 desse trabalho se aplicam aos resultados normalizados do presente conjunto de cenários. Novamente observa-se tendência a crescentes magnitudes normalizadas do carregamento de compatibilização com decrescentes rigidezes relativas. Tal tendência, entretanto, não parece ser uniforme, com distinção significativamente mais acentuada para o material mC.

No presente conjunto de dados, entretanto, não se observou tão claramente maior concentração de cargas horizontais no meio do “vão” para o material mC, como havia sido notado para os cenários análogos com geometria G1 no item 7.6.2.1 desse trabalho.

7.6.2.3. Conjunto 3 – Geometria G3

A Figura 70 e a Figura 71 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s , bem como seus valores normalizados q_n^s variando a cobertura e o material do maciço, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G3, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

Na figura há resultados para diferentes coberturas e materiais. Para facilitar a interpretação foi utilizada a mesma correspondência de cores e símbolos da Figura 66 e da Figura 67, conforme explicado em detalhe no item 7.6.2.1 desse trabalho.

Figura 70 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e material para modelos na geometria G3. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 71 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e material para modelos na geometria G3. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

No presente conjunto de casos não fica imediatamente evidente uma tendência geral relacionada à variação dos materiais. Para melhor interpretação, as figuras 72,

74 e 75 separam os resultados normalizados apresentados na Figura 71 segundo hipótese única de cobertura de 1, 3 e 8 diâmetros equivalentes, respectivamente. Cada um dos subconjuntos é discutido individualmente.

Figura 72 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com cobertura de 1 diâmetro equivalente e variação do material para modelos na geometria G3. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

No caso dos cenários com hipótese de cobertura de 1 diâmetro equivalente percebe-se que os carregamentos de compatibilização “ideal” verticais normalizados no centro da calota foram maiores para material mB, a despeito de sua maior rigidez.

Da mesma forma, nessa região os carregamentos normalizados são maiores para o material mA do que para o material mC, ainda que o primeiro tenha maior rigidez. Atribuem-se tais observações ao movimento “ascendente” da variação da deformada nessa região observado apenas nos materiais mA e mC, levando a reações nos vínculos normais da calota no modelo de hierarquia H2, conforme discutido em detalhe no item 7.6.1.

Na borda do “vão” da calota e do arco invertido observa-se uma significativa perturbação no padrão de carregamentos normalizados do material mC. A localização da perturbação coincide com a região de transição entre a parte do maciço com nós que formaram uma significativa zona plástica na etapa (E3) e nós que plastificaram na etapa (E2) mas voltaram ao domínio elástico na etapa (E3). Devido a tal coincidência coloca-se a hipótese que os comportamentos estariam relacionados. A Figura 73 ilustra as observações colocadas.

Figura 73 – Ilustração dos pontos de plastificação em relação às zonas de perturbação do carregamento de compatibilização “ideal”.

Fonte: produção própria.

Os carregamentos horizontais na lateral do túnel em geral têm crescente magnitude no meio do “vão” com decrescente rigidez. Tal observação potencialmente ilustraria uma maior capacidade de “arqueamento” de um maciço mais rígido para esse “vão” vertical, o qual é menos rígido que o “vão” horizontal na calota e arco invertido no caso da geometria G3.

Essa observação é efetuada a menos de uma certa tendência a suavização e perturbações devido a plastificações que ocorrem com diferentes padrões nos materiais mA e mC, conforme discutido no item 7.6.1 desse trabalho.

Comentários semelhantes aos tecidos para o material mA podem ser efetuados para o “vão” horizontal do arco invertido, excluindo certas variações próximas da borda do “vão” para o cenário com material mC.

Figura 74 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com cobertura de 3 diâmetros equivalentes e variação do material para modelos na geometria G3. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 75 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com cobertura de 8 diâmetros equivalentes e variação material para modelos na geometria G3. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Para os cenários com cobertura de 3 e 8 diâmetros equivalentes, o comportamento observado nos carregamentos normalizados horizontais e nos

carregamentos normalizados verticais do arco invertido assemelha-se em diversos aspectos àquele discutido para os cenários com cobertura de 1 diâmetro equivalente.

No caso dos carregamentos verticais na calota, passa a distinguir-se claramente o material mB com menores magnitudes e um padrão de distribuição próprio. Os materiais mA e mC mostram magnitudes próximas, com padrões diferentes, o que se acredita estar novamente relacionado a deslocamentos verticais ascendentes nessa região, levando a reações nos vínculos normais da calota no modelo de hierarquia H2. Corrobora com essa hipótese o fato de o material mB não mostrar deslocamentos verticais ascendentes na calota, e padrões de plastificação relativamente parecidos nos cenários com materiais mA e mC.

7.6.2.4. Sumário das observações

As observações tecidas segundo os 3 conjuntos de modelos utilizados para avaliar os efeitos dos materiais nos carregamentos de compatibilização “ideal”, podem ser resumidas como:

- a) cabe reforçar que a presente avaliação foi efetuada segundo quantidade limitada de cenários e segundo modelos constitutivos bastante simplificados, devendo as conclusões ser avaliadas a luz das limitações associadas;
- b) de forma geral, certas observações relativamente triviais foram verificadas: maior rigidez usualmente resulta em mais baixos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados e plastificações levam a aumento da magnitude normalizada, com suavização e homogeneização da distribuição;
- c) assim como comentado no item 7.6.1 desse trabalho para avaliação da variação da cobertura, percebe-se que efeitos de “flutuação” e deslocamentos verticais “ascendentes” na variação da deformada com revestimento instalado na calota associados às reações dos vínculos normais respectivos no modelo de hierarquia H2 podem causar distorções nos padrões de carregamento de calibração ideal que levam a interpretações menos intuitivas. Para a geometria G3, devido a seu formato alongado na vertical, esses efeitos foram especialmente salientes, devido ao achatamento vertical do túnel⁸⁴;

⁸⁴ Por achatamento na vertical, refere-se à mudança da geometria de forma que a razão entre o eixo horizontal e vertical diminua. Isso é, o eixo horizontal encurta e o vertical aumenta; ou o eixo horizontal encurta mais que o vertical; ou o eixo horizontal alonga menos que o vertical.

7.6.3. *Variação da geometria do túnel e do estado de tensões in situ antes da escavação (K_0)*

Os efeitos da variação da geometria do túnel no carregamento de compatibilização “ideal” foram avaliados segundo alguns conjuntos de modelos. Verificou-se que a maneira como a geometria do túnel influencia o padrão geral de distribuição dos carregamentos de compatibilização “ideal” guarda uma relação também com o estado de tensões *in situ* antes da escavação quanto à proporção entre tensões *in situ* verticais e horizontais, quantificada pelo valor do coeficiente K_0 .

Por esse motivo, tais hipóteses de entrada – geometria da escavação e valor do coeficiente K_0 – são avaliados em conjunto na presente seção.

7.6.3.1. Conjunto 1 – Grupos de cenários por geometria

Os conjuntos 1, 2 e 3 do item 7.6.2 desse trabalho, cujos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados são ilustrados nas figuras 67, 69 e 71 mostram, cada um, uma série de cenários análogos, para cada uma das 3 geometrias avaliadas. Assim, podem ser tomados comparativamente para a avaliação dos efeitos da geometria do túnel no carregamento de compatibilização “ideal”.

A geometria G1 tem aspecto alongado na horizontal. Entende-se que tal geometria leva a uma propensão maior a uma variação de deformada com achatamento horizontal do túnel. Por achatamento na horizontal refere-se a mudança da geometria de forma que a razão entre os comprimentos do eixo horizontal e vertical aumente. Isso é, o eixo horizontal aumenta e o vertical encurta; ou o eixo horizontal encurta menos que o vertical; ou o eixo horizontal alonga mais que o vertical. Ou seja, interpretando a calota como um “vão” horizontal e a lateral do túnel como um “vão” vertical, na geometria G1 a calota é um “vão” mais longo, e, portanto, menos rígido.

A Figura 67, anteriormente apresentada, mostra os carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados para uma série de modelos na geometria G1. Tais modelos consideram uma variedade de hipóteses de cobertura e material, mas sempre valor de $K_0 = 0,8$. A despeito da variação das hipóteses, e de suas implicações em alguns aspectos da compatibilização⁸⁵, observam-se características

⁸⁵ Conforme anteriormente discutidos nos itens 7.6.1 e 7.6.2 desse trabalho.

comuns aos modelos na geometria G1 quanto ao padrão de distribuição dos carregamentos normalizados. Tais características comuns são:

- a) os carregamentos de compatibilização “ideal” verticais normalizados impostos à calota tendem a crescer com relativa suavidade conforme afastam-se do eixo de simetria até a proximidade da lateral do túnel, onde passam a crescer com maior intensidade. Em outras palavras, os carregamentos normalizados distribuem-se com concentração na borda do “vão”;
- b) os carregamentos de compatibilização “ideal” horizontais normalizados impostos à lateral do túnel tendem a crescer desde o topo da calota até a proximidade da altura média do túnel / região onde o revestimento é vertical, onde os valores tendem a assumir maior constância. Dessa região a base do túnel os carregamentos normalizados tendem a novamente reduzir-se. Em outras palavras, os carregamentos normalizados distribuem-se com concentração no meio do “vão”;
- c) os carregamentos de compatibilização “ideal” verticais normalizados impostos ao arco invertido tendem a crescer com considerável suavidade desde o eixo de simetria até algo mais que o primeiro terço da extensão horizontal modelada. A partir de então sua taxa de crescimento aumenta, para então reduzir-se novamente na proximidade da lateral do túnel. No caso dos materiais mA e mC os valores normalizados são praticamente constantes nessa região. Em outras palavras, os carregamentos normalizados distribuem-se com concentração na borda do “vão”;
- d) parece haver alguma tendência a mudanças de taxa de variação e não-uniformidades de distribuição concomitante à variação do raio do perímetro do túnel.

Vale complementar os comentários a respeito da componente horizontal – dispostos na alínea (b) - com o fato de que a distribuição não é simétrica, com variação mais intensa na parte inferior do túnel. Além disso, a distribuição é consideravelmente diferente para os cenários com material mB. Por fim, destaca-se que em alguns cenários a orientação do carregamento chega a inverter-se na proximidade da base do arco invertido.

A geometria G2 tem forma circular. Entende-se que tal geometria não propicia viés de rigidez à um padrão de achatamento / ovalização, sendo a geometria radialmente simétrica.

A Figura 69, anteriormente apresentada, mostra os carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados para uma série de modelos na geometria G2. Novamente, tais modelos consideram uma variedade de hipóteses de cobertura e material, mas sempre valor de $K_0 = 0,8$. Observam-se certas características comuns aos modelos na geometria G2 quanto ao padrão geral de distribuição dos carregamentos normalizados, a saber:

- a) os carregamentos de compatibilização “ideal” verticais normalizados impostos à calota apresentam padrão semelhante ao observado anteriormente para a geometria G1, distribuindo-se com concentração na borda do “vão”.
- b) os carregamentos de compatibilização “ideal” horizontais normalizados impostos à lateral do túnel também tem padrão geral semelhante ao observado para a geometria G1, com distribuição de carregamentos normalizados concentrados no meio do “vão”. Entretanto, o aspecto da distribuição é notavelmente mais suave e com maior similitude entre as metades superior e inferior da distribuição, e carregamentos sempre na mesma orientação;
- c) também os carregamentos de compatibilização “ideal” verticais normalizados impostos ao arco invertido apresentam um padrão geral semelhante aos da geometria G1. Assim como os carregamentos normalizados horizontais, parece haver uma maior suavidade na distribuição em relação à geometria G1, com menor variação das taxas de aumento do carregamento normalizado ao longo do comprimento.

Ressalta-se que a observação de maior suavidade no padrão de distribuição dos carregamentos normalizados para a geometria G2 corrobora com a hipótese tecida para a geometria G1, de que a variação dos raios do traçado do perímetro do túnel proporcionava perturbações no padrão de distribuição.

A geometria G3 tem aspecto alongado na vertical. Ao contrário da geometria G1, a geometria G3 propicia uma menor rigidez à uma variação de deformada com achatamento vertical. Por achatamento na vertical, refere-se à mudança da geometria de forma que a razão entre os comprimentos do eixo horizontal e vertical diminua. Isso é, o eixo horizontal encurta e o vertical aumenta; ou o eixo horizontal encurta mais que o vertical; ou o eixo horizontal alonga menos que o vertical. Interpretando a calota como um “vão” horizontal e a lateral do túnel como um “vão” vertical, na geometria G3 a lateral do túnel é um “vão” mais longo, e, portanto, menos rígido.

A Figura 71 apresenta conjunto de resultados dos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados para modelos que consideram a geometria G3. Diversas hipóteses de materiais e cobertura são consideradas, mas o sempre foi adotado $K_0 = 0,8$. Apesar da grande variação de resposta entre os diversos cenários⁸⁶, há algumas características no padrão de distribuição dos carregamentos que são comuns aos modelos:

- a) os carregamentos de compatibilização “ideal” verticais normalizados impostos à calota partem do eixo vertical de simetria com valores relativamente constantes até cerca de 2/3 do comprimento horizontal modelado. A partir de então observa-se pronunciada redução dos carregamentos normalizados até a lateral do túnel. Em outras palavras, observa-se o oposto do que se notou nas geometrias G1 e G2, isto é, a distribuição de carregamentos verticais normalizados na calota concentra-se no meio do “vão”;
- b) os carregamentos de compatibilização “ideal” horizontais normalizados impostos à lateral do túnel mostram maiores valores na proximidade do topo da calota e base do arco invertido, reduzindo-se na parte intermediária da altura do túnel. Destaca-se que os maiores valores não se encontram nos pontos extremos, sendo atingidos a uma certa distância das bordas. De certa forma, portanto, o que se observa novamente é o oposto do que se notou para a geometria G1 e G2, com padrão de distribuição concentrando carregamentos normalizados na borda do “vão”;
- c) os carregamentos de compatibilização “ideal” verticais normalizados impostos ao arco invertido apresentam padrão relativamente semelhante ao observado na geometria G1 e G2. Novamente, o padrão de distribuição concentra carregamentos normalizados na borda do “vão”.
- d) Assim como para a geometria G1, a variação do raio do perímetro do túnel parece levar a perturbações / variações intensas nos valores normalizados e suas taxas de variação.

De fato, tais perturbações descritas na alínea (d) parecem ainda mais intensas para a geometria G3, onde também a variação dos raios ao longo do perímetro é mais significativa.

⁸⁶ Conforme discutido nos itens 7.6.1 e 7.6.2 desse trabalho.

7.6.3.2. Conjunto 2 – Variação do valor de K_0 em modelos de geometria G1, material mA

A fim de avaliar a influência do valor de K_0 para a inicialização das tensões *in situ* um conjunto de modelos na geometria G1 com material mA foi avaliado variando o valor de K_0 . Foi também variada a hipótese de cobertura do túnel, conferindo maior generalidade às avaliações.

A Figura 76 e Figura 77 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s bem como seus valores normalizados q_n^s variando a cobertura e o valor de K_0 para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G1, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mA, e β de 0,5.

É importante lembrar que os valores normalizados q_n^s na componente horizontal são normalizados também pelo valor de K_0 . Ou seja, para uma mesma posição o fator de normalização muda quando muda a hipótese de K_0 .

Para facilitar a visualização, na Figura 76 e Figura 77 os resultados de cada hipótese de valor de K_0 tem a representação codificada a uma cor – azul para 0,5, amarelo para 0,8 e vermelho para 1,5. Já os resultados das hipóteses de cobertura são codificados ao símbolo dos pontos – círculo para 1 diâmetro equivalente, triângulo para 3 diâmetros equivalentes, e quadrado para 8 diâmetros equivalentes.

Figura 76 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 77 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Referente aos resultados para os carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados, algumas tendências podem ser notadas em comum quando da variação de K_0 , independentemente dos efeitos associados à variação conjunta da cobertura.

Com auxílio da codificação por cores para os valores de K_0 , nota-se que geralmente nos cenários considerados, o efeito da variação de K_0 nos valores de carregamento normalizados foi substancialmente maior que a variação de cobertura, sobretudo quanto ao padrão de distribuição. De fato, nota-se um grupamento dos pontos de mesma cor.

Quanto aos carregamentos de compatibilização “ideal” verticais normalizados aplicados à calota, nota-se que o aumento progressivo de K_0 leva a uma conjunta variação progressiva da distribuição.

Quanto menor o valor de K_0 , mais na borda do “vão” os carregamentos se distribuem e vice e versa. De fato, para $K_0 = 0,5$ ocorrem menores valores normalizados na proximidade do eixo de simetria e maiores valores na proximidade da lateral do túnel. Tal descrição assemelha-se a o que se observou nas geometrias G1 e G2 no item 7.6.3.1 desse trabalho. Para $K_0 = 0,8$ tal descrição ainda se aplica, mas com menos intensidade, ficando a distribuição mais homogênea. Para $K_0 = 1,5$, entretanto, o padrão se inverte, com concentração dos carregamentos normalizados no meio do “vão”, em semelhança a o que se observou na geometrias G3 no item 7.6.3.1, mesmo tratando-se de cenário na geometria G1.

Tendência análoga⁸⁷ é observada para os carregamentos de compatibilização “ideal” horizontais normalizados aplicados à lateral do túnel. Nesse caso, quando menor o valor de K_0 , mais no centro do “vão” os carregamentos se distribuem e vice e versa. Para $K_0 = 0,5$ e $K_0 = 0,8$ os maiores valores normalizados localizam-se próximos à na altura intermediária, assemelhando-se a o que observou-se nas geometrias G1 e G2 no item 7.6.3.1 desse trabalho. Tal observação ocorre com menos intensidade para $K_0 = 0,8$. Quando $K_0 = 1,5$ a tendência se inverte, com maiores valores nas bordas do “vão”. Observa-se certa correspondência nesse aspecto de distribuição com aquele observado na geometria G3 no item 7.6.3.1, mesmo tratando-se de cenário na geometria G1.

⁸⁷ Quanto à correspondência com geometrias. Quanto à distribuição em relação ao valor de K_0 a tendência é inversa.

Finalmente, para carregamentos de compatibilização “ideal” verticais normalizados aplicados ao arco invertido, ainda que não ocorra uma inversão total da distribuição, uma tendência semelhante também é notada. O decremento de K_0 leva a uma progressiva maior concentração dos carregamentos normalizados na borda do “vão”.

7.6.3.3. Conjunto 3 – Variação do valor de K_0 em modelos de geometria G1, material mB

Avaliação análoga à apresentada no Conjunto 2 para o material mA foi efetuada também para o material mB.

A Figura 78 e a Figura 79 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s bem como seus valores normalizados q_n^s variando a cobertura e o valor de K_0 para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G1, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mB, e β de 0,5.

Novamente salienta-se que os valores normalizados q_n^s na componente horizontal são normalizados também pelo valor de K_0 . Ou seja, para uma mesma posição o fator de normalização muda quando muda a hipótese de K_0 .

Para facilitar a visualização, na Figura 78 e a Figura 79 utilizou-se a mesma codificação de cores e símbolos da Figura 76 e da Figura 77⁸⁸.

⁸⁸ Ver item 7.6.3.2 desse trabalho para detalhes.

Figura 78 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 79 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Nota-se que comentários bastante semelhantes àqueles tecidos para os carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados nos cenários análogos de material mA no item 7.6.3.2 (Conjunto 2) se aplicam aos resultados ora apresentados. De fato, as tendências parecem-se até fazer-se mais claras nos cenários com material mB, mais rígido e sem comportamento plástico.

Uma observação curiosa é que o traçado dos carregamentos normalizados dos cenários avaliados parece cruzar-se em pontos comuns, para cada componente. Tal tendência não é tão claramente observada nos modelos análogos de material mA no item 7.6.3.2. É importante colocar que o cruzamento das diferentes componentes não é simultâneo.

7.6.3.4. Conjunto 4 – Variação do valor de K_0 em modelos de geometria G1, material mC

Avaliação análoga à apresentada no Conjunto 2 para o material mA foi efetuada também para o material mC.

A Figura 80 e a Figura 81 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s bem como seus valores normalizados q_n^s variando a cobertura e o valor de K_0 para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G1, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mC, e β de 0,5.

Novamente salienta-se que os valores normalizados q_n^s na componente horizontal são normalizados também pelo valor de K_0 . Ou seja, para uma mesma posição o fator de normalização muda quando muda a hipótese de K_0 .

Para facilitar a visualização, na Figura 80 e na Figura 81 utilizou-se a mesma codificação de cores e símbolos da Figura 76 e da Figura 77⁸⁹.

⁸⁹ Ver item 7.6.3.2 desse trabalho para detalhes.

Figura 80 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 81 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Novamente, comentários bastante semelhantes àqueles tecidos para os carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados nos cenários análogos de material mA no item 7.6.3.2 se aplicam aos resultados ora apresentados. Nesse caso, as tendências para os carregamentos verticais normalizados na calota é menos clara, o que se atribui à sobreposição com efeitos de variação no padrão de plastificações e variação de deformada com “flutuação” oriundos de variação da cobertura como discutido nos itens 7.6.1 e 7.6.2 desse trabalho.

7.6.3.5. Conjunto 5 – Variação do valor de K_0 em modelos de geometria G3, material mB

Para complementar a avaliação da influência do valor de K_0 e sua relação com geometria da escavação, um conjunto adicional de modelos na geometria G3, com material mB foi avaliado variando o valor de K_0 . Mais uma vez, diversas hipóteses de cobertura foram consideradas, conferindo maior generalidade às avaliações.

A Figura 82 e a Figura 83 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s bem como seus valores normalizados q_n^s variando a cobertura e o valor de K_0 para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G3, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mB, e β de 0,5.

Novamente salienta-se que os valores normalizados q_n^s na componente horizontal são normalizados também pelo valor de K_0 . Ou seja, para uma mesma posição o fator de normalização muda quando muda a hipótese de K_0 .

Para facilitar a visualização, na Figura 82 e na Figura 83 utilizou-se codificação de cores e símbolos análoga à utilizada na Figura 76 e da Figura 77⁹⁰.

⁹⁰ Ver item 7.6.3.2 desse trabalho para detalhes. Nesse caso o valor de 0,5 foi substituído por 0,3.

Figura 82 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G3 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 83 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e de K_0 para modelos na geometria G3 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

A despeito de efeitos decorrentes da variação da cobertura e das transições entre raios no perímetro do túnel, nota-se que os resultados são consideravelmente

aderentes aos que foram observados para os demais conjuntos de cenários para o estudo dos efeitos da variação de K_0 .

Os carregamentos verticais normalizados na calota são menores no meio do “vão”, e aumentam em direção à lateral do túnel para $K_0 = 0,3$. Conforme o valor de K_0 aumenta, a distribuição se inverte, com maiores valores no meio do “vão”, que se reduzem em direção à lateral. Para $K_0 = 1,5$ a orientação dos carregamentos chega a se inverter para o presente conjunto. Em suma, assim como observado anteriormente para os demais conjuntos, na calota, quanto maior o valor de K_0 maior a concentração de carregamentos verticais normalizados no meio do “vão” e vice e versa.

Os carregamentos horizontais normalizados aplicados à lateral do túnel novamente distribuem-se com concentração nas bordas do vão para os maiores valores de K_0 . Conforme K_0 aumenta, tal tendência de distribuição se ameniza. No presente conjunto de dados a tendência não se inverte totalmente para o menor valor de K_0 como observado nos conjuntos de cenários anteriormente avaliados, mas o aspecto da distribuição corrobora com a tendência geral. Em suma, assim como observado anteriormente para os demais conjuntos, quanto maior o valor de K_0 maior a concentração de carregamentos horizontais normalizados nas bordas do “vão” e vice e versa. É digno de nota que para $K_0 = 0,3$ o sentido dos carregamentos se inverteu com magnitude normalizada razoável na base do arco invertido.

Por fim, os carregamentos verticais normalizados aplicados ao arco invertido apresentam aspecto geral semelhante para todos os valores de K_0 avaliados, também se assemelhando a o que se observou nos demais conjuntos. Novamente o incremento do valor de K_0 leva a maior concentração de carregamentos normalizados no meio do vão.

7.6.3.6. Sumário das observações

Em resumo, segundo os cenários avaliados, sua abrangência e limitação, as seguintes observações foram possíveis:

- a) em relação aos carregamentos verticais normalizados aplicados à calota, observa-se:

- verificou-se que geometrias mais achatadas na horizontal⁹¹ há uma tendência a maior concentração dos carregamentos normalizados na borda do “vão”, com redução em direção ao eixo de simetria. De forma contrária, para geometrias mais achatadas na vertical⁹² observa-se tendência a maior concentração no meio do “vão”, com redução em direção à borda;
 - comportamento análogo foi observado para o efeito da variação de K_0 , onde maiores valores do coeficiente levam a uma maior tendência de concentração de carregamentos normalizados no meio do “vão”, e vice e versa.
- b) em relação aos carregamentos horizontais normalizados aplicados à lateral do túnel, observa-se:
- verificou-se que geometrias mais achatadas na horizontal⁹³ há uma tendência a maior concentração dos carregamentos normalizados no meio do “vão”, com redução em direção às bordas. De forma contrária, para geometrias mais achatadas na vertical⁹⁴ observa-se tendência a maior concentração nas bordas do “vão”, com redução em direção às alturas intermediárias;
 - comportamento análogo foi observado para o efeito da variação de K_0 , onde maiores valores do coeficiente levam a uma maior tendência de concentração de carregamentos normalizados nas bordas do “vão”, e vice e versa.
- c) em relação aos carregamentos verticais normalizados aplicados ao arco invertido, observa-se:
- em praticamente todos os cenários, menores valores normalizados são observados no meio do “vão”, com aumento em direção à lateral;
 - entretanto, tendências semelhantes àquelas observadas para os carregamentos verticais na calota se aplicam. Crescentes valores de K_0 levam a maiores valores normalizados no meio do “vão” homogeneizando a distribuição, e vice e versa.

⁹¹ Isso é, eixo horizontal mais comprido que o vertical.

⁹² Isso é, eixo vertical mais comprido que o horizontal.

⁹³ Isso é, eixo horizontal mais comprido que o vertical.

⁹⁴ Isso é, eixo vertical mais comprido que o horizontal.

- d) variações no raio do perímetro do túnel parecem levar a variações na distribuição e magnitude normalizadas, especialmente quando a transição é brusca.

A analogia de comportamentos quanto a achatamento da geometria e valor de K_0 tem respaldo com o comportamento físico esperado. Por exemplo, em um caso hipotético onde o túnel se encontra muito longe das bordas do modelo, e o estado de tensões antes da escavação fosse homogêneo na região de interesse⁹⁵, inverter o valor de K_0 (ajustando a cobertura para manter as magnitudes) corresponderia com exatidão⁹⁶ a rotacionar em 90° um túnel achatado, invertendo sua razão de aspecto. Nos cenários avaliados a inversão não é exata, pois há variação do campo de tensões inicial *in situ* na vertical e a cobertura e distância à base do modelo são finitas⁹⁷. Ainda assim, o comportamento físico em aspecto conceitual é observado.

Sob essas premissas, e a despeito de diferenças específicas, diferenças das magnitudes, intensidade de tendências e limitadas exceções, identificarem-se dois tipos gerais de padrões de distribuição dos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados:

a) padrão geral de distribuição I:

- carregamentos normalizados verticais aplicados à calota concentram-se na borda do “vão”;
- carregamentos normalizados horizontais aplicados à calota concentram-se no meio do “vão”;

b) padrão geral de distribuição II:

- carregamentos normalizados verticais aplicados à calota concentram-se no meio do “vão”;
- carregamentos normalizados horizontais aplicados à calota concentram-se na borda do “vão”;

Em ambos os padrões os carregamentos verticais normalizados no arco invertido concentraram-se na borda do vão, ainda que com diferentes intensidades.

Observou-se na análise dos cenários que a ocorrência de cada padrão geral de distribuição guarda relação com a geometria do túnel quanto a seu achatamento e

⁹⁵ Aproximação razoável para coberturas altas.

⁹⁶ Peso próprio do revestimento desconsiderado.

⁹⁷ Além de haver o peso próprio do revestimento.

com o estado de tensões *in situ* quando à proporção entre tensões verticais e horizontais.

O achatamento da geometria pode ser quantificado de forma simplificada por sua razão de aspecto, isso é, sua maior dimensão vertical dividida por sua maior dimensão horizontal. Já a proporção entre tensões verticais e horizontais *in situ* é materializada simplesmente pelo parâmetro K_0 no modelo em tela. A Figura 84 ilustra os valores dessas duas métricas para os cenários avaliados no presente item, anotando também qual dos padrões gerais de distribuição, I ou II foram observados.

Figura 84 – Razão de aspecto e valor de K_0 em relação a padrão geral de distribuição do cenário.

Fonte: produção própria.

A figura auxilia na ilustração de que o padrão geral de distribuição I ocorre para menores valores de K_0 e menores valores da razão de aspecto, isso é, túneis com dimensão vertical relativamente menor. O contrário ocorre para o padrão geral de distribuição II, o qual ocorre para maiores valores de K_0 e maiores razões de aspecto.

Inspecionando os modelos, observa-se que os dois padrões gerais de distribuição guardam correspondência também com dois tipos de padrões de variação de deformada na etapa (E3), ilustrada na Figura 85 segundo alguns resultados típicos para cenários avaliados.

Figura 85 – Variações de deformada em casos típicos em relação ao padrão geral de distribuição dos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados.

Fonte: produção própria.

Observa-se que o padrão geral de distribuição I coincide com a ocorrência de variação da deformada com achatamento na horizontal, isso é, com mudança da

geometria de forma que a razão entre o comprimento do eixo horizontal e vertical aumente⁹⁸. Isso é coerente com os aspectos geométricos que propiciam o padrão geral de distribuição I, pois uma geometria achatada na horizontal leva em geral a uma maior deformabilidade relativa nos “vãos” horizontais – mais longos – que nos verticais – mais curtos. A observação também é coerente com os aspectos de K_0 que levam ao padrão geral de distribuição I, pois menores valores de K_0 levam a uma maior solicitação relativa nos vãos horizontais que nos verticais.

O padrão geral de distribuição II coincide com a ocorrência de variação de deformada achatada na vertical⁹⁹. O oposto do observado para o padrão geral de distribuição I se aplica: geometria achatada na vertical propicia maior deformabilidade relativa dos “vãos” verticais em relação aos horizontais e maiores valores de K_0 propiciam maior solicitação relativa dos vãos verticais em relação aos horizontais.

Nota-se que por vezes a variação da deformada assume aspecto menos característico da definição postulada. Consistentemente, nesses casos parece-se notar que o padrão de distribuição também se mostra menos característico, com aspecto intermediário entre os tipos verificados ou perturbações. Um exemplo dessa ocorrência é observado para o cenário G3-8D-1D-0,3-0,5-mB ilustrado na Figura 85.

7.6.4. *Variação da fração de alívio intermediário não revestido*

Os efeitos da variação da fração de alívio intermediário não revestido, quantificada por $1 - \beta$ no carregamento de compatibilização “ideal” foram avaliados segundo alguns conjuntos de modelos com hipóteses comuns.

Uma série de conjuntos de modelos, sempre com distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente e K_0 de 0,8 são apresentados a seguir. Em cada conjunto fixa-se um material, e varia-se apenas a cobertura e o valor de β .

⁹⁸ Isso é, o eixo horizontal aumenta e o vertical encurta; ou o eixo horizontal encurta menos que o vertical; ou o eixo horizontal alonga mais que o vertical.

⁹⁹ Por achatamento na vertical, refere-se à mudança da geometria de forma que a razão entre os comprimentos do eixo horizontal e vertical diminua. Isso é, o eixo horizontal encurta e o vertical aumenta; ou o eixo horizontal encurta mais que o vertical; ou o eixo horizontal alonga menos que o vertical.

7.6.4.1. Conjunto 1 – Geometria G1 e material mA

A Figura 86 e Figura 87 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s bem como seus valores normalizados q_n^s variando a cobertura, e o valor de β para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G1, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mA e K_0 de 0,8.

Figura 86 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e β para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 87 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e β para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

A observação dos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados mostra que, em linhas gerais, a proporção da magnitude dos carregamentos normalizados de trincas de cenários análogos onde varia-se apenas β é aproximadamente a mesma que a guardada entre os respectivos valores de β

adotados. De fato, observa-se que o efeito de β na magnitude dos carregamentos normalizados é substancialmente maior que a da cobertura.

Tal observação é coerente com o que seria esperado do procedimento de modelagem do β -method aplicado a materiais linear-elásticos, onde seria verificada de forma exata, ponto a ponto.

É importante destacar que esse aspecto proporcional não é exato, havendo inclusive regiões onde o padrão de distribuição dos carregamentos normalizados varia a depender de β . Isso é verificado tanto de maneira localizada e menos significativa, em perturbações locais, como de forma mais importante, no caso dos carregamentos horizontais normalizados para $\beta = 0,25$ nos cenários de média e alta cobertura para a borda do “vão” (isso é, proximidade do topo e base do túnel).

Atribui-se como hipótese para a causa dos supracitados desvios à tendência de proporcionalidade comum entre carregamentos normalizados e β em cenários análogos mudanças significativas no padrão de plastificações do maciço. De fato, verificou-se que para maiores coberturas a variação de β implica mais significativas variações nos padrões de plastificação, como ilustrado na Figura 88.

Figura 88 – Ilustração da variação dos pontos de plastificação com cobertura e β .

Fonte: produção própria.

É interessante destacar que para os cenários com $\beta = 0,25$, ainda que em diversos pontos mantenham-se valores normalizados que indicam “arqueamento” do maciço, em diversos pontos os carregamentos normalizados atingem e superam o valor unitário.

7.6.4.2. Conjunto 2 – Geometria G1 e material mB

A Figura 89 e Figura 90 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s bem como seus valores normalizados q_n^s variando a cobertura, e o valor de β para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G1, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mB e K_0 de 0,8.

Figura 89 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e β para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 90 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e β para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Para o conjunto de cenários com material mB, novamente observou-se tendência à uma mesma relação de proporcionalidade entre os valores dos carregamentos normalizados e os valores de β para trincas de modelos análogos.

Entretanto, destaca-se que nesse caso não se verificam desvios à tendência de proporcionalidade comum. Não havendo comportamento plástico no material mB, fica corroborada a hipótese anteriormente colocada, de que os desvios à variação proporcional dos carregamentos normalizados com β poderiam ser atribuídos ao comportamento plástico e mudanças significativas nos padrões de plastificação do maciço.

7.6.4.3. Conjunto 3 – Geometria G1 e material mC

A Figura 91 e a Figura 92 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s bem como seus valores normalizados q_n^s variando a cobertura, e o valor de β para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G1, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, material de maciço mC e K_0 de 0,8.

Foi definido um modelo de cenário com hipóteses de cobertura de 1 diâmetro equivalente e $\beta = 0,25$, mas convergência não foi obtida na etapa de cálculo (E2), com padrão de plastificação e zonas de cisalhamento que sugerem formação de mecanismo até a superfície, resultados que sugerem colapso do maciço, segundo o modelo. Por esse motivo não são apresentados os resultados para esse cenário.

Figura 91 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e β para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 92 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e β para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Comentários bastante semelhantes aos tecidos para o conjunto análogo de modelos, com material mA¹⁰⁰ podem ser estabelecidos para o presente conjunto de

¹⁰⁰ Conforme apresentado no item 7.6.4.1 desse trabalho.

cenários, com hipótese de maciço em material mC. Novamente, observa-se tendência geral à mesma proporção entre carregamentos normalizados e o valor de β para trincas de cenários análogos, onde varia-se apenas β . Uma vez mais, são observados ocasionais desvios a essa tendência, atribuídos a variações significativas no padrão de plastificações.

7.6.4.4. Sumário das observações

Em resumo, segundo os cenários avaliados, as seguintes observações foram possíveis:

- a) observou-se que a variação de β , com a manutenção das demais hipóteses do modelo, leva a uma variação, em linhas gerais em mesma proporção dos valores normalizados dos carregamentos de compatibilização “ideal”. Tal comportamento é compatível com o que se esperaria da aplicação do β -method em materiais lineares-elásticos, onde a proporção comum seria exata.
- b) tal tendência à proporcionalidade comum de carregamentos normalizados e β não é exata, entretanto. Ocorrem desvios a esse comportamento tão grandes quanto seja severa a variação do padrão de plastificações do maciço, com a variação de β .
- c) ainda assim, em grande parte dos casos, a despeito dos efeitos da plasticidade, uma tendência geral à proporcionalidade ainda pode ser observada.

Sob essas observações nota-se que o valor de β tem grande relevância na magnitude normalizada dos carregamentos de compatibilização “ideal”. Seu efeito nos padrões de distribuição é menor, e só ocorre quando associado a uma variação severa do padrão de plastificações.

7.6.5. *Variação da distância entre a base do arco invertido e a do modelo*

Os efeitos da variação da distância entre a base do arco invertido e a base do modelo no carregamento de compatibilização “ideal” foram avaliados segundo alguns conjuntos de modelos com hipóteses comuns. Uma série de conjuntos de modelos, sempre com geometria G1, K_0 de 0,8 e $\beta = 0,5$ são apresentados a seguir. Em cada

conjunto fixa-se um material, e varia-se apenas a cobertura e a distância da base do arco invertido à base do modelo.

7.6.5.1. Conjunto 1 – Geometria G1 e material mA

A Figura 93 e Figura 94 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s bem como seus valores normalizados q_n^s variando apenas a distância da base do arco invertido à base do modelo e a cobertura, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G1, material de maciço mA, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

Para facilitar a visualização, na Figura 93 e na Figura 94 a plotagem dos resultados dos cenários foi codificada com cores quanto à distâncias da base do arco invertido à base do modelo, a saber: distância de 1 diâmetro equivalente em azul, distância de 2 diâmetros equivalentes em amarelo e distância de 3 diâmetros equivalentes em vermelho. As diferentes hipóteses de cobertura foram codificadas pelos símbolos da plotagem: 1 diâmetro equivalente representado por círculos, 3 diâmetros equivalentes representados por triângulos, e 8 diâmetros equivalentes representados por quadrados.

Figura 93 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da distância da base do arco invertido à base do modelo e da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 94 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da distância da base do arco invertido à base do modelo e da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Observa-se que a variação da distância da base do arco invertido à base do modelo não levou a modificações muito significativas no valor normalizado dos carregamentos de compatibilização “ideal” verticais aplicados à calota. Como única exceção destaca-se o cenário G1-1D-5D-0,8-0,5. Dentre os cenários com cobertura

de 1 diâmetro equivalente esse foi o único que apresentou “levantamento” da calota. Entende-se que esse comportamento levou aos menores carregamentos normalizados na calota, inclusive devido a ocorrência de reações nos vínculos normais nessa região¹⁰¹. Esse comportamento foi anteriormente explorado no item 7.6.1 desse trabalho.

Para os carregamentos horizontais normalizados aplicados na lateral do túnel, observa-se uma certa tendência a uma redução das magnitudes normalizadas no sentido do interior do túnel¹⁰² com o aumento da distância da base do arco invertido à base do modelo. Como exceção, aproximadamente na região entre as coordenadas verticais 0m a -1m a tendência torna-se de aumento das magnitudes. Entretanto, essa tendência em geral não leva a variações substanciais da magnitude normalizada, mantidos os outros parâmetros. Verifica-se efeito mais acentuado apenas para os cenários de baixa cobertura¹⁰³.

O efeito mais acentuado da variação da distância da base do arco invertido à base do modelo faz-se notar nos carregamentos verticais normalizados aplicados ao arco invertido. Para os cenários avaliados, o aumento de tal distância levou a um aumento das magnitudes normalizadas na proximidade da borda do “vão”. Ressalta-se, entretanto, que a variação das magnitudes se dá em proporção muito menor que a da variação da distância investigada. Entende-se que maiores variações da distância da base do arco invertido à base do modelo são necessárias para produzir efeitos substanciais nas magnitudes normalizadas dos carregamentos em tela.

Vale salientar, ainda, que para os carregamentos verticais normalizados aplicados ao arco invertido o efeito também faz-se notar com mais intensidade para os cenários de baixa cobertura.

7.6.5.2. Conjunto 2 – Geometria G1 e material mB

A Figura 93 e Figura 94 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s bem como seus valores normalizados q_n^s variando apenas a distância da

¹⁰¹ As quais não ocorrem nos outros cenários por não reagirem quando em tração. Ver item 7.6.1 para discussão sobre tal comportamento.

¹⁰² Na proximidade da base do arco invertido, onde o sentido do carregamento se inverte, a tendência torna-se de aumento.

¹⁰³ Notar na Figura 94 as séries representadas por círculos, com maior afastamento.

base do arco invertido à base do modelo e a cobertura, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G1, material de maciço mB, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

Para facilitar a visualização, na Figura 95 e na Figura 96 a plotagem dos resultados dos cenários foi codificada da mesma forma que na Figura 93 e na Figura 94, conforme detalhado no item 7.6.5.1 desse trabalho.

Figura 95 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da distância da base do arco invertido à base do modelo e da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 96 - Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da distância da base do arco invertido à base do modelo e da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mB. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Para o conjunto de cenários em tela, observa-se que, mantidos os demais parâmetros, a variação da distância da base do arco invertido à base do modelo em geral não leva a grandes mudanças nos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados.

No conjunto análogo de modelos com material mA¹⁰⁴ havia sido verificada um efeito algo maior (ainda que relativamente pequeno) da variação do parâmetro nos carregamentos horizontais normalizados, o que não se verifica para o conjunto em tela, com material mB.

Assim como no conjunto análogo de modelos com material mA¹⁰⁵, o maior efeito da variação da distância da base do arco invertido à base do modelo faz-se notar, para o conjunto de cenários em pauta, nos carregamentos verticais normalizados aplicados ao arco invertido, na borda do “vão”, em especial para cenários de baixa cobertura.

7.6.5.3. Conjunto 3 – Geometria G1 e material mC

A Figura 97 e a Figura 98 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s bem como seus valores normalizados q_n^s variando apenas a distância da base do arco invertido à base do modelo e a cobertura, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G1, material de maciço mC, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

Para facilitar a visualização, na Figura 97 e na Figura 98 a plotagem dos resultados dos cenários foi codificada da mesma forma que na Figura 93 e na Figura 94, conforme detalhado no item 7.6.5.1 desse trabalho.

¹⁰⁴ Discutido no item 7.6.5.1 desse trabalho.

¹⁰⁵ Discutido no item 7.6.5.1 desse trabalho.

Figura 97 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da distância da base do arco invertido à base do modelo e da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 98 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da distância da base do arco invertido à base do modelo e da cobertura para modelos na geometria G1 e material de maciço mC. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

As tendências observadas para o conjunto em tela são bastante semelhantes às notadas para os modelos análogos com aplicação de material mA. Assim, comentários equivalentes aos apresentados no item 7.6.5.1 desse trabalho são aplicáveis.

7.6.5.4. Sumário das observações

Em resumo, segundo os cenários avaliados, as seguintes observações foram possíveis:

- a) em comparação a outros parâmetros e hipóteses avaliadas, a variação da distância da base do arco invertido à base do modelo tem importância geralmente menor quanto a efeitos nos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados;
- b) os efeitos fazem-se notar com mais intensidade para casos de baixa cobertura. Além disso, a proporção dos efeitos sobre as magnitudes normalizada é pequena em relação à proporção de aumento da distância da base do arco invertido à base do modelo necessária para causa-los. São necessárias maiores variações da distância para causar efeitos substanciais nas magnitudes normalizadas;
- c) exemplos de tais efeitos são tendência a aumento das magnitudes normalizadas dos carregamentos verticais aplicados na proximidade das bordas do “vão” do arco invertido, e uma variação mais leve dos carregamentos horizontais normalizados;
- d) nota-se efeito significativo nos cenários de baixa cobertura e maior distância da base do arco invertido à base do modelo nos carregamentos verticais na calota para os materiais mA e mC, com redução das magnitudes normalizadas. Atribui-se tal comportamento ao “levantamento” da calota nas respectivas variações de deformada.

7.6.6. *Variação das leis constitutivas dos materiais*

Foram investigados os efeitos da mudança do modelo constitutivo utilizado para representar o material do maciço. Comparou-se a modelagem empregando o material mA – representado segundo modelo linear elástico perfeitamente plástico de Mohr Coulomb - e os materiais mD1 e mD2 – representados segundo o modelo Cam Clay modificado.

Tal investigação equivale a verificar o efeito no carregamento de compatibilização “ideal” da consideração dos comportamentos físicos adicionais representados pelo modelo Cam Clay modificado. Destacam-se rigidez dependente

do estado de tensões, plasticidade com endurecimento, a qual permite rigidez diferenciada entre incremento e alívio de tensões, dentre outros.

Um conjunto único de modelos, sempre com geometria G1, K_0 de 0,8 e $\beta=0,5$ e distância da base do arco invertido à base do modelo de 1 diâmetro equivalente é apresentado a seguir. Para o conjunto, varia-se a cobertura e o material considerado.

Foram considerados os materiais mA, mD1 e mD2. Os 3 materiais tiveram seus parâmetros estimados de forma a representarem argilas relativamente duras, buscando uma variação da forma como é representado o material, mais do que do material em si¹⁰⁶. Os materiais mD1 e mD2 distinguem-se apenas pelo valor inicial do parâmetro de endurecimento, que é uma métrica do pré-adensamento do material. No caso, o material mD2 encontra-se significativamente pré-adensado e o material mD1 encontra-se pouco pré-adensado¹⁰⁷.

7.6.6.1. Conjunto único – Geometria G1 e modelos constitutivos variáveis

A Figura 99 e a Figura 100 apresentam os carregamentos de compatibilização “ideal” p_n^s bem como seus valores normalizados q_n^s variando a cobertura e os materiais, para modelos sempre com hipóteses de túnel de geometria G1, distância da base do túnel à base do modelo de 1 diâmetro equivalente, K_0 de 0,8 e β de 0,5.

¹⁰⁶ No caso dos materiais mA, mB e mC busca-se variação do material, mais do que da forma de representação.

¹⁰⁷ O material mA não considera endurecimento, então o pré-adensamento não é diretamente considerado, ainda que possa ser indiretamente avaliado pela estimativa dos parâmetros de rigidez.

Figura 99 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores dimensionais com variação da cobertura e material para modelos na geometria G1. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 100 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura e material para modelos na geometria G1. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Para melhor visualização apresentam-se também os gráficos com valores normalizados para cada material (Figura 101, Figura 102 e Figura 103).

Figura 101 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material mA. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 102 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material mD1. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Figura 103 – Comparação de carregamento de compatibilização “ideal” em valores normalizados com variação da cobertura para modelos na geometria G1 e material mD2. Na grade central os pontos representam as coordenadas dos nós do revestimento na malha de elementos finitos.

Fonte: produção própria.

Uma primeira observação digna de nota é que, a despeito de notáveis diferenças nos resultados, o aspecto geral do padrão de distribuição dos carregamentos normalizados de compatibilização “ideal” não variou muito, mesmo com a variação do modelo constitutivo empregado. É importante ressaltar que essa

observação não é válida para o modelo de forma geral, uma vez que diversos resultados mostram significativa distinção, por exemplo o campo de deslocamentos no maciço como um todo.

Imediatamente também se nota que para os cenários onde o maciço foi modelado segundo o Cam Clay modificado, a variação da cobertura tem um efeito bastante mais significativo na variação da magnitude normalizada dos carregamentos de compatibilização “ideal”. Um efeito mais pronunciado da variação da cobertura nos valores normalizados é coerente com o fato de que a rigidez é dependente do histórico e estados de tensões no Modelo Cam Clay modificado.

Para os carregamentos verticais na calota, essa variação manifesta-se como uma redução dos valores normalizados conforme aumenta a cobertura. Tal observação é coerente com o fenômeno físico de “arqueamento” de tensões. Esse comportamento também se faz notar mais claramente nos modelos que empregam o Cam Clay modificado pelos recalques em superfície, que muito reduzem-se para maiores coberturas, o que não necessariamente foi observado em todos os modelos que empregaram leis constitutivas mais simplificadas.

Comparando os materiais mD1 e mD2 nota-se que no caso do material mD2 os carregamentos verticais normalizados na calota são menores. Entende-se que tal comportamento é devido ao fato de tal material ser inicializado com RSA maior, mostrando comportamento mais rígido¹⁰⁸.

Para os carregamentos horizontais aplicados à lateral do túnel, para os materiais mD1 e mD2 o cenário de baixa cobertura levou a maiores valores nas bordas do “vão” e menores valores no meio do “vão”. No meio do “vão” os cenários de média cobertura apresentaram maiores valores, com os de alta cobertura apresentando valores intermediários entre média e baixa cobertura.

Assim, o valor máximo de carregamento normalizado foi observado para um valor intermediário de cobertura. Nota-se, pois, um padrão mais complexo de sensibilidade a variação de parâmetros em relação a o que vinha se observando para os modelos linear elásticos perfeitamente plásticos, onde uma mesma lógica de aumento / decréscimo era observada para a variação de parâmetros.

¹⁰⁸ Pois o domínio elástico, onde a rigidez é maior, torna-se mais abrangente.

Nota-se que o efeito da variação da cobertura é mais pronunciado para os cenários com material mD1. Interpreta-se que isso se deve a um menor valor de RSA empregado, propiciando maior ocorrência de plasticidade e endurecimento.

Para os carregamentos verticais de compatibilização “ideal” aplicados ao arco invertido a influência da cobertura mostrou-se menos pronunciada. Na maior parte, as magnitudes normalizadas também foram semelhantes entre os materiais, com exceção da borda do “vão” onde o padrão de distribuição dos materiais mD1 e mD2 distinguiu-se daquele observado no material mA, onde verificou-se homogeneização das magnitudes normalizadas.

Ainda que a variação de magnitudes com a cobertura seja menor para essa componente do carregamento, se antevê um padrão mais complexo de sensibilidade, como observado para os carregamentos horizontais normalizados.

7.6.6.2. Sumário das observações

Reconhece-se que a avaliação dos efeitos da mudança de leis constitutivas empregadas para a modelagem do maciço em modelos de hierarquia H1 foi para conjunto de hipóteses bastante particular. Não obstante, segundo os cenários avaliados, as seguintes observações foram possíveis:

- a) efeitos da variação de cobertura fazem-se notar de forma mais pronunciada quando o modelo Cam Clay modificado é empregado, em relação ao modelo linear elásticos perfeitamente plásticos com envoltória de Mohr Coulomb. Tal observação é coerente com as respectivas hipóteses dos modelos;
- b) logo, as observações tecidas no item 7.6.1 desse trabalho para modelos de hierarquia H1 com maciço representado por modelo linear elástico perfeitamente plástico com envoltória de Mohr Coulomb, de uma menor influência da cobertura no valor normalizado dos carregamentos de compatibilização “ideal”, não são necessariamente válidas para modelos constitutivos mais complexos;
- c) destaca-se uma maior capacidade do modelo Cam Clay modificado em representar uma crescente capacidade de “arqueamento” do maciço com o aumento da cobertura;

- d) observa-se que o parâmetro de endurecimento – manifestado pelo RSA nos cenários avaliados – tem significativo efeito nos carregamentos de compatibilização “ideal” para modelos que empregado o Cam Clay modificado;
- e) mesmo com a limitação da quantidade de cenários avaliados, antevê-se que os padrões de variação dos carregamentos de compatibilização “ideal” com a variação de hipóteses de entrada do modelo de hierarquia H1 tornam-se mais complexos com a introdução do modelo Cam Clay modificado, com carregamentos máximos para valores de intermediários de parâmetros de entrada;

Ainda assim, o padrão geral de distribuição dos carregamentos mostrou-se semelhante, mesmo com variação do modelo constitutivo utilizado para representar o comportamento do maciço, interpretando-se que guarda relação principalmente com a geometria e o estado de tensões antes da escavação como explorado no item 7.6.3.

8 CONCLUSÕES

Em aspecto amplo, esse trabalho promoveu um estudo da modelagem hierárquica para análise e projeto de túneis, com foco em modelos de anel sobre apoios e de maciço como sólido deformável contínuo. O estudo prestou-se a comparar as hierarquias, buscando alternativas, ferramentas e conceitos pertinentes a sua compatibilização e uso conjunto na prática de projeto.

As conclusões do estudo e dos exercícios promovidos, discutidas em detalhe ao longo do trabalho nas respectivas seções, são resumidas a seguir.

8.1. Modelos hierárquicos aplicáveis à prática de projeto de túneis

Conforme as ideias de Duddeck (1986), modelos empregados para projetos de engenharia civil devem cobrir os fenômenos físicos mais importantes, de forma a permitir dimensionamento com segurança e desempenho adequados com o menor esforço – custo, tempo, complexidade, etc. – possível. Segundo o autor, portanto, não necessariamente todos os fenômenos físicos precisam ser representados com a máxima acurácia permitida pelo estado da arte de modelos de pesquisa, apenas com a acurácia necessária para permitir atender as expectativas do projeto.

Negro, et al (2009) ilustram, com compilação de estudos de casos, que os modelos de maciço como sólido deformável contínuo, segundo as hipóteses usuais correntemente empregadas na rotina de projeto, muitas vezes não mostram resultados aderentes àqueles de fato medidos por instrumentação. Isso significa que, em certas instâncias, a crença de que tais modelos, segundo hipóteses simplificadas usuais de projeto – como por exemplo, emprego de modelo linear elástico, perfeitamente plástico com envoltória de Mohr Coulomb – apresentaria resultados acurados pode ser ilusória.

Ou seja, entende-se que a rejeição de modelos de anel sobre apoios sob o pretexto de que sua acurácia seria necessariamente pior que a dos modelos de maciço como sólido contínuo nem sempre é pertinente. Sob as hipóteses simplificadoras comumente empregadas na prática de projeto – modelos bidimensionais, modelos constitutivos simples, etc. – nem sempre resultados acurados são obtidos. Naturalmente, de forma semelhante, para os modelos de anel sobre apoio, a qualidade hipóteses de carregamento e vínculo imposto tem estreita

relação com o potencial de acurácia dos resultados, sendo sua estimativa desafiadora, menos direta que a dos parâmetros dos modelos de maciço contínuo, e parte do escopo do presente trabalho.

Ainda que não necessariamente ofereçam perfeita acurácia de estimativa, os modelos de maciço como sólido deformável contínuo representam uma maior gama de fenômenos físicos que os modelos de anel sobre apoios, contribuindo para seu desempenho na cobertura de fenômenos, segundo as considerações de Duddeck (1986). De fato, os modelos de anel sobre apoio pouco ou nada informam sobre o maciço escavado. Para seu emprego, portanto, ou não deve ser necessária a investigação do mesmo – por exemplo maciço competente / conhecido; cobertura vasta suficiente para que não se esperem recalques, etc. – ou o mesmo deve ser estudado segundo modelos ou métodos auxiliares / complementares.

Em suma, entende-se que modelos de maciço como sólido contínuo e anel sobre apoio tem potencial de utilização conjunta na prática de projeto, desde que se reconheçam as respectivas limitações, inclusive do modelo de maior hierarquia. De um lado devem ser reconhecidas as limitações, principalmente quanto à representação do comportamento constitutivo dos materiais nos modelos de maciço como sólido deformável contínuo, não encarando resultados como manifestação direta e necessariamente acurada do problema físico. De outro lado, a estimativa dos parâmetros de entrada do modelo de anel sobre apoios é menos direta e intuitiva, representando desafio significativo, que pode ser atacado com auxílio dos modelos de maior hierarquia, conforme explorado nesse trabalho.

Nesse sentido, independentemente do modelo empregado, suas limitações na representação da realidade devem ser reconhecidas e respeitadas, destacando-se a grande importância da instrumentação, monitoramento e acompanhamento de obras de túneis.

Na prática, como ilustrado por Prado e Waimberg (2016), os modelos podem ser empregados em conjunto, com análise de seções representativas por modelos de maior hierarquia, e análise de grande número de seções com modelos de menor hierarquia, calibrados, validados e respaldados pelos modelos respectivos de maior hierarquia. Evidentemente, para cenários de maior complexidade e onde maior diversidade de fenômenos físicos, sobretudo relacionados ao maciço fazem-se relevantes, modelos de maior hierarquia precisam ser aplicados.

8.2. Procedimento para obtenção de carregamentos de compatibilização ‘ideal’ para modelo de anel sobre apoios

O presente trabalho formulou um procedimento prático para obtenção do valor exato do carregamento a ser imposto em um dado modelo de hierarquia H2 com uma dada hipótese de vínculo, que leva a resultados exatamente iguais àqueles de um dado modelo de hierarquia H1 análogo. O procedimento para a obtenção desse carregamento de compatibilização “ideal” é de fácil implementação em aplicações computacionais do método dos elementos finitos usualmente disponíveis no mercado.

A respeito do procedimento, é essencial destacar que o mesmo computa valores de carregamentos que levam a compatibilização “ideal” para uma dada hipótese de vínculo no modelo de hierarquia H2, a despeito da qualidade dessa hipótese. Assim, mesmo que hipóteses pouco realistas sejam adotadas, um carregamento que leva a resultados exatamente compatíveis será calculado. Naturalmente, notou-se que melhores hipóteses de vínculo devem levar a carregamentos de aspecto mais realista e intuitivo.

Na mesma linha, é importante salientar que a referida compatibilização “ideal” se estabelece entre hierarquias de modelos, e não entre modelos e fenômenos físicos. Logo, ao compatibilizar um dado modelo de hierarquia H2 com um dado modelo de hierarquia H1, a compatibilidade da menor hierarquia não se faz com o comportamento físico em si, mas com o que pode ser reproduzido pelo modelo de maior hierarquia, herdando inclusive suas respectivas limitações.

O carregamento de compatibilização “ideal” traduz-se em forças nodais. Tais forças nodais podem ser transformadas e/ou simplificadas em carregamentos distribuídos que levam à compatibilidade entre hierarquias de modelos análogos, segundo formato usual à análise e projeto de túneis. Por meio de um exemplo de validação, verificou-se a validade de tal exercício.

Naturalmente, o procedimento tem aplicação muito limitada para uso direto, uma vez que só é possível obter carregamentos a serem impostos nos modelos de hierarquia H2 quando já conhecida a solução do modelo análogo de hierarquia H1 respectivo. Entretanto, o mesmo foi empregado como ferramenta valiosa para investigar padrões em carregamentos impostos que levam a razoável compatibilização entre modelos de hierarquia H1 e H2, como ilustrado nos estudos que se sucederam no presente trabalho.

8.3. Avaliação de desempenho de carregamentos impostos à hierarquia H2 quanto à compatibilidade de resultados com aqueles da hierarquia H1

A partir de um estudo de caso foi avaliado o desempenho comparativo de uma série de carregamentos impostos a modelos de hierarquia H2 usuais à bibliografia e prática e carregamentos calibrados segundo o carregamento de compatibilização “ideal” obtido por procedimento introduzido no presente trabalho. O desempenho foi avaliado quanto à compatibilidade dos resultados de esforços solicitantes no revestimento frente a modelo de hierarquia H1 análogo.

Ressalta-se, pois, que a avaliação foi efetuada com referência a um modelo, e não a comportamento físico efetivamente medido, ou seja, as limitações do modelo de maior hierarquia ainda se aplicam. Logo, o estudo não corresponde a avaliar qual dos carregamentos apresenta maior aderência ao fenômeno físico representado, mas sim à representação proposta por um dado modelo de maior hierarquia.

Sob essa ressalva notou-se uma aderência baixa entre os resultados de esforços solicitantes no revestimento para os modelos de hierarquia H2 com carregamentos impostos usuais da bibliografia e prática em relação aos resultados obtidos por um modelo de hierarquia H1 análogo. Tal discrepância de resultados remete ao caso analisado por Duddeck (1986).

Para os modelos de hierarquia H2 com carregamentos calibrados segundo o carregamento de compatibilização “ideal”, os resultados de esforços solicitantes do revestimento mostraram-se consideravelmente aderentes àqueles do modelo de hierarquia H1 análogo. Dentre os casos avaliados, o desvio máximo absoluto, normalizado pelo máximo esforço solicitante do respectivo caso, foi de 5% para força normal. No caso do momento fletor, o desvio máximo foi maior, de até 84%. Entretanto, tomando o valor médio dos desvios absolutos dos casos, valores de 3%, 6%, 8%, 18% e 38% foram verificados, bastante menores, especialmente considerando que nos casos avaliados os momentos fletores foram relativamente baixos, e potencialmente seriam menos relevantes que a força normal para efeito de dimensionamento.

Dois carregamentos calibrados a partir do carregamento de compatibilização “ideal” foram avaliados. Para um deles, ainda que efetuada simplificação, não se impôs limitação fixa a seu grau de complexidade. Para o outro, impôs-se que deveria ser bilinear para cada componente. Da comparação dos resultados notou-se que,

ainda que o carregamento de maior complexidade resulte maior aderência aos resultados de referência do modelo de hierarquia H1, o carregamento mais simples também apresentou uma aderência bastante razoável aos resultados de referência, sobretudo para esforços de força normal, e consideravelmente superior à aderência dos carregamentos da bibliografia / prática usual avaliados.

É importante colocar a ressalva, entretanto, de que, por serem calibrados diretamente do modelo de hierarquia H1, os carregamentos de compatibilização “ideal” herdaram não somente as virtudes do modelo de hierarquia H1, mas também seus vícios e limitações. Assim, se por um lado essa característica contribui para a compatibilização entre modelos, não contribui necessariamente para a acurada representação do fenômeno físico.

Não obstante, apesar de o estudo de caso tratar-se de uma avaliação bastante específica, os resultados ilustram o potencial da calibração de carregamentos simplificados a partir do carregamento de compatibilização “ideal”. Sobretudo, fica ilustrado que, mesmo se uma significativa simplificação for imposta ao carregamento, desde que sua magnitude e distribuição geral remetam àquela do carregamento de compatibilização “ideal”, resultados razoavelmente compatíveis aos do modelo de referência podem ser obtidos.

Logo, se for possível estabelecer padrões a respeito da magnitude e distribuição do carregamento de compatibilização “ideal”, segundo definição do modelo de referência / problema físico, identifica-se o potencial de investigar a estimativa de carregamentos de compatibilização razoáveis, mesmo sem que se conheça de antemão os resultados do modelo de hierarquia H1 análogo, como preconizaria o cálculo do carregamento de compatibilização “ideal” exato, conforme aplicado na análise comparativa em tela. A investigação de tais padrões motivou a análise paramétrica efetuada no item 7 desse trabalho, cujo resumo das conclusões é apresentado no item 8.4.

8.4. Sensibilidade do carregamento simplificado estimado a partir do carregamento ‘ideal’ a parâmetros do problema físico

Tendo como motivação as conclusões resumidas no item 8.3, foi realizada uma análise paramétrica da sensibilidade dos carregamentos de compatibilização “ideal” à variação das hipóteses e parâmetros dos modelos de hierarquia H1 de referência. Tal

análise foi efetuada no âmbito de investigar possíveis padrões de magnitude e distribuição dos carregamentos de compatibilização “ideal” para diferentes hipóteses do modelo de hierarquia H1. O estudo buscou antever a possibilidade de estimar carregamentos simplificados de compatibilização razoável sem que fosse necessário conhecer de antemão a solução do modelo de hierarquia H1 de referência, como preconizaria o cálculo do carregamento de compatibilização “ideal”¹⁰⁹.

A análise paramétrica baseou-se em um modelo bidimensional com hipóteses consideravelmente simples, sobretudo a respeito da sequência construtiva¹¹⁰, a fim de realizar uma avaliação conceitual e geral dos comportamentos físicos. Um total de 93 cenários de análise foram avaliados individualmente, variando hipóteses de cobertura, distância da base do modelo à base do arco invertido, material do maciço, geometria da escavação, inicialização do estado de tensões e alívio parcial de tensões de escavação não revestida.

A partir da normalização dos carregamentos de compatibilização “ideal” pelas respectivas tensões *in situ* antes da escavação nos nós, padrões na magnitude e distribuição de tais carregamentos normalizados foram identificados. Salvo quando explicitado o contrário, as conclusões referem-se a cenários que consideraram o maciço como um material linear elástico / linear elástico perfeitamente plástico com envoltória de plastificação de Mohr-Coulomb no modelo de hierarquia H1.

Para o universo de cenários avaliados, as principais observações específicas são:

a) quanto à variação da cobertura:

- a variação de cobertura por si só não levou a grandes variações no padrão de distribuição e na magnitude dos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados. Nesses casos, usualmente se observou carregamentos ligeiramente maiores na calota e ligeiramente menores no arco invertido para cenários de baixa cobertura;
- a variação da cobertura incorre em diferentes padrões de plastificações, que levam a algumas perturbações da distribuição dos carregamentos, geralmente locais e de menor nota. Apenas quando o padrão de plastificações muda severamente, por exemplo com generalizadas

¹⁰⁹ Como realizado nos estudos da seção 6, cujas conclusões são resumidas no item 8.3

¹¹⁰ Ver itens 7.3 e 7.4 para detalhes.

plastificações, o padrão de distribuição dos carregamentos normalizados é afetado de forma substancial, com tendência a aumento de magnitude e suavização / homogeneização de distribuição dos carregamentos normalizados conforme aumenta a plastificação do maciço;

- para baixas coberturas, a depender da rigidez relativa dos materiais, por vezes ocorrem movimentos ascendentes da calota na variação da deformada após instalação do revestimento. Tais ocorrências levam a variações significativas na magnitude e distribuição dos carregamentos, sobretudo na calota. Em parte, isso é ocasionado pela aparição de reações nos vínculos normais da calota do modelo de hierarquia H2, que reagem apenas à compressão;

b) quanto à variação dos materiais (linear elástico / linear elástico perfeitamente plástico com envoltória de plastificação de Mohr-Coulomb):

- certas observações relativamente triviais foram verificadas: maior rigidez do maciço usualmente resulta em mais baixos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados e plastificações devido a materiais menos resistentes do maciço levam a aumento da magnitude, com suavização e homogeneização da distribuição dos carregamentos normalizados;
- observações semelhantes às supracitadas a respeito de movimentos ascendentes do túnel causando variação da magnitude e distribuição dos carregamentos normalizados, sobretudo na calote foram feitas, em especial para os materiais menor rigidez;
- em certos casos, notou-se que maciços de materiais mais rígidos modificaram os padrões de distribuição dos carregamentos de forma a reduzi-las no meio dos “vãos”;

c) quanto à variação da geometria do túnel e do estado de tensões *in situ* antes da escavação (K_0):

- variações no raio do perímetro do túnel parecem levar a variações localizadas na distribuição e magnitude dos carregamentos normalizados, especialmente quando a transição é brusca;
- interpreta-se que a geometria do túnel implica uma relação entre as rigidezes relativas entre “vãos” horizontais (calota e arco invertido) e

“vãos” verticais (laterais do túnel), onde túneis achatados na horizontal (“vãos” horizontais maiores que os verticais) tem os “vãos” horizontais menos rígidos que os verticais e vice e versa;

- interpreta-se que o valor de K_0 implica solicitações relativas entre os “vãos” horizontais (calota e arco invertido) e “vãos” verticais (laterais do túnel), onde maior K_0 implica maior solicitação nos “vãos” verticais e vice e versa;
- a depender da relação entre as rigidezes relativas e solicitações relativas implicadas pela geometria e por K_0 , respectivamente, observou-se a tendência a variações da deformada após a instalação do revestimento com: (i) achatamento na horizontal¹¹¹ para menores rigidezes e maiores solicitações nos “vãos” horizontais; (ii) achatamento na vertical¹¹² para menores rigidezes e maiores solicitações nos “vãos” verticais;
- em coerência com o que se esperaria da distribuição de esforços, os padrões de variação de deformada se relacionaram com padrões gerais de distribuição dos carregamentos normalizados. Quando de variação de deformada com achatamento na horizontal, os carregamentos normalizados verticais aplicados à calota concentram-se na borda do “vão” horizontal e carregamentos normalizados horizontais aplicados à lateral do túnel concentram-se no meio do “vão” vertical. Quando de variação de deformada com achatamento na vertical os carregamentos normalizados verticais aplicados à calota concentram-se no meio do “vão” e os carregamentos normalizados horizontais aplicados à lateral do túnel concentram-se na borda do “vão”.
- esboçou-se a possibilidade de antever, para o universo de cenários avaliados, a transição entre os padrões de distribuição segundo a razão de aspecto do túnel e o valor de K_0 .
- para o universo de cenários avaliados, a relação entre a geometria do túnel – em especial sua razão de aspecto - e o estado de tensões *in situ*

¹¹¹ Mudança da geometria de forma que a razão entre o comprimento do eixo horizontal e vertical aumente. Isso é, o eixo horizontal aumenta e o vertical encurta; ou o eixo horizontal encurta menos que o vertical; ou o eixo horizontal alonga mais que o vertical.

¹¹² Mudança da geometria de forma que a razão entre o comprimento do eixo horizontal e vertical diminua. Isso é, o eixo horizontal encurta e o vertical aumenta; ou o eixo horizontal encurta mais que o vertical; ou o eixo horizontal alonga menos que o vertical.

antes da escavação pareceu ser a principal responsável pelo padrão de distribuição dos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados;

d) quanto à variação da fração de alívio das tensões de escavação após a instalação do revestimento (β):

- a variação de β , com a manutenção das demais hipóteses do modelo, leva a uma variação, em linhas gerais, em mesma proporção dos valores normalizados dos carregamentos de compatibilização “ideal”;
- tal tendência à proporcionalidade comum de carregamentos normalizados e β entretanto não é exata. Ocorrem desvios a esse comportamento tão grandes quanto seja severa a variação do padrão de plastificações do maciço com a variação de β . Ainda assim, em grande parte dos casos, a despeito desses efeitos da plasticidade, uma tendência geral à proporcionalidade ainda pode ser observada;
- dessa forma, a estimativa de β tem um impacto muito grande na magnitude dos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados, e pouco impacto na sua distribuição;

e) quanto à variação da distância entre a base do arco invertido e a base do modelo:

- em comparação a outros parâmetros e hipóteses avaliadas, a variação da distância da base do arco invertido à base do modelo tem importância geralmente menor quanto a efeitos nos carregamentos de compatibilização “ideal” normalizados;
- os efeitos fazem-se notar com mais intensidade para casos de baixa cobertura, mas mesmo assim são necessárias maiores variações da distância para causar efeitos substanciais nas magnitudes normalizadas;
- em certos casos, os supracitados efeitos do “levantamento” da calota fazem-se notar;

f) quanto à variação das leis constitutivas dos materiais:

- para cenários selecionados foi avaliada comparativamente a representação do material do maciço por linear elástico perfeitamente plástico com envoltória de plastificação de Mohr-Coulomb e pelo Cam

Clay modificado, segundo duas hipóteses do parâmetro de endurecimento;

- efeitos da variação de cobertura fazem-se notar de forma mais pronunciada quando o modelo Cam Clay modificado é empregado. Tal observação é coerente com as respectivas hipóteses dos modelos. Fica sugerido que as conclusões para variação de cobertura tecidas para modelo constitutivo linear elástico perfeitamente plástico com envoltória de plastificação com critério de Mohr Coulomb modificam-se para leis constitutivas mais complexas aplicadas aos geomateriais;
- por um lado, foi possível antever que modelos constitutivos mais complexos implicam uma maior complexidade de interpretação dos efeitos da variação de parâmetros, tendo sido notados por vezes carregamentos normalizados máximos para valores intermediários de parâmetros de entrada nos cenários que empregaram o Cam Clay modificado, o que não foi observado nos cenários que empregaram modelo linear elástico perfeitamente plástico;
- por outro lado, o padrão geral de distribuição dos carregamentos normalizados mostrou-se semelhante, mesmo com variação do modelo constitutivo empregado, interpretando-se que guarda relação principalmente com a geometria e o estado de tensões antes da escavação, como descrito anteriormente.

Em suma, para o universo de cenários avaliados, verificou-se:

- a) para o padrão de distribuição dos carregamentos normalizados:
 - o aspecto geral – que é o mais importante para postular carregamentos simplificados - do padrão de distribuição dos carregamentos é governado principalmente pela relação entre a geometria do túnel – sobretudo sua razão de aspecto – e o estado de tensões *in situ* antes da escavação;
 - variações severas no padrão de plastificação ou na rigidez do maciço também podem ter efeitos consideráveis no padrão de distribuição de carregamentos normalizados, ainda que menos proeminentes.
- b) para a magnitude dos carregamentos normalizados:

- o valor das magnitudes normalizadas pareceu ser influenciado principalmente pela rigidez relativa do maciço¹¹³ e pela fração de alívio de tensões de escavação após instalação do revestimento;
 - antevê-se que, para modelos constitutivos mais elaborados, como o Cam Clay modificado, também a cobertura do túnel tem papel importante na magnitude dos carregamentos normalizados;
- c) para a conversão de carregamentos normalizados em carregamentos dimensionais:
- quando da conversão de carregamentos normalizados em carregamentos dimensionais as magnitudes não-normalizadas passarão a ser largamente influenciadas pela cobertura e pelo valor de K_0 do maciço;
 - quanto menor a cobertura mais será alterado o padrão de distribuição dos carregamentos, devido a uma maior relevância da variação dos fatores de normalização ao longo da altura do túnel;
- d) cabe comentar que em cenários de menor cobertura, maciço com menor rigidez, e maior distância da base do arco invertido à base do modelo, por vezes foi observada variação da deformada após instalação do revestimento com significativo “levantamento” do túnel. Entende-se que um “exagero” dessa tendência pode dever-se a limitações do modelo constitutivo empregado na maior parte dos modelos para representar o maciço. Tal comportamento por vezes levou a desvios nos padrões de carregamento descritos e a interpretações menos “comportadas” e intuitivas.

Assim, com os modelos avaliados foram possíveis conclusões de natureza conceitual / qualitativa / semi-quantitativa a respeito dos padrões de magnitude e distribuição dos carregamentos de compatibilização “ideal” obtidos quando da variação de hipóteses dos modelos de hierarquia H1. Antevê-se que a formulação de expressões e regras explícitas para a estimativa de carregamentos de compatibilização razoável requereriam estudos futuros com maior quantidade de modelos, por exemplo com sistemática semelhante àquela proposta por Kung, Hsiao, Schuster e Juang (2007), conforme explorado no item 8.5 adiante.

¹¹³ Isso é, a rigidez do maciço em relação ao revestimento, influenciada principalmente pelas propriedades do material do maciço e revestimento e dimensões do revestimento.

Considera-se que as conclusões do presente estudo podem embasar e orientar a formulação e realização de tal potencial estudo futuro.

8.5. Sugestões para trabalhos futuros

O presente trabalho formulou um procedimento para obtenção de carregamentos de compatibilização “ideal” entre modelos de maciço como sólido deformável contínuo e anel sobre apoios. Tal procedimento foi aplicado para estudos que permitiram tecer conclusões de ordem principalmente conceitual e qualitativa a respeito de hipóteses aplicadas a modelos da menor hierarquia que compatibilizam seus resultados aos de maior hierarquia.

Entende-se que para que as conclusões passem a um nível quantitativo, por exemplo, com desenvolvimento de correlações para estimativa de carregamentos de compatibilização, um estudo ainda mais sistemático e abrangente seria necessário.

Tal estudo deve requerer automatização de rotinas para avaliação sistemática de maior quantidade de modelos, e metodologias específicas para correlação dos resultados.

Nesse sentido, o trabalho de Kung, Hsiao, Schuster e Juang (2007) parece uma interessante referência de trabalho análogo ao ora visionado. Os autores empregaram uma abordagem de redes neurais para a efetuar previsão de deflexões em contenções escavadas em argilas, segundo 5 parâmetros de entrada, identificados como mais importantes. A rede neural foi treinada a partir de casos históricos e, principalmente, um grande volume de simulações numéricas sistematicamente realizadas e avaliadas.

Trabalho análogo poderia ser desenvolvido em seguimento ao apresentado na presente dissertação. Tomando como ponto de partida as conclusões ora tecidas, parâmetros de entrada de maior importância poderiam ser elencados para o desenvolvimento de rotina automatizada de definição, processamento e apuração de modelos semelhantes aos desenvolvidos nessa dissertação, cujos resultados poderiam alimentar um algoritmo com abordagem de rede neural. Tal algoritmo poderia ser utilizado para previsão preliminar de carregamentos de compatibilização de modelos de anel sobre apoios, ou mesmo diretamente de esforços solicitantes no revestimento de túneis.

Naturalmente, trabalhos futuros também poderiam explorar a compatibilização entre hierarquias de modelos segundo hipóteses mais sofisticadas aplicadas aos

modelos de hierarquia H1. Mencionam-se por exemplo, leis constitutivas mais elaboradas, como explorado parcialmente na presente dissertação com o Cam Clay modificado, sequências de cálculo mais elaboradas, com maior detalhamento do processo construtivo, modelos tridimensionais, etc.

Por fim, reconhece-se que maior protagonismo foi dado no presente trabalho a compatibilizações segundo carregamentos impostos a modelos de hierarquia H2. Trabalhos futuros poderiam explorar em maior abrangência o efeito dos vínculos impostos na compatibilização de hierarquias.

REFERÊNCIAS¹¹⁴

- ABREU, F.C.O.; PASCOLA JR., J.; MARTINS, M.E.; CELESTINO, T.B. Impacto na saúde pública pela não expansão das redes subterrâneas de metro na cidade de São Paulo. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE TÚNEIS E ESTRUTURAS SUBTERRÂNEAS, 4., 2017. São Paulo: Comitê Brasileiro de Túneis, 2017.
- ANAGNOSTOU, G. The contribution of horizontal arching to tunnel face stability. **Geotechnik**, v.25, n. 1, p. 34-44, 2012.
- BLOM, C. B. **Design philosophy of concrete linings for tunnels in soft soils**. 2002. 248 p. PhD Thesis - Civil Engineering Department, Delft University of Technology, Delft, 2002.
- BRITISH TUNNELING SOCIETY; THE INSTITUTION OF CIVIL ENGINEERS. **Tunnel lining design guide**. Londres: Thomas Telford, 2004.
- BUCALEM, M.; BATHE, K. **The mechanics of solids and structures-hierarchical modeling and the finite element solution**. Berlin: Springer Science & Business Media, 2011.
- BURLAND, C. Interaction between structural and geotechnical engineers. **The Structural Engineer**, London, v. 84, n. 8, p. 29-37, 2006.
- BURLAND, J.; ROSCOE, K. On the generalized stress strain behaviour of 'wet' clay. In: **ENGINEERING PLASTICITY**, 1968, Cambridge. **Proceedings...** Cambridge: Cambridge University Press, 1968. p. 535-609.
- CALLARI, C.; AURICCHIO, F.; & SACCO, E. A finite-strain cam-clay model in the framework of multiplicative elasto-plasticity. **International Journal of Plasticity**, v. 14, n. 12, p. 1155-1187, 1998.
- CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS. Meaning of Model in English. Disponível em: <https://dictionary.cambridge.org/dictionary/english/model>. Acesso em: 11 nov. 2019.
- CELESTINO, T.B.C. **Por qué ir a lo subterráneo? Por qué los países y ciudades modernas están yendo hacia lo subterráneo?** Mexico: ITA-AITES, 2016.
- CHAKERI, H.; UNVER, B. A new equation for estimating the maximum surface settlement above tunnels excavated in soft ground. **Environmental Earth Sciences**, v. 71, n. 7, p. 3195-3210, 2014.
- CHAPMAN, D.; METJE, N.; STARK, A. **Introduction to tunnel construction**. Boca Raton: CRC Press, 2018.

¹¹⁴ De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT NBR 6023).

DO, N.; DIAS, D.; ORESTE, P.; IRINI, D. A new numerical approach to the hyperstatic reaction method for segmental tunnel linings. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 38, n. 15, p. 1617-1632, 2014.

DUDDECK, H. Codes need different structural design models than research work. In: THE INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. **Fundamental Developments in Design Models - Contributions to a joint meeting organized by Commission II (Structural Analysis) and Commission IV (Members Design)**. Karlsruhe: FIB, 1986.p. 243-263.

DUDDECK, H.; ERDMANN, J. Structural design models for tunnels. In: TUNNELING 82, 1982, Brighton. **Proceedings...** Brighton: Institution of Mining and Metallurgy, 1982.

GODDARD, J. **Why go underground? Contribution of the use of underground space to sustainable development**. Tolouse: ITA-AITES, 2002.

HEJAZI, Y.; DIAS, D.; KASTNER, R. Impact of constitutive models on the numerical analysis of underground constructions. **Acta Geotechnica**, v. 3, n. 4, p. 251-258, 2008.

HUNG, C.; MONSEES, J.; MUNFAH, N.; WISNIEWSKI, J. **Technical Manual for Design and Construction of Road Tunnels: Civil Elements**. Washington, D.C.: National Highway Institute - U.S. Department of Transportation - Federal Highway Administration, 2009.

INTERNATIONAL TUNNELING AND UNDERGROUND SPACE ASSOCIATION. Design Methods. Disponível em: <https://tunnel.ita-aites.org/en/how-to-go-underground/design/design-methods>. Acesso em: 25 ago. 2019.

INTERNATIONAL TUNNELING AND UNDERGROUND SPACE ASSOCIATION. Guidelines for the Design of Tunnels. **Tunneling and Underground Space Technology**, London, v.3, n. 3. p. 237-249, 1988.

KIM, J.; KIM, M.; JUNG, S. Two-dimensional numerical tunnel model using a Winkler-based beam element and its application into tunnel monitoring systems. **Cluster Computing**, v. 18, n. 2, p. 707-719, 2014.

KUNG, G.T.C.; HSIAO, E.C.L.; SCHUSTER, M.; JUANG, C.H. A neural network approach to estimating deflection of diaphragm walls caused by excavation in clays. **Computers and Geotechnics**, v. 34, n. 5, p. 385-396, 2007.

LABUZ, J.; ZANG, A. Mohr–Coulomb Failure Criterion. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, v. 45, n. 6, p. 975-979, 2012.

LECA, E.; NEW, B. Settlements induced by tunneling in soft ground. **Tunneling and Underground Space Technology**, London, v. 22, n. 2, p. 119-149, 2007.

MARTINEK, K.; WINTER, V. **Tunnelbau Unter Tage. Erläuterungen Zu Den Normen, Richtlinien Und Regeln**. Wiesbaden e Berlim: Bahverlag GmbH, 1987.

MASHIMO, H.; ISHIMURA, T. Evaluation of the load on shield tunnel lining in gravel. **Tunneling and underground space technology**, v. 18, n.2, p. 233-241, 2003.

MIDAS INFORMATION TECHNOLOGY CO. GTS NX On-line Manual. Disponível em: http://manual.midasuser.com/en_common/gts%20nx/150/GTS_NX/Welcome_to_GTS_NX/Intro.htm Acessado em: 13 jul. 2019.

NADER, J. J. **Breve Curso de Modelos Elastoplásticos**. São Paulo: Eu Autor, 2015.

NEGRO JR.; A., KARLSRUD, K.; SRITHAR, S.; ERVIN M.; VORSTER, E. Prediction, monitoring and evaluation of performance of geotechnical structures. In: 17TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING, 2009, Alexandria. **Proceedings...** Alexandria: International Society of Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, 2009, p. 2930-3005.

NORWEGIAN GEOTECHNICAL INSTITUTE. Using the Q-system. Oslo: Norwegian Geotechnical Institute, 2015.

O'REILLY, M.; NEW, B. Settlements above tunnels in the U.K.- their magnitude and prediction. In: TUNNELING 82, 1982, Brighton. **Proceedings...** Brighton: Institution of Mining and Metallurgy, 1982. p. 173-181.

ORESTE, P. A numerical approach to the hyperstatic reaction method for the dimensioning of tunnel supports. **Tunneling and Underground Space Technology**, London, v. 22, n. 2. p. 185-205, 2007.

PECK, R. Advantages and limitations of the observational method in applied soil mechanics. **Geotechnique**, v.19, n. 2, pp. 171-187, 1969.

PLAXIS. **Plaxis Material Models Manual**. Holanda: Plaxis bv., 2019.

PLIZZARI, G.; TIBERTI, G. Steel fibers as reinforcement for precast tunnel segments. **Tunnelling Underground Space Technology**, v. 21, n. 3, p. 438-439, 2006.

PRADO, F.; WAIMBERG, M. A modelagem numérica da interação solo-estrutura. **Concreto & Construções**, ed. 84, pp. 83-88, 2016.

SCHOFIELD, A.; WROTH, C. **Critical State Soil Mechanics**. McGraw – Hill, 1968.

SHIELD, R. On Coulomb's law of failure in soils. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 4, n. 1 p. 10-16, 1955.

VAN DER POEL, J.; HERGARDEN, H.; DEKKER, H. Soil loads acting on shield tunnels: Comparison between bedded beam model and finite element calculations. In: BEZUIJEN, A.; VAN LOTTUM, H. **Tunneling. A Decade of Progress – Geodelft 1995-2005**. Londres: CRC Press, 2006. p. 145-200.

VU, M.; BROERE, W.; BOSCH, J. Structural Analysis for Shallow Tunnels in Soft Soils. **International Journal of Geomechanics**, v. 17, n. 8, p. 1-10, 2017.

WEDEKIN, V.M.; KASTNER, R.; GUILLOUX, A.; BEZUIJEN, A.; STANDING, J.; NEGRO JR. A. Urban tunnels in soft ground: Review of current design practice. **Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground**. Taylor & Francis Group, London, 2012.

YANG, X.; WANG, J. Ground movement prediction for tunnels using simplified procedure. **Tunneling and Underground Space Technology**, London, v. 26, n. 3, p. 462-471, 2011.

APÊNDICE – SAÍDAS DOS MODELOS EMPREGADOS NA ANÁLISE PARAMÉTRICA DOS CARREGAMENTOS DE COMPATIBILIZAÇÃO “IDEAL”

As saídas dos modelos empregados para a análise paramétrica dos carregamentos de compatibilização “ideal” estão disponíveis no link:

<https://drive.google.com/drive/folders/1Gbt89x0XpTv2gJxrj-RQzk3fzU5Mku3N?usp=sharing>