RICARDO GASPAR

DIMENSIONAMENTO DAS ALMAS DE PONTES CELULARES

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Engenharia.

São Paulo

2003

RICARDO GASPAR

DIMENSIONAMENTO DAS ALMAS DE PONTES CELULARES

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Engenharia.

Área de Concentração:
Engenharia de Estruturas

Orientador:
Prof. Dr. Fernando Rebouças Stucchi

São Paulo
2003

FICHA CATALOGRÁFICA

Gaspar, Ricardo

**Dimensionamento de almas de pontes celulares / Ricardo Gaspar. -- São Paulo, 2003.
231p.**

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações.

**1.Pontes de concreto 2.Vigas celulares 3.Vigas (Ensaio)
4.Alma 5.Fadiga das estruturas 6.Fadiga dos materiais
7.Dimensionamento das estruturas 8.Segurança estrutural
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações II.t.**

Dedico este trabalho a meus pais.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Doutor Fernando Rebouças Stucchi, pela orientação e pelo constante estímulo transmitido durante todo o trabalho.

Aos professores da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, pela nossa formação na área.

Ao Eng. José Umberto Arnaud Borges, pelo constante incentivo desde o início desta pesquisa.

Ao Eng. Narbal Ataliba Marcellino, pelas sugestões e incentivo.

À Diretoria do Laboratório de Estruturas e Materiais Estruturais – LEM, pela possibilidade de utilização dos equipamentos e do espaço.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – FAPESP, pelo apoio financeiro.

À empresa SUPERMIX que acreditou na pesquisa e doou concreto para a montagem das vigas dos ensaios.

Aos professores Hélio Goldenstein e André Paulo Tschiptschin pela utilização dos equipamentos do Laboratório de Microscopia Eletrônica de Varredura e Microanálise do Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais de EPUSP.

A todos que colaboraram direta ou indiretamente na execução deste trabalho.

RESUMO

As vigas celulares ocupam um lugar de destaque crescente na construção de pontes em concreto protendido. Dentro desta opção, a tendência moderna é de se construírem pontes unicelulares cada vez mais largas, o que traz como consequência um aumento considerável da flexão transversal em seus elementos, especialmente em suas almas, submetendo-as a uma combinação de cisalhamento com flexão transversal que pode atingir valores importantes. Este trabalho tem por finalidade apresentar um novo critério de dimensionamento das almas das vigas de seção celular, incluindo o caso do estado limite último de fadiga. Este critério foi idealizado a partir de uma análise crítica dos modelos vigentes, os quais são analisados e comparados por meio de gráficos de interação relacionando força cortante com flexão transversal, que permitem a escolha da melhor opção para as situações de projeto. Desenvolveu-se uma investigação experimental, a fim de verificar a validade do critério de dimensionamento desenvolvido. Foram analisados os seguintes modos de colapso: esmagamento das bielas comprimidas de concreto, alongamento plástico excessivo dos estribos e ruptura dos estribos por fadiga. Os resultados experimentais mostraram uma boa aproximação do Critério de Dimensionamento Proposto e revelaram novidades nos ensaios de fadiga: a ruptura dos estribos por fadiga se deu por etapas, um estribo de cada vez, num processo gradual. A ruptura por fadiga ocorreu sistematicamente próximo à ligação da alma com a mesa inferior e não no dobramento dos estribos.

ABSTRACT

Box-girders have received a growing attention in the field of prestressed concrete bridges. The modern trend is to build wider unicellular bridges, which leads to a considerable increase in the transverse bending moment acting mainly in their webs. These are subjected to a combination of shear force and transverse bending moments, which may reach important values. The purpose of this thesis is to introduce a new design approach of box-girder webs, including the Ultimate Limit State due to fatigue. This design approach is derived from a critical analysis of the current criteria. The different criteria for the design of box-girder webs are analyzed and compared by means of shear-bending moment interaction diagrams as an attempt to identify the more realistic one. An experimental investigation has been undertaken with the purpose of verifying the validity of the new developed approach. The following failure modes have been considered: crushing of the compressed struts, excessive plastic deformation of the stirrups and rupture of the stirrups due to fatigue. The experimental results have shown good agreement with those predicted by the proposed approach. Furthermore, the tests have revealed new aspects of the fatigue behavior: the rupture of the stirrups due to fatigue occurred in stages, one at a time in a gradual manner. In all cases the failure took place near the top face of the lower flange and not at the corner of the stirrups.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Considerações gerais	2
1.2	Relevância da pesquisa.....	3
1.3	Escopo da tese	5
2	MÉTODOS CONSTRUTIVOS.....	8
2.1	Fôrma sobre escoramentos – cimbramento geral.....	8
2.2	Cimbramento móvel.....	9
2.3	Balanços sucessivos.....	10
2.4	Lançamentos progressivos.....	15
3	SOLICITAÇÕES TANGENCIAIS.....	18
3.1	Forças cortantes em vigas	18
3.2	Forças cortantes em vigas de seção celular	22
3.2.1	Seções celulares simétricas.....	22
3.2.2	Seções celulares assimétricas.....	22
3.3	Força cortante em vigas de concreto - analogia de treliça	23
3.3.1	Esforços internos na treliça – caso geral.....	24
3.3.2	Mecanismos resistentes de suporte da força cortante	28
3.3.3	Dimensionamento das armaduras transversais à força cortante.....	30
3.3.4	Limites de inclinação das bielas	33
3.3.5	Tipos de ruptura	37
3.4	Torção.....	39
4	COMPOSIÇÃO: SOLICITAÇÕES TANGENCIAIS – FLEXÃO TRANSVERSAL	40
4.1	Introdução	40
4.2	Critérios de dimensionamento disponíveis.....	41
4.2.1	Critério da soma das armaduras.....	41
4.2.2	Critério da comparação das armaduras	42
4.2.3	Critério de Thürlimann	42
4.2.4	Critério da flexão composta da biela (STUCCHI, 1990).....	46
4.2.5	Critério de Menn.....	49
4.2.6	Critério do CEB-FIP Model Code 1990	52
4.3	Exemplos	54
4.3.1	Caso 1	55
4.3.2	Caso 2	65
4.3.3	Caso 3	66
5	MODELO DE DIMENSIONAMENTO PROPOSTO.....	69
5.1	Introdução	69
5.2	Modelos de cálculo no ELU	69
5.2.1	Hipótese do comportamento plástico da estrutura	69

5.2.2	Hipótese da compatibilização das deformações.....	78
5.2.3	Considerações	82
5.3	Modelo de cálculo no ELU de fadiga	84
5.3.1	Introdução	84
5.3.2	Ações cíclicas	84
5.3.3	Curvas de Wöhler	86
5.3.4	Fadiga no concreto.....	88
5.3.5	Fadiga nas armaduras para concreto armado	89
5.3.6	Carregamento de fadiga	92
5.3.7	Critério de fadiga adotado.....	94
6	INVESTIGAÇÕES EXPERIMENTAIS	96
6.1	Introdução	96
6.2	Seqüência lógica dos ensaios.....	97
6.3	Corpos-de-prova	98
6.4	Arranjo de ensaio	104
6.5	Ensaio complementares	108
6.5.1	Aço para as armaduras	108
6.5.2	Concreto.....	111
6.6	Ensaio de ruptura frágil – VIGA 1	115
6.6.1	Descrição do ensaio	115
6.6.2	Resultados.....	118
6.6.3	Ângulo de inclinação da resultante de compressão no concreto.....	123
6.6.4	Análise dos resultados	127
6.7	Ensaio de ruptura dúctil – VIGA 2	132
6.7.1	Descrição do ensaio	132
6.7.2	Resultados.....	134
6.7.3	Ângulo de inclinação da resultante de compressão do concreto.....	143
6.7.4	Análise dos resultados	144
6.8	Ensaio de ruptura por fadiga - VIGA 3.....	155
6.8.1	Descrição do ensaio	155
6.8.2	Análise da ruptura por fadiga – MODELO PROPOSTO	170
6.9	Ensaio de ruptura por fadiga - VIGA 4.....	183
6.9.1	Descrição do ensaio	183
6.9.2	Análise da ruptura por fadiga – MODELO PROPOSTO	196
6.9.3	Análise do ensaio estático	204
7	CONCLUSÕES GERAIS.....	208
7.1	Proposta de pesquisas futuras	211
	<i>ANEXO A – Aspectos das superfícies de fratura por fadiga.....</i>	<i>212</i>
	<i>ANEXO B – Plantas de armaduras das vigas.....</i>	<i>220</i>
	<i>ANEXO C – Ensaio de fadiga de barras ao ar feitos na Escola Politécnica da USP.....</i>	<i>224</i>
	<i>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</i>	<i>226</i>

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1.1 Ponte de Felsenau (Suíça).....</i>	<i>3</i>
<i>Figura 1.2 Ponte de Musle (Praga).....</i>	<i>3</i>
<i>Figura 1.3 Pontes do Rodoanel (São Paulo)</i>	<i>4</i>
<i>Figura 2.1 Cimbramento geral.....</i>	<i>9</i>
<i>Figura 2.2 Cimbramento móvel.....</i>	<i>10</i>
<i>Figura 2.3 Cimbramento móvel feito por treliças deslizantes.....</i>	<i>10</i>
<i>Figura 2.4 Início da construção de uma ponte por balanços sucessivos.....</i>	<i>11</i>
<i>Figura 2.5 Aduelas moldadas “in loco” - ponte sobre o rio Tietê em Alphaville, SP....</i>	<i>12</i>
<i>Figura 2.6 Construção de uma ponte com aduelas pré-moldadas.....</i>	<i>12</i>
<i>Figura 2.7 Construção de ponte pelo método dos balanços sucessivos.....</i>	<i>13</i>
<i>Figura 2.8 Treliça de lançamento utilizada na construção da ponte Rio – Niterói.....</i>	<i>13</i>
<i>Figura 2.9 Construção da Ponte Tancredo Neves (VASCONCELOS 1993)</i>	<i>14</i>
<i>Figura 2.10 Construção de pontes pelo método dos lançamentos progressivos.....</i>	<i>15</i>
<i>Figura 2.11 Construção da ponte do Tamarindo em Blumenau, Santa Catarina.....</i>	<i>16</i>
<i>Figura 2.12 Localização dos aparelhos de apoio provisórios.....</i>	<i>17</i>
<i>Figura 3.1 Barra submetida a cargas transversais p.....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 3.2 Tensões normais em um elemento de viga de comprimento dx.....</i>	<i>19</i>
<i>Figura 3.3 Tensão máxima de cisalhamento τ_o (LANGUENDONCK, 1956).....</i>	<i>21</i>
<i>Figura 3.4 Direção e sentido das tensões de cisalhamento (FUSCO, 1981).....</i>	<i>21</i>
<i>Figura 3.5 Tensões de cisalhamento em seção celular simétrica.....</i>	<i>22</i>
<i>Figura 3.6 Seção celular assimétrica.....</i>	<i>23</i>
<i>Figura 3.7 Analogia Clássica de Treliça.....</i>	<i>23</i>
<i>Figura 3.8 Tipos de armaduras transversais.....</i>	<i>24</i>
<i>Figura 3.9 Esforços internos na treliça – caso geral.....</i>	<i>25</i>
<i>Figura 3.10</i>	<i>27</i>
<i>Figura 3.11 Diagrama de tensões na armadura transversal decorrentes da força cortante.....</i>	<i>28</i>
<i>Figura 3.12 Compatibilidade das deformações (FUSCO, 1995).....</i>	<i>33</i>
<i>Figura 3.13 Compatibilidade dos deslocamentos (FUSCO, 1995).....</i>	<i>33</i>

<i>Figura 3.14 Intervalo de variação de θ</i>	35
<i>Figura 3.15 Tipos de ruptura por cisalhamento (FUSCO, 1984)</i>	38
<i>Figura 3.16 Fluxo das tensões de cisalhamento em uma seção unicelular</i>	39
<i>Figura 4.1 Seção transversal de viga celular (STUCCHI et al., 1990)</i>	40
<i>Figura 4.2 Esforços solicitantes na alma (STUCCHI et al., 1990)</i>	43
<i>Figura 4.3 Critério de Thürlimann (STUCCHI et al., 1990)</i>	44
<i>Figura 4.4 Biela ao longo da alma (STUCCHI et al., 1990)</i>	45
<i>Figura 4.5 Critério da Flexão Composta da Biela (STUCCHI et al., 1990)</i>	46
<i>Figura 4.6 Esforços internos - Critério da Flexão Composta da Biela (STUCCHI et al., 1990)</i>	47
<i>Figura 4.7 Biela ao longo da alma (STUCCHI et al., 1990)</i>	48
<i>Figura 4.8 Critério de MENN</i>	50
<i>Figura 4.9 Critério de MENN – predominância de força cortante</i>	50
<i>Figura 4.9 Critério de MENN – predominância de momento fletor transversal</i>	51
<i>Figura 4.11 Modelo de placa com três camadas (CEB-FIP Model Code 1990)</i>	53
<i>Figura 4.12 Modelo do CEB-FIP MC 1990</i>	60
<i>Figura 4.13 Curvas de interação para $A_{se} = 20,4 \text{ cm}^2/\text{m}$</i>	64
<i>Figura 4.14 Curvas de interação para $A_{se} = 10,2 \text{ cm}^2/\text{m}$</i>	65
<i>Figura 4.15 Curvas de interação para $A_{se} = 40,8 \text{ cm}^2/\text{m}$</i>	66
<i>Figura 4.16 Critérios de dimensionamento</i>	67
<i>Figura 5.1 Solicitações atuantes na biela</i>	70
<i>Figura 5.2 Relação $\Delta T \times \Delta m$ pelos critério de Thürlimann e FCB</i>	72
<i>Figura 5.3 Critério de dimensionamento proposto – diagrama</i>	73
<i>Figura 5.4 Curvas de interação para $A_{se} = 20,4 \text{ cm}^2/\text{m}$</i>	75
<i>Figura 5.5 Curvas de interação para $A_{se} = 10,2 \text{ cm}^2/\text{m}$</i>	76
<i>Figura 5.6 Curvas de interação para $A_{se} = 40,8 \text{ cm}^2/\text{m}$</i>	77
<i>Figura 5.7 Relação de compatibilidade de deformações das armaduras</i>	79
<i>Figura 5.8 Caso onde $x < b'$</i>	81
<i>Figura 5.9 Caso onde $x > (\bar{b}_w + b')$</i>	81
<i>Figura 5.10 Carga cíclica com amplitude constante</i>	85
<i>Figura 5.11 Carga cíclica com amplitude variável</i>	86
<i>Figura 5.12 Curva de Wöhler</i>	87
<i>Figura 5.13 Diagrama de Goodman</i>	88
<i>Figura 5.14 Variação das tensões nos diferentes ensaios, com σ_{max} constante</i>	92
<i>Figura 5.15 Critério de Fadiga</i>	95
<i>Figura 6.1 Seção transversal das vigas</i>	98

<i>Figura 6.2 Armaduras da viga para o ensaio de ruptura frágil do concreto.....</i>	<i>99</i>
<i>Figura 6.3 Armaduras da viga para o ensaio de ruptura dúctil.....</i>	<i>99</i>
<i>Figura 6.4 Distribuição dos extensômetros nas armaduras das vigas.....</i>	<i>100</i>
<i>Figura 6.5 Localização dos extensômetros nas barras.....</i>	<i>100</i>
<i>Figura 6.6 Localização das rosetas e LVDTs.....</i>	<i>101</i>
<i>Figura 6.7 Localização das células de carga.....</i>	<i>102</i>
<i>Figura 6.8 Sistema de aquisição de dados.....</i>	<i>102</i>
<i>Figura 6.9 Montagem das fôrmas.....</i>	<i>103</i>
<i>Figura 6.10 Concretagem da viga na SUPERMIX.....</i>	<i>103</i>
<i>Figura 6.11 Viga destinada ao ensaio de ruptura frágil do concreto.....</i>	<i>104</i>
<i>Figura 6.12 Esquema estrutural dos ensaios.....</i>	<i>105</i>
<i>Figura 6.13 Esquema de ensaio – vista lateral.....</i>	<i>105</i>
<i>Figura 6.14 Esquema de ensaio – vista frontal.....</i>	<i>106</i>
<i>Figura 6.15 Macaco e célula de carga com capacidade de 1000 kN</i>	<i>106</i>
<i>Figura 6.16 Esquemas de aplicação do carregamento de flexão transversal.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 6.17 Transdutor de deslocamentos – LVDT.....</i>	<i>108</i>
<i>Figura 6.18 Diagrama tensão x deformação das barras dos estribos (ϕ 6,3 mm).....</i>	<i>109</i>
<i>Figura 6.19 Diagrama tensão x deformação das barras dos estribos (ϕ 10 mm).....</i>	<i>109</i>
<i>Figura 6.20 Ensaios de fadiga de barra ao ar.....</i>	<i>110</i>
<i>Figura 6.21 Curva de Wöhler para barra de ϕ 6.3mm.....</i>	<i>111</i>
<i>Figura 6.6.1 Montagem do ensaio de ruptura frágil do concreto.....</i>	<i>115</i>
<i>Figura 6.6.2 Fissuras abertas na alma da viga devido à carga vertical (P).....</i>	<i>116</i>
<i>Figura 6.6.3 Posição das células de carga e das rosetas</i>	<i>116</i>
<i>Figura 6.6.4 Fissuras na alma do lado tracionado.....</i>	<i>117</i>
<i>Figura 6.6.5 Ruptura por esmagamento do concreto.....</i>	<i>117</i>
<i>Figura 6.6.6 Ruptura por esmagamento do concreto – detalhe.....</i>	<i>118</i>
<i>Figura 6.6.7 Gráfico - carga vertical (P) x deslocamentos verticais.....</i>	<i>118</i>
<i>Figura 6.6.8 Deformações nas armaduras longitudinais de tração (i_1) e de compressão (s_1).....</i>	<i>119</i>
<i>Figura 6.6.9 Deslocamentos entre as mesas medidos pelo LVDT 3.....</i>	<i>120</i>
<i>Figura 6.6.10 Deslocamentos entre as mesas medidos pelo LVDT 2.....</i>	<i>120</i>
<i>Figura 6.6.11 Extensômetros ae4 e ae9</i>	<i>121</i>
<i>Figura 6.6.12 Extensômetros ad3, ad4 e ad10.....</i>	<i>122</i>
<i>Figura 6.6.13 Extensômetros das mesas do lado de F_1.....</i>	<i>123</i>
<i>Figura 6.6.14 Extensômetro da mesa inferior do lado de F_2.....</i>	<i>123</i>

<i>Figura 6.6.15 Roseta tri-axial – posição dos extensômetros (DALLY et RILEY, 1991).....</i>	<i>124</i>
<i>Figura 6.6.16 Comportamento da Roseta nº1.....</i>	<i>125</i>
<i>Figura 6.6.17 Inclinação da resultante de compressão (detalhe).....</i>	<i>125</i>
<i>Figura 6.6.18 Ângulo da resultante de compressão na face da alma (lado comprimido).....</i>	<i>126</i>
<i>Figura 6.7.1 Montagem do ensaio de ruptura dúctil.....</i>	<i>132</i>
<i>Figura 6.7.2 Posição das células de carga.....</i>	<i>133</i>
<i>Figura 6.7.3 Vista lateral esquerda ($F_1=204,76$ kN).....</i>	<i>134</i>
<i>Figura 6.7.4 Vista lateral direita ($F_2=199,58$ kN).....</i>	<i>134</i>
<i>Figura 6.7.5 Gráfico - carga vertical (P) x deslocamentos verticais.....</i>	<i>135</i>
<i>Figura 6.7.6 Deformações nas armaduras longitudinais de tração (i_1) e de compressão (s_1).....</i>	<i>135</i>
<i>Figura 6.7.7 Deslocamentos relativos entre as mesas do lado do LVDT 2.....</i>	<i>136</i>
<i>Figura 6.7.8 Deslocamentos relativos entre as mesas do lado do LVDT 3.....</i>	<i>136</i>
<i>Figura 6.7.9 Extensômetros do lado tracionado da alma.....</i>	<i>137</i>
<i>Figura 6.7.10 Extensômetros do lado comprimido da alma.....</i>	<i>138</i>
<i>Figura 6.7.11 Critério de Dimensionamento Proposto.....</i>	<i>139</i>
<i>Figura 6.7.12 Deformações nas barras do lado comprimido.....</i>	<i>139</i>
<i>Figura 6.7.13 Deformações do lado tracionado.....</i>	<i>141</i>
<i>Figura 6.7.14 Extensômetros das mesas do lado de F_1</i>	<i>142</i>
<i>Figura 6.7.15 Extensômetros das mesas do lado de F_2</i>	<i>142</i>
<i>Figura 6.7.16 Inclinação da resultante de compressão.....</i>	<i>143</i>
<i>Figura 6.7.17 Ângulo da resultante de compressão na face da alma (lado comprimido).....</i>	<i>144</i>
<i>Figura 6.7.18 Valores experimentais de F_{max1}.....</i>	<i>148</i>
<i>Figura 6.7.19 Determinação de ΔT_i e ΔT.....</i>	<i>149</i>
<i>Figura 6.7.20 Critério de dimensionamento proposto – diagrama.....</i>	<i>153</i>
<i>Figura 6.8.1 Ensaio de ruptura por fadiga da amadura transversal.....</i>	<i>155</i>
<i>Figura 6.8.2 Aplicação da carga cíclica de flexão transversal por meio de um atuador servo-controlado com capacidade de 500 kN</i>	<i>156</i>
<i>Figura 6.8.3 Aplicação da carga estática de flexão transversal por meio de um macaco com capacidade de 300 kN.....</i>	<i>156</i>
<i>Figura 6.8.4 Fissuras abertas após a 1ª. etapa do carregamento.....</i>	<i>157</i>
<i>Figura 6.8.5 Gráfico carga vertical x deslocamentos verticais – 1ª etapa.....</i>	<i>157</i>
<i>Figura 6.8.6 Flutuações de deslocamentos relativos entre as mesas e de deformações 3ª etapa (a).....</i>	<i>163</i>

<i>Figura 6.8.7 Flutuações de deslocamentos relativos entre as mesas e de deformações 3ª etapa (b).....</i>	<i>164</i>
<i>Figura 6.8.8 Acidente - ruptura das mesas.....</i>	<i>165</i>
<i>Figura 6.8.9 O outro lado permaneceu íntegro.....</i>	<i>165</i>
<i>Figura 6.8.10 Fissuras da ordem de 4mm, abertas na alma no final do ensaio.....</i>	<i>166</i>
<i>Figura 6.8.11 (a) Flutuação dos deslocamentos relativos entre as mesas - 3ª etapa(c).....</i>	<i>167</i>
<i>Figura 6.8.11(b) Flutuação das deformações - 3ª etapa (c).....</i>	<i>167</i>
<i>Figura 6.8.12 Abertura da alma na região dos estribos.....</i>	<i>168</i>
<i>Figura 6.8.13 Posição dos estribos rompidos.....</i>	<i>168</i>
<i>Figura 6.8.14 Ruptura dos estribos por fadiga – detalhes.....</i>	<i>169</i>
<i>Figura 6.8.15 Amostra da superfície lateral de ruptura – Vigas 3.....</i>	<i>169</i>
<i>Figura 6.8.16 Caminhamento dos esforços de flexão transversal na viga.....</i>	<i>173</i>
<i>Figura 6.8.17 Identificação da primeira ruptura por fadiga.....</i>	<i>177</i>
<i>Figura 6.8.18 Identificação da segunda ruptura por fadiga.....</i>	<i>179</i>
<i>Figura 6.8.19 Identificação da décima segunda ruptura por fadiga.....</i>	<i>181</i>
<i>Figura 6.9.1 Ensaio de fadiga – VIGA 4.....</i>	<i>183</i>
<i>Figura 6.9.2 Gráfico carga vertical x deslocamentos verticais.....</i>	<i>184</i>
<i>Figura 6.9.3 Fissuras abertas na alma da viga após a 1ª etapa do ensaio.....</i>	<i>185</i>
<i>Figura 6.9.4 Deformações das armaduras longitudinais de flexão da viga.....</i>	<i>185</i>
<i>Figura 6.9.5 Flutuações de deslocamentos relativos entre as mesas (a) e flutuações de deformações nos estribos (b) – 2ª. etapa.....</i>	<i>188</i>
<i>Figura 6.9.6 Fissuras abertas na alma após a 2ª etapa do carregamento.....</i>	<i>189</i>
<i>Figura 6.9.7 Flutuações de deslocamentos relativos entre as mesas (a) e flutuações de deformações nos estribos (b) – 3ª. etapa.....</i>	<i>190</i>
<i>Figura 6.9.8 Fissuras abertas pelo carregamento cíclico de flexão transversal.....</i>	<i>190</i>
<i>Figura 6.9.9 ELU atingido por flexão transversal.....</i>	<i>191</i>
<i>Figura 6.9.10 ELU de abertura exagerada de fissuras.....</i>	<i>192</i>
<i>Figura 6.9.11 Ruptura da viga por esmagamento do concreto.....</i>	<i>192</i>
<i>Figura 6.9.12 Ruptura da por esmagamento do concreto –vista frontal.....</i>	<i>193</i>
<i>Figura 6.9.13 Região da viga onde foi aplicado carregamento de flexão transversal....</i>	<i>193</i>
<i>Figura 6.9.14 Posição dos estribos rompidos.....</i>	<i>194</i>
<i>Figura 6.9.15 Ruptura dos estribos por fadiga – detalhes.....</i>	<i>194</i>
<i>Figura 6.9.16 Tendência de deslocamento da alma em relação à mesa inferior.....</i>	<i>195</i>
<i>Figura 6.9.17 Amostra da superfície lateral de ruptura – Vigas 4.....</i>	<i>195</i>
<i>Figura 6.9.18 Identificação do primeiro estribo rompido por fadiga.....</i>	<i>200</i>
<i>Figura 6.9.19 Identificação do segundo estribo rompido por fadiga</i>	<i>201</i>

<i>Figura 6.9.20 Identificação do terceiro estribo rompido por fadiga</i>	<i>203</i>
<i>Figura 7.1 Critério de dimensionamento proposto – diagrama.....</i>	<i>209</i>
<i>Figura A-1 Progresso de abertura de fissuras até a ruptura por fadiga.....</i>	<i>212</i>
<i>Figura A-2 Superfície de ruptura por fadiga – Viga 3.....</i>	<i>215</i>
<i>Figura A-3 Nucleação e marcas de praia na superfície de fratura – Viga 3.....</i>	<i>216</i>
<i>Figura A-4 Nucleação e marcas s de praia na superfície de fratura – Viga 4.....</i>	<i>217</i>
<i>Figura A-5 Nucleação e marcas s de praia na superfície de fratura – “barra ao ar”...</i>	<i>218</i>
<i>Figura A-6 Superfícies de fratura – “barra ao ar”.....</i>	<i>219</i>
<i>Figura C-1 Curvas de Wöhler para barras de aço CA50 – $\phi 10\text{mm}$, $\phi \frac{1}{2}$” e $\phi 16\text{mm}$....</i>	<i>225</i>

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 4.1 Critério da soma das armaduras.....</i>	<i>56</i>
<i>Tabela 4.2 Critério de Thürlimann.....</i>	<i>57</i>
<i>Tabela 4.3: Critério da flexão composta da biela</i>	<i>58</i>
<i>Tabela 4.4: Critério de Menn</i>	<i>59</i>
<i>Tabela 4.5 Critério do CEB-FIP MC 90.....</i>	<i>62</i>
<i>Tabela 4.6 Caso 1 – momentos fletores transversais (kN.m/m).....</i>	<i>64</i>
<i>Tabela 4.7 Caso 2 – momentos fletores transversais (kN.m/m).....</i>	<i>65</i>
<i>Tabela 4.8 Caso 3 – momentos fletores transversais (kN.m/m).....</i>	<i>66</i>
<i>Tabela 5.1 Relação $\Delta T/\Delta m$ – Critério de Thürlimann.....</i>	<i>71</i>
<i>Tabela 5.2 Relação $\Delta T/\Delta m$ – Critério da Flexão Composta da Biela.....</i>	<i>71</i>
<i>Tabela 5.3 Coeficiente α</i>	<i>72</i>
<i>Tabela 5.4 Resultados dos cálculos com $A_{se}=20,40\text{ cm}^2/\text{m}$.....</i>	<i>74</i>
<i>Tabela 5.5 Resultados dos cálculos com $A_{se}=10,20\text{ cm}^2/\text{m}$.....</i>	<i>74</i>
<i>Tabela 5.6 Resultados dos cálculos com $A_{se}=40,80\text{ cm}^2/\text{m}$.....</i>	<i>74</i>
<i>Tabela 5.7 Momentos transversais pelos diversos critérios (kN.m/m) – Caso 1.....</i>	<i>75</i>
<i>Tabela 5.8 Momentos transversais pelos diversos critérios (kN.m/m) – Caso 2.....</i>	<i>76</i>
<i>Tabela 5.9 Momentos transversais pelos diversos critérios (kN.m/m) – Caso 3.....</i>	<i>77</i>
<i>Tabela 6.1 Características geométricas das vigas.....</i>	<i>98</i>
<i>Tabela 6.2 Localização das rosetas e LVDTs.....</i>	<i>101</i>
<i>Tabela 6.3 Características do aço CA50 utilizado nas armaduras.....</i>	<i>108</i>
<i>Tabela 6.4 Características do concreto utilizado nas vigas.....</i>	<i>112</i>
<i>Tabela 6.5 Valores de τ_{Rc}</i>	<i>112</i>
<i>Tabela 6.7.1 Carregamento de flexão transversal correspondente ao ELU.....</i>	<i>145</i>
<i>Tabela 6.7.2 Valores de ΔT_c e ΔT_t correspondentes ao ELU – $F_{ELU, \text{ensaio}}=155\text{ kN}$.....</i>	<i>150</i>
<i>Tabela 6.8.1 RESUMO.....</i>	<i>175</i>
<i>Tabela 6.8.2 Flutuação de deformações nos estribos ad1, ad3 e ad4.....</i>	<i>177</i>
<i>Tabela 6.8.3 Flutuação de deformações nos estribos ad1, ad3, ad4 e ad5.....</i>	<i>178</i>
<i>Tabela 6.8.4 Flutuações de deformações nos estribos ad1, ad3, ad4 e ad5.....</i>	<i>180</i>
<i>Tabela 6.8.5 Flutuação de deformações nos estribos ad1 e ad5.....</i>	<i>180</i>
<i>Tabela 6.8.6 Resumo das etapas dos ensaios de fadiga.....</i>	<i>182</i>

<i>Tabela 6.8.7 Rupturas por fadiga.....</i>	<i>182</i>
<i>Tabela 6.9.1 Análise da largura colaborante na flexão transversal para $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T/2$.....</i>	<i>198</i>
<i>Tabela 6.9.2 Análise da largura colaborante na flexão transversal para $\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_t = 0,2\Delta T$.....</i>	<i>198</i>
<i>Tabela 6.9.3 Flutuação de deformações nos estribos ad7, ad8, ad9 e ad10.....</i>	<i>200</i>
<i>Tabela 6.9.4 Flutuação de deformações nos estribos ad7, ad8, ad9 e ad10.....</i>	<i>202</i>
<i>Tabela 6.9.5 Flutuação de deformações nos estribos ad7, ad8, ad9 e ad10.....</i>	<i>203</i>
<i>Tabela 6.9.6 VIGA 4 – RESUMO.....</i>	<i>203</i>
<i>Tabela C-1 Características dos Ensaios.....</i>	<i>224</i>
<i>Tabela C-2 Resultados Obtidos.....</i>	<i>224</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

A	área
A_{se}	área de armadura transversal por face por unidade de comprimento, na face tracionada pela flexão transversal
A_{sf}	área de armadura transversal referente à flexão transversal por unidade de comprimento na face tracionada
A_{sv}	área de armadura transversal referente ao cisalhamento por unidade de comprimento
C	componente vertical de compressão da biela por unidade de comprimento
E	módulo de elasticidade
I	momento de inércia
L	comprimento
M	momento fletor
Ms	momento estático
N	força normal
P	carga concentrada
R	resultante de forças, esforço resistente
S	esforço solicitante
T	resultante de tração nos ramos dos estribos por unidade de comprimento
V	força cortante
V_c	parcela de força cortante resistida por mecanismos complementares ao modelo em treliça
b	largura
b_w	largura das vigas de seção retangular ou da nervura das vigas de seção T
$\bar{b}_w$	distância entre eixos das armaduras transversais
b'	distância entre o eixo da armadura transversal e a face externa da alma
d	altura útil
d'	distância entre o eixo da armadura longitudinal e a face mais próxima do elemento
e	excentricidade
h	dimensão, altura
l	comprimento
f	fluxo de tensão de cisalhamento
f_c	resistência do concreto à compressão
f_y	resistência do aço à tração
m	momento fletor transversal por unidade de comprimento
$m_{\max 1}$	momento fletor transversal máximo por unidade de comprimento suportado pela excentricidade da biela

$m_{\max 2}$	momento fletor transversal máximo por unidade de comprimento
n	força normal por unidade de comprimento
q	carga distribuída
s	espaçamento
x	distância da linha neutra ao ponto de maior encurtamento na seção transversal de uma peça fletida
z	braço de alavanca
z_t	braço de alavanca na flexão transversal

letras gregas

α	ângulo, ângulo de inclinação da armadura transversal, coeficiente
θ	ângulo, ângulo de inclinação das bielas de concreto
δ	deslocamento
ϕ	diâmetro
ε	deformação específica
γ_c	coeficiente de minoração da resistência do concreto
γ_f	coeficiente de majoração das ações
γ_s	coeficiente de minoração da resistência do aço
ρ	taxa geométrica de armadura
σ	tensão normal
τ	tensão tangencial
τ_w	tensão de cisalhamento na alma da peça
τ_{Rw}	tensão resistente de cisalhamento na alma da peça
ψ_1	fator de redução de combinação freqüente para ELS
ψ_2	fator de redução de combinação quase permanente para ELS

índices

c	concreto, compressão
d	de cálculo
e	estribo
f	ação
k	característico
l	lado esquerdo
r	lado direito
s	aço; barra de armadura
t	tração, transversal
u	último
v	cisalhamento
w	alma das vigas
y	escoamento
lim	limite
max	máximo
min	mínimo

1 INTRODUÇÃO

É incontestável a importância crescente que atualmente as vigas de seções celulares vêm alcançando, especialmente na construção de pontes de concreto protendido.

A preferência na escolha destas vigas nos projetos advém de inúmeras vantagens que elas oferecem como sua alta resistência à torção, função de sua grande rigidez, rapidez da construção, economia de materiais, especialmente quando se adotam métodos construtivos que não necessitam de escoramentos, entre outras.

A escolha da seção unicelular implica em cuidados especiais de projeto, pois à medida que os tabuleiros vão ficando cada vez mais largos, maiores também são as solicitações de cisalhamento e de flexão transversal em suas almas, as quais podem atingir valores importantes.

Há mais de 30 anos os engenheiros vêm se confrontando com o problema da combinação de cisalhamento e flexão transversal, existente nas almas das pontes de seção celular. As soluções para o problema foram evoluindo lentamente, pois este assunto parece interessar pouco aos pesquisadores (LEFAUCHEUR, 2002).

Com efeito, a escassa literatura técnica pertinente comprova os poucos estudos que se fizeram a respeito.

Consciente da importância do tema, e não tendo conhecimento de ensaios semelhantes no Brasil, nem no exterior, nestas últimas duas décadas, resolveu-se pesquisar o assunto com afinco.

Este trabalho tem por finalidade aprofundar o estudo do comportamento das almas das pontes de seção celular, introduzindo um modelo de cálculo baseado em ensaios de laboratório, incluindo o problema da fadiga.

1.1 Considerações gerais

No domínio das grandes obras civis em concreto protendido encontram-se as vigas celulares¹, utilizadas principalmente em pontes e viadutos. Entre as grandes vantagens que proporcionam convém salientar:

- **vantagens estruturais**

As vigas celulares apresentam uma eficiente distribuição transversal de cargas excêntricas, grande rigidez e, principalmente, alta resistência à torção, tornando-as especialmente indicadas para as obras curvas (O'CONNOR, 1975); (STUCCHI, 1982).

A presença de mesas de compressão tanto superiores como inferiores conferem à seção celular grande rigidez e resistência a momentos fletores positivos e negativos (CLEMENTE et al. 1989).

- **vantagens econômicas**

A diminuição do número de almas redundando em menor consumo de concreto — com a conseqüente economia de aço —, reduz a quantidade de fôrmas e cimbramento, além de facilitar as operações de protensão e manutenção.

Nas soluções protendidas, a própria eficiência da seção celular reduz a protensão necessária.

- **vantagens estéticas**

Grandes balanços, almas inclinadas e pilares mais esbeltos no lugar de pórticos transversais, conferem sensação de leveza a estas pontes (CLEMENTE et al. 1989); (BROWN, 1996).

Se as pontes celulares forem construídas, por exemplo, pelo método dos balanços sucessivos, acrescentam-se ainda vantagens como, tirar melhor proveito dos efeitos da protensão, permitir a pré-fabricação das aduelas — as quais já possuirão tempo de cura suficiente para suportar parte dos esforços de protensão ao serem enviadas à obra —, economia sensível do tempo de construção devido à supressão do

¹ Por concisão de linguagem adotou-se nesta pesquisa o termo *vigas celulares* no lugar de vigas de seção celular ou vigas caixa.

cimbramento, não interrompendo as circulações das vias inferiores. Essas mesmas vantagens aparecem também se a obra for executada por lançamentos progressivos.

1.2 Relevância da pesquisa

A grande utilização dessas vigas celulares requer do meio técnico procura de soluções, não só mais econômicas e estéticas, como também mais seguras.

A tendência moderna é de se construir pontes unicelulares com tabuleiros cada vez mais largos (VIRLOGEUX, 1985), como a ponte de Felsenau (Suíça), com vão de 144 m e largura de 26,2 m, a ponte do vale de Musle (Praga), com vão de 116 m e largura de 26,7 m, entre outras. De fato, esta tendência vem se efetivando no ano de 2003.

Figura 1.1 Ponte de Felsenau (Suíça)

Figura 1.2 Ponte de Musle (Praga)

Entre as obras brasileiras recentes, citam-se duas pontes construídas para o Rodoanel em São Paulo uma, com vão de 120 m e largura de 16,10 m e outra com vão de 145 m e largura de 19,30 m.

Figura 1.3 Pontes do Rodoanel (São Paulo)

Ao mesmo tempo, por razões construtivas, as transversinas vêm sendo eliminadas, especialmente quando se utiliza o método construtivo dos balanços sucessivos ou o dos lançamentos progressivos.

Nessas condições, devido ao engastamento elástico das lajes, as almas dessas vigas ficam solicitadas a grandes momentos fletores transversais, que agem concomitantemente com esforços de cisalhamento, os quais devem ser

cuidadosamente analisados. Portanto, para o dimensionamento destas almas, deve-se levar em consideração a ação conjunta da força cortante e da flexão transversal.

As pontes celulares apresentam grande diversidade de soluções, como também dificuldades de cálculo não habituais. Nas antigas vigas multicelulares, a tendência era desprezar a flexão transversal no dimensionamento das almas, por analogia com o cálculo de grelhas. Também, devido ao grande número de transversinas construídas ao longo dos vãos, as seções celulares podiam ser consideradas indeformáveis.

No caso das vigas unicelulares com seções transversais de grandes dimensões, não se pode desprezar a flexão transversal nas almas, nem considerá-las indeformáveis. Surge assim, a necessidade de se procurar alternativas mais realistas e seguras para o cálculo destas estruturas.

Os critérios atuais de dimensionamento das almas das pontes celulares apontam, de um lado, para a necessidade de um aperfeiçoamento e de outro, para a importância desse problema nas pontes celulares. Ao mesmo tempo, estes critérios têm especial dificuldade em tratar o problema de almas muito solicitadas ao cisalhamento, bem como o problema da fadiga.

Neste trabalho, são analisados vários critérios de dimensionamento que consideram a combinação de cisalhamento com flexão transversal, como também é apresentado um novo modelo de cálculo, cujos resultados foram comprovados por um programa de investigação experimental.

1.3 Escopo da tese

Constitui o escopo desta tese, a investigação experimental do comportamento estrutural das vigas celulares de concreto, especialmente no tocante ao dimensionamento de suas almas.

Os objetivos específicos desta pesquisa, que se referem aos problemas de dimensionamento e segurança das almas das vigas celulares, são os seguintes:

- investigação experimental do comportamento estrutural das vigas celulares de concreto;
- verificação da resistência dos estribos das vigas celulares, solicitadas à flexão transversal;
- verificação da resistência das bielas comprimidas na flexão transversal;
- verificação da fadiga das armaduras transversais das vigas celulares, bem como das bielas de concreto sob flexo-compressão;
- fornecer subsídios para o aprimoramento dos critérios de projeto das almas das vigas celulares, com base em resultados de ensaios experimentais.

Escolhidos o tema e as metas, restavam apenas definir os meios adequados para desenvolvê-la, os quais incluíam necessariamente investigações experimentais. Assim, este trabalho abrangerá as seguintes etapas:

Parte teórica

- abordagem de aspectos históricos das pontes celulares;
- apresentação de alguns métodos construtivos mais utilizados na construção de pontes celulares de concreto;
- aspectos principais da Teoria das Solicitações Tangenciais, para o entendimento preciso da atuação das forças de cisalhamento nas almas das vigas celulares;
- apresentação, comparação e análise crítica dos critérios usuais de dimensionamento das almas de pontes celulares, por meio de gráficos de interação que relacionam força cortante com flexão transversal;
- apresentação de um novo modelo de cálculo de dimensionamento das almas de pontes celulares, baseado na Teoria de Treliça Generalizada, que leva em conta os efeitos da flexo-compressão das bielas.

Parte experimental

Para verificar as hipóteses apresentadas no modelo teórico, desenvolveu-se uma ampla investigação experimental a qual seguiu os seguintes passos:

- ampliação da idéia da flexão composta da biela, considerando ângulo de inclinação de biela entre $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$;
- projeto, montagem e execução dos ensaios de vigas de seção I;
- ensaios de fadiga em barras de aço para concreto armado;
- ensaios de fadiga das armaduras transversais das vigas de seção I;
- comparação de resultados e conclusões.

Os ensaios seguiram os procedimentos usuais de investigação experimental destinados à determinação das propriedades mecânicas dos materiais estruturais e do comportamento das estruturas, utilizando provas de carga. As provas de cargas estáticas e dinâmicas constituem uma metodologia completa na investigação experimental de estruturas que, na maioria das circunstâncias, permitem avaliar a melhor estimativa da segurança das mesmas.

Finalmente, esta pesquisa procurou apresentar subsídios para uma compreensão mais aprofundada do comportamento das vigas celulares contribuindo, desse modo, para uma melhor elaboração do projeto, do cálculo e do processo construtivo.

2 MÉTODOS CONSTRUTIVOS

Nesse capítulo são abordados sucintamente alguns métodos construtivos mais utilizados na construção de pontes de concreto.

Um fator importante que deve ser levado em consideração no projeto de construção de pontes é o método construtivo, o qual pode ser decisivo na escolha do tipo de ponte e de sua seção transversal.

A obra inteira ou seus elementos podem ser pré-fabricados ou moldados no local.

2.1 Fôrma sobre escoramentos – cimbramento geral

É o processo construtivo mais antigo de construção de pontes e ainda hoje é utilizado.

Consiste na execução de fôrmas apoiadas sobre escoramentos fixos, pouco espaçados entre si, bem travados e devidamente apoiados no terreno.

A obra toda é moldada no local pelo preenchimento das fôrmas com concreto fresco, as quais só podem ser descimbradas e retiradas após o concreto atingir a resistência adequada (PFEIL, 1987).

Desde há muito tempo, a madeira foi o principal material para a execução de escoramentos. Atualmente, a madeira tem sido substituída, eficientemente, por elementos metálicos, devido à facilidade de montagem, desmontagem e reutilização em outras obras.

Esse método construtivo é empregado em pontes de dimensões modestas, desde que os custos das fôrmas e cimbramentos não sejam elevados.

Figura 2.1 Cimbramento geral

2.2 Cimbramento móvel

Tendo em vista a economia de fôrmas e cimbramento, a obra pode ser moldada por partes.

O princípio de funcionamento desse método construtivo é a utilização de cimbramentos que possam ser deslocados à medida que os trechos vão sendo concretados.

Em geral, estes cimbramentos móveis são constituídos por estruturas metálicas, de fácil manuseio, as quais podem ser compostas de pequenas torres metálicas ou de treliças deslizantes (LEONHARDT et MONNIG, 1978).

Esse método construtivo é indicado para obras projetadas com vãos iguais e de seção transversal constante, possibilitando o reaproveitamento das fôrmas.

Além da economia de fôrmas, outra vantagem desse método construtivo, é a relativa facilidade de se aumentar a largura das almas em regiões de emendas ou ancoragem de cabos, pois a estrutura é moldada no local.

As Figuras 2.2 e 2.3 ilustram esses tipos de cimbramento móvel.

Figura 2.2 Cimbramento móvel

Figura 2.3 Cimbramento móvel feito por treliças deslizantes

2.3 Balanços sucessivos

O método dos balanços sucessivos (*free cantilevering*) foi desenvolvido por Emilio Baumgart para a construção, em concreto armado, do tramo central da ponte Herval, sobre o rio do Peixe, Santa Catarina, em 1930 (MATHIVAT, 1979); (MENN, 1990); (VASCONCELOS, 1993).

Por se tratar de um rio com mudanças rápidas de nível, a ponte não podia ser construída pelo método tradicional de cimbramento, pois este seria certamente levado pela correnteza. Para resolver o problema, Baumgart idealizou o método dos balanços sucessivos, o qual não requer escoramentos.

As armaduras alojadas no tabuleiro eram presas por luvas, à medida que a concretagem avançava.

Este tipo de obra em concreto armado não teve grande desenvolvimento em razão do número elevado de armadura necessária para assegurar a resistência dos consolos e controle de fissuração no tabuleiro (MATHIVAT, 1979).

Com o surgimento da protensão, particularmente bem adaptada à construção das pontes em balanços sucessivos, este procedimento teve grande desenvolvimento. Atualmente, a maior parte das grandes pontes de concreto protendido são construídas pelo método dos balanços sucessivos.

Além da evidente economia pela supressão do cimbramento nos vãos, acrescenta-se ainda a vantagem de que as circulações das vias inferiores não precisam ser interrompidas ou restringidas (MATHIVAT, 1979).

Esse método consiste na construção da ponte, simetricamente, em consolos sucessivos — também chamados aduelas —, a partir de um trecho inicial (GRATTESAT, 1982).

O trecho inicial é construído sobre pilares para possibilitar a instalação de uma treliça móvel de lançamento. Esse trecho pode ser engastado no pilar ou simplesmente apoiado, caso em que é necessária a montagem de suportes temporários. Em seguida, são construídas as aduelas, simetricamente, a partir desse trecho inicial, cujas fôrmas são sustentadas por uma treliça móvel de lançamento. A Figura 2.4 ilustra a seqüência exposta.

Figura 2.4 Início da construção de uma ponte por balanços sucessivos

As aduelas são células, em geral de altura variável, que podem ser moldadas *in loco* (Figura 2.5) ou pré-moldadas (Figura 2.6). Cada aduela é ligada à anterior, já executada, por meio de cabos de protensão. A utilização de aduelas pré-fabricadas de concreto se justifica quando se tem grande extensão como, por exemplo, a ponte Rio – Niterói.

Figura 2.5 Aduelas moldadas “in loco” - ponte sobre o rio Tietê em Alphaville, SP

Figura 2.6 Construção de uma ponte com aduelas pré-moldadas

Inicialmente, a estrutura funciona como uma viga em balanço. Em seguida, quando os dois balanços provenientes de pilares adjacentes se juntam, obtém-se a continuidade da viga (Figura 2.7).

Figura 2.7 Construção de ponte pelo método dos balanços sucessivos

Pode-se também utilizar uma treliça de lançamento maior do que o vão a ser vencido para a sustentação das aduelas, como indica a Figura 2.8 (COLLINS et MITCHELL, 1987).

Figura 2.8 Treliça de lançamento utilizada na construção da ponte Rio - Niterói

No Brasil, o maior vão construído em balanços sucessivos foi o da Ponte Tancredo Neves sobre o rio Iguaçu, em 1985, cujo comprimento total é de 480 m e o vão central, de 220 m (Figura 2.9).

Figura 2.9 Construção da Ponte Tancredo Neves (VASCONCELOS 1993)

Em 1959, o método dos balanços sucessivos já foi utilizado na construção de uma passarela sobre o Reno, na cidade alemã de Wiesbaden, com 205 m de vão. (VASCONCELOS, 1993).

Pontes construídas com vãos ainda maiores podem ser citadas, como as indicadas na Tabela abaixo (Royal Institute of Technology, 2003); (JANBERG, 2003):

Tabela 2.1 Maiores vãos construídos pelo método dos balanços sucessivos

Ponte – nome	Vão (m)	Localização	País	Ano
Stolmasundet	301	Austevoll	Noruega	1998
Raftsundet	298	Lofoten Isl.	Noruega	1998
Humen	270	Guangdong, Pearl River	China	1997
Varoldd	260	Kristiansand	Noruega	1994
Gateway	260	Brisbane	Austrália	1986
Skye	250	Skye Island	Inglaterra	1995
Schottwien	250	Semmering	Austria	1989
Ponte de S. João	250	Oporto	Portugal	1991
Northumberland	250	New Brunswick	Canada	1997
Huangshi	245	Hubei	China	1996
Koror-Babelthuap	241	Toagel Channel	Palau	1977
Hamana	240	Imagiri-Guchi	Japão	1976
Hikoshima	236	Shimonoseki	Japão	1975
Norddalsfjord	231	Sogn-Fjordane	Noruega	1987
Urato	230	Kochi	Japão	1972
Houston Ship Channel	229	Houston, Texas	EUA	1982
Puente International	220	Fray Bentos	Uruguai/Argentina	1976
Ponte Tancredo Neves	220	Rio Iguaçu	Brasil/Argentina	1985
Mooney Creek	220	Mount White	Austrália	1986
Agi-Gawa	220	Gihu	Japão	1985
Bendorf	208	Bendorf	Alemanha	1965

2.4 Lançamentos progressivos

Método dos lançamentos progressivos foi idealizado em 1961 por F. Leonhardt para a construção das pontes sobre os rios Ager, na Alemanha e Caroni, na Venezuela (VASCONCELOS, 1993).

Este método consiste na construção de segmentos do tabuleiro sobre os aterros de acesso à ponte. À medida que esses segmentos de tabuleiro vão adquirindo resistência, são unidos por meio de cabos de protensão e, em seguida, empurrados até atingir o pilar adjacente.

Todo o conjunto é deslocado sobre apoios deslizantes, na direção dos pilares, por meio de macacos hidráulicos. A obra pode ser empurrada ou puxada. Nesse último caso, pode-se utilizar os próprios macacos de protensão.

Na extremidade desse conjunto é instalada uma treliça metálica para diminuir as solicitações no tabuleiro. Os desnivelamentos provocados pela flecha do balanço são corrigidos por meio de macacos hidráulicos (BORGES et al., 1988).

Por meio desse método construtivo consegue-se eliminar totalmente o cimbramento e evitar os problemas gerados pela utilização de equipamentos pesados de lançamento. Entretanto, a principal vantagem deste método é a industrialização da construção dos vários segmentos da ponte no mesmo local, obtendo-se uma verdadeira fábrica de pontes (LEONHARDT et MONNIG, 1978).

Figura 2.10 Construção de pontes pelo método dos lançamentos progressivos

No Brasil, a primeira obra construída pelo método dos lançamentos progressivos foi uma passarela sobre os trilhos da Fepasa, em Presidente Altino, Osasco, São Paulo, em 1978. Sua extensão é de 170 m de comprimento, com vãos alternados de 25 e 35 m (BORGES et al., 1981); (VASCONCELOS, 1993).

Outras obras podem ser citadas como, a ponte sobre o rio Pardo em Iaras, São Paulo, construída em 1982, com os vãos maiores de 42 m e comprimento total de 203 m em viga contínua, e a ponte do Tamarindo sobre o rio Itajaí-açú, em Blumenau, Santa Catarina, construída em 1999, com comprimento total de 320 m, vão entre pilares de 39,75 m e largura de 18,90 m (VASCONCELOS, 1993). A Figura 2.11 ilustra a ponte do Tamarindo.

Figura 2.11 Construção da ponte do Tamarindo em Blumenau, Santa Catarina

Para reduzir o atrito entre o tabuleiro inferior e os pilares costuma-se utilizar aparelhos de apoio provisórios de teflon, que deslizam sobre berços revestidos com chapas de aço inoxidável, com extremidades arredondadas, conforme indica a Figura 2.12. O teflon é indicado para esse fim, pois seu coeficiente de atrito diminui com o aumento da compressão.

Os aparelhos de apoio devem ser cuidadosamente localizados sob as almas, a fim de se evitar solicitações adicionais de flexão transversal localizada.

Figura 2.12 Localização dos aparelhos de apoio provisórios

Deve-se tomar cuidados especiais no cálculo dessas pontes, prevendo-se todas as solicitações extras decorrentes das peculiaridades desse método construtivo. Outro cuidado é com os cabos de protensão, os quais devem estar centrados, devido à alternância de momentos na fase construtiva.

3 SOLICITAÇÕES TANGENCIAIS

Muitas das análises propostas nessa pesquisa giram em torno dos problemas que ocorrem em peças estruturais submetidas à ação conjunta das solicitações de cisalhamento com flexão transversal.

Assim, para se ter uma idéia bem clara desses problemas, abordam-se, nesse capítulo, os aspectos teóricos mais importantes a respeito das forças que provocam tensões de cisalhamento em peças estruturais, especialmente as de seções celulares.

3.1 Forças cortantes em vigas

Considere-se um elemento de viga como ilustrado na Figura 3.1, de comprimento infinitesimal dx , submetido a um carregamento genérico p , sem esforço normal.

Figura 3.1 Barra submetida a cargas transversais p

O equilíbrio desse elemento de viga é dado por:

$$\frac{dM}{dx} = V \quad \frac{dV}{dx} = -p \quad \text{ou seja,} \quad \frac{d^2 M}{dx^2} = -p$$

Devido aos efeitos da flexão, esse elemento de viga é solicitado por tensões normais, paralelas ao eixo x , como ilustrado na Figura 3.2.

Essas tensões normais que atuam nas faces do elemento hachurado $abcd$, de comprimento dx , variam linearmente a partir da linha neutra e, em qualquer ponto, a uma distância y da linha neutra são definidas nas faces ab e cd , respectivamente, como (TIMOSHENKO, 1989):

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y \quad \text{e} \quad \sigma + d\sigma = \frac{M + dM}{I} \cdot y$$

onde I é o momento de inércia da seção transversal em relação à linha neutra.

Figura 3.2 Tensões normais em um elemento de viga de comprimento dx

As resultantes dessas tensões normais são dadas por:

$$F = \int_{y_o}^{h/2} \frac{M}{I} y dA \quad (a)$$

e

$$F + dF = \int_{y_o}^{h/2} \frac{M + dM}{I} y dA \quad (b)$$

Se for feito um corte longitudinal nesse elemento de viga, o equilíbrio interno na direção do eixo x indica que deve haver uma tensão tangencial τ .

Admitindo-se que a largura b seja suficientemente pequena para se considerar constante a tensão de cisalhamento ao longo da largura, a força de cisalhamento horizontal que atua na face inferior do elemento é dada por:

$$\tau \cdot b \cdot dx \quad (c)$$

As forças representadas pelas expressões (a), (b) e (c), devem estar em equilíbrio. Assim, o equilíbrio do elemento hachurado $abcd$ da Figura 3.2 fornece a equação:

$$F + \tau b dx = F + dF$$

ou seja:

$$\tau b dx = \int_{y_o}^{h/2} \frac{M + dM}{I} y dA - \int_{y_o}^{h/2} \frac{M}{I} y dA$$

donde:

$$\tau = \frac{1}{I \cdot b} \cdot \frac{dM}{dx} \int_{y_o}^{h/2} y dA$$

mas $\frac{dM}{dx} = V$ e

$\int_{y_o}^{h/2} y dA = Ms$ é o momento estático da parte da hachurada seção transversal em relação ao eixo z .

Logo, a tensão de cisalhamento fica definida por:

$$\tau = \frac{V \cdot Ms}{b \cdot I}$$

A tensão de cisalhamento varia em função de y_o . No caso das seções retangulares, tem-se:

$$\tau = \frac{V}{2I} \left(\frac{h^2}{4} - y_o^2 \right)$$

A expressão acima indica que a tensão de cisalhamento varia parabolicamente com y_o .

Como regra geral, a máxima tensão de cisalhamento τ ocorre no centro de gravidade da seção transversal (Figura 3.3).

Figura 3.3 Tensão máxima de cisalhamento τ_o (LANGENDONCK, 1956)

Sabendo-se que o braço de alavanca dos esforços internos (z) pode ser expresso por ($z = I / Ms_o$) tem-se, para $y_o = 0$, a expressão da tensão máxima de cisalhamento:

$$\tau_o = \frac{V}{b \cdot z}$$

As tensões de cisalhamento são sempre tangentes ao contorno da seção transversal.

Na Figura 3.4 estão ilustradas as direções e sentidos das tensões de cisalhamento em algumas seções transversais.

Figura 3.4 Direção e sentido das tensões de cisalhamento (FUSCO, 1981)

3.2 Forças cortantes em vigas de seção celular

Como já foi visto, para o cálculo das tensões de cisalhamento só existe uma incógnita — a tensão tangencial τ —, que aparece quando uma peça é dividida em duas partes por meio de um corte longitudinal. O mesmo não ocorre em seções fechadas, como no caso de seções celulares, as quais podem ser simétricas ou assimétricas.

3.2.1 Seções celulares simétricas

Nas seções celulares simétricas, com o carregamento contido no plano longitudinal de simetria, as tensões de cisalhamento são nulas neste mesmo eixo de simetria, conforme indica a Figura 3.5. Portanto, este fato permite considerar a seção como se ela fosse aberta.

Figura 3.5 Tensões de cisalhamento em seção celular simétrica

3.2.2 Seções celulares assimétricas

Nas seções celulares assimétricas não se sabe *a priori* onde a tensão de cisalhamento é nula.

As seções unicelulares são estruturas hiperestáticas, com um grau de indeterminação. Uma das maneiras de resolver essa indeterminação é utilizar o processo dos esforços.

A solução deste problema é obtida pela superposição dos efeitos da solução de uma seção aberta, submetida a uma carga P , que passa pelo centro de torção, e dos efeitos do fluxo de cisalhamento f , proveniente da torção ΔT , como indica a Figura 3.6.

Figura 3.6 Seção celular assimétrica

A determinação de τ_o advém da compatibilidade das deformações por cisalhamento no local do corte. Somando-se os efeitos, chega-se à tensão de cisalhamento, dada por $\tau = \tau_i + \tau_o$.

3.3 Força cortante em vigas de concreto - analogia de treliça

Quando uma viga de concreto armado é submetida a carregamentos suficientemente elevados, tal que a aproximem dos estados limites últimos, ocorrerá uma intensa formação de fissuras.

Essas fissuras sugerem a idéia de que o comportamento das vigas de concreto armado se assemelha ao modelo resistente das treliças.

O dimensionamento das armaduras necessárias para resistir aos esforços cortantes, decorrentes das solicitações tangenciais, pode ser feito utilizando-se a Analogia de Treliça.

Desenvolvido por Mörsch, esse modelo resistente ficou conhecido como Analogia Clássica da Treliça ou Treliça de Mörsch.

Essa analogia baseia-se nas hipóteses de que a treliça seja formada por banzos paralelos e que as bielas diagonais tenham inclinação $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal da viga.

Os banzos comprimido e tracionado são formados, respectivamente, pela região comprimida do concreto e pela armadura longitudinal de tração. As diagonais são formadas pelas bielas comprimidas de concreto e os tirantes, pelos estribos. A Figura 3.7 ilustra o modelo resistente baseado na Analogia Clássica de Treliça.

Figura 3.7 Analogia Clássica de Treliça

A armadura transversal é geralmente constituída por estribos, os quais podem ser montados com barras perpendiculares ao eixo da viga ou, eventualmente, com barras inclinadas isto é, cavaletes ou estribos inclinados.

Figura 3.8 Tipos de armaduras transversais

3.3.1 Esforços internos na treliça – caso geral

Considerando o caso geral, onde as bielas comprimidas e as armaduras transversais tenham inclinação variável, como indicadas na Figura 3.9, os esforços internos na treliça são os seguintes:

Figura 3.9 Esforços internos na treliça – caso geral

- Tensões nas bielas comprimidas**

Resultante de força na biela: $R_{c\theta} = \frac{V}{\sin \theta}$

Área da biela: $A = b_w \cdot z \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \theta$

Tensões nas bielas comprimidas de concreto: $\sigma_{c\theta} = \frac{R_{c\theta}}{A}$ ou seja,

$$\sigma_{c\theta} = \frac{V}{b_w \cdot z \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \sin^2 \theta}$$

No caso particular de armaduras transversais perpendiculares ao eixo da peça e ângulo de inclinação das bielas $\theta = 45^\circ$, tem-se:

$$\sigma_{c\theta} = \frac{V}{b_w \cdot z \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta} = \frac{2 \cdot V}{b_w \cdot z}$$

Como, de acordo com a Resistência dos Materiais, para barras em geral, tem-se:

$$\tau_o = \frac{V}{b_w \cdot z}$$

Portanto, a tensão atuante na biela é expressa por:

$$\sigma_{c\theta} = 2 \cdot \tau_o$$

- **Tensões nos estribos**

Resultante na armadura transversal: $R_{tt} = \frac{V}{\sin \alpha}$

Sendo A_{sw} a área da seção transversal de cada estribo, considerados todos os seus ramos, tem-se a seguinte área total da armadura transversal ao longo da fissura de inclinação θ (FUSCO, 1995):

$$A_{tt} = \frac{z(\cot g \theta + \cot g \alpha)}{s_t} \cdot A_{sw}$$

Tensões nas armaduras transversais: $\sigma_{c\theta} = \frac{R_{tt}}{A_{tt}}$ ou seja,

$$\sigma_{tt} = \frac{V \cdot s_t}{z(\cot g \theta + \cot g \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot A_{sw}}$$

sendo $\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s_t \cdot \sin \alpha}$, a taxa geométrica de armadura transversal

e $\tau_o = \frac{V}{b_w \cdot z}$, tem-se:

$$\sigma_{tt} = \frac{\tau_o}{\rho_w (\cot g \theta + \cot g \alpha) \sin^2 \alpha}$$

Nessas condições, a força cortante é expressa por:

$$V = b_w \cdot z \cdot \sigma_{tt} \cdot \rho_w (\cot g \theta + \cot g \alpha) \sin^2 \alpha$$

No caso particular de armaduras transversais perpendiculares ao eixo da peça e ângulo de inclinação das bielas $\theta = 45^\circ$, tem-se:

$$\sigma_{tt} = \frac{\tau_o}{\rho_w}$$

- **Tensão na armadura longitudinal**

No esquema estrutural de treliça, ou seja, viga fissurada, observa-se que os esforços axiais na armadura de tração não são exatamente iguais aos esforços

desenvolvidos nas de vigas de alma cheia, não fissurada. Considere-se o trecho de viga indicado na Figura 3.10.

Figura 3.10

Na Figura 3.10, o momento fletor que atua na seção de abscissa $x + \Delta x$ vale:

$$M_{x+\Delta x} = M_x + V \cdot \Delta x \quad (a)$$

onde: $\Delta x = z \cdot \cot g \theta$

Se forem considerados os esforços nas armaduras, o momento fletor em relação ao eixo do banzo comprimido, na seção de abscissa $x + \Delta x$, vale:

$$M_{x+\Delta x} = R_{st} \cdot z + R_{tt} \cdot \frac{z}{2} (\cot g \theta + \cot g \alpha) \sin \alpha \quad (b)$$

Igualando as expressões (a) e (b), obtém-se:

$$M_x + V \cdot z \cdot \cot g \theta = R_{st} \cdot z + \frac{V}{\sin \alpha} \cdot \frac{z}{2} (\cot g \theta + \cot g \alpha) \sin \alpha ,$$

o que resulta:

$$R_{st} = \frac{M_x}{z} + \frac{V}{2} \cdot (\cot g\theta - \cot g\alpha).$$

Esta expressão também pode ser escrita da seguinte forma:

$$R_{st} = \frac{1}{z} \left[M_x + V \cdot \frac{z}{2} \cdot (\cot g\theta - \cot g\alpha) \right]$$

A expressão acima comprova que em uma certa seção, as tensões axiais na armadura tracionada não são proporcionais ao momento fletor que atua na seção, mas sim ao momento correspondente a uma seção adjacente, distante de um comprimento a_l , o qual é dado por: $a_l = \frac{z}{2} \cdot (\cot g\theta - \cot g\alpha)$

Essa distância a_l é também conhecida como decalagem do diagrama dos momentos fletores. No caso particular da treliça clássica, ou seja, com armadura transversal perpendicular ao eixo da peça e ângulo de inclinação das bielas $\theta = 45^\circ$, tem-se o seguinte valor de a_l : $a_l = z/2$ (FUSCO, 1995).

3.3.2 Mecanismos resistentes de suporte da força cortante

A Analogia de Treliça tem sido a base de projeto das armaduras transversais de peças de concreto armado. Contudo, verifica-se experimentalmente que as tensões de tração atuantes na armadura transversal das vigas submetidas a forças cortantes, são menores do que aquelas calculadas pela Analogia de Treliça. Na Figura 3.11, observa-se que a partir de um certo nível de sollicitação, os diagramas reais de tensão de tração são aproximadamente paralelos ao diagrama da treliça clássica.

Figura 3.11 Diagrama de tensões na armadura transversal decorrentes da força cortante

Este fato sugere a existência de mecanismos resistentes complementares ao modelo de treliça, denominados V_c , para suporte da força cortante.

Estes mecanismos resistentes advêm de contribuições de diversas componentes, as quais incluem: as parcelas de força resistidas pelo concreto não fissurado, as componentes verticais devido ao intertravamento dos agregados entre as faces das fissuras e a parcela de força devido ao efeito de pino da armadura longitudinal (BORGES et al., 2002).

O mecanismo resistente devido ao intertravamento dos agregados entre as faces das fissuras é ativado somente após a ocorrência da fissuração diagonal e se torna significativo à medida que ocorre deslizamento entre as faces da fissura.

O mecanismo resistente devido ao efeito de pino da armadura longitudinal depende da aderência do concreto com a armadura e da rigidez à flexão das barras da armadura.

Conclui-se então que as armaduras transversais realmente necessárias podem ser menores do que as armaduras calculadas pela Analogia de Treliça, devido a V_c .

Segundo a NBR 6118/2002, a resistência ao cisalhamento V_c é dada pela seguinte expressão:

$$V_c = 0,6 f_t b d = 0,126 (f_c)^{2/3} b d$$

onde f_t e f_c são as resistências à tração e à compressão do concreto, respectivamente, b é a largura da alma e d é altura útil da viga.

O Anexo da NBR 7197/1989 prescreve que, na flexão simples, a contribuição resistente ao cisalhamento V_c é dada por:

$$V_c = 0,15 \sqrt{f_c} b d$$

Observa-se que nas expressões acima, V_c é função apenas da resistência do concreto, não levando em conta a influência da taxa de armadura longitudinal e o efeito de escala.

Atualmente, existe uma teoria defendida por vários pesquisadores, entre os quais REINECK² (1995), segundo a qual, a parcela de força cortante absorvida pelos mecanismos complementares ao modelo de treliça, denominada por eles V_f (*concrete friction component*), passa a ser avaliada como forças de atrito resultantes da rugosidade do plano de fraturamento entre as faixas das fissuras e a tensão τ_f (*shear friction*), entre as fissuras, é definida como $\tau_f = \tau_{fo} + \mu \sigma_f$, onde τ_{fo} é um termo de coesão, $\mu=1,7$ é o coeficiente de fricção e, tanto τ_f como σ_f , dependem da abertura das fissuras.

3.3.3 Dimensionamento das armaduras transversais à força cortante

Para o dimensionamento de elementos lineares de concreto sujeitos à força cortante no Estado Limite Último, a NBR 6118/2002, pressupõem a analogia com modelo em treliça, de banzos paralelos, associada a mecanismos resistentes complementares, desenvolvidos no interior da peça e traduzidos por uma componente adicional V_c .

A resistência da peça numa determinada seção transversal é satisfatória quando verificadas simultaneamente as seguintes condições:

$$V_{Sd} < V_{Rd2}$$

$$V_{Sd} < V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

onde:

V_{Sd} = é a força cortante solicitante de cálculo, na seção;

V_{Rd2} = é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$ é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, onde V_c é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao modelo de treliça e V_{sw} é a parcela absorvida pela armadura transversal.

² Cfr.: CEB – Bulletin d'Information n° 223, 1995

Cfr.: DUTHINH, D., CARINO, N. J. Shear design of high-strength concrete beams: a review of the state-of-the-art. Gaithersburg: NISTIR, 1996.

São admitidos dois modelos de cálculos:

- **Modelo de Cálculo I**

Pelo Modelo de Cálculo I, admite-se diagonais de compressão inclinadas de $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal da peça, e V_c é suposto de valor constante:

$V_c = 0$ nas peças tracionadas, quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{co}$ na flexão simples e na flexo-tração, com a linha neutra cortando a seção;

$V_c = (V_{co} + V_{co} \cdot M_o / M_d) \leq 2 \cdot V_{co}$ na flexo-compressão com

$$V_{co} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$$

onde:

M_o = momento fletor que anula a tensão normal na borda da seção;

$M_{d,max}$ = momento fletor da seção transversal do trecho em análise.

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c \quad \text{sendo} \quad f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ctm}$$

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \text{ (MPa)}$$

A resistência da peça é assegurada pela verificação da compressão diagonal no concreto e pelo cálculo da armadura transversal, conforme as expressões:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

onde α é o ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal da peça, podendo estar compreendido entre $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$.

- **Modelo de Cálculo II**

O Modelo de Cálculo II admite que as diagonais tenham inclinação diferente de 45° , arbitrada livremente no intervalo $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ e V_c com valores reduzidos.

$V_c = 0$ em peças tracionadas quando a linha neutra se situa fora da seção;

$V_c = V_{cl}$ na flexão simples e na flexo-tração com a linha neutra cortando a seção;

$V_c = (V_{cl} + V_{cl} \cdot M_o / M_d) \leq 2 V_{cl}$ na flexo-compressão, com

$V_{cl} = V_{co}$ quando $V_d \leq V_{co}$ e

$V_{cl} = 0$ quando $V_d = V_{Rd2}$, interpolando-se linearmente para valores intermediários.

Quando é utilizado o Modelo II, a resistência da peça é assegurada pela verificação da compressão diagonal do concreto e pelo cálculo da armadura transversal, conforme expressão dada em (a) e (b), respectivamente:

a) verificação da compressão diagonal do concreto

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \sin^2 \theta \cdot (\cot g\alpha + \cot g\theta)$$

b) cálculo da armadura transversal

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} (\cot g\alpha + \cot g\theta) \cdot \sin \alpha$$

Também neste caso, α é o ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal da peça, podendo estar compreendido entre $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$.

Além disso, deve ser observada uma área mínima de armadura transversal, constituída por estribos, com taxa geométrica dada por:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s \cdot \sin \alpha} \geq 0,2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}}$$

e espaçamento mínimo de:

se $V_d \leq 0,67 \cdot V_{Rd2}$ então $s_{\max} = 0,6 \cdot d \leq 300mm$;

se $V_d > 0,67 \cdot V_{Rd2}$ então $s_{\max} = 0,3 \cdot d \leq 200mm$.

A deformação dos estribos é expressa por:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_r \cos \theta \cdot \cos \theta \quad \text{ou seja,} \quad \varepsilon_t = \varepsilon_r \cos^2 \theta$$

A deformação da armadura longitudinal é expressa por:

$$\varepsilon_s \cot g \theta = \varepsilon_r \cos \theta \cdot \sin \theta \quad \text{ou seja} \quad \varepsilon_s = \varepsilon_r \sin^2 \theta$$

Da Figura 3.13 acima, obtêm-se as seguintes relações:

$$\varepsilon_t + \varepsilon_s = \varepsilon_r$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_s \cot^2 \theta$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_r \cdot \tg^2 \theta$$

ou seja:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_t + \varepsilon_s = \varepsilon_t \cdot (1 + \tg^2 \theta)$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_t + \varepsilon_s = \varepsilon_s \cdot (1 + \cotg^2 \theta)$$

Por meio dessas expressões, a deformação da fissura fica relacionada com as deformações das armaduras transversais e longitudinais.

Admitindo-se que essas armaduras tenham a mesma deformação específica de início de escoamento ε_y , é possível estimar o intervalo de inclinação das fissuras por meio das seguintes expressões:

- deformação diagonal ocasionada pelas armaduras transversais:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_y \cdot (1 + \tg^2 \theta)$$

- deformação diagonal ocasionada pelas armaduras longitudinais:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_y \cdot (1 + \cotg^2 \theta)$$

Com as curvas geradas por essas expressões, ilustradas na Figura 3.14, é possível determinar o intervalo de variação de inclinação θ das bielas.

Figura 3.14 Intervalo de variação de θ

O intervalo de variação de θ deve ficar dentro de certos limites. Para valores de θ inferiores a $\arctg \frac{1}{2}$, as deformações nos estribos seriam 4 vezes maiores do que as deformações na armadura longitudinal. Por outro lado, para valores de θ superiores a $\arctg 2$, as deformações na armadura longitudinal seriam 4 vezes maiores do que as deformações nos estribos.

Admitindo-se aços CA50A, com $\varepsilon_y = 2,5\%$, ângulos de inclinação das bielas fora deste intervalo, levariam a deformações superiores a $\varepsilon = 10\%$, ora nos estribos, ora na armadura longitudinal.

Portanto, verifica-se que a relação de natureza prática $\varepsilon_r / \varepsilon_y \leq 5$ condiciona o ângulo de inclinação das bielas aos limites (THÜRLIMANN, 1982); (FUSCO 1995):

$$\arctg \frac{1}{2} \leq \theta \leq \arctg 2$$

Foi constatado experimentalmente por FERNANDES (1992), que as bielas podem alcançar inclinações menores que $\arctg \frac{1}{2}$, mas antes mesmo de que elas ocorram, a viga já terá ultrapassado o estado limite último correspondente a um alongamento excessivo da armadura, isto é, uma fissura absolutamente exagerada.

- **Disposições do CEB-FIP Model Code 1990**

Segundo o CEB-FIP 1990 (§6.3.3.1), o ângulo θ entre a biela comprimida e os banzos tracionados e comprimidos pode ser escolhido dentro da faixa $(18,4^\circ \leq \theta \leq 45^\circ)$ ou seja, $(1/3 \leq \arctg \theta \leq 1)$.

O uso de inclinação superior a 45° não é conveniente por aumentar consideravelmente as tensões nas armaduras de cisalhamento.

O valor limite de $\theta \geq 18,4^\circ$ adotado pelo CEB é muito pequeno, o que acarreta um estado muito acentuado de fissuração na peça, aumenta significativamente as tensões de compressão nas bielas diagonais, além de aumentar a força a ser ancorada pela armadura longitudinal. Contudo, o CEB não considera os mecanismos resistentes complementares ao modelo de treliça para o cálculo da armadura transversal.

CARNEIRO DA SILVA e GIONGO (2000), citando o *Bulletin d'information* nº 198 (1990) do CEB, comenta que vários pesquisadores contestaram a adoção de $\theta_{min} = 18,4^\circ$ por ser um valor muito pequeno. Entre as várias sugestões pode-se citar $\theta_{min} = 26,5^\circ$, resultado de uma investigação experimental sobre a inclinação das bielas de concreto, feita por FERREIRA et al. em 1993.

- **Disposições da NBR 6118**

A NBR 6118/78 determina em seu item 4.1.4.2, "...a armadura transversal das peças lineares e das lajes, para resistir aos esforços oriundos da força cortante, deverá ser calculada pela teoria clássica de Mörsch...".

Mesmo sendo alterado seus dispositivos em relação à força cortante, pelo Anexo da NBR 7197, a NBR 6118/78 adota os mesmos critérios de cálculo da armadura transversal pelo método da treliça de Mörsch (item A-2.2), ou seja, considera o ângulo de inclinação das bielas $\theta = 45^\circ$.

Pelo Projeto de Revisão da NBR 6118/2002, item 17.3.1, o dimensionamento da armadura transversal para elementos lineares pressupõem a analogia com modelo em treliça, de banzos paralelos, associado a mecanismos resistentes complementares, desenvolvidos no interior da peça e traduzidos por uma componente adicional V_c ,

mas admite que o ângulo de inclinação das diagonais possa ser escolhido livremente dentro do intervalo $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$, no Modelo de Cálculo II.

Considerando ângulo de inclinação das diagonais $\theta \geq 30^\circ$, a NBR 6118/2002 adota uma postura prudente em relação ao valor de $\theta \geq 18,4^\circ$, disposto pelo CEB-FIP Model Code 1990. Com isso, evita-se altos níveis tensões de compressão nas bielas diagonais, como também um estado acentuado de fissuração da peça.

3.3.5 Tipos de ruptura

As peças de concreto armado submetidas à flexão estão sujeitas às solicitações normais e tangenciais, as quais podem atingir os estados limites últimos.

Entre os modos de ruptura por solicitações tangenciais, vários provocam colapso não avisado. Portanto, devem-se tomar todas as precauções para que as solicitações tangenciais não sejam responsáveis pelo colapso da peça, isto é, não definam a sua resistência.

A fim de atender aos requisitos de segurança, as peças de concreto armado devem ser dimensionadas para que os ELU não sejam atingidos e que, dentre eles, o definidor da capacidade da peça seja um ELU dúctil.

Assim, para a verificação da segurança em relação ao esmagamento frágil da biela, exige-se que a tensão de cisalhamento τ_{wd} não supere a tensão resistente de cisalhamento τ_{Rwd} .

As deficiências de resistência a solicitações tangenciais podem determinar os seguintes modos de ruptura:

- **ruptura por força cortante – compressão:** esmagamento das bielas diagonais de concreto em regiões solicitadas por elevado nível de força cortante;
- **ruptura por força cortante – tração:** ocorre por insuficiência de armadura transversal, separando a viga em duas partes, através de fissura inclinada;
- **ruptura por força cortante – flexão:** ocorre também por insuficiência de armadura transversal, quando as fissuras diagonais de cisalhamento atingem a região comprimida do concreto, ocasionando diminuição de sua área e, conseqüentemente, a ruptura da peça por esmagamento do banzo comprimido;

- **ruptura do concreto por flexão da armadura longitudinal:** mesmo que a peça tenha área de armadura transversal adequada, esse tipo de ruptura ocorre quando os estribos estão muito espaçados entre si, obrigando as bielas diagonais de concreto a se apoiarem na armadura longitudinal da viga, acarretando flexão dessa armadura e impedindo o correto funcionamento do modelo de treliça. A ruptura se dá por fissura inclinada, com forte flexão da armadura longitudinal;
- **ruptura da peça por escorregamento da armadura:** ocorre por insuficiência de ancoragem e nos apoios extremos, podendo provocar o escorregamento da armadura longitudinal de tração.

Na Figura 3.15 estão ilustrados os tipos de ruptura acima citados.

Figura 3.15 Tipos de ruptura por cisalhamento (FUSCO, 1984)

3.4 Torção

O carregamento excêntrico, devido ao tráfego de veículos em uma ponte de seção unicelular, acarreta momentos de torção T , os quais são equilibrados por um fluxo de tensões de cisalhamento que atua na seção transversal.

As tensões de cisalhamento devido à torção nas lajes em balanço são relativamente pequenas em comparação às das células, portanto são normalmente desprezadas.

Como as espessuras das lajes e das almas são pequenas em relação às dimensões do caixão, este fluxo de cisalhamento pode ser considerado constante em toda a seção, conforme indica a Figura 3.16.

Figura 3.16 Fluxo das tensões de cisalhamento em uma seção unicelular

O valor do fluxo de tensão de cisalhamento f pode ser determinado pela fórmula de Bredt, ou seja,

$$f = T / 2A_o \quad \text{onde } A_o = b_o h_o$$

Obtido o valor de f , determinam-se as tensões de cisalhamento em cada elemento da célula, pois $f = \tau \cdot e$, sendo (e) a indicação genérica de espessura. O acréscimo de força cisalhante na alma é dado por:

$$\Delta V = \tau \cdot e \cdot h = f \cdot h$$

Para dimensionar as almas ao cisalhamento basta superpor os efeitos da força cortante (V) e de torção (ΔV).

4 COMPOSIÇÃO: SOLICITAÇÕES TANGENCIAIS – FLEXÃO TRANSVERSAL

4.1 Introdução

Os carregamentos das pontes celulares de concreto submetem suas almas a altos níveis de flexão transversal, conforme indica a Figura 4.1.

Assim, essas almas não são só solicitadas ao cisalhamento de força cortante ou torção, mas também à flexão transversal. Com efeito, o dimensionamento dessas almas deve levar em conta a combinação desses efeitos (SCHLAICH et SCHEEF, 1982) (STUCCHI, 1982).

Figura 4.1 Seção transversal de viga celular (STUCCHI et al., 1990)

A combinação força cortante – torção em seções celulares é imediata, utilizando-se a Analogia de Treliça para a determinação das forças de tração nos estribos e compressão nas bielas.

É importante notar que a redução de área da seção transversal das almas, devido à presença das bainhas dos cabos de protensão, deve ser considerada no cálculo das tensões de compressão no concreto.

4.2 Critérios de dimensionamento disponíveis

Apresentam-se a seguir, os critérios usuais de dimensionamento que consideram a composição força cortante – flexão transversal.

4.2.1 Critério da soma das armaduras

Este critério adota, por simplificação, a soma das armaduras de cisalhamento e de flexão transversal, tornando-o conservador para o dimensionamento dos estribos, ou seja:

$$A_{se} = \frac{A_{sv}}{2} + A_{sf}$$

onde:

A_{se} é área da armadura transversal por unidade de comprimento na face tracionada pela flexão transversal;

A_{sv} é área da armadura de cisalhamento por unidade de comprimento, decorrente de V_k

$$A_{sv} = (1,15 \cdot \tau_{wd} - \tau_c) \cdot \frac{b_w}{f_{yd}} \quad (cm^2 / m);$$

A_{sf} é área de armadura de flexão transversal por unidade de comprimento na face tracionada, decorrente de m_k

$$A_{sf} = \frac{\gamma_f \cdot m_k}{z_t \cdot f_{yd}} \quad (cm^2 / m).$$

O momento fletor transversal máximo é expresso por:

$$m_k = \left(A_{se} - \frac{A_{sv}}{2} \right) \cdot z_t \cdot \frac{f_{yd}}{\gamma_f}$$

Apesar de conservador no que diz respeito à área de armadura transversal, esse critério não é seguro em relação à verificação das bielas de compressão de concreto, pois, em tal verificação, despreza-se qualquer influência da flexão transversal.

4.2.2 Critério da comparação das armaduras

Para reduzir o consumo de armadura, propõe-se utilizar somente a maior entre as armaduras de força cortante ou de flexão transversal.

Este critério continua não verificando adequadamente o concreto e pode ficar contra a segurança em relação à armadura calculada.

$$A_{se} > \begin{cases} \frac{A_{sv}}{2} \\ A_{sf} \end{cases} \quad m_k = A_{se} \cdot z_t \cdot \frac{f_{yd}}{\gamma_f}$$

4.2.3 Critério de Thürlimann

Em 1977, THÜRLIMANN propôs o primeiro método consistente de dimensionamento de vigas de concreto armado ou protendido, submetidas à ação conjunta da flexão transversal e da força cortante (THÜRLIMANN, 1977).

Esse critério é baseado no Teorema Estático da Teoria da Plasticidade, onde se supõe que o campo dos esforços internos respeite, ao mesmo tempo, as condições de equilíbrio e as resistências do aço e do concreto.

A capacidade de adaptação plástica das almas para encontrar a posição de equilíbrio foi comprovada por ensaios em vigas de concreto, realizados por KAUFMANN e MENN (1976).

Os resultados desse modelo de cálculo ficaram a favor da segurança, quando comparados com os resultados dos ensaios.

Os esforços internos que se desenvolvem em uma alma são semelhantes aos esforços de uma treliça, ou seja, forças de compressão no banzo superior (R_{cc}), forças de tração no banzo inferior (R_{st}), forças de tração nos estribos e forças de compressão ($R_{c\theta}$) nas bielas de concreto, inclinadas de um ângulo θ .

Figura 4.2 Esforços solicitantes na alma (STUCCHI et al., 1990)

O estado de equilíbrio estático é obtido pela seguinte distribuição de forças:

força diagonal:	$R_{c\theta} = \frac{V}{\sin \theta}$
banzo superior:	$R_{cc} = \frac{M}{z} - \frac{V}{2} \cdot \cotg \theta$
banzo inferior:	$R_{st} = \frac{M}{z} + \frac{V}{2} \cdot \cotg \theta$
tensão de cisalhamento:	$\tau = \frac{V}{b \cdot d}$
componente vertical de compressão da biela:	$C = \frac{V}{z} \cdot \tg \theta \quad (\text{por unidade de comprimento})$
resultante total nos dois ramos dos estribos:	$2T = \frac{V}{z} \cdot \tg \theta \quad (\text{por unidade de comprimento})$

Quando uma alma é submetida somente à força cortante, o campo de tensões diagonais se estende por toda a largura da biela (Figura 4.3a).

Em presença de momento fletor transversal, o estado de equilíbrio se configura, inicialmente, com o deslocamento do campo de tensões diagonais, ou seja, com excentricidade da biela, sem necessidade de armadura adicional (Figura 4.3b).

Baseada nessa hipótese, a alma fica submetida à flexão transversal simples, pois $C - 2T = 0$.

Figura 4.3 Critério de Thürlimann (STUCCHI et al., 1990)

A peça submetida à flexão transversal, (Figura 4.3b), terá a largura da biela limitada pela máxima tensão resistente de cisalhamento τ_{Rwd} , ou seja:

$$y_{\min} = \frac{\gamma_f \cdot V_k}{d \cdot \tau_{Rwd}}$$

e a excentricidade máxima é dada por:

$$e_{\max} = \frac{b_w - y_{\min}}{2}$$

Decorre então que, o momento fletor transversal máximo, por unidade de comprimento, suportado pela excentricidade da biela é expresso por:

$$m_{\max 1} = C \cdot e_{\max}$$

onde:

$$C = \frac{V_k}{z} \cdot \operatorname{tg} \theta$$

Se a alma for submetida a um momento fletor transversal de maior intensidade (Figura 4.3c), supõe-se que o momento adicional àquele suportado pela excentricidade da biela possa ser suportado utilizando-se o braço de alavanca ($\bar{b}_w$), de modo a transferir esforços de tração de um ramo dos estribos para o outro. Nesse caso, o momento fletor máximo, por unidade de comprimento, é dado por:

$$m_{\max 2} = m_{\max 1} + T \cdot \bar{b}_w$$

ou seja:

$$m_{\max 2} = \frac{V_k}{z} \cdot e_{\max} \cdot \operatorname{tg} \theta + \left[\left(A_{se} \cdot \frac{f_{yd}}{\gamma_f} \right) - \frac{V_k}{2 \cdot z} \cdot \operatorname{tg} \theta \right] \cdot \bar{b}_w$$

A primeira parte da equação acima representa o momento decorrente da excentricidade da biela, enquanto que a segunda parte representa o momento decorrente da folga da armadura A_{se} em relação à força cortante.

Para que as forças nos estribos possam variar supõe-se o aparecimento de bielas transversais ao longo da altura da alma, conforme indica a Figura 4.4.

Figura 4.4 Biela ao longo da alma (STUCCHI et al., 1990)

A área de armadura por unidade de comprimento no ramo mais tracionado dos estribos (A_{se}), compostos de 2 ramos, é expressa por:

$$A_{se} = \left[\left(\frac{m_k - \frac{V_k}{z} \cdot e_{\max} \cdot \operatorname{tg} \theta}{\bar{b}_w} \right) + \frac{V_k}{2 \cdot z} \cdot \operatorname{tg} \theta \right] \cdot \frac{\gamma_f}{f_{yd}}$$

Mesmo tratando de uma forma consistente a combinação cisalhamento com flexão transversal, esse critério não verifica a tensão máxima de compressão no concreto por flexão.

4.2.4 Critério da flexão composta da biela (STUCCHI, 1990)

O critério da flexão composta da biela, bastante parecido com o critério de Thürlimann, propõe que as bielas das almas das vigas celulares sejam dimensionadas à flexão composta.

Esse critério supõe que o momento fletor transversal (m_k), atuando concomitantemente com a força C , produz flexão composta na biela. Para a solução do problema, considera-se superposição de efeitos, como indica a Figura 4.5.

Figura 4.5 Critério da Flexão Composta da Biela (STUCCHI et al., 1990)

Analogamente ao critério de Thürlimann, o momento fletor transversal máximo, por unidade de comprimento, suportado pela excentricidade da biela é expresso por:

$$m_{\max 1} = C \cdot e_{\max}$$

onde

$$C = \frac{V_k}{z} \cdot \operatorname{tg} \theta$$

Se for aplicado um momento fletor de maior intensidade que $m_{\max 1}$, a armadura do lado tracionado da viga será solicitada por uma força adicional ΔT , que deverá ser equilibrada por um acréscimo de compressão na biela ($C + \Delta T$). Com o aumento da resultante de compressão na biela, é necessário limitar a tensão no concreto σ_c .

Deve-se notar que o braço de alavanca nesse critério é $(e_{\max} + \bar{b}_w / 2)$, como ilustra a Figura 4.6c.

Figura 4.6 Esforços internos - Critério da Flexão Composta da Biela
(STUCCHI et al., 1990)

A largura da biela de compressão é determinada pela máxima tensão resistente de cisalhamento τ_{Rwd} e pela limitação das tensões normais da flexão composta da biela ($\sigma_{cd} \leq 0,85 f_{cd}$).

Os Estados Limites Últimos para o concreto e aço devem ser verificados:

- concreto

$$\sigma_{cd} \leq 0,85 f_{cd} \quad (\text{a força cortante é condicionante})$$

$$|\varepsilon_{cd}| \leq 3,5 \text{ ‰} \quad (\text{a flexão composta é condicionante})$$

- aço

$$\sigma_{sd} \leq f_{yd} \quad (\text{a força cortante é condicionante})$$

$$|\varepsilon_{sd}| \leq 10 \text{ ‰} \quad (\text{a flexão composta é condicionante})$$

Deve-se também verificar a tensão máxima de compressão no concreto. Se $\sigma_{cd} > 0,85f_{cd}$ deve-se corrigir y_{min} e e_{max} .

O momento fletor máximo por unidade de comprimento é expresso por:

$$m_{\max 2} = m_{\max 1} + \Delta T \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right)$$

ou seja:

$$m_{\max 2} = \frac{V_k}{z} \cdot e_{\max} \cdot \operatorname{tg} \theta + \left[\left(A_{se} \cdot \frac{f_{yd}}{\gamma_f} - \frac{V_k}{2 \cdot z} \cdot \operatorname{tg} \theta \right) \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) \right]$$

A Figura 4.7 ilustra o caminho das forças ao longo de uma alma submetida à composição cisalhamento – flexão transversal, segundo o critério da flexão composta da biela.

Figura 4.7 Biela ao longo da alma (STUCCHI et al., 1990)

As armaduras por unidade de comprimento nas almas decorrem da soma das armaduras de cisalhamento e da flexão composta, $A_{se} = \frac{A_{sv}}{2} + A_{sf}$, ou seja,

$$A_{se} = \left(\frac{C}{2} \cdot \operatorname{tg} \theta + \frac{m_k - C \cdot e_{\max} \cdot \operatorname{tg} \theta}{e_{\max} + \frac{b_w}{2}} \right) \cdot \frac{\gamma_f}{f_{yd}}$$

4.2.5 Critério de Menn

Segundo MENN (1990), as almas das vigas celulares devem ser projetadas para resistir aos esforços de força cortante e de flexão transversal. A simples soma das armaduras requeridas para resistir a cada efeito isoladamente não é um critério consistente com o atual comportamento das almas no estado limite último.

A largura mínima requerida para resistir aos esforços de força cortante é definida pela seguinte expressão:

$$y_{\min} = \frac{\gamma_f \cdot V_k}{d \cdot \tau_{Rwd}}$$

Se $y_{\min}$ for menor do que a largura da peça, então a dimensão restante pode ser utilizada para resistir à flexão transversal.

Quando uma alma está sujeita somente à força cortante, a resultante de compressão no concreto $\left(C = \frac{V}{z} \cdot \operatorname{tg} \theta \right)$ está localizada no centro da alma (Figura 4.8a).

Em presença de momento fletor transversal, a força de compressão caminha para a borda da seção (Figura 4.8b), onde o equilíbrio é possível sem necessidade de armadura adicional.

Figura 4.8 Critério de MENN

Para momentos superiores, o equilíbrio deve ser garantido por um acréscimo de tensão nos estribos ou no concreto, conforme a solicitação predominante. A simples superposição das tensões de compressão no concreto devido à força cortante e ao momento transversal podem levar a tensões excessivas ($\sigma_{cd} > 0,85 f_{cd}$).

Esse critério propõe que, para um aumento de flexão transversal com predominância de força cortante, o momento adicional seja equilibrado por transferência de forças entre as armaduras, sem acréscimo de tensão de compressão no concreto. Essa consideração é válida até que se anule a tensão no ramo dos estribos do lado da biela, conforme ilustra a Figura 4.9.

Figura 4.9 Critério de MENN – predominância de força cortante

Nesse caso, a força de tração no estribo T_L é desprezada e uma força de compressão $F_{cu} = \sigma_c \cdot b_1$ deve se introduzida para manter o equilíbrio. Resolvendo as equações de equilíbrio tem-se:

$$C + F_{cu} - T_r = 0$$

$$C \cdot \left(\frac{y_{\min} + b_1}{2} \right) + m_r - T_r \left(b_w - b' - \frac{b_1}{2} \right) = 0$$

obtendo-se, então, a força (T_r)

$$T_r = \frac{m_r + C \cdot \left(\frac{y_{\min} + b_1}{2} \right)}{b_w - b' - \frac{b_1}{2}}$$

Em ambos os casos, a armadura da alma deve ser suficiente para resistir T_r . Essa armadura pode ser determinada utilizando-se seguinte equação:

$$A_{se} = \frac{T_r}{f_{yd}}$$

Deve-se notar que separação da zona comprimida de concreto em duas partes, uma resistindo ao cisalhamento, pelas bielas, e outra, resistindo unicamente a tensões normais elevadas, não é muito realista (LEFAUCHEUR, 2002).

4.2.6 Critério do CEB-FIP Model Code 1990

Segundo o CEB MC 1990, as peças laminares submetidas às solicitações de placa e chapa podem ser consideradas como a superposição de três chapas trabalhando de forma solidária.

As chapas externas contribuem para a resistência às solicitações normais e momentos fletores, enquanto que a chapa interna é responsável apenas pela transferência de forças cortantes perpendiculares ao plano do elemento.

As forças por unidade de comprimento nas direções paralelas às armaduras ortogonais são expressas por:

$$n_{pSdx} = \frac{n_{Sdx} \cdot (z_x - y)}{z_x} \pm \frac{m_{Sdx}}{z_x}$$

$$n_{pSdy} = \frac{n_{Sdy} \cdot (z_y - y)}{z_y} \pm \frac{m_{Sdy}}{z_y}$$

$$v_{pSd} = \frac{v_{Sd} \cdot (z_v - y)}{z_v} \pm \frac{m_{Sdxy}}{z_v}$$

onde z_x , z_y e z_v são braços de alavanca e y é a distância entre o plano médio da camada e a força em questão (y_s ou y_i).

Figura 4.11 Modelo de placa com três camadas (CEB-FIP Model Code 1990)

Como a determinação exata dos valores de z e y depende da localização da armadura e da espessura das camadas de concreto, requerendo iterações, o CEB sugere que se tome como valor inicial $z = 2 \cdot h / 3$, onde h é a largura total da alma. Nenhum braço de alavanca interno deve ser maior do que a distância entre os centros de gravidade das armaduras de faces opostas.

A chapa interna deve ser verificada como peça sem armadura de cisalhamento.

As chapas externas devem ser verificadas como placas submetidas a carregamentos no plano, definidos em termos de forças por unidade de comprimento n_{Sdx} , n_{Sdy} e v_{Sdx} . Para esta verificação do concreto, o CEB sugere utilizar:

a) para zonas não fissuradas

$$f_{cd1} = 0,85 f_{cd} \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (\text{MPa})$$

b) para zonas fissuradas

$$f_{cd2} = 0,6 f_{cd} \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (\text{MPa})$$

4.3 Exemplos

Com o objetivo de se ter uma visão de conjunto do alcance de cada critério de dimensionamento, dando margens a comparações, serão mostrados três exemplos numéricos.

Trata-se de uma alma de ponte celular com 0,3 m de espessura, 2,0 m de altura útil, executada com concreto de f_{ck} 24 MPa e armada com aço CA50A. Foram considerados os coeficientes usuais de segurança. Ainda, $\bar{b}_w = 0,24$ m; $b' = 0,03$ m; e $z = 1,74$ m.

Para simplificar a apresentação, desprezou-se a parcela de contribuição do concreto (τ_c) e foram adotadas bielas inclinadas com $\theta = 45^\circ$.

Com os valores do par (V_k, m_k) analisados para cada critério, é possível montar curvas de interação e assim proceder às comparações. São apresentadas curvas de interação para 3 casos:

Caso 1: armadura para resistir a uma força cortante que esgota toda a capacidade da biela;

Caso 2: armadura para resistir a uma força cortante que utiliza 50% da capacidade da biela;

Caso 3: armadura para resistir ao dobro da capacidade resistente da biela.

4.3.1 Caso 1

Peça armada para a força cortante que esgota a capacidade da biela, isto é, com $A_{se}=20,40 \text{ cm}^2/\text{m}$.

São apresentados a seguir, a título de exemplificação, a verificação numérica para uma força cortante atuante $V_k = 1102 \text{ kN}$.

- **Critério da soma das armaduras:**

Armadura de cisalhamento:

$$\tau_{Rwd} = 0,3 \cdot f_{cd} \qquad \tau_{Rwd} = 0,3 \times \frac{24000}{1,4} = 5142,86 \quad \text{kN/m}^2$$

$$V_k = 1102 \text{ kN} \quad \rightarrow \quad \tau_{wd} = \frac{\gamma_f \cdot V_k}{b_w \cdot d} \quad \tau_{wd} = \frac{1,4 \times 1102}{0,3 \times 2,0} = 2571,33 \text{ kN/m}^2$$

$$A_{sv} = (1,15 \cdot \tau_{wd} - \tau_c) \cdot \frac{b_w}{f_{yd}} \quad A_{sv} = (1,15 \times 2571,33 - 0) \times \frac{0,3 \times 1,15}{50} = 20,40 \text{ (cm}^2/\text{m)}$$

Lembra-se que o valor de τ_c foi desprezado.

Portanto, tem-se $A_{se} = 10,20 \text{ (cm}^2/\text{m)}$.

Flexão transversal:

A alma da viga está armada com $A_{se}=20,40 \text{ cm}^2/\text{m}$. Assim, para o nível de força cortante $V_k = 1102 \text{ kN}$, são necessários apenas $A_{sv}=10,20 \text{ (cm}^2/\text{m)}$ por face, restando ainda $10,20 \text{ (cm}^2/\text{m)}$ para resistir aos esforços decorrentes da flexão transversal.

Assim, com $b_w = 1,00 \text{ m}$ (largura unitária) e altura útil para o cálculo da flexão transversal $d = 0,27 \text{ m}$, obtém-se:

$$A_{se} = \frac{A_{sv}}{2} + A_{sf} \quad \rightarrow \quad A_{sf} = 20,40 - \frac{20,40}{2} = 10,20 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$m_d = 0,68 \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \xi \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi)$$

$$A_{sf} = \frac{m_d}{f_{yd} \cdot d \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi)}$$

$$A_{sf} \cdot f_{yd} \cdot d \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi) = 0,68 \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd} \cdot \xi \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi)$$

$$\xi = \frac{A_{sf} \cdot f_{yd} \cdot d}{0,68 \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad \xi = \frac{10,20 \times \frac{50}{1,15} \times 0,27}{0,68 \times 1,0 \times 0,27^2 \times \frac{24000}{1,4}} = 0,141$$

$$\xi = \frac{x}{d} \quad x = \xi \cdot d \quad x = 0,141 \times 0,27 = 0,038 \text{ m}$$

$$z_t = d - 0,4 \cdot x \quad z_t = 0,27 - 0,4 \times 0,038 = 0,255 \text{ m}$$

$$m_k = \frac{A_{sf} \cdot f_{yd} \cdot z_t}{\gamma_f} \quad m_k = \frac{10,20 \times \frac{50}{1,15} \times 0,255}{1,4} = 80,72 \text{ kN.m/m}$$

Tabela 4.1 Critério da soma das armaduras

V _k (kN)	τ _{wd} (kN/m ²)	τ _{wd} /τ _{Rwd}	A _{sv} / face (cm ²)	A _{sf} (cm ²)	ξ	m _k (kN.m/m)
2204	5142,67	1,00	20,40	0,00	0,000	0,00
1653	3857,00	0,75	15,30	5,10	0,070	41,57
1102	2571,33	0,50	10,20	10,20	0,141	80,72
551	1285,67	0,25	5,10	15,30	0,211	117,46
220	513,33	0,10	2,04	18,37	0,254	138,38
0	0,00	0,00	0,00	20,40	0,282	151,80

• **Critério da comparação das armaduras:**

$$A_{se} > \begin{cases} \frac{A_{sv}}{2} \\ A_{sf} \end{cases} \quad A_{se} = 20,40 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\xi = \frac{A_{sf} \cdot f_{yd} \cdot d}{0,68 \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad \xi = \frac{20,40 \times \frac{50}{1,15} \times 0,27}{0,68 \times 1,0 \times 0,27^2 \times \frac{24000}{1,4}} = 0,282$$

$$\xi = \frac{x}{d} \quad x = \xi \cdot d \quad x = 0,282 \times 0,27 = 0,076 \text{ m}$$

$$z_t = d - 0,4 \cdot x$$

$$z_t = 0,27 - 0,4 \times 0,076 = 0,240 \text{ m}$$

$$m_k = A_{se} \cdot z_t \cdot \frac{f_{yd}}{\gamma_f}$$

$$m_k = 20,40 \times 0,240 \times \frac{50}{1,4 \times 1,15} = 151,80 \text{ kN.m/m}$$

• **Critério de Thürlimann**

$$y_{\min} = \frac{\gamma_f \cdot V_k}{d \cdot \tau_{Rwd}}$$

$$y_{\min} = \frac{1,4 \times 1102}{2,0 \times 5142,86} = 0,150 \text{ m}$$

$$e_{\max} = \frac{b_w - y_{\min}}{2}$$

$$e_{\max} = \frac{0,30 - 0,150}{2} = 0,075 \text{ m}$$

$$C = \frac{V_k}{z} \cdot \operatorname{tg} \theta$$

$$C = \frac{1102}{1,74} \times 1 = 633,33 \text{ kN/m}$$

$$m_k = C \cdot e_{\max} + \left[\left(A_{se} \cdot \frac{f_{yd}}{\gamma_f} \right) - \frac{V_k}{2 \cdot z} \right] \cdot \bar{b}_w$$

$$m_k = 633,33 \times 0,075 + \left[\left(20,40 \times \frac{50}{1,4 \times 1,15} \right) - \frac{1102}{2 \times 1,74} \times 1 \right] \times 0,24 = 123,58 \text{ kN.m/m}$$

Tabela 4.2 Critério de Thürlimann

V_k (kN)	τ_{wd} (kN/m ²)	C (kN/m)	$y_{\min}$ (m)	$e_{\max}$ (m)	m_k (kN.m/m)
2204	5142,67	1266,67	0,3000	0,0000	0,08
1653	3857,00	950,00	0,2250	0,0375	73,70
1102	2571,33	633,33	0,1500	0,0750	123,58
551	1285,67	316,67	0,0750	0,1125	149,70
220	513,33	126,44	0,0299	0,1350	153,98
0	0,00	0,00	0,0000	0,1500	152,08

• **Critério da flexão composta da biela**

$$A_{se} = \frac{A_{sv}}{2} + A_{sf}$$

$$m_k = (C \cdot e_{\max}) + \left[\left(\frac{A_{se} \cdot f_{yd}}{\gamma_f} - \frac{V_k}{2 \cdot z} \cdot \operatorname{tg} \theta \right) \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) \right]$$

$$m_k = (633,33 \times 0,075) + \left[\left(\frac{20,40 \times 50}{1,4 \times 1,15} - \frac{1102}{2 \times 1,74} \times 1 \right) \times \left(0,075 + \frac{0,24}{2} \right) \right] = 109,31 \text{ kN.m/m}$$

Tabela 4.3: Critério da flexão composta da biela

V_k (kN)	τ_{wd} (kN/m ²)	C (kN/m)	$y_{\min}$ (m)	$e_{\max}$ (m)	m_k (kN.m/m)
2204	5142,67	1266,67	0,3000	0,0000	0,05
1653	3857,00	950,00	0,2250	0,0375	60,62
1102	2571,33	633,33	0,1500	0,0750	109,31
551	1285,67	316,67	0,0750	0,1125	* 145,68
220	513,33	126,44	0,0299	0,1350	* 149,63
0	0,00	0,00	0,0000	0,1500	* 151,77

* valor corrigido $\rightarrow$ imposto $\sigma_{cd} \leq 0,85 f_{cd}$

Observa-se na Tabela acima que, para valores de V_k inferiores a 551 kN, foi necessário corrigir o momento fletor, pois a tensão no concreto superou $0,85 f_{cd}$. Assim, impondo o valor limite de $\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd}$, determina-se a nova largura mínima da biela:

$$\sigma_{cd} = 0,85 \times \frac{24000}{1,4} = 14571,43 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_c = \frac{C + \Delta T}{y_{\min} \times 1} \quad y_{\min} = \frac{C + \Delta T}{\sigma_c \times 1}$$

Tomando-se o exemplo de $V_k = 220$ kN, tem-se:

$$\Delta T = \left(\frac{A_{se} \cdot f_{yd}}{\gamma_f} - \frac{V_k}{2 \cdot z} \cdot \text{tg} \theta \right) \quad \Delta T = \left(\frac{20,4 \times 50}{1,4 \times 1,15} - \frac{220}{2 \times 1,74} \times 1 \right) = 570,32 \text{ kN/m}$$

$$y_{\min} = \frac{1,4 \times (126,44 + 570,32)}{14571,43 \times 1} = 0,0669 \text{ m}$$

Determina-se também a nova excentricidade máxima da biela:

$$e_{\max} = \frac{0,30 - 0,0669}{2} = 0,1165 \text{ m}$$

Assim, o momento fletor transversal corrigido é:

$$m_k = 126,44 \times 0,1165 + \left[570,32 \times \left(0,1165 + \frac{0,24}{2} \right) \right] = 149,63 \text{ kN.m/m}$$

- **Crterio de Menn**

$$V_k = 1102 \text{ kN}$$

$$y_{\min} = \frac{\gamma_f \cdot V_k}{d \cdot \tau_{Rwd}} \qquad y_{\min} = \frac{1,4 \times 1102}{2,0 \times 5142,86} = 0,150 \text{ m}$$

$$C = \frac{V_k}{z} \cdot \operatorname{tg} \theta \qquad C = \frac{1102}{1,74} \times 1 = 633,33 \text{ kN/m}$$

$$T_r = \frac{20,40 \times 50}{1,4 \times 1,15} = 633,54 \text{ kN/m}$$

$$m_r = T_r \cdot \bar{b}_w - C \cdot \left(\frac{y_{\min}}{2} - b' \right)$$

$$m_r = 633,54 \times 0,24 - 633,33 \times \left(\frac{0,15}{2} - 0,03 \right) = 123,55 \text{ kN.m/m}$$

Tabela 4.4: Crterio de Menn

V_k (kN)	τ_{wd} (kN/m ²)	C (kN/m)	$y_{\min}$ (m)	$e_{\max}$ (m)	m_k (kN.m/m)
2204	5142,67	1266,67	0,3000	0,0000	0,06
1653	3857,00	950,00	0,2250	0,0375	73,68
1102	2571,33	633,33	0,1500	0,0750	123,55
551	1285,67	316,67	0,0750	0,1125	149,68
220	513,33	126,44	0,0299	0,1350	153,95
0	0,00	0,00	0,0000	0,1500	152,05

- **Critério do CEB-FIP Model Code 1990**

Neste exemplo, a alma de viga celular está submetida somente às solicitações de cisalhamento e de flexão transversal, como ilustra a Figura 4.12.

Figura 4.12 Modelo do CEB-FIP MC 1990

Forças normais

As forças por unidade de comprimento estão agindo somente em uma direção e a alma não está submetida diretamente por forças normais, mas somente às forças decorrentes do binário de flexão transversal. Assim, a resultante destas forças é dada por:

$$n_{pSd} = \pm \frac{m_{Sd}}{z_{chapa}}$$

Forças de cisalhamento

As forças de cisalhamento são decorrentes somente da força cortante, pois não se tem momento torsor. Assim, a resultante de cisalhamento é dada por:

$$v_{pSd} = \frac{V_{Sd}}{z_{viga}}$$

Armadura transversal

Para a determinação da armadura transversal devem-se somar os efeitos do cisalhamento e da flexão transversal na mesma direção. Logo,

$$A_{sw} = \frac{n_{pSd} + v_{pSd}}{f_{yd}}$$

A seguir aplica-se o critério do CEB para o caso 1 do exemplo estudado, cuja peça está dimensionada com armadura para resistir a uma força cortante que esgota toda a capacidade da biela ($A_{se} = 20,40 \text{ cm}^2/\text{m}$), submetida à força cortante $V_k = 1102 \text{ kN}$.

Como este é um caso de verificação, pois a área de armadura transversal já está definida, determina-se, inicialmente a quantidade de armadura necessária para resistir aos esforços de cisalhamento.

Os esforços de cisalhamento que atuam na chapa 3 são:

$$v_{pSd} = \frac{V_{Sd}}{2 \times z_{viga}} \quad v_{pSd} = \frac{1,4 \times 1102}{2 \times 1,74} = 443,33 \text{ kN/m}$$

o que leva à seguinte armadura:

$$A_{sv} = \frac{v_{pSd}}{f_{yd}} \quad A_{sv} = \frac{443,33}{50/1,15} = 10,2 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Como área total de armadura transversal por face é dada por $A_{se} = (A_{sv} / 2) + A_{sf}$, a armadura necessária para resistir à flexão transversal é:

$$A_{sf} = 20,4 - 10,2 = 10,2 \text{ cm}^2/\text{m}. \text{ O que resulta na seguinte força:}$$

$$n_{pd} = 10,2 \times \frac{50}{1,15} = 443,48 \text{ kN/m}$$

Admitindo-se iguais a largura das chapas externas $b_l = 0,096 \text{ m}$, tem-se $z_{chapa} = 0,204 \text{ m}$. Logo, o momento fletor transversal é $m_{Sd} = n_{pSd} \cdot z_{chapa}$:

$$m_{Sd} = n_{pd} \cdot z_{chapa} \quad m_{Sk} = \frac{443,48 \times 0,204}{1,4} = 64,62 \text{ kN.m/m}$$

Verificação do concreto

Seguindo as recomendações do CEB, a verificação do concreto foi feita limitando o valor da tensão principal de compressão nas bielas inclinadas da alma a f_{cd2} para zonas fissuradas (DELLA BELLA et CIFÚ, 2000), onde:

$$f_{cd2} = 0,6f_{cd} \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \text{ (MPa)}$$

Na Tabela 4.5 são mostrados os resultados de momentos fletores transversais, calculados segundo o critério do CEB.

Tabela 4.5 Critério do CEB-FIP MC 1990

Caso 1 – $A_{se} = 20,4 \text{ cm}^2/\text{m}$

V_k (kN)	$v_p/2$ (kN/m)	A_{sv} (cm ² /m)	A_{sf} (cm ² /m)	n_p (kN/m)	m (kN.m/m)
2204	633,33	20,40	0,00	0,00	0,00
1653	475,00	15,30	5,11	158,54	32,34
1102	316,67	10,20	10,20	316,87	64,62
551	158,33	5,10	15,30	475,21	96,94
220	63,22	2,04	18,36	570,32	116,35
0	0,00	0,00	20,40	633,54	129,24

Caso 2 – $A_{se} = 10,2 \text{ cm}^2/\text{m}$

V_k (kN)	$v_p/2$ (kN/m)	A_{sv} (cm ² /m)	A_{sf} (cm ² /m)	n_p (kN/m)	m (kN.m/m)
1102	316,67	10,20	0,00	0,00	0,00
882	253,45	8,16	2,04	63,32	14,12
661	189,94	6,12	4,08	126,83	30,69
441	126,72	4,08	6,12	190,05	49,03
220	63,22	2,04	8,16	253,55	65,67
0	0,00	0,00	10,20	316,77	79,83

Caso 3 – $A_{se} = 40,8 \text{ cm}^2/\text{m}$

V_k (kN)	$v_p/2$ (kN/m)	A_{sv} (cm ² /m)	A_{sf} (cm ² /m)	n_p (kN/m)	m (kN.m/m)
2204	633,33	20,39	20,41	633,75	110,59
1653	475,00	15,30	25,51	792,08	149,31
1102	316,67	10,20	30,60	950,41	181,05
551	158,33	5,10	35,70	1108,75	204,56
220	63,22	2,04	38,76	1203,86	215,49
0	0,00	0,00	40,80	1267,08	221,11

Para os casos 1 e 2 foram consideradas chapas externas iguais. Para o caso 3, não foi possível considerar larguras iguais para as chapas externas. Portanto, o braço

de alavanca adotado foi a distância entre o centro de gravidade da armadura do lado tracionado pela flexão transversal até o centro da chapa externa do lado comprimido.

Adotando-se este procedimento para o caso 1, os resultados de momentos poderiam ser aumentados em torno de 8%. Para o caso 2 os resultados seriam praticamente idênticos.

Observa-se que os valores de momentos calculados pelo critério do CEB são menores do que os momentos calculados pelos outros critérios de dimensionamento. Isto mostra que não há vantagem na utilização deste critério.

As diversas iterações requeridas neste critério o tornam pouco prático para utilização corrente. Além disso, o modelo adotado neste critério não corresponde adequadamente à representação física do problema.

Por estes motivos, os resultados do critério do CEB-FIP MC 90 não foram incluídos nas curvas de interação (V , m) mostradas a seguir, apesar de seus resultados constarem nas Tabelas.

• Curvas de Interação (V, m)

Os resultados obtidos pelos diversos critérios são a seguir comparados por meio de curvas de interação (V, m).

A Tabela 4.6 mostra os resultados de momentos fletores transversais calculados pelos diversos critérios analisados para o caso 1.

Tabela 4.6 Caso 1 – momentos fletores transversais (kN.m/m)

V_k (kN)	τ_{wu}/τ_{Rwd}	soma	compar.	Thürlim.	Flexão C.	Menn	CEB
2204	1,00	0,00	151,80	0,08	0,03	0,06	0,00
1653	0,75	41,57	151,80	73,70	60,60	73,68	32,34
1102	0,50	80,72	151,80	123,58	109,29	127,55	64,62
551	0,25	117,46	151,80	149,70	* 145,68	149,68	96,94
220	0,10	138,38	151,80	153,98	* 149,63	153,95	116,35
0	0,00	151,80	151,80	152,08	* 151,77	152,05	129,24

* valor corrigido

Figura 4.13 Curvas de interação para $A_{se} = 20,4 \text{ cm}^2/\text{m}$

4.3.2 Caso 2

Peça armada para a força cortante que utiliza 50% da capacidade da biela, isto é, com $A_{se} = 10,20 \text{ cm}^2/\text{m}$.

A Tabela 4.7 mostra os resultados de momentos fletores transversais calculados pelos diversos critérios analisados para o caso 2.

Tabela 4.7 Caso 2 – momentos fletores transversais (kN.m/m)

V_k (kN)	τ_{wu}/τ_{Rwd}	soma	compar.	Thürlim.	Flexão C.	Menn	CEB
1102	0,50	0,00	80,72	47,54	47,52	47,53	0,00
882	0,40	16,89	80,72	60,82	58,90	60,81	14,12
661	0,30	33,46	80,72	70,35	68,43	70,33	30,69
441	0,20	49,58	80,72	76,03	76,02	76,02	49,03
220	0,10	65,38	80,72	77,94	* 80,49	77,92	65,67
0	0,00	80,72	80,72	76,04	* 80,71	76,02	79,83

* valor corrigido

Figura 4.14 Curvas de interação para $A_{se} = 10,2 \text{ cm}^2/\text{m}$

4.3.3 Caso 3

Peça que utiliza armadura para resistir ao dobro da capacidade da biela, isto é, $A_{se} = 40,80 \text{ cm}^2/\text{m}$.

A Tabela 4.8 mostra os resultados de momentos fletores transversais calculados pelos diversos critérios analisados para o caso 3.

Tabela 4.8 Caso 3 – momentos fletores transversais (kN.m/m)

V_k (kN)	τ_{wu}/τ_{Rwd}	soma	compar.	Thürlim.	Flexão C.	Menn	CEB
2204	1,00	151,75	264,99	152,11	76,06	152,11	110,59
1653	0,75	183,68	264,99	225,73	160,38	193,67	149,31
1102	0,50	213,19	264,99	275,60	* 231,12	223,35	181,05
551	0,25	240,29	264,99	301,72	* 249,26	241,15	204,56
220	0,10	255,42	264,99	306,00	* 258,99	246,14	215,49
0	0,00	264,99	264,99	304,10	* 264,99	247,08	221,11

* valor corrigido

Figura 4.15 Curvas de interação para $A_{se} = 40,8 \text{ cm}^2/\text{m}$

Na Figura 4.16 são mostrados os modelos de cálculo dos critérios de dimensionamento que consideram a excentricidade da biela.

CRITÉRIO DE THÜRLIMANN

CRITÉRIO DA FLEXÃO COMPOSTA DA BIELA

CRITÉRIO DE MENN

Figura 4.16 Critérios de dimensionamento

CONCLUSÕES

Da análise dos diversos critérios apresentados pode-se concluir que:

- O critério da Soma das Armaduras fica exageradamente a favor da segurança, sobretudo quando a armadura transversal é pequena;
- O critério da Comparação das Armaduras fica contra a segurança quando a força cortante é elevada;
- O Critério de Thürlimann é um modelo incompleto em algumas situações nas quais o momento fletor transversal é elevado, pois não verifica a tensão limite de compressão no concreto;
- O critério da Flexão Composta da Biela é favorável em relação ao critério de Thürlimann, pois a máxima tensão de compressão no concreto é respeitada;
- As curvas dos critérios de Thürlimann, da Flexão Composta da Biela e de Menn são bastante próximas;
- O critério da Flexão Composta da Biela fica um pouco a favor da segurança em relação aos critérios de Thürlimann e de Menn, por utilizar um braço de alavanca um pouco menor do que os demais;
- O critério de Menn fica a favor da segurança para casos em que o momento fletor é predominante (forças cortantes baixas), por desprezar a contribuição da excentricidade da biela.

5 MODELO DE DIMENSIONAMENTO PROPOSTO

5.1 Introdução

Para análise e dimensionamento das almas das vigas celulares submetidas à combinação de cisalhamento com flexão transversal, propõe-se dois modelos de cálculo: um, considerando o comportamento plástico da estrutura e outro, baseado na hipótese da compatibilidade das deformações. Estes modelos de cálculo supõem que o acréscimo de força devido à flexão transversal seja equilibrado por um aumento da compressão no concreto e por uma diminuição dos esforços de tração no ramo dos estribos do lado comprimido da viga.

Para os ensaios, análises e conclusões desta pesquisa, optou-se pelo modelo que considera o comportamento plástico da estrutura.

5.2 Modelos de cálculo no ELU

5.2.1 Hipótese do comportamento plástico da estrutura

Um modelo de cálculo possível, é considerar o comportamento plástico da estrutura. Por essa hipótese, propõe-se um cálculo estritamente plástico, o qual não considera as equações de compatibilidade das deformações, por admitir que estas são suficientemente grandes dentro dos patamares de escoamento.

Analogamente aos métodos de Thürlimann e o da Flexão Composta da Biela, este método propõe que até um certo nível de momento fletor transversal m_{max1} , o equilíbrio se estabeleça somente por excentricidade da biela, sem necessidade de armadura adicional, ou seja, $m_{max1} = C \cdot e_{max}$.

Para níveis maiores de flexão transversal, $m_{\max 2}$, a largura da biela comprimida não pode mais diminuir em razão de τ_{Rwd} . Então, por este modelo de cálculo, supõe-se que o acréscimo de força (ΔT), daí decorrente, aumentaria a força de compressão C no concreto, ao mesmo tempo que reduziria a tração T no ramo dos estribos do lado comprimido da alma. A tensão no concreto, devido a esse aumento da resultante de compressão na biela ($C + \Delta T_c$), deve ser limitada a $\sigma_{cd} \leq 0,85 f_{cd}$. Essa proposta junta em um único equacionamento os princípios propostos no critério de Thürlimann e os do critério da Flexão Composta da Biela. A Figura 5.1 ilustra estas idéias.

Figura 5.1 Solicitações atuantes na biela

Note-se que foram desprezadas eventuais forças normais que, embora pequenas, podem solicitar as paredes da viga celular.

Conforme a Figura 5.1, a equação de equilíbrio de momentos é dada por:

$$m_{\max 2} = C \cdot e_{\max} + \Delta T_c \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w$$

O acréscimo de força de tração ΔT na armadura do lado tracionado da viga, é composto de uma parcela ΔT_c , que deve ser resistida pela zona de compressão do concreto e de outra parcela ΔT_t que deve ser resistida pelas armaduras do lado comprimido. Ou seja, $\Delta T = \Delta T_c + \Delta T_t$. Como definir a relação entre ΔT_c e ΔT_t ?

O ponto de partida para análise do problema é a excentricidade máxima da biela, a qual é limitada pela máxima tensão resistente de cisalhamento τ_{Rwd} .

Sabe-se que é possível aumentar, até certos limites, a compressão na biela e a tração no estribo do lado tracionado da viga.

Sabe-se também que é possível aliviar a tração no estribo do lado comprimido, aumentando a tração no estribo do lado tracionado até um determinado limite.

Pelo critério de Thürlimann, o acréscimo de força ΔT é transferido diretamente para o estribo do lado comprimido, enquanto que pelo critério da Flexão Composta da Biela, o acréscimo de força ΔT é transferido para a biela.

Para tentar definir a relação entre ΔT_c e ΔT_t optou-se por analisar, inicialmente, as relações entre os acréscimos de força ΔT e os acréscimos de momentos Δm ($\Delta m = m_{\max 2} - m_{\max 1}$), pelos critérios de Thürlimann e da Flexão Composta da Biela.

Para isso, utilizou-se o mesmo exemplo estudado no capítulo precedente, com biela armada para 100% de sua capacidade ($A_{se} = 20,4 \text{ cm}^2/\text{m}$). Foram considerados os coeficientes usuais de segurança. As Tabelas abaixo resumem os resultados dos cálculos:

Tabela 5.1 Relação $\Delta T/\Delta m$ – Critério de Thürlimann

V_k (kN)	C (kN/m)	$y_{\min}$ (m)	$e_{\max}$ (m)	$m_{\max 1}$ (kN.m/m)	$m_{\max 2}$ (kN.m/m)	ΔT (kN/m)	Δm (kN.m/m)	$\Delta T/\Delta m$
2204	1266,67	0,300	0,0000	0,00	0,08	0,32	0,08	4,167
1653	950,00	0,225	0,0375	35,63	73,70	158,65	38,08	4,167
1102	633,33	0,150	0,0750	47,50	123,58	316,98	76,08	4,167
551	316,67	0,075	0,1125	35,63	149,70	475,32	114,08	4,167
220	126,44	0,030	0,1350	17,07	153,98	570,43	136,90	4,167
0	0,00	0,000	0,1500	0,00	152,08	633,65	152,08	4,167
média								4,167

Tabela 5.2 Relação $\Delta T/\Delta m$ – Critério de Flexão Composta da Biela

V_k (kN)	C (kN/m)	$y_{\min}$ (m)	$e_{\max}$ (m)	$m_{\max 1}$ (kN.m/m)	$m_{\max 2}$ (kN.m/m)	ΔT (kN/m)	Δm (kN.m/m)	$\Delta T/\Delta m$
2204	1266,67	0,300	0,0000	0,00	0,05	0,32	0,05	* 8,333
1653	950,00	0,225	0,0375	35,63	60,62	158,65	24,99	6,349
1102	633,33	0,150	0,0750	47,50	109,31	316,98	61,81	5,128
551	316,67	0,075	0,1125	35,63	145,68	475,32	110,51	4,301
220	126,44	0,030	0,1350	17,07	149,63	570,43	132,63	4,301
0	0,00	0,000	0,1500	0,00	151,77	633,65	152,08	4,167
média								4,849

* Nota: Para o cálculo da média de $(\Delta T/\Delta m)$ pelo Critério da Flexão Composta da Biela, desprezou-se o primeiro valor (8,333) por estar defasado em relação aos outros resultados.

O gráfico da Figura 5.2 mostra as relações $\Delta T/\Delta m$ segundo cada critério estudado.

Figura 5.2 Relação $\Delta T \times \Delta m$ pelos critérios de Thürlimann e FCB

Do gráfico acima, pode-se concluir que as duas forças ΔT_c e ΔT_t são próximas.

Propõe-se então que, uma possível relação entre ΔT_c e ΔT_t seja definida por um coeficiente α , resultante dos valores médios das relações acima analisadas. Ou seja, $\Delta T_c = \alpha \cdot \Delta T_t$.

Assim, para este caso tem-se: $\alpha = 4,849/4,167 = 1,1638$.

Aplicando-se essas idéias também para o caso da biela armada com 50% de sua capacidade e para o caso da biela armada com o dobro da armadura de sua capacidade, obtêm-se os resultados mostrados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 Coeficiente α

A_{se} (cm^2/m)	$(\Delta T/\Delta m)$ Thürlimann	$(\Delta T/\Delta m)$ FCB	α
20,40	4,167	4,849	1,1638
10,20	4,167	4,200	1,0079
40,80	4,167	4,681	1,1233
Média			1,0983

Os valores encontrados para o coeficiente α são muito próximos de 1, portanto, é razoável a adoção de $\alpha = 1$, ou seja, $(\Delta T_c = \Delta T_t)$.

No projeto dos carregamentos dos ensaios das vigas utilizadas nesta pesquisa, adotou-se a relação $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T/2$.

• Modelo Dimensionamento Proposto

Em vista das incertezas do comportamento da alma face à hipótese da compatibilidade das deformações, analisadas mais à frente, optou-se, para definir o Modelo de Dimensionamento Proposto, a hipótese do comportamento plástico da estrutura, pois este é sempre válido, desde que se obedecem as condições de equilíbrio e os estados limites dos materiais, aço e concreto.

É sabido que o comportamento de uma alma submetida à combinação de cisalhamento com flexão transversal é um fenômeno complexo, envolvendo muitas variáveis.

Para facilitar a compreensão deste fenômeno, bem como as etapas de dimensionamento das pontes celulares, representou-se, em diagrama, o Critério de Dimensionamento Proposto. Por este critério consideram-se constantes as deformações nas barras dos estribos, enquanto o momento fletor transversal é equilibrado pela excentricidade da biela. Neste diagrama, ilustrado na Figura 5.3, (F) representa o carregamento de flexão transversal. As parcelas de força ΔT_c e ΔT_t resultam, respectivamente, das deformações nas armaduras do lado comprimido e do lado tracionado.

Figura 5.3 Critério de dimensionamento proposto – diagrama

Utilizando-se os mesmos exemplos do capítulo precedente, calcula-se o momento fletor transversal pelo Critério de Dimensionamento Proposto, adotando-se a relação $\Delta T_c = \Delta T_t$, ou seja, $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T/2$.

As Tabelas abaixo mostram os valores de momento para uma alma com armadura transversal que utiliza armadura transversal para 100%, 50% e o dobro da capacidade da biela.

Tabela 5.4 Resultados dos cálculos com $A_{se}=20,40 \text{ cm}^2/\text{m}$

V_k (kN)	A_{sv} / face (cm^2/m)	C (kN/m)	$y_{\min}$ (m)	$e_{\max}$ (m)	ΔT (kN/m)	ΔT_t (kN/m)	ΔT_c (kN/m)	$m_{\max 2}$ (kN.m/m)
2204	20,40	1266,67	0,300	0,0000	0,32	0,16	0,16	0,06
1653	15,30	950,00	0,225	0,0375	158,65	79,33	79,33	67,16
1102	10,20	633,00	0,150	0,0750	316,98	158,49	158,49	116,45
551	5,10	316,67	0,075	0,1125	475,32	237,66	237,66	147,92
220	2,04	126,44	0,030	0,1350	570,43	285,22	285,22	* 156,29
0	0,00	0,00	0,000	0,1500	633,65	316,83	316,83	* 156,76

* valor corrigido

Tabela 5.5 Resultados dos cálculos com $A_{se}=10,20 \text{ cm}^2/\text{m}$

V_k (kN)	A_{sv} / face (cm^2/m)	C (kN/m)	$y_{\min}$ (m)	$e_{\max}$ (m)	ΔT (kN/m)	ΔT_t (kN/m)	ΔT_c (kN/m)	$m_{\max 2}$ (kN.m/m)
1102	10,20	633,33	0,150	0,0750	0,16	0,08	0,08	47,54
882	8,17	506,90	0,120	0,0900	63,38	31,69	31,69	59,87
661	6,12	379,89	0,090	0,1050	126,88	63,44	63,44	69,39
441	4,08	235,45	0,060	0,1200	190,10	95,05	95,05	76,03
220	2,04	126,44	0,030	0,1350	253,61	126,80	126,80	79,84
0	0,00	0,00	0,000	0,1500	316,83	158,41	158,41	* 79,58

* valor corrigido

Tabela 5.6 Resultados dos cálculos com $A_{se}=40,80 \text{ cm}^2/\text{m}$

V_k (kN)	A_{sv} / face (cm^2/m)	C (kN/m)	$y_{\min}$ (m)	$e_{\max}$ (m)	ΔT (kN/m)	ΔT_t (kN/m)	ΔT_c (kN/m)	$m_{\max 2}$ (kN.m/m)
2204	20,40	1266,67	0,300	0,0000	633,75	316,87	316,87	114,08
1653	15,30	950,00	0,225	0,0375	792,08	396,04	396,04	193,06
1102	10,20	633,33	0,150	0,0750	950,41	475,21	475,21	254,22
551	5,10	316,67	0,075	0,1125	1108,75	554,37	554,37	* 293,78
220	2,04	126,44	0,030	0,1350	1203,86	601,93	601,93	* 300,46
0	0,00	0,00	0,000	0,1500	1267,08	633,54	633,54	* 303,82

* valor corrigido

Nota:

A correção do momento fletor transversal decorre da limitação da tensão no concreto

$$\text{a } \sigma_{cd} \leq 0,85 f_{cd}.$$

- **Curvas de Interação (V, m)**

Para efeitos de comparação, são apresentadas as curvas de interação referentes aos critérios analisados no capítulo precedente, juntamente com as obtidas pelo Critério de Dimensionamento Proposto.

Caso 1

Tabela 5.7 Momentos transversais pelos diversos critérios (kN.m/m) – Caso 1

V_k (kN)	Soma	Compar.	Thürlim	FCB	Menn	m (1:1)
2204	0,00	152,00	0,00	0,00	0,06	0,06
1653	40,37	152,00	73,80	61,90	73,68	67,16
1102	80,74	152,00	123,60	109,40	127,55	116,45
551	117,50	152,00	149,70	* 145,68	149,68	147,92
220	138,40	152,00	154,10	* 149,63	153,95	* 156,24
0	152,00	152,00	152,00	* 151,77	152,05	* 156,76

* valor corrigido

Figura 5.4 Curvas de interação para $A_{se} = 20,4 \text{ cm}^2/\text{m}$

Caso 2

Tabela 5.8 Momentos transversais pelos diversos critérios (kN.m/m) – Caso 2

V_k (kN)	soma	compar.	Thürlim	FCB	Menn	m (1:1)
1102	0,00	80,74	47,49	47,40	47,53	47,54
882	16,15	80,74	60,85	58,94	60,81	59,87
661	32,30	80,74	70,36	68,45	70,33	69,39
441	48,44	80,74	76,06	* 76,02	76,02	76,03
220	64,60	80,74	78,25	* 80,41	77,92	79,82
0	80,74	80,74	76,00	* 80,71	76,02	* 79,58

* valor corrigido

Figura 5.5 Curvas de interação para $A_{se} = 10,2 \text{ cm}^2/\text{m}$

Caso 3

Tabela 5.9 Momentos transversais pelos diversos critérios (kN.m/m) – Caso 3

V_k (kN)	soma	compar.	Thürlim	FCB	Menn	m (1:1)
2204	152,00	265,00	152,11	76,06	152,11	114,08
1653	183,80	265,00	225,73	160,38	193,67	193,06
1102	213,30	265,00	275,60	* 231,12	223,35	254,22
551	240,40	265,00	301,72	* 249,26	241,15	* 293,78
220	255,40	265,00	306,00	* 258,99	246,14	* 300,46
0	265,00	265,00	304,10	* 264,99	247,08	* 303,82

* valor corrigido

Figura 5.6 Curvas de interação para $A_{se} = 40,8 \text{ cm}^2/\text{m}$

Conclusões

- O critério de Dimensionamento Proposto é favorável em relação ao critério de Thürlimann, pois a máxima tensão de compressão no concreto é respeitada;
- Os resultados do Critério de Dimensionamento Proposto estão entre os resultados dos Critérios de Thürlimann e o da Flexão Composta da Biela.

5.2.2 Hipótese da compatibilização das deformações

Um outro modelo de cálculo para tentar deduzir a relação entre ΔT_c e ΔT_t é considerar a compatibilidade de deformações entre a armadura transversal e o concreto.

Analogamente à hipótese anterior, para níveis maiores de flexão transversal àqueles resistidos pela excentricidade da biela, este modelo de cálculo supõe que o acréscimo de força ΔT na armadura do lado tracionado da viga, daí decorrente, seria equilibrado por um aumento de compressão C , ao mesmo tempo que reduziria a tração T no ramo dos estribos do lado comprimido.

Essa proposta também junta em um único equacionamento os princípios propostos no critério de Thürlimann com os do critério da Flexão Composta da Biela.

Nos problemas de dimensionamento de peças de concreto submetidas à flexão simples nos estados limites últimos, a tensão no concreto é imposta a $\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd}$. As tabelas do tipo k são deduzidas assim.

Nesse caso, a posição da linha neutra é definida em função da largura máxima da biela de concreto, a qual deve ser igual a 80% da zona comprimida, por se considerar constantes as tensões τ_{wd} na biela, analogamente ao que se faz na teoria de flexão. Portanto, neste caso, a posição da linha neutra é um dado do problema, enquanto que a tensão no concreto σ_{cd} passou a ser incógnita. Obviamente, a tensão no concreto deve ser limitada a $\sigma_{cd} \leq 0,85 f_{cd}$.

Esta hipótese deve ser analisada com cuidado, pois não se trata apenas de um problema de flexão, no qual a posição da linha neutra depende, para o equilíbrio de forças, do tamanho da zona comprimida do concreto, do braço de alavanca e da

quantidade de armadura (tracionada e comprimida). Nesse caso, a posição da linha neutra é fixada pelo tamanho da biela, como indica a Figura 5.7. Portanto, a dedução das equações deve ter como base a largura imposta da biela.

Figura 5.7 Relação de compatibilidade de deformações das armaduras

Como já foi visto, as equações de equilíbrio de momento e de forças são, respectivamente:

$$\Delta m = \Delta T_c \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w \quad \text{e} \quad \Delta T = \Delta T_c + \Delta T_t$$

Analogamente à hipótese precedente, foram desprezadas as forças normais de compressão na alma oriundas da flexão transversal.

Ao se traçar a linha neutra, ficam definidas as deformações na armadura do lado comprimido (ε_{sc}) e na armadura do lado tracionado (ε_{st}). Sabendo-se que, em regime elástico, a tensão na armadura é proporcional à deformação, então, também ficam definidas as forças ΔT e ΔT_t .

A força ΔT deve ser equilibrada por uma força ΔT_c , que atuaria no centro de gravidade da região comprimida do concreto e por outra força ΔT_t , que diminuiria a tração no ramo estribos do lado da biela comprimida.

Por esta hipótese, a relação entre ΔT_c e ΔT_t advém da compatibilidade das deformações entre o concreto e as armaduras. Propõe-se então que, em regime

elástico, haja uma relação de compatibilidade entre as deformações ε_{st} , ε_{sc} e a posição da linha neutra x . Da Figura 5.7, chega-se à seguinte relação de compatibilidade:

$$\frac{|\varepsilon_{sc}|}{\varepsilon_{st}} = \frac{x - b'}{\bar{b}_w - x + b'}$$

Essa equação de compatibilidade não é válida para $x \geq \bar{b}_w + b'$, nem para $x < b'$.

Com isso, fica definido um coeficiente α que relaciona as deformações:

$$\alpha = \frac{|\varepsilon_{sc}|}{\varepsilon_{st}} = \frac{x - b'}{\bar{b}_w - x + b'}$$

Resumo das equações envolvidas:

$$\begin{aligned} 1. \Delta m &= \Delta T_c \cdot \left(\bar{b}_w + b' - \frac{y_{\min}}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w & 4. \frac{|\varepsilon_{sc}|}{\varepsilon_{st}} &= \frac{x - b'}{\bar{b}_w - x + b'} \\ 2. \Delta T &= \Delta T_c + \Delta T_t & 5. \varepsilon_{st} &= \frac{\Delta T}{A_{se} \cdot E_s} \\ 3. \Delta T_c &= \Delta \sigma_{cd} \cdot l \cdot y_{\min} & 6. |\varepsilon_{sc}| &= \frac{\Delta T_t}{A_{se} \cdot E_s} \end{aligned}$$

onde l é o comprimento unitário da viga

No o caso onde $x < b'$, ou seja, quando a força cortante é pequena e o momento é grande, a equação de compatibilidade de deformações deve ser modificada para:

$$\alpha = \frac{|\varepsilon_{sc}|}{\varepsilon_{st}} = \frac{b' - x}{\bar{b}_w + b' - x}$$

Nessas condições, deve-se notar que a força aplicada à armadura ΔT_t não vai diminuir a força de tração no ramo dos estribos do lado da biela, mas aumentá-la, como indica a Figura 5.8.

Figura 5.8 Caso onde $x < b'$

No caso onde $x > (\bar{b}_w + b')$, ou seja, quando a força cortante é grande e o momento é pequeno, conforme ilustra a Figura 5.9, a equação de compatibilidade de deformações deve ser modificada para:

$$\alpha = \frac{|\epsilon_{sc}|}{\epsilon_{st}} = \frac{x - b'}{x - \bar{b}_w - b'}$$

Figura 5.9 Caso onde $x > (\bar{b}_w + b')$

5.2.3 Considerações

Seguem algumas considerações sobre este método de cálculo:

- A relação entre ΔT_c e ΔT_t é definida pela compatibilidade de deformações das armaduras transversais;
- A largura da zona comprimida de concreto é conhecida, ou seja, é a largura da biela, limitada pela máxima tensão resistente de cisalhamento τ_{Rwd} ;
- No dimensionamento de peças de concreto, a tensão $\sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$ é imposta. Nesse caso, o acréscimo de tensão $\Delta\sigma_{cd}$ é uma incógnita. Evidentemente, a tensão na zona comprimida do concreto deve ser sempre limitada a $\sigma_{cd} \leq 0,85f_{cd}$.

O problema central é garantir a compatibilidade de deformações entre concreto e armadura nos acréscimos de flexão transversal. Como garantir que não haja escorregamento adicional entre os materiais, uma vez que o concreto é comprimido e a armadura tracionada? O que acontece por ocasião da aplicação da flexão transversal com as fissuras inclinadas?

Não se sabe *a priori* se esta hipótese representa bem a realidade. Como garantir que a equação de compatibilidade de deformações exposta é válida?

Note-se que a biela está comprimida e inclinada em relação aos estribos, enquanto que os estribos estão tracionados. Se os estribos escorregarem em relação ao concreto, devido à formação de fissuras de cisalhamento, afirmar que os acréscimos de deformações do aço e concreto são compatíveis não é correto.

Verificou-se pelos ensaios que, para atender às condições de equilíbrio, à medida que as tensões de tração no ramo dos estribos do lado tracionado da viga vão aumentando, aparecem concomitantemente duas forças de compressão, uma atuando na biela e outra atuando no ramo dos estribos do lado comprimido, diminuindo-lhe as tensões de tração.

Observou-se também que, com a atuação da flexão transversal, a tensão de tração nos estribos do lado comprimido foi diminuindo anulando-a completamente. Além disso, observou-se um comportamento pós-ELU, no qual os estribos do lado

comprimido da viga chegaram a ficar comprimidos. No modelo plástico pode-se realmente esgotar toda a capacidade da peça, desde que sejam respeitadas as condições de equilíbrio e os estados limites do aço e do concreto. De fato, o Teorema Estático garante essa possibilidade, desde que a peça tenha suficiente capacidade de adaptação plástica. Deve-se lembrar que há um limite prático segundo o qual não é mais viável aumentar a armadura dentro da peça.

Por essas razões, optou-se pelo critério que considera o comportamento plástico da estrutura.

A seguir são mostrados os critérios do Modelo Proposto para o ELU de fadiga.

5.3 Modelo de cálculo no ELU de fadiga

5.3.1 Introdução

A fadiga de uma peça estrutural é um processo progressivo de dano, produzido por carregamentos cíclicos, que evolui até a ruptura, a qual ocorre sem que o nível de tensões ultrapasse o limite elástico do material.

Por esta razão, apesar de constituir um estado limite último, a fadiga ocorre devido a um grande número de oscilações de tensões provenientes de cargas variáveis em serviço. Assim, sua verificação deve ser feita para cargas aplicadas em situações de serviço.

Por ser um ELU que depende principalmente da flutuação das solicitações em serviço, o estudo da fadiga exige um critério de projeto próprio e completo. Assim, deve incluir desde a determinação dos carregamentos, principalmente a história da flutuação dos carregamentos em serviço, passando pela determinação dos esforços solicitantes, das tensões em serviço, chegando finalmente à verificação da segurança dos elementos de aço e de concreto. Pode-se ter fadiga do aço ou do concreto.

5.3.2 Ações cíclicas

Várias são as ações cíclicas que causam fadiga nas estruturas como, cargas móveis, vento, ações de máquinas, etc.

As ações repetitivas que podem causar dano por fadiga em estruturas são aquelas que atuam com alto número de ciclos.

De uma maneira geral, as cargas cíclicas ou repetitivas podem ser classificadas como:

- **Cargas cíclicas de grande amplitude e baixa ciclagem**

São cargas que não provocam fadiga, mas “cansaço”, como por exemplo, os sismos.

- **Cargas cíclicas de baixa amplitude e alta ciclagem**

Cargas cíclicas com amplitude constante

São aquelas cuja variação de tensão é constante ao longo do tempo (Figura 5.10), como geralmente ocorrem nas ações de máquinas. É o caso das ações a considerar no projeto de fundações de máquinas.

Figura 5.10 Carga cíclica com amplitude constante

Da Figura 5.10, são definidos os seguintes parâmetros utilizados no estudo de fadiga:

- variação ou amplitude de tensão ($\Delta\sigma$): é a diferença entre a tensão máxima $\sigma_{\max}$ e a tensão mínima $\sigma_{\min}$: $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$;
- tensão média: é a média aritmética entre os valores algébricos da tensão máxima e da tensão mínima: $\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})$;
- Relação entre a tensão mínima e a tensão máxima: $R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$.

Se o valor da relação de tensão $R = -1$, diz-se que há inversão completa da tensão, se $R = 0$, então o carregamento varia de zero até um determinado valor máximo (de tração) da tensão considerada e, finalmente, se $0 \leq R \leq 1$, o carregamento provoca tração oscilante (WILLENS et al., 1983); (CALLISTER, 2000).

Cargas cíclicas com amplitude variável

São aquelas que normalmente atuam em estruturas (Figura 5.11), cujas variações de tensões não são constantes, como o tráfego em pontes, cargas de vento, etc.

Figura 5.11 Carga cíclica com amplitude variável

Para facilitar as análises, podem-se transformar os carregamentos de amplitude variável em um ou vários segmentos de carregamento de amplitude constante equivalente e estimar o dano cumulativo do conjunto através da soma dos danos de cada segmento.

Os efeitos cumulativos dos carregamentos de amplitude variável podem ser determinados por meio da regra de Palmgren-Miner, definida como (CEB, 1988); (POPOV et BALAN, 1990):

$$\sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_i} = 1$$

onde:

n_i é o número de ciclos com variação $\Delta\sigma_i$

N_i é o número de ciclos que produz a ruptura com $\Delta\sigma_i$

5.3.3 Curvas de Wöhler

O comportamento à fadiga de uma peça pode ser caracterizado por meio das curvas de Wöhler, também conhecidas como curvas S-N.

As curvas S–N são construídas a partir de resultados de ensaios de laboratório, nos quais uma peça ou estrutura é submetida a carregamentos cíclicos de amplitude constante (p. ex. com σ_{max} fixo) até a ruptura.

No eixo das ordenadas indicam-se as variações de tensões e no eixo das abscissas, indica-se o logaritmo do número de ciclos que esgota a resistência da peça, como ilustrado na Figura 5.12.

Denomina-se resistência à fadiga, a máxima variação de tensão que a peça suporta mesmo que o N (nº de ciclos) cresça indefinidamente. Atualmente se discutem os critérios que determinam o valor de $\Delta\sigma_{lim}$. Contudo, essa curva é válida mesmo que $\Delta\sigma_{lim}$ não exista, ou seja, $\Delta\sigma$ sempre diminuindo com o aumento de N.

Figura 5.12 Curva de Wöhler

Os carregamentos cíclicos utilizados para a elaboração da curva de Wöhler são aplicados em níveis de tensões abaixo do limite de elasticidade do material.

No caso desta pesquisa, fixou-se a tensão máxima como sendo igual a 80% da resistência de escoamento do aço à tração no ensaio estático (f_y), $\sigma_{max} = 0,8f_y$. Assim, os pontos para a construção da curva de Wöhler foram determinados a partir do valor da tensão máxima. Deve-se notar que este coeficiente 0,8 é maior do que os coeficientes de serviço usuais, a favor da segurança. As verificações de fadiga feitas nos projetos usuais de pontes utilizam níveis de tensão bem inferiores, em torno de $0,6f_y$.

Vê-se, portanto, que as curvas e Wöhler dependem de um valor fixo de tensão, que neste caso, foi σ_{max} . Além disso, a determinação de uma família de curvas S-N é demorada e muitas vezes dispendiosa, pois para cada $\Delta\sigma > \Delta\sigma_{lim}$, N é uma variável aleatória, cuja média e desvio padrão devem ser determinados. Portanto, é necessário conhecer primeiro $\Delta\sigma_{lim}$. $\Delta\sigma_{lim}$ é uma função de σ_{max} que pode ser linearizada como mostra o diagrama de Goodman, representado na Figura 5.13.

Figura 5.13 Diagrama de Goodman

O diagrama de Goodman mostra os valores de $\Delta\sigma_{lim}$ para o qual tende uma série de curvas de Wöhler, cada uma traçada para um valor de σ_{max} diferente.

A resistência à fadiga é determinada em ensaios de laboratório, onde são aplicadas cargas cíclicas com flutuações de tensão constante, embora as situações de carregamento nas estruturas usuais sejam muito diferentes, pois as cargas variam aleatoriamente ao longo do tempo.

As diferentes Normas de dimensionamento definem regras para a verificação da segurança de uma estrutura em relação ao estado limite último de fadiga, as quais levam em conta essa variação aleatória do carregamento ao longo do tempo e os efeitos da acumulação do dano na resistência da estrutura.

5.3.4 Fadiga no concreto

O concreto não é um material homogêneo. A fadiga do concreto é um processo progressivo de propagação de micro-fissuras que conduz a macro-fissuras,

as quais podem levar a peça à ruptura com cargas inferiores à sua resistência em ensaios estáticos (CEB, 1988); (CEB, 1996); (MALLET, 1991).

Alguns fatores como a tensão máxima, a amplitude da tensão, a história do carregamento e as características do concreto influenciam na resistência à fadiga (CALAVERA, 1991).

Além da perda da rigidez devido à propagação de fissuras, as estruturas de concreto submetidas a carregamentos cíclicos também estão sujeitas à diminuição da aderência entre o concreto e o aço; (CEB, 1988); (MALLET, 1991); (FERNANDES, 2000).

A resistência do concreto à fadiga depende ainda do tipo de solicitação: compressão, tração, cisalhamento, etc.

Os ensaios de fadiga desta pesquisa submeteram as almas de duas vigas de concreto de seção I à combinação de cisalhamento estático com carga cíclica de flexão transversal. O concreto da biela oscilante mostrou-se muito resistente e em nenhum momento observou-se sua ruptura por fadiga nos ensaios.

5.3.5 Fadiga nas armaduras para concreto armado

As barras de aço das estruturas de concreto armado também estão sujeitas à fadiga em função de carregamento cíclico.

Defeitos locais devido à corrosão ou a falhas do processo de fabricação produzem concentração de tensões, gerando deformações plásticas localizadas, chamadas pontos de nucleação, com a conseqüente abertura de micro-fissuras (BARSON et ROLFE, 1987). As aberturas destas micro-fissuras vão progredindo em razão do carregamento cíclico até que a área remanescente não suporte mais o carregamento, quando ocorre a ruptura repentinamente.

A resistência à fadiga dos aços para concreto armado depende de vários fatores como (CEB, 1988); (MALLET, 1991):

- conformação superficial das barras: as nervuras das barras de alta aderência reduzem a resistência à fadiga devido à concentração de tensões em comparação com as barras lisas;

- diâmetro das barras: a resistência à fadiga das barras reduz com o aumento do diâmetro. A resistência à fadiga de uma barra ϕ 40mm é 25% menor do que a resistência à fadiga de uma barra de ϕ 16 mm;
- curvatura das barras: as tensões localizadas nas curvaturas das barras diminuem a resistência à fadiga;
- amplitude da flutuação de tensão: o número de ciclos que ocasiona a fadiga em uma barra é maior quanto menor for a amplitude da flutuação de tensões na armadura;
- tipo de aço CA25 $\neq$ CA50;
- emendas;
- ancoragens.

Ensaaios de fadiga de barra ao ar

Os ensaios de fadiga de barras ao ar feitos nesta pesquisa contaram com a colaboração do Prof. Dr. Miguel A. Buelta Martinez (MARTINEZ, 2002) que, na mesma ocasião, estava desenvolvendo um estudo de fadiga de barras de aço CA50 ϕ 10mm, ϕ ½ ” e ϕ 16mm para concreto armado. Um resumo dos resultados destes ensaios com as respectivas curvas de Wöhler estão mostradas no ANEXO C.

Para cada bitola de aço MARTINEZ (2002) fez sete 7 ensaios, realizados com corpos de prova constituídos de trechos de barra de comprimento igual a 700 mm, sem concreto, conhecidos como “ensaaios ao ar”. Procurou-se escolher a variação de tensão, de tal forma que 4 ensaios tivessem um número de ciclos até a ruptura menor que 2,0 milhões e 3 ensaios um número de ciclos acima desse valor. Destes últimos, 2 ensaios seriam realizados para algo em torno de 2,0 milhões de ciclos e 1 ensaio para algo ao redor de 5,0 milhões de ciclos.

O valor da amplitude da variação da tensão aplicada, correspondente a 2,0 milhões de ciclos para a ruptura, é especialmente importante, pois serve de base para a Revisão da NBR 6118/2002.

A frequência dos ensaios foi de 10 Hz. A NBR 7478 recomenda para essa frequência um valor entre 4 Hz e 6 Hz, mas não se pode esquecer que essa norma se aplica a ensaios realizados com a barra embebida no concreto, onde os corpos de

prova são maiores e mais pesados, com baixas frequências naturais de vibração. Já o projeto de norma MERCOSUL/1996, para ensaios da barra ao ar, como é este caso, recomenda ensaios feitos com frequência de 3 a 10 Hz. Como afirma MARTINEZ (2000), é possível mostrar que a frequência natural em vibração longitudinal do trecho de barra que forma o corpo de prova é muito superior a 10 Hz, não havendo, portanto, qualquer problema de amplificação dinâmica das forças aplicadas, justificando-se, com sobras, a utilização dessa frequência.

Os ensaios de fadiga de MARTINEZ e, conseqüente o traçado da Curva de Wöhler, foram realizados para diferentes valores de amplitude da variação da tensão aplicada, mas mantendo-se sempre a carga máxima do ensaio constante, correspondente a uma tensão máxima aplicada igual a 80% da tensão de escoamento da barra. Esta situação está esquematizada na Figura abaixo, onde $f_{fad,n}$ é a amplitude de variação das tensões que levou à ruptura por fadiga em n ciclos.

*Figura 5.14 Variação das tensões nos diferentes ensaios,
com σ_{max} constante*

Para o desenvolvimento do programa experimental desta tese, foram pesquisadas as seguintes normas que consideram a fadiga de barras de aço para concreto armado: norma Inglesa BS 4449/88, norma alemã DIN 488 P1/84, norma brasileira, NBR 7478/82 e o projeto de norma do MERCOSUL/1996. Foram pesquisados também os Relatórios Técnicos de ensaios de fadiga de barra ao ar,

feitos pelo Laboratório de Ensaios Mecânicos do Centro Tecnológico da Aeronáutica CTA (MATOS, 1995) e pelo Laboratório de Estruturas e Materiais Estruturais – LEM, da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (MARTINEZ, 2002).

A NBR 7478 – Método de ensaio de fadigas de barras de aço para concreto armado, de 1982, prescreve que os ensaios de fadiga sejam feitos em corpos de prova padronizados, ou seja, vigas de concreto armado, simplesmente apoiadas, submetidas a carregamentos cíclicos com frequência fixa entre 4 e 6 Hz.

O limite de fadiga é determinado pelo traçado da curva de Wöhler, a qual deve ter no mínimo cinco pontos e a tensão máxima deve corresponder a 80% da tensão de escoamento do aço à tração no ensaio estático.

A norma alemã DIN 488 P1/84 também determina que os ensaios de fadiga sejam feitos em vigas de concreto armado, simplesmente apoiadas, diferenciando da NBR 7478 somente pelo formato do corpo-de-prova.

Os ensaios de fadiga pelas normas brasileira e alemã requerem que os testes sejam feitos em vigas de concreto armado, enquanto que, pela norma inglesa e pelo projeto de norma do MERCOSUL/1996, bastam ensaios de barra ao ar.

O critério de aprovação ou rejeição da Norma Inglesa BS 4449/88, está relacionado com a capacidade do material suportar um número mínimo de ciclos (cinco milhões de ciclos), em condições especificadas pela norma, não requerendo nenhum gráfico ou cálculo do limite de fadiga.

Para a determinação da curva de Wöhler das barras de aço ensaiadas nesta pesquisa, adotaram-se, de uma maneira geral, os critérios da norma Inglesa BS 4449/88 e do projeto de norma do MERCOSUL/1996, ou seja, ensaios de fadiga em barras ao ar.

5.3.6 Carregamento de fadiga

A fadiga nas estruturas ocorre devido às oscilações de tensões provenientes de cargas variáveis, com grande número de repetições.

As verificações de fadiga em peças de concreto armado ou protendido devem ser feitas utilizando-se solicitações de carga freqüente e não solicitações características, de ocorrência rara.

Apesar de saber-se que, na prática, a fadiga da armadura transversal das pontes celulares é proveniente tanto de solicitações de cisalhamento como de flexão transversal, os recursos técnicos desta pesquisa não permitiram aplicar conjuntamente cargas cíclicas de força cortante e de flexão transversal.

Aplicando somente solicitações cíclicas de flexão transversal, admite-se que a carga permanente é muito maior do que as oscilações freqüentes da carga variável. Portanto, a força cortante aplicada nos ensaios é uma força quase permanente, considerada constante.

Assim, a hipótese básica desses ensaios é que as solicitações cíclicas aplicadas nos estribos são provenientes, principalmente, do carregamento de flexão transversal, como ocorre nas pontes celulares usuais.

Para a verificação da fadiga nas estruturas, a NBR 6118/2002 prescreve a seguinte combinação freqüente de ações:

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{g1,k} + \psi_1 F_{q1,k} + \sum_{i=2}^n \psi_2 F_{qi,k}$$

onde:

$F_{d,ser}$ valor de cálculo das ações para combinação de serviço

$F_{g,k}$ valor característico das ações permanentes diretas

$F_{qi,k}$ valor característico das ações variáveis de acompanhamento

$F_{q1,k}$ valor característico das ações variáveis principais

ψ_1 fator de redução de combinação freqüente para ELS

ψ_2 fator de redução de combinação quase permanente para ELS

com

$\psi_1 = 0,5$ para verificação das vigas

$\psi_1 = 0,7$ para verificação das transversinas

$\psi_1 = 0,8$ para verificação das lajes de tabuleiro ou flexão transversal

Partindo da hipótese de que as solicitações de fadiga são provenientes da flexão transversal, necessita-se calcular os valores limites de momento fletor transversal a serem aplicados nos ensaios.

Também nesse caso, deve-se determinar um momento fletor transversal de valor freqüente, ou seja, $m_{ser} = m_g + \psi_1 \cdot m_q$, com $\psi_1=0,8$. Assim, o momento total é composto de uma parcela da carga permanente e de outra parcela da carga accidental, consideradas como $m_g \cong 0,1 \cdot m_k$ e $m_q \cong 0,9 \cdot m_k$.

Adotou-se como momento mínimo, 10% do momento total, para considerar a carga permanente de um balanço.

5.3.7 Critério de fadiga adotado

Como já mencionado, as solicitações de fadiga nestes ensaios foram aplicadas somente pelo carregamento de flexão transversal, pois a carga vertical (P) foi mantida constante.

O equilíbrio interno de forças em uma alma de viga celular, submetida à combinação de cisalhamento com flexão transversal é alcançado, inicialmente, pela excentricidade da biela, sem solicitar as armaduras. Esse momento, denominado m_{max1} , é definido como o produto da componente vertical da força cortante (C) pela excentricidade máxima da biela, ou seja, $m_{max1} = C \cdot e_{max}$.

Se $m \leq m_{max1}$, a biela excêntrica absorve todos os esforços. Como a biela é mais rígida que o conjunto das barras dos estribos, não ocorrem flutuações significativas de tensão na armadura. Conseqüentemente, não ocorrerá o fenômeno da fadiga na armadura transversal.

Para ocorrer ruptura por fadiga nos estribos é necessário que a flutuação de momento fletor transversal atuante seja maior do que m_{max1} .

Se $m > m_{max1}$, os esforços adicionais àqueles absorvidos pela biela excêntrica são equilibrados por um aumento de tração na armadura do lado tracionado da viga. Esta flutuação de tensão poderá ocasionar ruptura da armadura por fadiga.

Na Figura abaixo estão ilustrados os princípios do critério de fadiga acima mencionado.

Figura 5.15 Critério de Fadiga

Para o caso Δm_1 : $m < m_{\max 1}$ não há fadiga nos estribos, embora possa haver fadiga da biela, que nunca foi observada nos conjuntos de ensaios feitos nesta pesquisa.

Para o caso Δm_2 : $m > m_{\max 1}$ pode ocorrer fadiga nos estribos.

* * *

Tendo-se calculado para cada viga a flutuação do carregamento de fadiga e o momento equilibrado pela excentricidade da biela, determinou-se o nível de flutuação de tensões ($\Delta \sigma$) nos estribos.

De posse do valor de ($\Delta \sigma$) foi possível prever com qual número de ciclos (N) ocorreria ruptura por fadiga nas barras dos estribos, utilizando a curva de Wöhler. Esta curva foi determinada por meio de ensaios de fadiga de barra ao ar.

É claro que, por simplificação, considerou-se o comportamento de uma barra ao ar, solicitada por fadiga, análogo ao comportamento de um estribo pelo qual passa uma fissura, aberta por solicitações cíclicas de flexão transversal. Ou seja, considerou-se que o comportamento à fadiga de uma barra de aço imersa em concreto e atravessada por uma fissura fosse análogo ao comportamento de uma barra ao ar, submetida a solicitações de fadiga.

Além disso, é preciso lembrar que é muito difícil fazer coincidir a posição de um extensômetro com a abertura de uma fissura. Em qualquer outro lugar onde o extensômetro seja instalado, a leitura de deformação na barra será menor do que a sua deformação real na fissura, devido à contribuição do concreto entre fissuras.

6 INVESTIGAÇÕES EXPERIMENTAIS

6.1 Introdução

A avaliação da capacidade portante de uma peça estrutural deve levar em consideração todas as solicitações que nela atuem simultaneamente.

KAUFMANN e MENN (1976) investigaram experimentalmente a capacidade portante de vigas I de concreto, submetidas à ação conjunta de cisalhamento com flexão transversal, como ocorre nas pontes em vigas celulares. Os resultados dessas investigações experimentais contribuíram para esclarecer certas dúvidas como a questão da superposição das armaduras de cisalhamento e de flexão transversal, concluindo que basta dimensionar a peça para a solicitação predominante. Foi também avaliada a influência da flexão transversal em relação à verificação do concreto, chegando-se à conclusão de que a tensão de cisalhamento nominal não deve exceder 60% do valor limite em peças não submetidas à flexão transversal.

Contudo, restavam ainda várias interrogações quanto ao comportamento estrutural dessas vigas como, a verificação da resistência dos estribos e das bielas comprimidas com ângulo de inclinação variável e a verificação da resistência à fadiga das armaduras transversais.

A falta de dados mais precisos a respeito desses temas conduziu, naturalmente, ao propósito de se elaborar uma pesquisa de caráter experimental sobre esse tema, cujos resultados e conclusões pudessem fornecer dados que possibilitem a adoção de critérios de dimensionamento das almas das vigas celulares mais rigorosos e mais econômicos.

6.2 Seqüência lógica dos ensaios

O programa de pesquisa consistiu na investigação experimental de vigas de concreto armado com seção transversal I, montadas com diversas configurações de armadura transversal, submetida à ação conjunta de cisalhamento com flexão transversal.

Foram ensaiados quatro modelos de vigas de concreto, com os seguintes tipos de ruptura:

- ensaio estático de ruptura frágil do concreto – VIGA 1;
- ensaio estático de ruptura dúctil – VIGA 2;
- ensaio de fadiga em uma viga com o mesmo arranjo de armadura do ensaio de ruptura dúctil – VIGA 3;
- ensaio de fadiga em viga com pequena taxa de armadura transversal – VIGA 4;
- ensaio estático na VIGA 4, após as solicitações de fadiga.

Além disso, foram feitos ensaios de fadiga de barra ao ar (barras ϕ 6,3 mm utilizadas como armadura transversal das vigas submetidas aos ensaios de fadiga) para a elaboração da curva de Wöhler.

Não foi utilizado o Método dos Elementos Finitos nas análises pois, para os tipos de ocorrências previstas nos ensaios, só se justifica a utilização de um programa não linear de elementos finitos, o qual considere ao mesmo tempo os efeitos da formação das fissuras, a contribuição do concreto entre fissuras e o diagrama não linear de tensões do concreto e do aço.

O uso desses programas exige o desenvolvimento de um elemento finito adequado para o caso em questão, sem garantia de se obter um bom resultado. Este seria um tema para outra tese de doutoramento. É importante observar que, nesse caso, o problema é especialmente complicado, pois deve-se considerar a sobreposição de dois panoramas de fissuração: o de força cortante e o de flexão transversal.

Usar um modelo elástico linear só serviria para análises do comportamento uma estrutura antes das aberturas de fissuras. Depois da formação das fissuras, os resultados dos modelos de Elementos Finitos têm um poder de representação muito menor, podendo ser úteis somente como ponto de partida das análises.

Descrevem-se em seguida, as atividades realizadas nos ensaios.

6.3 Corpos-de-prova

• Montagem das vigas

Optou-se pela utilização de vigas I de concreto, devido à facilidade de se analisar a composição de cisalhamento com flexão transversal em suas almas, analogamente como ocorre nas vigas celulares de concreto e como fizeram outros pesquisadores sobre o assunto.

As vigas foram montadas com as seguintes características geométricas:

Figura 6.1 Seção transversal das vigas

Tabela 6.1 Características geométricas das vigas

Tipo de ensaio	Seção transv.	Comprimento (m)
VIGA 1 Ruptura frágil do concreto	Figura 6.1a	2,80
VIGA 2 Ruptura dúctil	Figura 6.1b	3,80
VIGA 3 Ruptura por fadiga dos estribos	Figura 6.1b	3,80
VIGA 4 Ruptura por fadiga dos estribos	Figura 6.1b	3,80

• Dimensionamento das armaduras

Cada viga teve sua armadura dimensionada e confeccionada, conforme o tipo de ruptura desejado. As plantas das armaduras das vigas estão mostradas no Anexo B.

Como a finalidade destes ensaios é investigar o comportamento da alma submetida à composição de cisalhamento com flexão transversal, não era desejável que ocorresse qualquer tipo de problema resultante da flexão longitudinal, motivo pelo qual a viga foi dimensionada à flexão longitudinal para cargas superiores às previstas nos ensaios. Adotou-se o mesmo critério para o dimensionamento das mesas à flexão.

Seguem-se algumas ilustrações dos modelos de armaduras utilizadas para os ensaios estáticos.

Figura 6.2 Armaduras da viga para o ensaio de ruptura frágil do concreto

Figura 6.3 Armaduras da viga para o ensaio de ruptura dúctil

- **Sensores**

O comportamento de uma estrutura pode ser determinado pelas forças e deformações que resultam após a aplicação de um certo carregamento. A medição dessas forças e deformações pode ser feita por meio de sensores acoplados a condicionadores de sinais e sistemas de aquisição de dados (SABINS, 1983).

Os sensores utilizados nesta pesquisa foram: extensômetros, rosetas tri-axiais e transdutores de deslocamentos (LVDT). Foram instalados em cada viga 40 extensômetros, 2 rosetas tri-axiais e 3 LVDTs. A Figura 6.4 ilustra a posição dos extensômetros instalados nas barras das armaduras, os quais tiveram as seguintes designações:

- ae* estribos do lado comprimido (alma esquerda)
- ad* estribos do lado tracionado (alma direita)
- ms* armadura de tração da mesa superior
- mi* armadura de tração da mesa inferior
- s* armadura longitudinal de compressão
- i* armadura longitudinal de tração

Figura 6.4 Distribuição dos extensômetros nas armaduras das vigas

Figura 6.5 Localização dos extensômetros nas barras

Para medidas de deslocamentos foram utilizados 3 LVDTs. Os deslocamentos verticais foram medidos pelo LVDT 1, instalado no meio do vão e os deslocamentos relativos entre as mesas foram medidos pelos LVDT 2 e LVDT 3.

Foram instaladas duas rosetas tri-axiais na face comprimida da alma à meia distância entre o ponto de aplicação da carga vertical e os apoios. A Figura 6.6 ilustra a posição dos sensores mencionados.

Figura 6.6 Localização das rosetas e LVDTs

A Tabela 6.2 mostra a localização dos sensores conforme o tipo de ensaio.

Tabela 6.2 Localização das rosetas e LVDTs

Tipo de ensaio	L (m)	a (m)	b (m)
VIGA 1 Ruptura frágil do concreto	2,36	0,50	0,59
VIGA 2 Ruptura dúctil	3,50	0,78	0,88
VIGA 3 Ruptura por fadiga dos estribos	3,50	0,78	0,88
VIGA 4 Ruptura por fadiga dos estribos	3,50	0,78	0,88

As cargas aplicadas nos ensaios foram medidas por meio de células de carga, dispostas na viga como indicado na Figura 6.7.

Figura 6.7 Localização das células de carga

Os sinais emitidos pelos sensores durante os ensaios foram registrados em um sistema digital de aquisição de dados (ADS, da LYNX, com 36 canais), os quais, após o devido tratamento para a geração de gráficos, serviram para a análise dos resultados obtidos.

Figura 6.8 Sistema de aquisição de dados

• Concretagem das vigas

As vigas foram moldadas em fôrmas de madeira com superfícies impermeabilizadas.

As VIGAS 1 e 2 foram concretadas no Laboratório de Estruturas e Materiais Estruturais, da EPUSP e as VIGAS 3 e 4, na usina de concreto SUPERMIX. As Figuras 6.9 e 6.10 ilustram a preparação e a concretagem das duas últimas vigas.

Figura 6.9 Montagem das fôrmas

Figura 6.10 Concretagem da viga na SUPERMIX

Após a desfôrma, as superfícies das vigas foram lixadas e a elas aplicou-se uma demão de tinta à base de cal a fim de evidenciar o aparecimento das fissuras por ocasião dos ensaios. A Figura 6.11 ilustra a viga destinada ao ensaio de ruptura frágil do concreto.

Figura 6.11 Viga destinada ao ensaio de ruptura frágil do concreto

6.4 Arranjo de ensaio

O arranjo estrutural escolhido para os ensaios foi o de uma viga I, simplesmente apoiada, submetida a uma carga concentrada no meio do vão (P) e a carregamentos auto-equilibrados (F) nas extremidades de um dos lados das mesas, para gerar flexão transversal na alma.

Admite-se que a distribuição do carregamento de flexão transversal aplicado às mesas se propague para a alma com ângulo de 45° , conforme sugerido por COLLINS e MITCHELL (1987).

Faz-se notar que, com a aplicação simultânea destes carregamentos de flexão transversal (F), consegue-se analisar o comportamento da alma em dois locais simétricos da viga, o que equivale a fazer dois ensaios em um só corpo de prova.

Foram desprezadas as forças normais de compressão na alma causadas pelo sistema de aplicação do carregamento de flexão transversal, analogamente ao que se faz para o cálculo dos esforços transversais nos caixões.

Os vínculos da viga constaram de apoios móveis, compostos de duas camadas de roletes, a fim de possibilitar liberdades de rotação e de deslocamentos laterais.

O contato do sistema de aplicação da carga concentrada com a viga impedia os deslocamentos horizontais introduzindo, assim, o vínculo que estava faltando para

se ter um apoio fixo, a fim de se configurar o esquema estático de viga simplesmente apoiada. A Figura 6.12 ilustra o esquema estrutural de ensaio.

Figura 6.12 Esquema estrutural dos ensaios

Para a execução deste esquema de ensaio, montou-se um pórtico de aço, devidamente fixado em uma laje de reação. As Figuras 6.13 e 6.14 ilustram o esquema geral dos ensaios.

Figura 6.13 Esquema de ensaio – vista lateral

500 kN. Para os ensaios de fadiga, substituiu-se um desses macacos por um atuador servo-controlado, com capacidade de 500 kN.

O carregamento de flexão transversal era aplicado nas extremidades das mesas por meio dois perfis de aço (H 203 mm) soldados entre si, com comprimento de 1m. Para perfeita distribuição deste carregamento, procedeu-se à regularização das mesas com argamassa no local onde foram assentados os perfis metálicos.

Alinhados ao sistema de aplicação da carga transversal, foram instalados dois transdutores de deslocamentos (LVDT) para tomarem as medidas de deslocamentos relativos entre as mesas.

As Figuras 6.16a e 6.16b ilustram, respectivamente, a montagem dos esquemas de aplicação de carga de flexão transversal estático e cíclico.

(a) *estático*

(b) *cíclico*

Figura 6.16 Esquemas de aplicação do carregamento de flexão transversal

Os deslocamentos verticais da viga foram tomados por meio do LVDT 1, instalado no meio do vão, na parte inferior da viga, conforme ilustra a Figura 6.17.

Figura 6.17 Transdutor de deslocamentos – LVDT

6.5 Ensaios complementares

6.5.1 Aço para as armaduras

As barras de aço utilizadas nas vigas cumpriam as exigências da NBR 7480/96.

Os ensaios de tração nas barras foram feitos segundo a Norma brasileira NBR 6152 – Materiais metálicos – Determinação das propriedades mecânicas à tração – Outubro 1992.

Na Tabela 3.3 encontram-se exibidos os valores de resistência dos aços empregados como armaduras das vigas. A dispersão para os aços com mesmo diâmetro foi pequena sendo, portanto, representativo o valor médio.

A área efetiva das barras ($A_{s,ef}$ cm²) foi determinada experimentalmente.

Tabela 6.3 Características do aço CA50 utilizado nas armaduras

ϕ (mm)	$A_{s,ef}$ (cm ²)	f_y (MPa)	ϵ_y (MPa)	E (GPa)
6,3	0,313	630	3,10	182,0
8	0,504	551	2,96	187,4
10	0,786	540	3,01	187,6
20	3,165	620	3,73	200,4

Nas Figuras 6.18 e 6.19 encontram-se, respectivamente, os diagramas típicos de tensão-deformação dos aços com diâmetro ϕ 6,3 mm e ϕ 10 mm, utilizados para os estribos das vigas. Nestes gráficos não foi mostrado o comportamento da barra até a ruptura, pois os extensômetros utilizados não foram capazes de captar deformações maiores do que as indicadas.

Figura 6.18 Diagrama tensão x deformação das barras dos estribos (ϕ 6,3 mm)

Figura 6.19 Diagrama tensão x deformação das barras dos estribos (ϕ 10 mm)

- **Ensaaios de fadiga de barra ao ar**

Foram também executados ensaios de fadiga de barra ao ar com a finalidade de montar a curva de Wöhler. Os ensaios foram feitos em um servo-atuador DARTEC, como ilustrado na Figura 6.20.

Figura 6.20 Ensaaios de fadiga de barra ao ar

Necessitava-se somente dos dados referentes às barras ϕ 6,3mm, as quais foram utilizadas como estribos nas vigas submetidas aos ensaios de fadiga. Com os resultados destes ensaios montou-se uma curva de Wöhler, como ilustrado na Figura 6.21.

Esta curva de Wöhler foi montada à luz dos ensaios de fadiga de barra ao ar feitos por MARTINEZ (2002) para barras de aço CA 50 com diâmetros ϕ 10mm, ϕ 1/2" e ϕ 16mm, cujos resultados e respectivas curvas de Wöhler estão mostrados no ANEXO C.

Da curva de Wöhler, nota-se que $\Delta\sigma_{lim}=265$ MPa é a máxima variação de tensão que a barra suporta quando o número de ciclos N cresce indefinidamente.

Observar que essa curva ficou pobre para $N > 10^7$ ciclos, mas só foi efetivamente utilizada para $N < 2 \times 10^6$ ciclos.

Figura 6.21 Curva de Wöhler para barra de ϕ 6,3mm

6.5.2 Concreto

Os concretos das vigas destinadas aos ensaios estáticos (VIGA 1 e VIGA 2) foram confeccionados no Laboratório de Estruturas e Materiais Estruturais, por meio de betoneira. Para as outras duas vigas destinadas aos ensaios de fadiga (VIGA 3 e VIGA 4), o concreto foi usinado na concreteira SUPERMIX.

Foram produzidos 12 corpos-de-prova cilíndricos de cada tipo de concreto para ensaios de caracterização do material.

Os ensaios de ruptura por compressão e ruptura por compressão diametral do concreto, bem como a determinação do módulo de elasticidade, foram feitos segundo as seguintes Normas brasileiras:

- NBR 5739 – Concreto – Ensaios de compressão de corpos-de-prova cilíndricos – julho 1994;
- NBR 7222 – Concreto – Argamassa e concreto – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos – Março 1994;
- NBR 8522 – Concreto – Determinação do módulo de deformação Estática e Diagrama – Tensão Deformação – Maio 1984.

A resistência à compressão foi determinada aos 28 dias e também por ocasião do ensaio de cada viga, enquanto que a resistência à compressão diametral e o módulo de deformação estática foram determinados somente por ocasião dos ensaios de cada viga. Os resultados destes ensaios estão exibidos na Tabela 6.4.

Tabela 6.4 Características do concreto utilizado nas vigas

Viga	f_{c28} (MPa)	dias	f_c (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa) experimental	f_{ct} (MPa) NBR6118	Mód deform. (GPa)
1	14,8	128	18,9	3,75	3,38	-
2	31,0	193	36,5	4,9	4,41	25,5
3	44,5	194	51,7	5,3	4,77	36,0
4	44,5	258	52,5	5,4	4,86	36,2

Nota: $f_{ct,sp}$ é a resistência a tração indireta (tração por compressão diametral), obtida de ensaios realizados segundo a NBR 7222.

f_{ct} é a resistência à tração direta do concreto, considerada igual a $0,9f_{ct,sp}$, segundo a NBR 6118/2002 - item 7.1.5.

Além das hipóteses básicas para o dimensionamento de peças de concreto armado, admite-se que a contribuição do concreto para o dimensionamento das peças ao cisalhamento $\tau_{Rc} = 2\tau_c$, por se considerar que as estruturas de concreto têm coeficiente de segurança próximo de 2 ($1,4 \times 1,4 \cong 2,0$), com τ_c dado por $\tau_c = \psi_1 \sqrt{f_{ck}}$, onde $\psi_1 = 0,15$ (flexão simples com a linha neutra cortando a seção), conforme o Anexo da NBR 7197 de 1989. Na Tabela 3.5 encontram-se os valores de τ_{Rc} utilizados nas análises.

Tabela 6.5 Valores de τ_{Rc}

Viga	$\tau_{c,1978}$ (MPa)	τ_{Rc} (MPa)
1	0,65	1,30
2	0,91	1,82
3	1,08	2,16
4	1,09	2,18

Para o dimensionamento das vigas à força cortante, adotou-se o modelo usual de treliça generalizada, mais particularmente o modelo da NBR 6118/1978 e do Anexo da NBR 7197/1989. Contudo, a verificação da segurança em relação ao concreto foi feita com base no segundo modelo de dimensionamento da NBR 6118/2002, por considerar ângulo variável de inclinação das bielas.

- **Tensão de compressão diagonal no concreto**

A tensão de compressão diagonal no concreto τ_{Rw} depende do ângulo de inclinação das bielas, θ , isto é, da relação entre o comprimento da biela, medida ao longo do eixo da peça, e a altura útil da viga. O valor de τ_{Rw} deve corresponder aos trechos de viga providos de armadura transversal, afastados das zonas de aplicação de cargas concentradas ou de outras perturbações (FUSCO 1985).

Considerando armadura transversal perpendicular à armadura longitudinal de flexão, a tensão de compressão diagonal é dada por:

$$\sigma_c = \frac{V}{b_w z} \cdot \sen \theta \cdot \cos \theta \quad \text{onde } d \cong 1,15z$$

$$\text{Como } \tau_w = \frac{V}{b_w d} = \frac{1}{1,15} \cdot \frac{V}{b_w z} \text{ logo:}$$

$$\tau_{Rw} = \frac{1}{1,15} \cdot \sen \theta \cdot \cos \theta \cdot \sigma_c$$

FUSCO (1985), admite que na ruptura, $\sigma_{Rc} \cong f_c$ e conclui que

$$\tau_{Rw} = 0,87 \cdot \sen \theta \cdot \cos \theta \cdot f_c$$

Segundo a NBR 6118/2002, a verificação da compressão diagonal do concreto deve satisfazer a seguinte condição $V_{Sd} < V_{Rd2}$. Utilizando-se o modelo de cálculo II da referida norma, tem-se:

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \sen^2 \theta \cdot (\cot g \alpha + \cot g \theta)$$

$$\text{onde } \alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$$

Por tratar-se de uma pesquisa de laboratório, onde se pretende utilizar o valor real da resistência do concreto (f_c), considerou-se o coeficiente $\alpha_v = 1$.

Como os estribos foram montados perpendicularmente à armadura de flexão, ou seja, com ângulo $\alpha = 90^\circ$, tem-se:

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

Portanto, a tensão diagonal de cálculo no concreto é dada por:

$$\tau_{Rwd} = \frac{V_{Rd2}}{b_w \cdot d} = 0,54 \cdot f_{cd} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

Esta expressão considera o diagrama tensão-deformação de cálculo do concreto, onde a tensão de compressão é limitada a $\sigma_{cd} = 0,85f_{cd}$ (NBR 6118/2002 – item 7.1.10.1) por se considerar, além do coeficiente parcial de segurança $\gamma_c=1,4$, a diminuição da resistência do concreto para ações de longa duração. Como os ensaios de laboratório foram ensaios de ruína de curta duração, considerou-se o valor efetivo das resistências.

Por outro lado, para afastar a ruptura frágil por compressão da biela, a tensão diagonal adotada na Norma é aproximadamente 1,4 vez menor do que a tensão aceita em banzos longitudinais de concreto.

Portanto, o valor efetivo da tensão diagonal do concreto é dado por:

$$\tau_{Rw} = \frac{1,4}{0,85} \cdot 0,54 \cdot f_c \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta, \quad \text{ou seja}$$

$$\tau_{Rw} = 0,889 \cdot f_c \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$\text{para } \theta = 30^\circ \quad \tau_{Rw} = 0,385 \cdot f_c$$

$$\text{para } \theta = 45^\circ \quad \tau_{Rw} = 0,445 \cdot f_c.$$

Esta foi a expressão da tensão resistente de cisalhamento utilizada para as análises desta pesquisa.

Observar que esse coeficiente 0,889 é muito próximo do 0,870 dado por FUSCO (1985).

6.6 Ensaio de ruptura frágil – VIGA 1

6.6.1 Descrição do ensaio

A finalidade deste ensaio é a verificação da resistência das bielas comprimidas de concreto, submetidas à composição de cisalhamento com flexão transversal.

Utilizou-se uma viga de seção I, com as seguintes características geométricas: comprimento 2,80 m (vão 2,36 m), $b_w=12$, $b_f=70$, $d=44$ e $h_f=11,5$ (cm).

As armaduras longitudinal e transversal dessa viga, ilustradas no ANEXO B, foram cuidadosamente escolhidas de forma a se obter no ensaio uma ruína por compressão da biela. A viga foi montada com aço CA50-A, com armadura de flexão longitudinal $A_s=33,5\text{cm}^2$ ($10\phi 20+4\phi 8$), armadura transversal $A_{sw}=16\text{ cm}^2/\text{m}$ ($\phi 10\text{c}/10-2\text{R}$) e armadura das mesas $A_s=8\text{ cm}^2/\text{m}$ ($\phi 10\text{c}/10$).

A resistência do concreto à compressão por ocasião do ensaio era $f_c=18,9$ MPa e a tensão convencional de escoamento adotada para as barras $\phi 10$ mm utilizadas para os estribos era $f_y=540$ MPa.

A viga foi montada em um pórtico metálico, devidamente fixado em uma laje de reação, conforme indica a Figura 6.6.1.

Figura 6.6.1 Montagem do ensaio de ruptura frágil do concreto

Inicialmente carregou-se a viga com a carga vertical (P) até o aparecimento de fissuras na alma, para garantir o funcionamento do esquema biela-tirante e logo depois procedeu-se ao descarregamento. Na Figura 6.6.2 estão mostradas as fissuras na alma, desenvolvidas nesta etapa.

Figura 6.6.2 Fissuras abertas na alma da viga devido à carga vertical (P)

Com a viga fissurada iniciou-se propriamente ao ensaio de ruptura frágil do concreto, conforme o seguinte plano de carregamento: aplicou-se novamente a carga vertical (P) até a um certo nível, o qual foi mantido constante ($P=692$ kN) e a partir daí começou-se a aplicação da carga de flexão transversal até a ruptura por esmagamento do concreto, atingida com $F_1=178,70$ kN e $F_2=182,84$ kN. Na Figura 6.6.3 estão ilustradas as posições das células de carga e rosetas.

Figura 6.6.3 Posição das células de carga e das rosetas

Próximo da ruptura notou-se diminuição a carga vertical (P) e aumento dos deslocamentos verticais.

A ruptura deu-se por esmagamento do concreto, iniciando-se com um aumento exagerado do campo de fissuração na alma do lado tracionado, conforme indica a Figura 6.6.4.

Figura 6.6.4 Fissuras na alma do lado tracionado

Em seguida ocorreu estufamento da alma na região comprimida pelo carregamento de flexão transversal e, por fim, o esmagamento do concreto, conforme ilustram as Figuras 6.6.5 e 6.6.6. Como se pode notar, a ruptura deu-se no lado onde foi aplicado da carga de flexão transversal F_l .

Figura 6.6.5 Ruptura por esmagamento do concreto

Figura 6.6.6 Ruptura por esmagamento do concreto – detalhe

6.6.2 Resultados

Ao se atingir $P_{\max}$, a viga alcançou um deslocamento vertical de 11,86 mm. No instante da ruptura, o deslocamento atingiu 18,7mm. A Figura 6.6.7 ilustra os deslocamentos verticais da viga em função da carga vertical (P).

Os gráficos mostrados a seguir indicam o ELU convencional, definido mais adiante no item 6.6.4.

Figura 6.6.7 Gráfico - carga vertical (P) x deslocamentos verticais

Neste gráfico, os deslocamentos verticais da viga evidenciam as etapas do ensaio, ou seja: trecho (a): aplicação da carga vertical (P), trecho (b): aplicação do carregamento de flexão transversal e o trecho (c) indica o descarregamento.

Deve-se notar que os deslocamentos verticais continuaram a aumentar (trecho b) com a aplicação do carregamento de flexão transversal, sem acréscimo da carga (P), indicando diminuição da inércia da viga.

Ao se atingir P_{max} , as deformações nas barras das armaduras longitudinais de tração (i_1) e de compressão (s_1) alcançaram, respectivamente, $\varepsilon_{st} = 2,0\text{‰}$ e $\varepsilon_{sc} = -2,51\text{‰}$, conforme mostrado na Figura 6.6.8. As deformações máximas atingiram, respectivamente, $\varepsilon_{st} = 3,86\text{‰}$ e $\varepsilon_{sc} = -2,51\text{‰}$.

Figura 6.6.8 Deformações nas armaduras longitudinais de tração (i_1) e de compressão (s_1)

Os deslocamentos relativos entre as mesas foram medidos pelos LVDT 2 e 3, instalados entre os planos horizontais médios das mesas, ao lado de cada sistema de aplicação do carregamento de flexão transversal.

A ruptura deu-se do lado onde estava instalado o LVDT 3, cujos deslocamentos estão ilustrados na Figura 6.6.9. O deslocamento máximo foi de 16,10 mm, embora a ruptura tenha ocorrido com 13,74 mm e carga transversal de 178,70 kN.

Figura 6.6.9 Deslocamentos entre as mesas medidos pelo LVDT 3

A Figura abaixo ilustra os deslocamentos relativos entre as mesas do lado onde foi instalado o LVDT 2. O deslocamento máximo foi de 13,79 mm.

Figura 6.6.10 Deslocamentos entre as mesas medidos pelo LVDT 2

- **Comportamento da alma**

A seguir são mostrados gráficos que relacionam carga transversal (kN) com deformação (‰) de alguns extensômetros instalados nos estribos.

Os extensômetros indicados pela letra “ae” (Figura 6.6.11) foram instalados nos estribos do lado comprimido da alma, enquanto que os indicados pela letra “ad” (Figura 6.6.12), foram instalados no lado tracionado.

Os gráficos abaixo evidenciam também as deformações ocorridas nas duas etapas do ensaio. A primeira (a), devido à carga vertical (P) e a segunda (b), devido à carga de flexão transversal. Os extensômetros instalados no lado comprimido da

alma (ae4 e ae9) indicam deformações crescentes de tração, oriundas da força cortante, até a um certo ponto (trecho a), a partir do qual começam a decrescer até chegar à compressão, devido ao carregamento de flexão transversal (trecho b). Na Figura 6.6.11 (a) nota-se que, ao atingir 3,62‰ de deformação, o extensômetro ae4 deixou de funcionar.

Figura 6.6.11 Extensômetros ae4 e ae9

Os extensômetros instalados do lado tracionado (ad4 e ad10) também evidenciam as duas etapas de deformações (Figura 6.6.12). Contudo, nestas barras só ocorreram acréscimos de deformações de tração.

Por outro lado, apareceram descontinuidades significativas nos diagramas do extensômetro ad10 e da Roseta nº1, mostrada mais à frente, quando a carga transversal atingiu aproximadamente 130 kN. Estas descontinuidades sugerem uma mudança interna do comportamento da viga, que será discutida mais adiante.

Figura 6.6.12 Extensômetros $ad3$, $ad4$ e $ad10$

São mostradas a seguir as deformações registradas nas barras das mesas, superior (ms) e inferior (mi) da viga. Estas deformações ficaram abaixo da deformação de escoamento $\varepsilon_y = 3,01\%$.

(a)

(b)

Figura 6.6.13 Extensômetros das mesas do lado de F_1

Figura 6.6.14 Extensômetro da mesa inferior do lado de F_2

6.6.3 Ângulo de inclinação da resultante de compressão no concreto

Em seguida, são mostradas as deformações do concreto, obtidas pelas rosetas tri-axiais. A partir desses resultados foi possível determinar o ângulo de inclinação da compressão no concreto, que corresponde à inclinação da biela quando a flexão transversal é nula.

As rosetas tri-axiais foram instaladas de tal maneira que suas direções principais coincidisse com as direções x e y do plano da viga.. Na Figura 6.6.15 representa-se o tipo de roseta utilizada.

Figura 6.6.15 Roseta tri-axial – posição dos extensômetros (DALLY et RILEY, 1991)

Os três extensômetros da roseta formam os seguintes ângulos: $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$ e $\theta_3 = 90^\circ$ com o eixo x. A deformação numa direção qualquer é dada por (DALLY et RILEY, 1991); (FERNANDES, 1992):

$$\varepsilon_\theta = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \gamma_{xy} \sin 2\theta.$$

Substituindo-se os valores dos ângulos em relação ao eixo x na equação acima, obtém-se:

$$\varepsilon_{\theta_1} = \varepsilon_x \quad \varepsilon_{\theta_2} = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \gamma_{xy}) \quad \varepsilon_{\theta_3} = \varepsilon_y$$

A distorção é definida por: $\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{\theta_2} - \varepsilon_{\theta_1} - \varepsilon_{\theta_3}$

e a direção principal das deformações é definida por:

$$\tan 2\theta = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \quad \text{ou seja:} \quad \tan 2\theta = \frac{2\varepsilon_{\theta_2} - \varepsilon_{\theta_1} - \varepsilon_{\theta_3}}{\varepsilon_{\theta_1} - \varepsilon_{\theta_3}}.$$

* * *

Mostra-se a seguir somente o comportamento da Roseta nº1, pois a Roseta nº2 deixou de funcionar logo no início do ensaio.

Note-se que as deformações de compressão no concreto atingiram $\varepsilon = -3,26\%$, como indica o extensômetro R1b da Roseta nº1.

Figura 6.6.16 Comportamento da Roseta nº1

De posse dessas deformações foi possível calcular o ângulo de inclinação de compressão no concreto. Na Figura 6.6.17 mostra-se o desenvolvimento dessas inclinações durante o ensaio, tomado das deformações obtidas pela Roseta nº 1.

Figura 6.6.17 Inclinação da resultante de compressão (detalhe)

O trecho (a) corresponde à aplicação da carga vertical (P), o trecho (b), corresponde à aplicação do carregamento de flexão transversal e o trecho (c), ao descarregamento.

Na Figura 6.6.18 mostra-se um gráfico equivalente, relacionando ângulo de inclinação da resultante de compressão na face da alma com carga transversal.

Figura 6.6.18 Ângulo da resultante de compressão na face da alma (lado comprimido)

É importante notar que a descontinuidade anteriormente referida nas deformações do estribo onde estava instalado o extensômetro ad10 se repetiu na Roseta nº1.

Outro fato digno de nota, evidenciado na Figura 6.6.18 é que a parte inicial do trecho (b), cujo ângulo da resultante da compressão é constante, indica claramente que a flexão gerada pela carga transversal está sendo equilibrada pela excentricidade da biela, com inclinação constante. Quando a flexão transversal passa de um certo limite, parte dela começa ser equilibrada por um binário, cuja componente de compressão se compõe com a biela e gera uma resultante com ângulo de inclinação θ maior.

6.6.4 Análise dos resultados

Como já foi mencionado, para o cálculo da parcela de força cortante resistida pelos mecanismos complementares ao modelo em treliça (V_c), considerou-se

$$\tau_{Rc} \cong 2\tau_c.$$

Sendo $\tau_c = 0,15\sqrt{f_c}$, tem-se $\tau_{Rc} = 0,1304 \text{ kN/cm}^2$.

A parcela (V_c) advém de
$$\tau_{Rc} = \frac{1,15 \cdot V_c}{b_w \cdot d}$$

Portanto, $V_c = \frac{\tau_{Rc} \cdot b_w \cdot d}{1,15}$. Substituindo-se os valores, tem-se:

$$V_c = \frac{0,1304 \times 12 \times 44}{1,15} = 59,88 \text{ kN}$$

A seguir são mostrados, resumidamente, os cálculos do momento fletor transversal, segundo o Critério de Dimensionamento Proposto.

ESTADO LIMITE ÚLTIMO

O Estado Limite Último convencional foi identificado pelos seguintes eventos:

- descontinuidade no diagrama do extensômetro ad10, quando atingia deformações de tração de aproximadamente $\varepsilon = 2,53 \text{ ‰}$ (Figura 6.6.12), correspondendo ao seguinte carregamento transversal: $F_1=120,19 \text{ kN}$ e $F_2=140,92 \text{ kN}$;
- descontinuidade no diagrama da Roseta nº1 (Figura 6.6.17) quando a carga vertical atingiu $P=708,2 \text{ kN}$;
- queda da carga vertical (P) indicada no diagrama das deformações da armadura longitudinal de compressão (Figura 6.6.8) quando a carga vertical atingiu $P=708,2 \text{ kN}$.

Nesse nível de carregamento as deformações na armadura transversal do lado tracionado já eram grandes (aproximadamente $2,53 \text{ ‰}$ medidas pelo extensômetro ad10) e, sobretudo, a fissuração da alma era muito importante, identificando o ELU.

Além disso, os extensômetros instalados no lado comprimido da alma já começavam a indicar compressão ($\epsilon = -0,30\%$).

É fato que a viga teve um comportamento pós-ELU muito bom, com ótima capacidade de adaptação plástica com aumento inclusive da sua capacidade de suporte. A descontinuidade sugere, no entanto, uma mudança interna de esquema resistente que será posteriormente discutida.

Nota-se que a descontinuidade no diagrama dos extensômetros só ocorreu em um dos lados da viga e a descontinuidade no diagrama das Rosetas ocorreu no outro lado.

Por meio da carga média de flexão transversal que identificou o ELU, determina-se o momento fletor transversal de ensaio.

$$\bar{F}_{ELU,ensaio} = \frac{120,19 + 140,92}{2} = 130,55 \text{ kN}$$

Inicialmente, admitiu-se que a distribuição do carregamento transversal aplicado às mesas se propagaria para a alma, com o ângulo de 45° (COLLINS et MITCHELL, 1987). Contudo, devido à intensa fissuração na alma, observou-se que o mecanismo resistente da viga utilizou toda a largura colaborante de cada lado da mesa, que, neste caso, era de 1,40 m, pois o comprimento total da viga era de 2,80 m. O braço de alavanca na flexão transversal é $b = 0,25$ m.

Assim, tem-se o seguinte momento fletor transversal do ensaio:

$$m_{ELU,ensaio} = \frac{130,55 \times 0,25}{1,40} = 23,3 \text{ kN.m/m}$$

MODELO ADOTADO

Ao se atingir o ELU, os sensores indicavam que a carga vertical tinha atingido $P=708,2$ kN, portanto, $V=354,8$ kN. O peso próprio da viga foi desprezado, e por isso os sensores foram calibrados com a viga instalada no pórtico de reação, ou seja, sob ação do peso próprio.

Do gráfico da Roseta nº 1 (Figura 6.6.17), observa-se experimentalmente que, ao se iniciar a aplicação do carregamento de flexão transversal, a inclinação das bielas indicava aproximadamente $\theta = 26,5^\circ$.

Tensão resistente de cisalhamento:

$$\tau_{Rw} = 0,889 f_c \sin \theta \cos \theta \quad \tau_{Rw} = 0,889 \times 1,89 \sin \theta \cos \theta = 0,671 \text{ kN/cm}^2$$

Componente vertical da compressão da biela (C)

$$C = \frac{V_k}{z} \cdot \operatorname{tg} \theta \quad \text{para } \theta = 26,5^\circ \quad C = \frac{354,8}{0,374} \times \operatorname{tg} \theta = 472,98 \text{ kN/m}$$

onde $z = 0,85 \cdot d$, ou seja, $z = 0,85 \times 0,44 = 0,374 \text{ m}$

Largura mínima da biela: $y_{\min} = \frac{V}{d \cdot \tau_{Rw}} \quad y_{\min} = \frac{354,8}{44 \times 0,671} = 12,0 \text{ cm}$

Note-se que a largura mínima da biela corresponde à largura total da alma. Isto significa que as solicitações de força cortante exigem toda a largura da alma. Portanto, a biela não pode contribuir para equilibrar momento fletor transversal, pois não tem folga para suportar excentricidade. Portanto, $e_{\max} = 0$ logo, $m_{\max} = C \cdot e_{\max} = 0$.

Entretanto, como a viga foi super dimensionada ao cisalhamento, a folga de armadura em relação à força cortante conseguiu resistir aos momentos fletores transversais, por transferência de forças entre os estribos.

$$\Delta T = \left(A_{se} \cdot f_y - \frac{V - V_c}{2 \cdot z} \cdot \operatorname{tg} \theta \right) \quad \Delta T = \left(8,0 \times 54 - \frac{354,8 - 59,88}{2 \times 0,374} \times \operatorname{tg} \theta \right) = 235,4 \text{ kN/m}$$

Conforme o Critério de Dimensionamento Proposto considera-se, por hipótese que $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T / 2$. Contudo, uma vez que o concreto está muito próximo do esgotamento, considerou-se $\Delta T_c = 0$ e $\Delta T_t = \Delta T$.

Momento fletor transversal:

$$m = C \cdot e_{\max} + \Delta T_c \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w \quad \text{onde } \bar{b}_w = 0,09 \text{ m}$$

$$m_{ELU,calc} = 235,4 \times 0,09 = 21,2 \text{ kN.m/m (9\% menor que resultado experimental).}$$

Este resultado é considerado bom por se tratar de um critério de projeto, onde ficar um pouco do lado seguro é uma necessidade. Para a escolha da proporção ideal $\Delta T_c / \Delta T_t$, $\Delta T_c = 0$ levou o melhor resultado.

• COMPORTAMENTO PÓS-ELU

Após a viga ter atingido o ELU, os mecanismos internos da viga ainda conseguiam resistir a carregamentos maiores, embora demonstrando um comportamento pós-ELU.

O carregamento de flexão transversal foi sendo aumentado até a perda da capacidade portante da viga por esmagamento do concreto com $F_1 = 178,70 \text{ kN}$ e $F_2 = 182,84 \text{ kN}$, obtendo-se $\bar{F} = 180,8 \text{ kN}$, o que levaria a $m = 32,3 \text{ kN.m/m}$.

A viga resistiu bem mais à combinação de cisalhamento com flexão transversal do que se esperava. Isso se deve a vários fatores, destacando-se a utilização de todo o comprimento da mesa como largura colaborante na flexão transversal, distribuição diferente dos esforços entre biela e estribos — aparentemente o ângulo de inclinação da compressão modificou-se bruscamente e as deformações nos estribos também — e o confinamento do concreto na parte comprimida da viga, região fortemente armada, que contribuiu também para dar maior resistência à alma. Essa mudança de mecanismos internos, com enormes adaptações plásticas, não deve, em princípio, serem adotadas em projeto.

O Critério de Dimensionamento Proposto se aplica aos ELU convencionais e não a casos extremos. O comportamento pós-ELU está fora das condições de projeto e do escopo original dessa pesquisa.

RESUMO DOS RESULTADOS

Ensaaios

- Estado limite último $\rightarrow m_{ELU,ensaio} = 23,3 \text{ kN.m/m}$

Modelo Teórico

- Estado limite último $\rightarrow m_{ELU,calc} = 21,2 \text{ kN.m/m}$ (9% menor que $m_{ELU,ensaio}$)

CONCLUSÕES

- Para o ELU, o Critério de Dimensionamento Proposto chegou a um resultado 9% menor do resultado experimental. Este resultado é considerado bom por se tratar de um critério de projeto, onde ficar um pouco do lado seguro é uma necessidade. Além disso, confirma os procedimentos adotados no Critério de Dimensionamento Proposto;
- Os esforços de tração nos estribos vão aumentando do lado tracionado e diminuindo do lado comprimido à medida que vão aumentando as ações de flexão transversal até chegar à ruptura. Nem sempre fica evidente o trecho em que apenas a excentricidade da biela equilibra toda a flexão transversal;
- A inclinação da resultante de compressão na face comprimida por flexão só começa a se alterar, crescendo de $\theta \cong 20^\circ$ para $\theta \cong 40^\circ$, quando a flexão transversal ultrapassa o valor máximo suportável apenas por excentricidade da biela;
- Notou-se que os deslocamentos verticais continuaram a aumentar com a aplicação do carregamento de flexão transversal, com carga vertical constante, indicando diminuição da inércia da viga;
- A capacidade resistente da alma de uma viga celular ao cisalhamento é diminuída, pela presença de flexão transversal.

6.7 Ensaio de ruptura dúctil – VIGA 2

6.7.1 Descrição do ensaio

A finalidade deste ensaio é a verificação da resistência das armaduras transversais, submetidas à composição de cisalhamento com flexão transversal.

Utilizou-se uma viga de seção I, com as seguintes características geométricas: comprimento 3,80m (vão 3,50m), $b_w=12$, $b_f=70$, $d=44$ e $h_f=10,5$ (cm).

As armaduras longitudinal e transversal dessa viga, ilustradas no ANEXO B, foram cuidadosamente escolhidas de forma a se atingir no ensaio os estados limites últimos convencionais. A viga foi montada com aço CA50-A, com armadura de flexão longitudinal $A_s=34,8\text{cm}^2$ ($10\phi 20+4\phi 10$), armadura transversal $A_{sw}=4,6\text{ cm}^2/\text{m}$ ($\phi 6,3\text{c}/13,5 - 2\text{R}$) e armadura das mesas $A_s=4,6\text{ cm}^2/\text{m}$ ($\phi 6,3\text{c}/6,7$).

Adotou-se ângulo de inclinação das bielas $\theta=30^\circ$ no dimensionamento da viga.

A resistência do concreto à compressão por ocasião do ensaio era $f_c=36,5\text{ MPa}$ e a tensão convencional de escoamento adotada para as barras $\phi 6,3\text{ mm}$ utilizadas para os estribos era $f_y=630\text{ MPa}$.

A Figura 6.7.1 ilustra a montagem da viga em um pórtico metálico, devidamente fixado em uma laje de reação.

Figura 6.7.1 Montagem do ensaio de ruptura dúctil

Inicialmente carregou-se a viga com a carga vertical (P) até o aparecimento de fissuras na alma e com isso garantir o funcionamento do esquema biela-tirante. Em seguida, a viga foi descarregada.

Com a viga fissurada, procedeu-se propriamente ao ensaio, conforme o seguinte plano de carregamento: aplicou-se novamente a carga vertical (P) até 392kN, a qual foi mantida constante. A partir daí começou-se a aplicação da carga de flexão transversal até os sensores indicarem deformações excessivas nos estribos e a alma do lado tracionado apresentar aberturas exageradas de fissuras, com os seguintes valores: ($F_1=204,76$ kN e $F_2=199,58$ kN). Em seguida, manteve-se a carga transversal constante e aumentou-se a carga vertical (P) até 413,7 kN, quando ocorreu ruptura por esmagamento do concreto. As posições das células de carga que mediam as cargas de flexão transversal estão mostradas na Figura 6.7.2.

Figura 6.7.2 Posição das células de carga

As Figuras 6.7.3 e 6.7.4 ilustram o campo de fissuração do lado tracionado da viga, no momento da ruptura.

Figura 6.7.3 Vista lateral esquerda ($F_1=204,76$ kN)

Figura 6.7.4 Vista lateral direita ($F_2=199,58$ kN)

6.7.2 Resultados

São mostrados a seguir os resultados deste ensaio. A Figura 6.7.5 ilustra o gráfico que relaciona carga vertical x deslocamento da viga.

Os gráficos mostrados a seguir indicam o ELU convencional, definido mais adiante no item 6.7.4.

Figura 6.7.5 Gráfico - carga vertical (P) x deslocamentos verticais

Neste gráfico, os deslocamentos verticais da viga evidenciam as três etapas do ensaio. Deve-se notar que os deslocamentos verticais continuaram a aumentar após a aplicação do carregamento de flexão transversal (trecho b), indicando diminuição da inércia da viga. Observou-se que o deslocamento máximo atingiu 19,81 mm.

As armaduras longitudinais de flexão desta viga foram dimensionadas com folga. Ao se atingir P_{max} , as deformações nas barras das armaduras longitudinais de tração (i_1) e de compressão (s_1) foram, respectivamente $\varepsilon_{st} = 1,2 \text{ ‰}$ e $\varepsilon_{sc} = -0,83 \text{ ‰}$, conforme mostra a Figura 6.7.6. As deformações máximas atingiram, respectivamente, $\varepsilon_{st} = 1,97 \text{ ‰}$ e $\varepsilon_{sc} = -1,97 \text{ ‰}$, valores inferiores a ε_y .

Figura 6.7.6 Deformações nas armaduras longitudinais de tração (i_1) e de compressão (s_1)

Ao lado de cada macaco de 300 kN foi instalado um LVDT entre os planos médios das mesas, para medir seus deslocamentos após a aplicação do carregamento de flexão transversal. No instante da ruptura, o LVDT 2 mediu 38,79 mm e o LVDT 3, 41,05 mm. As Figuras 6.7.7 e 6.7.8 ilustram os deslocamentos relativos entre as mesas durante o ensaio.

Figura 6.7.7 Deslocamentos relativos entre as mesas do lado do LVDT 2

Figura 6.7.8 Deslocamentos relativos entre as mesas do lado do LVDT 3

- **Comportamento da alma**

São mostradas a seguir as deformações obtidas pelos extensômetros instalados nos estribos.

Nas Figuras 6.7.9 e 6.7.10 apresentam-se os gráficos (carga transversal x deformação) dos extensômetros instalados nos estribos da alma nos lados comprimido e tracionado, respectivamente. Os extensômetros com a indicação “ae”

foram instalados do lado comprimido (lado esquerdo) da alma e os indicados por “ad” foram instalados no lado tracionado (lado direito).

Nestes gráficos (Figura 6.7.9), observa-se perfeitamente a etapa inicial na qual as deformações são provenientes da carga vertical (P). Em seguida, a carga vertical (P) é mantida constante e inicia-se a aplicação do carregamento de flexão transversal. Este carregamento é equilibrado, inicialmente, pela excentricidade da biela até esgotar a sua capacidade, sem aumentar significativamente os esforços de tração na do lado tracionado da viga.

Figura 6.7.9 Extensômetros do lado tracionado da alma

Após esgotar a capacidade da biela, há um aumento da tração ΔT na armadura do lado tracionado da viga, a qual é equilibrada com aumento de compressão ΔT_c no concreto e diminuição de tração ΔT_t na armadura do lado comprimido (Figura 6.7.10).

Figura 6.7.10 Extensômetros do lado comprimido da alma

Observando-se o comportamento dos extensômetros do lado comprimido “ae” (Figura 6.7.10) nota-se que, a partir de um certo nível do carregamento de flexão transversal, os esforços de tração — que estavam diminuindo —, começam a aumentar. Este fenômeno ocorreu após a peça ter atingido o estado limite último e foi considerado um comportamento pós-ELU, o qual não faz parte do escopo desta pesquisa.

Na Figura 6.7.11, apresenta-se, em forma de diagrama bi-linear, os princípios enunciados no Critério de Dimensionamento Proposto. Neste diagrama, mostra-se uma etapa inicial onde as deformações na armadura transversal são provenientes somente da força cortante. Com a aplicação da carga transversal, o equilíbrio interno é satisfeito, inicialmente, pela biela excêntrica, sem solicitar as armaduras, motivo pelo qual as deformações nas armaduras são constantes. Após atingir F_{max1} , o equilíbrio é satisfeito com aumento de esforços de tração ΔT na armadura do lado tracionado da viga, aumento de compressão no concreto ΔT_c e diminuição dos esforços de tração ΔT_t na armadura do lado comprimido, onde $\Delta T = \Delta T_c + \Delta T_t$.

Figura 6.7.11 Critério de Dimensionamento Proposto

A seguir, são mostrados, em detalhes, os gráficos que relacionam carga transversal (kN) x deformação (%) de alguns extensômetros instalados nos estribos.

Figura 6.7.12 Deformações nas barras do lado comprimido

Os gráficos acima mostram as três etapas do ensaio. Os extensômetros instalados no lado comprimido da alma (Figura 6.7.12), indicam deformações crescentes de tração (devido à força cortante) até um certo ponto (a), a partir do qual as deformações começam a decrescer, devido à aplicação do carregamento de flexão transversal (b) e novamente crescimento de tração (c), após aplicação final da carga vertical (P). O descarregamento foi indicado pela letra (d).

Os extensômetros instalados do lado tracionado (Figura 6.7.13) também evidenciam as três etapas do ensaio, a primeira (a), com acréscimos de tração devido à carga vertical (P), a segunda, com acréscimos menos acentuados de tração no início (b1) — isso mostra que parte da carga transversal está sendo equilibrada pela excentricidade da biela, sem exigir muito da armadura — e mais acentuados no final (b2) e a última (c), com acréscimo de tração devido à carga vertical (P). Nestas barras, só ocorrem acréscimos de deformações de tração. O descarregamento foi indicado pela letra (d).

Figura 6.7.13 Deformações do lado tracionado

- Deformações nas barras das mesas da viga**

São mostradas a seguir as deformações registradas nas barras das mesas superior e inferior da viga.

Ao se atingir $F_I = 204,76$ kN, a deformação máxima na mesa superior (ms2) foi $\varepsilon = 3,09$ ‰ e na mesa inferior (mi2) foi de $\varepsilon = 3,52$ ‰, (Figura 6.7.14). A deformação adotada de início de escoamento para as barras ϕ 6,3 mm era de $\varepsilon_y = 3,10$ ‰.

(a) mesa superior

(b) mesa inferior

Figura 6.7.14 Extensômetros das mesas do lado de F_1

As deformações máximas para as mesas superior ($ms5$) e inferior ($mi5$), foram, respectivamente, $\varepsilon = 3,50$ ‰ e $\varepsilon = 2,23$ ‰, como mostram as Figuras 6.7.15a e 6.7.15b.

(a) mesa superior

(b) mesa inferior

Figura 6.7.15 Extensômetros das mesas do lado de F_2

6.7.3 Ângulo de inclinação da resultante de compressão do concreto

Finalmente, mostra-se o comportamento da roseta tri-axial nº 2, pois os resultados da roseta nº 1 foram perdidos. A partir desses resultados é possível determinar o ângulo de inclinação das bielas.

Na Figura 6.7.16 mostra-se o desenvolvimento da inclinação das bielas durante o ensaio, tomado dos resultados da roseta nº 2.

Figura 6.7.16 Inclinação da resultante de compressão

O trecho (a) corresponde à aplicação da carga vertical (P), o trecho (b), à composição de cisalhamento com flexão transversal e o trecho (c), ao descarregamento.

Os dados iniciais foram perdidos, mas pode-se notar que a inclinação das bielas partiu de aproximadamente 45° e logo procurou ângulos próximos a 30° , confirmando o dimensionamento.

Em presença do carregamento de flexão transversal, o ângulo de inclinação da resultante de compressão na face da alma voltou a aumentar até atingir $\theta=43,96^\circ$ para $F_{ELU} = 155\text{kN}$.

O gráfico abaixo relaciona ângulo da resultante de compressão na face da alma do lado comprimido, com o carregamento de flexão transversal.

Figura 6.7.17 Ângulo da resultante de compressão na face da alma
(lado comprimido)

6.7.4 Análise dos resultados

Nestes ensaios, nem sempre as medidas de deformações tomadas por extensômetros indicam se as barras dos estribos entraram ou não no escoamento. Isso se deve ao fato de não se saber *a priori* se as fissuras no concreto abrirão próximo ou longe dos extensômetros. Pode acontecer que dois extensômetros instalados em uma mesma barra indiquem deformações diferentes, porque somente em um deles passa uma fissura e pelo outro não. Contudo, se pelo menos um dos extensômetros indicar que a barra entrou em escoamento, conclui-se que as barras que estiverem submetidas às mesmas solicitações também estão escoando. É bem o caso deste ensaio. As deformações nos extensômetros ad1, ad9 e ad11, representadas na Figura 6.7.13, mostram claramente que estas barras entraram em escoamento.

De fato, estas deformações indicam bem o estado de deformação excessiva dos estribos e explicam as aberturas de grandes fissuras na alma. A viga neste estado já tinha ultrapassado o estado limite último. Esta é a razão pela qual os resultados experimentais desta fase do ensaio ultrapassam os resultados teóricos. O Critério de Dimensionamento Proposto apresentado nesta pesquisa não contempla este caso extremo, mas somente as situações de estados limites últimos convencionais, onde as deformações e aberturas de fissuras são limitadas.

A seguir são mostrados os cálculos do momento fletor transversal, segundo o Critério de Dimensionamento Proposto.

• ESTADO LIMITE ÚLTIMO

Considerou-se estado limite último (convencional), a média do carregamento correspondente ao escoamento da armadura transversal do lado tracionado.

Foram desprezados os resultados dos extensômetros ad3, ad4 e ad10 pois, a partir de aproximadamente $\varepsilon = 3,0 \text{ ‰}$, pararam de funcionar (Figura 6.7.9).

Para a determinação do ELU, considerou-se $F_{ELU,ensaio}$, o carregamento médio que produz as deformações $\varepsilon = 10 \text{ ‰}$ nas barras onde estavam instalados os extensômetros ad9 e ad10 e $\varepsilon = 3,1 \text{ ‰}$ na barra onde estava instalado o extensômetro ad1. Além disso, próximo dessas deformações, pode-se notar nos diagramas desses extensômetros descontinuidades significativas, que sugerem mudanças internas do esquema resistente.

Tomando-se a carga média, chegou-se a $F_{ELU,ensaio} = 155 \text{ kN}$, como indicado na Tabela 6.71.

Tabela 6.7.1 Carregamento de flexão transversal correspondente ao ELU

Sensor	$\varepsilon(\text{‰})$	F (kN)
ad1	3,1	153,59
ad9	10,0	161,13
ad11	10,0	150,24
Média		155,00

Tendo-se como braço de alavanca $b = 0,25 \text{ m}$ e largura colaborante na flexão transversal³ $1,90 \text{ m}$, determina-se o momento fletor transversal do ensaio.

$$m_{ELU,ensaio} = \frac{155 \times 0,25}{1,90} = 20,4 \text{ kN.m/m}$$

³ Inicialmente admitiu-se que a propagação do carregamento transversal se faria com o ângulo de 45° (COLLINS et MITCHELL, 1987). Contudo, ao longo dos ensaios observou-se que o mecanismo resistente da viga utilizou toda a largura colaborante da mesa, que neste caso era $1,90 \text{ m}$ de cada lado.

A carga vertical (P) que corresponde ao carregamento médio de flexão transversal é $P=392$ kN. Portanto, $V=196$ kN.

O peso próprio da viga foi desprezado, por isso os sensores foram calibrados com a viga instalada no pórtico de reação, sob ação do peso próprio.

MODELO PROPOSTO

Com o resultado experimental da carga vertical (P), correspondente ao ELU, determina-se a seguir o momento fletor transversal, segundo o Critério de Dimensionamento Proposto.

Cálculo da parcela de força cortante resistida pelos mecanismos complementares ao modelo em treliça (V_c)

$$\tau_c = 0,15\sqrt{f_c} \quad \tau_{Rc} = 0,18 \text{ kN/cm}^2$$

A parcela (V_c) advém de
$$\tau_{Rc} = \frac{1,15 \cdot V_c}{b_w \cdot d}$$

Portanto,
$$V_c = \frac{\tau_{Rc} \cdot b_w \cdot d}{1,15}$$

Substituindo-se os valores, tem-se:

$$V_c = \frac{0,18 \times 12 \times 44}{1,15} = 82,64 \text{ kN}$$

Componente vertical de compressão da biela (C)

$$C = \frac{V_k}{z} \cdot \operatorname{tg} \theta \quad \text{para } \theta = 30^\circ \quad C = \frac{196}{0,374} \times 0,577 = 302,6 \text{ kN/m}$$

onde $z = 0,85 \times 0,44 = 0,374$ m.

$$\tau_{Rw} = 0,385 f_c \quad \tau_{Rw} = 1,41 \text{ kN/cm}^2$$

Largura mínima da biela
$$y_{\min} = \frac{V}{d \cdot \tau_{Rw}} \quad y_{\min} = \frac{196}{44 \times 1,41} = 3,16 \text{ cm}$$

Excentricidade máxima
$$e_{\max} = \frac{b_w - y_{\min}}{2} \quad e_{\max} = \frac{12 - 3,16}{2} = 4,42 \text{ cm}$$

$$\Delta T = \left(A_{se} \cdot f_y - \frac{V - V_c}{2 \cdot z} \cdot \operatorname{tg} \theta \right) \quad \Delta T = \left(2,3 \times 63 - \frac{196 - 82,64}{2 \times 0,374} \times 0,577 \right) = 57,4 \text{ kN/m}$$

Pelo Modelo Proposto, $\Delta T = \Delta T_c + \Delta T_t$, cujas parcelas, por hipótese, são consideradas $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T/2$. Portanto,

$$\Delta T_c = \Delta T_t = \frac{57,4}{2} = 28,7 \text{ kN/m.}$$

Cálculo do momento fletor transversal

$$m = C \cdot e_{\max} + \Delta T_c \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w \quad \text{onde } \bar{b}_w = 0,09 \text{ m}$$

$$m_{ELU,calc} = (302,6 \times 0,0442) + 28,7 \times \left(0,0442 + \frac{0,09}{2} \right) + 28,7 \times 0,09 = 18,5 \text{ kN.m/m}$$

O momento fletor transversal calculado pelo Critério de Dimensionamento Proposto, $m_{ELU,calc} = 18,5 \text{ kN}$ é, portanto, 9,3% menor que o experimental. Note-se que este valor foi calculado com $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T/2$. Esta diferença é considerada pequena para explicar um comportamento complexo em um critério de projeto. Além disso, o resultado está a favor da segurança.

Neste caso, para o ELU convencional, os resultados experimentais comprovaram os procedimentos de cálculo do Critério de Dimensionamento Proposto.

Momento equilibrado pela excentricidade da biela

- **Valor experimental de m_{maxI}**

Denomina-se m_{maxI} o momento fletor transversal máximo, por unidade de comprimento, suportado pela excentricidade da biela.

Para a determinação experimental de m_{maxI} , traçou-se nos gráficos dos extensômetros do lado tracionado, uma reta paralela às ordenadas no ponto onde, em cada curva, se inicia o carregamento de flexão transversal. Em seguida, traçou-se outra reta com inclinação média da curva de tração de cada armadura até o início do escoamento das barras analisadas, ou seja, para $\varepsilon_y = 3,1 \text{ ‰}$.

As Figuras abaixo ilustram os princípios adotados para a determinação experimental da carga transversal correspondente a m_{maxI} .

Figura 6.7.18 Valores experimentais de F_{maxI}

O valor experimental médio obtido foi de $F_{maxI,ensaio}=91$ kN, o que corresponde ao seguinte momento:

$$m_{maxI,ensaio} = \frac{91 \times 0,25}{1,90} = 11,97 \text{ kN.m/m}$$

- **Valor de m_{max1} pelo Critério de Dimensionamento Proposto**

Tendo-se os valores da componente vertical de compressão da biela $C=302,4$ kN/m e a excentricidade máxima $e_{max}=0,0442$ m, calcula-se o momento equilibrado somente pela excentricidade da biela, definido como $m_{max1} = C \cdot e_{max}$

$$m_{max1} = 302,4 \times 0,0442 = 13,37 \text{ kN.m}$$

Assim, o valor calculado (13,37 kN.m) corresponde a 111,7% do experimental (+11,7%).

- **Relação entre ΔT_c e ΔT_t**

Para a determinação da relação experimental entre ΔT_c e ΔT_t , analisou-se o comportamento simultâneo dos extensômetros instalados, simetricamente, em uma mesma seção transversal da viga.

A Figura abaixo ilustra, genericamente, o comportamento dos extensômetros “ad” e “ae”. Do ponto onde se inicia o carregamento de flexão transversal, traçou-se uma reta paralela ao eixo das ordenadas. Em seguida, traçou-se outra reta paralela às abscissas para $F_{ELU,ensaio} = 155$ kN. Da interseção desta reta com as curvas dos extensômetros ficaram definidas, graficamente, as deformações que resultam nos valores experimentais de ΔT_t e ΔT . O valor de ΔT_c é determinado a partir da relação $\Delta T = \Delta T_c + \Delta T_t$.

Figura 6.7.19 Determinação de ΔT_t e ΔT

Na Tabela abaixo estão indicados os valores da relação ΔT_c e ΔT_t

Tabela 6.7.2 Valores de ΔT_c e ΔT_t correspondentes ao ELU - $F_{ELU,ensaio}=155$ kN

sensores	ΔT_c	ΔT_t	OBS
ad1 / ae1	0,85	0,15	
ad3 / ae3	0,84	0,16	
ad4 / ae4	0,63	0,37	
ad9 / ae9	0,75	0,25	
ad10 / ae10	2,60	1,00	desconsiderado
ad11 / ae11	0,90	0,10	
Média	0,80	0,20	

NOTA: O resultados dos extensômetros ad10 e ae10 foram desconsiderados por apresentarem comportamento atípico em relação aos outros extensômetros.

• **Cálculo do m_{ELU} com os valores experimentais de ΔT_c e ΔT_t**

A partir dos valores experimentais de $\Delta T_c=0,80\Delta T$ e $\Delta T_t=0,20\Delta T$, calcula-se novamente o momento fletor transversal.

$$A_{\phi 6,3,exp} = 0,313cm^2 \quad E=6,3c/13,5-2R \quad A_{sf} = 2,3cm^2 / m \quad \theta = 30^\circ$$

$$\Delta T = \left(A_{se} \cdot f_y - \frac{V - V_c}{2 \cdot z} \cdot tg\theta \right) \quad \Delta T = \left(2,3 \times 63 - \frac{196 - 82,64}{2 \times 0,374} \times 0,577 \right) = 57,4 \text{ kN/m}$$

$$\Delta T_c = 0,80\Delta T$$

$$\Delta T_t = 0,20\Delta T$$

$$\Delta T_c = 0,17 \times 57,4 = 45,9 \text{ kN/m}$$

$$\Delta T_t = 0,20 \times 57,4 = 11,5 \text{ kN/m}$$

momento fletor transversal

$$m = C \cdot e_{max} + \Delta T_c \cdot \left(e_{max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w \quad \text{onde } \bar{b}_w = 0,09 \text{ m}$$

$$m_{ELU,calc} = (302,4 \times 0,0442) + 57,4 \times \left(0,0442 + \frac{0,09}{2} \right) + 11,5 \times 0,09 = 19,5 \text{ kN.m/m}$$

Neste caso, o momento fletor transversal calculado pelo Critério de Dimensionamento Proposto, $m_{ELU,calc}=19,5$ kN.m/m é 4,4% menor que o experimental ($m_{ELU,ensaio}=20,4$ kN.m/m). Esta diferença é considerada pequena para explicar um comportamento complexo em um critério de projeto. Além disso, o

resultado está a favor da segurança. Os resultados experimentais comprovam os princípios enunciados no Critério de Dimensionamento Proposto.

Sugeriu-se inicialmente $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T/2$, mas concluiu-se, para as condições deste ensaio, que $\Delta T_c = 0,80\Delta T$ e $\Delta T_t = 0,20\Delta T$.

Considerações

- **Nota a respeito de $F_{m\max I}$**

Se for considerado que, no início da aplicação do carregamento de flexão transversal até atingir $F_{m\max I}$, a alma ainda não está muito fissurada, portanto, mais rígida, pode-se supor que o ângulo de propagação do carregamento de flexão transversal tenha-se iniciado a 45° . Somente após diminuição da rigidez da alma pelo o aumento de fissuras, devido ao acréscimo do carregamento de flexão transversal, admite-se que este carregamento tenha se estendido por toda a alma.

Considerando o comprimento de 1,70 m, correspondente ao ângulo de propagação de $54,5^\circ$, obtém-se $F_{m\max I} = 91$ kN, conforme resultado obtido experimentalmente.

Para o caso do ELU considerou-se que o carregamento de flexão transversal estendeu-se por toda a alma.

- **Nota a respeito de τ_{Rc}**

Nas hipóteses iniciais adotou-se $\tau_{Rc} = 2\tau_c$, com τ_c determinado segundo o Anexo da NBR 7197.

Calculando-se τ_c segundo a NBR 6118/2002 ($\tau_c = 0,6 f_{ct}$), com f_{ct} obtido dos ensaios, tem-se $\tau_{c,2002} = 2,65$ MPa. Esse valor é 2,92 vezes maior do que $\tau_{c,1978}$.

Utilizando-se $\tau_{c,2002}$, o carregamento de flexão transversal teórico corresponderia ao experimental ($F_{ELU,teórico} = F_{ELU,ensaio}$) se $\tau_{Rc} = 2,65\tau_c$.

• COMPORTAMENTO PÓS-ELU

Após se atingir o ELU, continuou-se ainda aplicando o carregamento de flexão transversal até $F_1 = 204,76$ kN e $F_2 = 199,58$ kN, obtendo-se $\bar{F} = 202$ kN, correspondendo ao momento fletor transversal $m = 26,6$ kN.m/m.

A aplicação desses carregamentos só foi interrompida devido às claras indicações de a viga ter ultrapassado o ELU convencional por fissuração exagerada da alma e por deformação excessiva da armadura transversal. Apesar disso, a viga ainda tinha condições de resistir mais flexão transversal, mesmo indicando ter entrado em um estado pós-ELU.

Como já foi mencionado, este critério se aplica aos estados limites últimos convencionais e não a casos extremos. Note-se que é possível explicar como a peça resiste a esses carregamentos extremos, mas verifica-se que isso só ocorre com enormes adaptações plásticas, que modificam muito os mecanismos internos e não devem, em princípio, serem adotadas em projeto.

RESUMO DOS RESULTADOS

Ensaio

- Estado limite último $\rightarrow m_{ELU,ensaio} = 20,4$ kN.m/m
- Limite resistido pela excentricidade da biela $\rightarrow m_{maxI,ensaio} = 11,97$ kN.m/m

Modelo Teórico

- Estado limite último $\rightarrow m_{ELU,calc} = 18,5$ kN.m/m (9,3% menor que $m_{ELU,ensaio}$), considerando $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T/2$;
- Estado limite último $\rightarrow m_{ELU,calc} = 19,5$ kN.m/m (4,4% menor que $m_{ELU,ensaio}$), considerando $\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_t = 0,2\Delta T$;
- Limite resistido pela excentricidade da biela $\rightarrow m_{maxI,calc} = 13,37$ kN.m/n (11,7% maior que $m_{maxI,ensaio}$)

CONCLUSÕES

- O Critério de Dimensionamento Proposto consegue explicar satisfatoriamente o comportamento complexo de uma alma submetida à combinação de cisalhamento com flexão transversal;

- Não é necessária a soma das armaduras decorrentes das ações transversais de força cortante e de flexão transversal para o cálculo das armaduras de cisalhamento das almas das vigas de seção celular. É mais econômico dimensioná-las para a solicitação composta;
- O equilíbrio interno de uma alma de viga celular submetida à composição de cisalhamento com flexão transversal é garantido, inicialmente, por excentricidade da biela de concreto, a qual tem sua largura limitada pela máxima tensão resistente de cisalhamento;
- Os esforços de tração nos estribos vão aumentando do lado tracionado e diminuindo do lado comprimido na medida em que se aumentam as ações de flexão transversal, até chegar à ruptura;
- Em muitos diagramas de deformações dos estribos, especialmente os do lado tracionado da alma, fica evidente o trecho em que apenas a excentricidade da biela equilibra a flexão transversal;
- O acréscimo de momento devido à atuação do carregamento de flexão transversal (F), superior àquele correspondente à excentricidade máxima da biela é suportado, do lado comprimido, pelo concreto (ΔT_c) e pela armadura transversal (ΔT_t), conforme ilustra o gráfico do Critério de Dimensionamento Proposto (Figura 6.7.20), com ($\Delta T = \Delta T_c + \Delta T_t$), onde ΔT é o acréscimo total de tração na armadura do lado tracionado. Sugeriu-se inicialmente $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T/2$, mas, para VIGA 2, concluiu-se dos ensaios que $\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_t = 0,2\Delta T$;

Figura 6.7.20 Critério de dimensionamento proposto – diagrama

- Quando uma alma está normalmente armada ao cisalhamento, conforme as normas usuais de dimensionamento, como no caso da VIGA 2, notou-se que a parcela a parcela do concreto (ΔT_c) que contribui para resistir à flexão transversal é maior; sugeriu-se inicialmente $\Delta T_c = \Delta T_i = \Delta T/2$ mas, para a VIGA 2, concluiu-se dos ensaios que $\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_i = 0,2\Delta T$;
- Os momentos calculados pelo Modelo Adotado, utilizando-se as relações $\Delta T_c = \Delta T_i = \Delta T/2$, levaram a uma diferença 9,3% menor do que o momento experimental, enquanto que, com as relações $\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_i = 0,2\Delta T$, a diferença é 4,4% menor. Estes resultados são considerados muito bons por se tratar de um critério de projeto, onde ficar um pouco do lado seguro é uma necessidade;
- Notou-se que os deslocamentos verticais continuaram a aumentar com a aplicação do carregamento de flexão transversal, com carga vertical constante, indicando diminuição da inércia da viga;
- O ângulo de abertura do carregamento de flexão transversal inicia-se próximo a 45° e vai aumentando à medida que a alma vai perdendo rigidez pela abertura de fissuras de flexão transversal;
- O valor de F_{maxI} calculado pelo Critério de Dimensionamento Proposto coincide com os resultados experimentais se for considerado ângulo de abertura de distribuição do carregamento de flexão transversal de $54,5^\circ$;
- Os critérios de cálculo prescritos pela NBR 6118/2002 em relação ao ângulo de inclinação das bielas puderam ser comprovados experimentalmente;
- Em presença do carregamento de flexão transversal, o ângulo de inclinação da resultante de compressão na face da alma aumentou, partiu de $\theta \cong 30^\circ$, com flexão transversal nula, e chegou próximo a $\theta \cong 45^\circ$ no ELU.

6.8 Ensaio de ruptura por fadiga - VIGA 3

6.8.1 Descrição do ensaio

A finalidade deste ensaio é a verificação da resistência à fadiga da armadura transversal das vigas celulares, dimensionadas segundo os critérios de projeto usuais.

A viga utilizada neste ensaio de fadiga foi montada com características muito próximas da VIGA 2, ou seja, armadura longitudinal $A_s=34,8\text{cm}^2$ ($10\phi 20+4\phi 10$), armadura transversal $A_{sw}=4,2\text{ cm}^2/\text{m}$ - $\phi 6,3\text{c}/15 - 2\text{R}$ (área de armadura transversal da VIGA 2 $A_{sw}=4,6\text{ cm}^2/\text{m}$ - $\phi 6,3\text{c}/13,5 - 2\text{R}$) e armaduras das mesas $A_s=4,2\text{ cm}^2/\text{m}$ ($\phi 6,3\text{c}/7,5$). A planta de armaduras desta viga encontra-se ilustrada no ANEXO B.

Adotou-se ângulo de inclinação das bielas $\theta = 30^\circ$ no dimensionamento da viga.

A resistência do concreto à compressão por ocasião do ensaio era $f_c=51,7\text{ MPa}$.

Foram utilizadas barras de aço ($\phi 6,3\text{ mm}$) do mesmo lote dos estribos da VIGA 2, cuja tensão convencional de escoamento adotada era $f_y=630\text{ MPa}$.

Para a aplicação do carregamento cíclico, substituiu-se um dos macacos instalados na mesa por um atuador servo-controlado. Os detalhes da montagem deste ensaio estão mostrados nas Figuras 6.8.1 a 6.8.3.

Figura 6.8.1 Ensaio de ruptura por fadiga da armadura transversal

Figura 6.8.2 Aplicação da carga cíclica de flexão transversal por meio de um atuador servo-controlado com capacidade de 500 kN

Figura 6.8.3 Aplicação da carga estática de flexão transversal por meio de um macaco com capacidade de 300 kN

O plano de ensaio da VIGA 3 constou de três etapas, relatadas a seguir.

1ª. Etapa

Na primeira etapa, aplicou-se somente a carga vertical (P) com a finalidade de fissurar a viga e assim mobilizar o esquema estrutural biela-tirante. A Figura 6.8.4 ilustra as fissuras abertas na alma. Esse procedimento representa a situação possível em que os pesos próprios da ponte e dos veículos que passam sobre a laje, provocam solicitações de força cortante, capazes de abrir fissuras na alma da viga.

Figura 6.8.4 Fissuras abertas após a 1ª. etapa do carregamento

Durante esta primeira etapa aplicou-se a carga vertical até ($P=309$ kN), a qual provocou um deslocamento vertical na viga de 4,65 mm, conforme ilustra a Figura 6.8.5.

Figura 6.8.5 Gráfico carga vertical x deslocamentos verticais – 1ª etapa

As deformações nas armaduras longitudinais de compressão (s_1) e de tração (i_1) foram $\varepsilon_{sc} = -0,45\text{‰}$ e $\varepsilon_{st} = 0,87\text{‰}$, respectivamente. As deformações médias dos estribos foram da ordem de $\varepsilon \approx 1,15\text{‰}$. Esses valores de deformação indicam que as armaduras estavam abaixo do limite de escoamento.

2ª. Etapa

Na segunda etapa, carregou-se a viga com a carga vertical (P) até a um certo nível, a partir do qual foi mantido constante. Em seguida, aplicou-se o carregamento cíclico de flexão transversal. Esse procedimento é equivalente à passagem de veículos sobre a ponte, os quais representam alterações pouco significativas de força cortante, provocando, contudo, um carregamento cíclico de flexão transversal na alma. Daí decorre uma razoável solicitação de fadiga nos estribos, a qual deve ser avaliada.

Neste ensaio aplicou-se um carregamento cíclico de serviço, cujo par de esforços de valores característicos (V_k, m_k), foi determinado considerando a geometria da viga, o tipo de concreto e as armaduras adotadas. É claro que há diversas combinações possíveis para esses valores. Contudo, optou-se por aquela que tivesse uma relação de proporcionalidade próxima a par de esforços (V_u, m_u) previsto para o ensaio de ruptura dúctil (VIGA 2), o qual definiu o ELU da peça.

Além disso, o valor da força cortante também deveria ser condizente com as características da viga, ou seja, armadura transversal composta de estribos com dois ramos ($\phi 6,3c/15$), cuja área é $A_{sw}=4,2 \text{ cm}^2/\text{m}$. Portanto, conforme as regras de dimensionamento para a força cortante, com ângulo de inclinação das bielas $\theta = 30^\circ$, chega-se à força cortante $V_k \approx 121 \text{ kN}$.

Nesse caso, a força cortante de valor freqüente a ser aplicada nos ensaios ficou definida como: $V_{ensaio} = 0,8 \times 121,8 \cong 97 \text{ kN}$.

Cálculo de V_c

$$\tau_c = 0,15\sqrt{f_c} \quad \tau_c = 0,108 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_c = \frac{1,15 \cdot V_{cd}}{b_w \cdot d} \quad V_{cd} = \frac{\tau_c \cdot b_w \cdot d}{1,15} \quad V_{ck} = \frac{0,108 \times 12 \times 44}{1,4 \times 1,15} = 35,37 \text{ kN}$$

Flexão transversal

Para a determinação da tensão resistente máxima de cisalhamento de cálculo, utilizou-se o modelo de cálculo II da NBR 6118/2002.

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \quad \text{onde } \theta = 30^\circ$$

$$\tau_{Rwd} = \frac{V_{Rd2}}{b_w \cdot d} = 0,54 \cdot \left(1 - \frac{51,7}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ$$

$$\tau_{Rwd} = 0,185 f_{cd} = 0,685 \text{ kN/cm}^2$$

Componente vertical da compressão da biela (C)

$$C = \frac{V_k}{z} \cdot \tan \theta \quad \text{para } \theta = 30^\circ \quad C = \frac{97}{0,374} \times 0,577 = 149,74 \text{ kN/m}$$

$$\text{onde } z = 0,85d \quad z = 0,85 \times 44 = 37,4 \text{ cm}$$

$$\text{Largura mínima da biela} \quad y_{\min} = \frac{V_d}{d \cdot \tau_{Rwd}} \quad y_{\min} = \frac{1,4 \times 97}{44 \times 0,685} = 4,50 \text{ cm}$$

$$\text{Excentricidade máxima} \quad e_{\max} = \frac{b_w - y_{\min}}{2} \quad e_{\max} = \frac{12 - 4,50}{2} = 3,75 \text{ cm}$$

$$\Delta T = \left(\frac{A_{se} \cdot f_{ywk}}{\gamma_f} - \frac{V - V_c}{2z} \cdot \tan \theta \right) \quad \text{para } \theta = 30^\circ$$

$$\Delta T = \left(\frac{2,1 \times 50}{1,4 \times 1,15} - \frac{97 - 35,37}{2 \times 0,374} \times 0,577 \right) = 17,65 \text{ kN/m}$$

$$\Delta T_c = \Delta T_t = \frac{\Delta T}{2} \quad \Delta T_c = \Delta T_t = \frac{17,65}{2} = 8,83 \text{ kN/m}$$

Momento fletor transversal de cálculo

$$m_d = C \cdot e_{\max} + \Delta T_c \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w \quad \text{onde } \bar{b}_w = 0,09 \text{ m}$$

$$m_d = (149,74 \times 0,0375) + 8,83 \times \left(0,0375 + \frac{0,09}{2} \right) + 8,83 \times 0,09 = 7,14 \text{ kN.m/m}$$

Flutuação do carregamento de flexão transversal

O momento mínimo foi adotado como sendo 10% do momento total, por considerar a carga permanente de um balanço e o momento máximo como sendo $m_{ser} = m_g + 0,8 \cdot m_q$, onde $m_g \cong 0,1 \cdot m_k$ e $m_q \cong 0,9 \cdot m_k$. Portanto,

$$m_{\min} = 0,1 \times 7,14 = 0,71 \text{ kN.m/m}$$

$$m_{\max} = (0,1 + 0,8 \times 0,9) \times 7,07 = 5,8 \text{ kN.m/m}$$

Carregamento de flexão transversal

Enquanto a alma estava ainda pouco fissurada, admitiu-se abertura de propagação do carregamento transversal a 45°, a qual, inicialmente se imaginava que deveria abranger uma região com 1,50 m de extensão da alma⁴.

O braço de alavanca na flexão transversal é $b=0,25$ m. Dessa forma, ficam definidos os carregamentos máximo e mínimo de flexão transversal, os quais foram aplicados em um dos lados da viga.

$$F_{\min} = \frac{0,71 \times 1,50}{0,25} = 4,3 \text{ kN} \qquad F_{\max} = \frac{5,8 \times 1,50}{0,25} = 34,8 \text{ kN}$$

Finalmente, adotou-se a seguinte flutuação da carga transversal: $F_2 = (5 \text{ a } 35) \text{ kN}$, aplicada com frequência de 3Hz.

No outro lado da viga estava instalado um sistema estático de aplicação do carregamento de flexão transversal, composto por um macaco com capacidade de até 300 kN. O carregamento adotado neste lado da viga foi a média da flutuação da carga aplicada pelo atuador servo-controlado, ou seja:

$$F_{\text{macaco } 300\text{kN}} = \frac{F_{\max} + F_{\min}}{2} \qquad F_{\text{macaco } 300\text{kN}} = \frac{35 + 5}{2} = 20 \text{ kN}$$

Este procedimento foi adotado para simular a ação do carregamento transversal oriundo da carga permanente de uma ponte de viga celular.

⁴ Após análise dos resultados dos ensaios das VIGAS 1 e 2, observou-se que os mecanismos resistentes das vigas mobilizaram toda a extensão das mesas como largura colaborante na flexão transversal.

Resumindo, o carregamento cíclico de flexão transversal desta segunda etapa variou de $F_2=(5 \text{ a } 35) \text{ kN}$, aplicado com frequência de 3Hz e a carga vertical $P=194 \text{ kN}$.

Durante o ensaio observou-se que as flutuações de tensões na armadura transversal eram muito pequenas, portanto, insuficientes para provocar ruptura por fadiga. Foi necessária então uma terceira etapa no ensaio, na qual se aumentou o nível da flutuação do carregamento de flexão transversal, como descrito a seguir. Nesta 2ª etapa foram aplicados à viga 18.671 ciclos.

3ª. Etapa (a)

Na 3ª etapa (a) deste ensaio, necessitou-se aumentar a flutuação de tensões de tração na armadura transversal a níveis tais que fosse possível ocorrer ruptura dos estribos por fadiga. Assim, optou-se por diminuir a força cortante e aumentar a flutuação de momento fletor transversal, conforme cálculo descrito a seguir.

Cálculo do carregamento

Adotou-se, então, como força cortante $V_k=33 \text{ kN}$, ou seja, carga vertical $P= 66 \text{ kN}$, a fim de que a peça pudesse suportar maior nível de momento fletor transversal. Com esse novo valor de força cortante procedeu-se aos cálculos para a determinação do momento fletor transversal.

Componente vertical da compressão da biela (C) $C = 50,94 \text{ kN/m}$

Largura mínima da biela $y_{\min} = 1,53 \text{ cm}$

Excentricidade máxima $e_{\max} = 5,23 \text{ cm}$

$$(V - V_c) = (33 - 35,37) = -2,37 \text{ kN}$$

Neste caso, como a força cortante aplicada V é menor do que V_c , a parcela de força cortante resistida pelos mecanismos complementares ao modelo de treliça (V_c) suporta todos os esforços, sem solicitar a armadura transversal. Portanto, o segundo termo dentro do parêntesis da expressão abaixo é nulo. Logo,

$$\Delta T = \left(\frac{A_{se} \cdot f_{yw} k}{\gamma_f} - \frac{V - V_c}{2z} \cdot \text{tg} \theta \right) \quad \Delta T = \left(\frac{2,1 \times 50}{1,4 \times 1,15} - 0 \right) = 65,2 \text{ kN/m}$$

$$\Delta T_c = \Delta T_t = \frac{\Delta T}{2} \qquad \Delta T_c = \Delta T_t = \frac{65,2}{2} = 32,6 \text{ kN/m}$$

Momento fletor transversal de cálculo

$$m_d = C \cdot e_{\max} + \Delta T_c \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w \quad \text{onde } \bar{b}_w = 0,09 \text{ m}$$

$$m_d = (50,94 \times 0,0523) + 32,6 \times \left(0,0523 + \frac{0,09}{2} \right) + 32,6 \times 0,09 = 8,77 \text{ kN.m/m}$$

Flutuação do carregamento de flexão transversal

$$m_{\min} = 0,1 \times 8,77 = 0,88 \text{ kN.m/m} \quad m_{\max} = (0,1 + 0,8 \times 0,9) \times 8,77 = 7,19 \text{ kN.m/m}$$

Carregamento de flexão transversal

$$F_{\min} = \frac{0,88 \times 1,50}{0,25} = 5,3 \text{ kN} \quad F_{\max} = \frac{7,19 \times 1,50}{0,25} = 43,1 \text{ kN}$$

Do outro lado da viga adotou-se uma carga estática com valor aproximado da média da flutuação do carregamento de flexão transversal.

O carregamento que efetivamente foi aplicado à viga nesta etapa foi: carga vertical $P=66 \text{ kN}$, carregamento cíclico de flexão transversal, $F_2=(3 \text{ a } 44,2) \text{ kN}$, com frequência de 3 Hz e carga estática no outro lado $F_1=31 \text{ kN}$. Com este carregamento, a viga foi submetida a 1.021.395 ciclos.

Durante esta etapa do ensaio verificou-se que o nível de flutuação de deformações nos estribos foi aumentando, mas mesmo assim não foi capaz de produzir ruptura por fadiga da armadura transversal. Assim, foi necessário aumentar novamente o nível de flutuações do carregamento cíclico de flexão transversal, mantendo-se a mesma força cortante.

Na Figura abaixo são mostradas as flutuações dos deslocamentos relativos entre as mesas (Figura 6.8.6a) e flutuações das deformações nos estribos (Figura 6.8.6b).

Figura 6.8.6 Flutuações de deslocamentos relativos entre as mesas e de deformações
3ª etapa (a)

3ª. Etapa (b)

Nesta 3ª etapa (b) foi aplicada à viga, o seguinte carregamento: $P=66,7$ kN e flutuação do carregamento de flexão transversal $F_2=(9$ a $94,4)$ kN, com frequência de $f=3$ Hz, para aumentar significativamente as flutuações de tensões nos estribos. Do outro lado da mesa aplicou-se uma carga estática de $F_1=41$ kN.

No início desta etapa as flutuações de deformações nos estribos estavam em torno de $\varepsilon \approx 1,01\%$ e após 1,4 milhão de ciclos, chegaram a $\varepsilon \approx 1,22\%$, como mostrado nas Figuras abaixo.

Figura 6.8.7 Flutuações de deslocamentos relativos entre as mesas e flutuação de deformações - 3ª etapa (b)

Nesta ocasião, foi chamada a empresa fabricante do atuador servo-controlado para implementação de um sistema de segurança de parada automática. Durante os testes, o atuador descontrolou-se, chegando a aplicar nas mesas uma carga rápida de aproximadamente 300 kN, ocasionando ruptura localizada nas mesas. Esta ruptura resultou na quebra da continuidade das mesas.

Apesar dos danos causados pelo acidente, verificou-se que do outro lado as mesas permaneceram íntegras. Portanto, decidiu-se dar seqüência aos ensaios trocando-se o atuador servo-controlado para o lado íntegro da viga. As Figuras abaixo ilustram o estado da viga após o acidente.

Figura 6.8.8 Acidente - ruptura das mesas

Figura 6.8.9 O outro lado permaneceu íntegro

3ª. Etapa (c)

Nesta última etapa, o carregamento efetivamente aplicado foi $P = 76,9$ kN e $F_2 = (7,5 \text{ a } 100)$ kN, inicialmente aplicado a uma frequência de 3 Hz, mas devido à fragilização das mesas em função do acidente, diminuiu-se para $f = 2$ Hz. Evidentemente, o nível de deformações nos estribos foi bem maior do que nas outras etapas.

Após aproximadamente 400.000 ciclos, notou-se um aumento de 78% nos deslocamentos relativos entre as mesas (medidos pelo LVDT 3) e aumento significativo das fissuras no lado tracionado da alma. Quando as fissuras atingiram aberturas de aproximadamente 4 mm, como ilustrado na Figura abaixo, o ensaio foi interrompido, tendo-se chegado a 455.907 ciclos.

Figura 6.8.10 Fissuras da ordem de 4mm, abertas na alma no final do ensaio

Na Figura abaixo são mostrados os resultados de flutuações nos sensores utilizados nesta etapa.

Figura 6.8.11 (a) Flutuação dos deslocamentos relativos entre as mesas - 3ª etapa (c)

Figura 6.8.11(b) Flutuação das deformações - 3ª etapa (c)

Em seguida, procedeu-se à abertura do concreto na região dos estribos para verificar quais deles haviam rompido por fadiga. Observou-se ruptura em 12 estribos, indicados na Figura abaixo.

Figura 6.8.12 Abertura da alma na região dos estribos

Figura 6.8.13 Posição dos estribos rompidos

Todos os estribos romperam na parte inferior da alma, sempre no lugar onde passava uma fissura. Interessante notar que não romperam na dobra, local onde há grandes concentrações de tensões. Na Figura 6.8.14 abaixo estão ilustradas, em detalhes, rupturas de alguns estribos.

Figura 6.8.14 Ruptura dos estribos por fadiga – detalhes

Faz-se notar que em nenhuma dessas barras observou-se estricção, ou seja, não houve diminuição de sua seção transversal, como mostrado na Figura 6.8.15. Com efeito, como se verá mais adiante, as flutuações de tensões atuantes nestas barras estavam abaixo do limite elástico, comprovando, portanto, que a ruptura foi por fadiga.

Figura 6.8.15 Amostra da superfície lateral de ruptura – Viga 3

Além disso, foram analisadas as superfícies de fratura dessas barras em um microscópio de varredura eletrônico, cujos resultados, apresentados no ANEXO A, comprovam a ruptura por fadiga.

6.8.2 Análise da ruptura por fadiga – MODELO PROPOSTO

Analisa-se a seguir as condições de fadiga segundo o Modelo Proposto. Para esta viga tem-se:

$$z = 0,85 \cdot d \qquad z = 0,85 \times 44 = 37,4 \text{ cm}$$

$$f_c = 51,7 \text{ MPa} \qquad \text{ângulo de inclinação das bielas } \theta = 30^\circ$$

$$\tau_{Rw} = 0,385 f_c \qquad \tau_{Rw} = 1,99 \text{ kN/cm}^2$$

2ª etapa

Na 2ª etapa do ensaio foram utilizados os seguintes carregamentos:

$$P = 194 \text{ kN} \quad V = 97 \text{ kN} \quad F_2 = (5 \text{ a } 35) \text{ kN}$$

$$\text{Componente vertical da compressão da biela} \qquad C = 149,7 \text{ kN/m}$$

$$\text{Largura mínima da biela} \qquad y_{\min} = 1,10 \text{ cm}$$

$$\text{Excentricidade máxima} \qquad e_{\max} = 5,45 \text{ cm}$$

Momento equilibrado pela excentricidade da biela ($m_{\max 1}$)

$$m_{\max 1} = C \cdot e_{\max} \qquad m_{\max 1} = 149,7 \times 0,0545 = 8,1 \text{ kN.m/m}$$

$$\text{Carregamento de fadiga} \qquad F_2 = (5 \text{ a } 35) \text{ kN}$$

Enquanto a alma estava ainda pouco fissurada, considerou-se que a largura colaborante na flexão transversal era de 1,50 m.

$$m_{\min} = \frac{5 \times 0,25}{1,50} = 0,83 \text{ kN.m/m} \qquad m_{\max 2} = \frac{35 \times 0,25}{1,50} = 5,83 \text{ kN.m/m}$$

O momento máximo $m_{\max 2} < m_{\max 1}$. Portanto, não há fadiga

3ª etapa (a)

Na 3ª etapa (a) do ensaio foram utilizados os seguintes carregamentos:

$$P = 66 \text{ kN} \quad V = 33 \text{ kN} \quad F_2 = (3 \text{ a } 44,2) \text{ kN}$$

Componente vertical de compressão na biela $C = 50,94 \text{ kN/m}$

Largura mínima da biela $y_{\min} = 0,377 \text{ cm}$

Excentricidade máxima $e_{\max} = 5,81 \text{ cm}$

Momento equilibrado pela excentricidade da biela ($m_{\max 1}$)

$$m_{\max 1} = C \cdot e_{\max} \quad m_{\max 1} = 50,94 \times 0,0581 = 2,96 \text{ kN.m/m}$$

Carregamento de fadiga $F_2 = (3 \text{ a } 44,2) \text{ kN}$

Como a alma já estava com sua inércia diminuída em razão das aberturas de várias fissuras, considerou-se que a largura colaborante na flexão transversal utilizou toda o comprimento da alma.

$$m_{\min} = \frac{3 \times 0,25}{1,90} = 0,40 \text{ kN.m/m} \quad m_{\max 2} = \frac{44,2 \times 0,25}{1,90} = 5,82 \text{ kN.m/m}$$

$$m_{\max 2} > m_{\max 1}$$

Determinação de $\Delta T = \Delta T_c + \Delta T_t$, considerando $\Delta T_c = \Delta T_t = \frac{\Delta T}{2}$

$$m_{\max 2} = m_{\max 1} + \Delta T_c \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w$$

$$5,82 = 2,96 + \frac{\Delta T}{2} \times \left(0,0581 + \frac{0,09}{2} \right) + \frac{\Delta T}{2} \times 0,09 \rightarrow \Delta T = 29,62 \text{ kN/m}$$

$$\Delta \sigma_s = \frac{\Delta T}{A_{sf}} \quad \Delta \sigma_s = \frac{29,62}{2,1} = 14,1 \text{ kN/cm}^2 \quad 141 \text{ MPa}$$

Esta flutuação de tensão está abaixo do limite de fadiga, determinado experimentalmente na curva de Wöhler. Portanto, não há fadiga.

Utilizando as relações $\Delta T_c = 0,8 \Delta T$ e $\Delta T_t = 0,2 \Delta T$, observadas experimentalmente na VIGA 2, obtém-se menores flutuações de tensões nos estribos, portanto, também não ocorrerá fadiga.

3 etapa (b)

Na 3ª etapa (b) do ensaio foram utilizados os seguintes carregamentos:

$$P = 66,7 \text{ kN} \quad V = 33,35 \text{ kN} \quad F_2 = (9 \text{ a } 94,4) \text{ kN} \quad F_I = 41 \text{ kN}$$

$$\text{Componente vertical de compressão na biela} \quad C = 51,48 \text{ kN/m}$$

$$\text{Largura mínima da biela} \quad y_{\min} = 0,381 \text{ cm}$$

$$\text{Excentricidade máxima} \quad e_{\max} = 5,81 \text{ cm}$$

$$m_{\max 1} = C \cdot e_{\max} \quad m_{\max 1} = 3,0 \text{ kN.m/m}$$

$$\text{Carregamento de fadiga} \quad F_2 = (9 \text{ a } 94,4) \text{ kN}$$

$$m_{\min} = \frac{9 \times 0,25}{1,90} = 1,18 \text{ kN.m/m} \quad m_{\max 2} = \frac{94,4 \times 0,25}{1,90} = 12,42 \text{ kN.m/m}$$

$$m_{\max 2} > m_{\max 1}$$

$$\text{Determinação de } \Delta T = \Delta T_c + \Delta T_t, \text{ considerando } \Delta T_c = \Delta T_t = \frac{\Delta T}{2}$$

$$m_{\max 2} = m_{\max 1} + \Delta T_c \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w$$

$$12,42 = 3,0 + \frac{\Delta T}{2} \times \left(0,0581 + \frac{0,09}{2} \right) + \frac{\Delta T}{2} \times 0,09$$

$$\Delta T = 97,6 \text{ kN/m}$$

$$\Delta \sigma_s = \frac{\Delta T}{A_{sf}} \quad \Delta \sigma_s = \frac{97,6}{2,1} = 46,5 \text{ kN/cm}^2 \rightarrow 465 \text{ MPa}$$

Entrando com o valor de $\Delta \sigma_s$ na curva de Wöhler conclui-se que deveria ocorrer fadiga com $N=184.600$ ciclos. Contudo, não foram observadas rupturas por fadiga nos estribos. Nesta 3ª etapa (b) observou-se que o nível de flutuação de deformações nos estribos era pequeno, de modo que não ocorreu ruptura por fadiga. A máxima flutuação de deformação nas barras atingiu $\Delta \varepsilon = 1,22\%$ (extensômetro ad10), resultando em $\Delta \sigma = 220 \text{ MPa}$.

Apesar de se concluir que, teoricamente deveria ocorrer fadiga nos estribos, o sistema de aplicação do carregamento cíclico de flexão transversal reagia não só pela alma, mas também por meio das mesas e do tirante do sistema de aplicação do carregamento estático de flexão transversal, instalado no outro lado da viga, como indica a Figura 6.8.16. Este é o motivo pelo qual as flutuações de deformações foram insuficientes para ocorrer ruptura por fadiga nas barras dos estribos.

Figura 6.8.16 Caminhamento dos esforços de flexão transversal na viga

Após o acidente, a mesa foi praticamente dividida em duas pela metade. Conseqüentemente, o carregamento cíclico de flexão transversal só reagia pela alma. Isso explica que as rupturas por fadiga só ocorreram na 3ª etapa (c).

3ª etapa (c)

Na 3ª etapa (c) do ensaio foram aplicados à viga os seguintes carregamentos:

$$P = 76,9 \text{ kN} \quad V = 38,45 \text{ kN} \quad F_2 = (7,5 \text{ a } 100) \text{ kN}$$

$$\text{Componente vertical de compressão na biela} \quad C = 59,4 \text{ kN/m}$$

$$\text{Largura mínima da biela} \quad y_{\min} = 0,439 \text{ cm}$$

$$\text{Excentricidade máxima} \quad e_{\max} = 5,78 \text{ cm}$$

$$m_{\max 1} = 3,43 \text{ kN.m/m}$$

Carregamento de fadiga

$$F = (7,5 \text{ a } 100) \text{ kN}$$

$$m_{\min} = \frac{7,5 \times 0,25}{1,90} = 1,0 \text{ kN.m}$$

$$m_{\max 2} = \frac{100 \times 0,25}{1,90} = 13,16 \text{ kN.m}$$

$$m_{\max 2} > m_{\max 1}$$

Determinação de $\Delta T = \Delta T_c + \Delta T_t$, considerando $\Delta T_c = \Delta T_t = \frac{\Delta T}{2}$

$$m_{\max 2} = m_{\max 1} + \Delta T_c \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w$$

$$13,16 = 3,43 + \frac{\Delta T}{2} \times \left(0,0578 + \frac{0,09}{2} \right) + \frac{\Delta T}{2} \times 0,09$$

$$\Delta T = 100,93 \text{ kN/m}$$

$$\Delta \sigma_s = \frac{\Delta T}{A_{sf}} \quad \Delta \sigma_s = \frac{100,93}{2,1} = 48,1 \text{ kN/cm}^2 \rightarrow 481 \text{ MPa}$$

Entrando com o valor de $\Delta \sigma_s$ na curva de Wöhler conclui-se que ocorre fadiga com $N = 177.034$ ciclos.

Determinação de $\Delta T = \Delta T_c + \Delta T_t$, considerando $\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_t = 0,2\Delta T$

$$m_{\max 2} = m_{\max 1} + \Delta T_c \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w$$

$$13,16 = 3,43 + 0,8\Delta T \times \left(0,0578 + \frac{0,09}{2} \right) + 0,2\Delta T \times 0,09$$

$$\Delta T = 97,07 \text{ kN/m}$$

$$\Delta \sigma_s = \frac{\Delta T}{A_{sf}} \quad \Delta \sigma_s = \frac{97,07}{2,1} = 46,22 \text{ kN/cm}^2 \rightarrow 462,2 \text{ MPa}$$

Entrando com o valor de $\Delta \sigma_s$ na curva de Wöhler conclui-se que ocorre fadiga com $N = 186.360$ ciclos.

Ora, como se verá mais adiante, observou-se que a primeira ruptura ocorreu após 171.562 ciclos. Portanto, o Critério de Fadiga adotado consegue prever a ruptura por fadiga nas armaduras transversais de modo satisfatório.

A previsão da ruptura considerando $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T / 2$, chegou a um resultado melhor, 3,2% maior que o experimental, enquanto que, para a relação $\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_t = 0,2\Delta T$, a diferença é de 8,6% maior que o experimental.

Na Tabela 6.8.1 são mostrados os números de ciclos calculados pelo Critério de Fadiga adotado e a primeira ruptura observada.

Tabela 6.8.1 RESUMO

3ª etapa (c)	N (ciclos)
primeira ruptura – ensaio	171.562
cálculo $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T / 2$	177.034
cálculo $\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_t = 0,2\Delta T$	186.360

• Observações experimentais

Para análise dos resultados desprezou-se o efeito do carregamento cíclico de fadiga na 2ª etapa e na 3ª etapa (a), pois as flutuações de deformações registradas pelos extensômetros das barras levavam a valores de flutuações de tensões muito pequenos, abaixo do Limite de Fadiga, determinado pela curva de Wöhler.

Os ensaios de fadiga em barras ϕ 6,3mm ao ar, feitos no Laboratório de Estruturas e Materiais Estruturais da EPUSP mostraram que, para flutuações de tensões inferiores a 265 MPa, o número de ciclos N da curva de Wöhler crescia indefinidamente.

Na 3ª etapa (a) observou-se que a máxima flutuação de deformação nas barras não ultrapassou $\Delta \varepsilon = 0,48\%$ (extensômetro ad9). Sendo o módulo de elasticidade experimental médio das barras de ϕ 6,3mm $E_{exp} = 182.000$ MPa, tem-se a seguinte variação de tensão $\Delta \sigma = 87,4$ MPa. Como esses os valores de flutuações de tensões estavam abaixo do limite de fadiga, não foram considerados os efeitos do dano cumulativo do carregamento cíclico destas etapas.

Esses resultados confirmam os cálculos previamente feitos pelo Critério de Fadiga adotado.

Pelo critério de fadiga, deveria ocorrer ruptura nas barras na 3ª etapa (b) do ensaio, antes do acidente. Ora, nesta etapa foram aplicados à viga 1.410.009 ciclos do carregamento de flexão transversal, mas os gráficos do ensaio não indicam ruptura por fadiga.

Como já mencionado anteriormente, a explicação é que, durante este ensaio, além do carregamento cíclico, havia também do outro lado da viga, um sistema estático de aplicação de carga transversal, o qual impunha restrições ao movimento das mesas. Parte do carregamento cíclico era equilibrado através do tirante do macaco (ver Figura 6.8.16).

Após o acidente, o qual provocou descontinuidade das mesas próxima ao centro da viga, percebeu-se claramente que os deslocamentos relativos entre elas foram bem maiores. Conseqüentemente, também maiores foram as flutuações de tensões nas armaduras, ocasionando ruptura por fadiga.

Dessa forma, conclui-se que o Critério de Fadiga conseguiu prever as rupturas das barras.

A seguir são analisadas as rupturas por fadiga das barras na 3ª etapa (c). Nesta etapa do ensaio notou-se ruptura de doze estribos.

1ª. ruptura:

A primeira ruptura de estribo ocorreu na 3ª etapa (c), após 171.562 ciclos.

Na Tabela 6.8.2 são mostradas as deformações nas barras dos estribos onde estavam instalados os extensômetros ad3, ad4 e ad1, antes da ruptura.

Tabela 6.8.2 Flutuação de deformações nos estribos ad1, ad3 e ad4

	Ad1	Ad3	Ad4
ε_{max} (‰)	0.56	1.73	1.82
ε_{min} (‰)	0.03	0.36	0.75
$\Delta\varepsilon$ (‰)	0.53	1.37	1.07

A ruptura foi identificada por um deslocamento das flutuações de deformações nos extensômetros ad1 e ad3 e aumento dos deslocamentos relativos entre as mesas, indicado pelo LVDT 3, conforme ilustra a Figura 6.8.16a.

Figura 6.8.17 Identificação da primeira ruptura por fadiga

Além disso, o aumento das flutuações de deformações nos extensômetros ae3, ae4 e ae5, ilustrado nas Figuras 6.8.17a e 6.8.17b, indica diminuição da área de armadura transversal.

2ª. ruptura:

A segunda ruptura de estribo ocorreu na 3ª etapa (c), após 280.915 ciclos.

Na Tabela 6.8.3 são mostradas as deformações nas barras dos estribos onde estavam instalados os extensômetros ad1, ad3, ad4 e ad5, antes da ruptura.

Tabela 6.8.3 Flutuação de deformações nos estribos ad1, ad3, ad4 e ad5

	Ad1	Ad3	Ad4	Ad5
ε_{max} (‰)	0.88	2.02	2.06	2.46
ε_{min} (‰)	0.32	0.56	0.90	0.70
$\Delta\varepsilon$ (‰)	0.56	1.46	1.16	1.76

A ruptura foi identificada por:

- aumento dos deslocamentos relativos entre as mesas, indicado pelo LVDT 3 (Figura 6.6.18a);
- deslocamento da flutuação de deformações nos extensômetros ae2, ae3, ae4, ae5 e ad5 (Figura 6.6.18b e c);
- aumento da flutuação de deformações nos extensômetros ad1, ad3 e ad4, indicando diminuição da área de armadura transversal (Figura 6.6.18b).

LVDT 3 → aumento dos deslocamentos relativos entre as mesas

ae2 → deslocamento da flutuação de deformações

ae3 → idem

ae4 → idem

ad1 → aumento da flutuação de deformações

ad3 → idem

ad4 → idem

ad5 → deslocamento da flutuação de deformações

Figura 6.8.18 Identificação da segunda ruptura por fadiga

3ª a 11ª rupturas

Essas rupturas ocorreram durante a gravação do arquivo fad3-2801.ltd, cujos dados foram perdidos, devido a uma falha técnica no aparelho de aquisição de dados. A frequência de aplicação da carga cíclica era de $f=2$ Hz.

Ao final deste arquivo, notou-se que a máquina de ensaios registrava a aplicação de 398.888 ciclos do carregamento de flexão transversal à viga.

Os deslocamentos relativos entre as mesas aumentaram de 4,20 mm para 8,80 mm, indicando ruptura de vários estribos.

No término do arquivo fad2-2701.ltd tinha-se aplicado à viga 305.334 ciclos. Portanto, essas rupturas ocorram entre 305.334 e 398.888 ciclos.

Na Tabela 6.8.4 são mostradas as deformações nas barras dos estribos onde estavam instalados os extensômetros ad1, ad3, ad4 e ad5, antes das rupturas.

Tabela 6.8.4 Flutuações de deformações nos estribos ad1, ad3, ad4 e ad5

	Ad1	Ad3	Ad4	Ad5
ε_{max} (‰)	0.93	2.23	1.86	1.47
ε_{min} (‰)	0.38	0.58	0.51	0.18
$\Delta\varepsilon$ (‰)	0.55	1.65	1.34	1.28

12ª. ruptura:

A décima segunda ruptura de estribo ocorreu na 3ª etapa (c), após 433.492 ciclos.

Na Tabela 6.8.5 são mostradas as deformações nas barras dos estribos onde estavam instalados os extensômetros ad1 e ad5, antes da ruptura.

Tabela 6.8.5 Flutuação de deformações nos estribos ad1 e ad5

	Ad1	Ad5
ε_{max} (‰)	0.362	0.892
ε_{min} (‰)	-0.174	0.00087
$\Delta\varepsilon$ (‰)	0.536	0.892

A ruptura foi identificada por aumento dos deslocamentos relativos entre as mesas, mostrado pelo LVDT 3 (de 7,31 mm para 8,14 mm indicando aumento de 11,35%) e por aumento das flutuações de deformações das barras dos estribos do lado comprimido, indicando diminuição de área de armadura transversal do lado tracionado.

As Figuras 6.8.19a e 6.8.19b mostram o momento da ruptura.

LVDT3 → aumento dos deslocamentos relativos entre as mesas

ad5 → aumento da flutuação de deformações

(a)

ae2 → aumento da flutuação de deformações

ae3 → idem

ae4 → idem

ad5 → idem

(b)

Figura 6.8.19 Identificação da décima segunda ruptura por fadiga

Na Tabela 6.8.6 apresenta-se um resumo dos resultados relacionando o instante de cada ruptura.

RESUMO

Tabela 6.8.6 Resumo das etapas dos ensaios de fadiga

etapa	P (kN)	F (kN)	F (kN)	f (Hz)	N (ciclos)
2	192	5 a 35	20	3	18.671
3 ^a	66	3 a 44,2	33	3	1.021.395
3b	66,7	9 a 94,4	41	3	1.410.009
3c	76,9	7,5 a 100	—	2	455.907

Tabela 6.8.7 Rupturas por fadiga

Ruptura	Etapa	N (ciclos)	Modelo Adotado	
			$\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T / 2$	$\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_t = 0,2\Delta T$
1	3c	171.562	177.034	186.360
2	3c	280.915	-	-
3 a 11	3c	305.334 a 398.888	-	-
12	3c	433.492	-	-

CONCLUSÕES

- No caso da VIGA 3, o Critério de Fadiga adotado consegue prever a ruptura por fadiga nas armaduras transversais;
- Com a previsão da ruptura considerando $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T / 2$, obteve-se um resultado melhor, 3,2% a mais do experimental, enquanto que, para $\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_t = 0,2\Delta T$, a diferença é de 8,6% a mais do experimental;
- Os resultados do Critério de Fadiga adotado, referentes à VIGA 3, mostraram-se um pouco contra a segurança. Contudo, considera-se um critério aceitável devido às pequenas diferenças observadas;
- As rupturas ocorreram sistematicamente próximas à ligação da alma com a mesa inferior, não nos ganchos ou dobramentos dos estribos;
- A ruptura por fadiga de uma barra é uma ruptura frágil mas, considerando o conjunto de barras de estribos em uma alma, observou-se que a ruptura por fadiga é sequencial, portanto não frágil.

6.9 Ensaio de ruptura por fadiga - VIGA 4

6.9.1 Descrição do ensaio

A finalidade deste ensaio é a verificação da resistência à fadiga dos estribos das vigas de seção celular, com pequena taxa de armadura transversal.

A VIGA 4 foi montada com as mesmas armaduras da VIGA 3, diferenciando somente na armadura transversal: $A_{sw}=2,6 \text{ cm}^2/\text{m}$ ($\phi 6,3\text{c}/24-2\text{R}$). A planta de armaduras desta viga encontra-se ilustrada no ANEXO B.

Analogamente às outras vigas, adotou-se no dimensionamento ângulo de inclinação das bielas $\theta = 30$.

A resistência do concreto à compressão por ocasião do ensaio era $f_c=52,5 \text{ MPa}$.

Foram utilizadas barras de aço ($\phi 6,3\text{mm}$) do mesmo lote dos estribos das VIGAS 2 e 3, cuja tensão convencional de escoamento adotada foi $f_y=630 \text{ MPa}$.

A Figura abaixo ilustra a montagem do ensaio da VIGA 4, onde se pode notar o esquema de aplicação da carga cíclica de flexão transversal, composto pelo atuador servo-controlado, instalado do lado direito da viga.

Figura 6.9.1 Ensaio de fadiga – VIGA 4

Descreve-se a seguir o desenvolvimento deste ensaio, o qual foi composto de quatro etapas.

1ª. Etapa

A etapa preliminar, como nos outros ensaios, constou somente da aplicação da carga vertical (P), com a finalidade de fissurar a viga e assim mobilizar o esquema estrutural biela-tirante. Durante esta primeira etapa aplicou-se a carga vertical (P) até ($P=202,2$ kN), ocasionando 2,48 mm de deslocamento vertical na viga, conforme ilustra a Figura 6.9.2. Em seguida, procedeu-se ao descarregamento.

Figura 6.9.2 Gráfico carga vertical x deslocamentos verticais

As Figuras abaixo ilustram as fissuras abertas na alma da viga — típicas de cisalhamento —, após a primeira etapa do ensaio.

(a)

Figura 6.9.3 Fissuras abertas na alma da viga após a 1ª etapa do ensaio

Nesta etapa, as deformações dos estribos foram da ordem de $\varepsilon \approx 0,8 \text{ ‰}$, sendo que, a deformação máxima medida (extensômetro ae10) foi de $\varepsilon = 1,06 \text{ ‰}$. As deformações das armaduras longitudinais de compressão (s_1) e de tração (i_1) foram $\varepsilon_{sc} = -0,29 \text{ ‰}$ e $\varepsilon_{st} = 0,43 \text{ ‰}$, respectivamente, como ilustra a Figura 6.9.4. Esses valores indicam que as armaduras estavam bem abaixo do limite de escoamento.

Figura 6.9.4 Deformações das armaduras longitudinais de flexão da viga

2ª. Etapa

Nesta 2ª etapa iniciou-se propriamente o ensaio de fadiga, cujos carregamentos correspondentes às situações de serviço foram determinados como segue.

Adotou-se um carregamento de flexão longitudinal que gerasse pequenas solicitações de esforço cortante, a fim de que se pudesse alcançar maior momento fletor transversal. Com isso, foi possível obter-se maiores flutuações de tensões nas armaduras transversais. Adotou-se, então, a carga vertical $P=40$ kN, correspondendo ao esforço cortante de ensaio: $V_{ensaio} = 20$ kN.

Cálculo de V_c

$$\begin{aligned}\tau_c &= 0,15\sqrt{f_{cc}} & \tau_c &= 0,15\sqrt{52,5} & \tau_c &= 0,109 \text{ kN/cm}^2 \\ \tau_c &= \frac{1,15 \cdot V_{cd}}{b_w \cdot d} & V_{cd} &= \frac{\tau_c \cdot b_w \cdot d}{1,15} & V_{ck} &= \frac{0,109 \times 12 \times 44}{1,4 \times 1,15} = 35,75 \text{ kN}\end{aligned}$$

Flexão transversal

Como nos outros ensaios, para a determinação da tensão resistente máxima de cisalhamento de cálculo, utilizou-se o modelo de cálculo II da NBR 6118/2002, com ângulo de inclinação das bielas $\theta = 30^\circ$.

$$\begin{aligned}V_{Rd2} &= 0,54 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \\ \tau_{Rwd} &= \frac{V_{Rd2}}{b_w \cdot d} = 0,54 \cdot \left(1 - \frac{52,5}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ \\ \tau_{Rwd} &= 0,185 f_{cd} = 0,694 \text{ kN/cm}^2\end{aligned}$$

Componente vertical de compressão da biela (C)

$$C = \frac{V_k}{z} \cdot \operatorname{tg} \theta \quad \text{para } \theta = 30^\circ \quad C = \frac{20}{0,374} \times \operatorname{tg} \theta = 30,87 \text{ kN/m}$$

$$\text{onde } z = 0,85d \quad z = 0,85 \times 0,44 = 0,374 \text{ m}$$

$$\text{Largura mínima da biela} \quad y_{\min} = \frac{V_d}{d \cdot \tau_{Rwd}} \quad y_{\min} = \frac{1,4 \times 20}{44 \times 0,694} = 0,92 \text{ cm}$$

Excentricidade máxima $e_{\max} = \frac{b_w - y_{\min}}{2} \quad e_{\max} = \frac{12 - 0,92}{2} = 5,54 \text{ cm}$

$$(V - V_c) = (20,0 - 35,75) = -15,75 \text{ kN}$$

Como a força cortante aplicada V é menor do que V_c , a parcela de força cortante resistida pelos mecanismos complementares ao modelo de treliça (V_c) suporta todos os esforços, sem solicitar a armadura transversal. Portanto, o segundo termo dentro do parêntesis da expressão abaixo é nulo. Logo,

$$\Delta T = \left(\frac{A_{se} \cdot f_{ywk}}{\gamma_f} - \frac{V - V_c}{2z} \cdot \operatorname{tg} \theta \right) \quad \Delta T = \left(\frac{1,3 \times 50}{1,4 \times 1,15} - 0 \right) = 40,4 \text{ kN/m}$$

$$\Delta T_c = \Delta T_t = \frac{\Delta T}{2} \quad \Delta T_c = \Delta T_t = \frac{40,4}{2} = 20,2 \text{ kN/m}$$

Momento fletor transversal de cálculo

$$m_d = C \cdot e_{\max} + \Delta T_c \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w \quad \text{onde } \bar{b}_w = 0,09 \text{ m}$$

$$m_d = (30,87 \times 0,0554) + 20,2 \times \left(0,0554 + \frac{0,09}{2} \right) + 20,2 \times 0,09 = 5,6 \text{ kN.m/m}$$

Flutuação do carregamento de flexão transversal

Em função dos resultados dos ensaios anteriores de fadiga, sabia-se de antemão que este valor de momento de cálculo levaria a um momento de valor freqüente que provocaria flutuações de tensões muito pequenas nas armaduras transversais. Portanto, adotou-se o próprio valor ($m=5,6 \text{ kN.m}$) como momento máximo e, como momento mínimo, 10% do momento total, por considerar a carga permanente de um balanço. Assim, $m_{\min} = 0,1 \times 5,6 = 0,56 \text{ kN.m/m}$ e $m_{\max} = 5,6 \text{ kN.m/m}$.

Carregamento de flexão transversal

Os ensaios anteriores mostraram também que o esquema resistente da viga utilizou toda a extensão da mesa como largura colaborante que, neste caso, é de 1,90 m de cada lado. O braço de alavanca na flexão transversal é $b = 0,25 \text{ m}$. Dessa forma, ficam definidos os carregamentos máximo e mínimo de flexão transversal.

$$F_{\min} = \frac{0,56 \times 1,90}{0,25} = 4,26 \text{ kN} \quad \text{e} \quad F_{\max} = \frac{5,6 \times 1,90}{0,25} = 42,6 \text{ kN}$$

Finalmente, adotou-se o seguinte carregamento de flexão transversal: $F_2 = (4 \text{ a } 40) \text{ kN}$, aplicado com $f=3\text{Hz}$.

Do outro lado da viga, o esquema de aplicação da carga transversal constava de um macaco com capacidade de até 300 kN. Para este carregamento adotou-se uma carga estática correspondente à média das cargas cíclicas aplicadas pelo atuador servo-controlado, ou seja:

$$F_{\text{macaco } 300\text{kN}} = \frac{F_{\text{max}} + F_{\text{min}}}{2} \quad F_{\text{macaco } 300\text{kN}} = \frac{40 + 4}{2} = 22 \text{ kN}$$

Nesta etapa foram aplicados à viga 1.028.100 ciclos de carga transversal. Contudo, observou-se que as flutuações de deslocamentos relativos entre as mesas e as flutuações de deformações nos estribos eram muito pequenas, como ilustram as Figuras abaixo.

Figura 6.9.5 Flutuações de deslocamentos relativos entre as mesas (a) e flutuações de deformações nos estribos (b) – 2ª. etapa.

Mesmo com nível pequeno de solicitações, o carregamento de flexão transversal abriu várias fissuras horizontais na alma, conforme pode-se ver na Figura 6.9.6.

Figura 6.9.6 Fissuras abertas na alma após a 2ª etapa do carregamento

3ª. Etapa

Para se alcançar a ruptura por fadiga das armaduras transversais foi necessária uma terceira etapa deste ensaio, onde se aumentou a flutuação da carga transversal para $F_2 = (4 \text{ a } 80) \text{ kN}$, aplicada com frequência $f=3 \text{ Hz}$. A carga vertical foi mantida em $P=40 \text{ kN}$. Do outro lado da viga não se aplicou nenhum carregamento a fim de que as mesas tivessem maior liberdade de movimento e, assim, alcançar maiores flutuações de deformações nos estribos.

As Figuras abaixo ilustram o comportamento da viga durante esta etapa do ensaio.

(a)

Figura 6.9.7 Flutuações de deslocamentos relativos entre as mesas (a) e flutuações de deformações nos estribos (b) – 3ª. etapa.

Observou-se também que os deslocamentos relativos entre as mesas aumentaram de 0,90 mm para 1,70 mm, ou seja, 89%.

Nesta etapa aplicou-se à viga 1.598.667 ciclos do carregamento cíclico de flexão transversal, ocasião em que o ensaio foi interrompido, pois as aberturas das fissuras na alma da viga (Figura 6.9.8) indicavam que haviam estribos rompidos por fadiga.

Figura 6.9.8 Fissuras abertas pelo carregamento cíclico de flexão transversal

4ª. Etapa: ensaio estático

Em seguida, a VIGA 4 foi submetida a um ensaio estático, a fim de se avaliar a sua resistência após as solicitações da carga cíclica.

Para isto, o atuador servo-controlado foi substituído por outro macaco com capacidade de 300 kN. Assim, o esquema de aplicação da carga transversal ficou composto por um macaco com capacidade de até 300 kN de cada lado da viga.

Inicialmente, este ensaio estático constou da aplicação da carga vertical até $P=200$ kN, a qual foi mantida constante. Em seguida, aplicou-se gradativamente o carregamento de flexão transversal até a viga evidenciar ter atingido os estados limites últimos de aberturas exageradas de fissuras, como indicado nas Figuras abaixo.

Figura 6.9.9 ELU atingido por flexão transversal

Figura 6.9.10 ELU de abertura exagerada de fissuras

Em seguida, manteve-se constante o carregamento de flexão transversal e voltou-se a aplicar a carga vertical (P) até a ruptura da viga por esmagamento do concreto.

Como era de se esperar, a ruptura iniciou-se do lado onde foi aplicado o carregamento de flexão transversal, conforme indica a Figura 6.9.11.

Figura 6.9.11 Ruptura da viga por esmagamento do concreto

Por ocasião da ruptura observou-se um estufamento da alma e em seguida, o esmagamento do concreto. Do outro lado os danos do esmagamento do concreto foram menores.

A ruptura foi notada quando, após a aplicação de um certo nível da carga vertical (P), esta não mais crescia, embora, curiosamente manteve-se constante. Não houve esboroamento da viga. A Figura 6.9.12 ilustra a ruptura da viga.

Figura 6.9.12 Ruptura da por esmagamento do concreto –vista frontal

No final do ensaio, retirou-se o concreto em torno dos estribos do lado tracionado para se verificar quais deles tinham rompido por fadiga.

Figura 6.9.13 Região da viga onde foi aplicado carregamento de flexão transversal

Constatou-se ruptura de três estribos, conforme indica a Figura 6.9.14.

Figura 6.9.14 Posição dos estribos rompidos

Da mesma forma como no ensaio da VIGA 3, os estribos romperam sistematicamente na parte inferior da alma, onde passava uma fissura e não na dobra. As Figuras abaixo ilustram em detalhes as rupturas dos três estribos.

Figura 6.9.15 Ruptura dos estribos por fadiga – detalhes

Os altos carregamentos do ensaio ocasionaram na viga uma tendência de deslocamento da alma em relação à mesa inferior, como denota o estado dos estribos, ilustrado na Figura 6.9.16.

Figura 6.9.16 Tendência de deslocamento da alma em relação à mesa inferior

Analogamente à VIGA 3, em nenhuma das barras rompidas observou-se estricção, como mostrado na Figura 6.9.17.

Figura 6.9.17 Amostra da superfície lateral de ruptura – Viga 4

No ANEXO A são analisadas algumas superfícies de fratura dessas barras em um microscópio de varredura eletrônico.

6.9.2 Análise da ruptura por fadiga – MODELO PROPOSTO

A seguir analisam-se os resultados dos ensaios de fadiga segundo o Modelo Proposto. Para esta viga tem-se:

$$\begin{aligned} f_c &= 52,5 \text{ MPa} & \text{ângulo de inclinação das bielas } \theta &= 30^\circ \\ \tau_{Rw} &= 0,385 \cdot f_c & \tau_{Rw} &= 2,02 \text{ kN/cm}^2 \\ z &= 0,85 \cdot d & z &= 0,85 \times 0,44 = 0,374 \text{ m} \end{aligned}$$

2ª etapa

Na 2ª etapa do ensaio foram aplicados efetivamente os seguintes carregamentos:

$$P = 37,4 \text{ kN} \quad V = 18,7 \text{ kN} \quad F_2 = (2,52 \text{ a } 40) \text{ kN} \quad F_I = 20 \text{ kN}$$

Componente vertical de compressão na biela (C)

$$C = \frac{V_k}{z} \cdot \operatorname{tg} \theta \quad \text{para } \theta = 30^\circ \quad C = \frac{18,7}{0,374} \times 0,577 = 28,9 \text{ kN/m}$$

$$\text{Largura mínima da biela} \quad y_{\min} = \frac{V}{d \cdot \tau_{Rw}} \quad y_{\min} = \frac{18,7}{44 \times 2,02} = 0,21 \text{ cm}$$

$$\text{Excentricidade máxima} \quad e_{\max} = \frac{b_w - y_{\min}}{2} \quad e_{\max} = \frac{12 - 0,21}{2} = 5,9 \text{ cm}$$

Momento equilibrado pela excentricidade da biela ($m_{\max 1}$)

$$m_{\max 1} = C \cdot e_{\max} \quad m_{\max 1} = 28,9 \times 0,059 = 1,7 \text{ kN.m/m}$$

Carregamento de fadiga $F_2 = (2,5 \text{ a } 40) \text{ kN}$

$$m_{\min} = \frac{2,52 \times 0,25}{1,90} = 0,33 \text{ kN.m/m}$$

$$m_{\max 2} = \frac{40 \times 0,25}{1,90} = 5,26 \text{ kN.m/m} \quad m_{\max 2} > m_{\max 1}$$

Determinação de $\Delta T = \Delta T_c + \Delta T_t$, considerando $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T/2$

$$m_{\max 2} = m_{\max 1} + \Delta T_c \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w$$

$$5,26 = 1,7 + \frac{\Delta T}{2} \times \left(0,059 + \frac{0,09}{2} \right) + \frac{\Delta T}{2} \times 0,09 \quad \Delta T = 36,7 \text{ kN/m}$$

$$\Delta \sigma_s = \frac{\Delta T}{A_{sf}} \quad \Delta \sigma_s = \frac{36,7}{1,3} = 28,23 \text{ kN/cm}^2 \rightarrow 282,3 \text{ MPa}$$

Entrando com o valor de $\Delta \sigma_s$ na curva de Wöhler conclui-se que ocorre fadiga com $N = 1.320.938$ ciclos.

Determinação de $\Delta T = \Delta T_c + \Delta T_t$, considerando $\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_t = 0,2\Delta T$

$$m_{\max 2} = m_{\max 1} + \Delta T_c \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w$$

$$5,26 = 1,7 + 0,8\Delta T \times \left(0,059 + \frac{0,09}{2} \right) + 0,2\Delta T \times 0,09 \quad \Delta T = 35,2 \text{ kN/m}$$

$$\Delta \sigma_s = \frac{\Delta T}{A_{sf}} \quad \Delta \sigma_s = \frac{35,2}{1,3} = 27,08 \text{ kN/cm}^2 \rightarrow 270,8 \text{ MPa}$$

Entrando com o valor de $\Delta \sigma_s$ na curva de Wöhler conclui-se que ocorre fadiga com $N = 3.934.238$ ciclos.

Apesar de se concluir que teoricamente deveria ocorrer ruptura por fadiga nos estribos, os gráficos dos ensaios não registraram nenhuma ruptura.

Observou-se nesta 2ª etapa que o nível de flutuação de deformações nos estribos era muito pequeno. Também neste ensaio, o sistema de aplicação do carregamento de flexão transversal reagia não só pela alma, mas também pela mesa e pelo tirante do macaco instalado do outro lado da viga, como já mencionado na 3ª etapa (b) do ensaio da VIGA 3 (Figura 6.8.16).

3ª. Etapa

Na 3ª etapa deste ensaio, a flexão transversal foi aplicada à viga somente por meio do atuador servo-controlado, ou seja, sem a carga estática do outro lado.

O carregamento efetivamente aplicado à viga na 3ª etapa foi:
 $P = 40,6 \text{ kN} \rightarrow V = 20,3 \text{ kN} \quad F_2 = (6,8 \text{ a } 87,3) \text{ kN} \quad F_I = 0 \text{ kN}.$

Nesta etapa do ensaio, a alma estava com sua resistência diminuída devido às aberturas de fissuras, enquanto que as mesas, com poucas fissuras, permaneciam ainda bem rígidas. Assim, considera-se que a largura colaborante na flexão transversal tenha se estendido para a outra metade da viga.

Analisando os resultados teóricos de ruptura, indicados nas Tabelas abaixo, chega-se à conclusão de que todos os resultados, a menos do último da Tabela 6.9.2 — o qual considera que a largura colaborante na flexão transversal tenha tomado toda a extensão da alma, fato este que obviamente não ocorreu —, estão abaixo da primeira ruptura, ocorrida após 724.800 ciclos, como se verá mais adiante. Portanto, o Critério de Fadiga adotado consegue prever a ruptura por fadiga nas armaduras transversais de modo satisfatório.

Tabela 6.9.1 Análise da largura colaborante na flexão transversal para $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T/2$

<i>L (m)</i>	<i>m_{max1}</i>	<i>m_{max2}</i>	<i>ΔT (kN)</i>	<i>Δσ (MPa)</i>	<i>N (ciclos)</i>
1,90	1,84	11,49	99,50	765,41	121493
2,00	1,84	10,91	93,58	719,84	125715
2,20	1,84	9,92	83,35	641,13	135421
2,40	1,84	9,09	74,82	575,53	147272
2,60	1,84	8,39	67,60	520,03	162068
2,80	1,84	7,79	61,42	472,46	181061
3,00	1,84	7,28	56,06	431,23	206333
3,20	1,84	6,82	51,37	395,15	241615
3,40	1,84	6,42	47,23	363,32	294321
3,50	1,84	6,24	45,34	348,77	331811
3,60	1,84	6,06	43,55	335,03	381593
3,70	1,84	5,90	41,86	322,03	450900
3,80	1,84	5,74	40,26	309,71	554021

Tabela 6.9.2 Análise da largura colaborante na flexão transversal para $\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_t = 0,2\Delta T$

<i>L (m)</i>	<i>m_{max1}</i>	<i>m_{max2}</i>	<i>ΔT (kN)</i>	<i>Δσ (MPa)</i>	<i>N (ciclos)</i>
1,90	1,84	11,49	95,40	733,85	124330
2,00	1,84	10,91	89,72	690,15	128953
2,20	1,84	9,92	79,91	614,69	139663
2,40	1,84	9,09	71,73	551,80	152898
2,60	1,84	8,39	64,82	498,59	169671
2,80	1,84	7,79	58,89	452,98	191620
3,00	1,84	7,28	53,75	413,45	221577
3,20	1,84	6,82	49,25	378,86	264904
3,40	1,84	6,42	45,28	348,34	333121
3,50	1,84	6,24	43,47	334,39	384391
3,60	1,84	6,06	41,76	321,21	456322
3,70	1,84	5,90	40,14	308,75	564556
3,80	1,84	5,74	38,60	296,94	745853

• Observações experimentais

A flutuação máxima de deformações nas barras durante a 2ª etapa foi de $\Delta\varepsilon = 0,24\%$. Sendo o módulo de elasticidade experimental médio da barra ϕ 6,3mm, $E_{exp} = 182.000$ MPa, tem-se $\Delta\sigma = 43,7$ MPa.

Como já foi mencionado, ensaios de fadiga em barra ao ar (ϕ 6,3mm), feitos no Laboratório de Estruturas e Materiais Estruturais da EPUSP, mostraram que, para flutuações de tensões inferiores a 265 MPa, o número de ciclos N da curva de Wöhler crescia indefinidamente. Portanto, não foram considerados os danos cumulativos dos 1.028.100 ciclos do carregamento cíclico de flexão transversal da 2ª etapa deste ensaio.

* * *

A seguir são analisadas as rupturas por fadiga das três barras de estribos ocorridas na 3ª etapa do ensaio.

Também nesta etapa, as flutuações de deformações lidas nos extensômetros foram muito pequenas, não podendo assim causar ruptura por fadiga.

As três barras de estribos romperam próximo da ligação da alma com a mesa inferior, onde foi aberta uma fissura de flexão transversal. Isso indica que as flutuações de tensões nessa região eram bem maiores, não sendo possível, contudo, mensurá-las.

1ª. Ruptura

A primeira ruptura de estribo observada ocorreu após 724.800 ciclos.

Provavelmente a ruptura ocorreu na barra onde estava instalado o extensômetro ad8 (lado tracionado da alma), pois o nível de flutuação de deformações nesta barra diminuiu após um aumento brusco de deformação, conforme ilustra a Figura 6.9.18.

Além disso, pode-se ver claramente no gráfico abaixo, o aumento da flutuação dos deslocamentos relativos entre as mesas.

A ruptura pôde ser observada também por um deslocamento do nível de deformações, apresentado pelo extensômetro ae3, instalado do lado comprimido da alma.

Figura 6.9.18 Identificação do primeiro estribo rompido por fadiga

Na Tabela 6.9.3 são mostradas as deformações nas barras dos estribos onde estavam instalados os extensômetros ad7, ad8, ad9 e ad10, antes da ruptura.

Tabela 6.9.3 Flutuação de deformações nos estribos ad7, ad8, ad9 e ad10

	Ad7	Ad8	Ad9	Ad10
ε_{max} (‰)	0.033	0.173	0.084	0.024
ε_{min} (‰)	-0.157	-0.073	-0.33	-0.346
$\Delta\varepsilon$ (‰)	0.19	0.25	0.41	0.37

2ª. Ruptura

A segunda ruptura de estribo ocorreu após 757.697 ciclos. A ruptura foi identificada claramente por um pico no nível de flutuações de deformações, indicado pelo extensômetro ad8 (Figura 6.9.18). Além disso, as flutuações de deformações nas barras onde estavam instalados os extensômetros ad7, ad9 e ad10 aumentaram também, indicando que a ruptura ocorreu em outra barra que não estas.

Houve um aumento de 4,8% dos deslocamentos relativos entre as mesas.

As flutuações de deformações nos extensômetros ae7, ae9 e ae10 aumentaram devido à diminuição da área da armadura transversal lado oposto.

As rosetas indicaram também uma perturbação no mesmo instante da ruptura da barra.

ad7 → aumento de $\Delta\epsilon$

ad8 → pico de $\Delta\epsilon$

ad9 → aumento de $\Delta\epsilon$

ad10 → aumento de $\Delta\epsilon$

LVDT-2 → aumento da
flutuação de desloca-
mentos (+4,8%)

ae7 → aumento de $\Delta\epsilon$

ae9 → aumento de $\Delta\epsilon$

ae10 → aumento de $\Delta\epsilon$

R1a → aumento brusco de
 $\Delta\epsilon$

R1b → deslocamento de $\Delta\epsilon$

R2c → deslocamento de $\Delta\epsilon$

Figura 6.9.19 Identificação do segundo estribo rompido por fadiga

Na Tabela 6.9.4 são mostradas as deformações nas barras dos estribos onde estavam instalados os extensômetros ad7, ad8, ad9 e ad10 antes da ruptura.

Tabela 6.9.4 Flutuação de deformações nos estribos ad7, ad8, ad9 e ad10

	Ad7	Ad8	Ad9	Ad10
ε_{max} (‰)	0.050	0.375	0.106	0.036
ε_{min} (‰)	-0.135	-0.029	-0.298	-0.325
$\Delta\varepsilon$ (‰)	0.185	0.404	0.405	0.361

3ª. Ruptura

A terceira ruptura de estribo ocorreu após 1.176.575 ciclos.

A ruptura foi identificada claramente por um aumento do nível de flutuação de deformações no extensômetro ad8. Esse aumento de $\Delta\varepsilon$ provavelmente indica que a ruptura ocorreu em outra barra. Observou-se também diminuição do nível de deformações nos extensômetros ad7, ad9 e ad10 (Figura 6.9.20).

Além disso, houve um aumento das flutuações de deformações nos extensômetros ae9 e ae10, indicando diminuição da área de armadura transversal no lado oposto.

Figura 6.9.20 Identificação do terceiro estribo rompido por fadiga

Na Tabela 6.9.5 são mostradas as deformações nas barras dos estribos onde estavam instalados os extensômetros ad7, ad8, ad9 e ad10, antes da ruptura.

Tabela 6.9.5 Flutuação de deformações nos estribos ad7, ad8, ad9 e ad10

	Ad7	Ad8	Ad9	Ad10
ϵ_{max} (‰)	0.067	0.233	0.097	0.079
ϵ_{min} (‰)	-0.159	-0.040	-0.372	-0.329
$\Delta\epsilon$ (‰)	0.226	0.273	0.470	0.408

Na Tabela 6.9.6 apresenta-se um resumo dos resultados das rupturas dos estribos.

Tabela 6.9.6 VIGA 4 – RESUMO

Ruptura	Etapa	N (ciclos)	Modelo Adotado	
			$\Delta T_c = \Delta T_r = \Delta T / 2$	$\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_i = 0,2\Delta T$
1	3	724.800	< 450.900	< 564.556
2	3	757.500	-	-
3	3	1.176.575	-	-

6.9.3 Análise do ensaio estático

Analisa-se a seguir os resultados do ensaio estático. Para esta viga tem-se:

$$f_c = 52,5 \text{ MPa} \quad \text{ângulo de inclinação das bielas } \theta = 30^\circ$$

$$\tau_{Rw} = 0,385 \cdot f_c \quad \tau_{Rw} = 2,02 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_c = 0,15\sqrt{f_c} \quad \tau_c = 0,109 \text{ kN/cm}^2 \quad \tau_{Rc} = 0,217 \text{ kN/cm}^2$$

$$V_c = \frac{\tau_{Rc} \cdot b_w \cdot d}{1,15} \quad V_c = \frac{0,217 \times 12 \times 44}{1,15} = 99,63 \text{ kN}$$

$$A_{\phi,3} = 0,313 \text{ cm}^2 \quad A_{sf} = 1,3 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \phi 6,3\text{c}/24 - 2\text{R}$$

Por ocasião da ruptura da peça foram lidos os seguintes valores de carregamento: $P=360\text{kN}$, $V=180\text{kN}$, $F_1 = 114,11 \text{ kN}$ e $F_2 = 73,58 \text{ kN}$, lado onde foi aplicado o carregamento cíclico.

Tendo-se como braço de alavanca $b = 0,25 \text{ m}$ e largura colaborante na flexão transversal $1,90 \text{ m}$, determina-se o momento fletor transversal do ensaio.

Momento experimental do lado da fadiga:

$$m_{ELU,ensaio} = \frac{73,58 \times 0,25}{1,90} = 9,7 \text{ kN.m/m}$$

Momento experimental do onde não foi aplicado carregamento cíclico de flexão transversal:

$$m_{ELU,ensaio} = \frac{114,11 \times 0,25}{1,90} = 15 \text{ kN.m/m}$$

MODELO PROPOSTO

Analisa-se a seguir os resultados de ensaio segundo o Modelo Proposto.

Componente vertical de compressão da biela (C)

$$C = \frac{V_k}{z} \times \operatorname{tg} \theta \quad \text{para } \theta = 30^\circ \quad C = \frac{180}{0,374} \times 0,577 = 277,9 \text{ kN/m}$$

$$\text{onde } z = 0,85d \quad z = 0,85 \times 0,44 = 0,374 \text{ m}$$

$$\text{Largura mínima da biela} \quad y_{\min} = \frac{V}{d \cdot \tau_{Rw}} \quad y_{\min} = \frac{180}{44 \times 2,02} = 2,02 \text{ cm}$$

$$\text{Excentricidade máxima} \quad e_{\max} = \frac{b_w - y_{\min}}{2} \quad e_{\max} = \frac{12 - 2,02}{2} = 4,99 \text{ cm}$$

$$\Delta T = \left(A_{se} \cdot f_y - \frac{V - V_c}{2 \cdot z} \cdot \operatorname{tg} \theta \right) \quad \Delta T = \left(1,3 \times 63 - \frac{180 - 99,63}{2 \times 0,374} \times 0,577 \right) = 19,9 \text{ kN/m}$$

$$\Delta T_c = \Delta T_t = \frac{\Delta T}{2} \quad \Delta T_c = \Delta T_t = \frac{19,9}{2} = 9,95 \text{ kN/m}$$

$$m = C \cdot e_{\max} + \Delta T_c \cdot \left(e_{\max} + \frac{\bar{b}_w}{2} \right) + \Delta T_t \cdot \bar{b}_w \quad \text{onde } \bar{b}_w = 0,09 \text{ m}$$

$$m = (277,9 \times 0,0499) + 9,95 \times \left(0,0499 + \frac{0,09}{2} \right) + 9,95 \times 0,09 = 15,7 \text{ kN.m/m}$$

Do lado onde não foi aplicado o carregamento cíclico de flexão transversal, obteve-se, $m_{ELU,ensaio}=15 \text{ kN.m/m}$, correspondendo o valor teórico a 4,6 % acima do experimental.

Considerado $\Delta T_c=0,8\Delta T$ e $\Delta T_t=0,2\Delta T$, obtém-se $m_{ELU,calc}=15,74 \text{ kN.m/m}$, valor coincidente para efeitos práticos.

* * *

Do lado do carregamento cíclico de flexão transversal, observou-se ruptura de 3 barras, portanto, esta região da viga ficou com $A_{sf}=0,77 \text{ cm}^2/\text{m}$. Refazendo os cálculos, tem-se:

$$\Delta T = \left(A_{se} \cdot f_y - \frac{V - V_c}{2 \cdot z} \cdot \operatorname{tg} \theta \right) \quad \text{onde } \theta = 30^\circ$$

$$\Delta T = \left(0,77 \times 63 - \frac{180 - 99,63}{2 \times 0,374} \times \operatorname{tg} \theta \right) = -13,52 \text{ kN/m} \quad \Delta T \ll 0$$

Este valor negativo significa que somente a biela era responsável pelo equilíbrio. Portanto, ΔT deveria ser nulo. Conclui-se então que, para ΔT nulo, o ângulo de inclinação da biela diminuiu para $\theta = 24,3^\circ$.

Calcula-se, então, a nova componente vertical de compressão da biela:

$$C = \frac{180}{0,374} \times 0,4515 = 217,3 \text{ kN/m}$$

$$m_{\max 1, \text{calc}} = C \cdot e_{\max} \quad m_{\max 1, \text{calc}} = (217,3 \times 0,0499) = 10,84 \text{ kN.m/m}$$

Do lado da aplicação do carregamento cíclico de flexão transversal, obteve-se $m_{ELU, \text{ensaio}} = 9,7 \text{ kN.m/m}$, correspondendo o valor teórico 12 % acima do experimental.

RESUMO DOS RESULTADOS

Ensaaios

- Estado limite último $\rightarrow m_{ELU, \text{ensaio}} = 15 \text{ kN.m/m}$
- Estado limite último do lado da fadiga $\rightarrow m_{ELU, \text{ensaio}} = 9,7 \text{ kN.m/m}$

Cálculo

- Estado limite último $\rightarrow m_{ELU, \text{calc}} = 15,7 \text{ kN.m/m}$ (4,6% maior do que $m_{ELU, \text{ensaio}}$), considerando $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T/2$ ou $\Delta T_c = 0,8 \Delta T$ e $\Delta T_t = 0,2 \Delta T$;
- Estado limite último do lado da fadiga $\rightarrow m_{ELU, \text{calc}} = 10,84 \text{ kN.m/m}$ (12% maior do que $m_{ELU, \text{ensaio}}$)

CONCLUSÕES

Ensaio de fadiga

- O Critério de Fadiga adotado consegue prever a ruptura por fadiga nas armaduras transversais de modo satisfatório;
- Neste caso da VIGA 4, os resultados do Critério de Fadiga adotado estão a favor da segurança;
- As previsões de fadiga pelo Modelo Proposto, utilizando ($\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_i = 0,2\Delta T$) chegaram mais próximas dos resultados experimentais do que ($\Delta T_c = \Delta T_i = \Delta T/2$).

Ensaio estático

- Os resultados teóricos do lado onde não foi aplicado o carregamento cíclico apresentaram-se 4,6% maiores que o experimental. Esse resultado foi praticamente coincidente com a utilização de ($\Delta T_c = \Delta T_i = \Delta T/2$) ou ($\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_i = 0,2\Delta T$);
- Os resultados teóricos do lado da fadiga apresentaram-se 12% maiores que o experimental. Nesse caso concluiu-se que, devido à diminuição da armadura transversal (3 barras rompidas por fadiga), somente a biela era responsável pelo equilíbrio, com ΔT nulo e ângulo de inclinação da biela diminuído para $\theta = 24,3^\circ$.
- Apesar de a viga estar muito deteriorada pelas solicitações de fadiga, as pequenas diferenças percentuais entre os valores teóricos e os experimentais, mesmo contra a segurança, mostram que os resultados do Critério de Dimensionamento Proposto são satisfatórios.

7 CONCLUSÕES GERAIS

Ensaio estático – VIGA 1, VIGA 2 e VIGA 4

Da observação dos ensaios estáticos e do Modelo Proposto correspondente pode-se concluir que:

- O Critério de Dimensionamento Proposto consegue explicar satisfatoriamente o comportamento complexo de uma alma submetida à combinação de cisalhamento com flexão transversal, quase sempre do lado seguro, ficando um pouco contra a segurança apenas no caso crítico da VIGA 4, onde houve inicialmente a ruptura por fadiga em 3 barras de estribos;
- Não é necessária a soma das armaduras decorrentes das ações transversais de força cortante e de flexão transversal para o cálculo das armaduras de cisalhamento das almas das vigas de seção celular. É mais econômico e suficientemente seguro dimensioná-las para a solicitação composta;
- O equilíbrio interno de uma alma de viga celular submetida à composição de cisalhamento com flexão transversal é garantido, inicialmente, por excentricidade da biela de concreto, a qual tem sua largura limitada pela máxima tensão resistente de cisalhamento;
- O acréscimo de momento devido à atuação do carregamento de flexão transversal (F), superior àquele correspondente à excentricidade máxima da biela é suportado, do lado comprimido, pelo concreto (ΔT_c) e pela armadura transversal (ΔT_t), conforme ilustra o gráfico do Critério de Dimensionamento Proposto (Figura 7.1), onde ($\Delta T = \Delta T_c + \Delta T_t$) é o acréscimo total de tração na armadura do lado tracionado;

Figura 7.1 Critério de dimensionamento proposto – diagrama

- Os diagramas de tração nos estribos e inclinação da resultante de compressão na face comprimida pela flexão mostraram que até um certo momento transversal as trações nos estribos não se alteram e a inclinação da resultante de compressão também não. Isso quer dizer que a flexão transversal foi equilibrada apenas por excentricidade da biela;
- Quando uma alma está normalmente armada ao cisalhamento, conforme as normas usuais de dimensionamento, como no caso da VIGA 2, notou-se que a parcela do concreto (ΔT_c) que contribui para resistir à flexão transversal é maior; sugeriu-se inicialmente $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T/2$ mas, para a VIGA 2, concluiu-se dos ensaios que $\Delta T_c = 0,8\Delta T$ e $\Delta T_t = 0,2\Delta T$;
- No caso da VIGA 1, cuja alma estava superdimensionada ao cisalhamento, a parcela do concreto (ΔT_c) é menor que $0,5\Delta T$;
- A capacidade resistente da alma de uma viga celular ao cisalhamento é diminuída, em presença de flexão transversal (ver VIGA 1);
- Notou-se que os deslocamentos verticais continuaram a aumentar com a aplicação do carregamento de flexão transversal, sob carga vertical constante, indicando diminuição da inércia da viga;

- O ângulo de abertura do carregamento de flexão transversal nas mesas inicia-se próximo a 45° e vai aumentando à medida que a alma vai perdendo rigidez pela abertura de fissuras de flexão transversal;
- Para efeitos de projetos, nos quais se devem fazer verificações tanto do ELU como do ELU de fadiga, a combinação $\Delta T_c = \Delta T_t = \Delta T/2$ é aquela que, de uma maneira geral, atende melhor os ensaios e as condições usuais de projeto, incluindo o ELU de fadiga.

Ensaio de fadiga – VIGA 3 e VIGA 4

Da observação dos ensaios de fadiga e do Modelo Proposto correspondente pode-se concluir que:

- Ficou comprovado experimentalmente nos ensaios cíclicos, o fenômeno da biela oscilante, equilibrando a flexão transversal oscilante. A biela mostrou-se, muito resistente, sem apresentar qualquer indício de ruptura por fadiga nos ensaios;
- As rupturas por fadiga dos estribos ocorreram sistematicamente próximo à ligação da alma com a mesa inferior, longe dos ganchos ou dobramentos dos estribos;
- A ruptura por fadiga de uma barra é uma ruptura frágil. Contudo, considerando o conjunto de barras de estribos em uma alma, observou-se que a ruptura por fadiga é seqüencial, portanto não frágil;
- As previsões de ruptura do Critério de Fadiga adotado mostraram-se quase sempre a favor da segurança, confirmando os critérios adotados no Modelo Proposto;
- A ruptura por fadiga só foi observada para flutuações de tensão artificialmente altas em relação às condições usuais das pontes.

7.1 Proposta de pesquisas futuras

Da análise do conjunto dos estudos que aqui se encerram e de algumas dificuldades encontradas propõe-se as seguintes pesquisas para prosseguir nesse assunto:

- Desenvolver pesquisas futuras para esclarecer o comportamento pós-ELU observado;
- Ensaiair uma viga com vão aumentado, de modo a dificultar que o carregamento vertical procure diretamente os apoios;
- Instrumentar os estribos nas regiões próximas às ligações alma-mesa, pois as maiores fissuras de flexão transversal abriram nestas regiões;
- Fazer várias combinações de armaduras transversais para confirmar a relação entre ΔT_c e ΔT_t ;
- Verificar a possibilidade de instalar os extensômetros somente após a fissuração da peça;
- Verificar a ruptura da biela por fadiga;
- Ensaios de fadiga sem flexão transversal, partindo dos procedimentos aqui utilizados, com e sem mesa inferior;
- Desenvolvimento de elemento finito de concreto armado capaz de representar comportamento de uma alma de ponte celular solicitada à combinação de cisalhamento com flexão transversal;
- Procura de modelo que explique o comportamento pós-ELU observado.

ANEXO A – Aspectos das superfícies de fratura por fadiga

A palavra fadiga é comumente usada para referir-se ao comportamento de materiais sob ação de tensões ou deformações repetitivas. A definição de fadiga correntemente estabelecida pela ASTM é a seguinte (FUCHS et STEPHENS, 1980): “fadiga é um processo de mudança estrutural permanente, localizada, progressiva, ocorrendo num material sujeito a condições que produzem flutuações de tensões ou deformações em um ou mais pontos, os quais podem culminar em fissuras ou fratura completa, com suficiente número de flutuações”.

A ruptura por fadiga pode começar, por exemplo, a partir de defeitos locais, devido à corrosão, ou à abertura de micro-fissuras. Ao redor destes defeitos inicia-se uma fissura que progride até que a área restante da peça não suporte mais o carregamento, quando ocorre a ruptura por fadiga (CEB-FIP MC, 1990); (CEB, 1999); (CALLISTER, 2000).

Figura A-1 Progresso de abertura de fissuras até a ruptura por fadiga

Os mecanismos de aberturas de micro-fissuras por fadiga são muito complexos. Contudo, do ponto de vista da engenharia, geralmente essas aberturas iniciam-se em locais de concentrações de tensões de tração (WILLENS et al., 1983).

As irregularidades das superfícies provenientes de defeitos do processo de fabricação, como inclusões ou vazios, produzem concentração de tensões.

A ruptura por fadiga se dá por etapas, ou seja, inicialmente ocorre uma nucleação com abertura de fissura e, em seguida, ela se propaga até que a área da

seção remanescente não pode mais resistir à carga e ocorre a ruptura da peça. As rupturas por fadiga são freqüentemente repentinas, sem avisos externos.

O início e a propagação das fissuras de fadiga são causados por deformações cíclico-plásticas localizadas, as quais geram pontos de nucleação, com altas concentrações de tensões (BARSON et ROLFE, 1987). Essas concentrações de tensões podem ocorrer em vários locais da superfície, resultando num possível início de aberturas de várias fissuras de fadiga.

Há muita controvérsia sobre as teorias da fratura de fadiga com relação à nucleação e à propagação das fissuras de fadiga, devido à dificuldade de observação em alguns casos e à variedade de mecanismos que determinam a ruptura do material.

Uma vez iniciada, a fissura se propaga rapidamente, conforme a magnitude dos incrementos das deformações plásticas localizadas, em um plano perpendicular ao plano das tensões principais atuantes na peça (SOUZA, 2000).

A geometria da peça e o tipo de carregamento cíclico podem afetar significativamente a iniciação da fissura de fadiga, sua velocidade e forma de propagação.

O aspecto de uma ruptura por fadiga apresenta duas zonas: uma, produzida pelo desenvolvimento gradual e progressivo da fissura e outra, pela ruptura brusca. Visualmente, a primeira zona aparece mais lisa e a segunda, aparece mais rugosa.

A propagação da fissura se dá por incrementos, pelas aberturas e fechamentos consecutivos, fazendo com que a fissura cresça na direção de seu eixo longitudinal.

Microscopicamente, a região de fadiga exhibe estrias que correspondem à extensão da fissura a cada ciclo do carregamento. Usualmente, estas estrias são mais evidentes no alumínio do que no aço.

As fissuras podem se propagar de forma circular (penny shape) até atingir o tamanho crítico e logo em seguida ocorre a ruptura por fadiga.

Outro modo de as fissuras se propagarem são como as marcas que as águas do mar deixam na areia, freqüentemente denominadas “marcas de praia” (beach marks). O termo “marcas de praia” surgiu devido à similaridade do modelo de fratura com marcas de areia depois que as ondas do mar partem das areias da praia. Estas

marcas são impressas na superfície de fadiga devido a duas fissuras adjacentes que se abrem e fecham e se friccionam durante o carregamento cíclico.

Muitas vezes, as marcas de praia não são evidentes quando as fissuras de fadiga se propagam nas superfícies com formas semielípticas (FUCHS et STEPHENS, 1980).

Dependendo do tipo de material e do carregamento, as fissuras se desenvolvem com dificultosa delineação de estrias na superfície. Ambientes agressivos podem eliminar as estrias da superfície com a corrosão das fissuras de fadiga, dificultando a análise da superfície de fratura.

Muitas dessas superfícies de fraturas têm características comuns e as palavras “ruptura típica por fadiga” são freqüentemente encontradas na literatura e na prática, embora haja muitas rupturas atípicas também.

As rupturas típicas de fadiga exibem os seguintes aspectos comuns:

1. local ou locais definidos de iniciação de fissuras;
2. marcas de praia indicativas do crescimento da fissura;
3. região final de fratura definida.

Em muitos casos, devido à apreciável deformação permanente localizada, a superfície de fratura apresenta a formação de uma aba fina em torno de parte do perímetro, freqüentemente chamada por “shear lip”. Esta ocorrência depende do tipo de carregamento e da ductilidade do material, sendo mais comuns nos metais dúcteis.

* * *

Análise da superfície de fratura das barras rompidas por fadiga

Foram selecionadas algumas barras rompidas por fadiga das VIGAS 3 e 4 e dos ensaios de “barra ao ar”, a fim de que suas superfícies de fraturas pudessem ser analisadas em um microscópio de varredura eletrônica.

As superfícies de fratura analisadas nem sempre mostraram claramente o local de nucleação ou mesmo as marcas de praia, pois estas barras estavam imersas no concreto da viga e mesmo após ter ocorrido ruptura da barra, o ensaio continuou.

Assim, o contato cíclico das superfícies de fratura pode ter alterado um pouco seus aspectos em alguns casos.

São mostradas a seguir as superfícies de fratura mais características das VIGAS 3 e 4, como também de algumas barras que foram submetidas a ensaios de fadiga de “barra ao ar”.

Superfícies de fratura das barras da VIGA 3

Na Figura A-2 e A-3 estão ilustradas algumas superfícies de fratura das barras utilizadas como estribos na VIGA 3.

Na Figura A-2a o ponto de nucleação está indicado pela seta e a área delimitada está ampliada na Figura A-2b. Em geral, dos pontos de nucleação partem marcas radiais que indicam a direção de propagação da fratura.

Na Figura A-2c indica-se também o ponto de nucleação de outra amostra. Pode-se notar claramente na face direita da superfície de fratura, a formação de uma aba fina em torno de parte do perímetro, conhecida como “shear-lip”. A Figura A-2d ilustra uma ampliação do local delimitado na figura A-2c.

Figura A-2 Superfície de ruptura por fadiga – Viga 3

Na Figura A-3a o ponto de nucleação também está indicado pela seta e área delimitada está ampliada na Figura A-3b, na qual pode-se ver com mais clareza o ponto de nucleação e as marcas radiais de propagação de trincas.

A Figura A-3c ilustra uma ampliação do local delimitado na Figura A-3b, onde se pode ver as marcas de praia. Estas marcas de praia ficam ainda mais claras quando se vê com maior ampliação na Figura A-3d.

Figura A-3 Nucleação e marcas de praia na superfície de fratura – Viga 3

Superfícies de fratura da Viga 4

As fotos da Figura A-4 mostram também com detalhes as marcas de praia impressas na superfície de fratura, em razão da propagação das fissuras de fadiga.

Na Figura A-4a o ponto de nucleação também está indicado pela seta e a área delimitada está ampliada na Figura A-4b.

A Figura A-4c mostra uma ampliação da área delimitada na Figura A-4b, onde se pode ver as marcas de praia, as quais ainda estão ampliadas na Figura A-4d.

Ilustra-se ainda outra amostra na Figura A-4e. A seta indica o ponto de nucleação e o ponto delimitado está mais ampliado na Figura A-4f, onde se vê nitidamente as marcas de praia.

(a)

(b)

(c)

(d)

(e)

(f)

Figura A-4 Nucleação e marcas de praia na superfície de fratura – Viga 4

Superfícies de fratura de “barra ao ar”

Mostram-se a seguir algumas amostras de superfícies de fratura de barras submetidas a ensaios de “barra ao ar”.

Na Figura A-5a, a seta indica o ponto de nucleação, cuja ampliação está ilustrada na Figura A-5b. A Figura A-5c mostra um aumento da Figura A-5b. As marcas de praia podem ser vistas mais claramente com os aumentos subsequentes nas Figuras A-5c e A-5d.

Figura A-5 Nucleação e marcas de praia na superfície de fratura – “barra ao ar”

Na Figura A-6a estão representadas outras amostras de superfície de fratura. As setas indicam o ponto de nucleação. Na Figura A-6b, mostra-se a região da nucleação com maior ampliação, onde se pode ver as marcas radiais que indicam a direção da fratura. Comentário análogo pode ser feito das Figuras A-6c e A-6d.

Na Figura A-6c pode-se também observar na face inferior da superfície de fratura, a formação do “shear-lip”.

Figura A-6 Superfícies de fratura – “barra ao ar”

CONCLUSÃO

As superfícies de fratura das barras utilizadas na VIGA 3 e 4, apresentam os mesmos aspectos das superfícies de fratura das amostras de “barra ao ar”. Todas apresentam pontos de nucleação e marcas de praia. Portanto, pode-se concluir que as rupturas das barras dos estribos das VIGAS 3 e 4 ocorreram por fadiga.

ANEXO B – Plantas de armaduras das vigas

LISTA DE FERROS			
N	CASACAO	QUANT.	COMPRIMENTO(m)
		UNIT	TOTAL
1	8.0	4	401
2	8.0	2	417
3	8.0	2	401
4	20.0	2	411
5	20.0	2	429
6	20.0	2	449
7	10.0	4	377
8	10.0	4	407
9	8.0	2	401
10	6.3	27	286
11	6.3	27	87
12	6.3	27	87
13	6.3	27	88
14	6.3	27	88
15	6.3	2	108
16	6.3	2	108

RESUMO AÇO CA-50A			
Ø	KG/M	m	KG
6.3	0.580	177	45
8.0	0.893	405	16
10.0	0.624	163	10
20.0	2.482	409	102
		TOTAL	173

AREA: 0,1818 m2
VOLUME: 0,691 m3
Taxa: 250 kg/m3

- NOTAS
1. MONTAR OS ESTRIBOS A PARTIR DO EIXO DAS BARRAS LONGITUDINAIS
 2. SOLDAR GANCHO Ø10 NAS BARRAS N.7
 3. FAZER GANCHO A 45° NAS BARRAS N.4, N.5 E N.6
 4. ENVIAR JUNTO 5 BARRAS COM 1.1 m Ø 10 e Ø 20
 5. ENVIAR JUNTO 30 BARRAS COM 1.1 m Ø 6.3 e Ø 8.0
 6. OS GRAMPIS N.15 e N.16, DEVEM SER MONTADOS DENTRO DOS ESTRIBOS

ENSAIO	VIGA-2
RUPTURA DUCTIL	
DA ARMADURA TRANSVERSAL	
Esc: 1:20

LISTA DE FERROS			COMPRIMENTO (cm)		TOTAL
N	CASO/FACIL g	QUANT.	UNIT.		
1	8,0	4	401	1604	
2	8,0	2	417	934	
3	8,0	2	401	602	
4	20,0	2	411	822	
5	20,0	2	419	838	
6	20,0	2	419	838	
7	20,0	4	377	1508	
8	10,0	4	407	1628	
9	8,0	2	401	602	
10	6,3	26	286	7436	
11	6,3	26	87	2262	
12	6,3	26	88	2288	
13	6,3	26	88	2288	
14	6,3	26	88	2288	
15	6,3	2	128	256	
16	6,3	2	128	256	

RESUMO ACO CA-50A				
Ø	kg/m	m	kg	
6.3	0.250	171	43	
8.0	0.393	40.5	16	
10.0	0.624	16.3	10	
20.0	2.482	40.9	102	
			TOTAL	
			171	

AREA: 0,1818 m2
VOLUME: 0,691 m3
Taxa 247.5 kg/m3

NOTAS

1. MONTAR OS ESTRIBOS A PARTIR DO EIXO DAS BARRAS LONGITUDINAIS
2. SOLDAR GANCHO Ø10 NAS BARRAS N.7
3. FAZER GANCHO A 45° NAS BARRAS N.4, N.5 E N.6
4. ENVIAR JUNTO 5 BARRAS COM 11 $\varnothing$ 10 E Ø 20
5. ENVIAR JUNTO 30 BARRAS COM 11 $\varnothing$ 6,3 E Ø 80
6. OS GRAMPOS N.15 E N.16, DEVEM SER MONTADOS DENTRO DOS ESTRIBOS

ENSAIO	VIGA-4
RUPTURA POR FADIGA	
DA ARMADURA TRANSVERSAL	
Esc: 1:20	

ANEXO C – Ensaios de fadiga de barras ao ar feitos na Escola Politécnica da USP

Apresenta-se neste anexo, um resumo dos resultados de ensaios de fadiga de barras de aço CA50 de $\phi 10\text{mm}$, $\phi \frac{1}{2}''$ e $\phi 16\text{mm}$ para concreto armado, realizados pelo Prof. Dr. Miguel B. Martinez no Laboratório de Estruturas e Materiais Estruturais – LEM, da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, em janeiro de 2002.

Tabela C-1 Características dos Ensaios

Número de pontos da curva de Wöhler	Número de corpos de prova por ponto	Número de ensaios	Número de ciclos até a ruptura esperada em cada ensaio
4	1	4	Média de 1,0 milhão para os 4 ensaios.
2	1	2	2,0 milhões
1	1	1	5,0 milhões
	Total	7	13,0 milhões

Tabela C-2 Resultados Obtidos

Bitola	Tensão de escoamento real (MPa) (1)	Tensão máxima dos ensaios (MPa) (2)	$f_{\text{fad}, 2 \cdot 10^6}$ (MPa) (3)	$f_{\text{fad}, 5 \cdot 10^6}$ (MPa) (4)	$f_{\text{fad}, \text{infinito}}$ (MPa) (5)
10 mm	638,9	511,1	245	240	235
$\frac{1}{2}''$	583,0	466,4	205	200	195
16 mm	594,0	475,2	195	190	185

Notas:

- (1) A tensão de escoamento real é aquela calculada para cada bitola por meio de ensaios simples de tração.
- (2) A tensão máxima dos ensaios corresponde a 80 % da tensão de escoamento real.
- (3) $f_{\text{fad}, 2 \cdot 10^6}$ é a amplitude de variação das tensões que leva à ruptura por fadiga em 2 milhões de ciclos.
- (4) $f_{\text{fad}, 5 \cdot 10^6}$ é a amplitude de variação das tensões que leva à ruptura por fadiga em 5 milhões de ciclos.
- (5) $f_{\text{fad}, \text{infinito}}$ é a amplitude máxima de variação das tensões que a barra suporta mesmo que o número de ciclos (N) cresça indefinidamente.

Figura C-1 Curvas de Wöhler para barras de aço CA50 – $\phi 10\text{mm}$, $\phi \frac{1}{2}''$ e $\phi 16\text{mm}$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – (ABNT). **Projeto e execução de obras de concreto armado - NBR 6118**. Rio de Janeiro: 1978.

_____. **Projeto de estruturas de concreto – Projeto de Revisão NBR 6118**. Rio de Janeiro: 2002.

_____. **Projeto de estruturas de concreto protendo - NBR 7197**. Rio de Janeiro: 1989.

_____. **Barras e fios de aço destinados a armadura para concreto armado - NBR 7480**. Rio de Janeiro: 1996.

_____. **Concreto – Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos - NBR 5739**. Rio de Janeiro: 1994.

_____. **Concreto – Argamassa e concreto – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos - NBR 7222**. Rio de Janeiro: 1994.

_____. **Concreto – Determinação do módulo de deformação Estática e Diagrama – Tensão Deformação - NBR 8522**. Rio de Janeiro: 1984.

_____. **Materiais metálicos – Determinação das propriedades mecânicas à tração - NBR 6152**. Rio de Janeiro: 1992.

_____. **Método de ensaio de fadiga de barras de aço para concreto armado- NBR 7478**. Rio de Janeiro: 1982.

BARSOM, J. M., ROLFE, S. T. **Fracture and fatigue control in structures**. New Jersey: Prentice Hall, 1987.

BORGES, J. U. A, GASPAR, R., TRAUTWEIN, L. M. Estudo comparativo sobre cisalhamento em vigas de concreto segundo a nova NBR-6118/2002 e outras normas correntes. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 44., Belo Horizonte, 2002. **Anais**. São Paulo: Ibracon, 2002. 1 CD ROM.

BORGES, L. A. Processo de execução de pontes e viadutos em lançamentos por incrementos. In: ENCO - ENCONTRO NACIONAL DA CONSTRUÇÃO, 9., São Paulo, 1990. **Anais**. São Paulo: Instituto de Engenharia de São Paulo, 1988. p.108–110.

BORGES, L. A., SKAF, K.J., STUCCHI, F. R. Processo executivo de lançamento por incrementos e sua aplicação nas obras passarela em Presidente Altino e Viadutos V.05-03B e V.02-15 da Ferrovia do Aço. In: JORNADAS SUL AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 21., São Paulo, 1981. **Anais**. São Paulo: FING, 1981.

BRITISH STANDARDS INSTITUTION – (BSI). **Carbon steel for the reinforcement of concrete - BSI 4449/88**. London: 1997.

BROWN, D. J. **Bridges: three thousand years of defying nature**. Hong kong: Mitchell Beazley, 1996.

CALAVERA, R. J. **Proyecto y calculo de estructuras de hormigon armado para edificios**. 2.ed. S.l.: Intemac, 1991. v.2.

CALLISTER, W. D. **Materials science and engineering: an introduction**. 5ed. New York: John Wiley & Sons, 2000.

CARNEIRO DA SILVA, R., GIONGO, J. S. **Modelos de bielas e tirandes aplicados a estruturas de concreto armado**. São Carlos: EESC-USP, 2000.

CLEMENTE, F., BORGES, L. A., STUCCHI, F. R. Projeto de viaduto unicelular para pista dupla na extensão da linha norte/sul do Metrô de São Paulo. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 1., São Paulo, 1989. **Anais**. São Paulo. EPUSP, 1989. p.123–163. v.1.

COLLINS, M. P., MITCHELL, D. **Prestressed concrete basics**. Ottawa: Canadian Prestressed Concrete Institute, 1987.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (CEB). **Shear in prestressed concrete members**: state of the art report. Bulletin d'Information n.180, Lausanne: 1987.

_____. **Fatigue of concrete structures**: state of the art report. Bulletin d'Information n.188, Lausanne: 1988.

_____. **RC elements under cyclic loading**: state of the art. Bulletin d'Information n.210, London: Thomas Telford, 1996.

_____. **CEB-FIP Model Code 1990**: design code. Bulletin d'Information n.213/214. London: Thomas Telford, 1993.

_____. **Structural concrete**: textbook on behaviour, design and performance. Lausanne: 1999. v.2.

DALLY, J. E., RILEY, W. F. **Experimental stress analysis**. 3 ed. Singapore: McGraw-Hill, 1991.

DELLA BELLA, J. C., CIFÚ, S. Critérios para dimensionamento das armaduras e verificação do concreto em estruturas laminares submetidas a solicitações de chapa e placa. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 4., São Paulo, 2000. **Anais**. São Paulo: EPUSP, 2000. 1 CR ROM.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (DIN). **Reinforcing steel**: reinforcing steel bars testing – DIN 488 Part 3, Berlin: Beuth Verlag GMBH, 1986.

DUTHINH, D., CARINO, N. J. **Shear design of high-strength concrete beams**: state-of-the-art. Gaithersburg: NISTIR, 1996.

FERNANDES, G. B. **Cisalhamento em vigas de concreto de alta resistência**. 1992. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1992.

FERNANDES, G. B. **Notas sobre a análise experimental de estruturas**. Campinas: UNICAMP, 1992.

FERNANDES, R. M., EL DEBS, A. L. H. C. A influência das ações repetidas na aderência aço-concreto. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 4., São Paulo, 2000. **Anais**. São Paulo: EPUSP, 2000. 1 CD-ROM.

FUCHS, H. O., STEPHENS, R. I. **Metal fatigue in engineering**. New York: Willey, 1980.

FUSCO, P. B. **Construções de concreto solicitações tangenciais: introdução – combinação de ações – força cortante – conceitos básicos**. São Paulo: EPUSP/PEF, 1981.

_____. **Construções de concreto solicitações tangenciais: problemas básicos de cisalhamento no concreto estrutural – problemas gerais de dimensionamento**. São Paulo: EPUSP/PEF, 1984.

_____. **Investigação experimental sobre o valor limite τ_{wu} das tensões de cisalhamento no concreto estrutural**. São Paulo: EPUSP, 1985. 50p. Boletim Técnico da Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, BT/PEF-8504/85.

_____. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: PINI, 1995.

GRATTESAT, M. **Ponts de France**. Paris: Presses de l'École Nationale de Ponts et Chaussées, 1982.

INSTITUTO ARGENTINO DE NORMALIZACION – (IRAM). **Aços para armadura de concreto: parte 10: ensaio de fadiga em barras - projeto de norma mercosul 02:00-020-10**. Buenos Aires: 1996.

JANBERG, N. STRUCTURAE. International database and gallery of structures. New Jersey. 2003. **Apresenta informações sobre estruturas**. Disponível em: <http://www.structurae.de>. Data de acesso: 20/09/2002.

KAUFMANN, J, MENN, C. **Versuche über Schub bei Querbiegung**. Zürich: ETH/Birkhäuser, 1976. (Bericht, n. 7201-1).

LANGENDONCK, T. **Resistência dos materiais: tensões**. Rio de Janeiro: Científica, 1956.

LEFAUCHEUR, D. Cumul des aciers de cisaillement et des acier de flexion. Ouvrages d'Art, Bagneux, n.41, p.18-28, sept., 2002:

LEONHARDT, F., MONNIG, E. **Construções de concreto**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. v.2.

_____. **Construções de concreto.** Rio de Janeiro: Interciência, 1978. v.6.

MALLET G. **Fatigue of reinforced concrete.** London: HMSO, 1991.

MARTINEZ, M. A. B. **Ensaio de fadiga de barras de aço CA50 de 16mm para concreto armado.** São Paulo: EPUSP/LEM, 2002. (Relatório Técnico, R.T. n. 03/26).

MATHIVAT, J. **Construction par encorbellement des ponts en beton precontraint.** Paris: Eyrolles, 1979.

MATOS, F. **Ensaio de fadiga em vergalhões.** São José dos Campos: CTA, 1995. (Relatório Técnico, RT GDQ/EXP-Q-332/95).

MENN, C. **Prestressed concrete bridges.** Basel: Birkhäuser, 1990.

O'CONNOR, C. **Pontes - superestruturas.** Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1975. v.1.

PFEIL, W. **Cimbramentos.** Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1987.

_____. **Pontes em concreto armado.** Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979.

POPOV, E. P. BALAN, T. A. **Engineering mechanics of solids.** New Jersey: Prentice Hall, 1990.

REINECK, K. H. Shear design based on truss models with crack-friction. Comité Euro-International du Béton (CEB) Bulletin d'Information, London, n.223, p. 137-157, 1995.

ROYAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY. Stockholm. **Apresenta Largest Concrete Prestressed Girder Bridges.** Department of Structural Engineering at KTH. Disponível em < <http://www.struct.kth.se/research/bridges/index.htm> > . Acesso em 8 de março de 2003.

SABINS, G. M. **Structural modeling and experimental techniques.** New York: Prentice-Hall, 1983.

SCHLAICH, J., SCHEEF, H. **Concrete box-girder bridges.** Zürich: IABSE, 1982.

SOUZA, S. A. **Ensaio mecânicos de materiais metálicos**: fundamentos teóricos e práticos. 5 ed. São Paulo: Edgard Blücher, 2000.

STUCCHI, F. R. **Sobre o comportamento estrutural das pontes celulares**. 1982. 179p. Dissertação (Mestrado). Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1982.

STUCCHI, F. R., BORGES, L. A. Dimensionamento das almas de vigas celulares. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 2., São Paulo, 1990. **Anais**. São Paulo. EPUSP, 1990. p.359–401. v.1.

THÜRLIMANN, B. Shear strenght of reinforcement and prestressed concrete beams. Comité Euro-International du Béton (CEB) Bulletin d'Information, Lausanne, n.146, p. 17-38, 1982.

_____. Torsional strenght of reinforcement and prestressed concrete beams. Comité Euro-International du Béton (CEB) Bulletin d'Information, Lausanne, n.146, p. 39-65, 1982.

_____. Schubmessung ber Querbiegung. Schweizerische Bauzeitung, Zürich, n.26, p.478-481, Juni 1977.

TIMOSHENKO, S. P., GERE, J. E. **Mecânica dos sólidos**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1989. v. 2.

VASCONCELOS, A. C. **Pontes brasileiras**. São Paulo: Pini, 1993.

VIRLOGEUX, M. Bilan de la politique d'innovation dans le domaine des ouvrages d'art. Travaux, Paris, p.20-34, mars 1985.

WILLENS, N., EASLEY, J. T., ROLFE, S. T. **Resistência dos materiais**. São Paulo: McGRAW-Hill, 1983.