RODRIGO SILVA MORCELLI

ANÁLISE SÍSMICA DE ESTRUTURAS PARA MÁQUINAS DE PAPEL

RODRIGO SILVA MORCELLI

ANÁLISE SÍSMICA DE ESTRUTURAS PARA MÁQUINAS DE PAPEL

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo como parte dos requisitos para
obtenção do título de Mestre em
Engenharia.

São Paulo
2010

RODRIGO SILVA MORCELLI

ANÁLISE SÍSMICA DE ESTRUTURAS PARA MÁQUINAS DE PAPEL

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo como parte dos requisitos para
obtenção do título de Mestre em
Engenharia.

Área de concentração:
Engenharia de Estruturas

Orientador:
Prof. Dr. Reyolando M. L. R. F. Brasil

São Paulo
2010

FICHA CATALOGRÁFICA

Morcelli, Rodrigo Silva

**Análise sísmica de estruturas para máquinas de papel / R.S. Morcelli. -- São Paulo, 2010.
144 p.**

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1. Dinâmica (Análise) 2. Terremotos 3. Estruturas (Análise) 4. Estruturas metálicas I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II. t.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha
esposa Camila, aos meus
pais e ao meu irmão.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Reyolando, pela orientação e pelo estímulo transmitidos durante o desenvolvimento desse trabalho.

À minha esposa Camila pela paciência, apoio e carinho nos momentos difíceis.

Aos meus pais e ao meu irmão pelo suporte e incentivo durante meus estudos.

Aos amigos Elivaldo Silva, Marco Brujas, Thierre Penteado e Marcelo González Bergweiler pelas ideias e comentários valiosos.

RESUMO

Em geral, os desenvolvimentos na literatura e em códigos de construção voltados para projeto sísmico tem grande ênfase em edifícios civis e seu respectivo comportamento dinâmico. Entretanto, em diversas ocasiões, faz-se necessário o projeto e dimensionamento de equipamentos ou estruturas de geometria e comportamento distintos dos de um edifício usual. Contudo, são encontradas em diferentes normas afirmações e advertências de que as informações lá contidas aplicam-se inteiramente a essas estruturas ou construções similares.

Nesses documentos, emitidos por vários países para aplicação em seus respectivos territórios, são estabelecidos procedimentos e métodos. Ademais, opções para análise são propostas, com base em diversos fatores como o tipo de estrutura resistente, a função da edificação, os custos relacionados, a importância da obra e as características geológicas do local de construção.

Nesse trabalho, foi realizado o estudo de estruturas para máquinas de fabricação de papel, de modo analítico e por meio do método dos elementos finitos, com respeito a projeto sísmico. Esses equipamentos consistem de pórticos metálicos suportados por estruturas civis, e que suportam rotores por cuja superfície passa o papel durante operação. Os métodos usualmente presentes em normas, força horizontal equivalente, análise espectral e análise transiente com históricos de acelerações no tempo foram aplicados, e suas respostas comparadas e comentadas.

Buscou-se como resultado uma melhor compreensão das considerações e dos métodos mais adequados para essas estruturas, assim como das eventuais variações ocasionadas pela sua aplicação.

Palavras-chave: Dinâmica (análise). Terremotos. Estruturas (análise). Estruturas metálicas.

ABSTRACT

Usually, the progresses in codes and technical literature regarding seismic analyses are aimed at civil buildings and their dynamic behavior. Nevertheless, frequently, the dimensioning and construction of equipments or structures with distinct geometry and behavior are required. In numerous codes, though, statements that the comprised information should be fully applied solely to buildings and similar constructions are found.

In these codes, issued by many countries for the application in their respective territories, there are procedures and criteria established for seismic design. Moreover, applicable analysis methods are presented, and the selection of which one to employ is based on details as type of resistant systems, intended occupation, rebuilding costs, significance and the geological features of the erection site.

In this work, the study of structures for paper production machines is presented, regarding seismic analysis and employing analytical and the finite element methods. These machines consist of metallic frames supported by civil structures and supporting rotors, whose surfaces are in contact with the paper web. The methods usually found in codes, equivalent lateral force, spectrum analysis and transient with acceleration time history were considered, and their results compared and commented afterwards.

A better understanding of the more appropriate methods and input parameters for these structures was intended, as well as of any eventual deviation caused by their use.

Keywords: Dynamics (analysis). Earthquakes. Structures (analysis). Metallic structures.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 MÁQUINAS PARA FABRICAÇÃO DE PAPEL	12
2.1 SEÇÃO DE FORMAÇÃO	15
2.2 SEÇÃO DE PRENSAS	15
2.3 SEÇÃO DE SECAGEM	16
2.4 SEÇÃO DE ENROLAMENTO	16
2.5 FUNDAÇÕES	17
2.6 VIBRAÇÃO E FORÇAS DE DESBALANCEAMENTO	17
3 REVISÃO DA LITERATURA	18
3.1 TERREMOTOS	18
3.2 SISTEMAS DE UM GRAU DE LIBERDADE	24
3.2.1 Excitação de Suporte	25
3.2.2 Vibração Livre	27
3.2.3 Resposta a Excitação Harmônica	30
3.2.4 Resposta a Excitação com Variação Arbitrária no Tempo	32
3.3 ANÁLISE SÍSMICA – SISTEMAS DE UM GRAU DE LIBERDADE	33
3.3.1 Espectro de Resposta	34
3.3.2 Espectro de Projeto	35
3.4 SISTEMAS DE MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE	37
3.4.1 Excitação de Suporte	37
3.4.2 Vibração Livre	39
3.4.3 Método da Superposição Modal	42
3.5 ANÁLISE SÍSMICA – SISTEMAS DE MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE	45
3.5.1 Análise com Forças Horizontais Equivalentes	45
3.5.2 Análise Espectral	47
3.5.3 Análise com Históricos de Aceleração no Tempo	49
3.6 ANÁLISE SÍSMICA – EDIFÍCIOS	52
3.7 ANÁLISE SÍSMICA – ESTRUTURAS DIFERENTES DE EDIFÍCIOS	54
3.8 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	55
3.8.1 Análise modal	55
3.8.2 Análise espectral	56
3.8.3 Análise transiente	56
4 NORMAS SÍSMICAS	58
4.1 NORMA BRASILEIRA DE PROJETO SÍSMICO	58
4.1.1 MÉTODO DAS FORÇAS HORIZONTAIS EQUIVALENTES	62
4.1.2 MÉTODO ESPECTRAL	63
4.1.3 MÉTODO TRANSIENTE – ACELEROGRAMAS	63

4.2 NORMA DE PROJETO SÍSMICO – NCh 433 - 1996	64
4.3 NORMA DE PROJETO SÍSMICO – NCh 2369 - 2003	65
4.4 NORMA DE PROJETO SÍSMICO – FEMA 450 - 2003	66
5 ANÁLISE SÍSMICA BIDIMENSIONAL – MÁQUINA TISSUE	67
5.1 FORÇAS HORIZONTAIS EQUIVALENTES	72
5.2 ANÁLISE ESPECTRAL.....	72
5.3 ANÁLISE TRANSIENTE COM HISTÓRICO DE ACELERAÇÕES.....	73
5.4 ANÁLISE PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	74
5.5 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS.....	78
6 ANÁLISE SÍSMICA TRIDIMENSIONAL – MÁQUINA TISSUE.....	81
6.1 MÁQUINA COM ENGASTAMENTOS	82
6.1.1 Análise segundo NBR 15421	85
6.2 MÁQUINA E ESTRUTURA CIVIL	99
6.2.1 Análise Espectral.....	101
7 ANÁLISE SÍSMICA - PRENSAS - MÁQUINA DE PAPEL EMBALAGEM	105
7.1 MÁQUINA COM ENGASTAMENTOS	106
7.1.1 Análise segundo NBR 15421	109
7.2 MÁQUINA E ESTRUTURA CIVIL	118
7.2.1 Análise Espectral.....	121
8 ANÁLISE SÍSMICA - SECAGEM - MÁQUINA DE PAPEL EMBALAGEM	124
8.1 MÁQUINA COM ENGASTAMENTOS	125
8.1.1 Análise segundo NBR 15421	128
8.2 MÁQUINA E ESTRUTURA CIVIL	135
8.2.1 Análise Espectral.....	138
9 CONCLUSÕES	140
REFERÊNCIAS	142

1 INTRODUÇÃO

Por regra geral, as normas para projeto e construção resistentes a terremotos são elaboradas visando edifícios civis, ou estruturas com comportamento dinâmico semelhante. Contam como motivações a preservação de vidas humanas e o controle de danos estruturais, de modo a evitar o colapso. E, além disso, em função da importância da construção, garantir a posterior reocupação.

Nesses documentos, emitidos por instituições nacionais para aplicação em seu respectivo território, são estabelecidos procedimentos e critérios para dimensionamento, assim como configurações estruturais recomendadas ou proibidas. Ademais, diversas opções para análise são propostas, com base em fatores como tipo de estrutura resistente, a função da edificação, os custos relacionados, a importância da obra e as características geológicas do local da edificação.

Entretanto, em diversas ocasiões, são necessários o projeto e dimensionamento de estruturas de geometria e comportamento dinâmico distintos dos de um edifício usual. Contudo, são encontradas nas normas afirmações e advertências de que as informações lá contidas aplicam-se somente a essas estruturas ou construções similares.

Segundo Sprague e Legatos (2000), o incremento de critérios para projeto sísmico de estruturas diferentes de edifícios é tradicionalmente uma parte pequena do desenvolvimento de diretrizes para construção. Contudo, comumente essas diretrizes são o único instrumento disponível para antecipar o comportamento dessas construções, na ocorrência de um terremoto. Essa falta de orientação causa problemas, especialmente aparentes quando em um projeto a sujeição a uma norma específica é requerida.

Pretende-se analisar nesse trabalho os métodos mais comuns presentes em normas e na literatura, e os resultados provenientes de sua aplicação a máquinas para fabricação de papel. As estruturas dessas máquinas são constituídas por pórticos de aço, suportados por estruturas de concreto armado e suportando rotores metálicos.

Figura 1 – Máquina para fabricação de papel tissue

Figura 2 – Máquina para fabricação de papel embalagem

A principal motivação para o tema surgiu da dificuldade encontrada pelo autor, durante projetos de equipamentos para países andinos, em encontrar e definir critérios com base normativa para dimensionamento.

Buscou-se como resultado uma melhor compreensão das considerações e dos métodos mais adequados para essa classe de projetos, assim como dos eventuais erros ocasionados do emprego de procedimentos recomendados e aplicáveis para edifícios.

Inicialmente, foi empregado um modelo estrutural plano simplificado de parte de uma máquina, resolvido analiticamente e pelo método dos elementos finitos, de modo a garantir melhor compreensão das equações envolvidas e das operações implícitas nos programas comerciais.

Em seguida, foram empregados modelos tridimensionais de máquinas para diferentes tipos de papel, por meio do método dos elementos finitos. Nesses modelos foram também considerados os componentes civis suportando o equipamento, de modo a avaliar sua influência na resposta final.

2 MÁQUINAS PARA FABRICAÇÃO DE PAPEL

Segundo D'Almeida (1988), até o século XVIII, as folhas de papel eram feitas manualmente. O operário imergia uma tela fixa em moldura de madeira em um tanque contendo uma suspensão de fibras, formando uma folha que então era seca ao ar.

Em 1799 o francês Louis Nicolas Robert inventou uma máquina que possibilitava a formação de uma folha de papel com comprimento infinito. Era construída de madeira e possuía uma tela de tecido suspensa por roletes, na qual era lançada uma suspensão de fibras. Em 1818, na Alemanha, foi apresentada uma máquina em que a massa permanecia em agitação e caía na tela por gravidade. Após ser prensada, a folha era enrolada no final da máquina.

As máquinas de papel modernas são constituídas por várias seções independentes, cada qual com função e características próprias. Em geral, elas são:

- Seção de formação (Figura 3)
- Seção de prensas (Figura 3)
- Seção de secagem (Figura 4)
- Seção de enrolamento (Figura 6)
- Fundações

Figura 3 – Seções de formação e prensas de máquina para fabricação de papel embalagem

Figura 4 – Seção de secagem de máquina para fabricação de papel embalagem

Figura 5 – Máquina para fabricação de papel – Disponível em: < http://www.sons-net.de/websites/images/PM1_siebpartie.jpg >

Figura 6 – Seção de enrolamento e bobina de papel de máquina para fabricação de papel embalagem - Disponível em: < <http://www.tappi.org/content/Images/enewsletters/ecorr/scllarge.gif> >

Figura 7 – Máquina para fabricação de papel tissue – Disponível em: < http://www.paperonweb.com/Images/Tissue_Yankee_Paper_Machine.jpg >

Usualmente, em uma máquina de papel a água é removida em três estágios: drenagem por gravidade e vácuo, prensagem e secagem com aplicação de calor. Segundo D’Almeida (1988), existem limites possíveis de remoção de água da suspensão por vácuo, e o filme de água mantido pela tensão superficial entre as fibras pode ser removido por prensagem. A água remanescente após a prensagem está retida por forças de capilaridade, e só pode ser removida pela aplicação de calor.

Os tipos de papel são definidos em função de características diversas como gramatura, aplicação superficial, processo de fabricação e matéria-prima. Esses fatores implicam em diferenciações nas máquinas para sua fabricação, sendo aqui referenciadas aquelas para papéis classificados como:

- Papel tissue – papel fino e de baixa gramatura, com maciez e resistência. Exemplo: papel higiênico e lenço. (Figura 1)
- Papel para embalagem – papel ou cartolina usado para embalagem de produtos. Exemplo: caixas. (Figura 2)

2.1 SEÇÃO DE FORMAÇÃO

Segundo D'Almeida (1988), a folha de papel é formada pela deposição de uma suspensão aquosa de fibras sobre a tela formadora da máquina, uma trama contendo espaços para passagem da água, removida por gravidade e vácuo. O principal requisito é produzir uma folha que possua distribuição uniforme de fibras.

Ajustes na relação entre a velocidade do jato e da tela podem garantir características específicas de formação, garantindo maior maciez ou resistência do papel, por exemplo. As telas formadoras, em geral, não possuem emendas visíveis, de modo a evitar marcas no papel.

2.2 SEÇÃO DE PRENSAS

Segundo D'Almeida (1988), a função primordial da prensagem em uma máquina de papel é remover a quantidade máxima possível de água da folha antes de submetê-la à secagem por calor, por ser um processo mais barato. A prensa deve ser capaz de desempenhar essas funções sem causar danos ao papel, como esmagamento ou enrugamento.

A prensagem é baseada na compressão mecânica da folha de papel entre dois rolos. Esta compressão faz a água escoar, indo para o feltro em contato com ela. O feltro é uma espécie de tecido contínuo, que suporta a folha úmida, servindo ao mesmo tempo de acolchoamento e meio absorvente da água contida na folha. Os feltros, em geral assim como as telas, não possuem emendas visíveis.

2.3 SEÇÃO DE SECAGEM

Segundo D’Almeida (1988), o termo secagem refere-se ao processo de remoção de água por evaporação, com aplicação de calor.

O método convencional de secagem é a passagem da folha de papel sobre cilindros aquecidos internamente por vapor. A folha é guiada e mantida em contato com a superfície desses cilindros por meio de telas secadoras. Diferente das telas formadoras e feltros, elas possuem emendas que são costuradas em sua instalação, pois devido a mais alta consistência nessa seção, não ocorrem marcas no papel final.

À seção de secagem podem ser agregados equipamentos que dão tratamento especial ao papel, capazes de melhorar o acabamento superficial e conferir propriedades especiais à superfície da folha, por exemplo.

2.4 SEÇÃO DE ENROLAMENTO

Após a remoção da maior parte da umidade na folha, ela é enrolada em bobinas para transporte e posterior processamento, como corte em formatos padrão e impressão. Essas bobinas podem ser criadas com diâmetros distintos em função da aplicação, sendo ainda possível cortá-las em diversas posições reguláveis na largura.

2.5 FUNDAÇÕES

A máquina de papel, por regra geral, está contida em um edifício civil, onde também estão presentes vários equipamentos essenciais para sua operação, como bombas e tanques. Ela é suportada por estruturas civis conhecidas como fundações, constituídas por vigas e pilares de concreto armado, e geralmente permanece em uma posição elevada com relação ao nível do solo, para instalação de equipamentos sob ela, como sistemas de geração de vapor e remoção de água.

No topo das vigas são encontrados placas ou trilhos metálicos rigidamente conectados ao concreto, onde os componentes mecânicos são parafusados.

2.6 VIBRAÇÃO E FORÇAS DE DESBALANCEAMENTO

Existem diversos limites quanto aos níveis de vibração em máquinas de papel. Por regra geral, eles são definidos com base em requerimentos de qualidade do produto e recomendações em normas internacionais.

De modo a garantir tais níveis, as qualidades de balanceamento são determinadas, e são encontradas em operação forças dinâmicas de desbalanceamento bastante inferiores às forças gravitacionais. Portanto, em casos sem esforços sísmicos, os dimensionamentos quanto à resistência são usualmente realizados com base nos pesos suportados.

Assim, os dimensionamentos para os esforços dinâmicos inerentes ao processo, quanto aos níveis de vibração, e para os sísmicos adicionando os pesos suportados, quanto à resistência, podem ser realizados separadamente, dado que não se espera que a máquina continue produzindo durante um evento significativo.

3 REVISÃO DA LITERATURA

3.1 TERREMOTOS

Muitos fenômenos ocasionam tremores de terra, como: explosões, impactos de meteoritos, desabamentos de cavernas, atividades vulcânicas e movimentos tectônicos. Os últimos têm frequência e importância muito maior e recebem maior interesse.

Segundo Rosenblueth (1976), a maior parte, se não a totalidade, dos terremotos de procedência tectônica originam-se do deslocamento em falhas geológicas. A crosta terrestre é formada por diversas placas que possuem movimento relativo entre si (Figura 8), e as principais falhas são as suas bordas. Exemplos de regiões sismicamente ativas são as margens do Oceano Pacífico, regiões da Ásia, e o entorno do mar Mediterrâneo (Figura 9).

Figura 8 – Placas tectônicas – Fonte: Wikipedia, tradução a partir de original por United States Geological Survey (USGS) – Disponível em: < <http://pubs.usgs.gov/gip/dynamic/slabs.html>>

Figura 9 – Epicentros de diversos tremores registrados entre 1963 e 1968 – Fonte: National Aeronautics and Space Administration (NASA) – Disponível em: < <http://denali.gsfc.nasa.gov> >

O foco de um terremoto é definido como o ponto a partir do qual as ondas emanam inicialmente. Contudo, essa é uma simplificação, pois em geral a fonte é um volume de rocha. O ponto na superfície diretamente acima do foco é denominado epicentro. Uma teoria bastante aceita é a chamada teoria do rebote elástico. Ela diz que os terremotos ocorrem quando o atrito em falhas é ultrapassado, e ocorre deslizamento entre elas. Como a crosta está sujeita a deformações elásticas, após ser liberada, ela tende a voltar a sua posição indeformada, gerando um movimento de rebote e consequentemente ondas sísmicas. Situação similar ocorre no rompimento de um elástico esticado, quando a energia acumulada é subitamente liberada no momento da ruptura.

O processo é mostrado na Figura 10. Uma cerca reta é construída sobre uma falha geológica, e o movimento da placa à esquerda a distorce gradativamente. Após o deslocamento, as duas partes da cerca voltam a ser retas, mas agora afastadas.

Figura 10 – Teoria do rebote elástico – Fonte: USGS – Disponível em: <<http://earthquake.usgs.gov/regional/nca/1906/18april/reid.php>>

Figura 11 – Cerca deslocada após o terremoto de 1906 em São Francisco, Estados Unidos – Fonte: USGS – Disponível em: <<http://earthquake.usgs.gov/regional/nca/1906/18april/reid.php>>

É grande a dificuldade em prever o comportamento do solo durante um tremor. Entre outros parâmetros, o movimento dependerá do tipo de solo, das estruturas geológicas subterrâneas, do mecanismo causador, da extensão da fonte e da distância até ela. Ademais, conforme as ondas atravessam formações geológicas, elas tornam-se mais irregulares, devido às múltiplas reflexões e refrações nas interfaces.

As ondas sísmicas são as vibrações provenientes de terremotos, que se propagam através da Terra, e são gravadas em instrumentos denominados sismógrafos. Esses instrumentos registram sinais representativos da amplitude dos deslocamentos do solo sob eles. Todavia, os dados são normalmente apresentados na forma de aceleração no tempo, e são desse modo denominados acelerogramas ou sismogramas (Figura 12).

Figura 12 – Acelerograma para o terremoto de El Centro (1940) – Fonte: Chopra (2006)

Segundo USGS, existem diversos tipos de sismógrafos, mas todos estão baseados no princípio de que o movimento diferencial entre uma massa livre, que tende a permanecer em repouso, e uma estrutura de suporte fixada ao solo pode ser empregado para registrar ondas sísmicas. Esse registro é proporcional ao movimento do solo, e pode ser convertido matematicamente para representar seu movimento absoluto. Nos dias atuais esses mecanismos operam por meio da medição de variações eletrônicas produzidas por esse deslocamento relativo.

Figura 13 – Representação simplificada de um sismógrafo – Fonte: USGS

Os sismógrafos modernos possuem três instrumentos separados para gravação das ondas: um para a direção norte-sul, um para a direção leste-oeste e um para a direção vertical. Essa combinação permite determinar a direção da origem, a magnitude do evento e a forma da onda sísmica. Todavia, registros de diversas estações de medição são necessários para determinação precisa do foco e do epicentro.

Segundo Wiegel (1970), é importante notar que os dados obtidos são as respostas do instrumento de medição ao movimento do solo, e que eles dependem extremamente do período natural característico do próprio equipamento. Usualmente, eles são projetados para que em uma faixa de frequências determinada os dados obtidos sejam proporcionais à aceleração do solo.

Com o objetivo de permitir uma medida objetiva do tamanho de cada terremoto, Richter definiu em 1935 a magnitude local (Eq. 1). Ela é calculada com base na máxima amplitude de deslocamento da onda sísmica, obtida com um sismógrafo do tipo Wood-Anderson posicionado a uma distância de 100 km do epicentro. Devido à

improbabilidade de haver um sismógrafo a exatamente essa distância, um fator de correção é adotado.

$$M_L = \log(a) - \log[a_0(\delta)] \quad (\text{Eq. 1})$$

Onde:

a = máxima amplitude de deslocamento da onda sísmica [μm]

$a_0(\delta)$ = função de correção para a posição do sismógrafo

δ = distância entre o sismógrafo e o epicentro

Como resultados para a magnitude local de Richter são empregados números reais com uma casa decimal. Entretanto, essa escala não é indicada para expressar o dano causado, mas sim a proporção do evento. Como exemplo, um terremoto em uma área densamente povoada causará danos muito maiores do que outro no meio do oceano, mesmo possuindo eles a mesma magnitude.

Segundo United States Geological Survey (USGS), sismólogos usualmente indicam o tamanho de um terremoto em unidades de magnitude. Contudo, há diversos métodos diferentes de medir e indicar esse valor, a partir do histórico no tempo de deslocamentos do solo, usualmente definidos com base no original proposto por Richter. Em geral, cada um deles é aplicável para certas faixas de magnitudes e empregando aparelhos de medição específicos. Todavia, todos os métodos são criados de modo a haver boa concordância entre eles em suas faixas de aplicação.

Segundo Bolt (2001), devido à forma como é definida, a magnitude não possui limite superior ou inferior. Entretanto, o tamanho de um terremoto é limitado no lado superior pela resistência das rochas na crosta terrestre. Do outro lado, alguns sismógrafos bastante sensíveis conseguem registrar abalos com magnitudes cerca de - 2. Alguns fatos e estatísticas são apresentados nas tabelas seguintes:

Tabela 1 – Frequência de ocorrência de terremotos

Magnitude	Média anual
8 ou mais alto	1
7 - 7,9	15
6 - 6,9	134
5 - 5,9	1319
4 - 4,9	13000 (estimado)
3 - 3,9	130000 (estimado)
2 - 2,9	1300000 (estimado)

Fonte: USGS – Disponível em: <<http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/eqarchives/year/eqstats.php>>

Tabela 2 – Variação de deslocamentos e energia liberada por variação de magnitude

Variação de magnitude	Variação do movimento do solo (em deslocamento)	Variação da energia liberada
1	10 vezes	aproximadamente 32 vezes
0,5	3,2 vezes	aproximadamente 5,5 vezes
0,3	2,0 vezes	aproximadamente 3 vezes
0,1	1,3 vezes	aproximadamente 1,4 vezes

Fonte: USGS – Disponível em: <<http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/eqarchives/year/eqstats.php>>

Tabela 3 – Maiores terremotos no mundo desde 1900

No.	Local	Data (GMT)	Magnitude
1	Chile	22/05/1960	9,5
2	Alasca	28/03/1964	9,2
3	Indonésia	26/12/2004	9,1
4	Rússia	04/11/1952	9
5	Chile	27/02/2010	8,8
6	Equador	31/01/1906	8,8
7	Alasca	04/02/1965	8,7
8	Indonésia	28/03/2005	8,6
9	Tibete	15/08/1950	8,6
10	Alasca	09/03/1957	8,6

Fonte: USGS – Disponível em: <http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/world/10_largest_world.php>

Segundo USGS, o efeito de um terremoto na superfície da Terra é denominado intensidade, atribuída a locais específicos após um evento sísmico. Ela consiste de uma série de perguntas com relação a fatos como despertar de pessoas, movimentação de mobília e danos a estruturas. Existem diversas escalas de intensidade, mas a mais comum é a Escala Modificada de Mercalli, composta por 12 níveis crescentes que abrangem desde oscilação imperceptível até destruição. Ela não possui fundamentação matemática, e é na realidade uma classificação com base nos efeitos observados.

Diferente das escalas de magnitude, que estão relacionadas com a quantidade de energia liberada no foco independentemente do local de registro, as escalas de intensidade determinam o nível de oscilação numa localidade em particular. Desse modo, a intensidade de um evento variará em função da localização.

3.2 SISTEMAS DE UM GRAU DE LIBERDADE

Segundo Lima e Santos (2008), um carregamento é denominado dinâmico quando apresenta variação no tempo, seja em magnitude, direção ou posição, e esse comportamento causa acelerações, velocidades e deslocamentos no sistema onde é aplicado. Como consequências são verificadas as forças de inércia e de amortecimento, por exemplo. Possuindo a estrutura comportamento linear, a análise pode ser feita separadamente para os efeitos estáticos e dinâmicos, sendo as respostas posteriormente somadas.

O movimento de um sistema de um grau de liberdade (Figura 14) é descrito por uma equação diferencial ordinária, conhecida como equação de movimento (Eq. 2).

Figura 14 – Exemplo de sistema com um grau de liberdade, e diagrama de corpo livre – Fonte: Clough e Penzien (2003)

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p(t) \quad (\text{Eq. 2})$$

Essa expressão pode ser reescrita como:

$$f_I(t) + f_D(t) + f_S(t) = p(t) \quad (\text{Eq. 3})$$

Onde:

$f_I(t)$ = força resistente de inércia

$f_D(t)$ = força resistente de amortecimento

$f_S(t)$ = força resistente elástica

$p(t)$ = força externa aplicada

m = massa, relacionando a aceleração à força de inércia

c = amortecimento, relacionando a velocidade à força de amortecimento, e representando todas as formas de dissipação de energia do sistema

k = rigidez, equivalente a um coeficiente de mola, relacionando o deslocamento à força elástica

Ao vibrar, um sistema desloca-se em torno de sua posição deformada estática. As forças resistentes de amortecimento e elástica resistem e são proporcionais à velocidade e ao deslocamento, respectivamente. Esse tipo de amortecimento é conhecido como amortecimento viscoso.

Pelo princípio de D'Alembert, em qualquer instante de tempo existe equilíbrio com a ação desse conjunto de forças (Eq. 3). Contudo, a força de inércia é fictícia, não sendo na realidade uma força aplicada, mas sim um efeito por meio do qual é conseguido o equilíbrio dinâmico do sistema em qualquer instante de tempo, e tem sentido contrário ao da aceleração.

3.2.1 Excitação de Suporte

Por sua natureza, os esforços sísmicos são considerados como excitação de suporte. Desse modo, não há a aplicação do esforço externo $p(t)$, mas sim do movimento da base, com deslocamento $u_g(t)$, velocidade $\dot{u}_g(t)$ e aceleração $\ddot{u}_g(t)$.

Considerando o piso como rígido, a base sofre o deslocamento $u_g(t)$, e o componente elástico o deslocamento relativo $u(t)$, a diferença entre o deslocamento total $u_t(t)$ e o deslocamento da base $u_g(t)$.

$$u(t) = u_t(t) - u_g(t) \quad (\text{Eq. 4})$$

Figura 15 – Sistema massa-mola com excitação de suporte – Fonte: Clough e Penzien (2003)

As forças de amortecimento e elástica são funções da velocidade e deslocamento relativos:

$$f_D(t) = c\dot{u}(t) \quad (\text{Eq. 5})$$

$$f_S(t) = ku(t) \quad (\text{Eq. 6})$$

A força de inércia, contudo, é função da aceleração total do sistema:

$$f_i(t) = m\ddot{u}_t(t) = m[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}(t)] \quad (\text{Eq. 7})$$

Após a substituição das equações 5, 6, e 7, a Eq. 3 pode ser reescrita como:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (\text{Eq. 8})$$

A comparação entre as equações 2 e 8 mostra que a expressão que rege o movimento de um sistema, quando sujeito à excitação de suporte, é a mesma do caso onde um esforço externo é atuante, se considerado como carregamento aplicado o produto da massa pela aceleração da base, atuando em sentido contrário ao da aceleração.

Portanto, pode-se concluir que a resposta $u(t)$ do sistema, sujeito à aceleração da base $\ddot{u}_g(t)$, seria a mesma se estivesse sujeito a um carregamento externo de valor $-m\ddot{u}_g(t)$, possuindo base fixa.

Figura 16 – Representação do carregamento equivalente para base fixa – Fonte: Chopra (2006)

Vale ressaltar que as conclusões apresentadas valem para casos com apoios considerados ideais. Com apoios não ideais, a influência da excitação de suporte não se resume à aplicação do carregamento externo equivalente, sendo possível a interferência da resposta do sistema no comportamento do apoio. O estudo desses casos, entretanto, foge do foco desse trabalho.

3.2.2 Vibração Livre

Vibração livre ocorre quando um sistema oscila na ausência de um carregamento externo, após a aplicação e remoção de uma perturbação inicial como um deslocamento imposto. O movimento é regido pela (Eq. 9), igual à (Eq. 2) após a remoção do termo referente ao carregamento.

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0 \quad (\text{Eq. 9})$$

Considerando-se nulo o fator referente ao amortecimento, a solução dessa equação diferencial resulta na Eq. 10, que descreve o deslocamento do sistema em função do tempo (Figura 17). A amplitude do movimento é comandada pelo deslocamento e velocidade no instante 0, e devido à ausência de amortecimento, permanece constante em todos os ciclos.

$$u(t) = \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n} \sin(\omega_n t) + u(0) \cos(\omega_n t) \quad (\text{Eq. 10})$$

Onde:

ω_n = frequência natural circular do sistema, definida pela Eq. 11

$u(0)$ = deslocamento no instante 0

$\dot{u}(0)$ = velocidade no instante 0

Figura 17 – Deslocamento sem amortecimento em vibração livre – Fonte: Chopra (2006)

Define-se período natural como o tempo para o sistema completar um ciclo de deslocamento, entre os pontos a e e na Figura 17, por exemplo. Ele é relacionado à frequência natural circular por meio da Eq. 12.

Define-se também frequência natural cíclica como o inverso do período natural (Eq. 13), e ela é relacionada com a frequência natural circular por meio da Eq. 14.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{Eq. 11})$$

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (\text{Eq. 12})$$

$$f_n = \frac{1}{T_n} \quad (\text{Eq. 13})$$

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (\text{Eq. 14})$$

Ademais, como a estrutura é considerada linear, essas propriedades são independentes do deslocamento e da velocidade iniciais.

Na Figura 18 são apresentados os deslocamentos para as condições iniciais $u(0)$ e $\dot{u}(0)$, mas com e sem amortecimento. Verifica-se que o sistema amortecido oscila com amplitude menor a cada ciclo, e que esse decaimento é exponencial.

Figura 18 – Deslocamento com e sem amortecimento em vibração livre – Fonte: Chopra (2006)

Esse movimento é descrito pela equação:

$$u(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left[u(0)\cos(\omega_d t) + \frac{\dot{u}(0) + \xi\omega_n u(0)}{\omega_d} \sin(\omega_d t) \right] \quad (\text{Eq. 15})$$

Onde:

ω_n = frequência circular natural, definida pela Eq. 11

ω_d = frequência circular natural amortecida, definida pela Eq. 18

ξ = fator de amortecimento, definido pela Eq. 17

Define-se amortecimento crítico (Eq. 16) como o coeficiente de amortecimento (c) a partir do qual o sistema deixa de apresentar comportamento oscilatório, e passa a seguir em direção ao repouso depois de uma perturbação sem uma oscilação sequer (Figura 19).

$$c_{cr} = 2m\omega_n \quad (\text{Eq. 16})$$

Figura 19 – Deslocamento de estrutura com diferentes fatores de amortecimento em vibração livre –
Fonte: Chopra (2006)

Define-se fator de amortecimento (Eq. 17) como a razão entre o coeficiente de amortecimento e o amortecimento crítico. Além disso, frequência circular natural amortecida é a frequência com que a estrutura oscila na presença de amortecimento, relacionada com a frequência circular natural por meio da Eq. 18.

$$\xi = c / c_{cr} \quad (\text{Eq. 17})$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (\text{Eq. 18})$$

Segundo Chopra (2006), o amortecimento tem o efeito de reduzir o valor da frequência circular natural, e consequentemente aumentar o valor do período natural. Entretanto, esses efeitos são desprezíveis para coeficientes de amortecimento abaixo de 0,2.

Os fatores de amortecimento considerados foram baseados em Chopra (2006):

- Estruturas de aço parafusadas – $\xi = 0,05$
- Estruturas de concreto com fissuração moderada – $\xi = 0,02$

3.2.3 Resposta a Excitação Harmônica

No caso de aplicação de uma excitação externa com variação harmônica, como $p_0 \text{sen}(\bar{\omega}t)$, a equação de movimento é expressa pela Eq. 19. A solução geral dessa equação diferencial é obtida somando-se suas soluções complementar e particular.

A solução complementar corresponde ao movimento amortecido em vibração livre devido às perturbações iniciais, descrito por uma equação semelhante à Eq. 15. A diferença reside no fato de, nesse caso, existir também a força aplicada no instante inicial.

A solução particular é dada pela Eq. 20, parcela correspondente à resposta permanente do sistema, com a frequência da excitação ($\bar{\omega}$) e que permanece mesmo com a existência de amortecimento.

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p_0 \text{sen}(\bar{\omega}t) \quad (\text{Eq. 19})$$

Onde:

$\bar{\omega}$ = frequência circular da força aplicada

p_0 = amplitude da força

$$u_p(t) = \frac{(1 - \beta^2)p_0}{k[(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2]} \text{sen}(\bar{\omega}t) - \frac{2\xi\beta p_0}{k[(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2]} \cos(\bar{\omega}t) \quad (\text{Eq. 20})$$

Onde:

β = razão entre a frequência circular da força aplicada e a frequência circular natural (Eq. 21)

$$\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega_n} \quad (\text{Eq. 21})$$

Usando-se transformações trigonométricas, a Eq. 20 pode ser reescrita como a Eq. 22, sendo a interpretação física do ângulo de fase o atraso da resposta em deslocamento com relação ao carregamento aplicado.

$$u_p(t) = \frac{p_0}{k\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \text{sen}(\bar{\omega}t - \phi) \quad (\text{Eq. 22})$$

Onde:

ϕ = ângulo de fase (Eq. 23)

$$\phi = \arctan\left(\frac{2\xi\beta}{1-\beta^2}\right) \quad (\text{Eq. 23})$$

Define-se deslocamento estático (u_{st}) como o deslocamento no caso de aplicação de uma força estática de valor p_0 , a amplitude do carregamento harmônico (Eq. 24). Desse modo, o fator de amplificação dinâmica (R_d) é definido como a razão entre a amplitude da resposta permanente ($u_p(t)$) e o deslocamento estático (u_{st}).

$$u_{st} = \frac{p_0}{k} \quad (\text{Eq. 24})$$

$$R_d = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad (\text{Eq. 25})$$

Sendo a frequência de excitação igual à frequência natural, β torna-se igual à unidade. Nesta circunstância, diz-se que o sistema encontra-se em ressonância. Como resultado, em um sistema sem amortecimento o fator de amplificação dinâmica e a amplitude do movimento tendem a infinito.

Figura 20 – Fator de amplificação dinâmica – Fonte: Chopra (2006)

No entanto, a presença do amortecimento impede o aumento indefinido dos deslocamentos. Verifica-se que os picos tendem a ser menores com o aumento do amortecimento, e que não há amplificação em relação ao deslocamento estático para valores de β acima de 0,7. Nota-se também que esse efeito faz com que os valores máximos ocorram deslocados para a esquerda, abaixo de β unitário. A influência é pequena para valores de amortecimento usuais, todavia.

3.2.4 Resposta a Excitação com Variação Arbitrária no Tempo

Muitos carregamentos não podem ser classificados como harmônicos ou sequer periódicos. Nesses casos, busca-se a solução para a Eq. 2, mas não é possível a definição do carregamento por uma função ou por decomposição em suas componentes em frequência.

A solução pode ser obtida partindo-se da resposta para uma força impulsiva, e assumindo-se o carregamento como uma sucessão contínua dessas forças. Desse modo, a resposta total do sistema em um instante t é obtida pela somatória das contribuições dos esforços aplicados até esse instante, e a equação resultante é conhecida como integral de Duhamel (Eq. 26).

$$u(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t p(\tau) e^{-\xi\omega_n(t-\tau)} \text{sen}[\omega_d(t-\tau)] d\tau \quad (\text{Eq. 26})$$

A sua aplicação é restrita a sistemas lineares, pois se baseia no princípio da superposição de efeitos. Além disso, a solução analítica não é possível, devido à natureza arbitrária do carregamento.

A resposta pode ser obtida por meio de métodos numéricos. Nesse trabalho, foi empregada a interpolação linear da excitação, que se resume na aproximação do carregamento por segmentos de reta.

3.3 ANÁLISE SÍSMICA – SISTEMAS DE UM GRAU DE LIBERDADE

Segundo Chopra (2006), por meio de observações durante o desenvolvimento das análises sísmicas, foram percebidas características semelhantes, como altura ou processo construtivo, nos edifícios capazes de suportar os efeitos de certo terremoto, assim como nos que sofriam colapso ou danos severos. Por fim, verificou-se que o comportamento durante um evento está fortemente relacionado com a frequência natural do sistema. Além disso, é possível constatar que o tempo requerido para ele realizar um ciclo de vibração, quando sujeito a uma excitação como a de um terremoto, é muito próximo do seu período natural.

Igualmente segundo Chopra (2006), a escala de Richter e outras escalas de magnitude de um terremoto são boas referências para o seu tamanho. Entretanto, para os propósitos da engenharia, a variação no tempo da aceleração do solo é a melhor forma para identificar um evento (Figura 21). Além disso, devido à sua variação aleatória, a solução analítica deve ser descartada, e métodos como integração numérica são necessários.

Figura 21 – Acelerograma para o terremoto do Haiti (2010) – Fonte: USGS

3.3.1 Espectro de Resposta

Um espectro de resposta apresenta os resultados máximos de sistemas elásticos lineares com frequências naturais distintas, quando sujeitos a um dado carregamento variável no tempo. Os valores máximos dos deslocamentos são denominados deslocamentos espectrais (S_d), e define-se pseudo-velocidade (S_v) e pseudo-aceleração (S_a) como:

$$S_v = \omega_n S_d \quad (\text{Eq. 27})$$

$$S_a = \omega_n^2 S_d \quad (\text{Eq. 28})$$

Tanto a pseudo-velocidade quanto a pseudo-aceleração são valores fictícios. Segundo Lima e Santos (2008), para sistemas com baixo amortecimento, ambos são boas aproximações para as reais velocidade e aceleração máximas.

Essas respostas são encontradas por meio da aplicação da excitação a sistemas de somente um grau de liberdade com diversas frequências naturais, por exemplo, pela Eq. 26, sendo armazenados somente os valores máximos em todo o tempo de análise.

Deste modo, um espectro é característico do sinal no tempo que o originou, e mostra qual o resultado esperado para sistemas com diferentes características dinâmicas. Além disso, um espectro pode ser representativo de qualquer resposta, como deslocamento ou cortante de base.

Em seguida, é apresentado o espectro de resposta em aceleração para o acelerograma na Figura 12.

Figura 22 – Espectro de resposta em aceleração para o terremoto de El Centro (1940)

Segundo Lima e Santos (2008), há muitas vantagens no uso dos espectros de resposta na análise sísmica, pois são empregados para cálculo somente as respostas máximas, tornando possível a utilização de métodos estáticos para solução.

3.3.2 Espectro de Projeto

Um espectro de resposta é específico para um determinado registro, por isso a sua utilização é restrita no projeto de estruturas.

Diferente deles são definidos os espectros de projeto, que também mostram as respostas máximas, mas são obtidos por meio de critérios estatísticos e considerando dados como proximidade de falhas geológicas e probabilidade de ocorrência de terremotos de certa magnitude.

Os diversos regulamentos e normas para projeto sísmico apresentam critérios para a sua construção, e por regra geral, consideram fator de amortecimento igual a 5%.

Figura 23 – Espectro de projeto da norma brasileira de projeto sísmico - NBR 15421

Segundo Bommer e Mendis (2004), em algumas normas como a Eurocode 8, espectros para valores distintos de amortecimento podem ser obtidos por meio da aplicação de fatores de escala às ordenadas. Além disso, Bommer e Mendis (2004) apud Bommer e Elnashai (2000) afirmam que as amplitudes podem ser corrigidas por meio da Eq. 29, aplicável para as ordenadas dos períodos até o término do trecho horizontal, não sendo válida para períodos naturais muito longos.

$$\frac{S(\xi)}{S(5\%)} = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \quad (\text{Eq. 29})$$

Onde:

$S(\xi)$ = amplitude do espectro corrigida

$S(5\%)$ = amplitude do espectro original ($\xi = 5\%$)

ξ = fator de amortecimento do sistema

3.4 SISTEMAS DE MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

Segundo Clough e Penzien (2003), o movimento de um sistema de múltiplos graus de liberdade é governado por equações diferenciais ordinárias, tantas quanto o número de graus de liberdade (GDL) da estrutura. Elas não são independentes e, portanto, devem ser resolvidas simultaneamente para obtenção da resposta do sistema. O acoplamento é realizado pelos termos fora da diagonal principal nas matrizes.

Em qualquer instante de tempo, a configuração deformada pode ser especificada pelos deslocamentos u_j até u_N , onde N é o número de GDL. O conjunto das equações de movimento pode ser escrito em forma matricial:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (\text{Eq. 30})$$

Onde:

$\mathbf{M}$ = matriz de massa $[N \times N]$

$\ddot{\mathbf{u}}(t)$ = vetor das acelerações $[N \times 1]$

$\mathbf{C}$ = matriz de amortecimento $[N \times N]$

$\dot{\mathbf{u}}(t)$ = vetor das velocidades $[N \times 1]$

$\mathbf{K}$ = matriz de rigidez $[N \times N]$

$\mathbf{u}(t)$ = vetor dos deslocamentos $[N \times 1]$

$\mathbf{p}(t)$ = vetor dos carregamentos $[N \times 1]$

3.4.1 Excitação de Suporte

A excitação de suporte é definida pelo movimento da base, com deslocamento $u_g(t)$, velocidade $\dot{u}_g(t)$ e aceleração $\ddot{u}_g(t)$, ambos funções escalares. A resposta relativa da estrutura é definida pelos deslocamentos $u_j(t)$, onde j é o número do GDL.

Os deslocamentos totais na direção de excitação são dados pela Eq. 31, ou seja, são a soma de uma componente de movimento de corpo rígido, igual para todos os graus de liberdade, e o deslocamento em relação à base.

Figura 24 – Exemplos de excitação de suporte para pórtico e torre – Fonte: Chopra (2006)

$$u_j^t(t) = u_g(t) + u_j(t) \quad (\text{Eq. 31})$$

Assim como para um sistema de um grau de liberdade, os deslocamentos e as velocidades relativos são empregados nas equações de movimento, mas a aceleração a ser considerada é a total. De modo semelhante àquele para obtenção da equação 8, chega-se à Eq. 32.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{u}_g(t) \quad (\text{Eq. 32})$$

Onde:

M = matriz de massa [N x N]

$\ddot{\mathbf{u}}(t)$ = vetor das acelerações relativas [N x 1]

C = matriz de amortecimento [N x N]

$\dot{\mathbf{u}}(t)$ = vetor das velocidades relativas [N x 1]

K = matriz de rigidez [N x N]

$\mathbf{u}(t)$ = vetor dos deslocamentos relativos [N x 1]

$\mathbf{1}$ = vetor que define a direção de aplicação da excitação de suporte [N x 1]

$\ddot{u}_g(t)$ = função escalar que define as acelerações da base

O vetor $\mathbf{1}$ representa a direção da excitação, e é preenchido com valores unitários nas posições referentes aos graus de liberdade na direção em estudo.

A comparação entre as equações 30 e 32 mostra a equivalência entre as expressões, e deste modo, a excitação de suporte pode ser substituída por forças equivalentes, dadas pela Eq. 33.

$$\mathbf{p}_{eq}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{u}_g(t) \quad (\text{Eq. 33})$$

Figura 25 - Excitação de suporte e forças equivalentes com base fixa – Fonte: Chopra (2006)

3.4.2 Vibração Livre

O movimento em vibração livre, para uma estrutura com múltiplos graus de liberdade não amortecida, é dado pela equação:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{0} \quad (\text{Eq. 34})$$

Figura 26 – Posição deformada em três instantes de tempo e deslocamentos de estrutura com três GDL – Fonte: Chopra (1981)

Define-se período natural (T_{nr}) como o tempo para a estrutura completar um ciclo de movimento em um dos modos naturais. Além disso, a frequência natural circular correspondente a um modo r é definida como:

$$\omega_{nr} = \frac{2\pi}{T_{nr}} \quad (\text{Eq. 35})$$

Segundo Chopra (1981), o amortecimento influencia as frequências e os períodos naturais para um sistema de múltiplos GDL do mesmo modo que para um sistema de 1 GDL. Portanto, as conclusões anteriores quanto à inexpressiva influência para valores usuais de amortecimento também valem.

A verificação das propriedades dinâmicas requer a solução da Eq. 36, caracterizando um problema de autovalores e autovetores, e resultando nas N frequências naturais e modos de vibrar da estrutura.

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\phi} = \omega_{nr}^2 \mathbf{M}\boldsymbol{\phi} \quad (\text{Eq. 36})$$

Onde:

ω_{nr}^2 = autovalor relacionado com o modo r

$\boldsymbol{\phi}$ = autovetor relacionado com o modo r [N x 1]

Define-se matriz modal como a matriz que contém todos os autovetores, resultando uma matriz quadrada de ordem N, sendo cada uma das colunas um modo natural.

$$\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\phi}_1 \boldsymbol{\phi}_2 \boldsymbol{\phi}_3 \dots \boldsymbol{\phi}_n] \quad (\text{Eq. 37})$$

Define-se matriz espectral como a matriz que contém em sua diagonal principal todos os autovalores, resultando numa matriz diagonal de ordem N.

$$\boldsymbol{\Omega}^2 = \begin{pmatrix} \omega_{n1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{n2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_{nN}^2 \end{pmatrix} \quad (\text{Eq. 38})$$

Empregando as matrizes modal e espectral, é possível representar todas as N relações na Eq. 36 em somente uma equação matricial:

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Omega}^2 \quad (\text{Eq. 39})$$

Na solução do problema de vibração livre, somente os valores relativos entre os GDL são obtidos, sendo possível atribuir um valor a uma das componentes do autovetor e determinar os valores relativos das demais, processo conhecido como normalização. Um procedimento comum é a normalização em relação à matriz de massa, de modo que a Eq. 40 seja verdadeira.

$$\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi} = 1 \quad (\text{Eq. 40})$$

Segundo Lima e Santos (2008), os modos de vibração apresentam a propriedade de ortogonalidade, base do método da superposição modal. Desse modo, as relações representadas pelas seguintes equações são válidas, onde I representa a matriz identidade.

$$\Phi^T K \Phi = \Omega^2 \quad (\text{Eq. 41})$$

$$\Phi^T M \Phi = I \quad (\text{Eq. 42})$$

Existem critérios para ponderar a semelhança entre dois vetores de formas modais, para avaliação de autovetores obtidos de modelos diferentes ou de um modelo teórico e um estudo experimental, por exemplo. Um exemplo é o modal assurance criterion (MAC), definido por meio da Eq. 43.

$$MAC_{r,s} = \frac{(\phi_r^T \phi_s)^2}{(\phi_r^T \phi_r)(\phi_s^T \phi_s)} \quad (\text{Eq. 43})$$

Onde:

ϕ_r = autovetor do modo r

ϕ_s = autovetor do modo s

Segundo Allemang (2003), o resultado dessa expressão é uma constante escalar representando o grau de equivalência entre dois vetores modais, assumindo valores de 0 até 1.

3.4.3 Método da Superposição Modal

Segundo Lima e Santos (2008), os autovetores formam um conjunto de vetores linearmente independentes, constituindo uma base de um espaço vetorial de dimensão N . Portanto, qualquer vetor nesse espaço pode ser representado como uma combinação linear deles. Ainda segundo Lima e Santos (2008), entretanto, esse método é restrito a sistemas com comportamento linear, por estar fundamentado no princípio da superposição de efeitos.

O vetor de deslocamentos pode ser expandido em função dos autovetores e das contribuições ou coordenadas modais $q_r(t)$. Além disso, define-se $\mathbf{q}(t)$ como o vetor contendo as contribuições dos N modos.

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{r=1}^N \phi_r q_r(t) \quad (\text{Eq. 44})$$

$$\mathbf{u}(t) = \Phi \mathbf{q}(t) \quad (\text{Eq. 45})$$

Pré-multiplicando os termos na Eq. 30 pela matriz espectral transposta, e fazendo uso da Eq. 45, chega-se a:

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T \mathbf{C} \Phi \dot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T \mathbf{K} \Phi \mathbf{q}(t) = \Phi^T \mathbf{p}(t) \quad (\text{Eq. 46})$$

Devido à ortogonalidade entre os modos naturais (Eq. 41 e Eq. 42), os produtos $\Phi^T \mathbf{M} \Phi$ e $\Phi^T \mathbf{K} \Phi$ resultam em matrizes diagonais. Esse fator não é regra para os produtos $\Phi^T \mathbf{C} \Phi$, todavia. Segundo Lima e Santos (2008), sendo esse produto diagonal, o amortecimento do sistema é conhecido como amortecimento viscoso clássico, e a Eq. 46 resulta em N equações desacopladas (Eq. 47), onde $\bar{p}_r(t)$ é conhecida como força generalizada para o modo r .

$$\ddot{q}_r(t) + 2\xi_r \omega_{nr} \dot{q}_r(t) + \omega_{nr}^2 q_r(t) = \bar{p}_r(t) \quad (\text{Eq. 47})$$

Define-se fator de participação modal por meio da equação 48.

$$\gamma_r = \frac{\phi_r^T \mathbf{s}}{M_r} \quad (\text{Eq. 48})$$

Onde:

$\mathbf{s}$ = vetor que define a distribuição espacial dos carregamentos aplicados (Eq. 49)

$\hat{p}(t)$ = função escalar com variação no tempo, descrevendo a variação dos carregamentos (Eq. 49)

M_r = massa generalizada do modo r , igual à unidade no caso de normalização pela matriz de massa (Eq. 50)

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{s}\hat{p}(t) \quad (\text{Eq. 49})$$

$$M_r = \boldsymbol{\phi}_r^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_r \quad (\text{Eq. 50})$$

O vetor $\mathbf{s}$, em casos com excitação de suporte, é definido pela Eq. 51, onde $\mathbf{u}$ é o vetor que define a direção de aplicação da excitação (Eq. 32)

$$\mathbf{s} = \mathbf{M}\mathbf{u} \quad (\text{Eq. 51})$$

Os fatores de participação modal podem ser agrupados no vetor $\boldsymbol{\gamma}$, calculado pela expressão:

$$\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{s} \quad (\text{Eq. 52})$$

Empregando os fatores de participação, a Eq. 47 pode ser reescrita (Eq. 53). Além disso, definindo-se as coordenadas d por meio da Eq. 54, chega-se à Eq. 55.

$$\ddot{q}_r(t) + 2\xi_r \omega_{nr} \dot{q}_r(t) + (\omega_{nr})^2 q_r(t) = \gamma_r \hat{p}(t) \quad (\text{Eq. 53})$$

$$q_r(t) = \gamma_r d_r(t) \quad (\text{Eq. 54})$$

$$\ddot{d}_r(t) + 2\xi_r \omega_{nr} \dot{d}_r(t) + \omega_{nr}^2 d_r(t) = \hat{p}(t) \quad (\text{Eq. 55})$$

Um procedimento bastante útil é a decomposição do vetor $\mathbf{s}$ em suas contribuições correspondentes a cada um dos modos (Eq. 56). Segundo Chopra (2006), essa expansão tem a propriedade de que o vetor de carregamento $\mathbf{s}_r$ causa resposta somente no modo r , e toda a resposta nesse modo é proveniente desse vetor.

$$\mathbf{s} = \sum_{r=1}^N \mathbf{s}_r = \sum_{r=1}^N \gamma_r \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_r \quad (\text{Eq. 56})$$

Desse modo, pode-se obter a contribuição do modo r em um efeito qualquer, por meio da equação:

$$\mathbf{e}_r(t) = \mathbf{e}_r^{st} [\omega_{nr}^2 d_r(t)] \quad (\text{Eq. 57})$$

Onde:

$e_r(t)$ = contribuição do modo r em um efeito qualquer

e_r^{st} = resposta estática modal para um modo r , obtida por meio da aplicação estática do vetor de carregamentos $\mathbf{s}_r$

Segundo Lima e Santos (2008), essa equação indica que o efeito dinâmico ($e_r(t)$) pode ser obtido pela multiplicação do efeito estático de $\mathbf{s}_r$ pela resposta na coordenada modal de r (Eq. 55), devido ao carregamento definido pela função $\hat{p}(t)$, e pelo quadrado da sua frequência circular natural. Ademais, o efeito total é obtido pela soma das respostas referentes a cada modo:

$$e(t) = \sum_{r=1}^N e_r(t) \quad (\text{Eq. 58})$$

Define-se fator de contribuição modal ($\bar{e}_r$) por meio da Eq. 59, onde e^{st} é a resposta obtida pela aplicação estática do vetor de carregamentos $\mathbf{s}$.

$$\bar{e}_r = \frac{e_r^{st}}{e^{st}} \quad (\text{Eq. 59})$$

Segundo Lima e Santos (2008), verifica-se que a somatória dos fatores de contribuição de todos os modos é igual à unidade (Eq. 60). Esse pode ser um critério para auxiliar a estimativa do número de modos necessários no cálculo da resposta dinâmica.

$$\sum_{r=1}^N \bar{e}_r = 1 \quad (\text{Eq. 60})$$

Além disso, empregando-se o conceito de pseudo-aceleração, as contribuições podem ser calculadas por:

$$e_r(t) = e_r^{st} a_r(t) \quad (\text{Eq. 61})$$

Onde:

$a_r(t)$ = pseudo-aceleração do modo r

3.5 ANÁLISE SÍSMICA – SISTEMAS DE MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

O estudo foi limitado a casos com uma só excitação de suporte. Desse modo, a equação de movimento a ser empregada é aquela definida pela Eq. 32, válida para uma mesma excitação em todos os pontos de apoio.

3.5.1 Análise com Forças Horizontais Equivalentes

No método das forças horizontais equivalentes, a ação sísmica é representada por um conjunto de forças estáticas, proporcionais às forças gravitacionais. Por regra geral, a cortante de base total em uma direção é definida pela equação:

$$V_0 = C_s W \quad (\text{Eq. 62})$$

Onde:

C_s = coeficiente de resposta sísmica, definido como fração da aceleração da gravidade

W = peso total da estrutura

A cortante total deve ser dividida entre os vários GDL na direção de excitação. Um exemplo de distribuição é definido por:

$$F_j = C_{vj} V_0 \quad (\text{Eq. 63})$$

Onde:

C_{vj} = coeficiente de distribuição vertical, em função da massa e da altura em relação à base

F_j = força no GDL j

O coeficiente C_{vj} determina quanto da força total na direção de excitação deve ser aplicado nesse GDL, e um exemplo de expressão é:

$$C_{vj} = \frac{w_j h_j^k}{\sum_{i=1}^N w_i h_i^k} \quad (\text{Eq. 64})$$

Onde:

w_j = parcela do peso total da estrutura atribuído ao GDL j

h_j = distância entre a base e a elevação do GDL j

$\bar{N}$ = número de GDL na direção de excitação

k = expoente de distribuição, relacionado ao período natural da estrutura

Nesse método, uma distribuição de forças determinada a partir do comportamento de um edifício em seu modo fundamental é considerada, sendo aplicado ao peso total da estrutura um coeficiente proporcional à gravidade. Todavia, busca-se considerar a influência dos modos diferentes deste por meio dos expoentes de distribuição (k), calculados em função do período natural. Segundo Lima e Santos (2008), os valores desse coeficiente refletem a importância relativa dos modos superiores na composição dos esforços elásticos.

Segundo Chopra (2006), a influência dos modos superiores na distribuição dos esforços cortantes aumenta com a redução de rigidez da estrutura. Por isso, costuma-se empregar expoentes maiores do que a unidade no caso do período natural ultrapassar certos limites. Essa influência, contudo, não é verificada para momentos de tombamento, e em algumas normas são permitidas reduções para os valores obtidos com esses esforços.

Comparando as equações 68 e 62, verifica-se que, quanto à cortante de base, a influência do modo fundamental é sempre maior no método das forças horizontais equivalentes do que no método espectral, pois no último a massa efetiva para esse modo é somente parte da massa total, enquanto no primeiro o peso total da estrutura é multiplicado pelo coeficiente C_s .

3.5.2 Análise Espectral

Segundo Chopra (1981), o histórico completo da resposta é raramente necessário para o projeto de estruturas, e usualmente somente os valores máximos da resposta são suficientes. Com base no método da superposição modal, a máxima resposta nas coordenadas modais pode ser obtida de um espectro de projeto.

Entretanto, os resultados devem ser combinados adequadamente, pois a fase entre as contribuições não é encontrada. Além disso, essa não é a resposta exata, mas sim uma estimativa em função do método de combinação escolhido.

A resposta para um modo r pode ser escrita em função do deslocamento espectral e do fator de participação modal (Eq. 65). Ademais, a força estática ou o momento estático equivalente em um grau de liberdade j , relacionado com o modo r , é dado pela Eq. 66.

$$\mathbf{u}_r = \gamma_r \mathbf{S}_{dr} \boldsymbol{\phi} \quad (\text{Eq. 65})$$

$$f_{jr} = \gamma_r \mathbf{S}_{ar} m_j \phi_{jr} \quad (\text{Eq. 66})$$

Onde:

$\mathbf{S}_{dr}$ = deslocamento espectral do modo r

m_j = massa ou inércia rotacional relacionada com GDL j

ϕ_{jr} = valor do GDL j no autovetor relacionado com o modo r

$\mathbf{S}_{ar}$ = pseudo-aceleração espectral do modo r

A cortante de base total para um modo r é dada por:

$$V_{0r} = \gamma_r^2 \mathbf{S}_{ar} \quad (\text{Eq. 67})$$

A massa efetiva do modo r (M_r^*) é definida como a massa que multiplicada pela pseudo-aceleração resulta na cortante de base total, portanto, numericamente igual ao quadrado do fator de participação modal (Eq. 67).

$$V_{0r} = M_r^* \mathbf{S}_{ar} \quad (\text{Eq. 68})$$

Segundo Chopra (1981), é possível provar que a soma das massas efetivas nos N modos é igual à massa total da estrutura:

$$M_t = \sum_{r=1}^N M_r^* \quad (\text{Eq. 69})$$

Devido à perda de fase entre as respostas de cada modo, a soma direta das contribuições resulta em valores superestimados. Isso acontece porque o método emprega somente os máximos, independente do momento em que sucedam, e é extremamente improvável a ocorrência de todos ao mesmo tempo.

Foram empregados dois métodos de combinação, a raiz quadrada da soma dos quadrados (SRSS na sigla em inglês / Eq. 70) e a combinação quadrática completa (CQC / Eq. 71).

$$e_{\max} = \sqrt{\sum_{r=1}^N e_{\max_r}^2} \quad (\text{Eq. 70})$$

Onde:

$e_{\max_r}$ = resposta máxima para um modo r

$$e_{\max} = \sqrt{\sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N \rho_{rs} e_{\max_r} e_{\max_s}} \quad (\text{Eq. 71})$$

Onde:

$e_{\max_s}$ = resposta máxima para um modo s

ρ_{rs} = coeficiente de correlação entre os modos r e s (Eq. 72)

Segundo Lima e Santos (2008), existem diversas expressões para o coeficiente ρ , todavia a seguinte é a mais utilizada:

$$\rho_{rs} = \frac{8\sqrt{\xi_r \xi_s} (\xi_r + \beta_{rs} \xi_s) \beta_{rs}^{3/2}}{(1 - \beta_{rs}^2)^2 + 4\xi_r \xi_s \beta_{rs} (1 + \beta_{rs}^2) + 4(\xi_r^2 + \xi_s^2) \beta_{rs}^2} \quad (\text{Eq. 72})$$

Onde:

ξ_r = fator de amortecimento para o modo r

ξ_s = fator de amortecimento para o modo s

β_{rs} = relação entre as frequências circulares naturais r e s

Segundo Lima e Santos (2008), o método SRSS não deve ser aplicado a estruturas que apresentem frequências naturais próximas, pois seus resultados são pouco conservadores nessas condições, dado que os respectivos máximos podem acontecer quase que simultaneamente.

As influências entre os modos são consideradas no método CQC por meio do coeficiente de correlação, que possui valor mais próximo da unidade quanto mais próximas forem as frequências dos modos.

Existem diversas maneiras para consideração do amortecimento, e dentre eles foi escolhida a atribuição por materiais. Desse modo, o fator de amortecimento efetivo para um modo r é calculado por meio da Eq. 73. Verifica-se que o valor é função dos materiais que compõe a estrutura, de sua distribuição no modelo e dos autovetores.

$$\zeta_r = \frac{\sum_{i=1}^{N_m} \beta_i^m \left(\frac{1}{2} \phi_r^T K_i \phi_r \right)}{\sum_{i=1}^{N_m} \left(\frac{1}{2} \phi_r^T K_i \phi_r \right)} \quad (\text{Eq. 73})$$

Onde:

β_i^m = multiplicador constante da matriz de rigidez relacionado ao material i

K_i = matriz de rigidez de parte da estrutura com material i

N_m = número de materiais

3.5.3 Análise com Históricos de Aceleração no Tempo

A resposta no tempo para cada um dos modos pode ser computada por meio da Eq. 74, empregando integração numérica. Acelerogramas de eventos representativos da seismicidade do local de construção, Figura 12 e Figura 21, por exemplo, são os dados de entrada dessa análise. Como exemplo, a resposta para um modo r é calculada por meio da Eq. 74, e a resposta total por meio da Eq. 75.

$$u_r(t) = \frac{\gamma_r \phi_r}{\omega_{dr}} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\zeta_r \omega_{nr}(t-\tau)} \text{sen}[\omega_{dr}(t-\tau)] d\tau \quad (\text{Eq. 74})$$

$$u(t) = \sum_{r=1}^N u_r(t) \quad (\text{Eq. 75})$$

Foi empregado o amortecimento de Rayleigh, cuja matriz de amortecimento é determinada por:

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (\text{Eq. 76})$$

Verifica-se que o amortecimento é definido por meio das constantes α e β . Esses fatores podem ser obtidos dos fatores de amortecimento efetivos dos modos, por meio da equação:

$$\xi_r = \frac{\alpha}{2\omega_r} + \frac{\beta\omega_r}{2} \quad (\text{Eq. 77})$$

Onde:

ξ_r = fator de amortecimento efetivo do modo r

ω_r = frequência circular natural do modo r

É possível determinar o fator de amortecimento em dois modos a partir dessas constantes, fixando valores para ξ_r e resolvendo o sistema linear com duas equações, e incógnitas α e β .

A utilização de acelerogramas em análises transientes é prescrita na maior parte das normas sísmicas. Contudo, nesses documentos pouca informação é encontrada com relação a critérios para seleção dos dados. Segundo Katsanos et al. (2010), como a magnitude (M_L) e a distância até o epicentro (δ) são os parâmetros mais comuns relacionados com eventos sísmicos, fica evidente que o procedimento de seleção mais simples envolve a sua identificação. Contudo, estudos recentes questionaram a efetividade desse método, devido a grandes variações obtidas para respostas estruturais.

Katsanos et al. (2010) apud Baker e Cornell (2005) conclui que a influência da distância ao epicentro é estatisticamente insignificante, enquanto que a magnitude realmente apresenta importância. Ademais, recomendam uma faixa de variação para a magnitude de $\pm 0,2 \cdot M_L$.

Outra característica de interesse é o tipo de solo no local de construção. Segundo Katsanos et al. (2010) apud Bommer e Acevedo (2004), o perfil do solo conhecidamente influencia os movimentos sísmicos, modificando as amplitudes da resposta e a forma do espectro de resposta. Em geral, a velocidade de propagação da onda de cisalhamento nos 30 m superiores pode ser empregada como uma medida adequada para classificação do terreno.

O tempo de duração do movimento do solo pode também ser considerado como um dos critérios para escolha. Entretanto, Katsanos et al. (2010) apud Bommer e Scott (2000) atesta que ele é tipicamente controlado pela duração da ruptura da falha

geológica, que por sua vez é função da magnitude, já considerada anteriormente. Além disso, Katsanos et al. (2010) conclui que efeitos baseados na resposta máxima não dependem da duração, enquanto que outros como energia dissipada por histerese estão relacionadas com ela.

Com base nessas recomendações, foram definidos como parâmetros de seleção a magnitude e o tipo de solo. Além disso, foram sempre considerados acelerogramas distintos quando da aplicação em direções ortogonais simultâneas.

São comumente encontrados nas diretrizes requerimentos de concordância com espectros de projeto, mais especificamente quanto às amplitudes dos espectros de resposta dos acelerogramas em determinada faixa de períodos naturais. De modo a garantir essa restrição, podem ser aplicados fatores de escala aos acelerogramas, garantindo as amplitudes necessárias nos espectros de resposta resultantes.

Desse modo, a concordância com os espectros nas normas foi considerada como um critério adicional para a seleção dos dados, previamente separados em função da magnitude e do tipo de solo.

Além disso, segundo Hancock et al. (2008), os modelos empíricos para movimentação de base, empregados para a definição dos espectros de projeto assumem distribuição log-normal, portanto o uso da média geométrica é recomendado. Vanmarcke (1979) recomenda que o fator de escala não exceda certos valores em função do tipo de análise, e que um limite superior de 4 é aceitável para estruturas elásticas lineares.

3.6 ANÁLISE SÍSMICA – EDIFÍCIOS

Segundo Chopra (2006), em muitos casos, a representação das massas num pavimento de um edifício pode ser simplificada para um ponto, devido ao efeito de restrição das lajes. Assumindo que elas sejam rígidas em seu próprio plano, mas flexíveis quanto à flexão, essa é uma representação razoável para muitos tipos de piso.

Ao introduzir essa consideração, os deslocamentos de todos os nós de um pavimento podem ser definidos com base nos três GDL de corpo rígido da laje em seu próprio plano (dois deslocamentos e uma rotação). Além disso, por meio do método da condensação estática, é possível eliminar da análise dinâmica os GDL a que massa zero é atribuída, reduzindo ainda mais o tamanho das matrizes do problema. Nesse caso, a matriz de rigidez é conhecida como matriz de rigidez lateral.

Exemplos do caso mais simples, onde todos os GDL são deslocamentos na mesma direção do movimento do solo, estão na Figura 24, com os deslocamentos totais dados pela Eq. 31.

Segundo Chopra (2006), no caso de um edifício com lajes rígidas e distribuição simétrica de massas e rigidezes com relação a duas direções ortogonais horizontais (Figura 27 / eixos x e y), a análise pode ser feita independentemente nessas duas direções. Desse modo, o movimento em cada uma delas será definido pela Eq. 32. Assim, a matriz de massa será uma matriz diagonal com as massas concentradas nos pavimentos nas posições relacionadas com os GDL de translação nessa direção, e a rigidez definida pela matriz de rigidez lateral na direção estudada.

Figura 27 – Exemplos de edifício simétrico com relação às direções horizontais ortogonais (esquerda) e graus de liberdade em uma das direções (direita) – Fonte: Chopra (2006)

Todavia, para edifícios com algum plano de assimetria, a análise em direções independentes não é aplicável. No exemplo na Figura 28, uma excitação na direção y causaria não somente efeitos nessa direção, mas também na direção x e em torno do eixo vertical. Nesse caso, o acoplamento entre os três GDL se dá pelos termos fora da diagonal principal na matriz de rigidez.

Figura 28 – Edifício com plano de assimetria – Fonte: Chopra (2006)

Segundo Chopra (2006), para respostas como esforços cortantes, momentos e deslocamentos, os fatores de contribuição modal para o primeiro modo são maiores do que aqueles para os modos mais altos, sugerindo que ele terá a maior influência nesses resultados. Além disso, a distribuição de forças definida pela Eq. 64 é uma aproximação razoável para o modo fundamental de muitos edifícios, devido à forma desse modo.

Igualmente segundo Chopra (2006), os fatores de contribuição para o segundo modo e modos mais altos são mais significativos para a cortante de base do que para o momento de tombamento. Além disso, a contribuição desses modos será maior com a redução da relação entre as rigidezes das vigas e das colunas, e com o aumento do período natural do modo fundamental.

3.7 ANÁLISE SÍSMICA – ESTRUTURAS DIFERENTES DE EDIFÍCIOS

Segundo Sprague e Legatos (2000), um desafio para o desenvolvimento de diretrizes sísmicas para estruturas diferentes de edifícios foi sua natureza variada. Cada tipo possui seus próprios critérios de desempenho, requerimentos operacionais, características construtivas, respostas dinâmicas e riscos potenciais. Nas diretrizes FEMA 302 (1997), foi adicionado um capítulo específico para esse tema, preparado por um comitê formado por especialistas em diversas indústrias. A versão mais recente dessas diretrizes, FEMA 450 (2003), distingue elementos não estruturais e estruturas diferentes de edifícios por meio de suas massas relativas. Caso uma estrutura seja suportada abaixo de sua base por outra estrutura, e a massa da primeira seja menor do que 25% da massa das duas somadas, as forças sísmicas de projeto podem ser definidas considerando a suportada como um elemento não estrutural, sendo aplicados os métodos usuais para edifícios. Caso a massa da estrutura suportada seja maior do que 25%, as forças devem ser baseadas na resposta do sistema combinado estrutura de suporte e estrutura suportada.

Ademais, as estruturas classificadas como diferentes de edifícios devem ser divididas em duas categorias:

- Estruturas semelhantes a edifícios: estruturas que são construídas e tem características similares a edifícios.
- Estruturas não semelhantes a edifícios: estruturas que possuem pouca similaridade construtiva e de desempenho com relação a edifícios.

Os pontos mais importantes para a definição dos carregamentos sísmicos estão contidos na equação 78, semelhante à equação 62.

$$V = \frac{ZSI}{R}CW \quad (\text{Eq. 78})$$

Onde:

V = cortante total de base

Z = coeficiente de zoneamento sísmico, obtido usualmente de mapas em normas

S = fator de amplificação sísmica no solo

I = fator de importância de utilização

R = coeficiente de modificação da resposta

C = fator de amplificação dinâmica, ou coeficiente de resposta sísmica

W = peso total da estrutura

Segundo Sprague e Legatos (2000), o coeficiente R é o mais difícil de quantificar, dado que é um fator composto responsável por representar a ductilidade, a capacidade de dissipação de energia e a redundância estrutural.

O fator C tem o papel de definir a forma do espectro de projeto para qualquer valor máximo de aceleração de base, e é principalmente função do período (ou da frequência) de oscilação (Figura 23). Ademais, ele pode também variar com o fator de amortecimento da estrutura.

3.8 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

As análises modal, espectral e transiente pelo método dos elementos finitos foram realizadas com um programa comercial, empregado elementos de viga tridimensionais lineares e quadráticos e de casca quadráticos, todos com matrizes de massa consistentes. Além disso, o elemento de viga tridimensional linear foi convertido em bidimensional, sendo utilizado para as análises planas.

3.8.1 Análise modal

Uma análise modal determina as frequências e modos naturais de uma estrutura, e é necessária para a posterior realização de uma análise espectral. Foi utilizado o método Block Lanczos para extração dos autovalores e autovetores, sem considerar a influência do amortecimento. Por regra geral, foram extraídos modos suficientes para garantir somatórias de massas efetivas superiores a 90% da massa total, nas duas direções horizontais ortogonais.

3.8.2 Análise espectral

Os dados de entrada para essa análise são o espectro em deslocamento, velocidade, aceleração ou força e o amortecimento estrutural. Somente comportamento linear é possível, por ser baseada no método da superposição modal. Foram empregados espectros iguais para todos os pontos de suporte no modelo (Figura 29 / esquerda), e o amortecimento foi utilizado somente para combinação dos resultados no método CQC.

Figura 29 – Aplicação de um mesmo espectro para todos os suportes (esquerda) e de espectros distintos (direita) – Fonte: ANSYS (2009)

As respostas podem ser obtidas em deslocamentos, velocidades ou acelerações, mas elas são menos precisas do que na análise transiente, pois a fase entre as influências dos modos não é obtida.

3.8.3 Análise transiente

A análise transiente permite a determinação da resposta da estrutura, quando sujeita a um carregamento com variação qualquer no tempo. Ela consiste da solução da equação de movimento (Eq. 30), nesse trabalho empregando o método de integração numérica de Newmark no tempo.

As condições iniciais foram consideradas nulas, tanto para deslocamentos, velocidades e acelerações. Ademais, foi utilizada variação linear do carregamento entre os passos.

Partindo da Eq. 51, os carregamentos foram aplicados como acelerações nas direções estudadas, equivalente a considerar um vetor das distribuições espaciais dos esforços, $\mathbf{s}$, resultante do produto da matriz de massa por um vetor $\mathbf{1}$, com valores unitários nas posições correspondentes a essas direções, e variação no tempo dada pelas acelerações do solo (Eq. 33).

4 NORMAS SÍSMICAS

4.1 NORMA BRASILEIRA DE PROJETO SÍSMICO

Foi empregada a versão emitida em 2006 da NBR 15421 - Projeto de estruturas resistentes a sismos – procedimento, válida para estruturas civis usuais no território brasileiro.

O zoneamento sísmico é definido por meio da Tabela 4 e da Figura 30. Delas é obtida a aceleração sísmica horizontal do solo (a_g) para terrenos identificados como rocha, ou com velocidade média de propagação de ondas de cisalhamento entre 760 m/s e 1500 m/s.

Esses valores devem ser corrigidos para diferentes tipos de solo, dado que aqueles mais moles tendem a amplificar as ondas sísmicas. Além disso, pode ser empregada interpolação para obtenção dos valores entre as zonas 1 a 3.

Tabela 4 – Zonas sísmicas

Zona sísmica	Valores de a_g
Zona 0	$a_g = 0,025 \text{ g}$
Zona 1	$0,025 \text{ g} \leq a_g \leq 0,05 \text{ g}$
Zona 2	$0,05 \text{ g} \leq a_g \leq 0,10 \text{ g}$
Zona 3	$0,10 \text{ g} \leq a_g \leq 0,15 \text{ g}$
Zona 4	$a_g = 0,15 \text{ g}$

Fonte: NBR 15421

Figura 30 – Zoneamento sísmico brasileiro – Fonte: NBR 15421

A máxima aceleração em norma (0,15 g) foi considerada, e tipo de solo rocha. Desse modo, as acelerações espectrais para os períodos de 0 s (a_{gs0}) e 1 s (a_{gs1}) são determinadas:

$$a_{gs0} = C_a a_g \text{ [g]} \quad (\text{Eq. 79})$$

$$a_{gs1} = C_v a_g \text{ [g]} \quad (\text{Eq. 80})$$

Onde:

C_a = fator de amplificação sísmica do solo para $T = 0$ s, unitário para rocha

C_v = fator de amplificação sísmica do solo para $T = 1$ s, unitário para rocha

Os fatores C_a e C_v são semelhantes ao fator S na equação 78.

Estruturas com comportamento dinâmico diferente apresentam desempenho diferente durante um terremoto. Por esse motivo, são necessários os espectros de projeto, que definem a amplificação ou mesmo redução da aceleração horizontal do solo em função do período ou frequência natural.

O espectro é definido para um fator de amortecimento de 5%, contudo correções de amplitude para diferentes fatores são permitidas se adequadamente justificadas.

A aceleração sísmica horizontal (a_g) corresponde à amplitude no período de 0 s, significando uma estrutura rígida que apresenta a mesma aceleração de sua base.

O espectro de projeto resultante é apresentado em função do período (Figura 31) e da frequência (Figura 32).

Figura 31 – Espectro de projeto em função do período

Figura 32 – Espectro de projeto em função da frequência

O sistema resistente principal deve ser identificado. Essa classificação permite determinar os coeficientes de modificação da resposta e de amplificação de deslocamentos (R e C_d , respectivamente). O primeiro tem o propósito de expressar as formas de dissipação de energia, não presentes numa análise estática. O segundo, de corrigir os deslocamentos encontrados, também afetados pelo coeficiente de modificação da resposta.

Foi adotada a classificação pórticos de aço com detalhamento usual, resultando em:

$R = 3,5 \rightarrow$ coeficiente de modificação da resposta

$C_d = 3 \rightarrow$ coeficiente de amplificação de deslocamentos

O coeficiente de importância é um fator amplificador aplicado aos valores dos carregamentos, escolhido com base na ocupação da construção. Como exemplo, um hospital receberia um coeficiente mais alto do que um armazém comum.

Ocupação usual foi definida arbitrariamente, de modo a obter-se coeficiente de importância unitário.

Um resumo das classificações necessárias e valores resultantes são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Classificações necessárias e valores resultantes

Denominação	Classificação	Coeficiente / valor
Aceleração sísmica horizontal (a_g)	Local de construção (zona 4) / Tipo de solo (rocha)	0,15 g
Aceleração espectral de projeto (S_a)	Frequências / períodos naturais	Figura 32
Coeficiente de modificação da resposta (R)	Sistema resistente - pórticos de aço com detalhamento usual	3,5
Coeficiente de amplificação de deslocamentos (C_d)		3
Coeficiente de importância (I)	Ocupação da construção (usual)	1

De modo a considerar os efeitos torcionais resultantes de irregularidades no plano, é determinada para estruturas com essas características a aplicação simultânea dos esforços em uma direção com 30% daqueles na direção ortogonal.

Além disso, para verificação do tombamento, é permitida uma redução de 25% em relação aos esforços determinados pelo método das forças horizontais equivalentes, e de 10% em relação aos esforços obtidos pelo método espectral.

4.1.1 MÉTODO DAS FORÇAS HORIZONTAIS EQUIVALENTES

O coeficiente de resposta sísmica tem a função de definir a amplificação existente com relação à aceleração do solo, e é definido como:

$$C_s = \frac{2,5.(a_{gs0} / g)}{(R / I)} \quad (\text{Eq. 81})$$

O seu valor está limitado do lado superior pela Eq. 82 e do lado inferior pela Eq. 83.

$$C_s = \frac{(a_{gs1} / g)}{T(R / I)} \quad (\text{Eq. 82})$$

$$C_s = 0,01 \quad (\text{Eq. 83})$$

Esse coeficiente é função do período natural, e engloba a aceleração espectral de projeto (S_a) e os coeficientes de modificação da resposta (R_d) e de importância (I).

A cortante total na base da estrutura é definida por meio da Eq. 62, e os carregamentos pela Eq. 63.

Os deslocamentos obtidos com esses carregamentos devem ser corrigidos, e são determinados por:

$$u = \frac{C_d u_0}{I} \quad (\text{Eq. 84})$$

Onde:

u_0 = deslocamentos obtidos pela aplicação das forças horizontais equivalentes

C_d = coeficiente de amplificação de deslocamentos

I = fator de importância

4.1.2 MÉTODO ESPECTRAL

Nesse método, é requerida a análise de um número de modos para que, em cada uma das direções ortogonais, ao menos 90% da massa total sejam considerados. Além disso, deve ser utilizado o espectro de projeto definido anteriormente (Figura 31 / Figura 32). Todas as reações e esforços devem ser multiplicados por I/R , e todos os deslocamentos por C_d/R .

As respostas totais podem ser obtidas por um dos métodos apresentados no item 3.5.2. Contudo, no caso de afastamento de menos de 10 % entre frequências naturais, o método SRSS não deve ser aplicado.

A cortante total obtida em cada direção deve ser comparada com o valor encontrado pelo método das forças horizontais, e caso seja inferior a 85% dele, uma correção deve ser aplicada a todas as reações e esforços nessa mesma direção (Eq. 85). Todavia, esse fator não deve ser aplicado aos deslocamentos.

$$f_{c_{He}} = \frac{0,85H}{H_e} \quad (\text{Eq. 85})$$

Onde:

H = cortante total obtida pelo método das forças horizontais equivalentes

H_e = cortante total obtida pelo método espectral

4.1.3 MÉTODO TRANSIENTE – ACELEROGRAMAS

No método transiente devem ser utilizados acelerogramas compatíveis com as características sismológicas do local e o espectro de projeto, aplicados à base da estrutura. No mínimo três conjuntos, independentes entre si, devem ser aplicados, e a envoltória dos resultados considerada.

Esses acelerogramas devem ser afetados por um fator de escala, de modo que os espectros de resposta na direção em estudo tenham valores médios não inferiores aos do espectro de projeto em uma faixa de 0,2 a 1,5T, onde T é o período

fundamental nessa direção. Para cada acelerograma analisado, as reações e os esforços devem ser multiplicados por I/R .

A força horizontal total na base resultante da aplicação de um acelerograma em uma direção deve ser superior a $0,01W$, caso contrário, as forças obtidas devem ser corrigidas (Eq. 86). Todavia, esse fator não deve ser aplicado aos deslocamentos.

$$f_{c_{Ht}} = \frac{0,01W}{H_t} \quad (\text{Eq. 86})$$

Onde:

W = peso total da estrutura

H_t = força horizontal total pela aplicação do acelerograma

4.2 NORMA DE PROJETO SÍSMICO – NCh 433 - 1996

A norma chilena NCh 433 de 1996 tem como escopo o projeto sísmico de edifícios. De modo semelhante à norma brasileira, ela não se aplica a edifícios e instalações industriais. Coeficientes equivalentes aos apresentados na Tabela 5 são encontrados, salvo por variações nos métodos para sua determinação.

Quando o dimensionamento dos elementos estruturais se dá por tensões admissíveis, as tensões limite dos materiais podem ser aumentadas em 33,3 %, com respeito aos valores usuais.

A aplicação dos carregamentos em duas direções ortogonais simultâneas não é considerada, sendo solicitada somente a aplicação em duas direções ortogonais independentes.

Diferente da norma brasileira, que permite a utilização do método das forças horizontais equivalentes para qualquer estrutura, é permitida sua aplicação somente para estruturas que obedeçam a determinados critérios de zonificação, forma e dimensões. Além disso, uma mesma distribuição vertical das forças é definida independentemente das características dinâmicas da estrutura, sendo função somente da altura com relação ao nível de base.

Somente o método de combinação CQC é permitido para a análise espectral, aceito para qualquer estrutura. Além disso, a utilização do método transiente com históricos de aceleração não é mencionada.

4.3 NORMA DE PROJETO SÍSMICO – NCh 2369 - 2003

A norma chilena NCh 2369 de 2003 tem como escopo o projeto sísmico de estruturas e instalações industriais. Ela pode ser aplicada tanto a essas estruturas quanto aos equipamentos mecânicos e elétricos de processo, e é considerada complementar àquela apresentada no item anterior.

Diferente da norma chilena para edifícios, mas como na norma brasileira, a aplicação de 100 % dos esforços sísmicos simultaneamente com 30 % na direção ortogonal deve ser considerada para estruturas com irregularidades torcionais.

São permitidas correções com relação aos fatores de amortecimento tanto nas amplitudes do espectro de projeto no método espectral quanto nos carregamentos dos demais métodos.

A utilização do método das forças horizontais equivalentes é permitida para estruturas com altura limitada. Uma mesma distribuição vertical é definida independentemente das características dinâmicas da estrutura, variando somente com a altura com relação ao nível de base. Por fim, a aplicação desse método para estruturas com irregularidades em planta ou elevação não é recomendada.

A análise espectral é permitida para qualquer estrutura, todavia, somente o método de combinação CQC é admitido. Ela é recomendada a edifícios e estruturas que suportem equipamentos pesados, dentre outros.

Nas análises transientes devem ser utilizados ao menos três registros reais. Entretanto, a forma de corrigir os acelerogramas é distinta daquela na norma brasileira, sendo necessário ajustá-los de modo que o espectro resultante da combinação dos espectros de resposta dos registros, por meio da raiz quadrada da média dos quadrados dos valores individuais corrigidos, não seja em nenhum ponto da faixa de frequências de interesse menor do que o espectro de projeto.

A amplificação em 33,3 % nos valores de tensões limite é também permitida.

Além disso, verifica-se que as formas de aplicação dos métodos são semelhantes àqueles para edifícios, salvo pelos coeficientes relacionados. Além disso, diversas recomendações adicionais de detalhamento são apresentadas.

4.4 NORMA DE PROJETO SÍSMICO – FEMA 450 - 2003

A norma americana FEMA 450 de 2003, previamente mencionada no item 3.7, apresenta requisitos para construção de diversas estruturas, salvo por exemplos com requisitos e requerimentos especiais, como pontes e usinas nucleares.

Nela consta um capítulo voltado para o projeto de construções diferentes de edifícios. Todavia, a maior parte das estruturas mencionadas é relacionada a tanques e silos.

Para estruturas não mencionadas explicitamente, recomenda-se seguir as regras de detalhamento das práticas de engenharia, e valores significativamente mais baixos para os coeficientes de dissipação são definidos. Além disso, elas podem ser analisadas pelo método das forças horizontais equivalentes ou pelo método espectral.

Como previamente mencionado em 3.7, em casos onde uma estrutura diferente de edifício suportada por outra tenha mais de 25 % do peso do conjunto, as forças de projeto devem ser determinadas com base na análise do sistema combinado estrutura de suporte e suportada.

Ademais dos coeficientes relacionados com a configuração estrutural resistente, os métodos de análise, o espectro e a distribuição de forças são os mesmos daqueles para edifícios. Além disso, a distribuição vertical das forças no método das forças horizontais equivalentes é o mesmo da norma brasileira, definido pela Eq. 64.

5 ANÁLISE SÍSMICA BIDIMENSIONAL – MÁQUINA TISSUE

Inicialmente, foi estudada a estrutura de parte de uma máquina para fabricação de papel tissue (Figura 7), representada por um modelo simplificado bidimensional calculado analiticamente. Posteriormente, os resultados foram comparados com os obtidos por um modelo semelhante por elementos finitos.

Essa análise teve como principal intuito a verificação e aplicação das equações na literatura, e sua comparação com os métodos em um programa comercial. Em ambos foi considerado o material aço comum para construção mecânica, e excitação por um terremoto na direção horizontal.

Foram empregados elementos de viga planos (Figura 33), e massas concentradas nos nós. A estrutura é mostrada na Figura 34, com identificação dos nós e elementos.

Figura 33 – Elemento de viga plano e graus de liberdade no sistema local de coordenadas

Figura 34 – Modelo bidimensional para parte de máquina para papel tissue

Os deslocamentos verticais foram considerados nulos, devido a sua pequena influência. A matriz de rigidez global foi obtida pelo método de espalhamento, e a matriz de massa global considerando massas concentradas nos nós. Os graus de liberdade ativos, no sistema global de coordenadas, são apresentados na Figura 35.

Figura 35 – Graus de liberdade ativos

Partindo-se da Eq. 36, define-se a matriz **MK**, que determina o operador vetorial cujos autovalores e autovetores descrevem o problema.

$$\mathbf{MK} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \quad (\text{Eq. 87})$$

Os autovalores, as frequências naturais circulares e cíclicas e os períodos naturais encontrados são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Autovalores, frequências naturais e períodos naturais

Modo	$\omega_{nr}^2 [\text{rad}^2/\text{s}^2]$	$\omega_{nr} [\text{rad/s}]$	$f_{nr} [\text{Hz}]$	$T_{nr} [\text{s}]$
1	439,8	21,0	3,3	0,2996
2	8164,4	90,4	14,4	0,0695
3	20080,1	141,7	22,6	0,0443
4	122715,4	350,3	55,8	0,0179
5	271863,2	521,4	83,0	0,0121
6	313158,1	559,6	89,1	0,0112
7	438089,7	661,9	105,3	0,0095
8	519534,6	720,8	114,7	0,0087
9	565783,4	752,2	119,7	0,0084
10	786903,3	887,1	141,2	0,0071
11	1085971,3	1042,1	165,9	0,0060
12	1693576,2	1301,4	207,1	0,0048

O vetor $\mathbf{1}$ foi definido com valores unitários nas posições correspondentes aos GDL horizontais, e o vetor de distribuição espacial dos esforços encontrado com a equação 51.

$$\mathbf{1}^T = \{1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0\}$$

Os fatores de participação modal e as massas efetivas foram calculados por meio das equações 52, 67 e 68.

Tabela 7 – Fatores de participação modal e massas efetivas

Modo	γ_r	M_r^* [kg]
1	-246,6	60793,3
2	43,9	1930,6
3	60,7	3686,6
4	-11,1	124,2
5	2,2	4,7
6	-1,6	2,6
7	-5,8	33,8
8	0,0	0,0
9	-2,6	7,0
10	3,3	10,7
11	-4,0	15,7
12	-5,4	29,5

O vetor de distribuição espacial dos esforços foi dividido em suas contribuições referentes a cada modo, com base na Eq. 56. Além disso, os deslocamentos estáticos, pela aplicação do vetor $\mathbf{s}$ e dos vetores $\mathbf{s}_r$, foram calculados por meio das equações 88 e 89.

$$\mathbf{x} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{s} \quad (\text{Eq. 88})$$

$$\mathbf{x}_r = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{s}_r \quad (\text{Eq. 89})$$

As reações nos nós restritos foram calculadas empregando coeficientes das matrizes de rigidez dos elementos e os deslocamentos ou rotações calculados, por meio das equações 90 e 91.

$$V_q^{S_r} = k_{q,h}^e(x_r)_h + k_{q,p}^e(x_r)_p \quad (\text{Eq. 90})$$

$$M_f^{S_r} = k_{f,h}^e(x_r)_h + k_{f,p}^e(x_r)_p \quad (\text{Eq. 91})$$

Onde:

$V_q^{S_r}$ = cortante no GDL q do elemento (não constante na matriz global) devido à contribuição do modo r

$M_f^{S_r}$ = momento no GDL f do elemento (não constante na matriz global) devido à contribuição do modo r

$k_{q,h}^e$ = coeficiente da matriz de rigidez do elemento relacionando os GDL q e h

$k_{q,p}^e$ = coeficiente da matriz de rigidez do elemento relacionando os GDL q e p

$k_{f,h}^e$ = coeficiente da matriz de rigidez do elemento relacionando os GDL f e h

$k_{f,p}^e$ = coeficiente da matriz de rigidez do elemento relacionando os GDL f e p

$(x_r)_{\bar{h}}$ = deslocamento ou rotação do GDL global $\bar{h}$ relacionado com o GDL h do elemento, devido à contribuição do modo r

$(x_r)_{\bar{p}}$ = deslocamento ou rotação do GDL global $\bar{p}$ relacionado com o GDL p do elemento, devido à contribuição do modo r

Os fatores de contribuição modal (Eq. 59) foram calculados para as reações nos três pontos de apoio:

Tabela 8 – Fatores de contribuição modal e somatória dos fatores para cortante e momento no nó 1

Modo r	$\bar{V}^{S_r}$	$\sum_{i=1}^r \bar{V}^{S_i}$	$\bar{M}^{S_r}$	$\sum_{i=1}^r \bar{M}^{S_i}$
1	0,995	0,995	1,000	1,000
2	0,000	0,994	-0,001	0,999
3	-0,009	0,985	-0,006	0,993
4	0,011	0,996	0,006	0,999
5	0,001	0,997	0,000	0,999
6	0,001	0,998	0,000	0,999
7	0,001	0,998	0,000	0,999
8	0,000	0,998	0,000	0,999
9	0,000	0,999	0,000	1,000
10	0,001	1,000	0,000	1,000
11	0,000	1,000	0,000	1,000
12	0,000	1,000	0,000	1,000

Tabela 9 – Fatores de contribuição modal e somatória dos fatores para cortante e momento no nó 4

Modo r	$\bar{V}^{S_r}$	$\sum_{i=1}^r \bar{V}^{S_i}$	$\bar{M}^{S_r}$	$\sum_{i=1}^r \bar{M}^{S_i}$
1	0,919	0,919	0,961	0,961
2	-0,015	0,904	-0,009	0,952
3	0,094	0,998	0,047	0,999
4	0,001	0,999	0,000	1,000
5	0,000	0,999	0,000	1,000
6	0,000	0,999	0,000	1,000
7	0,001	0,999	0,000	1,000
8	0,000	0,999	0,000	1,000
9	0,000	0,999	0,000	1,000
10	0,000	0,999	0,000	1,000
11	0,000	0,999	0,000	1,000
12	0,001	1,000	0,000	1,000

Tabela 10 – Fatores de contribuição modal e somatória dos fatores para cortante e momento no nó 7

Modo r	$\bar{V}^{S_r}$	$\sum_{i=1}^r \bar{V}^{S_i}$	$\bar{M}^{S_r}$	$\sum_{i=1}^r \bar{M}^{S_i}$
1	0,860	0,860	0,922	0,922
2	0,127	0,987	0,072	0,994
3	0,012	0,999	0,006	1,000
4	0,000	0,999	0,000	1,000
5	0,000	0,999	0,000	1,000
6	0,000	0,999	0,000	1,000
7	0,000	0,999	0,000	1,000
8	0,000	0,999	0,000	1,000
9	0,000	0,999	0,000	1,000
10	0,000	0,999	0,000	1,000
11	0,001	1,000	0,000	1,000
12	0,000	1,000	0,000	1,000

Foram também calculados os fatores para o deslocamento do nó 6 (GDL 7), onde está posicionado o equipamento mais importante e com maior massa.

Tabela 11 – Fatores de contribuição modal e somatória dos fatores para GDL 7

Modo r	$(\bar{X}_r)_7$	$\sum_{i=1}^r (\bar{X}_i)_7$
1	1,003	1,003
2	-0,002	1,001
3	-0,001	1,000
4	0,000	1,000
5	0,000	1,000
6	0,000	1,000
7	0,000	1,000
8	0,000	1,000
9	0,000	1,000
10	0,000	1,000
11	0,000	1,000
12	0,000	1,000

Os fatores de contribuição modal mostraram a influência predominante dos três primeiros modos naturais, principalmente o primeiro, nas respostas calculadas. Desse modo, as análises posteriores foram realizadas com somente esses modos, pois resultados adequados e menor esforço computacional são garantidos.

Além disso, o valor arbitrário de 3 m/s^2 foi empregado como aceleração de base para todos os modos, em todos os métodos.

5.1 FORÇAS HORIZONTAIS EQUIVALENTES

O método das forças horizontais equivalentes foi aplicado assumindo-se diferentes expoentes de distribuição na Eq. 64, e com reações calculadas de modo equivalente ao apresentado nas equações 90 e 91.

5.2 ANÁLISE ESPECTRAL

Os deslocamentos foram calculados por meio da Eq. 65. Contudo, eles poderiam também ser calculados por uma equação semelhante à Eq. 61, empregando os deslocamentos x_r e a pseudo-aceleração espectral.

Os resultados totais foram calculados por meio dos métodos soma direta dos valores em módulo, raiz quadrada da soma dos quadrados (SRSS, na sigla em inglês / Eq. 70) e combinação quadrática completa (CQC / Eq. 71). Verificou-se que, devido à diferença considerável entre frequências consecutivas, os valores para os dois últimos métodos foram semelhantes.

Tabela 12 – Deslocamentos totais [m]

GDL	Soma	SRSS	CQC
1	0,003620	0,003600	0,003600
3	0,007550	0,007523	0,007522
5	0,003400	0,003300	0,003300
7	0,007570	0,007542	0,007542
9	0,003760	0,003605	0,003605
11	0,007540	0,007516	0,007516

As reações totais não devem ser calculadas por meio dos valores na Tabela 12, pois, em função dos métodos de combinação, eles perderam os sinais. Diferente disso, elas podem ser calculadas para cada um dos modos por uma equação semelhante à Eq. 61, empregando as reações causadas pelos vetores s_r e as pseudo-acelerações espectrais, sendo posteriormente combinadas por meio dos mesmos métodos utilizados para os deslocamentos.

5.3 ANÁLISE TRANSIENTE COM HISTÓRICO DE ACELERAÇÕES

Para desenvolvimento da análise foi empregado o acelerograma para o terremoto de El Centro (1940), apresentado na Figura 12 e encontrado em Chopra (2006). Contudo, ele recebeu um fator de escala, de modo a causar aceleração máxima, em todo o tempo de aplicação, igual ao valor estipulado no primeiro modo.

As respostas nas coordenadas modais foram computadas por meio da Eq. 55, empregando a integral de Duhamel (Eq. 26) e integração numérica com interpolação da excitação. Por fim, os deslocamentos da estrutura foram encontrados com a Eq. 44.

Figura 36 – Deslocamentos do nó 6 relacionados com os modos 1 (esquerda) e total (direita)

As reações foram calculadas com a Eq. 61, por meio dos resultados relacionados com os vetores $\mathbf{s}_r$.

Figura 37 – Cortantes no nó 4 relacionadas com os modos 1 (esquerda) e total (direita)

5.4 ANÁLISE PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A análise pelo método dos elementos finitos (MEF) aplicou análise espectral, com elementos de viga bidimensionais, graus de liberdade verticais restritos e massas concentradas nos nós.

Figura 38 – Modelo de elementos finitos

Uma análise espectral deve sempre ser precedida por uma análise modal, pois o método calcula a resposta máxima nas frequências naturais. De uma análise modal, são obtidos as frequências e os modos de vibrar naturais, os fatores de participação e as massas efetivas para cada modo da estrutura.

Tabela 13 – Frequências naturais pelo método matricial e MEF

Modo	Matricial [Hz]	MEF [Hz]
1	3,3	3,3
2	14,4	14,5
3	22,6	22,9
4	55,8	66,1
5	83,0	105,9
6	89,1	119,4
7	105,3	125,2
8	114,7	127,3
9	119,7	206,8
10	141,2	232,7
11	165,9	274,1
12	207,1	335,3

Por regra geral, foram encontrados valores mais altos para as frequências naturais com o modelo do MEF. Esse comportamento foi atribuído à grande simplificação aplicada nos modelos, e por consequência dificuldade em descrever modos de formas mais complexas com eles. Todavia, os três primeiros modos considerados apresentaram ótima concordância tanto em frequência quanto em forma.

Figura 39 – Primeiro modo natural

Figura 40 – Segundo modo natural

As formas dos modos foram comparadas por meio do critério modal assurance criterion (MAC / Eq. 43), onde quanto mais próximo da unidade o resultado, maior a equivalência. Percebeu-se muito boa correspondência das formas até o quinto modo.

Tabela 14 – Comparação entre as formas dos modos pelo critério MAC

		MEF				
	Modos	1	2	3	4	5
Matricial	1	1,000	0,004	0,000	0,051	0,018
	2	0,003	1,000	0,003	0,000	0,074
	3	0,000	0,003	1,000	0,059	0,023
	4	0,059	0,000	0,060	0,985	0,068
	5	0,014	0,067	0,052	0,002	0,960

Os deslocamentos encontrados para o primeiro e segundo modos, e a resposta total pelo método SRSS são apresentados em seguida. Diferente dos deslocamentos em cada um dos modos, as respostas totais são mostradas na configuração indeformada, pois devido às operações de combinação os resultados perdem seus sinais, tornando a forma deformada equivocada.

Figura 41 – Deslocamentos para o primeiro modo [m]

Figura 42 – Deslocamentos para o segundo modo [m]

Figura 43 – Deslocamentos totais [m]

5.5 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

Verificou-se que os três primeiros modos são responsáveis por mais de 99% da massa efetiva total da estrutura. Ademais, o primeiro apresenta mais de 90%, critério adotado por muitas normas para definição do número de modos requerido.

Tabela 15 – Fatores de participação e massas efetivas para os três primeiros modos

γ_r	Matricial		γ_r	Ansys	
	M_r^* [kg]	M_r^* / M_t		M_r^* [kg]	M_r^* / M_t
-246,6	60793,3	0,912	246,8	60908,1	0,914
43,9	1930,6	0,029	44,1	1946,9	0,029
60,7	3686,6	0,055	61,0	3724,6	0,056

A comparação entre os deslocamentos encontrados é apresentada na Tabela 16, sendo arbitrariamente considerados como referência os resultados obtidos por meio da análise espectral (método SRSS) pelo método dos elementos finitos.

Verificou-se boa concordância entre os resultados, exceto pelo método da força estática equivalente. A aplicação das forças sem variação na altura apresentou resultados próximos dos obtidos nas análises de maior complexidade, contudo, as diferenças aumentaram razoavelmente com o aumento do grau do expoente de distribuição, chegando a deslocamentos aproximadamente 14% superiores com o coeficiente k igual a 2.

Tabela 16 – Deslocamentos para os diversos métodos [m] e [rad]

	Força estática equivalente				SRSS	CQC	Hist. acel.	Ansys / SRSS
	k=0	k=1	k=2	k=3				
1	0,998	1,085	1,143	1,176	1,000	1,000	-	1,000
2	-0,996	-1,085	-1,144	-1,178	1,000	1,000	-	1,000
3	0,997	1,086	1,144	1,178	1,001	1,000	-	1,000
4	-1,026	-1,096	-1,141	-1,170	1,007	1,007	-	1,000
5	1,019	1,088	1,134	1,161	1,000	1,000	-	1,000
6	-1,000	-1,086	-1,143	-1,176	1,000	1,000	-	1,000
7	0,997	1,086	1,144	1,178	1,000	1,000	1,002	1,000
8	-0,969	-1,081	-1,155	-1,199	1,004	1,004	-	1,000
9	1,044	1,086	1,115	1,131	1,000	1,000	1,007	1,000
10	-1,004	-1,085	-1,139	-1,171	1,000	1,000	-	1,000
11	0,998	1,086	1,144	1,177	1,000	1,000	-	1,000
12	-0,889	-1,078	-1,205	-1,278	1,004	1,004	-	1,000

Assim como para os deslocamentos, para as reações foram arbitrariamente considerados como referência os resultados obtidos por meio da análise espectral pelo método dos elementos finitos. Os valores encontrados para os métodos SRSS por análise matricial e com Ansys e histórico de acelerações no tempo foram semelhantes. A aplicação das forças estáticas com variação na altura, contudo, indicou resultados superiores também para os momentos e forças, sendo ainda a somatória das forças maior por ser aplicada a massa total, ao invés das massas efetivas.

Todavia, sua utilização poderia ser justificada por apresentar valores do lado seguro, e requerer esforço computacional e de preparação do modelo muito menor do que os demais.

Tabela 17 – Reações para os diversos métodos [N] e [Nm]

	Força estática equivalente				SRSS	Hist. acel.	Ansys / SRSS
	k=0	k=1	k=2	k=3			
Cortante nó 1	-1,003	-1,084	-1,138	-1,170	0,998	0,999	1,000
Momento nó 1	1,000	1,085	1,142	1,175	0,999	1,001	1,000
Cortante nó 4	-1,081	-1,092	-1,099	-1,103	0,998	1,006	1,000
Momento nó 4	1,039	1,090	1,124	1,144	1,000	1,004	1,000
Cortante nó 7	-1,148	-1,080	-1,036	-1,009	0,998	1,018	1,000
Momento nó 7	1,081	1,086	1,089	1,091	0,999	1,012	1,000

6 ANÁLISE SÍSMICA TRIDIMENSIONAL – MÁQUINA TISSUE

A análise foi realizada por meio de um modelo tridimensional, pelo método dos elementos finitos, inicialmente considerando somente a estrutura da máquina com engastamentos nas bases (Figura 44). Em seguida, foram também adicionadas as estruturas civis que a suportam, de modo a verificar sua influência na resposta (Figura 45). O sistema de coordenadas considerado é apresentado na Figura 46.

Figura 44 – Estrutura de máquina para papel tissue

Figura 45 – Estrutura de máquina para papel tissue e estruturas civis

Figura 46 – Sistema de coordenadas

6.1 MÁQUINA COM ENGASTAMENTOS

Parte das respostas para a análise modal é apresentada na Tabela 18, considerando somente os 5 modos com maior massa efetiva na direção x, e com as formas dos dois mais importantes identificadas. Foram necessários 150 modos para atingir 90 % da massa total da estrutura nas direções x e z. Da mesma forma, os resultados para a direção z são apresentados em seguida.

Tabela 18 – Análise modal para máquina tissue – direção x

Modo	Frequência natural	Período natural	Fator de participação modal	Massa efetiva	Razão massa efetiva / massa total	Nota
	f_{nr} [Hz]	T_{nr} [s]	γ_r	M_r^* [kg]	M_r^* / M_t	
10	5,3	0,188	256,3	65687,2	0,105	
11	5,3	0,187	-494,0	243997,0	0,389	Figura 49
16	7,5	0,133	122,6	15024,7	0,024	
29	11,7	0,085	334,5	111857,0	0,178	Figura 50
51	16,9	0,059	120,1	14428,7	0,023	

Tabela 19 – Análise modal para máquina tissue – direção z

Modo	Frequência natural	Período natural	Fator de participação modal	Massa efetiva	Razão massa efetiva / massa total	Nota
	f_{nr} [Hz]	T_{nr} [s]	γ_r	M_r^* [kg]	M_r^* / M_t	
2	2,1	0,487	477,4	227914,0	0,363	Figura 47
8	4,0	0,249	-166,7	27786,2	0,044	
10	5,3	0,188	315,7	99651,7	0,159	
11	5,3	0,187	213,1	45404,6	0,072	
15	6,8	0,147	169,0	28559,8	0,045

Figura 47 – Segundo modo natural

Figura 48 – Décimo modo natural

Figura 49 – Décimo primeiro modo natural

Figura 50 – Vigésimo nono modo natural

6.1.1 Análise segundo NBR 15421

A numeração dos apoios é apresentada na Figura 51. Além disso, foram adicionadas as identificações F e T, especificando pontos nos lados frontal e traseiro da máquina.

Figura 51 – Identificação dos pontos de apoio

Os nós onde estão posicionados os equipamentos mais importantes receberam atenção especial, e estão identificados na Figura 52.

Figura 52 – Identificação dos nós

De modo a considerar a interação entre efeitos nas direções ortogonais, os seguintes casos de carregamento foram estudados:

- CC1: + {Direção x}
- CC2: + {Direção z}
- CC3: + {Direção x} + 0,3.{Direção z}
- CC4: + {Direção x} - 0,3.{Direção z}
- CC5: + 0,3.{Direção x} + {Direção z}
- CC6: - 0,3.{Direção x} + {Direção z}

Forças Horizontais Equivalentes

O primeiro passo foi a identificação dos modos fundamentais para cada direção, e optou-se por aqueles com maior massa efetiva:

- Direção x: Modo 11 - $f_n = 5,3 \text{ Hz}$ - $M_r^* = 243997 \text{ kg}$ (38,9% da massa total)
- Direção z: Modo 2 - $f_n = 2,1 \text{ Hz}$ - $M_r^* = 227914 \text{ kg}$ (36,3% da massa total)

Resultando as cortantes de base totais:

- Direção x: $C_s = 0,107$ – $H = 659979,3 \text{ N}$
- Direção z: $C_s = 0,090$ – $H = 554382,6 \text{ N}$

Verifica-se que os coeficientes de resposta sísmica são iguais aos valores no espectro para as frequências naturais, divididos pelo coeficiente de modificação da resposta (R) e multiplicados pelo fator de importância (I) (Figura 53).

Em ambas as direções o expoente de distribuição (k), obtido em função do período natural, é unitário, sendo os esforços aplicados como forças estáticas nas direções x (Figura 54) e z (Figura 55).

Figura 53 – Obtenção dos coeficientes de resposta sísmica

Figura 54 – Forças aplicadas na direção x

Figura 55 – Forças aplicadas na direção z

Os deslocamentos totais para os casos 1 e 2 são apresentados nas figuras seguintes, sendo os demais combinações deles. Todavia, os fatores de correção na equação 84 não são considerados nas imagens.

Figura 56 – Deslocamentos totais [m] - caso de carregamento 1

Figura 57 – Deslocamentos totais [m] - caso de carregamento 2

Análise Espectral

O espectro de projeto (Figura 32) foi discretizado em 100 pontos, sendo a frequência máxima escolhida em função da maior frequência natural obtida na análise modal (Figura 58). A aquisição dos dados é realizada por interpolação logarítmica entre os pontos.

Inicialmente, foi verificada a influência do método de combinação dos resultados para os modos na resposta final (Figura 59 / Figura 60).

Figura 58 – Espectro de projeto discretizado

Figura 59 – Deslocamentos totais [m] - caso de carregamento 1 – Método de combinação SRSS

Figura 60 – Deslocamentos totais [m] - caso de carregamento 1 – Método de combinação CQC

Foram observadas diferenças bastante grandes nos resultados obtidos com os dois métodos. Por regra geral, aqueles do método CQC foram maiores na direção de aplicação dos carregamentos. Pode-se verificar que os valores das frequências naturais são realmente muito próximos, e não considerar a influência de um modo sobre o outro (combinação SRSS) mostrou-se um método menos preciso.

A combinação dos resultados em direções diferentes, para obtenção dos casos 3 a 6, deve ser realizada por meio da raiz quadrada da soma dos quadrados dos valores

em cada direção. Por esse motivo, não existe distinção entre os casos 3 e 4 e entre os casos 5 e 6, devido à perda dos sinais.

As cortantes totais nas direções de aplicação dos esforços, para todos os casos de carregamento, foram menores dos que as obtidas pelo método das forças horizontais equivalentes. Portanto, devem ser aplicados os fatores de correção conforme Eq. 85, apresentados na tabela seguinte. Ademais, aos valores devem também ser aplicados os coeficientes de modificação da resposta (R) e de importância (I).

Tabela 20 – Fatores de correção

Caso	Fator de correção (Eq. 85)
CC1	1,331
CC2	1,117
CC3	1,321
CC4	1,321
CC5	1,117
CC6	1,117

Esses fatores, contudo, não devem ser aplicados às respostas em deslocamentos. De modo distinto, os deslocamentos obtidos da análise espectral devem ser divididos pelo coeficiente de modificação da resposta (R), e multiplicados pelo coeficiente de amplificação de deslocamentos (Cd).

Análise Transiente

O amortecimento do sistema foi determinado com as constantes α e β , (Eq. 76 / Eq. 77), considerando as frequências circulares naturais com maior massa efetiva nas direções x (33,3 rad/s) e z (13,2 rad/s) (Figura 61), também empregadas no método das forças horizontais equivalentes.

Figura 61 – Fator de amortecimento (ξ)

Empregou-se passos de 0,001 s, definidos por meio da mais alta frequência natural considerada, e garantindo 20 passos em um ciclo completo.

$$\Delta t = \frac{T_n}{20} = \frac{1}{20 \cdot f_n} = \frac{1}{20 \cdot 44,6} = 0,00112 \text{ [s]} \quad (\text{Eq. 92})$$

Foram escolhidos acelerogramas de terremotos com magnitude de aproximadamente 7, com desvio de $\pm 0,3$, registrados em terrenos do tipo rocha ou com velocidade média de propagação de ondas de cisalhamento entre 1500 m/s e 760 m/s. Ademais, foram escolhidos somente aqueles em que o sismógrafo estava posicionado no solo, de modo a não considerar a influência da estrutura de suporte, como no caso de registros no topo de edifícios.

Seis registros foram empregados, totalizando três conjuntos de acelerogramas, todos eles obtidos dos bancos de dados COSMOS, ESD e PEER (Tabela 21). Após comparação dos espectros de resposta com o espectro de projeto, foram aplicados fatores de escala, calculados com base nas suas respectivas médias geométricas.

Tabela 21 - Acelerogramas

Identificação	Data	Aceleração máxima [m/s ²]	Direção aplicação	Fator de escala
Loma Prieta 1	17/10/89	4,34	x	0,371
Loma Prieta 2	17/10/89	0,89	z	2,100
Northridge 1	17/01/94	-0,89	x	2,593
Northridge 2	17/01/94	1,37	z	0,886
San Fernando 1	09/02/71	-1,68	x	1,066
San Fernando 2	09/02/71	-1,44	z	1,275

Figura 62 – Acelerogramas – Northridge 1 (esquerda) e 2 (direita)

Figura 63 – Espectros de resposta antes (esquerda) e depois (direita) da aplicação do fator de escala – Northridge 1

Figura 64 – Espectros de resposta antes (esquerda) e depois (direita) da aplicação do fator de escala – Northridge 2

Em seguida, são apresentados alguns dos valores máximos, em módulo, para forças de reação, já multiplicados por I/R e com identificação do instante de ocorrência.

Tabela 22 – Máximas forças e instantes de ocorrência

Pto.	Dir.	Loma Prieta		San Fernando		Northridge		Valor máximo [N]	Figura
		Máximo [N]	Tempo [s]	Máximo [N]	Tempo [s]	Máximo [N]	Tempo [s]		
9F	x	32400,0	4,3	24557,1	4,0	29571,4	15,7	32400,0	
9F	z	31685,7	12,0	29200,0	3,3	28971,4	8,2	31685,7	
9T	x	31257,1	4,3	30428,6	3,9	29142,9	15,7	31257,1	
9T	z	32057,1	12,0	29342,9	3,3	29114,3	8,2	32057,1	
10F	x	58285,7	4,3	55857,1	3,3	53228,6	15,9	58285,7	65
10F	z	45314,3	12,0	36542,9	3,3	39628,6	8,2	45314,3	
10T	x	54942,9	4,3	53342,9	3,9	49800,0	15,7	54942,9	65
10T	z	45057,1	12,0	36428,6	3,3	39371,4	8,2	45057,1

Figura 65 – Forças no ponto 10 [N] – direção x – San Fernando (esquerda) e Northridge (direita)

Alguns dos máximos deslocamentos encontrados, em módulo e divididos por evento sísmico, são apresentados na Tabela 23. Ademais, alguns dos registros são mostrados em detalhes, e identificados na última coluna. Não são especificados em norma fatores de correção para esses resultados.

Tabela 23 – Máximos deslocamentos e instantes de ocorrência

Pto.	Dir.	Loma Prieta		San Fernando		Northridge		Valor máx. [mm]	Figura
		Máximo [mm]	Tempo [s]	Máximo [mm]	Tempo [s]	Máximo [mm]	Tempo [s]		
N5F	x	4,037	3,7	2,851	3,9	3,640	16,8	4,037	66
N5F	z	14,140	12,0	12,690	3,3	12,560	8,2	14,140	
N5T	x	3,920	3,7	4,270	3,9	3,353	16,8	4,270	66
N5T	z	14,140	12,0	12,690	3,3	12,560	8,2	14,140	
N6F	x	0,655	3,7	0,446	3,9	0,601	15,7	0,655	
N6F	z	3,943	12,0	3,105	3,3	3,415	8,2	3,943	
N6T	x	0,636	3,7	0,672	3,9	0,567	15,7	0,672	
N6T	z	3,943	12,0	3,105	3,3	3,415	8,2	3,943

Figura 66 – Deslocamentos para ponto 5 [m] – direção x – San Fernando (esquerda) e Northridge (direita)

Avaliação dos Resultados

Inicialmente, os resultados das reações obtidos na análise espectral foram comparados com aqueles da análise com forças horizontais equivalentes, e algumas das respostas são apresentadas em seguida. As correções quanto à cortante total de base, na Tabela 20, foram aplicadas antes dessa verificação.

Tabela 24 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC1

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
3	F	-0,731	-1,925	66,648	26,396	1,196	0,712
3	T	-0,727	1,826	13,454	13,771	1,365	0,769
7	F	-0,809	0,935	-3,671	-5,020	1,733	0,820
7	T	-0,790	0,896	5,927	127,471	2,473	0,798
9	F	-0,872	-1,277	-0,645	-0,732	0,950	0,928
9	T	-0,819	-1,135	-0,694	-0,731	0,926	0,854

Tabela 25 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC2

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
3	F	-10,538	1,331	-1,215	-1,216	5,951	4,964
3	T	-6,457	-1,431	-1,217	-1,217	3,365	3,644
7	F	5,462	0,595	-0,620	-0,611	1,939	-13,712
7	T	-1,933	-1,169	-0,609	-0,607	1,811	1,974
9	F	2,812	1,396	-0,708	-0,733	-10,366	-2,430
9	T	-1,013	-1,188	-0,709	-0,733	-8,960	1,045

Tabela 26 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC3

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
3	F	-0,738	-6,452	-1,541	-1,561	1,347	0,702
3	T	-0,723	2,098	-1,594	-1,592	1,402	0,753
7	F	-0,814	0,652	-0,719	-0,715	1,534	0,819
7	T	-0,759	0,943	-0,748	-0,728	1,678	0,767
9	F	-0,882	-1,346	-0,720	-0,782	1,396	0,943
9	T	-0,730	-1,025	-0,725	-0,782	1,437	0,765

Tabela 27 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC4

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
3	F	-0,761	-1,309	1,517	1,500	1,777	0,724
3	T	-0,753	1,616	1,474	1,475	2,678	0,784
7	F	-0,798	2,167	0,770	0,750	-7,925	0,813
7	T	-0,824	0,846	0,716	0,727	-4,020	0,831
9	F	-0,852	-1,203	1,023	0,982	1,207	0,904
9	T	-0,961	-1,276	1,015	0,982	1,204	0,990

Tabela 28 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC5

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
3	F	-1,604	1,560	-1,216	-1,219	3,620	0,900
3	T	-1,288	-5,813	-1,221	-1,222	2,625	0,847
7	F	-1,028	0,522	-0,618	-0,609	1,829	0,925
7	T	-0,758	2,573	-0,610	-0,606	1,748	0,762
9	F	-1,113	-3,663	-0,697	-0,725	42,778	1,267
9	T	-0,669	-0,780	-0,698	-0,726	432,088	0,681

Tabela 29 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC6

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
3	F	2,252	1,187	-1,214	-1,214	17,272	-1,284
3	T	2,038	-1,052	-1,213	-1,213	4,744	-1,331
7	F	0,821	0,732	-0,622	-0,612	2,066	-0,853
7	T	2,035	-0,642	-0,608	-0,606	1,882	-1,961
9	F	0,760	0,850	-0,719	-0,740	-4,640	-0,782
9	T	-3,250	-8,068	-0,719	-0,740	-4,450	3,894

De forma análoga, os deslocamentos foram comparados, e apresentaram comportamento semelhante. Além disso, as correções na Tabela 20 não se aplicam a esses resultados.

O método das forças horizontais equivalentes é o menos preciso dos três, por isso é usualmente recomendado para estruturas relativamente regulares, e em regiões de menor sismicidade. Os esforços computacionais e de preparação do modelo, contudo, são bastante inferiores aos dos demais.

Grande parte das respostas encontradas para esse método foram maiores do que aquelas do método espectral. Todavia, essa não foi uma regra, sendo encontrados em algumas situações, principalmente com aplicação em duas direções simultâneas, valores menores.

Outra conclusão importante é quanto às acelerações obtidas do espectro de projeto. É possível verificar na Figura 53 que o valor empregado para a direção z está na porção crescente. Entretanto, o modo corresponde por somente 36% da massa efetiva total, e desse modo, podem ser aplicadas ao restante acelerações menores do que aquelas no método espectral.

De modo semelhante, as reações obtidas com o método transiente foram comparadas com aqueles do método espectral. Todavia, não existem casos de carregamento no primeiro, pois somente os valores máximos das análises são considerados, e no segundo não existe distinção entre os casos CC3 e CC4, e CC5 e CC6.

Tabela 30 – Razões entre as reações pelos métodos transiente e espectral – CC1, CC2, CC3 e CC5

Ponto		Razão – CC1		Razão – CC2		Razão – CC3		Razão – CC5	
		x	z	x	z	x	z	x	z
3F	Força	1,366	14,542	1,878	1,892	1,332	5,011	1,776	1,891
3T	Força	1,747	14,518	2,906	1,892	1,721	5,011	2,682	1,892
7F	Força	0,956	20,809	4,221	1,258	0,960	3,496	2,824	1,258
7T	Força	1,097	19,653	3,270	1,260	1,098	3,495	2,617	1,260
9F	Força	0,809	20,838	4,436	0,992	0,813	2,771	2,603	0,992
9T	Força	0,856	20,350	1,519	0,993	0,845	2,775	1,387	0,994
3F	Mom.	14,605	0,961	1,889	2,613	5,007	0,960	1,889	2,157
3T	Mom.	14,578	1,090	1,889	3,449	5,007	1,091	1,889	2,698
9F	Mom.	28,806	0,768	0,976	4,132	2,739	0,772	0,976	2,454
9T	Mom.	28,791	0,850	0,976	1,626	2,739	0,842	0,976	1,466

As reações obtidas na análise transiente, por regra geral, foram maiores do que aqueles da análise espectral. Contudo, ademais dos maiores esforços computacionais e de preparação da análise, o método mostrou-se muito influenciado pelos dados de entrada, mesmo empregando os critérios de seleção encontrados na literatura. Desse modo, variações muito grandes foram observadas mesmo entre as análises com acelerogramas diferentes.

Comportamento semelhante foi verificado para os deslocamentos obtidos.

6.2 MÁQUINA E ESTRUTURA CIVIL

De modo semelhante, foi realizada a análise modal considerando a estrutura civil suportando a máquina, sendo necessários 400 modos para atingir 90 % da massa total nas direções x e z.

Tabela 31 – Análise modal para máquina tissue e estrutura civil – direção x

Modo	Frequência natural f_{nr} [Hz]	Período natural T_{nr} [s]	Fator de participação modal γ_r	Massa efetiva M_r^* [kg]	Razão massa efetiva / massa total M_r^* / M_t	Nota
12	4,6	0,217	600,7	360839,0	0,234	Figura 68
31	11,0	0,091	378,3	143113,0	0,093	
72	20,6	0,049	426,8	182159,0	0,118	Figura 70
73	20,6	0,049	-237,6	56452,3	0,037	
142	35,9	0,028	236,0	55679,9	0,036	

Tabela 32 – Análise modal para máquina tissue e estrutura civil – direção z

Modo	Frequência natural f_{nr} [Hz]	Período natural T_{nr} [s]	Fator de participação modal γ_r	Massa efetiva M_r^* [kg]	Razão massa efetiva / massa total M_r^* / M_t	Nota
1	1,9	0,524	521,6	272017,0	0,176	Figura 67
13	4,8	0,209	381,3	145366,0	0,094	Figura 69
15	5,3	0,189	236,6	55956,5	0,036	
26	9,1	0,109	353,2	124727,0	0,081	
59	17,6	0,057	-234,6	55036,4	0,036

Figura 67 – Primeiro modo natural

Figura 68 – Décimo segundo modo natural

Figura 69 – Décimo terceiro modo natural

Figura 70 – Septuagésimo segundo modo natural

6.2.1 Análise Espectral

Inicialmente, foram verificados os fatores de amortecimento efetivos para os modos (Eq. 73), devido à existência de dois materiais no modelo, aço e concreto, e os doze primeiros são apresentados na Tabela 33. As amplitudes do espectro de projeto foram corrigidas conforme Eq. 29, com base nos fatores para os modos com maior massa efetiva em cada direção.

Tabela 33 – Fatores de amortecimento efetivos para os doze primeiros modos

Modo	ξ (%)	Modo	ξ (%)
1	4,951	7	4,994
2	4,702	8	4,895
3	4,982	9	4,957
4	4,998	10	4,958
5	4,916	11	5,000
6	4,837	12	4,649

O espectro de projeto foi discretizado em 100 pontos, sendo a frequência máxima escolhida em função da maior frequência natural obtida na análise modal. A aquisição dos dados para cálculo é realizada por interpolação logarítmica entre os pontos.

Na Tabela 34 são apresentados os valores nos trechos horizontais e nas frequências com maior massa efetiva, obtidos do espectro de projeto já corrigido para o fator de amortecimento. Inicialmente, as acelerações nos apoios da máquina foram comparadas com as acelerações de base.

Tabela 34 – Acelerações de base máximas e nas frequências com maior massa efetiva

Direção	f_n [Hz]	$S_a(f_n)$ [m/s ²]	S_a máx [m/s ²]
x	4,600	3,740	3,740
z	1,900	2,796	3,679

Tabela 35 – Acelerações relativas nos pontos de apoio da máquina para terremoto na direção x

Ponto		Dir. x [m/s ²]	Dir. y [m/s ²]	Dir. z [m/s ²]	Total [m/s ²]
2	F	2,074	0,182	0,416	2,123
2	T	2,140	0,380	0,411	2,212
7	F	0,756	0,103	0,058	0,766
7	T	0,825	0,109	0,060	0,835
10	F	1,590	0,170	0,258	1,619
10	T	1,595	0,173	0,220	1,619

Tabela 36 – Acelerações relativas nos pontos de apoio da máquina para terremoto na direção z

Ponto		Dir. x [m/s ²]	Dir. y [m/s ²]	Dir. z [m/s ²]	Total [m/s ²]
2	F	0,639	0,145	2,055	2,157
2	T	0,561	0,051	2,056	2,132
7	F	0,076	0,089	0,530	0,543
7	T	0,081	0,087	0,536	0,549
10	F	0,318	0,121	1,181	1,229
10	T	0,338	0,118	1,179	1,232

Figura 71 – Acelerações relativas para terremoto na direção x [m/s²] Figura 72 – Acelerações relativas para terremoto na direção z [m/s²]

Como esperado, foram verificadas amplificações das acelerações de base, devido às estruturas civis entre os apoios da máquina e o solo. Todavia, as acelerações relativas apresentaram grande variação mesmo entre os próprios pontos de apoio, mostrando ocorrer diferentes amplificações em função das diferentes características da estrutura civil.

Além disso, para os esforços nos apoios da máquina, foi verificado além de aumento dos valores totais devido às maiores acelerações, comportamento bastante distinto entre os pontos de apoio, mostrando uma diferente distribuição daquela obtida por meio do modelo com engastamentos.

Tabela 37 – Razões entre os esforços nos pontos de apoio e reações com engastamentos - terremoto na direção x

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
2	F	1,460	1,133	1,664	1,621	2,063	1,550
2	T	1,277	1,169	1,628	1,594	1,872	1,362
7	F	1,418	1,714	1,426	1,327	1,509	1,417
7	T	1,376	1,465	1,376	1,305	1,606	1,377
10	F	0,513	1,020	1,953	0,574	1,940	0,266
10	T	0,499	0,953	1,414	0,615	2,026	0,254

Tabela 38 – Razões entre os esforços nos pontos de apoio e reações com engastamentos - terremoto na direção z

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
2	F	1,309	1,133	1,119	1,077	1,328	1,273
2	T	1,247	1,076	1,119	1,075	1,296	1,305
7	F	1,606	0,890	1,065	0,987	1,240	1,619
7	T	1,339	1,337	1,091	1,004	1,243	1,326
10	F	0,412	1,089	1,067	0,934	2,096	0,317
10	T	0,940	1,158	0,994	0,944	2,065	0,399

7 ANÁLISE SÍSMICA - PRENSAS - MÁQUINA DE PAPEL EMBALAGEM

A análise de parte de uma máquina para produção de papel para embalagens foi realizada, de modo semelhante, pelo método dos elementos finitos. Inicialmente, foi considerada somente a estrutura mecânica com engastamentos nas bases (Figura 73) e, em seguida, foram adicionadas as estruturas civis que a suportam (Figura 74). O sistema de coordenadas considerado é apresentado na Figura 75.

Figura 73 – Estrutura de máquina para papel de embalagem

Figura 74 – Estrutura de máquina para papel de embalagem e estruturas civis

Figura 75 – Sistema de coordenadas

7.1 MÁQUINA COM ENGASTAMENTOS

Parte das respostas para a análise modal é apresentada na Tabela 39, considerando somente os 5 modos com maior massa efetiva na direção x, e com as formas dos dois mais importantes identificadas. Foram necessários 85 modos para atingir 90 % da massa total da estrutura nas direções x e z. Da mesma forma, os resultados para a direção z são apresentados na Tabela 40.

Tabela 39 – Análise modal para máquina de papel embalagem – direção x

Modo	Frequência natural f_{nr} [Hz]	Período natural T_{nr} [s]	Fator de participação modal γ_r	Massa efetiva M_r^* [kg]	Razão massa efetiva / massa total M_r^* / M_t	Nota
2	6,1	0,164	429,9	184799,0	0,403	Figura 77
12	11,2	0,089	109,7	12037,9	0,026	
21	14,4	0,069	207,1	42867,8	0,094	
23	15,2	0,066	275,1	75702,0	0,165	
34	17,2	0,058	111,7	12477,7	0,027	

Tabela 40 – Análise modal para máquina de papel embalagem – direção z

Modo	Frequência natural	Período natural	Fator de participação modal	Massa efetiva	Razão massa efetiva / massa total	Nota
	f_{nr} [Hz]	T_{nr} [s]	γ_r	M_r^* [kg]	M_r^* / M_t	
1	4,8	0,209	273,6	74843,8	0,163	Figura 76
3	6,4	0,155	349,9	122437,0	0,267	Figura 78
9	10,0	0,100	240,7	57941,2	0,126	
16	11,9	0,084	170,3	29001,0	0,063	
18	12,9	0,077	168,4	28357,3	0,062

Figura 76 – Primeiro modo natural

Figura 77 – Segundo modo natural

Figura 78 – Terceiro modo natural

Figura 79 – Vigésimo terceiro modo natural

7.1.1 Análise segundo NBR 15421

A numeração dos apoios é apresentada na Figura 80. Os mesmos casos de carregamento da seção 6 foram considerados. Os nós onde estão posicionados os equipamentos mais importantes receberam atenção especial, e estão identificados na Figura 81.

Figura 80 – Identificação dos pontos de apoio

Figura 81 – Identificação dos nós

Forças Horizontais Equivalentes

Os modos com maior massa efetiva em cada direção são:

- Direção x: Modo 2 - $f_n = 6,1 \text{ Hz}$ - $M_r^* = 184799 \text{ kg}$ (40,3% da massa total)
- Direção z: Modo 3 - $f_n = 6,4 \text{ Hz}$ - $M_r^* = 122437 \text{ kg}$ (26,7% da massa total)

Resultando as cortantes de base totais:

- Direção x: $C_s = 0,107$ – $H = 481686,5 \text{ N}$
- Direção z: $C_s = 0,107$ – $H = 481686,5 \text{ N}$

Em ambas as direções o expoente de distribuição (k), obtido em função do período natural, é unitário, sendo os esforços aplicados como forças estáticas nas direções x (Figura 82) e z (Figura 83).

Figura 82 – Forças aplicadas na direção x

Figura 83 – Forças aplicadas na direção z

Os deslocamentos totais para os casos 1 e 2 são apresentados nas figuras seguintes, sendo os demais combinações deles. Todavia, os fatores de correção na equação 84 não são considerados nas imagens.

Figura 84 – Deslocamentos totais [m] - caso de carregamento 1

Figura 85 – Deslocamentos totais [m] - caso de carregamento 2

Análise Espectral

O espectro de projeto foi discretizado em 100 pontos, sendo a frequência máxima escolhida em função da maior frequência natural obtida na análise modal. Os deslocamentos para o primeiro e o segundo casos de carregamento, com o método de combinação CQC, são apresentados nas figuras seguintes.

Figura 86 – Deslocamentos totais [m] - caso de carregamento 1

Figura 87 – Deslocamentos totais [m] - caso de carregamento 2

As cortantes totais nas direções de aplicação dos esforços, para todos os casos de carregamento, foram menores dos que as obtidas pelo método das forças horizontais equivalentes. Portanto, os fatores de correção conforme Eq. 85 devem ser aplicados, e são apresentados na tabela seguinte.

Tabela 41 – Fatores de correção

Caso	Fator de correção (Eq. 85)
CC1	1,490
CC2	1,600
CC3	1,485
CC4	1,485
CC5	1,598
CC6	1,598

Análise Transiente

Foram empregados os mesmos seis registros da seção 6, totalizando três conjuntos de acelerogramas, com correção da amplitude após comparação dos espectros de resposta com o espectro de projeto.

Tabela 42 - Acelerogramas

Identificação	Data	Aceleração máxima [m/s ²]	Direção aplicação	Fator de escala
Loma Prieta 1	17/10/89	4,34	x	0,381
Loma Prieta 2	17/10/89	0,89	z	2,860
Northridge 1	17/01/94	-0,89	x	2,752
Northridge 2	17/01/94	1,37	z	0,977
San Fernando 1	09/02/71	-1,68	x	1,054
San Fernando 2	09/02/71	-1,44	z	1,016

Em seguida, são apresentados alguns dos valores máximos, em módulo, para forças de reação, já multiplicados por I / R e com identificação do instante de ocorrência.

Tabela 43 – Máximas forças e instantes de ocorrência

		Loma Prieta		San Fernando		Northridge		Valor máximo [N]
Pto.	Dir.	Máximo [N]	Tempo [s]	Máximo [N]	Tempo [s]	Máximo [N]	Tempo [s]	
4F	x	74310	4,291	81700	15,710	60030	3,841	81700
4F	z	168600	10,340	128900	6,646	107400	3,449	168600
4T	x	93940	4,291	94910	15,710	64410	2,596	94910
4T	z	205500	10,340	159800	6,646	132400	3,452	205500
6F	x	74080	4,237	86930	15,710	57410	2,588	86930
6F	z	148700	10,330	125000	7,560	140900	4,007	148700
6T	x	113100	4,288	114000	15,710	92610	4,000	114000
6T	z	165800	10,330	140300	7,560	157000	4,007	165800

Alguns dos máximos deslocamentos encontrados, em módulo e divididos por evento sísmico, são apresentados na Tabela 44.

Tabela 44 – Máximos deslocamentos e instantes de ocorrência

Pto.	Dir.	Loma Prieta		San Fernando		Northridge		Valor máx. [mm]
		Máximo [mm]	Tempo [s]	Máximo [mm]	Tempo [s]	Máximo [mm]	Tempo [s]	
N4F	x	0,388	4,288	0,432	15,710	0,293	2,592	0,432
N4F	z	0,676	10,340	0,464	6,642	0,541	3,996	0,676
N4T	x	0,447	4,288	0,418	15,720	0,365	3,996	0,447
N4T	z	0,676	10,340	0,464	6,642	0,541	3,996	0,676
N6F	x	2,509	4,266	1,959	15,710	2,031	3,690	2,509
N6F	z	1,867	10,310	1,911	7,402	1,608	3,776	1,911
N6T	x	3,170	3,658	2,164	15,720	3,654	3,902	3,654
N6T	z	1,867	10,310	1,911	7,402	1,608	3,776	1,911

Avaliação dos Resultados

As reações e os deslocamentos obtidos pelos três métodos foram comparados de modo semelhante ao apresentando no item 6.1.1.

Inicialmente, foram confrontadas as reações encontradas pelo método espectral e pelo método das forças horizontais equivalentes. Assim como no capítulo 6, principalmente com aplicação em duas direções simultâneas, foram encontrados diversos valores mais baixos para o método das forças horizontais equivalentes. Para os resultados em deslocamento foi verificado comportamento semelhante.

Tabela 45 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC1

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	F	1,275	0,736	-5,245	-5,033	-7,777	-0,838
1	T	1,336	0,843	104,543	-6,436	-8,584	-0,918
4	F	0,877	-0,956	7,783	-25,010	-1,819	-0,789
4	T	0,888	-0,923	-12,847	18,982	-3,152	-0,893
6	F	0,824	-0,791	-11,518	-0,908	-1,127	-0,730
6	T	0,869	-0,900	-483,949	3,805	-1,712	-0,857

Tabela 46 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC2

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	F	-14,835	17,854	1,110	1,032	3,989	-4,760
1	T	11,200	569,473	1,109	1,031	3,988	4,481
4	F	2,406	-0,704	0,666	0,662	-33,943	-2,355
4	T	-3,179	0,859	0,663	0,660	-24,410	2,967
6	F	5,138	-1,134	0,950	0,983	-2,658	-2,057
6	T	72,574	1,842	0,946	0,957	-2,166	4,811

Tabela 47 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC3

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	F	1,278	0,734	1,219	1,152	5,118	-0,825
1	T	1,326	0,841	1,116	1,130	4,996	-0,930
4	F	0,849	-0,721	0,630	0,641	-1,985	-0,766
4	T	0,909	-1,062	0,646	0,632	-3,344	-0,916
6	F	0,814	-0,733	1,111	2,793	-1,022	-0,704
6	T	0,867	-0,935	1,048	0,921	-1,319	-0,869

Tabela 48 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC4

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	F	1,267	0,738	-1,032	-0,968	-3,343	-0,852
1	T	1,339	0,841	-1,126	-0,986	-3,398	-0,904
4	F	0,905	-1,537	-0,660	-0,632	-2,108	-0,816
4	T	0,868	-0,821	-0,630	-0,644	-3,911	-0,871
6	F	0,833	-0,864	-1,004	-0,661	-1,614	-0,760
6	T	0,869	-0,866	-1,046	-1,257	-4,034	-0,844

Tabela 49 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC5

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	F	1,626	0,984	1,118	1,040	4,066	-1,043
1	T	1,470	1,039	1,109	1,038	4,058	-1,431
4	F	0,936	-0,599	0,665	0,662	-8,604	-0,876
4	T	1,668	3,696	0,664	0,659	-11,477	-1,751
6	F	0,978	-0,699	0,956	1,041	-1,927	-0,823
6	T	1,169	-2,168	0,947	0,945	-1,859	-1,466

Tabela 50 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC6

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	F	-1,475	-1,058	1,101	1,024	3,915	1,485
1	T	-1,631	-1,040	1,110	1,025	3,921	1,045
4	F	-1,958	-0,996	0,668	0,661	17,205	1,823
4	T	-0,995	0,649	0,662	0,660	162,211	0,989
6	F	-1,268	15,163	0,947	0,932	-4,506	2,034
6	T	-1,192	0,872	0,947	0,971	-2,661	1,046

De modo semelhante, os resultados obtidos com o método transiente foram comparados com aqueles do método espectral.

Tabela 51 – Razões entre as reações pelos métodos transiente e espectral

Ponto		Razão – CC1		Razão – CC2		Razão – CC3		Razão – CC5	
		x	z	x	z	x	z	x	z
1F	Força	1,311	9,239	8,279	1,165	1,309	3,581	3,864	1,165
1T	Força	1,256	9,059	10,333	1,166	1,255	3,571	3,880	1,165
4F	Força	1,446	18,048	5,338	1,574	1,441	5,039	3,577	1,574
4T	Força	1,451	19,113	5,738	1,542	1,446	4,965	3,697	1,542
6F	Força	1,380	7,216	6,133	1,418	1,377	3,954	3,680	1,415
6T	Força	1,234	7,227	5,290	1,404	1,231	3,929	3,248	1,402
1F	Mom.	9,751	1,415	1,331	5,094	4,038	1,410	1,330	3,461
1T	Mom.	9,707	1,231	1,330	5,783	4,034	1,228	1,329	3,346
4F	Mom.	17,953	1,178	1,457	4,025	4,687	1,174	1,456	2,811
4T	Mom.	17,156	1,144	1,484	4,432	4,753	1,141	1,483	2,891

Assim como no capítulo anterior, o método mostrou-se muito influenciado pelos dados de entrada. Desse modo, variações muito grandes foram observadas mesmo entre as análises com acelerogramas diferentes.

7.2 MÁQUINA E ESTRUTURA CIVIL

De modo semelhante, foi realizada a análise modal considerando a estrutura civil suportando a máquina, sendo necessários 230 modos para atingir 90 % da massa total nas direções x e z.

Tabela 52 – Análise modal para máquina tissue e estrutura civil – direção x

Modo	Frequência natural f_{nr} [Hz]	Período natural T_{nr} [s]	Fator de participação modal γ_r	Massa efetiva M_t^* [kg]	Razão massa efetiva / massa total M_t^* / M_t	Nota
3	4,7	0,211	615,4	378770,0	0,468	Figura 90
14	10,0	0,100	-299,6	89747,9	0,111	Figura 91
42	18,1	0,055	-131,3	17246,3	0,021	
57	22,6	0,044	121,3	14718,2	0,018	
202	88,9	0,011	-121,8	14840,6	0,018	

Tabela 53 – Análise modal para máquina tissue e estrutura civil – direção z

Modo	Frequência natural f_{nr} [Hz]	Período natural T_{nr} [s]	Fator de participação modal γ_r	Massa efetiva M_t^* [kg]	Razão massa efetiva / massa total M_t^* / M_t	Nota
1	3,4	0,298	653,1	426563,0	0,528	Figura 88
2	4,1	0,247	-309,0	95447,1	0,118	Figura 89
5	6,0	0,166	-149,5	22356,1	0,028	
27	14,9	0,067	-226,0	51087,5	0,063	
38	17,5	0,057	119,2	14213,3	0,018

Figura 88 – Primeiro modo natural

Figura 89 – Segundo modo natural

Figura 90 – Terceiro modo natural

Figura 91 – Décimo quarto modo natural

7.2.1 Análise Espectral

Os fatores de amortecimento efetivos para os doze primeiros modos são apresentados na Tabela 54. Além disso, com base nos valores para os modos com maior massa efetiva, as amplitudes do espectro de projeto foram corrigidas.

Tabela 54 – Fatores de amortecimento efetivos para os doze primeiros modos

Modo	ξ (%)	Modo	ξ (%)
1	3,575	7	3,803
2	3,683	8	4,193
3	3,705	9	4,450
4	3,984	10	4,654
5	4,278	11	4,739
6	4,271	12	4,460

Na Tabela 55 são apresentados os valores nos trechos horizontais e nas frequências com maior massa efetiva, obtidos dos espectros de projeto já corrigidos para os fatores de amortecimento. Inicialmente, as acelerações nos apoios da máquina foram comparadas com as acelerações de base. Em seguida, os resultados para a estrutura e alguns dos pontos de apoio são apresentados, para terremotos na direção x e z.

Tabela 55 – Acelerações de base máximas e nas frequências com maior massa efetiva

Direção	f_n [Hz]	$S_a(f_n)$ [m/s ²]	S_a máx [m/s ²]
x	4,7	3,943	3,943
z	3,4	3,973	3,973

Tabela 56 – Acelerações relativas nos pontos de apoio da máquina para terremoto na direção x

Ponto		Dir. x [m/s ²]	Dir. y [m/s ²]	Dir. z [m/s ²]	Total [m/s ²]
1	F	1,633	1,549	0,478	2,301
1	T	1,651	1,652	0,308	2,355
2	F	1,627	0,262	0,193	1,659
2	T	1,643	0,276	0,174	1,675
6	F	1,995	0,155	0,357	2,033
6	T	1,971	0,148	0,359	2,009

Tabela 57 – Acelerações relativas nos pontos de apoio da máquina para terremoto na direção z

Ponto		Dir. x [m/s^2]	Dir. y [m/s^2]	Dir. z [m/s^2]	Total [m/s^2]
1	F	0,177	0,493	3,030	3,075
1	T	0,206	0,427	3,036	3,073
3	F	0,182	0,443	2,900	2,939
3	T	0,210	0,316	2,886	2,911
6	F	0,199	0,066	2,142	2,152
6	T	0,229	0,075	2,148	2,162

Figura 92 – Acelerações relativas para terremoto na direção x [m/s^2] Figura 93 – Acelerações relativas para terremoto na direção z [m/s^2]

De modo semelhante ao capítulo anterior, foram verificadas amplificações das acelerações de base com grande variação entre os pontos de apoio, bem como redistribuição dos esforços totais entre os apoios com relação ao modelo com engastamentos.

Tabela 58 – Razões entre os esforços nos pontos de apoio e reações com engastamento - terremoto na direção x

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	F	0,829	1,754	2,474	0,586	1,670	0,889
1	T	0,834	1,606	1,090	1,488	1,744	0,845
2	F	2,318	1,401	4,437	9,167	29,562	4,715
2	T	2,075	1,187	6,714	4,844	28,377	4,308
6	F	1,608	1,922	2,466	0,893	1,373	1,920
6	T	1,409	1,724	2,012	1,802	3,436	1,466

Tabela 59 – Razões entre os esforços nos pontos de apoio e reações com engastamento - terremoto na direção z

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	F	2,132	1,273	1,011	0,790	1,277	0,977
1	T	1,870	2,108	1,040	0,779	1,256	0,837
3	F	1,663	1,878	1,987	0,548	5,368	2,698
3	T	2,934	2,745	1,988	0,532	8,318	4,886
6	F	3,032	2,177	1,557	0,982	1,376	2,246
6	T	2,544	2,213	1,555	0,810	1,628	2,210

8 ANÁLISE SÍSMICA - SECAGEM - MÁQUINA DE PAPEL EMBALAGEM

A análise da seção de secagem de uma máquina para produção de papel para embalagens foi realizada, de modo semelhante, pelo método dos elementos finitos. Essa seção tem geometria bastante distinta das estruturas anteriormente analisadas, sendo bastante simétrica e com diversas estruturas repetidas.

Figura 94 – Estrutura de seção de secagem de máquina para papel de embalagem

Figura 95 – Estrutura de seção de secagem de máquina para papel de embalagem e estruturas civis

8.1 MÁQUINA COM ENGASTAMENTOS

Parte das respostas para a análise modal é apresentada na Tabela 60, considerando somente os 5 modos com maior massa efetiva na direção x, e com as formas dos dois mais importantes identificadas. Foram necessários 385 modos para atingir 90 % da massa total da estrutura nas direções x e z. Da mesma forma, os resultados para a direção z são apresentados na Tabela 61.

Tabela 60 – Análise modal para máquina de papel embalagem – direção x

Modo	Frequência natural f_{nr} [Hz]	Período natural T_{nr} [s]	Fator de participação modal γ_r	Massa efetiva M_r^* [kg]	Razão massa efetiva / massa total M_r^* / M_t	Nota
14	11.0	0.091	428.5	183598.0	0,182	
15	11.1	0.090	430.9	185671.0	0,184	Figura 98
18	11.2	0.090	432.4	186940.0	0,185	Figura 99
110	39.2	0.026	175.8	30888.8	0,031	
374	92.6	0.011	-256.5	65795.1	0,065	

Tabela 61 – Análise modal para máquina de papel embalagem – direção z

Modo	Frequência natural f_{nr} [Hz]	Período natural T_{nr} [s]	Fator de participação modal γ_r	Massa efetiva M_r^* [kg]	Razão massa efetiva / massa total M_r^* / M_t	Nota
1	2.7	0.365	240.8	58002.3	0,057	
2	4.8	0.208	398.2	158545.0	0,157	Figura 96
3	4.8	0.207	397.2	157799.0	0,156	
4	4.9	0.206	399.7	159760.0	0,158	Figura 97
335	92.6	0.011	303.2	91930.5	0,091

Figura 96 – Segundo modo natural

Figura 97 – Quarto modo natural

Figura 98 – Décimo quinto modo natural

Figura 99 – Décimo oitavo modo natural

8.1.1 Análise segundo NBR 15421

A numeração dos apoios é apresentada na Figura 100. Os mesmos casos de carregamento das seções 6 e 7 foram considerados. Os nós onde estão posicionados os equipamentos mais importantes receberam atenção especial, e estão identificados na Figura 101.

Figura 100 – Identificação dos pontos de apoio

Figura 101 – Identificação dos nós

Forças Horizontais Equivalentes

Os modos com maior massa efetiva em cada direção são:

- Direção x: Modo 18 - $f_n = 11,2 \text{ Hz}$ - $M_r^* = 186940 \text{ kg}$ (18,5% da massa total)
- Direção z: Modo 4 - $f_n = 4,9 \text{ Hz}$ - $M_r^* = 159760 \text{ kg}$ (15,8% da massa total)

Resultando as cortantes de base totais:

- Direção x: $C_s = 0,107$ - $H = 1062000 \text{ N}$
- Direção z: $C_s = 0,107$ - $H = 1062000 \text{ N}$

Em ambas as direções o expoente de distribuição (k), obtido em função do período natural, é unitário, sendo os esforços aplicados como forças estáticas nas direções x (Figura 102) e z (Figura 103).

Figura 102 – Forças aplicadas na direção x

Figura 103 – Forças aplicadas na direção z

Os deslocamentos totais para os casos 1 e 2 são apresentados nas figuras seguintes, sendo os demais combinações deles. Todavia, os fatores de correção na equação 84 não são considerados nas imagens.

Figura 104 – Deslocamentos totais [m] - caso de carregamento 1

Figura 105 – Deslocamentos totais [m] - caso de carregamento 2

Análise Espectral

Os deslocamentos para o primeiro e o segundo casos de carregamento, com o método de combinação CQC, são apresentados nas figuras seguintes.

Figura 106 – Deslocamentos totais [m] - caso de carregamento 1

Figura 107 – Deslocamentos totais [m] - caso de carregamento 2

As cortantes totais nas direções de aplicação dos esforços, para todos os casos de carregamento, foram menores dos que as obtidas pelo método das forças horizontais equivalentes. Portanto, os fatores de correção conforme Eq. 85 devem ser aplicados, e são apresentados na tabela seguinte.

Tabela 62 – Fatores de correção

Caso	Fator de correção (Eq. 85)
CC1	1,367
CC2	1,402
CC3	1,367
CC4	1,367
CC5	1,402
CC6	1,402

Análise Transiente

Foram empregados os mesmos seis registros da seção 6, totalizando três conjuntos de acelerogramas, com correção da amplitude após comparação dos espectros de resposta com o espectro de projeto.

Tabela 63 - Acelerogramas

Identificação	Data	Aceleração máxima [m/s ²]	Direção aplicação	Fator de escala
Loma Prieta 1	17/10/89	4,34	x	0,456
Loma Prieta 2	17/10/89	0,89	z	2,575
Northridge 1	17/01/94	-0,89	x	3,044
Northridge 2	17/01/94	1,37	z	0,826
San Fernando 1	09/02/71	-1,68	x	1,059
San Fernando 2	09/02/71	-1,44	z	1,100

Em seguida, são apresentados alguns dos resultados máximos, em módulo, para forças de reação e deslocamentos.

Tabela 64 – Máximas reações

Pto.	Dir.	Reação máxima [N]	Registro
2F	X	63900	Loma Prieta
2F	Z	72800	Northridge
2T	X	63750	Loma Prieta
2T	Z	72800	Northridge
7F	X	50380	Loma Prieta
7F	Z	89170	Northridge
7T	X	50280	Loma Prieta
7T	Z	89160	Northridge

Avaliação dos Resultados

Inicialmente, foram comparadas as reações encontradas pelo método espectral e pelo método das forças horizontais equivalentes. Assim como nos capítulos anteriores, principalmente com aplicação em duas direções simultâneas, foram encontrados diversos valores menores para o segundo. Para os resultados em deslocamento foi verificado comportamento semelhante.

Tabela 65 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC1

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	F	-0,919	1,022	-1,372	-1,542	-6,056	0,910
1	T	-0,920	1,018	2,358	1,523	7,019	0,913
7	F	-0,806	1,132	1,400	1,341	2,489	0,848
7	T	-0,807	1,135	-1,643	-2,979	-1,516	0,849
13	F	-0,819	1,105	-3,329	-1,151	4,101	0,851
13	T	-0,823	1,108	-1,254	-1,182	3,579	0,855

Tabela 66 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC2

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	F	-241,026	2199,092	-1,469	-1,505	1,856	357,284
1	T	1,415	1,676	-1,464	-1,503	1,858	-1,503
7	F	-0,924	0,886	-1,024	-1,008	1,695	1,444
7	T	0,924	-0,886	-1,024	-1,008	1,695	-1,440
13	F	-0,805	0,887	-1,017	-1,004	1,682	1,120
13	T	-14,464	-0,868	-1,017	-1,004	1,682	5,458

Tabela 67 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC3

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	F	-0,919	1,022	-1,432	-1,467	1,810	0,910
1	T	-0,921	1,017	-1,428	-1,465	1,811	0,913
7	F	-0,805	1,120	-1,000	-0,983	1,648	0,847
7	T	-0,808	1,147	-0,997	-0,983	1,657	0,850
13	F	-0,818	1,093	-0,989	-0,974	1,625	0,851
13	T	-0,822	1,120	-0,986	-0,974	1,622	0,854

Tabela 68 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC4

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	F	-0,919	1,022	1,432	1,467	-1,810	0,910
1	T	-0,920	1,018	1,428	1,465	-1,811	0,912
7	F	-0,807	1,144	0,997	0,983	-1,656	0,848
7	T	-0,807	1,123	1,000	0,983	-1,648	0,849
13	F	-0,819	1,117	0,995	0,983	-1,656	0,852
13	T	-0,823	1,096	0,997	0,983	-1,659	0,855

Tabela 69 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC5

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	F	-0,943	1,048	-1,469	-1,505	1,856	0,934
1	T	-0,945	1,042	-1,464	-1,503	1,858	0,939
7	F	-0,817	1,044	-1,024	-1,008	1,694	0,864
7	T	-0,838	1,327	-1,024	-1,008	1,695	0,877
13	F	-0,830	1,018	-1,017	-1,003	1,681	0,868
13	T	-0,843	1,294	-1,017	-1,003	1,681	0,872

Tabela 70 – Razões entre os esforços pelos métodos espectral e das forças horizontais equivalentes – CC6

Ponto		Razão entre forças			Razão entre momentos		
		X	Y	Z	X	Y	Z
1	F	0,943	-1,048	-1,469	-1,505	1,856	-0,934
1	T	0,943	-1,046	-1,464	-1,503	1,858	-0,933
7	F	0,837	-1,320	-1,024	-1,008	1,695	-0,875
7	T	0,819	-1,045	-1,024	-1,008	1,694	-0,865
13	F	0,849	-1,291	-1,017	-1,004	1,684	-0,879
13	T	0,846	-1,020	-1,018	-1,004	1,684	-0,882

De modo semelhante, os resultados obtidos com o método transiente foram comparados com aqueles do método espectral. Assim como no capítulo anterior, o método mostrou-se muito influenciado pelos dados de entrada. Desse modo, variações muito grandes foram observadas mesmo entre as análises com acelerogramas diferentes.

8.2 MÁQUINA E ESTRUTURA CIVIL

De modo semelhante, foi realizada a análise modal considerando a estrutura civil suportando a máquina, sendo necessários 360 modos para atingir 90 % da massa total nas direções x e z.

Tabela 71 – Análise modal para máquina tissue e estrutura civil – direção x

Modo	Frequência natural f_{nr} [Hz]	Período natural T_{nr} [s]	Fator de participação modal γ_r	Massa efetiva M_r^* [kg]	Razão massa efetiva / massa total M_r^* / M_t	Nota
12	6,3	0,159	1307,4	1709350,0	0,840	Figura 110
20	10,0	0,100	157,3	24755,3	0,012	
32	13,6	0,073	-293,6	86227,2	0,042	Figura 111
213	44,5	0,022	99,7	9941,2	0,005	
292	56,2	0,018	92,8	8616,6	0,004	

Tabela 72 – Análise modal para máquina tissue e estrutura civil – direção z

Modo	Frequência natural	Período natural	Fator de participação modal	Massa efetiva	Razão massa efetiva / massa total	Nota
	f_{nr} [Hz]	T_{nr} [s]	γ_r	M_r^* [kg]	M_r^* / M_t	
1	1,6	0,623	1063,3	1130630,0	0,556	Figura 108
2	1,9	0,531	682,5	465814,0	0,229	Figura 109
9	5,9	0,169	-184,7	34107,0	0,017	
10	6,0	0,166	-254,7	64861,0	0,032	
13	6,4	0,156	222,5	49526,3	0,024

Figura 108 – Primeiro modo natural

Figura 109 – Segundo modo natural

Figura 110 – Décimo segundo modo natural

Figura 111 – Trigésimo segundo modo natural

8.2.1 Análise Espectral

Os fatores de amortecimento efetivos para os doze primeiros modos são apresentados na Tabela 73. Além disso, com base nos valores para os modos com maior massa efetiva, as amplitudes do espectro de projeto foram corrigidas.

Tabela 73 – Fatores de amortecimento efetivos para os doze primeiros modos

Modo	ξ (%)	Modo	ξ (%)
1	2,257	7	4,207
2	2,444	8	3,992
3	3,121	9	4,011
4	3,389	10	4,028
5	3,244	11	3,833
6	3,677	12	2,554

Na Tabela 55 são apresentados os valores nos trechos horizontais e nas frequências com maior massa efetiva, obtidos dos espectros de projeto já corrigidos para os fatores de amortecimento.

As acelerações nos apoios da máquina foram comparadas com as acelerações de base. Em seguida, os resultados para a estrutura e alguns dos pontos de apoio são apresentados.

Tabela 74 – Acelerações de base máximas e nas frequências com maior massa efetiva

Direção	f_n [Hz]	$S_a(f_n)$ [m/s ²]	S_a máx [m/s ²]
x	6,3	4,233	4,233
z	1,6	2,763	4,318

Tabela 75 – Acelerações relativas nos pontos de apoio da máquina para terremoto na direção x

Ponto		Dir. x [m/s ²]	Dir. y [m/s ²]	Dir. z [m/s ²]	Total [m/s ²]
1	F	2,414	0,264	0,015	2,428
1	T	2,417	0,263	0,015	2,432
8	F	3,451	0,208	0,022	3,457
8	T	3,458	0,206	0,022	3,464
19	F	4,178	0,258	0,065	4,186
19	T	4,186	0,258	0,065	4,194

Tabela 76 – Acelerações relativas nos pontos de apoio da máquina para terremoto na direção z

Ponto		Dir. x [m/s^2]	Dir. y [m/s^2]	Dir. z [m/s^2]	Total [m/s^2]
1	F	0,017	0,006	2,165	2,165
1	T	0,018	0,006	2,165	2,165
8	F	0,024	0,020	2,160	2,160
8	T	0,023	0,019	2,160	2,160
19	F	0,029	0,010	3,261	3,261
19	T	0,028	0,010	3,261	3,261

Figura 112 – Acelerações relativas para terremoto na direção x [m/s^2] Figura 113 – Acelerações relativas para terremoto na direção z [m/s^2]

9 CONCLUSÕES

Mesmo sendo o método mais difundido e de mais fácil aplicação, os resultados encontrados com o método das forças horizontais equivalentes foram bastante diferentes daqueles obtidos com a análise espectral, mais precisa. Isso foi atribuído ao fato de esse método ser idealizado para edifícios civis regulares, cujo modo fundamental é responsável pelas maiores contribuições, e cujo autovetor pode ser aproximado razoavelmente por uma reta ou polinômio de grau até 2. Ademais, essa conclusão decorre da observação que a distribuição de forças dessa maneira origina-se da própria forma desse modo natural.

De modo distinto, as estruturas estudadas não apresentam um só modo predominante, mas sim diversos com porções menores da massa total como massas efetivas e fatores de contribuição modal menos expressivos. Além disso, as geometrias são bastante assimétricas, ocasionado efeitos importantes nas direções ortogonais à aplicação dos esforços, e conseqüentemente tornando os casos com aplicação simultânea em duas direções ortogonais extremamente importantes.

A maior parte dos resultados encontrados com as análises transientes foram mais altos do que aqueles das demais análises. Contudo, isso foi atribuído a problemas com os critérios para seleção dos acelerogramas de entrada, dado que uma variação excessiva foi verificada mesmo entre os resultados para os diferentes registros. Desse modo, mesmo sendo esse o método mais preciso de todos os estudados, concluiu-se que suas respostas não foram satisfatórias, e que os registros de entrada devem ser selecionados de modo distinto para resultados adequados.

Desse modo, concluiu-se que o método mais adequado para a análise sísmica de uma máquina de papel é o espectral. Contudo, verificou-se que atenção especial deve ser dada ao método de combinação dos resultados para os diversos modos. O método da raiz quadrada da soma dos quadrados (SRSS) mostrou-se inadequado, devido à proximidade entre as frequências naturais, e desse modo, o método da combinação quadrática completa (CQC), que considera as influências entre os modos, foi aplicado para obtenção dos resultados.

Além disso, verificações importantes foram realizadas durante as comparações entre os resultados com e sem a estrutura civil sob a máquina. Elas mostraram, como esperado, amplificações com relações às acelerações de base. Contudo, foi também constatada grande variação entre as amplificações nos diferentes apoios da máquina, bem como distribuição distinta das cortantes totais entre esses pontos, com relação àquela obtida da análise com engastamentos nesses apoios. Desse modo, concluiu-se que a consideração das estruturas civis é de grande importância para os resultados.

Todavia, caso isso não seja possível, alguma forma de amplificação dos valores de base deve ser considerada. Uma opção seria considerar para todos os apoios a máxima aceleração relativa entre todos os pontos, entretanto, isso acarretaria acréscimo significativo dos esforços aplicados, com superdimensionamento por consequência.

Ademais, verificou-se que as correções das amplitudes do espectro de projeto para os fatores de amortecimento reais não devem ser desprezadas, dado que ampliações da ordem de 15% foram encontradas em alguns casos.

Por fim, tópicos sugeridos para novos trabalhos são:

- análise de equipamentos mecânicos distintos, como máquinas para siderurgia
- verificação dos fatores encontrados em normas, como coeficiente de modificação da resposta (R) e de amplificação de deslocamentos (C_d), para estruturas mecânicas
- comparação entre os resultados obtidos por métodos lineares e não lineares

REFERÊNCIAS

ALLEMANG, R. J. **The modal assurance criterion**: Twenty years of use and abuse. Sound and Vibration. Agosto 2003. 8 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15421**. Projeto de estruturas resistentes a sismos – procedimento. Rio de Janeiro, 2006. 26 p.

ANSYS. **ANSYS 12.0 user manual**. 2009.

BOMMER, J. J.; MENDIS, R. **Scaling of spectral ordinates with damping ratios**. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v. 34, p. 145-165. Outubro 2004.

BUILDING SEISMIC SAFETY COUNCIL. **FEMA 450**. 2003 NEHRP recommended provisions for seismic regulations for new buildings and other structures. Washington, D.C., 2004. 356 p.

_____. **FEMA 302**. 1997 NEHRP recommended provisions for seismic regulations for new buildings and other structures. Washington, D.C., 1997. 336 p.

CHOPRA, A. K. **Dynamics of structures**: Theory and applications to earthquake engineering. 3. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2006. 912 p.

_____. **Earthquake dynamics of structures: a primer**. Oakland: Earthquake Engineering Research Institute, 1981. 126 p.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**, 3. ed. Berkeley: Computers & Structures, Inc. 2003. 752 p.

CONSORTIUM OF ORGANIZATIONS FOR STRONG-MOTION OBSERVATION SYSTEMS (COSMOS). **COSMOS Virtual Data Center**. Estados Unidos. Apresenta acelerogramas de diversos eventos. Disponível em: < <http://db.cosmos-eq.org/scripts/earthquakes.plx> >. Acesso em: 05 julho 2010.

D'ALMEIDA, M. L. O. (coord.). **Celulose e papel**: tecnologia de fabricação da pasta celulósica. 2. ed. São Paulo: SENAI; IPT, 1988. v. 1. 498 p.

_____. **Celulose e papel**: tecnologia de fabricação do papel. 2. ed. São Paulo: SENAI; IPT, 1988. v. 2. 466 p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 8**: design of structures for earthquake resistance. Bruxelas, 2004.

EUROPEAN STRONG-MOTION DATABASE (ESD). Europa. Apresenta acelerogramas de diversos eventos. Disponível em: < <http://www.isesd.cv.ic.ac.uk/> >. Acesso em: 04 julho 2010.

INSTITUTO NACIONAL DE NORMALIZACIÓN. **NCh 433**. Diseño sísmico de edificios. Santiago, 1996. 40 p.

INSTITUTO NACIONAL DE NORMALIZACIÓN. **NCh 2369**. Diseño sísmico de estructuras e instalaciones industriales. Santiago, 2003. 120 p.

HANCOCK, J.; BOMMER, J. J.; STAFFORD, P. J. **Numbers of scaled and matched accelerograms required for inelastic dynamic analyses**. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v. 37, p. 1585-1607. Junho 2008.

KATSANOS, E. I.; SEXTOS, A. G.; MANOLIS, G. D. **Selection of earthquake ground motion records...** Soil Dynamics and Earthquake Engineering, v. 30, ed. 4, p. 157-169. Abril 2010.

LIMA, S. S.; SANTOS, S. H. C. **Análise dinâmica das estruturas**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2008. 192 p.

NAEIM, F. (Editor); BOLT, B. A. et al. **The seismic design handbook**. 2. ed. Norwell: Springer, 2001. 848 p.

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION (NASA). Estados Unidos. Apresenta informações e ilustrações diversas referentes a placas tectônicas e crosta terrestre. Disponível em: <<http://www.nasa.gov>>. Acesso em: 10 maio 2010.

PACIFIC EARTHQUAKE ENGINEERING RESEARCH CENTER (PEER). **PEER Strong Motion Database**. Estados Unidos. Apresenta acelerogramas de diversos eventos. Disponível em: < <http://peer.berkeley.edu/nga/> >. Acesso em: 06 julho 2010.

PAPER ON WEB. Estados Unidos. Apresenta informações sobre papel e sua fabricação. Disponível em: <<http://www.paperonweb.com>>. Acesso em: 10 junho 2010.

ROSENBLUETH, E.; NEWMARK N. M. **Fundamentos de ingeniería sísmica**. México 12, Distrito Federal: Diana, 1976. 680 p.

SPRAGUE, H. O.; LEGATOS, N. A. **Nonbuilding structures seismic design code developments**. Earthquake Spectra, v. 16, n. 1, p. 127-140. Fevereiro 2000.

UNITED STATES GEOLOGICAL SURVEY (USGS). Estados Unidos. Apresenta informações e ilustrações diversas referentes à geologia. Disponível em: <<http://www.usgs.gov/>>. Acesso em: 16 maio 2010.

VANMARCKE, E. H. **State-of-the-Art for Assessing Earthquake Hazards in the United States**... Miscellaneous Paper S-73-1, Report 14, US Army Corps of Engineers Waterways Experiment Station, Vicksburg, 1979. 88 p.

WIEGEL, R.L. **Earthquake engineering**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1970. 518 p.

WIKIPEDIA. Estados Unidos. Apresenta informações e ilustrações sobre sismologia, geologia e histórico de sismos. Disponível em: <<http://en.wikipedia.org/>>. Acesso em: 16 maio 2010.