FABRICIO GUSTAVO TARDIVO

ESTUDO DE ESQUEMAS ESTRUTURAIS E MODELAGEM DE
TABULEIROS DE PONTES ESCONSAS

São Paulo
2014

FABRICIO GUSTAVO TARDIVO

ESTUDO DE ESQUEMAS ESTRUTURAIS E MODELAGEM DE
TABULEIROS DE PONTES ESCONSAS

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia.

Área de Concentração:
Engenharia de Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Fernando
Rebouças Stucchi

São Paulo
2014

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 22 de janeiro de 2014.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Tardivo, Fabricio Gustavo

Estudo de esquemas estruturais e modelagem de tabuleiros de pontes esconsas / F.G. Tardivo. – versão corr. -- São Paulo, 2014.

162 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.Tabuleiros de pontes I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

RESUMO

O presente trabalho se propôs a estudar os esquemas estruturais alternativos para pontes esconsas e avaliar as modelagens matemáticas possíveis através de softwares especializados, como o SAP2000 e STRAP2010, a fim de identificar as melhores soluções e modelos para cada caso. O objetivo foi o de aprimorar os modelos de cálculo, especialmente no que diz respeito à previsão das reações de apoio e das forças cortantes, ponto mais delicado de obras esconsas. O estudo baseou-se em soluções de superestrutura em laje e em grelha, com ou sem transversinas, com esconsidade variável entre zero e sessenta graus, eixo longitudinal reto, modeladas por barras e elementos finitos. Não foi objeto deste estudo a influência da meso e da infraestrutura dessas pontes nos esforços na superestrutura.

Palavras-chave: Pontes. Pontes esconsas. Tabuleiros. Esconsidade.

ABSTRACT

The present work is proposed to study alternative structural schemes for skew bridges and to evaluate possible mathematical modeling through specialized software, such as SAP 2000 and STRAP2010, in order to identify the best solutions and models for each case. The aim was to improve the calculation models, especially with regard to the prediction of the support reactions and shear forces, most delicate point in skew bridges. The study was based on slab or grid, with or without transversal beams, superstructure solutions, with variable skew between zero and sixty degrees, straight longitudinal axis, modeled through bars and shell elements. It was not purpose of this study the influence of meso and infrastructure of the bridge on its superstructure.

Keywords: Bridges. Skew bridges. Slab deck.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Ponte reta ortogonal	Figura 2 - Ponte esconsa	3
Figura 3 - Seção transversal de uma ponte em laje maciça		4
Figura 4 - Principais indicadores de uma laje esconsa.....		5
Figura 5 - Momentos principais		6
Figura 6 - Efeito dos espaçamentos entre aparelhos de apoio.....		7
Figura 7 - Efeito da flexibilidade dos aparelhos de apoio		8
Figura 8 - Exemplo de superfície de influência.....		9
Figura 9 - Seção transversal de uma ponte em grelha.....		10
Figura 10 - Variações dos ângulos de esconsidade estudados.....		13
Figura 11 - Vista superior típica do tabuleiro de laje estudada		14
Figura 12 - Seção transversal típica do tabuleiro de laje estudada		14
Figura 13 - Características do trem-tipo Classe 45		16
Figura 14 - Localização dos pontos de dimensionamento.....		17
Figura 15 - Direção dos momentos principais		20
Figura 16 - Modelo matemático adotando apoios com restrição a translações		21
Figura 17 - Modelo matemático adotando molas que simulam os aparelhos de apoio.....		22
Figura 18 – Locação e nomenclatura dos apoios estudados.....		35
Figura 19 – Vista superior típica do tabuleiro de grelha estudada		49
Figura 20 – Seção transversal típica do tabuleiro de grelha estudada		49
Figura 21 – Características da longarina.....		50
Figura 22 – Características do trem-tipo Classe 45 e trem-tipo Classe 45 homogeneizado		51
Figura 23 – Modelo matemático adotando apoios com restrição a translações.....		52
Figura 24 – Modelo matemático adotando molas que simulam os aparelhos de apoio		53
Figura 25 – Estrutura sem transversinas de apoio		54
Figura 26 – Estrutura sem transversinas de apoio		54
Figura 27 – Balanço Longitudinal – 15°	Figura 28 – Balanço Longitudinal – 60°	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Sinais para determinação da direção dos momentos principais	20
Tabela 2 - Características da lajes estudadas	20
Tabela 3 – Diferenças entre os três níveis de discretização.....	26
Tabela 4 – Erro devido ao carregamento indevido – ponto A.....	28
Tabela 5 – Comparação entre discretização com elementos esconsos e retangulares.....	29
Tabela 6 – Momentos Principais - STRAP	30
Tabela 7 – Momentos Principais - SAP	33
Tabela 8 – Solicitações e Momentos Principais - RUSCH	33
Tabela 9 – Reações nos apoios – ângulo variando de 0° a 30°	36
Tabela 10 – Reações nos apoios – ângulo variando de 35° a 60°.....	36
Tabela 11 – Momentos Fletores – ângulo variando de 0° a 30°	38
Tabela 12 – Momentos Fletores – ângulo variando de 35° a 60°	38
Tabela 13 – Reações nos apoios – ângulo variando de 0° a 30°	40
Tabela 14 – Reações nos apoios – ângulo variando de 35° a 60°.....	40
Tabela 15 – Momentos Fletores – ângulo variando de 0° a 30°	42
Tabela 16 – Momentos Fletores – ângulo variando de 35° a 60°	42
Tabela 17 – Reações nos apoios – ângulo variando de 0° a 30°	45
Tabela 18 – Reações nos apoios – ângulo variando de 35° a 60°.....	45
Tabela 19 – Momentos Fletores – ângulo variando de 0° a 30°	47
Tabela 20 – Momentos Fletores – ângulo variando de 35° a 60°	47
Tabela 21 - Características da lajes estudadas.....	50
Tabela 22 – Solicitações nas vigas – ângulo de 0° , 15° e 30°.....	55
Tabela 23 – Solicitações nas vigas – ângulo variando de 45° e 60°	55
Tabela 24 – Solicitações nas vigas – ângulo de 60° com apoios flexíveis	60
Tabela 25 – Solicitações nas vigas – ângulo de 0°, 15° e 30°	61

Tabela 26 – Solicitações nas vigas – ângulo variando de 45° e 60°	61
Tabela 27 – Solicitações nas vigas – ângulo de 0°, 15° e 30°	66
Tabela 28 – Solicitações nas vigas – ângulo variando de 45° e 60°	66

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	2
2.1	Breve histórico de pontes	2
2.2	Denominações e características.....	3
2.3	Pontes esconsas	4
2.3.1	Em laje	4
2.3.2	Em grelha.....	9
3	METODOLOGIA DA PESQUISA.....	13
4	ESQUEMAS ESTRUTURAIS ESTUDADOS	14
4.1	LAJES ESCONSAS	14
4.1.1	Introdução	14
4.1.2	Geometria e materiais.....	14
4.1.3	Carregamentos e solicitações.....	15
4.1.4	Solicitações.....	17
4.1.5	Modelagem computacional	21
4.1.6	Resultados e análises	23
4.2	GRELHAS ESCONSAS	49
4.2.1	Introdução	49
4.2.2	Geometria e materiais.....	49
4.2.3	Carregamentos e solicitações.....	50
4.2.4	Solicitações.....	51
4.2.5	Resultados obtidos e análises	54
5	CONCLUSÃO	73
5.1	Lajes.....	73
5.2	Grelhas	74
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	75
7	ANEXO A - LAJE - APOIOS FIXOS E TREM TIPO	76
	HOMOGENEIZADO	76
8	ANEXO B - LAJE - APOIOS FIXOS E SEM HOMOGENEIZAÇÃO	93
9	ANEXO C - LAJE - APOIOS FLEXIVEIS E SEM HOMOGENEIZAÇÃO	108

10	ANEXO D - GRELHA – TRANSVERSINA ESCONSA	121
11	ANEXO E - GRELHA – TRANSVERSINA NORMAL A LONGARINA.....	137
12	ANEXO F - GRELHA – SEM TRANSVERSINAS.....	150

1 INTRODUÇÃO

Ponte é uma estrutura construída para vencer um obstáculo e estabelecer a continuidade de uma via de qualquer natureza. Neste trabalho, a via estudada é uma rodovia, mas poderia ser uma ferrovia, uma passagem de pedestres ou, até mesmo, uma hidrovía. Associa-se a denominação de “ponte” quando o obstáculo a ser transposto é constituído de um curso d`água, já quando o obstáculo é um vale ou uma via, nomea-se “viaduto”.

Neste trabalho, as denominações não serão diferenciadas, de maneira que, ao se ler “pontes”, deve-se considerar que pode tratar-se de um viaduto também.

No passado, o cálculo dos esforços nas pontes esconsas apresentava muitas dificuldades. Porém, com o avanço na capacidade de processamento dos computadores e com o desenvolvimento de programas de análise estrutural, esse problema foi minimizado. Assim, a solução esconsa se tornou mais usual e econômica, mas os resultados ainda dependem muito da solução escolhida e do modelo de cálculo adotado. Especialmente as reações de apoio e as forças cortantes variam muito dependendo do ângulo de esconsidade. O assunto ainda preocupa o meio técnico a ponto de, frequentemente, surgirem publicações sobre ele, como no recente Congresso da FIB, em Washington (1), e, embora menos frequentes, casos de ruptura de aparelhos de apoio ou vigas por força cortante em obras executadas.

Esta pesquisa tem por objetivo geral aprofundar o estudo dos esquemas estruturais de pontes esconsas com esconsidade variável de zero a sessenta graus, bem como a avaliação de modelos matemáticos utilizados para o cálculo de esforços solicitantes, procurando identificar:

- o efeito da esconsidade na obras em laje;
- o efeito das transversinas nas grelhas esconsas;
- as limitações de cada tipo estrutural em relação à esconsidade;
- as modelagens mais adequadas para cada caso.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Breve histórico de pontes

Segundo Leonhardt (2), os materiais empregados na construção indica, de forma resumida, um histórico dos tipos de pontes na seguinte ordem cronológica:

a) Pontes de madeira – material empregado desde a Antiguidade. A ponte sobre o rio Reno, construída em 1758 utilizando madeira, apresenta vão de 118 metros.

b) Pontes de pedra – também empregado desde a Antiguidade na construção de pontes. Abóbodas de pedra foram construídas pelos romanos e chineses antes de Cristo. Na Idade Média, o vão de pontes construídas com abóbodas de pedra chegou a atingir 50 metros.

c) Pontes metálicas – No final do século XVIII surgiram as primeiras pontes metálicas em ferro fundido. O aço foi empregado a partir do desenvolvimento das ferrovias e já em 1850 foram construídas pontes em treliças de aço com 124 metros de vão.

d) Pontes de concreto – no início do século XX foram construídas as primeiras pontes em concreto simples em arco triarticulado. As primeiras pontes de concreto apareceram no início do século XX. A partir de 1912 iniciou-se a construção de pontes de viga e de pórtico em concreto armado com até 30 metros de vão. Já o concreto protendido começou a ser empregado com grande frequência após a Segunda Guerra Mundial, devido à necessidade de reconstruir uma grande quantidade de pontes destruídas em um curto período de tempo.

A partir de então, o desenvolvimento da construção das pontes se concentrou nos processos construtivos, como lajes, grelhas, caixão, balanços sucessivos, estaiadas e pênsil.

2.2 Denominações e características

Varios elementos estruturais compõem uma ponte. Usualmente e segundo El Debs (3), subdividimos estes elementos em:

a) Superestrutura: responsável pelo transporte longitudinal das cargas. Laje, transversina e longarinas são exemplos de elementos que fazem parte da superestrutura.

Neste trabalho tratou-se apenas de pontes com a superestrutura formada por tabuleiro em laje e em viga (grelha). Pontes em duas vigas, viga celular única, viga celular dupla, também são denominadas de ponte em viga. Existem também outros sistemas estruturais da superestrutura, como: ponte em pórtico, em arco, pênsil e estaiada.

b) Mesoestrutura: responsável pelo transporte vertical das cargas, como aparelhos de apoio, vigas travessas e pilares.

O aparelho de apoio é o elemento destinado a transmitir as reações de apoio da superestrutura para outro elemento da mesoestrutura ou diretamente para algum elemento da infraestrutura, permitindo determinados movimentos da superestrutura. Considerou-se o efeito da rigidez apenas dos aparelhos de apoio neste trabalho.

c) Infraestrutura: recebe as cargas dos aparelhos de apoio e as transmite ao solo, através de fundação direta, blocos sobre estacas, estações, tubulões, etc. Não levou-se em consideração o efeito da infraestrutura neste estudo.

Escondade é o complemento do ângulo formado pelo eixo longitudinal da ponte e o eixo do encontro. Em função desse ângulo, pode-se dividir as pontes em retas ortogonais (quando esse ângulo é 0°) e esconsas (quando esse ângulo é diferente de 0°).

Figura 1 - Ponte reta ortogonal

Figura 2 - Ponte esconsa

2.3 Pontes esconsas

2.3.1 Em laje

A ponte em laje é um dos esquemas estruturais mais simples de superestrutura. A estrutura principal e o tabuleiro se confundem em uma única peça, de grande simplicidade de execução, tanto para formas quanto para armações, além de garantir uma boa distribuição transversal de esforços. Em contrapartida, a seção transversal, no caso de ser maciça, apresenta um elevado consumo de concreto e, conseqüentemente, elevado peso próprio.

Figura 3 - Seção transversal de uma ponte em laje maciça

A seção em laje maciça é indicada para pontes de vãos pequenos e especialmente indicada para pontes esconsas ou com largura variável. Segundo Leonhardt (2), elas podem chegar a 20m de vão em tramo único ou 30m em contínuo.

Conforme a descrição de Matar (4), a laje maciça é a solução ideal para cruzamentos esconsos. Isso porque ela transmite as cargas aplicadas ao apoio pelo caminho mais curto, permitindo menor altura estrutural.

Atualmente, os esforços solicitantes não apresentam grandes problemas para serem determinados, graças ao auxílio de softwares de elementos finitos, que permitem determinar superfícies de influência dos deslocamentos e dos esforços solicitantes, além das reações de apoio. O cálculo de solicitações é realizado pela teoria das placas, isótropa ou ortótropa, com rigidez longitudinal e transversal iguais. No caso das lajes maciças, escopo deste trabalho, também serão utilizadas para cálculo as tabelas de Rüsç (5).

Os valores que influenciam de uma maneira mais intensa no dimensionamento de lajes esconsas estão representados na figura abaixo.

Figura 4 - Principais indicadores de uma laje esconsa

Na qual:

b – largura do tabuleiro na esconsidade, paralela à borda apoiada.

b' – largura do tabuleiro na normal, perpendicular à borda livre.

l_α – comprimento do tabuleiro, paralelo à borda livre.

l_x – comprimento do tabuleiro, perpendicular à borda apoiada.

α – ângulo de esconsidade.

u, v – sistema de coordenadas, considerando o eixo “ u ” paralelo à borda livre, coincidentemente ao sentido do tráfego.

x, y – sistema de coordenadas, considerando o eixo “ y ” paralelo à borda apoiada.

Para a solicitação de flexão, é preciso determinar os momentos principais m_1 e m_2 e suas direções. Esses são obtidos a partir dos momentos m_x , m_y , m_{xy} , m_u , m_v e m_{uv} , que, por sua vez, são obtidos de superfícies de influência existentes nas tabelas de Rüsç (5) e são diferentes para diferentes tipos de carregamentos, ou por elementos finitos.

Figura 5 - Momentos principais

Nas lajes esconsas, existe o momento principal negativo m_2 , que aparece junto ao canto obtuso e que tem grande influência no valor e na distribuição das reações de apoio. Por ter um valor alto, que aumenta ainda mais com a esconsidade, esse momento provocaria, no caso de apoio linear rígido resistente à tração, elevada compressão na extremidade do apoio correspondente ao ângulo obtuso e tração no outro extremo. Leonhardt (2) cita que, em uma das primeiras grandes pontes em laje esconsa, um aparelho de apoio de aço reforçado, colocado junto ao canto obtuso, se rompeu.

Considerando apoios isolados e igualmente espaçados, o segundo aparelho de apoio junto ao canto obtuso apresentará um esforço de tração relativamente alto, como normalmente os apoios não resistem à tração (aparelhos de apoio tipo neoprene por exemplo) e, caso não ocorra seu escorregamento, pode haver redução da compressão no primeiro aparelho de apoio junto ao canto obtuso.

Como foi descrito por Matar (4) e demonstrado na modelagem a seguir, a compressão concentrada junto ao canto obtuso se torna menor quando se tem aparelhos de apoio individuais espaçados e flexíveis. As reações de apoio, próximas ao ângulo obtuso, são maiores à medida que a quantidade de aparelhos de apoio e sua rigidez aumentam.

A fim de evitar elevada pressão e os grandes momentos nos cantos obtusos de lajes muito esconsas, se projetam os aparelhos de apoio com as seguintes características:

- a) Aparelhos de apoio individuais bastante espaçados.
- b) Aparelhos de apoio individuais tipo “neoprene”.

A primeira solução foi pesquisada por Leonhardt (2). O efeito favorável de grandes espaçamentos entre aparelhos de apoio está demonstrado em Leonhardt (2) e na figura 6. Comparando-se à reação de apoio A1, as ordenadas máximas diminuem de + 1,8 para +1,1 e de -0,3 para -0,2 quando se adotam quatro aparelhos de apoio em vez de 12. As superfícies de influência mostram também que podem

surgir forças de levantamento, especialmente na extremidade no apoio de ângulo agudo.

Em 1964, A. Mehmel demonstrou a influência favorável de uma pequena flexibilidade do aparelho de apoio. O resultado foi representado por Leonhardt (2) e na figura 7 abaixo.

Figura 6 - Efeito dos espaçamentos entre aparelhos de apoio
Fonte: Leonhardt (2)

As forças cortantes determinantes para o dimensionamento da capacidade resistente se obtêm a partir das reações de apoio. Para julgar se é necessário adotar armadura de cisalhamento, se determinam as tensões a uma distância de $h/2$ da face do aparelho de apoio. No caso de lajes de concreto armado, pode ser necessário adotar estribos nas zonas próximas aos apoios, principalmente nos cantos obtusos.

Modernamente, em consequência do avanço da capacidade de processamento dos computadores e do desenvolvimento de softwares especializados, pode-se utilizar o Método dos Elementos Finitos (MEF) para determinação dos esforços solicitantes nas lajes. Mesmo com esse facilitador, deve-se ter uma atenção especial à pesquisa das superfícies de influência e posições críticas de carga.

Dependendo das características e das condições de contorno de uma laje discretizada em EF, o carregamento de uma determinada região pode aliviar os esforços críticos que se está procurando.

A figura 8 abaixo apresenta uma superfície de influência onde se busca o momento máximo no ponto 4 de uma laje bi-engastada. Caso seja carregada a área

com valores negativos, o valor no ponto 4 não será máximo, ou seja, se se carregar toda a laje (pode-se imaginar que, quanto mais carga, maior o esforço) não será encontrado o valor máximo do ponto 4.

Figura 7 - Efeito da flexibilidade dos aparelhos de apoio
Fonte: Leonhardt (2)

Os softwares utilizados neste estudo apresentam um recurso de busca dessas superfícies de influência. São criadas faixas para as cargas móveis, onde se indica o “passo” (de quantos em quantos metros o carregamento será trocado de posição) e uma rotina interna realiza inúmeras combinações buscando a área de carregamento crítico para cada ponto do tabuleiro discretizado.

Figura 8 - Exemplo de superfície de influência

2.3.2 Em grelha

A utilização de tabuleiros de vigas múltiplas de concreto armado ou protendido em pontes é extremamente difundida no Brasil em função das vantagens econômicas e construtivas dessa solução.

As vigas “T”, “I” e “U” são formas de seção transversal mais usadas especialmente para absorver momentos fletores positivos, caso corriqueiro nas estruturas usuais. A laje constitui o tabuleiro da ponte e o banzo comprimido da longarina, já o banzo tracionado se concentra na parte inferior da alma.

Almas delgadas são preferidas, mas devem ser suficientes para resistir às tensões principais de compressão inclinadas (forças cortantes). Transversinas nos apoios são necessárias para absorção dos esforços transversais, dos momentos de torção e para a troca dos aparelhos de apoio.

Figura 9 - Seção transversal de uma ponte em grelha

Usualmente, obras constituídas por longarinas com ângulo de esconsidade de 0° a 30° são calculadas e dimensionadas aproximando-as a obras retangulares. Mesmo nesses casos, o apoio extremo do canto obtuso deve ser dimensionado para um acréscimo de carga. A armadura da laje é disposta em forma de leque na extremidade, ocasionando uma maior concentração de armadura no canto obtuso, cobrindo o engastamento de extremidade na transversina de apoio.

Quanto mais esconsa, maiores os momentos de torção nas almas, que são maiores quanto maior for a relação de rigidez à torção e rigidez à flexão das longarinas. Analisando isoladamente o Estado Limite Último, os momentos de torção não são críticos, já que, em consequência da fissuração, seus valores são reduzidos (não se aplica no caso de vigas protendidas). No Estado Limite de Serviço, esses momentos podem provocar o aparecimento de fissuras que devem ser devidamente verificadas.

Leonhardt (2) sugere não se adotar transversina de apoio muito rígida, a fim de evitar elevados momentos de torção. Neste trabalho, serão estudadas novas disposições das transversinas para esse mesmo fim.

A análise estrutural desse tipo de obra é efetuada usualmente em duas etapas. Na primeira delas, se desenvolve a análise da superestrutura separando-a dos demais elementos integrantes do conjunto estrutural: meso e infraestrutura. Na etapa de análise da superestrutura, faz-se, em geral, nova simplificação. Assimila-se o modelo estrutural da grelha formada por longarinas e transversinas a um modelo menos rigoroso, representado por vigas biapoiadas. Para que essa assimilação seja feita, se aplicam métodos variados, por meio dos quais são determinadas as parcelas de carregamento correspondentes a cada uma das longarinas.

Em função da sua elevada hiperestaticidade, a análise do comportamento estrutural de grelhas constituiu-se no passado em uma tarefa complexa para os projetistas. Isso motivou o desenvolvimento de diversos processos simplificados de cálculo manual para obras retas. Abaixo, segue um breve histórico dos métodos simplificados, descrito no artigo de Alves (6).

- 1893: Zschetzsche desenvolveu um trabalho baseado no método das forças, mas sem grandes aplicações práticas devido às complexidades do cálculo numérico.

- 1912: Arnstein também não obteve sucesso, desenvolvendo trabalho com a mesma base de Zschetzsche. Kögler apresentou algumas conclusões específicas mais importantes através do estudo de uma ponte. Já Lossier, diferentemente dos trabalhos anteriores, apresentou um trabalho baseando-se na teoria de vigas contínuas sobre apoios elásticos.

- 1914: Huber aplicou pela primeira vez a teoria de placas ortotrópicas para a resolução do problema. Através de pesquisas experimentais, Saliger, Frank e Knorr contribuíram para o melhor conhecimento do assunto.

- 1922: Thullie, considerou transversinas com rigidez infinita para resolução de problemas de grelhas.

- 1925: Petermann também apresentou dificuldades devido à complexidade do cálculo numérico ao adotar os momentos dos nós da grelha como incógnitas.

- 1926: Faltus conseguiu bons resultados para a distribuição de cargas no meio do vão, representando todas as transversinas como uma única.

- 1927: Bleich e Melan apresentaram um sistema de equações diferenciais parciais, desprezando a rigidez à torção dos elementos da grelha.

- 1928: Gennter incluiu a rigidez à torção no estudo anterior, mas, também devido à complexidade numérica, não obteve uma resolução prática.

- 1930: Ostfeld obteve um sistema de equações, considerando cada nó como apoio indeslocável. Krall, desenvolveu um trabalho sobre repartição transversal de cargas.

- 1940: Leonhardt iniciando o trabalho em 1938 para grelhas biapoiadas, desenvolveu o conhecido "Método de Leonhardt" também para grelhas engastadas e contínuas, desprezando a torção e considerando a laje como parte colaborante na inércia das vigas.

-1940: Courbon e Engesser desenvolveram o chamado "Método de Engesser-Courbon", para distribuição transversal para grelhas constituídas por transversinas com rigidez infinita.

-1946: Guyon continuou o estudo de Huber para grelhas compostas por elementos sem rigidez à torção, assimilando a grelha a uma placa ortotrópica.

-1950: Junto com o Andrä, Leonhardt aperfeiçoou seu método. Massonet incluiu a rigidez à torção nos estudos de Guyon, finalizando o "Método dos Coeficientes de Distribuição Transversal de Guyon- Massonet".

-1955: Rowe aprimorou o método de Guyon- Massonet, introduzindo a influência do coeficiente de Poisson.

-1965: Barés ampliou o estudo anterior

-1956: Homberg e Weinmeister realizaram um estudo sem considerar efeitos de torção.

-1962: Homberg e Trenks apresentaram um trabalho no qual os efeitos de torção foram incluídos.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Foram modeladas, através do SAP2000 e do STRAP2010, pontes esconsas com os seguintes esquemas estruturais: com esconsidade variável de zero a sessenta graus, incremento de cinco graus no caso de pontes em laje e de quinze graus e no caso de grelha, com ou sem transversinas de apoio.

Figura 10 - Variações dos ângulos de esconsidade estudados

Para a execução deste trabalho, foi fundamental o domínio da ferramenta computacional. Essa modelagem foi comparada entre os softwares adotados e com resultados obtidos nas tabelas de Rüsç (5), a fim de identificar as melhores soluções e modelos para cada caso.

4 ESQUEMAS ESTRUTURAIS ESTUDADOS

4.1 LAJES ESCONSAS

4.1.1 Introdução

Utilizaram-se dois métodos para o cálculo dos esforços solicitantes em lajes esconsas: tabelas de Rüsch (5) para cálculo de placas oblíquas de pista de pontes rodoviárias e o método dos elementos finitos através da modelagem computacional nos programas SAP2000 e STRAP2010. A descrição do levantamento das solicitações bem como suas particularidades serão tratadas a seguir.

4.1.2 Geometria e materiais

4.1.2.1 *Características geométricas*

Figura 11 - Vista superior típica do tabuleiro de laje estudada

Figura 12 - Seção transversal típica do tabuleiro de laje estudada

4.1.2.2 *Materiais*

Concreto p/ Superestrutura

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$$

Apoios fixos indeslocáveis e apoios flexíveis simulando Neoprene Dureza Shore A-60.

4.1.3 Carregamentos e solicitações

4.1.3.1 *Cargas permanentes*

Peso Próprio – considerando o $\gamma_c = 25,0 \text{ kN/m}^3$

Pavimentação = $0,10 \text{ m} \times 24,0 \text{ kN/m}^3 = 2,40 \text{ kN/m}^2$

Recapeamento = $2,00 \text{ kN/m}^2$

Barreira rígida = $2,42 \text{ m}^2 \times 25,0 \text{ kN/m}^3 / 0,40 \text{ m} = 15,1 \text{ kN/m}^2$ (distribuídos em 40cm)

4.1.3.2 *Cargas móveis*

Optou-se por utilizar o trem-tipo Classe 45, descrito na NBR-7188 (7) e largamente utilizado, e por não espalhar as cargas das rodas no plano médio da laje. Considerou-se que essa ação provocaria pequenas alterações nos resultados dos esforços, mas não influenciaria sua comparação.

Figura 13 - Características do trem-tipo Classe 45

Coeficiente de Impacto

A expressão prevista na NBR7187 (8) é a seguinte:

$$\varphi = 1,4 - 0,007 \times l \quad \text{Eq.1}$$

Na qual: l é a distância entre apoios no sentido do tráfego.

No caso a ser estudado, placas oblíquas livremente apoiadas, pode-se ficar em dúvida se se supor que o $l = l_\alpha$ ou $l = l_x$, sendo que o segundo valor é mais desfavorável. Para placas muito estreitas, certamente é determinante o valor de l_α , já, para placas largas, o valor é l_x . A expressão que indica um valor intermediário pode ser encontrada em Rüsch (5) e está descrita a seguir.

$$l = l_\alpha \times \left[1 - \frac{b}{l_\alpha} \times (1 - \text{sen} \alpha) \right] \geq l_x \quad \text{Eq.2}$$

4.1.4 Solicitações

4.1.4.1 *Tabelas de Rüsch*

Servem como base para o dimensionamento de placas oblíquas de vão único, apoiadas bilateralmente, que constituem a estrutura principal de uma ponte.

Na prática, o dimensionamento à flexão da laje limita-se a poucos pontos, cujos valores usualmente são os que apresentam seus valores máximos.

Figura 14 - Localização dos pontos de dimensionamento

A posição dos pontos de dimensionamento examinados está representada na figura acima e, segundo Rüsch (5), esses pontos representam os valores extremos dos momentos principais:

A – Ponto que apresenta o maior momento fletor positivo no vão junto ao bordo livre para cargas móveis.

B – Ponto que apresenta o maior momento fletor positivo no vão central.

C – Ponto em que ocorre o maior momento fletor positivo em consequência de carga permanente.

D – Valor intermediário entre A e B, importante para o melhor detalhamento da variação da armadura.

E – Ponto que apresenta maior momento fletor negativo junto ao canto de ângulo obtuso. Esse momento tem o plano de ação aproximadamente perpendicular à bissetriz do ângulo obtuso.

Rüsch (5) descreve cada momento principal nas tabelas através dos coeficientes determinantes para as suas três componentes, momentos nas duas direções ortogonais e momento de torção. Nas tabelas de dimensionamento para placas retangulares usuais, a indicação de momentos de torção é dispensada. Para placas oblíquas, a direção principal dos momentos principais, no entanto, diverge sensivelmente da direção das coordenadas e varia mais intensamente com a posição da carga do que no caso das placas retangulares. Além disso, também a direção da armadura, em geral, não coincide com a direção dos momentos principais.

Serão demonstradas a seguir as principais informações necessárias para a determinação de momentos fletores atuantes na laje, utilizando as tabelas de Rüsch:

a) Cargas permanentes – a influência de uma carga distribuída uniformemente sobre toda a placa é calculada pela seguinte expressão:

$$M = k \cdot g \cdot l_x^2 \text{ (tf.m/m)} \quad \text{Eq.3}$$

Na qual:

k – coeficiente dos momentos para carga unitária e estão compilados na tabela 12 na Parte B das tabelas de Rüsch;

g – carga uniformemente distribuída em tf.m²;

l_x – ver figura 1.

b) Cargas móveis – os coeficientes dos momentos contidos nas tabelas valem para uma carga unitária, devendo-se ainda serem acrescidos dos fatores de carga correspondentes à classe da ponte. Neste trabalho, foram estudadas pontes Classe 45, ou seja, veículos de 450kN (75kN por roda), acrescidos de uma carga uniforme distribuída de 5kN/m² no restante da via principal do tabuleiro, excluindo-se os possíveis passeios.

Além disso, as cargas situadas na via principal devem ser multiplicadas pelo coeficiente de impacto φ , descrito no item anterior.

Para a classe considerada neste projeto, os momentos fletores decorrentes do tráfego de veículos são determinados pela expressão:

$$M = \varphi \cdot P \cdot M_L + \varphi \cdot p \cdot M_p + p' \cdot M'_p \text{ (tf.m/m)} \quad \text{Eq.4}$$

Na qual:

P – carga que representa a roda do veículo (7,5tf para Classe 45).

p – carga uniformemente distribuída na frente e atrás do veículo (5tf/m² para Classe 45).

p' – carga uniformemente distribuída na via lateral (5tf/m² para Classe 45).

M_L – coeficientes dos momentos indicados na tabela decorrentes da compressão da roda do veículo.

M_p – coeficientes dos momentos indicados na tabela para carga uniforme na frente e atrás do veículo.

M'_p – coeficientes dos momentos indicados na tabela para carga uniforme na via lateral.

φ – coeficiente de impacto descrito no item anterior e desprezado neste estudo.

Com as componentes dos momentos calculados da maneira descrita acima, devem ser determinados o valor e a direção dos momentos principais.

Para o dimensionamento de placas oblíquas, em geral são calculadas e sobrepostas as componentes M_x, M_y, e M_{xy} e M_u, M_v, e M_{uv} que surgem nos diversos pontos de incidência e casos de carga. Para os casos de carga mais desfavoráveis, são então calculados os momentos principais M_I e M_{II} da seguinte maneira:

$$M_{I,II} = \frac{M_x + M_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{M_x - M_y}{2}\right)^2 + M_{xy}^2} \quad \text{Eq.5}$$

Já a direção é calculada pela expressão abaixo:

$$\text{tg } 2\gamma = \frac{2M_{xy}}{M_x - M_y}; \quad \text{tg } 2\gamma = \frac{2M_{uv}}{M_u - M_v} \quad \text{Eq.6}$$

Com valor de $tg2\gamma$ somente determinou-se o valor de tabela γ_0 sempre positivo. Esse valor deve ser utilizado para a determinação do ângulo real com o auxílio dos sinais utilizados no denominador e numerador da expressão anterior, devendo-se proceder da seguinte forma:

Sinal		Ângulo
M_{xy} ou M_{uv}	$(M_x - M_y)$ ou $(M_u - M_v)$	γ
+	+	$\gamma = \gamma_0$
+	-	$\gamma = \pi/2 - \gamma_0$
-	-	$\gamma = \pi/2 + \gamma_0$
-	+	$\gamma = \pi - \gamma_0$

Tabela 1 - Sinais para determinação da direção dos momentos principais

Figura 15 - Direção dos momentos principais

Resumo das características e coeficientes:

α (°)	b' (m)	b (m)	$b/l\alpha$	$l\alpha$ (m)	l_x (m)	e (m)	g (kN/m ²)	T (kN)	q (kN/m ²)	φ
0	12.0	12.00	1.00	12.0	12.00	0.60	19.40	450.0	5.0	1.316
5	12.0	12.05	1.00	12.0	12.00	0.60	19.40	450.0	5.0	1.316
10	12.0	12.19	1.00	12.2	12.00	0.60	19.40	450.0	5.0	1.316
15	12.0	12.42	1.00	12.4	12.00	0.60	19.40	450.0	5.0	1.316
20	12.0	12.77	1.00	12.8	12.00	0.60	19.40	450.0	5.0	1.316
15	12.0	12.42	1.00	12.4	12.00	0.60	19.40	450.0	5.0	1.316
25	12.0	13.24	1.00	13.2	12.00	0.60	19.40	450.0	5.0	1.316
30	12.0	13.86	1.00	13.9	12.00	0.60	19.40	450.0	5.0	1.316
35	12.0	14.65	1.00	14.6	12.00	0.60	19.40	450.0	5.0	1.316
40	12.0	15.66	1.00	15.7	12.00	0.60	19.40	450.0	5.0	1.316
45	12.0	16.97	1.00	17.0	12.00	0.60	19.40	450.0	5.0	1.316
50	12.0	18.67	1.00	18.7	12.00	0.60	19.40	450.0	5.0	1.316
55	12.0	20.92	1.00	20.9	12.00	0.60	19.40	450.0	5.0	1.316
60	12.0	24.00	1.00	24.0	12.00	0.60	19.40	450.0	5.0	1.316

Tabela 2 - Características da lajes estudadas

4.1.5 Modelagem computacional

As solicitações foram obtidas com o auxílio dos programas computacionais STRAP2010 e SAP2000. Utilizando elementos de geometria plana, ambos os programas elaboram a malha de elementos finitos e calculam os esforços e deslocamentos para cada elemento, disponibilizando seus resultados em mapa de contorno (gráficos) e/ou por tabelas.

Por facilidade de manusear os programas e devido aos modelos não apresentarem significativo número de elementos (tempo de processamento reduzido) definiu-se a laje com elementos de casca. Conforme descrito em Soriano (9), casca é um sólido em que a espessura é muito menor do que as dimensões de sua superfície e está submetida a efeitos de flexão e de membrana. O efeito de flexão é semelhante ao de placa (flexão transversal) e o efeito de membrana se refere a deformações da superfície neste mesmo plano.

O carregamento dos modelos deu-se apenas com cargas verticais e com os apoios restritos apenas na translação vertical (z), resultando em deformações nulas ao longo de sua superfície (não havendo o efeito de membrana).

A laje foi dividida em malha. No caso do STRAP, priorizaram-se elementos retangulares, com faces paralelas aos eixos globais, mas, em consequência da geometria, se fez necessária a utilização de elementos triangulares, já para o SAP2000 foram utilizados elementos esconsos que acompanham a esconsidade da laje. Os elementos apresentam lados de aproximadamente 50cm de comprimento.

Figura 16 - Modelo matemático adotando apoios com restrição a translações

As cargas permanentes foram aplicadas diretamente nos elementos na direção “z”. No caso das cargas móveis, ao invés de se determinar o mapa de influência para cada ponto, foram consideradas as cargas percorrendo todo o tabuleiro, a fim de se determinar a envoltória de máximos e mínimos de todos os pontos. No caso das cargas de multidão ($5,0\text{kN/m}^2$) criou-se faixas na extensão do tabuleiro, com 1,0m de largura, uma ao lado da outra. Para a consideração do TT45, as faixas criadas foram de 3,0m de largura, podendo as mesmas se sobreporem, e tomando o cuidado de sempre haver apenas um TT45 nas combinações.

Inicialmente os apoios, tipo neoprene fretado, foram simulados como apoios articulados perfeitos, ou seja, restringindo apenas a translação em “z” e liberando as rotações. Considerou-se o espaçamento de 1,0m entre os mesmos, resultando em 12 apoios discretos por borda apoiada, sendo que o primeiro e o últimos foram posicionados a 50m de distância da borá livre.

Para uma distribuição de esforços mais realista, se substituíram os apoios fixos por molas que simplificadamente representam as características de rigidez do aparelho de apoio - $k_v=100.000\text{kN/m}$ (nulo no caso de tração). Este valor não representa um neoprene específico, pois devido a esconsidade, existe uma variação nas reações de apoio o que resultaria em varios tipos de aparelhos de apoio e consequentemente vários coeficiente de mola. O valor de rigidez adotado representa um aparelho de apoio que deslocaria 1cm na vertical quando aplicado uma carga de compressão de 1.000kN.

Figura 17 - Modelo matemático adotando molas que simulam os aparelhos de apoio

4.1.6 Resultados e análises

A seguir serão apresentadas várias verificações no sentido de validar os modelos estudados e comparar os resultados para entender melhor o comportamento e a divergência entre eles.

4.1.6.1 *Discretização da malha de elementos finitos para laje com esconsidade de 45°*

Elementos com 25cm de lado:

Momentos fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Móvel:

Longitudinal mínimo (x)

Longitudinal máximo (x)

Transversal mínimo (y)

Transversal máximo (y)

Reações nos apoios

Permanente:

Móvel:

Elementos com 50 cm de lado:

Momentos fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Móvel:

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Elementos com 100cm de lado:

Momentos fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Móvel:

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Comparação

Modelos	Momento Fletor (kN.m)				Reações (kN)	
	Permanente		Móvel		Permanente	Móvel
	long. (x)	transv. (y)	long. (x)	transv. (y)	Canto Obtuso	
25cm	348	155	215	118	1250	687
50cm	346	156	215	115	1260	694
100cm	345	155	217	129	1310	717
% (25-50)	-0.58%	0.64%	0.00%	-2.61%	0.79%	1.01%
% (50-100)	-0.29%	-0.65%	0.92%	10.85%	3.82%	3.21%

Tabela 3 – Diferenças entre os três níveis de discretização

4.1.6.2 Diferença nos resultados conforme superfície de influência

Todo tabuleiro carregado com a carga de multidão:

Longitudinal (x)

LINE	VALUE
1	-7.5
2	-5.9
3	-4.4
4	-2.8
5	-1.3
6	1.8
7	3.4
8	4.9
9	6.5
10	8.0
11	9.6
12	11.2
13	12.7

Transversal (y)

LINE	VALUE
1	-5.53
2	-4.43
3	-3.33
4	-2.23
5	-1.13
6	1.08
7	2.18
8	3.28
9	4.38
10	5.48
11	6.58
12	7.69
13	8.79

Reações

Carregado com a superfície de influência para para o ponto A:

Reações

Comparação

Tipo de Carregamento	Momento Fletor (kN.m)		Reações (kN)
	long. (x)	transv. (y)	Canto Obtuso
Todo Tabuleiro	75	55.3	257
Superfície de Influência	94	79	320
% de erro	-20%	-30%	-20%

Tabela 4 – Erro devido ao carregamento indevido – ponto A

4.1.6.3 Modelagem com elementos esconsos (STRAP)

Momentos fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Móvel

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Comparação

Modelos	Momento Fletor (kN.m)				Reações (kN)	
	Permanente		Móvel		Permanente	Móvel
	long. (x)	transv. (y)	long. (x)	transv. (y)	Canto Obtuso	
Elementos Esconsos	346	157	217	117	1270	691
Elementos Retangulares	346	156	215	115	1260	694
Diferença (%)	0.00%	-0.64%	-0.93%	-1.74%	-0.79%	0.43%

Tabela 5 – Comparação entre discretização com elementos esconsos e retangulares

4.1.6.4 Resultados da modelagem no STRAP para laje com esconsidade de 45°

Momentos fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Móvel:

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Momentos Principais:

Momentos Principais		STRAP														
		Ponto A			Ponto B			Ponto C			Ponto D			Ponto E		
		Mx	My	Mxy	Mx	My	Mxy	Mx	My	Mxy	Mx	My	Mxy	Mx	My	Mxy
Máximos		53.68	2.04	-13.79	35.46	24.60	-21.78	55.35	2.11	-18.73	42.87	18.13	-20.53	9.55	-2.61	-24.01
Mínimos		32.44	1.13	-20.99	22.94	14.28	-30.30	34.32	1.15	-28.10	27.64	10.07	-30.26	-2.58	-3.99	-35.90
STRAP - Max	M _I (tf.m/m)	57.13			52.48			61.28			54.47			28.24		
	M _{II} (tf.m/m)	-1.41			7.58			-3.82			6.53			-21.29		
	Ângulo (°)	-14.05			-38.00			-17.56			-29.46			-37.89		
STRAP - Min	M _I (tf.m/m)	42.97			49.22			50.36			50.36			32.63		
	M _{II} (tf.m/m)	-9.40			-12.00			-14.90			-12.65			-39.19		
	Ângulo (°)	-26.64			-40.93			-29.72			-36.91			-44.44		

Tabela 6 – Momentos Principais - STRAP

4.1.6.5 Resultados da modelagem no SAP2000 para laje com esconsidade de 45°

Permanente x

Permanente y

Envoltória Mínima x

Envoltória Máxima x

Envoltória Mínima y

Envoltória Máxima y

Momentos Principais:

SAP																
Momentos Principais		Ponto A			Ponto B			Ponto C			Ponto D			Ponto E		
		Mx	My	Mxy	Mx	My	Mxy	Mx	My	Mxy	Mx	My	Mxy	Mx	My	Mxy
Máximos		52.18	4.01	-14.45	39.20	28.76	-24.77	54.83	4.38	-20.65	41.15	19.11	-22.06	9.26	-5.22	-23.79
Mínimos		33.98	2.43	-18.80	26.63	16.00	-29.90	37.76	2.56	-26.98	30.52	12.17	-28.40	-0.59	-6.85	-32.70
SAP - Max	M _I (tf.m/m)	56.18			59.29			62.20			54.79			26.88		
	M _{II} (tf.m/m)	0.01			8.66			-2.99			5.47			-22.85		
	Ângulo (°)	-15.48			-39.05			-19.65			-31.73			-36.53		
SAP - Min	M _I (tf.m/m)	42.74			51.69			52.37			51.20			29.13		
	M _{II} (tf.m/m)	-6.34			-9.05			-12.05			-8.50			-36.56		
	Ângulo (°)	-25.00			-39.96			-28.44			-36.05			-42.27		

Tabela 7 – Momentos Principais - SAP

4.1.6.6 Resultados da Tabela de Rüşh para laje com esconsidade de 45°

Momentos Fletores		Ponto A			Ponto B			Ponto C			Ponto D			Ponto E		
		Mu	Muv	Mv	Mx	My	Mxy	Mu	Muv	Mv	Mx	My	Mxy	Mx	My	Mxy
PERMANENTE	k _{pista}	0.108	0.043	0.000	0.135	-0.005	-0.018	0.119	0.071	0.000	0.131	0.006	-0.025	0.062	-0.080	0.014
	M _p (tf.m/m)	30.17	12.01	0.00	37.71	-1.40	-5.03	33.24	19.83	0.00	36.60	1.68	-6.98	17.32	-22.35	3.91
	k _{barreira 1}	-0.670	-0.160	0.000	0.040	0.220	0.030	-0.440	-0.340	0.000	0.000	0.420	0.420	-0.470	1.000	-0.500
	k _{barreira 2}	0.070	0.050	0.000	0.040	0.220	0.020	0.070	0.040	0.000	0.090	0.050	-0.040	0.030	-0.070	0.020
	M _{ms} (tf.m/m)	0.17	0.03	-0.28	-0.02	-0.12	-0.01	0.10	0.08	-0.28	-0.28	-0.13	-0.10	0.12	-0.26	0.13
	k _{barreira 1}	0.320	0.090	0.000	0.110	-0.080	-0.030	0.270	0.170	0.000	0.200	-0.060	-0.100	0.170	-0.360	0.140
	k _{barreira 2}	0.000	0.010	0.000	0.110	-0.080	-0.030	0.020	0.020	0.000	0.050	-0.030	-0.010	0.030	0.020	-0.040
	M _{qs} (tf.m/m)	5.30	1.66	0.00	3.64	-2.65	-0.99	4.80	3.15	0.00	4.14	-1.49	-1.82	3.31	-5.63	1.66
	M _p Total (tf.m/m)	35.64	13.70	-0.28	41.33	-4.17	-6.04	38.15	23.06	-0.28	40.46	0.06	-8.91	20.75	-28.24	5.70
	k _{TT}	2.72	0.47	0.00	1.48	0.78	-0.10	2.66	0.66	0.00	1.68	0.58	-0.40	1.20	-1.27	0.21
MAX M _I	k _{MULT PRINCIPAL}	2.78	1.22	0.00	2.27	0.04	0.08	2.45	2.63	0.00	2.72	-0.59	-0.49	1.45	-5.37	2.17
	M (tf.m/m)	25.00	5.77	0.00	18.56	4.78	-1.91	25.54	9.17	0.00	19.67	4.22	-4.21	12.06	-13.92	2.41
	k _{TT}	0.00	0.00	0.00	0.67	-0.45	-0.13	0.00	0.00	0.00	1.14	-0.50	-0.25	0.69	-1.92	0.80
	k _{MULT PRINCIPAL}	0.00	0.00	0.00	1.39	-0.57	-0.37	0.00	0.00	0.00	0.71	-0.30	-0.34	2.14	-3.66	0.99
MIN M _{II}	k _{MULT SECUNDÁRIA}	0.00	0.00	0.00	6.41	-2.44	-0.84	0.00	0.00	0.00	4.18	-0.98	-0.25	3.14	-3.64	0.54
	M (tf.m/m)	0.00	0.00	0.00	8.93	-4.88	-1.58	0.00	0.00	0.00	11.00	-4.39	-2.17	7.82	-18.05	6.77
	k _{TT}	0.00	0.00	0.00	1.48	0.78	-0.10	0.00	0.00	0.00	1.61	0.72	-0.20	0.00	0.00	0.00
	k _{MULT PRINCIPAL}	0.00	0.00	0.00	1.02	0.28	0.09	0.00	0.00	0.00	1.54	0.33	-0.10	0.00	0.00	0.00
MAX M _{II}	k _{MULT SECUNDÁRIA}	0.00	0.00	0.00	5.05	1.65	-0.84	0.00	0.00	0.00	4.96	1.36	-1.63	0.00	0.00	0.00
	M (tf.m/m)	0.00	0.00	0.00	14.14	6.82	-1.13	0.00	0.00	0.00	15.33	6.25	-2.37	0.00	0.00	0.00
RUSCH																
Momentos Principais		Ponto A			Ponto B			Ponto C			Ponto D			Ponto E		
PERM+SC MAX M _I	M _I (tf.m/m)	66.33			60.94			77.11			63.06			33.67		
	M _{II} (tf.m/m)	-5.97			-0.44			-13.70			1.34			-43.02		
	Ângulo (°)	-16.29			-37.50			-22.61			-32.42			-38.90		
PERM+SC MIN M _{II}	M _I (tf.m/m)	40.26			51.22			48.95			53.58			30.59		
	M _{II} (tf.m/m)	-4.90			-10.01			-11.08			-6.45			-48.31		
	Ângulo (°)	-18.67			-37.80			-25.10			-34.17			-35.79		
PERM+SC MAX M _{II}	M _I (tf.m/m)	40.26			56.42			48.95			58.23			21.41		
	M _{II} (tf.m/m)	-4.90			1.69			-11.08			3.85			-28.89		
	Ângulo (°)	-18.67			-37.42			-25.10			-32.75			-38.45		

Tabela 8 – Solicitações e Momentos Principais - RUSCH

4.1.6.7 Comparação dos momentos principais para laje com esconsidade de 45°

A seguir, serão apresentados gráficos comparativos dos momentos principais nos cinco pontos (ver figura 14) para os três cálculos realizados: Tabelas de Rüsch (5), SAP2000 e STRAP, para a laje com esconsidade de 45°.

Momentos Máximos M_I

Momentos Máximos M_{II}

Momentos Mínimos M_{II}

Ângulo do M_I

4.1.6.8 Comparação dos resultados para lajes com esconsidade variando de 0° de 60°

A seguir serão apresentados resultados obtidos através das análises e das modelagens, ilustrando o que ocorre com os esforços à medida que o ângulo de esconsidade aumenta. Com o intuito de contribuir para o entendimento, os resultados serão apresentados em forma de tabelas e gráficos.

Figura 18 – Localização e nomenclatura dos apoios estudados

4.1.6.8.1 TT homogeneizado

As solicitações apresentadas nesta seção estão presentes no Anexo A, bem como as solicitações em diversos pontos da laje através de mapas de contorno.

Reações nos apoios em consequência de carga permanente e carga móvel com o ângulo de esconsidade variando de 0° a 60° considerando apoios restritos às translações.

Reação máxima (kN)	0°		5°		10°		15°		20°		25°		30°	
	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.
AP.1	266	211	212	177	169	149	136	126	107	110	91	90	86	87
AP.2	39	64	58	73	71	78	78	80	90	84	86	93	93	105
AP.3	111	101	108	103	106	98	106	103	103	103	103	109	87	98
AP.4	103	99	104	97	105	105	105	102	104	108	109	110	114	115
AP.5	107	92	108	87	108	85	110	85	88	110	113	95	115	101
AP.6	108	103	108	101	109	102	109	102	105	112	116	108	119	105
AP.7	108	103	109	105	109	107	111	103	105	111	113	111	118	112
AP.8	107	92	107	96	108	95	108	100	105	113	115	111	118	112
AP.9	103	99	103	101	102	96	103	92	95	101	101	94	102	83
AP.10	111	101	113	100	116	108	120	108	112	126	131	115	140	115
AP.11	39	64	14	59	-17	-64	-56	-90	-120	-102	-152	-151	-211	-186
AP.12	266	211	330	249	404	292	490	339	391	588	695	446	816	504

Tabela 9 – Reações nos apoios – ângulo variando de 0° a 30°

Reação máxima (kN)	35°		40°		45°		50°		55°		60°	
	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.
AP.1	66	67	58	56	52	47	46	38	42	34	39	30
AP.2	89	102	91	100	94	104	97	103	101	107	107	95
AP.3	105	113	109	121	114	129	125	138	134	148	146	131
AP.4	115	116	121	118	129	122	140	130	159	149	183	132
AP.5	121	109	127	115	138	126	153	139	175	158	204	149
AP.6	123	106	131	107	142	111	157	115	181	130	221	164
AP.7	123	121	131	125	141	131	156	138	180	154	216	163
AP.8	122	117	129	120	139	131	153	140	174	154	210	160
AP.9	103	106	109	99	112	109	121	121	138	139	164	129
AP.10	143	126	155	126	175	133	184	136	202	148	224	173
AP.11	-313	-241	-335	-254	-421	-298	-482	-328	-577	-367	-663	-458
AP.12	1000	592	1090	625	1260	694	1440	759	1650	833	1890	1360

Tabela 10 – Reações nos apoios – ângulo variando de 35° a 60°

A seguir, serão apresentadas em curvas sobrepostas representando as reações nos apoios para as diversas esconsidades estudadas e separando-as em carregamento permanente, envoltória das acidentais e soma dos dois carregamentos.

Reações máximas em consequência de carregamento permanente:

Reações máximas em consequência de carregamento móvel:

Somatória das reações permanentes e acidentais:

Nota-se que as curvas de 0° , 5° e 10° estão bem próximas entre si, indicando que, até 10° de esconsidade, se pode simplificar o cálculo para lajes ortogonais.

Momentos Fletores em consequência de carregamento permanente e móvel com o ângulo de esconsidade variando de 0° a 60° :

Momentos Fletores (kN.m/m)		0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Permanente	Long. vão (B)	358	357	353	345	334	320	304
	Long. borda livre (A)	385	384	382	378	374	368	362
	Transv. vão (B)	47	49	53	56	68	79	93
	Transv. borda livre (A)	0	0	0	0	0	0	0
Acidental	Long. vão (B)	174	174	172	167	162	158	151
	Long. borda livre (A)	228	228	227	223	221	219	217
	Transv. vão (B)	65	66	67	68	72	76	81
	Transv. borda livre (A)	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 11 – Momentos Fletores – ângulo variando de 0° a 30°

Momentos Fletores (kN.m/m)		35°	40°	45°	50°	55°	60°
Permanente	Long. vão (B)	284	260	231	197	153	101
	Long. borda livre (A)	356	350	346	345	360	430
	Transv. vão (B)	107	126	145	165	188	212
	Transv. borda livre (A)	0	0	0	0	0	0
Acidental	Long. vão (B)	143	135	124	112	100	90
	Long. borda livre (A)	215	213	212	213	217	225
	Transv. vão (B)	87	93	100	107	115	123
	Transv. borda livre (A)	0	0	0	0	0	0

Tabela 12 – Momentos Fletores – ângulo variando de 35° a 60°

A seguir, serão apresentados em curvas sobrepostas representado os momentos fletores para as diversas esconsidades estudadas e separando-os em carregamento permanente, móvel e soma dos dois carregamentos.

Momentos Fletores em consequência de carregamento permanente – Ponto A e B, no sentido longitudinal e transversal (consideraram-se o sentido longitudinal, o eixo paralelo, faixa de tráfego e transversal, o normal ao longitudinal):

Momentos Fletores em consequência de carregamento móvel – Ponto A e B, no sentido longitudinal e transversal:

Momentos Fletores em consequência da somatória dos dois carregamentos acima descritos:

4.1.6.8.2 TT sem homogeneização

As solicitações apresentadas nesta seção estão presentes no Anexo B, bem como as solicitações em diversos pontos da laje através de mapas de contorno.

Reações nos apoios em consequência de carga permanente e carga móvel com o ângulo de esconsidade variando de 0° a 60° considerando apoios restritos às translações.

Reação máxima (kN)	0°		5°		10°		15°		20°		25°		30°	
	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.
AP.1	266	214	212	180	169	153	136	131	107	111	91	94	86	91
AP.2	39	69	58	79	71	85	78	85	90	97	86	99	93	111
AP.3	111	108	108	110	106	104	106	109	103	108	103	116	87	105
AP.4	103	106	104	103	105	112	105	108	104	109	109	117	114	122
AP.5	107	98	108	92	108	90	110	90	88	92	113	100	115	106
AP.6	108	109	108	108	109	108	109	108	105	112	116	115	119	111
AP.7	108	109	109	111	109	115	111	109	105	110	113	118	118	118
AP.8	107	98	107	102	108	100	108	106	105	110	115	118	118	118
AP.9	103	106	103	108	102	102	103	96	95	101	101	100	102	86
AP.10	111	108	113	105	116	116	120	114	112	118	131	121	140	121
AP.11	39	69	14	63	-17	-65	-56	-91	-120	-121	-152	-152	-211	-188
AP.12	266	214	330	252	404	294	490	342	391	393	695	449	816	507

Tabela 13 – Reações nos apoios – ângulo variando de 0° a 30°

Reação máxima (kN)	35°		40°		45°		50°		55°		60°	
	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.
AP.1	66	71	58	59	46	50	46	40	42	36	39	35
AP.2	89	108	91	104	97	108	97	107	101	112	107	119
AP.3	105	120	109	127	125	134	125	143	134	154	146	169
AP.4	115	122	121	123	140	127	140	134	159	155	183	178
AP.5	121	114	127	120	153	131	153	145	175	165	204	184
AP.6	123	112	131	112	157	115	157	119	181	133	221	159
AP.7	123	128	131	131	156	137	156	143	180	160	216	181
AP.8	122	123	129	125	153	137	153	145	174	160	210	186
AP.9	103	112	109	102	121	112	121	124	138	144	164	167
AP.10	143	132	155	132	184	138	184	140	202	154	224	171
AP.11	-313	-243	-335	-255	-482	-299	-482	-329	-577	-368	-663	-402
AP.12	1000	595	1090	628	1440	696	1440	761	1650	835	1890	914

Tabela 14 – Reações nos apoios – ângulo variando de 35° a 60°

A seguir, serão apresentadas em curvas sobrepostas representando as reações nos apoios para as diversas esconsidades estudadas e separando-as em carregamento permanente, envoltória das acidentais e soma dos dois carregamentos.

Reações máximas em consequência de carregamento permanente:

Reações máximas em consequência de carregamento móvel:

Somatória das reações permanentes e acidentais:

Nota-se que as curvas de 90°, 85° e 80° estão bem próximas entre si, podendo significar que, até 10° de esconsidade, se pode simplificar o cálculo para lajes ortogonais.

Momentos Fletores em consequência de carregamento permanente e móvel com o ângulo de esconsidade variando de 0° a 60°:

Momentos Fletores (kN.m/m)		0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Permanente	Long. vão (B)	358	357	353	345	334	320	304
	Long. borda livre (A)	385	384	382	378	374	368	362
	Transv. vão (B)	47	49	53	76	68	79	93
	Transv. borda livre (A)	0	0	0	0	0	0	0
Acidental	Long. vão (B)	178	177	175	169	164	161	154
	Long. borda livre (A)	233	232	231	227	224	224	221
	Transv. vão (B)	67	77	69	81	73	78	83
	Transv. borda livre (A)	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 15 – Momentos Fletores – ângulo variando de 0° a 30°

Momentos Fletores (kN.m/m)		35°	40°	45°	50°	55°	60°
Permanente	Long. vão (B)	284	260	231	197	153	101
	Long. borda livre (A)	356	350	346	345	360	430
	Transv. vão (B)	107	126	145	165	188	212
	Transv. borda livre (A)	0	0	0	0	0	0
Acidental	Long. vão (B)	146	137	127	115	105	93
	Long. borda livre (A)	219	216	216	217	221	229
	Transv. vão (B)	88	95	102	108	116	125
	Transv. borda livre (A)	0	0	0	0	0	0

Tabela 16 – Momentos Fletores – ângulo variando de 35° a 60°

A seguir, serão apresentados em curvas sobrepostas representando os momentos fletores para as diversas esconsidades estudadas e separando-os em carregamento permanente, móvel e soma dos dois carregamentos.

Momentos Fletores em consequência de carregamento permanente – Ponto A e B, no sentido longitudinal e transversal (considerou-se o sentido longitudinal, o eixo paralelo, a faixa de tráfego e transversal, o normal ao longitudinal):

Momentos Fletores em consequência de carregamento móvel – Ponto A e B, no sentido longitudinal e transversal:

Momentos Fletores em consequência da somatória dos dois carregamentos acima descritos:

4.1.6.8.3 Apoios flexíveis

Substituíram-se os apoios fixos por molas equivalentes ao aparelho de apoio na alternativa de TT sem homogeneização. As solicitações apresentadas nesta seção estão presentes no Anexo C, bem como as solicitações em diversos pontos da laje através de mapas de contorno.

Reações nos apoios em consequência de carga permanente e carga móvel com o ângulo de escondidade variando de 0° a 60° considerando apoios restritos às translações:

Reação máxima (kN)	0°		5°		10°		15°		20°		25°		30°	
	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.
AP.1	165	142	147	134	131	123	117	116	106	107	96	101	88	94
AP.2	137	113	127	109	117	102	109	99	103	93	98	93	94	89
AP.3	119	89	114	88	109	85	105	84	102	82	100	84	100	85
AP.4	109	78	106	76	104	78	103	75	102	75	103	77	104	79
AP.5	103	73	102	71	102	71	102	70	102	71	104	74	106	77
AP.6	101	77	91	70	104	78	98	73	102	73	104	75	107	77
AP.7	101	77	102	77	102	77	103	74	104	75	105	78	108	80
AP.8	103	73	105	75	106	74	107	73	109	75	111	78	113	79
AP.9	109	78	112	76	115	79	118	77	122	77	126	77	129	77
AP.10	119	89	126	89	132	89	140	89	148	91	156	95	164	97
AP.11	137	113	150	118	163	119	178	124	195	129	213	134	233	143
AP.12	165	142	186	150	210	159	238	168	269	182	306	199	349	217

Tabela 17 – Reações nos apoios – ângulo variando de 0° a 30°

Reação máxima (kN)	35°		40°		45°		50°		55°		60°	
	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.	Perm.	Ac.
AP.1	81	87	76	79	73	70	64	66	57	64	50	60
AP.2	92	86	92	84	84	93	95	85	99	89	104	92
AP.3	101	86	105	88	93	111	112	94	132	109	148	122
AP.4	108	80	114	86	93	123	136	102	155	116	180	132
AP.5	111	83	118	87	94	129	144	103	167	119	199	134
AP.6	111	79	119	81	87	129	145	98	169	110	202	128
AP.7	111	83	118	86	93	126	140	102	161	117	196	135
AP.8	116	83	120	85	92	126	136	102	150	116	178	136
AP.9	133	80	136	84	90	140	145	99	152	112	166	130
AP.10	175	100	185	105	105	190	197	109	203	117	205	126
AP.11	261	150	281	157	166	308	336	270	370	185	401	194
AP.12	409	238	460	264	297	534	627	337	748	391	903	457

Tabela 18 – Reações nos apoios – ângulo variando de 35° a 60°

A seguir, serão apresentadas em curvas sobrepostas representando as reações nos apoios para as diversas esconsidades estudadas e separando-as em carregamento permanente, envoltória das acidentais e soma dos dois carregamentos.

Reações máximas em consequência de carregamento permanente:

Reações máximas em consequência de carregamento móvel:

Somatória das reações permanentes e acidentais:

Momentos Fletores em consequência de carregamento permanente e móvel com o ângulo de esconsidade variando de 0° a 60°:

Momentos Fletores (kN.m/m)		0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Permanente	Long. vão (B)	359	358	356	350	345	336	325
	Long. borda livre (A)	381	381	380	378	377	374	372
	Long. obtuso (E)	0	0	-2	-7	-11	-13	-28
	Transv. vão (B)	33	34	36	38	43	48	55
	Transv. borda livre (A)	0	0	0	0	0	0	0
	Transv. obtuso (E)	-38	-44	-62	-68	-76	-80	-86
Acidental	Long. vão (B)	177	177	175	170	168	165	161
	Long. borda livre (A)	231	231	231	228	227	229	228
	Long. obtuso (E)	0	-4	-12	-23	-33	-38	-56
	Transv. vão (B)	71	71	71	72	74	77	79
	Transv. borda livre (A)	0	0	0	0	0	0	0
	Transv. obtuso (E)	-36	-38	-39	-41	-43	-44	-48

Tabela 19 – Momentos Fletores – ângulo variando de 0° a 30°

Momentos Fletores (kN.m/m)		35°	40°	45°	50°	55°	60°
Permanente	Long. vão (B)	312	295	277	253	223	182
	Long. borda livre (A)	369	367	366	365	365	369
	Long. obtuso (E)	-45	-58	-85	-112	-208	-246
	Transv. vão (B)	63	72	82	94	107	124
	Transv. borda livre (A)	0	0	0	0	0	0
	Transv. obtuso (E)	-98	-117	-125	-158	-190	-203
Acidental	Long. vão (B)	155	148	141	133	124	115
	Long. borda livre (A)	228	228	230	233	240	249
	Long. obtuso (E)	-73	-94	-100	-137	-190	-201
	Transv. vão (B)	82	86	89	94	100	105
	Transv. borda livre (A)	0	0	0	0	0	0
	Transv. obtuso (E)	-56	-69	-80	-84	-91	-96

Tabela 20 – Momentos Fletores – ângulo variando de 35° a 60°

A seguir, serão apresentados em curvas sobrepostas representando os momentos fletores para as diversas esconsidades estudadas e separando-os em carregamento permanente, móvel e soma dos dois carregamentos.

Momentos Fletores em consequência de carregamento permanente – Ponto A e B, no sentido longitudinal e transversal (considerou-se o sentido longitudinal, o eixo paralelo, a faixa de tráfego e transversal, o normal ao longitudinal):

Momentos Fletores em consequência de carregamento móvel – Ponto A e B, no sentido longitudinal e transversal:

Momentos Fletores em consequência da somatória dos dois carregamentos acima descritos:

Como o detalhamento da estrutura é usualmente simplificado e, na maioria das vezes, por facilidade construtiva, a armadura é detalhada por faixas, resultam em áreas de aço maiores do que as necessárias.

4.2 GRELHAS ESCONSAS

4.2.1 Introdução

Utilizou-se o método dos elementos finitos através da modelagem computacional no programa STRAP2010. Nos processamentos não foi considerado o “off set”, ou seja, a laje está discretizada no centro de inércia da longarinas. A descrição do levantamento das solicitações bem como suas particularidades serão tratadas a seguir.

4.2.2 Geometria e materiais

4.2.2.1 *Características geométricas*

Figura 19 – Vista superior típica do tabuleiro de grelha estudada

Figura 20 – Seção transversal típica do tabuleiro de grelha estudada

Figura 21 – Características da longarina

Resumo das características:

α (°)	b' (m)	b (m)	$l\alpha$ (m)	l_x (m)	l apoio vigas (m)	l vigas (m)	dist. Apoio/borda (m)
0	12.0	12.00	29.35	29.35	27.02	29.25	1.17
15	12.0	12.42	29.62	28.61	27.02	29.25	1.30
30	12.0	13.86	29.94	25.93	27.02	29.25	1.46
45	12.0	16.97	30.39	21.49	27.02	29.25	1.69
60	12.0	24.00	31.18	15.59	27.02	29.25	2.08

Tabela 21 - Características da lajes estudadas

4.2.2.2 Materiais

Concreto p/ Superestrutura

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$$

Apoios fixos indeslocáveis e apoios flexíveis simulando Neoprene Dureza Shore A-60

4.2.3 Carregamentos e solicitações

4.2.3.1 Cargas permanentes

Peso Próprio – considerando o $\gamma_c = 25,0 \text{ kN/m}^3$

Pavimentação = $0,10 \text{ m} \times 24,0 \text{ kN/m}^3 = 2,40 \text{ kN/m}^2$

Recapeamento = $2,00 \text{ kN/m}^2$

Barreira rígida = $2,42 \text{ m}^2 \times 25,0 \text{ kN/m}^3 / 0,40 \text{ m} = 15,1 \text{ kN/m}^2$ (distribuídos em 40cm)

4.2.3.2 Cargas móveis

Optou-se por utilizar o trem-tipo Classe 45, já que, atualmente, é o largamente utilizado, e por não espriar as cargas das rodas no plano médio da laje. Considerou-se que essa ação provocaria pequenas alterações nos resultados dos esforços, mas não influenciaria a sua comparação.

Figura 22 – Características do trem-tipo Classe 45 e trem-tipo Classe 45 homogeneizado

4.2.4 Solicitações

4.2.4.1 *Crítérios de cálculo*

Inicialmente se utilizou como base a recente publicação do Congresso da FIB, em Washington (1), que indica que alguns critérios de cálculo podem estar conservadores nas reações de apoio das vigas extremas e subestimando as reações nas vigas intermediárias de pontes esconsas contínuas.

Outros textos foram estudados, como os publicados no ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences: “Effect on support reactions of T-beam skew

bridge decks” (10) e “Effect of skew angle on behavior of simply supported R.C.T-beam bridge decks” (11).

4.2.4.2 _Modelagem computacional

A análise estática destes modelos foi realizada com o auxílio do programa computacional STRAP, discretizando as vigas como elementos de barra e a laje do tabuleiro com elementos de planos.

Por facilidade de manusear os programas e devido aos modelos não apresentarem significativo número de elementos (tempo de processamento reduzido) definiu-se a laje com elementos de casca. Conforme descrito em Soriano (9), casca é um sólido em que a espessura é muito menor do que as dimensões de sua superfície e está submetida a efeitos de flexão e de membrana. O efeito de flexão é semelhante ao de placa (flexão transversal) e o efeito de membrana se refere a deformações da superfície neste mesmo plano.

O carregamento dos modelos deu-se apenas com cargas verticais e com os apoios restritos apenas na translação vertical (z), resultando em deformações nulas ao longo de sua superfície (não havendo o efeito de membrana).

A laje foi dividida em malha. No caso do STRAP, priorizaram-se elementos retangulares, com faces paralelas aos eixos globais, mas, em consequência da geometria, se fez necessária a utilização de elementos triangulares. Os elementos apresentam lados de aproximadamente 50cm de comprimento, consequentemente, as vigas foram divididas com esse mesmo valor.

Figura 23 – Modelo matemático adotando apoios com restrição a translações

As cargas permanentes foram aplicadas diretamente nos elementos na direção “ z ”. No caso das cargas móveis, ao invés de se determinar o mapa de

influência para cada ponto, foram consideradas as cargas percorrendo todo o tabuleiro, a fim de se determinar a envoltória de máximos e mínimos de todos os pontos. No caso das cargas de multidão ($5,0\text{kN/m}^2$) criou-se faixas na extensão do tabuleiro, com 1,0m de largura, uma ao lado da outra. Para a consideração do TT45, as faixas criadas foram de 3,0m de largura, podendo as mesmas se sobreporem, e tomando o cuidado de sempre haver apenas um TT45 nas combinações.

Inicialmente os apoios, tipo neoprene fretado, foram simulados como apoios articulados perfeitos, ou seja, restringindo apenas a translação em “z” e liberando as rotações. Considerou-se o espaçamento de 1,0m entre os mesmos, resultando em 12 apoios discretos por borda apoiada, sendo que o primeiro e o último foram posicionados a 50cm de distância da borda livre.

Para uma distribuição de esforços mais realista, substituíram-se os apoios fixos por molas que simplificadamente representam as características de rigidez do aparelho de apoio - $k_v=100.000\text{kN/m}$ (no caso das grelhas, nenhum apoio resultou em esforços de tração). Este valor não representa um neoprene específico, pois devido à esconsidade, existe uma variação nas reações de apoio o que resultaria em vários tipos de aparelhos de apoio e consequentemente vários coeficientes de mola. O valor de rigidez adotado representa um aparelho de apoio que deslocaria 1cm na vertical quando aplicado uma carga de compressão de 1.000kN.

Figura 24 – Modelo matemático adotando molas que simulam os aparelhos de apoio

4.2.5 Resultados obtidos e análises

Como foi descrito na recente publicação do Congresso da FIB, em Washington (1), alguns critérios de cálculo podem estar conservadores nas reações de apoio das vigas extremas e subestimando as reações nas vigas intermediárias de pontes esconsas contínuas.

Verificar o efeito das transversinas nas grelhas, a modelagem mais adequada para cada caso e descrever as vantagens e desvantagens do modelo matemático, são objetivos desta seção.

Para isso, além das características da estrutura descrita acima, será realizado o processamento dessa mesma estrutura sem a transversina no apoio e com a transversina na normal, conforme figuras abaixo.

Figura 25 – Estrutura sem transversinas de apoio

Figura 26 – Estrutura sem transversinas de apoio

4.2.5.1 Transversina esconsa

As solicitações apresentadas nesta seção estão presentes no Anexo D e nas tabelas abaixo, indicando os momentos fletores, forças cortantes, momentos de torção e reações nos apoios em consequência de carga permanente e carga móvel com o ângulo de esconsidade variando de 0° a 60° , considerando apoios restritos às translações.

Grau de Esconsidade		0°			15°				30°			
Solicitações		Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Reação (kN)	Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Torção (kN.m)	Reação (kN)	Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Torção (kN.m)	Reação (kN)
Permanente	V1	3730	538	654	3720	495	26	656	3710	498	30	661
	V2	3540	507	614	3520	496	8.3	623	3490	482	17	634
	V3	3490	503	619	3480	495	7.4	625	3440	477	16	633
	V4	3540	507	614	3520	493	8.3	616	3490	483	17	619
	V5	3730	538	654	3720	511	25	666	3710	547	30	686
Acidental	V1	2320	333	396	2320	313	55	388	2300	295	57	379
	V2	2050	341	466	2040	335	54	460	2020	323	42	455
	V3	2080	344	459	2070	338	52	458	2050	327	36	459
	V4	2050	341	466	2040	338	54	469	2020	325	42	473
	V5	2320	333	396	2320	330	55	403	2300	349	51	412

Tabela 22 – Solicitações nas vigas – ângulo de 0° , 15° e 30°

Grau de Esconsidade		45°				60°			
Solicitações		Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Torção (kN.m)	Reação (kN)	Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Torção (kN.m)	Reação (kN)
Permanente	V1	3700	479	50	680	3660	464	86	714
	V2	3410	460	28	656	3180	451	45	687
	V3	3360	456	26	653	3150	450	42	687
	V4	3410	465	28	631	3180	451	45	647
	V5	3700	544	42	711	3660	584	86	809
Acidental	V1	2260	280	71	372	2180	295	84	368
	V2	1970	302	70	453	1830	288	73	460
	V3	1980	307	64	463	1820	287	73	476
	V4	1970	309	71	484	1830	278	75	496
	V5	2260	352	70	425	2180	267	84	452

Tabela 23 – Solicitações nas vigas – ângulo variando de 45° e 60°

A seguir, serão apresentados em curvas sobrepostas, representado os momentos fletores para as diversas esconsidades estudadas e separando-os em carregamento permanente, móvel e soma dos dois carregamentos.

Momentos Fletores em consequência de carregamento permanente:

Momentos Fletores em consequência de carregamento móvel:

Somatória dos Momentos Fletores em consequência de cargas permanentes e acidentais.

A seguir serão apresentadas em curvas sobrepostas representando as forças cortantes para as diversas esconsidades estudadas e separando-as em carregamento permanente, móvel e soma dos dois carregamentos.

Forças Cortantes em consequência de carregamento permanente:

Forças Cortantes em consequência de carregamento móvel:

Somatória das Forças Cortantes em consequência de cargas permanentes e acidentais:

A seguir serão apresentadas em curvas sobrepostas representando as solicitações para as diversas esconsidades estudadas e separando-as em carregamento permanente, envoltória das acidentais e soma dos dois carregamentos.

Reações máximas em consequência de carregamento permanente:

Reações máximas em consequência de carregamento móvel:

Somatória das reações permanentes e acidentais:

4.2.5.2 Transversina esconsa com apoios flexíveis

As solicitações apresentadas abaixo estão indicadas no final do Anexo D e nas tabelas abaixo, indicando os momentos fletores, forças cortantes, momentos de torção e reações nos apoios em consequência de carga permanente e carga móvel com o ângulo de esconsidade de 60° , considerando apoios flexíveis (molas).

60°		Apoios Fixos			Apoios Flexíveis			Diferença		
Solicitações		Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Reação (kN)	Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Reação (kN)	Momento %	Cortante %	Reação %
Permanente	V1	3660	464	714	3650	452	709	-0.27%	-2.65%	-0.71%
	V2	3180	451	687	3190	434	688	0.31%	-3.92%	0.15%
	V3	3150	450	687	3150	432	676	0.00%	-4.17%	-1.63%
	V4	3180	451	647	3190	466	694	0.31%	3.22%	6.77%
	V5	3660	584	809	3630	580	776	-0.83%	-0.69%	-4.25%
Acidental	V1	2180	295	368	2200	280	369	0.91%	-5.36%	0.27%
	V2	1830	288	460	1830	280	328	0.00%	-2.86%	-40.24%
	V3	1820	287	476	1820	276	346	0.00%	-3.99%	-37.57%
	V4	1830	278	496	1830	276	344	0.00%	-0.72%	-44.19%
	V5	2180	267	452	2190	275	424	0.46%	2.91%	-6.60%

Tabela 24 – Solicitações nas vigas – ângulo de 60° com apoios flexíveis

4.2.5.3 Transversina normal a longarina

As solicitações apresentadas nesta seção estão presentes no Anexo E e nas tabelas abaixo, indicando os Momentos Fletores, Forças Cortantes, Momentos de Torção e Reações nos apoios em consequência de carga permanente e carga móvel com o ângulo de esconsidade variando de 0° a 60°, considerando apoios restritos às translações.

Grau de Esconsidade		0°			15°				30°			
Solicitações		Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Reação (kN)	Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Torção (kN.m)	Reação (kN)	Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Torção (kN.m)	Reação (kN)
Permanente	V1	3730	538	654	3720	520	26	647	3720	535	30	657
	V2	3540	507	614	3530	524	28	638	3500	512	17	635
	V3	3490	503	619	3480	517	13	620	3450	502	16	625
	V4	3540	507	614	3530	505	28	607	3500	488	17	610
	V5	3730	538	654	3720	509	26	670	3720	541	30	689
Acidental	V1	2320	333	396	2310	307	48	385	2290	321	43	381
	V2	2050	341	466	2040	323	86	427	2010	326	39	436
	V3	2080	344	459	2070	328	85	450	2050	332	38	457
	V4	2050	341	466	2040	358	91	476	2010	354	37	473
	V5	2320	333	396	2310	327	48	429	2290	339	43	433

Tabela 25 – Solicitações nas vigas – ângulo de 0°, 15° e 30°

Grau de Esconsidade		45°				60°			
Solicitações		Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Torção (kN.m)	Reação (kN)	Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Torção (kN.m)	Reação (kN)
Permanente	V1	3730	530	48	673	3720	554	48	702
	V2	3440	506	28	653	3220	511	47	671
	V3	3380	489	27	634	3160	484	42	641
	V4	3440	468	28	616	3220	452	46	622
	V5	3730	536	39	714	3720	568	75	811
Acidental	V1	2240	318	47	375	2180	321	48	370
	V2	1950	323	45	438	1810	337	60	451
	V3	1980	337	43	461	1810	334	60	471
	V4	1950	351	46	480	1810	357	62	484
	V5	2240	338	38	448	2180	346	50	474

Tabela 26 – Solicitações nas vigas – ângulo variando de 45° e 60°

A seguir, serão apresentados em curvas sobrepostas representando os momentos fletores para as diversas esconsidades estudadas e separando-os em carregamento permanente, móvel e soma dos dois carregamentos.

Momentos Fletores em consequência de carregamento permanente:

Momentos Fletores em consequência de carregamento móvel:

Somatória dos Momentos Fletores em consequência de cargas permanentes e acidentais:

A seguir serão apresentadas em curvas sobrepostas representando as forças cortantes para as diversas esconsidades estudadas e separando-as em carregamento permanente, móvel e soma dos dois carregamentos.

Forças Cortantes em consequência de carregamento permanente:

Forças Cortantes em consequência de carregamento móvel:

Somatória dos Forças Cortantes em consequência de cargas permanentes e acidentais:

A seguir, serão apresentadas em curvas sobrepostas representando as solicitações para as diversas esconsidades estudadas e separando-as em carregamento permanente, envoltória das acidentais e soma dos dois carregamentos.

Reações máximas em consequência de carregamento permanente:

Reações máximas em consequência de carregamento móvel:

Somatória das reações permanentes e acidentais:

4.2.5.4 Sem Transversina

As solicitações apresentadas nesta seção estão presentes no Anexo F e nas tabelas abaixo, indicando os Momentos Fletores, Forças Cortantes, Momentos de Torsão e Reações nos apoios em consequência de carga permanente e carga móvel com o ângulo de esconsidade variando de 0° a 60°, considerando apoios restritos às translações.

Grau de Esconsidade		0°				15°				30°			
Solicitações		Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Torção (kN.m)	Reação (kN)	Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Torção (kN.m)	Reação (kN)	Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Torção (kN.m)	Reação (kN)
Permanente	V1	3730	548	5.8	644	3720	517	10	647	3720	529	18	651
	V2	3540	510	4.7	586	3520	508	8.5	593	3490	501	17	601
	V3	3480	513	0	597	3470	508	7.4	602	3430	498	16	607
	V4	3540	510	4.7	586	3520	502	8.5	587	3490	488	17	589
	V5	3730	548	5.8	644	3720	515	10	656	3720	552	18	673
Acidental	V1	2340	340	24	396	2330	324	27	387	2320	327	30	379
	V2	2060	367	33	473	2050	363	34	467	2030	358	32	461
	V3	2100	364	29	465	2090	363	31	463	2060	360	30	463
	V4	2060	367	33	473	2050	373	36	474	2030	373	36	473
	V5	2340	340	24	396	2330	331	28	403	2320	351	30	411

Tabela 27 – Solicitações nas vigas – ângulo de 0°, 15° e 30°

Grau de Esconsidade		45°				60°			
Solicitações		Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Torção (kN.m)	Reação (kN)	Momento (kN.m)	Cortante (kN)	Torção (kN.m)	Reação (kN)
Permanente	V1	3720	524	28	668	3700	549	53	696
	V2	3410	496	28	616	3180	508	46	635
	V3	3340	489	26	618	3110	492	42	631
	V4	3410	472	28	598	3180	468	46	611
	V5	3720	548	28	694	3700	586	53	778
Acidental	V1	2290	318	39	371	2230	319	50	366
	V2	1970	354	36	455	1840	359	42	460
	V3	2000	362	32	465	1830	361	47	477
	V4	1970	376	36	477	1840	382	42	482
	V5	2290	354	34	425	2230	363	50	452

Tabela 28 – Solicitações nas vigas – ângulo variando de 45° e 60°

A seguir, serão apresentados em curvas sobrepostas representando os momentos fletores para as diversas esconsidades estudadas e separando-os em carregamento permanente, móvel e soma dos dois carregamentos.

Momentos Fletores em consequência de carregamento permanente:

Momentos Fletores em consequência de carregamento móvel:

Somatória dos Momentos Fletores em consequência de cargas permanentes e acidentais:

A seguir, serão apresentadas em curvas sobrepostas representando as forças cortantes para as diversas esconsidades estudadas e separando-as em carregamento permanente, móvel e soma dos dois carregamentos.

Forças Cortantes em consequência de carregamento permanente:

Forças Cortantes em consequência de carregamento móvel:

Somatória dos Forças Cortantes em consequência de cargas permanentes e acidentais:

A seguir, serão apresentadas em curvas sobrepostas representando as solicitações para as diversas esconsidades estudadas e separando-as em carregamento permanente, envoltória dos acidentais e soma dos dois carregamentos.

Reações máximas em consequência de carregamento permanente:

Reações máximas em consequência de carregamento móvel:

Somatória das reações permanentes e acidentais:

4.2.5.5 Análise da redução do balanço longitudinal

A escolha de adotar longarinas com o mesmo comprimento em todos os graus de esconsidade fez com que surgisse um balanço longitudinal em todas as longarinas e quanto maior o grau de esconsidade, maior o balanço.

Figura 27 – Balanço Longitudinal – 15°

Figura 28 – Balanço Longitudinal – 60°

Ao comparar as soluções com transversina esconsa, transversina normal e sem transversina, esperava-se uma maior diminuição no momento negativo e da força cortante junto ao canto de ângulo obtuso nesta ordem.

Com o intuito de verificar a interferência deste balanço longitudinal nos resultados, realizou-se o processamento da grelha com 60° de esconsidade para os três modelos sem considerar o balanço. A seguir serão apresentados os diagramas de Momentos Fletores, Força Cortante e Momentos de Torção da longarina extrema.

Transversina esconsa

Permanentes

Envoltória das Acidentais

Transversina normal a longarina

Permanentes

Envoltória das Acidentais

Sem transversina

Permanentes

Envoltória das Acidentais

5 CONCLUSÃO

Vale ressaltar que as conclusões apresentadas a seguir são restritas aos casos estudados e apresentados neste texto: lajes com o mesmo valor de largura e extensão da borda livre (relação $b/l\alpha = 1,0$) e grelhas com 12,0m de largura e longarinas com 29,25m.

5.1 Lajes

No caso dos tabuleiros de pontes esconsas em laje, nos três métodos de cálculo analisados, observou-se uma pequena variação nos momentos principais, sendo que, no Rüschi, os valores se apresentam, na maioria dos casos, mais conservadores quando comparados com qualquer das duas modelagens em elementos finitos.

Sabe-se que as tabelas foram elaboradas através das deformações resultantes em ensaios com placas de gesso, que, mesmo possuindo valores de contração lateral (efeito de Poisson) próximos ao do concreto, podem resultar em divergências nos valores. Além disso, os equipamentos utilizados na época para medir as deformações não apresentavam a mesma precisão dos equipamentos utilizados atualmente.

Inicialmente pode-se imaginar que a determinação dos esforços solicitantes através da modelagem em elementos finitos resultará em uma estrutura mais econômica, mas vale ressaltar a importância de se discretizar e carregar o modelo de uma forma correta, sabendo que, carregar todo o tabuleiro com a carga móvel, levará às solicitações máximas.

Os gráficos acima apresentados demonstram que, mesmo carregando a estrutura da mesma maneira e utilizando o mesmo método de cálculo (elementos finitos), os resultados são próximos, mas diferentes, indicando que o software e o modo de discretização influenciam no resultado.

As análises realizadas também demonstram uma pequena variação dos esforços de 0° a 10° de esconsidade, indicando que, até 15° , o cálculo da laje pode ser simplificado para uma ponte reta (ortogonal).

5.2 Grelhas

No caso dos tabuleiros de pontes esconsas em grelha, notou-se a diminuição dos momentos positivos e o aumento do momento negativo na viga junto ao canto obtuso, conforme o grau de esconsidade vai aumentando para os três casos estudados (transversina esconsa, transversina normal e sem transversina).

Observou-se também um acréscimo de aproximadamente 20% nas reações de apoio junto ao canto obtuso, justificando a preocupação com o dimensionamento do apoio nesta região.

Outro aspecto importante a ser destacado foi o aumento da força cortante da viga junto ao canto obtuso. Quanto maior o grau de esconsidade, maior a força cortante nesta região, quando comparada às vigas intermediárias.

Ao comparar as soluções com transversina esconsa, transversina normal e sem transversina, esperava-se uma redução do efeito da esconsidade (aumento de momento negativo e acréscimo da cortante junto ao ângulo obtuso). Ocorre que, em consequência do grande balanço existente para fora do apoio até a borda (aproximadamente 2,0m), esse acréscimo não foi observado.

A análise do caso com esconsidade de 60° sem balanço mostrou o resultado esperado.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) HUO, X.S., ZHANG, Q. **Distribution of live load reaction at piers of skewed continuous prestressed concrete bridges**. 3rd FIB International Congress, Washington, D.C., 2010.
- (2) LEONHARDT, F. **Construções de concreto**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1979. v. 4 e v. 6.
- (3) EL DEBS, M.K.; TAKEYA, T. **Introdução às pontes de concreto – texto provisório de apoio à disciplina SET412**. Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.
- (4) MATAR, E. E., **Pontes em laje**. 1985. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1985.
- (5) RÜSCH, H., **Berechnungstabeln für Schiefwinklge Fahrbahnplatten von Strassenbrücken**. Berlin: Verlag von Withelm Ernst & Sohn, 1967.
- (6) ALVES, E.V.; ALMEIDA, S.M.F.; JUDICE, F.M.S. **Métodos de análise estrutural de tabuleiros de pontes em vigas múltiplas de concreto protendido**. Niterói: Engevista, 2004.
- (7) ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestres- NBR-7188**. Rio de Janeiro, 1984.
- (8) ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **Projeto e execução de pontes em concreto armado e protendido - NBR-7187**. Rio de Janeiro, 1987.
- (9) SORIANO, H. L.. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2003.
- (10) GUPTA, T.; MISRA, A. **Effect on support reactions of T-beam skew bridge decks** - ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, v. 2, 2007.
- (11) HARBA, I. S. I. **Effect of skew angle on behavior of simply supported R. C. T-beam bridge decks** - ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, v. 6, 2011.

7 **ANEXO A - LAJE - APOIOS FIXOS E TREM TIPO**

Atenção: O programa Strap apresenta sinais invertidos em relação à convenção, portanto, quando for apresentado um valor negativo (-) abaixo, refere-se ao momento fletor positivo (+). No caso de reações, o sinal (+) representa compressão e o sinal (-) representa tração.

HOMOGENEIZADO

Solicitações das Lajes com 0° de esconsidade (tf e tf.m/m)

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Tranversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 5° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Tranversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 10° de escurvidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 15° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 20° de escurvidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 25° de escurvidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 25° de escurvidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 30° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 35° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 40° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 45° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 50° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 55° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Solicitações das Lajes com 60° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Forças Cortantes

Permanentes

Envoltória das acidentais

8 **ANEXO B - LAJE - APOIOS FIXOS E SEM HOMOGENEIZAÇÃO**

Solicitações das Lajes com 0° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Tranversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 5° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 10° de escurvidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 15° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 20° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 25° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 30° de escurvidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 35° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 40° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 45° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 50° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das Lajes com 55° de escurvidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Solicitações das Lajes com 60° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

9 **ANEXO C - LAJE - APOIOS FLEXIVEIS E SEM**
HOMOGENEIZAÇÃO

Solicitações das lajes com 0° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das lajes com 5° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das lajes com 10° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

olicitações das lajes com 15° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das lajes com 20° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das lajes com 25° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das lajes com 30° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das lajes com 35° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das lajes com 40° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das lajes com 45° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Solicitações das lajes com 50° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Solicitações das lajes com 55° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

Forças Cortantes

Solicitações das lajes com 60° de esconsidade

Momentos Fletores

Permanente:

Longitudinal (x)

Transversal (y)

Longitudinal Mínimo (x)

Longitudinal Máximo (x)

Transversal Mínimo (y)

Transversal Máximo (y)

Reações nos Apoios

Permanentes

Envoltória das acidentais

10 ANEXO D - GRELHA – TRANSVERSINA ESCONSA

Solicitações nas Grelhas com 0° de esconsidade

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envoltória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios Permanente

Móvel – Envoltória

Solicitações nas Grelhas com 15° de esconsidade

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envoltória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envoltória

Torção
Permanente

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios
Permanente

Móvel – Envoltória

Solicitações nas Grelhas com 30° de esconsidade

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envoltória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envoltória

Torção
Permanente

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios Permanente

Móvel – Envoltória

Solicitações nas Grelhas com 45° de esconsidade

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envoltória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envoltória

Torção
Permanente

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios
Permanente

Móvel – Envoltória

Solicitações nas Grelhas com 60° de esconsidade

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envoltória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envoltória

To

ção
Permanente

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios
Permanente

Móvel – Envoltória

Solicitações nas Grelhas com 60° de esconsidade – APOIOS FLEXÍVEIS

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envolvória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envolvória

Torção
Permanente

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios
Permanente

Móvel – Envoltória

11 ANEXO E - GRELHA – TRANSVERSINA NORMAL A LONGARINA

Solicitações nas Grelhas com 15° de esconsidade

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envolvória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envoltória

Torção
Permanente

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios
Permanente

Móvel – Envoltória

Solicitações nas Grelhas com 30° de esconsidade

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envoltória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envoltória

Torção
Permanente

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios Permanente

Móvel – Envoltória

Solicitações nas Grelhas com 45° de esconsidade

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envoltória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envoltória

Torção
Permanente

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios
Permanente

Móvel – Envoltória

Solicitações nas Grelhas com 60° de esconsidade

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envolvória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envolvória

Torção
Permanente

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios
Permanente

Móvel – Envoltória

12 ANEXO F - GRELHA – SEM TRANSVERSINAS

Solicitações nas Grelhas com 0° de esconsidade

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envoltória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envoltória

Torção
Permanente

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios
Permanente

Móvel – Envolvória

Solicitações nas Grelhas com 15° de esconsidade

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envoltória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envoltória

Torção
Permanente

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios Permanente

Móvel – Envoltória

Solicitações nas Grelhas com 30° de esconsidade

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envoltória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envoltória

Torção
Permanente

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios
Permanente

Móvel – Envoltória

Solicitações nas Grelhas com 45° de esconsidade

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envolvória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envoltória

Torção

Permanente

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios Permanente

Móvel – Envoltória

Solicitações nas Grelhas com 60° de esconsidade

Longarina
Momento Fletor
Permanente

Móvel – Envoltória

Força Cortante
Permanente

Móvel – Envoltória

Permanente

Torção

Móvel – Envoltória

Reações nos Apoios
Permanente

Móvel – Envoltória