PATRÍCIA ALMEIDA LIPENER

CONSIDERAÇÕES SOBRE VIBRAÇÕES LIVRES EM PONTES

São Paulo

2018

PATRÍCIA ALMEIDA LIPENER

Considerações sobre vibrações livres em pontes

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências.

Orientador:

Prof. Dr. Reyolando M.L.R.F. Brasil

São Paulo

2018

PATRÍCIA ALMEIDA LIPENER

Considerações sobre vibrações livres em pontes

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Mestre em
Ciências.

Área de Concentração:
Engenharia de Estruturas.

Orientador:
Prof. Dr. Reyolando M.L.R.F. Brasil

São Paulo
2018

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.	
São Paulo, <u>03</u> de <u>janeiro</u> de <u>2018</u>	
Assinatura do autor:	<u>Patricia Almeida Kifecor</u>
Assinatura do orientador:	<u>[Assinatura]</u>

Catlogação na publicação

Serviço de Biblioteca e Documentação

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Lipener, Patricia Almeida
Vibrações livres não amortecidas em pontes / P. A. Lipener -- versão corr. -- São Paulo, 2018.
62 p.
Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.
1.Tabuleiro de pontes I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t.

DEDICATÓRIA

A minha mãe, familiares, professores e amigos pelo apoio e paciência.

Dedico esse trabalho especialmente ao meu irmão, por toda ajuda e atenção.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Prof. Dr. Reyolando M.L.R.F. Brasil, pela orientação, confiança, disponibilidade e permanente apoio durante todo o trabalho.

A minha mãe, avó e irmão, que sempre me incentivaram e apoiaram nesta jornada.

À Diretoria e a todos os funcionários da USP, pelo apoio em todo o desenvolvimento do curso de especialização.

Agradecimentos a Bruno Rocco, Guilherme Wagner, Marian Cardani, Rafael Godinho, Felipe Junqueira, Paulo Souto, André Luis Gurgel Travassos de Moraes e Eduardo Lipener, pela ajuda no desenvolvimento do trabalho.

A todos que colaboraram de alguma forma para a execução deste trabalho.

OBRIGADA.

RESUMO

LIPENER, P. A.; Considerações sobre vibrações livres em pontes. São Paulo, 62f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 2018.

Pontes são estruturas denominadas obras de arte ou obras especiais, utilizadas em rotas e vias de comunicação, possibilitando que veículos atravessem obstáculos naturais ou artificiais como, por exemplo, rios. Tais estruturas são calculadas e construídas considerando os esforços aos quais serão submetidas em serviço e sua distribuição na estrutura. Além disso, também existe a necessidade de se avaliar as frequências naturais de vibração para garantir a segurança das mesmas. No presente trabalho são analisados alguns problemas relacionados às vibrações de pontes e viadutos em grelha, resultantes das variações de rigidez e massa nessas estruturas. Essa análise foi feita considerando-se que vibrações excessivas não condizem com o conforto humano e durabilidade da ponte. Ademais, para a estrutura é interessante fugir do efeito de ressonância, que acontece quando a frequência de excitação coincide com uma das frequências naturais de oscilação do sistema. Essa condição faz o sistema vibrar em amplitudes cada vez maiores, podendo causar inclusive a ruína. Para estudar formas de sair de uma frequência natural não amortecida indesejada, foi realizada uma pesquisa paramétrica das características dinâmicas deste tipo de estrutura, modificando parâmetros como rigidez (pela distribuição de longarinas e de transversinas), massa (devido à alteração das dimensões) e danos estruturais causados durante a vida útil da estrutura. Com intuito de estudar diversos modelos, foram adotadas três diferentes situações de projeto: superestrutura com variadas alturas de longarinas e transversinas, da qual foi possível concluir que a altura da longarina tem mais impacto na frequência natural não amortecida da estrutura que a transversina; pequenos defeitos ou danos na estrutura e o efeito de uma longarina rompida para os quais foram comparadas suas frequências naturais não amortecidas. As análises foram realizadas pelo Método dos Elementos Finitos, utilizando-se o programa comercial SAP2000.

Palavras-chave: Pontes; Longarinas; Transversinas; Vibrações Livres Não Amortecidas; Ressonância.

ABSTRACT

Bridges are structures sometimes referred as works of art or special works, used on routes and roads that allow vehicles to cross natural or artificial obstacles, such as rivers. Such structures are calculated and constructed considering the efforts to which they will be submitted in service and their distribution in the structure. In addition, there is also a need to evaluate the natural frequencies of vibration to ensure their safety. In the present study some effects were analyzed related to the vibrations of grid bridges and viaducts resulting from changes in stiffness and mass in these structures. This analysis was made considering that excessive vibrations are not consistent with human comfort and bridge durability. For the structure, it is interesting to stay away from the resonance effect, which occurs when the excitation frequency matches one of the natural frequencies of oscillation of the system. This leads to oscillation with increasing amplitudes which may cause even the ruin. In order to study several models, three different design situations were adopted: superstructure with varying heights of beams and crossbeams, from which it was possible to conclude that the height of the beams has more impact on the undamped natural frequency of the structure than the crossbeams; small defects or damage to the structure and the effect of a ruptured beam for which its undamped natural frequencies were compared. The analysis were performed using the Finite Element Method, using the SAP2000 commercial program.

Keywords: *Bridges, girders, crossbeams, undamped free vibrations, resonance.*

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	JUSTIFICATIVA	15
1.2	OBJETIVO.....	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
2.1	CONTEXTO HISTÓRICO.....	18
2.2	CONCEITUAÇÃO	19
2.2.1	PONTES.....	19
2.2.2	VIGAS	20
2.2.3	LAJES.....	23
2.2.4	CARREGAMENTOS	24
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	26
3.1	INTRODUÇÃO	26
3.2	VIBRAÇÃO LIVRE NÃO AMORTECIDA	28
3.3	ANÁLISE MODAL.....	30
3.4	RESSONÂNCIA	31
3.5	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).....	32
4	MATERIAL E MÉTODOS	34
4.1	METODOLOGIA.....	35
4.2	GEOMETRIA.....	36
4.2.1	PLANTA	37
4.2.2	SEÇÃO TRANSVERSAL	37
4.2.3	IDENTIFICAÇÃO DAS LONGARINAS.....	38
4.2.4	CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO	39
4.2.5	CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS	39

4.3	MODELO “INTACTO” COM DUAS TRANSVERSINAS	40
4.4	MODELO “ROMPIDO” COM DUAS TRANSVERSINAS – RETIRANDO UM ELEMENTO	41
4.5	MODELO “DANIFICADO” COM DUAS TRANSVERSINAS – REDUZINDO UM ELEMENTO	42
4.6	MODOS DE VIBRAÇÃO.....	43
4.6.1	PRIMEIRO MODO.....	44
4.6.2	SEGUNDO MODO	44
5	ANÁLISE DE RESULTADOS.....	46
5.1	MODELO “INTACTO” COM DUAS TRANSVERSINAS	46
5.1.1	PRIMEIRO MODO	46
5.1.2	SEGUNDO MODO.....	48
5.2	MODELO “ROMPIDO” COM DUAS TRANSVERSINAS – RETIRANDO UM ELEMENTO	50
5.3	MODELO “DANIFICADO” COM DUAS TRANSVERSINAS – REDUZINDO UM ELEMENTO	51
6	CONCLUSÃO.....	54
6.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	54
6.2	PROPOSTAS PARA NOVOS ESTUDOS.....	55
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 - EVOLUÇÃO DO CONGESTIONAMENTO NA CIDADE DE SÃO PAULO	18
FIGURA 2 - COMPONENTES EM UMA PONTE.	20
FIGURA 3 - VISTA FRONTAL E LATERAL, RESPECTIVAMENTE, DO TABULEIRO E VIGAMENTOS EM PONTES.	21
FIGURA 4 - CAMINHÃO ACIDENTADO EM VIADUTO NA ZONA OESTE.	22
FIGURA 5 - PONTE DA CASA VERDE, NA MARGINAL TIETÊ, COM AÇO EXPOSTO NA EXTENSÃO DA LONGARINA.	22
FIGURA 6 - CAÇAMBA DE CAMINHÃO PRESO NA PONTE DO PIQUERI.	23
FIGURA 7 - EXEMPLO DE LAJE EM CONSTRUÇÃO.	23
FIGURA 8 - RESPOSTA DINÂMICA AO LONGO DO TEMPO DA VIBRAÇÃO LIVRE NÃO AMORTECIDA.	28
FIGURA 9 - MODELO ESQUEMÁTICO DO TABULEIRO EM CENTÍMETROS.	37
FIGURA 10 - SEÇÃO TRANSVERSAL DA PONTE – CORTE A	38
FIGURA 11 - SEÇÃO TRANSVERSAL DA PONTE COM LONGARINAS NUMERADAS	38
FIGURA 12 - CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS.	40
FIGURA 13 - MODELO DO SAP2000 DO TABULEIRO COM DUAS TRANSVERSINAS INTERMEDIÁRIAS.	41
FIGURA 14 - LOCALIZAÇÃO DOS DANOS SIMULADOS NAS LONGARINAS.	41
FIGURA 15 - LOCALIZAÇÃO DAS LONGARINAS REDUZIDAS.	42
FIGURA 16 - PRIMEIRO MODO.	44
FIGURA 17 - MODELO DO SAP2000 DO TABULEIRO COM TORÇÃO.	44
FIGURA 18 - FREQUÊNCIA NATURAL NÃO AMORTECIDA EM FUNÇÃO DA VARIAÇÃO DAS LONGARINAS.	47
FIGURA 19 - FREQUÊNCIA NATURAL NÃO AMORTECIDA EM FUNÇÃO DA VARIAÇÃO DAS TRANSVERSINAS.	48

FIGURA 20 - FREQUÊNCIA NATURAL NÃO AMORTECIDA EM FUNÇÃO DA VARIAÇÃO DAS LONGARINAS.	49
FIGURA 21 - FREQUÊNCIA NATURAL NÃO AMORTECIDA EM FUNÇÃO DA VARIAÇÃO DAS TRANSVERSINAS.	50

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - ESTATÍSTICAS DE TRÂNSITO DA CIDADE DE SÃO PAULO.....	19
TABELA 2 - PROPRIEDADES DO CONCRETO.....	39
TABELA 3 - FREQUÊNCIAS NATURAIS NÃO AMORTECIDAS OBTIDAS VARIANDO-SE AS LONGARINAS.	46
TABELA 4 - FREQUÊNCIAS NATURAIS NÃO AMORTECIDAS OBTIDAS VARIANDO-SE AS TRANSVERSINAS.....	47
TABELA 5 - FREQUÊNCIAS NATURAIS NÃO AMORTECIDAS OBTIDAS VARIANDO-SE AS LONGARINAS.	49
TABELA 6 - FREQUÊNCIAS NATURAIS NÃO AMORTECIDAS OBTIDAS VARIANDO-SE AS TRANSVERSINAS.....	50
TABELA 7 - COMPARAÇÃO DOS MODOS ESTUDADOS.	51
TABELA 8 - COMPARAÇÃO DOS MODOS ESTUDADOS.	52
TABELA 9 - FREQUÊNCIA CRÍTICA PARA VIBRAÇÕES VERTICAIS PARA ALGUNS CASOS ESPECIAIS DE ESTRUTURAS SUBMETIDAS A VIBRAÇÕES PELA AÇÃO DE PESSOAS.....	53

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CET	Companhia de Engenharia de Tráfego
DNIT.....	Departamento Nacional De Infraestrutura De Transportes
MEF	Método dos elementos finitos
NBR	Normas brasileiras
UERJ.....	Universidade do Estado do Rio de Janeiro
UFPR.....	Universidade Federal do Paraná. Curitiba
USP	Universidade de São Paulo

LISTA DE SÍMBOLOS E NOMENCLATURAS

C	matriz de amortecimento
cm	centímetro
f	frequência
K	matriz de rigidez
K_n	rigidez generalizada
m	metros
mm	milímetros
M	matriz de massa
M_n	massa generalizada
MPa	MegaPascal
n	modos de vibração
p(t)	vetor de carregamento aplicado ao sistema
p_n(t)	força generalizada
t.....	tempo
T.....	período
tf	tonelada força
tf/m ³	tonelada força por metro cúbico
tf/dm ³	tonelada força por decímetro cúbico
u	vetor de deslocamentos
ū	vetor de velocidade
ü	vetor de aceleração
ω	frequência angular
y	coordenadas normais ou modais
φ	forma do modo de vibração

No decorrer do trabalho expressões matemáticas serão apresentadas da seguinte forma:

- Vetores em letras minúsculas em negrito;
- Matrizes em letras maiúsculas em negrito.

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho foi realizado com o intuito de analisar e comparar as frequências naturais não amortecidas em uma ponte em grelha, com diferentes dimensões de longarinas e transversinas e com a presença de danos estruturais simulados no software SAP2000. São apresentados os resultados de cálculos dos vários modelos e seus comparativos. Para tanto, o trabalho foi dividido em enfoques principais:

Inicialmente, é feita a apresentação e justificativa do trabalho, sendo também relatados os objetivos do estudo.

Em seguida são apresentados os fundamentos teóricos essenciais à compreensão da pesquisa, juntamente com o contexto no qual se observa a presença de pontes, e a importância do projeto em questão.

Na sequência são relatados os métodos que foram utilizados na elaboração dos cálculos. São apresentadas as hipóteses e considerações feitas, os algoritmos de cálculo e modelos matemáticos adotados.

Posteriormente são dispostos todos os resultados dos cálculos realizados e a análise do projeto com relação à eficiência da utilização de transversinas em pontes. Não foram objetos de estudo as influências da meso e da infraestrutura das pontes nos esforços na superestrutura.

No final, estão as conclusões do trabalho e comentários feitos de acordo com todos os resultados obtidos. Estão, também, expressas sugestões para trabalhos futuros.

1.1 JUSTIFICATIVA

Pontes têm grande papel no que tange aos avanços de infraestrutura no Brasil. É possível notar uma modificação nos projetos atuais quanto à transversinas. Seu uso é assunto polêmico no dimensionamento de pontes. De acordo com Fulgêncio, Paula e Azevedo (2014), o emprego de vigas longarinas em pontes muitas vezes requer o uso de vigas transversinas e elas demandam um relevante esforço para sua execução, por serem geralmente concretadas *in loco*. Assim, é necessário considerar o efeito de grelha sobre os esforços e deformações na hora de analisar o projeto.

Nos últimos anos é prática cada vez mais usual a execução de tabuleiros de pontes em concreto armado sem a presença de vigas transversinas. Fulgêncio, Paula e Azevedo (2014) concluiu, como Alves (2010), que a utilização de transversinas, do ponto de vista de solicitações e deformações da ponte, não é considerada compensadora. Partindo então da hipótese de que estaticamente as transversinas não são necessárias, buscou-se descobrir sua influência nas vibrações da estrutura, para tentar justificar de sua utilização.

Muitas pontes existentes foram construídas há muitos anos e durante sua vida útil estas foram por vezes acidentadas. Os acidentes considerados para essa pesquisa são aqueles em que um caminhão, por exemplo, ao passar pela via inferior à ponte, danifica a longarina por ter mais altura do que é permitido na via. Esses acidentes provocam danos na estrutura, que podem ser de uma pequena parte do concreto rompido até um rompimento completo na longarina. Com intenção de simular esses danos, diferentes modelos foram analisados com presença de danos e com o rompimento da longarina. Cada caso desses foi estudado para danos em diferentes posições.

Rytter (1993) apresenta um processo para identificação de um dano em quatro níveis. O nível 1, intenção do presente trabalho, é detecção de um dano existente na estrutura e pode ser realizado por algumas técnicas. Uma delas é pela mudança nas frequências naturais. Doebling, Farrar e Prime (1998) destacam duas desvantagens desse método. A primeira é que em muitos casos há uma baixa sensibilidade da mudança de frequência, dependendo do dano, sendo necessários altos níveis de danificações ou equipamentos muito precisos. A outra desvantagem é que, nem sempre a identificação do dano pode ultrapassar o Nível 1 da análise, não tendo grandes possibilidades de ser localizado que seria o Nível 2 da escala de Rytter, (JULIANI, 2014).

Acredita-se que, com esse trabalho, pesquisas futuras no campo de análise dinâmica experimental possam ser incentivadas. Espera-se, também, que estruturas com problemas de ressonâncias tenham suporte para modificar parâmetros do projeto e evitar a excitação crítica.

1.2 OBJETIVO

Foram calculadas, neste projeto, as frequências naturais não amortecidas e modos de vibrações em pontes em grelha. Procurou-se verificar, com este estudo, a influência das transversinas e a presença de danos sobre o comportamento dinâmico dessas estruturas. Além disso, foram variados parâmetros para análise de vibrações em casos específicos. Sendo assim, podem-se dividir os objetivos deste trabalho nos tópicos a seguir:

- Objetivo geral
Estudar problemas de vibrações em de pontes e viadutos em grelha.
- Objetivo específico
Comparar o comportamento das vibrações em pontes, variando a rigidez.
 - Em cenários para pontes com diferentes dimensões de longarinas e transversinas (variação de área e inércia);
 - Pela presença de danos estruturais.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CONTEXTO HISTÓRICO

A mobilidade em grandes centros urbanos passa por uma crise. De acordo com Cintra (2008), o acesso a eles é um grande desafio aos planejadores. Verifica-se o crescimento da necessidade de novas vias, avenidas e, conseqüentemente, pontes e viadutos. Isto é visível por meio da observação do aumento dos congestionamentos. Resolver o problema é uma questão não apenas de conforto e bem-estar, mas também ambiental, social e econômica. O trânsito é um dos problemas que mais afeta a população atualmente e a qualidade futura da mobilidade urbana depende de soluções.

Uma das alternativas para mitigar o problema do trânsito é a construção de novas pontes e viadutos, que proporcionem maior flexibilidade à malha viária, uma vez que são, indubitavelmente, alternativas para diminuir distâncias, superar barreiras topográficas e outros obstáculos (LIPENER e BRASIL, 2018).

Figura 1 - Evolução do congestionamento na cidade de São Paulo

Fonte: RIBEIRO e BURGARELLI (2016)

A evolução dos congestionamentos pode ser observada na **Figura 1**, reproduzida do site da Mobilize.

A **Tabela 1**, reproduzida de Cintra (2008), também ilustra o crescente número

de veículos nas ruas de São Paulo e a evolução do trânsito ao longo dos anos.

Tabela 1 - Estatísticas de Trânsito da cidade de São Paulo.

	2000	2004	2008
Congestionamento das 8 horas às 11 horas (em km)	58,5	80,2	110,0
Congestionamento das 17 horas às 20 horas (em km)	110,8	133,1	160,0
Congestionamento das 20 horas às 21 horas (em km)			160,0
Total km congestionados	507,9	639,9	970,0
2 pistas de 3 vias	6	6	6
Comprimento veículo (m)	5	5	5
Total de veículos parados	609480	767880	1164000
Pessoas por veículo	3	3	3
Trabalhadores ociosos por hora	1828440	2303640	1492000
Custo de uma hora trabalhada por pessoa (R\$)	15,11	24,15	30,15
Dias de trabalho por ano	253	253	253
Total	6991996050	14076392149	26634296801

Fonte: CINTRA (2008)

Contudo, além de considerarmos a limitação espacial, existem fatores que restringem a construção de pontes, bem como o custo para a construção ou a quantidade de matéria prima nelas empregada. Levando isto em consideração, procura-se usar sempre o projeto que economize o material ao máximo sem, contudo, diminuir a segurança.

As pontes com longarinas são muito utilizadas e as transversinas intermediárias aparecem com frequência, principalmente em obras antigas. As pontes e viadutos mais encontrados têm sua estrutura com longarinas, podendo apresentar ou não transversinas intermediárias.

2.2 CONCEITUAÇÃO

2.2.1 Pontes

Pontes são, normalmente, estruturas constituídas de concreto e aço, juntamente com materiais usados para vedação e revestimento, segundo Pfeil (1990), criadas para unir duas vias separadas por obstáculos naturais ou artificiais como rios, vãos ou encostas. Pontes que transpõe obstáculos não constituídos por água são denominadas viadutos.

A Figura 2 ilustra os componentes principais encontrados em uma ponte.

Figura 2 - Componentes em uma ponte.

Fonte: MASON (1977)

Segundo Mason (1977), as fundações, as estruturas intermediárias e os blocos de fundação, são os componentes da ponte que recebem os esforços da mesoestrutura, ou seja, a infraestrutura recebe os esforços provenientes da superestrutura por meio da mesoestrutura.

A superestrutura é o elemento que recebe os esforços diretamente de carregamentos, veículos e pedestres. Nota-se, também, na Figura 2, a presença de acessos, que são responsáveis pela entrada e saída de tráfego.

2.2.2 Vigas

Como é possível observar na Figura 3, a superestrutura é composta pelo tabuleiro, também chamado de pista de rolamento e submetido diretamente aos esforços do tráfego. Esses esforços se distribuem nos vigamentos principais, chamados de longarinas, que são as vigas situadas ao longo da estrutura da ponte.

Algumas pontes possuem os vigamentos secundários, chamados de transversinas, que são destinadas a enrijecer ou distribuir a carga sobre as longarinas.

Figura 3 - Vista frontal e lateral, respectivamente, do tabuleiro e vigamentos em pontes.

Fonte: (Mason, 1977)

Uma segunda parte do trabalho testa a frequência natural não amortecida de vigas danificadas. Os danos estudados aparecem com frequência nas estruturas, como pode ser visto também no trabalho de Juliani, 201. Por exemplo, na cidade de São Paulo dois caminhões por mês se acidentam em pontes e viadutos (BANDNEWS; 2016), danificando principalmente longarinas como pode ser visto na Figura 4.

Segundo a Companhia de Engenharia de Tráfego (CET), é recomendada a colocação de sensores de altura e de vigas de sacrifício, que são estruturas metálicas colocadas antes que os caminhões entrem em locais onde não conseguirão passar.

Figura 4 - Caminhão acidentado em viaduto na Zona Oeste.

Fonte: BANDNEWS (2016)

De acordo com Prefeitura de São Paulo, além das infiltrações, é possível encontrar longarinas com aço exposto em pontes e viadutos das Marginais Tietê e Pinheiros, devido à passagem de caminhões com excesso de altura, pois estes veículos rompem o concreto e o aço fica à mostra, sem proteção, como também pode ser visto na Figura 5. Essa imagem é um exemplo de danificação da estrutura que será simulado nos cálculos a seguir. Como pode ser visto, o dano se estende normalmente no comprimento da longarina.

Figura 5 - Ponte da Casa Verde, na Marginal Tietê, com aço exposto na extensão da longarina.

Fonte: BANDNEWS (2016)

No quesito dimensão é possível notar que essas colisões podem provocar danos de variáveis larguras e alturas. Não seria possível mensurar tantas

intensidades.

Na dificuldade de simular todos os possíveis casos foram adotados neste trabalho, arbitrariamente, dois. Um em que a longarina estaria completamente rompida, e outro em que a parte danificada teria dimensão de 30x50cm, simulando algo semelhante a um dos danos da Figura 6.

Figura 6 - Caçamba de caminhão preso na Ponte do Piqueri.

Fonte: G1 (2016)

2.2.3 Lajes

Lajes são os elementos da superfície que recebem as ações aplicadas na estrutura, normalmente pessoas ou carros. As ações são distribuídas na laje dependendo da forma que foram aplicadas, e são transmitidas das lajes para as vigas. Um exemplo está disposto na Figura 7.

Figura 7 - Exemplo de laje em construção.

Fonte: VERÍSSIMO e JUNIOR (1998)

2.2.4 Carregamentos

Ao se dimensionar uma ponte e efetuar os cálculos das quantidades de armação e concreto que serão necessárias, por exemplo, devem-se considerar os tipos principais de carregamento existentes.

- Carregamentos permanentes;

Referem-se ao peso exercido pelos componentes da ponte, que compreendem a quantidade de concreto e aço a ser utilizada na estrutura.

- Impacto vertical e lateral;

Relacionam-se com irregularidades na pista, efeitos da mobilidade sobre a mesma. Para o caso de ferrovias considera-se o efeito lateral das rodas das composições.

- Força longitudinal;

Esta é devida à aceleração e frenagem de veículos e trens sobre as pontes. Em ambas as situações, as rodas do veículo sofrem a ação do atrito da pista que deve ser levado em conta para que as mesmas não derrapem causando acidentes.

Os fatores de atrito levados em conta dependem da finalidade da ponte e o peso dos veículos que a atravessam.

- Força centrífuga;

Levada em conta em projetos de pontes em curvas, sendo a velocidade, peso, e constantes numéricas a serem considerados nos cálculos determinados por normas específicas.

- Vento;

Em alguns casos, pressões do vento, exercidas transversalmente na ponte, podem ser encontradas por meio de ensaios em túneis aerodinâmicos.

- Demais considerações;

Para cada ponte, de acordo com suas especificações, devem ser considerados efeitos térmicos, empuxos, atritos exercidos nos apoios, movimento das fundações.

- Carregamentos móveis;

Para pontes rodoviárias, considera-se um veículo de carregamento pré-definido circundado de multidão. Este veículo é chamado de trem-tipo e seu peso e dimensão são definidos com base na norma NBR 7188:2013.

É notável a constante modificação dos critérios de carregamento móvel, hoje

descritos na norma NBR 7188:2013 Carga Móvel em Ponte Rodoviária e Passarela de Pedestre. No período de 1943 a 1960 (NB6/43) o cálculo para o caso mais crítico era feito ou para um veículo compressor que possuía 24tf ou para um caminhão com 12tf que deveria transitar na ponte acrescido de uma multidão. Já no período de 1960 a 1984 (NB6/60) as pontes passaram a ser projetadas para a carga advinda de um veículo com 36tf além da multidão.

Atualmente, a norma em vigor, NBR 7188:2013, coloca como trem tipo de projeto um veículo de 45tf, além da multidão. Com essa modificação crescente é visível o aumento das massas a considerar na análise dinâmica.

Neste estudo, não foram avaliados os efeitos da massa desses veículos sobre as vibrações desse tipo de estrutura. Com o presente estudo, avaliou-se o comportamento dinâmico de uma ponte em grelha, com diferentes dimensões de longarinas e transversinas, verificando se em alguma delas é possível obter um melhor desempenho em vibrações.

Outro efeito importante sobre o comportamento dinâmico de pontes e viadutos, que foi verificado, é a ocorrência de danos ao longo da vida útil das estruturas, os quais podem alterar consideravelmente as frequências naturais não amortecidas e modos de vibração dessas estruturas. Este é o foco deste trabalho, comparar casos de danos e o impacto que eles geram na análise dinâmica das estruturas.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 INTRODUÇÃO

A fundamentação teórica do problema dinâmico em pauta baseia-se nas referências BRASIL e SILVA (2013), CLOUGH e PENZIEN (2003), CHOPRA (2012), BACHMANN, AMMANN, DEISCH (1995).

Vibração é um movimento repetitivo de um corpo em torno de uma configuração de equilíbrio e pode ser livre, quando o movimento se origina em condições iniciais não triviais, e se mantém por causa das forças de inércia e forças elásticas, ou forçada, causada por ações externas.

As vibrações estruturais têm a seguinte equação de equilíbrio dinâmico (equação do movimento):

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{p}(t) \quad (1)$$

Onde:

- $\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} \rightarrow$ força de inércia
- $\mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} \rightarrow$ força de amortecimento
- $\mathbf{K} \mathbf{u} \rightarrow$ forças elásticas
- $\mathbf{p}(t) \rightarrow$ carregamento

A caracterização do comportamento dinâmico da estrutura requer a definição da:

- $\mathbf{M} \rightarrow$ matriz de massa
- $\mathbf{C} \rightarrow$ matriz de amortecimento
- $\mathbf{K} \rightarrow$ matriz de rigidez
- $\ddot{\mathbf{u}} \rightarrow$ vetor de deslocamento
- $\dot{\mathbf{u}} \rightarrow$ vetor de velocidade
- $\mathbf{u} \rightarrow$ vetor de aceleração
- $t \rightarrow$ tempo

As vibrações livres não amortecidas, caso que será estudado neste trabalho, têm a equação de equilíbrio dinâmico, dada por:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

levando à equação de frequências para o caso das vibrações livres:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \boldsymbol{\phi} = 0 \quad (3)$$

onde:

- $\omega \rightarrow$ frequência angular
- $\boldsymbol{\phi} \rightarrow$ caracteriza a forma do modo de vibração, não dependente do tempo

Além da solução trivial (nula), este sistema terá outras soluções não nulas se o respectivo determinante for zero (sistema indeterminado):

$$\det. (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) = 0 \quad (4)$$

Trata-se da Equação Característica do sistema para obter n soluções que são as frequências dos “ n ” modos de vibração do sistema. Como se sabe, verificam-se condições de ortogonalidade dos modos de vibração em relação à matriz de rigidez e a matriz de massa.

Os vetores nodais formam o espaço modal. Este pode constituir a base de outro espaço vetorial, caracterizado em termos dos n modos de vibração. As amplitudes do movimento dos modos serão as coordenadas generalizadas que permitirão caracterizar qualquer movimento.

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\phi}_1 y_1 + \boldsymbol{\phi}_2 y_2 \dots \boldsymbol{\phi}_n y_n \quad (5)$$

$y_i, \text{ c/ } i = 1, 2, \dots, n$

onde y são coordenadas normais ou modais

Substituindo na equação original de movimento (1), sem amortecimento, tem-se:

$$\boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_n \ddot{\mathbf{u}} + \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_n \mathbf{u} = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{p}(t) \quad (6)$$

Portanto, para o modo n :

$$\mathbf{M}_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_n \rightarrow \text{massa generalizada}$$

$$\mathbf{K}_n = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_n \rightarrow \text{rigidez generalizada}$$

$$\mathbf{p}_n(t) = \boldsymbol{\phi}_n^T \mathbf{p}(t) \rightarrow \text{força generalizada}$$

ou seja:

$$\mathbf{M}_n \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_n \mathbf{u} = \mathbf{p}_n(t) \quad (7)$$

A Eq. (7), para cada modo, é uma equação do movimento de um só grau de liberdade, cuja solução é obtida por via analítica ou numérica.

Para se resolver a equação (3), o SAP2000, programa adotado neste trabalho, utiliza o método de iteração de subespaço (BATHE, 1982) que pressupõe

uma decomposição da matriz de rigidez, variável com a frequência (PIÑA, 2010). Os autovalores encontrados são as frequências naturais da estrutura (ao quadrado), em radianos por segundo, e os autovetores são os seus respectivos modos de vibração (PICORELLI, 1991).

Como dito, o programa usa um método de iteração por subespaços para os valores e vetores próprios da estrutura. Esse método é amplamente utilizado para grandes estruturas, quando o interesse é calcular um número relativamente pequeno de valores próprios entre todos os possíveis valores próprios n , onde n corresponde ao número de graus de liberdade do sistema.

O número de autovalores e autovetores próprios que o programa realmente calcula é sempre maior que o número especificado pelo utilizador do sistema. O objetivo do método é iterativamente convergir para o subespaço definido pelos vetores próprios para mais tarde determinar os autovalores (LÓPEZ, 2003).

A determinação das frequências naturais é um pré-requisito para qualquer cálculo dinâmico, sendo utilizado depois numa eventual análise forçada, caso necessário.

3.2 VIBRAÇÃO LIVRE NÃO AMORTECIDA

Com a ausência da força dinâmica $p(t)$ a solução homogênea da equação do movimento é a resposta em vibração livre.

Ressalta-se que para este trabalho o caso estudado é o sistema com vibração livre não amortecida. Com isso, para cada modo de interesse é possível determinar a frequência natural não amortecida, considerando $c=0$ na equação de movimento, que representa a maneira que a estrutura não amortecida preferencialmente vibra.

Cada modo representa uma possível forma de vibração. Na Figura 8 é possível ver a resposta dinâmica clássica ao longo do tempo para uma vibração livre não amortecida.

Figura 8 - Resposta dinâmica ao longo do tempo da vibração livre não amortecida.

Fonte: CLOUGH e PENZIEN (2003)

Na Figura 8, nota-se que a amplitude máxima do movimento é constante no tempo, pois não existe dissipação de energia no sistema que, no caso, seria o amortecimento.

Pode-se descrever o período do movimento por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (8)$$

Por consequência, a frequência natural cíclica é:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (9)$$

Veloza (2009) conceitua outros tipos de vibrações e explica como funciona a análise modal, como se segue.

- **Vibrações Amortecidas** – com a presença de forças dissipativas o sistema tende a retornar à sua posição de equilíbrio original. Trata-se de um movimento oscilatório em torno da posição de equilíbrio, até que se atinja o repouso. Dependendo do valor do amortecimento, se for maior ou igual ao crítico, pode não ocorrer vibrações. O amortecimento, em estruturas de concreto, é considerado baixo, inferior a 2% do crítico para pontes em geral, Bachmann, Ammann, Deisch (1995) e Pravia E Braidó (2016). Por possuir tal ordem de grandeza, pode ser desprezado numa avaliação de vibrações livres.

- **Vibrações forçadas** – ações devido a uma ação periódica ou não periódica aplicada ao sistema. Como uma análise de vibrações forçadas depende do conhecimento da variação temporal dos carregamentos e, essa variação não é explicitamente dada

nas normas brasileiras.

Assim, neste trabalho, não foi possível definir um carregamento dinâmico e optou-se por estudar apenas vibrações livres não amortecidas. Além disso, o caso adotado caracteriza as propriedades dinâmicas da estrutura, além de ser um bom indicador de problemas geométricos e danos na estrutura.

3.3 ANÁLISE MODAL

Para determinar os modos de vibração, e assim entender o comportamento da estrutura, será utilizada a análise modal. O número de modos desejados pode ser especificado no programa SAP2000 que será usado para cálculo.

Estes modos podem ser utilizados posteriormente como base para uma superposição modal, nos casos de análise para um *response-spectrum* (ou espectro de resposta), que relaciona as características dinâmicas da estrutura, definida pela frequência própria e pelo coeficiente de amortecimento com o pico da resposta da estrutura para àquela ação (TEIXEIRA, 2010).

Poderia ser feita uma *modal time-history*, um passo-a-passo da resposta dinâmica da estrutura devido a um carregamento especificado que pode variar com o tempo. Pode ser feita por integração numérica ou superposição modal (LIMA, 2013).

Também seria possível realizar a denominada análise dinâmica transiente, usada para encontrar a resposta de uma estrutura à carga arbitrária e variável no tempo (MARINHO, 2002).

Listam-se a seguir, dois métodos de análise modal:

- Eigenvector – autovalor e autovetor. Determina os modos de vibrações livres e não amortecidas e as frequências do sistema.
- Ritz-vector – levam em consideração a distribuição espacial do carregamento dinâmico, ao passo que o uso direto dos formatos de modos naturais negligenciam essa informação. Pela descrição de Clough E Penzien

(2003), tenta encontrar os modos de vibração excitados por um carregamento particular.

A análise modal é sempre linear. Um caso de análise modal pode ser baseado na rigidez de toda a estrutura não carregada, ou sobre a rigidez do fim da análise de um caso não linear.

Em pontes a análise não linear é comum em estruturas altas, delgadas, com grandes vãos, pênseis e estaiadas. Uma análise de primeira ordem é normalmente adequada para curtos e médios vãos (AKKARI, DUAN, 2000). Assim, os efeitos da não linearidade não serão objeto de estudo no presente trabalho.

3.4 RESSONÂNCIA

Ao se projetar uma ponte, os cálculos estruturais devem ser feitos a fim de que ela suporte todos os esforços nela empregados de forma que ofereçam satisfatórias condições de segurança com relação à sua ruptura, com os Estados Limites Últimos (ELU), e adequadas de serviço, associadas aos Estados Limites de Serviço (ELS) (ALMEIDA, 2006).

Um Estado Limite de Serviço é o de vibrações excessivas (ALBUQUERQUE; KRAMAR, 2015). Essas vibrações estão presentes na maioria das estruturas e são indesejáveis, pois causam movimentos desnecessários, ruídos, tensões dinâmicas, desconforto e sensação de insegurança para os usuários.

Pontes possuem frequências naturais de oscilação que podem ser excitadas de forma periódica por agentes externos (passagem dos carros, andar de uma ou várias pessoas e até mesmo o vento). Dependendo da frequência de excitação pode ocorrer o fenômeno chamado ressonância. Este acontece quando a frequência de excitação coincide com uma das frequências naturais de oscilação do sistema físico, o que faz o sistema vibrar com amplitudes cada vez maiores (KÜSTER E SARTORI, 2011).

O fenômeno é causado pela transferência de energia de um sistema oscilante para outro, ou seja, superposição de ondas que alteram a energia do sistema, modificando sua amplitude.

Este fenômeno é indesejável nas estruturas da construção civil, pois um

rápido aumento da amplitude de vibração de uma estrutura pode levar a deslocamentos excessivos, desconforto e inclusive à ruína. Tendo em vista tudo isso, o projeto final de uma ponte deve levar em conta não só a segurança por esforços estáticos como aos dinâmicos e os aspectos de limitação de serviço.

3.5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

A análise dinâmica de uma estrutura pode ser feita de diferentes maneiras. Para o presente trabalho, será realizada por meio de um *software* computacional, o SAP2000, fundamentado no MEF, com base em seu Manual (2011).

No SAP2000, a modelagem matemática e a simulação numérica envolve uma grande quantidade de equações matriciais. A quantidade de equações depende da precisão desejada. Quanto maior a discretização estrutura por divisão em elementos maior o número de equações.

Somente com o auxílio de sistemas computacionais é possível obter uma resposta satisfatória num curto período de tempo (VELOZA, 2009). Assim, justifica-se aqui o uso de *softwares* para este trabalho.

Nas últimas décadas, a área da computação e de programas computacionais tem apresentado grandes avanços, especialmente os programas que utilizam o método dos elementos finitos. De acordo com Ajeje, Penna e Pitangueira (2011), modelos discretos do Método dos Elementos Finitos (MEF) permitem obter soluções aproximadas para condições geométricas de contorno e de carregamentos genéricos. Esse método, utilizado no mundo todo, é uma ótima ferramenta em projetos estruturais e é baseado na simulação de um sistema discretizado de equações matriciais que representam as características de rigidez e massa de uma estrutura.

As malhas, divisões da geometria em diversas áreas ou volumes discretos, limitados por nós e conectados por interpolação (FRISWELL; MOTTERSHEAD, 2010), permitem a construção de geometrias complexas, por sua flexibilidade, pois as matrizes de rigidez e massa são montadas a partir das contribuições de cada um dos elementos finitos.

Assim, tensões e deformações e esforços internos do elemento, podem ser calculados considerando que esses campos são contínuos no interior dos

elementos. Esse elemento pode ser um sólido 3D (três dimensões), bidimensional (chapas, placas e cascas) ou uniaxial (treliça, viga). As funções interpoladoras são comumente polinomiais, podendo ter aproximação linear ou quadrática (JULIANI, 2014).

Os detalhes do modelo, como o número de nós da malha, tipos de elementos, condição de contorno e a consideração dos graus de liberdade a serem utilizados definem o número de graus de liberdade da análise. Esse número muitas vezes é grande de modo que a precisão do método é proporcional a essa quantidade.

Assim, softwares computacionais são ferramentas de grande utilidade, que agilizam a obtenção dos resultados, como o programa SAP2000 que, com base no método dos elementos finitos, permite calcular a frequência natural não amortecida da estrutura em poucos segundos, facilitando a repetição de cálculos com variadas hipóteses gerando assim quantidade de dados suficiente para efeitos de comparação.

4 MATERIAL E MÉTODOS

Neste capítulo, primeiramente, serão apresentadas as características da ponte a ser analisada, tais como seção transversal, planta e geometria. A seguir, detalhou-se o desenvolvimento de modelos numéricos de elementos finitos, utilizando um programa comercial de Elementos Finitos, o SAP2000.

Como afirmado em “Elaboração de Um Tutorial do SAP2000 para o Estudo de Vibrações Livres em Pórticos Espaciais”, de Santos et al (2007), o *software* foi escolhido por ser uma ferramenta comumente utilizada em escritórios de engenharia estrutural além de ser extremamente potente e oferecer recursos para análise estática e dinâmica possibilitando simulações de estruturas (LIMA, 2013), como a estudada nesse trabalho.

A parte tecnológica desta pesquisa tem por referências básicas as Normas da ABNT e textos clássicos de ponte e concreto armado, com Pfeil (1997), Sussekind (1980), citados nas referências anexas.

Antes de realizar as análises, o modelo apresentado deveria ser validado, conforme Kwasniewski (2009) explica em seu artigo sobre modelos computacionais. No entanto essa análise não será feita por não ser o foco deste trabalho. De acordo com o artigo de Salawu e Williams (1993), inúmeras razões justificariam a validação com testes dinâmicos em grande escala tais como: aumentar a base de dados sobre o comportamento de estruturas, determinar integridade de estruturas após sobrecargas, validar modelos teóricos, monitorar a condição da estrutura medindo sua resposta dinâmica modificando parâmetros como massa, rigidez e amortecimento e coletar informações sobre o desempenho da estrutura para futuros projetos. Isso porque as estruturas poderiam ficar comprometidas após danos causados e parte de sua segurança e vida útil depende de mensurá-los. Para isso, pode-se classificar o grau de excitação causado e a frequência natural da estrutura. Essa análise pode ser feita por meio de um software de elementos finitos, mas cabe a ensaios validar os valores e calibrar os modelos.

Para comparação de parâmetros modais, como frequências de ressonância (naturais), modos de vibração (cada modo associado a um valor de amortecimento que é uma medida de dissipação de energia) e valores de amortecimento modal vale

ressaltar que ensaios em escala real podem apresentar divergências por conta de imprecisões ou fatores externos e ambientais. A análise de uma estrutura pode ser feita com carregamento de serviço, caso de excitação simples e de fácil indução. Outros tipos de indução forçada também são possíveis, porém o início desse ensaio é mais complexo.

O resultado, no entanto, é mais fácil de comparar com um cálculo computacional, pois a vibração induzida é mais previsível e mensurável. Os resultados dos testes, expostos no artigo de Salawu e Williams (1993), mostraram que o tamanho dos danos é proporcional à magnitude das alterações de parâmetros.

Além disso, com a facilidade de alteração paramétrica que os softwares possibilitam, pode-se medir a resposta dinâmica mesmo com a presença de danos simulados compatibilizando o modelo com a escala real. Independentemente da forma de excitação adotada o ensaio dinâmico em grande escala de estruturas pode fornecer informações valiosas para monitorar a integridade das pontes, seu desempenho e comportamento de serviço. Seria interessante para pesquisas futuras a validação do modelo que será apresentado bem como a comparação dos resultados encontrados com os de um modelo de escala real.

Neste capítulo diferentes configurações da estrutura serão comparadas e analisadas.

4.1 METODOLOGIA

Para alcançar os objetivos propostos foi aplicada a metodologia que se segue.

- a) Modelagem de uma ponte usual, em grelha, com duas transversinas, no programa SAP2000;
- b) Cálculo dos primeiros dois modos naturais da ponte e suas frequências não amortecidas, com diversos casos de alturas de longarinas e transversinas, comparando-os;
- c) Simulação da estrutura com uma longarina rompida. Para cada longarina estudou-se um caso, verificando-se a frequência natural não amortecida;
- d) Simulação da estrutura com uma longarina danificada, porém não rompida. Para cada longarina estudou-se um caso e verificou-se a

frequência natural não amortecida;

- e) Comparação dos modos dos três casos acima, estrutura intacta, rompida e danificada.

4.2 GEOMETRIA

Adotou-se para esse estudo a ponte apresentada na Figura 9, com dimensões em planta de 11,96x39,90m, uma ponte em grelha. As longarinas e transversinas foram modeladas como vigas.

A laje foi modelada com o elemento “Shell” com 20cm de espessura. O elemento Shell é um tipo de elemento finito usado para simular estruturas com comportamento de membrana, placa ou casca no espaço tridimensional, independente da homogeneidade de sua espessura. Pode-se modelar o elemento Shell por duas teorias, quanto às deformações de esforço cortante, considerada na teoria de Reissner-Mindlin (aplicadas a placas espessas) e não considerada pela teoria de Kirchhoff (aplicadas a placas finas), (AJEJE, PENNA, PITANGUEIRA, 2011).

Com base no trabalho de Deslandes Junior (2009), adotou-se a formulação de casca espessa, pois a prática recomenda considerar as deformações por cisalhamento nos casos em que a relação L/t (comprimento/espessura) fica em torno de 20.

Ainda pensando em simular a laje em um modelo de elementos finitos, as características do elemento têm que satisfazer certas condições para assegurar que, com o refinamento da malha, os resultados computados venham a convergir para a solução analítica. Não é confiável o elemento que apresenta bons resultados para uma malha e quando esta malha é refinada, os resultados são outros (AJEJE, 2009).

Para garantir que o elemento represente adequadamente a malha, um teste para validação da formulação pode ser utilizado. A princípio este teste verifica simplesmente se uma discretização com elementos de tamanhos aleatórios reproduzia exatamente o comportamento de um material elástico quando submetido a deslocamentos compatíveis com deformação constante. Nesse teste, utiliza-se uma discretização com elementos de tamanhos aleatórios formando uma malha de propriedades constantes, de forma que ao menos um nó fique completamente

cercado por elementos. (AJEJE, 2009).

Neste trabalho, foi feita uma verificação simplificada comparando-se as frequências naturais não amortecidas da laje da ponte adotada, com uma malha regular de elementos quadrilaterais de 50x50cm e outra de 25x25cm. Os valores encontrados foram os mesmos, dentro da precisão adotada, verificando assim que o problema não tem dependência de malha, ou seja, a malha encontrou sua discretização mínima.

4.2.1 Planta

Na Figura 9 apresenta-se a planta da ponte adotada.

Figura 9 - Modelo esquemático do tabuleiro em centímetros.

4.2.2 Seção Transversal

A Figura 10 apresenta-se um corte da seção transversal, identificado na planta como corte A.

Figura 10 - Seção transversal da ponte – Corte A

4.2.3 Identificação Das Longarinas

Na Figura 11 apresenta-se o mesmo corte A da seção transversal, porem com as longarinas numeradas da maneira em que serão referidas no texto.

Figura 11 - Seção transversal da ponte com longarinas numeradas

4.2.4 Características do Concreto

O material adotado para o modelo foi o Concreto, com propriedades definidas conforme NBR 6118:2014: Projeto de Estruturas de Concreto, Tabela 2.

Tabela 2 - Propriedades do concreto.

Concreto	4000 psi
fck	27,6 MPa
fed	19,7 MPa
Massa específica	2400 kg/m ³
Modulo de elasticidade	25 GPa
Coefficiente de Poisson	0,2
Coefficiente de expansão térmica	9,9 x 10 ⁻⁶ C ⁻¹

O SAP2000 determina o peso próprio da estrutura independentemente de solicitação do usuário, mas como a análise modal independe de carregamento, esse peso é indiferente para o estudo, em teoria linear.

4.2.5 Características Geométricas

As longarinas da ponte possuem as configurações apresentadas na Figura 12 . A primeira geometria apresentada é das longarinas externas, identificadas na Figura 11 como 1 e 5. Já a segunda configuração é das longarinas internas, numeradas na mesma figura como 2. 3 e 4.

Figura 12 - Características geométricas.

A Norma NBR 7187:2003: Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido especifica que vigas T não tenham largura de alma inferior a 20 cm. As transversinas não são citadas na norma.

4.3 MODELO “INTACTO” COM DUAS TRANSVERSINAS

Inicialmente, o modelo possuía duas transversinas intermediárias, conforme a Figura 13. Foi chamado de intacto o modelo que não possui imperfeições geométricas.

Figura 13 - Modelo do SAP2000 do tabuleiro com duas transversinas intermediárias.

4.4 MODELO "ROMPIDO" COM DUAS TRANSVERSINAS – RETIRANDO UM ELEMENTO

Inicialmente, o modelo possuía duas transversinas intermediárias no programa SAP2000. Simulando imperfeições na longarina, foram introduzidos no modelo "danos". No caso, retirou-se um elemento de 50cm, valor arbitrário, simulando uma longarina quebrada.

A localização dos danos pode ser vista na Figura 14. Essa localização foi escolhida com intenção de analisar os dois vãos diferentes e as duas longarinas em posições e com dimensões diferentes

Figura 14 - Localização dos danos simulados nas longarinas.

CASO 1: Longarina externa com 0.5m de “falha” no vão 1 ou 3;

CASO 2: Longarina interna com 0.5m de “falha” no vão 1 ou 3;

CASO 3: Longarina externa com 0.5m de “falha” no vão 2;

CASO 4: Longarina interna com 0.5m de “falha” no vão 2.

As propriedades definidas foram as mesmas já apresentadas na Tabela 2 para o modelo anterior.

4.5 MODELO “DANIFICADO” COM DUAS TRANSVERSINAS – REDUZINDO UM ELEMENTO

Inicialmente, o modelo possui duas transversinas intermediárias no programa SAP2000 conforme a Figura 15, separando-o em vãos 1,2 e 3. Simulando imperfeições na longarina, foram introduzidos no modelo “danos”, no caso, reduzindo arbitrariamente em 30 cm a altura da longarina em uma faixa de 50cm, conforme imagens a seguir.

A localização dos danos pode ser vista na Figura 15 e foi a mesma adotada no caso anterior com a intenção de compará-los. A altura adotada para a parte da longarina simulada como danificada foi de 1,7m.

Figura 15 - Localização das longarinas reduzidas.

CASO 1: Longarina externa com redução de 30cm na altura no vão 1 ou 3;

CASO 2: Longarina interna com redução de 30cm na altura no vão 1 ou 3;

CASO 3: Longarina externa com redução de 30cm na altura no vão 2;

CASO 4: Longarina interna com redução de 30cm na altura no vão 2.

As propriedades definidas foram as mesmas já apresentadas para o modelo anterior.

4.6 MODOS DE VIBRAÇÃO

Os dois modos que serão analisados são os dois primeiros modos de vibração da estrutura.

- O primeiro modo: modo de flexão e
- O segundo modo: modo de torção.

Os modos de vibração de uma estrutura são ordenados por frequência (CLOUGH e PENZIEN, 2003). É possível justificar a escolha de analisar apenas os dois primeiros modos da seguinte forma:

- excitações são, em geral, de baixa frequência, (BRASIL e SILVA, 2013); tipicamente frequências de excitação de pontes são da ordem de 2 a 4Hz (BACHMANN, AMMANN, DEISCH, 1995).
- os primeiros modos, têm frequência mais baixa, menor energia e rigidez e, portanto são mais suscetíveis a excitações, levando a deformações locais e, conseqüentemente, as debilidades estruturais inerentes (KUROWSKI, P.; KUROWSKI, T., 2009);

4.6.1 Primeiro modo

O primeiro modo é um modo de flexão, como pode ser visto na Figura 16.

Figura 16 - Primeiro modo.

Para esse modelo a frequência natural não amortecida do primeiro modo foi retirada do programa para variadas alturas de longarinas. A variação se deu de 1,75m a 2,65m, a cada 15cm.

Analogamente, o processo foi feito para as transversinas.

4.6.2 Segundo modo

No segundo modo, apresentado na Figura 17, verificou-se também uma torção:

Figura 17 - Modelo do SAP2000 do tabuleiro com torção.

Também foram variadas alturas de longarinas. A variação se deu de 1,75m a 2,65m, a cada 15cm.

Analogamente, o processo foi feito para as transversinas.

5 ANÁLISE DE RESULTADOS

Na análise de resultados serão apresentados planilhas e gráficos comparativos das frequências naturais não amortecidas.

5.1 MODELO “INTACTO” COM DUAS TRANSVERSINAS

5.1.1 Primeiro Modo

Com uma altura arbitraria fixa de 1,75m na transversina variou-se a altura da longarina adotando-se 2,2m como uma altura inicial. As frequências naturais não amortecidas e respectivos períodos obtidos estão apresentados na Tabela 3 e graficamente na Figura 18.

Comparou-se a frequência natural não amortecida obtida para cada longarina com a de 2,2m, valor adotado como base, com intenção de saber qual a influência dos 15cm de altura na frequência natural não amortecida.

Tabela 3 - Frequências naturais não amortecidas obtidas variando-se as longarinas.

Altura da Transversina (m)	Altura da Longarina (m)	T (s)	f (Hz)	T %	f %
1,75	1,75	0,623	1,606	29,863	-22,995
	1,90	0,566	1,766	18,080	-15,311
	2,05	0,519	1,926	8,276	-7,644
	2,20	0,479	2,086	0,000	0,000
	2,35	0,446	2,245	-7,077	7,616
	2,50	0,416	2,403	-13,195	15,202
	2,65	0,391	2,560	-18,537	22,754

Figura 18 - Frequência natural não amortecida em função da variação das longarinas.

O resultado é coerente, pois alterando a dimensão vertical da longarina se modifica a massa e a rigidez. Ela entra linearmente na massa e ao cubo na rigidez, causando grande impacto no resultado. O contrário ocorre ao se alterar as dimensões das transversinas como pode ser visto a seguir.

Em seguida, são mostrados os resultados com a longarina com altura fixa de 2,2m e a transversina inicialmente com 1,75m de altura, alterada também a cada 15cm. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 4 e **Figura 19** a seguir.

Tabela 4 - Frequências naturais não amortecidas obtidas variando-se as transversinas.

Altura da Transversina (m)	Altura da Longarina (m)	T (s)	f (Hz)	T %	f %
1,30	2,2	0,477	2,097	-0,521	0,524
1,45		0,478	2,093	-0,348	0,349
1,60		0,479	2,089	-0,173	0,175
1,75		0,479	2,086	0,000	0,000
1,90		0,480	2,082	0,175	-0,174
2,05		0,481	2,079	0,348	-0,348
2,20		0,482	2,075	0,524	-0,521

Figura 19 - Frequência natural não amortecida em função da variação das transversinas.

Com a Figura 19 é possível visualizar que com o aumento da altura das transversinas as frequências naturais não amortecidas sofrem uma queda muito suave, aproximadamente a cada 15cm que se aumenta a frequência natural cai 0,17%. Com isso, pode-se explicitamente concluir, que as transversinas pouco interferem na vibração da estrutura, no primeiro modo.

5.1.2 Segundo Modo

Analogamente todo o processo foi feito para o segundo modo. As frequências naturais não amortecidas obtidas estão apresentadas na Tabela 5 e Figura 20 com variação de altura de longarinas.

Tabela 5 - Frequências naturais não amortecidas obtidas variando-se as longarinas.

Altura da Transversina (m)	Altura da Longarina (m)	T (s)	f (Hz)	T %	f %
1,75	1,75	0,505	1,979	21,163	-17,507
	1,90	0,472	2,116	13,189	-11,797
	2,05	0,443	2,257	6,235	-5,919
	2,20	0,417	2,399	0,000	0,000
	2,35	0,393	2,543	-5,875	6,003
	2,50	0,372	2,688	-10,791	12,043
	2,65	0,353	2,833	-15,348	18,091

Figura 20 - Frequência natural não amortecida em função da variação das longarinas.

Na Figura 20 é possível ver a variação da Frequência natural não amortecida em função das longarinas. O resultado era esperado, pois alterando a dimensão da longarina se modifica a massa e a rigidez, como comentado.

Apresentam-se então os resultados para a variação das alturas das transversinas. As frequências naturais não amortecidas obtidas estão apresentadas na Tabela 6 e Figura 21.

Tabela 6 - Frequências naturais não amortecidas obtidas variando-se as transversinas.

Altura da Transversina (m)	Altura da Longarina (m)	T (s)	f (Hz)	T %	f %
1,30	2,2	0,4160	2,404	-0,216	0,208
1,45		0,4162	2,402	-0,154	0,125
1,60		0,4165	2,401	-0,079	0,083
1,75		0,4169	2,399	0,000	0,000
1,90		0,4172	2,397	0,086	-0,083
2,05		0,4176	2,395	0,175	-0,167
2,20		0,4180	2,393	0,266	-0,250

As diferenças de períodos foram tão menores que mal puderam ser detectadas em três casas decimais. Por exemplo, para a variação de 15 cm a frequência se alterou 0,083% enquanto na figura anterior esse valor é da ordem de 6%.

Figura 21 - Frequência natural não amortecida em função da variação das transversinas.

As transversinas, portanto, não afetam substancialmente esse segundo modo.

5.2 MODELO “ROMPIDO” COM DUAS TRANSVERSINAS – RETIRANDO UM ELEMENTO

Os dois modos foram comparados com dimensões de transversinas e longarinas fixas, conforme Tabela 7. Os CASOS comparados são os definidos na Figura 14, página 41.

Tabela 7 - Comparação dos modos estudados.

RETIRANDO O ELEMENTO

1º MODO

Modelo	Altura da Transversina (m)	Altura da Longarina (m)	T (s)	f (Hz)	T %	f %
"Intacto"			0,480	2,082	0,000	0,000
"Rompido" CASO 1			0,516	1,937	7,408	-6,945
"Rompido" CASO 2	1,75	2,2	0,494	2,020	2,829	-2,958
"Rompido" CASO 3			0,598	1,673	24,456	-19,652
"Rompido" CASO 4			0,525	1,903	9,375	-8,572

2º MODO

Modelo	Altura da Transversina (m)	Altura da Longarina (m)	T (s)	f (Hz)	T %	f %
"Intacto"			0,417	2,399	0,000	0,000
"Rompido" CASO 1			0,439	2,280	5,276	-4,977
"Rompido" CASO 2	1,75	2,2	0,418	2,394	0,144	-0,208
"Rompido" CASO 3			0,447	2,240	7,074	-6,644
"Rompido" CASO 4			0,417	2,399	-0,034	-0,004

Verifica-se que o primeiro modo apresenta maiores variações de frequência que o segundo. Também é possível constatar que imperfeições nas longarinas das extremidades provocam maiores vibrações na estrutura. É possível verificar qual o percentual a mais de vibração da estrutura e compará-lo com o do modelo intacto.

5.3 MODELO "DANIFICADO" COM DUAS TRANSVERSINAS – REDUZINDO UM ELEMENTO

Os dois modos foram comparados com dimensões de transversinas e longarinas fixas, conforme Tabela 8. Os CASOS comparados são os definidos na Figura 15, página 42.

Tabela 8 - Comparação dos modos estudados.

REDUZINDO O ELEMENTO

1º MODO

Modelo	Altura da Transversina (m)	Altura da Longarina (m)	T (s)	f (Hz)	T %	f %
"Intacto"		2,2	0,480	2,082	0,000	0,000
"Danificado" CASO 1			0,481	2,081	0,123	-0,027
"Danificado" CASO 2	1,75		0,481	2,080	0,058	-0,058
"Danificado" CASO 3		1,7	0,481	2,077	0,210	-0,209
"Danificado" CASO 4			0,482	2,077	0,229	-0,229

2º MODO

Modelo	Altura da Transversina (m)	Altura da Longarina (m)	T (s)	f (Hz)	T %	f %
"Intacto"		2,2	0,417	2,399	0,000	0,000
"Danificado" CASO 1			0,417	2,400	0,000	0,029
"Danificado" CASO 2	1,75		0,417	2,399	-0,034	-0,005
"Danificado" CASO 3		1,7	0,418	2,392	0,273	-0,312
"Danificado" CASO 4			0,417	2,399	-0,036	-0,003

Nota-se que a conclusão foi a mesma do modelo rompido, o primeiro modo também apresentou maiores variações de frequência que o segundo. Também foi verificado que imperfeições nas longarinas das extremidades provocam maiores vibrações na estrutura. Também é possível verificar qual o percentual a mais de vibração da estrutura e novamente compará-lo com o modelo intacto.

A NBR 6118:2014 tem uma seção que trata de vibrações em estruturas e estabelece um estado limite de vibrações excessivas, de forma bastante simplificada.

Esta norma indica que se deve afastar o máximo possível a frequência própria da estrutura da frequência crítica, que depende da utilização da estrutura. Também fica estabelecido que a frequência natural da estrutura seja superior a 1,2 vezes a frequência crítica:

$$f > 1,2 f_{crit}$$

onde:

f – frequência

f_{crit} – frequência crítica

Caso essa prescrição não possa ser atendida, deve ser feita uma análise dinâmica mais acurada, com base em Normas Internacionais, enquanto não houver

Norma Brasileira específica.

É sugerida uma tabela com valores de frequência crítica para estruturas sujeitas a ações dinâmicas de pessoas, conforme a Tabela 9.

Tabela 9 - Frequência crítica para vibrações verticais para alguns casos especiais de estruturas submetidas a vibrações pela ação de pessoas.

Caso	f_{crit} (Hz)
Ginásio de esportes e academias de ginástica	8,0
Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas	7,0
Passarelas de pedestres ou ciclistas	4,5
Escritórios	4,0
Salas de concerto com cadeiras fixas	3,5

Fonte: NBR 6118:2014

Embora a Tabela 9 não inclua explicitamente pontes, pode-se verificar que a mínima frequência encontrada em todas as análises do trabalho foi inferior a 3,0, portanto inferior a qualquer valor tabelado pela norma. As frequências encontradas estão dentro do esperado, já que a maioria das pontes tem frequências entre 2 e 4Hz (BACHMANN, AMMANN, DEISCH, 1995).

6 CONCLUSÃO

6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a evolução da demanda rodoviária, as pontes precisaram suportar cada vez mais carga e, para isso, um gasto maior com materiais se faz necessário. As pontes com longarinas são muito utilizadas e as transversinas intermediárias aparecem com frequência, principalmente em obras antigas. O presente trabalho pretendia demonstrar que o uso de transversinas poderia resultar em uma diminuição considerável nas vibrações, estimulando seu uso em projetos de pontes.

Atualmente, a maior parte das pontes é construída sem transversinas intermediárias, pois sua execução nem sempre é vantajosa, face às desvantagens construtivas e estéticas que estas implicam.

Ao comparar a frequência natural não amortecida do primeiro e segundo modos de uma ponte variando a altura de suas transversinas, não se verificaram grandes diferenças. Foram feitas comparações variando a frequência natural não amortecida de uma ponte e variando a altura de suas longarinas para os primeiros dois modos. As diferenças verificadas se mostraram bem mais significativas. Ou seja, a altura da transversina não seria um bom parâmetro a ser modificado se a intenção fosse o controle do estado limite de serviço de vibrações.

A ponte modelo foi testada com a presença de “danos”, observando-se o comportamento de quatro pontos - na longarina central e na externa em vãos diferentes - retirando parte do elemento do modelo. A diferença da frequência natural não amortecida foi verificada. Optou-se então por reduzir a altura destes elementos para uma análise de uma situação mais comumente encontrada. Frequentemente estruturas são danificadas, mas não totalmente rompidas apesar do impacto. Os resultados obtidos foram menos evidentes.

Espera-se que, com este trabalho, pesquisas futuras no campo de análise dinâmica experimental sejam auxiliadas, que estruturas com problemas de ressonâncias ou frequências naturais não amortecidas, possam ter seus parâmetros do projeto modificados e evitem possíveis ressonâncias.

No entanto, o processo inverso também é possível. Caso uma estrutura, com frequência natural não amortecida conhecida fosse monitorada, e apresentasse com

o tempo alguma alteração na vibração já conhecida, isso poderia indicar um dano na estrutura. Esse dano não poderia ser localizado apenas pelo valor da vibração, pois os valores encontrados não seguiram um padrão que permitisse descrevê-lo com essa precisão. Mas já seria um índice, não invasivo ou destrutivo, indicador de que a estrutura deveria ser vistoriada.

6.2 PROPOSTAS PARA NOVOS ESTUDOS

Levando-se em consideração a relevância do assunto abordado no estudo, estão listados a seguir alguns tópicos contendo sugestões de temas a serem abordados em futuras pesquisas a respeito.

Estudar o comportamento de transversinas em pontes como se segue.

- Quantidades de transversinas variadas;
- Quantidade de longarinas variadas;
- Quantidades e distribuição de vãos variados;
- Comparar pontes com dimensões distintas para a mesma análise;
- Utilizar pontes com maior balanço;
- Comparar modos mais elevados.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AJEJE, F, H. **Abordagem orientada a objetos para implementação computacional de elementos finitos de cascas planos**. Dissertação de Mestrado Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte: UFMG, 2009.

AJEJE, F. PENNA, S. PITANGUEIRA, R. **Elementos finitos de casca do sistema computacional INSANE**. In: Rev. Esc. Minas. Ouro Preto: out./dez, 2011, vol.64 no.4

AKKARI, M., DUAN L. **Nonlinear Analysis of Bridge Structures**. Bridge Engineering Handbook. Boca Raton: CRC Press, 2000.

ALMEIDA, R. S. **Análise de Vibrações em Pontes Rodoviárias Provenientes da Interação dos Veículos com Pavimentos Irregulares**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. Faculdade de Engenharia. Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: UERJ, 2006.

ALBUQUERQUE, F. S. C. de; KRAMAR, W. F. **Análise do comportamento estrutural de uma ponte ferroviária de concreto armado submetida a esforços de natureza dinâmica**. Bacharelado em Engenharia Civil. Universidade Federal Federal do Paraná. Curitiba: UFPR, 2015.

ALVES, M. S. **Avaliação da distribuição transversal de cargas em tabuleiros de pontes em vigas múltiplas, com e sem transversinas internas**. Salvador, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NB6/43: Carga Móvel em Ponte Rodoviária e Passarela e Pedestre**. Rio de Janeiro, 1943.

_____. **NB6/60: Carga Móvel em Ponte Rodoviária e Passarela de Pedestre**. Rio de Janeiro, 1960.

_____. **NBR 7188:2013 Carga Móvel em Ponte Rodoviária e Passarela de Pedestre.** Rio de Janeiro, 2013.

_____. **NBR 6118:2014 Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento.** Rio de Janeiro, 2014.

_____. **NBR 7187:2003 Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido.** Rio de Janeiro, 2003.

BACHMANN, H.; AMMANN, W. J.; DEISCH, F. **Vibration problems in structures: practical guidelines.** New York: Springer Verlag, 1995.

BATHE, K.J. **Finite element procedures.** Upper Saddle River: Prentice Hall, NJ, 1982.

BANDNEWS. **Caminhões Entalam em Pontes.** Disponível na Internet em: <<http://noticias.band.uol.com.br/transito-sp/noticia/100000763292/sp-por-mes-dois-caminhoes-entalam-em-pontes-e-viadutos.html>>. Acessado em: 05 Nov 2016.

BRASIL, R.; SILVA, M. **Introdução à Dinâmica das Estruturas.** São Paulo. Edgard Blucher, 2013.

BRASIL, R. M. L. R. F.; SILVA, M. A.; BALTHAZAR, J. M. **Nonlinear Dynamic Analysis of Slender Reinforced Concrete Structures Subjected to Wind Loading, Proceedings of the EUROLYN.** Porto, 2014.

CHOPRA, A. K., **Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering.** New Jersey: Prentice-Hall, 2012.

CINTRA, M. **Os custos do Congestionamento na Capital Paulista.** São Paulo, 2008.

CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures.** Berkeley: Computers &

Structures, 2003.

CRUZ, M. T., **SP: por mês, dois caminhões entalam em pontes**. Disponível na Internet em: <<http://noticias.band.uol.com.br/transito-sp/noticia/100000763292/sp-por-mes-dois-caminhoes-entalam-em-pontes-e-viadutos.html>>. Acessado em: 14 Jun 2016.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES (DNIT). **Resolução nº. 11**, de 19 de out.de 2004.

DESLANDES JUNIOR, R. N. **Análise e dimensionamento do tabuleiro de uma obra rodoviária esconsa considerando o efeito da torção**. Projeto Final de Graduação. Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: UFRJ, 2009.

DOEBLING, S.W.; FARRAR, C.R.; PRIME, M.B. **A summary review of vibration-based damage identification methods**. The Shock and Vibration Digest, v.30, p.91-105, mar. 1998.

DUARTE, N. **Orçamento para viadutos em SP é inferior à reforma do Orlando Murgel**. Disponível em: <<http://g1.globo.com/sao-paulo/noticia/2013/03/orcamento-para-viadutos-em-sp-e-inferior-reforma-do-orlando-murgel.html>>. Acessado em: 24 Set. 2016.

G1. **Bloqueio na Marginal Tietê já dura mais de 24 horas e provoca trânsito**. Disponível na Internet em: <<http://g1.globo.com/sao-paulo/noticia/2015/07/bloqueio-na-marginal-tiete-ja-dura-mais-de-24-horas-e-provoca-transito.html>>. Acessado em: 24 Set 2016.

FRISWELL, M.I.; MOTTERSHEAD, J.E. **Finite element model updating in structural dynamics**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2010.

FULGÊNCIO, J. P. T. O. R; PAULA, F. A; AZEVEDO, C. P B. **Análise do Uso de**

Vigas Transversinas em Pontes de Concreto Armado. In: VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, 2014.

JULIANI, T. M. **Deteção de danos em pontes em escala reduzida pela identificação modal estocástica.** Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos: USP, 2014.

KWASNIEWSKI, L. **On practical problems with verification and validation of computational models.** Archives of Civil Engineering, 2009

KÜSTER, L. D.; SARTORI, A. L. **Análise dinâmica de estruturas de concreto: avaliação de três sistemas construtivos de lajes.** In: Teoria e Prática na Engenharia Civil, 2011, n.18, p. 13-22.

KUROWSKI, P. M.; KUROWSKI, T. P. **Vibration Analysis for Designers, Machine Design , Design Generator Inc. London.** Ontario: Leslie Gordon, 2009.

LIMA, G. V. F. **Análise dinâmica via método dos elementos finitos do Estádio Nacional de Brasília.** Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil. Universidade de Brasília. Brasília: UNB, 2013.

LIPENER, P. A.; BRASIL, R. M. L. R. F. **Undamped Free Vibrations On Bridges.** São Paulo: EMI2017-IC, 2018.

LÓPEZ, P. M. V. **Guía para Análisis y Diseño Estructural de Edificios de Hormigón Armado.** Facultad de Ingeniería Civil. Centro de Investigaciones Científicas. Universidad Técnica de Ambato, 2003

MARINHO, Ivy J. P. **Projeto Ótimo de Estruturas Metálicas de Arquibancadas Reutilizáveis via ANSYS.** Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Rio de Janeiro: PUC, 2002.

MASON, J. **Pontes em Concreto Armado e Protendido.** Rio de Janeiro: Livros

Técnicos e Científicos, 1997.

MANUAL FOR SAP2000. **CSI Analysis Reference Manual for SAP2000**, Computers And Structures, Inc., ETABS, SAFE and CSiBridge, Berkley, CA, 2011.

PFEIL, W. **Pontes em concreto armado: elementos de projeto, solicitações, superestrutura**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1990.

PFEIL, W. **Pontes em Concreto Armado**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1997, vol. 1.

_____. **Pontes em Concreto Armado**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1997, vol. 2.

PICORELLI, L. O. P. **Análise da Vibração de Navios Aplicando Modelação por Elementos Finitos em Duas Dimensões**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Rio De Janeiro: UFRJ, 1991.

PIÑA, S. E. F. **Dinâmica De Estruturas Compostas Metal/Elastômero: Uma Abordagem Generalizada**. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Santa Catarina: UFSC, 2010.

PRAVIA, Z.M.C; BRAIDO, J, D. **Alternativas de medições de vibrações de baixo custo para obras de arte**. IX Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, 2016.

RIBEIRO, B, BURGARELLI, R.,: **Trânsito piora 26% no rush da tarde em SP**. Disponível na Internet em: <<http://www.mobilize.org.br/noticias/2863/transito-piora-26-no-rush-da-tarde-em-sp.html>>. Acessado em: 27 de Jul 2016.

RYTTER, A. **Vibrational Based Inspection of Civil Engineering Structures**. 1993. 196p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Department of Building and Structural Engineering, University of Aalborg, Dinamarca, 1993.

SALAWU, O.S.; WILLIAMS, C. **Review of full-scale dynamic testing of bridge structures.** School of Civil and Structural Engineering, University of Plymouth, Palace Court, Palace Street, Plymouth, PL1 2DE, UK. 1993.

SANTOS, A.; LOPES, R.; LOPES, A.; CASTRO, L. **Elaboração de Um Tutorial do SAP 2000 Para o Estudo de Vibrações Livres em Pórticos Espaciais.** In: XXXV Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2007.

SOUZA, M. G. de; CICOGLA, T. R.; CHIQUITO, A. J. **Excitação dos modos normais de um sistema usando um motor desbalanceado.** In: Revista Brasileira de Ensaio de Física, 2007.

SÜSSEKIND, J. C. **Curso de concreto: concreto armado.** Porto Alegre: Globo, 1980, vol. 1 e 2.

TEIXEIRA, F. D. **Análise Sísmica de Pontes Análise Conjunta da Estrutura e Fundação.** Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, 2010.

VELOZA, L. T. M. **Análise dinâmica de estruturas, utilizando o software SAP 2000.** Graduação em Engenharia Civil. Departamento de Engenharia Civil. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos: UFSCAR, 2009.

VERÍSSIMO, G. D.; JÚNIOR, K. M. **Concreto Protendido: Fundamentos Básicos** Universidade Federal de Viçosa, 1998.